

17/531.608

Université du 8 mai 1945 Guelma
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Mécanique



Mémoire de fin d'études pour l'obtention du
diplôme de Master

Option : Maintenance Industrielle
Présenté par : BOUMALIT Ahcine

**Identification d'un défaut structural
par analyse des vibrations d'un disque
mince**

Sous la Direction de :
Dr. DJAMAA Mohamed Cherif
Année universitaire 2011/2012

Remerciements

Tous d'abord je remercie ALLAH TAALA le tous puissant au nom d'ALLAH le clément et le miséricordieux qui nous a donné le courage, la force et la patience au cours de toute notre vie et au cours de l'élaboration de ce mémoire et qui nous a toujours dirigé vers le bon chemin en éclairant les nuits les plus obscures.

En tout premier lieu je tiens à remercier Dr Djumaa mohamed cherif d'avoir accepté de m'encadrer et diriger mes travaux, pour la confiance qu'il m'a accordée ainsi que les membres de jury d'avoir accepté de juger mon travail.

Je ne pourrais jamais oublier la faveur de mes maîtres et mes enseignants, sans oublier tout les responsables du département de Génie Mécanique à l'Université de Guelma qui ont sacrifié leurs temps et efforts afin de nous mettre sur la bonne voie.

Je tiens à remercier aussi mes parents et mes frères et ma chère sœur pour leur soutien sans oublier mes chers amis.

C'est très difficile de citer tous les collaborateurs et je risquerai d'oublier quelqu'un qu'il soit fortement remercié.



Dédicace

J'ai l'honneur de dédier ce modeste travail

*À ma très chère **Mère** quelle reçoit le témoignage ma profonde affection*

*À mon très cher **Père***

À mes chers frères et saures : Walid, Sami, Djellel, Louiza, et tout ma familles

À mes très chers amis Dia, mouhamed, yacine, karim, joseph, Amar et hamza sans oublier Nada ,Amina , Meriem et tous mes amis.

À tous mes collègues d'université de Guelma et de la résidence.



Mr : Boumalit Ahcine

Sommaire

Introduction générale	03
Chapitre I : Recherche bibliographique	06
1.1 Synthèse des références bibliographique	07
1.2 Position du problème	18
Chapitre II : Formulation du problème	19
2.1 Introduction	20
2.2 Principe de la méthode	21
2.3 Application de la méthode de différences finies	26
Chapitre III : Simulations numériques	29
3.1 Données du problème	30
3.2 Calcul de la réponse en vibration libre du disque	30
3.3 Simulations sur un disque sein	35
3.4 Simulations sur un disque endommagé	37
3.5 Simulations sur une plaque rectangulaire	39
Conclusion générale	48
Références bibliographiques	50

Introduction générale

L'intérêt de suivre le comportement d'une structure et de détecter de façon précoce un endommagement quelconque est un souci permanent quel que soit le domaine d'ingénierie. La détection de défauts structuraux est devenue une discipline avec de nombreuses applications dans les domaines de génie mécanique, génie civil, transports terrestres et aériens, ainsi que dans le domaine spatial.

Les accidents mécaniques ; attaques de fatigue, de l'érosion ; de la corrosion ainsi que l'environnement sont tant problèmes qui peuvent conduire à un défaut structural dans une structure mécanique. Un défaut structural peut conduire à l'apparition des fissures provoquant ainsi une défaillance mécanique imminente puisque sa présence dans une structure pourrait conduire à un dysfonctionnement catastrophique. D'où l'intérêt d'enquêter sur l'intégrité structurale des machines et des pièces qui s'avère un domaine de recherche très actif dans les dernières décennies quant à la capacité de surveiller une structure et de détecter les dommages au stade le plus précoce possible.

L'importance et la difficulté du problème de détection de dommages ont générés plusieurs recherches sur les méthodes quantitatives fondées sur des tests physiques tels que l'utilisation de l'analyse vibratoire qui est un outil efficace pour ce type de détection soit par un calcul direct soit par une approche inverse d'identification.

En effet, l'analyse vibratoire, en vue d'une maintenance préventive conditionnelle, s'avère un outil admirable depuis quelques décennies pour les industriels. Son emploi vise à servir trois niveaux d'analyse : la surveillance, le diagnostique et le suivi de l'état d'endommagement des équipements.

En pratique, les signaux vibratoires enregistrés sont le résultat d'un mélange de différentes sources correspondant aux composants de la machine, ce qui rend difficile l'interprétation de l'état d'endommagement d'un composant particulier. L'intérêt est de séparer la contribution des différentes sources vibratoires directement liées à une défaillance plus ou moins importante d'un composant mécanique à partir de plusieurs mesures réalisées par les capteurs des vibrations comme les accéléromètres et les vibromètres Laser, qui contrairement aux accéléromètres, ont l'avantage d'être utilisés sans contact avec la structure.

Les mesures vibratoires ont deux objectifs principaux : le premier vise à déterminer la nature, les niveaux et l'origine des vibrations d'une structure mécanique et le deuxième c'est de vérifier ou affiner la pertinence de modèles théoriques qui nous conduit à appliquer l'analyse modale. Cette dernière permet la détermination des caractéristiques

dynamiques des structures avec et sans défaillance structurale. La connaissance de ces paramètres structuraux tels que les fréquences de résonance, l'amortissement et les déformés modales est essentiel à la résolution de plusieurs problèmes d'endommagement.

Chapitre I
Etude Bibliographique

1.1 Synthèse des références bibliographique :

La détection d'endommagements dans les structures par le suivi de la variation des paramètres dynamiques, a reçu l'attention considérable des industriels en génie mécanique, en aérospatial, en génie civil, etc. L'idée générale est que la variation des propriétés physiques telles que la raideur, la masse et l'amortissement entraîne une variation des caractéristiques dynamiques de la structure en particulier les fréquences de résonance et les amortissements modaux du fait que la présence d'endommagement cause une diminution de la rigidité de la structure, c'est-à-dire une augmentation de sa flexibilité.

En fait, il existe plusieurs formes de défauts structuraux qui peuvent affecter l'intégrité d'une structure mécanique tels que la fissuration, la corrosion, l'érosion, le vieillissement, le délaminage dans le cas des matériaux composites, etc. Ces défauts peuvent conduire à un dysfonctionnement catastrophique si leurs évolutions continuent dans le temps.

Le but est améliorer la capacité de surveiller une structure et détecter les dommages au stade le plus précoce possible. Dans ce cas, il est nécessaire d'améliorer les méthodes de détection et d'analyse utilisées pour aborder ce vaste problème.

L'analyse dynamique des structures consiste en une série de tâches et d'investigation successives partant de la structure physique réellement existante ou en projet de conception ou d'élaboration à partir de laquelle il faut ensuite identifier le modèle analytique (hypothèses, schémas, données, ...) afin d'identifier les caractéristiques dynamiques de la structure objet de l'étude et d'obtenir ainsi les modèles mathématiques, puis on peut déduire le comportement dynamique par résolution des équations de mouvement.

Parmi les méthodes d'investigation, on peut dire que l'analyse vibratoire est l'outil le plus connu par son efficacité pour identifier les différents endommagements dans une structure. Son emploi vise à faire la surveillance, le diagnostic et le suivi de l'état d'endommagement des équipements. Les mesures vibratoires ont pour objectif d'une part de déterminer la nature, les niveaux et l'origine des vibrations d'une structure mécanique et d'autre part de vérifier ou affiner la pertinence des modèles théoriques par une analyse modale expérimentale permettant d'identifier les paramètres dynamiques ou paramètres

Lee et al [9] ont développés une méthode d'identification des dommages structurels (MIDS) pour identifier la ligne de fissure en forme de dommages directionnels générés dans une coque cylindrique. Tout d'abord, les équations du mouvement pour une coque cylindrique endommagée sont dérivées sur la base de la théorie de la mécanique des milieux continus. Un volume de petit matériel contenant un dommage directionnel est représenté par la rigidité élastique effective orthotrope, qui dépend de la taille et l'orientation des dommages à l'égard des coordonnées globales. La méthode présentée est alors dérivée de la fonction de réponse en fréquence (FRF) directement résolue à partir des équations du mouvement de la coque endommagée. Contrairement à la plupart des méthodes d'identification existantes qui nécessitent des paramètres modaux mesurés dans les deux cas (intact et endommagé), cette méthode peut exiger seulement les données FRF mesurées à l'état endommagé. En vertu de l'utilisation des données FRF, on peut choisir autant de séries de fréquence d'excitation et le point de mesure FRF selon les besoins d'acquérir un nombre suffisant d'équations pour l'analyse d'identification des dommages. Des simulations numériques sont menées pour l'identification des dommages pour valider la méthode présentée.

Dans les travaux de Lin [10], une méthode de transfert d'analyse matricielle est utilisée pour résoudre les problèmes directs et inverses des poutres simplement appuyées avec une fissure ouverte. La fissure est modélisée comme un ressort de rotation avec la flexibilité transversale en utilisant la théorie de Timoshenko sur deux poutres séparées. L'équation caractéristique de ce système fissuré peut être obtenue de manière explicite. Cette équation est une fonction des valeurs propres, de l'emplacement de la fissure et la flexibilité transversale de la poutre. Deux fréquences naturelles de ce système fissuré, une fois mesurées, permettent la localisation de la fissure et la détermination de la flexibilité transversale de la poutre en utilisant l'équation caractéristique. Les résultats théoriques sont également validés par une comparaison avec les mesures expérimentales.

Hadjileontiadis et al [11] présentent une nouvelle technique basée sur le Kurtosis pour la détection des fissures dans les poutres. Le mode vibratoire fondamental de la poutre en porte à faux est analysé où l'emplacement et la taille de la fissure sont estimés. L'emplacement de la fissure est déterminé par les variations brutales de la variation spatiale de la réponse analysée, tandis que la taille de la fissure est liée à l'estimation du Kurtosis. La méthode de prévision proposée a été validée par des expériences sur des poutres en plexiglas fissurés. L'influence du bruit ajouté sur la précision de l'estimation de

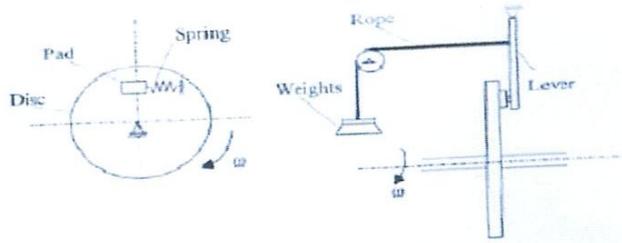


Fig. 7 Model d'un disque de freinage

La réponse en fréquence mesurée du système de freinage est représentée par la figure 8.

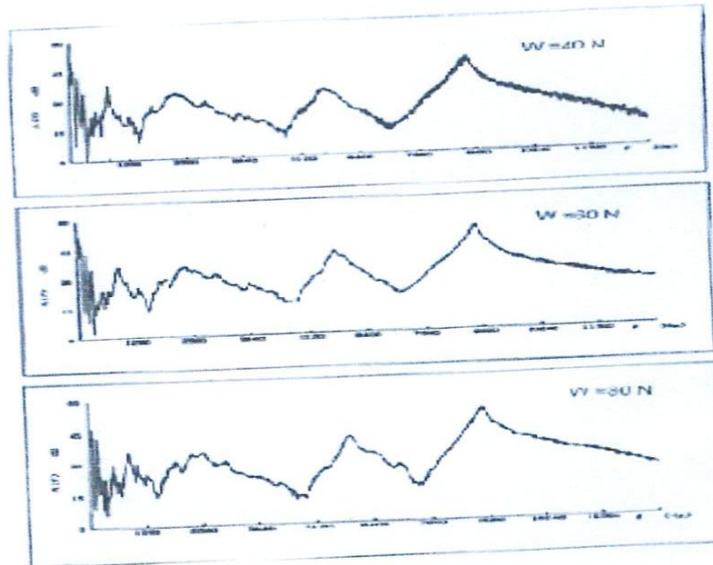


Fig. 8 Spectre des fréquences du système de freinage pour différentes charges

Dans un travail présenté par Poudel et al [8], une nouvelle approche pour la détection des dommages structurels est présentée en utilisant la différence entre les déformées modales des structures de référence et les structures endommagées. Afin de capturer et d'afficher le signal de dommages, la transformation en ondelettes est effectuée sur la fonction de différence entre déformées modales. Les résultats montrent que cette présentation du signal est efficace pour la détection des dommages. En outre, les aspects pratiques de l'identification des dommages sont étudiés et les résultats ont affirmés le pouvoir du concept proposé.

la méthode a été étudiée. Par rapport aux méthodes existantes pour la détection des fissures, le système de prédiction proposé basé sur le Kurtosis est intéressant en raison de la faible complexité de calcul et de la vitalité contre le bruit.

Chinchalkar [12] propose une méthode numérique pour déterminer l'endroit d'une fissure dans une poutre mince encastree en faisant varier sa profondeur où les trois fréquences naturelles les plus basses sont connues. La fissure est modélisée comme un ressort rotationnel et les graphiques de rigidité élastique par rapport à l'endroit de la fissure sont tracées pour chaque fréquence naturelle. Le point de croisement des trois courbes donne l'endroit de la fissure. Une seconde approche basée sur les éléments finis est utilisée pour résoudre le même problème où la poutre est modélisée à l'aide des éléments poutre. Pour trouver la raideur du ressort, l'auteur procède à la résolution du problème inverse. Des exemples démontrant l'exactitude et l'efficacité de cette méthode sont présentés. Les résultats sont comparés avec les approches semi-analytiques. Le plus grand avantage de cette méthode est la généralité de l'approche; différentes conditions aux limites et les variations de la profondeur de la poutre peut être facilement modélisés.

Bouzzouane et al [13] ont proposé une méthode de suivi et de diagnostic des défauts dans les machines tournantes, par application de la transformée en ondelettes dont l'application est assez récente. Deux types d'ondelettes ont été utilisés la Daubechies et la Morlet. Pour mettre en œuvre cette méthode, deux signaux ont été recueillis sur un banc d'essai sur lequel deux types de défauts ont été simulés. Le premier résultant d'un balourd et le second d'un défaut d'engrènement. Les résultats obtenus, ont montré que la méthode multi résolution de Daubechies est mieux adaptée à l'identification et le suivi du balourd et que la transformée continue de Morlet est plus adaptée à l'analyse de signaux non stationnaires tels que ceux générés par les engrenages.

Behtani et bouzzouani [14] ont développé une méthode utilisant des données vibratoires afin de détecter et localiser des défauts dans des poutres stratifiées. La méthode des éléments finis, ici considérée, utilise le changement de flexibilité en vue de la détection et de la localisation des endommagements. Les résultats obtenus montrent que la localisation de défaut dans le cas des poutres stratifiées unidirectionnelles est possible à un stade très précoce du développement de celui-ci. Dans le cas de plusieurs endommagements, la localisation reste cependant ambiguë.

Foltête [15] présente un travail qui porte sur la mesure vibratoire et l'identification des caractéristiques modales d'une structure réelle. Trois nouvelles méthodes sont proposées, dont deux reposent sur une technique d'appropriation expérimentale semi-automatique basée sur la méthode développée au LMA. Elle utilise comme données initiales les résultats d'une appropriation par le calcul mené à partir de mesures préliminaires, par exemple en multi-excitations aléatoires décorrélées afin de déterminer pour chaque mode considéré sa fréquence propre et ses forces appropriées. Par ailleurs, une technique d'excitation aléatoire et d'estimation des paramètres modaux du système dissipatif par lissage de fonction de transfert a été mise en point.

Kerschen et Golinval [16] ont démontré la performance de la méthode dite « the restoring force surface » dans la mesure où l'identification des systèmes non linéaires. Les vibrations d'une poutre encastrée sont étudiées pour deux types de non linéarité. Tout d'abord, la poutre montre un comportement non linéaire caractérisé par une rigidité linéaire par morceaux et d'autre part, la non-linéarité provient d'une rigidité bilinéaire. L'objectif de leur étude était de comparer l'identification numérique et expérimentale dissymétriques et asymétriques non linéaires des poutres en utilisant cette méthode qui est confirmée comme un outil efficace dans la mesure où l'identification des systèmes malgré que la connaissance des signaux d'accélération, de vitesse et de déplacement nécessitent un traitement préalable.

Bouchouca et al [17] présentent une approche propagatoire spectrale pour la détection de quelques défauts dans les structures tubulaires. Leur étude débutera par une analyse numérique poussée de la propagation des ondes dans les structures tubulaires qui présentent la particularité d'avoir un axe privilégié de propagation de l'énergie. Pour simplifier l'étude, ils ont étudié des structures isolées puis ils intègrent une complexité liée au couplage entre différents propagateurs par soudage ou autres. L'étude numérique permettra de caractériser les courbes de dispersion associées aux structures. La démarche consiste à utiliser un modèle éléments finis particulier afin d'extraire les nombres d'ondes associés à la propagation. La méthode utilise la matrice de flexibilité dynamique qui découle d'un modèle éléments finis de la section de la structure. L'analyse spectrale conduit alors aux constantes de propagation et aux modes de propagations décrits d'une manière complètement numérique et précise. Ces variables constituent une nouvelle base de projection et de représentation du comportement dynamique.

Dans les travaux de recherche de Berger et al [18], une méthode expérimentale d'identification et de localisation des diamètres nodaux de disques en rotation a été mise en place. Ce procédé est défini pour pouvoir être inséré dans un système industriel de contrôle actif. Cette méthode est basée sur le phénomène de modulation du signal des déplacements transversaux du disque afin d'identifier et de positionner les diamètres nodaux de disques axisymétriques ou asymétriques dans une large bande de fréquences des modes considérés en fonction des vitesses de rotation du disque. Lorsque le disque est asymétrique, quelle que soit la vitesse de rotation du disque et pour tout mode n , un des diamètres nodaux du mode sinus se place sur un des axes de symétrie et les autres se placent en conséquence mais séparés par des angles de π/n . Les diamètres nodaux des modes cosinus sont décalés de $\pi/2n$ par rapport à ceux des modes sinus correspondants. Afin d'être plus proche des conditions industrielles de fonctionnement lorsque le disque est excité par un ensemble de fréquences, les auteurs comptent élargir cette méthode pour pouvoir l'insérer dans un processus de contrôle actif de vibrations d'un disque en rotation.

L'étude proposée par Ratier et al [19] met au point une démarche permettant de quantifier les amplifications du niveau des vibrations induites par le désaccordement et de leurs probabilités. La méthode d'analyse probabiliste adoptée s'appuie sur un modèle moyen d'aubage accordé et une stratégie permettant d'introduire le désaccordement d'une roue de turbine dans le système moyen. Le modèle moyen d'aubage accordé est obtenu par réduction modale. Cette méthode de réduction utilise la sous structuration dynamique. La modélisation probabiliste repose sur l'approche récemment développée par Christian Soize. Enfin, le modèle mécano probabiliste élaboré est recalé à partir de données mesurées sur des aubages réels en fonctionnement.

Djamaa et al [20] ont présentés une procédure expérimentale pour la localisation des sources d'excitation mécanique et acoustique appliquées sur une coque cylindrique finie. La méthode proposée est basée sur la mesure des vitesses de la structure vibrante par un vibromètre Laser à balayage qui sont injectés dans l'équation de mouvement discrétisée en différences finies. Ils ont présentés au départ quelques simulations numériques pour régulariser le problème inverse en se servant des techniques de traitement de signal en particulier le filtrage dans le domaine du nombre d'ondes. Les distributions résultantes des vitesses mesurées, dans toute la bande de fréquence choisie, ne permettent plus de localiser les sources d'excitation mécanique et acoustique

car les incertitudes associées à la mesure sont trop importantes. Enfin, ils ont appliqués les critères de régularisation prédéfinis pour filtrer les différents résultats des distributions issues des données mesurées et là les résultats se sont nettement améliorés.

Xu et al [21] ont présenté une simulation numérique du problème de détection d'un défaut structural sur une poutre puis validée par des expérimentations basées sur la mesure de la réponse par un vibromètre laser. A la différence des limitations des techniques d'identification basées sur les vibrations global, cette nouvelle approche d'identification inverse peut se contenter des perturbations locales de l'état d'équilibre de la structure du fait que la présence des dérivées spatiales d'ordre élevé est très sensible à la présence d'un dommage structural. L'approche n'exige pas la connaissance des conditions aux limites de la structure et ne demande pas que celle-ci soit excitée car la mesure de la réponse est prise durant le fonctionnement normal de la structure. Pour minimiser l'influence du bruit de mesure, différentes procédures de traitements ont été proposées en particulier le filtrage dans le domaine des nombres d'ondes.

1.2 Position du problème :

Les disques sont des éléments essentiels dans nombreux mécanismes tournants. Ils sont souvent sujets à des vibrations transversales qui ont pour effet de diminuer les performances de l'ensemble du système. Une défaillance structurale dans une pièce du système peut endommager ou paralyser tout le processus de production. Il est donc indispensable de mettre en œuvre des techniques fiables afin de détecter d'une façon précoce l'apparition d'une défaillance. Une multitude de méthodes développées utilisent l'analyse des vibrations pour aborder les problèmes de détection des dommages dans les structures. La majorité des travaux qui ont traité le cas des poutres se sont basés sur la variation de la flexibilité entre une structure intacte et après l'avoir endommagé. Dans notre travail, on va essayer de développer les approches proposées dans [20 et 21] dans le cas d'un disque sans rotation. Le défaut structural sera dimensionné dans la direction radiale et angulaire afin que les dérivées spatiales d'ordre quatre de l'équation de mouvement du disque puissent être représenté par un schéma aux différences finies en coordonnées polaires en terme de déplacements. Ces derniers seront injectés dans le modèle discrétisé afin d'identifier l'emplacement du défaut structural.

Chapitre II

Formulation du problème

2.1 Introduction :

Dans la surveillance de l'intégrité structurale, de multiples techniques non destructives telles que la thermographie, le courant de Foucault, et/ou la surveillance vibratoire peuvent être utilisées pour détecter les changements structuraux produits par des défauts structuraux dans l'objectif de développer des techniques de surveillance efficaces pour détecter ces derniers quand ils se produisent.

Les plaques circulaires comme éléments fondamentaux des machines telles que les turbines, les scies circulaires sont souvent sujets à des vibrations suite à la présence des défauts structuraux par exemple, qui ont pour effet de diminuer les performances des systèmes voir même de les détruire. La connaissance du comportement vibratoire de ces disques est donc primordiale et la mise en place de systèmes de contrôle et d'atténuation de ces vibrations peut s'avérer être indispensable. De nombreux travaux sur le comportement dynamique des disques ont été réalisés ; on peut citer principalement, Xu et al [21], Djamaa et al [22], Aïzzouï [23], Cacçtillo [24], etc.

Dans notre travail, on va essayer de développer les approches proposées dans les références [21 et 22] dans le cas d'un disque sans rotation.

Ce deuxième chapitre décrit la formulation du problème en proposant le principe de la méthode basée sur l'équation de mouvement du disque et les équations différentielles qui régissent les conditions aux limites. L'indice de dommage peut être calculé sur une portion du disque supposée contenant un défaut structural.

L'étude porte sur un disque mince, homogène, isotrope, d'épaisseur uniforme, encastree sur le contour intérieur et libre sur le contour extérieur (Fig. 2.1).

Avec :

a rayon intérieur ;

b rayon extérieur ;

h épaisseur ;

E module de Young ;

ρ masse volumique ;

ν coefficient de poisson.

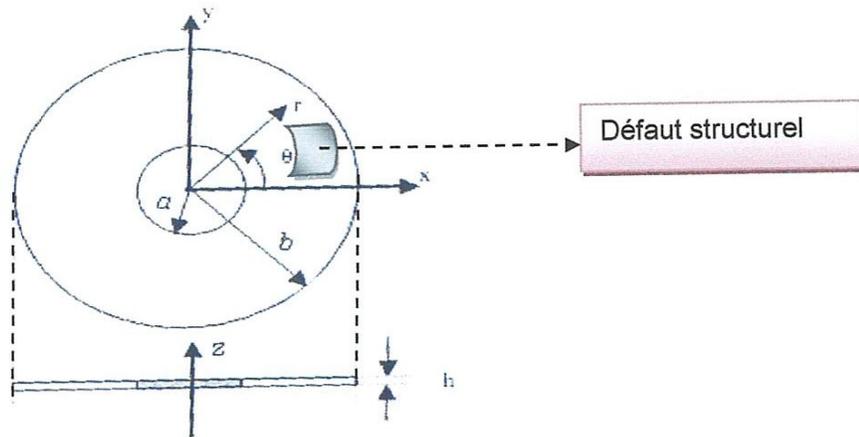


Fig. 2.1 Disque avec défaut

2.2 Principe de la méthode :

La méthode proposée est basée sur le fait que lorsque le disque est sans dommage, son comportement vibratoire présente un équilibre et les amplitudes de vibrations sont très réduites. Par contre lorsqu'un défaut structurel existe, ce comportement change suite à la diminution de sa rigidité.

L'équation différentielle peut être exprimée en coordonnées polaires dans le cas de vibration libre comme indiquée dans [22].

$$D\nabla^4 w(r, \theta, t) + \rho h \frac{\partial^2 w(r, \theta, t)}{\partial t^2} = 0 \quad 2.1$$

$$\text{Avec : } D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu)} \text{ et } \nabla^4 = (\nabla^2)^2 = \left(\frac{\partial^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{d\theta^2} \right)^2$$

La solution générale de l'équation (2.1) peut être développée selon une série de fonctions connues. Les vibrations radiales peuvent être approximées par une série de fonctions de Bessel, alors que les vibrations circonférentielles peuvent être approximées par une série de Fourier.

$$w(r, \theta, t) = R_n(r)(\cos(n\theta) + \sin(n\theta)) \sin(\omega t) \quad 2.2$$

Avec : $R_n = C_1 J_n(\lambda_{mn} r) + C_2 Y_n(\lambda_{mn} r) + C_3 I_n(\lambda_{mn} r) + C_4 K_n(\lambda_{mn} r)$

ω pulsation en rad/s

J_n fonction de Bessel de 1^{ère} espèce

Y_n fonction de Bessel de 2^{ème} espèce

I_n fonction de Bessel modifiée de 1^{ère} espèce

K_n fonction de Bessel modifiée de 2^{ème} espèce

C1, C2, C3 et C4 sont des constantes.

En introduisant les équations (2.2) dans (2.1) et en dérivant par rapport au temps, on arrive à l'équation en fréquence suivante :

$$D\nabla^4 w(r, \theta) - \rho h \omega^2 w(r, \theta) = 0 \quad 2.3$$

Lorsque le disque est sain, son indice de dommage (ID) sera égal à zéro.

$$ID = D\nabla^4 w(r, \theta) - \rho h \omega^2 w(r, \theta) = 0 \quad 2.4$$

Par contre, lorsqu'il présente une zone endommagée, l'indice de dommage devient significatif. Si le défaut structurel est représenté par une réduction de rigidité et de masse volumique du disque, l'indice de dommage peut être réécrit sous la forme suivante :

$$ID = \Delta D \nabla^4 w(r, \theta) - \Delta \rho h \omega^2 w(r, \theta) \neq 0 \quad 2.5$$

Les conditions aux limites imposées pour la zone endommagée du disque, délimitée par les rayons r_1 et r_2 et par les angles θ_1 et θ_2 , sont les suivantes :

Le déplacement transverse :

Selon le rayon :

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \{w((r_i - \varepsilon), \theta)\} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \{w((r_i + \varepsilon), \theta)\} \quad 2.6$$

Selon la circonférence :

$$\lim_{\varphi \rightarrow 0} \{w(r, (\theta_i - \varphi))\} = \lim_{\varphi \rightarrow 0} \{w(r, (\theta_i + \varphi))\}; \quad 2.7$$

La flèche :

Selon le rayon :

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ \frac{dw((r_i - \varepsilon), \theta)}{dr_i} \right\} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ \frac{dw((r_i + \varepsilon), \theta)}{dr_i} \right\}; \quad 2.8$$

Avec $i=1,2$

Selon la circonférence :

$$\lim_{\varphi \rightarrow 0} \left\{ \frac{dw(r, (\theta_j - \varphi))}{d\theta_j} \right\} = \lim_{\varphi \rightarrow 0} \left\{ \frac{dw(r, (\theta_j + \varphi))}{d\theta_j} \right\}; \quad 2.9$$

Avec $j=1,2$

Le moment fléchissant :

Selon le rayon :

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ D \frac{d^2 w((r_i - \varepsilon), \theta)}{dr_i^2} \right\} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ (\Delta D - D) \frac{d^2 w((r_i + \varepsilon), \theta)}{dr_i^2} \right\} = M(r_i, \theta); \quad 2.10$$

Avec $i=1,2$

Selon la circonférence :

$$\lim_{\varphi \rightarrow 0} \left\{ D \frac{d^2 w(r, (\theta_j - \varphi))}{d\theta_j^2} \right\} = \lim_{\varphi \rightarrow 0} \left\{ (\Delta D - D) \frac{d^2 w(r, (\theta_j + \varphi))}{d\theta_j^2} \right\} = M(r, \theta_j); \quad 2.11$$

Avec $j= 1,2$

L'effort tranchant :

Selon le rayon :

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ D \frac{d^3 w((r_i - \varepsilon), \theta)}{dr_i^3} \right\} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ (\Delta D - D) \frac{d^3 w((r_i + \varepsilon), \theta)}{dr_i^3} \right\} = T(r_i, \theta); \quad 2.12$$

Avec $i= 1,2$

Selon la circonférence :

$$\lim_{\varphi \rightarrow 0} \left\{ D \frac{d^3 w(r, (\theta_j - \varphi))}{d\theta_j^3} \right\} = \lim_{\varphi \rightarrow 0} \left\{ (\Delta D - D) \frac{d^3 w(r, (\theta_j + \varphi))}{d\theta_j^3} \right\} = T(r, \theta_j); \quad 2.13$$

Avec $j= 1,2$

$M(r, \theta)$ et $T(r, \theta)$ sont les moments de flexion et les efforts tranchants à la limite de la zone endommagée.

L'équation (2.10) Peut être arrangée comme suit :

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ D \frac{d^2 w((r_i - \varepsilon), \theta)}{dr_i^2} \right\} = M(r_i) \Rightarrow \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ \frac{d^2 w((r_i - \varepsilon), \theta)}{dr_i^2} \right\} = \frac{M(r_i, \theta)}{D}; \quad 2.14$$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ (\Delta D - D) \frac{d^2 w((r_i + \varepsilon), \theta)}{dr_i^2} \right\} = M(r_i) \Rightarrow \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ \frac{d^2 w((r_i + \varepsilon), \theta)}{dr_i^2} \right\} = \frac{M(r_i, \theta)}{(D - \Delta D)}; \quad 2.15$$

La soustraction de l'équation (2.14) et (2.15) donne :

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ \frac{d^2 w((r_i + \varepsilon), \theta)}{dr_i^2} - \frac{d^2 w((r_i - \varepsilon), \theta)}{dr_i^2} \right\} = \left(\frac{1}{(D - \Delta D)} - \frac{1}{D} \right) M(r_i, \theta); \quad 2.16$$

Avec $i=1,2$

L'équation 2.11 peut être arrangée de la même façon que 2.10 :

$$\lim_{\varphi \rightarrow 0} \left\{ D \frac{d^2 w(r, (\theta_j + \varphi))}{d\theta_j^2} \right\} = M(r, \theta_j) \Rightarrow \lim_{\varphi \rightarrow 0} \left\{ \frac{d^2 w(r, (\theta_j + \varphi))}{d\theta_j^2} \right\} = \frac{M(r, \theta_j)}{D}; \quad 2.17$$

$$\begin{aligned} \lim_{\varphi \rightarrow 0} \left\{ (\Delta D - D) \frac{d^2 w(r, (\theta_j + \varphi))}{d\theta_j^2} \right\} &= M(r, \theta_j) \Rightarrow \lim_{\varphi \rightarrow 0} \left\{ \frac{d^2 w(r, (\theta_j + \varphi))}{d\theta_j^2} \right\} \\ &= \frac{M(r, \theta_j)}{(D - \Delta D)}; \end{aligned} \quad 2.18$$

La soustraction de l'équation (2.17) et (2.18) donne :

$$\lim_{\varphi \rightarrow 0} \left\{ \frac{d^2 w(r, (\theta_j + \varphi))}{d\theta_j^2} - \frac{d^2 w(r, (\theta_j - \varphi))}{d\theta_j^2} \right\} = \left(\frac{1}{(D - \Delta D)} - \frac{1}{D} \right) M(r, \theta_j); \quad 2.19$$

Avec $j=(1,2)$

La dérivée d'ordre 3 peut être exprimée en fonction de la 2^{ème} dérivée comme suit [21] :

$$\begin{aligned} D \frac{d^3 w(r_i, \theta)}{dr_i^3} &= D \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ \frac{d^2 w((r_i + \varepsilon), \theta)}{dr_i^2} - \frac{d^2 w((r_i - \varepsilon), \theta)}{dr_i^2} \right\} / 2\varepsilon \\ &= D \left(\frac{1}{(D - \Delta D)} - \frac{1}{D} \right) M(r_i, \theta) \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\frac{1}{2\varepsilon} \right); \end{aligned} \quad 2.20$$

Avec $i=1,2$

De la même manière :

$$D \frac{d^3 w(r, \theta_j)}{d\theta_j^3} = \frac{D \lim_{\varphi \rightarrow 0} \left\{ \frac{d^2 w(r, (\theta_j - \varphi))}{d\theta_j^2} - \frac{d^2 w(r, (\theta_j + \varphi))}{d\theta_j^2} \right\}}{2\varphi}$$

$$= D \left(\frac{1}{(D - \Delta D)} - \frac{1}{D} \right) M(r, \theta_j) \lim_{\varphi \rightarrow 0} \left(\frac{1}{2\varphi} \right); \quad 2.21$$

Avec $j=(1,2)$

En dérivant l'équation 2.20 et 2.21 on peut exprimer les dérivées d'ordre 4 de l'équation (2.6) comme suit :

$$D \frac{d^4 w(r_i, \theta)}{dr_i^4} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{(D - \Delta D)} - 1 \right) \left\{ \frac{dM(r_i, \theta)}{dr_i} \delta(r - r_i) + M(r_i, \theta) \delta'(r - r_i) \right\}$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{(D - \Delta D)} - 1 \right) \{ T(r_i, \theta) \delta(r - r_i) + M(r_i, \theta) \delta'(r - r_i) \}; \quad 2.22$$

Avec $i=1,2$

De la même manière :

$$D \frac{d^4 w(r, \theta_j)}{d\theta_j^4} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{(D - \Delta D)} - 1 \right) \left\{ \frac{dM(r, \theta_j)}{d\theta_j} \delta(\theta - \theta_j) + M(r, \theta_j) \delta'(\theta - \theta_j) \right\}$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{(D - \Delta D)} - 1 \right) \{ T(r, \theta_j) \delta(\theta - \theta_j) + M(\theta_j) \delta'(\theta - \theta_j) \}; \quad 2.23$$

Avec $j=(1,2)$

On combinant les équations 2.5, 2.22 et 2.23 on arrive à l'expression générale permettant le calcul de l'indice de dommage suivante :

$$ID = \Delta D \nabla^4 w(r, \theta) - \Delta \rho h \omega^2 w(r, \theta) \left[(H(r - r_1) - H(r - r_2)) \cdot (H(\theta - \theta_1) - H(\theta - \theta_2)) \right]$$

$$+ \frac{1}{2} \left(\frac{1}{(D - \Delta D)} - 1 \right) \{ T(r_1, \theta) \delta(r - r_1) + M(r_1, \theta) \delta'(r - r_1) \}$$

$$+ \frac{1}{2} \left(\frac{1}{(D - \Delta D)} - 1 \right) \{ T(r, \theta_1) \delta(\theta - \theta_1) + M(r, \theta_1) \delta'(\theta - \theta_1) \}$$

$$- \frac{1}{2} \left(\frac{1}{(D - \Delta D)} - 1 \right) \{ T(r_2, \theta) \delta(r - r_2) + M(r_2, \theta) \delta'(r - r_2) \}$$

$$- \frac{1}{2} \left(\frac{1}{(D - \Delta D)} - 1 \right) \{ T(r, \theta_2) \delta(\theta - \theta_2) + M(\theta_2) \delta'(\theta - \theta_2) \}; \quad 2.24$$

Avec :

$H' = \delta$ la fonction de Dirac.

Cette équation combine d'une part l'ampleur du défaut et sa distribution spatiale représentée par les limites de la zone endommagée.

Le calcul des déplacements par l'une des méthodes analytiques nécessite la formulation du problème et la programmation des équations (2.1 et 2.2) pour le calcul des fréquences propres et les déplacements. Dans [25], on trouve un exposé des schémas aux différences finies dans le cas des plaques circulaires pour la résolution de ces équations. L'équation (2.24) nécessite elle aussi d'être programmer pour le calcul de l'indice de dommage. Cette étape est omise car elle est très lourde.

2.3 Application de la méthode de différences finies :

En vue du passage d'un problème exact (continu) au problème approché (discret), on dispose de plusieurs techniques concourantes : les différences finies et les éléments finis. Chacune de ces deux méthodes correspond à une formulation différente des équations de la physique.

- Equilibre des forces en chaque point pour les différences finies
- Minimisation de l'énergie ou principe des travaux virtuels pour les éléments finis

La méthode des différences finies consiste à remplacer les dérivées apparaissant dans le problème continu par des différences divisées ou combinaisons de valeurs ponctuelles de la fonction en un nombre fini de points discrets ou nœuds du maillage [25]. Elle présente l'avantage de sa grande simplicité d'écriture et du faible cout de calcul. Mais elle est limitée à certaines géométries et avec la difficulté de prise en compte des conditions aux limites.

Dans le cas des différences finies en dimension un, on discrétise l'intervalle continu $[a, b]$ en un nombre fini de points (x_i) .

$$\begin{cases} -u''(x) = f(x) & a < x < b \\ u(a) = \alpha & u(b) = \beta \end{cases}$$

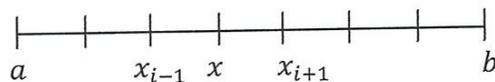


Fig.2.2 Discrétisation en différences finies d'un segment

On remplace ainsi le problème continu par celui de la recherche de valeurs approchées u_i des solutions exactes $u(x_i)$ aux points x_i de la discrétisation.

Le schéma aux différences finies centrée d'ordre 1 est donné par [25] :

$$u'(x_i) = \frac{du}{dx}(x_i) \cong \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2h}$$

La discrétisation centrée classique de la dérivée seconde peut avoir la forme suivante :

$$u''(x_i) = \frac{d^2u}{dx^2}(x_i) \cong \frac{u_{i+1} + 2u_i - u_{i-1}}{h^2}$$

Dans le cas particulier de points x_i régulièrement espacé d'un pas h uniforme.

Pour la dérivée troisième, la forme est la suivante :

$$u'''(x_i) = \frac{d^3u}{dx^3}(x_i) \cong \frac{u_{i+2} - 3u_{i+1} + 3u_{i-1} - u_{i-2}}{h^3}$$

Pour la dérivée quatrième, la discrétisation centrée classique d'ordre deux de la dérivée quatrième est :

$$u''''(x_i) = \frac{d^4u}{dx^4}(x_i) \cong \frac{u_{i+2} - 4u_{i+1} + 6u_i - 4u_{i-1} + u_{i-2}}{h^4}$$

On peut observer que l'on retrouve dans ces formules les coefficients du développement du binôme.

Dans des cas réels, on ne sait pas si la structure présente un dommage ou pas. Seules les paramètres vibratoires (fréquences propres, amortissement, déplacements) peuvent indiquer sa présence par des changements significatifs.

L'équation 2.4 peut être discrétisée en différences finies en coordonnées polaires comme suit :

$$ID_{i,j} = D \left(\frac{w_{i+1,j} - 2w_{i,j} + w_{i-1,j}}{\Delta r^2} \right) + \frac{1}{r} \left(\frac{w_{i+1,j} - w_{i-1,j}}{\Delta r} \right) + \frac{1}{r^2} \left(\frac{w_{i,j+1} - 2w_{i,j} + w_{i,j-1}}{\Delta \theta^2} \right) - \rho h \omega^2 w_{i,j} \quad 2.25$$

Avec : Δr est le pas radial et $\Delta \theta$ est le pas angulaire.

En se basant sur l'équation (2.25), on peut calculer l'indice de dommage en chaque point de la structure (sauf sur les limites du disque) en se servant des déplacements calculées ou mesurées, de la fréquence d'excitation et des caractéristiques mécaniques.

Chapitre III

Simulations numériques

Dans ce chapitre, nous allons présenter des résultats de simulation numérique en se servant du logiciel I-DEAS. Le disque est encastré sur le contour intérieur et libre sur le contour extérieur. Au départ, des simulations vont être présentées sur le disque sans défaut afin de calculer ses fréquences propres, les déplacements et l'indice de dommage.

3.1 Données du problème :

Les caractéristiques dimensionnelles sont les suivantes :

$$\phi_e = 280 \text{ mm}$$

$$\phi_i = 30 \text{ mm}$$

$$e = 6 \text{ mm}$$

Les caractéristiques mécaniques du disque en alliage d'Aluminium AU4G sont :

$$E=74.10^3 \text{ MPa}$$

$$\nu=0,33$$

$$\rho=2800 \text{ Kg/m}^3$$

Le disque est maillé selon un maillage fins jusqu'à la convergence des fréquences propres.

$$\Delta r = 0.005m$$

$$\Delta \theta = 6^\circ$$

3.2 Calcul de la réponse en vibration libre du disque :

Les fréquences propres du disque sein sont présentées dans le tableau 3.1.

266.05	266.05	322.70	425.72	425.72	938.05	938.05	1120.65	1638.69	1638.70
1910.90	2082.54	2082.54	2504.69	2504.71	2752.02	2752.02	3531.10	3531.10	3932.40
3932.40	4698.01	4698.01	4714.51	4714.57	5391.74	5391.75	5509.47	5748.22	5748.22

Tableau 3.1. Fréquences propres du disque, en Hz, issues de la simulation par I-DEAS

Les déformées propres correspondants aux 10 premières fréquences propres sont présentées par les figures 3.1 à 3.10.

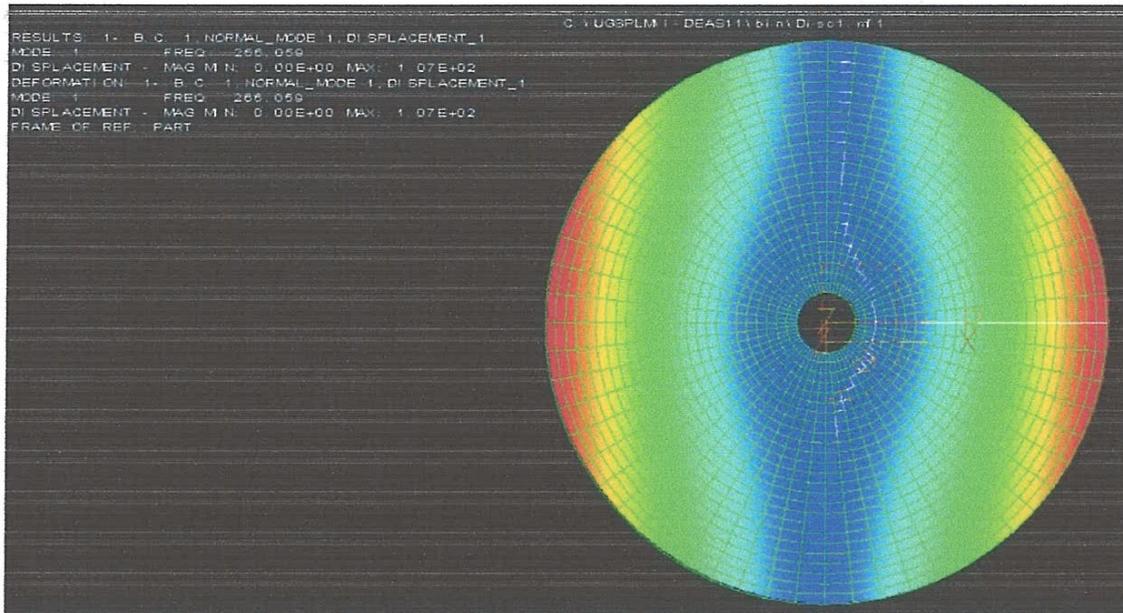


Fig. 3.1 Mode (0,1) symétrique

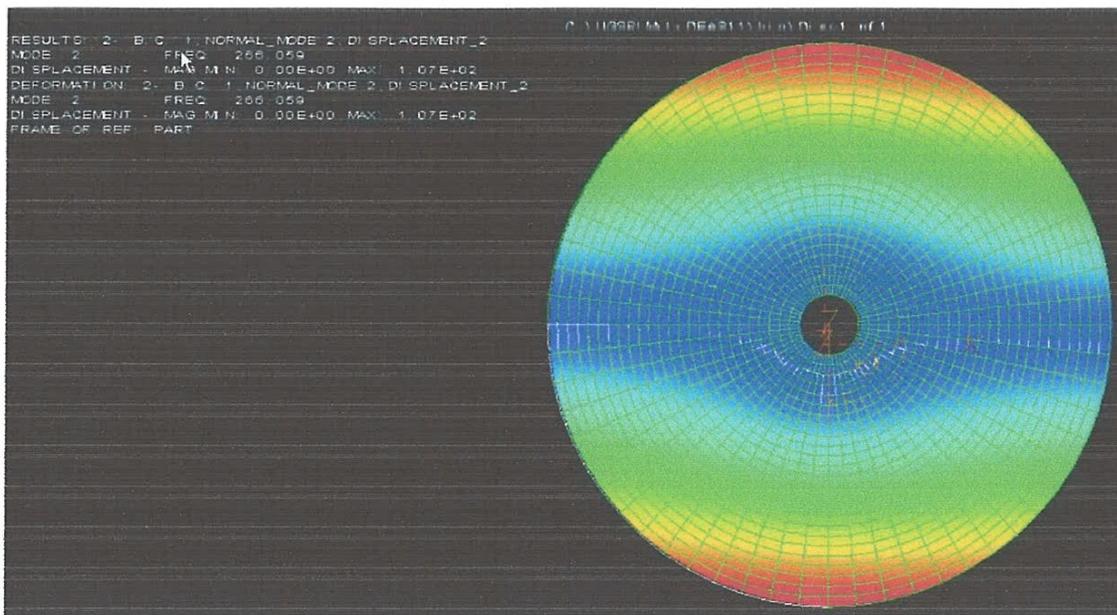


Fig. 3.2 Mode (0,1) anti-symétrique

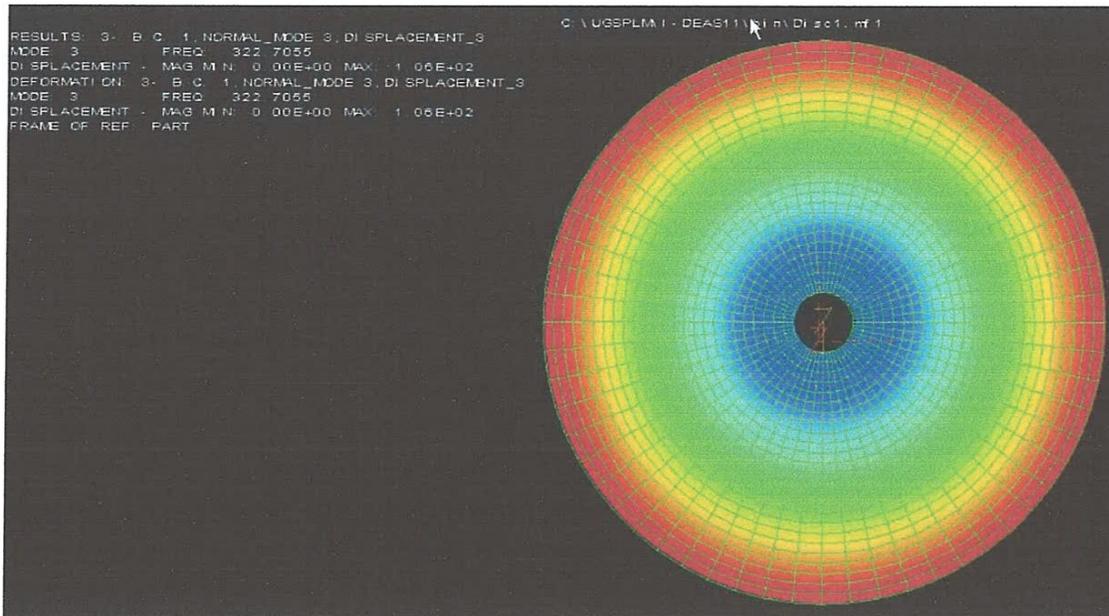


Fig. 3.3 Mode (0,0)

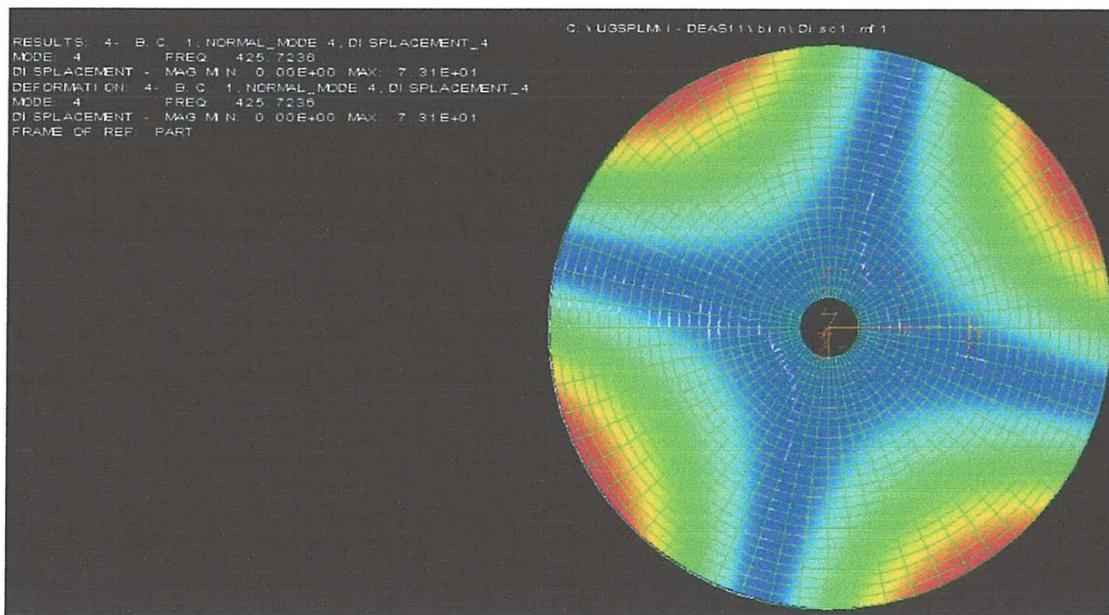


Fig. 3.4 Mode (0,2) symétrique

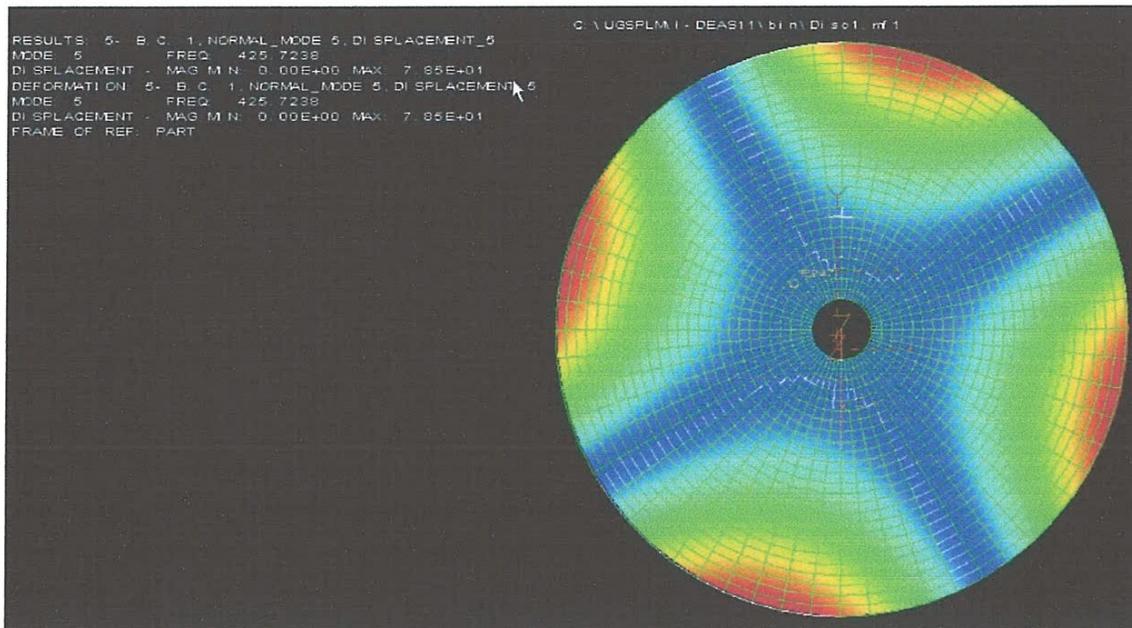


Fig. 3.5 Mode (0,2) anti-symétrique

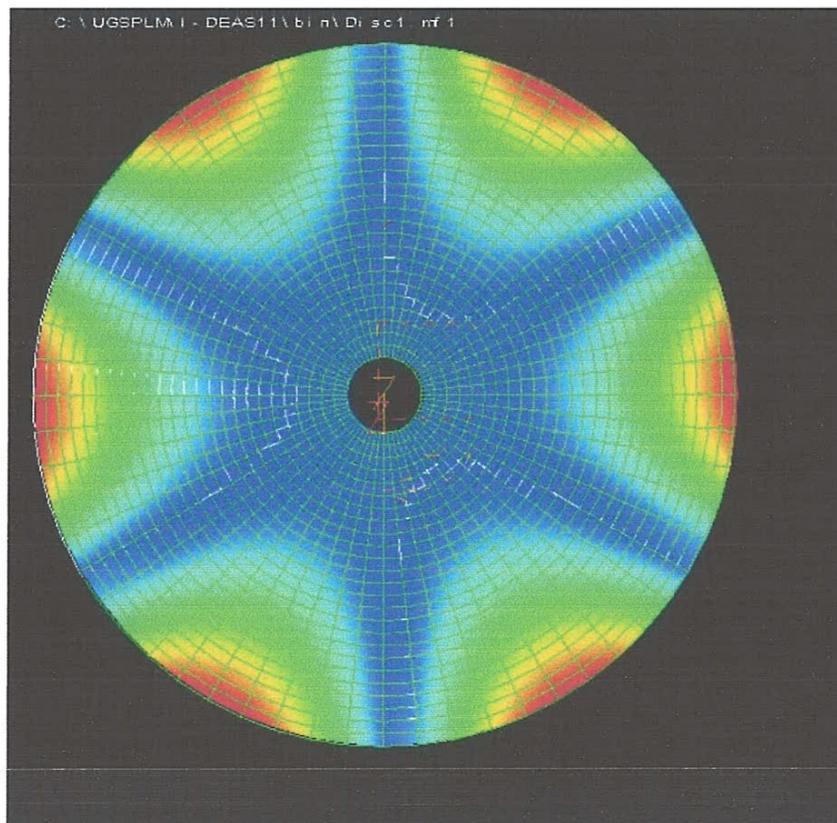


Fig. 3.6 Mode (0,3) symétrique

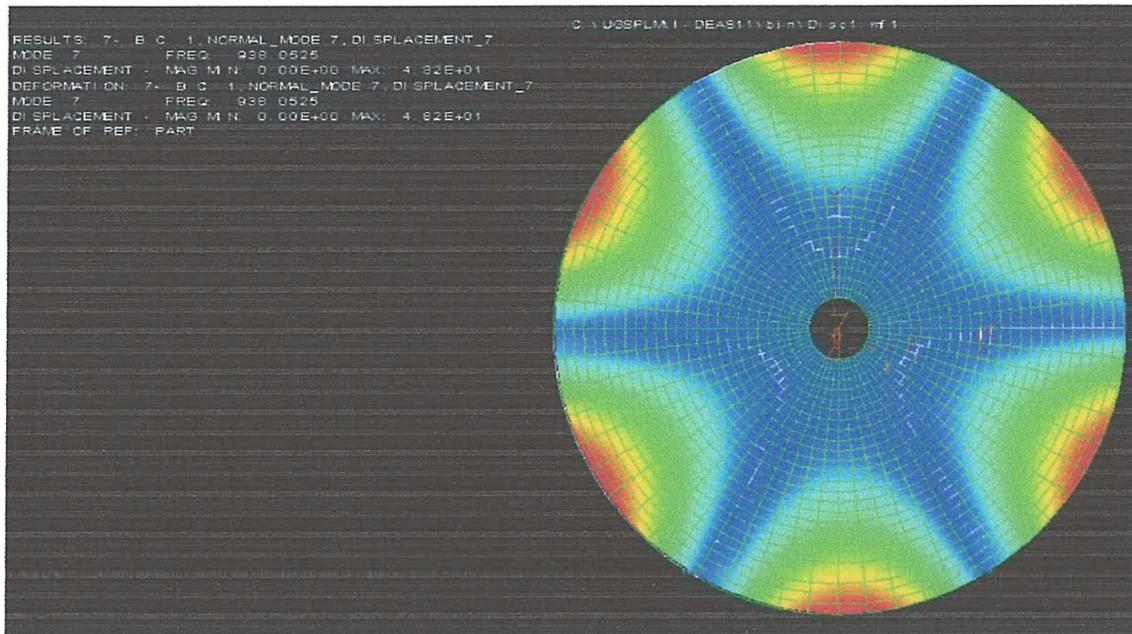


Fig. 3.7 Mode (0,3) anti-symétrique

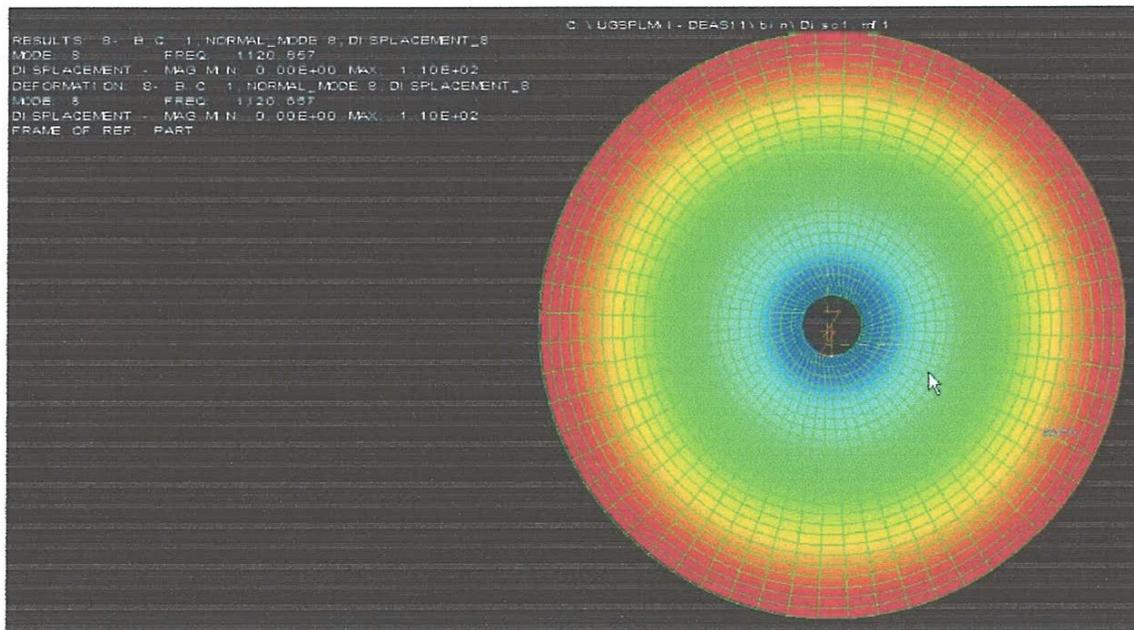


Fig. 3.8 Mode (0,0) « traction-compression »

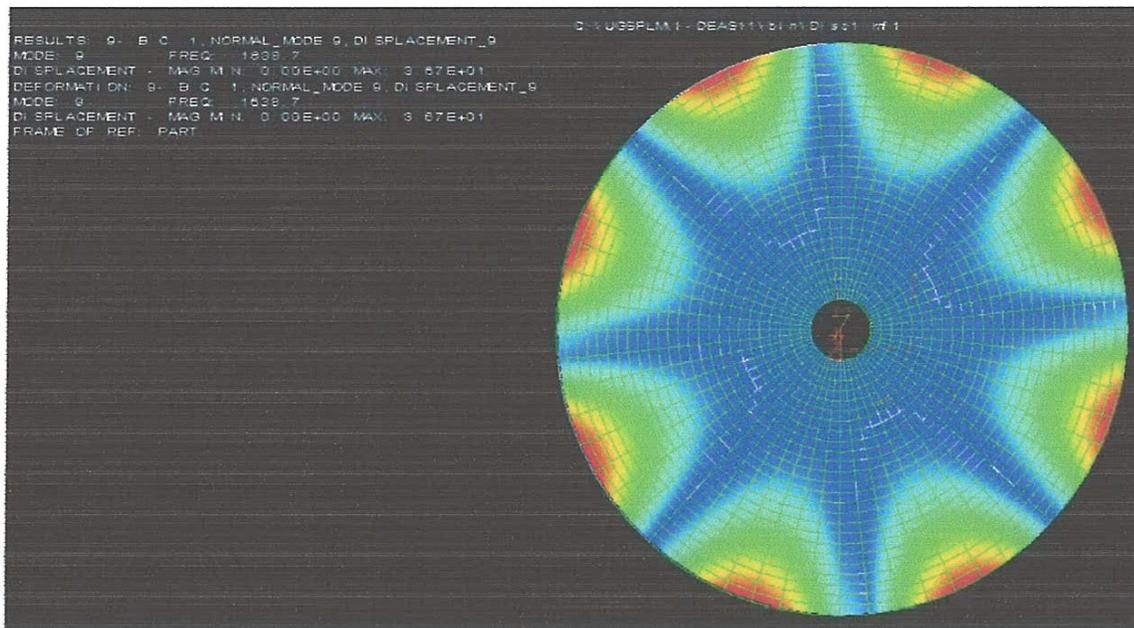


Fig. 3.9 Mode (0,4) symétrique

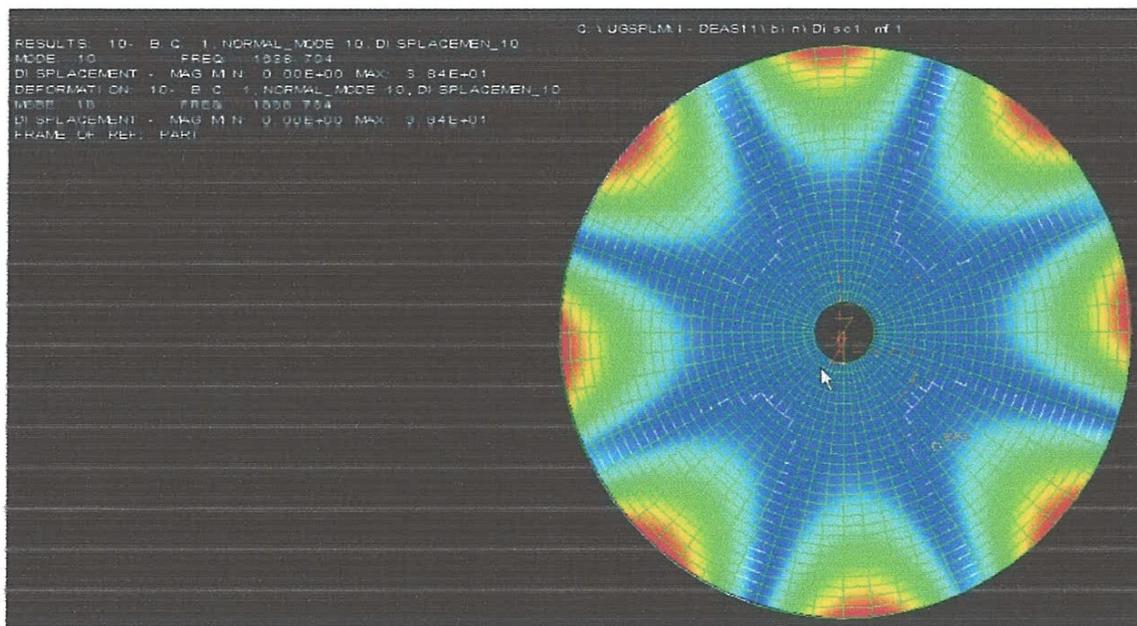


Fig. 3.10 Mode (0,4) anti-symétrique

3.3 Simulation sur un disque sein :

La réponse d'une portion représentant la moitié du disque suite à une excitation par une force ponctuelle à la fréquence 1000Hz est représentée par la figure 3.11.

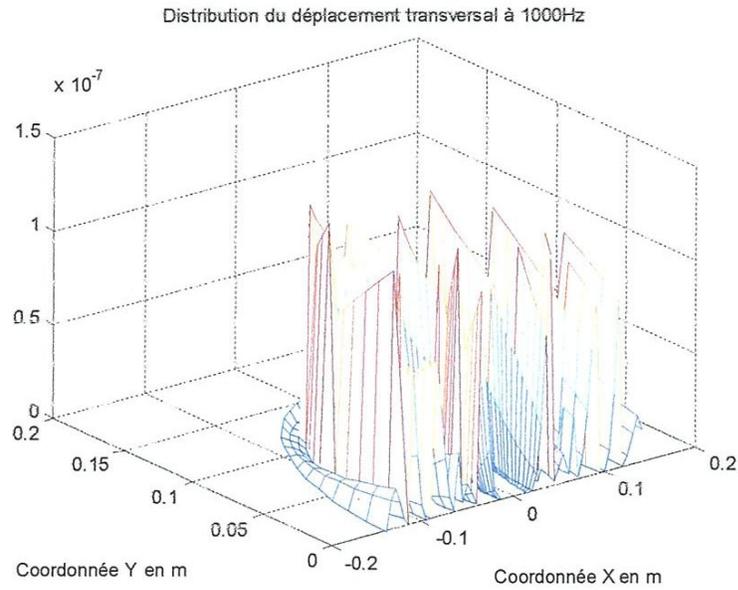


Fig. 3.11 Distribution du déplacement transversal dans la partie supérieure du disque

L'indice du dommage calculé dans la zone libre de l'excitation est montré par la figure 3.12. Il est clair que les valeurs de l'indice de dommage sont voisines de zéro (la valeur maximale est de $2,5 \cdot 10^{-8}$)

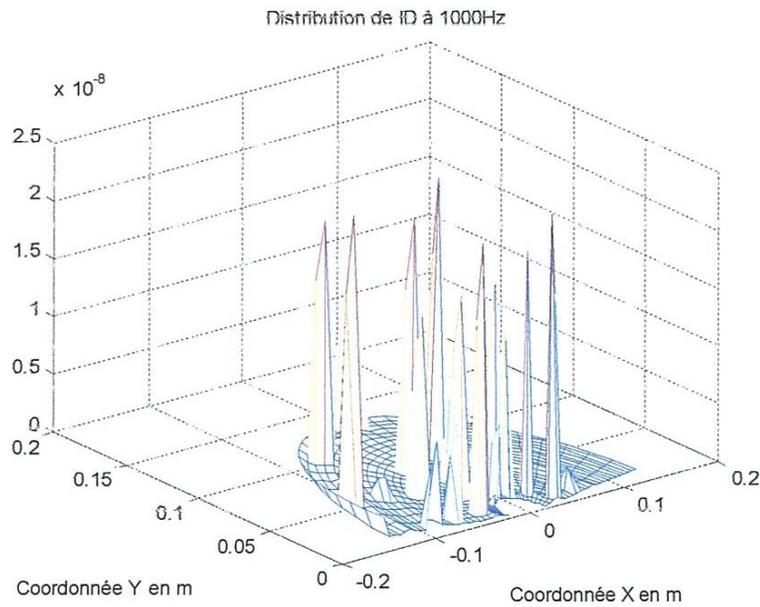


Fig. 3.12 Distribution de l'indice de dommage dans la partie supérieure du disque

En principe, les pics apparents ne doivent pas avoir cette grandeur sauf si des erreurs sont commises lors du relevé des déplacements des points de maillage d'une façon manuelle. Autre interprétation est que le pas linéaire circonférentiel non uniforme (sachant que le pas angulaire est régulier) a introduit des erreurs lors de la reconstruction de l'indice de dommage. Ce qui fort probable car la méthode des différences finies lors d'un problème inverse exige que ce pas soit régulier.

3.4 Simulations sur un disque endommagé :

Maintenant, en créant un défaut dans la structure. Ce dernier peut être représenté par des réductions des caractéristiques mécaniques de certain pourcentage ou par réduction de l'épaisseur de la zone endommagée de la structure. Vu la simplicité de réduction de l'épaisseur dans le logiciel (zone rouge), nous avons procéder aux calculs des fréquences propres respectivement ($h_1=4\text{mm}$, $h_2=2\text{mm}$ et $h_3=1\text{mm}$).

Le défaut est situé entre 40mm et 80mm selon le rayon et entre 36° et 60° selon la circonférence (Figure. 3.13).

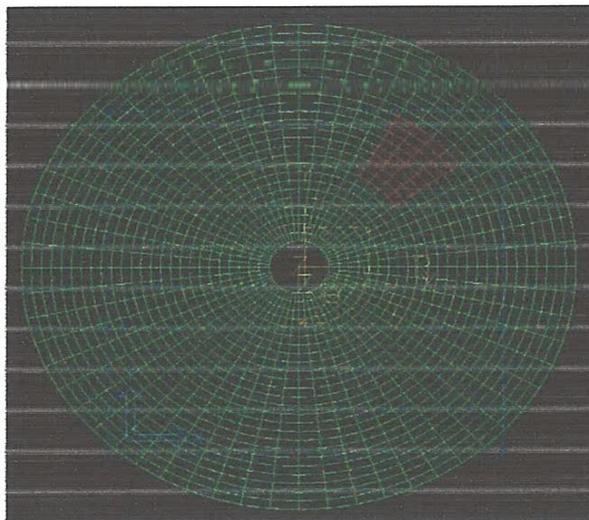


Fig. 3.13 Présentation de la zone endommagée sur le disque

Pour comparer les fréquences propres du disque sans dommage et avec dommage selon sa gravité, nous les avons regroupés dans le tableau 3.2.

Il est clair que le défaut structurel provoque une chute des fréquences propres. Plus grave est le défaut, plus la fréquence propre diminue. Ce qui représente un premier

symptôme de la présence d'un défaut. Reste, alors, à localiser ce défaut sur le disque par les calculs appropriés.

N° du mode	Disque sans dommage	Zone endommagée (Epaisseur 4mm)	Zone endommagée (Epaisseur 2mm)	Zone endommagée (Epaisseur 1mm)
1	266.0590	264.9230	263.3739	263.1848
2	266.0591	265.0105	264.1988	264.0526
3	322.7055	319.9521	317.0061	316.4328
4	425.7236	421.3669	418.7252	418.2066
5	425.7238	423.2088	422.4160	422.7234
6	938.0518	929.7487	923.6796	922.1198
7	938.0525	929.9514	926.2115	926.2796
8	1120.6572	1122.8803	1124.5400	1124.7340
9	1638.6999	1627.2043	1617.8446	1615.2589
10	1638.7038	1627.6058	1622.7719	1622.7178
11	1910.9009	1884.2190	1868.9310	1879.0355
12	2082.5450	2044.0471	2030.6418	2038.9743
13	2082.5454	2076.4097	2070.4840	2068.4210
14	2504.6965	2491.5052	2480.0436	2476.7351
15	2504.7101	2492.6530	2487.7921	2487.9897
16	2752.0216	2706.4579	2691.8541	2701.4405
17	2752.0222	2705.1627	2711.0522	2706.7645
18	3531.1001	3517.6371	3504.6665	3500.6957
19	3531.1103	3519.2792	3514.3472	3514.2274
20	3932.4050	3876.8713	3844.6939	3820.8962
21	3932.4071	3904.6175	3865.5570	3885.8321
22	4698.0122	4680.7330	4642.0029	4603.1691
23	4698.0126	4701.5771	4688.6409	4685.2404
24	4714.5189	4703.6160	4698.5125	4697.8096
25	4714.5722	4715.4160	4729.3352	4731.9634
26	5391.7410	5319.5275	5189.8004	5141.7781
27	5391.7519	5344.7898	5230.2656	5191.5587
28	5509.4792	5442.0651	5361.1783	5355.2654
29	5748.2216	5671.1597	5621.2387	5616.6548
30	5748.2228	5737.2079	5729.0165	5727.7446

Tableau 3.2. Comparaison entre les fréquences propres du disque avec et sans dommage, en Hz, issues de la simulation par I-DEAS

3.4 Simulations sur une plaque rectangulaire :

Vu que les résultats de la figure 3.12 ne sont pas assez satisfaisant, nous avons procédé au calcul de l'indice de dommage sur une plaque rectangulaire, encastrée sur son contour extérieur, de même caractéristique mécaniques et présentant un défaut structural (zone bleu) d'une épaisseur de 2mm (figure 3.14).

La plaque rectangulaire offre la possibilité d'appliquer la méthode de différences fines car le pas peut être régler d'une manière uniforme selon les deux directions.

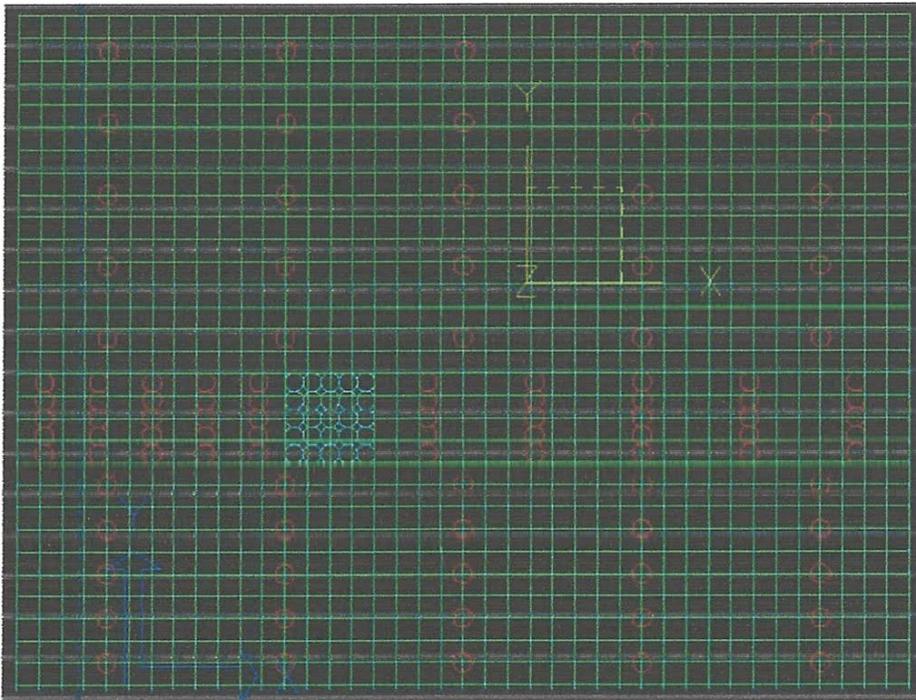


Fig. 3.14 Présentation de la zone endommagée de la structure

Pour comparer les fréquences propres du disque sans dommage et avec dommage selon sa gravité, nous les avons regroupés dans le tableau 3.3.

N° du mode	Disque sans dommage	Disque avec dommage
1	1862.7227	1848.6202
2	3103.9659	3062.1410
3	4332.3886	4284.0714
4	5126.4779	5075.6594
5	5436.0566	5383.1808
6	7289.6348	7212.5191
7	7843.9483	7724.8849

8	8001.1187	7884.7673
9	9014.3835	8909.6682
10	9852.2676	9771.5079
11	10717.2368	10618.5798
12	11196.8235	11032.1566
13	12747.9395	12608.9517
14	13065.8351	12933.9479
15	13100.6715	12992.1453
16	13686.0778	13585.7739
17	15127.2928	14715.7578
18	15258.6789	15199.1924
19	16123.5353	15969.5949
20	16759.5120	16688.0121
21	16868.2377	16880.5078
22	17462.9534	17350.2812
23	18462.4166	17918.7561
24	19071.4247	19078.8991
25	19325.4271	19237.6616
26	19586.1219	19337.0783
27	19738.3967	19561.4260
28	20270.5369	20134.2093
29	20773.1837	20669.5136
30	21210.2676	21082.6704

Tableau 3.4. Comparaison entre les fréquences propres de la plaque avec et sans dommage issues de la simulation par I-DEAS

La réponse de la portion de la plaque présentant un défaut structural suite à une excitation par une force ponctuelle à la fréquence 2000Hz, 10000HZ et 18000HZ est représentée respectivement par les figures 3.15, 3.16 et 3.17.

Les figures montrent que la distribution du déplacement transversal de la partie libre de l'excitation ne présente pas d'anomalies car elle très lisse. Il est clair que les déplacements sur le contour ont des valeurs nulles, ce qui représente les conditions d'encastrement.

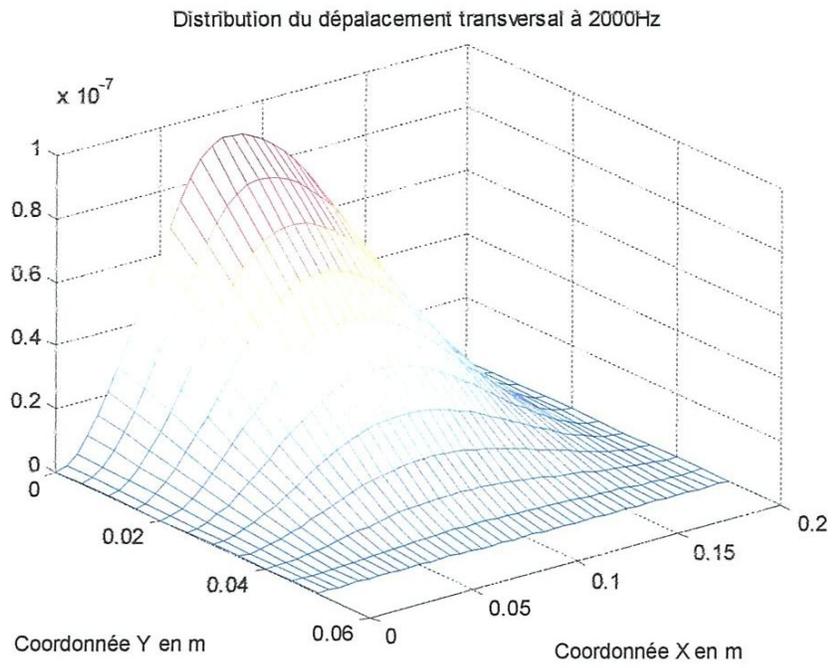


Fig. 3.15 Distribution du déplacement transversal de la plaque à 2000HZ

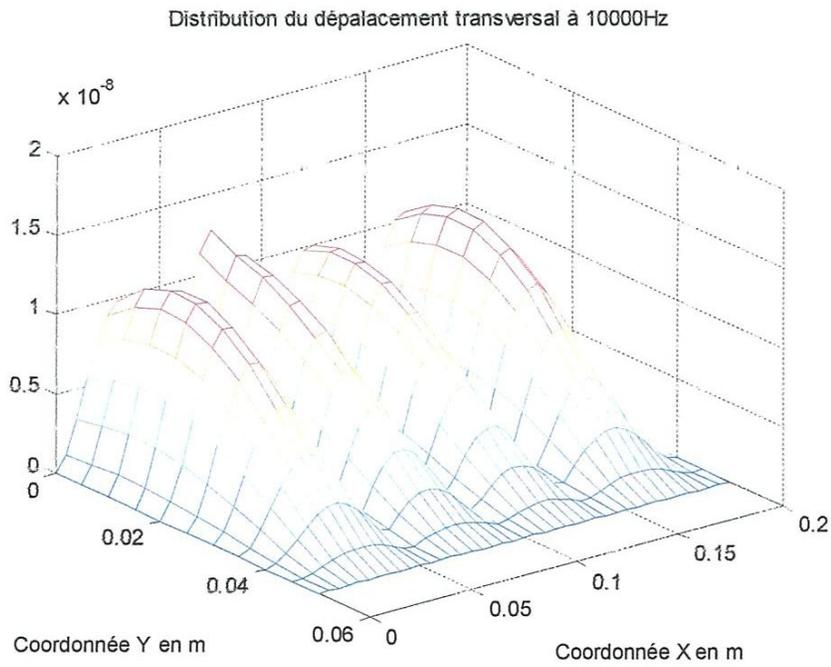


Fig. 3.16 Distribution du déplacement transversal de la plaque à 10000HZ

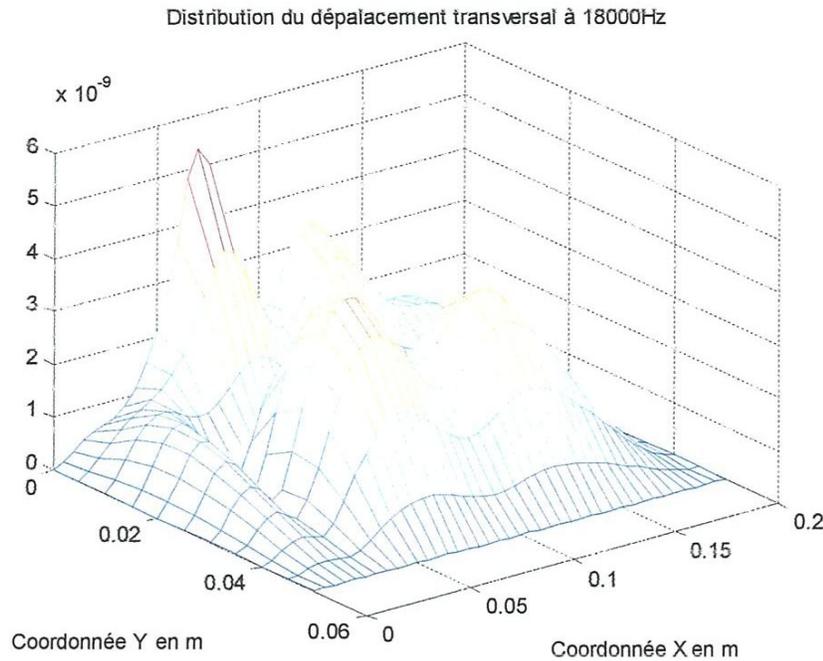


Fig. 3.17 Distribution du déplacement transversal de la plaque à 18000 Hz

Le calcul de l'indice du dommage dans la zone libre de l'excitation à différentes fréquences d'excitation est montré par les figures 3.18, 3.19 et 3.20.

On remarque que l'indice de dommage est presque égal à zéro partout sauf aux coins encastrés de la plaque où il se montre très important. Ceci peut s'expliquer par ce qu'on appelle le phénomène de Gibbs ou effet de bords qui est l'un des inconvénients de la méthode des différences finies qui amplifie l'indice de dommage lorsque les valeurs des déplacements sont égales à zéro aux bords encastrés. Ce phénomène peut être éliminé par un simple fenêtrage avec une fenêtre appropriée.

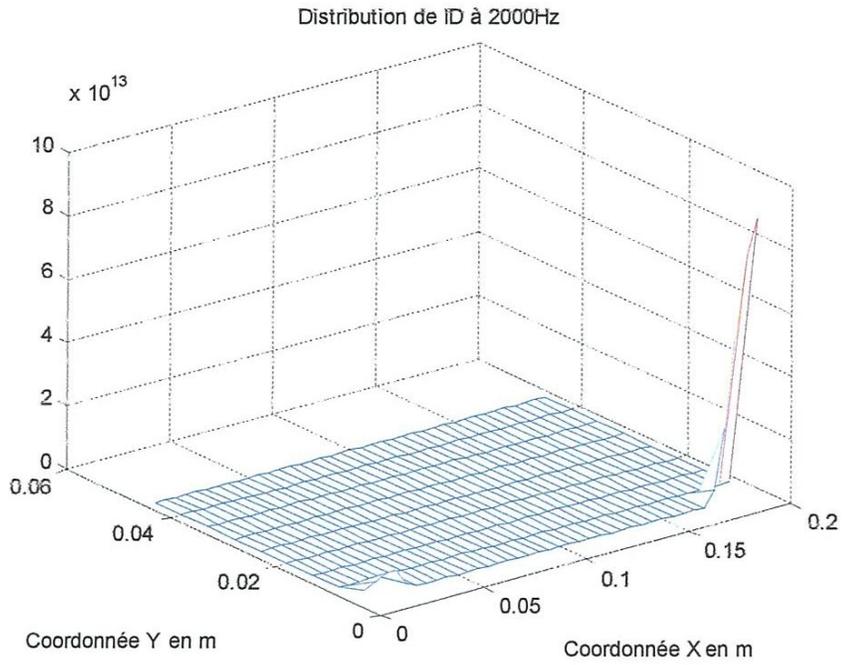


Fig. 3.18 Distribution de l'indice de dommage de la plaque à 2000HZ

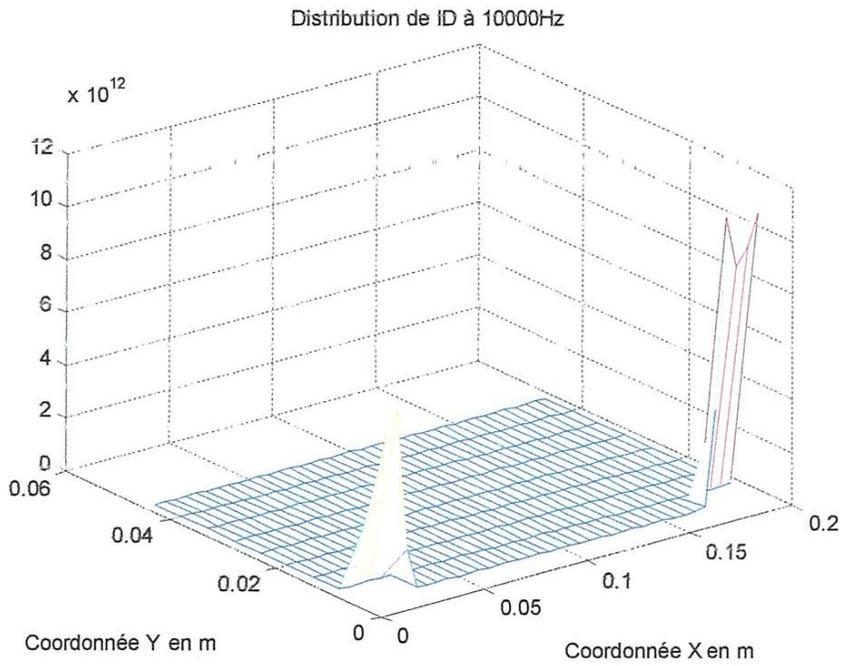


Fig. 3.19 Distribution de l'indice de dommage de la plaque à 10000HZ

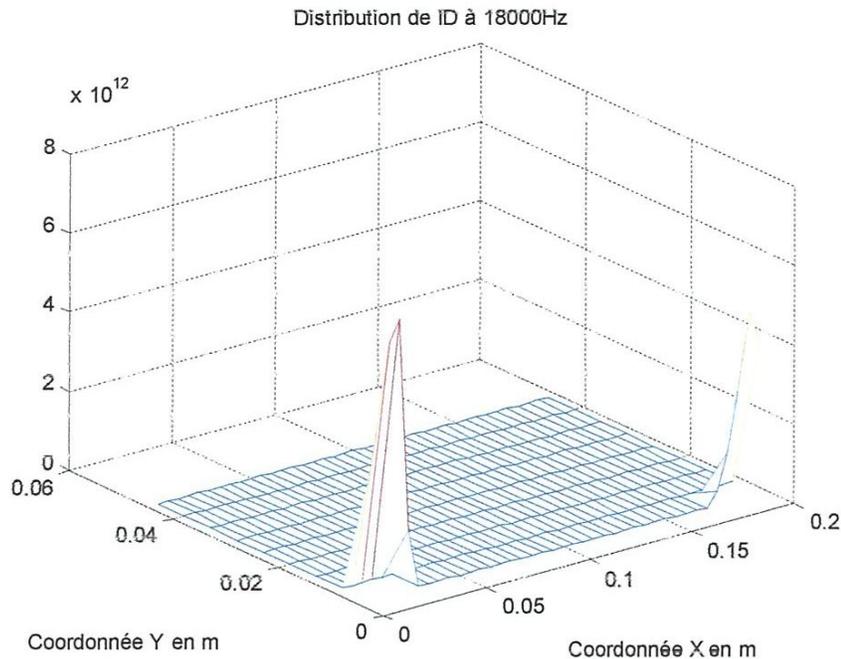


Fig. 3.20 Distribution de l'indice de dommage de la plaque à 18000HZ

Maintenant, on va procéder au calcul de l'indice du dommage dans la plaque pour détecter la présence du défaut structurel et pour le localiser à différentes fréquences d'excitation.

Après avoir éliminé l'effet de bord aux coins de la plaque, on présente sur les figures 3.21, 3.22 et 3.23 la distribution de l'indice de dommage. Malgré que cet indice est fluctuant, il présente des valeurs significatives près de la zone endommagée située entre 0.065 m et 0.095m selon l'axe X et 0.05m et 0.075m selon l'axe Y en particulier à haute fréquences.

Certes que l'indice de dommage doit avoir des valeurs inférieurs à celle trouvées (au voisinage de zéro) pour la zone où le défaut est absent et plus importantes là où ce défaut existe. A notre sens, deux sources sont peut être à la base de ces résultats. La première est que la représentation d'un défaut par une simple réduction d'épaisseur de la zone endommagée peut être insuffisante et la seconde peut être attribuée aux erreurs commises lors de la manipulation des points de maillage d'une façon manuelle afin de les réarranger pour être exploitables car leurs numérotations par le logiciel sont en désordres.

Le calcul par des méthodes analytiques telle que la méthode modale peut résoudre ce problème car les valeurs calculées des déplacements peuvent être directement exploitable.

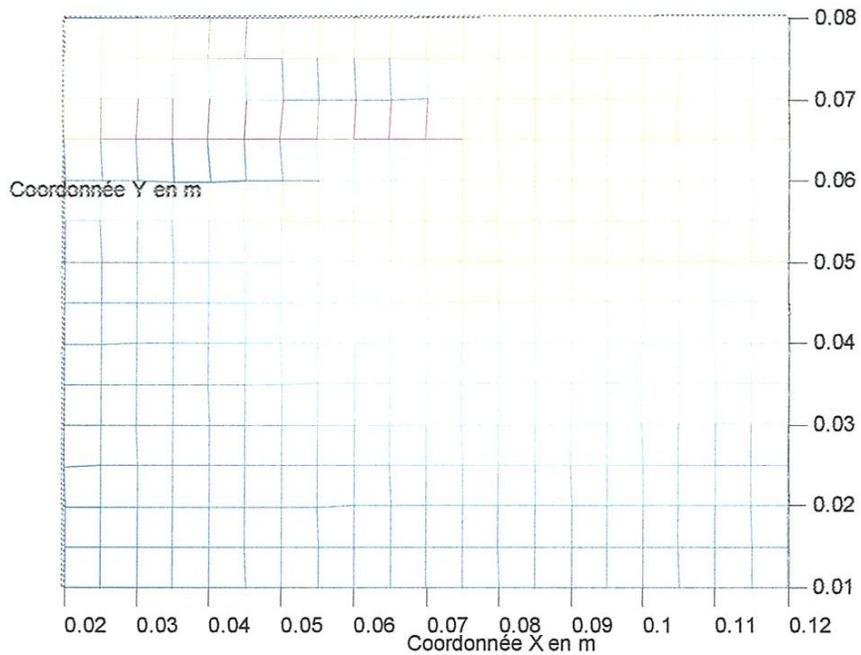
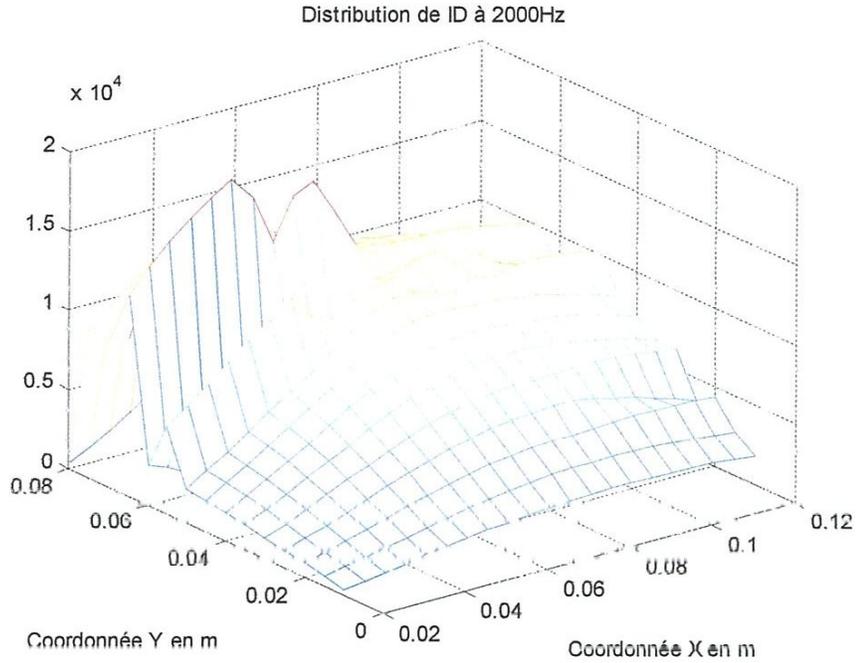


Fig. 3.21 Distribution de l'indice de dommage de la plaque à 2000HZ

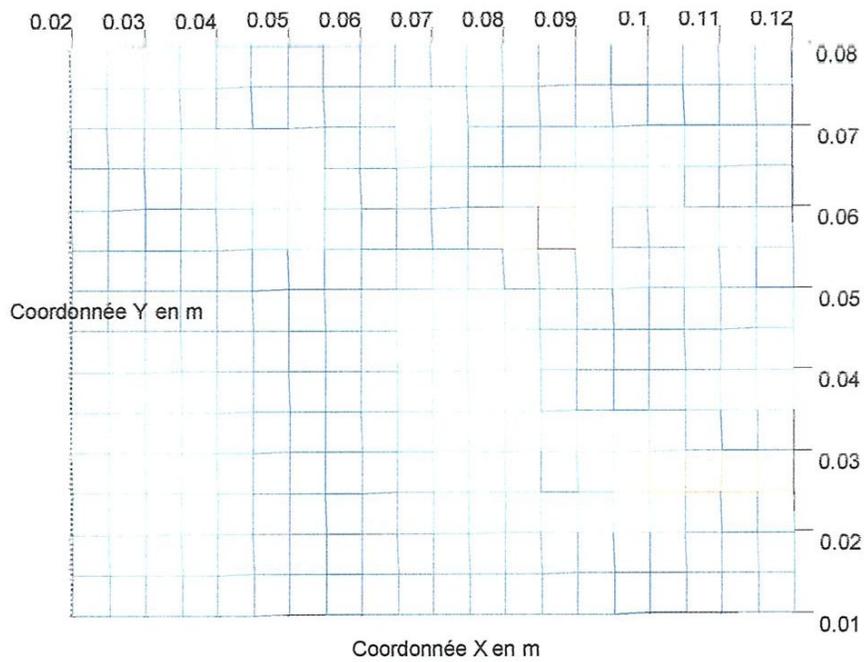
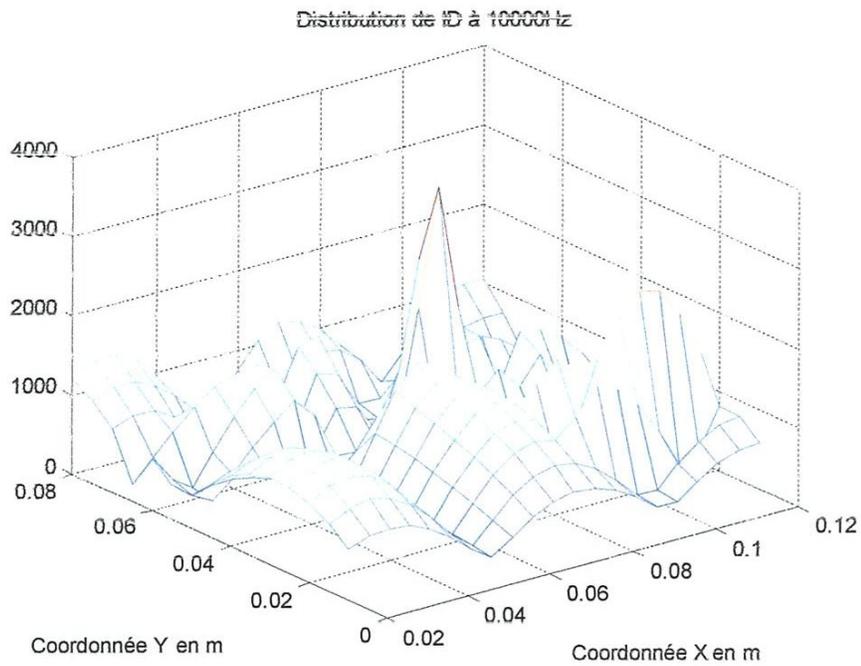


Fig. 3.22 Distribution de l'indice de dommage de la plaque à 10000HZ

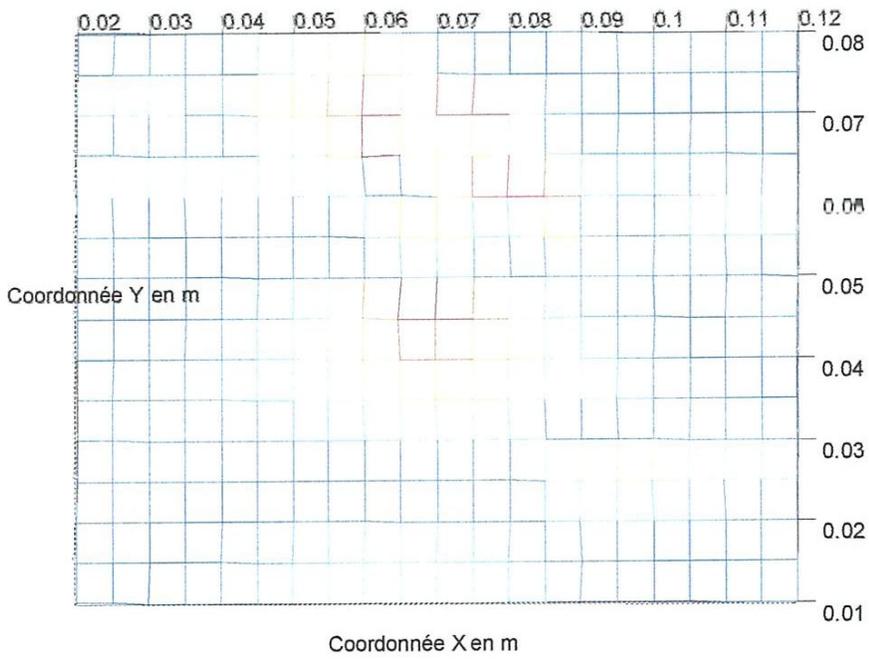
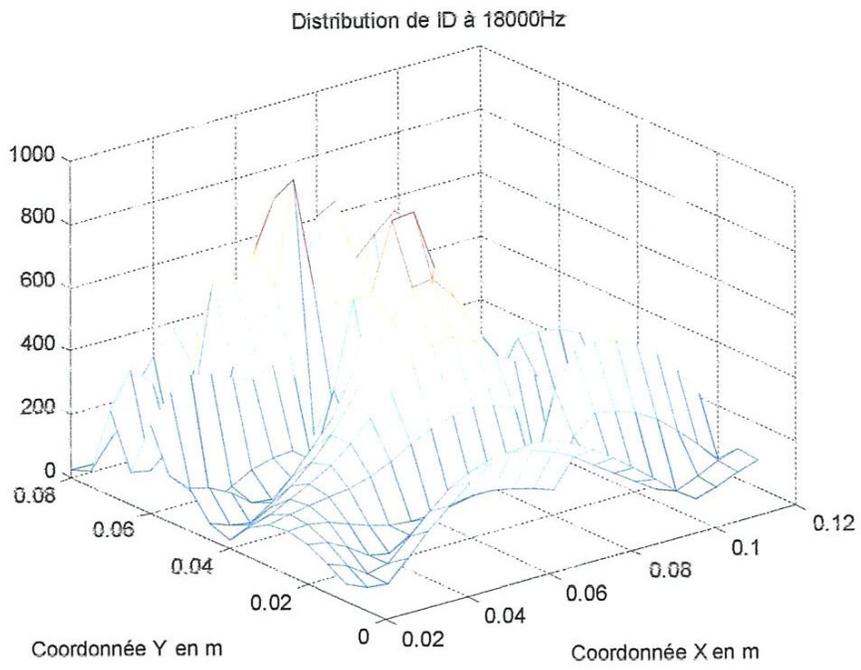


Fig. 3.23 Distribution de l'indice de dommage de la plaque à 18000HZ

Conclusion générale

Comme une défaillance dans une structure mécanique peut paralyser tout le processus de la production, sa détection a reçu une attention particulière de plusieurs chercheurs où des méthodes quantitatives fondées sur des tests physiques, telle que l'analyse vibratoire, ont été appliquées. L'analyse vibratoire est un outil efficace pour ce type de détection soit par un calcul direct soit par une approche inverse d'identification.

Lorsqu'un défaut structurel existe, le comportement de la structure change selon le degré de gravité des défauts. Malgré que l'identification des défauts structuraux par l'analyse vibratoire est une tâche complexe car lors de l'inversion les erreurs de mesure amplifient le résultat. Ce qui nécessite, en général, une régularisation du problème pour le rendre stable.

Dans ce travail, nous avons commencé par une synthèse sur des travaux de recherche dans le domaine pour se situer par rapport aux travaux existants.

Dans le second chapitre, une formulation du problème a été présentée pour le calcul de l'indice de dommage qui est une combinaison de la gravité du défaut, représentée par la variation des caractéristiques mécaniques, avec sa position sur la structure, représentée par les conditions aux limites de cette zone. Malheureusement, la programmation de cette partie n'a pas été faite vu la lourdeur et la complexité de la formulation quoi que ceci n'apporte pas grande chose dans le cas réel car le défaut est caché.

Dans le troisième chapitre, des simulations numériques sur le logiciel I-DEAS ont permis le calcul de l'indice de dommage sur un disque sur la base du calcul de ces fréquences propres et sa réponse vibratoire. Vu que les résultats ne sont pas assez satisfaisants car la méthode des différences fines exige un pas linéaire régulier, ce qui n'est pas le cas, des simulations ont été réalisées sur une plaque rectangulaire. Les résultats montrent que le défaut est plus au moins localisable.

Références bibliographiques :

- [1] Jaishi B., Ren W. X. Damage detection by finite element model updating using modal flexibility residual. *Journal of Sound and Vibration*, 2006, vol. 290, pp. 369–387.
- [2] Lauwagie T., Sol H. Dascotte E. Damage identification in beams using inverse methods. *Proceedings of ISMA2002*, Vol. II.
- [3] Gôrl E., Link M. Damage identification using changes of eigen frequencies and mode shapes. *Mechanical systems and signal processing*, 2003, vol. 17(1), pp.103–110.
- [4] Khan A. Z., Stanbridge A. B., Ewins D. J. Detecting damage in vibrating structures with a scanning LDV. *Optics and Lasers in Engineering*, 2000, vol. 32, pp. 583-592.
- [5] Ouahabi A., Thomas M., Lakis A. A. Détection de fissures de respiration de fatigue par excitation harmonique et analyse temps-fréquence. Département de Génie Mécanique, École Polytechnique, Montréal, Québec, H3C 3A7, Canada.
- [6] Lafleur F., Thomas M., Laville F. Analyse modale expérimentale des structures par excitation acoustique à référence unique. Centre de recherche Industrielle du Québec, Montréal.
- [7] Sherif H., Khalil H. Identification of role of disc vibrations in brake squeals. *FI-Madina Academy*.
- [8] Upendra P., Poudel., Gongkang Fu., Jian Ye. Wavelet transformation of mode shape difference function for structural damage location identification. *Earthquake engineering and structural dynamics*, 2007; vol. 36, pp. 1089–1107.
- [9] Lee U., Kim S. Identification of multiple directional damages in a thin cylindrical shell. *International Journal of Solids and Structures*, 2006, vol. 43, pp. 2723–2743.
- [10] Lin H. P. Direct and inverse methods on free vibration analysis of simply supported beams with a crack. *Engineering Structures*, 2004; vol. 26, pp. 427–436.
- [11] Hadjileontiadis I. J., Douka E., Trochidis A. Crack detection in beams using kurtosis. *Computers and Structures*, 2005, vol. 83, pp. 909–919.
- [12] Chinchalkar S. Determination of crack location in beams using natural frequencies. *Journal of Sound and Vibration*, 2001, vol. 247(3), pp. 417-429.
- [13] Bouzouane B., Miloudi A., Hamzaoui N., Benchaala A. Détection de défauts de machines tournantes par la méthode des ondelettes. 16^{ème} Congrès Français de Mécanique, 1-5 septembre 2003, Nice.
- [14] Behtani A., Bouazzouni A. Localisation de défauts dans les structures poutres stratifiées basée sur des données modales. 20^{ème} Congrès Français de Mécanique, 29 août au 2 septembre 2011, Besançon.
- [15] Foltete I. Identification modale des structures linéaires et faiblement non linéaire. Thèse de Doctorat, U.F.R des sciences et techniques, Université de franche-comté de besançon, 1998, 171p.

- [16] Kerschen G., Golinval J. Theoretical and experimental identification of a non linear beam. *Journal of Sound and vibration*, 2001, vol. 244(4), pp. 597-613.
- [17] Bouchoucha F., Akrouf M., Fakhfakh T., Ichchou M. N., Haddar M. Détection des défauts par excitation vibratoire. Application aux conduites monocouches. Unité de Dynamique des Systèmes Mécaniques (UDSM), ENI Sfax, Tunisie.
- [18] Berger S., Marquet M., Aubry E., Thomann G. Méthode expérimentale d'identification et de localisation des diamètres nodaux d'un disque en rotation. 17^{ème} Congrès Français de Mécanique, 3–7 Septembre 2001, Nancy.
- [19] Ratier L., Cambier S., Berthe L. Analyse probabiliste du désaccordement d'une roue de turbine, 7^{ème} colloque national en calcul des structures, 2005, Giens.
- [20] Djamaa M. C., Ouelaa N., Pezerat C., Guyader J. L. Effet des incertitudes de mesure des vitesses vibratoires sur la localisation des sources mécaniques et acoustiques. 10^{ème} Congrès Français d'Acoustique, 12-16 Avril 2010, Lyon.
- [21] Xu H., Cheng L., Su Z., Guyader J. L. Identification of structural damage based on locally perturbed dynamic equilibrium with an application to beam component. *Journal of Sound and Vibration*, 2011, vol. 330, pp. 5963–5981.
- [22] Djamaa M.C., Khechana M., Djebala A., Meddour I. Etude semi expérimentale de la réponse dynamique d'un disque mince excité par une force de coupe de tournage. Congrès Algérien de Mécanique, 14-17 Novembre 2011, Guelma.
- [23] Aissaoui A. Optimisation de coupe à partir de la mesure des efforts de coupe lors de tournage d'un disque de frein. Mémoire de Master. Université de Guelma, 2010, 61p.
- [24] Castillo K. A. Simulation numérique d'un réverbérateur à plaque. Thèse de Doctorat, Ecole polytechnique de Paris, 2009, 205p.
- [25] Bennacer R. Application de la méthode des différences finies dans le calcul des plaques circulaires. Mémoire de Master, université de Guelma, 2010, 67p.
- [26] Point N. et Saiac J.H. Equations aux dérivées partielles. Mathématique et méthodes numériques, ESCPI, GM2-Second cycle, 2008, 66p.