

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Mémoire de Master

Présenté à l'Université 08 Mai 1945 de Guelma

Faculté des Sciences et de la Technologie

Département de : Génie Civil & Hydraulique

Spécialité : hydraulique urbaine

Option : hydraulique urbaine

Présenté par : BOUDJENANA Yasser

OURFELLA Hadjer

**Thème : Contribution à l'étude du phénomène transitoire
dans une conduite sous pression et dimensionnement d'un
moyen de protection**

Sous la direction de : TOUMI Abdelouaheb

Juin 2018

Dédicaces :

Je dédie ce travail :

Avant tout à mes chers parents, aucune dédicace ne saurait être assez éloquente pour exprimer ce que

Vous méritez pour tous les sacrifices que vous n'avez cessé de me donner depuis ma naissance, durant mon enfance et même à l'âge adulte.

A toute la famille Boudjenana, et Boutaghane.

A la mémoire de mes grands-parents.

A mon binôme Hadjer et à toute sa famille

A tous mes amis en particulier faress, allach, alla Mehdi, bilel, alli, amine azzou.

Et à toute la promotion 2017/2018 de l'hydraulique.

.....YASSER

Dédicaces :

Je dédie ce travail :

*A la mémoire de mon père que je voulais vivre plus longtemps
juste pour nous voir ce que nous allions devenir. À une personne
qui a transféré la vie, l'amour et le courage, à vous ma chère mère
toutes mes joies, mon amour et ma gratitude.*

A ma sœur : Narimen

A toute la famille : Louar et Ourfella.

en particulier Nabila ,Souad ,Nour ,Rahma

A tous mes amis en particulier : Nouh, safa, Hayem

A mon binôme Yasser et à toute sa famille

Et à toute la promotion 2017/2018

De l'hydraulique.

.....HADJER

Remerciement :

Voici enfin que ce modeste travail arrive à terme. On tient à exprimer toutes notre reconnaissance à ceux qui au long de ce mémoire nous ont apporté leur soutien, la participation de certains a été décisive pour l'aboutissement de ce travail qu'il nous est agréable de présenter tout particulièrement :

On remercie Dieu le tout puissant, de m'avoir donné tout le courage et la patience pour mener ce travail à terme.

On tient tout d'abord à exprimer notre profonde gratitude et un grand respect à notre promoteur Mr TOUMI abd el Waheb pour la clarté de ses enseignements, son soutien indéfectible et sa patience à toute épreuve afin que cette thèse soit menée à bien.

Nos sincères remerciements s'adressent aussi aux membres de jury d'avoir accepté de juger notre travail.

*Les enseignants du département d'hydraulique qui ont donné de leur savoir.
L'ensemble du personnel de la station de traitement de Hammam debagh-Guelma
Nous remercions très chaleureusement toutes les personnes ayant contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.*

Sommaire

Dédicace

Remercîment

La liste de figure

La liste les tableaux

Résumé

Introduction générale 1

Chapitre 1 : Présentation des phénomènes transitoire

1.1. Introduction 2

1.2. Aperçu historique sur le phénomène transitoire des fluides 2

1.3. Définitions : 5

1.3.1. Écoulement permanent 5

1.3.2. Écoulement non permanent 5

1.3.3. L'écoulement uniforme **Erreur ! Signet non défini.**

1.3.4. L'écoulement non uniforme 6

1.3.5. Écoulement transitoire 6

1.3.6. Phénomène du coup de bélier 6

1.3.6.1. Risques dus au phénomène du coup de bélier..... 7

1.3.6.2. Causes du coup de bélier..... 9

1.4. Phénomène du coup de bélier en cas d'une fermeture instantanée de la vanne 10

1.5. Processus de variation de la pression et de la vitesse dans une tuyauterie après une fermeture instantanée de la vanne 12

1.6. Coup de bélier en cas d'un brusque arrêt d'une pompe 16

1.7. Conclusion 21

Chapitre 2 : Equation de base d'un écoulement transitoire

2.1. Introduction 22

2.2. Equations de Saint-Venant 22

2.2.1. Equation de continuité 22

2.2.1.1. Expressions des contraintes dans les tuyaux sous pression 22

2.2.1.2. Expression de l'équation de continuité 24

2.2.2. Equation dynamique 27

2.3. Equations aux caractéristiques	30
2.4. Equations d'ALLIEVI.....	33
2.5. Conclusion	34

Chapitre 3 : Les moyens de protection Anti-bélier.

3.1. Introduction	Erreur ! Signet non défini.
3.2. Moyens de protection anti-bélier.....	Erreur ! Signet non défini.
3.2.1. Le volant d'inertie	Erreur ! Signet non défini.
3.2.2. Les soupapes de décharge.....	Erreur ! Signet non défini.
3.2.3. Les ventouses (Les reniflards).....	Erreur ! Signet non défini.
3.2.4. Les réservoirs d'air	Erreur ! Signet non défini.
3.2.5. Les clapet d'entrée d'air	Erreur ! Signet non défini.
3.2.6. Les cheminées d'équilibre.....	40
3.3.conclusion	41

Chapitre 4 :

4.1. Introduction.....	42
4.2. Principe de fonctionnement d'un réservoir d'air anti-bélier	42
4.3. Calcul simplifié d'un réservoir d'air anti-bélier	42
4.4. Calcul normale d'un réservoir d'air.....	45
4.4.1. Principe de calcul.....	46
4.4.2. Application des étapes du calcul normal d'un réservoir d'air.....	47
4.5. Elaboration d'un programme de calcul de la méthode de BERGERON.....	54
4.6. Application à la station de pompage de Hammem debagh	56
4.7. Conclusion	57

Conclusion générale	58
----------------------------------	----

Bibliographie	59
---------------------	----

LISTE DES FIGURES :

Figure (1.1) : Vue d'une conduite forcée éclatée de la centrale électrique d'Oigawa, du Japon (d'après Chaudhry, 1979)

Figure (1.2) : Joints d'expansion détruits par le coup de bélier.

Figure (1.3) : Vue d'une conduite aplatie due à un vacuum de la centrale électrique d'Oigawa, du Japon (d'après Chaudhry, 1979)

Figure. (1.4) : Schéma indicatif d'un système générant le phénomène du coup de bélier après une fermeture instantanée de la vanne.

Figure (1.5) : Comportement d'un tronçon d'une conduite situé à côté de la vanne soumis à des sollicitations du phénomène du coup de bélier.

Figures (1.6,7,8 et 9) : Représentation des épures de la pression et de la vitesse dans une conduite forcée exposée au phénomène du coup de bélier

Figures (1.10,11,12 et 13) : Représentation des épures de la pression et de la vitesse dans une conduite forcée exposée au phénomène du coup de bélier après la fermeture instantanée d'une vanne.

Figure (1.14) : Schéma indicatif d'un système générant le phénomène du coup de bélier après un arrêt brusque d'une pompe.

Figures (1.14,15,16,17,18,19,20 et 21) : Représentation des épures de la pression et de la vitesse dans une conduite forcée exposée au phénomène du coup de bélier après l'arrêt instantané d'une pompe.

Figure (1.23) : Evolution de la pression au cours du temps au milieu de la conduite et au niveau de la pompe « Coup de bélier négatif »

Figure (2.1) : Forces et contraintes radiales dans un tuyau.

Figure (2.2) : Déplacement d'un élément liquide.

Figure (2.3) : Les forces exercées sur un élément liquide en déplacement dans une conduite forcée.

Figure (3.1) : Volant d'inertie.

Figure (3.2) : Concentration de la masse du Volant d'inertie.

Figure (3.3) : Soupape de décharge

Figure (3.4) : Fonctionnement d'une soupape de décharge.

Figure (3.5) : Ventouse à trois fonctions

Figure (3.6) : Ventouse à une seule fonction

Figure (3.7) : Principe de fonctionnement d'un réservoir d'air

Figure (3.8) : Coupe d'une cheminée d'équilibre

Figure (3.9) : Cheminée d'équilibre

Résumé :

Les changements du régime permanent d'écoulement d'un fluide dans une conduite, entraînent souvent des brusques variations des pressions et donnent naissance à ce qu'on appelle les écoulements transitoires en charge. Donc l'étude du phénomène des écoulements transitoires en charge vise à déterminer si la pression dans l'ensemble d'un système est à l'intérieur des limites prescrites, suite à une perturbation de l'écoulement.

En définissant l'étendu d'une étude de coup de bélier, on prévoira l'examen des variations de vitesse ou de débit et de pression qui résultent de mauvaise opération du système, de son opération normale et des opérations d'urgence.

Notre étude présente une modélisation numérique du phénomène des écoulements transitoires dans les conduites en charge à géométries complexe ou a sections variables. La méthode des caractéristiques est utilisée pour résoudre les équations de "Saint-Venant", qui sont composées d'un couple d'équations : l'équation de conservation de la masse (continuité) et l'équation de conservation de la quantité de mouvement (dynamique).

En somme notre objectif final consiste à réaliser un programme qui permettra d'avoir une précision acceptable du réservoir d'air en rendant l'utilisation graphique des méthodes de VIBERT et de BERGERON du passé.

Mots-clés :

écoulement transitoire, coup de bélier, conduite en charge,

Abstract :

The changes of the steady flow of fluid in a pipe, often lead to sudden variations in pressure and give what is called the transient flows in closed conduit. So the study of the phenomenon of transient flows in charge is to determine whether the pressure in the entire system is within the prescribed due to a disruption of the flow limits.

Defining the extent of a study of water hammer, it will include consideration of changes in speed or flow and pressure resulting from improper operation of the system, its normal operation and emergency operations.

Our study presents a numerical modeling of the phenomenon of transient flows in pipes over complex geometries or variable sections. The method of characteristics is used to solve the equations of "Saint-Venant," which consist of a pair of equations: the equation of conservation of mass (continuity) and the equation of conservation of momentum (dynamic).

Keywords :

Transient flow, pipe supports, variable section,

المخلص

غالباً ما تسبب التغيرات في تدفق الحالة المستقرة للسائل في الأنابيب تغيرات مفاجئة في الضغط وتؤدي إلى ما يسمى تدفقات عابرة وبالتالي، فإن دراسة ظاهرة التدفقات العابرة تحت الحمل تهدف إلى تحديد ما إذا كان الضغط في النظام بأكمله ضمن .تحت الحمل الحدود المقررة، بعد حدوث اضطراب في التدفق

عند تحديد نطاق دراسة المطرقة المائية، سيتم النظر في الاختلافات في السرعة أو التدفق والضغط الناتج عن التشغيل غير السليم للنظام، والتشغيل العادي، وعمليات الطوارئ

يتم استخدام طريقة .تقدم دراستنا نمذجة رقمية لظاهرة التدفقات العابرة في الأنابيب المحملة مع هندسيات القسم المعقدة أو المتغيرة ، التي تتكون من زوج من المعادلات: معادلة الحفظ للكتلة (الاستمرارية) ومعادلة الحفظ «Saint-Venant» الميزة لحل معادلات (دينامية)للزخم

كلمات مفتاحية

التدفق العابر، طريقة الخصائص، مطرقة المياه

BIBLIOGRAPHIE :

- [1] BERGERON L, Du coup de bélier en hydraulique de Froude en électricité Edition DUNOD, Paris 1950.
- [2] M ESCAND.L " Hydraulique générale", Tome II Edition, paris 1971.
- [3] M. MEUNIER "Les coup de bélier et la protection des réseaux d'eau sous pression", ENGREF, Paris 1980.
- [4] MESCAND. L, « Hydraulique générale » Tome II, édition Paris 1971.
- [5] Mr Ali BERREKSI, « COURS d'hydraulique » Université Abderrahmane Mira de Bejaia.
- [7] KREMENSKI. N, « Hydraulique » édition MIR, 1984.
- [8] MUNIER.M « Coup de bélier dans les réseaux sous pression » ENGREF, Paris 1980.
- [9] CHAUDHRY, M. H. : "Applied hydraulic transients". Van Nostrand, 1979.
- [10] BOILLAT, J. L. et DE SOUSA, P.: "Hydraulic system". Communication N°16, Laboratoire de Construction Hydraulique, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2004.
- [11] OURAGH Youcef « Ecoulement forcé en hydraulique » Tome II, édition Paris 1971.

Introduction générale

L'analyse du phénomène transitoire dans une conduite sous pression porte un grand intérêt, étant donné qu'en pratique le régime transitoire provoqué par une perturbation des conditions permanentes d'écoulement, occasionne des effets nocifs, caractérisés par les phénomènes de surpression et de dépression. Ces phénomènes de pulsation, quand ils dépassent certaines limites, entraînent la fatigue voire même la fissuration ou l'aplatissement de la canalisation.

Nous présenterons dans ce travail une contribution à l'étude de l'écoulement transitoire dans une conduite sous pression.

Nous entamerons cette contribution par un aperçu sur le phénomène transitoire dans une conduite forcée, tout en, détaillant les causes et les conséquences du phénomène du coup de bélier ainsi que les processus de variation de la pression et de la vitesse lors des coups de bélier positif et négatif.

Nous aborderons, par la suite, les équations de base de ce phénomène dans une conduite sous pression afin d'extraire les relations que nous serons en besoin dans le reste du travail. Puis, nous illustrerons les moyens de protection contre ce phénomène.

Dans la dernière partie, nous ciblerons le dimensionnement du moyen de protection le plus répandu, il s'agit du réservoir d'air anti bélier. A cet effet, nous essayerons de réaliser un programme de calcul permettant de rendre la méthode graphique de BERGERON aisée.

En somme notre objectif final consiste à réaliser un programme qui permettra d'avoir une précision acceptable du réservoir d'air en rendant l'utilisation graphique des méthodes de VIBERT et de BERGERON du passé.

Enfin, l'application de notre programme sur un cas réel s'avère d'une très grande importance.

Chapitre I
Présentation du phénomène du coup de
Bélier

1.1. Introduction

Pour bien comprendre ce sujet, nous allons entamer ce chapitre par un aperçu historique sur le phénomène transitoire des fluides dans les conduites forcées en mettant en éclaircissement les études majeures qui ont été faites dans ce domaine. Puis, nous allons mettre quelques définitions des écoulements permanents et transitoires, pour bien entamer ce sujet, puisqu'elles nous permettent de définir notre type d'écoulement de notre phénomène.

Nous aborderons, par la suite, le phénomène du coup de bélier tout en détaillant ses risques et ses causes aux cas de surpression et de dépression. Puis nous mettrons en lumière le phénomène du coup de bélier, les relations de la surpression et de la dépression et de la célérité d'onde d'une part et d'autre part les processus de variation de la vitesse et de la pression, dans les cas d'une fermeture instantanée d'une vanne de sectionnement et d'un arrêt brusque d'une pompe. En fin, nous décrirons les coups de bélier positif et négatif par des schémas d'éclaircissement.

1.2. Aperçu historique sur le phénomène transitoire des fluides

Le problème de l'écoulement instationnaire (ou transitoire) de fluide dans les systèmes de conduite en hydraulique a été traité par de nombreux chercheurs. Toutefois, Ces derniers temps, les orientations pour la recherche dans le domaine des processus transitoires peuvent être divisées en plusieurs domaines : les systèmes de protection contre le coup de bélier, l'écoulement diphasique, et l'ancrage etc.

En 1789 MANGE a développé une méthode graphique d'intégration des équations hyperboliques aux dérivées partielles, connue sous le nom de méthode de caractéristiques.

Le médecin THOMAS Young en 1808 a élaboré expérimentalement sa théorie de la propagation des ondes de pression due aux pulsations cardiaques. A l'occasion de ces études il a introduisait le célèbre module de Young « E ».

HELMOTZ fut le premier a montré que la célérité d'onde dans les canaux est supérieure à celle dans les conduites. Il a correctement attribué cette différence à l'élasticité de la conduite.

En 1869 REIMANN a développé et appliqué une équation tridimensionnelle du mouvement et sa forme simplifiée unidimensionnelle dans différents domaines (ondes sonores, cordes vibrantes etc.).

KOTWEG fut le premier a déterminé la célérité d'onde en considérant l'élasticité de la conduite et la compressibilité du fluide en même temps.

Bien que WOOD considère MICHAUD comme étant le premier a avoir traité le problème du coup de bélier, des équations récentes faites par ANDERSON montrent que le général MENABEA (1858) fut le premier a avoir étudié le phénomène du coup de bélier.

GROMEKA a introduit pour la première fois les frottements dans l'analyse du phénomène du coup de bélier. Cependant, Il a considéré que le liquide était incompressible et que les frottements étaient directement proportionnels à la vitesse d'écoulement.

Chapitre I Présentation du phénomène du coup de bélier

Joukowski (1897) a réalisé des expériences classiques à Moscou en 1897/1898 et a proposé la loi pour les coups de bélier instantané dans un système de tuyauterie simple. Il a publié son rapport classique sur la théorie de base du problème coup de bélier. Son rapport est basé sur ses études expérimentales et théoriques. Il a développé une formule pour la célérité d'onde en tenant compte de l'élasticité de la conduite et celle de l'eau. Il a développé également la relation entre la variation de la vitesse d'écoulement et la variation de la pression.

LORENZO Allievi (1902) a développé la théorie fondamentale du coup de bélier qu'il a publié en 1902. L'équation dynamique qu'il a trouvée est plus précise par rapport à l'équation de Korteweg. Il a montré aussi que le terme $\frac{\partial v}{\partial x}$ est négligeable.

Zielke (1968) il a développé un modèle de frottement de l'écoulement laminaire en transitoire [1]. Selon lui, le membre non-stationnaire dans l'expression de terme de frottement dépend de la vitesse du courant du fluide et la fonction poids qui prend en compte le changement de vitesse dans les points précédents dans le temps. Le modèle de Zielke a ensuite été adopté et amélioré par Trikha (1975) Achard et Lespinard (1981), Arlt (1983.), Kagawa (1983), Brown (1984). Yigang et Jing-Chao (1989), Suzuki (1991), Vardy (1992). Schohl (1993). Shuya Vardy et Brown (1995) (1995). Zarzycki (1997).

Brunone (1991) a développé son propre modèle de détermination de l'expression du coefficient de frottement en régime transitoire selon laquelle il est en fonction de la vitesse moyenne du fluide, la valeur actuelle de l'accélération et l'accélération convective locale de la valeur actuelle

Vardy, Hwang et Brown (1993) ont fait la détermination des coefficients de terme de frottement instationnaire à partir de la fonctions poids du modèle de Zielke pour le cas d'un écoulement turbulent dans une conduite lisse, considérant que la viscosité du fluide reste constante dans la couche limite

Djemili.A (1993) a étudié l'effet de l'ancrage de la conduite pour l'écoulement instationnaire et en particuliers au niveau des coudes. Il a montré que les vibrations engendrées par une mauvaise conception de l'ancrage peuvent augmenter la pression. Il a montré aussi l'influence de la rigidité du tronçon rattaché au coude sur l'évolution de la pression et des contraintes dans le matériau viscoélastique de la paroi de la conduite.

Brunone, Golia et Greco (1995) ont étudié l'influence des profils de vitesse en deux dimensions pour la modélisation en régime transitoire.

Ghidaoui et Karney (1995) ont présentés une autre méthode pour la transformation des équations aux dérivées partielles de type hyperbolique aux équations des caractéristiques.

Silva-Araya et Chaudhry (1997) Élaboration d'un modèle 2D pour calculer la perte de charge due à la non-stationnarité sur la base de calcul de la dissipation d'énergie dans le flux de transition.

Nash et Karney (1999) a appliqué la méthode d'analyse inverse du processus transitoires aux tuyaux reliés en série.

Chapitre I Présentation du phénomène du coup de bélier

Brunone et Morelli (1999) ont publiés un travail dans lequel ils ont discuté l'impact de la vanne à commande automatique dans le processus transitoire dans le système d'approvisionnement en eau.

Pezzinga (2000) Réalisation d'une comparaison des codes 1D et 2D pour déterminer le modèle instable de terme de frottement.

Brunone, Karney, Mecarelli et Ferrante (2000) ont étudié l'effet du frottement solide sur le profil de vitesse instantanée au cours du processus de transition.

Covas et Ramos (2001) étaient engagés dans la découverte de fissures dans les conduites d'eau en utilisant l'analyse inverse des processus transitoires.

Ghidaoui et Kolyshkin (2001) ont effectués des analyses de stabilité de processus transitoires en fonction du profil d'écoulement de la vitesse.

Brunone et Ferrante (2001) ont publiés les travaux des techniques actuels pour déterminer la position et la taille des fissures dans les canalisations sous pression.

Wang, Lambert, Simpson, Liggett et Vitkovsky (2002) ont publiés des travaux où les fissures et les fuites dans la canalisation sont déterminées par des équations supplémentaires et l'application de Fourier.

Chebicheb Z, Otmani A., Djemili A. (2006), Dans cette étude, il a été mis en évidence de la possibilité de traité numériquement le phénomène d'écoulement instationnaire en conduite avec la prise en compte de la déformation de la paroi en matériau élastique (cuivre) ou viscoélastique (polyéthylène). Le terme de frottement a été calculé on utilisant le modèle de Brunone. Ce terme dépend de la vitesse moyenne, de l'accélération locale et de l'accélération convective.

A.S. Tijsseling (2007) a donné un modèle mathématique pour décrire le comportement acoustique d'un pipe mince rempli de liquide, basé sur les équations de couplage fluide structure.

S. He, c.Ariyaratne, A.E. Vardy (2007) ont développés un modèle numérique pour montre l'influence du turbulence et l'inertie sur la contrainte tangentielle à la paroi.

M.H. Afshar, M. Rohani (2008) ils ont donnés une simulation numérique du phénomène de coup de bélier avec un schéma implicite et la MOC.

A.R. Lohrasbi and R. Attarnejad (2008) ils ont utilisé la méthode des caractéristiques pour étudie le phénomène du coup de bélier. Ils ont recommandé pour minimiser l'impact du coup de bélier sur le système hydraulique, la fermeture où l'ouverture lente de la vanne.

Ahmadi, A. Keramat (2010); dans leur étude, le but principal était l'étude des effets des jonctions. Des différentes Junction ont été étudiés, tels que les pompes, valves et les tés. L'accent a été mis sur une pompe et de té dans le système. Les relations proposées ont été considérées comme des conditions aux limites, pour la modélisation numérique ils ont utilisés

la méthode des éléments finis pour les équations de la structure et la méthode des caractéristiques pour les équations du fluide. Les résultats peuvent être utilisés pour trouver la jonction la plus influente sur la valeur de la surpression.

El Hassan Achouyab, Bennasser Bahrar (2011) ils ont présente un code numérique d'interactions fluide –structure pour résoudre le problème de coup de bélier en conduite à paroi mince. Ce code est le couplage de la méthode des éléments finis associée à l'algorithme de Newmark pour le mouvement de la paroi de la conduite et la méthode des caractéristiques pour le fluide. Contrairement à la théorie classique, ce code permet d'illustrer les effets secondaires d'interaction fluide–structure affectant les paramètres de coup de bélier dans les cas de conduite élastique et viscoélastique.

P. G. PROVENZANO, F. BARONI et R. J. AGUERRE (2011); ont utilisés des lois de fermeture différentes selon le type de la vanne utiliser. La réduction de la vitesse détermine la forme de l'onde de pression au cours de la fermeture. Une fonction générique a été élaborée permettant de modéliser une grande variété de lois. Un algorithme a été généré qui comprend la loi de fermeture comme condition aux limites pour décrire le phénomène transitoire. Ils ont montré que la forme d'onde de pression et l'amplitude dépend essentiellement de ces lois de fermeture.

1.3. Définitions

Nous donnons à présent la définition de certains types d'écoulements en charge fréquemment abordés dans la littérature spécialisée dont nous ferons usage dans notre travail [9]

1.3.1. Écoulement permanent

L'écoulement de liquide est dit permanent lorsque les propriétés du fluide et les caractéristiques hydrauliques de celui-ci restent invariables dans le temps, c'est à dire :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = 0; \frac{\partial P}{\partial t} = 0; \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

Où U est vitesse moyenne d'écoulement, p la pression et ρ la masse volumique.

1.3.2. Écoulement non permanent

L'écoulement du liquide est dit non permanent si la vitesse et la pression varient dans le temps (t) en un point donné de l'espace (x) rempli de liquide en mouvement, les vitesses et les pressions en écoulement non permanent sont en fonction de quatre variables indépendantes à savoir : coordonnées (x, y, z) du point examiné et le temps (t). On distingue un écoulement non permanent en charge et à surface libre [1].

1.3.3. L'écoulement uniforme

Un écoulement est dit uniforme lorsque la vitesse du fluide est la même en direction et en sens en tout point de ce fluide.

$$\frac{\partial U}{\partial x} = 0$$

1.3.4. L'écoulement non uniforme

Un écoulement est dit non uniforme si la vitesse du fluide varie d'une section à l'autre c'est-à-dire :

$$\frac{\partial U}{\partial x} \neq 0$$

1.3.5. Écoulement transitoire

L'écoulement est dit transitoire lorsque les paramètres hydrauliques à savoir : la vitesse et la pression et les propriétés du fluide sont des fonctions du temps et de l'espace, $U=f(x,y,z,t)$ et $p=f(x,y,z,t)$.

$$\frac{\partial U}{\partial x} \neq 0; \frac{\partial U}{\partial t} \neq 0; \frac{\partial P}{\partial t} \neq 0; \frac{\partial P}{\partial x} \neq 0$$

Avec : U la vitesse d'écoulement et P la pression.

Ce phénomène transitoire peut se manifester soit dans un canal à ciel ouvert ou bien dans une conduite en charge par accroissement ou décroissement du débit.

On pourra citer quelques exemples d'écoulements transitoires dans le cas d'une conduite en charge :

- Écoulement dans les machines hydrauliques à puissance variable.
- Phénomène du coup de bélier.

Donc l'écoulement transitoire est un écoulement non permanent, dans notre travail nous nous intéresserons uniquement au phénomène du coup de bélier.

1.3.6. Phénomène du coup de bélier

Les changements du régime d'écoulement d'un fluide contenu à l'intérieur d'une conduite entraînent souvent de brusques variations de pression. Ces écarts seront d'autant plus importants que la modification du débit a été brutale.

D'une manière générale, le coup de bélier exprime toute variation de pression dans une conduite en charge, consécutive à une manœuvre quelconque de l'obturateur aval. Le coup de bélier est un phénomène non stationnaire de propagation d'ondes de pression à très hautes vitesses. Autrement dit, c'est l'arrêt brutal de la circulation de l'eau lorsqu'un organe provoque une prompt modification du débit. Par conséquent, les forces dynamiques qui en résultent peuvent engendrer des ruptures de canalisations, dégâts matériels et quelques fois des pertes de vies humaines, d'où la nécessité de renforcement des ouvrages concernés, en particulier les conduites appelées alors conduites forcées

1.3.6.1. Risques dus au phénomène du coup de bélier

Les conséquences du coup de bélier peuvent être néfastes elles deviennent de plus en plus dangereuses à mesure que les paramètres modificateurs deviennent importants (variation de pressions et de débits dans le temps).

Ces phénomènes se produisant dans une conduite en charge peuvent provoquer des risques à la suite d'une dépression ou surpression engendrée par des manœuvres brusques ou instantanées [2.3].

1.3.6.1.1. Cas de suppression

La surpression est une conséquence du coup de bélier engendrée par une pression importante se produisant à la suite d'une fermeture instantanée ou rapide d'une vanne de sectionnement ou bien à la suite d'une dépression causée par l'arrêt brusque d'une pompe. Si la pression totale c'est-à-dire la pression en régime permanent majorée de la valeur de surpression due au coup de bélier qui dépasse la pression maximale admissible des tuyaux, ce qui engendre des risques de rupture de ces derniers et des déboîtements des joints (les anneaux d'étanchéité seront délogés) [8]. La figure (1.1) illustre une photo représentant une conduite éclatée suite à une brusque surpression causée par un coup de bélier à la centrale électrique d'Oigawa au Japon.



Figure (1.1) : Vue d'une conduite forcée éclatée de la centrale électrique d'Oigawa, du Japon [9]

En plus de ces risques, l'onde de surpression peut porter des préjudices aux autres équipements.

- Rupture des réservoirs ou flexible
- Usure des joints, des soudures de raccordement et des appareils sanitaires.

- Détérioration des dispositifs de coupure, clapet anti retour et de régulation.
- Bruits importants et fortes vibrations dans les canalisations et les cloisons.

La photo représentée sur la figure (1.2) montre la détérioration des joints d'expansion suite à un aigu coup de bélier.



Figure (1.2) : Joints d'expansion détruits par le coup de bélier.

1.3.6.1.2. Cas de dépression

La dépression est également une conséquence du coup de bélier engendrée par l'apparition d'une pression relative négative, à la suite d'un arrêt brusque d'une pompe ou d'une ouverture instantanée d'une vanne de sectionnement. Si cette pression devient inférieure à 10 m.c.e il se produit une poche de cavitation. Si le profil en long de la canalisation est déformable la canalisation peut être aplatie par implosion et les joints peuvent être aspirés. Le phénomène de cavitation une fois apparu peut aussi provoquer la détérioration de la couche d'enduit intérieur du tuyau [8,4]. La figure (1.3) élucide une photo d'une conduite aplatie suite à une forte dépression à la centrale électrique d'Oigawa au Japon.

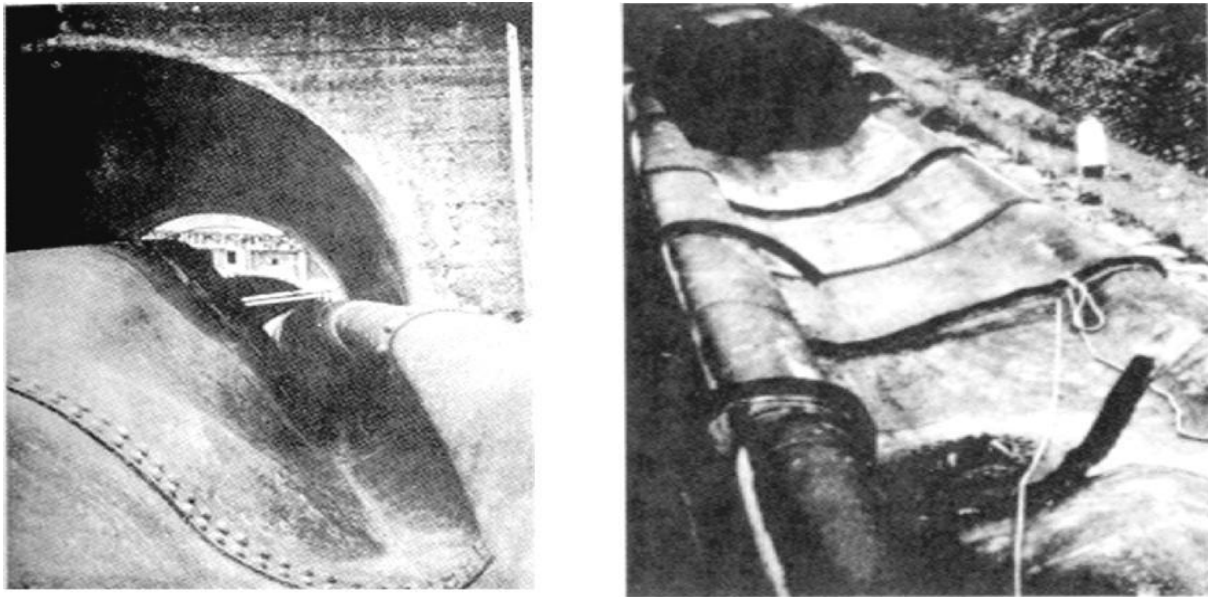


Figure (1.3) : Vue d'une conduite aplatie due à un vacuum de la centrale électrique d'Oigawa, du Japon [9]

1.3.6.1.3. Fatigue de la canalisation

En régime transitoire les alternances de surpression et de dépression qui sont une conséquence inévitable du phénomène provoquant la fatigue pour le matériau de la canalisation même si leur amplitude est faible.

1.3.6.2. Causes du coup de bélier

Le coup de bélier est un phénomène oscillatoire dont les causes les plus fréquentes sont les suivantes :

- L'ouverture ou la fermeture des vannes dans les conduites en charge à écoulement gravitaire.
- La mise en Marche ou l'arrêt des pompes dans les conduites en charge par refoulement.
- Le remplissage ou la vidange d'un système d'AEP.
- Modification de la vitesse d'une pompe.
- Une variation du niveau d'un réservoir à une extrémité du réseau.
- La disparition de l'alimentation électrique dans une station de pompage qui est la cause la plus répandue du coup de bélier.
- La mise en marche ou la modification de l'opération d'une turbine.
- Une modification de position de vanne.
- Des opérations incontrôlées.

1.4. Phénomène du coup de bélier en cas d'une fermeture instantanée de la vanne

Examinons un coup de bélier provoqué par une brusque fermeture de la vanne V installé à l'extrémité d'une tuyauterie horizontale T de section circulaire alimentée à partir du réservoir A [7], comme il est indiqué à la figure (1.4).

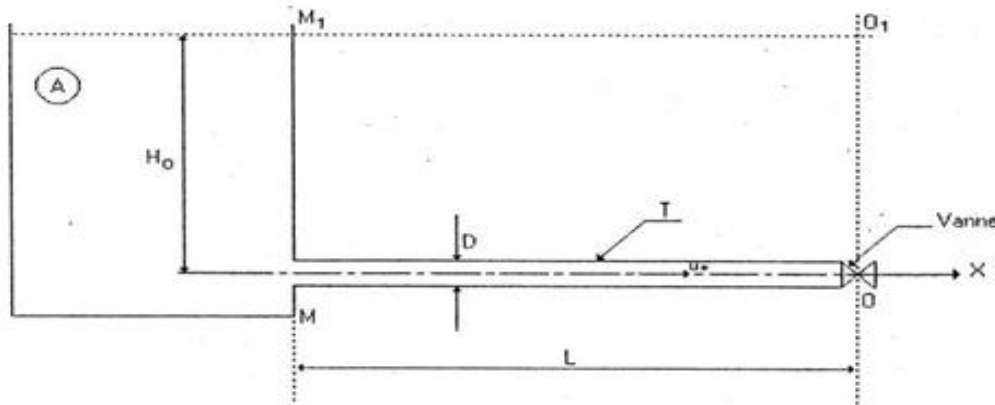


Fig. (1.4) : Schéma indicatif d'un système générant le phénomène du coup de bélier après une fermeture instantanée de la vanne.

Prenons les désignations suivantes :

D : diamètre intérieur de la tuyauterie ;

E : le module d'élasticité du matériau des parois de la tuyauterie ;

e : l'épaisseur des parois de la tuyauterie ;

U_0 : vitesse moyenne en section de l'écoulement permanent ;

P_0 : la pression dans la tuyauterie en régime permanent ;

H_0 : $P_0/\rho g$ charge piézométrique dans la tuyauterie en écoulement permanent ;

S_0 : l'air de la section en écoulement permanent ;

S : l'air de la section en régime transitoire ;

K : le module d'élasticité tridimensionnel du liquide ;

On admet que :

a) Les pertes de charge dans la tuyauterie et la pression cinétique $U_0^2/2g$ sont telles qu'on peut les négliger, c'est-à-dire on peut prendre la ligne piézométrique avant le coup bélier coïncide avec la ligne de la hauteur hydrostatique.

b) Les dimensions du réservoir (A) sont telles que le niveau y sera pratiquement constant indépendamment de la variation du débit dans la tuyauterie.

c) A l'établissement des formules de calcul et à l'analyse du phénomène on ne tient pas compte de l'inertie de la paroi de la tuyauterie.

d) Le temps de fermeture de la vanne (V) est pris nul ($T_f=0$) c'est-à-dire on considère que la vanne se ferme instantanément

En même temps on tient compte de la compressibilité du liquide et de la déformation des parois de tuyauterie à la variation de la pression comme il est éclairé à la figure (1.5).

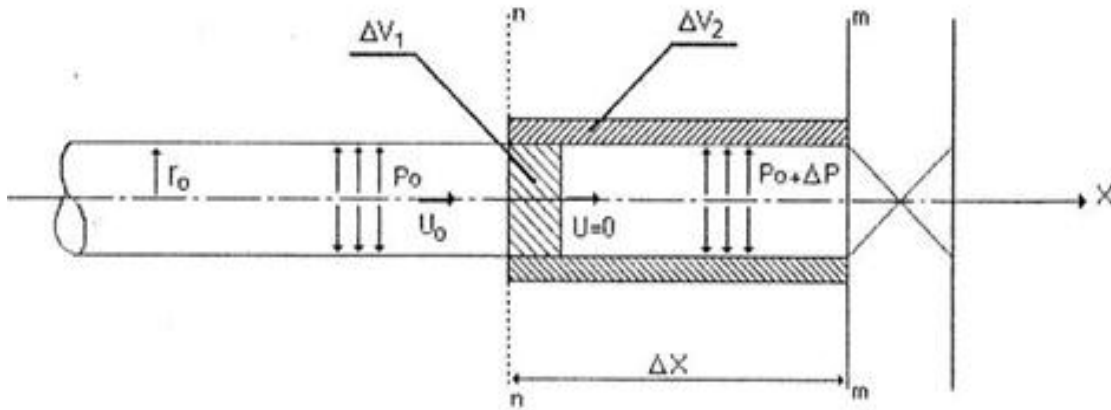


Fig. (1.5) : Comportement d'un tronçon d'une conduite situé à côté de la vanne soumis à des sollicitations du phénomène du coup de bélier

L'origine de la lecture des distances est au point O en amont proche de la vanne et l'axe X est dirigé dans le sens de l'écoulement.

Soit la vitesse de l'écoulement du liquide U_0 en régime permanent et la pression dans toutes les sections est égale à P_0 .

En suite, soit au moment t_0 la vanne se ferme complètement d'une façon instantanée, alors si le liquide serait incompressible et les parois de la tuyauterie seraient non élastiques, on aurait un arrêt instantané de toute la masse du liquide et la quantité de mouvement deviendrait nulle en entraînant une évolution énorme de la pression sur toute la longueur de la tuyauterie.

Au moment $t = (t_0 + t)$, les couches du liquide disposées à gauche de la section nn continuent à se déplacer avec la vitesse U_0 dans le sens de la vanne. Sous l'influence de la pression de ces couches la masse du liquide arrêtée dans le compartiment mn se trouve comprimée, les parois de la tuyauterie se dilatent et la pression augmente d'une valeur ΔP .

$$P = P_0 + \Delta P \quad (1.1)$$

Au moment $t = t_0$ la pression au point O est égale à P_0

Au moment $t = t_0$ la section nn subit la pression P_0 et la section mm la pression $P = P_0 + \Delta P$, alors la projection sur l'axe OX de l'impulsion des forces extérieures agissant sur le compartiment mn durant l'intervalle Δt est égale à :

$$[P \cdot S - (P + \Delta P)S]\Delta t = -\Delta p \cdot \Delta t \cdot S \quad (1.2)$$

La variation de la quantité de mouvement de la couche du liquide arrêtée sera égale à

$$\begin{aligned}
 -\Delta m \cdot U_0 &= -\rho \cdot \Delta V \cdot U_0 \\
 \Delta V &= \Delta V_1 + \Delta V_2 \\
 &= -\rho \cdot S_0 \cdot \Delta x \cdot U_0 \quad (1.3)
 \end{aligned}$$

Où ρ est la masse volumique du liquide et S_0 est la section transversale de la conduite en régime permanent.

$$= -\Delta p \cdot \Delta t \cdot S = -\rho \cdot S_0 \cdot \Delta x \cdot U_0$$

D'où après la division par S (en prenant $S=S_0$) on obtient :

$$\Delta p \cdot \Delta t = \rho \cdot \Delta x \cdot U_0$$

En désignant le rapport $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$ par a , on obtient la formule de N. JOUKOWSKY

$$\begin{aligned}
 \Delta p &= \rho \cdot a \cdot U_0 \\
 \Delta p &= \rho g \Delta H \\
 \rho \cdot a \cdot U_0 &= \rho g \Delta H \Rightarrow \Delta H = \frac{a \cdot U_0}{g} \quad (1.4)
 \end{aligned}$$

ΔH est la valeur de la surpression créée par le phénomène du coup de bélier.

La grandeur $a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$ est la vitesse de propagation de l'onde du coup de bélier dans la conduite.

Après la modification du régime dans le compartiment mn une propagation de l'augmentation de pression atteindra le réservoir, l'équilibre de pression entre la conduite et le réservoir ne sera plus respecté et il y aura alors détente et propagation d'une onde de dépression qui amène la conduite en son état initial mais avec un débit inverse $Q=-U_0S_0$.

Lorsque l'onde arrivera à la vanne le débit appelé $Q=-U_0S_0$ provoquera une mise en dépression de la canalisation, le phénomène de transformation de l'énergie cinétique en énergie de pression se poursuivrait indéfiniment en maintenant constante l'énergie du système.

1.5. Processus de variation de la pression et de la vitesse dans une tuyauterie après une fermeture instantanée de la vanne

Le front nn d'une onde de coup de bélier qui se propage le long de la tuyauterie avec la vitesse d'onde (a) entraîne les variations de la vitesse et de la pression dans les différentes sections de la tuyauterie.

Ainsi au moment $t=t_0+x/a$, ce front d'onde parcourt la distance x .

Au moment $t=t_0+L/a$ ce front d'onde parcourt toute la longueur de la tuyauterie, en ce cas la pression augmente d'une valeur ΔP sur tout le tronçon que l'onde de choc a parcouru et la vitesse du liquide diminue jusqu'à zéro.

La figure (1.6) représente un état instantané de la tuyauterie des épures de répartition de la hauteur et de la vitesse suivant la longueur de la tuyauterie au moment $t=t_0+x/a$.

Sur ce tronçon de la tuyauterie la pression a augmenté de ΔP et devenue égale à $P=P_0+\Delta P$, alors que la vitesse du liquide est tombée à zéro et le liquide se trouve en état contacté.

Au moment $t=t_0+L/a$ le front nn de l'onde atteint le réservoir et occupe la position de la figure (1.7), à ce moment le liquide dans la tuyauterie se trouve en un état de repos instantané ($U_0=0$), suivant toute la longueur de la conduite et la pression a augmenté de ΔP et est devenue sur toute la longueur égale $P=P_0+\Delta P$.

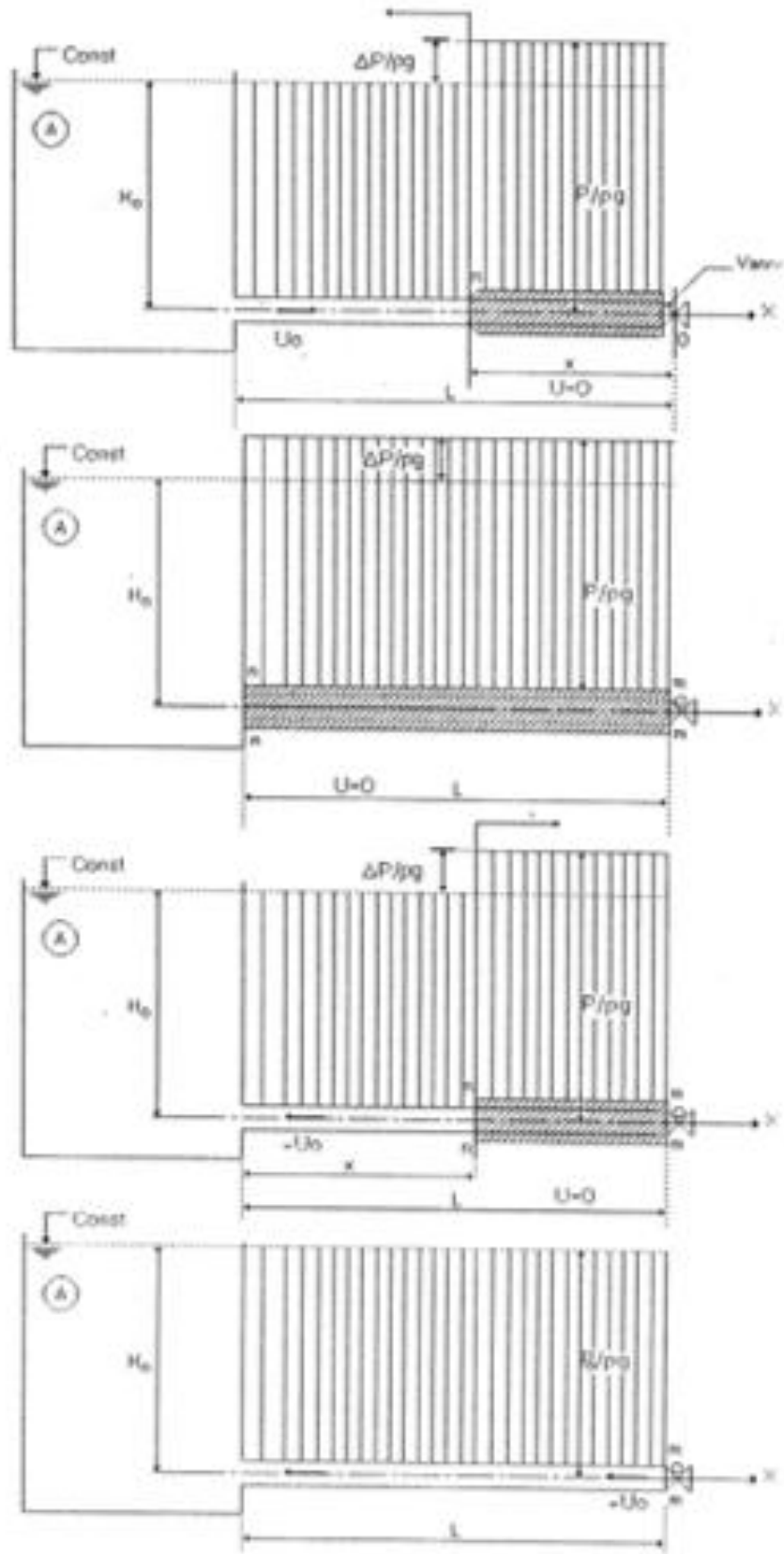
Un tel état du système n'est pas du tout stable parce que conformément à la supposition initiale, la pression dans le réservoir ne dépend pas des phénomènes se déroulant dans la tuyauterie. C'est pourquoi au moment $t=t_0+L/a$ l'élévation de pression ΔP dans la section nn tombe d'une façon instantanée et devient égale à P_0 comme dans le réservoir.

Au moment $t=t_0+L/a$ apparait une vitesse de mouvement du liquide égale à celle initiale mais dirigée dans le sens opposé, au même temps il apparait une onde réfléchie qui avec une vitesse d'onde a se propage du réservoir vers la vanne en rétablissant dans la tuyauterie la pression initial P_0 et en créant la vitesse ($-U_0$).

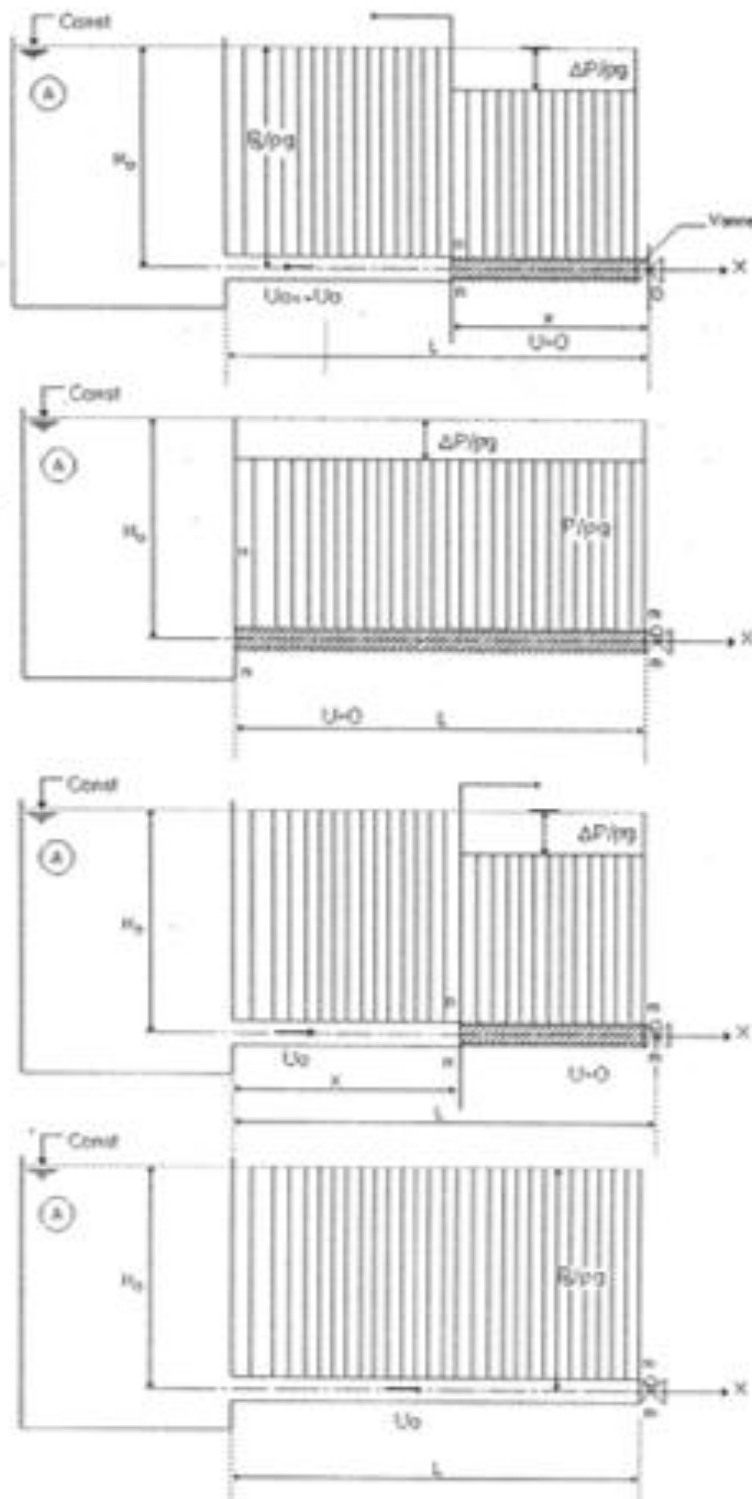
La figure (1.8) représente un état instantané de la tuyauterie des épures de répartition de la hauteur et de la vitesse suivant la longueur au moment $t=t_0+(L+x)/a$.

Au moment $t=t_0+2L/a$ l'onde réfléchie atteint la vanne et la masse du liquide contenue dans la tuyauterie reprend ses volumes et pressions initiaux. La pression au niveau de la vanne doit diminuer d'une valeur qui peut être égale à $\Delta p = \rho \cdot a \cdot U_0$.

Au moment $t=t_0+2L/a$ près de la vanne, il apparait une onde de dépression a une vitesse nulle. La figure (1.10) représente un état instantané de la tuyauterie des épures représentant la répartition de la hauteur et de la vitesse suivant la longueur au moment $t=t_0+(2L+x)/a$.



Figures (1.6,7,8 et 9) : Représentation des épures de la pression et de la vitesse dans une conduite forcée exposée au phénomène du coup de bélier.



Figures (1.10,11,12 et 13) : Représentation des épures de la pression et de la vitesse dans une conduite forcée exposée au phénomène du coup de bélier après la fermeture instantanée d'une vanne.

Au moment $t=t_0+3L/a$ l'onde de pression atteint le réservoir et comme la pression dans le réservoir est constante il apparaît une onde réfléchie sur le réservoir qui se propage vers la

vanne, avec la vitesse d'onde a , en créant dans la tuyauterie un nouvel état de pression P_0 et de vitesse U_0 .

La figure (1.11) représente un état instantané de la tuyauterie des épures de la répartition de la hauteur et de la vitesse U suivant la longueur au moment $t=t_0+(3L+x)/a$.

Au moment $t=t_0+4L/a$, l'onde réfléchie atteint la vanne figure (1.12), à ce moment tout le liquide dans la tuyauterie se trouve en état initial à pression P_0 et à la vitesse U_0 dirigée vers la vanne fermée ceci provoquera un nouveau coup de bélier et le phénomène se déroule de nouveau conformément à la description ci-dessus [7].

1.6. Coup de bélier en cas d'un brusque arrêt d'une pompe

Examinons un coup de bélier provoqué par un arrêt brutal, par disjonction inopinée d'un ou de plusieurs groupes électropompes alimentant une conduite horizontale de refoulement débitant sur un réservoir.

En fonctionnement permanent le débit est établi à une valeur Q_0 , supposons que ce débit ne soit brusquement plus fourni au temps $t=t_0$ suite à une disjonction du moteur électrique de la pompe.

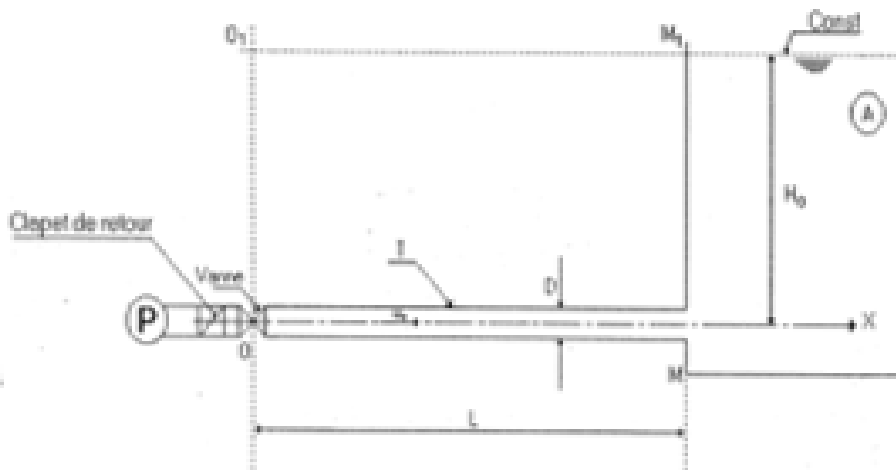


Fig. (1.14) : Schéma indicatif d'un système générant le phénomène du coup de bélier après un arrêt brusque d'une pompe

Analysant les processus de variation de la pression et de la vitesse de long de la conduite et au cours du temps.

Le front nn d'une onde de coup de bélier qui se propage le long de la conduite avec la vitesse d'onde (a) entraîne les variations de la vitesse et de la pression dans les différentes sections de la tuyauterie.

Chapitre I Présentation du phénomène du coup de bélier

Au moment $t=t_0+L/a$, ce front d'onde parcourt toute la longueur de la conduite dans ce cas l'eau poursuit son chemin, mais la conduite n'est plus alimentée.

Il va donc se produire à partir de la pompe une dépression ΔP sur tout le tronçon que l'onde de choc a parcouru, et la vitesse du liquide diminue jusqu'à zéro, la figure (1-15) représente un état instantané de la tuyauterie des épures de répartition de la hauteur et de la vitesse suivant la distance x au moment $t=t_0+x/a$; sur ce tronçon de la conduite la pression P diminue de ΔP est devenue égale : $P=P_0-\Delta P$. Alors que la vitesse du liquide est tombée à zéro, le liquide se déprime et la conduite se contracte.

Au moment $t=t_0+L/a$ le front nn de l'onde a atteint le réservoir et occupe la position nn comme il est indiqué à la figure (1.16), à ce moment le liquide dans la tuyauterie se trouve en état de repos instantané ($U_0=0$) suivant toute la longueur de la conduite.

La conduite étant déformée dans les limites élastiques et elle reprend son diamètre initial à partir du réservoir, ou la pression ne dépend pas des phénomènes se déroulant dans la tuyauterie. C'est pourquoi au moment $t=t_0+L/a$ la diminution de la pression d'une valeur ΔP dans la section nn augmente d'une façon instantanée et devient égale à P_0 comme dans le réservoir.

Au moment $t=t_0+L/a$ apparaît une vitesse de mouvement du liquide égale à celle initiale, mais dirigée dans le sens opposé, au même temps une onde se propage du réservoir vers le clapet en rétablissant dans la tuyauterie la pression initiale P_0 . La figure (1.17) représente un instantané de l'état de la conduite des épures de répartition de la hauteur et de la vitesse suivant la longueur au moment $t=t_0+(L+x)/a$.

Au moment $t=t_0+2L/a$ l'onde réfléchi atteint le clapet de retour et la masse du liquide continue dans la tuyauterie, reprend ses volume et pression initiaux figure (1.18).

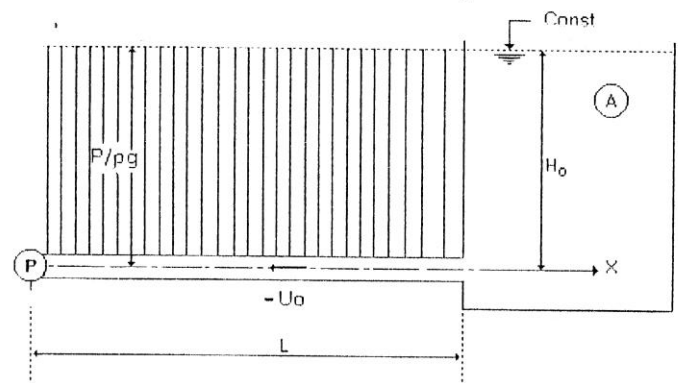
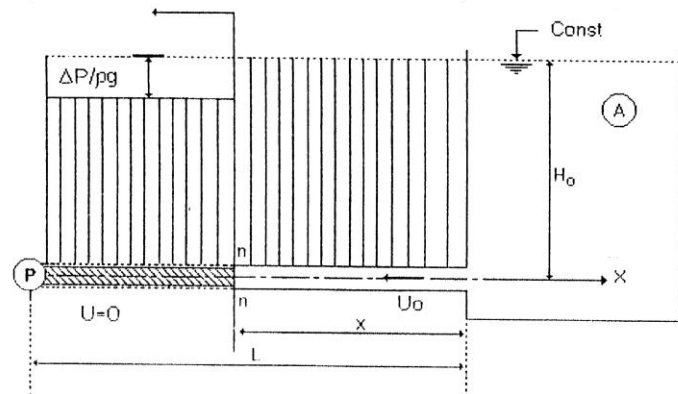
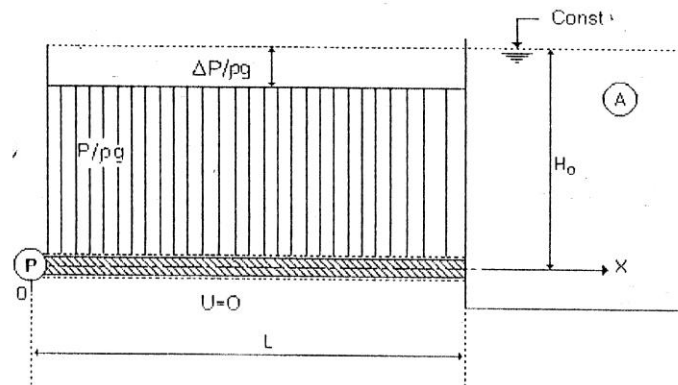
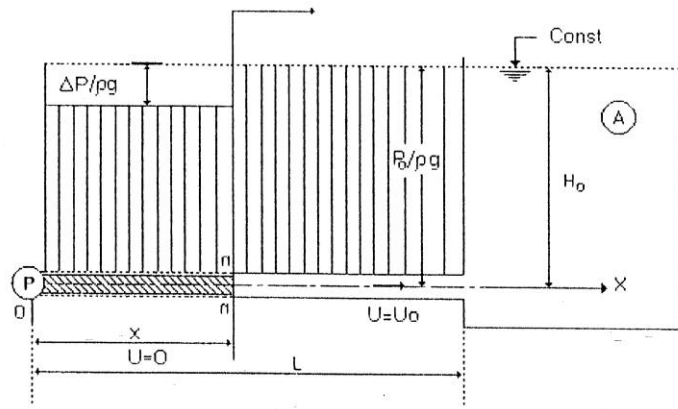
Au moment $t=t_0+2L/a$ près du clapet, il apparaît une onde de surpression et a la vitesse nulle, la figure (1.19) représente un instantané de l'état de la conduite des épures de répartition de la hauteur et de la vitesse suivant la longueur au moment $t=t_0+(2L+x)/a$.

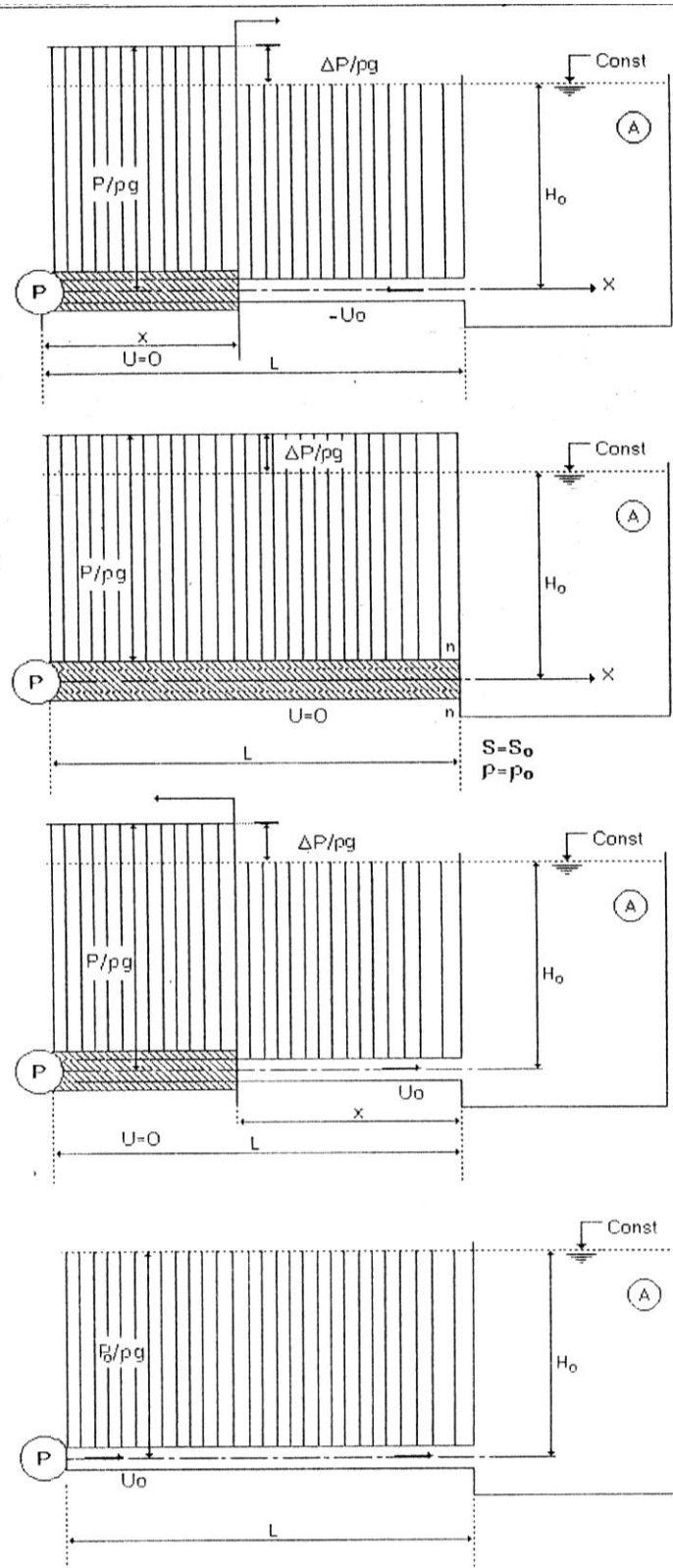
Au moment $t=t_0+3L/a$, l'onde de surpression atteint le réservoir, comme est indiqué à la figure (1.20), elle provoque une dilatation de toute la conduite. Comme la pression dans le réservoir est supposée constante, il apparaît une onde réfléchi sur le réservoir qui se propage vers le clapet de protection de la pompe en créant dans la conduite un nouvel état de pression initiale P_0 et de vitesse U_0 .

La figure (1.21) représente un instantané de l'état de la conduite des épures de la répartition de la hauteur et de la vitesse U suivant la longueur au moment $t=t_0+(3L+x)/a$.

L'élasticité permet à la conduite de reprendre de proche en proche du réservoir à la pompe son diamètre initial au bout du temps $t= L/a$ c'est-à-dire à un temps $t=4L/a$ depuis l'origine. A ce moment l'onde atteint le clapet et toute la masse liquide se trouve en son état initial à la pression P_0 et à la vitesse U_0 dans le sens de l'écoulement et le phénomène se reproduirait indéfiniment s'il n'était pas amorti par les pertes se charge.

Chapitre I Présentation du phénomène du coup de bélier





Figures (1.14,15,16,17,18,19,20 et 21) : Représentation des épures de la pression et de la vitesse dans une conduite forcée exposée au phénomène du coup de bélier après l'arrêt instantané d'une pompe.

Chapitre I Présentation du phénomène du coup de bélier

Le phénomène du coup de bélier est un phénomène transitoire oscillatoire de période $T = 4L/a$ avec L la longueur de la conduite et a la célérité d'onde. Toutefois, lorsque ce phénomène commence par une évolution de la pression on l'appelle le coup de bélier positif et lorsqu'il commence par une dépression on lui octroyé le nom d'un coup de bélier négatif.

Le suivi au cours du temps de ce phénomène en un point de la conduite, par exemple juste en amont de la vanne et sans tenir d'aucune perte le long du canal ni de moyen de protection anti bélier, permet de voir les représentations graphiques de la figure (1.22).

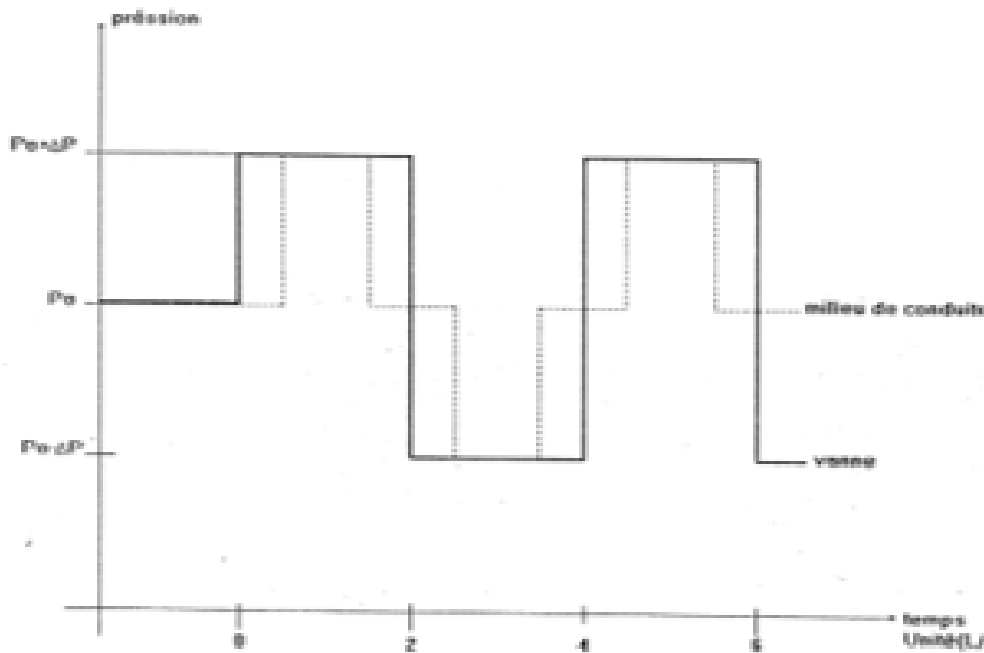


Figure (1.22) : Evolution de la pression au cours du temps au niveau de la vanne et au milieu de la conduite « Coup de bélier positif »

Après l'interruption du courant électrique alimentant une pompe en marche se génère un phénomène transitoire oscillatoire commençant par une dépression, ce qu'on appelle coup de bélier négatif. Le suivi au cours du temps de la pression au milieu de la conduite et au niveau de la pompe permet de tracer les représentations graphiques de la figure (1.23).

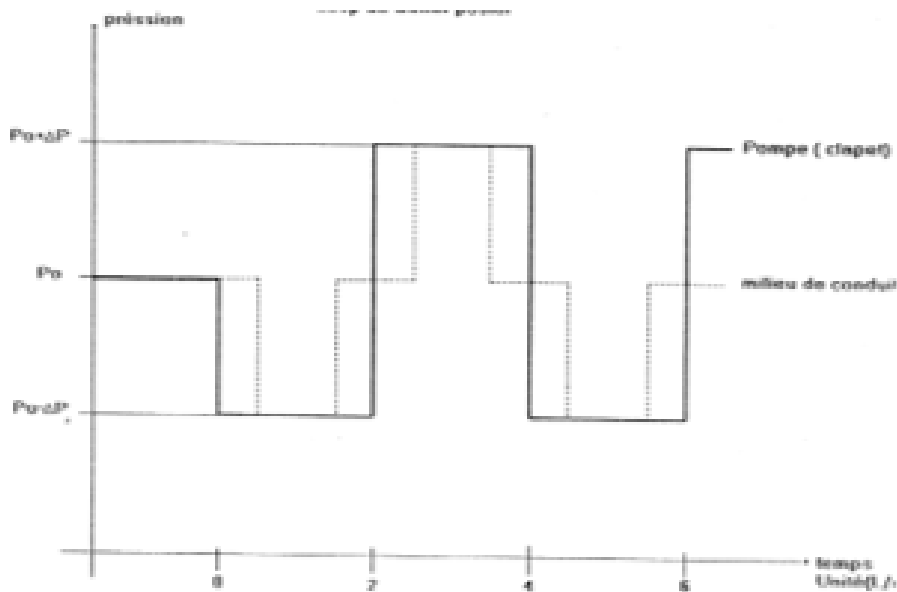


Figure (1.23) : Evolution de la pression au cours du temps au milieu de la conduite et au niveau de la pompe « Coup de bélier négatif »

1.7. Conclusion

Après avoir mis en exergue le phénomène du coup de bélier, On peut dire qu'un coup de bélier commençant par l'évolution de la pression est appelé coup de bélier positif et celui qui commence par une dépression est appelé coup de bélier négatif.

Les ondes de dépression et de surpression qui se propagent à la vitesse « a » comprimant et dilatant tour à tour la conduite. Ce phénomène alternatif de dégonflement et gonflement est appelé « respiration » de la conduite.

Le phénomène du coup de bélier est un phénomène alternatif « oscillatoire » de surpression et de dépression ou inversement et sa période est égale à $4L/a$.

Le phénomène du coup de bélier est un phénomène qui se manifeste rapidement et pourra, dans un laps de temps, porter des préjudices sur tous les dispositifs où il atteint son ampleur.

Dans le cas d'absence d'une perte d'énergie le phénomène se poursuit et pourra durer un long temps, ce qui nécessite une attention particulière aux manœuvres, surtout des vannes de sanitaires et des pompes, qui pourront le créer.

La lutte contre ce phénomène, par tous les moyens disponibles, s'avère d'une grande importance voire même obligatoire afin de protéger les installations hydrauliques surtout en hydraulique forcée.

Chapitre II

Equation de base d'un écoulement transitoire dans une conduite sous pression

2.1. Introduction

Dans cette partie de notre travail, nous allons présenter les différentes équations permettant d'étudier les phénomènes transitoires que l'on rencontre dans les écoulements monophasiques sous pression.

Ces équations dérivent des conditions d'équilibres dynamiques et de continuité permettant de quantifier les phénomènes de coup de bélier et par conséquent de calculer et de dimensionner une protection anti-bélier.

2.2. Equations de Saint-Venant

Nous allons établir les deux équations connues sous le nom d'équations de Saint-VENANT à partir des 2 équations générales qui sont :

- L'équation de continuité ;
- L'équation dynamique.

2.2.1. Equation de continuité

Avant de l'exprimer nous allons rappeler certains résultats de mécanique des matériaux et les utiliser pour déterminer les contraintes dans les tuyaux sous-pression, Nous le ferons, dans notre cas, pour les matériaux élastiques seulement [8,11].

2.2.1.1. Expressions des contraintes dans les tuyaux sous pression

Appelons σ_1 , σ_2 les contraintes longitudinales et radiale, ξ_1 , ξ_2 les déformations correspondantes et « E » le module d'élasticité du tuyau (Module de Young) et le module de Poisson « ν ».

$$\nu = -\frac{\xi_2}{\xi_1} \quad (2.1)$$

La loi d'HOOKE permet d'écrire

$$\xi_1 = \frac{1}{E} (\sigma_1 - \nu \sigma_2) \quad (2.2)$$

$$\xi_2 = \frac{1}{E} (\sigma_2 - \nu \sigma_1) \quad (2.3)$$

Essayons d'exprimer les contraintes σ_1 et σ_2 en fonction des paramètres du tuyau à savoir le diamètre, l'épaisseur et la pression à l'intérieure de la conduite. La figure (2.1) représente la moitié d'une coupe transversale d'une conduite sous pression.

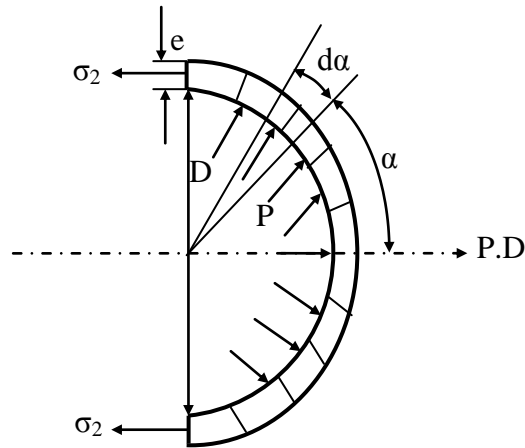


Figure (2.1) : Forces et contraintes radiales dans un tuyau

a) Contrainte σ_2

Si « D » est le diamètre intérieur du tuyau, « e » son épaisseur, L la longueur de la conduite et P la pression interne considérons l'équilibre de la moitié de la conduite représentée dans la figure (2.1).

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} P \cdot \cos(\alpha) ds - 2\sigma_2 L \cdot e = 0 \quad (2.4)$$

Puisque

$$ds = L \cdot r \cdot d\alpha$$

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} P \cdot \cos(\alpha) \cdot L \cdot r \cdot d\alpha - 2\sigma_2 L \cdot e = 0 \Rightarrow L \cdot r \cdot P \cdot (\sin(\alpha))_{-\pi/2}^{\pi/2} - 2 \cdot \sigma_2 \cdot L \cdot e = 0$$

$$2 P \cdot L \cdot r - 2 \cdot \sigma_2 \cdot L \cdot e = 0 \quad (2.5)$$

D'où il vient :

$$\sigma_2 = \frac{P \cdot D}{2 \cdot e} \quad (2.6)$$

L'expression (2.6) s'appelle la formule de MARIOTE.

b) Contrainte σ_1

La détermination de σ_1 dépend de la manière dont s'est effectuée la pose de la conduite.

1^{ère} Cas : Si la conduite a suffisamment de joints, on peut considérer qu'il n'ya ni contrainte, ni déformations longitudinales et que les éléments cylindriques successifs sont indépendants entre eux ($v=0$). Dans ce cas on a :

$$\sigma_1 = v = 0 \quad (2.7)$$

2^{ème} Cas : si la conduite est sans joints et ancrée aux deux extrémités ; la contrainte longitudinale doit être prise en compte. Elle dépend dans ce cas de la façon dont le tuyau est ancré aux extrémités.

$$\sigma_1 = \nu \sigma_2 \quad (2.8)$$

Cas C : Pour un tuyau libre à une extrémité : la force qui s'exerce à l'extrémité du tuyau est donnée par l'expression suivante :

$$\frac{\rho \cdot \pi \cdot D \cdot D}{4\pi \cdot D \cdot e} = \frac{PD}{4 \cdot e} \quad (2.9)$$

Elle est égale à la moitié de la contrainte radiale.

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_2}{2} \quad (2.10)$$

On a donc dans tous les cas $\sigma_2 = \frac{P \cdot D}{2 \cdot e}$ comme expression de la contrainte radiale, pour la contrainte longitudinale on peut l'exprimer, dans les trois cas étudiés, sous la forme.

$$\sigma_1 = K' \cdot \sigma_2 \quad (2.11)$$

Cas A : la conduite a suffisamment de joints $K' = 0$

Cas B : la conduite sans joints, ancrée aux deux extrémités $K' = \nu$

Cas C : la conduite sans joints libre à une extrémité $K' = \frac{1}{2}$

2.2.1.2. Expression de l'équation de continuité

Nous allons chercher l'expression de l'équation de continuité en analysant les déformations à masse d'un volume de liquide entre les instants t et $t+dt$. Comme il est indiqué sur la figure (2.2), pour cela nous allons dire que cette masse exprimée par, $\rho \cdot V = \rho \cdot S \Delta x$, reste constante [8,11].

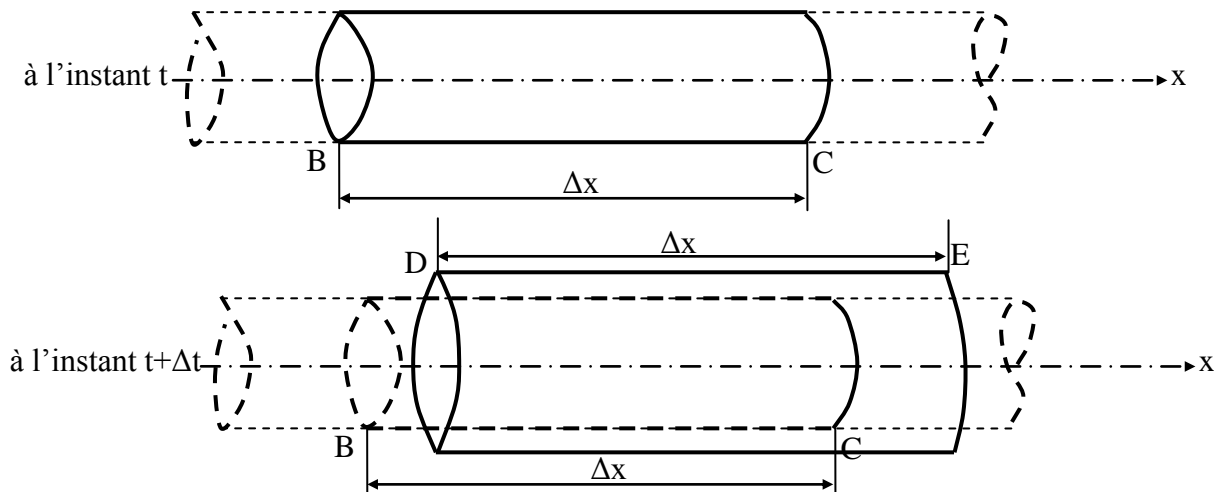


Fig. (2.2) : Déplacement d'un élément liquide

La variation de la masse au cours du temps est nulle, ce qui permet d'écrire.

$$dM = 0 \Rightarrow d(\rho \cdot S \cdot \Delta x) = 0$$

D'où

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{ds}{s} + \frac{d(\Delta x)}{\Delta x} = 0 \quad (2.12)$$

2.2.1.2.1. Variation de longueur de l'élément liquide

Exprimons la variation de Δx dans un laps de temps c'est-à-dire entre les deux temps t et $t+\Delta t$.

$$\text{au temps } t, \Delta x(t) = (x_C - x_B)$$

$$\text{au temps } t + \Delta t, \Delta x(t) = (x_E - x_D)$$

La variation de Δx dans un laps de temps.

$$d(\Delta x) = (x_E - x_D) - (x_C - x_B) = (x_E - x_C) - (x_D - x_B)$$

$$d(\Delta x) = U_C dt - U_B dt = (U_C - U_B) dt$$

d'où

$$d(\Delta x) = \frac{\partial U}{\partial x} \Delta x \cdot dt$$

$$\frac{d(\Delta x)}{\Delta x} = \frac{\partial U}{\partial x} \cdot dt \quad (2.13)$$

2.2.1.2.2. Variation de la masse volumique de l'élément liquide

Par définition le module d'élasticité du fluide K est donné par l'expression représentant le rapport la variation de la pression à la variation de la masse volumique.

$$K = \frac{dp}{\frac{d\rho}{\rho}} \quad (2.14)$$

La relation (2.14) permet de déduire l'égalité suivante :

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dp}{K} \quad (2.15)$$

2.2.1.2.3. Variation de section de l'élément liquide

La section de l'élément liquide reste en permanence égale à celle de l'élément du tuyau qui l'entoure, on a donc :

$$\frac{dS}{S} = \frac{d(\pi D^2)}{\pi D^2} = \frac{2dD}{D} = \frac{2dR}{R} = 2d\xi_2 = 2d\left(\frac{1}{E}(\sigma_2 - \nu \sigma_1)\right) = 2\frac{1}{E}(d\sigma_2 - \nu d\sigma_1)$$

Avec ξ_2 la déformation radiale du tuyau et σ_2 et σ_1 successivement les déformations radiale et longitudinale.

$$\frac{dS}{S} = 2 \frac{d\sigma_2}{E} \left(1 - \nu \frac{d\sigma_1}{d\sigma_2} \right) = 2 \frac{d\sigma_2}{E} (1 - \nu K') = \frac{2C}{E} d\sigma_2$$

Avec $C=1-K'.\nu$

$$\frac{dS}{S} = \frac{2C}{E} \cdot d\left(\frac{PD}{2.e}\right) = \frac{D.C}{E.e} \cdot dP$$

$$\frac{dS}{S} = \frac{D.C}{E.e} \cdot dP \quad (2.16)$$

Il suffit de remplacer chaque terme de l'équation (2.12) par les expressions données dans les équations (2.13), (2.15) et (2.16) pour obtenir l'expression de l'équation de continuité en régime transitoire.

$$\frac{dp}{K} + \frac{D.C}{E.e} \cdot dP + \frac{\partial U}{\partial x} \cdot dt = 0 \Rightarrow \left(\frac{1}{K} + \frac{D.C}{E.e} \right) \cdot dP + \frac{\partial U}{\partial x} dt = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \left(\frac{1}{K} + \frac{D.C}{E.e} \right) \cdot \frac{dP}{dt} = 0 \quad (2.17)$$

On voit que le terme C dépend d'une part de la compressibilité du liquide et d'autre part des caractéristiques du tuyau $\frac{D}{E.e}$ et de la façon dont ce dernier est assemblé et ancré.

Ce terme est donc une caractéristique de l'installation sur laquelle on étudie le phénomène du coup de bélier on pose donc :

$$\frac{1}{a^2} = \rho \left(\frac{1}{K} + \frac{D}{E.e} \cdot C \right) \quad (1.18)$$

La constante « a » représente la vitesse de propagation de l'onde dans le liquide en régime transitoire « du coup de bélier »

- La vitesse de l'onde « a » augmente avec toute augmentation de la compressibilité du liquide K, du module d'élasticité E et de l'épaisseur du tuyau e.
- La vitesse de l'onde ou bien la célérité d'onde « a » diminue avec toute diminution du diamètre de la conduite « D » et de la masse volumique du liquide « ρ ».

Comme la dérivée totale de la pression dans une seule dimension, dans ce cas la direction x, s'écrit :

$$\frac{dP}{dt} = \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial P}{\partial t} + U \frac{\partial P}{\partial x} \quad (2.19)$$

L'équation (2.17) devient :

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \left(\frac{1}{K} + \frac{D.C}{E.e} \right) \cdot \frac{dP}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{\rho \cdot a^2} \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial t} + U \frac{\partial P}{\partial x} \right) = 0$$

$$\rho \cdot \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{a^2} \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial t} + U \frac{\partial P}{\partial x} \right) = 0 \quad (2.20)$$

L'expression (2.20) est la première équation de ST-VENANT.

2.2.2. Equation dynamique

La deuxième équation de ST-VENANT peut être obtenue en appliquant le théorème des quantités de mouvement sur un élément de petit volume se déplaçant à l'intérieur du tube pendant la propagation de l'onde [11]. La figure (2.3) montre les différentes forces exercées sur un élément liquide en déplacement dans une conduite forcée.

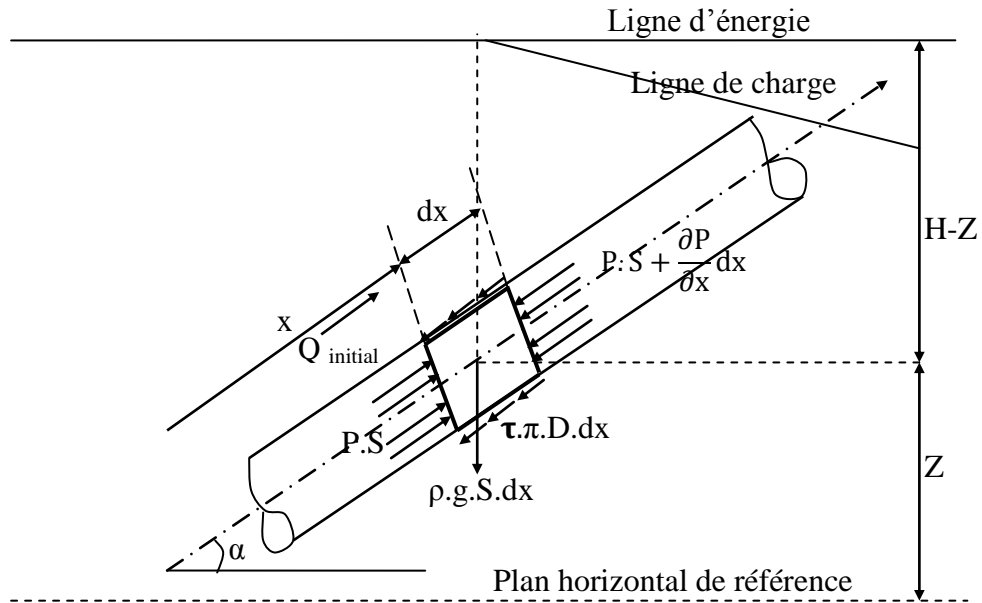


Fig. (2.3) : Les forces exercées sur un élément liquide en déplacement dans une conduite forcée

$$\frac{d(M \cdot U)}{dt} = \sum F_{\text{extérieures}} \quad (2.21)$$

Qui indique que la dérivée de la quantité de mouvement est égale à la somme des forces extérieure appliquées à l'élément fluide.

$$\frac{d(M \cdot U)}{dt} = U \frac{dM}{dt} + M \cdot \frac{dU}{dt} \quad (2.22)$$

La masse de l'élément liquide ne varie pas dans son déplacement, on a donc $\frac{dM}{dt} = 0$, ce qui nous permet d'écrire :

$$\frac{d(M \cdot U)}{dt} = M \frac{dU}{dt} = \rho \cdot S \cdot dx \cdot \frac{dU}{dt} \quad (2.23)$$

Notons tout d'abord :

$$\frac{dZ}{dX} = \sin(\alpha) \text{ et } P = \rho g(H - Z) \text{ en négligeant les termes en } \frac{U^2}{2g}$$

Les forces extérieures appliquées et projetées sur l'axe de la conduite en prenant la direction de l'écoulement comme sens positif sont :

Les forces de pression hydrostatique

$$F_p = P \cdot S - \left(P \cdot S + \frac{\partial P}{\partial x} S \cdot dx \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} S \cdot dx$$

La force de gravité qui est représentée par le poids de l'élément liquide.

$$F_{\text{Poids}} = -\rho \cdot g \cdot S \cdot dx \cdot \sin(\alpha)$$

La force de frottement :

$$F_{\text{frottement}} = -\tau \cdot \pi \cdot D \cdot dx$$

Déterminons $\Sigma F_{\text{extérieures}}$ tout en se basant sur la figure (2.3).

$$\Sigma F_{\text{extérieures}} = -\frac{\partial P}{\partial x} S \cdot dx - \rho \cdot g \cdot S \cdot dx \cdot \sin(\alpha) - \tau \cdot \pi \cdot D \cdot dx \quad (2.24)$$

Dans cette dernière expression on a négligé le terme contenant la variation de la section le long de l'élément.

$$\frac{\partial S}{\partial x} = 0$$

Déterminons l'expression de la contrainte tangentielle $\tau \cdot \pi \cdot D$, si les pertes de charge sont représentées par la formule de DARCY-WEISBACH.

$$\Delta H = \frac{\lambda L U^2}{D 2g}$$

La variation de la pression s'écrit :

$$\Delta P = \rho \cdot g \cdot \Delta H = \rho \cdot g \cdot \frac{\lambda L U^2}{D 2g}$$

On peut écrire alors les forces de frottement F_r , sur un tronçon de longueur L , par l'une des deux formules suivantes :

$$F_{\text{frottement}} = \tau \cdot \pi \cdot D \cdot L \text{ ou } F_{\text{frottement}} = \Delta P \frac{\pi D^2}{4}$$

D'où l'on déduit facilement

$$\tau \cdot \pi \cdot D \cdot L = \Delta P \frac{\pi D^2}{4} \Rightarrow \tau \cdot \pi \cdot D \cdot L = \rho \cdot g \cdot \frac{\lambda L U^2}{D 2g} \frac{\pi D^2}{4}$$

Le gradient hydraulique qui est le rapport entre la perte de charge et la longueur s'écrit :

$$I_{\text{Hydraulique}} = \frac{\Delta H}{L} = \frac{\frac{\lambda L U^2}{D 2g}}{L} = \frac{\lambda U^2}{D 2g}$$

Posons $j = I_{\text{Hydraulique}}$, nous aurons :

$$j = \frac{\lambda U^2}{D 2g}$$

$$\tau \cdot \pi \cdot D \cdot L = \rho \cdot g \cdot \frac{\lambda L U^2 \pi D^2}{D 2g 4} \Rightarrow \tau \cdot \pi \cdot D = \rho \cdot g \cdot j \cdot S \quad (2.25)$$

Où :

τ : la tension unitaire de frottement à la paroi ;

λ : coefficient de résistance ou de Darcy ;

D : diamètre intérieur de la conduite ;

U : Vitesse moyenne d'écoulement.

Portons l'expression de $\tau \cdot \pi \cdot D$ dans l'équation (2.24) on obtient :

$$\Sigma F_{\text{extérieures}} = -\frac{\partial P}{\partial x} S \cdot dx - \rho \cdot g \cdot S \cdot dx \cdot \sin(\alpha) - \rho \cdot g \cdot j \cdot S \cdot dx \quad (2.25)$$

En portant l'équation (2.25) dans l'équation (2.23) on aura :

$$\frac{d(M \cdot U)}{dt} = \Sigma F_{\text{extérieures}}$$

$$\rho \cdot S \cdot dx \cdot \frac{dU}{dt} = -\frac{\partial P}{\partial x} S \cdot dx - \rho \cdot g \cdot S \cdot dx \cdot \sin(\alpha) - \rho \cdot g \cdot j \cdot S \cdot dx$$

Simplifions par $\rho \cdot S \cdot dx$, nous obtenons :

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} - g \cdot \sin(\alpha) - j \cdot g \Rightarrow \frac{dU}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} - g(\sin(\alpha) + j)$$

Ou autrement écrit :

$$\frac{dU}{dt} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = -g(\sin(\alpha) + j) \quad (2.26)$$

L'expression (2.26) est la seconde équation de Saint Venant.

Comme la pression appliquée sur l'élément liquide s'écrit :

$$P = \rho g(H - Z) \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial x} = \rho \cdot g \cdot \left(\frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial Z}{\partial x} \right)$$

Puisque

$$\frac{\partial Z}{\partial X} = \sin(\alpha)$$

$$\frac{dU}{dt} + \frac{1}{\rho} \left(\rho \cdot g \cdot \left(\frac{\partial H}{\partial x} - \sin(\alpha) \right) \right) = -g(\sin(\alpha) + j)$$

$$\frac{dU}{dt} + g \cdot \frac{\partial H}{\partial x} - g \cdot \sin(\alpha) = -g \cdot (\sin(\alpha) + j) \Rightarrow \frac{dU}{dt} + g \cdot \frac{\partial H}{\partial x} = -g \cdot j$$

Ecrivons la dérivée totale par au temps de la vitesse en fonction des dérivées partielles sans oublier que :

$$\frac{\partial x}{\partial t} = U$$

$$\frac{dU}{dt} = \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial U}{\partial t} + U \cdot \frac{\partial U}{\partial x}$$

Portons cette dernière dans la précédente on obtient :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + g \cdot \frac{\partial H}{\partial x} = -g \cdot j \quad (2.27)$$

Nous pouvons également remplacer, la dérivée totale de la vitesse, dans la seconde équation de Saint Venant, nous aurons :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \cdot \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = -g(\sin(\alpha) + j) \quad (2.28)$$

Les deux équations de ST-VENANT sont les suivantes :

$$\begin{cases} \rho \cdot \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{a^2} \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial t} + U \frac{\partial P}{\partial x} \right) = 0 & (2.20) \\ \frac{\partial U}{\partial t} + U \cdot \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = -g(\sin(\alpha) + j) & (2.28) \end{cases}$$

2.3. Equations aux caractéristiques

Les deux équations de Saint- Venant établies ci-dessus permettent de traduire les mouvements transitoires, nous allons les transformer pour obtenir des équations plus maniables et ayant un sens physique plus évident partons des équations (2.20) et (2.28) [8].

$$\begin{cases} \rho \cdot \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{a^2} \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial t} + U \frac{\partial P}{\partial x} \right) = 0 \\ \frac{\partial U}{\partial t} + U \cdot \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = -g(\sin(\alpha) + j) \end{cases} \quad (2.29)$$

Effectuons les opérations suivantes

1° Multiplier la première équation du système (2.29) par a/ρ .

2° Ajoutons et puis retranchons après cela membres à membres les deux équations, le système à résoudre prend la forme suivante :

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial t} + (U + a) \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{\rho a} \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial t} + (U + a) \frac{\partial P}{\partial x} \right) = -g(\sin(\alpha) + j) \\ \frac{\partial U}{\partial t} + (U - a) \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{\rho a} \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial t} + (U - a) \frac{\partial P}{\partial x} \right) = -g(\sin(\alpha) + j) \end{cases} \quad (2.30)$$

La première équation du système (2.30) montre que si on déplace sur un trajet tel que.

$$\frac{dU}{dt} = U \pm a$$

La quantité $\frac{\partial U}{\partial t} + (U + a) \frac{\partial U}{\partial x}$ exprime sur ce trajet la dérivée totale par rapport au temps de la vitesse c'est-à-dire $\frac{dU}{dt}$, on doit faire de la même chose pour la pression c'est-à-dire :

$$\begin{aligned} \frac{dU}{dt} &= \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} (U + a) \\ \frac{dP}{dt} &= \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} (U + a) \end{aligned}$$

Le système d'équations (2.30) donne donc naissance au système suivant :

$$\begin{cases} \frac{dU}{dt} + \frac{1}{\rho \cdot a} \cdot \frac{dP}{dt} = -g(\sin(\alpha) + j) \\ \frac{dU}{dt} - \frac{1}{\rho \cdot a} \cdot \frac{dP}{dt} = -g(\sin(\alpha) + j) \end{cases} \quad (1.31)$$

En utilisant les expressions :

$$\frac{dZ}{dt} = \frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\partial Z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{dx}{dt} \sin(\alpha)$$

Puisque :

$$\sin(\alpha) = \frac{dZ}{dx}$$

Il vient :

$$\frac{dP}{dt} = \frac{d(\rho \cdot g \cdot (H - Z))}{dt} = \rho \cdot g \left(\frac{dH}{dt} - \frac{dZ}{dt} \right) = \rho \cdot g \left(\frac{dH}{dt} - \frac{dx}{dt} \sin(\alpha) \right)$$

Le système (2.31) donne naissance aux systèmes suivants :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = U + a \\ \frac{dU}{dt} + \frac{g}{a} \cdot \frac{dH}{dt} = \frac{g}{a} (U + a) \sin(\alpha) - g(\sin(\alpha) + j) \end{array} \right. \quad (2.32)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = U - a \\ \frac{dU}{dt} - \frac{g}{a} \cdot \frac{dH}{dt} = -\frac{g}{a} (U - a) \sin(\alpha) - g(\sin(\alpha) + j) \end{array} \right. \quad (2.33)$$

Les deux premières équations des systèmes (2.32) et (2.33) c'est-à-dire celles donnant $\frac{dx}{dt} = U \pm a$ sont dites équations aux caractéristiques.

Les deux dernières équations de ces deux systèmes sont dites équations de compatibilités.

De façon générale, on a toujours $a \gg 0$ d'où les systèmes (2.32) et (2.33) s'écrivent tout simplement sous la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = U + a = a \\ \frac{dU}{dt} + \frac{g}{a} \cdot \frac{dH}{dt} = -gj \end{array} \right. \quad (2.34)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = U - a = -a \\ \frac{dU}{dt} - \frac{g}{a} \cdot \frac{dH}{dt} = -gj \end{array} \right. \quad (2.35)$$

Ou autrement écrites :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = U \pm a = \pm a \\ \frac{dU}{dt} \pm \frac{g}{a} \cdot \frac{dH}{dt} + gj = 0 \end{array} \right. \quad (2.36)$$

Faisons intervenir le débit $Q=U.S$ dans cette expression tout en multipliant par a/g , on aura :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = U \pm a = \pm a \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{aQ}{gS} \pm \frac{dH}{dt} \right) + aj = 0 \end{array} \right. \quad (2.37)$$

Comme $dx = \pm a \cdot dt$, on aura l'expression suivante :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{aQ}{gS} \pm \frac{dH}{dt} \right) + \frac{dx}{dt} j = 0 \Leftrightarrow d \left(\frac{aQ}{gS} \pm H \right) + j \cdot dx = 0 \quad (2.38)$$

Le signe plus doit être pris si $dx = + a dt$ alors que le signe moins n'est valable que dans le cas où $dx = -a dt$.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \pm a \\ \frac{a}{g \cdot S} d(Q \pm dH) = -j dx \end{cases}$$

2.4. Equations d'ALLIEVI

Les équations (2.20) et (2.28) sont générales et traduisent tous les mouvements transitoires. On peut donc les simplifier en rétrécissant le champ de leur validité, négligeant par exemple les pertes de charge et admettons qu'on ne s'intéresse qu'aux variations telles que $U \frac{\partial U}{\partial x}$ soit négligeable devant $\frac{\partial U}{\partial t}$ ceci est souvent vrai en hydraulique sous pression puisqu'en front d'onde $\frac{\partial U}{\partial t} = a \frac{\partial U}{\partial x}$ et que U est faible devant a , on peut également cas négliger $U \frac{\partial P}{\partial x}$ devant $\frac{\partial P}{\partial t}$. Le système d'équations (2.20) et (2.28) devient :

$$\begin{cases} \rho \cdot \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{a^2} \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial t} \right) = 0 \\ \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = -g \cdot \sin(\alpha) \end{cases} \quad (2.39)$$

Posons $P^* = P + \rho \cdot g \cdot Z$ Où Z représente la cote du point considéré, on peut écrire.

$$\begin{cases} \rho \cdot \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{a^2} \cdot \left(\frac{\partial P^*}{\partial t} \right) = 0 \\ \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P^*}{\partial x} = -g \cdot \sin(\alpha) \end{cases} \quad (2.40)$$

$$P^* = P + \rho \cdot g \cdot Z \Rightarrow P = P^* - \rho \cdot g \cdot Z = \rho \cdot g(H - Z)$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \rho \cdot g \left(\frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial Z}{\partial x} \right) = \rho \cdot g \left(\frac{\partial H}{\partial x} - \sin(\alpha) \right) \quad (2.41)$$

$$\text{puisque } \frac{\partial Z}{\partial x} = \sin(\alpha)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \rho \cdot g \left(\frac{\partial H}{\partial t} - \frac{\partial Z}{\partial t} \right) = \rho \cdot g \left(\frac{\partial H}{\partial t} \right) \quad (2.42)$$

$$\text{puisque } \frac{\partial Z}{\partial t} = 0$$

Portons les équations (2.41) et (2.42) dans le système composé des équations (2.20) et (2.28), on obtient :

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{g}{a^2} \cdot \left(\frac{\partial H}{\partial t} \right) = 0 \\ \frac{\partial U}{\partial t} + g \cdot \frac{\partial H}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (2.43)$$

On ramène ce système à deux équations indépendantes du deuxième ordre en dérivant et en éliminant les termes suivants :

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t \partial t} \text{ ou } \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial t}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} + a^2 \cdot \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + a^2 \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \end{cases} \quad (2.44)$$

H et U sont liés aux variables x et t par une même équation différentielle qui est l'équation classique des cordes vibrantes.

Le système d'équation (2.44) s'intègre pour donner le système de solutions suivant :

$$\begin{cases} H = H_0 + F\left(t - \frac{x}{a}\right) + f\left(t - \frac{x}{a}\right) \\ U = U_0 - \frac{g}{a}\left(F\left(t - \frac{x}{a}\right) + f\left(t - \frac{x}{a}\right)\right) \end{cases} \quad (2.45)$$

Où F et f représentent des fonctions quelconques des variables $(t-x/a)$ et $(t+x/a)$, c'est à partir de ces équations que sont établies les solutions analytiques pour les cas simples en faisant intervenir les conditions aux limites.

2.5. Conclusion

Les deux équations de Saint- Venant sont obtenues en appliquant les équations de la continuité et de la quantité de mouvement, elles permettent de traduire tous les mouvements transitoires en hydraulique sous pression. Elles permettent également de fournir certaines grandeurs physiques, tels que les relations de célérité d'onde et des contraintes longitudinale et radiale ayant une forte relativité aux calculs de dimensionnement des anti-béliers et aux choix des conduites.

Les équations aux caractéristiques permettent de transformer les deux équations de Saint-Venant en équations flexibles représentées par deux équations aux caractéristiques et deux autres de compatibilité.

La transformation de ces équations à des équations aux caractéristiques donne un sens physique plus évident au problème. Toutefois, les équations d'ALLIEVI représentent un cas simple des équations de SAINT- VENANT. Cependant, les équations d'ALLIEVI restent d'une très grande importance pour entamer ce genre de sujet.

Chapitre III

Les moyens de protection anti-bélier

3.1. Introduction

L'apparition du phénomène du coup de bélier, dans les installations hydrauliques, est inévitable du fait que ses causes sont nombreuses allant de la simple manœuvre jusqu'à l'interruption du courant électrique voire même la mise en marche ou l'arrêt d'une pompe peut lui engendrer.

Les conséquences désastreuses de ce phénomène, sur la conduite et les autres équipements, conduisent à penser d'éviter, dans la mesure du possible, de donner une chance à ses causes de se produire. Toutefois, certaines causes rentrent dans l'exploitation de l'installation elle-même. Devant cette situation le recours aux moyens de protection anti-bélier permettant d'atténuer son ampleur en le rendant admissible et sans aucun risque, car il n'est pas possible de supprimer ses effets.

Nous présenterons dans ce qui suit, les moyens anti-bélier les plus utilisés pour protéger les installations hydrauliques contre les effets désastreux du phénomène transitoire du coup de bélier, ainsi que donner les domaines d'application de chaque moyen de protection afin de choisir, pour une installation quelconque, le moyen le plus adapté, par la suite, nous mettrons en exergue le moyen de protection le plus répandu.

3.2. Moyens de protection anti-bélier

Les moyens de protection anti-bélier devront avoir des effets bénéfiques pour la canalisation et les équipements de l'installation en limitant dans la fourchette admissible la dépression et la surpression d'une part et d'autre part affaiblir la vitesse d'écoulement après la genèse du phénomène transitoire du coup de bélier. Les moyens les plus utilisés lors de la réalisation des installations hydrotechniques sont les suivants :

3.2.1. Le volant d'inertie

La spécificité de ce moyen est qu'il continue à assurer l'alimentation de la veine liquide, et ce malgré l'arrêt du moteur actionnant la pompe. Ce volant (Figure (3.1)), qui est placé sur l'arbre du groupe, restitue l'énergie cinétique accumulée pendant la marche en régime normal au moment de la disjonction et permet ainsi de prolonger le temps d'arrêt de l'ensemble du groupe, et donc, de diminuer l'intensité du coup de bélier. En d'autres termes, la vitesse de rotation diminue lentement et il en est de même de son débit. La masse du volant est généralement accumulée près de la périphérie (Figure (3.2)). Le volant d'inertie est généralement peu ou non utilisable, pour les raisons suivantes [5] :

- Ce procédé est utilisé seulement pour limiter les dépressions.
- Dans le cas d'une conduite de refoulement assez grande, il faut envisager des volants avec des poids considérables, et par conséquent le système ne sera en aucun cas économique.

Chapitre III Moyens de protection anti-bélier

- Par ailleurs, plus le volant est lourd, plus le moteur doit être puissant pour pouvoir vaincre, au démarrage, l'inertie de ce volant, ce qui peut conduire à des appels d'intensité de courant inadmissibles.
- Ce procédé est finalement utilisé pour la protection des conduites à longueurs de refoulement faibles ou moyennes et qui n'excèdent pas quelques centaines de mètres.

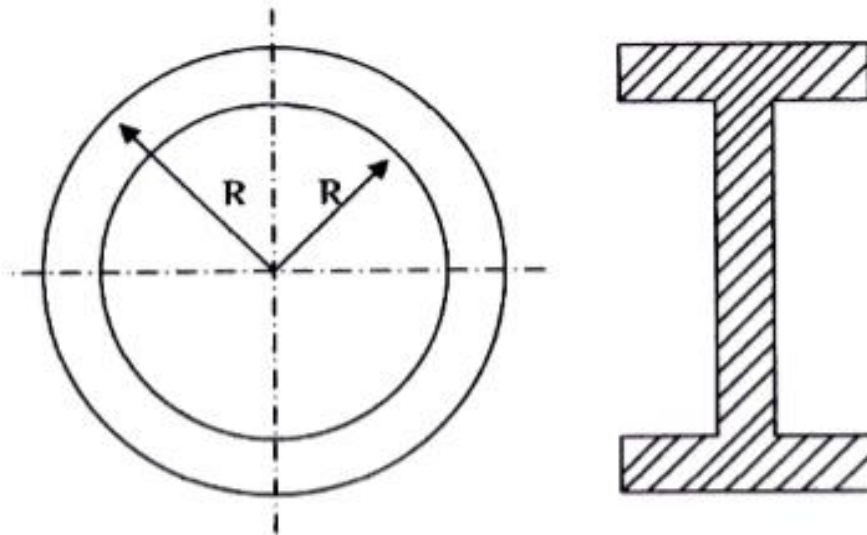


Figure (3.1) : Volant d'inertie

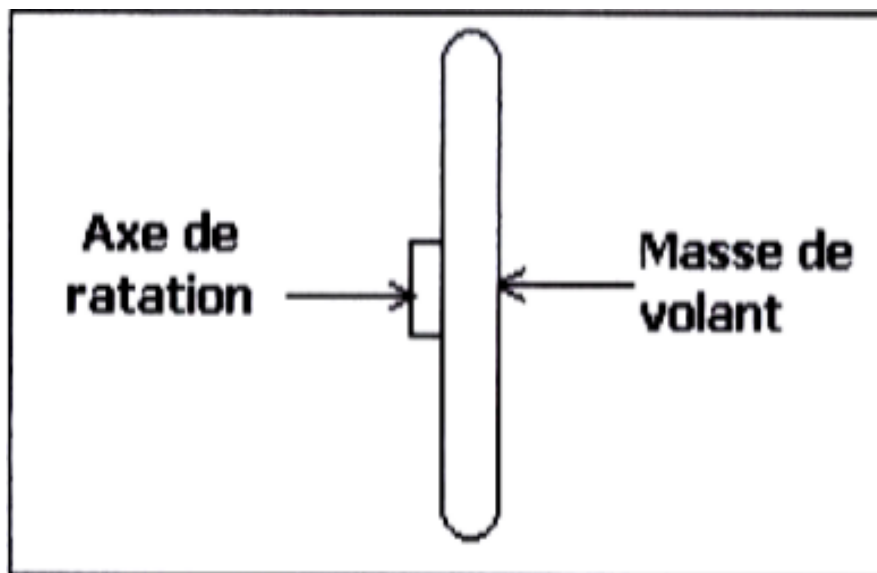


Figure (3.2) : Concentration de la masse du Volant d'inertie

3.2.2. Les soupapes de décharge

Le rôle d'une soupape (Figures (3.3) et (3.4)) consiste à dévier un certain débit à l'extérieur de la conduite à protéger, dès que la pression atteint une certaine valeur de réglage estimée généralement à environ 1.04 à 1.10 de la pression maximale admissible. L'ouverture doit pouvoir s'effectuer très rapidement pour que l'opération soit efficace. [5]

- Les soupapes permettent la protection contre les surpressions uniquement.
- Le nombre de soupapes dépend de l'importance de l'installation et est compris généralement entre 1 et 6.
- L'utilisation des soupapes nécessite une surveillance attentive et un entretien continu.
- Il faut aussi prévoir l'évacuation vers l'extérieur de l'eau libérée.

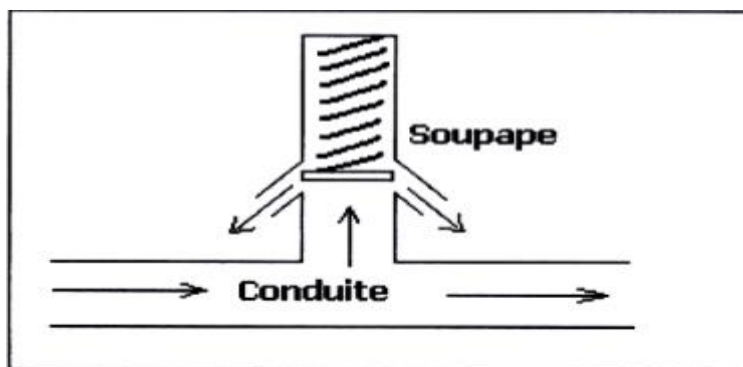


Figure (3.3) : Soupape de décharge

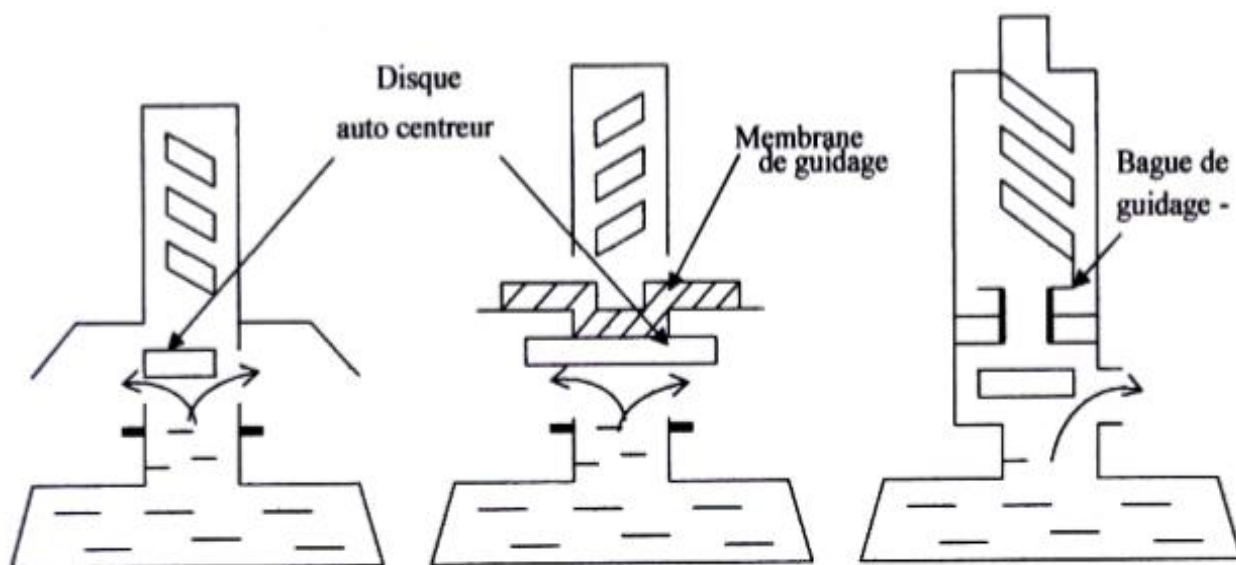


Figure (3.4) : Fonctionnement d'une soupape de décharge.

3.2.3. Les ventouses (Les reniflards)

On distingue des ventouses à trois fonctions (Figure (3.5)), à savoir, l'évacuation de l'air contenu dans les conduites, l'admission de l'air dans ces conduites lorsqu'on procède à leur vidange et l'élimination des poches d'air qui se manifestent aux points hauts du circuit (qui peuvent provoquer des coups de bélier), d'où leur installation en des points hauts. Il y a également des ventouses à fonction unique (Figure (3.6)), en l'occurrence, l'évacuation des poches d'air seulement. Une ventouse est constituée en principe d'un flotteur sphérique en caoutchouc logé dans un corps en fonte. [5]

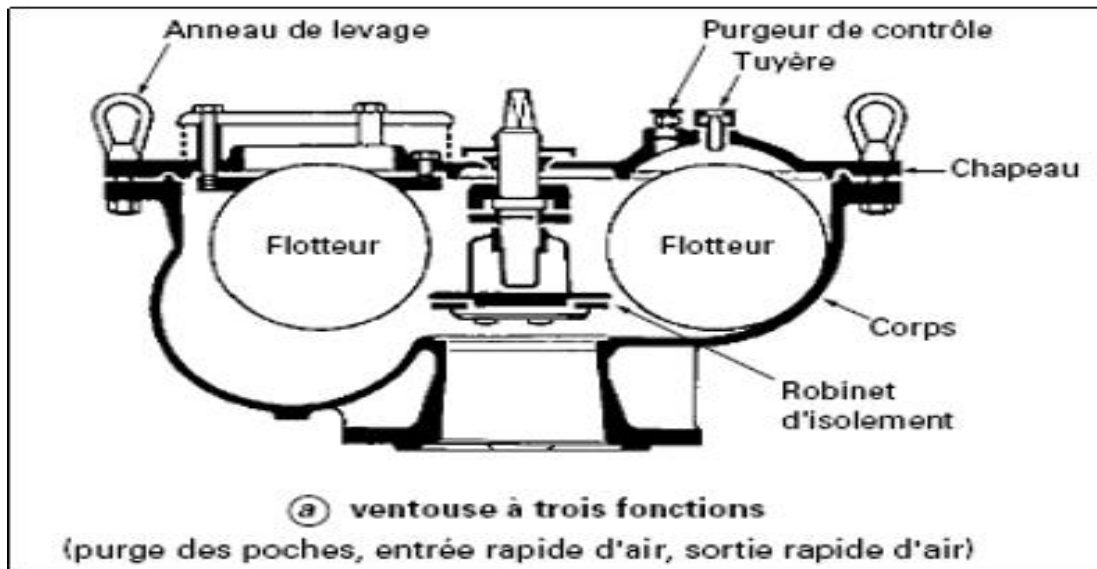


Figure (3.5) : Ventouse à trois fonctions

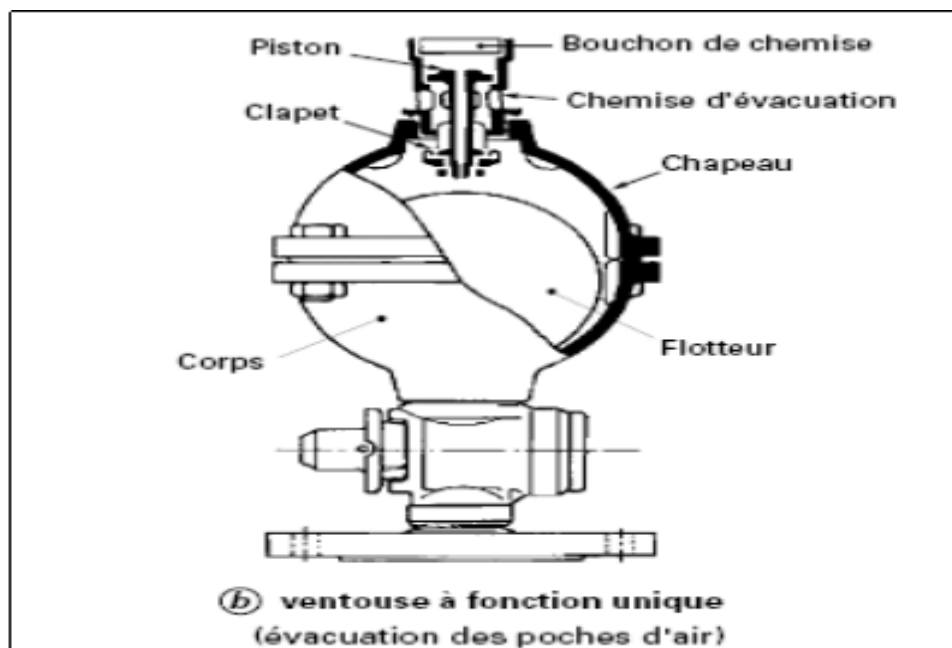


Figure (3.6) : Ventouse à une seule fonction

3.2.4. Les réservoirs d'air

Le réservoir d'air est l'appareil le plus utilisé pour la protection contre le coup de bélier. C'est un récipient contenant de l'air comprimé dans sa partie supérieure et de l'eau dans sa partie inférieure. Ces appareils sont aussi appelés "accumulateur, cloche à air, ballon d'air, réservoir anti-bélier...etc." (Figure (3.7.a)). Par ailleurs, un compresseur d'air est habituellement utilisé pour garder le volume d'air dans certaines limites (à cause des fuites) d'une part, et d'autre part, un clapet anti-retour est souvent prévu entre la pompe et le ballon d'air. Ce dispositif est très simple et protégera l'installation aussi bien contre les dépressions que contre les surpressions.

Suite à une disjonction, le clapet se ferme et à ce moment-là, la pression de l'air de la cloche est encore supérieure à celle qui s'exerce à l'autre extrémité de la conduite ; ainsi, une partie de l'eau de la cloche est chassée dans la conduite. Après diminution progressive, puis annulation de sa vitesse, l'eau de la conduite revient en arrière et remonte dans la cloche, et ainsi de suite. La dissipation de l'énergie de l'eau peut être obtenue par le passage de celle-ci à travers un organe d'étranglement disposé à la base de la cloche. A cause du remplissage ou de la vidange du réservoir anti-bélier, l'air dans ce dispositif se comprime ou se dilate, et l'amplitude de la surpression et de la dépression seront réduites suite à la variation graduelle de la vitesse d'écoulement dans la conduite.

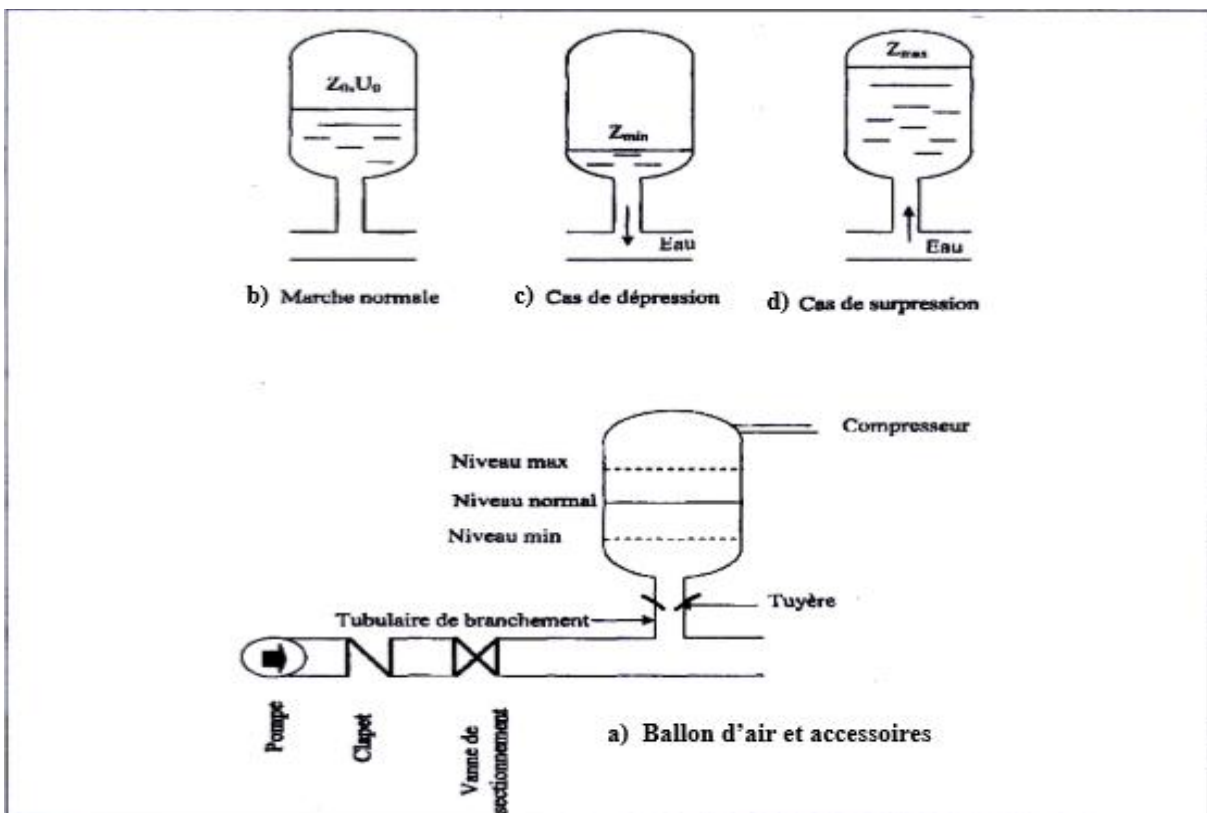


Figure (3.7) : Principe de fonctionnement d'un réservoir d'air

3.2.5. Les clapet d'entrée d'air

De tels appareils vont amortir l'onde du coup de bélier en agissant sur les faibles pressions. En effet, il s'agit d'ouvrir une colonne d'eau dont le niveau va s'abaisser lors du passage d'une faible pression.

3.2.6. Les cheminées d'équilibre

Une cheminée d'équilibre est constituée d'un réservoir cylindrique à l'air libre et à axe vertical. La figure (3.9) élucide une cheminée d'équilibre placée près d'une pompe. Elle joue le même rôle que les réservoirs d'air, mais malheureusement on arrive à des ouvrages de dimensions assez considérables dans le cas des hauteurs de refoulement moyennes et grandes.

Une cheminée d'équilibre est généralement aménagée en dérivation à la jonction d'une galerie d'amenée en charge et d'une condition forcée dans le but de réduire la valeur des surpressions produites par le coup de bélier, comme il est indiqué sur la figure (3.8).

La cheminée d'équilibre est aussi utilisée sur le tracé de refoulement qui comporte des points hauts où peut survenir une cavitation en régime transitoire.

Les cheminées d'équilibre doivent être établies de façon à remplir les conditions suivantes :

L'amortissement des oscillations doit être aussi important et aussi rapide que possible.

Leur volume doit être aussi petit que possible pour préserver le côté économique.

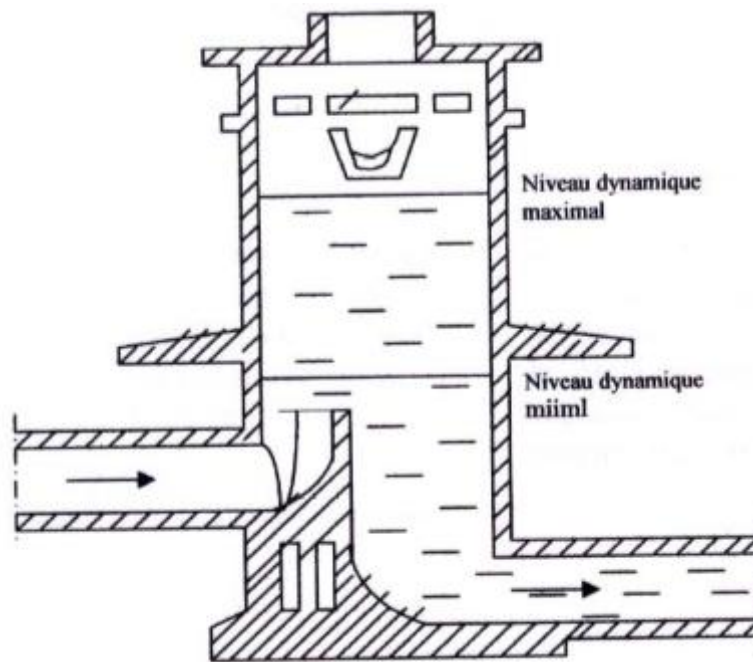


Figure (3.8) : Coupe d'une cheminée d'équilibre

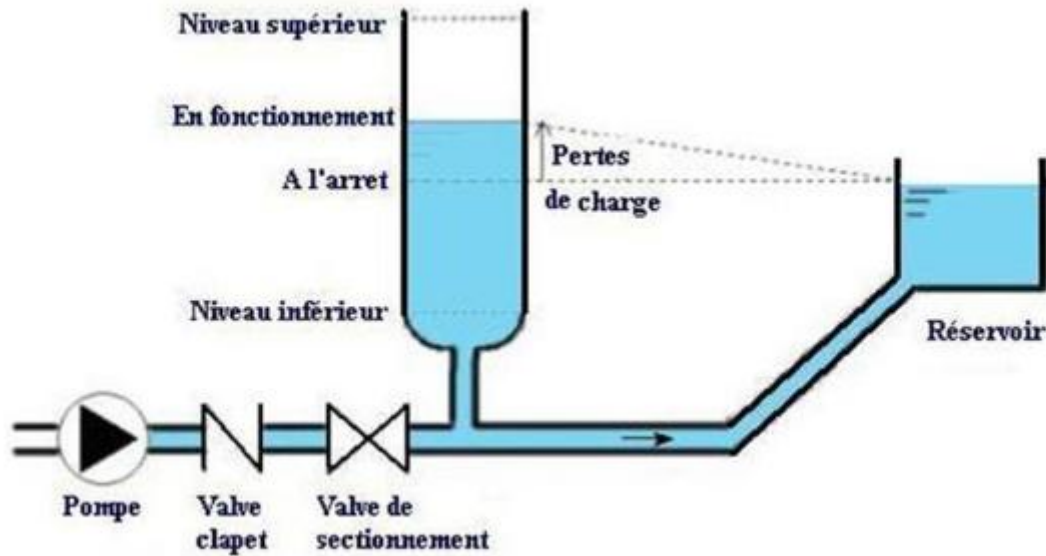


Figure (3.9) : Cheminée d'équilibre

3.3. Conclusion

Les moyens de protection anti- bélier se sont des dispositifs permettant de protéger les conduites sous pression et tous les équipements contre les effets néfastes du phénomène transitoire du coup de bélier. Toutefois, l'utilisation de l'un ou de l'autre dépend beaucoup plus de d'autres considérations entre autres : la nature du coup de bélier positif ou négatif, la hauteur de refoulement est ce qu'elle faible, moyenne ou importante et la consommation énergétique s'ajoute à celles-ci les considérations économique et technique.

Pour les moyennes et grandes installations, le moyen de protection anti bélier le plus utilisé, en pratique hydrotechnique, est le réservoir d'air puisqu'il est économique et valable quel que soit la taille et la nature du coup de bélier généré. A cet effet, la maîtrise de la méthode ordinaire du dimensionnement de ce moyen s'avère d'une importance primordiale pour aborder une étude technico-économique en se basant sur tous les équipements qui peuvent entrer en joue lors du calcul de son volume.

Chapitre IV

Programmation et application numérique

4.1. Introduction

Après avoir présenté le phénomène du coup, ainsi que deux chapitres, un sur les équations de base d'un écoulement transitoire dans les conduites sous pression et l'autre sur les moyens de protection anti bélier, une manière d'aborder en douceur le vif du sujet, qui est le dimensionnement d'un réservoir d'air anti-bélier, dans le souci de mener d'une manière méticuleuse et économique ce dimensionnement.

Nous entamerons ce chapitre par une présentation de toutes les équations, les paramètres, les abaques et les graphes entrant dans le dimensionnement d'un réservoir d'air anti-bélier, ainsi que l'élaboration d'un programme de la méthode de BERGERON permettant d'avoir les dimensions du ballon anti bélier sans passer par l'aspect graphique qui est pénible.

Nous essayerons par la suite, de mettre en application notre programme sur le cas de dimensionnement du réservoir d'air de la station de pompage de Hammam Debbagh.

4.2. Principe de fonctionnement d'un réservoir d'air anti bélier

L'alimentation continue de la veine liquide après disjonction du groupe peut être effectuée à l'aide d'une réserve d'eau accumulée sous pression dans une capacité métallique disposée à la station de pompage et raccordée au refoulement, immédiatement à l'aval du clapet

Cette capacité contient de l'eau et de l'air et, en marche normale, la pression de cet air équilibre la pression dans conduite au point considéré.

A la disjonction, le clapet se ferme, puisque la pompe ne fournit plus de pression : une partie de l'eau de la cloche est chassée dans la conduite. En effet à ce moment, la pression de l'air de la cloche est encore supérieure à celle qui s'exerce à l'autre extrémité de la conduite, au réservoir. Après diminution progressive, puis annulation de la vitesse, l'eau de la conduite revient en arrière et remonte dans la cloche, augmentation la pression dans la conduite de refoulement.

La dissipation de l'énergie de l'eau peut être obtenue par le passage de celle-ci au travers d'un organe d'étranglement disposé à la base de la cloche.

Ce dispositif est excessivement simple et protégera l'installation aussi bien contre les dépressions que contre les surpressions. [11]

4.3. Calcul simplifié d'un réservoir d'air anti bélier

En faisant abstraction des pertes de charge dans la conduite de refoulement et en considérant le phénomène comme une oscillation en masse, c'est-à-dire en négligeant l'élasticité de la conduite et la compressibilité de l'eau, on arrive à un calcul simplifié qui peut suffire pour des installations modestes, (30 l/s environ ; 1000 à 1200 m de longueur de refoulement). De plus, il est supposé que le dispositif ne comporte pas d'organe d'étranglement.

A. VIBERT arrive à une expression relativement simple qui donne le volume U_0 de l'air contenu dans la cloche sous un régime de marche à la vitesse V_0 .

Chapitre IV Programmation et application numérique

En marche normale, les caractéristiques de l'air dans le réservoir d'air sont données par Z_0 et U_0 , Z_0 étant la pression absolue exprimée en mètres de colonne d'eau, c'est-à-dire pratiquement égale, si l'on néglige la hauteur de l'eau dans le réservoir d'air au-dessus de l'axe de la conduite, à la hauteur géométrique de refoulement + 10 m, hauteur que nous avons désignée plus haut par H_p .

A la fin de la dépression, première phase du phénomène, l'air occupe un volume plus grand et sa pression sera donc la plus faible ; soit Z_{\min} cette pression absolue. A la fin de la suppression, (deuxième phase), l'air occupe un volume plus petit qu'en marche normale et sa pression sera Z_{\max} . [11]

L'expression donnant U_0 est la suivante :

$$U_0 = \frac{V_0^2}{2gZ_0} \frac{L S}{f\left(\frac{Z}{Z_0}\right)} \quad (4.1)$$

U_0 = volume de l'air en m^3 ,

L = longueur de la conduite en m,

S = section de la conduite en m^2 .

$$f\left(\frac{Z}{Z_0}\right) = \left[\frac{Z}{Z_0} - 1 - \log \frac{Z_0}{Z_{\min}} \right] \quad (4.2)$$

L'expression donnant U_0 a fait l'objet d'un abaque de A. VIBERT et qui est donné à la figure (4.1).

Pour l'établissement de cet abaque, la formule a été mise sous la forme suivante :

$$\frac{U_0}{L S} = \frac{V_0^2}{2gZ_0} \frac{1}{f\left(\frac{Z}{Z_0}\right)} \quad (4.3)$$

En posant $\frac{V_0^2}{2g} = h_0$

$$\frac{U_0}{L S} = \frac{h_0}{Z_0} \frac{1}{f\left(\frac{Z}{Z_0}\right)} \quad (4.4)$$

Ces expressions se retrouvent sur les trois échelles de l'abaque de A. Vibert.

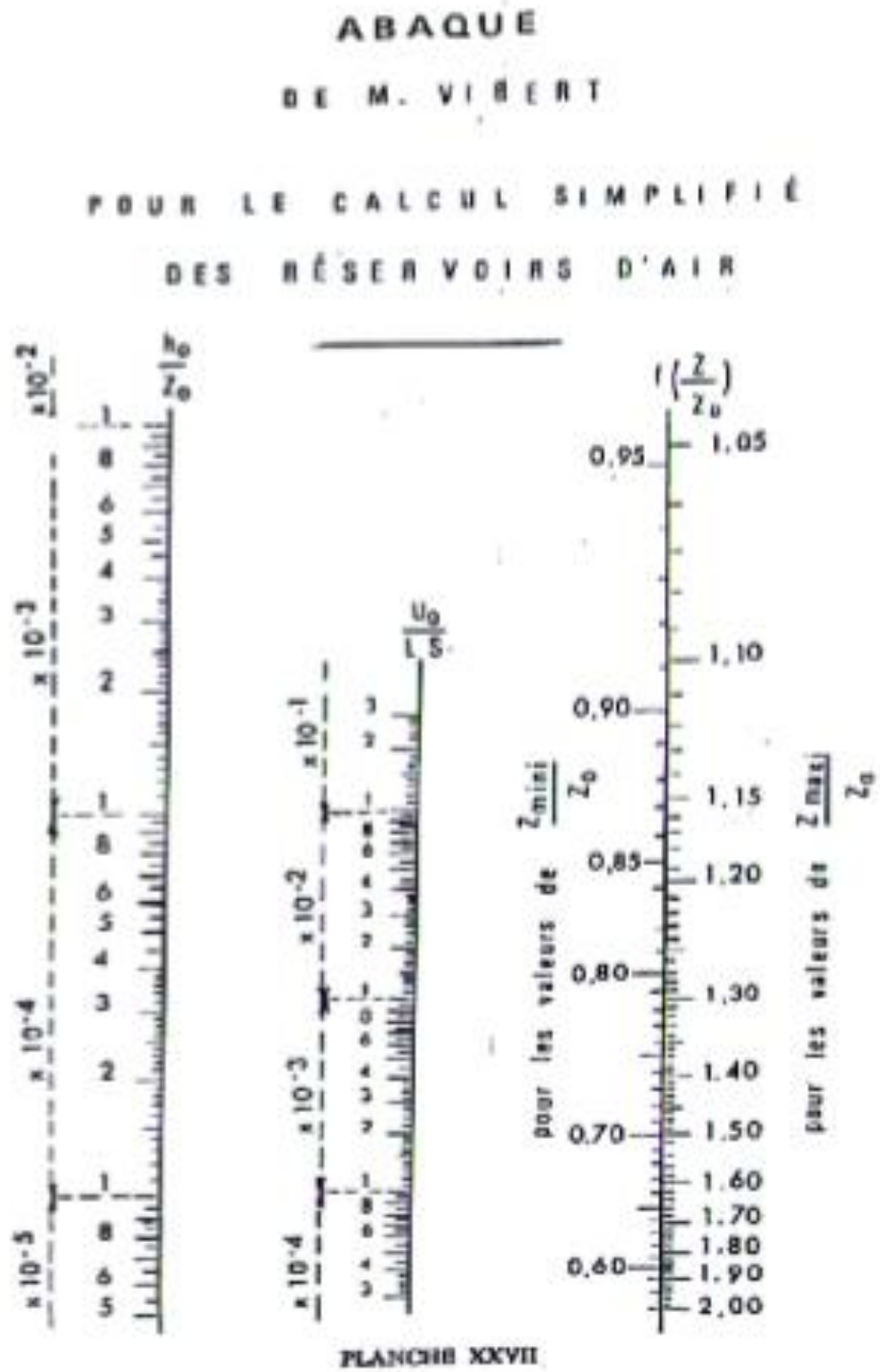


Figure (4.1) : Abaque de Vibert

4.4. Calcul normal d'un réservoir d'air

Les hypothèses simplificatrices introduites dans le calcul simplifié ne peuvent s'appliquer pour des installations très importantes. D'ailleurs, on arriverait rapidement à des volumes de réservoir énorme, Il y a donc lieu de tenir compte de la réalité du phénomène et de sa propagation ondulatoire.

Par ailleurs, le fait de raccorder la cloche à air sur le refoulement sans interposer d'organe de freinage entrainerait une succession d'oscillations qui ne seraient pas, ou que très peu amorties (le seul amortissement ne venant que des pertes de charges dans la conduite).

Il sera donc nécessaire de disposer à la base de la cloche un étranglement qui amortira rapidement les oscillations et permettra aussi de réduire le volume de la cloche.

Cet étranglement sera constitué :

- Soit par un diaphragme,
- Soit par une tuyère,
- Soit par un clapet à battant percé.

L'expérience montre qu'il y a intérêt à avoir une plus grande perte de charge au retour de l'eau dans le réservoir d'air qu'à l'aller, dans le sens réservoir d'air-conduite.

La tuyère, fonctionnant au retour de l'eau comme un ajutage rentrant de BORDA (coefficient de perte de charge égal à 0.5), permet, théoriquement, d'avoir une perte charge quatre fois plus grande au retour qu'à l'aller. La figure (4.2) montre l'étranglement au moyen d'une tuyère à l'entrée d'un réservoir d'air anti bélier.

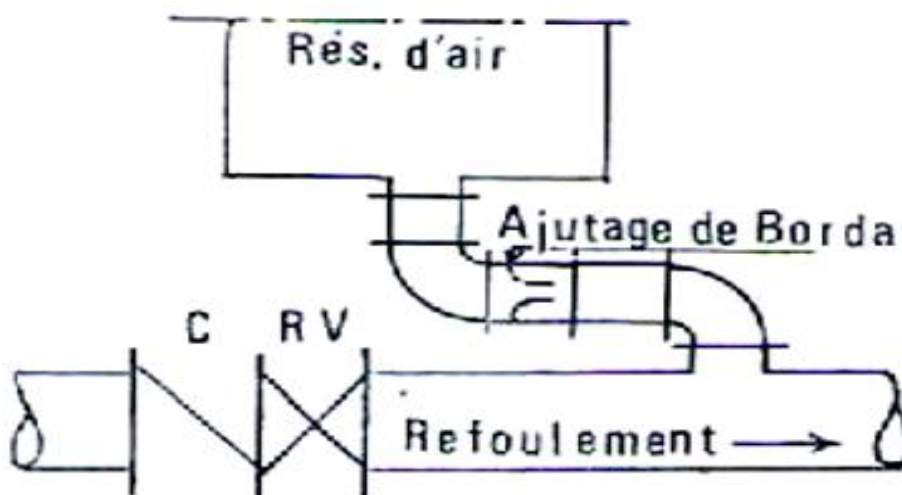


Figure (4.2) : Etranglement au moyen d'une tuyère

Alors que la figure (4.3) élucide un étranglement à l'aide d'un clapet à battant percé.

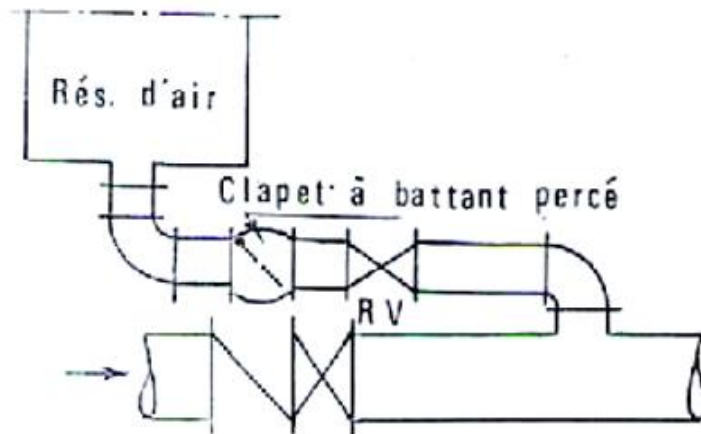


Figure (4.3) : Etranglement au moyen d'un battant percé

Le clapet à battant percé permet une plus grande latitude encore, puisque, à l'aller, le battant laisse passage à travers toute section de la tubulure, tandis qu'au retour, le battant se fermant, l'eau ne peut passer que par le petit orifice de diamètre voulu qu'on y aura ménagé, comme il montre la figure (4.3)

Les organes d'étranglement sont disposés sur une tubulure reliant le réservoir à air à la conduite. Ils sont montés avec des brides, ce qui permet de les rectifier au besoin si les résultats obtenus ne sont pas corrects.

Un robinet-vanne permet d'isoler le réservoir d'air de la conduite, en cas de besoin.

4.4.1. Principe de calcul

Une fois, les caractéristiques du réservoir d'air (Volume U_0 d'air en régime normal) et de son dispositif d'étranglement sont fixés, les valeurs maximales de la surpression et de la dépression seront déterminées par la méthode de BERGERON. Le premier essai conduira peut être à des valeurs inadmissibles pour la surpression ou pour la dépression, ou pour les deux à la fois. Les calculs seront alors recommencés à partir de nouvelles caractéristiques du réservoir, ou de l'étranglement, ou des deux. Cette méthode nécessitera donc quelques tâtonnements.

Le principe est comme suit :

1/ Dans le digramme de BERGERON, les abscisses sont graduées selon les vitesses de l'eau dans la conduite au lieu des débits.

2/ De préférence les calculs du régime transitoire seront faits avec un pas de calcul $\Delta t = 2L/a$ en prenant L/a comme unité de temps.

3/ La ligne de référence est l'horizontale passant par le plan d'eau du réservoir d'eau ; elle correspond à la hauteur géométrique de refoulement H_0 augmentée de 10 m d'eau pour avoir la pression absolue ($Z_0 = H_0 + 10$).

Chapitre IV Programmation et application numérique

4/ On doit tenir compte des pertes de charge dans la conduite, et qui sont par supposition, concentrées en un point fictif au départ de la pompe. Ces pertes de charge sont représentées sur l'épure de BERGERON par la parabole classique, qui n'est autre que la caractéristique de la conduite.

5/ On doit tenir compte des pertes de charge dans l'organe d'étranglement. Celles-ci auront des valeurs différentes selon que l'eau sort du réservoir d'air ou pénètre dans le réservoir d'air.

4.4.2. Application des étapes du calcul normal d'un réservoir d'air

Après l'arrêt brusque du groupe moteur-pompe, la masse d'eau continue de monter vers le réservoir d'eau avec une vitesse décroissante. Celle-ci s'annule à un moment donné, et par suite, toute la masse d'eau descend vers le réservoir d'air avec une vitesse de sens contraire (négative), qui augmente d'abord en valeur absolue puis diminue pour devenir nulle, ... etc, et le phénomène se poursuit en s'amortissant. En se fixant un volume initial du réservoir d'air au départ et une valeur choisie de la vitesse finale V_f de l'eau, légèrement inférieure à la vitesse V_0 de l'écoulement initial, on calcule à la fin de chaque intervalle :

- La pression dans le réservoir d'air.
- La pression en aval de l'étranglement et celle en aval du point fictif correspondant à la concentration des pertes de charge de la conduite.
- Une fois la pression dans la conduite déterminée (trouvée), on vérifie alors, en menant une horizontale passant par la valeur de cette pression finale, que cette droite coupe la droite de pente a/g au droit de la vitesse choisie au début (V_f), sinon les calculs seront refaits avec une autre valeur de V_f (Figure (4.4)).

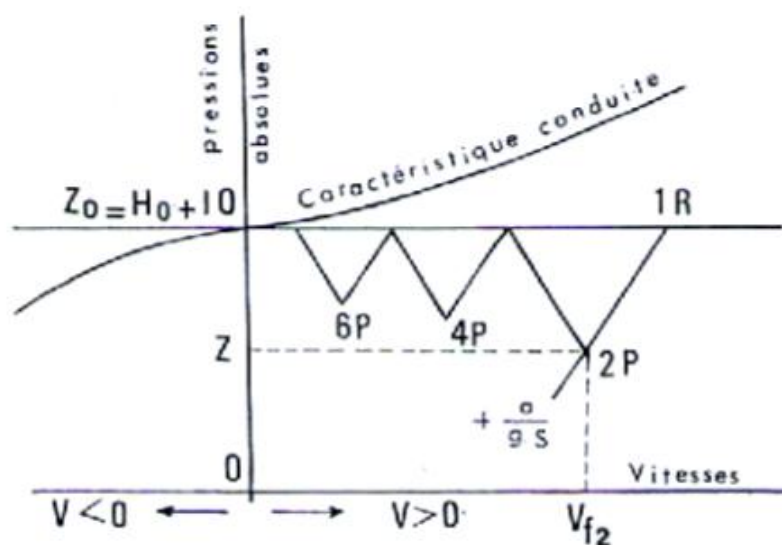


Figure (4.4) : Principe de la construction de l'épure de BERGERON

Chapitre IV Programmation et application numérique

Il est plus commode dans ce genre de résolution de dresser le tableau de calcul suivant:

Intervalles de temps T	Variation du volume d'air : $\Delta U = S \cdot V_m \cdot T$	Volume d'air U	Pression dans le réservoir d'air : $Z = (Z_o + \delta_o) U_o^{1.4} / U^{1.4}$	Vitesse dans la tubulure de branchement : <u>Montée</u> : $V_1 = K \cdot V_f$ <u>Descente</u> : $V_2 = K' \cdot V_f$	Perte de charge dans la tuyère <u>Montée</u> : $\Delta h_1 = c \cdot V_1^2 / 2g$ <u>Descente</u> : $\Delta h_2 = c' \cdot V_2^2 / 2g$	Pression dans la conduite avec pertes de charge : <u>Montée</u> : $Z - \Delta h_1$ <u>Descente</u> : $Z + \Delta h_2$	Perte de charge refoulement : δ	Pression dans la conduite sans pertes de charge : <u>Montée</u> : $Z - \Delta h_1 - \delta$ <u>Descente</u> : $Z + \Delta h_2 + \delta$	Vitesse lue sur le graphique V_f	Désignation du point	Vitesse moyenne V_m	Vitesse finale choisie V_f
0												
T												
2T												
.....												

Les principales étapes de calculs seront alors comme suit :

1/ Les temps se suivent selon des valeurs $t=L/a$.

2/ L'accroissement ΔU du volume d'air du réservoir quand l'eau passe dans la conduite, ou sa diminution quand l'eau entre dans le réservoir, est donné par le volume d'eau que ce réservoir d'air verse dans la conduite ou reçoit de la conduite au cours du régime transitoire. Autrement dit, c'est le volume d'eau qui est transité dans la conduite de refoulement de section S pendant le temps t avec une vitesse moyenne V_m qui sera supposée égale à la moyenne arithmétique des vitesses au début et à la fin de t.

$$\Delta U = S \cdot V_m \cdot t \quad (4.5)$$

Pour le premier intervalle t, on aura :

$$V_{m1} = \frac{(V_0 + V_{f1})}{2} \quad (4.6)$$

Où :

- V_0 : Vitesse en régime normal avant la disjonction (Ecoulement initial).

- V_{f1} : Vitesse finale choisie (à la fin du temps t).

Au cours des calculs, V_m sera donc la moyenne arithmétique entre la vitesse finale (définitive) de l'intervalle précédent et la nouvelle vitesse finale qui sera choisie pour l'intervalle considéré :

$$V_{m1}(i) = \frac{(V(i-1) + V(i))}{2} \quad (4.7)$$

Chapitre IV Programmation et application numérique

Remarque : Au cours des calculs, il faut faire attention aux vitesses négatives, cela signifie que l'eau passe de la conduite au réservoir d'air.

3/ Le volume d'air U du réservoir sera égal, à la fin du premier intervalle t , au volume d'air choisi arbitrairement U_0 au départ, augmenté de la quantité trouvée à la colonne précédente ΔU .

4/ La nouvelle pression dans le réservoir d'air est donnée par la loi de POISSON, telle que :

$$(Z_0 + dh_{\text{ref}})U_0^{1,4} = ZU^{1,4} \quad (4.8)$$

- dh_{ref} : Perte de charge dans la conduite en régime de fonctionnement normal.

- Z_0 : Pression absolue

- U_0 : Volume d'air initial

- U : Nouveau volume d'air.

- Z : Pression dans le réservoir d'air.

Donc:

$$Z = \frac{(Z_0 + dh_{\text{ref}})U_0^{1,4}}{U^{1,4}} \quad (4.9)$$

5/ Cette étape se rapporte à l'organe d'étranglement ; on choisit par exemple une tuyère. On calculera, à la montée de l'eau, la vitesse V_1 de l'eau dans la tuyère en fonction de la vitesse finale V_f de l'eau dans la conduite pour l'intervalle de temps considéré. On calculera aussi la vitesse V_2 dans la tuyère à la descente de l'eau.

a) Cas de la montée de l'eau

Dans ce cas, la tuyère joue le rôle d'un ajutage sortant (Figure (4.5)) et son coefficient de débit est de l'ordre de 0.92, avec :

$$\frac{V_1}{V_f} = \frac{d_1^2}{d_4^2} = \frac{d_1^2}{(0,92d_3)^2} = K \quad (4.10)$$

- V_1 : Vitesse dans la tuyère.

- V_f : Vitesse finale choisie.

- d_1 : Diamètre de la conduite.

- d_4 : Diamètre de la veine contractée ($d_4 = 0.92d_3$).

- d_3 : Diamètre de la tuyère.

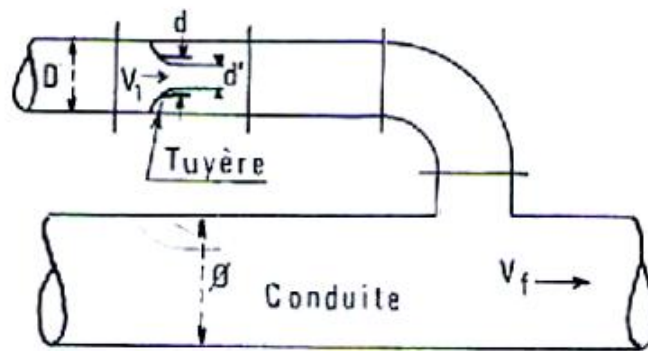


Figure (4.5) : L'eau du réservoir se dirige vers la conduite

La valeur de d_4 sera choisie pour une valeur de K comprise en 15 et 20.

La perte de charge Δh_1 à la montée de l'eau c'est-à-dire l'eau se dirige du réservoir d'air vers la conduite est donnée par :

$$\Delta h_1 = C_1 \frac{V_1^2}{2g} \quad (4.11)$$

Où :

C_1 est le coefficient de perte de charge dans la tuyère à la montée de l'eau dans la conduite.

Le coefficient de perte de charge C_1 se détermine, en fonction du rapport m , à partir de l'abaque donné sur la figure (4.7).

Le coefficient m représente le rapport entre la section contractée du liquide à la sortie de la tuyère et la section de la tubulure. Il s'écrit :

$$m = \frac{d_4^2}{d_2^2} = \frac{(0,92d_3)^2}{d_2^2} \quad (4.12)$$

Où d_2 est le diamètre de la tubulure.

b) Cas de la descente de l'eau

Dans ce cas, la tuyère agit comme un ajutage rentrant de BORDA (Figure (4.6)), avec un coefficient de contraction de 0,5. On a alors :

$$\frac{V_2}{V_F} = \frac{2d_1^2}{d_3^2} = K' \quad (4.13)$$

Où :

- V_2 : Vitesse de l'eau dans la tuyère.
- V_f : Vitesse de l'eau dans la conduite.
- d_1 : Diamètre de la conduite de refoulement.
- d_3 : Diamètre de la tuyère.

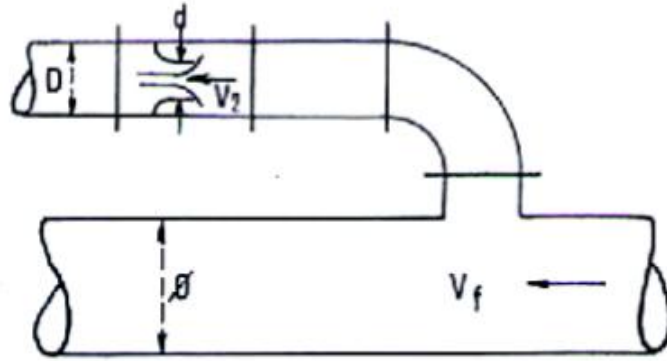


Figure (4.6) : L'eau de la conduite revient dans le réservoir

La perte de charge Δh_2 à la descente de l'eau c'est-à-dire à la montée de l'eau dans le réservoir d'air est donnée par :

$$\Delta h_2 = C_2 \frac{V_2^2}{2g} \quad (4.14)$$

Où C_2 est le coefficient de perte de charge à l'entrée dans la tuyère.

Le coefficient de perte de charge C_2 se détermine, en fonction de la valeur de m , à partir de l'abaque donné sur la figure (4.7) où m est le rapport entre la section de la tuyère et la section de la tubulure, il s'écrit:

$$m = \frac{1}{2} \frac{d_3^2}{d_2^2} \quad (4.15)$$

Où d_2 est le diamètre de la tubulure.

Dans la tuyère, K' est lié à K . Il peut être établi facilement que K' est environ égal à $1,7 K$.

6/ A partir des calculs ci-dessus, la pression absolue se déduit comme suit :

- En faisant la différence $Z - \Delta h_1$ quand l'eau monte.
- En faisant la somme $Z + \Delta h_2$ quand l'eau descend.

La pression manométrique, exprimée en mètres de colonne d'eau, s'obtient en déduisant 10 m des valeurs ainsi trouvées.

7/ On cherche, sur la parabole des pertes de charge dans la conduite, la valeur dh_{ref} pour la vitesse finale V_f considérée.

Chapitre IV Programmation et application numérique

8/ La pression finale absolue dans la conduite, en aval du point fictif des pertes de charge s'obtient :

- En faisant $Z - \Delta h_1 - dh_{\text{ref}}(i)$ quand l'eau monte.
- En faisant $Z + \Delta h_2 + dh_{\text{ref}}(i)$ quand l'eau descend.

9/ C'est par cette valeur de la pression finale absolue que sera menée l'horizontale qui recoupera la droite (+ a/(gS)) en un point et qui devra correspondre à la vitesse V_f fixée au départ.

La perte de charge dans la conduite, $dh_{\text{ref}}(i)$, est calculée par la formule de Darcy Weisbach

$$dh_{\text{ref}}(i) = \frac{\lambda L V_i^2}{d 2g} \quad (4.16)$$

Où λ le coefficient de frottement ou de Darcy. Dans notre cas nous l'avons calculé par la formule de Swamee qui est valable quelque soit le régime d'écoulement.

$$\lambda = \left\{ \left(\frac{64}{\text{Re}} \right)^8 + 9,5 \left[\ln \left(\frac{\varepsilon}{3,7d} + \frac{5,74}{\text{Re}^{0,9}} \right) - \left(\frac{2500}{\text{Re}} \right)^6 \right]^{-16} \right\}^{0,125} \quad (4.17)$$

L est la longueur de la conduite de refoulement ;

d est égale à d_1 qui est le diamètre de la conduite de refoulement ;

$V(i)$ est la vitesse moyenne d'écoulement en régime transitoire ;

g est l'accélération de la pesanteur.

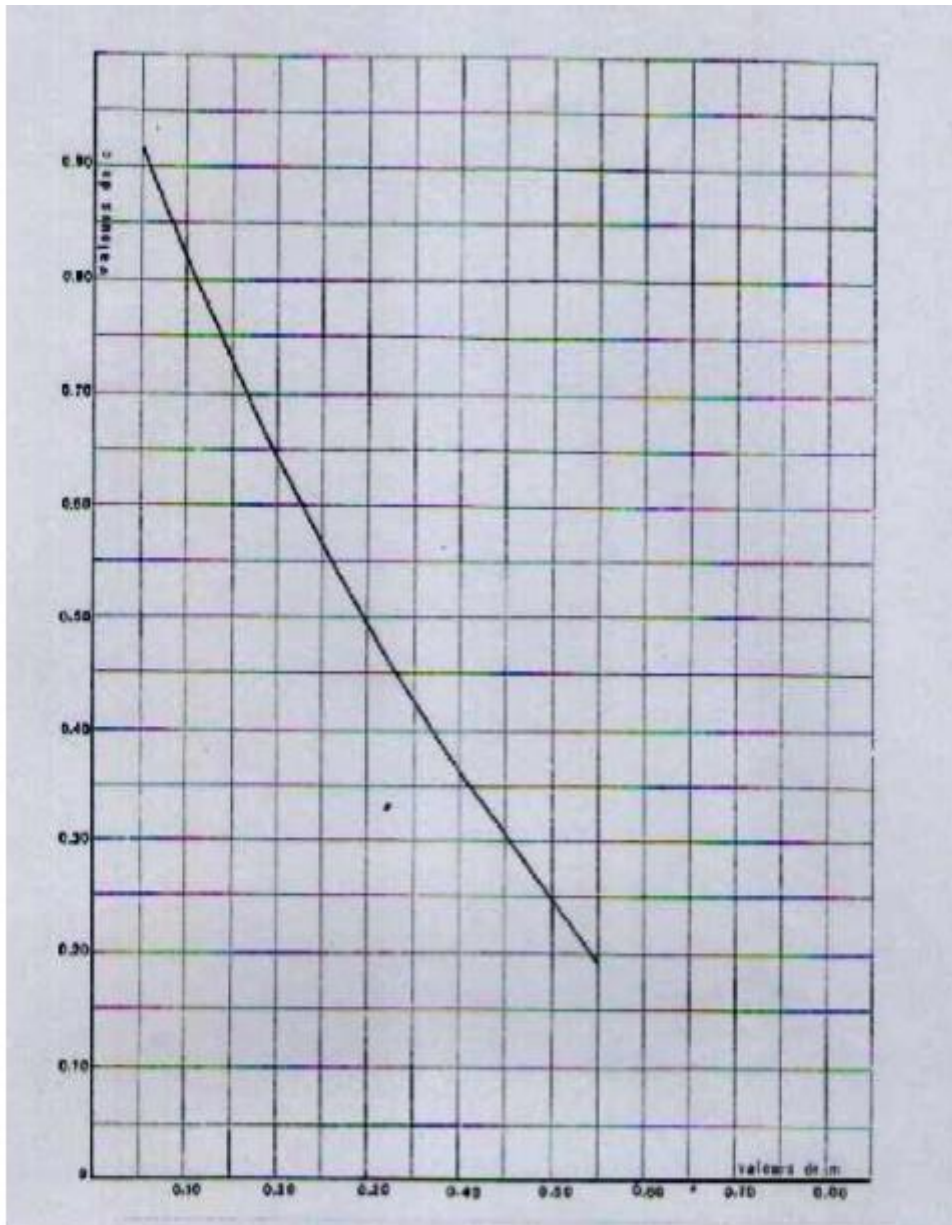


Figure (4.7) : Graphe donnant le coefficient de perte de charge C dans une tuyère

4.5. Elaboration d'un programme de calcul de la méthode de BERGERON

Pour éviter le calcul pénible de la méthode de Bergeron lors du calcul du réservoir d'air anti bélier, Nous avons réalisé un programme permettant de rendre cette méthode aisée et rapide. Le programme présenté dans le tableau (4.1) est la programmation de la méthode de BERGERON en langage Fortran.

Tableau (4.1) : Programme de calcul du réservoir d'air par la méthode de BERGERON

<pre> REAL TITA(1000), du(1000), u(1000), z(1000) real vtubmon(1000),vtubdes(1000),pctuymon(1000) REAL pctuydes(1000), prcapcm(1000), Real prcapdes(1000), dhref(1000) real prcspcm(1000),prcspcdes(1000) REAL Vlueg(1000),V1(1000),V2(1000) Real Vm(1000), Vfch(1000),t(1000) REAL m1, m2, c1,c2,L,K, nu Real RE(1000), lambda(1000) d1=1.0 d2=d1/2 d3=d2/2 d4=0.92*d3 g=9.81 pi=3.14159265 L=5000 Q=0.5 E=1.962e10 e1=0.1 K=2.03e9 rho=1000 z0=98 zmax=120 t1=15 eps=0.00025 m1=((0.92*d3)**2)/(d2**2) WRITE (*,*)'m1=', m1 write (*,*)'déduire la valeur c1 du graphique' c1=0.57 write (*,*)'c1=',c1 m2=(d3**2)/(2*d2**2) WRITE (*,*)'m2=',m2 write (*,*)'déduire la valeur c2 du graphique' c2=0.775 write (*,*)'c2=',c2 t0=0 t(0)=t0 TITA(0)=0 du(0)=0 V0=(4*Q/pi*d1**2) h0=(V0**2)/(2*g) rh0z0=h0/z0 rzmaxz0=zmax/z0 write (*,*)'déduire la valeur de U0 de l'abaque de Vibert' write (*,*)'ou bien introduire une valeur quelconque U0=' read (*,*)u0 write (*,*)'introduire une vitesse finale choisie </pre>	<pre> Vlueg(i)=Vm(i) du(i)=0 write (*,*)'résultats du régime permanent' write (*,*)tita(i),du(i),u(i),z(i),prcapcm(i),dhref(i),Vlueg(i) write (*,*)'fin des résultats du régime permanent' VFch(1)=vfch01 do i=1,4 tita(i)=i*(L/a) A1=d1**2/((0.92*d3)**2) V1(i)=A1*Vfch(i) Vm(i)=(Vm(i-1)+VFch(i))/2 du(i)=S*Vm(i)*tita(i) u(i)=u(i-1)+du(i) RE(i)=Vm(i)*d1/nu lambda(i)=(((64/RE(i))**8)+9.5*(log((eps/(3.7*d1))+ (5.74/(RE(i)**0.9)))))-((2500/RE(i))**6))**(- 16))**0.125) dhref(i)=(lambda(i)*L*Vm(i)**2)/(2*g) z(i)=((z0+dhref(i))*u(0)**(1.4))/(u(i)**1.4) pctuymon(i)=(c1*V1(i)**2)/(2*g) prcapcm(i)=z(i)-pctuymon(i) prcspcm(i)=z(i)-pctuymon(i)-dhref(i) vfch(i+1)=(2*VFCH(i)/3) enddo write (*,*)'résultats du régime transitoire' do i=0,4 write (*,*)'tita(',i,')=',tita(i),'Vm(',i,')=',Vm(i) end do do i=0,4 write (*,*)'du(',i,')=',du(i),'u(',i,')=',u(i) end do do i=0,4 write (*,*)'lambda(',i,')=',lambda(i),'dhref(',i,')=',dhref(i) end do do i=0,4 WRITE(*,*)'z(',i,')=',z(i),'pctuymon(',i,')=',pctuymon(i) enddo do i=0,4 WRITE(*,*)'prcapcm(',i,')=',prcapcm(i) enddo do i=0,4 WRITE(*,*)'prcspcm(',i,')=',prcspcm(i) enddo write (*,*)'fin de la première partie des résultats en régime transitoire' VFch(5)=vfch02 </pre>
--	---

Chapitre IV Programmation et application numérique

<pre>VFch01=' read (*,*)VFch01 write (*,*)'introduire une vitesse finale choisie VFch02=' read (*,*)VFch02 S=(pi*d1**2)/4 Vm(0)=V0 write (*,*)'calcul de la perte de charge en refoulement' write (*,*)'calcul de la viscosité cinématique' nu=(0.0178*0.0001)/(1+0.0337*t1+0.000221*t1**2) write (*,*)'nu=',nu write (*,*)'Calcul de la célérité d"onde a' a=SQRT(K/Rho)/(SQRT(1+(d1*k)/(E*e1))) write (*,*)'a=',a i=0 RE(i)=Vm(i)*d1/nu lambda(i)=(((64/RE(i))**8)+9.5*(log((eps/(3.7*d1))+ (5.74/(RE(i)**0.9))))-(2500/RE(i)**6))**(- 16))**0.125) tita(i)=i*(L/a) u(i)=u0+du(i) dhref(i)=(lambda(i)*L*Vm(i)**2)/(2*g) z(i)=(z0+dhref(i)*u(i)**(1.4))/(u(i)**1.4) vtubmon(i)=0 vtubdes(i)=0 pctuymon(i)=0 pctuydes(i)=0 prcapcm(i)=z0-pctuymon(i) prcapcdes(i)=z0+pctuydes(i) prcspcm(i)=Z0-pctuymon(i)-dhref(i) prcspcdes(i)=Z0+pctuydes(i)+dhref(i)</pre>	<pre>do i=5,8 tita(i)=i*(L/a) B=2*((d1/d3)**2) V2(i)=B*Vfch(i) pctuydes(i)=(c2*V2(i)**2)/(2*g) Vm(i)=(Vm(i-1)+VFch(i))/2 du(i)=S*ABS(Vm(i))*tita(i) u(i)=u(i-1)+du(i) RE(i)=ABS(Vm(i)*d1/nu) lambda(i)=(((64/RE(i))**8)+9.5*(log((eps/(3.7*d1))+ (5.74/(RE(i)**0.9))))-(2500/RE(i)**6))**(- 16))**0.125) dhref(i)=(lambda(i)*L*(Vm(i)**2))/(2*g) z(i)=(z0+dhref(i)*u(i)**(1.4))/(u(i)**1.4) pctuydes(i)=(c2*V2(i)**2)/(2*g) prcapcdes(i)=z(i)+pctuydes(i) prcspcdes(i)=z(i)+pctuydes(i)+dhref(i) vfch(i+1)=2*VFCH(i)/3 enddo do i=5,8 write (*,*)tita(i),Vm(i),du(i),u(i),lambda(i),dhref(i) end do do i=5,8 write (*,*)'z(',i,')=',z(i),'pctuydes(',i,')=',pctuydes(i) end do do i=5,8 WRITE(*,*)prcapcdes(',i,')=',prcapcdes(i) enddo do i=5,8 WRITE(*,*)prcspcdes(',i,')=',prcspcdes(i) enddo STOP END</pre>
--	--

Pour rendre notre programme clair, nous avons mis dans le tableau (4.2) les nominations utilisées.

Tableau (4.2) : Nomination des paramètres utilisés en programme

<p>Tita (i) : vecteur du temps Où Tita=L/a et a : la célérité d'onde L : la longueur de la conduite du(i) : variation du réservoir d'air u(i) : volume du réservoir d'air z(i) : vecteur de la pression dans le réservoir d'air vtubmon (i) : vecteur vitesse dans la tubulure à la monté d'eau vtubdes(i) : vecteur vitesse dans la tubulure à la descend d'eau pctuyman(i) : vecteur de la perte de charge dans la tuyère a la montée d'eau</p>	<p>v2(i) : vecteur vitesse dans la tuyère (direction inverse) vm(i) : vecteur vitesse moyen dans la conduite de refoulement vfch(i) : vecteur vitesse final choisie t(i) : vecteur de temps C₁ : coefficient de la tuyère à la sortie de l'eau c2 : coefficient de la tuyère à l'entrée de l'eau L : longueur de la conduite de refoulement K : la compressibilité du liquide Nu :la viscosité cinématique</p>
---	---

Chapitre IV Programmation et application numérique

<p>ptuydes(i) : vecteur de la perte de charge dans la tuyère a la descend d'eau</p> <p>prcapdc(i) : vecteur de pression avec perte de charge</p> <p>prcpsdc(i) : vecteur de pression sans perte de charge</p> <p>dhref(i) : vecteur de perte de charge dans la conduite de refoulement</p> <p>vlueg(i) : vecteur de vitesse lue sur le graphique</p> <p>v1(i) : vecteur vitesse dans la tuyère (direction de l'écoulement)</p>	<p>Re(i) : vecteur de reynolds</p> <p>Lambda(i) vecteur de coefficient de frottement</p> <p>d1 : diamètre de la conduite</p> <p>d2 : diamètre de la tubulure</p> <p>d3 : diamètre de la tuyère</p> <p>E : module d'élasticité de la conduite</p> <p>e : épaisseur</p> <p>Z₀ : hauteur géométrique</p> <p>Eps : la rugosité de la conduite</p>
--	--

4.6. Application à la station de pompage de Hammam Debbagh

Afin de tester notre programme nous avons pris le cas de la station de pompage de Hammam Debbagh. Les informations utilisées sont représentées dans le tableau (4.3).

Tableau (4.3) : Informations requises pour appliquer la méthode graphique de Bergeron.

<p>Hg=98 m (hauteur géométriques)</p> <p>L=5000m (longueur de la conduite de refoulement)</p> <p>d1=1m (diamètres de la conduite de refoulement)</p> <p>e1=0,1 m (rugosité de la conduite de refoulement)</p> <p>E=1,962.10¹⁰ pascals (conduite en béton)</p> <p>Q=0,50 m³/s (le débit pompé)</p>	<p>K=2,03.10⁹ pascals (compressibilité de l'eau)</p> <p>ρ=10³ kg/m³ (masse volumique de l'eau)</p> <p>t=15°C (température du liquide)</p> <p>eps=0,25 mm (rugosité de la conduite)</p> <p>g=9,81 m/s² (accélération de la pesanteur)</p> <p>pi =3.14159265 (le nombre π)</p>
---	--

4.7. Conclusion

Chapitre IV Programmation et application numérique

L'essor informatique dans ce dernier demi-siècle a permis aux méthodes de résolution anciennes de trouver leurs places en les rendant aisées et leurs exécutions est rapide. A l'instar de la méthode de BERGERON utilisée en régime transitoire dans les conduites sous pression.

La pénibilité occasionnée par le besoin inévitable de la méthode de Bergeron, par les concepteurs des stations de pompage lors du dimensionnement des réservoirs d'air anti bélier, nous a incité à mettre un programme facilitant tous les calculs en relativité avec cette méthode. En effet, les résultats obtenus sont encourageants. Toutefois, ce programme doit étendre ses tentacules vers les autres moyens de protection voire même leurs aspects graphiques en introduisant les techniques et les moyens les plus récents.

Conclusion générale

L'étude du phénomène du coup de bélier dans les conduites sous pression s'avère d'une grande importance, vu les risques engendrés sur les installations hydrotechniques.

Les études réalisées à nos jours sur ce domaine ont pu mettre une description de ce phénomène, déceler ses causes et exposer ses conséquences dramatiques d'une part et d'autre part elles proposent des moyens de protection contre ce phénomène. Toutefois, certains moyens sont difficiles à dimensionner à cause de la complexité, dans certaines circonstances, de la technique utilisée et du long temps qu'ils demandent dans d'autres à l'instar de la méthode de BERGERON utilisée pour dimensionner le réservoir d'air anti bélier.

Les équations de bases du phénomène transitoire dans les conduites sous pression ont permis de le comprendre fortement ainsi de savoir tous les paramètres entrant en jeu surtout dans sa reproduction d'un côté et d'autre côté, elles ont mis ses paramètres sous forme d'équations et de relations qui sont d'une grande utilité lors de dimensionnement des moyes protection.

Dans le souci de mettre fin à la complexité des moyens de protection, nous avons réalisé un programme de calcul nous permettra de donner les dimensions d'un réservoir d'air dans un bref temps.

Dans le but de tester notre programme, nous avons pris le cas de la station de pompage de Hammam Debbagh, les résultats obtenus numériquement sont encourageants. Toutefois, notre programme doit être développé, amélioré vis-à-vis les interfaces et périphériques modernes d'un ordinateur et jette ses tentacules vers les autres moyens de protection.

Les résultats de calcul sont représentés dans le tableau (4.4)

Tableau (4.4) : Résultats de calcul du réservoir d'air par la méthode graphique de Bergeron en utilisant le programme réalisé.

intervalle de temps	Variation du volume d'air (ΔU)	Volume d'air (U)	Pression dans le réservoir d'air (Z)	Vitesse dans la tubulure V_1 (V_2)	Perte de charge tuyère Δh_1 (Δh_2)	Pression dans la conduite avec pertes de charge (Z- Δh)	Perte de charge au refoulement (δ)	Pression dans la conduite sans pertes de charge (Z- Δh - δ)	Vitesse lue sur le graphique (V_f)	Vitesse moyenne (V_m)	Vitesse finale choisie (V_f)
0,00	0,00	3	99,6348		0,00	98,00	1,6348	96,3651	0,6366		0,6366
θ	2,4701	5,4701	42,9535	11,284	3,9906	38,9628	1,5939	37,3688	0,62	0,628309	0,62
2 θ	3,2827	8,7529	22,0493	5,003	0,4434	21,6059	0,7276	20,8783	0,2749	0,417488	0,2749
3 θ	2,8682	11,6211	14,7571	3,847	0,04926	14,7078	0,2612	14,4464	0,2114	0,243188	0,2114
4 θ	2,0927	13,7139	11,6827	0,094	0,00547	11,6772	0,08485	11,5924	-	0,133075	-0,0052
5 θ	-0,6577	13,0561	12,5050	-1,310	1,6179	14,1229	0,0069	14,1299	-0,072	-0,0334	-0,072
6 θ	-1,1809	11,8751	14,2811	-3,134	0,1797	14,4608	0,0142	14,4751	-0,1722	-0,0501	-0,1722
7 θ	-0,9946	10,8805	16,1407	-2,549	0,0199	16,1606	0,0079	16,1686	-0,1401	-0,06143	-0,1401
8 θ	-0,6848	10,1956	17,6779	-1,756	0,0021	17,6801	0,00323	17,6833	-0,0965	-0,02177	-0,0965