

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE

CENTRE UNIVERSITAIRE 08 MAI 1945 GUELMA
INSTITUT DE MECANIQUE

N° d'ordre :

Année 1998

THESE

Présentée pour obtenir le diplôme de Magister
En MECANIQUE

Option
CONSTRUCTION

Par
GHERIB SAMIA

***SIMULATION NUMERIQUE DE LA DETECTION DES PANNES
MECANIQUES A PARTIR DES VIBRATIONS DES STRUCTURES
PAR RESOLUTION DU PROBLEME INVERSE***

Soutenue - le : 09/12/1998

ant le jury :

dent	: SERIDI AHCENE	Prof.	C.Univ. GUELMA
orteur	: OUELAA NOUREDINE	M.C.	C.Univ. GUELMA
inateurs	: CHAOUI KAMEL	M.C.	Univ. ANNABA
	GUENFOUD MOHAMED	M.C.	C.Univ. GUELMA
	LAHMAR MUSTAPHA	Dr	C.Univ. GUELMA



*Je dédie ce humble travail à mon père, et j'espère qu'il
repose en paix dans des vastes paradis
à ma mère.*

Remerciements

Je tiens à exprimer tous mes remerciements et ma vive gratitude

à Monsieur le Docteur Ouelaa Nouredine, qui ma guidé tous le long de ces années de recherche, avec patience et efficacité et sans qui, rien de tout ceci n'aurait été possible

à Monsieur le professeur Seridi Ahcène, qui m'a fait l'honneur de présider le jury de cette thèse

à Messieurs Chaoui Kamel et Guenfoud Mohamed qui ont accepté la responsabilité d'être rapporteurs scientifiques de mon travail.

Mes remerciements vont également à Monsieur Lahmar Mustapha, qui a accepté de faire une lecture préalable de mon travail et qui m'a fait l'honneur d'être un membre du Jury.

Je remercie également toutes les personnes qui ont contribué au bon déroulement de ce travail, et notamment tous les enseignants et le personnel de l'institut de mécanique pour les nombreux échanges mutuels sur tous les plans.

Résumé

Cette étude a pour objectif la localisation et la détermination des sources d'excitation appliquées sur des structures monodimensionnelles et bidimensionnelles telles que les poutres et les plaques ainsi que des structures tridimensionnelles telles que les coques cylindriques couplées aux milieux fluides et cela à partir de la résolution du problème inverse.

La méthode utilisée dans le premier cas consiste à identifier les forces d'excitation à partir des champs des déplacements vibratoires calculés par un schéma aux différences finies. L'application de la méthode des différences finies pour les structures tridimensionnelles telles que les coques cylindriques couplées aux milieux fluides pose de grandes difficultés à cause des calculs pénibles rencontrés. Pour cela, on propose d'utiliser une autre méthode qui consiste à calculer les vitesses pariétales de la coque à partir de la résolution du problème direct. A partir de ces vitesses, on calcule les amplitudes modales par une méthode des moindres carrés et enfin le produit des amplitudes par la matrice impédances mécaniques donne le vecteur des forces généralisées. Ensuite nous reconstituons ces forces par une série tronquée en terme de modes circonferentiels et longitudinaux.

Les résultats obtenus pour les différents types de structures utilisées pour une ou plusieurs sources d'excitation mécaniques sont très intéressants. Ils fournissent une idée appréciable pour des applications réelles telles que: l'identification des sources d'excitations ponctuelles et réparties, l'identification des efforts de couplage mécaniques, et minimisation des vibrations des structures ce qui permet de servir comme un moyen de surveillance et de diagnostic des machines.

Mots clés

Coque, Plaque, Excitation, Force, Déplacement, Vitesse, Détection, Localisation, Problème inverse.

TABLES DES MATIERES

CHAPITRE 1

Introduction et synthèse bibliographique.....	1
--	----------

CHAPITRE 2

Identification des sources d'excitation pour des structures monodimensionnelles et bidimensionnelles par résolution du problème inverse

I- Introduction.....	14
II- Localisation des sources d'excitation pour une structure monodimensionnelle.....	15
II-1 Equation de base du problème.....	15
II-2 Simulations numériques.....	17
II-3 Exemples d'application.....	20
II-3-1 Poutre excitée par une force ponctuelle.....	20
II-3-2 Poutre excitée par deux forces ponctuelles.....	21
II-3-3 Poutre excitée par une force répartie.....	23
II-3-4 Poutre excitée par un moment ponctuel.....	24
II-4 Influence des hétérogénéités.....	25
II-4-1 Position du problème.....	25
II-4-2 Poutre excitée par une force répartie et couplée à un ressort.....	26
III- Localisation des sources d'excitation d'une structure bidimensionnelle.....	28
III-1 Equation de base du problème.....	28
III-2 Schéma aux différences finies appliqué au cas d'une structure bidimensionnelle	30
III-3 Simulations numériques.....	31
III-4 Exemples d'application.....	33
III-4-1 Plaque excitée par une force ponctuelle.....	33

III-4-2 Plaque excitée par deux forces ponctuelles.....	35
III-4-3 Plaque excitée par une force répartie.....	37
IV- Conclusion.....	38

CHAPITRE 3

Modélisation du rayonnement acoustique intérieur et extérieur d'un cylindre excité mécaniquement

I- Introduction.....	40
II- Détermination des équations de mouvement d'une coque cylindrique dans le vide.....	41
II-1 Champ de déplacement et tenseur de déformation et de contrainte.....	42
II-2 Détermination de la fonctionnelle de Hamilton pour une coque mince.....	45
II-3 Détermination des équations de mouvement par extremalisation de la fonctionnelle de Hamilton.....	48
III- Equations de mouvement de la coque sous charges fluides.....	51
IV- Expression de la pression acoustique généralisée du milieu intérieur.....	53
V- Détermination de la fonction de Green.....	57
VI- Pression acoustique généralisée du milieu intérieur.....	62
VII- Pression acoustique généralisée du milieu extérieur.....	65
VIII- Expression des systèmes d'équations linéaires généralisées.....	68
IX- Conclusion.....	69

CHAPITRE 4

Identification des sources d'excitation pour une coque cylindrique excitée mécaniquement

I- Introduction.....	70
II- Utilisation de la méthode des moindres carrés pour la résolution du problème inverse.....	71
III- Résultats et interprétations.....	74

III-1 Localisation des sources d'excitation par les vitesses pariétales.....	74
III-2 Localisation des sources d'excitation par résolution du problème inverse.....	76
III-2-1 Coque excitée par une force mécanique ponctuelle.....	76
III-2-2 Coque excitée par deux forces mécaniques ponctuelles.....	83
III-2-3 Coque excitée sur ses fréquences propres.....	87
III-2-4 Représentation tridimensionnelle de la force reconstruite par résolution du problème inverse.....	89
IV- Conclusion.....	95
 CHAPITRE 5	
Conclusion générale.....	100
BIBLIOGRAPHIE.....	101
 ANNEXE A1	
* Principe de la méthode des différences finies.....	106
 ANNEXE A2	
* Résultats supplémentaires du chapitre 2.....	109
 ANNEXE A3	
* Schéma modal d'une coque mince appuyée sur ses bords.....	112
 ANNEXE A4	
* Principe de la méthode des moindres carrés.....	117
 Résumé en anglais.....	 121
Résumé en arabe.....	122

NOTATIONS UTILISEES

a : Rayon à la surface moyenne de la coque	[m]
A_{nm} : Amplitudes modales des modes n et m introduites dans le problème direct	
A'_{nm} : Amplitudes modales des modes n et m calculées à partir du problème inverse	
C_i : Célérité du son dans le milieu intérieur	[m/sec]
C_e : Célérité du son dans le milieu extérieur	[m/sec]
D : Rigidité à la flexion	
E : Module de Young	[N/m ²]
F : Distribution de la force d'excitation	[N]
F₀ : Amplitude de la force d'excitation	[N]
F_i : Force correspondante au point i de la poutre discrétisée	[N]
F_{ij} : Force correspondante au point i, j de la plaque discrétisée	[N]
F_{nm} : Force d'excitation des modes n et m introduite dans le problème direct	[N]
F'_{nm} : Force reconstruite à partir du problème inverse	[N]
F_u, F_v, F_w : Composante longitudinale, tangentielle et radiale de la force d'excitation de la coque	[N]
G_d : Fonction de Green à droite du point z ₀ du milieu intérieur	
G_g : Fonction de Green à gauche du point z ₀ du milieu intérieur	
G^e : Fonction de Green du milieu extérieur	
h : Epaisseur	[m]
I : Moment d'inertie	[m ⁴]
j : $\sqrt{-1}$	
J_n : Fonction de Bessel du premier espèce	
K : Nombre d'onde naturel	
K_e : Nombre d'onde acoustique	
K_n : Nombre d'onde mécanique de la poutre	
K_{nl} : Nombre d'onde propre des fonctions de Bessel	
K_{nm} : Nombre d'onde mécanique de la plaque	
K_r : Raideur	[N/m]

K_z : Nombre d'ondes axiale dans le milieu extérieur	
l : Nombre des modes axiaux	
L : Longueur	[m]
$[L]$: Opérateur de Donnell	
m : Nombre des modes longitudinaux	
M_0 : Amplitude du moment d'excitation	[N.m]
m_{pqk} : Masse généralisée du mode pqk de la coque	[Kg]
n : Nombre des modes circonférentiels	
N_θ : Nombre de points du maillage circonférentiel	
N_z : Nombre de points du maillage longitudinal	
P^e : Pression acoustique pariétale extérieure	[N/m ²]
P^i : Pression acoustique pariétale intérieure	[N/m ²]
Q_0 : Point d'excitation de la coque	
r : Rayon de la coque	[m]
S : Surface de la poutre ou de la coque	[m ²]
S_b : Surface du baffle rigide	[m ²]
S_c : Surface déformable de la coque	[m ²]
S_∞ : Surface de la coque rejetée à plus ou moins l'infinie	[m ²]
t : Le temps	[Sec]
T : L'énergie cinétique de la coque	[N.m]
u, v, w : Composante longitudinale, tangentiel et radial du champ des déplacements de la coque	
V : L'énergie potentielle de la coque	[N.m]
$v(z, \theta)$: Vitesse pariétale de la coque	[dB]
Z_F : Coordonnée longitudinale du point d'excitation de la coque	[m]
Z_{pqm}^i : Impédance de rayonnement des modes pqm du milieu intérieur	
Z_{pqm}^e : Impédance de rayonnement des modes pqm du milieu extérieur	
θ_F : Coordonnée circonférentielle du point d'excitation de la coque	[Rad]
η : Amortissement structural de la poutre ou de la coque	
η_c : Amortissement structural de la coque	

ρ : Densité volumique de la poutre ou de la plaque	[Kg/m ³]
ρ_c : Densité volumique de la coque	[Kg/m ³]
ρ^i : Densité volumique du fluide interne	[Kg/m ³]
ρ^e : Densité volumique du fluide externe	[Kg/m ³]
ω : Fréquence d'excitation	[Rad/Sec]
ω_{pqk} : Fréquence propre du mode pqk de la coque	[Rad/Sec]
$\hat{\Delta}$: Le pas du maillage	[m]
δ : Distribution de Dirac	
ν : Coefficient de Poisson du matériau	
Δ : Opérateur Laplacien en coordonnées cylindriques	
ε_{ij} : Tenseur des déformations	
ε_p : Facteur de Neuman	
σ_{ij} : Tenseur des contraintes	

CHAPITRE 1

INTRODUCTION ET SYNTHÈSE BIBLIOGRAPHIQUE

De nos jours, les problèmes de nuisances dus au bruit deviennent de plus en plus préoccupants, particulièrement dans des domaines tels que l'aéronautique, l'industrie automobile, la conception des ventilateurs et des compresseurs, etc..., où des champs de pression intenses se trouvent rayonnés vers le milieu extérieur.

C'est ainsi que ces dernières années, des efforts considérables ont été déployés pour la protection des cités, contre le bruit des avions, des voitures sur les autoroutes et de certaines usines bruyantes. Il est bien connu que les opérations de protection sont souvent très onéreuses et il serait donc préférable d'agir au niveau des sources de bruit.

Nous nous sommes donc intéressés, dans cette étude, au développement d'une méthode de localisation et de détermination des sources d'excitation d'une structure vibrante, rayonnant acoustiquement. L'excitation d'une structure peut être vue comme un effet extérieur appliqué mécaniquement, acoustiquement, ou d'une autre façon, mais elle peut aussi être issue du rayonnement acoustique propre de la structure elle-même (effet de couplage fluide-structure).

L'intérêt industriel pour ce genre de problème n'est plus à démontrer.

- En premier lieu, l'application type de cette étude est de pouvoir localiser la ou les causes d'un effet indésirable (bruits sonores, vibrations gênantes, pannes mécaniques...), à fin de les identifier et y remédier.

- Comme deuxième application importante, l'approche présentée peut être vue comme un moyen de mesure. Par exemple, il peut être intéressant de mesurer une ou plusieurs forces (Force d'excitation ou de jonction) en fonction de la fréquence où la

présence d'un capteur de force n'est pas possible, ou de mesurer le saut de pression acoustique pariétale participant à la vibration de la structure.

- On peut également voir cette approche comme un moyen d'analyse de structure. En effet, une structure complexe peut être décomposée en une structure simple (modèle connu) excitée par des efforts de couplage internes modélisant les éléments qui la rendent compliquée. Par exemple, la vibration d'une plaque raidie peut être analysée comme celle d'une plaque simple avec des efforts supplémentaires créés par les raidisseurs. Ces efforts peuvent ainsi être localisés et identifiés.

- Sur un plan pratique, nous serons en mesure, à partir des données de vibration sur une structure mince, de localiser les efforts internes appliqués. C'est en quelque sorte une « radiographie » de l'intérieur d'une machine que nous avons développé

En général, les problèmes vibro-acoustiques consistent, en connaissant le milieu et les efforts appliqués, à décrire les signaux mesurables en un formalisme mathématique suffisamment précis pour décrire correctement les phénomènes. Ce type de modélisation peut être définie comme un problème direct, puisqu'il calcule l'effet d'une cause donnée. En outre, notre problème d'identification des efforts constitue un problème inverse étant donné qu'il détermine les causes d'un phénomène grâce à la connaissance de leurs effets (données fournies par l'instrumentation et du modèle fourni à partir de l'étude du problème direct).

La méthode proposée, dans cette étude, permet la localisation de la source d'excitation à partir de la résolution du problème inverse du problème direct. La localisation et la détermination des sources d'excitation pour le cas simple des structures monodimensionnelles et bidimensionnelles (poutres et plaques) est réalisée à partir des champs vibratoires simulés numériquement ou qui peuvent être mesurés expérimentalement. La méthode utilisée consiste à calculer les dérivées spatiales du champ de déplacement discrétisé par un schéma aux différences finies, alors que pour le cas des structures complexes (coques cylindriques) et à partir des vitesses pariétales de la

coque calculées numériquement par résolution du problème direct (qui peuvent être obtenues par mesures), on calcule les amplitudes modales par une méthode des moindres carrés et en fin le produit du vecteur des amplitudes modales par la matrice des impédances mécaniques sous charges acoustiques intérieur et extérieur donne le vecteur des forces généralisées. Enfin nous reconstituons la force mécanique exercée sur la coque par une série tronquée.

Afin de présenter cette étude bibliographique d'une manière compréhensible, on se propose de classer la littérature existante en deux catégories; celle traitant le problème acoustique intérieur et/ou extérieur (problèmes directs) et celle concernant la localisation et la détermination des sources d'excitation (problèmes inverses).

Commençons par la littérature traitant le problème intérieur sans tenir compte de l'écoulement. Nous mentionnons l'étude de MERCULOV, PRIKOD'KO ET TYUTEKIN [1] sur l'excitation des modes propres circonférentiels d'une coque cylindrique infinie, mince, déformable, couplée à un fluide interne sans mouvement. Le mouvement de la coque considérée est décrit par les équations de Kennard plutôt que celles de Donnell qui sont un raffinement des équations bien connues de Timoshenko. La résolution de ces équations s'effectue par la transformée de Fourier spatiale selon l'axe du cylindre. Les auteurs s'intéressent aussi à la détermination de la pression acoustique en réponse à une excitation monopolaire centrale et pariétale. Ils déterminent aussi les courbes de dispersion du nombre d'onde longitudinal en fonction de la fréquence. Dans un deuxième temps, ils calculent la pression acoustique en réponse à une excitation monopolaire centrale et pariétale, véhiculée par des ondes de type fluide (acoustique interne dominante). Ils montrent qu'en dessous de la fréquence d'anneau, la pression acoustique interne est générée par l'onde de type fluide.

FULLER [2] étudie les vibrations d'une coque cylindrique infinie remplie de fluide et excitée par une source acoustique monopolaire interne. Il étudie la mobilité modale de la paroi de la coque pour différentes positions radiales de la source. L'auteur calcule en

suite la distribution de l'énergie vibratoire entre la paroi de la coque et le fluide pour plusieurs positions axiales le long de la coque ainsi que pour différentes positions radiales. Dans le cas d'une excitation mécanique à basse fréquence, l'énergie est concentrée essentiellement dans la paroi de la coque, alors que pour une excitation acoustique l'énergie est prédominante dans le fluide. A haute fréquence, l'énergie est répartie entre le fluide et la coque.

Nous mentionnons aussi l'étude menée par FULLER [3] sur le rayonnement acoustique d'une coque cylindrique infinie excitée par une source monopolaire interne en tenant compte des milieux extérieur et intérieur. L'auteur met en évidence l'influence de la position de la source sur la mobilité modale de la paroi de la coque. Le fait de rapprocher la source de la paroi augmente sa mobilité. Dans le même temps, la pression acoustique rayonnée en champ lointain est faible et omnidirectionnelle quand la source d'excitation est placée sur l'axe de la conduite. Quand la source d'excitation est dans une position asymétrique, elle cause une grande augmentation dans l'amplitude de la pression rayonnée à l'extérieur. L'influence de la position de la source d'excitation sur la puissance acoustique rayonnée a été étudiée plus profondément par OUELAA [17].

Intéressons nous dorénavant à la bibliographie traitant le problème d'acoustique interne en présence d'un écoulement uniforme.

Commençons par l'étude théorique et expérimentale menée par MASON [4] sur la propagation du son dans une conduite cylindrique avec écoulement d'air. Par mesure du spectre de pression acoustique, il détermine les fréquences modales de coupure et montre que ces fréquences décroissent avec l'augmentation de la vitesse d'écoulement, il montre aussi que la position de l'excitation influe beaucoup sur le niveau de pression acoustique.

MICHALKE [5] étudie le cas de la propagation du son généré dans un conduit de section cylindrique à paroi rigide avec écoulement interne uniforme. La conduite est excitée par des sources internes de type monopolaire et dipolaire. Il résout l'équation d'onde convective en éliminant les termes convectifs par une transformation des

coordonnées de type Gallilée-Lorentz. La pression acoustique interne est déterminée dans deux cas type; dans le domaine temporel pour des sources impulsionnelles et dans le domaine fréquentiel lorsque les sources acoustiques sont entretenues.

En se basant sur l'étude théorique précédente, MICHALKE [6] détermine expérimentalement, par plusieurs méthodes, la puissance acoustique rayonnée dans un conduit à paroi rigide avec et sans écoulement. Dans cette référence, la puissance est déterminée par mesure de la pression acoustique dans la section de la conduite avec deux microphones. En utilisant la transformée de Fourier de cette dernière avec la vitesse axiale, il arrive à déterminer la puissance acoustique. Cette puissance est aussi déterminée par mesure de la moyenne azimutale du spectre de la pression acoustique. Il montre que pour une position radiale fixe du microphone et pour des fréquences élevées le rapport du spectre de la pression acoustique moyenne et de la puissance acoustique dépend fortement du nombre de Mach et des propriétés d'amortissement.

ATTALAS et NICOLAS [7] étudient les effets de l'écoulement sur le rayonnement acoustique des plaques rectangulaires bafflées avec des conditions aux limites arbitraires. L'analyse est basée sur une formulation variationnelle pour les vibrations transversales de la coque, et l'équation intégrale d'Helmholtz pour prendre en compte le milieu en mouvement uniforme. Ils présentent quelques résultats concernant l'effet de l'écoulement sur la résistance et la réactance de rayonnement d'un piston carré rayonnant dans l'air.

Avant de passer aux études traitant le problème d'acoustique externe, nous allons analyser le travail de LEYRAT [8] dans lequel il résout le problème de la coque cylindrique couplée au fluide interne. Il étudie l'effet de l'écoulement interne sur les vibrations des coques cylindriques. Deux types d'analyses sont discutées dans le travail, le premier pour les coques infinies et le deuxième pour les coques de longueur finie. Dans le cas de coques infinies la solution est obtenue en utilisant la transformée de Fourier spatiale dans la direction axiale et une décomposition modale dans la direction circonférentielle. Utilisant cette solution, il détermine l'accélérence d'entrée et de transfert. Les résultats de cette partie montrent que globalement l'accélérence d'entrée est

mécanismes de rayonnement décomposés en phénomènes modaux élémentaires. Ceci se traduit aussi par des temps de calcul réduits.

SANDMAN [22] donne une écriture analytique et numérique des parties réelles et imaginaires des impédances de rayonnement pour une plaque finie, ce qui permet de calculer la réponse vibratoire de la plaque sous charge fluide excitée par une force ponctuelle.

En 1982, STEPANISHEN [12] donne une écriture analytique différente, déduite d'une formulation basée sur une distribution de Dirac au point source.

LAULAGNET et GUYADER [15],[19] et [20] ont repris cette dernière écriture de l'impédance de rayonnement pour faire une étude très complète concernant le problème de rayonnement acoustique extérieur d'une coque cylindrique, finie, raidie, revêtue d'un matériau de masquage et immergée dans un fluide lourd et / ou léger.

HAMDI [23] présente une formulation variationnelle par équations intégrales qui permet de résoudre différents types de problèmes aux limites intérieurs et extérieurs qui se posent dans le domaine de l'acoustique linéaire. La formulation présentée permet d'éviter la discrétisation du domaine acoustique ce qui constitue en soi même un avantage considérable par rapport à la méthode des éléments finis (particulièrement dans le cas des problèmes acoustiques extérieurs où le domaine acoustique est infini). Elle évite d'une part le calcul de la « partie finie » des intégrales singulières ce qui facilite considérablement sa mise en oeuvre numérique et conduit d'autre part, après discrétisation par une méthode des éléments finis de surface, à un système linéaire symétrique de petite taille ce qui permet l'utilisation d'algorithmes de résolution performants. L'auteur détermine le champ de pression complexe à l'intérieur et à l'extérieur d'un conduit à paroi rigide terminé par une manche à air excitée en sa section centrale.

FILIPPI et HABAUT [24] et [25], ont développé la méthode d'équations intégrales de contours ou de frontières tout d'abord pour des plaques, puis adaptée au rayonnement de coques cylindriques finies bafflées. Elle consiste à chercher une solution pour le cylindre infini couplé au fluide et excité par une force mécanique ponctuelle. La réponse vibratoire s'exprime comme le produit de convolution de la solution élémentaire (tenseur de Green d'ordre 3) par les termes de sources qui sont la force ponctuelle et les discontinuités dues aux limites. On aboutit finalement à un système d'équations intégrales sur les bords d'un cylindre, résolu par la transformée de Fourier.

En 1993, OUELAA [16] et [17], présente un couplage des deux problèmes discutés dans la partie précédente de cette étude bibliographique. Il a présenté une modélisation du rayonnement acoustique d'une coque cylindrique, finie, déformable, prolongée par des baffles cylindriques rigides infinis et immergée dans un fluide extérieur au repos et un fluide intérieur soumis à une vitesse de convection uniforme. L'espace interne pourra contenir des sources acoustiques ponctuelles engendrant de sauts de pression et de gradient de pression. Les sources pourront être aussi d'origine mécanique puisque les forces ponctuelles peuvent être appliquées au cylindre déformable qui par sa mise en vibration sollicitera les milieux acoustiques extérieur au repos et intérieur en mouvement uniforme. L'auteur a présenté des résultats originaux concernant les impédances de rayonnement acoustique interne. Cette étude contient aussi un calcul des indicateurs permettant de comprendre le comportement vibro-acoustique de la conduite (puissance acoustique rayonnée dans les deux milieux intérieur et extérieur, vitesse quadratique radiale et facteur de rayonnement). Il a aussi présenté des résultats concernant l'influence de la nature d'écoulement sur ces indicateurs.

La deuxième grande partie de cette étude bibliographique sera consacrée au problème de localisation des sources d'excitation et les différentes techniques utilisées. Dans cette partie on se limitera aux études les plus marquantes ou à celles dont notre travail s'inspire directement.

Dans notre domaine, les problèmes inverses sont nombreux mis à part tous ceux qui concerne les localisations de sources, dont fait l'objet notre travail. On peut, par exemple, citer le travail de R. J. LUCAS [34] dans lequel il identifie la forme d'une bosse elliptique à partir de la résolution du problème inverse. D'autres exemples existent mais nous nous bornerons à notre objectif qui consiste à identifier et localiser les sources d'excitation.

Les différentes techniques de localisation des sources d'excitation peuvent se regrouper dans deux groupes: le domaine purement acoustique et le domaine purement vibratoire. Toutefois certaines études utilisent les deux.

En acoustique, les localisations des sources caractérisent le champ vibratoire d'une structure vibrante à partir de la connaissance du champ acoustique rayonné. Ce type d'étude ressemble à ce que nous visons, en ce sens qu'elles cherchent à identifier les causes de l'effet mesuré.

La plus connue est certainement l'holographie acoustique introduite par VERONESI et MAYNARD [26] sous le nom de l'holographie acoustique du champ proche (Nearfield Acoustic Holography: NAH). Cette méthode permet de reconstruire un champ acoustique sur une surface près des sources à partir de la pression complexe mesurée sur une surface de mesure (hologramme). Dans cette référence, les auteurs montrent que la rétropropagation du champ de pression mesuré, amplifie considérablement le bruit inhérent à toute mesure. Physiquement, cette amplification provient de la fonction de transfert directe qui prend des valeurs petites pour les hauts nombres d'ondes (atténuation exponentielle des ondes évanescentes). Le processus inverse tend donc à amplifier ce domaine. Pour remédier à cette instabilité, ils introduisent un filtrage limitant la transformée de Fourier spatiale obtenue, dans le domaine stable. Les paramètres du filtre (coupure, forme, ...) sont déterminés empiriquement par l'expérience et nécessitent une information a priori sur le champ situé en amont. La technique utilisée est basée sur la transformée de Fourier spatiale bidimensionnelle, permettant de retropropager le champ acoustique à l'aide d'une simple division par la fonction de

transfert dans le domaine des nombres d'ondes. Le champ étant rétropropagé, la vitesse vibratoire peut se calculer en amont et en particulier sur la surface coïncidante avec la structure, par l'équation d'Euler reliant vitesse et gradient de pression.

La même technique est présentée par MAYNARD et WILLIAMS [27]. Plusieurs développements en ont découlé, et montrent de toute évidence une méthode de plus en plus efficace (cf [28] et [29]).

Par ailleurs, on peut citer également la méthode BAHIM (Broad-band Acoustic Holography from Intensity Measurement). Cette méthode a été développée pour adapter la reconstruction holographique à des sources industrielles en supprimant la prise d'une référence de phase (cf [29] et [30]). La méthode BAHIM consiste à utiliser des sources locales d'intensité acoustique et de pression quadratique pour reconstruire la phase de la pression sur l'hologramme. En plus de son originalité par rapport à la méthode NAI, cette technique est facile à utiliser tout en nécessitant un appareillage simple. Dans ce domaine, nous citons le travail de REBILLAT et PATRAT [50], dans lequel les deux auteurs présentent une méthode de détermination du vecteur source monopolaire isotrope, la direction de l'intensité indique celle de la source. Si la source est située sur un axe ou une surface simple connue, une seule détermination de la valeur de l'intensité permet une localisation spatiale de la source monopolaire. Deux mesures sont nécessaires dans le cas le plus général.

MITJAVELA, PAUZIN et BIRON [51] présentent une méthode de localisation de la source par la mesure de l'intensité acoustique en utilisant les accéléromètres qui sont très largement utilisés pour leur simplicité. Mais l'inconvénient essentiel de ces derniers c'est le problème de leur interaction avec la vibration de la structure à cause de leurs masses propres. Pour cela, les auteurs proposent l'utilisation des jauges de contraintes et le laser qui n'apportent pas de masses supplémentaires, mais cette méthode n'est pas encore adaptée pour des structures in situ.

Nous citons particulièrement le travail de PEZERAT [31] dans lequel il développe une méthode, la plus simple possible, pour localiser et identifier les différents efforts qui participent à la vibration d'une structure, avec un minimum de connaissances au préalable. Deux méthodes ont été développées dans le cas des structures monodimensionnelles. Elles se différencient sur l'approche de calcul des dérivées spatiales du déplacement vibratoire. La première méthode (méthode globale) calcule ces dérivées en utilisant le concept de décomposition modale du mouvement. La deuxième est une méthode de dérivation numérique qui utilise un schéma aux différences finies (méthode locale). La difficulté de ces méthodes qui calculent les dérivées du déplacement est qu'elles présentent une forte instabilité aux erreurs de mesure. C'est la difficulté des problèmes inverses qui nécessitent un traitement ultérieur (régularisation) pour les rendre stables. La régularisation proposée est une méthode de filtrage. L'auteur montre que se sont les composantes associées aux hauts nombres d'ondes qui sont affectées par le bruit des incertitudes de mesure. Pour la méthode globale, l'auteur a proposé de réduire convenablement le nombre de modes utilisés. Pour la méthode locale, il a développé la méthode de résolution Inverse Filtrée Fenêtrée (R.I.F.F). L'auteur a montré aussi qu'un filtre à réponse finie donne des résultats très satisfaisants, et que son application sur des structures monodimensionnelles et bidimensionnelles est tout à fait réalisable.

En ce qui concerne le problème de détection des sources d'excitation dans le cas des coques cylindriques dont fait l'objet notre travail, nous citons le travail de OUELAA [32] et [33] où il présente une modélisation du rayonnement acoustique d'une coque cylindrique, finie, prolongée par des baffles rigides indéformables, immergée dans un fluide au repos et contenant un fluide en mouvement uniforme. Dans cette étude, l'auteur a montré qu'il est difficile de localiser une source par la mesure (ou par simulation) des indicateurs de pression, vitesse et intensité pariétales, tant que la longueur d'onde mécanique de flexion reste comparable à la longueur de la coque.

Le travail que nous allons développer dans les prochains chapitres concerne la localisation et la détection des sources d'excitation pour des structures monodimensionnelles et bidimensionnelles telles que les poutres et les plaques en flexion pur, ou bien des structures tridimensionnelles telles que le cas des coques cylindriques. La méthode utilisée dans le premier cas est une méthode locale qui consiste à calculer les dérivées spatiales du champs des déplacements discrétisé par un schéma aux différences finies.

Pour le cas des coques cylindriques et vu la difficulté rencontrée lors de l'utilisation de la méthode des différences finies, on a pensé à utiliser une autre méthode qui consiste à calculer les amplitudes modales de coque par une méthode des moindres carrés et cela à partir des vitesses pariétales de la coque calculées numériquement (qui peuvent aussi être obtenues par mesures), et enfin le produit du vecteur des amplitudes modales par la matrice impédances mécaniques sous charges acoustiques extérieure et intérieure donne le vecteur des forces généralisées. Ensuite on reconstitue la force exercée sur la coque par une série tronquée.

Pour répondre à ces objectifs, notre travail s'articulera de la manière suivante:

Le second chapitre est dévolu à la détermination et la localisation des efforts sur une structure monodimensionnelle. La méthode est ensuite étendue aux structures bidimensionnelles. Des exemples d'applications pour le cas des poutres et des plaques en flexion pur excitées par différents types de forces mécaniques montrent des applications particulièrement intéressantes.

Le Troisième chapitre a pour but de fournir la modélisation du rayonnement acoustique d'un cylindre finis, bafflé, sous charge acoustique intérieure et extérieure représentée par le fluide interne et externe au repos. La coque est excitée par une ou deux forces mécaniques ponctuelles. A la fin de ce chapitre, on aboutit à l'expression analytique de l'équation de mouvement de la coque qui nous servira comme équation de base pour le chapitre suivant.

Le quatrième chapitre présente des résultats originaux concernant la détermination et la localisation des sources d'excitations à partir de la résolution du problème inverse du problème direct présenté dans le chapitre précédent. La méthode utilisée dans ce cas est une méthode des moindres carrés. Des exemples d'applications pour le cas d'une coque excitée par une ou deux forces mécaniques ponctuelles donnent des résultats très intéressants et montre la possibilité de localisation des sources d'excitation..

En fin le cinquième chapitre conclura cette étude et décrira ses prolongements futurs.

CHAPITRE 2

IDENTIFICATION DES SOURCES D'EXCITATION POUR DES STRUCTURES MONODIMENSIONNELLES ET BIDIMENSIONNELLES PAR RESOLUTION DU PROBLEME INVERSE

I- Introduction

L'objectif de ce chapitre est de donner le cheminement de la méthode d'identification des efforts d'excitations appliqués à une structure monodimensionnelle ou bidimensionnelle à partir de la connaissance de son champ de déplacement vibratoire. Trois techniques différentes ont été proposées dans la référence [31]. La première utilise une décomposition du mouvement dans une base de fonctions, cinématiquement admissibles aux limites et analytiquement dérivables, la deuxième calcule les dérivées spatiales de l'équation de mouvement par un schéma aux différences finies (méthode locale) et la troisième est basée sur le passage dans le domaine des nombres d'ondes par la transformée de Fourier spatiale.

La méthode locale est avantageuse car elle présente l'atout majeur de n'utiliser que des informations locales.

Il n'est plus nécessaire de connaître:

- Le champ de déplacement dans son ensemble.
- Les conditions aux limites.
- Les seules informations nécessaires sont l'équation du mouvement et une partie du champ de déplacement.

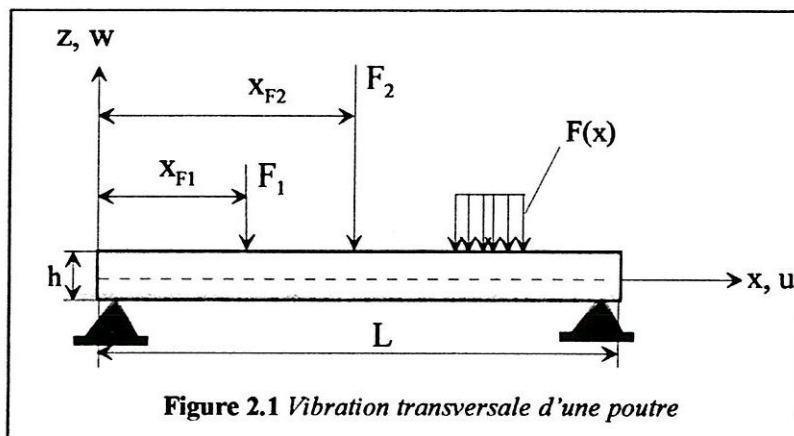
Dans le quatrième chapitre, nous allons proposer une nouvelle technique basée sur la localisation des sources d'excitation pour une coque cylindrique couplée à deux fluides intérieur et extérieur au repos. Les sources d'excitation sont constituées d'une

ou deux forces mécaniques ponctuelles appliquées contre la coque. L'utilisation de la méthode de discrétisation par différences finies est difficile à mettre en oeuvre dans le cas des structures tridimensionnelles telles que les coques cylindriques et en particulier lorsque ces dernières sont couplées à d'autres milieux tels que les fluides. Pour cela, on s'est proposé d'utiliser une méthode plus simple permettant de donner des résultats très satisfaisants. Elle consiste à calculer les amplitudes modales de la coque par une méthode des moindres carrés et cela à partir des vitesses pariétales de la coque calculées numériquement. Enfin, le produit du vecteur des amplitudes modales par la matrice des impédances mécaniques sous charges fluides donne le vecteur des forces généralisées. Ensuite nous reconstituons la force mécanique exercée sur la structure par une série tronquée.

II- LOCALISATION DES SOURCES D'EXCITATION POUR UNE STRUCTURE MONODIMENSIONNELLE

II-1 Equations de base du problème

Dans le problème vibratoire des structures minces, on trouve plusieurs types de mouvements mécaniques, qui, en régime harmonique, ces mouvements sont les solutions d'équations différentielles du second ou du quatrième ordre. Si on prend comme exemple le cas de flexion des poutres appuyées aux deux extrémités (figure 2.1) dont le mouvement est régi par l'équation différentielle du quatrième ordre:



$$E(1 + j\eta)I \frac{\partial^4 W(x, t)}{\partial x^4} - \rho S \frac{\partial^2 W(x, t)}{\partial t^2} = F(x, t) \quad (2.1)$$

avec les conditions aux limites:

$$W(x, t) = \frac{\partial^2 W(x, t)}{\partial x^2} = 0 \quad \text{pour } x = 0 \text{ et } x = L \quad (2.2)$$

avec:

E : Module de Young.

S : Section transversale de la poutre.

η : Amortissement structural du matériau.

I : Moment d'inertie de la poutre.

$W(x, t)$ désigne le déplacement transversal qui prend la forme suivante pour un mouvement harmonique:

$$W(x, t) = W(x) e^{j\omega t} \quad (2.3)$$

où ω et la fréquence d'excitation de la structure.

$F(x, t)$ représente la distribution de la force transversale qui a comme expression:

$$F(x, t) = F(x) e^{j\omega t} \quad (2.4)$$

En remplaçant les deux expressions (2.3) et (2.4) dans l'équation différentielle (2.1), on obtient:

$$E(1 + j\eta)I \frac{\partial^4 W(x)}{\partial x^4} - \rho S \omega^2 W(x) = F(x) \quad (2.5)$$

L'équation (2.5) est l'équation de base de notre problème. L'inconnu est la distribution de la force $F(x)$, exprimée en N/m . Les caractéristiques du matériau et la géométrie de la structure sont considérées connues.

Le déplacement $W(x)$ peut être mesuré en plusieurs points uniformément repartis sur la structure (dans notre cas ils sont simulés numériquement à partir de la résolution du problème direct) en utilisant la méthode modale [Annexe A1].

II-2 Simulations numériques

Pour étudier la possibilité de reconstruire la force d'excitation F et notamment sa convergence, des simulations numériques ont été effectuées. Pour mettre en évidence la méthode proposée, il est nécessaire de passer par un calcul direct qui permet la détermination des déplacements en tous points de la structure discrétisée pour une fréquence donnée en connaissant les caractéristiques du matériau, la géométrie de la structure, les conditions aux limites et la force appliquée. Puis un calcul indirect (inverse) qui permet de déterminer la force d'excitation avec les résultats des déplacements obtenus du calcul direct.

La structure de référence est une poutre de longueur $L=1m$, de section carrée, de largeur $h=0.02m$, en acier ($E=2.10^{11} N/m^2$, $\rho=7800 Kg/m^3$, Facteur d'amortissement $\eta=4.10^{-3}$), sur appuis.

Pour le calcul direct, on utilise la méthode modale, (cf [11],[13] et [14]) qui jouisse de la propriété d'orthogonalité des modes. La solution de l'équation (2.5) peut se mettre sous la forme:

$$W(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \phi_n(x) \quad (2.6)$$

où les a_n sont les coefficients modaux, correspondants à la projection de l'équation du mouvement dans la base des modes propres. Multipliant l'équation (2.6) par la déformée $\phi_n(x)$ et intégrant sur la longueur de la poutre, on obtient:

$$a_n = \frac{2}{L} \int_0^L W(x) \phi_n(x) dx \quad (2.7)$$

où $\phi_n(x)$ sont les déformées propres de la structure, solution de l'équation du mouvement sans second membre.

$$EI \frac{\partial^4 \phi_n(x)}{\partial x^4} - \rho S \omega_n^2 \phi_n(x) = 0 \quad (2.8)$$

Les déformées propres qui vérifient les conditions aux limites (2.2), prend la forme suivante:

$$\phi_n(x) = \sin\left(\frac{n\pi}{L} x\right) \quad (2.9)$$

En remplaçant l'expression du déplacement (2.6) dans l'équation du mouvement (2.5), en multipliant cette dernière par une déformée $\phi_p(x)$ et en intégrant dans le domaine spatial en utilisant les propriétés d'orthogonalité des modes, on obtient l'équation de mouvement suivante projetée dans la base des modes propres.

$$a_n (K_n^4 - K^4) EI (1 + j\eta) \int_0^L \phi_n^2(x) dx = F_n \quad (2.10)$$

A partir de (2.10), on peut tirer l'expression des coefficients modaux sous la forme suivante:

$$a_n = \frac{2F_n}{EI(1+j\eta)L(K_n^4 - K^4)} \quad (2.11)$$

avec F_n représentent les forces généralisées données par:

$$F_n = \int_0^L F(x) \sin\left(\frac{n\pi}{L} x\right) dx \quad (2.12)$$

K représente le nombre d'onde naturel, relié à la pulsation d'excitation par l'équation de dispersion:

$$K = \sqrt[4]{\frac{\rho S}{EI(1+j\eta)}} \sqrt{\omega} \quad (2.13)$$

K_n est le nombre d'onde mécanique donnée par :

$$K_n = \frac{n\pi}{L} \quad (2.14)$$

L'expression des déplacements (2.6) discretisée en chaque point du maillage peut se mettre sous la forme suivante:

$$W_i = W(i\hat{\Delta}) = \sum_{n=1}^N \alpha_n \sin\left(\frac{n\pi}{L} i\hat{\Delta}\right) \quad (2.15)$$

où

N : Ordre de la troncature modale.

$\hat{\Delta}$: L'écart entre deux points consécutifs.

W_i : Le déplacement au point indicé i .

L'ordre de troncature N est déduit du critère de Shannan qui conduit à l'égalité entre le nombre d'onde du mode de rang N_{\max} et le nombre d'onde d'échantillonnage

$$K_i = \frac{2\pi}{\hat{\Delta}}.$$

Dans le cas d'une poutre sur appuis, le critère de Shannan s'écrit:

$$\frac{N_{\max}\pi}{L} = \frac{2\pi}{\hat{\Delta}} \quad \Leftrightarrow \quad N_{\max} = 2(M-1) \quad (2.16)$$

où M est le nombre de points de l'échantillonnage.

Les dérivées spatiales du champ de déplacement discretisé sont calculées par un schéma aux différences finies. Afin d'obtenir une convergence rapide des dérivées paires, on utilise un schéma centré [annexe A1].

Pour un minimum de points, l'équation (2.5) peut s'écrire sous la forme suivante:

$$\frac{E(1+j\eta)I}{\hat{\Delta}^4} [W_{i+2} - 4W_{i+1} + 6W_i - 4W_{i-1} + W_{i-2}] - \rho S \omega^2 W_i = F_i \quad (2.17)$$

II-3 Exemples d'application

II-3-1 Poutre excitée par une force ponctuelle

La distribution de force a pour expression:

$$F(x) = F_0 \delta(x - x_F) \quad (2.18)$$

F_0 : Amplitude de la force, $F_0 = 1N$.

x_F : Abscisse du point d'excitation.

δ : Distribution de Dirac.

En remplaçant l'expression de force (2.18) dans l'expression (2.12), on obtient:

$$F_n = \int_0^L F_0 \delta(x - x_F) \sin\left(\frac{n\pi}{L} x\right) dx = F_0 \sin\left(\frac{n\pi}{L} x_F\right) \quad (2.19)$$

Le calcul direct, en utilisant les équations (2.19), (2.11) et (2.15) conduit à l'expression suivante du déplacement:

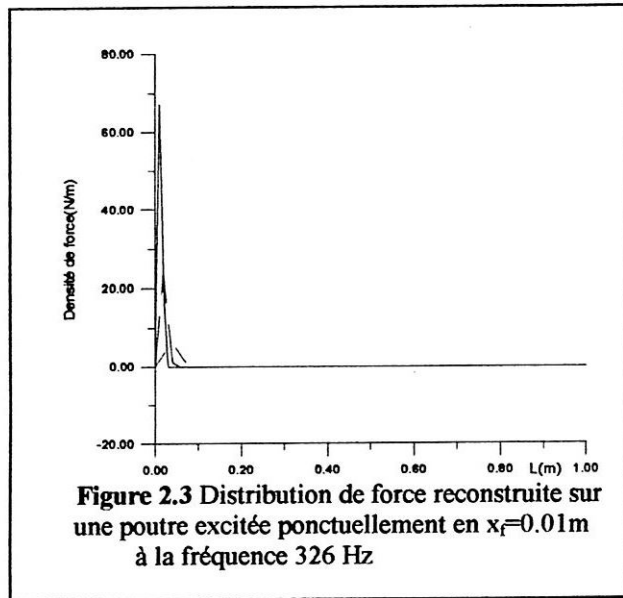
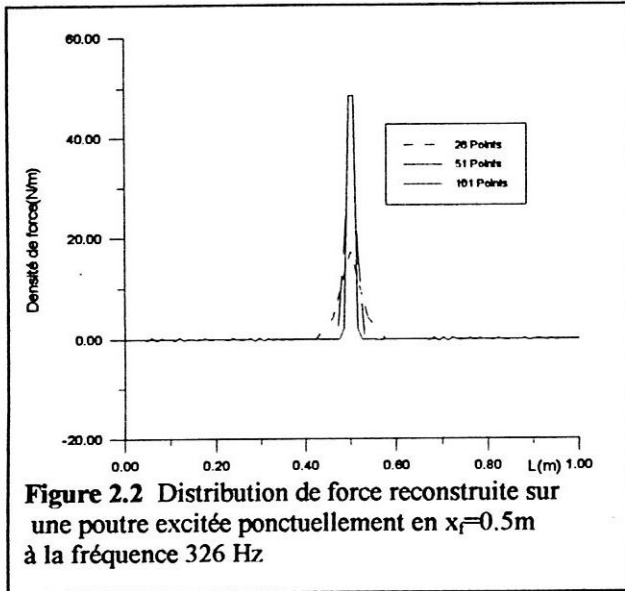
$$W_i = \sum_{n=1}^{2(M-1)} \frac{2F_0 \sin\left(\frac{n\pi}{L} x_F\right) \sin\left(\frac{n\pi}{L} i\hat{\Delta}\right)}{(K_n^4 - K^4)E(1+j\eta)IL} \quad (2.20)$$

En remplaçant cette expression dans l'équation de mouvement discretisée (2.17), on peut recalculer la force en tout point i de la poutre.

• *Résultats et interprétations*

La figure 2.2 représente le module des densités des forces reconstruites, par le schéma aux différences finies obtenues avec le champ de déplacement décrit précédemment, calculé pour 26 points, 51 points et 101 points, pour une fréquence d'excitation fixée à 326 Hz. On constate une nette émergence d'un pic, qui correspond bien au point d'excitation de la poutre par une force ponctuelle. Le module de la distribution calculée correspond à la valeur d'une force par unité de longueur (N/m).

Pour connaître le module de l'effort exciteur, comme $|F| = F_0 = \int_0^L F(x) dx$, il faut intégrer cette distribution dans le domaine spatial. Pour 201 points et plus, des efforts aberrants d'amplitudes considérables apparaissent. En fait, nous avons là une instabilité numérique. Ces efforts peuvent être diminués considérablement en augmentant la fréquence d'excitation [annexe A2]. La figure 2.3 montre la reconstruction de la distribution de force pour une poutre excitée ponctuellement par une force située près du bord, calculée pour 26 points, 51 points et 101 points pour une fréquence de 326 Hz. On observe que la localisation de force est bonne même dans le cas où la force d'excitation est située près du bord.



II-3-2 Poutre excitée par deux forces ponctuelles

La distribution de force a pour expression :

$$F(x) = F_{01} \delta(x - x_{F1}) + F_{02} \delta(x - x_{F2}) \quad (2.21)$$

où F_{01} et F_{02} représentent respectivement les amplitudes des deux forces d'excitation appliquées aux deux points d'abscisses x_{F1} et x_{F2} .

En procédant de la même façon que dans le cas de l'exemple précédent, on obtient l'expression suivante du champ des déplacements:

$$W_i = \sum_{n=1}^{2(M-1)} \frac{2 \left(F_{01} \sin\left(\frac{n\pi}{L} x_{F1}\right) + F_{02} \sin\left(\frac{n\pi}{L} x_{F2}\right) \right) \sin\left(\frac{n\pi}{L} i\hat{\Delta}\right)}{(K_n^4 - K^4) E(1+j\eta) I L} \quad (2.22)$$

• Résultats et interprétations

Les figures 2.4 et 2.5 représentent respectivement la reconstitution de deux forces d'excitation ponctuelles en $(x_{F1}=0.2 \text{ m}, x_{F2}=0.8 \text{ m})$ et $(x_{F1}=0.005 \text{ m}, x_{F2}=0.995 \text{ m})$. On constate que même avec deux forces d'excitation, on peut bien les localiser quelque soient leurs points d'excitation

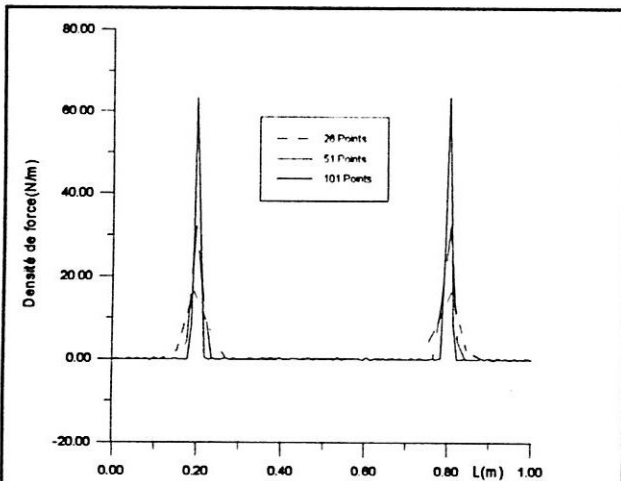


Figure 2.4 Distribution de force reconstruite sur une poutre excitée par deux forces ponctuelles en $x_{F1}=0.2\text{m}$ et $x_{F2}=0.8\text{m}$ à la fréquence 326 Hz

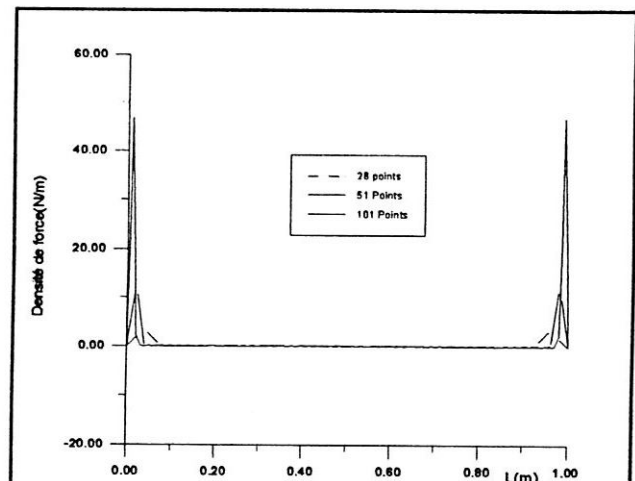


Figure 2.5_ Distribution de force reconstruite sur une poutre excitée par deux forces ponctuelles en $x_{F1}=0.005\text{m}$ et $x_{F2}=0.995\text{m}$ à la fréquence 326

II-3-3 Poutre excitée par une force répartie

La distribution de force dans ce cas, a comme expression:

$$\begin{aligned} F(x) &= F_0 && \text{pour } x \in [x_1, x_2] \\ F(x) &= 0 && \text{pour } x \in [0, x_1[\cup]x_2, L] \end{aligned} \quad (2.23)$$

où F_0 est l'amplitude, en N/m , de la distribution de force appliquée entre les deux points x_1 et x_2 .

En procédant de la même façon que dans le cas des exemples précédents, on obtient l'expression suivante du champ des déplacements:

$$W_i = \sum_{n=1}^{2(M-1)} \frac{2F_0 \left(\cos\left(\frac{n\pi}{L} x_1\right) - \cos\left(\frac{n\pi}{L} x_2\right) \right) \sin\left(\frac{n\pi}{L} i\hat{\Delta}\right)}{(K_n^4 - K^4) E (1 + j\eta) l n \pi} \quad (2.24)$$

• Résultats et interprétations

Les deux figures 2.6 et 2.7 montrent, comme dans les exemples précédents, l'allure de la distribution obtenue par la méthode des différences finies, en fonction du nombre de points. Pour la même structure et pour les mêmes conditions, mais cette fois-ci la poutre est excitée par une force mécanique répartie. Là aussi, la localisation de la force d'excitation est meilleure même dans le cas où la distribution de force est située près du bord.

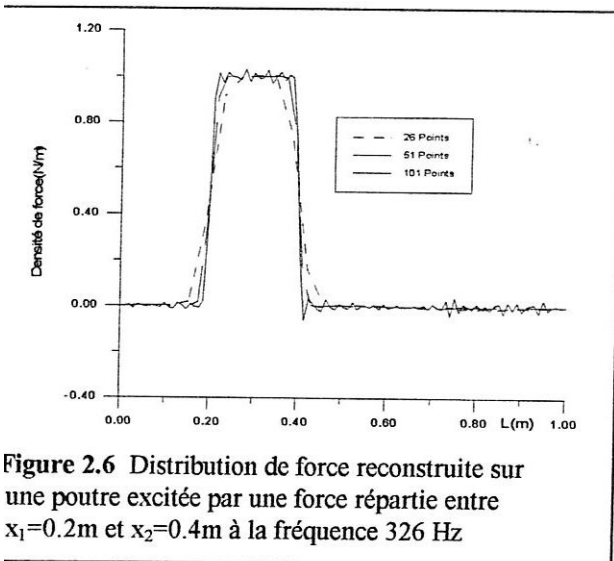


Figure 2.6 Distribution de force reconstruite sur une poutre excitée par une force répartie entre $x_1=0.2m$ et $x_2=0.4m$ à la fréquence 326 Hz

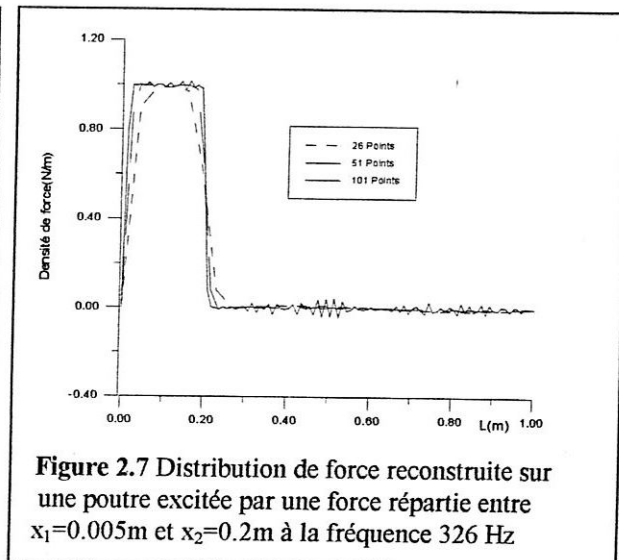


Figure 2.7 Distribution de force reconstruite sur une poutre excitée par une force répartie entre $x_1=0.005m$ et $x_2=0.2m$ à la fréquence 326 Hz

II-3-4 Poutre excitée par un moment ponctuel

La distribution de force a pour expression:

$$F(x) = M_0 \frac{\partial \delta(x - x_M)}{\partial x} \quad (2.25)$$

où M_0 est l'amplitude du moment, x_M l'abscisse de son point d'application.

Le calcul direct en utilisant la méthode modale donne:

$$W_i = \sum_{n=1}^{M-1} \frac{-2M_0 n \pi \cos\left(\frac{n\pi}{L} x_M\right) \sin\left(\frac{n\pi}{L} i \hat{\Delta}\right)}{(K_n^4 - K^4) EI (1 + j\eta) L^2} \quad (2.26)$$

• Résultats et interprétations

Les deux figures 2.8 et 2.9 montrent la reconstruction de la distribution des efforts pour une poutre excitée par un moment ponctuel situé aux points $x_M=0.5m$ (figure 2.8) et $x_M=0.1m$ (figure 2.9). On remarque que la distribution correspond à deux forces ponctuelles opposées de part et d'autre du point d'excitation. L'intégration de cette distribution donne une valeur nulle, ce qui traduit qu'il n'y a pas de force appliquée. Par contre, ces deux efforts correspondent à l'application d'un moment dont le module vaut:

$$M = 2\hat{\Delta}_F F \quad (2.27)$$

où $\hat{\Delta}_F$ est la distance entre le point d'application d'une des forces et celui du moment, F l'amplitude de la force considérée obtenue par intégration sur la partie gauche ou droite du point d'application du moment.

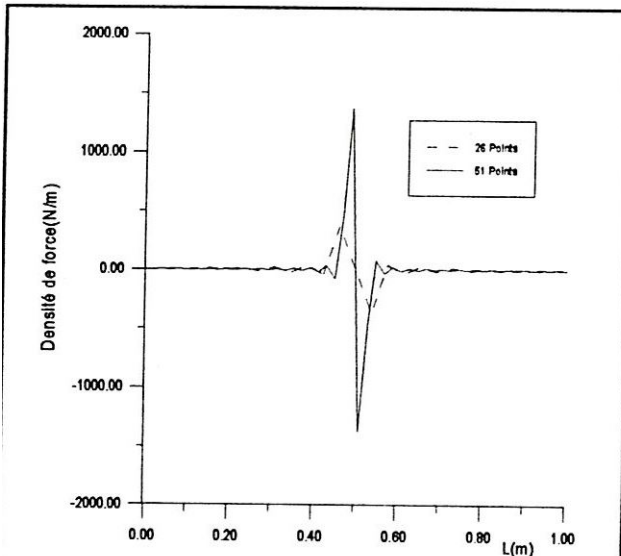


Figure 2.8 Distribution de force reconstruite sur une poutre excitée par un moment ponctuel appliqué au point $x_M=0.5$ m à la fréquence 326 Hz

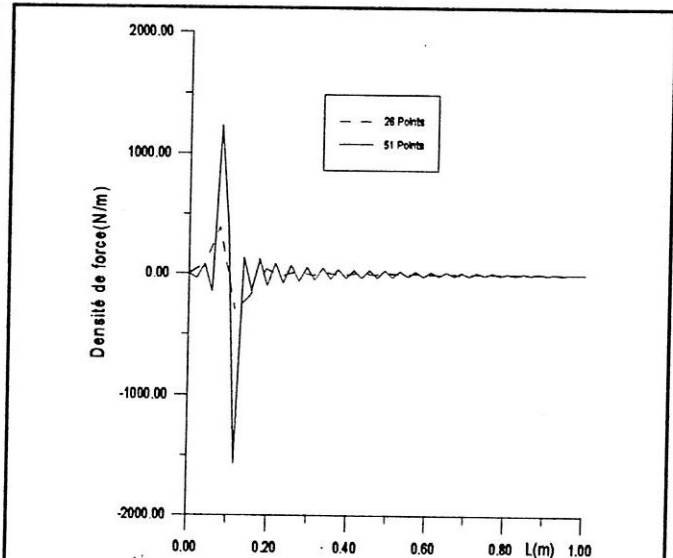


Figure 2.9 Distribution de force reconstruite sur une poutre excitée par un moment ponctuel appliqué au point $x_M=0.1$ m à la fréquence 326 Hz

II-4 Influence des hétérogénéités de structure

II-4-1 Position du problème

En considérant maintenant une structure munie d'hétérogénéités, (masse, ressort, amortisseur,...), l'équation de mouvement ne correspond plus à l'expression (2.5). Dans le cas d'une poutre, elle s'écrit:

$$E(1+j\eta)I \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} - \rho S \omega^2 W(x) + \sum_{K=1}^{N_h} A_K W(x) \delta(x - x_K) = F(x) \quad (2.28)$$

avec N_h le nombre d'hétérogénéité, x_K la position de l'hétérogénéité K , $A_K = K_K$ pour une raideur, $A_K = -\omega^2 M_K$ pour une masse, $A_K = j\omega \alpha_K$ pour un amortisseur.

Dans le processus de reconstruction, nous n'utilisons pas cette équation, mais celle de la poutre sans hétérogénéité. La distribution correspond donc à l'addition de celle de l'effort excitateur et de celle des efforts appliqués sur la structure homogène (structure maîtresse) par les hétérogénéités (structures annexes).

$$F(x) = \sum_{k=1}^{N_k} A_k W(x) \delta(x - x_k) \quad (2.29)$$

Il est alors possible de localiser et d'identifier les hétérogénéités d'une structure. Bien entendu, dans le cas où la structure hétérogène est parfaitement connue et que l'on ne veut pas que l'effet des hétérogénéités, on peut toujours ajouter le terme associé dans l'opérateur du problème inverse, afin d'isoler la distribution des effets excitateurs.

II-4-2 Poutre excitée par une force répartie et couplée à un ressort

L'objectif de cet exemple est de retrouver les efforts appliqués à la poutre, qui sont de nature différentes: Le premier est l'effort extérieur appliqué à la poutre alors que le second résulte de l'action de couplage avec un élément mécanique soit un ressort. La poutre est identique aux cas précédents. Elle est excitée par un effort $F=1N$ répartie entre les deux points d'abscisses $x_1=0.6m$ et $x_2=0.7m$. Le ressort est fixé au point d'abscisse $x_r=0.3 m$, il possède une raideur $K_r=1.10^7 N/m$ (figure 2.10).

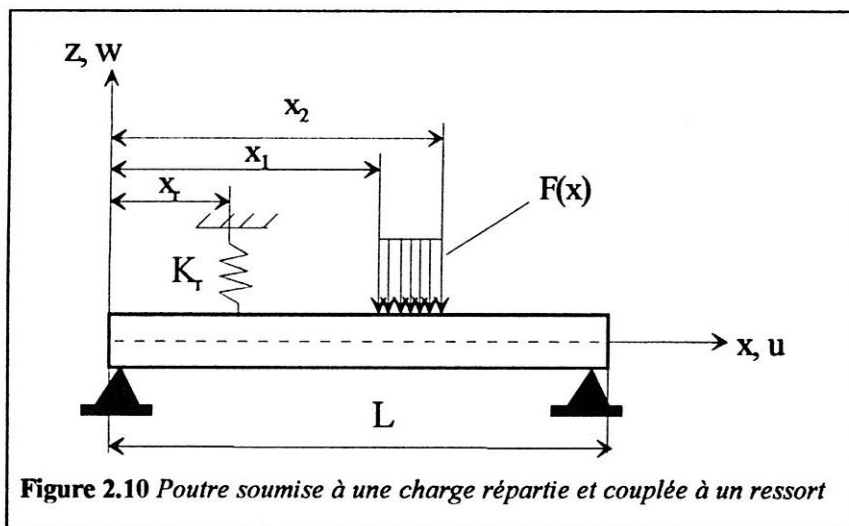


Figure 2.10 Poutre soumise à une charge répartie et couplée à un ressort

Le calcul direct se déduit de l'inversion du système d'équations correspondant à la projection de l'équation du mouvement dans la base des modes propres de la structure maîtresse (poutre seule).

$$a_n [K_n^4 - K^4] \frac{E(1+j\eta)IL}{2} + \sum_{p=1}^N K_r a_p \sin\left(\frac{n\pi}{L} x_r\right) \sin\left(\frac{p\pi}{L} x_r\right) = \frac{2FL}{n\pi} \left(\cos\left(\frac{n\pi}{L} x_1\right) - \cos\left(\frac{n\pi}{L} x_2\right) \right) \quad (2.30)$$

Le second terme de l'équation (2.30) représente le couplage du ressort avec la poutre.

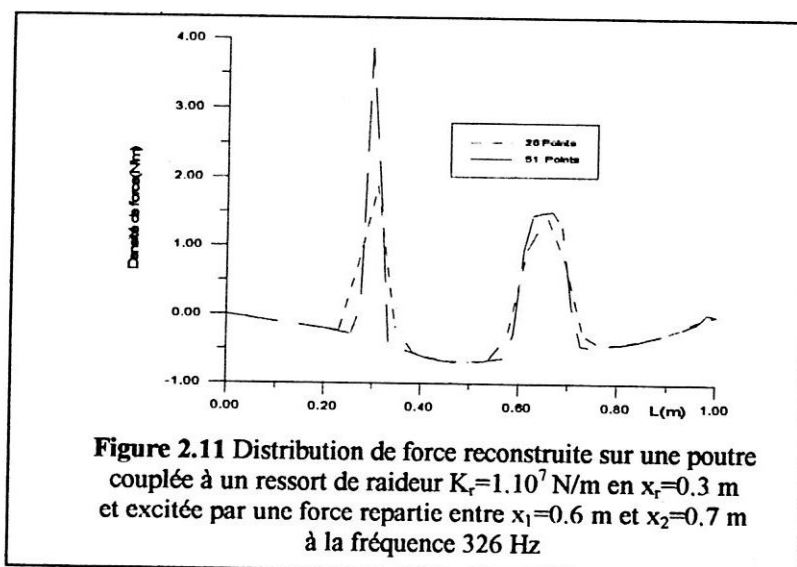
L'inversion de ce système par la méthode de Gauss, nous permet de déterminer les amplitudes modales a_n . Le déplacement est ensuite déduit de l'expression suivante:

$$W_i = W(i\hat{\Delta}) = \sum_{n=1}^N a_n \sin\left(\frac{n\pi}{L} i\hat{\Delta}\right) \quad (2.31)$$

où a_n représentent les coefficients modaux, correspondant à la projection du mouvement dans la base modale.

La reconstruction des sources d'excitation, illustrée par la figure 2.11, est obtenue avec l'équation de mouvement de la poutre simple, sans la présence du terme associé au ressort. Ce terme se trouve ainsi au second membre, est traduit la présence d'une force, celle du ressort exercée sur la poutre au point de jonction. Les deux efforts sont donc bien calculés. L'identification de la valeur de chaque effort peut être réalisée par intégration spatiale de chaque pic.

La méthode d'identification des efforts est donc adaptée au diagnostic des transmissions dans les assemblages, ainsi qu'à la détermination des sources dominantes en cas de multi-excitation.



III- LOCALISATION DES SOURCES D'EXCITATION D'UNE STRUCTURE BIDIMENSIONNELLE

Dans cette partie, nous proposons l'extension de la méthode d'identification des efforts d'excitation, au cas des structures bidimensionnelles planes. Dans un premier temps, on rappelle les nouvelles équations de base considérées comme information à priori de la méthode, on propose ensuite de reprendre les mêmes étapes que dans le cas d'une structure monodimensionnelle.

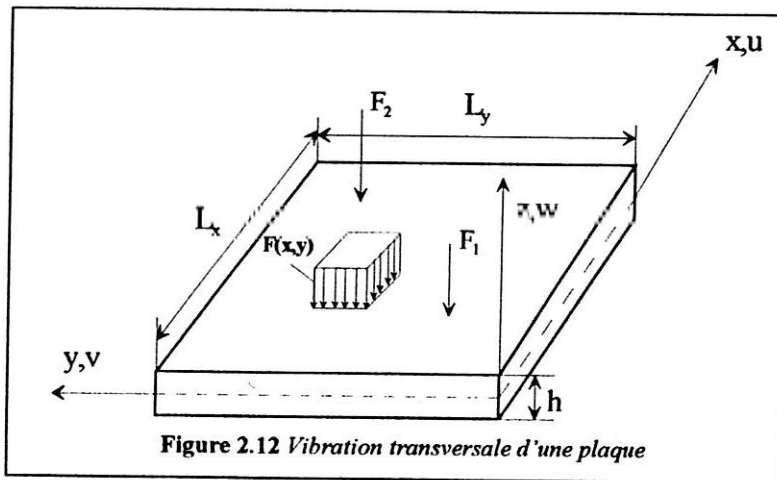


Figure 2.12 *Vibration transversale d'une plaque*

III-1 Equations de base du problème

Comme un cas simple des structures bidimensionnelles planes, nous considérons le cas des plaques minces en flexion, dont le mouvement est régi par l'équation du quatrième ordre suivante:

$$\rho h \frac{\partial^2 W(x,y,t)}{\partial t^2} + D \nabla^4 W(x,y,t) = F(x,y,t) \quad (2.32)$$

$$\text{où } \nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + \frac{2\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} \quad (2.33)$$

$$\text{et } D = \frac{E h^3 (1 + j\eta)}{12(1 - \nu^2)} \text{ qui est la rigidité de flexion} \quad (2.34)$$

$W(x,y,t)$ est le déplacement transversal de la plaque qui a comme expression:

$$W(x,y,t) = W(x,y)e^{j\omega t} \quad (2.35)$$

$F(x,y,t)$ représente la distribution des forces transversales appliquées sur la plaque:

$$F(x,y,t) = F(x,y)e^{j\omega t} \quad (2.36)$$

h : Epaisseur de la plaque.

ν : Coefficient de Poisson du matériau.

En remplaçant les deux expressions (2.35) et (2.36) dans l'équation (2.32), on obtient:

$$\frac{E(1+j\eta)h^3}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{\partial^4 W(x,y)}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 W(x,y)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 W(x,y)}{\partial y^4} \right) - \rho h \omega^2 W(x,y) = F(x,y) \quad (2.37)$$

Les conditions aux limites pour une plaque appuyée sur ses quatre bords sont données par:

$$\left\{ \begin{array}{ll} W = 0 & \text{pour } x = 0 \\ D \left[\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right] = 0 & \text{pour } x = L_x \\ W = 0 & \text{pour } y = 0 \\ D \left[\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right] = 0 & \text{pour } y = L_y \end{array} \right. \quad (2.38)$$

III-2 Schéma aux différences finies appliqué au cas d'une structure bidimensionnelle

La méthode des différences finies étendue aux structures bidimensionnelles utilise les schémas centrés, correspondant à chaque dérivée spatiale, développée au premier ordre.

Pour un maillage cartésien, les expressions sont de la forme:

$$\left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}\right)_{i,j} \approx \frac{1}{(\Delta_x)^2} (W_{i+1,j} - 2W_{i,j} + W_{i-1,j}) \quad (2.39)$$

$$\left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2}\right)_{i,j} \approx \frac{1}{(\Delta_y)^2} (W_{i,j+1} - 2W_{i,j} + W_{i,j-1}) \quad (2.40)$$

$$\left(\frac{\partial^4 W}{\partial x^4}\right)_{i,j} \approx \frac{1}{(\Delta_x)^4} (W_{i+2,j} - 4W_{i+1,j} + 6W_{i,j} - 4W_{i-1,j} + W_{i-2,j}) \quad (2.41)$$

$$\left(\frac{\partial^4 W}{\partial y^4}\right)_{i,j} \approx \frac{1}{(\Delta_y)^4} (W_{i,j+2} - 4W_{i,j+1} + 6W_{i,j} - 4W_{i,j-1} + W_{i,j-2}) \quad (2.42)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^4 W}{\partial x^2 \partial y^2}\right)_{i,j} &\approx \frac{1}{(\Delta_x)^2 (\Delta_y)^2} (W_{i+1,j+1} - 2W_{i+1,j} + W_{i+1,j-1} - 2W_{i,j+1} + 4W_{i,j} \\ &- 2W_{i,j-1} + W_{i-1,j+1} - 2W_{i-1,j} + W_{i-1,j-1}) \end{aligned} \quad (2.43)$$

où Δ_x Δ_y correspondent aux écarts entre deux points consécutifs selon les directions x et y, i et j sont les indices d'un point courant du maillage de la structure, $W_{i,j}$ est la valeur du déplacement transversal au point indicé i et j.

L'équation (2.37) prend alors la forme suivante:

$$D(\delta_{i,j}^{4x} + \delta_{i,j}^{4y} + 2\delta_{i,j}^{2x2y}) - \rho h \omega^2 W_{i,j} = F_{i,j} \quad (2.44)$$

Pour éviter le problème qui peut apparaître lors du calcul des $W_{i,j}$ au contour de la plaque il est souhaitable de faire le changement de variable suivant:

On pose:

Les équations (2.41) , (2.42) et (2.43) prennent alors la forme suivante:

$$\frac{\partial^4 W}{\partial x^4} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \approx \frac{\psi_{i+1,j} - 2\psi_{i,j} + \psi_{i-1,j}}{(\Delta_x)^2} \quad (2.45)$$

$$\frac{\partial^4 W}{\partial y^4} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \approx \frac{\phi_{i,j+1} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i,j-1}}{(\Delta_y)^2} \quad (2.46)$$

$$\frac{\partial^4 W}{\partial x^2 \partial y^2} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \approx \frac{\phi_{i+1,j} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i-1,j}}{(\Delta_x)^2} \quad (2.47)$$

Le calcul de l'effort au point i,j nécessite le calcul du déplacement $W_{i,j}$ au point i,j à partir de la résolution du problème direct (méthode modale).

III-3 Simulations numériques

Pour mettre en évidence la méthode d'identification des sources d'excitation pour des structures bidimensionnelles, on propose comme dans le cas des structures monodimensionnelles trois exemples. Le premier exemple présente le cas d'une excitation mécanique ponctuelle, le second présente le cas de deux excitations mécaniques ponctuelles et le dernier présente le cas d'une excitation répartie entre deux points de la structure selon les deux directions x et y .

La structure choisie pour ces exemples est une plaque carrée en acier, appuyée sur ses quatre bords, de cotés $L_x=L_y=1\text{ m}$, d'épaisseur $h=0.005\text{m}$, en acier ($E=2.10^{11}\text{ N/m}^2$, $\rho=7800\text{ Kg/m}^3$, Facteur d'amortissement $\eta=4.10^{-03}$).

D'après la méthode de Ritz, la fonction $W(x,y)$ est supposée décomposable en un produit de deux fonctions indépendantes de x et y .

$$W(x,y) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} a_{nm} \phi_{nm}(x,y) \quad (2.48)$$

$$\text{avec: } \phi_{nm}(x,y) = \sin\left(\frac{n\pi}{L_x} x\right) \sin\left(\frac{m\pi}{L_y} y\right) \quad (2.49)$$

Après discrétisation du champ de déplacement, on obtient:

$$W_{i,j} = W(i\Delta_x, j\Delta_y) = \sum_{n=1}^{2(M_x-1)} \sum_{m=1}^{2(M_y-1)} a_{nm} \sin\left(\frac{n\pi}{L_x} i\Delta_x\right) \sin\left(\frac{m\pi}{L_y} j\Delta_y\right) \quad (2.50)$$

En remplaçant l'expression du déplacement (2.50) dans l'équation du mouvement (2.37), en multipliant cette dernière équation par une déformée $\phi_{pq}(x,y)$, en intégrant dans le domaine spatial et en utilisant les propriétés d'orthogonalité des modes, on obtient l'équation de mouvement suivante projetée dans la base de ses modes propres:

$$D a_{nm} [K_{nm}^4 - K^4] \frac{L_x L_y}{4} = F_{nm} \quad (2.51)$$

F_{nm} représentent les forces généralisées données par:

$$F_{nm} = \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} F(x,y) \sin\left(\frac{n\pi}{L_x} x\right) \sin\left(\frac{m\pi}{L_y} y\right) dx dy \quad (2.52)$$

K_{nm} représente le nombre d'ondes mécaniques

$$K_{nm} = \sqrt{\left(\frac{n\pi}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{L_y}\right)^2} \quad (2.53)$$

K : Le nombre d'onde naturel régi par l'équation de dispersion de la plaque .

$$K = \sqrt[4]{\frac{\rho h}{D}} \sqrt{\omega} \quad (2.54)$$

Pour l'exploitation qui suit, nous allons choisir les données suivantes:

$$M_x=M_y=51 \text{ points}, F=1 \text{ N/m}^2, \omega=110 \text{ Hz.}$$

où M_x et M_y sont respectivement les nombres de points du maillage suivant x et y .

Le champ de déplacement ainsi calculé constitue les données dites exactes du problème.

La reconstitution de la force appliquée à la structure est réalisée à partir de l'expression (2.52).

III-4 Exemples d'application

III-4-1 Plaque excitée par une force ponctuelle

La distribution de force est donnée par:

$$F(x, y) = F_0 \delta(x - x_F) \delta(y - y_F) \quad (2.55)$$

En remplaçant l'expression de la force (2.55) dans l'expression généralisée de la force (2.52) et après intégration sur la surface de la plaque, on obtient:

$$F_{nm} = F_0 \sin\left(\frac{n\pi}{L_x} x_F\right) \sin\left(\frac{m\pi}{L_y} y_F\right) \quad (2.56)$$

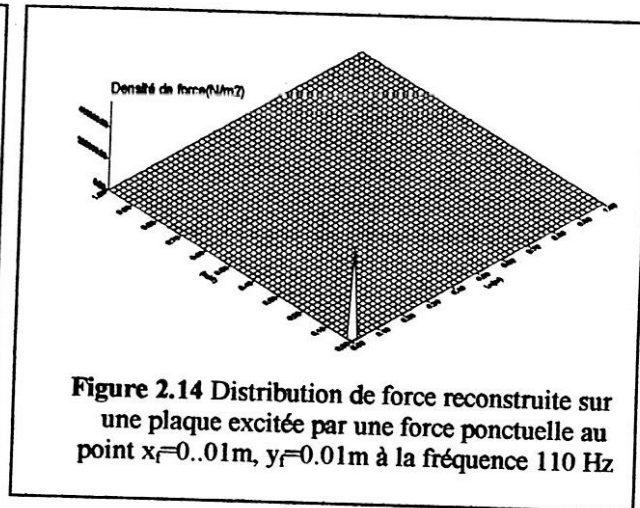
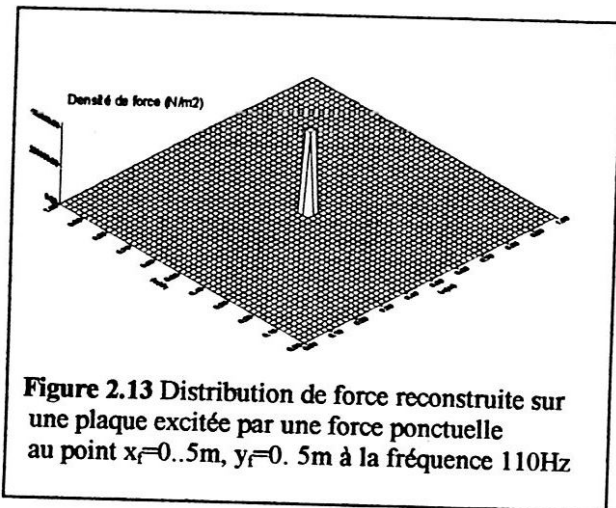
L'expression du champ des déplacements en tous points i, j de la plaque est donnée par:

$$W_{i,j} = \sum_{n=1}^{2(M_x-1)} \sum_{m=1}^{2(M_y-1)} \frac{4F_0 \sin\left(\frac{n\pi}{L_x} x_F\right) \sin\left(\frac{m\pi}{L_y} y_F\right) \sin\left(\frac{n\pi}{L_x} i\Delta_x\right) \sin\left(\frac{m\pi}{L_y} j\Delta_y\right)}{(K_{nm}^4 - K^4) D L_x L_y} \quad (2.57)$$

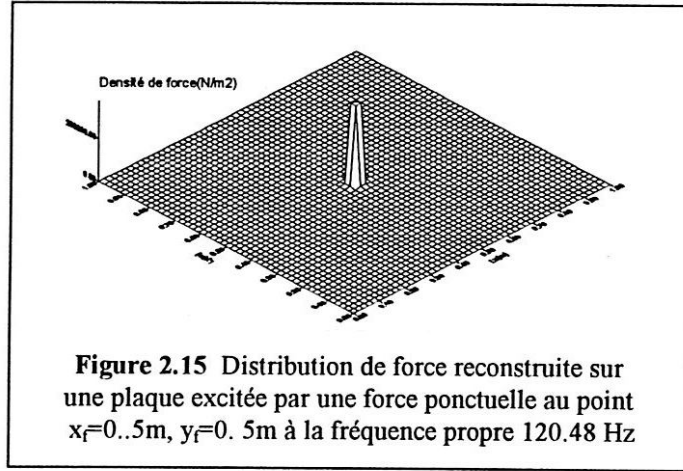
Si on porte cette expression dans l'équation de mouvement discrétisée (2.44), on peut obtenir la distribution de la force F exprimée en (N/m^2) en tous points indicés i, j de la plaque.

- **Résultats et interprétations**

Les deux figures 2.13 et 2.14 montrent la distribution de force reconstruite par résolution du problème inverse, après avoir calculé le champ des déplacements par un schéma aux différences finies étendu à deux dimensions. On constate dans les deux cas d'excitation au bord et au milieu de la plaque une bonne émergence d'un pic dans le point d'excitation réel qui nous a permis de calculer le champ de déplacement à partir du problème direct.



Lorsqu'on excite la plaque à une fréquence égale à l'une de ses fréquences propres, on peut remarquer l'émergence d'un pic qui correspond bien au point d'excitation de la plaque (Figure 2.15). D'où on peut dire que la localisation de l'effort est possible même si la structure est excitée à une fréquence égale à l'une de ses fréquences propres (La même conclusion peut être tirée à partir des deux figures 2.18 et 2.21).



III-4-2 Plaque excitée par deux forces ponctuelles

La distribution de force est donnée par:

$$F(x, y) = F_{01} \delta(x - x_{F1}) \delta(y - y_{F1}) + F_{02} \delta(x - x_{F2}) \delta(y - y_{F2}) \quad (2.58)$$

Le champ de déplacement est donné par :

$$W_{i,j} = \sum_{n=1}^{2(M_x-1)} \sum_{m=1}^{2(M_y-1)} \frac{4F_{01} \left(\sin\left(\frac{n\pi}{L_x} x_{F1}\right) \sin\left(\frac{m\pi}{L_y} y_{F1}\right) \right) + 4F_{02} \left(\sin\left(\frac{n\pi}{L_x} x_{F2}\right) \sin\left(\frac{m\pi}{L_y} y_{F2}\right) \right)}{[K_{nm}^4 - K^4] D L_x L_y} \times \sin\left(\frac{n\pi}{L_x} i\Delta_x\right) \sin\left(\frac{m\pi}{L_y} j\Delta_y\right) \quad (2.59)$$

• Résultats et interprétations

Les deux figures 2.16 et 2.17 montrent la distribution de forces reconstruites par la même méthode que dans le cas des exemples précédents et pour les conditions, mais cette fois-ci la source d'excitation est constituée de deux forces mécaniques ponctuelles. On remarque toujours une bonne localisation de la force d'excitation même si le point d'excitation était situé près du bord.

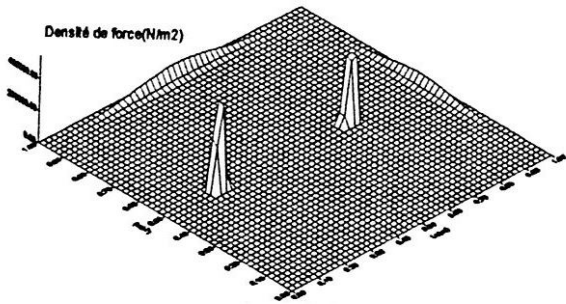


Figure 2.16 Distribution de force reconstruite sur une plaque excitée par deux forces ponctuelles aux points $x_1=0.2\text{m}$, $y_1=0.5\text{m}$ et $x_2=0.7\text{m}$, $y_2=0.5\text{m}$ à la fréquence 110Hz

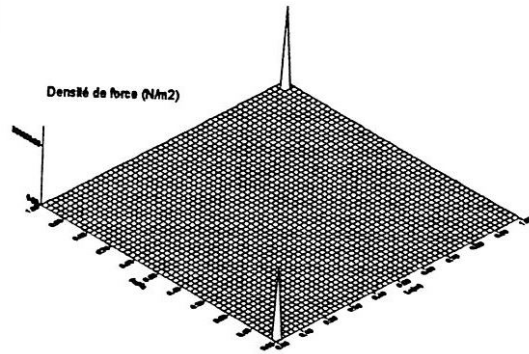


Figure 2.17 Distribution de force reconstruite sur une plaque excitée par deux forces ponctuelles aux points $x_1=0.01\text{m}$, $y_1=0.01\text{m}$ et $x_2=0.99\text{m}$, $y_2=0.99\text{m}$ à la fréquence 110Hz

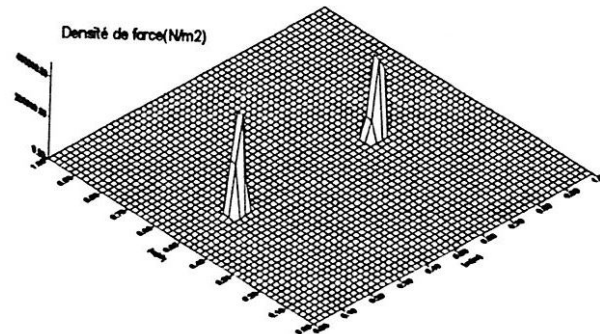


Figure 2.18 Distribution de force reconstruite sur une plaque excitée par deux forces ponctuelles aux points $x_1=0.2\text{m}$, $y_1=0.5\text{m}$ et $x_2=0.7\text{m}$, $y_2=0.5\text{m}$ à la fréquence propre 120.48 Hz

III-4-3 Plaque excitée par une force répartie

L'excitation est définie par la distribution suivante:

$$F(x,y) = F_0 \quad \text{pour } x \in [x_1, x_2] \text{ et } y \in [y_1, y_2]$$

$$F(x,y) = 0 \quad \text{ailleurs}$$

(2.60)

où F_0 est l'amplitude (en N/m^2) de la distribution de force excitant la structure à une fréquence donnée.

Le calcul direct consiste à déterminer la valeur $W_{i,j}$ du déplacement vibratoire au point indicé (i, j) . Il est réalisé par la méthode modale identique au paragraphe (II-3).

L'expression du champ de déplacement discretisé se résume par:

$$W_{i,j} = \sum_{n=1}^{2(M_x-1)} \sum_{m=1}^{2(M_y-1)} \frac{4F \left(\cos\left(\frac{n\pi}{L_x} x_1\right) - \cos\left(\frac{n\pi}{L_x} x_2\right) \right) \left(\cos\left(\frac{m\pi}{L_y} y_1\right) - \cos\left(\frac{m\pi}{L_y} y_2\right) \right)}{[K_{nm}^4 - K^4] D n m \pi^2} \times$$

$$\sin\left(\frac{n\pi}{L_x} i \Delta_x\right) \sin\left(\frac{m\pi}{L_y} j \Delta_y\right)$$

(2.61)

• Résultats et interprétations

Les figures 2.19, 2.20 et 2.21 nous conduisent aux mêmes conclusions que dans le cas des exemples précédents

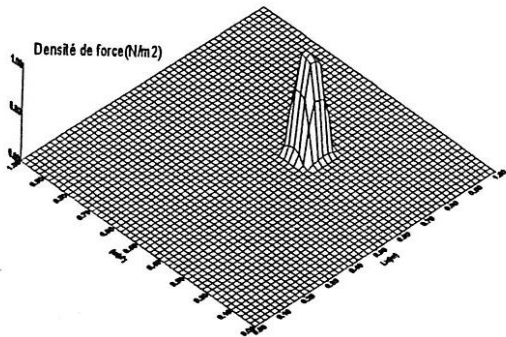


Figure 2.19 Distribution de force reconstruite sur une plaque excitée par une force répartie entre les deux points $x_1=0.6m$, $y_1=0.4m$ et $x_2=0.7m$, $y_2=0.5m$ à la fréquence 110 Hz

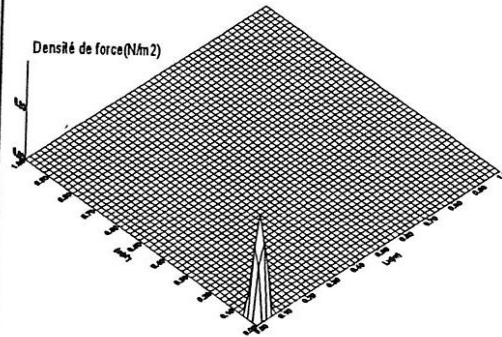


Figure 2.20 Distribution de force reconstruite sur une plaque excitée par une force répartie entre les deux points $x_1=0.01m$, $y_1=0.01m$ et $x_2=0.07m$, $y_2=0.06m$ à la fréquence 110 Hz

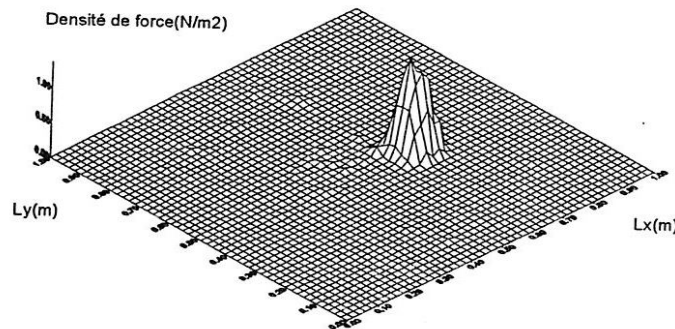


Figure 2.21 Distribution de force reconstruite sur une plaque excitée par une force répartie entre les deux points $x_1=0.6m$, $y_1=0.4m$ et $x_2=0.7m$, $y_2=0.5m$ à la fréquence propre 120.48 Hz

IV- Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons introduit, pour des structures monodimensionnelles et bidimensionnelles, le formalisme de reconstruction de la distribution de force, à partir des données discrétisées du champ de déplacement.

L'approche utilisée est basée sur le calcul du second membre de l'équation du mouvement, pour une fréquence donnée. La méthode suivie est une méthode des différences finies qui consiste à construire un schéma aux différences finies qui n'utilise

que des informations locales. L'avantage majeur de cette méthode est qu'elle ne demande pas beaucoup d'informations à priori. Les exemples développés donnent des résultats excellents. Ils fournissent une idée des applications que l'on peut obtenir avec une telle méthode: Localisation de forces mécaniques ponctuelles, identifications des sources reparties, identification des conditions aux limites et l'identification des défauts mécaniques comme un moyen de surveillance et de diagnostic des machines.

En plus de ces simulations, nous avons vu un cas particulièrement intéressant qui concerne une poutre couplée à un ressort. Son équation de mouvement (Equation (2.28)) n'est pas celle utilisée dans le processus de reconstruction (Equation (2.5)) puisque celle-ci ne comprend pas le terme supplémentaire dû au ressort. L'application de l'opérateur d'une poutre simple permet, dans ce cas, de retrouver, non seulement, l'effort introduit, mais aussi le terme qui caractérise l'effort du ressort couplé à la poutre. Il est donc possible de localiser n'importe quel type d'effort.

L'application de la méthode des différences finies pour des structures tridimensionnelles telles que les coques cylindriques pose de grandes difficultés à cause des calculs pénibles rencontrés. Pour cela, dans les chapitres suivants on propose d'utiliser la méthode intégrale modale pour résoudre le problème direct à partir duquel, on détermine les vitesses pariétales qu'on utilise par la suite pour localiser les sources d'excitation par une méthode des moindres carrés. ca sera l'objet des chapitres suivants.

CHAPITRE 3

MODELISATION DU RAYONNEMENT ACOUSTIQUE INTERIEUR ET EXTERIEUR D'UN CYLINDRE EXCITE MECANIQUEMENT

I- Introduction

Les coques ,en tant que nouvelles formes constructives, il y a à peine quelques dizaines d'années représentent un grand pas dans l'art du constructeur. Elles ont conquies une place bien méritée et la faveur dont elles jouissent aujourd'hui est une garantie pour leur utilisation sur une grande échelle dans l'avenir. En particulier , les coques cylindriques constituent un cas industriel très important: tuyauteries, fuselages d'avions, sous marins, sont des exemples typiques.

En effet, la théorie des coques minces reste, pour beaucoup d'ingénieurs, le domaine prioritaire du calcul des structures, même si aujourd'hui il est devenu classique de l'associer au développement des méthodes numériques.

En faite, il ne peut y avoir de bon code de calcul sans une théorie sous-jacente bien maîtrisée , tant du point de vue de sa validité physique que des propriétés mathématiques de ses solutions. Les schémas numériques viennent ensuite et sont formulés en essayant d'exploiter au mieux les bonnes propriétés des modèles.

Les coques obéissent, comme les autres modèles, à cette règle. Car le but de la modélisation n'est pas seulement de reproduire mais aussi et surtout de comprendre les phénomènes physiques afin de mieux pouvoir agir sur eux (optimisation ou pilotage).

Nous nous sommes donc intéressés, dans ce chapitre, à la modélisation du rayonnement acoustique intérieur et extérieur d'un cylindre fini, déformable, prolongé par des baffles rigides cylindriques infinis et couplé à deux fluides intérieur et extérieur au repos. On limitera la modélisation du problème au cas où la sollicitation est mécanique, ponctuelle appliquée au cylindre. Ceci permettra de limiter la lourdeur de la formulation. L'analyse développée présente d'abord les équations de mouvement d'une coque mince dans le vide, ensuite on passe aux équations qui gouvernent le problème de rayonnement acoustique, soit; l'équation du cylindre fini sous charge acoustique intérieur et extérieur, sollicité par une charge mécanique ponctuelle, et les conditions aux interfaces fluides-structure.

Dans la mesure où le cylindre est appuyé sur ses bords, la solution s'effectue par projection des équations d'équilibre de la coque couplée aux milieux acoustiques sur la base de ses modes propres dans le vide. Cette procédure définit des systèmes d'équations linéaires généralisées projetés dans la base des modes propres de la coque.

Le problème direct consiste à résoudre le système obtenu dont l'inconnu est le vecteur des amplitudes modales, en connaissant le vecteur des forces généralisées. Alors que le problème inverse qu'on va traiter dans le chapitre suivant, consiste à déterminer le vecteur des forces généralisées après avoir calculé les amplitudes modales des modes de coque par une méthode des moindres carrés.

II- Détermination des équations du mouvement d'une coque cylindrique dans le vide

Cette partie a pour but, la détermination des équations du mouvement d'une coque cylindrique mince, homogène et isotrope, de longueur finie L , de rayon a et d'épaisseur h , dans le vide selon les hypothèses de Donnell. Pour se faire, on emploie une méthode variationnelle basée sur l'extremalisation de la fonctionnelle de Hamilton.

Les hypothèses de Donnell conduisent à la modélisation la plus simple du problème.

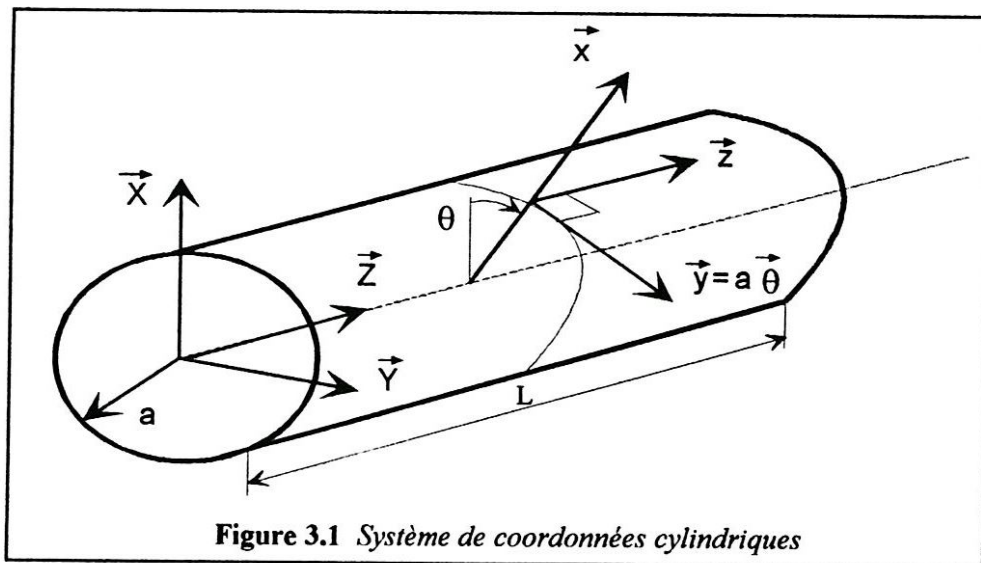
Elles intègrent en particulier les points suivants:

- Un plan perpendiculaire au plan neutre avant déformation le reste aussi après déformation.
- Les déplacements sont faibles en comparaison avec l'épaisseur de la coque de sorte que les déformations restent linéaires.
- Le cisaillement transversal est négligeable.
- Les contraintes normales aux plans parallèles à la surface moyenne de la coque sont négligeables en comparaison aux autres.
- L'épaisseur de la coque est infiniment mince, tel que: $x/a \ll 1$, pour que la contribution de l'inertie rotationnelle de la coque soit négligeable.

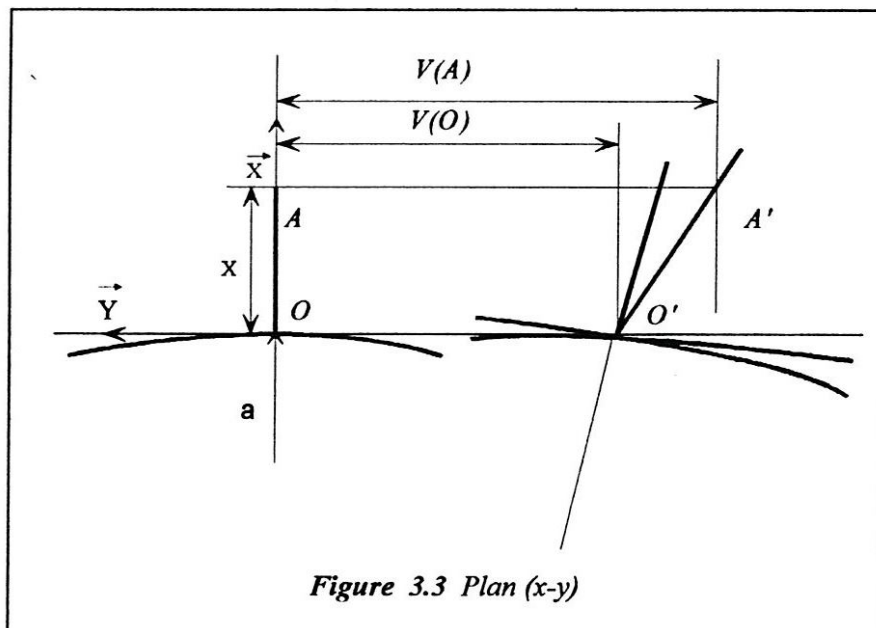
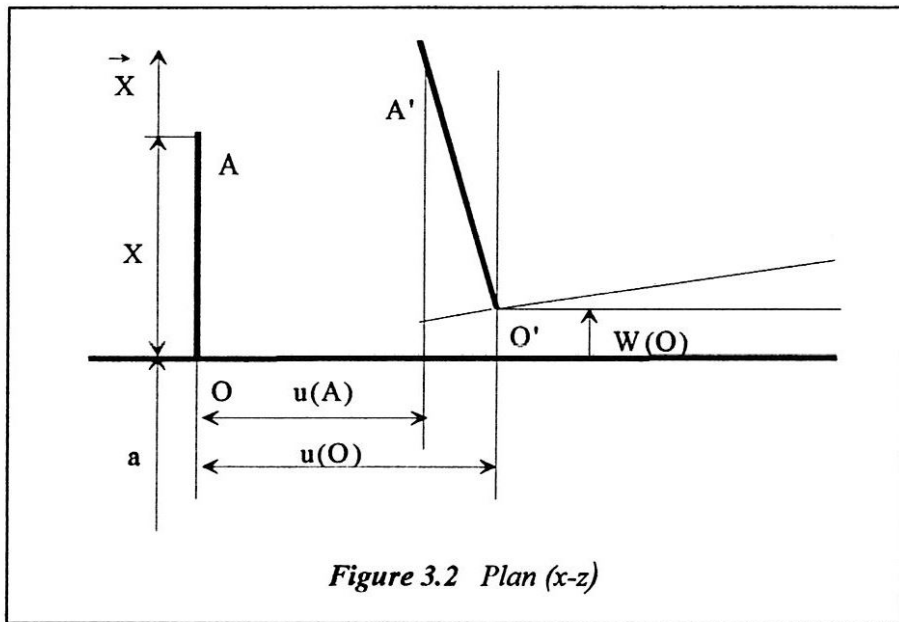
II-1 Champ de déplacement et tenseur de déformation et de contrainte

La détermination de l'équation du mouvement, passe tout d'abord par le choix d'un champ de déplacement, qui décrit correctement les mouvements possibles, consécutifs aux déformations subies par la structure.

Pour se faire, on considère un conduit cylindrique d'épaisseur h , de longueur L et de rayon a comme montré sur la figure 3.1.



Soient $u(A)$, $v(A)$, $w(A)$ les déplacements d'un point A de la coque dans les directions axiale, tangentielle et radiale respectivement, et soient $u(O)$, $v(O)$, $w(O)$ les déplacements correspondants à un point de la surface moyenne de la coque (voir figures 3.2 et 3.3).



En Utilisant les hypothèses précédentes , on peut exprimer les déplacements de la coque en tout point appartenant à une surface parallèle à la surface moyenne, par le déplacement de cette dernière avec les relations suivantes:

$$\begin{aligned}
 u(A) &= u(O) - x \frac{\partial w(O)}{\partial z} \\
 v(A) &= v(O) - \frac{x}{a} \left(\frac{\partial w(O)}{\partial \theta} - v(O) \right) \\
 w(A) &= w(O)
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

$$w(A) = w(O)$$

O est un point du feuillet moyen auquel est attaché un repère cylindrique $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$

Dans la mesure où la coque est mince, x/a reste très petit devant 1, ce qui permet de déduire le champ approché suivant:

$$\begin{aligned}
 u(A) &= u - x \frac{\partial w}{\partial z} \\
 v(A) &= v - \frac{x}{a} \frac{\partial w}{\partial \theta} \\
 w(A) &= w
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

$$w(A) = w$$

où la dépendance en O a été omise par soucis d'alléger l'écriture. Les déplacements u, v, w sont ceux d'un point du feuillet moyen. $u(A), v(A), w(A)$ sont les déplacements d'un point A situé dans l'épaisseur de la coque.

Pour le système de coordonnées utilisé ici, les relations exprimant le tenseur de déformation sont les suivantes:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{zz} &= \frac{\partial u}{\partial z} - x \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} & \varepsilon_{xx} &= 0 \\
 \varepsilon_{\theta\theta} &= \frac{1}{a} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + w \right) - \frac{x}{a^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} & \varepsilon_{\theta x} &= 0 \\
 \varepsilon_{z\theta} &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{a} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{2x}{a} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} \right] & \varepsilon_{zx} &= 0
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

Exprimons maintenant les composantes non nulles du tenseur des contraintes en fonction des composantes du tenseur des déformations, qui, pour un matériau isotrope s'expriment de la façon suivante:

$$\begin{aligned}\sigma_{zz} &= \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{zz} + \nu\varepsilon_{\theta\theta}) \\ \sigma_{\theta\theta} &= \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{\theta\theta} + \nu\varepsilon_{zz}) \\ \sigma_{z\theta} &= \frac{E}{1+\nu} \varepsilon_{z\theta}\end{aligned}\tag{3.4}$$

Les quantités E et ν sont respectivement , le module de Young et le coefficient de Poisson de la coque.

II-2 Détermination de la fonctionnelle de Hamilton pour une coque mince

La formulation variationnelle utilise la dérivation directionnelle, et peut ainsi apparaître comme un alourdissement de la formulation classique. C'est en fait au niveau de la recherche des solutions approchées que la formulation variationnelle prend toute son importance, puisqu'il suffit de restreindre les espaces fonctionnels dans lesquels s'effectue l'extremalisation.

C'est cette démarche qui nous permet, dans ce chapitre, d'obtenir l'équation du mouvement d'une coque, de façon systématique, sans d'autres difficultés, que le choix des hypothèses restreignant le champ de déplacement et de contrainte en fonction de la géométrie du milieu continu.

Pratiquement, la recherche de la solution du problème est effectuée par l'extremalisation de la fonctionnelle de Hamilton, (cf [17] et [18]).

Du point de vue mathématique, la formulation variationnelle est basée sur la dérivation directionnelle. Cette opération est généralement assez longue à effectuer, mais, peut être considérablement, écourtée par l'emploi des équations d'Euler qui en découlent.

Pour la mise en équations, notre choix consiste à formuler un problème de dynamique en termes énergétiques c'est à dire à construire la fonctionnelle de l'énergie ψ et les techniques du calcul variationnel $\delta\psi=0$.

En général, la méthode la plus utilisée consiste à construire la fonctionnelle à un champ uniquement en terme de déplacement cinématiquement admissible, ce qui permet de retrouver les équations de la formulation en déplacements des problèmes de vibration des milieux continus.

Soient T et V les énergies cinétique et potentielle de la coque in vacuo, elles sont définies comme fonctions des déplacements de la surface moyenne de la coque.

La fonctionnelle de Hamilton prise entre un temps initial t_0 et un temps final t_1 s'écrit:

$$\psi = \int_{t_0}^{t_1} (T - V) dt \quad (3.5)$$

L'énergie cinétique totale du système peut être exprimée par:

$$T = \frac{1}{2} \rho_c \int_v \left[\left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] (a+x) d\theta dx dz \quad (3.6)$$

ρ_c désigne la masse volumique de la coque.

Après intégration sur l'épaisseur de la coque, on obtient:

$$T = \frac{1}{2} \rho_c h \int_s \left[\left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] a d\theta dz \quad (3.7)$$

Notons que toutefois, cette expression néglige les termes d'inertie rotationnelle, son utilisation se réduit aux coques suffisamment minces.

Après avoir déterminé les tenseurs des contraintes et des déformations dans la structure, on peut écrire l'expression de l'énergie potentielle de la coque.

$$V = \frac{1}{2} \int_v (\sigma_{zz} \varepsilon_{zz} + \sigma_{\theta\theta} \varepsilon_{\theta\theta} + 2\sigma_{z\theta} \varepsilon_{z\theta}) (a+x) d\theta dx dz \quad (3.8)$$

Substituons les expressions (3.3) et (3.4) dans (3.8) et intégrons sur l'épaisseur de la coque de $-h/2$ à $h/2$, et en négligeant le terme x/a devant 1, on obtient:

$$\begin{aligned} V = \frac{Eh}{1-\nu^2} \int_s \left\{ \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{a} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{w}{a} \right)^2 + 2(1-\nu) \left[\frac{1}{4} \left(\frac{1}{a} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right. \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\partial u}{\partial z} \left(\frac{1}{a} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{w}{a} \right) \right] \right\} a d\theta dz + \frac{Eh^3}{24(1-\nu^2)} \int_s \left\{ \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right)^2 \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2(1-\nu)}{a^2} \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial z \partial \theta} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right] \right\} a d\theta dz \quad (3.9) \end{aligned}$$

Si l'on introduit les expressions (3.7) et (3.9) de l'énergie cinétique et potentielle respectivement dans (3.5), dont l'expression ne dépend que des composantes du déplacement d'un point du feuillet moyen et de ses dérivées spatiales et temporelles.

On obtiendra alors:

$$\begin{aligned}
 \psi = & \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_1} \int_s \rho_c h \left[\left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right\} \right. \\
 & - \frac{Eh}{1-\nu^2} \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{w}{a} \right)^2 + 2(1-\nu) \left[\frac{1}{4} \left(\frac{1}{a} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 - \frac{\partial u}{\partial z} \left(\frac{1}{a} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{w}{a} \right) \right] \right\} \\
 & \left. - \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right)^2 + \frac{2(1-\nu)}{a^2} \left(\left(\frac{\partial^2 w}{\partial z \partial \theta} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) \right\} \right] ad\theta dz dt
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

L'expression (3.10) met en évidence l'énergie cinétique sur la première ligne, l'énergie de déformation de membrane sur la deuxième ligne et finalement les termes de flexion.

On notera par la suite: D la rigidité de flexion de la coque, B la rigidité de membrane.

$$\begin{aligned}
 D &= \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \\
 B &= \frac{Eh}{1-\nu^2}
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

II-3 Détermination des équations de mouvement par extremalisation de la fonctionnelle de Hamilton

la fonctionnelle de Hamilton peut s'écrire sous la forme suivante:

$$\psi = \int_{t_0}^{t_1} \int_0^L \int_0^{2\pi} F(u_{,t}; u_{,z}; u_{,\theta}; v_{,t}; v_{,z}; v_{,\theta}; w; w_{,t}; w_{,zz}; w_{,\theta\theta}; w_{,z\theta}) ad\theta dz dt \tag{3.12}$$

où L désigne la longueur de la coque, et où les dérivations sont notées, par souci de compacité, sous forme indicielle. Par exemple $w_{,\theta\theta}$ symbolise la dérivée seconde de w par rapport à θ .

Nous extremalisons la fonctionnelle, en se servant des équations d'Euler associées aux trois directions.

Nous écrivons l'identité suivante pour l'équation en u .

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial u} - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial u_t} - \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial u_z} - \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial u_\theta} = 0 \quad (3.13)$$

ce qui donne:

$$-\rho_c h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + B \left[\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\nu}{a} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial z \partial \theta} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \frac{1-\nu}{2} \left(\frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{1}{a} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta \partial z} \right) \right] = 0 \quad (3.14)$$

pour l'équation en v de la même façon en se servant de:

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial v} - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial v_t} - \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial v_z} - \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial v_\theta} = 0 \quad (3.15)$$

ce qui donne pour l'équation en v :

$$-\rho_c h \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + B \left[\frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \frac{1}{a^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{1+\nu}{2a} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta \partial z} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right] = 0 \quad (3.16)$$

De même pour w en se servant de:

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial w} - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial w_t} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial w_{,zz}} - \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial w_{,\theta\theta}} + \frac{\partial^2}{\partial z \partial \theta} \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial w_{,z\theta}} = 0 \quad (3.17)$$

d'où finalement donne l'équation en w :

$$-\rho_c h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{B}{a} \left[\frac{1}{a} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{w}{a} + \nu \frac{\partial u}{\partial z} \right] + D \left[\frac{\partial^4}{\partial z^4} + \frac{2}{a^2} \frac{\partial^4}{\partial z^2 \partial \theta^2} + \frac{1}{a^4} \frac{\partial^4}{\partial \theta^4} \right] w = 0 \quad (3.18)$$

Les équations (3.14), (3.16) et (3.18) peuvent se regrouper sous la forme matricielle suivante:

$$\frac{Eh}{1-\nu^2} [L] \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} - \rho_c h \frac{\partial^2}{\partial t^2} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.19)$$

où $[L]$ est l'opérateur différentiel de Donnell, tel que:

$$[L] = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1-\nu}{2a^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} & \frac{1+\nu}{2a} \frac{\partial^2}{\partial z \partial \theta} & \frac{\nu}{a} \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{1+\nu}{2a} \frac{\partial^2}{\partial z \partial \theta} & \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} & \frac{1}{a^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \\ -\frac{\nu}{a} \frac{\partial}{\partial z} & \frac{-1}{a^2} \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{-1}{a^2} - K \nabla^4 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

avec $K = h^2 / 12$

$$\text{et } \nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial z^4} + \frac{2}{a^2} \frac{\partial^4}{\partial z^2 \partial \theta^2} + \frac{1}{a^4} \frac{\partial^4}{\partial \theta^4}$$

Les conditions aux limites demandent de vérifier pour $z=0$ et $z=L$:

$$v=0 \quad (3.21 \text{ a})$$

$$w=0 \quad (3.21 \text{ b})$$

$$N_z = B \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\nu}{a} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \nu \frac{w}{a} \right) = 0 \quad (3.21 \text{ c})$$

$$M_z = D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \frac{\nu}{a^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) = 0 \quad (3.21 \text{ d})$$

Les deux premières conditions (21.a) et (21.b) sont celles du déplacement, alors que les deux dernières portent sur l'effort longitudinal suivant z (21.c) et sur le moment fléchissant (21.d), (cf [16], [17] et [18]).

Remarque

Les simplifications liées au fait que x/a est très petit devant l'unité, qui ont été faites au niveau du tenseur des déformations et au niveau de l'intégrale sur l'élément de volume dv , nous ont conduit à l'opérateur de Donnell $[L]$, qui représente l'opérateur de coque cylindrique le plus simple. Des hypothèses moins fortes au niveau du tenseur des déformations conduiraient à la détermination d'autres opérateurs [Flugge par exemple]. Il faut toute fois garder en tête que tous les opérateurs de coque sont peu représentatifs de la réalité. On trouvera, à ce sujet, un exposé très complet en [24] et [25].

III- Equation de mouvement de la coque sous charges fluides

L'équation de mouvement de la coque sous charges fluides intérieure et extérieure et excitée par une charge mécanique, ponctuelle, harmonique peut être déduite aisément des équations de mouvement de la coque dans le vide, (cf [17] et [20]).

$$\frac{Eh}{1-\nu^2} [L] \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} + \rho_c \omega^2 h \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} F_u \\ F_v \\ F_w \end{Bmatrix} \delta(Q - Q_0) + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ P^e - P^i \end{Bmatrix} \quad (3.22)$$

E : Module de Young.

h : Epaisseur de la coque.

ν : Coefficient de Poisson.

$[L]$: Opérateur de Donnell ou Flugge.

u, v, w : Composantes du déplacement d'un point O du feuillet moyen de la coque.

δ : Distribution de Dirac.

Q_0 : Point d'application de la force d'excitation.

P^e, P^i : Pression pariétale extérieure et intérieure.

Comme la coque est appuyée à ses deux extrémités, on possède une forme analytique de ses modes propres in vacuo. Il est possible d'utiliser sa base modale dans le vide pour développer en série son mouvement couplé avec les fluides extérieur et intérieur. Les déplacements de la coque sous charges fluides extérieure et intérieure projetés dans cette base prennent la forme suivante [Annexe A3].

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \sum_{\alpha=0}^1 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{j=1}^3 A_{nmj}^{\alpha} \begin{Bmatrix} D_{nmj} \sin\left(n\theta + \alpha \frac{\pi}{2}\right) \cos K_m Z \\ E_{nmj} \cos\left(n\theta + \alpha \frac{\pi}{2}\right) \sin K_m Z \\ 1 \sin\left(n\theta + \alpha \frac{\pi}{2}\right) \sin K_m Z \end{Bmatrix} \quad (3.23)$$

α : Coefficient représentant la symétrie ou l'antisymétrie du mode, égal à 0 ou 1 respectivement.

n : ordre circonférentiel du mode de coque.

m : ordre longitudinal du mode de coque.

j : type de mode (flexion, torsion, traction-compression).

$(D_{nmj}, E_{nmj}, 1)$: Composantes du vecteur propre.

$K_m = \frac{m\pi}{L}$: Nombre d'onde d'une déformée propre d'ordre longitudinal m .

A_{nmj}^{α} : Amplitude modale d'un mode de coque sous charge fluide.

La projection de l'équation (3.22) dans la base modale consiste à utiliser les développements (3.23) dans (3.22), à multiplier (3.22) par le vecteur transposé $[U_{pqk}^{\alpha}]^T$ et à intégrer (3.22) sur la surface de la coque en utilisant les orthogonalités modales in vacuo, il vient, l'équation de mouvement suivante:

$$m_{pqk} \left(\omega_{pqk}^2 - \omega^2 \right) A_{pqk}^{\alpha} = F_{pqk}^{\alpha} + P_{pqk}^{\alpha(i)} - P_{pqk}^{\alpha(e)} \quad (3.24)$$

$m_{pqk} = m_s N_{pqk}$: masse généralisée du mode pqk indépendante du caractère α .

$$N_{pqk} = \frac{\alpha \pi L}{\varepsilon_p} (D_{pqk}^2 + E_{pqk}^2 + 1) \quad : \text{Norme du mode } pqk.$$

α : Rayon de la coque.

ε_p : Facteur de Neumann , $\varepsilon_p = 2$ si $p \neq 0$, $\varepsilon_p = 1$ si $p = 0$.

ω_{pqk} : pulsation propre du mode in dépendante du caractère α .

F_{pqk}^α : force généralisée pour une excitation ponctuelle au point Q_0 de coordonnées (z_0, θ_0) de la coque.

D'après la référence [18], l'expression de la force généralisée est donnée par:

$$\begin{aligned} F_{pqk}^\alpha = & F_u \left(D_{pqk} + \frac{h}{2} \frac{q\pi}{L} \right) \cos \frac{q\pi z_0}{L} \sin \left(p\theta_0 + \frac{\alpha\pi}{2} \right) + \\ & F_v \left(E_{pqk} + \frac{p}{a} \frac{h}{a} \right) \sin \frac{q\pi z_0}{L} \cos \left(p\theta_0 + \frac{\alpha\pi}{2} \right) + \\ & F_w \sin \frac{q\pi z_0}{L} \cos \left(p\theta_0 + \frac{\alpha\pi}{2} \right) \end{aligned} \quad (3.25)$$

F_u, F_v, F_w sont les composantes de la force suivant les axes x, y et z.

IV- Expression de la pression acoustique généralisée du milieu intérieur

L'équation d'onde pour les milieu au repos prend la forme suivante (cf [15]))

$$\left(\frac{1}{c^2} \right) \frac{\partial^2}{\partial t^2} p(r, \theta, z, t) = \Delta p(r, \theta, z, t) \quad (3.26)$$

où

c : vitesse de propagation du son dans le milieu.

P : Pression acoustique dans la conduite dépendante du temps et de l'espace.

Δ : Opérateur laplacien donné en coordonnées cylindriques par :

$$\Delta = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (3.27)$$

Dans la suite du problème, nous supposons une dépendance harmonique de la pression acoustique du type:

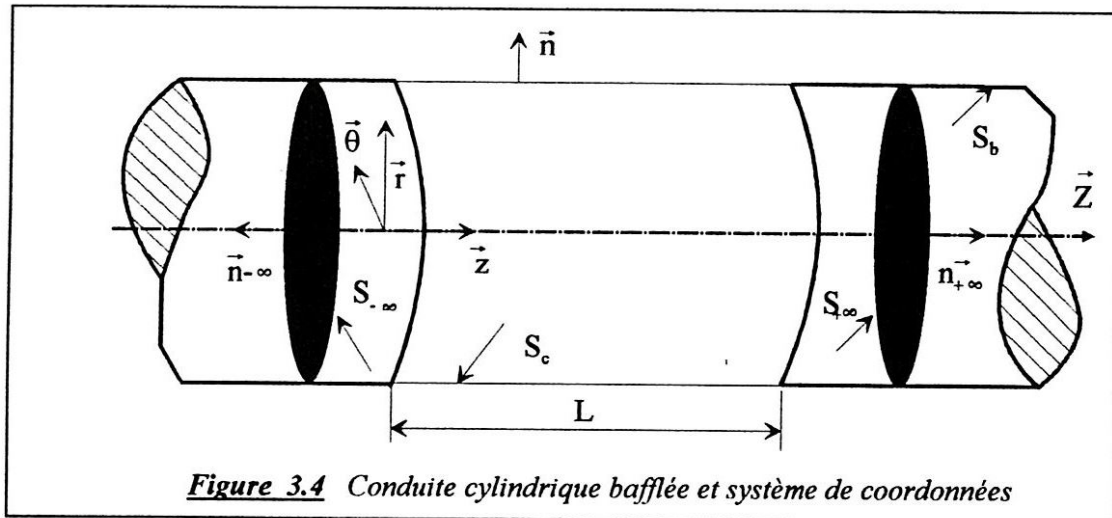
$$p(r, \theta, z, t) = p(r, \theta, z) e^{-j\omega t}$$

Alors l'équation (3.26) prend la forme suivante:

$$\Delta p(r, \theta, z) + k^2 p(r, \theta, z) = 0 \quad (3.28)$$

k : Définie le nombre d'onde acoustique est vaut:

$$k = \frac{\omega}{c} \quad (3.29)$$



La pression acoustique à l'intérieur du cylindre de volume V_i est régie par l'équation d'Helmholtz (3.28). Elles doit aussi satisfaire des conditions aux limites sur toutes les surfaces fermant V_i , soit sur S_c , S_b et S_{∞} respectivement surface déformable de la coque, surface indéformable du baffle rigide et surface à l'infinie (voir figure 3.4).

Ceci s'exprime par les équations suivantes:

$$\Delta P(M) + k^2 P(M) = 0 \quad M \in V_i \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial P(Q)}{\partial r} \Big|_{r=a} = \rho_i \omega^2 W(Q) \quad Q \in S_c \quad (3.31)$$

$$\frac{\partial P(Q)}{\partial r} \Big|_{r=a} = 0 \quad Q \in S_b \quad (3.32)$$

où ρ_i est la masse volumique du fluide interne et $W(Q)$ le déplacement radial d'un point Q de la coque. C'est aussi celui du point correspondant du feuillet moyen puisque la coque est indéformable dans l'épaisseur.

La condition (3.32) est caractéristique du baffle rigide, elle provient aussi de l'équation d'Euler qui prend cette forme simple puisque le déplacement radial est nul sur le baffle cylindrique.

Multiplions l'équation d'Helmholtz (3.28) par une fonction de Green G et intégrant sur le volume V_i de la conduite, on obtient :

$$\int_{V_i} (\Delta P + K^2 P) G dV = 0 \quad (3.33)$$

En appliquant le théorème de Green au volume V_i (intégration par partie), l'équation précédente devient:

$$\int_{V_i} (\Delta P + K^2 P) G dV = \int_{V_i} (\Delta G + K^2 G) P dV + \int_{S_f} \left(G \frac{\partial P}{\partial n} - P \frac{\partial G}{\partial n} \right) dS \quad (3.34)$$

où S_f est la surface fermée entourant le volume V_i et donnée par :

$$S_f = S_c \cup S_b \cup S_\infty$$

\vec{n} est la normale à S_f , extérieure au volume V_i et S_∞ représente l'union des surfaces normales à l'axe de la conduite, rejetées à plus l'infini et moins l'infini .

La simplification de (3.34) passe par une détermination judicieuse des conditions à imposer à la fonction de Green G . Dans notre contexte il convient de poser pour G les conditions suivantes :

$$\Delta G(M, Q_0) + K^2 G(M, Q_0) = -\delta(M - Q_0) \quad \forall M \text{ et } Q_0 \in V_i \quad (3.35)$$

$$\frac{\partial G(M, Q_1)}{\partial r} \Big|_{r=a} = 0 \quad \forall Q_1 \in S_c \cup S_b \quad (3.36)$$

où $\delta(M - Q_0)$ représente la distribution de Dirac appliquée en Q_0 .

La condition (3.36) est quant à elle une condition de Neumann homogène pour paroi rigide.

Finalement , nous obtenons la pression acoustique sous forme intégrale dans le volume intérieur V_i , en introduisant l'équation de Green (3.35) dans (3.34) :

$$P(Q_0) = \int_{S_f} \left(G \frac{\partial P}{\partial n} - P \frac{\partial G}{\partial n} \right) dS \quad (3.37)$$

Détaillons maintenant les calculs des intégrales de l'équation (3.37), en décomposant l'intégrale sur S_f sur toutes les surfaces la composant. Cette décomposition se fait de la manière suivante, lorsque l'on identifie la normale \vec{n} aux normales constituants S_f :

$$\int_{S_f} \left(G \frac{\partial P}{\partial n} - P \frac{\partial G}{\partial n} \right) dS = \int_{S_c} \left(G \frac{\partial P}{\partial r} - P \frac{\partial G}{\partial r} \right) dS + \int_{S_b} \left(G \frac{\partial P}{\partial r} - P \frac{\partial G}{\partial r} \right) dS + \int_{S_\infty} \left(G \frac{\partial P}{\partial n_\infty} - P \frac{\partial G}{\partial n_\infty} \right) dS \quad (3.38)$$

où \vec{n}_∞ est la normale extérieure à V_i prise sur S_∞ .

Par utilisation des conditions aux limites (3.31), (3.32) et (3.36), l'équation (3.38) peut se réécrire sous la forme suivante :

$$\int_{S_f} \left(G \frac{\partial P}{\partial n} - P \frac{\partial G}{\partial n} \right) dS = \rho_i \omega^2 \int_{S_c} GW(Q) dS + \int_{S_\infty} \left(G \frac{\partial P}{\partial n_\infty} - P \frac{\partial G}{\partial n_\infty} \right) dS \quad (3.39)$$

Les conditions d'absorption totale sur la surface S_∞ qui traduisent l'absence d'onde retour à plus ou moins l'infini, impliquent que :

$$\int_{S_\infty} \left(G \frac{\partial P}{\partial n_\infty} - P \frac{\partial G}{\partial n_\infty} \right) dS = 0 \quad (3.40)$$

L'expression de la pression acoustique en tout point situé à l'intérieur de la conduite prend la forme finale suivante:

$$P(Q_0) = \rho_i \omega^2 \int_{S_c} GW(Q) dS \quad (3.41)$$

V- Détermination de la fonction de Green

Le paragraphe précédent nous a permis de déterminer les équations qui régissent le problème esclave à la base de l'équation intégrale donnant le champ de pression réel. Il va maintenant s'agir de le calculer, c'est à dire de résoudre les équations:

$$\Delta G(M, Q_0) + K^2 G(M, Q_0) = -\delta(M - Q_0) \quad \text{Met } Q_0 \in V_i \quad (3.42)$$

$$\frac{\partial G(M, Q_0)}{\partial r} \Big|_{r=a} = 0 \quad \text{sur } S_c \cup S_b \quad (3.43)$$

Pour résoudre l'équation inhomogène (3.42), commençons par trouver une solution homogène de (3.42). Pour ce faire, soient les fonctions caractéristiques de cylindre rigide $\psi_n(r, \theta)$ satisfaisant les conditions suivantes (cf [17]).

$$(\Delta_{r\theta} + K_{nl}^2)\psi_{nl}(r, \theta) = 0 \quad \text{dans } V_l \quad (3.44)$$

$$\frac{\partial \psi_{nl}(r, \theta)}{\partial r} \Big|_{r=a} = 0 \quad \text{sur } S_c \cup S_b \quad (3.45)$$

$$\text{avec: } \Delta_{r\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \quad (3.46)$$

Les fonctions caractéristiques vérifient les conditions d'orthogonalité sur la section de la conduite et prennent la forme suivante:

$$\psi_{nl}(r, \theta) = e^{in\theta} J_n(K_{nl}r) \quad (3.47)$$

où $J_n(K_{nl}r)$ est la fonction de Bessel d'ordre circonférentiel n .

K_{nl} : Nombre d'onde propre des fonctions de Bessel avec condition de Neumann.

n : Ordre circonférentiel d'un mode de conduite.

l : Ordre radial d'un mode de conduite.

Soit la fonction G solution de l'équation (3.42) homogène, développée sur la base des fonctions caractéristiques:

$$G(M, Q_0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} F_{nl}(z) e^{in\theta} J_n(K_{nl}r) \quad (3.48)$$

Introduisant (3.48) dans l'équation homogène de (3.42) et à partir de l'équation caractéristique (3.44), on obtient :

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + K^2 - K_{nl}^2 \right) F_{nl}(z) e^{in\theta} J_n(K_{nl}r) = 0 \quad (3.49)$$

Pour isoler les différentes fonctions inconnues $F_{nl}(z)$, faisant usage de l'orthogonalité des fonctions de base, il vient:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + K^2 - K_{nl}^2 \right) F_{nl}(z) = 0 \quad (3.50)$$

C'est une équation différentielle, que nous résolvons de façon classique en cherchant la solution sous la forme:

$$F_{nl}(z) = Ae^{jK_z(z-z_0)} \quad (3.51)$$

En remplaçant l'expression (3.51) dans (3.50), on obtient l'équation caractéristique suivante:

$$-K_z^2 + K^2 - K_{nl}^2 = 0 \quad (3.52)$$

La résolution de cette équation caractéristique donne les deux solutions suivantes:

$$K_{z1} = \sqrt{K^2 - K_{nl}^2} \quad (3.53)$$

$$K_{z2} = -\sqrt{K^2 - K_{nl}^2} \quad (3.54)$$

Sur le plan physique la fonction d'onde sera donc constituée de deux ondes :

$$F_{nl}(z) = A_1 e^{jK_{z1}(z-z_0)} + A_2 e^{jK_{z2}(z-z_0)} \quad (3.55)$$

Revenons maintenant à l'équation non homogène (3.42), cherchons la solution sous la forme (3.48). Introduisons (3.48) dans (3.42), multiplions par une fonction conjuguée $\psi_{ph}^*(r, \theta)$ et intégrons sur la section de la conduite.

$$\int_0^a \int_0^{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} + K^2 - K_{nl}^2 \right] F_{nl}(z) e^{jn\theta} e^{-jp\theta} J_n(K_{nl}r) J_p(K_{ph}r) r dr d\theta \quad (3.56)$$

$$= -\int_0^a \int_0^{2\pi} \delta(M - Q_0) e^{-jp\theta} J_p(K_{ph}r) r dr d\theta$$

Après intégration de l'expression précédente et en utilisant les relations d'orthogonalité, on obtient:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} + K^2 - K_{nl}^2 \right] F_{nl}(z) = -\frac{e^{-jn\theta_0} J_n(K_{nl}r_0)}{S_0 \wedge_{nl}} \delta(z - z_0) \quad (3.57)$$

S_0 représente la section du cylindre et \wedge_{nl} est donnée par:

$$\wedge_{nl} = \left[1 - \left(\frac{n}{K_{nl} \cdot a} \right)^2 \right] J_n^2(K_{nl} a) \quad \text{pour } (n,1) \neq (0,1), \wedge_{01} = 1 \quad (3.58)$$

La solution de (3.57) coïncide avec la solution (3.55) de l'équation homogène, sauf au point z_0 du fait de la distribution de Dirac au second membre. La solution est continue mais a une dérivée discontinue en z_0 et dont le saut est égale au facteur multiplicatif du $\delta(z - z_0)$ dans l'équation (3.57).

Les conditions de raccordement au point z_0 sont donc:

$$F_{nl}(z_0^+) = F_{nl}(z_0^-) \quad (3.59)$$

$$\text{et } \left. \frac{dF_{nl}(z)}{dz} \right|_{z_0^+} - \left. \frac{dF_{nl}(z)}{dz} \right|_{z_0^-} = - \frac{e^{-jn\theta_0} J_n(K_{nl} r_0)}{S_0 \wedge_{nl}} \quad (3.60)$$

En tenant compte de l'absorption totale des ondes à l'infini et de la continuité de la fonction en $z=z_0$, on peut écrire la solution sous la forme:

$$F_{nl}(z) = A_{nl} e^{jK_{z1}(z-z_0)} \quad z \geq z_0 \quad (3.61)$$

$$F_{nl}(z) = A_{nl} e^{jK_{z2}(z-z_0)} \quad z \leq z_0$$

Remplaçons (3.61) dans l'équation (3.60), on obtient:

$$A_{nl} j (K_{z1} e^{jK_{z2} \cdot z_0^+} - K_{z2} e^{jK_{z2} \cdot z_0^-}) = - \frac{e^{-jn\theta_0} J_n(K_{nl} r_0)}{S_0 \wedge_{nl}} \quad (3.62)$$

La valeur de A_{nl} est donnée par:

$$A_{nl} = j \frac{e^{-jn\theta_0} J_n(K_{nl} \cdot r_0)}{S_0 \wedge_{nl} (K_{z1} - K_{z2})} \quad (3.63)$$

Remplaçons l'expression de A_{nl} dans les équations (3.61) pour obtenir la solution de l'équation (3.57). Elle a deux expressions différentes à droite et à gauche de z_0 :

$$F_{nl}(z) = j \frac{e^{-jn\theta_0} J_n(K_{nl}r_0)}{S_0 \wedge_{nl} (K_{z1} - K_{z2})} e^{jK_{z1}(z-z_0)} \quad \text{pour } z \geq z_0 \quad (3.64)$$

$$F_{nl}(z) = j \frac{e^{-jn\theta_0} J_n(K_{nl}r_0)}{S_0 \wedge_{nl} (K_{z1} - K_{z2})} e^{jK_{z2}(z-z_0)} \quad \text{pour } z \leq z_0 \quad (3.65)$$

En introduisant les deux équations (3.64) et (3.65) dans l'équation (3.48), on obtient la fonction de Green définie à gauche et à droite de z_0 .

Fonction de Green à droite: $z \geq z_0$

$$G_d(M, Q_0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{j}{2S_0} \frac{J_n(K_{nl}r_0) J_n(K_{nl}r) e^{jn(\theta-\theta_0)}}{\left[1 - \left(\frac{n}{K_{nl}a}\right)^2\right] J_n(K_{nl}a) \sqrt{K^2 - K_{nl}^2}} \exp(jK_{z1}(z-z_0)) \quad (3.66)$$

Fonction de Green à gauche: $z \leq z_0$

$$G_g(M, Q_0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{j}{2S_0} \frac{J_n(K_{nl}r_0) J_n(K_{nl}r) e^{jn(\theta-\theta_0)}}{\left[1 - \left(\frac{n}{K_{nl}a}\right)^2\right] J_n(K_{nl}a) \sqrt{K^2 - K_{nl}^2}} \exp(jK_{z2}(z-z_0)) \quad (3.67)$$

Remarque

Puisque $K_{z1} = -K_{z2}$, les deux fonctions de Green définies à gauche et à droite de $z=z_0$ peuvent se regrouper en une seule fonction, qui prend la forme suivante:

$$G(M, Q_0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{j}{2S_0} \frac{J_n(K_{nl}r_0) J_n(K_{nl}r) e^{jn(\theta-\theta_0)}}{\left[1 - \left(\frac{n}{K_{nl}a}\right)^2\right] J_n(K_{nl}a) \sqrt{K^2 - K_{nl}^2}} \exp(j\sqrt{K^2 - K_{nl}^2} |z - z_0|) \quad (3.68)$$

L'équation (3.68) est la fonction de Green valable en acoustique linéaire pour un fluide sans écoulement à l'intérieur d'une conduite cylindrique.

Sur le plan physique, la fonction de Green $G(M, Q_0)$ représente une fonction de transfert acoustique entre un point d'écoute M et un point d'émission Q_0 . Dans notre configuration, cette fonction de transfert intègre la présence d'un cylindre rigide puisqu'elle vérifie des conditions de Neumann homogènes sur la paroi du cylindre.

VI- Pression acoustique généralisée du milieu intérieur

Introduisons les deux équations (3.66) et (3.67) qui définissent respectivement la fonction de Green à droite et à gauche dans l'expression intégrale de la pression acoustique pariétale (3.41), on obtient :

$$P^i(Q_0) = \rho_1 \omega^2 \int_0^{2\pi} \int_0^{z_0} G_g^i(Q, Q_0) W(Q) a. dz. d\theta + \int_0^{2\pi} \int_{z_0}^L G_d^i(Q, Q_0) W(Q) a. dz. d\theta \quad (3.69)$$

avec:

$G_g^i(Q, Q_0)$: Fonction de Green définie à gauche de z_0

$G_d^i(Q, Q_0)$: Fonction de Green définie à droite de z_0

z_0 : Abscisse du point Q_0

Remarque

Dans l'expression (3.69), l'intégrale de surface se décompose en une somme de deux intégrales. Dans la première composante de l'intégrale, on intègre de 0 à z_0 puisque le point émetteur Q d'abscisse z est placé à gauche du point d'écoute Q_0 d'abscisse z_0 ($z \leq z_0$), en utilisant la fonction de Green gauche (3.67). Dans la deuxième composante de l'intégrale, on intègre de z à L , puisque le point émetteur Q se trouve à droite du point d'écoute Q_0 , on utilise alors la fonction de Green droite (3.66).

Remplaçons les expressions de $W(Q)$, $G_g^i(Q, Q_0)$ et $G_d^i(Q, Q_0)$ dans l'expression intégrale de la pression acoustique pariétale (3.69). Après tout calcul fait, on abouti à l'expression finale suivante:

$$P(Q) = j\rho_1 \frac{\omega^2}{a} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{j=1}^3 \sum_{l=1}^{\infty} (A_{mj}^0 \cos n\theta_0 + A_{mj}^1 \sin n\theta_0) \frac{[K^2 - K_{nl}^2]^{-\frac{1}{2}}}{\chi_{nl}} \left\{ \begin{aligned} & \frac{e^{-jK_{z2}z_0}}{K_m^2 - K_{z2}^2} (-K_m \cos K_m z_0 e^{jK_{z2}z_0} + K_m + jK_{z2} \sin K_m z_0 e^{jK_{z2}z_0}) \\ & + \frac{e^{-jK_{z1}z_0}}{K_m^2 - K_{z1}^2} (-K_m (-1)^m e^{jK_{z1}L} + K_m \cos K_m z_0 e^{jK_{z1}z_0} - jK_{z1} \sin K_m z_0 e^{jK_{z1}z_0}) \end{aligned} \right\} \quad (3.70)$$

où K_{z1} et K_{z2} sont les nombres d'ondes axiaux définis précédemment

$$\chi_{nl} = \left(1 - \left(\frac{n}{K_{nl} \cdot a} \right)^2 \right) \quad \text{si } (n, L) \neq (0, l) ; \chi_{0l} = 1 \quad (3.71)$$

Finalement à partir de l'expression (3.70), il est possible de finir le calcul de la pression généralisée définie en (3.41) et après un assez long développement, on arrive à l'expression suivante:

$$P_{pqk}^{\alpha(i)} = j\omega \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{j=1}^3 Z_{pqm}^i A_{pmj}^{\alpha} \quad (3.72)$$

où Z_{pqm}^i est l'impédance de rayonnement intermodale qui couple le milieu intérieur avec les modes de la coque, d'ordre circonféreniel p d'ordres longitudinaux q et m .

Les impédances de rayonnement rendent compte du couplage vibro-acoustique entre la coque et le fluide interne. Leurs expressions directes et croisées sont les suivantes:

- Impédance de rayonnement directe:

$$Z_{pqi}^i = \rho_i \frac{2\mu}{\varepsilon_p} \sum_{l=1}^m \left\{ j \frac{L}{2} \left(\frac{K_{z2}\omega}{K_q^2 - K_{z2}^2} - \frac{K_{z1}\omega}{K_q^2 - K_{z1}^2} \right) + \frac{1 - (-1)^q e^{-jK_{z1}L}}{(K_q^2 - K_{z2}^2)^2} (K_q^2 \omega) \right. \\ \left. + \frac{1 - (-1)^q e^{-jK_{z1}L}}{(K_q^2 - K_{z1}^2)^2} (K_q^2 \omega) \right\} \alpha_{pl} \quad (3.73)$$

- Impédance de rayonnement croisée:

$$Z_{pqm}^i = \rho_i \frac{2\pi}{\varepsilon_p} \sum_{l=1}^{\infty} \left\{ \frac{K_m K_q (1 - (-1)^q e^{-jK_{z2}L}) \omega}{(K_m^2 - K_{z2}^2)(K_q^2 - K_{z2}^2)} + \frac{K_m K_q (-1)^{q+m} - (-1)^m e^{jK_{z1}L} \omega}{(K_m^2 - K_{z1}^2)(K_q^2 - K_{z1}^2)} \right\} \alpha_{pl} \quad (3.74)$$

$$\alpha_{pl} = \frac{[K^2 - K_{pl}^2]^{-\frac{1}{2}}}{\chi_{nl}} \quad (3.75)$$

où ε_p et le facteur de Neumann donné par:

$$\varepsilon_p = 2 \text{ si } p \neq 0$$

$$\varepsilon_p = 1 \text{ si } p = 0$$

L'impédance de rayonnement, comme expliqué dans la référence [17] est une quantité complexe; sa partie réelle s'interprète comme un amortissement supplémentaire appliqué à la coque, par rayonnement, sa partie imaginaire introduit un effet réactif de masse ou de raideur ajoutée ,soit:

$$Z_{pqm}^i = R_{pqm} + jX_{pqm} \quad (3.76)$$

où R_{pqm} est la partie réelle de l'impédance intermodale de rayonnement et X_{pqm} la partie imaginaire.

VII- Pression acoustique généralisée du milieu extérieur

En ce qui concerne le calcul de l'acoustique extérieur, nous rappelons ici le principe de la méthode de résolution et nous renvoyons le lecteur aux références [15], [18] et [19], où il trouvera son exposé complet.

Nous considérons une coque cylindrique finie prolongée par des baffles cylindriques, rigides, infinis, immergée dans un fluide au repos. Les équations régissant le couplage fluide extérieur -structure dans le cas d'un régime harmonique sont les suivantes:

- Equation d'Helmholtz sans écoulement:

$$\Delta P^e(M) + \frac{\omega^2}{C_e^2} P^e(M) = 0 \quad M \in V_e \quad (3.77)$$

- Continuité des vitesses mécanique et acoustique normales à l'interface coque-
-fluide extérieur:

$$\frac{\partial P^e(Q)}{\partial r} \Big|_{r=a} = -\rho_e \omega^2 W(Q) \quad Q \in S_c \quad (3.78)$$

$$\frac{\partial P^e(Q)}{\partial r} \Big|_{r=a} = 0 \quad Q \in S_b \quad (3.79)$$

ρ_e : masse volumique du fluide intérieur

C_e : Célérité du son dans le fluide extérieur.

Exprimons cette pression pariétale sous la forme intégrale suivante:

$$P^e(Q_0) = \rho_e \omega^2 \int_{S_c} G^e(Q, Q_0) W(Q) dS \quad (3.80)$$

où Q et Q_0 appartiennent à la surface S_c .

Pour résoudre (3.80), il est commode d'associer le problème esclave suivant:

$$\Delta G^e(M, Q_0) + \frac{\omega^2}{C_e^2} G^e(M, Q_0) = 0 \quad M \in V_e \quad (3.81)$$

$$\frac{\partial G^e(M, Q_0)}{\partial r} \Big|_{r=a} = -\delta(Q - Q_0) \quad Q \text{ et } Q_0 \in S_c \cup S_b \quad (3.82)$$

L'expression de la fonction de Green dans le milieu extérieur au repos est donnée par [14]:

$$G^e(Q, Q_0) = -\frac{1}{4\pi a^2} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \cos n(\theta - \theta_0) \int_{-\infty}^{+\infty} H_n(K_r r) / [K_r H_n'(K_r a)] \exp(jK_z(z - z_0)) dK_z \quad (3.83)$$

avec:

$$K_e^2 = K_z^2 + K_r^2 \quad (3.84)$$

$K_e = \omega / C_e$: Nombre d'onde acoustique.

K_z : Nombre d'onde axiale dans le milieu extérieur.

K_r : Nombre d'onde radiale dans le milieu extérieur.

H_n : Fonction de Hankel de première espèce, d'ordre n .

H_n' : La dérivée de la fonction de Hankel de première espèce, d'ordre n .

Introduisons (3.83) dans (3.80), nous obtenons une nouvelle expression de la pression acoustique pariétale sous la forme suivante (lorsque $W(Q)$ a été explicité à partir de (3.23)):

$$P^e(Q) = \rho_e \frac{\omega^2}{2\pi} \sum_{\alpha=0}^1 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{j=1}^3 A_{nmj}^{\alpha} \sin\left(n\theta + \alpha \frac{\pi}{2}\right) \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\psi}_m(K_z) H_n(K_r \cdot r) / [K_r H_n'(K_r \cdot r)] \exp(jK_z \cdot z) dK_z \quad (3.85)$$

A partir de (3.85) on mène alors le calcul de (3.77), ce qui donne tous calculs faits l'expression de la pression généralisée extérieure.

$$P_{pqt}^{\alpha(*)} = -j\omega \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{j=1}^3 Z_{pqm}^e A_{pmj}^{\alpha} \quad (3.86)$$

Z_{pqm}^e est l'impédance de rayonnement intermodale dans le milieu extérieur, d'ordre circonférentiel p , d'ordres longitudinaux q et m et de type j .

L'expression de ces impédances de rayonnement donnée en référence [20], s'écrit:

$$Z_{pqm}^e = j\rho_e \omega \frac{a^2}{\varepsilon_p} \int_{-\infty}^{+\infty} H_p(K_r a) / [K_r \cdot a H_p'(K_r \cdot a)] \tilde{\psi}_m(K_z) \tilde{\psi}_q^*(K_z) dK_z \quad (3.87)$$

$\tilde{\psi}_m(K_z)$ est la transformée de Fourier spatiale de la forme propre longitudinale d'ordre m et vaut:

$$\tilde{\psi}_m(K_z) = \int_0^L \sin\left(\frac{mp}{L} z\right) \exp(-jK_z \cdot z) dz \quad (3.88)$$

et sa conjuguée:

$$\tilde{\psi}_q^*(K_z) = \int_0^L \sin\left(\frac{mq}{L} z\right) \exp(+jK_z \cdot z) dz \quad (3.89)$$

D'après l'expression de l'impédance de rayonnement dans le milieu extérieur, on constate que Z_{pqm}^e couple les modes de coque d'ordres longitudinaux de même parité et les modes de coque de type différent ($Z_{pqm}^e = 0$ si q et m de parité différente). Un découplage des ordres circonférentiels et des caractères symétrique et antisymétrique subsiste.

Les expressions d'impédance de rayonnement extérieur ne se calculent pas analytiquement, elles doivent être approchées numériquement : c'est la partie la plus longue des calculs de rayonnement, ce qui n'est pas étonnant puisque les impédances de rayonnement décrivent le couplage fluide-coque.

VIII- Expression des systèmes d'équations linéaires généralisés

La connaissance du rayonnement passe finalement par la résolution des équations de mouvement généralisées (3.24). Remplaçons les expressions de la pression acoustique généralisée des milieux intérieur et extérieur (3.85) et (3.72) respectivement dans l'expression (3.24), on obtient le système d'équations linéaires généralisées entièrement exprimé à partir des amplitudes modales de la coque.

$$m_{pqk} \left(\omega_{pqk}^2 (1 - j\eta_c) - \omega^2 \right) A_{pqk}^\alpha - j\omega \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \left(Z_{pqk}^e + Z_{pqk}^i \right) A_{pmj}^\alpha = F_{pqk}^\alpha \quad (3.90)$$

Les amplitudes modales de la coque sont calculées par une méthode des moindres carrés, ensuite, le produit du vecteur des amplitudes modales avec la matrice des impédances mécaniques sous charge acoustique intérieur et extérieur donne le vecteur des forces généralisées

IX- Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une méthode théorique permettant l'étude du rayonnement acoustique d'un cylindre bafflé, couplé à deux fluides intérieur et extérieur au repos. Nous sommes donc désormais en possession des équations nécessaires pour la formulation du problème direct qui constitue une base pour le problème inverse dont fait l'objet notre travail.

Nous avons d'abord présenté les équations de mouvement d'une coque cylindrique mince dans le vide, nous avons fourni une expression intégrale de la pression acoustique régnant dans le milieu interne au repos, lorsqu'il est sollicité en régime harmonique par les vibrations du cylindre soumis à des forces d'origine mécanique ponctuelles. Ensuite nous avons présenté l'expression intégrale de la pression acoustique du milieu extérieur au repos .

A la fin nous avons présenté l'équation du mouvement du cylindre fini sous la charge des deux fluides extérieur et intérieur au repos. Comme le cylindre est fini, appuyé sur ses bords, la résolution a été effectuée par projection des équations d'équilibre de la coque couplée aux milieux acoustiques sur la base de ses modes propres dans le vide.

Dans le prochain chapitre, l'équation de mouvement (3.90) va nous servir comme équation de base pour la résolution du problème inverse. Les amplitudes modales sont calculées en utilisant la méthode intégro-modale, à partir desquelles on détermine les vitesses pariétales qu'on utilise par la suite pour déterminer les sources d'excitation par une méthode des moindres carrés.

CHAPITRE 4

IDENTIFICATION DES SOURCES D'EXCITATION APPLIQUEES SUR UNE COQUE CYLINDRIQUE EXCITEE MECANIQUEMENT

I- Introduction

Le second chapitre avait pour objectif la détermination et la localisation des sources d'excitation pour des structures monodimensionnelles et bidimensionnelles (poutres et plaques) à partir de leurs champs de déplacement vibratoire simulés numériquement (qui peuvent être mesurés expérimentalement). La méthode utilisée est une méthode des différences finies qui consiste à calculer les dérivées spatiales du champ de déplacement discretisé par un schéma aux différences finies. Dans ce chapitre et après avoir présenté dans le chapitre précédant la modélisation du comportement vibratoire (problème direct) d'une coque cylindrique, finie, déformable et prolongée par des baffles rigides indéformables avec présence de deux fluides au repos l'un interne et l'autre externe. Dans cette partie on va s'intéresser à la localisation et la détermination des sources d'excitation appliquées sur la même structure. La simulation numérique du champ de déplacement vibratoire et la discretisation des dérivées spatiales de l'équation (3.90) par la méthode des différences finies paraît difficile et entraîne des calculs longs et pénibles.

Dans ce chapitre, nous présentons une autre méthode de localisation de la source d'excitation, plus simple à mettre en œuvre et donnant des résultats très satisfaisants. Cette méthode consiste à résoudre le problème inverse du problème direct exprimé par l'équation (3.90). A partir des vitesses pariétales de la coque calculées numériquement (qui peuvent être obtenues par mesures), nous recalculons les amplitudes modales des modes de coques A'_{nmj} comparables aux A_{nmj} du problème direct par une méthode des moindres carrés [Annexe A4], puis le produit du vecteur

des amplitudes modales par la matrice des impédances mécaniques donne le vecteur des forces généralisées F'_{nmj} , comparables aux forces généralisées F_{nmj} du problème direct. Nous reconstituons ensuite la force mécanique ponctuelle exercée sur la coque par une série tronquée.

II- Utilisation de la méthode des moindres carrés pour la résolution du problème inverse

L'expression de la vitesse radiale de la coque dans la base modale déterminée à partir de la résolution du problème direct est donnée par :

$$V(z, \theta) = -j\omega \sum_{\alpha=0}^1 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{j=1}^3 A_{nmj}^{\alpha} \phi_{nm}(z, \theta) \quad (4.1)$$

où

α : désigne la symétrie ou l'antisymétrie du mode ; pour notre cas nous ne considérons que les modes symétriques ($\alpha=0$).

n : Ordre circonférentiel du mode de coque.

m : Ordre longitudinal du mode de coque.

j : Type de mode de coque (torsion, flexion, traction-compression). Par raison de simplification on ne considère que les modes de flexion ($j=2$) qui sont les modes les plus dominants.

A_{nmj} sont les amplitudes modales du mode de coque et $\phi_{nm}(z, \theta)$ est la déformée propre de la coque.

$$\phi_{nm}(z, \theta) = \cos\left(n\theta + \alpha \frac{\pi}{2}\right) \sin\left(\frac{m\pi z}{L}\right) \quad (4.2)$$

La vitesse pariétale prend alors la forme plus simple suivante :

$$V(z, \theta) = -j\omega \sum_{n=0}^{N_z} \sum_{m=1}^{M_z} A_{nm} \phi(z, \theta) \quad (4.3)$$

L'application de la méthode des moindres carrés dont le principe a été présenté dans l'annexe A4, nous permet d'écrire :

$$S = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \left[V(z_i, \theta_j) - \sum_{n=0}^{N_i} \sum_{m=1}^{M_i} -j\omega A'_{nm} \phi(z_i, \theta_j) \right]^2 \quad (4.4)$$

$V(z_i, \theta_j)$ sont les vitesses pariétales mesurées en tous points i, j de la coque discretisée (dans notre cas ces vitesses sont simulées numériquement à partir du problème direct), A'_{nm} sont les amplitudes modales qui représentent les inconnues de notre problème, I, J représentent le nombre de points du maillage de la coque dans la direction axiale et circonférentielle et N_i, M_i les ordres de troncature de la série circonférentielle et longitudinale.

Parmi toutes les solutions possibles, nous définissons la meilleure comme celle qui rend minimale la quantité S . Une condition nécessaire pour que S soit minimal dans l'espace de ces paramètres est que :

$$\frac{\partial S}{\partial A'_{pq}} = 0 \quad p = 0, N_i \text{ et } q = 1, M_i \quad (4.5)$$

Cette condition nous conduit au système suivant :

$$-j\omega \left[\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \phi_{pq}(z_i, \theta_j) \phi_{nm}(z_i, \theta_j) \right] \{A'_{pq}\} = \left\{ \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J V(z_i, \theta_j) \phi(z_i, \theta_j) \right\} \quad (4.6)$$

Ce système peut se réécrire sous la forme plus simple suivante :

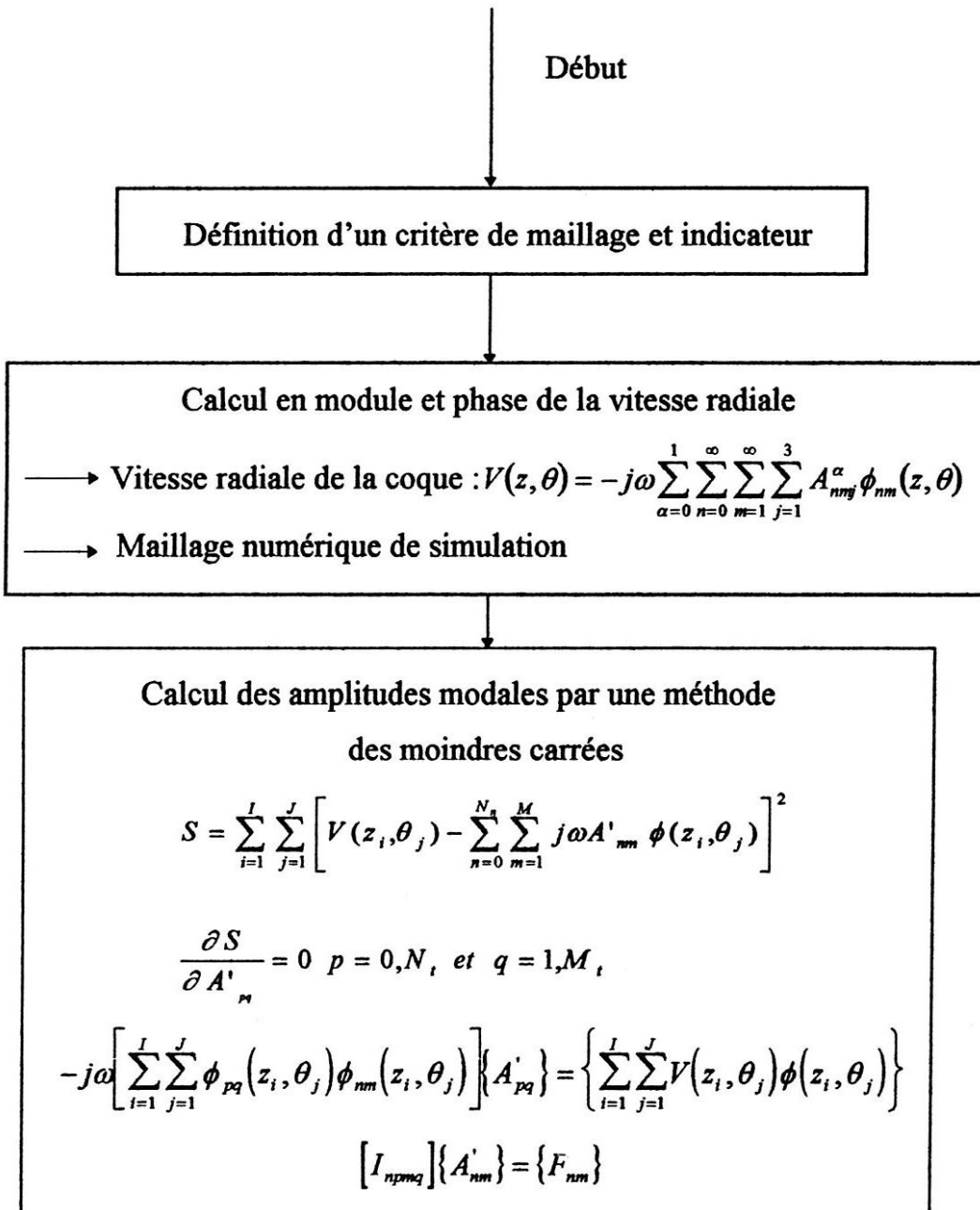
$$[I_{nqm}] \{A'_{nm}\} = \{F_{nm}\} \quad (4.7)$$

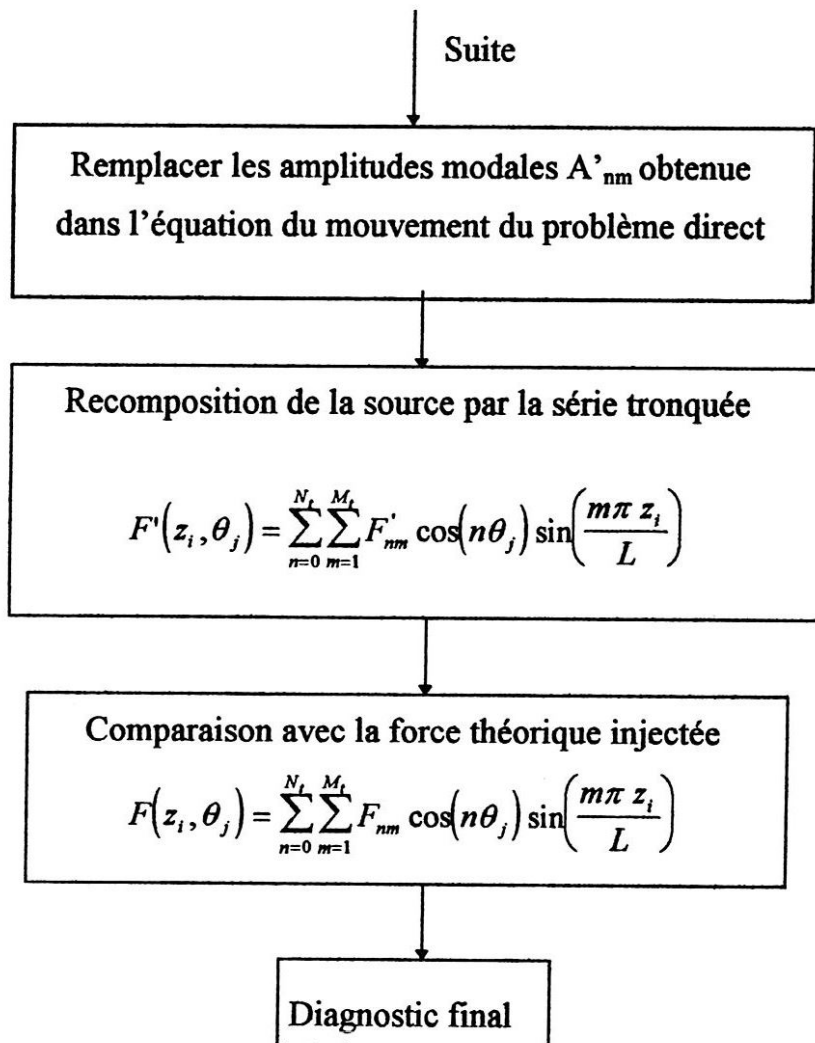
La résolution de ce système nous permet d'obtenir les nouvelles amplitudes modales A'_{nm} comparables au A_{nm} du problème direct. La méthode de résolution généralement utilisée est la méthode de Gauss.

Le vecteur des amplitudes modales est ensuite remplacé dans le système d'équation (3.90) d'où on obtient le vecteur des forces généralisées F'_{nm} comparables aux forces généralisées F_{nm} du problème direct. La force mécanique ponctuelle peut être alors reconstruite par la série tronquée suivante :

$$F(z_i, \theta_j) = \sum_{n=0}^{N_t} \sum_{m=1}^{M_t} F'_{nm} \cos(n\theta_j) \sin\left(\frac{m\pi z_i}{L}\right) \quad (4.8)$$

Cette méthode peut se résumer dans l'organigramme suivant :





III- Résultats et interprétations

III-1 Localisation des sources d'excitation par les vitesses pariétales

Dans cette partie, nous allons montrer que les vitesses pariétales mesurées expérimentalement ou simulées numériquement à partir de la résolution du problème direct ne permettent pas de localiser les sources d'excitation.

Les deux figures 4.1 et 4.2, présentent les vitesses pariétales calculées à partir de la résolution du problème direct pour une coque cylindrique finie avec présence de deux fluides intérieur et extérieur au repos. La coque est de 1.2 m de longueur, 0.8 m de diamètre et de 3mm d'épaisseur avec un module de Young 2.058×10^{11} N/m².

Sur la figure 4.1, nous présentons la vitesse pariétale calculée à partir du problème direct pour le cas d'une excitation mécanique ponctuelle située au point de coordonnées $Z_F=0.45$ m et $\theta_F=0^\circ$, pour un nombre de modes circonférentiels et longitudinaux égale à 18 et un maillage de 37×39 selon θ et z respectivement avec une fréquence d'excitation égale à 400 Hz. On constate que la courbe de la vitesse pariétale ne donne aucune information sur le point d'excitation de la structure. Les mêmes constatations peuvent être tirées pour le cas de la figure 4.2. D'où on peut conclure que les vitesses pariétales obtenues par mesure ou par simulation numérique sont insuffisantes pour pouvoir localiser les sources d'excitation d'une structure. Donc il est nécessaire d'utiliser une méthode semi-expérimentale, c'est à dire mesurer les vitesses pariétales puis les injecter dans le problème inverse pour pouvoir à la fin localiser les forces d'excitation.

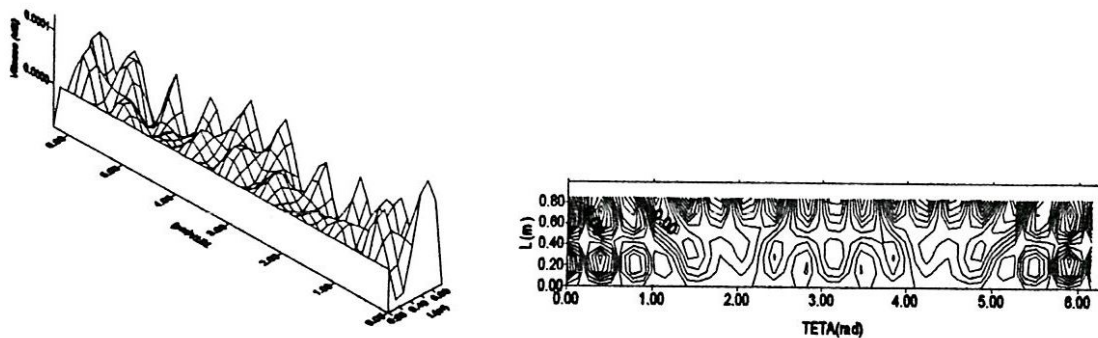


Figure 4.1 Vitesse pariétale calculé à partir du problème direct pour la fréquence d'excitation 400 Hz
($N=18$, $M=18$, $N\theta=37$, $NZ=39$, $Z_F=0.45$ m et $\theta_F=0^\circ$)

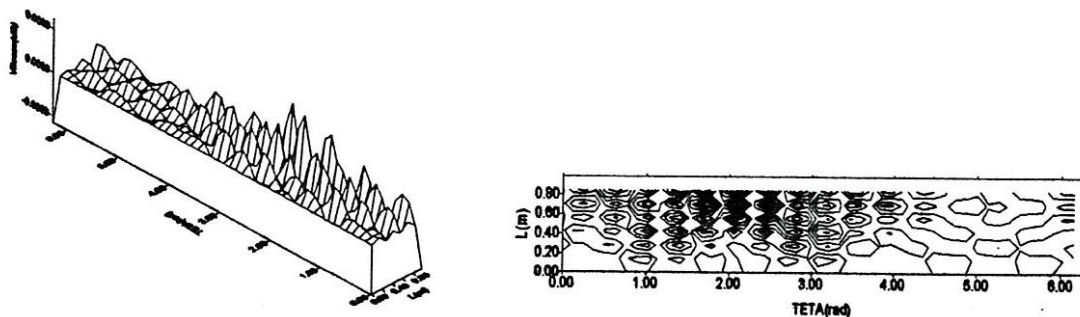


Figure 4.2 Vitesse pariétale calculé à partir du problème direct pour la fréquence d'excitation 1200 Hz
($N=18$, $M=18$, $N\theta=37$, $NZ=39$, $Z_F=0.6$ m et $\theta_F=120^\circ$)

III-2 Localisation des sources d'excitation par résolution du problème inverse

III-2-1 Coque excitée par une force mécanique ponctuelle

Nous allons présenter la reconstitution d'une force d'excitation mécanique ponctuelle en fonction de la longueur de la coque excitant une coque cylindrique finie couplée à deux fluides intérieur et extérieur au repos. La coque est de 1.2 m de longueur, 0.8 m de diamètre et de 3 mm d'épaisseur, en acier avec un module de Young égal à $2.058 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$.

Nous avons essayé de faire la localisation des sources d'excitation pour les trois bandes de fréquences (basses, moyennes et hautes fréquences).

La figure 4.3, présente la reconstitution de la distribution d'une force mécanique ponctuelle excitant la structure au point de coordonnées $Z_F=0.45 \text{ m}$ et $\theta_F= 0^\circ$ pour les fréquences (100, 200 et 300 Hz) pour un nombre de modes circonférentiels $n=10$ et longitudinaux $m=18$ avec un maillage de 15×100 selon θ et z respectivement. On remarque l'émergence d'un pic qui correspond bien au point d'application de la force mécanique ponctuelle et cela quelle que soit la fréquence d'excitation

Sur la figure 4.5 qui représente-elle aussi la reconstitution d'une force d'excitation mécanique ponctuelle toujours dans les mêmes conditions que précédemment mais cette fois-ci avec un nombre de modes plus important et un maillage circonférentiel et longitudinal moins important. On trouve les mêmes résultats que précédemment avec la même amplitude de la force reconstruite. Cela peut s'expliquer qu'en basses fréquences le nombre de modes de la structure qui joue un rôle dans la réponse de cette dernière est limité donc on a une convergence rapide concernant la localisation de la source.

Les deux figures 4.4 et 4.6 représentent une comparaison de la force théorique injectée et celle reconstruite par résolution du problème inverse en utilisant une

méthode des moindres carrés. On constate qu'avec la convergence en nombre de modes (figure 4.6), la force théorique coïncide avec la force reconstituée par la méthode des moindres carrés.

Sur la figure 4.7, nous représentons la reconstruction de la même force pour les mêmes conditions précédentes, mais cette fois-ci la structure est excitée en moyennes fréquences (400, 500 et 600 Hz). On constate qu'il y a une émergence d'un pic qui correspond au point d'excitation de la structure, mais cette émergence est faible par rapport aux cas précédents (basses fréquences). Cela est bien claire pour la fréquence 500 Hz. Nous présentons sur la figure 4.8 la même force mécanique ponctuelle, mais en prenant le produit spectral des différentes courbes présentées sur la figure 4.5. On remarque une annulation totale des différents pics au profit d'une nette émergence du pic correspondant au point d'excitation.

La figure 4.9 montre la distribution de force mécanique ponctuelle pour les mêmes conditions que le cas précédant, mais en augmentant l'ordre de troncature des modes circonférentiels jusqu'à 18. On obtient la même force reconstruite pour les différentes fréquences. Cela est dû à la convergence en nombre de modes. Ce résultat se confirme par la comparaison de cette force avec la force réelle présentée sur la figure 4.10.

La figure 4.11 présente la distribution de la force reconstruite pour les mêmes conditions que dans le cas de la figure 4.7, mais cette fois-ci la structure est excitée en hautes fréquences (1000, 1100 et 1200 Hz). On remarque que pour la fréquence d'excitation 1000 Hz, la localisation du point d'excitation de la force n'est pas claire. Pour les autres fréquences, le pic est plus net et il correspond au point d'excitation considéré. En prenant le produit spectral des trois courbes, on peut éliminer les pics supplémentaires et nous obtiendrons une bonne émergence du pic correspondant au point d'excitation.

Pour le même cas de la figure précédente, mais en convergeant en modes, on obtient une coïncidence des pics pour les différentes fréquences (figure 4.13). Sur la figure

4.14, on constate une coïncidence entre la force réelle injectée et la force reconstruite dans le cas de la convergence en modes.

Les figures (4.15 jusqu'à 4.26) montrent la distribution de force reconstituée pour les mêmes conditions précédentes, mais cette fois-ci la force d'excitation est située près du bord. Les mêmes constatations tirées précédemment pour une excitation en $Z_F=0.45$ m restent valables pour ce cas et cela pour toutes les bandes des fréquences considérées.

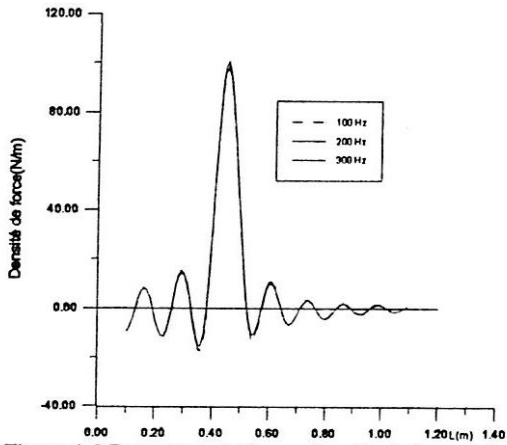


Figure 4. 3 Forces reconstruites par la méthode des moindres carrés pour les fréquences 100, 200 et 300 Hz ($N=10, M=18, N\theta=15, NZ=100, \theta_F=0^\circ$ et $Z_F=0.45$ m)

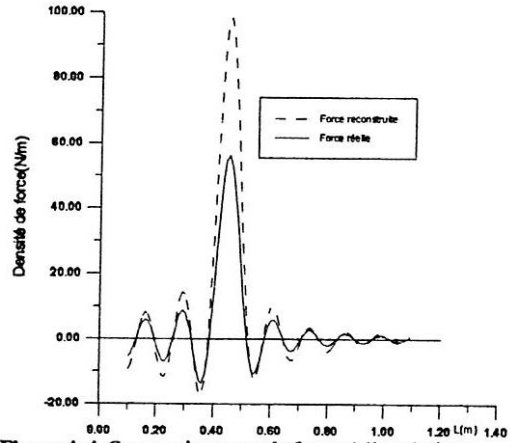


Figure 4. 4 Comparaison entre la force réelle et la force reconstruite pour la fréquence 200 Hz ($N=10, M=18, N\theta=15, NZ=100, \theta_F=0^\circ$ et $Z_F=0.45$ m)

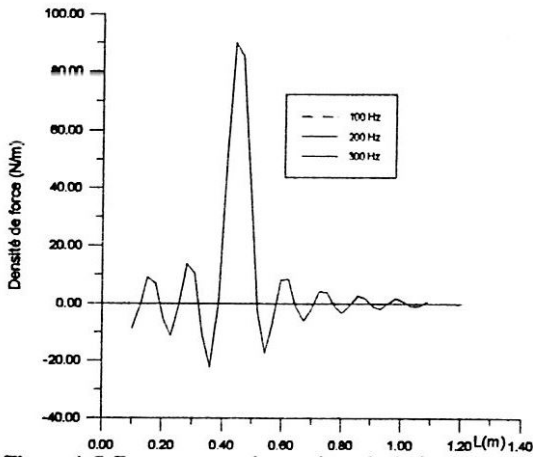


Figure 4. 5 Forces reconstruites par la méthode des moindres carrés pour les fréquences 100, 200 et 300 Hz ($N\theta=37, NZ=39, \theta_F=0^\circ$ et $Z_F=0.45$ m)

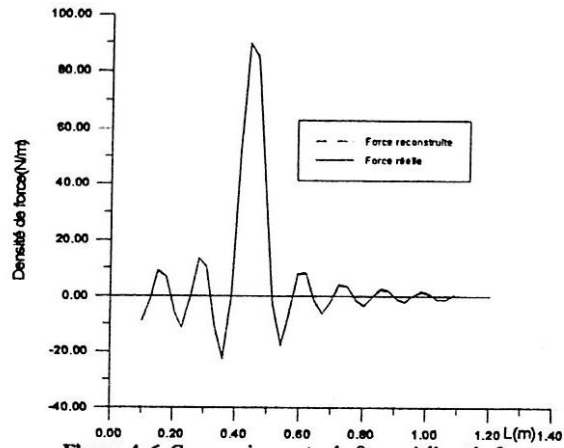


Figure 4. 6 Comparaison entre la force réelle et la force reconstruite pour la fréquence 300 Hz ($N=18, M=18, N\theta=37, NZ=39, \theta_F=0^\circ$ et $Z_F=0.45$ m)

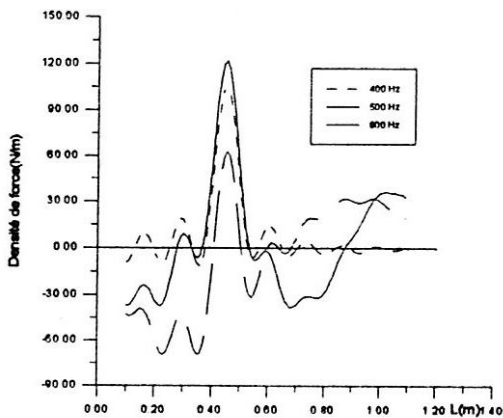


Figure 4. 7 Forces reconstruites par la méthode des moindres carrés pour les fréquences 400, 500 et 600 Hz ($N=10, M=18, N\theta=15, NZ=100, \theta_F=0^\circ$ et $Z_F=0.45$ m)

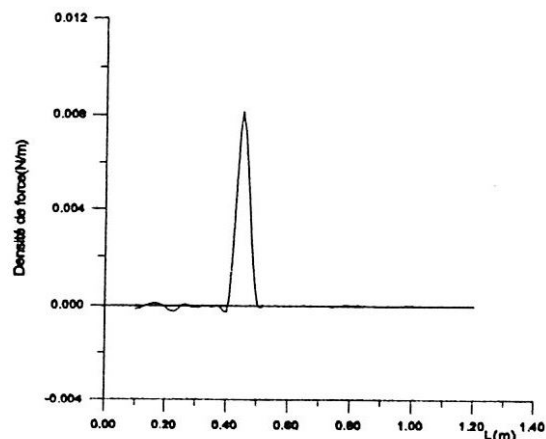


Figure 4. 8 Produit des forces reconstruites par la méthode moindres carrés pour les fréquences 400, 500 et 600 Hz ($N=10, M=18, N\theta=15, NZ=100, \theta_F=0^\circ$ et $Z_F=0.45$ m)

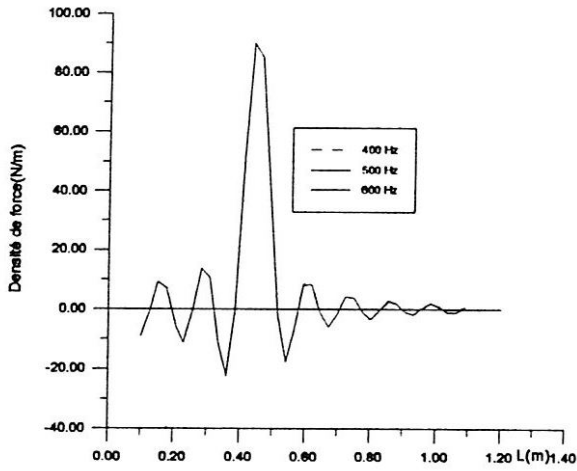


Figure 4. 9 Forces reconstruites par la méthode des moindres carrés pour les fréquences 400, 500 et 600 Hz (N=18, M=18, N0=37, NZ=39, $\theta_F=0^\circ$ et $Z_F=0.45$ m)

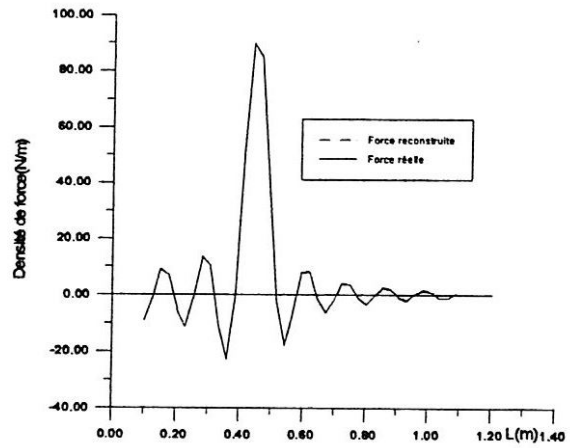


Figure 4. 10 Comparaison entre la force réelle et la force reconstruite pour la fréquence 600 Hz (N=18, M=18, N0=37, NZ=39, $\theta_F=0^\circ$ et $Z_F=0.45$ m)

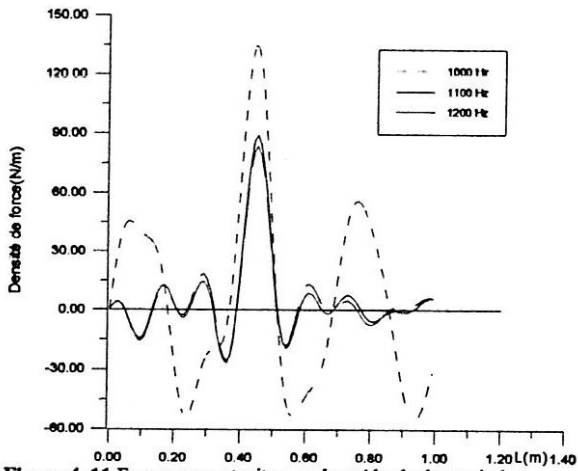


Figure 4. 11 Forces reconstruites par la méthode des moindres carrés pour les fréquences 1000, 1100 et 1200 Hz (N=10, M=18, N0=15, NZ=100, $\theta_F=0^\circ$ et $Z_F=0.45$ m)

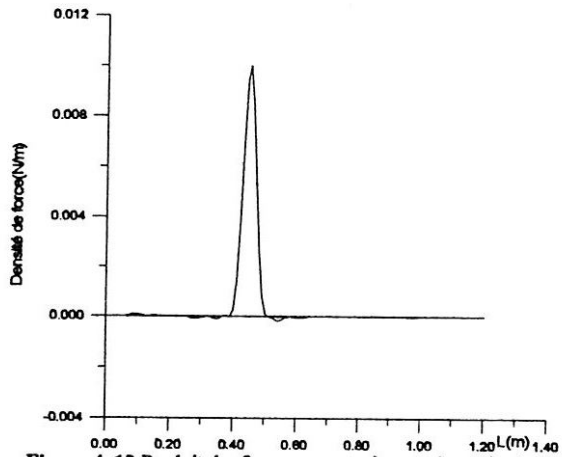


Figure 4. 12 Produit des forces reconstruites par la méthode des moindres carrés pour les fréquences 1000, 1100 et 1200 Hz (N=10, M=18, N0=15, NZ=100, $\theta_F=0^\circ$ et $Z_F=0.45$ m)

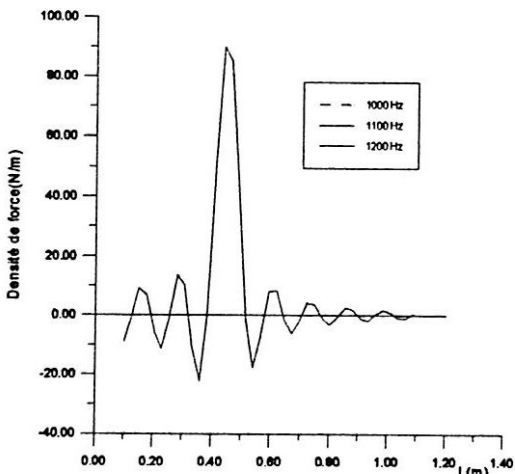


Figure 4. 13 Forces reconstruites par la méthode des moindres carrés pour les fréquences 1000, 1100 et 1200 Hz (N=18, M=18, N0=37, NZ=39, $\theta_F=0^\circ$ et $Z_F=0.45$ m)

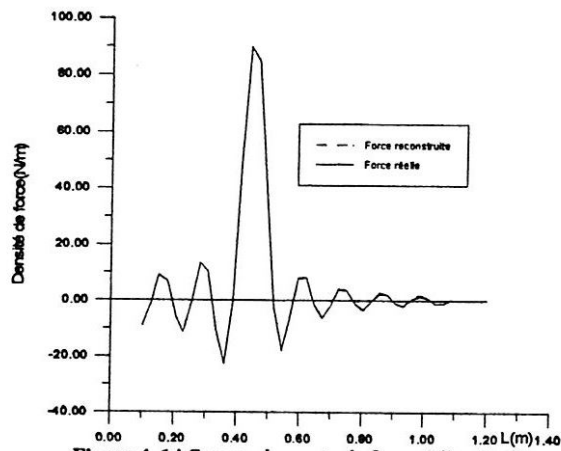


Figure 4. 14 Comparaison entre la force réelle et la force reconstruite pour la fréquence 1100 Hz (N=18, M=18, N0=37, NZ=39, $\theta_F=0^\circ$ et $Z_F=0.45$ m)

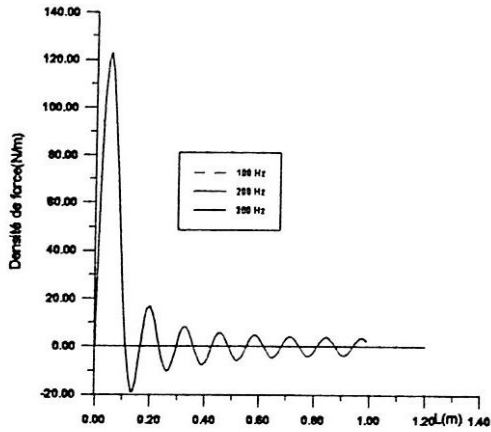


Figure 4.15 Forces reconstruites par la méthode des moindres carrés pour les fréquences 100, 200 et 300 Hz
($N=10, M=18, N\theta=15, NZ=100, \theta_F=0^\circ$ et $Z_F=0.05$ m)

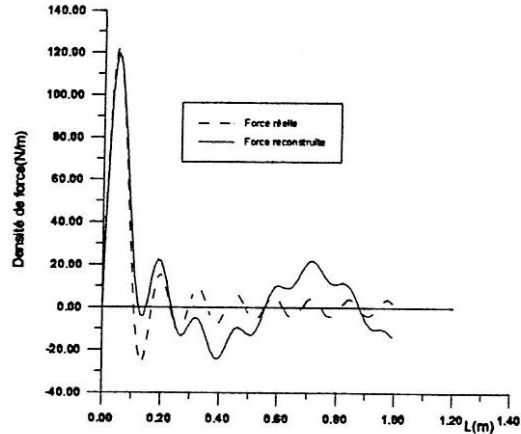


Figure 4.16 Comparaison entre la force réelle et la force reconstruite pour la fréquence 600 Hz
($N=10, M=18, N\theta=15, NZ=100, \theta_F=0^\circ$ et $Z_F=0.05$ m)

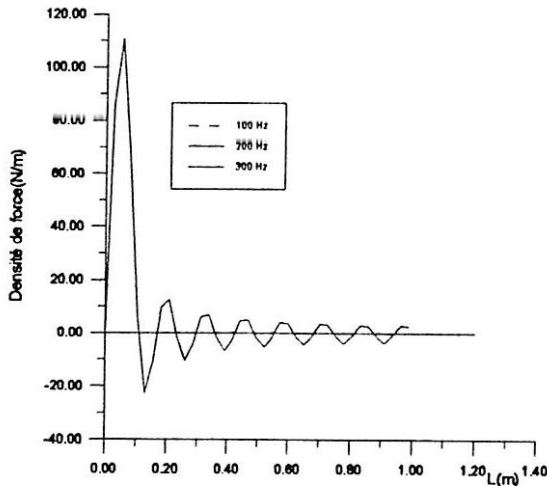


Figure 4.17 Forces reconstruites par la méthode des moindres carrés pour les fréquences 100, 200 et 300 Hz
($N=18, M=18, N\theta=37, NZ=39, \theta_F=0^\circ$ et $Z_F=0.05$ m)

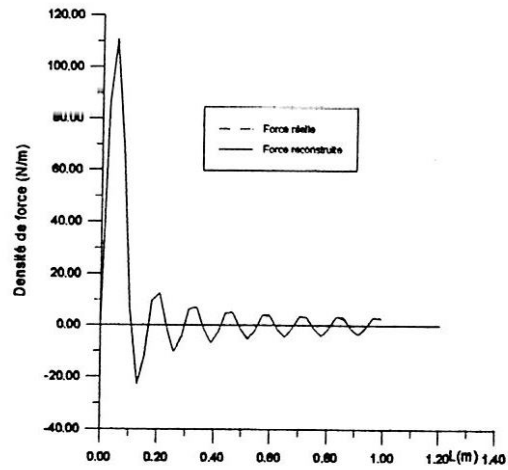


Figure 4.18 Comparaison entre la force réelle et la force reconstruite pour la fréquence 100 Hz
($N=18, M=18, N\theta=37, NZ=39, \theta_F=0^\circ$ et $Z_F=0.05$ m)

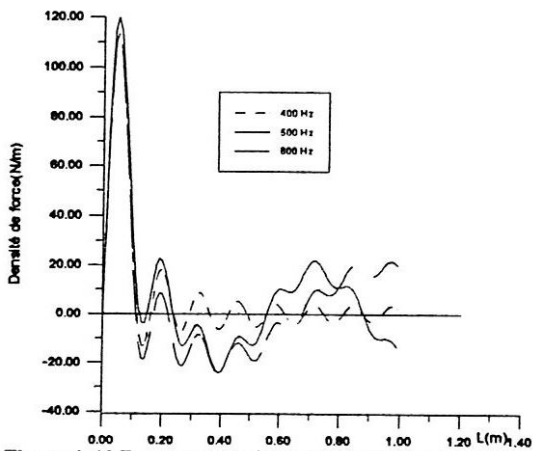


Figure 4.19 Forces reconstruites par la méthode des moindres carrés pour les fréquences 400, 500 et 600Hz
($N=10, M=18, N\theta=15, NZ=100, \theta_F=0^\circ$ et $Z_F=0.05$ m)

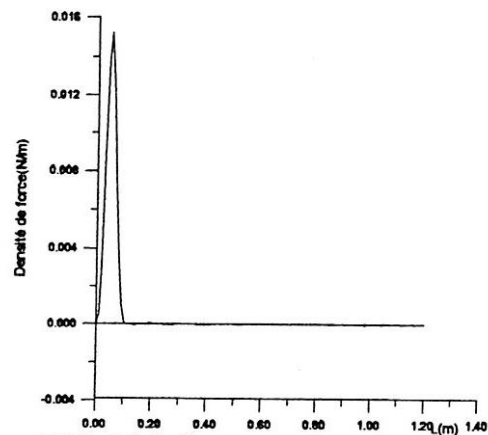


Figure 4.20 Produit des forces reconstruites par la méthode des moindres carrés pour les fréquences 400, 500 et 600 Hz
($N=10, M=18, N\theta=15, NZ=100, \theta_F=0^\circ$ et $Z_F=0.05$ m)

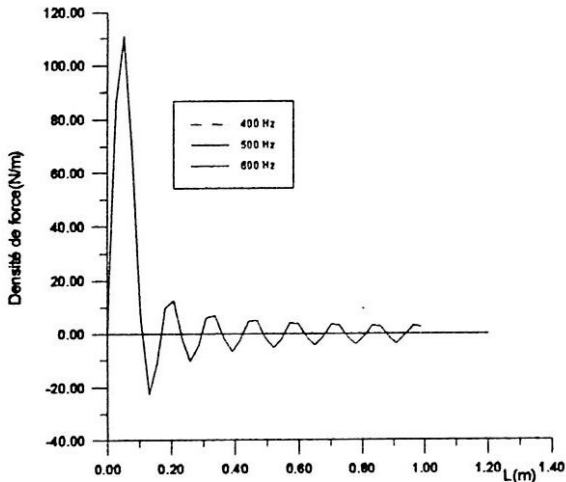


Figure 4. 21 Forces reconstruites par la méthode des moindres carrés pour les fréquences 400, 500 et 600 Hz
($N=18, M=18, N\theta=37, NZ=39, \theta_F=0^\circ$ et $Z_F=0.05$ m)

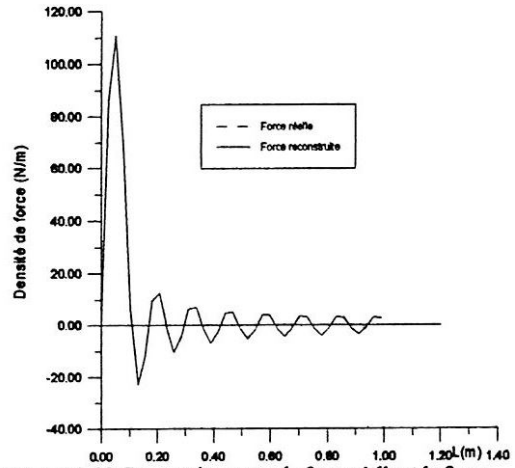


Figure 4. 22 Comparaison entre la force réelle et la force reconstruite pour la fréquence 600 Hz
($N=18, M=18, N\theta=37, NZ=39, \theta_F=0^\circ$ et $Z_F=0.05$ m)

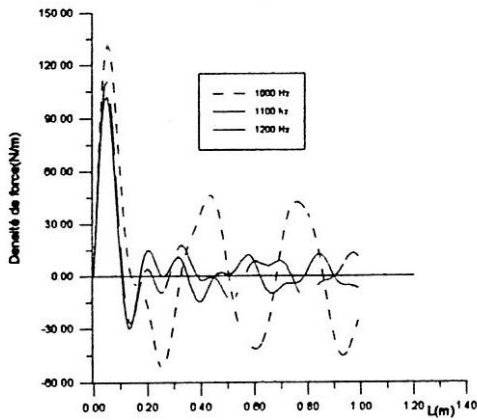


Figure 4. 23 Forces reconstruites par la méthode des moindres carrés pour les fréquences 1000, 1100 et 1200 Hz
($N=10, M=18, N\theta=15, NZ=100, \theta_F=0^\circ$ et $Z_F=0.05$ m)

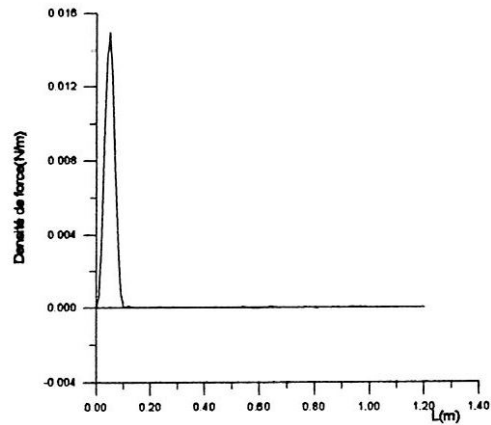


Figure 4. 24 Produit des forces reconstruites par la méthode des moindres carrés pour les fréquences 1000, 1100 et 1200 Hz
($N=10, M=18, N\theta=15, NZ=100, \theta_F=0^\circ$ et $Z_F=0.05$ m)

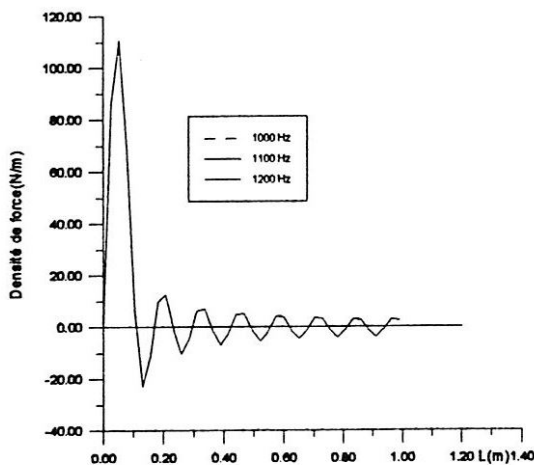


Figure 4. 25 Forces reconstruites par la méthode des moindres carrés pour les fréquences 1000, 1100 et 1200 Hz
($N=18, M=18, N\theta=37, NZ=39, \theta_F=0^\circ$ et $Z_F=0.05$ m)

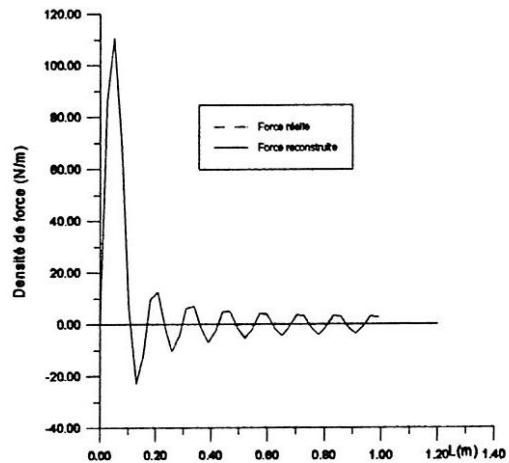


Figure 4. 26 Comparaison entre la force réelle et la force reconstruite pour la fréquence 1100 Hz
($N=18, M=18, N\theta=37, NZ=39, \theta_F=0^\circ$ et $Z_F=0.05$ m)

-2-2 Coque excitée par deux forces mécaniques ponctuelles

Nous allons maintenant essayer de reconstruire la distribution de force pour la même structure de référence et pour les mêmes conditions, mais cette fois-ci la coque est excitée par deux forces mécaniques ponctuelles. La première force est située au point de coordonnées ($Z_{F1}=0.2$ m, $\theta_{F1}=0^\circ$), alors que la seconde est appliquée au point de coordonnées ($Z_{F2}=0.7$ m, $\theta_{F2}=0^\circ$), pour les trois bandes des fréquences d'excitation considérées.

Sur la figure 4.27, nous représentons la distribution de force reconstruite sur une coque cylindrique excitée par deux forces mécaniques ponctuelles en basses fréquences pour un nombre de modes circonférentiels $n=10$ et longitudinaux $m=18$ avec un maillage circonférentiel et longitudinal 15×100 . On remarque l'émergence de deux pics qui correspondent bien aux deux points d'excitation introduits dans le problème direct. Ce pic ne change pas avec le changement de la fréquence d'excitation.

Sur la figure 4.29, on garde les mêmes conditions que précédemment mais nous augmentons l'ordre de troncature des modes circonférentiel à 18, pour un maillage circonférentiel et longitudinal 37×39 selon θ et z . On comparaissons avec la figure 4.27, on constate que l'augmentation du nombre des modes circonférentiels et longitudinaux prisent en compte n'influent pas sur la grandeur de la force reconstituée, cela s'explique par le fait que les modes qui répondent en basse fréquence sont limités. En comparant la force reconstituée à la force réelle (figure 4.30), on remarque qu'elles sont complètement confondues cela est dû bien sur à la convergence en nombre de modes.

L'excitation de la structure par deux forces mécaniques ponctuelles en moyennes fréquences (figure 4.31), nous permet de localiser les deux forces d'excitations, mais cette localisation est un peu faible par rapport au cas de la figure (4.27). Cela est bien claire pour le cas des fréquences 500 et 600 Hz. Mais en prenant le produit spectral des courbes (figure 4.32), nous pouvons mieux localiser les deux forces d'excitation

La convergence en nombre de modes (figures 4.33 et 4.34), nous permet de mieux localiser les deux forces d'excitation qui deviennent complètement confondues avec les deux forces réelles injectées. Cela est dû bien sur à la convergence en nombre de modes circonferentiels et longitudinaux. Les mêmes constatations sont valables pour le cas des figures 4.35 jusqu'à 4.38 pour le cas d'une excitation en hautes fréquences.

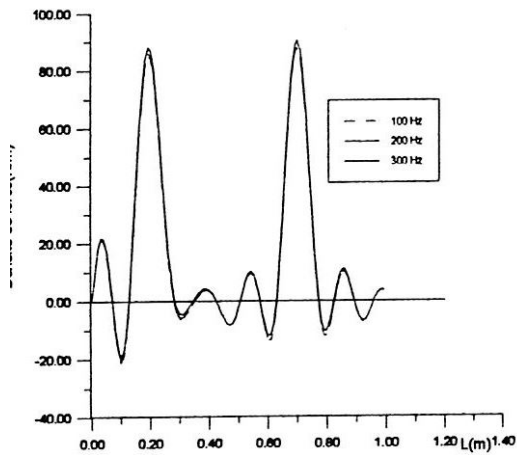


Figure 4.27 Forces reconstruites par la méthode des moindres carrés pour les fréquences 100, 200 et 300 Hz
 $(N=10, M=18, N\theta=15, NZ=100)$
 $(\theta_{F1}=0^\circ, Z_{F1}=0.2 \text{ m et } \theta_{F2}=0^\circ, Z_{F2}=0.7 \text{ m})$

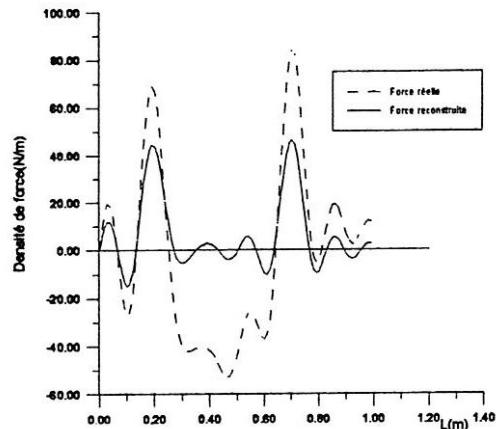


Figure 4.28 Comparaison entre la force réelle et la force reconstruite pour la fréquence 500 Hz
 $(N=10, M=18, N\theta=15, NZ=100)$
 $(\theta_{F1}=0^\circ, Z_{F1}=0.2 \text{ m et } \theta_{F2}=0^\circ, Z_{F2}=0.7 \text{ m})$

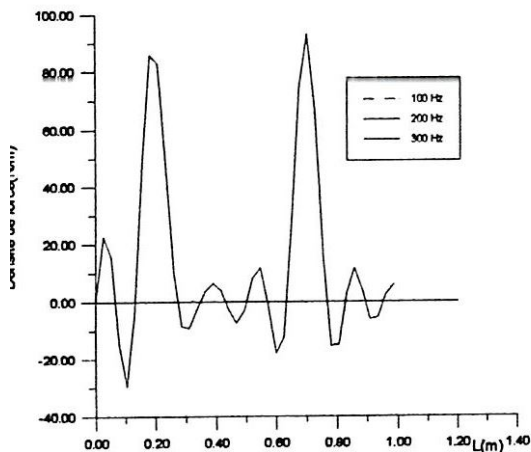


Figure 4.29 Forces reconstruites par la méthode des moindres carrés pour les fréquences 100, 200 et 300 Hz
 $(N=18, M=18, N\theta=37, NZ=39)$
 $(\theta_{F1}=0^\circ, Z_{F1}=0.2 \text{ m et } \theta_{F2}=0^\circ, Z_{F2}=0.7 \text{ m})$

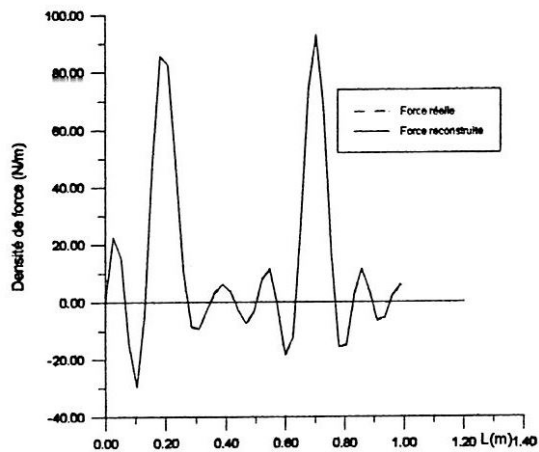


Figure 4.30 Comparaison entre la force réelle et la force reconstruite pour la fréquence 200 Hz
 $(N=18, M=18, N\theta=37, NZ=39)$
 $(\theta_{F1}=0^\circ, Z_{F1}=0.2 \text{ m et } \theta_{F2}=0^\circ, Z_{F2}=0.7 \text{ m})$

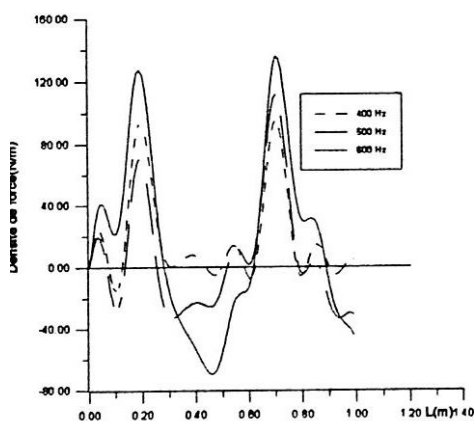


Figure 4.31 Forces reconstruites par la méthode des moindres carrés pour les fréquences 400, 500 et 600 Hz
 $(N=10, M=18, N\theta=15, NZ=100)$
 $(\theta_{F1}=0^\circ, Z_{F1}=0.2 \text{ m et } \theta_{F2}=0^\circ, Z_{F2}=0.7 \text{ m})$

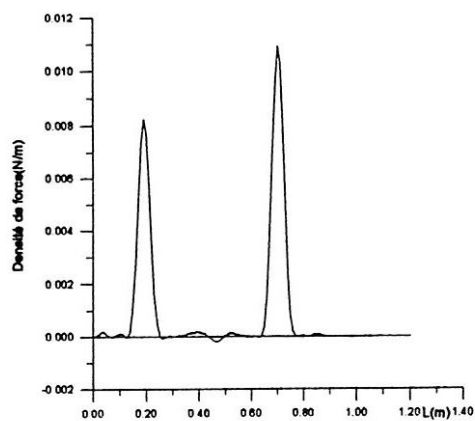


Figure 4.32 Produit des forces reconstruites par la méthode des moindres carrés pour les fréquences 400, 500 et 600 Hz
 $(N=10, M=18, N\theta=15, NZ=100)$
 $(\theta_{F1}=0^\circ, Z_{F1}=0.2 \text{ m et } \theta_{F2}=0^\circ, Z_{F2}=0.7 \text{ m})$

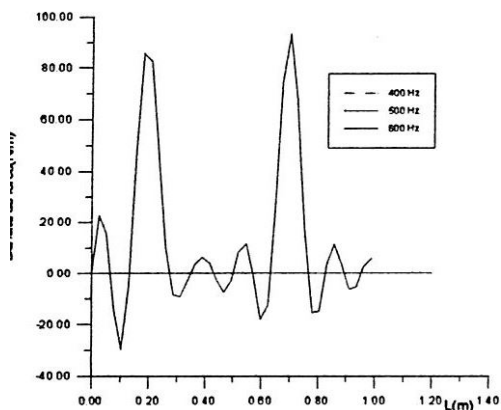


Figure 4.33 Forces reconstruites par la méthode des moindres carrés pour les fréquences 400, 500 et 600 Hz
 $N=18, M=18, N\theta=37, NZ=39$
 $\theta_{F1}=0^\circ, Z_{F1}=0.2 \text{ m et } \theta_{F2}=0^\circ, Z_{F2}=0.7 \text{ m}$

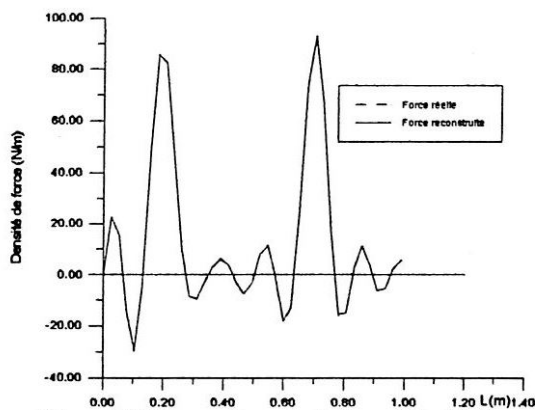


Figure 4.34 Comparaison entre la force réelle et la force reconstruite pour la fréquence 400 Hz
 $(N=18, M=18, N\theta=37, NZ=39)$
 $(\theta_{F1}=0^\circ, Z_{F1}=0.2 \text{ m et } \theta_{F2}=0^\circ, Z_{F2}=0.7 \text{ m})$

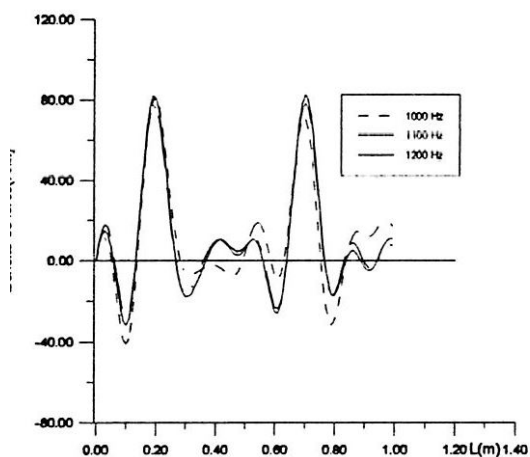


Figure 4.35 Forces reconstruites par la méthode des moindres carrés pour les fréquences 1000, 1100 et 1200 Hz
 $N=10, M=18, N\theta=15, NZ=100$
 $\theta_{F1}=0^\circ, Z_{F1}=0.2 \text{ m et } \theta_{F2}=0^\circ, Z_{F2}=0.7 \text{ m}$

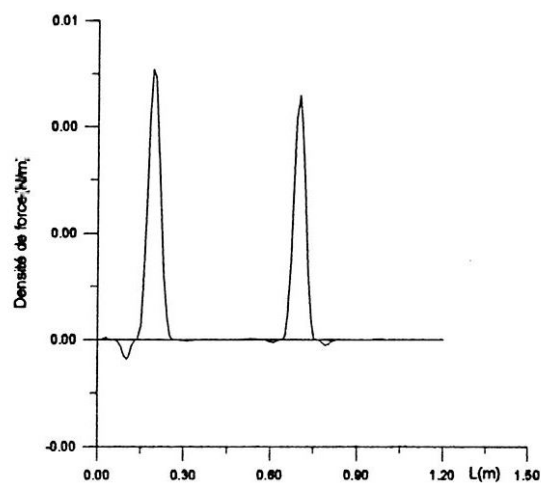


Figure 4.36 Produit des forces reconstruites par la méthode des moindres carrés pour les fréquences 1000, 1100 et 1200 Hz
 $(N=10, M=18, N\theta=15, NZ=100)$
 $(\theta_{F1}=0^\circ, Z_{F1}=0.2 \text{ m et } \theta_{F2}=0^\circ, Z_{F2}=0.7 \text{ m})$

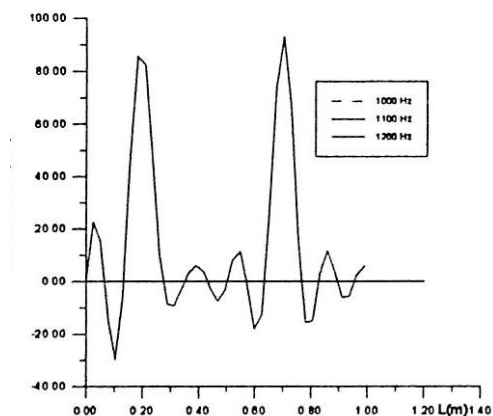


Figure 4.37 Forces reconstruites par la méthode des moindres carrés pour les fréquences 1000, 1100 et 1200 Hz
 $N=18, M=18, N\theta=37, NZ=39$
 $\theta_{F1}=0^\circ, Z_{F1}=0.2 \text{ m et } \theta_{F2}=0^\circ, Z_{F2}=0.7 \text{ m}$

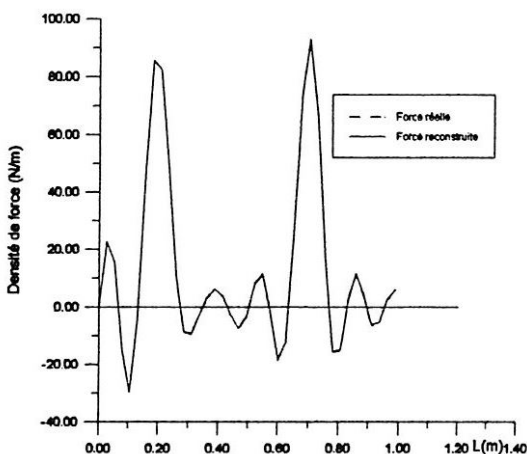


Figure 4.38 Comparaison entre la force réelle et la force reconstruite pour la fréquence 1200 Hz
 $(N=18, M=18, N\theta=37, NZ=39)$
 $(\theta_{F1}=0^\circ, Z_{F1}=0.2 \text{ m et } \theta_{F2}=0^\circ, Z_{F2}=0.7 \text{ m})$

III-2-3 Coque excitée sur ses fréquences propres

Pour les figures 4.39 jusqu'à 4.44, nous présentons la distribution de force reconstruite pour la même structure, mais pour des fréquences d'excitation égales aux fréquences propres de la coque. Les mêmes constatations tirées précédemment restent valables pour ce cas. D'où on peut conclure que la localisation des sources d'excitation à partir de la reconstitution de la distribution de forces d'excitation par la méthode des moindres carrés est possible même si la structure est excitée à une fréquence égale à l'une de ses fréquences propres.

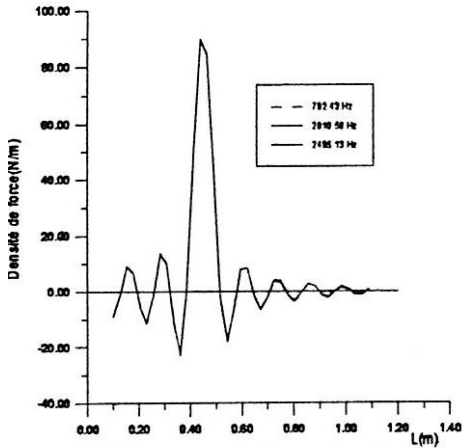


Figure 4.39 Forces reconstruites par la méthode des moindres carrés pour les fréquences propres 792.43, 2010.58 et 2495.13 Hz ($N=18, M=18, N\theta=37, NZ=39, \theta_F=0^\circ$ et $Z_F=0.45$ m)

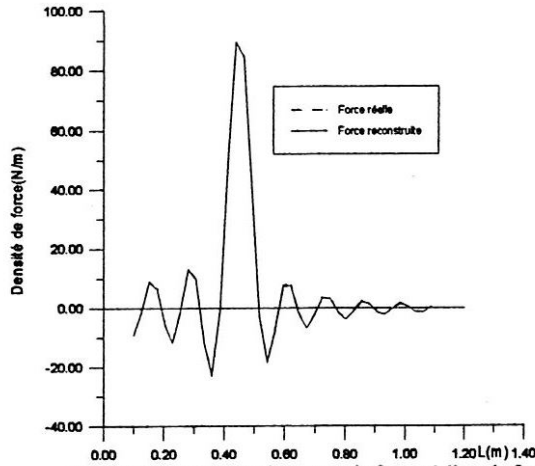


Figure 4.40 Comparaison entre la force réelle et la force reconstruite pour la fréquence propre 792.43 Hz ($N=18, M=18, N\theta=37, NZ=39, \theta_F=0^\circ$ et $Z_F=0.45$ m)

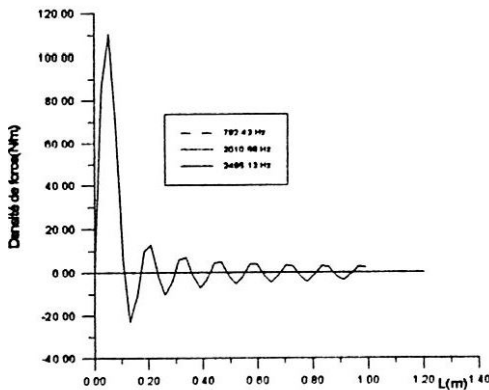


Figure 4.39 Forces reconstruites par la méthode des moindres carrés pour les fréquences propres 792.43, 2010.58 et 2495.13 Hz ($N=18, M=18, N\theta=37, NZ=39, \theta_F=0^\circ$ et $Z_F=0.05$ m)

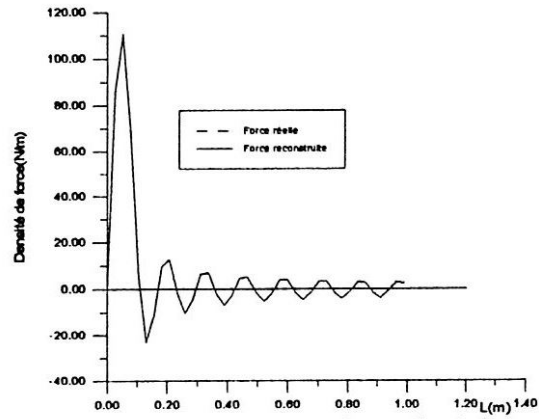


Figure 4.40 Comparaison entre la force réelle et la force reconstruite pour la fréquence propre 2010.58 Hz ($N=18, M=18, N\theta=37, NZ=39, \theta_F=0^\circ$ et $Z_F=0.05$ m)

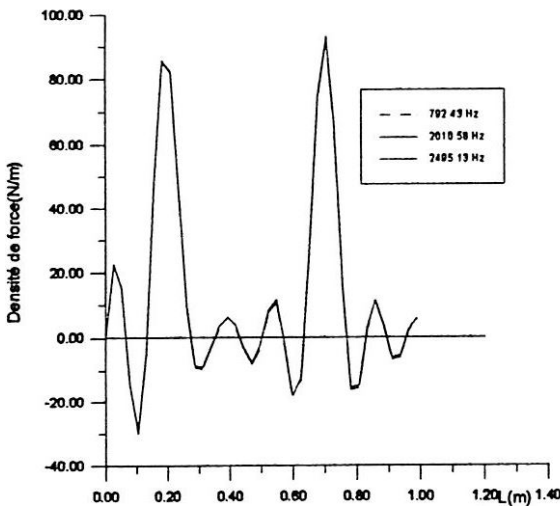


Figure 4.43 Forces reconstruites par la méthode des moindres carrés pour les fréquences propres 792.43, 2010.58 et 2495.13 Hz ($N=18, M=18, N\theta=37, NZ=39, \theta_{F1}=0^\circ, Z_{F1}=0.2$ m et $\theta_{F2}=0^\circ, Z_{F2}=0.7$ m)

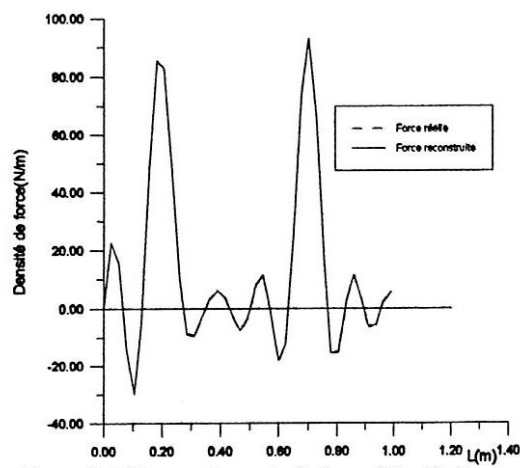


Figure 4.44 Comparaison entre la force réelle et la force reconstruite pour la fréquence propre 2495.13 Hz ($N=18, M=18, N\theta=37, NZ=39, \theta_{F1}=0^\circ, Z_{F1}=0.2$ m et $\theta_{F2}=0^\circ, Z_{F2}=0.7$ m)

IV- Représentation tridimensionnelle de la force reconstituée par résolution du problème inverse

Nous allons essayer de représenter la distribution de la force reconstruite par la méthode des moindres carrés en une vue tridimensionnelle. La structure considérée est la même que dans les cas d'excitations précédents.

Les figures 4.45 et 4.46 montrent respectivement la distribution bidimensionnelle et tridimensionnelle de la force reconstituée par la méthode des moindres carrés pour une excitation au point de coordonnées $Z_F=0.5$ m et $\theta_F=180^\circ$, pour un nombre de modes circonférentiels et longitudinaux égale à 10 et un maillage de 19×34 selon θ et z respectivement. On observe une nette émergence du pic correspondant au point d'excitation considéré dans le problème direct.

Sur les figures 4.47 et 4.48, on présente le cas d'une excitation mécanique ponctuelle située au point de coordonnées $Z_F=0.3$ m et $\theta_F=120^\circ$. Les autres conditions sont les mêmes que dans le cas de l'exemple précédent. On remarque qu'il y a une nette émergence du pic correspondant au point d'excitation, mais nous étions surpris par l'apparition d'un autre pic (un leurre) à une position symétrique par rapport à la direction y de la coque c'est à dire à un angle -120° . Ce pic qui représente l'image du pic réel n'apparaît pas en réalité lorsque la force est reconstituée à partir des vitesses pariétales mesurées expérimentalement. Donc, ce phénomène est dû d'une part à la simulation numérique des vitesses pariétales et d'autre part à la dominance des modes symétriques dans la réponse de la coque devant les modes antisymétriques. Ce qui entraîne l'apparition d'un faux pic symétriquement au pic réel par rapport à l'axe y de la coque.

Les figures 4.49 et 4.50 montrent respectivement une vue bidimensionnelle et tridimensionnelle de la distribution de force reconstituée sur la même structure, mais cette fois-ci la coque est excitée par deux forces mécaniques ponctuelles situées aux deux points de coordonnées ($Z_{F1}=0.2$ m, $\theta_{F1}=0^\circ$) et ($Z_{F2}=0.7$ m, $\theta_{F2}=0^\circ$). On constate l'apparition de deux pics qui correspondent bien aux deux points d'excitation considérés. Pour la direction circonférentielle, on observe que chaque pic est partagé en deux

demi-pics l'un est situé à $\theta_F=0^\circ$ et l'autre à $\theta_F=360^\circ$. La division du pic en deux parties est due seulement au développement de la coque sur le plan.

En conclusion de ces trois figures, on peut dire que si l'excitation est située à un angle 0° ou 180° , il y a apparition uniquement des pics correspondant au point d'excitation de la structure, alors que l'excitation à un angle différent, fait apparaître une image du pic réel (un leurre) en une position symétrique par rapport au point d'application de la force. Ce qui est confirmé par les autres figures.

Les figures 4.51 et 4.52, présentent la distribution de force reconstruite pour une coque excitée par deux forces mécaniques ponctuelles aux deux points de coordonnées ($Z_{F1}=0.2$ m, $\theta_{F1}=45^\circ$) et ($Z_{F2}=0.7$ m, $\theta_{F2}=45^\circ$), le nombre de modes circonférentiels et longitudinaux retenus est égal à 10 avec un maillage de 37×39 selon θ et z respectivement. On constate l'émergence de deux pics qui correspondent bien aux deux points d'excitation de la structure, mais on remarque qu'à la symétrie de chaque pic (c'est à dire à -45°), il apparaît un autre pic qui à la même amplitude que le pic réel.

Après avoir constaté l'apparition de faux pics à la symétrie par rapport à l'axe y pour les différentes sources d'excitation, nous avons voulu profiter de ces résultats pour agir sur les sources réelles d'excitation et d'essayer de trouver une méthode de minimisation des effets vibratoires (acoustiques : bruit rayonné par la structure) de ces sources. Pour cela nous présentons sur le couple de figures 4.53 et 4.54 et le couple de figures 4.55 et 4.56 la reconstitution d'une force d'excitation et deux forces d'excitation appliquées d'une façon symétrique respectivement. Nous constatons que le fait d'appliquer une force d'excitation opposée à la force d'excitation de départ diminue l'amplitude de cette force d'environ 35 %, en comparaison avec l'excitation par une seule force. Cela veut dire qu'après avoir localiser la source d'excitation par résolution du problème inverse pour une coque cylindrique excitée par une force mécanique ponctuelle, on peut diminuer l'amplitude de cette force en excitant la structure par une deuxième force mécanique ponctuelle en une position symétrique par rapport à la force d'excitation qu'on a pu localiser, ce qui nous permet de diminuer

considérablement les amplitudes des vibrations et le niveau de bruit rayonné par la structure.

Cette méthode offre en plus de la localisation du point d'application des sources d'excitation une minimisation de l'effet vibratoire et acoustique de ces sources, ce dernier point entre dans les méthodes d'actualité qui ont pour but de supprimer totalement le bruit émis par les structures. Parmi ces méthodes on cite la méthode du contrôle actif.

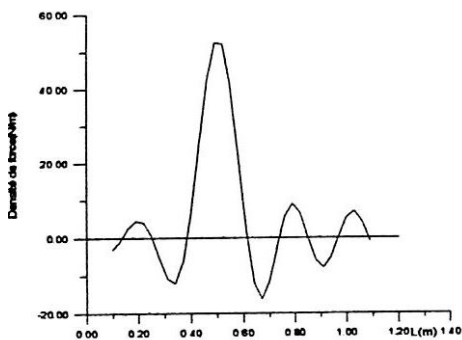


Figure 4.45 Représentation bidimensionnelle de la force reconstruite par la méthode des moindres carrés pour la fréquence 400 Hz ($N=10, M=10, L=10, N\theta=19, NZ=34, Z_F=0.5 \text{ m}$ et $\theta_F=180^\circ$)

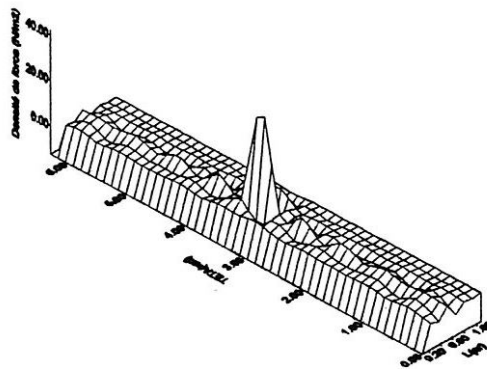


Figure 4.46 Représentation tridimensionnelle de la force reconstruite par la méthode des moindres carrés pour la fréquence 400 Hz ($N=10, M=10, L=10, N\theta=19, NZ=34, Z_F=0.5 \text{ m}$ et $\theta_F=180^\circ$)

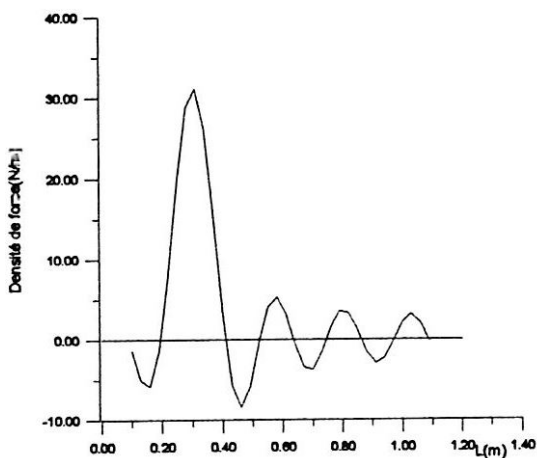


Figure 4.47 Représentation bidimensionnelle de la force reconstruite par la méthode des moindres carrés pour la fréquence 400 Hz ($N=10, M=10, L=10, N\theta=19, NZ=34, Z_F=0.3 \text{ m}$ et $\theta_F=120^\circ$)

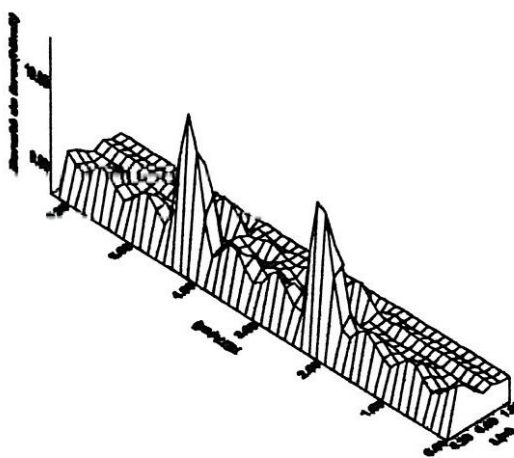


Figure 4.48 Représentation tridimensionnelle de la force reconstruite par la méthode des moindres carrés pour la fréquence 400 Hz ($N=10, M=10, L=10, N\theta=19, NZ=34, Z_F=0.3 \text{ m}$ et $\theta_F=120^\circ$)

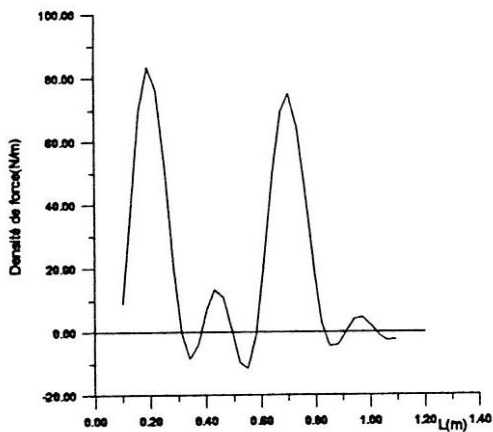


Figure 4.49 Représentation bidimensionnelle de la force reconstruite par la méthode des moindres carrés pour la fréquence 400 Hz ($N=10, M=10, L=10, N\theta=15, NZ=34$) ($Z_{F1}=0.2 \text{ m}, \theta_{F1}=0^\circ$ et $Z_{F2}=0.7 \text{ m}, \theta_{F2}=0^\circ$)

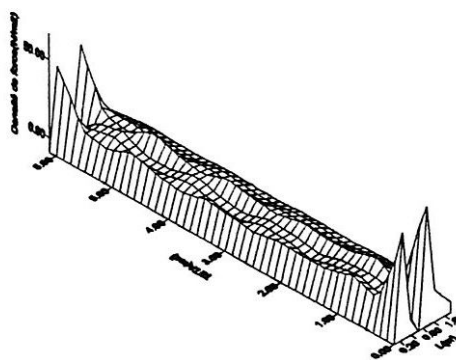


Figure 4.50 Représentation tridimensionnelle de la force reconstruite par la méthode des moindres carrés pour la fréquence 400 Hz ($N=10, M=10, L=10, N\theta=15, NZ=34$) ($Z_{F1}=0.2 \text{ m}, \theta_{F1}=0^\circ$ et $Z_{F2}=0.7 \text{ m}, \theta_{F2}=0^\circ$)

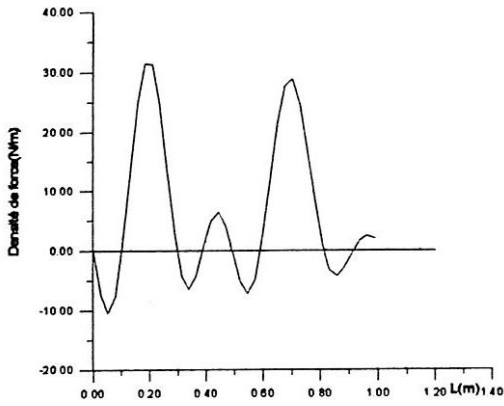


Figure 4.51 Représentation bidimensionnelle de la force reconstruite par la méthode des moindres carrés pour la fréquence 400 Hz (N=10, M=10, L=10, N θ =37, NZ=39) (Z_{F1} =0.2m, θ_{F1} =45° Z_{F2} =0.7 m, θ_{F2} =-45°)

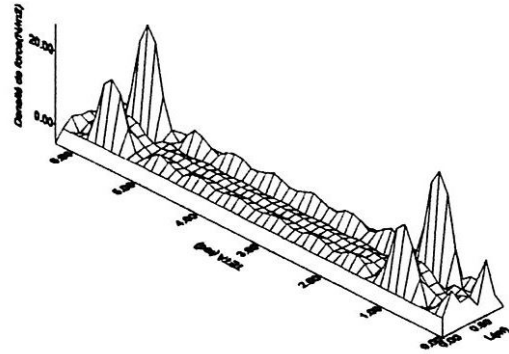


Figure 4.52 Représentation tridimensionnelle de la force reconstruite par la méthode des moindres carrés pour la fréquence 400 Hz (N=10, M=10, L=10, N θ =37, NZ=39) (Z_{F1} =0.2m, θ_{F1} =45° Z_{F2} =0.7 m, θ_{F2} =-45°)

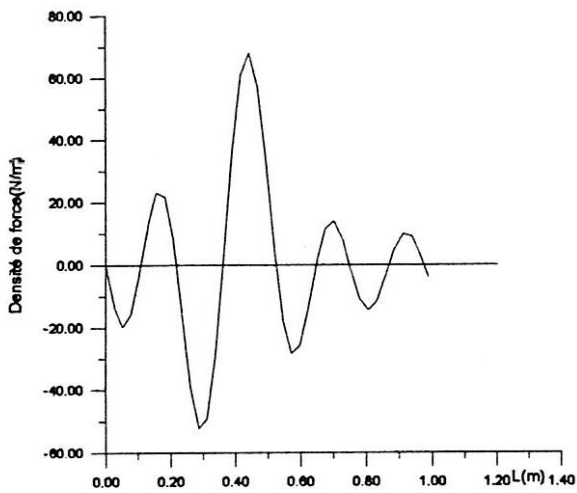


Figure 4.53 Représentation bidimensionnelle de la force reconstruite par la méthode des moindres carrés pour la fréquence 400 Hz (N=10, M=10, L=10, N θ =37, NZ=39, Z_F =0.45 m et θ_F =90°)

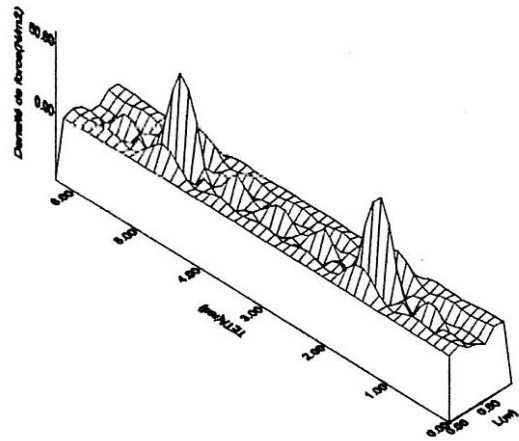


Figure 4.54 Représentation tridimensionnelle de la force reconstruite par la méthode des moindres carrés pour la fréquence 400 Hz (N=10, M=10, L=10, N θ =34, NZ=39, Z_F =0.45 m et θ_F =90°)

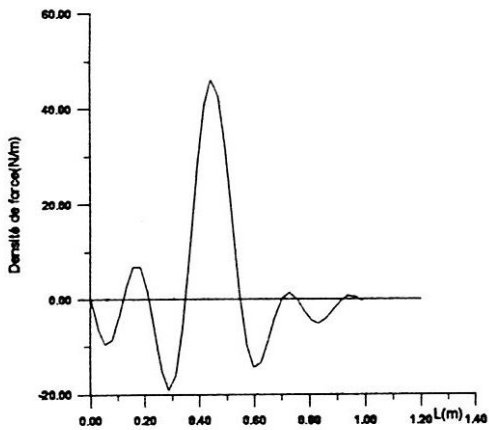


Figure 4.55 Représentation bidimensionnelle de la force reconstruite par la méthode des moindres carrés pour la fréquence 400 Hz (N=10, M=10, L=10, N θ =37, NZ=39) (Z_{F1} =0.45m, θ_{F1} =90° et Z_{F2} =0.45m, θ_{F2} =-90°)

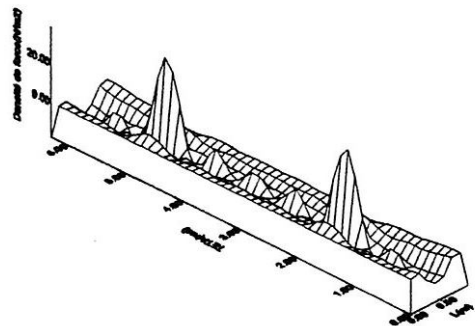


Figure 4.56 Représentation tridimensionnelle de la force reconstruite par la méthode des moindres carrés pour la fréquence 400 Hz (N=10, M=10, L=10, N θ =37, NZ=39) (Z_{F1} =0.45m, θ_{F1} =90° et Z_{F2} =0.45m, θ_{F2} =-90°)

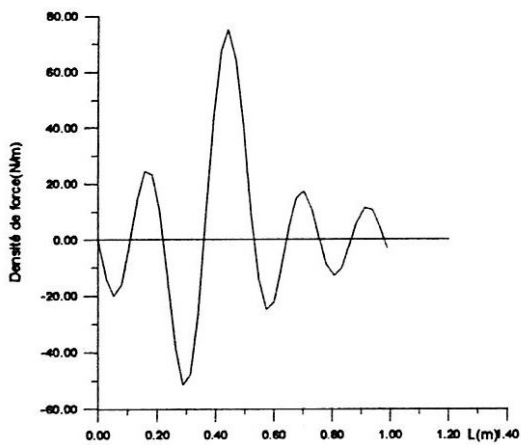


Figure 4.57 Représentation bidimensionnelle de la force reconstruite par la méthode des moindres carrés pour la fréquence 400 Hz ($N=10, M=10, L=10, N\theta=37, NZ=39, Z_F=0.45$ m et $\theta_F=45^\circ$)

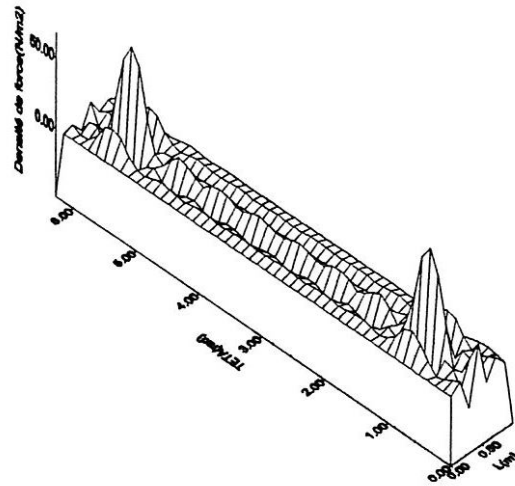


Figure 4.58 Représentation tridimensionnelle de la force reconstruite par la méthode des moindres carrés pour la fréquence 400 Hz ($N=10, M=10, L=10, N\theta=34, NZ=39, Z_F=0.45$ m et $\theta_F=45^\circ$)

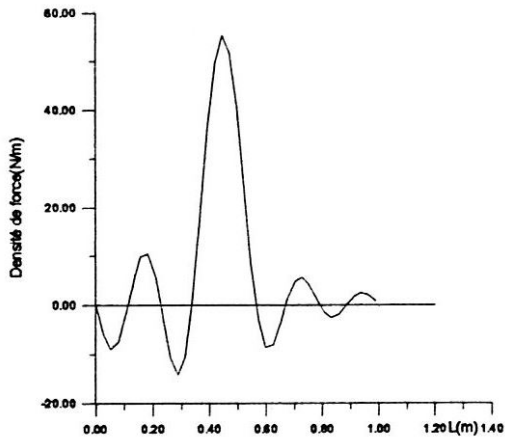


Figure 4.59 Représentation bidimensionnelle de la force reconstruite par la méthode des moindres carrés pour la fréquence 400 Hz ($N=10, M=10, L=10, N\theta=37, NZ=39$) ($Z_{F1}=0.45$ m, $\theta_{F1}=45^\circ$ et $Z_{F2}=0.45$ m, $\theta_{F2}=-45^\circ$)

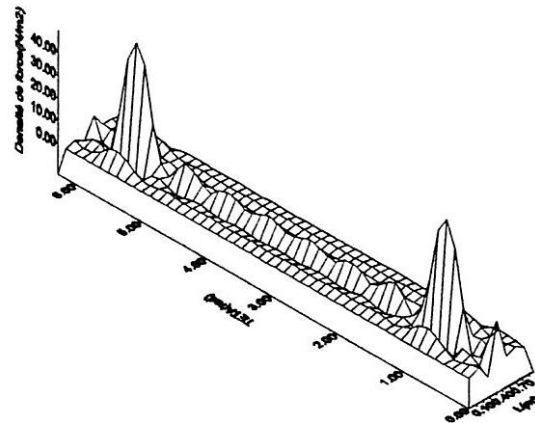


Figure 4.60 Représentation tridimensionnelle de la force reconstruite par la méthode des moindres carrés pour la fréquence 400 Hz ($N=10, M=10, L=10, N\theta=37, NZ=39$) ($Z_{F1}=0.45$ m, $\theta_{F1}=45^\circ$ et $Z_{F2}=0.45$ m, $\theta_{F2}=-45^\circ$)

IV- Conclusion

Ce chapitre a été consacré à l'identification et la reconstitution des sources d'excitation pour une coque cylindrique, finie, bafflée, couplée à deux fluides intérieur et extérieur au repos. L'excitation est constituée d'une ou deux forces mécaniques ponctuelles appliquées contre la coque.

Nous avons présenté les principales étapes de la méthode des moindres carrés que nous avons utilisé pour la résolution du problème inverse.

Les résultats originaux que nous avons obtenus concernant la reconstitution de la distribution des sources d'excitation en fonction de la longueur de la coque pour une ou deux forces d'excitation mécaniques situées loin ou près du bord pour les différentes fréquences d'excitation et pour les fréquences propres de la coque, montrent la possibilité de localisation des sources d'excitation quelle que soit leurs positions sur la coque et quelle que soit la fréquence d'excitation utilisée, même si cette dernière est égale à l'une des fréquences propres de la coque. Nous constatons aussi qu'avec l'augmentation de l'ordre de troncature des modes circonférentiels et longitudinaux, la force reconstituée par résolution du problème inverse coïncide avec la force théorique injectée dans le problème direct, cela est dû bien sur à la convergence en nombre de modes.

Nous avons aussi présenté la force reconstituée en une vue tridimensionnelle c'est à dire en fonction de z et θ . Pour une excitation située à un angle 0° ou 180° , nous avons constaté qu'il y a émergence seulement du pic correspondant au point d'excitation de la structure, alors que l'excitation a un angle différent, provoque l'apparition d'un faux pic

(un leurre) à une position symétrique par rapport au point d'application de la force d'excitation. Ce pic qui est une image du pic réel et dû d'une part, à la simulation numérique des vitesses pariétales (calcul direct) c'est à dire que ce pic n'apparaît pas lorsque ces vitesses sont mesurées expérimentalement et d'autre part à la dominance des modes symétriques dans la réponse de la coque devant les modes antisymétriques.

Nous avons aussi essayé de trouver une méthode de minimisation des effets vibratoires et acoustiques des sources d'excitation. Pour cela nous avons appliqué d'une façon symétriques deux forces d'excitation. D'après les résultats obtenus, on a pu constater que le fait d'appliquer une force d'excitation opposée à la force d'excitation réelle, diminue considérablement l'amplitude de cette dernière, ce qui permet de diminuer les amplitudes des vibrations et le niveau du bruit émis par la structure.

Cette méthode offre en plus de la localisation du point d'application des sources d'excitation une minimisation de l'effet vibratoire et acoustique de ces sources, ce dernier point entre dans les méthodes d'actualité qui ont pour but de supprimer totalement le bruit émis par les structures. Parmi ces méthodes on cite la méthode du contrôle actif.

CHAPITRE 5

CONCLUSION GENERALE

L'étude a pour objectif principal la localisation et la détermination des sources d'excitation d'une structure soumise à des excitations mécaniques ponctuelles à partir de la résolution du problème inverse.

Dans cette étude, nous sommes tout d'abord intéressés à la localisation des sources d'excitation appliquées sur des structures monodimensionnelles et bidimensionnelles (poutres et plaques) excitées par des efforts mécaniques à partir de leurs champs des déplacements vibratoires obtenus par résolution du problème direct (qui peuvent être mesurés expérimentalement). La méthode utilisée est une méthode locale qui consiste à calculer les dérivées spatiales du champ de déplacement discrétisé, par un schéma aux différences finies centré. Cette méthode est simple à mettre en œuvre, elle présente l'avantage majeur de n'utiliser que des informations locales. Il n'est plus nécessaire de connaître le champ des déplacements dans son ensemble ni les conditions aux limites. Les seules informations nécessaires sont l'équation du mouvement et une partie du champ des déplacements. Les exemples développés donnent d'excellents résultats concernant la localisation des forces d'excitation mécaniques. Ils montrent une bonne localisation des forces d'excitation que ce soit pour des charges mécaniques ponctuelles ou bien pour des charges réparties même si la charge est placée au voisinage des appuis. En plus de ces simulations nous avons présenté un cas particulièrement intéressant qui concerne une poutre excitée par une charge répartie et couplée à un ressort. L'application de l'opérateur d'une poutre simple permet, dans ce cas, de retrouver, non seulement l'effort appliqué, mais aussi le terme qui caractérise l'effort du ressort couplé à la poutre. Donc il est possible de localiser n'importe quel effort même s'il s'agit d'un effort de couplage ou bien les conditions aux limites d'une structure. Ce qui donne un intérêt séduisant à cette approche.

Nous avons ensuite étudié la possibilité de localisation et de détermination des sources d'excitation pour des structures plus complexes telles que les coques cylindriques couplées aux milieux fluides, en se basant toujours sur la résolution du problème inverse.

Dans cette partie, nous nous sommes tout d'abord intéressés à la modélisation du rayonnement acoustique intérieur et extérieur (problème direct) d'une conduite cylindrique, finie, déformable, prolongée par des baffles rigides indéformables et couplée à deux fluides intérieur et extérieur au repos. Le cylindre est appuyé sur ces bords et sollicité par une ou deux forces mécaniques ponctuelles. Le problème de couplage fluide-structure a été résolu à partir de la projection de l'équation de mouvement dans la base des modes du cylindre sur appuis (méthode intégro-modale), ce qui permet d'exprimer la pression acoustique extérieure et intérieure sous forme intégrale et de déterminer le système d'équations linéaires généralisées de la structure.

Le problème direct consiste à résoudre ce système d'équations généralisées pour obtenir les amplitudes modales de la coque et par la suite ses vitesses pariétales. Le problème inverse consiste à déterminer le vecteur des forces généralisées à partir de la connaissance des amplitudes modales de la coque. Dans ce cas, et vu les difficultés rencontrées lors de la discretisation du système d'équation de la coque par la méthode des différences finies, nous avons présenté une autre méthode qui consiste à résoudre le problème inverse à partir des vitesses pariétales de la coque calculées numériquement par résolution du problème direct. Ensuite nous avons calculé les amplitudes modales des modes de coque par une méthode des moindres carrés, ce qui permet enfin d'obtenir les forces généralisées en tous points de la coque discretisée qui sont comparables aux forces généralisées du problème direct. Ces forces sont ensuite reconstruites par une série tronquée en terme de modes circonférentiels et longitudinaux.

Nous avons obtenu des résultats originaux concernant la localisation des sources d'excitation pour une coque cylindrique finie, couplée à deux fluides intérieur et extérieur au repos et excitée par une ou deux forces mécaniques ponctuelles. Les résultats obtenus

pour le cas de la reconstitution de la force en fonction de la longueur de la coque (l'angle θ est fixé à 0°) montrent qu'il est toujours possible d'identifier et de localiser la source d'excitation quelle que soit sa position sur la structure et quelque soit la fréquence d'excitation même si cette dernière est égale à une fréquence propre de la coque.

Ensuite, nous avons essayé de présenter la force reconstruite par la méthode des moindres carrés en une vue tridimensionnelle c'est à dire en fonction de la longueur et de l'angle θ . Pour une excitation située à un angle 0° ou 180° , nous avons constaté l'émergence seulement des pics correspondant aux points d'excitation de la structure. Mais pour une excitation à un angle différent, nous avons remarqué l'apparition d'un autre pic (un leurre) en une position symétrique par rapport au pic réel de la force d'excitation. Ce pic qui représente l'image du pic réel n'apparaît pas en réalité lorsque la force est reconstituée à partir des vitesses pariétales mesurées expérimentalement.

Ensuite, et après avoir constaté l'apparition des faux pics à la symétrie par rapport au pic correspondant au point d'excitation pour les différentes sources d'excitation, nous avons essayé de minimiser les effets vibratoires de ces sources, en appliquant d'une façon symétrique deux forces d'excitation. D'après les résultats obtenus, on a constaté que le fait d'appliquer une force d'excitation symétriquement à la force réelle diminue considérablement l'amplitude de cette force, ce qui nous permet de minimiser les amplitudes des vibrations et par conséquent le niveau de bruit émis par les structures.

Cette dernière application offre en plus de la localisation des sources d'excitation une minimisation de l'effet vibratoire et acoustique de ces sources, ce dernier point entre dans les méthodes d'actualité qui ont pour but de supprimer totalement le bruit émis par les structures. Parmi ces méthodes on cite la méthode du contrôle actif.

Ce travail permet d'envisager plusieurs prolongements que nous développons succinctement:

En premier lieu, tout à fait nécessaire, une validation expérimentale des résultats théoriques obtenus.

Un deuxième axe d'étude concerne l'utilisation de la méthode des éléments finis pour les structures monodimensionnelles et bidimensionnelles, avec les différentes conditions aux limites, ainsi que l'utilisation d'autres indicateurs comme la pression pariétale, l'intensité acoustique et la puissance rayonnée dans le champ proche au lieu de la vitesse pariétale pour la résolution du problème inverse dans le cas des coques cylindriques.

On peut aussi imaginer d'autres applications de cette étude comme l'identification des efforts de couplage mécanique, l'identification des sources d'excitation acoustiques monopôlares et dipolaires, l'identification des défauts mécaniques comme un moyen de diagnostic et de surveillance des machines et la possibilité d'identification des conditions aux limites des structures. Ce qui ouvre une voie exploitable pour répondre à des besoins industriels.

L'étude est suffisamment complète pour offrir un moyen de minimisation des effets vibratoires ou acoustiques des sources d'excitation, et offre un intérêt dans les méthodes d'actualité qui ont pour but de supprimer complètement le bruit émis par les structures, parmi les quelles on peut citer la méthode du contrôle actif. Et permet de répondre à la question suivante: est-il envisageable de supprimer complètement les effets vibratoire ou le bruit rayonné par les structures.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] MERCULOV, V. N., PRIKHOD' KO, V. YU. et TYUTEKIN, V.
Excitation and propagation of normal modes in a thin cylindrical elastic shell filled with fluid.
- [2] FULLER, C.R. Radiation of sound from an infinite cylindrical elastic shell excited by an internal monopole source. *J. Sound. vib.*, 1986, V. 109, N°2, P. 259-275.
- [3] FULLER, C.R. The impute mobility of an infinite cylindrical elastic shell filled with fluid. *J. Sound. Vib.*, 1983, V.87, N°3, P.409-427.
- [4] MASON, V. Some experiments on the propagation of sound along a cylindrical duct containing flowing air. *J. Sound Vib.*, 1969, V.10, N°2, P.208-226.
- [5] MICHALKE, A. On the propagation of sound generated in a pipe of circular cross section with uniform mean flow. *J. Sound Vib.* 1989, V.134, N°2, P.203-234.
- [6] MICHALKE, A. On experimental sound power determination in circular pipe with uniform mean flow. *J. Sound Vib.*, 1990, V.142, N°2.
- [7] ATTALLA, N. et NICOLAS, J. Mean flow effects on sound radiation from rectangular baffled plate with arbitrary boundary conditions . Groupe acoustique, Université de Sherbrooke, Quebec J1K2R1, Canada, 1990, 24 P.
- [8] LEYRAT, G.F. Effects of an internal flow on the vibration of thin cylindrical shells. Doctor of philosophy in engineering, Florida Atlantic university, 1990, 221 P.
- [9] KELTIE, R. F., The effect of hydrostatic pressure fields on the structural and acoustic response of cylindrical shells. *J. Acoustic. Soc. Am.*, 1984, V. 79, N°3, P.1380-1382.
- [10] LAULAGNET, B. et GUYADER, J.L. Modal analysis of a shell's acoustic radiation in hight and heavy fluids. *J. Sound Vib.*, 1990, V. 138, N°2, P.173-191.
- [11] GUYADER, J.L. Analyse modale du comportement vibro acoustique des structures mécaniques et réduction du bruit. Journée scientifique et technique du groupe des acousticiens de langue française -école centrale de Lyon. Mai 1986, Actes du congré P.6-13.
- [12] STEPANISCHEN, P. R. Modal coupling in the vibration of fluid loaded cylindrical shells. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1982, V. 71, N°4, P.818-823.

- [13] OUELAA, N., LAULAGNET, B. et GUYADER, J.L. Prévission du rayonnement acoustique de cylindres finis en présence d'écoulement uniforme interne par une méthode integro- modale. Journal de physique II colloque C1, supplément au journal de physique III, 1992, V. 2, P. 591-595.
- [14] LAULAGNET, B. et GUYADER, J. L. Rayonnement acoustique des structures vibrantes cylindriques (Méthode modale). Convention dret N°85-065 du 5 Novembre 1985. Rapport de synthèse finale.
- [15] LAULAGNET, B. et GUYADER, J. L. Modal analysis of a shell's acoustic radiation in high and heavy fluids. J. Sound Vib ., 1989, V.131, N°3, P.397-415.
- [16] OUELAA, N., LAULAGNET, B. et GUYADER, J.L. Rayonnement acoustique intérieur et extérieur d'un cylindre excité mécaniquement avec présence d'écoulement. Le 13^{ème} colloque d'Aero et Hydro acoustique, Ecole centrale de LYON, 1993, Juin, P. 31-35.
- [17] OUELAA, N. Rayonnement acoustique des conduits cylindriques, finis, parcourus par un écoulement uniforme. Thèse, INSA de LYON, 1993, 116 P.
- [18] LAULAGNET, B. et GUYADER, J.L. Rayonnement acoustique des coques cylindriques menu d'un matériau de masquage, Colloge de physique, Colloge C3, supplément au N°17, Tome 51, 1^{er} Septembre 1990.
- [19] LAULAGNET, B. et GUYADER, J.L. Sound radiation from a finite cylindrical shell covered with a compliant layer. J. Vib. Acoust., 1991, Vol. 113, P. 267-272.
- [20] LAULAGNET, B. Rayonnement acoustique des coques cylindriques, finies, raidies, revêtues d'un matériaux de masquage. Thèse, INSA de LYON, 1989 194 P.
- [21] LAULAGNET, B. et GUYADER, J.L. Sound radiation from a finite cylindrical ring stiffened shells. J. Sound. Vib., 1990, Vol. 138, N°2, P. 173-191.
- [22] SANDMAN, B.E. Fluid loading influence coefficients for a finite cylindrical shell. J. Acoust. Soc. Am., 1976, V. 60, N°6, P. 1256-1264.
- [23] HAMDI, M. A. Formulation variationnelle par équations intégrales pour le calcul de champs acoustiques linéaires proches et lointains. Thèse, Doctorat d'état en science , Université de Compiègne , 1982, 213 P.
- [24] FILIPPI, P.J.T. et HABAUT, D. Sound radiation by a baffled cylindrical shell : A numerical technique based on boundary integral equation. Part 1, J. Sound. Vib., 1989, Vol. 131, N°1, P.13-23.
- [25] FILIPPI, P.J.T. et HABAUT, D. Sound radiation by a baffled cylindrical shell : A numerical technique based on boundary integral equation. Part II, J. Sound. Vib., 1989, Vol. 131, N°1, P. 25-36.

- [26] VERONESI, W.A. et MAYNARD, J.D. Digital holographic reconstruction of sources with arbitrary shaped surfaces. Department of physics. The Pennsylvania state university, university park, Pennsylvania, 16802, P. 588-598.
- [27] MAYNARD, J.D., WILLIAMS, E. GET, Y.L. Nearfield acoustic holography: I-Theories of generalised holography and the development of NAH. Department of physics. The Pennsylvania state university, university park, Pennsylvania, 16802, P. 1395-1412.
- [28] VERONESI, W.A et MAYNARD, J.D. Nearfield acoustic holography: Holographic reconstruction algorithms and computer implementation. Department of physics .The Pennsylvania state university, university park, Pennsylvania, 16802, P. 1307-1322.
- [29] LI, J. F. Identification des sources industrielles par des techniques d'intensimétrie et d'holographie acoustique. Thèse présentée pour l'obtention du grade de docteur, Université de technologie de Compiègne, P. 190.
- [30] WILLIAMS, E.G., DARDY, H.D. et FINK, R.G. A technique for measurement of structure borne intensity in plates ,Naval research laboratory. Code 51333, Washington D. C 20375, P. 2061-2068.
- [31] PEZERAT, C. Méthode d'identification des efforts appliqués sur une structure vibrante, par résolution et régularisation du problème inverse. Thèse de doctorat, Institut national des sciences appliquées de LYON, P. 134.
- [32] OUELAA,N., LAULAGNET, B. et GUYADER, J.L. Simulation de la détection des sources internes à partir des vibrations d'une conduite ou du bruit rayonné extérieur. Laboratoire vibration acoustique B.T 033 INSA de LYON 20 Avenue A. Einstein- 69612 Villeurbanne Cedex.
- [33] OUELAA, N., HAROUADI, F., YOUNSI M. J., et DJAMAA, M. C. Détection des sources d'excitation a partir de la résolution du problème inverse. C. U. de Guelma. Les 3^{èmes} journées maghrébines sur la mécanique JMM'97, Hammam Debagh- Guelma,29- 30 Avril 1997.
- [34] LUCAS, R. J. The inverse problem for scattering by an ellipsoidal boss. Department of Mathematical sciences , Loyola University of Chicago, Chicago, Illinois 60626, P. 2645- 2650.
- [35] MINGSIAN, R. B. Acoustical sources characterisation by using recursive Wiener filtering. Department of mechanical engineering, National chiao-Tung University, 1001 T Ahsuch Road, P. 2657-2663.
- [36] HOUSNER, G.W., PASADENA et CALIF. Bending vibrations of a pipe line containing flowing fluid. J. Appl. Rech., 1952, June, P. 205- 208.

- [37] MILLOT, P. Rayonnement acoustique de plaques couplées dans une cavité, thèse , INSA de LYON, 1987, 169 P.
- [38] DESTUYNDER, P. Modélisation des coques minces élastiques. Edition Masson, 1990, 281 P.
- [39] PEUCHOT, B. et LEMAIRE, M.
I- Equations de la théorie des coques (Notes des synthèses)
II- Déformation des coques et révolution
- [40] LESSUEUR, C. Rayonnement acoustique des structures vibro-acoustique, interaction fluide-structure ,INSA de LYON.
- [41] SAIDI, A. et SABOUNE, Y. Détermination de l'équation de mouvement d'une coque cylindrique mince par la méthode variationnelle, mémoire de fin d'étude, 1997, 58 P.
- [42] HAOU, M. et OUEFELAH, R. Etude vibratoire d'une plaque mince appuyée sur les quatre bords, mémoire de fin d'étude, 1996, 76P.
- [43] CUMMINGS, A. et CHIANG, LI A finite difference scheme for acoustic transmission through the walls of distorted circular ducts and comparison with experiment. DMAE, University of Missouri-Rolla, Rolla, Missouri 65401, USA.
- [44] PAIDOUSSIS, M. P. et BESANCON, P. Dynamics of arrays of cylinders with internal and external axial flow. DME, MC Gill University, Montreal, Quebec, Canada.
- [45] HERMANN, G. et MIRSKY, I. Three dimensional and shell theory analysis of axially symmetric motions of cylinders, New-York, N.Y.
- [46] BONG, K. et JEONG, G.I. On the reconstruction of vibro acoustic field over the surface enclosing an interior space using the boundary element method, Centre for noise and vibration control, Department of mechanical engineering, Korea Advanced Institute of science and technology, Science town, Tagon 305-701, Korea, P. 3003-3016.
- [47] TING, E. C. et HOSSEINIPOUR, A. A numerical approach for flow induced vibration of pipe structures , School of civil engineering, Purdue University, West Lafayette, India 47907, USA.
- [48] KHADAKKAR, A. G., NARAYANAN, R., RAVISANKAR, K., IYER, N. R, et APPARAO, T.V.S.R. Free vibrations of a cylindrical shell by holographic interferometry. SERC, CSIR Campus, Taramani, Madras 600113, India.
- [49] CHARLAND, I.J. Sources of noise in axial flow fans. I.S.V.R, University of south Ampton, Hampshire, England.
- [50] REBILLAT, J. C. et PATRAT, J.C. Localisation des sources par intensimétrie tridimensionnelle.

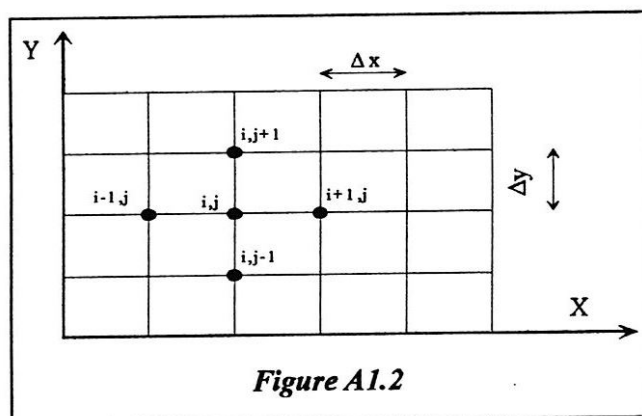
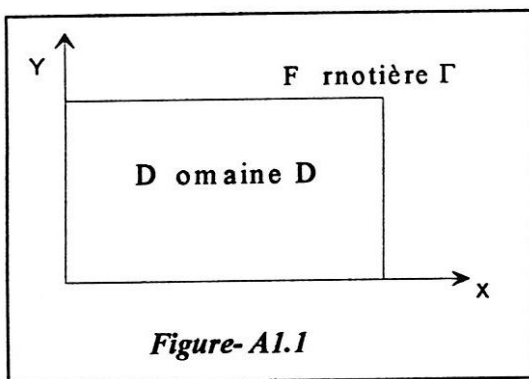
- [51] MITJAVELA, A., PAUZIN, S. et BIRON, D. Développement d'une méthodologie de mesure d'intensité de structure sur des plaques homogènes isotropes.
- [52] LESSUEUR, C. Rayonnement acoustique et transmission du son. Elément de base. L. V.A., INSA de LYON.
- [53] WILLIAM, H.P., SAUL, A.T., WILLIAM, T.V. et BRIAN, P.F. Numerical recipes in FORTRAN. The art of scientific computing. Second edition, Cambridge university press.
- [54] MICHEL, B. Cours d'acoustique physique. Diplôme d'études approfondies d'acoustique appliquée. Université du Maine. 1979-1980.
- [55] PHILIPPE, D. Modélisation des coques minces élastiques. Collection physique fondamentale et appliquée. Edition Masson 1990.
- [56] SIBONY, M. et MARDON, J.CI. Analyse numérique II. Approximations et équations différentielles. Hermann, éditeur des sciences et des arts.
- [57] I.A PORTE, M. et VIGNES, J. Algorithmes numériques, Analyse et mise en œuvre, Vol 1, Arithmétique des ordinateurs, systèmes linéaires. Publication de l'institut française du pétrole, Editions Technip.
- [58] BOUMAHRAT, M. et GOURDIN, A. Méthodes numériques appliquées. O.P.U, Place centrale de Ben Aknoun (Alger).
- [59] OURAG, Y. Aide mémoire de mathématique pour ingénieurs, 2^{ème} partie, O.P.U, Place centrale de Ben Aknoun (Alger).
- [60] BOISSON C. et LORMAND G. Fortran 77, INSA de LYON
- [61] GERADIN, M. et RIXEN, D. Théorie des vibrations: Application à la dynamique des structures, Edition Masson.
- [62] RIVOIRE, M et FERRIER, J.L. Cours d'automatique. Tome 1, Signaux et systèmes, B.T.S, I.U.T, Ecole ingénieurs, Edition Eyrolles, P210-216.

ANNEXE A1

PRINCIPE DE LA METHODE DES DIFFERENCES FINIES

De nombreux problèmes théoriques et appliqués des sciences modernes de la nature conduisent à des équations différentielles, et ce n'est qu'après avoir résolu ces dernières qu'on peut estimer achevée l'étude d'un problème. Ces équations aux dérivées partielles font intervenir aussi bien la fonction elle-même que les dérivées partielles par rapport aux différentes variables ; lors de la résolution de toute équation aux dérivées partielles on procède souvent à remplacer ces dérivées par des différences finies.

L'utilisation de la technique des différences finies pour la résolution d'une équation aux dérivées partielles, consiste d'abord d'établir un maillage du domaine occupé par les variables indépendantes.



Supposons par exemple qu'on a un domaine bidimensionnel D partagé en petites mailles de distance Δx , Δy (figures A1.1 et A1.2). Soit $u(x, y)$ la solution exacte d'une équation aux dérivées partielles et on veut déterminer son approximation en chaque point du maillage considéré par un schéma aux différences finies.

Si nous décrivons son développement de Taylor en un point (x, y) du domaine D ; nous avons :

$$u_{i-1,j} = u_{i,j} - \Delta x \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{(\Delta x)^3}{3!} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + \dots \quad (\text{A1.1})$$

$$u_{i+1,j} = u_{i,j} + \Delta x \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{(\Delta x)^3}{3!} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + \dots \quad (\text{A1.2})$$

D'une manière plus générale on peut écrire :

$$\begin{cases} u(i+1, j) = \sum_{K=0}^{+\infty} \frac{(\Delta x)^K}{K!} \frac{\partial^K u}{\partial x^K} \\ u(i-1, j) = \sum_{K=0}^{+\infty} \frac{(-\Delta x)^K}{K!} \frac{\partial^K u}{\partial x^K} \end{cases} \quad (\text{A1.3})$$

On pose, comme schéma de base:

$$\delta_i^2 = \frac{u((i+1), j) - 2u(i, j) + u(i-1, j))}{(\Delta x)^2} \quad (\text{A1.4})$$

$$\delta_i^{2K} = \frac{\delta_{i+1}^{2K-2} - 2\delta_i^{2K-2} + \delta_{i-1}^{2K-2}}{(\Delta x)^2} \quad (\text{A1.5})$$

Pour $K > 1$

Ces schémas peuvent alors s'exprimer comme une combinaison des dérivées paires de la fonction u :

$$\delta_i^2 = 2 \sum_{l=1}^{+\infty} \frac{(\Delta x)^{2l-2}}{(2l)!} \frac{\partial^{2l} u}{\partial x^{2l}} \quad (\text{A1.6})$$

$$\delta_i^4 = 4 \sum_{(l_1, l_2) \in \mathbb{N}^2} \frac{(\Delta x)^{2l_1-2}}{(2l_1)!} \frac{(\Delta x)^{2l_2-2}}{(2l_2)!} \frac{\partial^{2(l_1+l_2)} u}{\partial x^{2(l_1+l_2)}} \quad (\text{A1.7})$$

et de façon générale:

$$\delta_i^{2K} = 2^K \sum_{(l_1, l_2, \dots) \in \mathbb{N}^K} \left[\prod_{j=1}^K \frac{(\Delta x)^{2l_j-2}}{(2l_j)!} \right] \frac{\partial^{2\left(\sum_{\alpha=1}^K l_\alpha\right)} u}{\partial x^{2\left(\sum_{\alpha=1}^K l_\alpha\right)}} \quad (\text{A1.8})$$

D'où on peut tirer l'expression de la dérivée quatrième sous la forme:

$$\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = \delta_i^4 - 2 \sum_{(l_1, l_2) \in \mathbb{N}^2 - (1,1)} \frac{(\Delta x)^{2l_1-2}}{(2l_1)!} \frac{(\Delta x)^{2l_2-2}}{(2l_2)!} \frac{\partial^{2(l_1+l_2)} u}{\partial x^{2(l_1+l_2)}} \quad (\text{A1.9})$$

De façon itérative, les dérivées paires de $u(x,y)$ peuvent prendre la forme d'une combinaison linéaire des schémas ainsi définis.

$$\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = \delta_i^4 - \frac{(\Delta x)^2}{6} \delta_i^6 + \frac{7(\Delta y)^4}{240} \delta_i^8 + \dots \quad (\text{A1.10})$$

L'ordre de troncature de ces deux dernières séries fixe l'approximation du calcul des dérivées et le nombre de points nécessaires.

Pour un minimum de points, l'expression (A1.10) prend la forme:

$$\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = \frac{(u(i+2, j) - 4u(i+1, j) + 6u(i, j) - 4u(i-1, j) + u(i-2, j))}{(\Delta x)^4} \quad (\text{A1.11})$$

De la même manière, on peut écrire :

$$\frac{\partial^4 u}{\partial y^4} = \frac{(u(i, j+2) - 4u(i, j+1) + 6u(i, j) - 4u(i, j-1) + u(i, j-2))}{(\Delta y)^4} \quad (\text{A1.12})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y^2} &= \frac{1}{(\Delta x)^2 (\Delta y)^2} (u(i+1, j+1) - 2u(i+1, j) + u(i+1, j-1) - 2u(i, j+1) + 4u(i, j) \\ &\quad - 2u(i, j-1) + u(i-1, j+1) - 2u(i, j-1) + u(i-1, j-1)) \end{aligned} \quad (\text{A1.13})$$

ANNEXE A 2

RESULTATS SUPPLEMENTAIRES AU CHAPITRE 2

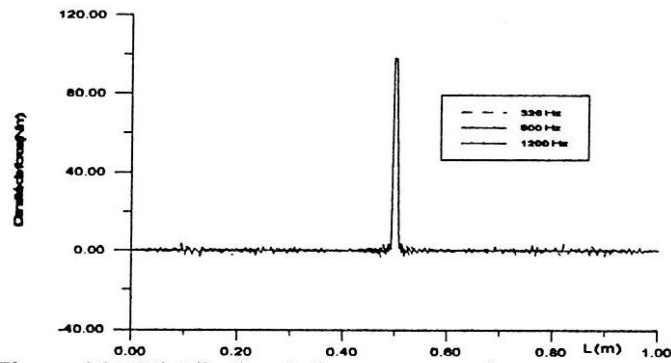


Figure A2.1 Distribution de forces reconstruites sur une poutre excitée par une force ponctuelle au point $x_F=0.5\text{m}$ pour un maillage de 201 points pour les fréquences 326, 800 et 1200 Hz

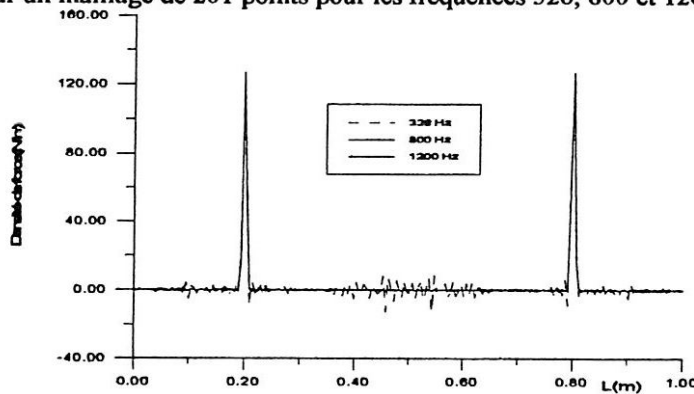


Figure A2.2 Distribution de forces reconstruites sur une poutre excitée par deux forces ponctuelles aux points $x_{F1}=0.2\text{m}$ et $x_{F2}=0.8\text{m}$ pour un maillage de 201 points pour les fréquences 326, 800 et 1200 Hz

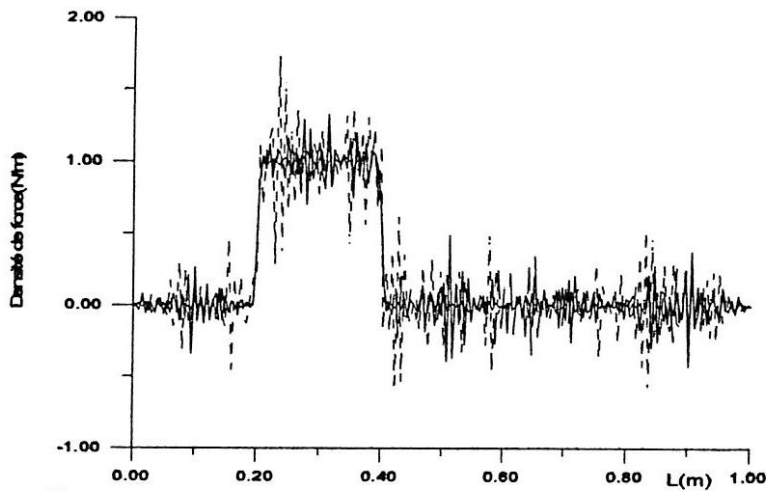


Figure A2.3 Distribution de forces reconstruites sur une poutre excitée par une force répartie entre les deux points $x_1=0.2\text{m}$ et $x_2=0.4\text{m}$ pour un maillage de 201 points pour les fréquences 326, 800 et 1200 Hz

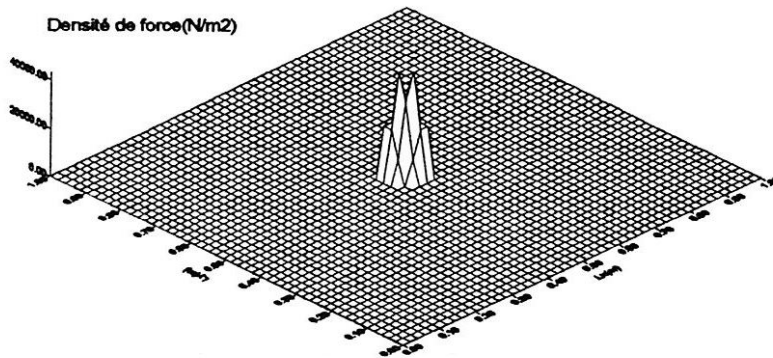


Figure A2.4 Distribution de forces reconstruites sur une plaque excitée par une force ponctuelle au point $x_F=0.5$ m, $y_F=0.5$ m à la fréquence 400 Hz pour un maillage de 20 points

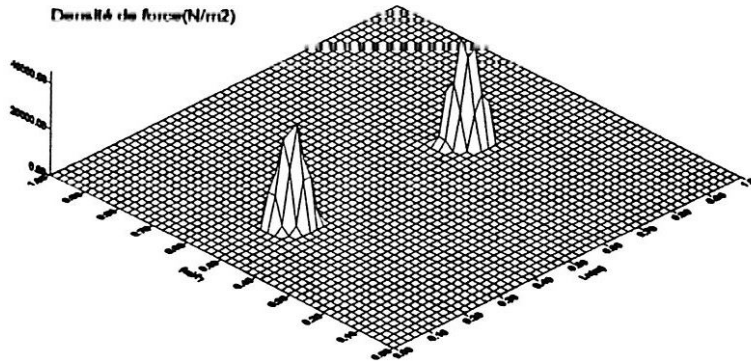


Figure A2.5 Distribution de forces reconstruites sur une plaque excitée par deux forces ponctuelles aux points $x_{F1}=0.2$ m, $y_{F1}=0.5$ m et $x_{F2}=0.7$ m, $y_{F2}=0.5$ m à la fréquence 400 Hz pour un maillage de 20 points

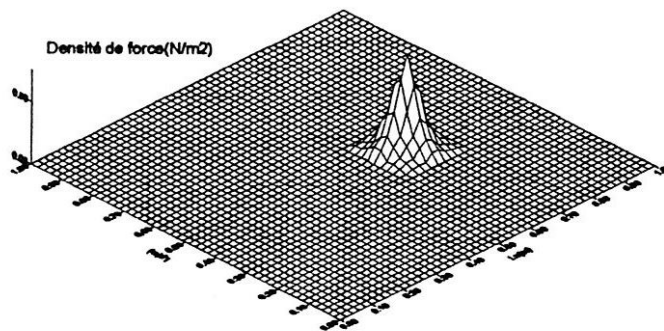


Figure A2.6 Distribution de forces reconstruites sur une plaque excitée par une force répartie aux points $x_{F1}=0.6$ m, $y_{F1}=0.4$ m et $x_{F2}=0.7$ m, $y_{F2}=0.5$ m à la fréquence 400 Hz pour un maillage de 20 points

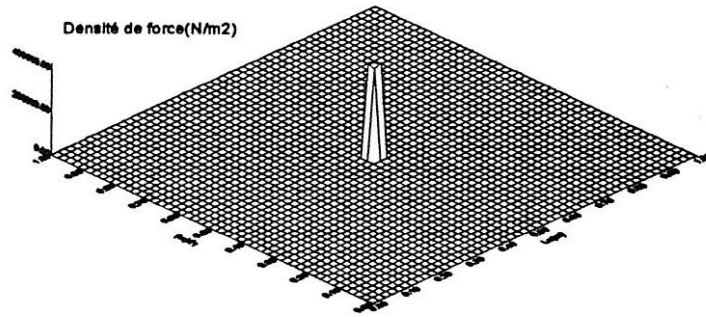


Figure A2.7 Distribution de forces reconstruites sur une plaque excitée par une force ponctuelle au point $x_F=0.5$ m, $y_F=0.5$ m à la fréquence propre 867.46 Hz pour un maillage de 51 points

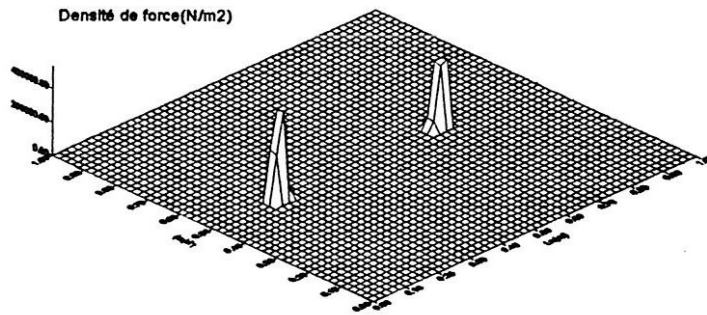


Figure A2.8 Distribution de forces reconstruites sur une plaque excitée par deux forces ponctuelles aux points $x_{F1}=0.2$ m, $y_{F1}=0.5$ m et $x_{F2}=0.7$ m, $y_{F2}=0.5$ m à la fréquence propre 867.46 Hz pour un maillage de 51 points

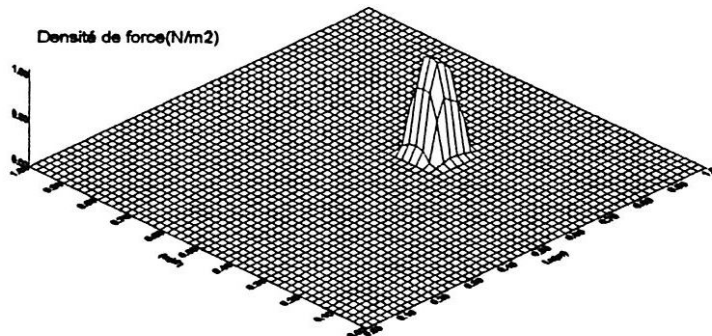


Figure A2.9 Distribution de forces reconstruites sur une plaque excitée par une force répartie aux points $x_{F1}=0.6$ m, $y_{F1}=0.4$ m et $x_{F2}=0.7$ m, $y_{F2}=0.5$ m à la fréquence propre 867.46 Hz pour un maillage de 51 points

ANNEXE A3

SCHEMA MODAL D'UNE COQUE MINCE APPUYEE SUR SES BORDS

Le schéma modal de la coque appuyée aux deux extrémités et le seul cas de conditions aux limites pour lesquelles on trouve des solutions analytiques par séparations des variables. La solution de l'équation (3.22) par séparation des variables, montre que les modes propres ont l'allure suivante :

$$\begin{Bmatrix} U_{nm} \\ V_{nm} \\ W_{nm} \end{Bmatrix} = e^{j\alpha x} \begin{Bmatrix} D_{nm} \sin\left(n\theta + \alpha \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\frac{m\pi z}{L}\right) \\ E_{nm} \cos\left(n\theta + \alpha \frac{\pi}{2}\right) \sin\left(\frac{m\pi z}{L}\right) \\ F_{nm} \sin\left(n\theta + \alpha \frac{\pi}{2}\right) \sin\left(\frac{m\pi z}{L}\right) \end{Bmatrix} \quad (\text{A3.1})$$

Ce type de solution vérifie les conditions d'appuis aux extrémités, qui se réécrit on une partie symétrique et une partie antisymétrique linéairement indépendantes.

$$\begin{Bmatrix} U_{nm} \\ V_{nm} \\ W_{nm} \end{Bmatrix} = e^{j\alpha x} \begin{Bmatrix} (D_{nm} \cos n\theta + A_{nm} \sin n\theta) \cos\left(\frac{m\pi z}{L}\right) \\ (E_{nm} \sin n\theta + B_{nm} \cos n\theta) \sin\left(\frac{m\pi z}{L}\right) \\ (F_{nm} \cos n\theta + C_{nm} \sin n\theta) \sin\left(\frac{m\pi z}{L}\right) \end{Bmatrix} \quad (\text{A3.2})$$

avec :

D_{nm} , E_{nm} , F_{nm} : les composantes représentant la partie symétrique du vecteur de déplacement.

A_{nm} , B_{nm} , C_{nm} : les composantes représentant la partie antisymétrique du vecteur de déplacement.

En injectant le terme symétrique dans le système d'équation (3.22), puis en dérivant selon les trois directions r , θ et z on trouve :

$$\begin{bmatrix} \mu^2 + \frac{(1-\nu)}{2r^2} - \Omega^2 & \frac{-(1+\nu)}{2} \mu n & -\nu \mu \\ \frac{-(1+\nu)}{2} \mu n & \frac{(1-\nu)}{2} (\mu^2 + n^2) - \Omega^2 & n \\ -\nu \mu & n & 1 + K(\mu^2 + n^2) - \Omega^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_m \\ E_m \\ F_m \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{A3.3})$$

avec :

$$\mu = \frac{m\pi a}{L}, \quad \Omega = \frac{\omega}{\omega_a}, \quad K = \frac{h^2}{12a^2}$$

ω_a est la pulsation d'anneau de la coque qui correspond à un mode de respiration $n=0$ et telle qu'il y a coïncidence géométrique entre la longueur d'onde des ondes longitudinales, et la circonférence de la coque, donnée par l'expression suivante :

$$\omega_a = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}}$$

La recherche d'une solution non identiquement nulle (D_{nm} ou E_{nm} ou F_{nm} sont différents de zéro), conduit à annuler le déterminant du système (3×3).

$$\begin{vmatrix} \mu^2 + \frac{1-\nu}{2}n^2 - \Omega^2 & -\frac{1+\nu}{2}\mu n & -\nu\mu \\ -\frac{1+\nu}{2}\mu n & \frac{1-\nu}{2}\mu^2 + n^2 - \Omega^2 & n \\ -\nu\mu & n & 1 + K(\mu^2 + n^2) - \Omega^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (\text{A3.4})$$

Cette équation en Ω^2 permet de tirer trois pulsations propres ω_{nmj} par couple n, m donné.

Pour un mode d'ordre circonférentiel n longitudinal m et de type j (1 à 3), on détermine alors les composantes des vecteurs propres D_{nmj} , E_{nmj} et F_{nmj} . Finalement en normant F_{nmj} à l'unité, un mode prend la forme suivante :

$$\begin{aligned} U_{nmj} &= D_{nmj} \cos\left(\frac{m\pi z}{L}\right) \sin n\theta e^{j\omega_{nmj}t} \\ V_{nmj} &= E_{nmj} \sin\left(\frac{m\pi z}{L}\right) \cos n\theta e^{j\omega_{nmj}t} \\ W_{nmj} &= 1 \sin\left(\frac{m\pi z}{L}\right) \sin n\theta e^{j\omega_{nmj}t} \end{aligned} \quad (\text{A3.5})$$

Le type de mode flexion, torsion, traction-compression dépend des composantes du vecteur propre. On procédera à la classification suivante :

D_{nmj} et $E_{nmj} \ll 1$	Mode de flexion
$D_{nmj} \ll 1, E_{nmj} \gg 1$	Mode de torsion
$D_{nmj} \gg 1, E_{nmj} \ll 1$	Mode de traction-compression

Nous venons de décrire là, les caractéristiques d'un mode à caractère symétrique. Un autre type de mode existe, dit antisymétrique, qui vérifie aussi l'équation du mouvement et qui peut se mettre sous la forme :

$$\begin{aligned}
 U'_{nmj} &= A_{nmj} \cos\left(\frac{m\pi z}{L}\right) \cos n\theta e^{j\omega_{nmj}t} \\
 V'_{nmj} &= B_{nmj} \sin\left(\frac{m\pi z}{L}\right) \sin n\theta e^{j\omega_{nmj}t} \\
 W'_{nmj} &= 1 \sin\left(\frac{m\pi z}{L}\right) \cos n\theta e^{j\omega_{nmj}t}
 \end{aligned}
 \tag{A3.6}$$

Les modes symétriques et antisymétriques ont même fréquences propres. Seules leurs vecteurs propres diffèrent et suivent les relations :

$$\begin{aligned}
 A_{nmj} &= D_{nmj} \\
 B_{nmj} &= -E_{nmj}
 \end{aligned}
 \tag{A3.7}$$

On notera par la suite $\alpha=0$ le mode antisymétrique et $\alpha=1$ le mode symétrique et on adoptera la notation contractée donnée par (A3.1).

• **Orthogonalité des opérateurs de masse et de raideur**

Les opérateurs de masse et de raideur étant symétriques, ces jouissent de propriétés d'orthogonalités par rapport à ces opérateurs, fortes utiles dans les calculs et qui peuvent se mettre sous la forme suivante :

$$\frac{Eh}{1-\nu^2} \int_S [U_{pqK}^{\alpha'} V_{pqK}^{\alpha'} W_{pqK}^{\alpha'}] [L] \begin{Bmatrix} U_{nmj}^{\alpha} \\ V_{nmj}^{\alpha} \\ W_{nmj}^{\alpha} \end{Bmatrix} dS = K_{pqk} \delta_{\alpha\alpha'} \delta_{pn} \delta_{qm} \delta_{jk} \quad (\text{A3.8})$$

$$\rho_c h \int_S [U_{pqK}^{\alpha'} V_{pqK}^{\alpha'} W_{pqK}^{\alpha'}] [L] \begin{Bmatrix} U_{nmj}^{\alpha} \\ V_{nmj}^{\alpha} \\ W_{nmj}^{\alpha} \end{Bmatrix} dS = m_{pqk} \delta_{\alpha\alpha'} \delta_{pn} \delta_{qm} \delta_{jk} \quad (\text{A3.9})$$

où δ symbole de Kronecker et S est la surface de la coque, K_{pqk} et m_{pqk} sont respectivement la raideur et la masse généralisée du mode en jeu et sont reliées par :

$$K_{pqk} = -\omega_{pqk}^2 m_{pqk} \quad (\text{A3.10})$$

Dans la pratique, le calcul de la raideur généralisée s'effectue à partir de (A3.10). Le calcul de la masse généralisée est simple et est donnée par :

$$m_{pqk} = \rho_c h \left(D_{pqk}^2 + E_{pqk}^2 + 1 \right) \frac{a\pi L}{\varepsilon_p} \quad (\text{A3.11})$$

où ε_p est le facteur de Neumann donné par :

$$\begin{aligned} \varepsilon_p &= 2 \quad \text{pour} \quad p \neq 0 \\ \varepsilon_p &= 1 \quad \text{pour} \quad p = 0 \end{aligned} \quad (\text{A3.12})$$

ANNEXE A4

PRINCIPE DE LA METHODE DES MOINDRES CARRES

L'ingénieur, le chercheur, ... ont souvent à prendre des décisions sujet de phénomènes dont ils ne connaissent le comportement qu'à partir de données (mesures expérimentales).

Dans certain cas, en physique par exemple, la connaissance fondamentale des phénomènes en question, nous permet de proposer un modèle mathématique précis, déterministe que l'on nomme modèle de connaissance.

Mais souvent, on ignore les mécanismes précis du phénomène, où encore les mesures effectuées sur le phénomène peuvent être influencées par les variations aléatoires de variables incontrôlables (bruits). On peut alors proposer un modèle statistique dont on cherchera à estimer les paramètres à partir de l'échantillon des mesures.

Les mesures effectuées sur des grandeurs soumises à des perturbations sont souvent difficiles à synthétiser et l'information qu'elles contiennent est difficilement utilisable sans une technique de représentation algébrique de ces données.

En effet si l'on a la certitude ou qu'on a le pressentiment qu'une certaine forme de fonction (ou de combinaisons de fonctions) passe au voisinage des points mesurés, la recherche de l'équation de cette fonction devient particulièrement importante si le nombre de points cité est suffisamment élevé.

Il s'agit donc de déterminer la relation de cause à effet qui lie une grandeur Y à une autre x , et cela à partir d'une série de m mesures expérimentales qui donnent un relevé de Y quand x varie sur une plage convenable.

On pourrait certes, faire passer un polynôme de degré $m-1$ par les m points expérimentaux (interpolation). Cette solution n'est pas acceptable en général car les relevés sont entachés d'erreurs. On préfère, avec raison, déterminer les paramètres d'une fonction plus vraisemblable choisie raisonnablement a priori, ou prévue par une théorie.

Le type de fonction le plus commun dérive de la classe des fonctions de la forme :

$$F(x_i) = a_0 F_0(x_i) + a_1 F_1(x_i) + \dots + a_m F_m(x_i) \quad (A4.1)$$

où m représente le nombre de mesures effectuées et $F(x_i)$ représentent les valeurs théoriques estimées pour $x=x_i$.

Les paramètres (a_0, a_1, \dots, a_m) apparaissent sous forme linéaire. On dira que le modèle (A4-1) est linéaire (en terme de a_j).

Ainsi la fonction modèle pourrait s'écrire sous la forme :

$$F(x_i) = \sum_{j=1}^m a_j F_j(x_i) \quad (A4.2)$$

Les $F_j(x_i)$ sont les valeurs de la fonction analytique d'interpolation qui peuvent prendre différentes formes (polynôme de Legendre, Tchebychev,...). Si l'on aborde un problème donné, il est clair que les coefficients a_j , $j=0$ à m , sont les inconnues du problème et leur détermination dépend du choix des fonctions $F_j(x_i)$.

Comme aucune mesure n'est tout à fait précise, on n'arrive jamais à déterminer exactement les valeurs de a_j , mais on essaie d'évaluer « au mieux » les paramètres a_j . Ces meilleures valeurs que l'on veut définir selon le critère des moindres carrés, sont appelées les estimations de a_j .

Si on considère les Y_i les valeurs de la fonction à étudier et $F(x_i)$ son approximation. L'erreur en un point i est donnée par :

$$r = (Y_i - F(x_i)) \quad (\text{A4.3})$$

Evaluer $F(x_i)$ « au mieux » consiste à minimiser ces erreurs, et pour éviter les compensations des erreurs positives par des erreurs négatives, à prendre un critère quadratique.

La méthode des moindres carrés consiste donc à minimiser les carrés des résidus, c'est à dire :

$$S = \sum_{i=1}^n r_i^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - F(x_i))^2 \quad (\text{A4.4})$$

Comme condition nécessaire de la minimisation de la somme (A4.4) par rapport à a_j , on a :

$$\frac{\partial S}{\partial a_K} = 0 \text{ avec } K=0, m \quad (\text{A4.5})$$

soit:

$$\frac{\partial S}{\partial a_K} = 2 \sum_{i=1}^n [Y_i - F(x_i)] \frac{\partial F(x_i)}{\partial a_K} = 0 \quad (\text{A4.6})$$

où d'après (A4.1) on peut écrire:

$$\frac{\partial S}{\partial a_K} = 2 \sum_{i=1}^n [Y_i - a_0 F_0(x_i) - a_1 F_1(x_i) - \dots - a_m F_m(x_i)] f_K(x_i) = 0 \quad (\text{A4.7})$$

$$\text{avec } f_K(x_i) = \frac{\partial F(x_i)}{\partial a_j} \quad (\text{A4.8})$$

D'où on abouti finalement à un système linéaire de la forme:

$$\left[C_{kj} \right] \{ A_j \} = \{ B_k \} \quad \text{avec } K=1, m \quad (\text{A4.9})$$

Ce système de $m+1$ équation à $m+1$ inconnues admet toujours une solution unique du fait que son déterminant est toujours différent de zéro. Sa résolution se fait le plus souvent par la méthode de Gauss.

Abstract

The purpose of this study is to locate and detect the sources of excitation applied on both monodimensional (1D) and bidimensional (2D) structures such as beams and plates and the three-dimensional (3D) ones such as the cylindrical shells coupled to fluids from the resolution of the inverse problem.

The method used in the first case had to identify the sources of excitation from the field of vibratory displacement computed using finite difference scheme. The application of the finite difference method to the three-dimensional problem such as a cylindrical shell structure coupled to fluids, implies a formidable work related to the difficulties which arise in setting-up the equations. To eliminate these difficulties, we have proposed an other method which calculates the parietal velocities of the cylindrical shell by solving the direct problem. Knowing these velocities, we can calculate the modal amplitudes using the least square method. The product of the modal amplitudes by the mechanical impedance matrix gives us the vector of the generalised forces. Finally, we reconstitute these forces as a truncated set in terms of the longitudinal and circumferential modes.

The obtained results for the different types of structures for one or more mechanical sources are very interesting. They give an appreciable idea about the real applications such as: the identification of mechanical punctual and distribute forces, the identification of mechanical coupling forces, and the minimisation of structures vibrations which allows to serve as a mean of supervision and diagnostic of machines.

Key words

Beam, Plate, Shell, Excitation, Force, Displacement, Velocity, Detection, Location, inverse problem

ملخص

إن الهدف من هذه الدراسة هو تحديد موقع ومصدر التحريضات المطبقة على التركيبات الميكانيكية أحادية البعد وثنائية البعد مثل العوارض والصفائح وكذلك التركيبات ثلاثية البعد مثل القواقع الأسطوانية المترتبة بأوساط مائعة وهذا عن طريق حل المسألة العكسية.

تعتمد الطريقة المستعملة في الحالة الأولى على تحديد موقع قوى التحريض عن طريق حساب حقول الانتقالات باستعمال طريقة الفوارق المنتهية، إن تطبيق هاته الطريقة في حالة التركيبات ثلاثية البعد مثل القواقع الأسطوانية المرتبطة بأوساط مائعة يطرح صعوبات كبيرة وهذا راجع للحسابات الصعبة التي تصادفنا.

لهذا نقترح طريقة أخرى تعتمد على حساب سرعات القوقعة وذلك عن طريق حل المسألة المباشرة، انطلاقاً من هذه السرعات نقوم بحساب السعاة النمطية باستعمال طريقة المربعات الصغرى وأخيراً فإن جداء السعاة النمطية ومصفوفة الممانعات الميكانيكية يعطينا شعاع القوى المعممة، فيما بعد نقوم بإعادة إنشاء هذه القوى بواسطة متابعة مقطوعة في الاتجاهين الدائري والطولي.

النتائج المتحصل عليها بالنسبة لمختلف أنواع التركيبات المستعملة لقوة تحريض واحدة أو أكثر مهمة جداً وتمكننا من تكوين فكرة معمقة حول التطبيقات الحقيقية لهذه الدراسة مثل: تحديد موقع قوى التحريض الميكانيكية النقطية أو الموزعة، تحديد قوى الربط الميكانيكي وتخفيض اهتزازات التركيبات كوسيلة لمراقبة وتشخيص الآلات.

الكلمات الجوهرية :

عارضة، صفيحة، قوقعة، قوة، تحريض، انتقال، بهرعة، موقع، مسألة عكسية.

Résumé

Cette étude a pour objectif la localisation et la détermination des sources d'excitation appliquées sur des structures monodimensionnelles et bidimensionnelles telles que les poutres et les plaques ainsi que des structures tridimensionnelles telles que les coques cylindriques couplées aux milieux fluides et cela à partir de la résolution du problème inverse.

La méthode utilisée dans le premier cas consiste à identifier les forces d'excitation à partir des champs des déplacements vibratoires calculés par un schéma aux différences finies. L'application de la méthode des différences finies pour les structures tridimensionnelles telles que les coques cylindriques couplées aux milieux fluides pose de grandes difficultés à cause des calculs pénibles rencontrés. Pour cela, on propose d'utiliser une autre méthode qui consiste à calculer les vitesses pariétales de la coque à partir de la résolution du problème direct. A partir de ces vitesses, on calcule les amplitudes modales par une méthode des moindres carrés et enfin le produit des amplitudes par la matrice impédances mécaniques donne le vecteur des forces généralisées. Ensuite nous reconstituons ces forces par une série tronquée en terme de modes circonférentiels et longitudinaux.

Les résultats obtenus pour les différents types de structures utilisées pour une ou plusieurs forces d'excitation mécaniques sont très intéressants. Ils fournissent une idée appréciable pour des applications réelles telles que: l'identification des sources d'excitations ponctuelles et réparties, l'identification des efforts de couplage mécaniques, et minimisation des vibrations des structures qui permet de servir comme un moyen de surveillance et de diagnostic des machines.

Mots clés

Poutre, Plaque, Coque, Excitation, Force, Déplacement, Vitesse, Détection, Localisation, Problème inverse.