

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100
101
102
103
104
105
106
107
108
109
110
111
112
113
114
115
116
117
118
119
120
121
122
123
124
125
126
127
128
129
130
131
132
133
134
135
136
137
138
139
140
141
142
143
144
145
146
147
148
149
150
151
152
153
154
155
156
157
158
159
160
161
162
163
164
165
166
167
168
169
170
171
172
173
174
175
176
177
178
179
180
181
182
183
184
185
186
187
188
189
190
191
192
193
194
195
196
197
198
199
200
201
202
203
204
205
206
207
208
209
210
211
212
213
214
215
216
217
218
219
220
221
222
223
224
225
226
227
228
229
230
231
232
233
234
235
236
237
238
239
240
241
242
243
244
245
246
247
248
249
250
251
252
253
254
255
256
257
258
259
260
261
262
263
264
265
266
267
268
269
270
271
272
273
274
275
276
277
278
279
280
281
282
283
284
285
286
287
288
289
290
291
292
293
294
295
296
297
298
299
300
301
302
303
304
305
306
307
308
309
310
311
312
313
314
315
316
317
318
319
320
321
322
323
324
325
326
327
328
329
330
331
332
333
334
335
336
337
338
339
340
341
342
343
344
345
346
347
348
349
350
351
352
353
354
355
356
357
358
359
360
361
362
363
364
365
366
367
368
369
370
371
372
373
374
375
376
377
378
379
380
381
382
383
384
385
386
387
388
389
390
391
392
393
394
395
396
397
398
399
400
401
402
403
404
405
406
407
408
409
410
411
412
413
414
415
416
417
418
419
420
421
422
423
424
425
426
427
428
429
430
431
432
433
434
435
436
437
438
439
440
441
442
443
444
445
446
447
448
449
450
451
452
453
454
455
456
457
458
459
460
461
462
463
464
465
466
467
468
469
470
471
472
473
474
475
476
477
478
479
480
481
482
483
484
485
486
487
488
489
490
491
492
493
494
495
496
497
498
499
500
501
502
503
504
505
506
507
508
509
510
511
512
513
514
515
516
517
518
519
520
521
522
523
524
525
526
527
528
529
530
531
532
533
534
535
536
537
538
539
540
541
542
543
544
545
546
547
548
549
550
551
552
553
554
555
556
557
558
559
560
561
562
563
564
565
566
567
568
569
570
571
572
573
574
575
576
577
578
579
580
581
582
583
584
585
586
587
588
589
590
591
592
593
594
595
596
597
598
599
600
601
602
603
604
605
606
607
608
609
610
611
612
613
614
615
616
617
618
619
620
621
622
623
624
625
626
627
628
629
630
631
632
633
634
635
636
637
638
639
640
641
642
643
644
645
646
647
648
649
650
651
652
653
654
655
656
657
658
659
660
661
662
663
664
665
666
667
668
669
670
671
672
673
674
675
676
677
678
679
680
681
682
683
684
685
686
687
688
689
690
691
692
693
694
695
696
697
698
699
700
701
702
703
704
705
706
707
708
709
710
711
712
713
714
715
716
717
718
719
720
721
722
723
724
725
726
727
728
729
730
731
732
733
734
735
736
737
738
739
740
741
742
743
744
745
746
747
748
749
750
751
752
753
754
755
756
757
758
759
760
761
762
763
764
765
766
767
768
769
770
771
772
773
774
775
776
777
778
779
780
781
782
783
784
785
786
787
788
789
790
791
792
793
794
795
796
797
798
799
800
801
802
803
804
805
806
807
808
809
810
811
812
813
814
815
816
817
818
819
820
821
822
823
824
825
826
827
828
829
830
831
832
833
834
835
836
837
838
839
840
841
842
843
844
845
846
847
848
849
850
851
852
853
854
855
856
857
858
859
860
861
862
863
864
865
866
867
868
869
870
871
872
873
874
875
876
877
878
879
880
881
882
883
884
885
886
887
888
889
890
891
892
893
894
895
896
897
898
899
900
901
902
903
904
905
906
907
908
909
910
911
912
913
914
915
916
917
918
919
920
921
922
923
924
925
926
927
928
929
930
931
932
933
934
935
936
937
938
939
940
941
942
943
944
945
946
947
948
949
950
951
952
953
954
955
956
957
958
959
960
961
962
963
964
965
966
967
968
969
970
971
972
973
974
975
976
977
978
979
980
981
982
983
984
985
986
987
988
989
990
991
992
993
994
995
996
997
998
999
1000

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique
Université 08 mai 1945 de Guelma

Mémoire de Magister



Département de : Génie Mécanique

ÉTUDE DU COMPORTEMENT MÉCANIQUE EN FLEXION 3 POINTS DE STRATIFIÉS CROISÉS SOLLICITÉS EN FATIGUE

Option : Construction et Productique

Présenté et soutenu publiquement par :

KHELIFA Nouredine

Devant le jury composé de MM :

OUELAA Nouredine	Président	Professeur, Université de Guelma
FATMI Louendi	Encadreur	Maître de Conférences, Université de Guelma
REDJEL Bachir	Examineur	Professeur, Université d'Annaba
BEY Kamel	Examineur	Maître de Conférences, Université d'Annaba

Do Not Copy

TABLE
DES
MATIERES

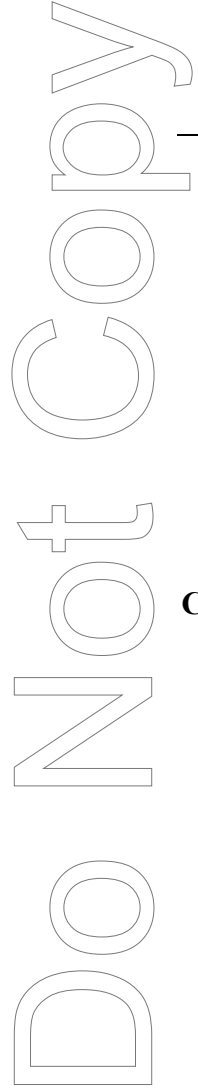
INTRODUCTION	10
CHAPITRE 1 – COMPORTEMENT MECANIQUE DES STRATIFIES EN FLEXION STATIQUE ET EN FATIGUE	
1.1 Introduction	14
1.2 Les stratifiés composites	14
1.2.1 Désignation des stratifiés à base de fils ou de tissus unidirectionnels	15
1.2.2 Modes de stratification particuliers	16
1.3 Comportement viscoélastique des composites stratifiés	17
1.4 Comportement en statique des matériaux composites stratifiés	18
1.4.1 Les essais de flexion	18
1.4.2 Dimensions des éprouvettes des essais de flexion	19
1.4.3 Distance entre appuis	19
1.4.4 Séquences d'empilement des stratifiés	19
1.5 Comportement en fatigue cyclique des matériaux composites stratifiés	22
1.5.1 Mécanismes d'endommagement et de rupture dans les composites	24
1.5.2 Paramètres expérimentaux influants sur la fatigue cyclique	25
1.5.2.1 Influence de la fréquence	25
1.5.2.2 Influence du chargement	26
1.5.2.2.1 Influence du mode de chargement (force ou flèche).....	27
1.5.2.2.2 Influence du rapport de chargement R	27
1.5.2.2.3 Influence du niveau de chargement	28

**CHAPITRE 2 – ETUDE EXPERIMENTALE DES STRATIFIES EN FLEXION
STATIQUE ET CYCLIQUE**

2.1	Introduction	31
2.2	Matériau étudié	31
2.2.1	Mode de fabrication et stratification	31
2.2.2	Caractéristiques mécaniques des plaques étudiées	31
2.2.3	Pyrolyse des matériaux étudiés	31
2.3	Banc d'essais	32
2.4	ESSAIS DE FLEXION 3-POINTS STATIQUE	33
2.4.1	Préparation des éprouvettes	33
2.4.2	Résultats obtenus	35
2.4.3	Analyse des résultats	36
2.4.3.1	Point de vue comportement	37
2.4.3.2	Point de vue endommagement	38
2.5	ESSAIS DE FLEXION 3-POINTS CYCLIQUE	40
2.5.1	Conditions d'essais	40
2.5.2	Résultats obtenus	41
2.5.3	Analyse des résultats	50
2.5.3.1	Influence de la vitesse d'essai sur la dégradation du module de flexion	50
2.5.3.2	Influence de la séquence d'empilement sur la dégradation du module de flexion	54
2.6	Conclusion	56

CHAPITRE 3 – CALCULS NUMERIQUE ET DE STRUCTURES DES STRATIFIES COMPOSITES

3.1	Introduction	58
3.2	Présentation du programme de calcul	58
3.2.1	Algorithme	59
3.2.2	Validation du programme en flexion -3 points	61
3.2.2.1	Données du problème	61
3.2.2.2	Résultats obtenus	62
3.3	Application du programme aux stratifiés étudiés [0/90/0/90/0/90/0/90]s et [0 ₄ /90 ₄]s	63
3.3.1	Détermination des modules d'élasticité	63
3.3.2	Caractéristiques des stratifiés étudiés	65
3.3.3	Représentation graphique des contraintes et flèches par le programme élaboré	66
3.3.3.1	Contraintes normales en fonction d'épaisseur du stratifié	66
3.3.3.2	Contraintes tangentielles en fonction d'épaisseur du stratifié	67
3.3.3.3	flèches aux centres	67
3.4	Calcul en structures par élément finis des matériaux étudiés sous I-DEAS ...	68
3.4.1	Empilement et matrices de rigidités A, B, D des deux stratifiés	68
3.4.2	Maillage et conditions aux limites pour les deux stratifiés	69
3.4.3	Déformées des deux stratifiés	69
3.4.4	Flèches aux centres pour les deux stratifiés	71
3.4.5	Contraintes normales et tangentielles pour les deux stratifiés	72
3.4.5.1	Contraintes normales	72
3.4.5.2	Contraintes tangentielles	73
3.5	Comparaison des résultats obtenus par les calculs numérique et de structures ...	74
3.5.1	Contraintes normales et tangentielles pour le stratifié	



[0/90/0/90/0/90/0/90] _s	74
3.5.2 Contraintes normales et tangentielles pour le stratifié [0 ₄ /90 ₄] _s	75
3.5.3 Flèches aux centres	76
3.5.4 Comparaison des flèches obtenues aux centres	77
3.6 Conclusion	77
CHAPITRE 4 – ETUDE EXPERIMENTALE ET NUMERIQUE DU COMPORTEMENT DYNAMIQUES	
4.1 Etude expérimentale de vibration des structures	79
4.1.1 Matériau étudié	79
4.1.2 Conditions aux limites et points de mesure	79
4.1.3 Banc d'essais	80
4.1.4 Déroulement des essais – mesure des fréquences propres	81
4.1.5 Résultats obtenus	82
4.2 Calcul de structures par élément finis	85
4.2.1 Maillage et conditions aux limites utilisés sous <i>I-DEAS</i>	85
4.2.2 Résultats obtenus	86
4.3 Comparaison des résultats mesurés à ceux obtenus en calcul de structures	88
4.4 Analyse des résultats	94
4.5 Conclusion	96
CONCLUSIONS GENERALES	98
BIBLIOGRAPHIE	100
ANNEXE	
ANNEXE A – Théorie classique des stratifiés	103
ANNEXE B – Fichier des résultats du programme élaboré en langage FORTRAN	110

Copy
Copy
Not
Do

ANNEXE C – Spectres des réponses expérimentales des plaques testées

C.1 – Spectres de la plaque 1 $[0/90/0/90/0/90/0/90]_s$ – Configuration ELLL	119
C.2 – Spectres de la plaque 2 $[0_4/90_4]_s$ – Configuration ELLL	120
C.3 – Spectres de la plaque 1 $[0/90/0/90/0/90/0/90]_s$ – Configuration ELEL	121
C.4 – Spectres de la plaque 2 $[0_4/90_4]_s$ – Configuration ELEL	122

Do Not Copy

INTRODUCTION

L'emploi des plastiques a été longtemps limité aux applications où une bonne tenue mécanique n'était pas un critère important. L'expérience acquise dans l'utilisation des matériaux traditionnels homogènes montre que leurs possibilités restent limitées dans certaines applications. La technologie moderne nécessite de plus en plus des matériaux à hautes propriétés mécaniques.

De nouvelles perspectives sont apparues avec les matériaux composites dont leur utilisation augmente continuellement, car ils présentent des caractéristiques plus intéressantes : grande rigidité dans une direction donnée, bonne résistance à la fatigue et des gains de masse. Néanmoins certains aspects de leur comportement sous sollicitations diverses sont encore mal compris. Depuis une trentaine d'années des efforts ont été déployés pour la fabrication et la caractérisation des matériaux composites à matrice organique et à fibres continues (verre, aramide et carbone ...) visent à lever cette limitation. C'est ainsi que dans l'aéronautique des pièces structurales conçues à partir de ces matériaux sont utilisées dans des conditions sévères alors que leur comportement mécanique est déterminant pour l'ensemble de la structure. Les efforts portent donc essentiellement sur la détermination des modes d'endommagement en fonction de la structure des matériaux et de la sollicitation mécanique.

De nombreuses recherches ont porté ces dernières années sur la fatigue des matériaux composites. Les particularités du comportement en fatigue des composites à matrice résine font tout leur intérêt par rapport aux matériaux métallique.

L'objectif fixé au présent travail est l'étude du comportement mécanique en flexion 3 points de stratifiés croisés sollicités en fatigue. Une étude statique a été faite sur les deux types de matériaux étudiés afin de déterminer les caractéristiques mécaniques et de voir l'influence de la séquence d'empilement sur leurs comportement. Différents modes d'endommagement sont mis en évidence entraînant leurs ruptures.

Le travail réalisé est organisé en quatre chapitres.

- Le chapitre 1 est une étude bibliographique sur le comportement mécanique en flexion statique et en fatigue des composites stratifiés.

- Le chapitre 2 est une étude expérimentale du comportement mécanique en flexion 3 points des deux stratifiés sollicités en fatigue. Une caractérisation en flexion 3 points statique a été réalisée, suivie par une détermination des modes de rupture des stratifiés étudiés.

Des essais cycliques sont réalisés pour la détermination du comportement mécanique des matériaux pendant le cyclage (charge - décharge) : dégradation du module du matériau, influence de la vitesse d'essai et effet de la séquence d'empilement.

- Le chapitre 3 présente une simulation numérique par élaboration d'un programme de calcul en langage FORTRAN basé sur les principales relations développées lors de la formulation théorique du comportement mécanique des stratifiés. Ce programme a été validé sur des exemples pris dans la littérature [1]. Une comparaison de nos résultats à ceux obtenus en calcul de structures par éléments finis sous *I-DEAS* est effectuées.

Le calcul par éléments finis du comportement mécanique en flexion 3 points a abouti à la présentation des résultats en termes numériques et graphiques relatifs : aux flèches aux centres des deux stratifiés et aux contraintes normales et de cisaillements dans l'épaisseur des stratifiés.

Do Not Copy

- Le chapitre 4 est une analyse modale expérimentale de deux plaques de stratification distinctes dans les configurations ELLL et ELEL. Les mesures des fréquences propres ont été comparées à celles obtenues par calcul de structures par éléments finis en utilisant le code de calcul *I-DEAS*.

CHAPITRE 1

Comportement Mécanique en Statique et en Fatigue des Stratifiés

1.1 Introduction

Un matériau composite est un matériau obtenu par association de deux ou plusieurs matériaux, aux propriétés complémentaires pour former un nouveau matériau présentant des caractéristiques supérieures à celles des constituants pris séparément.

On appelle aussi, couramment « Matériau composite » des arrangements de fibres, continues ou non d'un matériau résistant appelé renfort, qui sont noyées dans une matrice de faible résistance [2].

L'utilisation des matériaux composites pour la réalisation de pièces travaillantes de haute sécurité pose le problème de la définition de leurs caractéristiques d'endurance .

C'est ainsi que les performances des matériaux composites vont être fortement liées, à leur mode de mise en œuvre.

En effet, leurs propriétés mécaniques sont directement dépendantes de la qualité de la liaison entre la fibre et la matrice, de la proportion de fibres, des propriétés intrinsèques des composants et du taux de porosité de la résine formant la matrice.

A ces éléments techniques, il faut ajouter les critères économiques et humains qui ne sont pas négligeables.

Les caractéristiques mécaniques unidirectionnelles sont atteintes grâce à la présence de fibres, mais il faut savoir que la résine imprégnant ces fibres contribue à augmenter sensiblement la résistance à la rupture de celles-ci sans à modifier le module.

Cette remarque montre bien l'incidence importante que peut avoir la qualité de cet assemblage sur les propriétés finales ; ce qui confirme l'importance de l'élaboration du matériau.

1.2 Les stratifiés composites

Les stratifiés sont des composites formés par un empilement de couches successives de renfort-matrice appelées plis ou encore monocouches constituant l'élément de base de toute structure composite [1].

Les plis sont caractérisés par la forme du renfort (mat, fils, roving, tissu,..., etc.) qui détermine leur comportement mécanique, une répartition aléatoire de fibres courtes ou longues (mat par exemple) correspond à une couche pratiquement isotrope dans son plan, une orientation privilégiée des fibres correspond à une anisotropie marquée.

Les couches peuvent être de natures différentes en matière des fibres et forme du renfort. Ces deux paramètres, en plus de l'empilement et de l'orientation, permettent de moduler les caractéristiques du stratifié pour répondre au mieux aux sollicitations imposées.

La désignation d'un stratifié doit tenir compte de tous ces paramètres. Elle se fait généralement selon un code établi pour les stratifiés à base de fils ou de tissus unidirectionnels auxquels peut se ramener l'étude de tout autre type de stratifiés (figure 1.1).

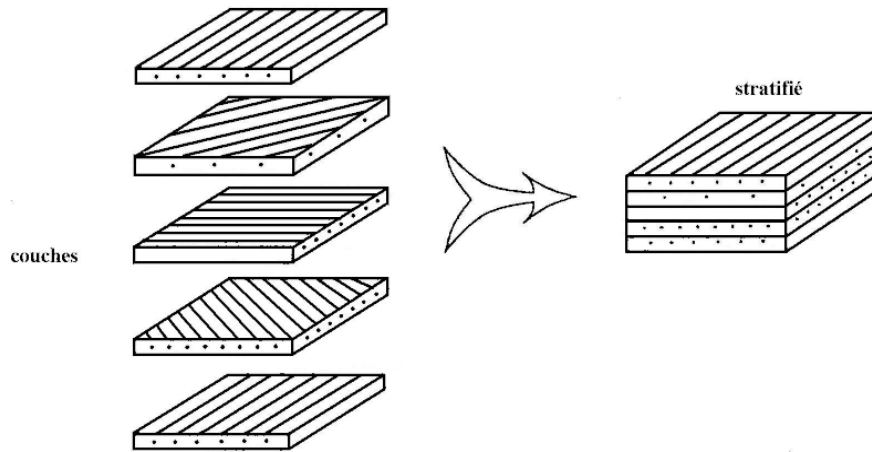


Figure 1.1 Modèle de base des stratifiés

1.2.1 Désignation des stratifiés à base de fils ou de tissus unidirectionnels

Les règles de désignation d'un stratifié sont les suivantes :

- Chaque couche est désignée par la valeur de l'angle d'orientation des fibres en degrés par rapport à l'axe x de référence. Le sens de l'orientation est pris en compte (positif ou négatif), la désignation dépend donc du référentiel choisi (figure 1.2) ;
- Les couches successives d'angles différents sont séparées par un / ;
- Les couches successives de même orientation sont désignées par un indice numérique indiquant le nombre de couches dans cette direction ;
- Si deux couches successives ont des orientations de même valeurs et de sens opposés, elles peuvent être désignées par le signe \pm :

$$+\theta / -\theta \equiv \pm \theta, \quad -\theta / +\theta \equiv \mu \theta.$$

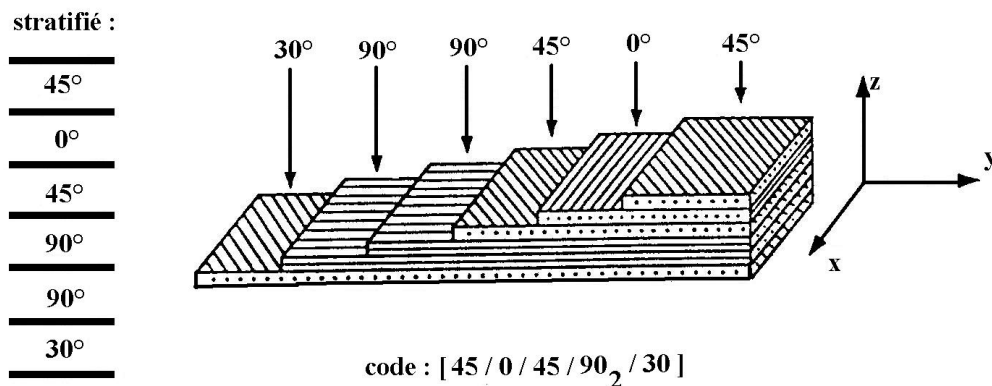


Figure 1.2 Exemple de désignation d'un stratifié

- La désignation se fait couche par couche en allant d'une face à l'autre, des crochets indiquant le début et la fin.
- S'il y a une séquence qui se répète, les couches en question sont mises entre parenthèses pour désigner la séquence. Un indice numérique indique le nombre de répétition de celle-ci (figure 1.3).

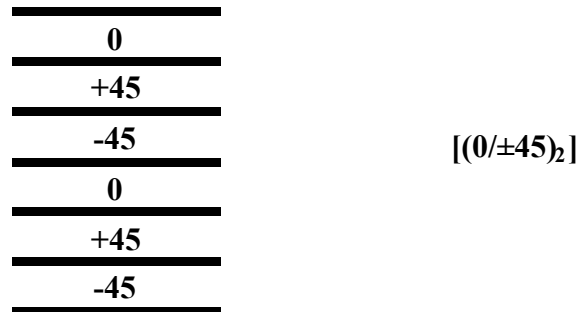


Figure 1.3 Stratifié avec une séquence répétée

1.2.2 Modes de stratification particuliers

Selon la séquence d'empilement, on rencontre des stratifiés :

- Equilibrés : le stratifié comporte autant de couches orientées suivant la direction $+\theta$ que de couches orientées suivant la direction $-\theta$.
- Symétriques : le plan moyen du stratifié est plan de symétrie (par rapport à la disposition des couches). La désignation dans ce cas peut se limiter à la moitié des plis en débutant d'une face et en s'arrêtant au plan moyen à coté duquel un indice "s" désigne cette symétrie. Si le nombre total des couches est impair la couche centrale (plan de symétrie) est surlignée (figure 1.4).

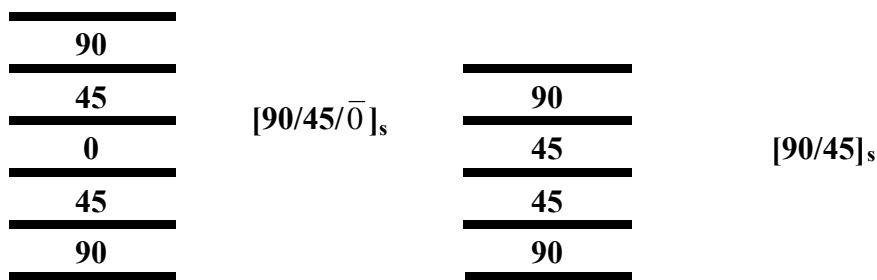


Figure 1.4 Désignation de stratifiés symétriques

- Croisé : un stratifié croisé est constitué exclusivement de la séquence $[0/90^\circ]$ qui se répète n fois.
- Orthogonaux : ils comportent autant de couches à 0° que de couches à 90° .
- Hybrides : se sont des stratifiés composés de couches renforcées par des fibres de natures différentes. Une meilleure performance peut être obtenue en utilisant au mieux les propriétés de chaque type de renfort. On peut distinguer :
 - des hybrides interplis, constitués d'une suite de couches, chacune de nature différente ;

- des hybrides intraplis, constitués par une séquence de plis identiques, chaque pli étant constitué de couches différentes ;
- des couches métalliques peuvent également être intercalées entre les couches.

Le matériau de la fibre doit être mentionné pour chaque couche. Un exemple est donné à la (figure 1.5)

0° K
0° K
45° V
90° V
45° V
0° C
0° C

$[0_{2K}/(45/90)_{SV}/0_{2C}]$

avec :

V: verre ; C: carbone ; K: Kevlar.

Figure 1.5 Désignation d'un stratifié hybride

1.3 Comportement viscoélastique des composites stratifiés

La théorie classique des stratifiés offre une souplesse et une rapidité extrême lorsqu'on souhaite prévoir le comportement équivalent d'une séquence complexe de type plaque plane mince. La cinématique particulière qu'elle utilise conduit à ce que la déformation du plan moyen de la séquence guide celle des plis. Si leur comportement est élastique linéaire, cette compatibilité des déformations est induite de fait. Par contre, dès lors que leur comportement est plus complexe cette compatibilité n'est plus assurée. Si l'on souhaite néanmoins toujours utiliser cet outil afin d'en conserver tous les bénéfices, la compatibilité des déformations doit donc être imposée de manière explicite.

Il y a deux philosophies principales [3], dans le cadre de la théorie des stratifiés, pour prévoir la réponse viscoélastique d'une séquence complexe à partir de la connaissance du comportement du pli de base :

- la première consiste d'abord à faire évoluer chacun des plis sans se préoccuper de ses voisins, mais ensuite, au travers d'un schéma itératif, de leur appliquer à chacun une sollicitation fictive (globalement équilibrée sur l'ensemble des plis) afin de rétablir la nécessaire compatibilité de déformations ;
- la seconde consiste à chercher les équations qui gouverne le comportement équivalent de la séquence. Cette manière de pratiquer tient compte implicitement de la compatibilité des déformations. En fait, cette homogénéisation est légitime et finalement exacte lorsque le comportement de chaque couche est viscoélastique linéaire.

En revanche, lorsque la viscoélasticité du comportement devient non linéaire, le principe de la méthode n'est plus exact car l'homogénéisation n'est plus justifiable. Elle est donc seulement approchée et ceci d'autant plus que la non linéarité est importante .

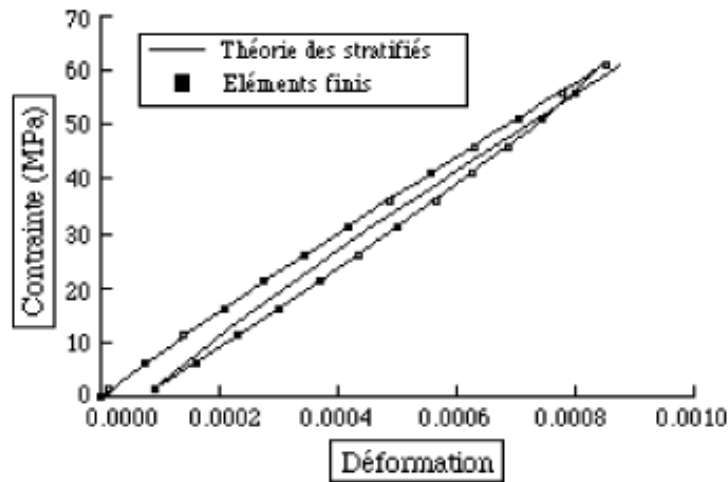


Figure 1.6 Traction uniaxiale courbe σ_x/ε_x [3]

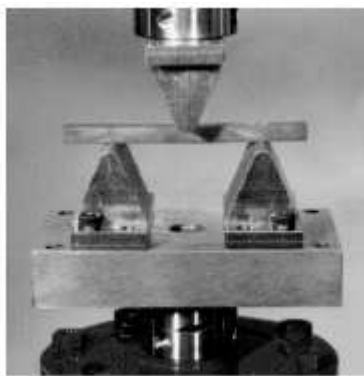
A.Thionnet, J.Renard [3] ont mis en place le moyen d'utiliser la théorie des stratifiés avec des comportements de plis plus riches que ceux seulement élastiques tout en conservant la souplesse d'algorithmes simples à mettre en oeuvre. La difficulté d'assurer la compatibilité des déformations des plis a été résolue en traitant ces comportements comme un comportement élastique endommageable.

1.4 Comportement en statique des matériaux composites stratifiés

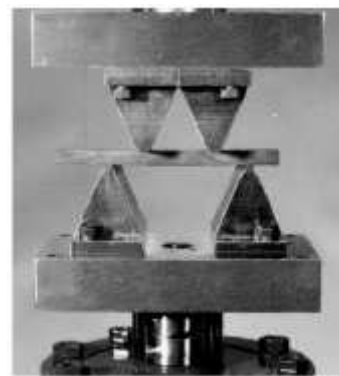
1.4.1 Les essais de flexion

Les essais de flexion sont les plus employés pour déterminer les caractéristiques mécaniques des matériaux composites. Généralement on choisit l'essai de flexion pour sa simplicité et parce qu'il permet un arrangement de traction/compression et des contraintes de cisaillement dans des proportions variables.

Il y a deux types d'essai de flexion : - Flexion 3 points – Flexion 4 point (figure 1.7).



a) Flexion 3 points



b) Flexion 4 points

Figure 1.7 Machine d'essai de flexion [4]

Les normes définissent des méthodes d'essai sous l'état simple de contrainte : Norme d'ASTM D3039 pour les propriétés de traction, norme d'ASTM D3410 pour les propriétés de compression, norme d'ASTM D2344 pour la résistance au cisaillement inter laminaire, norme d'ASTM D3518 pour le comportement de cisaillement dans le plan et la norme d'ASTM D790-9a pour les propriétés de flexion.

1.4.2 Dimensions des éprouvettes pour l'essai de flexion

L'éprouvette d'essai de flexion a une forme parallélépipédique de dimension : $L = 20h$, $l = 16h$, $b = 15 \text{ mm}$, ou L , l , b et h sont respectivement la longueur totale, la largeur et l'épaisseur de l'éprouvette. (figure 1.8)

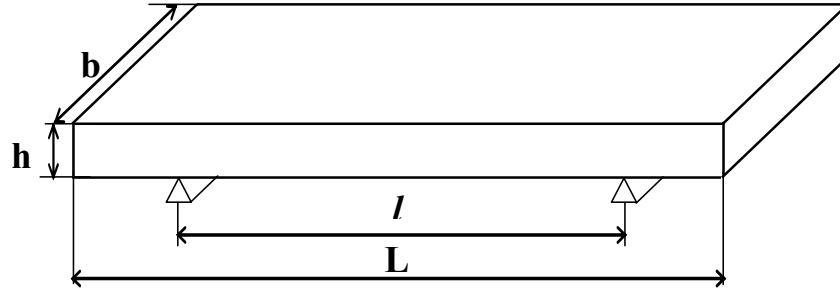


Figure 1.8 Forme et dimension de l'éprouvette de flexion

1.4.3 Distance entre appuis

La norme ASTM D790-9a et la norme NF-T57-105 définissent les conditions de flexion planes simples qui permettent des caractéristiques de traction /compression d'un matériau composite unidirectionnel de matrice époxydes et les fibres de verre ou de carbone : le rapport de l/h doit être égal à 16, où l est la distance entre les rouleaux fixes et h est l'épaisseur de l'éprouvette.

La norme ASTM D2344 définit les conditions de flexion planes simples qui permettent des caractéristiques de cisaillement inter laminaires d'un matériau composite unidirectionnel avec la matrice époxyde pour obtenir : le rapport de l/h doit être égal à 4 pour le renfort de verre et égale à 5 pour le renfort de carbone.

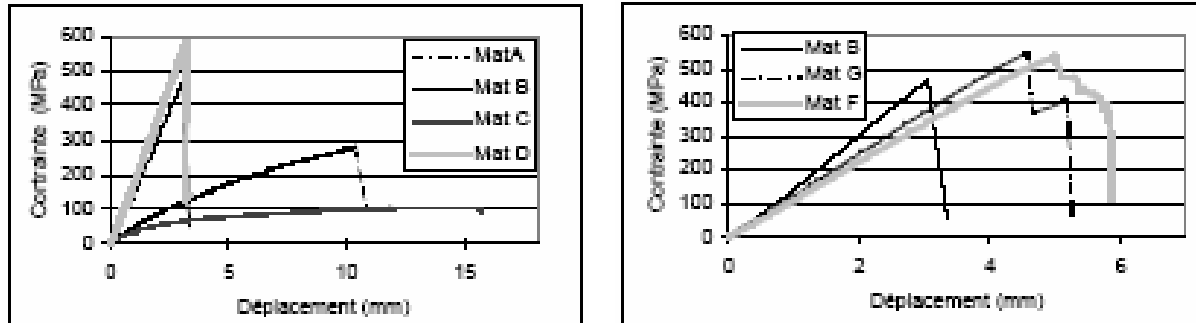
1.4.4 Séquences d'empilement des stratifiés

A.R.BEZAZI et al [5] ont étudiés quatre matériaux en flexion statique 3 points. Ils ont met en évidence l'influence d'un certain nombre de paramètres sur le comportement de ces stratifiés, qui sont : la séquence d'empilement, le nombre de plis à 0° ainsi que leur emplacement dans le stratifié et l'épaisseur des couches à 90° .

- Influence de la séquence d'empilement : le matériau B ($0_4/90_4$) est plus rigide que les deux autres, par contre sa contrainte ainsi que son déplacement à la rupture sont les plus faibles. Ceci peut être attribué du fait que les fissures initiées sur le matériau B occupent une surface très importante proportionnelle à l'épaisseur de la couche. Les matériaux G et F ont un comportement a peu près similaire. (figure 1.9 b)

- Effet du nombre de plis à 0° : Les matériaux A, B, C et D possèdent tous le même nombre de plis (16 plis), mais celui des plis orientés à 0° est différent d'un matériau à un autre. Le matériau possédant le plus grand nombre de plis à 0° a les plus grandes rigidité et contrainte à la rupture, c'est le cas du matériau D ($0_6/90_2$)_s suivi du matériau B ($0_4/90_4$)_s. Par contre au niveau du déplacement à la rupture on obtient à peu près la même valeur. Un résultat similaire est obtenu pour les matériaux A ($90_4/0_4$)_s et C ($90_6/0_2$)_s en ce qui concerne la rigidité et la contrainte à la rupture, alors que les déplacements à la rupture sont différents.

- Influence de l'emplacement des plis à 0° : Les matériaux A(90₄/0₄)_s et B (0₄/90₄)_s possèdent le même nombre de plis à 0° et à 90°. On constate que le matériau B dont les plis à 0° sont à l'extérieur possède de plus grandes rigidité et contrainte à la rupture que le matériau A. Alors du point de vue déplacement à la rupture c'est le matériau A qui résiste le mieux (figure 1.9 a).



a) Influence de la séquence d'empilement

b) Influence de l'épaisseur des couches à 90°

Figure 1.9 Courbes contraintes déplacement [5]

L'influence de l'orientation du pli d'un stratifié en flexion est étudiée par Wharmby et Ellyin [6], ils ont constaté que l'augmentation de l'angle de pli sert à diminuer la contrainte à la rupture (figure 1.10).

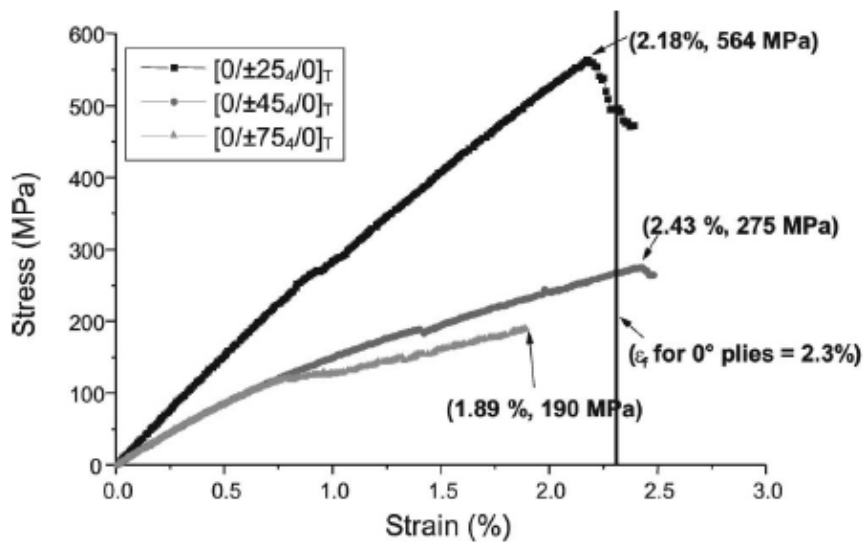


Figure 1.10 Influence de l'orientation du pli en flexion statique des stratifiés [0/±θ₄/0]_s avec θ = 25, 45 et 75°. [6]

1.5 Comportement en fatigue cyclique des matériaux composites stratifiés

Les matériaux composites sont largement utilisés dans les véhicules à moteur, aérospatial, aéronautique et l'industries d'équipement sportif, pour leur de haute résistance couplées à leur prix relativement bas. Des composites de différents structures sont soumis à la fatigue sous des contraintes combinés de traction/compression, flexion, torsion. . .

La fatigue cyclique est caractérisée par le cycle de fatigue sinusoïdale, carré ou triangulaire qui est caractérisé par la déformation (ϵ) ou la contrainte (σ) ; le rapport de chargement ou de sollicitation R et la fréquence de chargement. (figure 1.11)

Les flèches dynamique et minimale sont déterminées par les relations :

$$f_d = \frac{f_{\max} - f_{\min}}{2}$$

$$R_{\sigma} = R_F = R_f = \frac{f_{\min}}{f_{\max}} = \frac{F_{\min}}{F_{\max}} = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = 0,6$$

où :

f_d : Amplitude de la flèche dynamique

f_{\max} : Flèche maximale imposée à l'éprouvette

f_{\min} : Flèche minimale

F_{\max} : Effort maximal correspondant a la flèche maximale

F_{\min} : Effort minimal correspondant a la flèche minimale

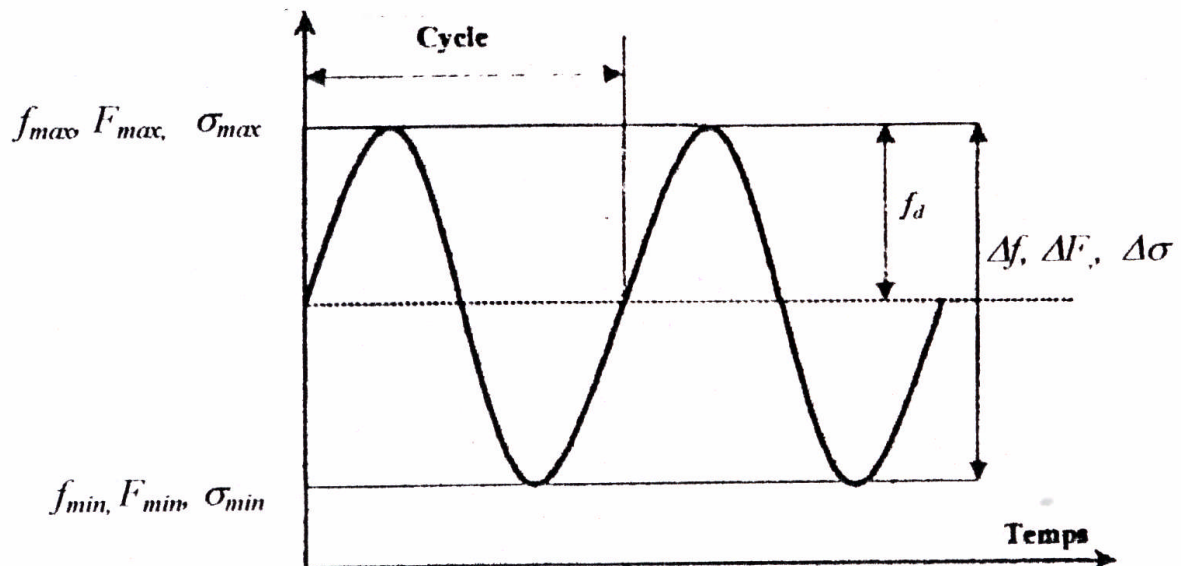


Figure 1.11 Cycle de sollicitation en force, flèche ou contrainte imposée

1.5.1 Mécanismes d'endommagement et de rupture dans les composites

La rupture finale d'un composite est le résultat de l'accumulation de divers mécanismes élémentaires [7]:

- la rupture des fibres
- la rupture transverse de la matrice
- la rupture longitudinale de la matrice
- la rupture de l'interface fibre-matrice

Généralement, un mécanisme n'est pas isolé, mais divers mécanismes coexistent. Ces mécanismes se développent suivant la nature des matériaux et les conditions de sollicitations mécaniques imposées.

Dans un matériau composites unidirectionnel soumis à des sollicitations mécaniques, la rupture intervient lorsque la contrainte de traction (σ_f) dans une fibre atteint la contrainte ultime (σ_{fu}) de la fibre. La rupture de la fibre crée une concentration de contrainte au voisinage de la rupture. La redistribution des contraintes et par conséquent le processus de rupture résultant, dépend principalement :

- de la contrainte à la rupture des fibres
- de la capacité de la matrice à absorber l'énergie libérée
- des propriétés de l'interface fibres/matrice

Les figures suivantes montrent les différents processus de rupture de la matrice associés à la rupture d'une fibre :

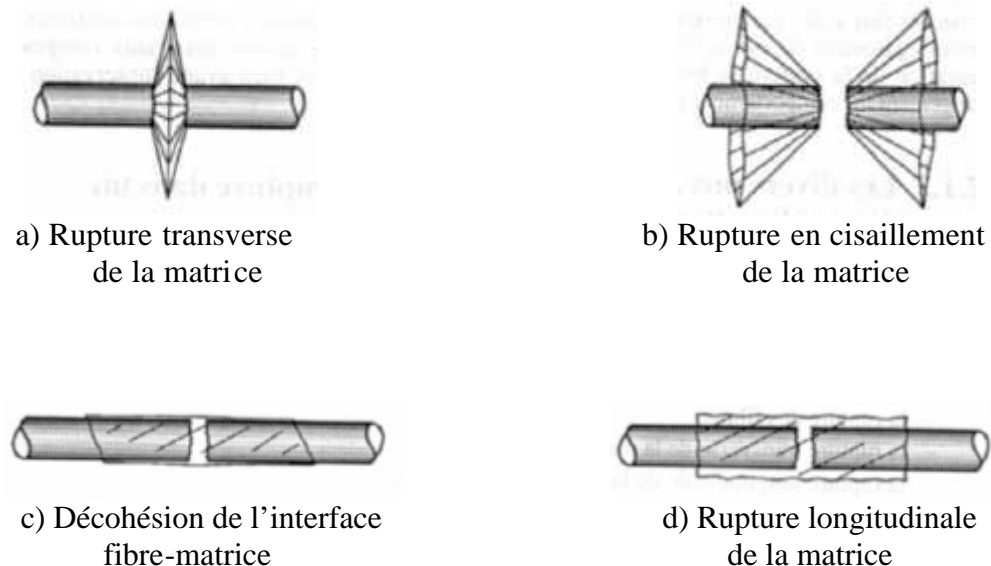


Figure 1.10 Différents modes de rupture de la matrice associés à la rupture d'une fibre

La fissuration de la matrice peut se produire, soit par fissuration transverse (figure 1.11) lorsque la contrainte en traction σ_m dans la matrice atteint la contrainte à la rupture σ_{mu} de la matrice, soit par fissuration longitudinale (figure 1.12) lorsque la contrainte de cisaillement τ_m dans la matrice atteint la contrainte de cisaillement ultime τ_{mu} , généralement au voisinage d'une fibre.

Ce dernier mode de rupture appelé « splitting », se produit lorsque la contrainte de décohesion est supérieure à la contrainte en cisaillement à la rupture de la matrice: $\tau_d > \tau_{mu}$. Dans le cas contraire où $\tau_d < \tau_{mu}$, il se produit une rupture par décohesion de l'interface fibre-matrice. (figure 1.13).

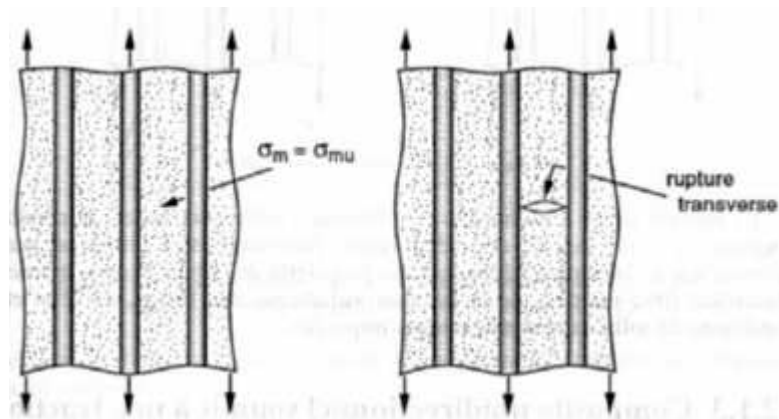


Figure 1.11 Rupture transverse de la matrice

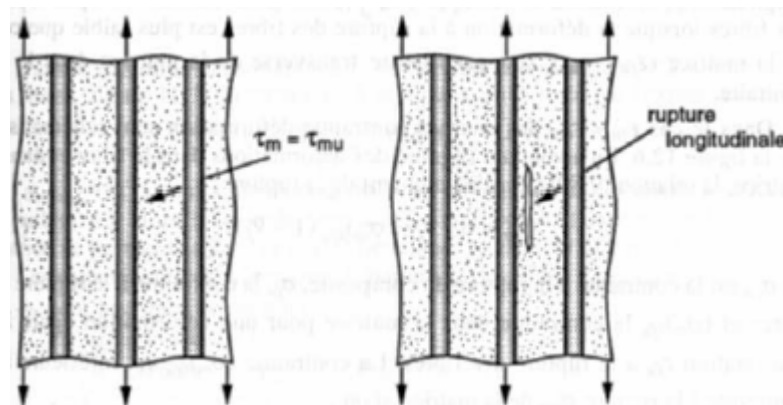


Figure 1.12 Rupture longitudinale de la matrice

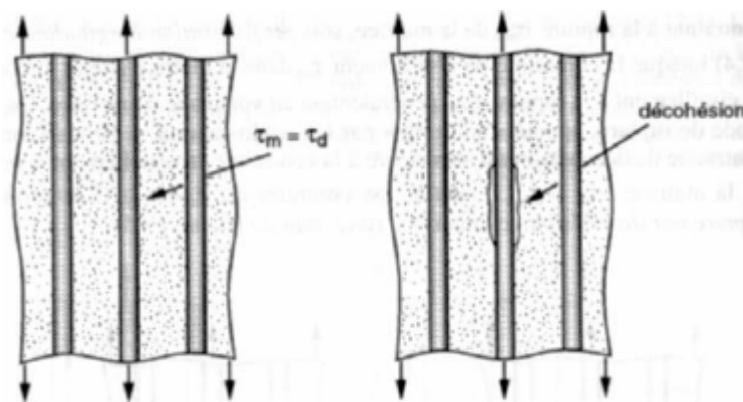


Figure 1.13 Décohésion fibre-matrice

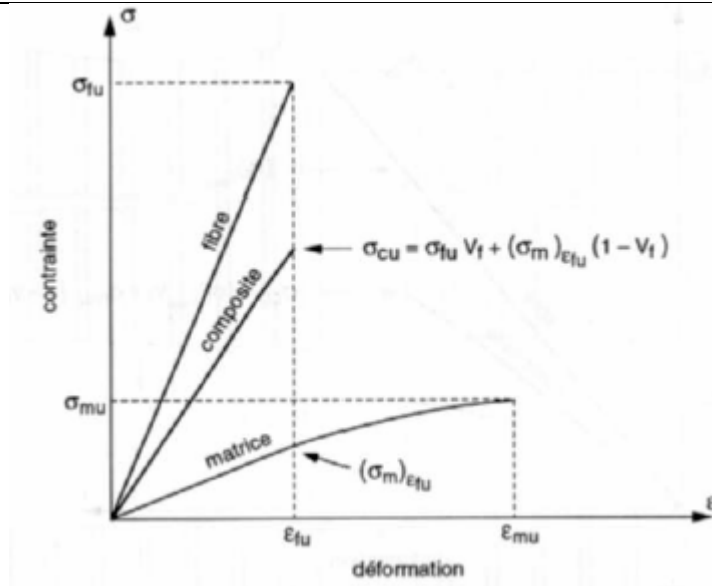


Figure 1.14 Courbe contrainte-déformation d'un composite unidirectionnel soumis à une traction longitudinale, dans le cas où $\varepsilon_{fu} < \varepsilon_{mu}$ [7]

La figure 1.14 présente un exemple d'un composite unidirectionnel soumis à la traction, le comportement du matériau suivant le classement des propriétés entre fibre et matrice en contrainte et déformation

En général tous les modes de rupture sont possibles dans les stratifiés (figure 1.15)

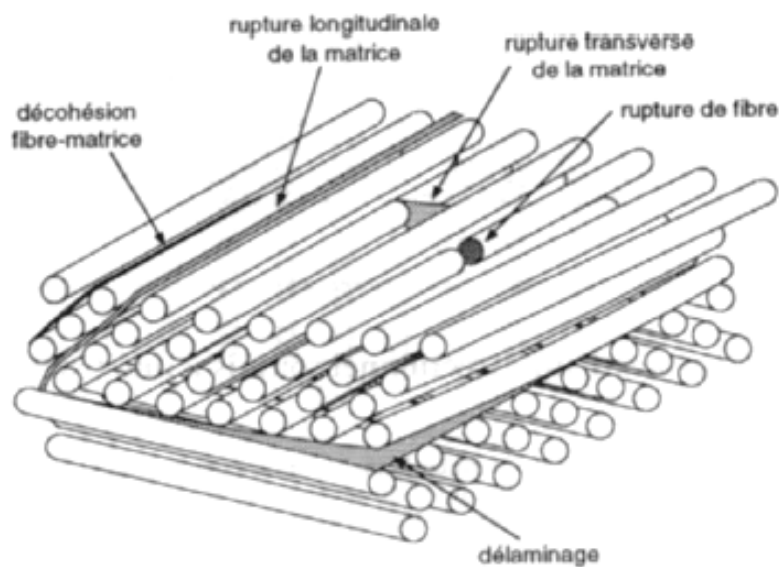


Figure 1.15 Mécanismes d'endommagement observés dans un stratifié croisé [1].

1.5.2 Paramètres expérimentaux influant sur la fatigue cyclique

1.5.2.1 Influence de la fréquence

K.Bey [8] a étudié l'effet de fréquence de sollicitation sur la perte de rigidité et la durée de vie du matériau. Dans le cas de fréquences de chargement inférieure à 1 Hz l'effet est significatif sur les performances du matériau qui s'explique par le fluage cyclique dont l'influence est nuisible sur la durée de vie du matériau composite en fatigue. Par contre aux fréquences plus élevées variant de 5 Hz à 30 Hz, la dégradation du matériau est progressive.

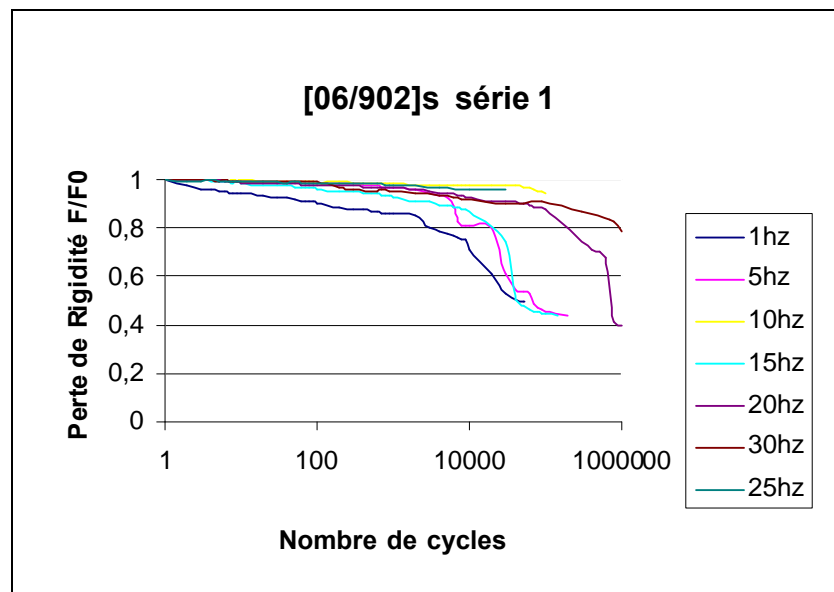


Figure 1.8 : Influence de la fréquence de chargement sur la perte de rigidité

La fréquence de sollicitation en flexion a été étudiée par Kim et Ebert [9] dont les travaux ont mis en évidence une élévation considérable de la température de l'éprouvette pour les fréquences dépassant 10 Hz.

Cette élévation de température peut dépasser la température de transition vitreuse de la résine engendrant ainsi une diminution appréciable de la durée de vie en fatigue du matériau.

Selon les auteurs Nevadunski et Lucas [10] ayant testé des éprouvettes en verre-époxyde à une fréquence de 30 Hz, l'élévation de la température n'est pas une conséquence directe de l'élévation de la fréquence mais plutôt une conséquence de l'échauffement de la résine causé par la rupture de quelques fibres lesquels subissent un frottement continu pendant le cyclage.

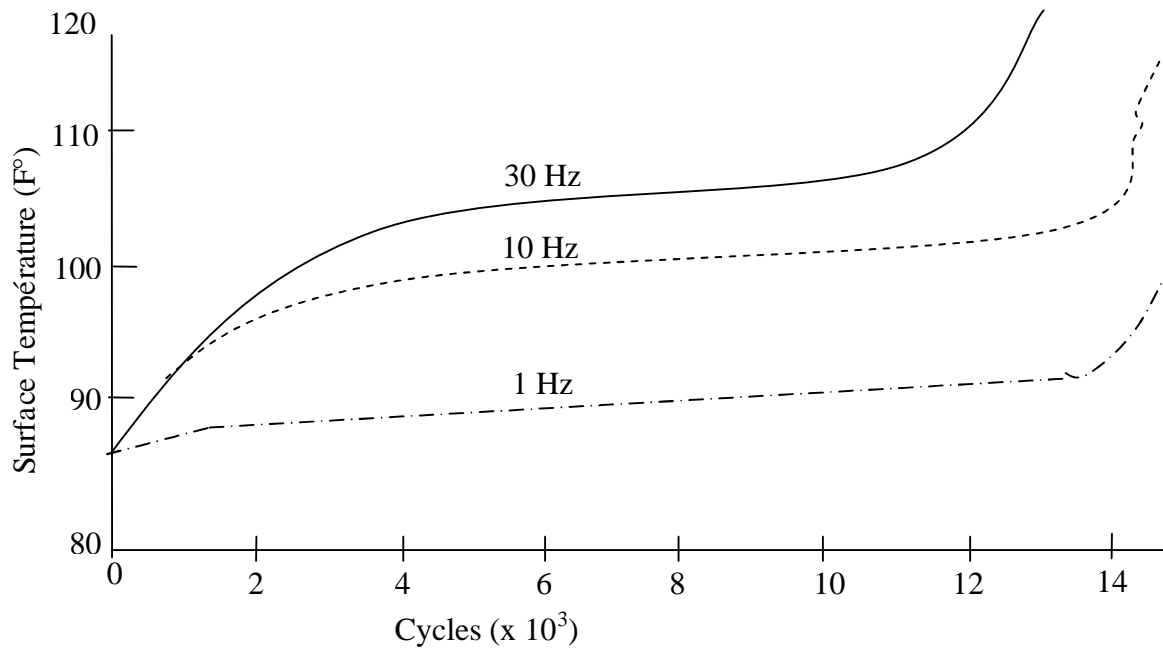


Figure 1.20 : Evolution de la température de la surface d'une éprouvette en composite stratifié en fonction de la fréquence de cyclage d'après Kim et Ebert [9]

El-Kadi [11] a montré, dans le cas des composites unidirectionnels verre/époxyde sollicités en traction-compression, que l'influence de la fréquence sur la température des éprouvettes est presque inexistante.

Il est à noter que beaucoup de polymères, sollicités à des fréquences cycliques basses où le temps à la charge maximale est plus grand, provoquent des effets significatifs de fluage. Le changement de la fréquence influe sur le taux de contrainte.

Selon Juliette Payan [12], lors des essais de fatigue à fréquence élevée (35Hz), les vitesses de déformation sont élevées et les mécanismes de relaxation et de fluage sur un cycle sont négligeables. Cependant dans le cas d'un essai pour lequel, l'éprouvette reste en flexion sur un temps plus long ; ces mêmes phénomènes ne sont plus négligeables.

1.5.2.2 Influence du chargement

Pendant un essai de fatigue cyclique, le chargement est caractérisé par trois paramètres essentiels lesquels sont le mode de chargement (en contrôle force ou en contrôle déplacement), le rapport de chargement R et le niveau de chargement r .

1.5.2.2.1 Influence du mode de chargement : force ou flèche

KIM et Ebert [13], en réalisant des essais de flexion, ont conclu que les essais à force imposée sont plus sévères que les essais à flèche imposée.

Roudet et al [14] ont effectué des essais de fatigue jusqu'à la rupture ou jusqu'à 10^7 cycles par le déplacement imposé du déclencheur. Au cours de réalisation des essais sous le réglage du flèche nominale, la perte de charge durant le cycle a été employée comme indicateur d'endommagement. Elle correspond à un indicateur de perte de rigidité.

Dans le diagramme linéaire, celui qui l'amplitude appliquée de flèche, les courbes du pourcentage de perte de charge selon le nombre de cycles aient la même forme montrée dans fig. 10 comme exemple ($f_a = 0.5$ mm).

En effet, de telles courbes peuvent être décrites comme suit : premièrement, la charge chute rigoureusement pendant l'étape très initiale de la vie de fatigue (partie 1 sur le schéma) ; ceci correspond à l'aspect de matage sous les rouleaux fixes et mobiles.

Puis, la charge diminue beaucoup plus lentement et presque-linéaire (partie 2), bien qu'on ne puisse observer aucuns endommagements par l'oeil nu, probablement dû aux endommagements microscopiques diffusés. En conclusion, après une longue période des endommagements microscopiques progressifs, l'éprouvette se casse soudainement, et la charge tombe-t-elle rigoureusement (partie 3).

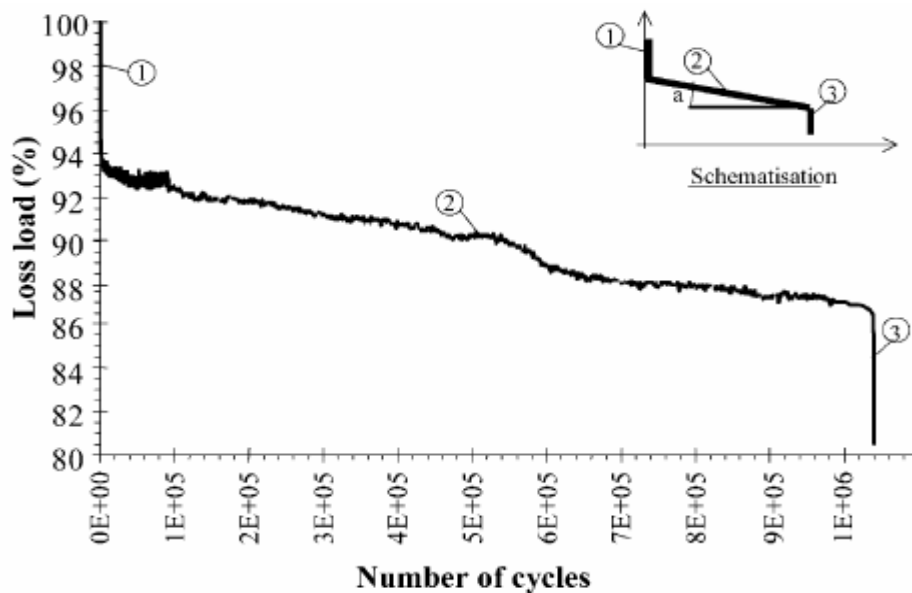


Figure 1.9 Évolution typique de perte de charge pendant le cycle (diagramme linéaire, $f_a = 0.5$ mm) [14]

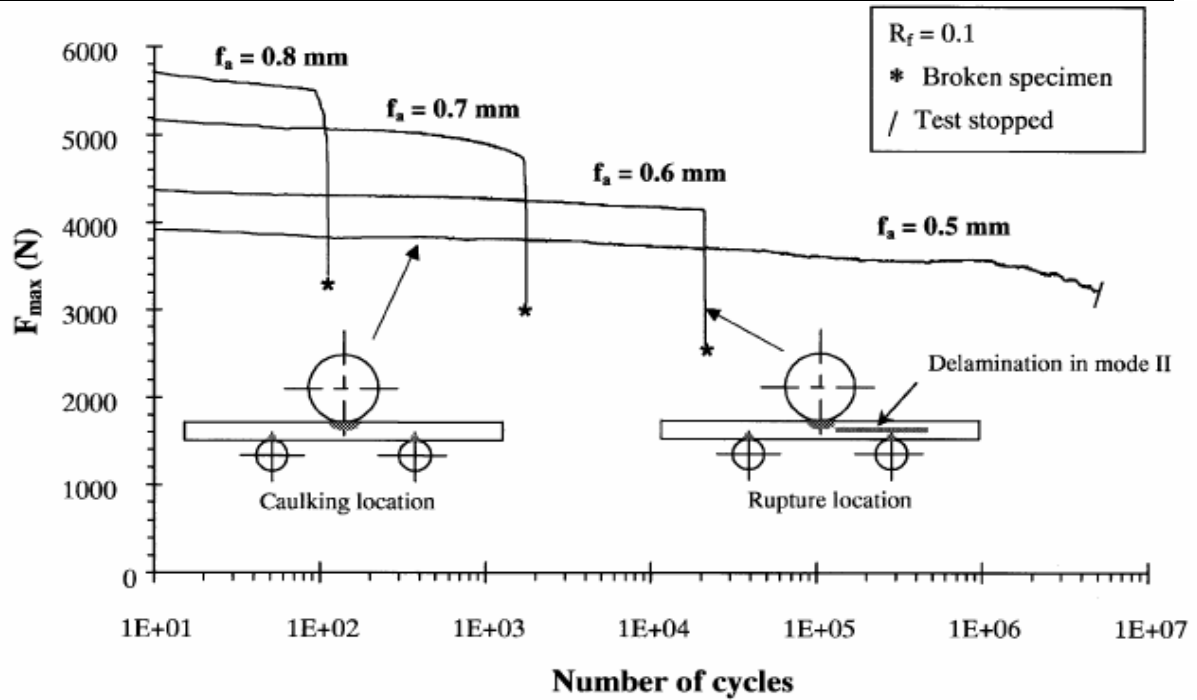


Figure 1.10 Courbes de perte de charge pendant le cycle sous diverses amplitudes de flèche nominales.

Selon les essais de flexion 3 points, El-Mahi [15] a constaté que dans le cas du contrôle en déplacement (flèche), il y a croissance rapide de l'endommagement au cours des premiers cycles suivie d'une diminution de la pente de la courbe. Ces résultats montrent que l'endommagement s'accumule plus rapidement au début du cyclage et qu'il est ensuite progressif lorsque le nombre de cycles augmente.

Par contre, dans le cas du contrôle en force, il y a variation linéaire de l'endommagement, résultant d'un développement progressif de celui-ci tout au long de l'essai de fatigue.

1.5.2.2.2 Influence du rapport de chargement R

Le rapport de chargement a une influence certaine sur la durée de vie en fatigue du matériau.

L'évaluation du rapport ($R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$ ou $\frac{\varepsilon_{\min}}{\varepsilon_{\max}}$ ou $\frac{F_{\min}}{F_{\max}}$) est beaucoup plus significative pour un chargement de compression que pour un chargement de tension selon Rotem [16].

L'étude des stratifiés croisés $[0^\circ/90^\circ]$ verre E /époxyde pour des valeurs de R variant de 0 à 1, selon Mandell [17] a permis d'établir que l'augmentation de R engendre l'augmentation de la durée de vie en fatigue jusqu'à l'obtention d'une charge constante régulière ($R=1 \Rightarrow$ charge de fluage).

Cette indication permet de déduire qu'une charge cyclique en fatigue est plus endommageante qu'une même charge en fatigue statique.

De plus, quand le mouvement est cyclique, il y a impérativement une amplitude qui existe. Ainsi il est constaté selon A. Bezazi et al [18] pour un même déplacement maximum que lorsque :

- Le rapport R est faible, l' amplitude est grande (déplacement moyen faible) causant un faible endommagement initial, la vitesse de croissance de celui-ci est très importante correspondant à une durée de vie très faible ;
- Le rapport R est important, l' amplitude est faible (déplacement moyen élevé) d'importants mécanismes d'endommagement sont activés mais leur propagation se fait très lentement d'où une durée de vie très grande.

El Kadi [11] a effectué des essais de traction sur des composites stratifiés UD verre/époxyde avec différentes orientations de fibres en appliquant différents rapports de chargement (R= -1, R=0,5 et R= 0). Il a montré que les éprouvettes sollicitées avec des rapports R=-1 sont beaucoup plus sensibles à l'endommagement que celles sollicitées avec les rapports R=0,5 ou R=0.

Le tracé des courbes de Wöhler confirme l'importance des pentes accentuées pour les essais alternés symétriques (R= -1) comparativement aux autres lesquelles sont de moindre accentuation.

1.5.2.2.3 Influence du niveau de chargement

Le niveau de chargement s'exprime par le rapport :

$$r = \sigma_{\max} / \sigma_{rup} \quad \text{ou} \quad r = F_{\max} / F_{rup} \quad \text{ou} \quad r = d_{\max} / d_{rup}$$

L'influence du niveau de chargement sur l'endommagement des matériaux composites a été étudié par plusieurs auteurs qui ont tous remarqué le changement des mécanismes d'endommagement en fonction du chargement imposé.

Ils ont tous conclu que quand le niveau de chargement est important alors, l'endommagement est aussi important et rapide ce qui engendre des durées de vie des composites faibles.

CHAPITRE 2

Etude Expérimentale

Des Stratifiés

en Flexion Statique et Cyclique

2.1 – INTRODUCTION

Un des domaines d'application des matériaux composites est l'industrie de transport. On voit apparaître de plus en plus dans les prototypes d'automobile des grandes firmes des éléments fabriqués en matériaux composites (pare chocs, éléments de carrosserie, etc.). L'intérêt de ces matériaux provient de la volonté de réduire le poids à vide des véhicules pour pouvoir transporter la plus grande quantité de marchandise autorisée. Ces matériaux sont supposés être utilisés comme plancher des remorques de camions ainsi que de parois latérales.

De nombreux travaux ont été réalisés afin d'étudier d'une part le comportement mécanique et d'autre part le suivi et l'évolution des mécanismes de rupture et d'endommagement au cours de l'essai et après rupture des éprouvettes [19, 20 et 21]. Dans le but d'apporter notre contribution et vu la complexité et la diversité de ces matériaux liées à la technique de stratification, modes de fabrication et types de renforts utilisés, nous présentons dans ce chapitre les matériaux considérés, leur mode d'obtention, la vérification des taux des constituants en utilisant la technique de l'ingénierie inverse, suivie de leurs caractérisations sous sollicitations de traction et de flexion, tout en observons les mécanismes de ruptures et d'endommagement.

2.2 Matériau étudié

2.2.1 Mode de fabrication et stratification

L'étude expérimentale porte sur deux matériaux stratifiés symétriques à renfort de fibres de verre E et de matrice en résine époxyde. Ces matériaux sont fabriqués sous forme de plaques par stratification successive de seize couches identiques de renfort sous forme de tissu unidirectionnel VEX 300, de masse surfacique $M_s = 300 \text{ g/m}^2$, orientés à 0° et 90° selon les séquences d'empilement $[0/90/0/90/0/90/0/90]_s$ pour le premier et $[0_4/90_4]_s$ pour le second. L'imprégnation par la résine époxyde, de type SR 1500, effectuée par voie humide est suivie d'une polymérisation sous vide par la technique du sac pendant 8 heures à température ambiante. Les matériaux obtenus sont découpés, par une tronçonneuse à disque diamanté, aux dimensions des plaques testées $250 \times 250 \text{ mm}^2$. La première plaque de séquence d'empilement $[0/90/0/90/0/90/0/90]_s$, a été réalisée avec une épaisseur moyenne de 4 mm. La deuxième plaque de séquence d'empilement $[0_4/90_4]_s$ a une épaisseur moyenne de 4,1 mm.

2.2.2 Caractéristiques mécaniques des plaques étudiées

La pesée des plaques a permis de déterminer leurs masses volumiques. La masse de la plaque 1 $[0/90/0/90/0/90/0/90]_s$ est de 434 g conduisant à une masse volumique $\rho_1 = 1693,658 \text{ Kg/m}^3$. Celle de la plaque 2 $[0_4/90_4]_s$ est de 408 g correspondant à une masse volumique $\rho_2 = 1592,195 \text{ Kg/m}^3$.

2.2.3 Pyrolyse des matériaux étudiés

Pour vérifier les taux de résine et de renforts contenus dans chaque matériau nous avons eu recours à une technique appelée pyrolyse [20], en découpant cinq échantillons de surface approximativement égale à $2 \times 2 \text{ cm}^2$, suivi d'un pesage de chacun d'eux noté M_1 en gramme. Les échantillons sont alors fixés dans un four à renouvellement d'air enflammé, la calcination à lieu à 600° pour une durée de 10 heures.

Après refroidissement le résidu de verre est pesé de masse notée M_2 en gramme, la perte de résine par calcination est $M=M_1-M_2$, le taux de résine en pour cent est alors $R\%=M/M_1\%$. Le taux de fibres de verre en pour cent est donc $F\% =100-R$. Les résultats obtenus sont représentés sur le tableau 2.1.

Matériaux	Echantillon	Poids (en gramme)			Taux (en %)			
		Avant Pyrolyse	Après Pyrolyse	Résine	Fibre	Moyen Des fibres	Résine	Moyen de résine
ST1	1	2,6456	1,9005	0,7451	71,84	71,39	28,16	28,61
	2	2,6391	1,8789	0,7602	71,19		28,81	
	3	2,6745	1,9063	0,7682	71,28		28,72	
	4	2,6024	1,8840	0,7184	72,39		27,61	
	5	2,6542	1,8647	0,7895	70,25		29,75	
ST2	1	2,6742	1,8635	0,8107	69,68	70,01	30,32	29,99
	2	2,6674	1,8533	0,8141	69,47		30,53	
	3	2,6548	1,8606	0,7942	70,08		29,92	
	4	2,7883	1,9613	0,827	70,34		29,66	
	5	2,7747	1,9555	0,8192	70,47		29,53	

Tableau 2.1 : Résultats obtenus

Le calcul de la fraction massique P_f est de 0,7139 pour la plaque 1 et 0,70 pour la plaque 2 . Pour des fibres de verre de type E de masse volumique $\rho_f = 2600,0 \text{ Kg/m}^3$, la fraction volumique des fibres V_f est de 0,465 pour la plaque 1 et de 0,428 pour la plaque 2.

2.3 – BANC D’ESSAIS

Les essais de flexion sont réalisés sur une machine d’essais «Zwick Roell Z005 » d’une cellule de 5 KN pilotée par ordinateur et équipée d’un système d’acquisition de données (figure 2.1).

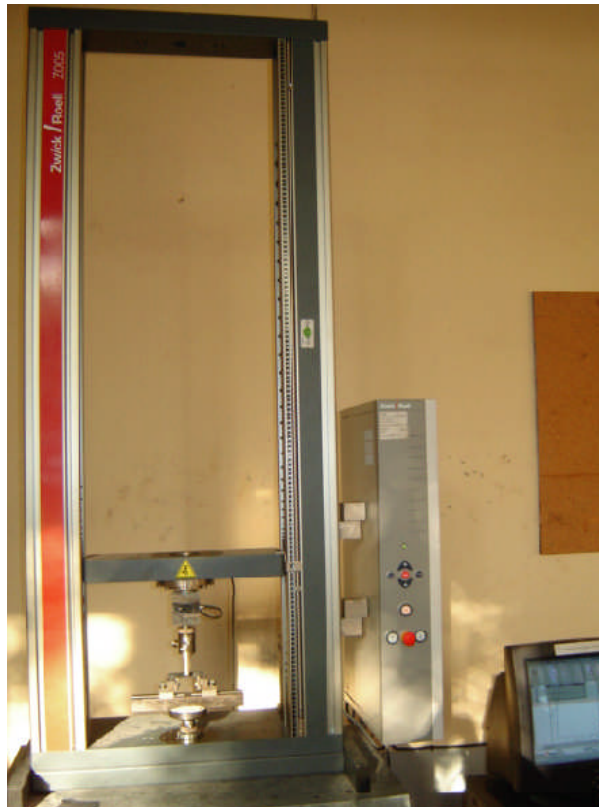


Figure 2.1 : Banc d'essais

2.4 ESSAIS DE FLEXION 3-POINTS STATIQUE

Les essais de flexion trois points statiques sont réalisés sur le banc d'essai (Figure 2.1). Quatre éprouvettes sont testées pour chaque type de matériau. La vitesse de l'essai choisie est de 2 mm/mn.

2.4.1 Préparation des éprouvettes

Des éprouvettes parallélépipédiques (figure 2.2) ont été découpées à l'aide d'une tronçonneuse à disque diamanté à partir de plaques de $250 \times 250 \text{ mm}^2$ de dimensions , $L = 20h$, $l = 16h$ et $b = 15 \text{ mm}$ selon la norme AFNOR NF T 57-105 , ou L , l , b et h sont respectivement la longueur totale, la longueur entre appuis, la largeur et l'épaisseur de l'éprouvette. Les éprouvettes sont rectifiées pour éliminer les défauts de surface (figure 2.3).

Le tableau 2.2 résume les épaisseurs des éprouvettes utilisées.

Eprouvettes	h [mm]	h [mm]
	ST1: [0/90/0/90/0/90/0/90] _s	ST2 : [0 ₄ / 90 ₄] _s
1	4,03	4,1
2	4,01	4,06
3	4	4,1
4	4	4,1

Tableau 2.2 : Epaisseurs des éprouvettes utilisées

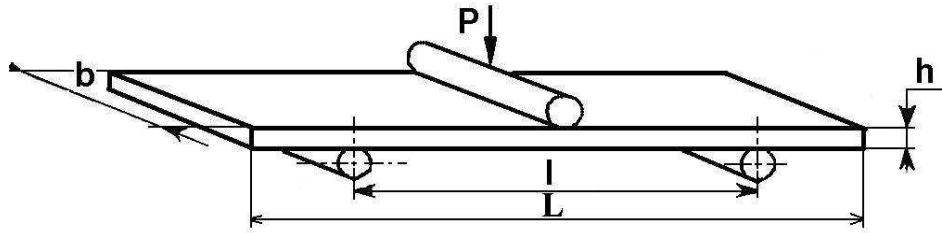


Figure 2.2 : Forme et dimensions des éprouvettes de flexion 3 points statique



Figure 2.3 : Rectification des éprouvettes

La figure 2.4 représente le principe d'essai, l'éprouvette est posée sur deux tiges cylindriques de cinq millimètres de rayon (pannes inférieures), la charge est appliquée au milieu de l'éprouvette à l'aide de la panne supérieure.

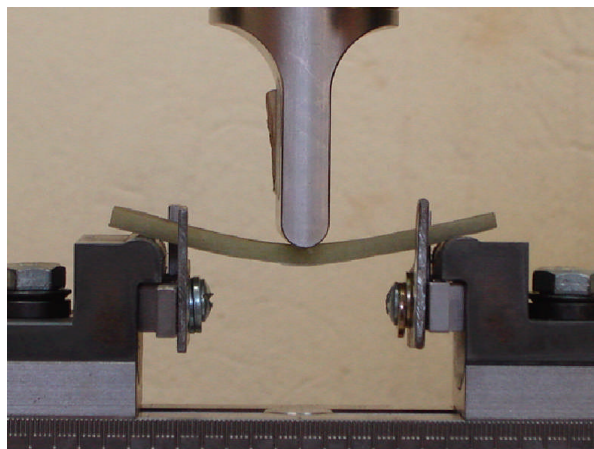


Figure 2.4 : Principe d'essai de flexion 3 points statique

2.4.2 – Résultats obtenus

Les courbes de comportement mécanique charge-déplacement obtenues en flexion 3 points statique pour les deux types de matériaux sont représentées sur les figures 2.5 et 2.6

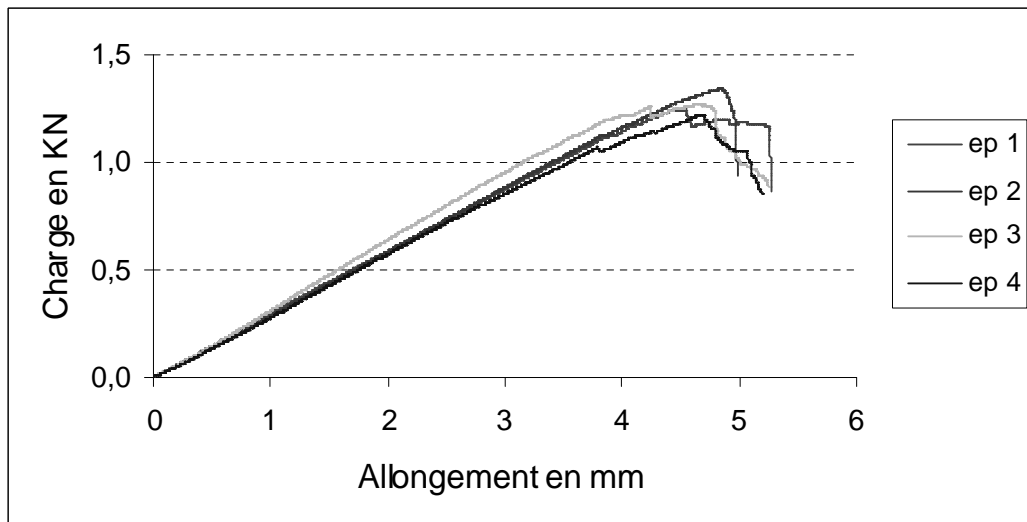


Figure 2.5 : Courbes de comportement expérimental charge-allongement en flexion 3 points statique du stratifié ST1 : $[0/90/0/90/0/90/0/90]_s$

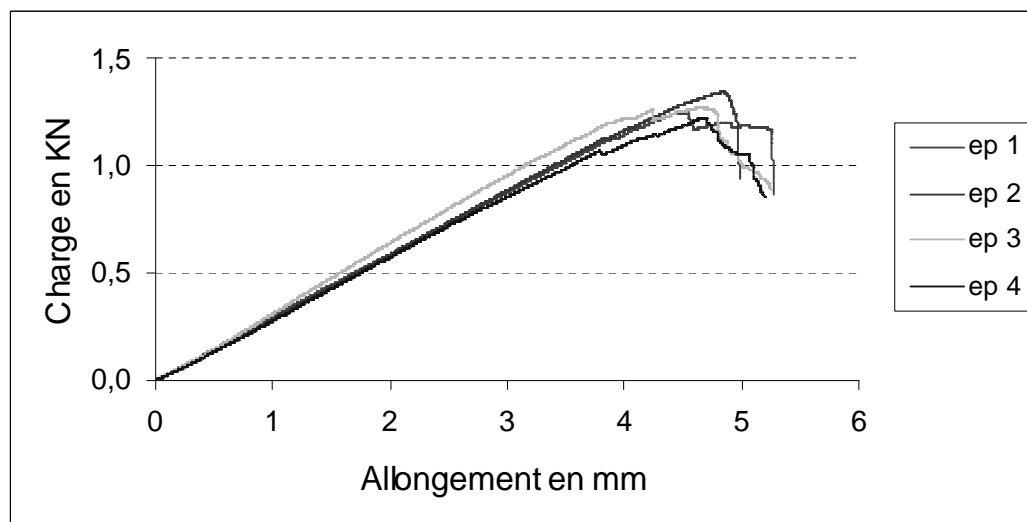


Figure 2.6 : Courbes de comportement expérimental charge-allongement en flexion 3 points statique du stratifié ST2 : $[0_4/90_4]_s$

La valeur de la flèche maximale au centre de l'éprouvette est égale à la valeur moyenne des flèches maximales correspondant aux charges maximales à la rupture.(tableau 2.3)

	ST1 : [0/90/0/90/0/90/0/90] _s	ST2 : [0 ₄ /90 ₄] _s
Charge appliqué (P en N)	1270	1250
Flèche au centre (Wc ,en mm)	4,67	4,66

Tableau 2.3 : Charge maximale à la rupture et flèche au centre de l'éprouvette des deux stratifiés

2.4.3 – Analyse des résultats

Le calcul des caractéristiques mécaniques en flexion 3 points statiques [19] est basé sur la relation (2.2) pour les contraintes à la rupture en flexion σ_f et par l'utilisation de la relation (2.3) pour la détermination des valeurs du module d'élasticité en flexion E_f .

où : L : longueur entre appui [mm] ; b : largeur de l'éprouvette [mm] ; h : l'épaisseur [mm] ;

$\varepsilon_{f1} = 0,05$; $\varepsilon_{f2} = 0,25$

ε_{fi} : déformation individuelle en flexion

$$S_i = \frac{\varepsilon_{fi} L^2}{6h} \quad (i = 1 ; 2) \quad (2.1)$$

S_i = flèche individuelle (mm)

$$\sigma_f = \frac{3FL}{2bh^2} \quad (2.2)$$

F : la charge appliqué correspondant à la flèche individuelle [N]

σ_{f1} : contrainte en flexion mesuré à la flèche S_1

σ_{f2} : contrainte en flexion mesuré à la flèche S_2

$$E_f = \frac{\sigma_{f2} - \sigma_{f1}}{\varepsilon_{f2} - \varepsilon_{f1}} \quad (2.3)$$

E_f : module de Young en flexion

Les résultats obtenus par l'application des relations (2.1), (2.2) et (2.3) sont représentés dans les tableaux 2.4 et 2.5.

N° Eprouvette	Epaisseur h(mm)	S ₁ (mm)	F ₁ (KN)	S ₂ (mm)	F ₂ (KN)	σ _{f1}	σ _{f2}	E _f
1.1	4,1	0,0926	0,026	0,463	0,13	10,44	52,20	20880
1.2	4,06	0,0935	0,0258	0,467	0,12	10,53	49,00	19235
1.3	4,1	0,0926	0,0233	0,463	0,116	9,36	46,58	18610
1.4	4,1	0,0926	0,0278	0,463	0,142	11,16	57,02	22930
moyenne	4,09	0,0928	0,0257	0,464	0,127	10,37	51,20	20413,75

Tableau 2.4 : Contraintes à la rupture et modules d'élasticités calculés en flexion trois points statique du stratifié ST1 : [0/90/0/90/0/90/0/90]_s

N° Eprouvette	Epaisseur h(mm)	S ₁ (mm)	F ₁ (KN)	S ₂ (mm)	F ₂ (KN)	σ _{f1}	σ _{f2}	E _f
2.1	4,03	0,0942	0,0328	0,4711	0,17	13,6	70,6	28500
2.2	4,01	0,09468	0,0304	0,4734	0,157	12,8	65,9	26550
2.3	4	0,0949	0,0323	0,4746	0,162	13,6	68,3	27350
2.4	4	0,0949	0,0294	0,4746	0,156	12,4	65,8	26700
moyenne	4,01	0,09467	0,0312	0,473	0,161	13,1	67,65	27275

Tableau 2.5 : Contraintes à la rupture et modules d'élasticités calculés en flexion trois points statique du stratifié ST2 : [0₄/90₄]_s

2.4.3.1 Point de vue comportement

Il ressort des résultats obtenus que les valeurs calculées de la contrainte à la rupture et des modules d'élasticité en flexion varient d'une éprouvette à l'autre (Tableau 2.6).

Contraintes à la rupture en flexion	Module d'élasticité Young en flexion
539 MPa pour le stratifié ST1	20413.75 MPa pour le stratifié ST1
505 MPa pour le stratifié ST2	27275 MPa pour le stratifié ST2

Tableau 2.6 : Contraintes à la rupture et modules d'élasticités en flexion des deux stratifiés

Les défauts d'élaboration (bulles, porosités) et de réalisation des éprouvettes (défauts de surfaces et de découpe) sont à l'origine de la dispersion des contraintes, tandis que la dispersion

constatée pour les valeurs du module d'élasticité, elle est attribuée à la diversité des microstructures (orientation des fibres) [22].

Nous pouvons constater que le stratifié ST2 $[0_4 / 90_4]_s$ possédant à l'extérieur 4 couches à 0° possède la plus grande rigidité et la faible tenue à la rupture. Ces résultats mettent en évidence un comportement linéaire élastique pour les deux matériaux ST1 et ST2, la création de premières microfissures et leurs coalescences conduisent à la rupture des éprouvettes.

2.4.3.2 Point de vue endommagement

L'analyse des mécanismes de rupture et d'endommagement observés après réalisation des essais a été faite par observation sous microscope optique (figure 2.7).

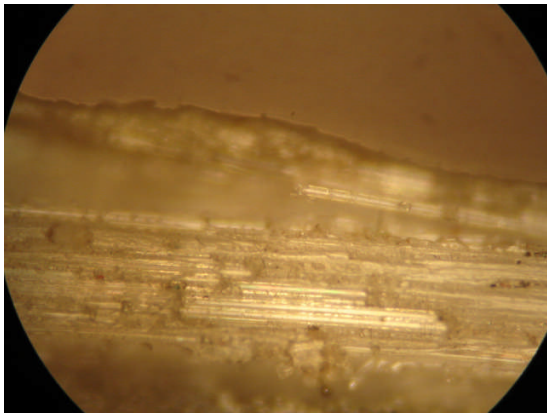


Figure 2.7 : Microscope optique

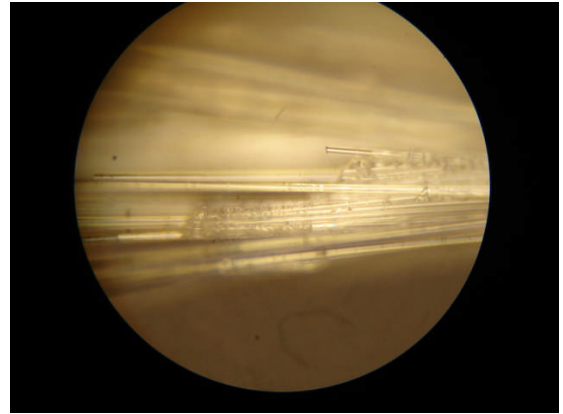
L'étude réalisée sur les deux matériaux a permis de distinguer quatre types d'endommagements (figures 2.8).

- la rupture des fibres
- la rupture de la matrice
- la rupture mixte des fibres : délaminage et transversale
- la rupture de l'interface fibre-matrice ou délaminage

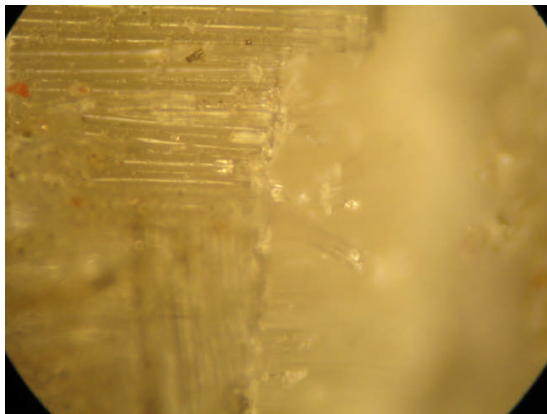
Do Not Copy



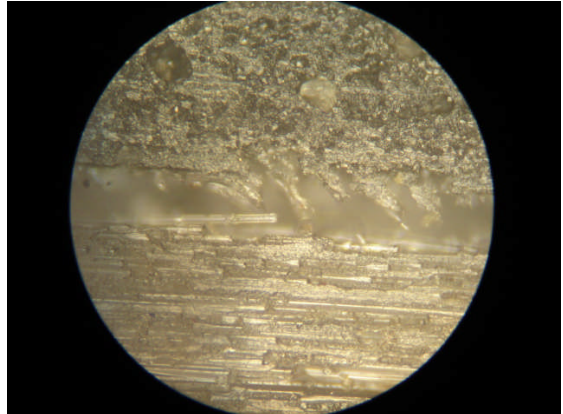
a) Rupture par délaminage des plis ST1 ; x 40 fois.



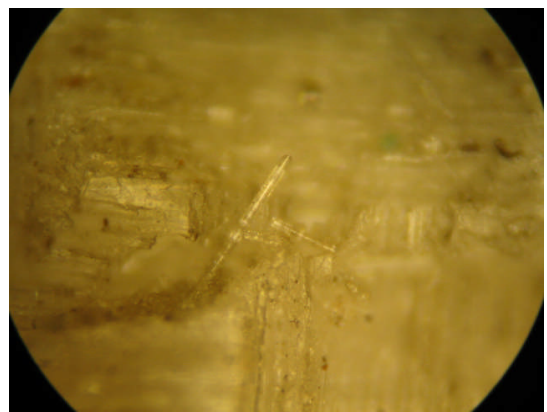
b) Rupture par délaminage des plis ST2 ; x 40 fois.



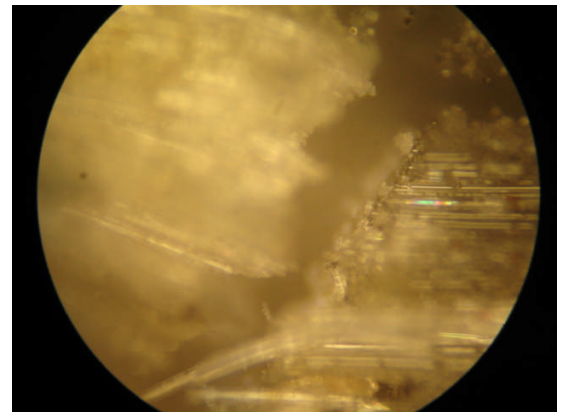
c) Rupture des fibres ST1 ; x 40 fois



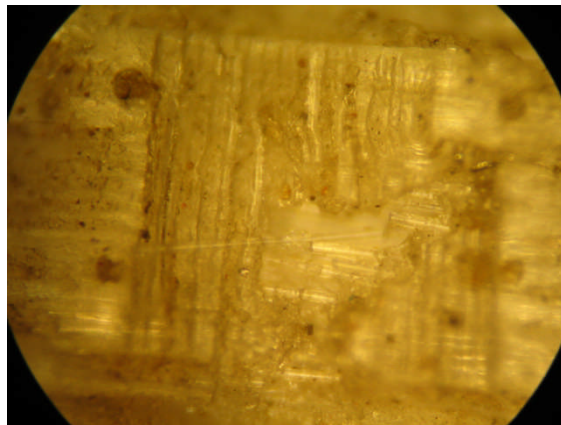
d) Rupture transversale des fibres et de la matrice ST2 ; x 40 fois



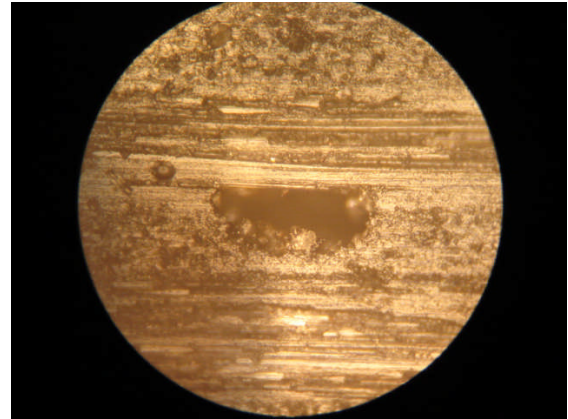
e) Rupture mixte : délaminage et transversale ST1 ; x 40 fois.



f) Rupture des fibres et de la matrice ST2 ; x 40 fois.



g) Rupture transversale des fibres et de la matrice ST1 ; x 40 fois



h) Rupture de la matrice ST2 ; x 40 fois

Figure 2.8 : Mécanismes de rupture d'endommagements observés après rupture des éprouvettes en flexion 3 points statique des deux stratifiés

2.5 ESSAIS DE FLEXION CYCLIQUE 3-POINTS

Les essais cycliques sont réalisés pour la détermination du comportement mécanique des matériaux pendant le cyclage (chargement- déchargement), ainsi la détermination de dégradation du module du matériau par la variation de la vitesse d'essai et du nombre de cycles.

L'essai de fatigue consiste à charger et décharger l'éprouvette jusqu'à un nombre de cycles défini (100,1000, 10000), avec des vitesses d'essais de (2, 10, 100 mm/min). Le niveau de chargement est fixé de 0,6 Fr (Fr : charge maximal à la rupture).

2.5.1 Conditions d'essais

Les essais cycliques sont réalisés sur la machine d'essais statique (figure 2.1). Les conditions d'essais sont représentées sur le tableau 2.7.

Force maximale (N)	Nombre de cycles	La vitesse d'essai (mm/min)
F _{max} = 0,6 Fr	100 cycles	2
		10
		100
	1000 cycles	2
		10
		100
	10000 cycles	2
		10
		100

Tableau 2.7 Conditions d'essais cycliques

2.5.2 Résultats obtenus

Pour ces essais, nous étudions l'influence de vitesse d'essai, le nombre de cycles ainsi que la séquence d'empilement sur l'évolution du module de flexion.

Les essais ont été menés en déplacement imposé à la fréquence de 50 Hz sur des éprouvettes identiques à celles utilisées pour les essais statiques.

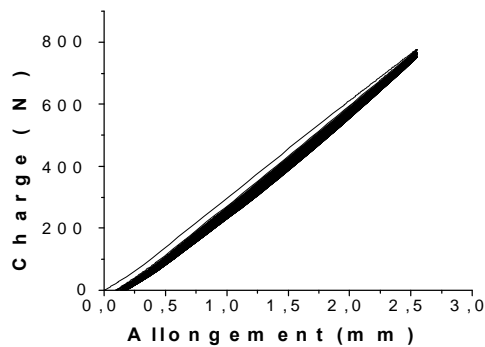
Pour une valeur de déplacement maximale de 2,54 mm pour le matériau ST1 $[0/90/0/90/0/90/0/90]_s$ et de 2,22 mm pour le matériau ST2 $[0_4/90_4]_s$.

Pour une valeur de 0,6 correspondant à la valeur du rapport R, les essais de fatigues ont été effectués pour trois vitesses 2, 10 et 100 mm/min pour les nombres de cycles (100,1000,10000).

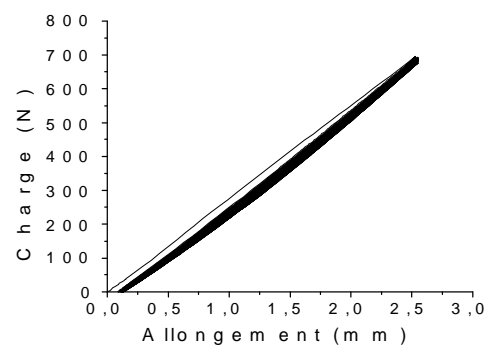
A fin de caractériser les performances des matériaux en fatigue, nous avons étudié l'évolution de la charge en fonction du nombre de cycles. Trois éprouvettes ont été testées pour chaque condition d'essai.

Les courbes de comportement mécanique charge - déplacement obtenues en flexion 3 points cyclique pour les deux matériaux sont représentées sur les figures 2.9 à 2.25.

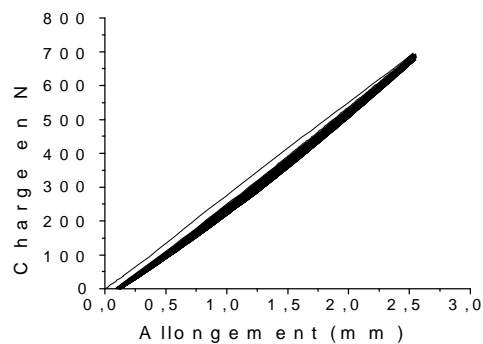
2.5.2.1 Stratifié ST1 $[0/90/0/90/0/90/0/90]_s$



(a)



(b)



(c)

Figure 2.9 Courbe charge - allongement pour ST1
(Nombre de cycles 100, Vitesse 2 mm/min)

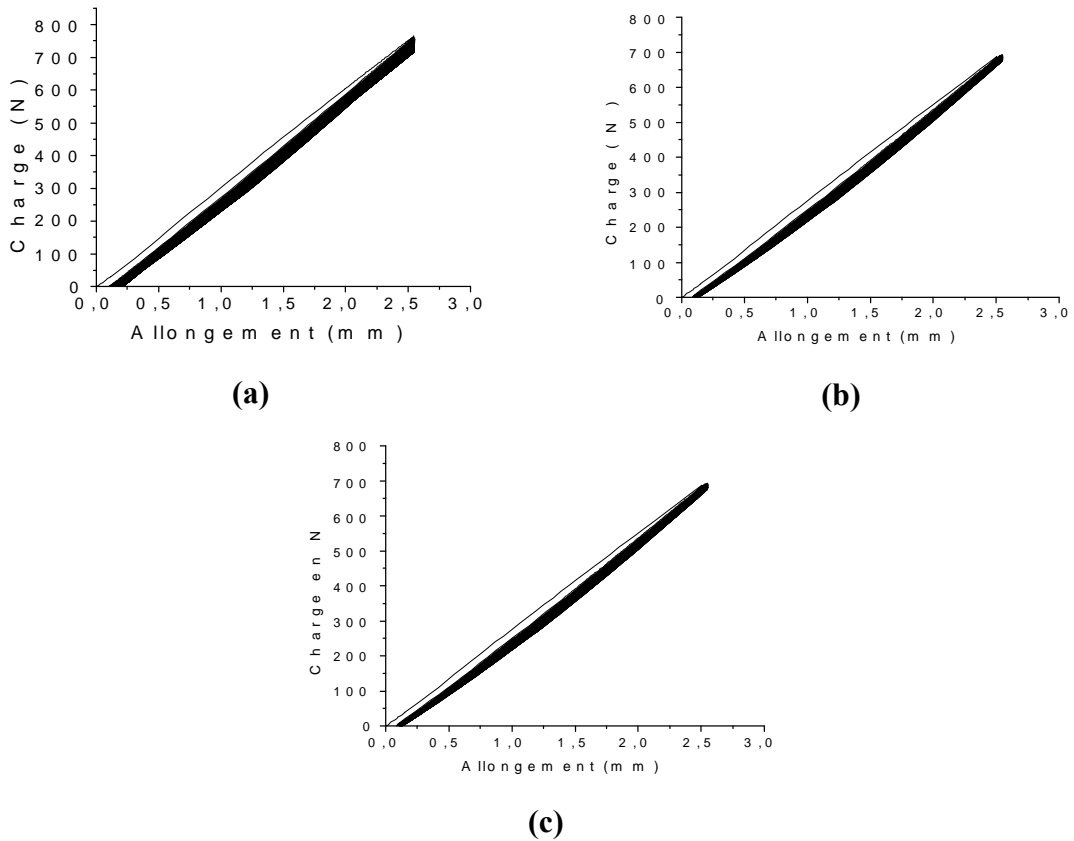
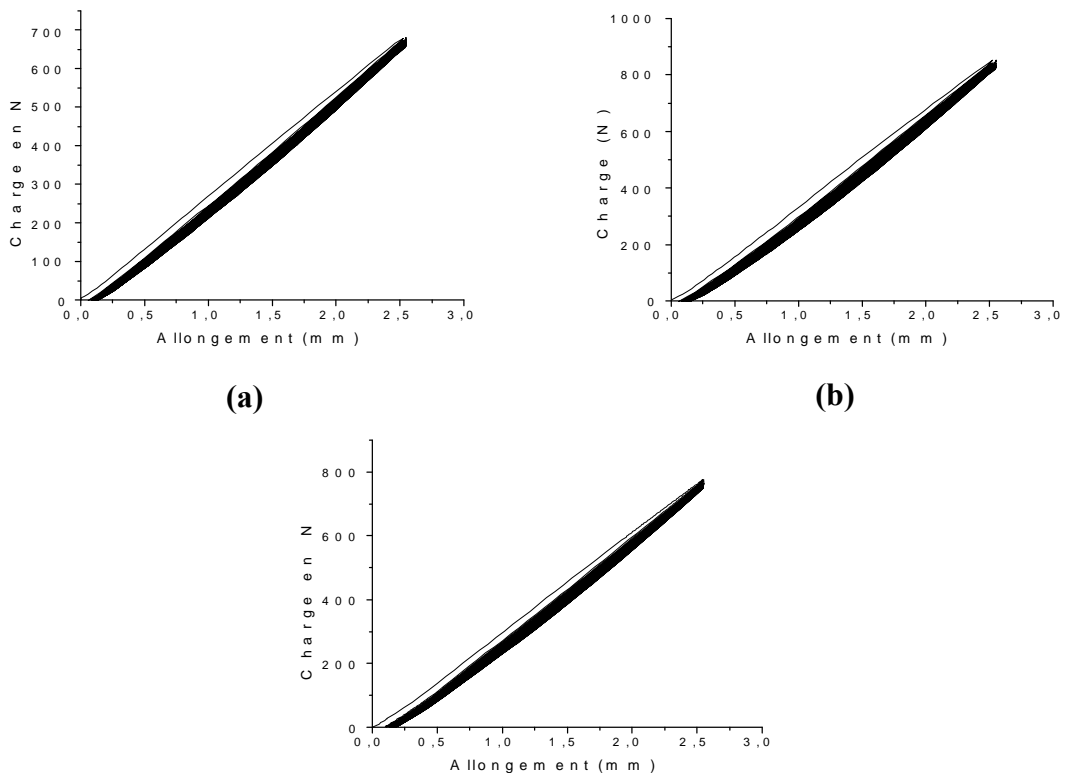
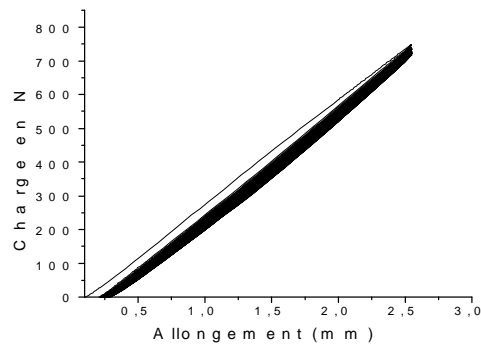
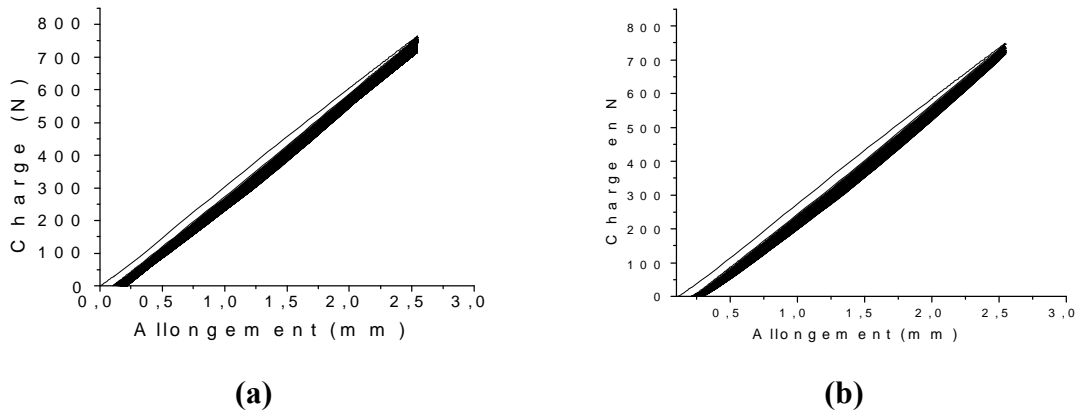


Figure 2.10 Courbe charge - allongement pour ST1
(Nombre de cycles 100, Vitesse 10 mm/min)

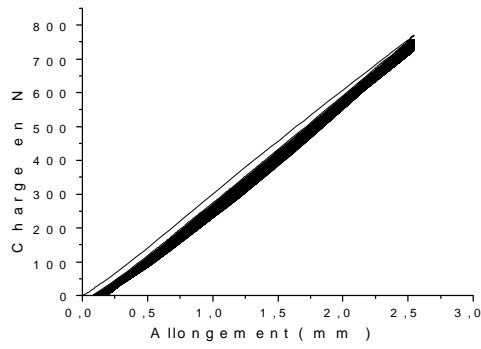
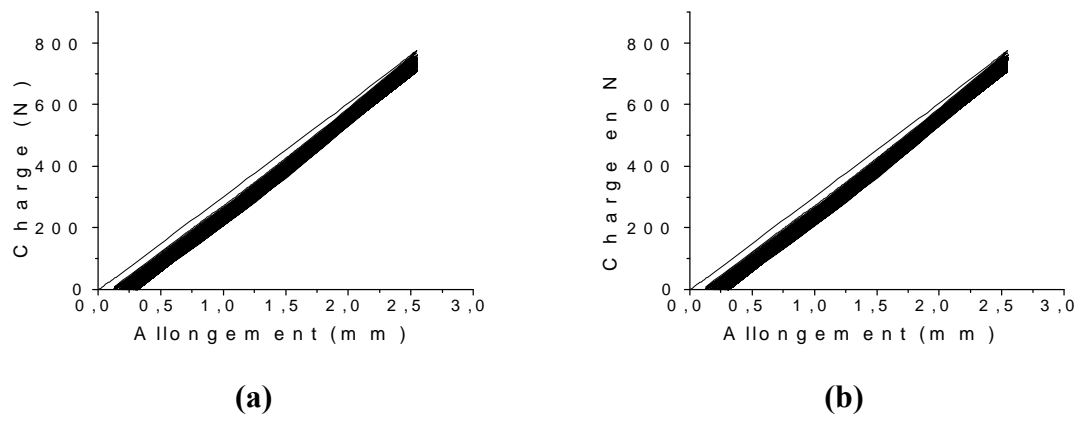


Do Not Copy

(c)
Figure 2.11 Courbe charge - allongement pour ST1
 (Nombre de cycles 100, Vitesse 100 mm/min)



(c)
Figure 2.12 Courbe charge - allongement pour ST1
 (Nombre de cycles 1000, Vitesse 2 mm/min)



(c)

Do Not Copy

Figure 2.13 Courbe charge - allongement pour ST1
(Nombre de cycles 1000, Vitesse 10 mm/min)

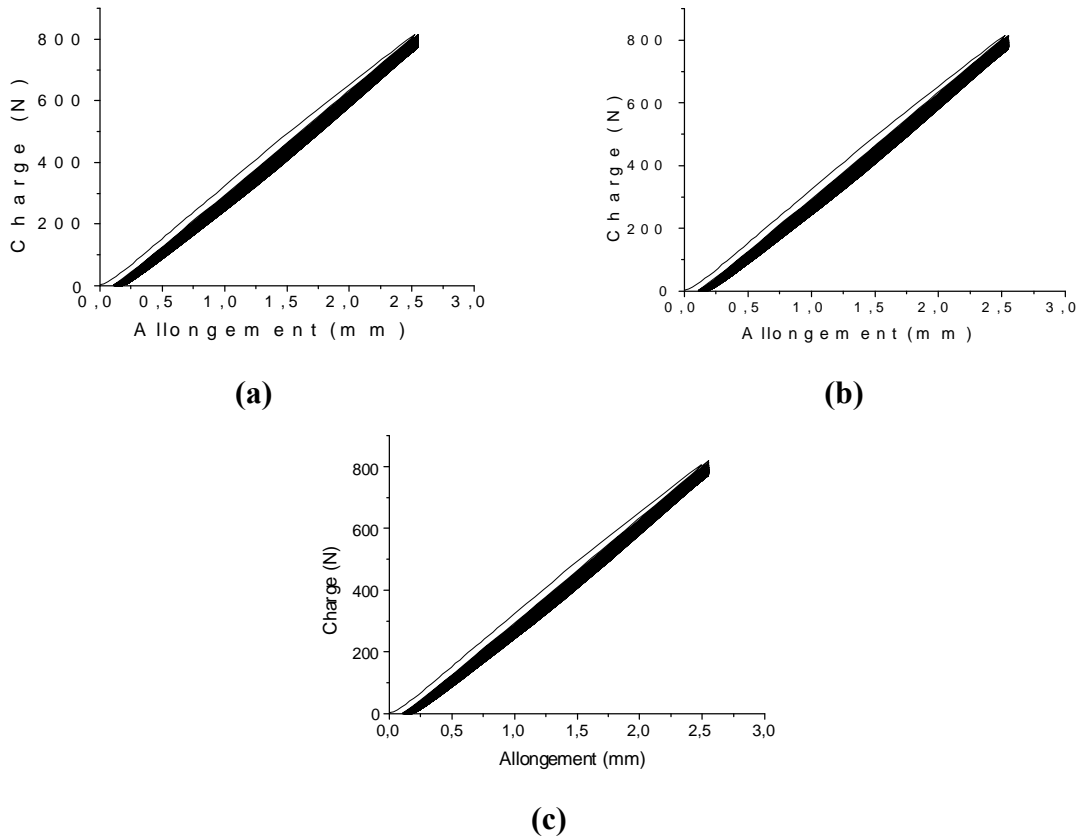
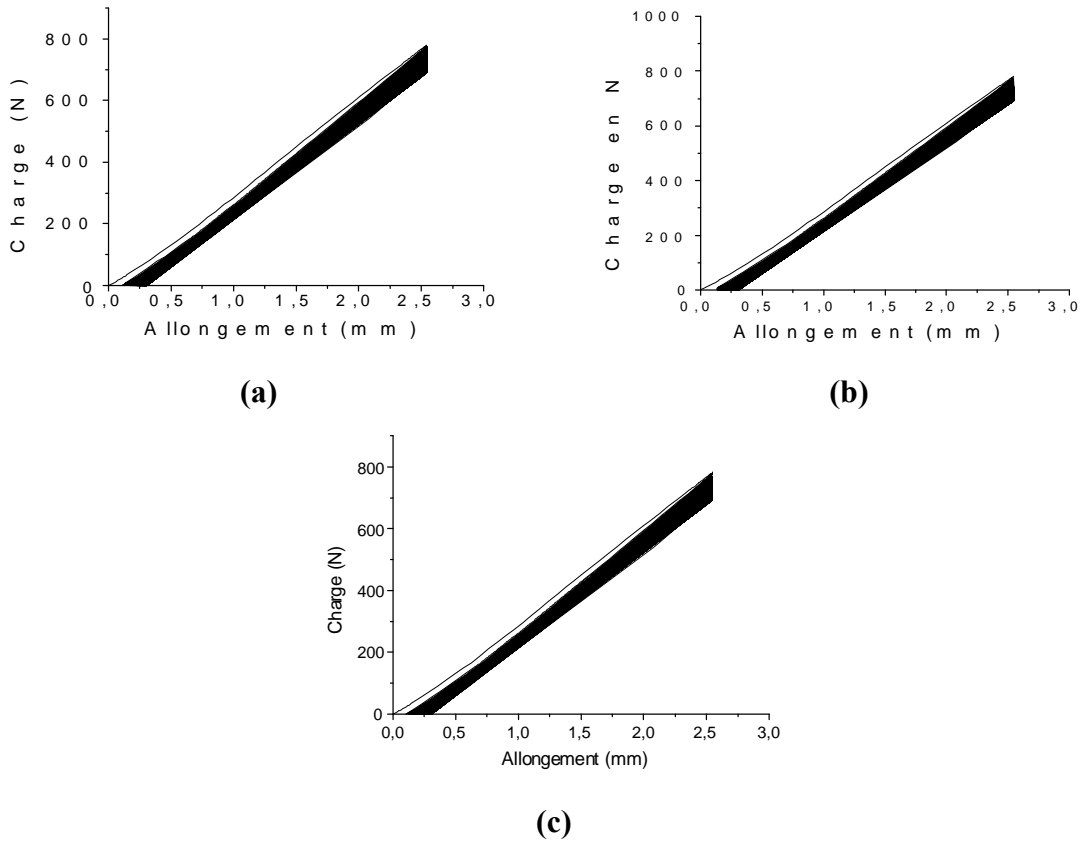


Figure 2.14 Courbe charge - allongement pour ST1
(Nombre de cycles 1000, Vitesse 100 mm/min)



Do Not Copy

Figure 2.15 Courbe charge - allongement pour ST1
(Nombre de cycles 10000, Vitesse 10 mm/min)

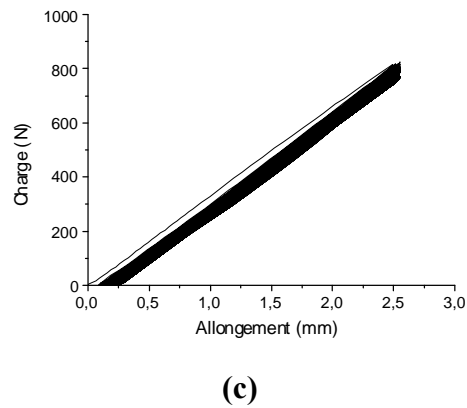
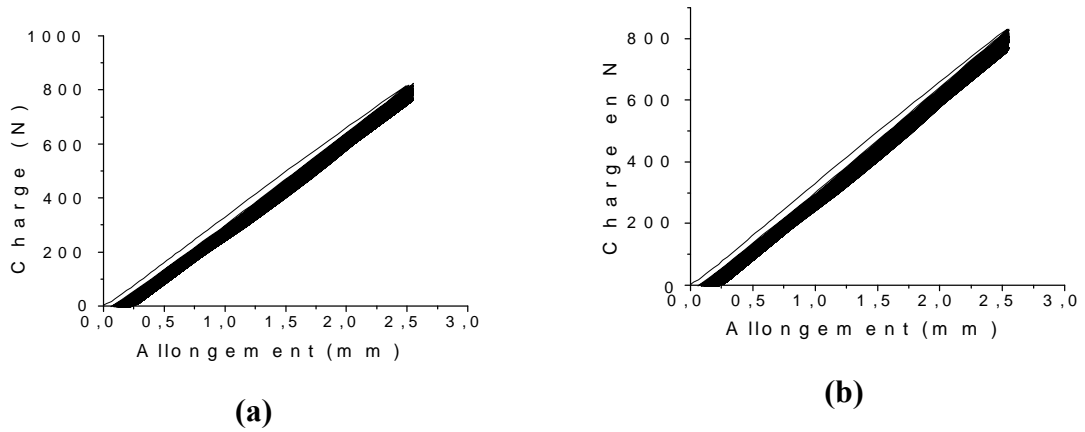


Figure 2.16 Courbe charge - allongement pour ST1
(Nombre de cycles 10000, Vitesse 100 mm/min)

2.5.2.2 Stratifié ST2 [0₄/90₄]_s

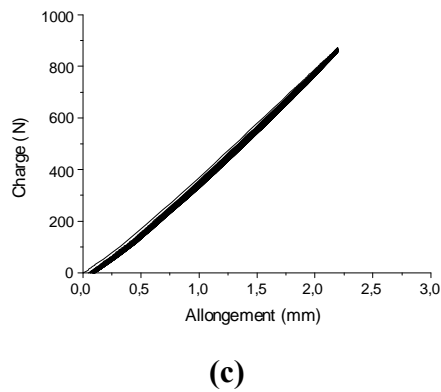
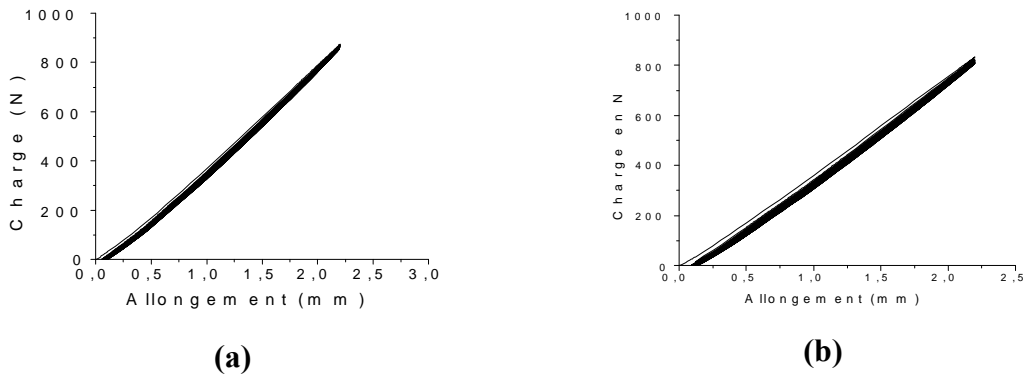
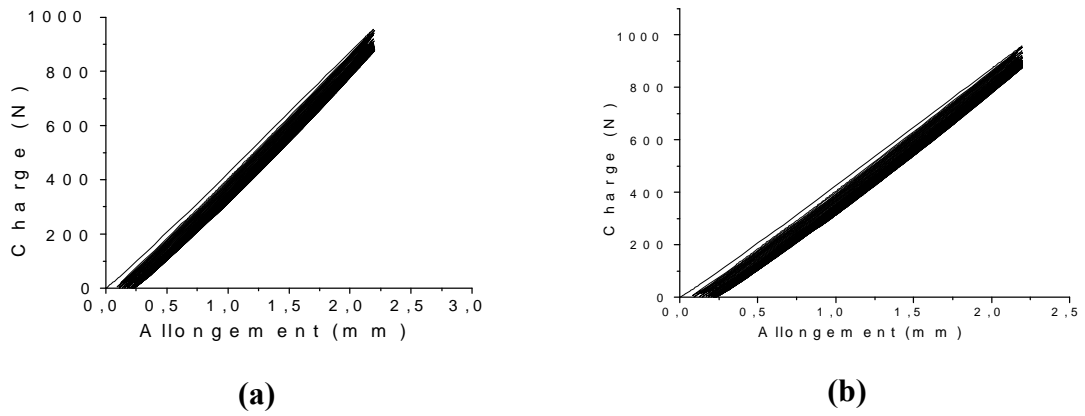
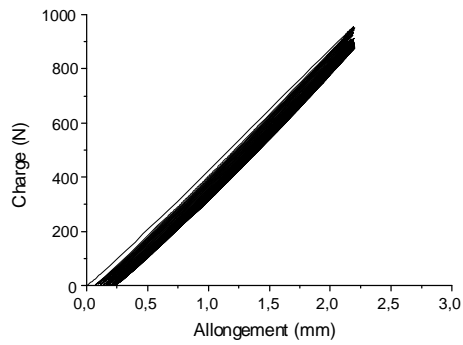


Figure 2.17 Courbe charge - allongement pour ST 2
(Nombre de cycles 100, Vitesse 2 mm/min)



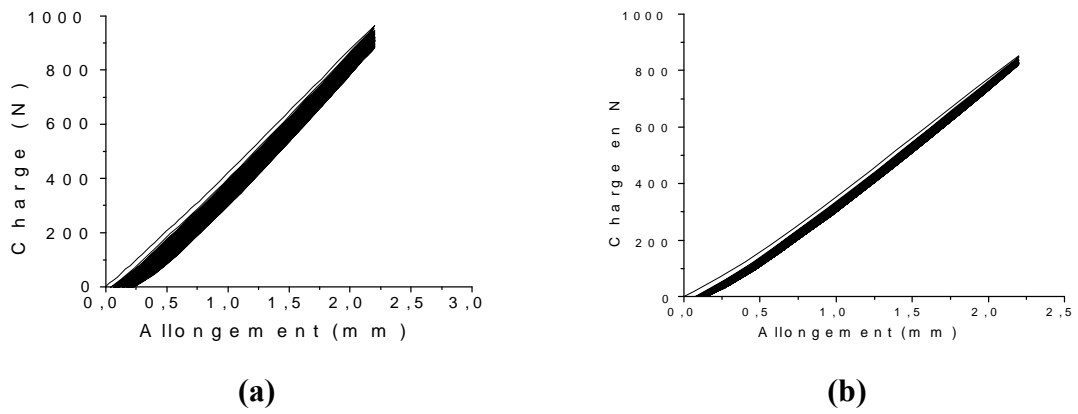
(a)

(b)



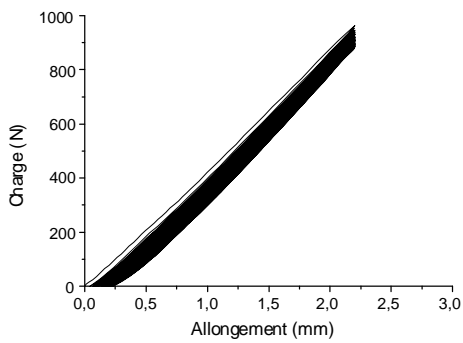
(c)

Figure 2.18 Courbe charge - allongement pour ST 2
(Nombre de cycles 100, Vitesse 10 mm/min)



(a)

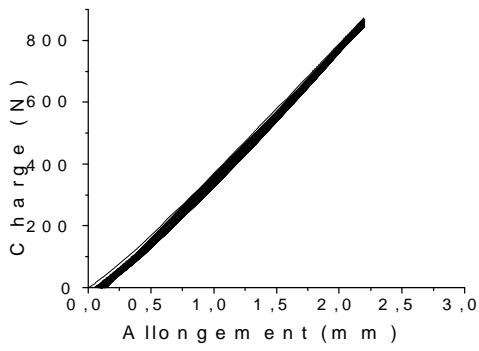
(b)



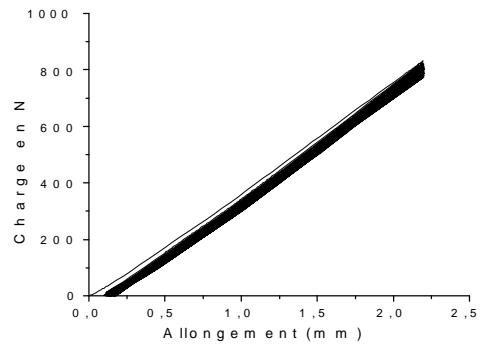
(c)

Do Not Copy

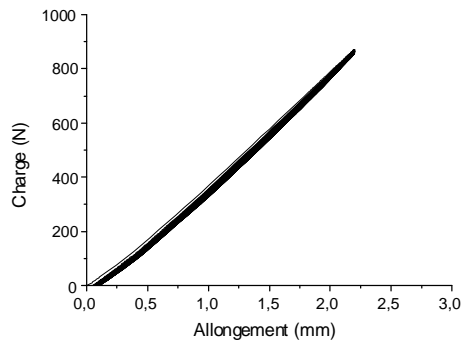
Figure 2.19 Courbe charge - allongement pour ST 2
(Nombre de cycles 100, Vitesse 100 mm/min)



(a)

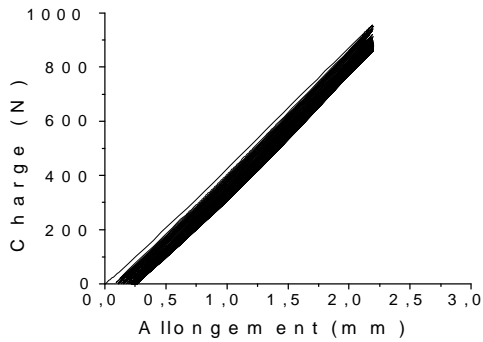


(b)

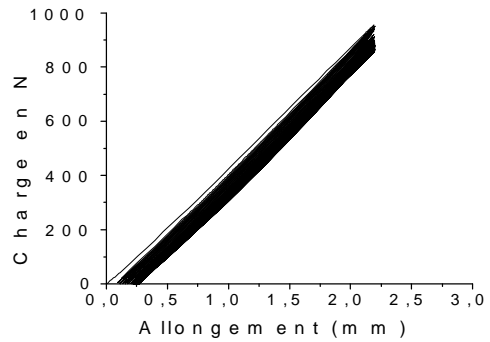


(c)

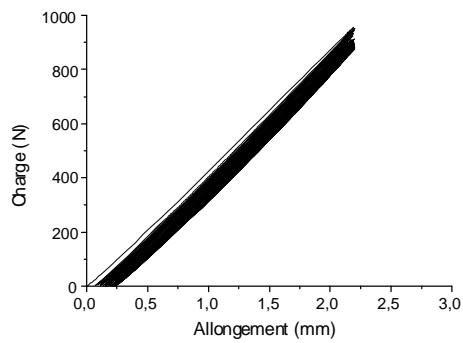
Figure 2.20 Courbe charge - allongement pour ST 2
(Nombre de cycles 1000, Vitesse 2 mm/min)



(a)



(b)



(c)

Do Not Copy

Figure 2.21 Courbe charge - allongement pour ST 2
(Nombre de cycles 1000, Vitesse 10 mm/min)

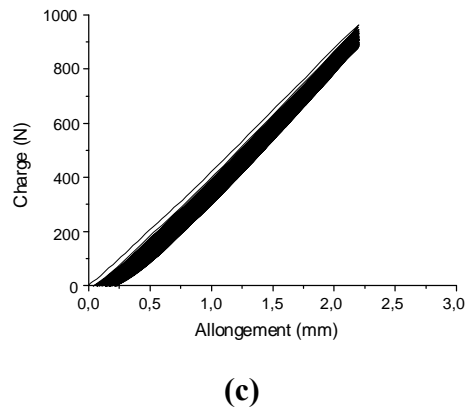
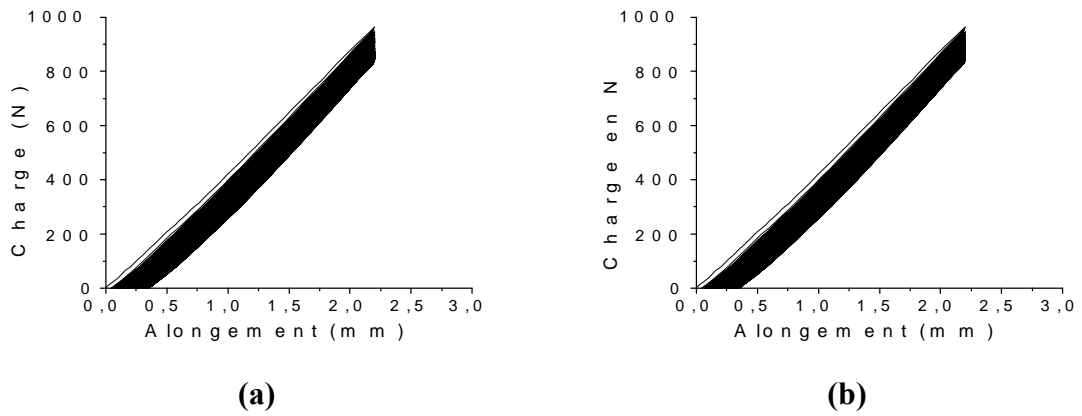


Figure 2.22 Courbe charge - allongement pour ST 2
(Nombre de cycles 1000, Vitesse 100 mm/min)

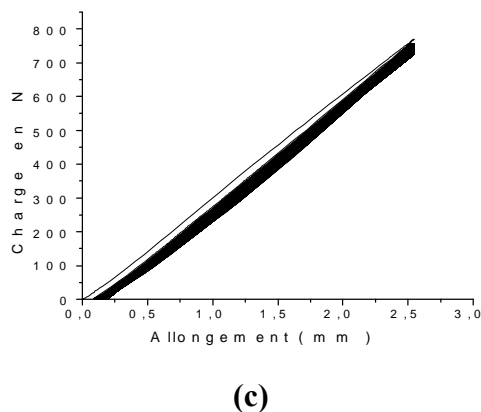
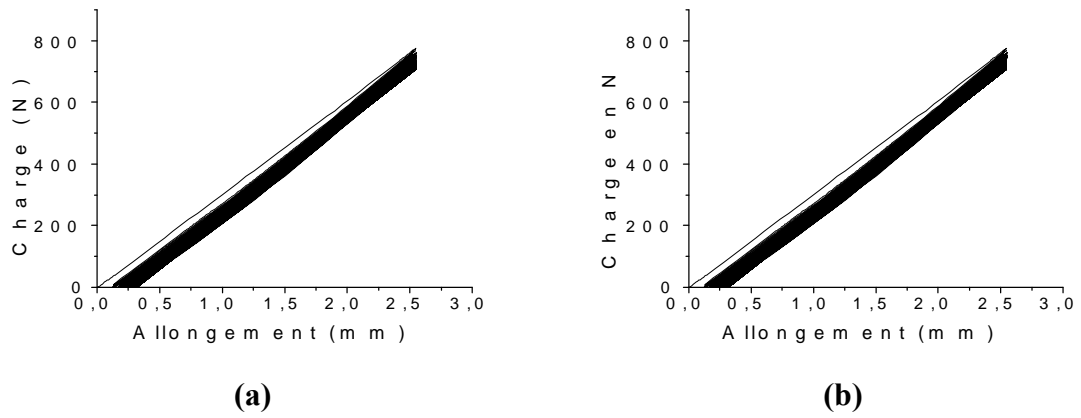
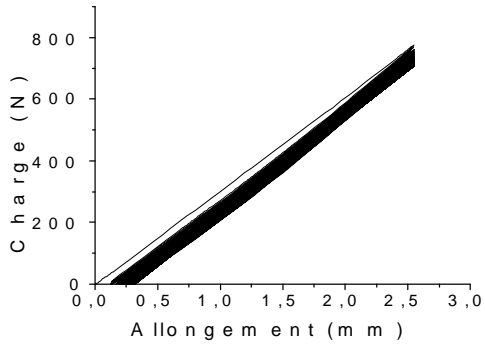


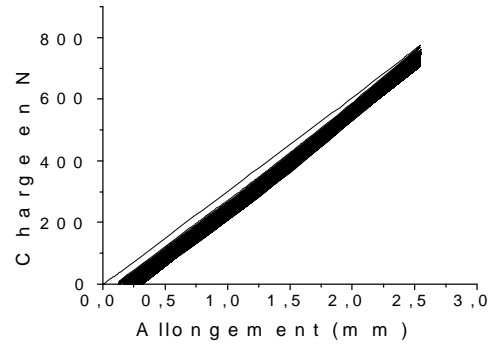
Figure 2.23 Courbe charge - allongement pour ST 2

Do Not Copy

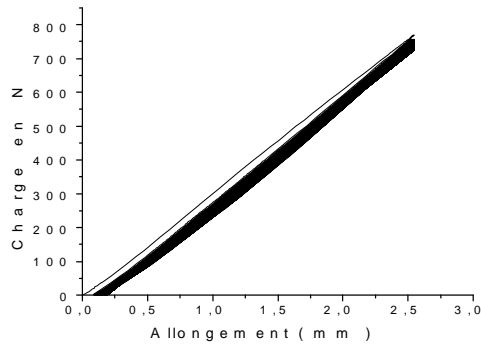
(Nombre de cycles 10000, Vitesse 2 mm/min)



(a)

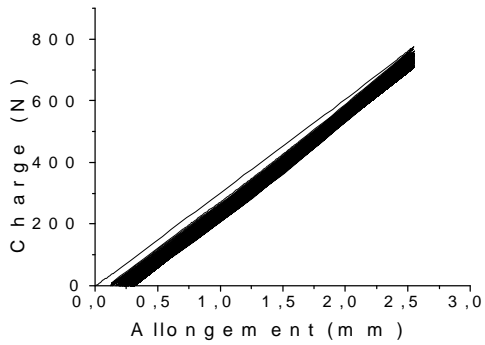


(b)

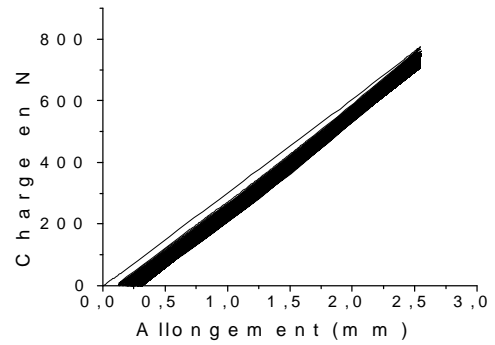


(c)

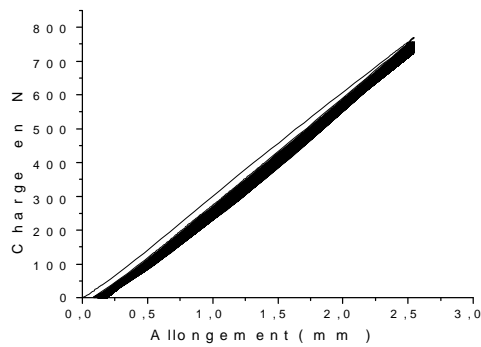
Figure 2.24 Courbe charge - allongement pour ST 2
(Nombre de cycles 10000, Vitesse 10 mm/min)



(a)



(b)



(c)

Do Not Copy

Figure 2.25 Courbe charge - allongement pour ST 2
(Nombre de cycles 10000, Vitesse 100 mm/min)

2.5.3 Analyse des Résultats

2.5.3.1 Influence de la vitesse d'essai sur l'évolution du module de flexion

2.5.3.1.1 Stratifié ST1 [0/90/0/90/0/90/0/90]s

Pour le matériau ST1 [0/90/0/90/0/90/0/90]s, le module de flexion diminue d'une manière relative à la croissance de la vitesse d'essai, cette remarque est plus visible avec l'augmentation du nombre de cycle.(figure 2.26 à 2.28)

La perte de rigidité du matériau se déroule en trois phases, dans un premier temps se manifeste une diminution brutale dès les premiers cycles, la diminution devient très lente et stable dans la deuxième phase et en fin dans la troisième phase, la perte de rigidité s'accélère rapidement quand le nombre de cycle atteint à 10000 cycles.

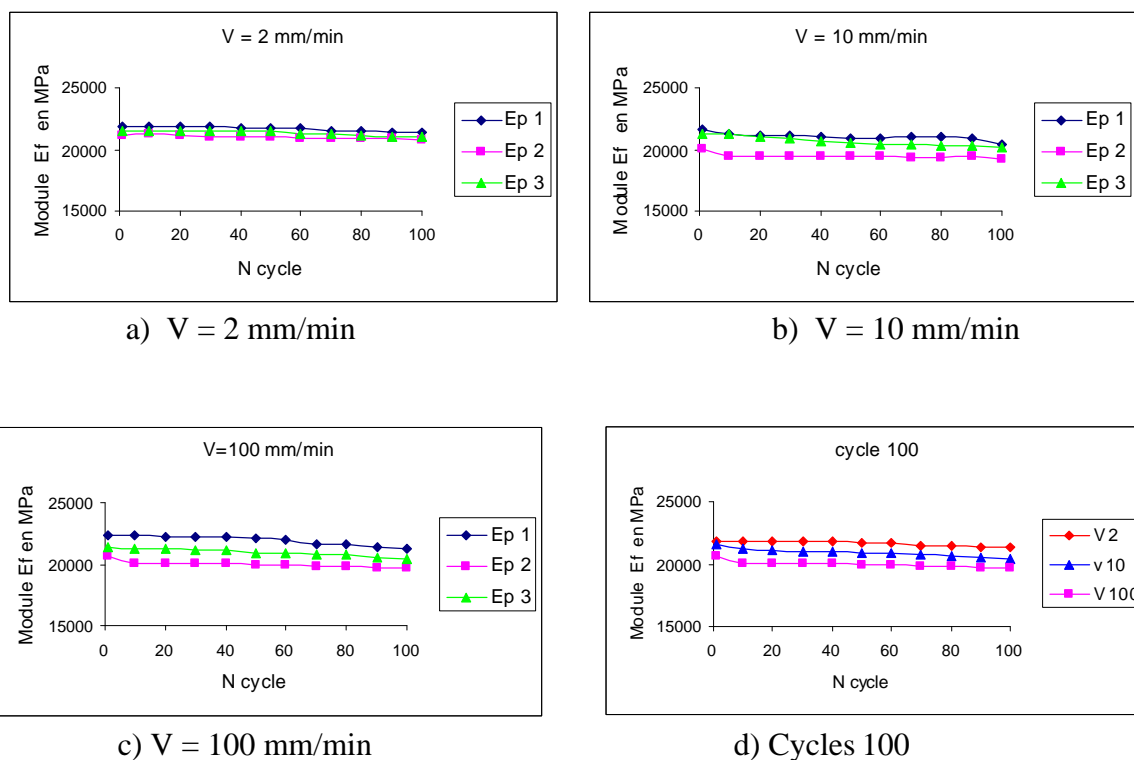


Figure 2.26 Influence de la vitesse d'essai sur l'évolution du module de flexion pour ST1, pour N = 100 cycles

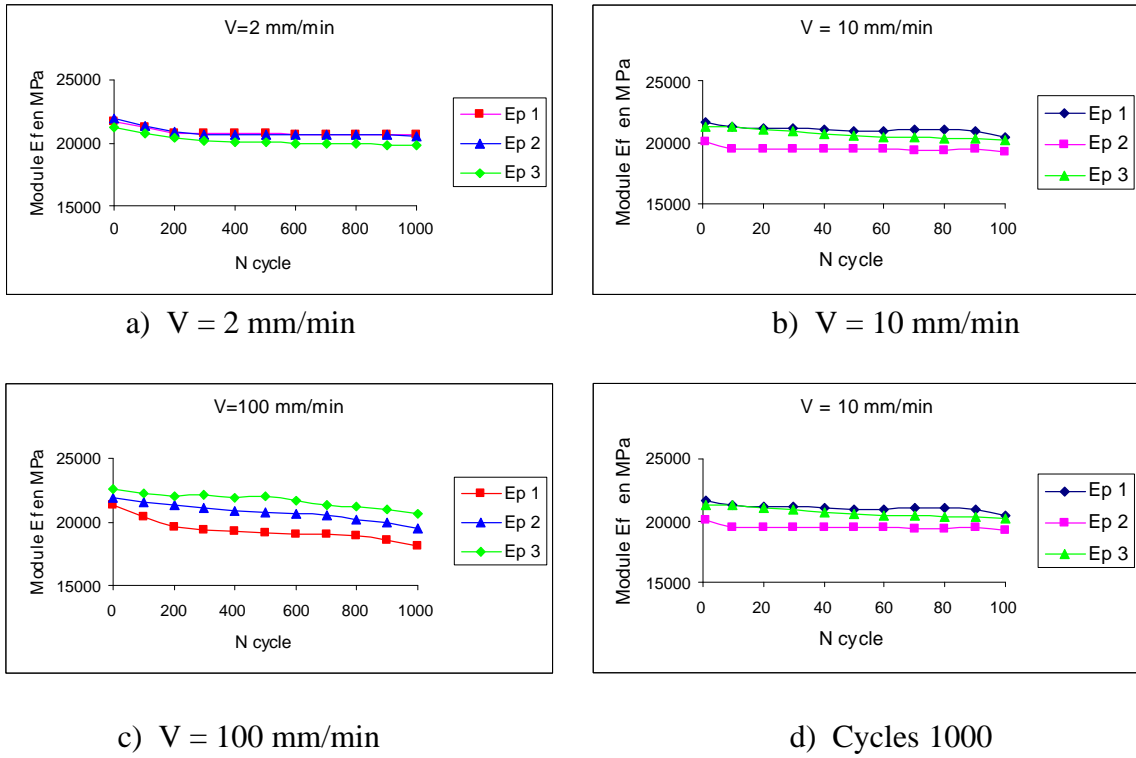


Figure 2.27 Influence de la vitesse d'essai sur l'évolution du module de flexion pour ST1, pour N = 1000 cycles

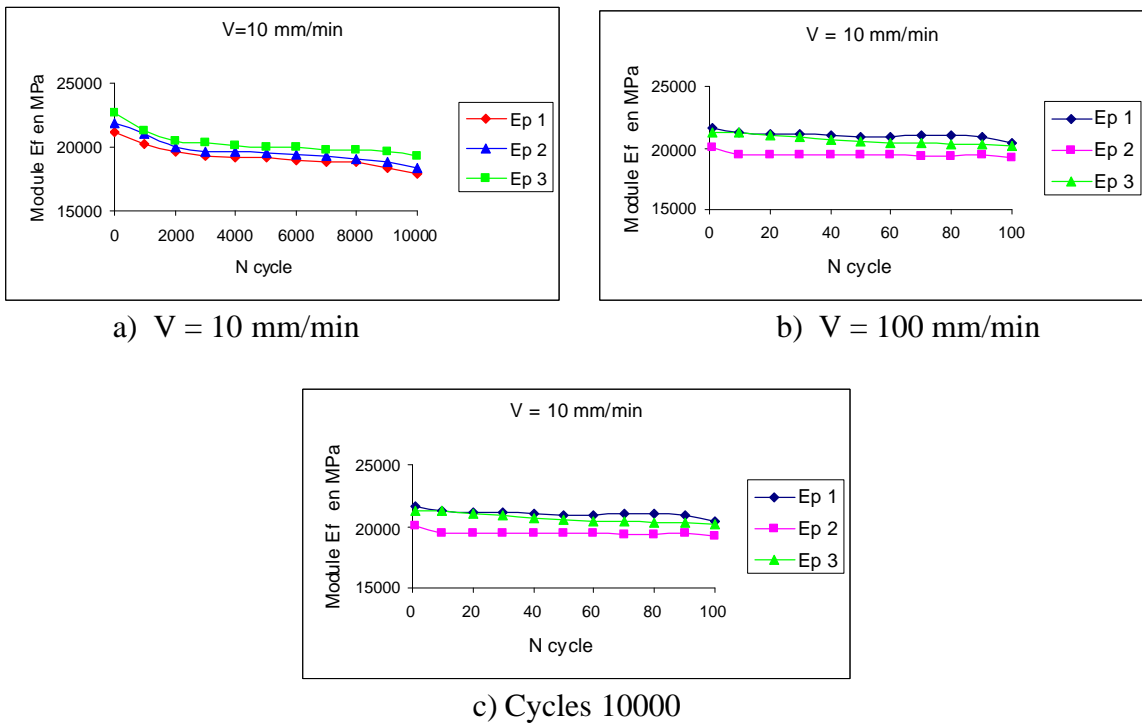
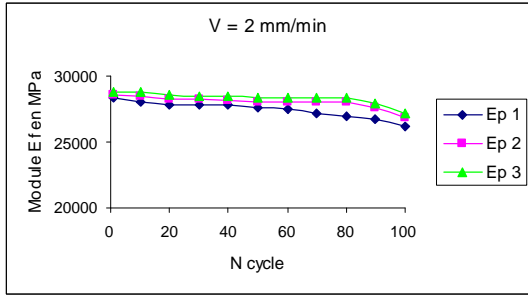


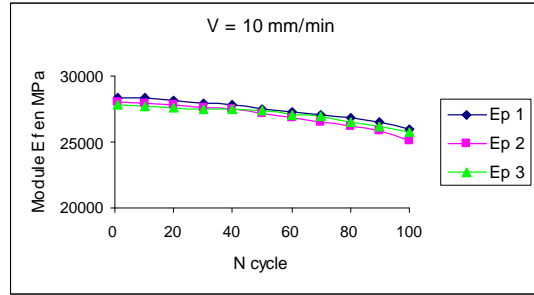
Figure 2.28 Influence de la vitesse d'essai sur l'évolution du module de flexion pour ST1, pour N = 10000 cycles

2.5.3.1.2 Stratifié ST 2 [0₄/90₄]_s

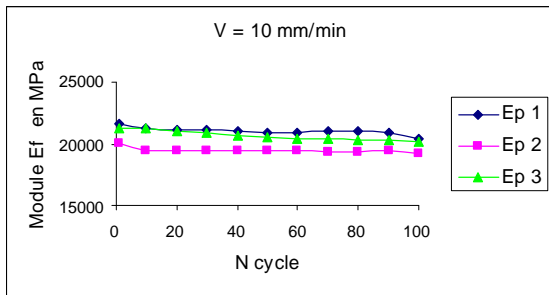
La dégradation du module de flexion est plus remarquable pour le matériau ST 2 [0₄/90₄]_s. Pour une vitesse d'essai assez élevée, la perte de rigidité est importante avec la croissance du nombre de cycle. (figure 2.29 à 2.31)



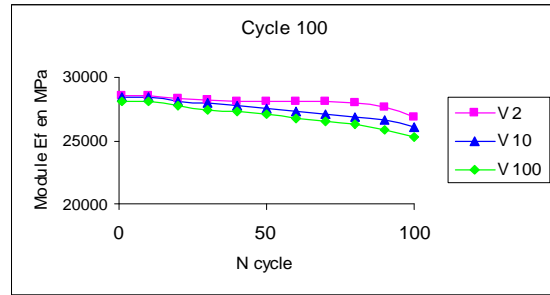
a) V = 2 mm/min



b) V = 10 mm/min

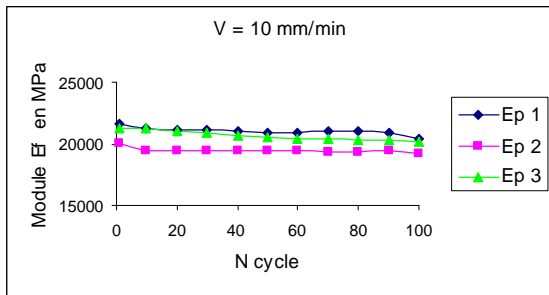


c) V = 100 mm/min

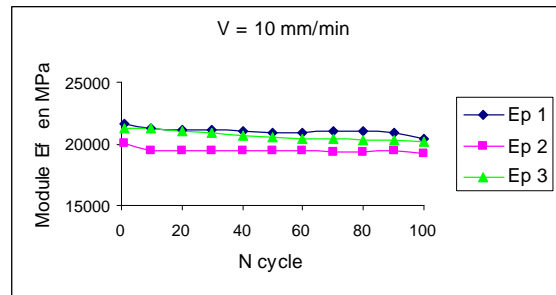


d) Cycles 100

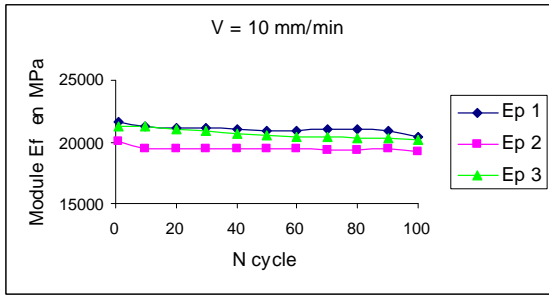
Figure 2.29 Influence de la vitesse d'essai sur l'évolution du module de flexion pour ST 2 , pour N = 100 cycles



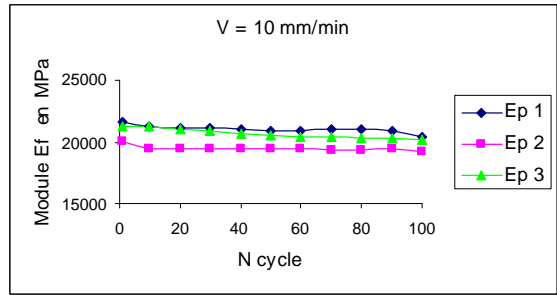
a) V = 2 mm/min



b) V = 10 mm/min

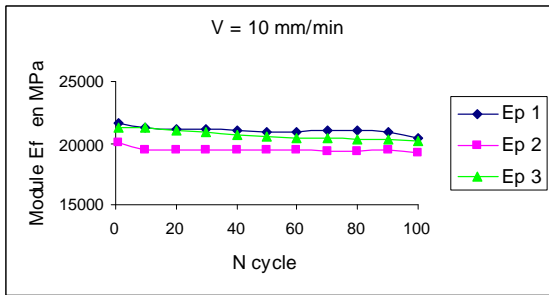


c) V = 100 mm/min

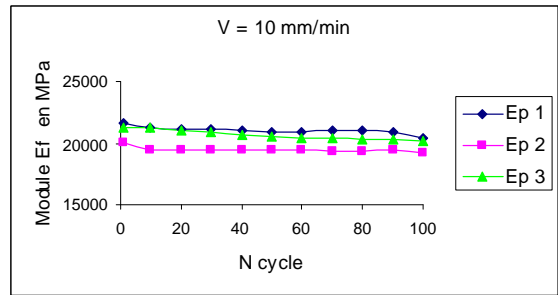


d) Cycles 1000

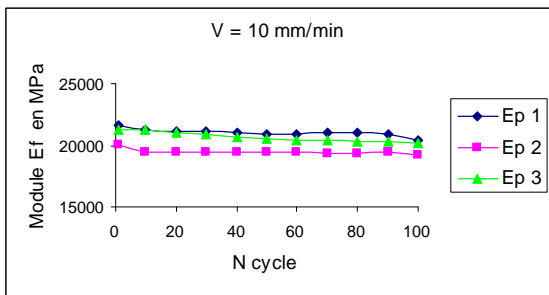
Figure 2.30 Influence de la vitesse d'essai sur l'évolution du module de flexion pour ST 2 , pour N = 1000 cycles



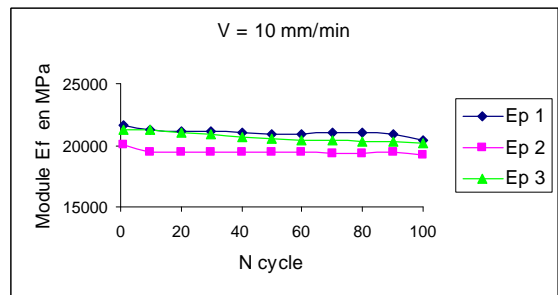
a) V = 2 mm/min



b) V = 10 mm/min



d) V = 100 mm/min



c) Cycles 10000

Figure 2.31 Influence de la vitesse d'essai sur l'évolution du module de flexion pour ST 2 , pour N = 10000 cycles

2.5.3.2 Influence de la séquence d'empilement sur la dégradation du module de flexion

L'analyse des résultats des essais de fatigue menés sur les deux types de stratifiés, ST1 et ST2, montre l'influence de la séquence d'empilement.

Dans le cas des essais à 100 cycles (figure 2.32), il y a une certaine stabilisation du module de flexion pour les deux matériaux pour les différent vitesses d'essais.

Lors des premiers cycles pour les essais de longue durée (1000 cycles) (figure 2.33), la dégradation du module de flexion est plus rapide pour le matériau ST1 que pour le matériau ST2, après le cycle 100 le module de flexion s'oriente vers une stabilisation, cette remarque est plus visible pour le matériau ST1.

Pour les essais à 10000 cycles (figure 2.34), le module de flexion diminue d'une manière plus rapide pour le matériau ST2 par rapport au matériau ST1, la perte de rigidité est importante et plus remarquable pour ST2.

Nous constatons que la résistance à la fatigue augmente lorsque les plis à 0° et les plis à 90° sont alternés.

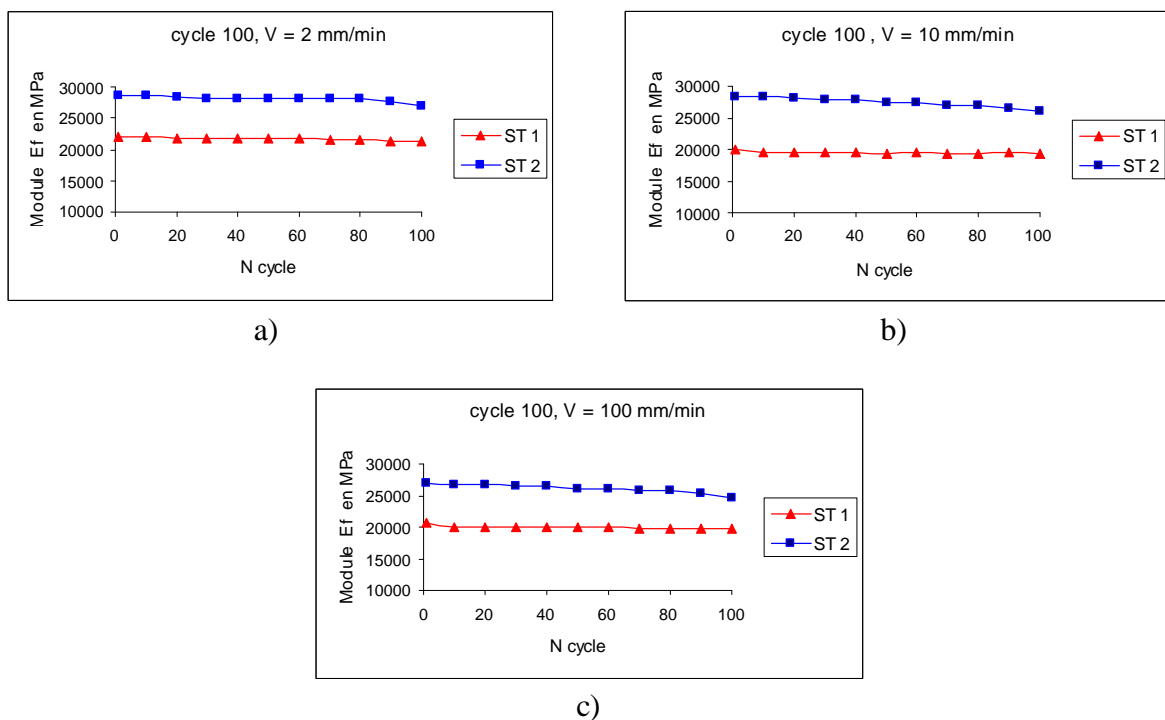


Figure 2.32 Influence de la séquence d'empilement sur l'évolution du module de flexion

(Nombre de cycles 100)

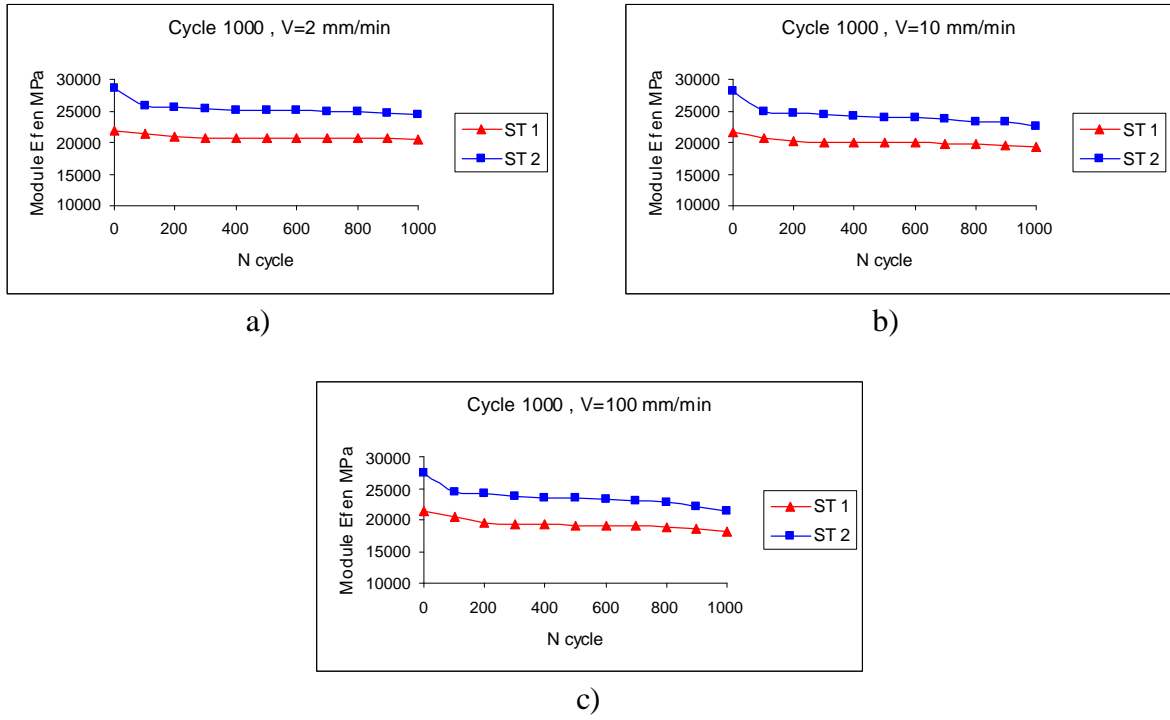


Figure 2.33 Influence de la séquence d'empilement sur l'évolution du module de flexion (Nombre de cycles 1000)

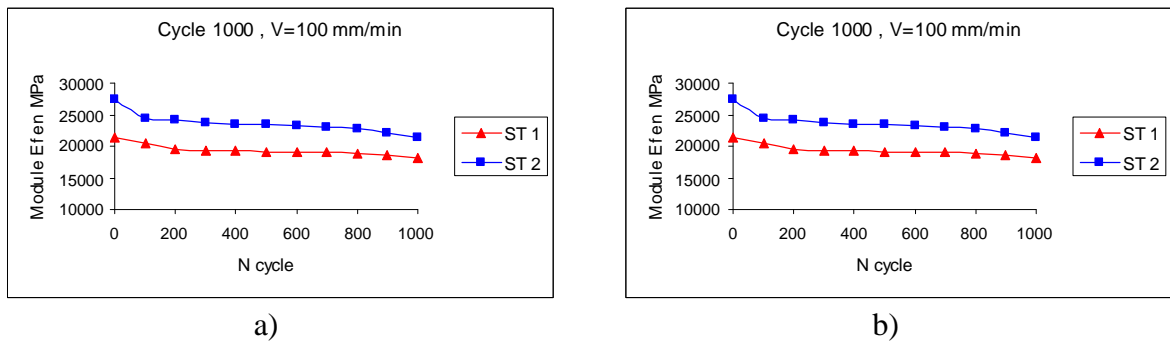


Figure 2.34 Influence de la séquence d'empilement sur l'évolution du module de flexion (Nombre de cycles 10000)

2.6 Conclusion

L'étude statique a permis de déterminer les caractéristiques mécaniques des matériaux étudiés ainsi que les modes de rupture.

Dans l'étude en flexion 3 points cyclique, la perte de rigidité des matériaux se déroule en trois phases : diminution brutale dès les premiers cycles, diminution lente et stable , et accélération rapide quand le nombre de cycle atteint à 10000 cycles.

Le module de flexion diminue d'une manière relative à la croissance de la vitesse d'essai, la perte de rigidité est importante avec la croissance du nombre de cycle pour une vitesse d'essai assez élevée.

L'orientation des plis a une influence sur la résistance à la fatigue, cette dernière augmente lorsque les plis à 0° et les plis à 90° sont alternés.

CHAPITRE 3

Calculs numérique

et de structures

des stratifiés composites

3.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés aux calculs numérique et de structures des deux matériaux étudiés soumis à la flexion 3 points statique.

Devant la difficulté de mener à bien les travaux expérimentaux pour des raisons surtout de lourdeur de moyens d'expériences; il serait plus judicieux de s'orienter vers les méthodes numériques lesquelles restent, après vérification, très efficaces .

Ainsi, en se basant sur les principales relations développées lors de la formulation théorique du comportement mécanique des stratifiés, un programme de calcul avec ses différentes étapes a été mis au point. Ce programme est validé sur des exemples pris dans la littérature [1], puis appliquer aux matériaux considérés.

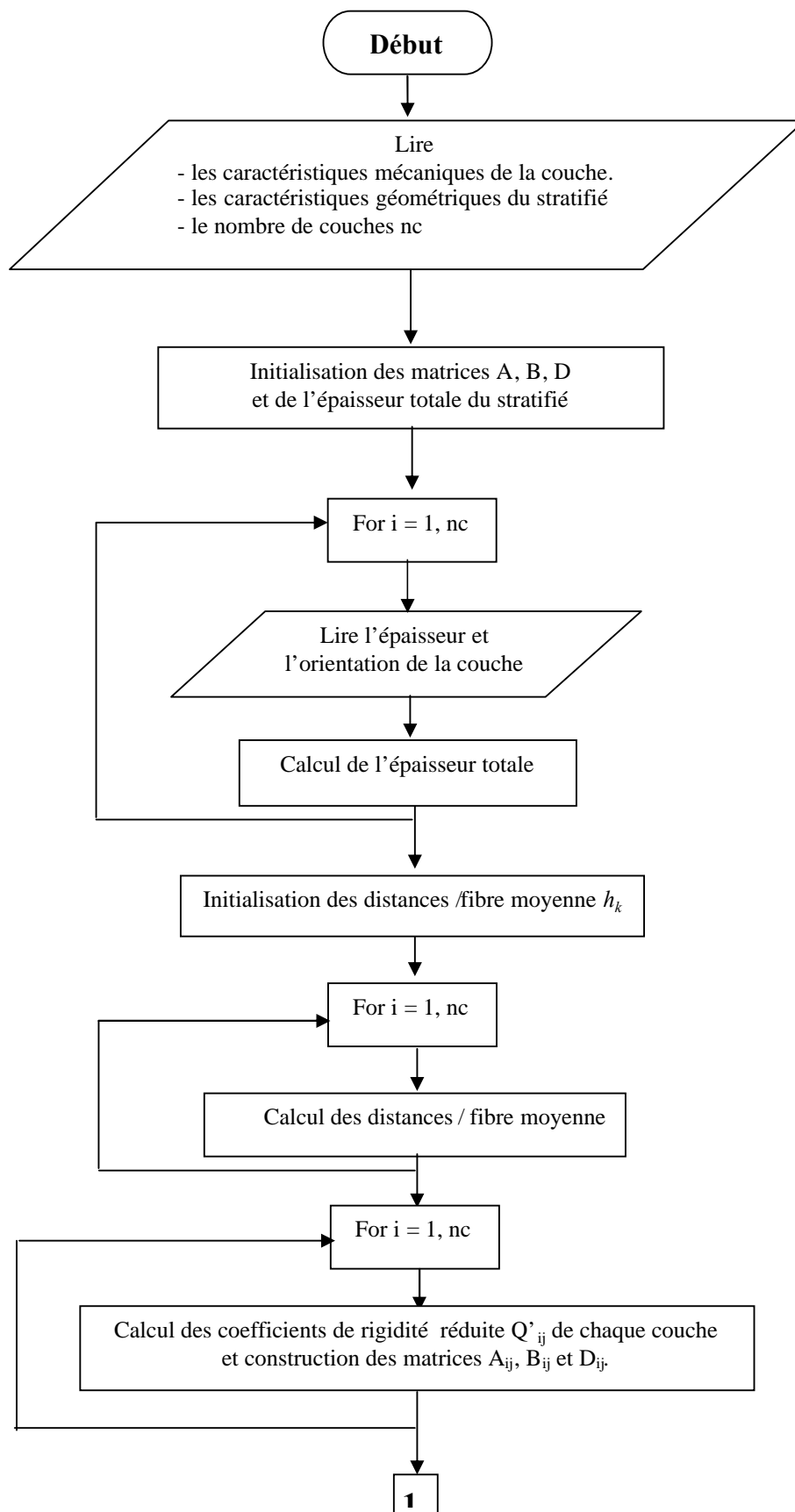
Ensuite, nous avons comparé nos résultats à ceux obtenus sur ces mêmes stratifiés en calcul de structures par éléments finis sous **I-DEAS** .

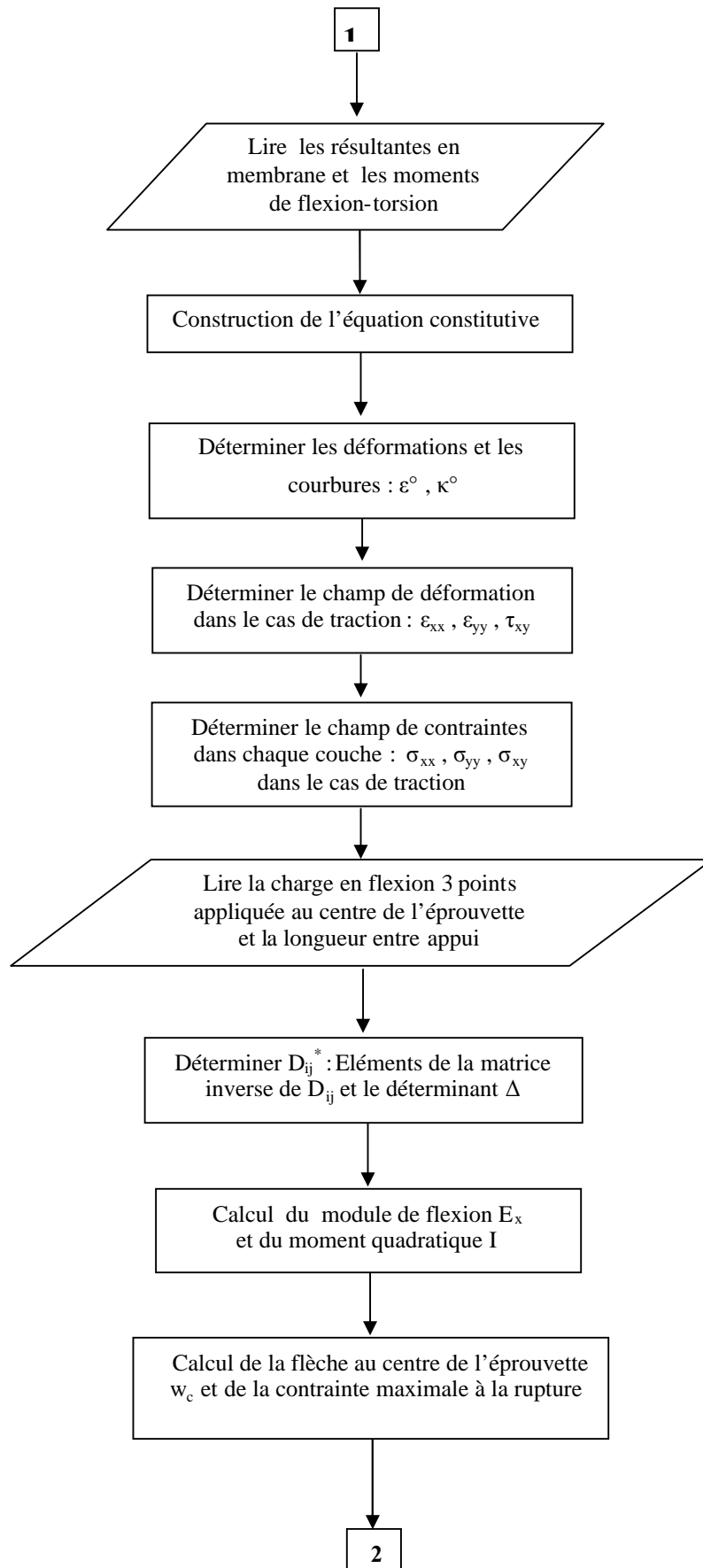
Dans notre cas, un maillage par éléments finis des éprouvettes étudiées à partir de leurs géométries a été réalisé en définissant les conditions aux limites. C'est ainsi qu'un calcul par éléments finis du comportement mécanique en flexion 3 points a abouti à une présentation des résultats en termes numériques et graphiques relatifs à la flèche au centre des deux stratifiés, aux contraintes normales et de cisaillement dans l'épaisseur des stratifiés.

3.2 Présentation du programme de calcul

L'algorithme du programme (Figure 3.1) que nous avons conçu pour le calcul des stratifiés est écrit en langage FORTRAN. Les différentes étapes de calcul sont basées sur les principales relations développées dans l'annexe C relatif à la formulation théorique du comportement mécanique des stratifiés.

3.2.1 Algorithme





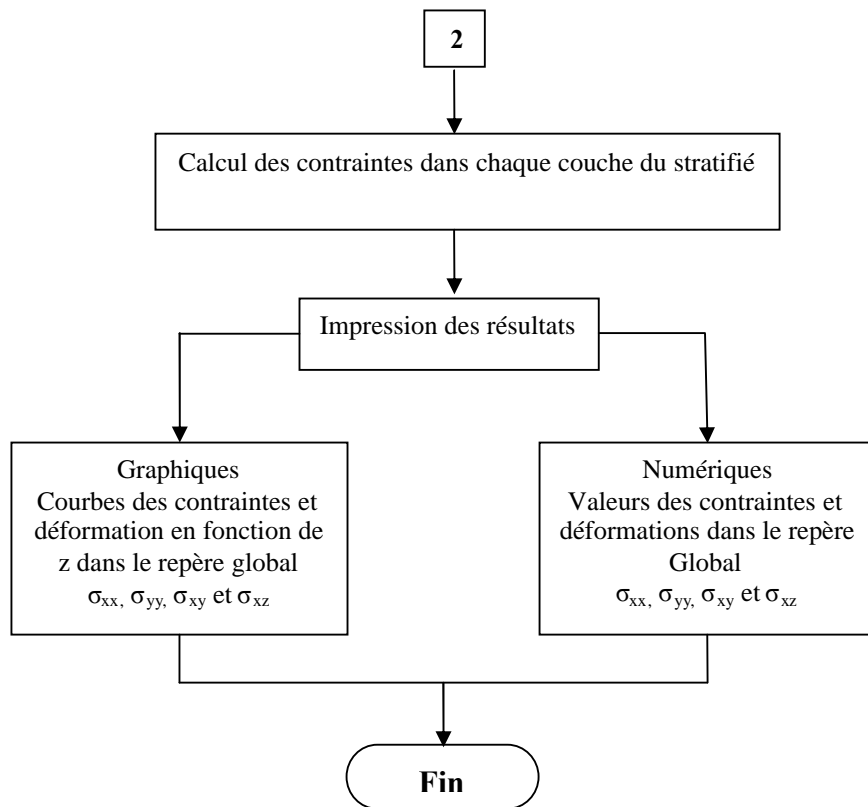


Figure 3.1 : Différentes étapes de calcul.

3.2.2 Validation du programme en flexion 3 points

3.2.2.1 Données du problème

Pour vérifier la validité de notre programme nous avons procédé à des tests sur des éléments de structures, chargés en flexion 3 points, constitués de stratifiés types, utilisés lors de l'application de la théorie des stratifiés pour déterminer leurs comportements mécaniques.

Le tests de performance de notre programme en flexion 3 points statique est réalisé sur deux stratifiés symétriques proposés par J.M.BERTHELOT [1], ST1 et ST2 (figure 3.2). Les deux stratifiés possèdent les caractéristiques mécaniques suivantes :

$$E_L = 45 \text{ GPa} \quad , \quad E_T = 10 \text{ GPa} \quad , \quad G_{LT} = 4,5 \text{ GPa} \quad , \quad V_{LT} = 0,3$$

$e_4 = 0,125 \text{ mm} ; \theta = 90^\circ$
$e_3 = 0,125 \text{ mm} ; \theta = -45^\circ$
$e_2 = 0,125 \text{ mm} ; \theta = 45^\circ$
$e_1 = 0,125 \text{ mm} ; \theta = 0^\circ$

a) ST1: $[0/45/-45/90]_s$

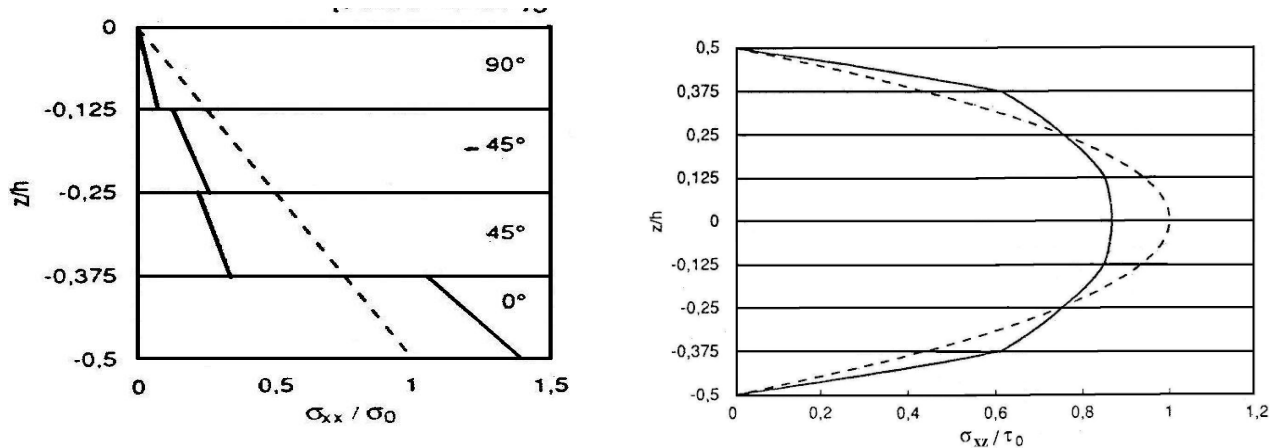
$e_4 = 0,125 \text{ mm} ; \theta = 0^\circ$
$e_3 = 0,125 \text{ mm} ; \theta = -45^\circ$
$e_2 = 0,125 \text{ mm} ; \theta = 45^\circ$
$e_1 = 0,125 \text{ mm} ; \theta = 90^\circ$

b) ST2: $[90/45/-45/0]_s$

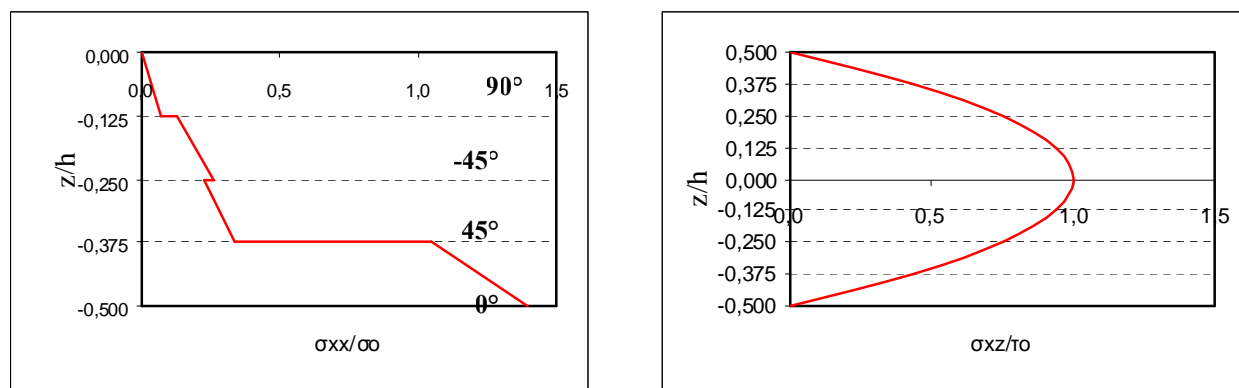
Figure 3.2 : Stratifiés ST1 et ST2 [1].

3.2.2.2 Résultats obtenus

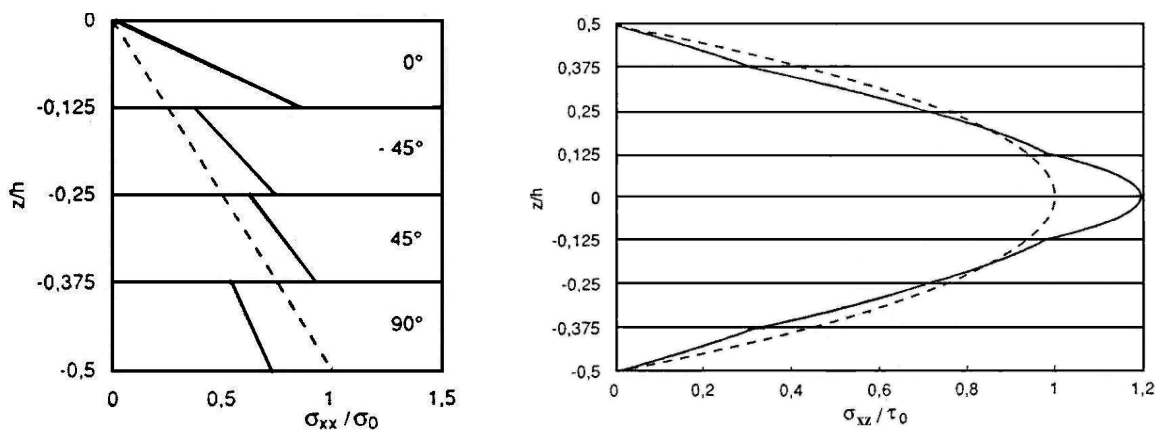
La figure 3.3 représente la variation des contraintes normales et tangentielles dans l'épaisseur du stratifié en fonction de l'ordonnée z de la surface neutre du stratifié.



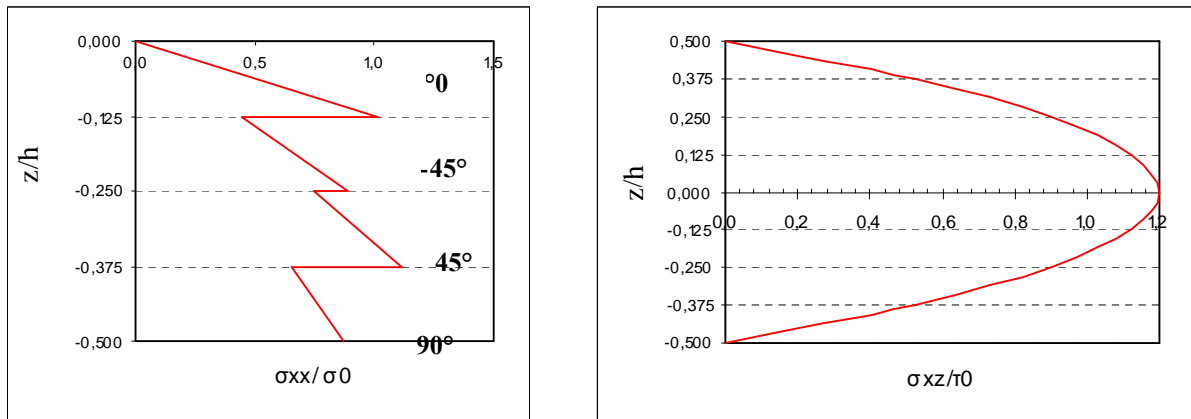
a) ST1 : Résultats obtenus par Berthelot [1]



b) ST1 : Résultats obtenus par notre programme



c) ST2 : Résultats obtenus par Berthelot [1]



d) ST2 : Résultats obtenus par notre programme

Figure 3.3 : Variation des contraintes normales et tangentielles dans l'épaisseur du stratifié en fonction de l'ordonnée z de la surface neutre du stratifié

Les résultats obtenus, pour la flexion 3 points, montrent une bonne concordance de nos résultats avec ceux recensés en littérature. Ceci confirme l'aptitude de notre programme à décrire convenablement la variation des contraintes normales et tangentielles dans l'épaisseur du stratifié en fonction de l'ordonnée z .

3.3 Application du programme aux stratifiés étudiés [0/90/0/90/0/90/0/90]s et [0₄/90₄]s

3.3.1 Détermination des modules d'élasticité

A partir des fractions volumiques des fibres V_f déterminées au chapitre 2, les propriétés mécaniques des couches dans chaque plaque sont évaluées par des modèles micromécaniques [1] les expressions (3.1) à (3.6) sur la base des propriétés suivantes pour :

- Les fibres de verre : $E_f = 73$ GPa ; $\nu_f = 0,22$.
- La matrice époxyde : $E_m = 2,8$ GPa ; $\nu_m = 0,3$.

a) Module d'élasticité longitudinal

$$E_L = E_f V_f + E_m (1 - V_f) + \frac{4 V_f (1 - V_f) (\nu_f - \nu_m)^2}{\frac{V_f}{K_m} + \frac{1}{G_m} + \frac{1 - V_f}{K_f}} \quad (3.1)$$

$$\approx E_f V_f + E_m (1 - V_f)$$

b) Coefficient de Poisson ν_{LT}

$$\nu_{LT} = \nu_f V_f + \nu_m (1 - V_f) + \frac{V_f (1 - V_f) (\nu_f - \nu_m) \left(\frac{1}{K_m} - \frac{1}{K_f} \right)}{\frac{V_f}{K_m} + \frac{1}{G_m} + \frac{1 - V_f}{K_f}} \quad (3.2)$$

$$\approx \nu_f V_f + \nu_m (1 - V_f)$$

c) Module de cisaillement G_{LT}

$$G_{LT} = G_m \frac{G_f (1 + V_f) + G_m (1 - V_f)}{G_f (1 - V_f) + G_m (1 + V_f)} \quad (3.3)$$

d) Module de compression latéral K_L

$$K_L = K_m + \frac{V_f}{\frac{1}{k_f - k_m} + \frac{(G_f - G_m)}{3}} + \frac{1 - V_f}{k_m + \frac{4}{3} G_m} \quad (3.4)$$

e) Module de cisaillement transversal $G_{TT'}$

$$G_{TT'} = G_m \left(1 + \frac{V_f}{\frac{G_m}{G_f - G_m} + \frac{k_m + \frac{7}{3} G_m}{2 k_m + \frac{8}{3} G_m} (1 - V_f)} \right) \quad (3.5)$$

Le module d'élasticité transversal est calculé à partir des modules précédents grâce à la relation d'élasticité :

$$E_T = \frac{2}{\frac{1}{2 K_L} + \frac{1}{2 G_{TT'}} + 2 \frac{\nu_{LT}^2}{E_L}} \quad (3.6)$$

Ces caractéristiques sont résumées dans les tableaux 3.1 et 3.2. Elles ont servi à calculer la flèche et les champs de contraintes et de déformations dans les deux matériaux, par les deux méthodes numériques : le programme élaboré en **FORTRAN** et le calcul de structures par éléments finis sous **I-DEAS**, dans le cas de flexion 3 points statique .

Module de Young longitudinal E_L (MPa)	Module de Young transversal $E_T = E_{T'}$ (MPa)	Module de cisaillement $G_{LT} = G_{LT'}$ (MPa)	Module de cisaillement $G_{TT'}$ (MPa)	Coefficient de Poisson $\nu_{LT} = \nu_{LT'}$	Coefficient de Poisson $\nu_{TT'}$
35443,0	6603,8	2719,7	2390,4	0,2628	0,3813

Tableau 3.1 Caractéristiques mécaniques d'une couche unidirectionnelle dans son repère d'orthotropie - plaque 1 [0/90/0/90/0/90/0/90]_s

Module de Young longitudinal E_L (MPa)	Module de Young transversal $E_T = E_{T'}$ (MPa)	Module de cisaillement $G_{LT} = G_{LT'}$ (MPa)	Module de cisaillement $G_{TT'}$ (MPa)	Coefficient de Poisson $\nu_{LT} = \nu_{LT'}$	Coefficient de Poisson $\nu_{TT'}$
32836,0	6127,1	2502,4	2214,9	0,2658	0,3832

Tableau 3.2 Caractéristiques mécaniques d'une couche unidirectionnelle dans son repère d'orthotropie - plaque 2 [0₄/90₄]_s

3.3.2 Caractéristiques des stratifiés étudiés

Le tableau 3.3 résume les caractéristiques utilisées lors du calcul de la flèche et les champs de contraintes par le code I-DEAS et le programme élaboré.

Fraction massique P_f	0,71
Masse volumique ρ_c (kg/m ³)	1693,66
Fraction volumique V_f	0,46
E_L (Mpa)	35443
E_T (Mpa)	6603,8
G_{LT} (Mpa)	2719,7
ν_{LT}	0,26
$G_{TT'}$ (Mpa)	2390,4
épaisseur de la couche e (mm)	0.25
épaisseur totale h (mm)	4
longueur entre appuis L (mm)	68
largeur b (mm)	15

Fraction massique P_f	0,70
Masse volumique ρ_c (kg/m ³)	1592,19
Fraction volumique V_f	0,43
E_L (Mpa)	32846
E_T (Mpa)	6127,1
G_{LT} (Mpa)	2502,4
ν_{LT}	0,26
$G_{TT'}$ (Mpa)	2214,9
épaisseur de la couche e (mm)	0.25625
épaisseur totale h (mm)	4.1
longueur entre appuis L (mm)	68
largeur b (mm)	15

Pour le matériau ST1 : [0/90/0/90/0/90/0/90]_s

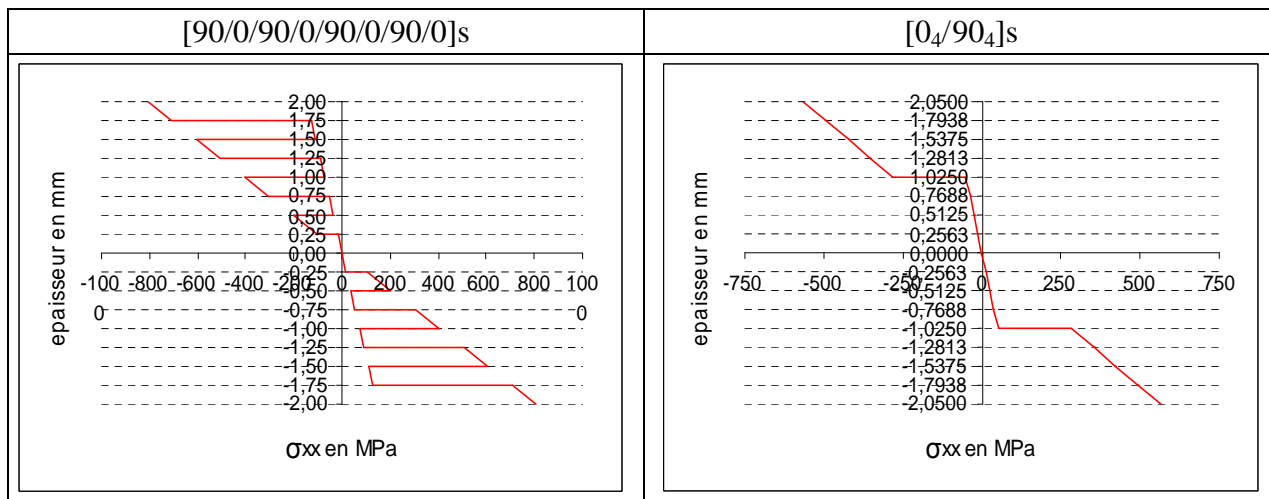
Pour le matériau ST2 : [0₄/90₄]_s

Tableau 3.3 : Caractéristiques des stratifié ST1 et ST2

3.3.3 Représentation graphique des contraintes et flèches par le programme élaboré

3.3.3.1 Contraintes normales en fonction d'épaisseur du stratifié

Dans la flexion pur, les contraintes tangentielles σ_{yz} , σ_{xz} sont négligeables devant σ_{xx} . les figures 3.4 a et b) représentent la variation de la contrainte normale σ_{xx} suivant l'épaisseur du stratifié.



a) Variation des contraintes normales dans l'épaisseur des stratifiés étudiés.

Figure 3.4 : Variation des contraintes normales dans l'épaisseur des stratifiés [0/90/0/90/0/90/0/90]s et [0₄/90₄]s .

La figure 3.4 montre l'influence de la séquence d'empilement sur le tracé des contraintes normales, la valeur maximale de σ_{xx} est égale à 808,12 MPa pour le stratifié ST1 et 563,43 MPa pour le stratifié ST2.

3.3.3.2 Contraintes tangentielles en fonction d'épaisseur du stratifié

La contrainte tangentielle est maximale au plan médiane du stratifié (figure 3.5). Sa valeur maximale est de 31,75 MPa pour le stratifié ST1 et 30,48 MPa pour le stratifié ST2 .

[90/0/90/0/90/0/90/0]s	[0 ₄ /90 ₄]s
------------------------	-------------------------------------

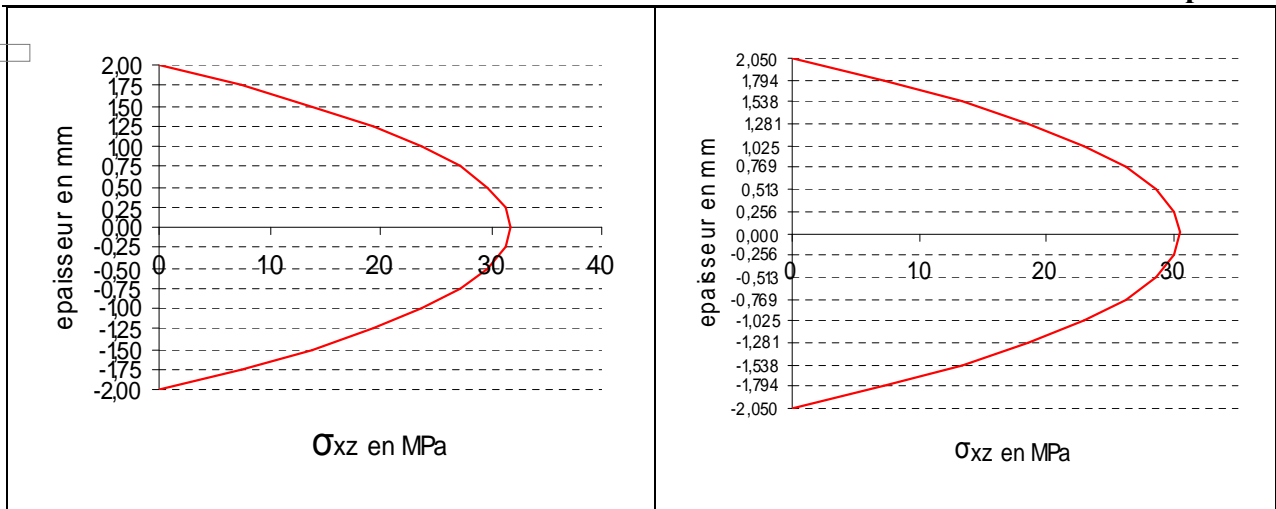


Figure 3.5 : Variation des contraintes tangentielles des stratifiés étudiés dans l'épaisseur des stratifiés étudiés.

3.3.3.3 flèches aux centres

La flèche au centre d'éprouvette est maximale pour la flexion 3 point(figure 3.6). La valeur maximale est de 4,36 mm pour le stratifié ST1 et 3,21 mm pour le stratifié ST2 .

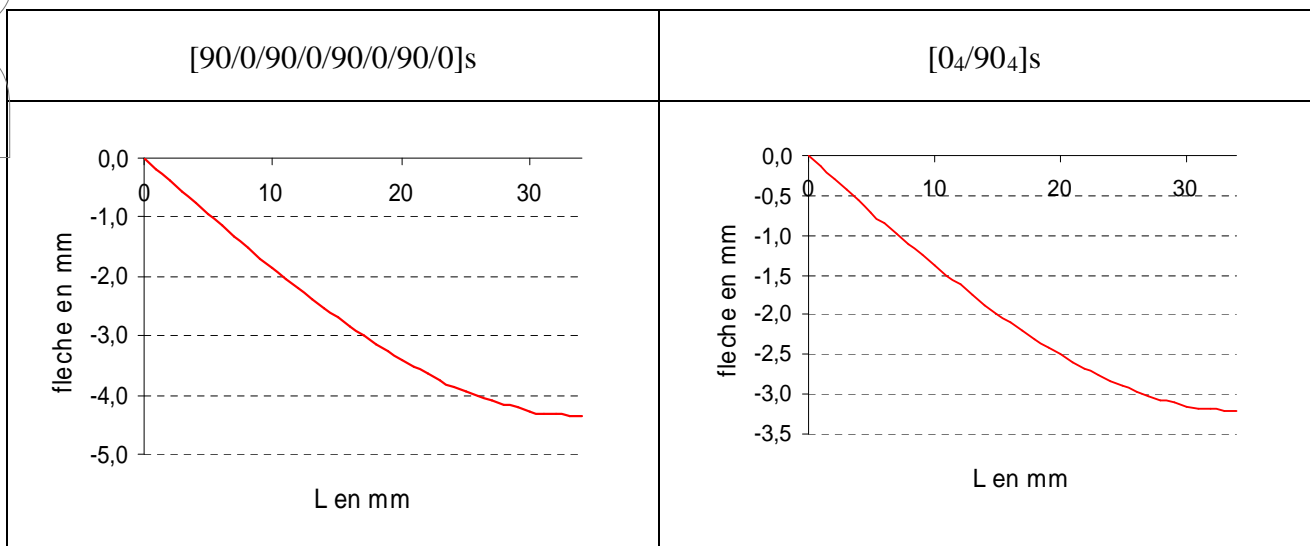


Figure 3.6 :Variation de la flèche au centre des stratifiés étudiés.

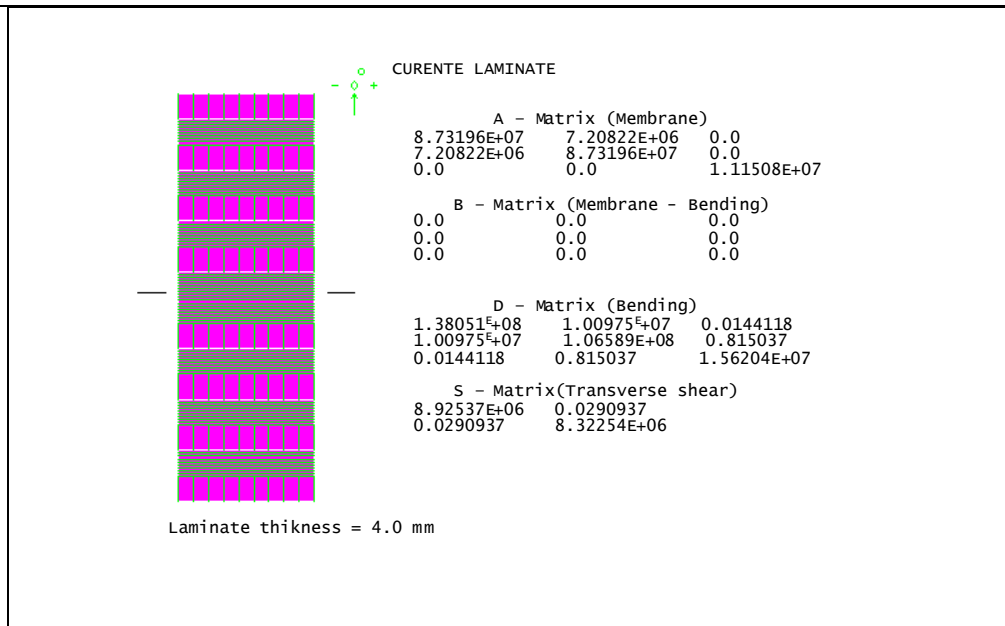
Les résultats obtenus par l'application du programme montrent bien l'aptitude de celui-ci à calculer et à représenter convenablement la variation des champs de contraintes et de la flèche de l'éprouvette testée en flexion 3-points statique.

3.4 Calcul en structures par élément finis des matériaux étudiés sous I-DEAS

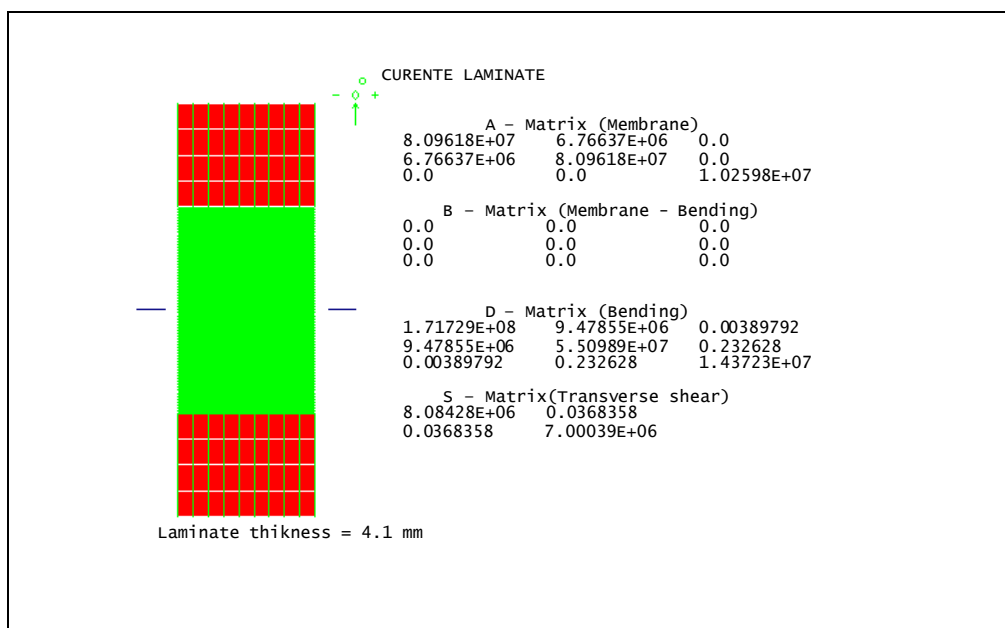
3.4.1 Empilement et matrices de rigidités A, B, D des deux stratifiés

L'empilement des couches du stratifié avec les termes des matrices de rigidité sont mises en valeurs pour le calcul de structures comme le montre la figure 3.7 a et b).

Not Copy



a) Stratifié [0/90/0/90/0/90/0/90]_s



b) Stratifié [0₄/90₄]_s

Figure 3.7 : Empilement des couches et matrices de rigidité

3.4.2 Maillage et conditions aux limites pour les deux stratifiés

La discrétisation des plaques est effectuée par des éléments de type 'Thin Shell' quadrilatère linéaire, en formulation de Mindlin. Les conditions aux limites sont modélisées en appliquant les définitions relatives aux torseurs cinématiques correspondants à chaque coté de la plaque. Les dimensions des éprouvettes sont conservées telles quelles (68 x 15 x 4) mm³ pour ST1 et

(68 x 15 x 4,1) mm³ pour ST2.

La figure 3.8 représente la discrétisation de la plaque en éléments finis dans le cas de la flexion 3 points.

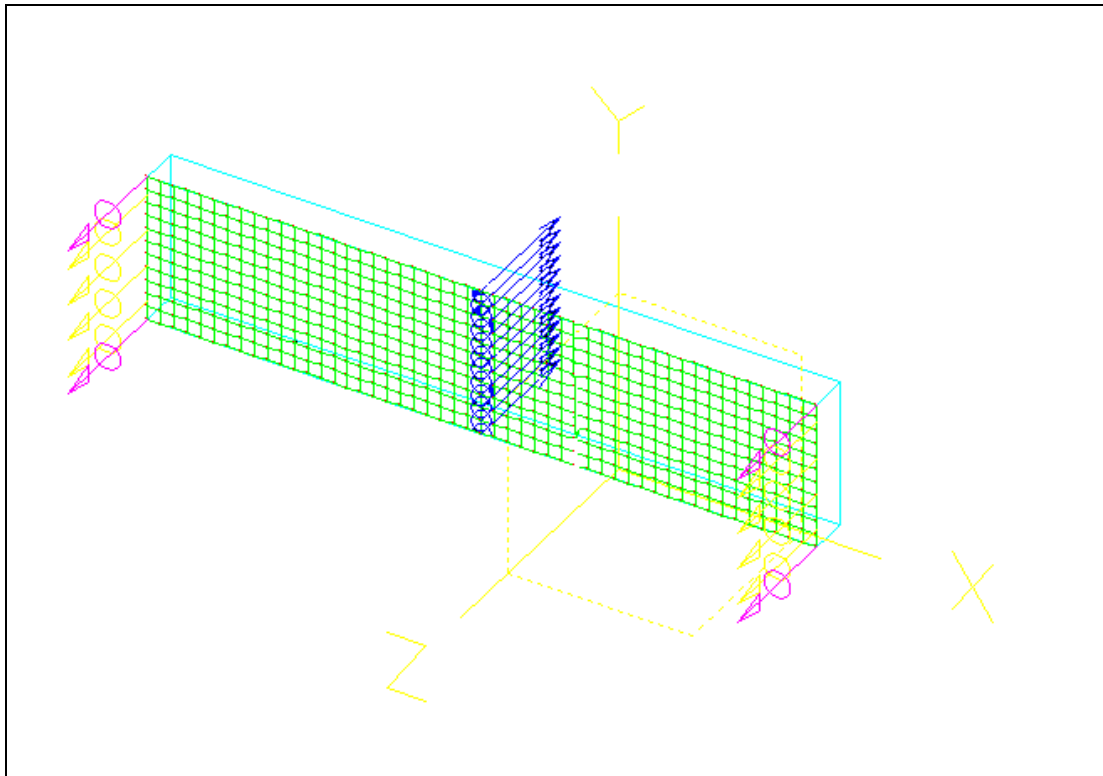
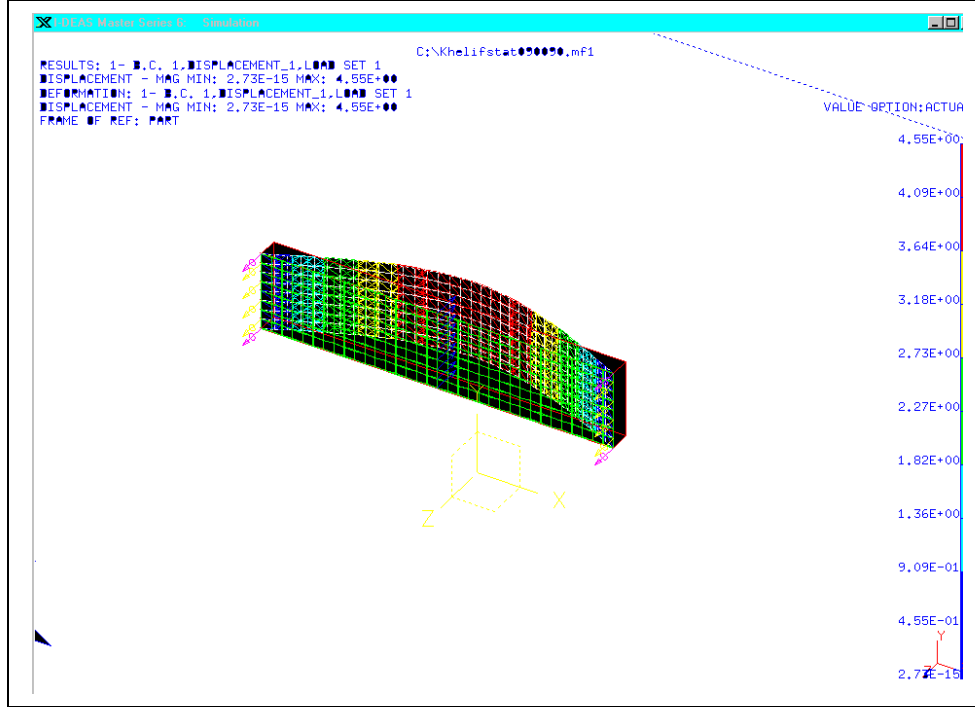


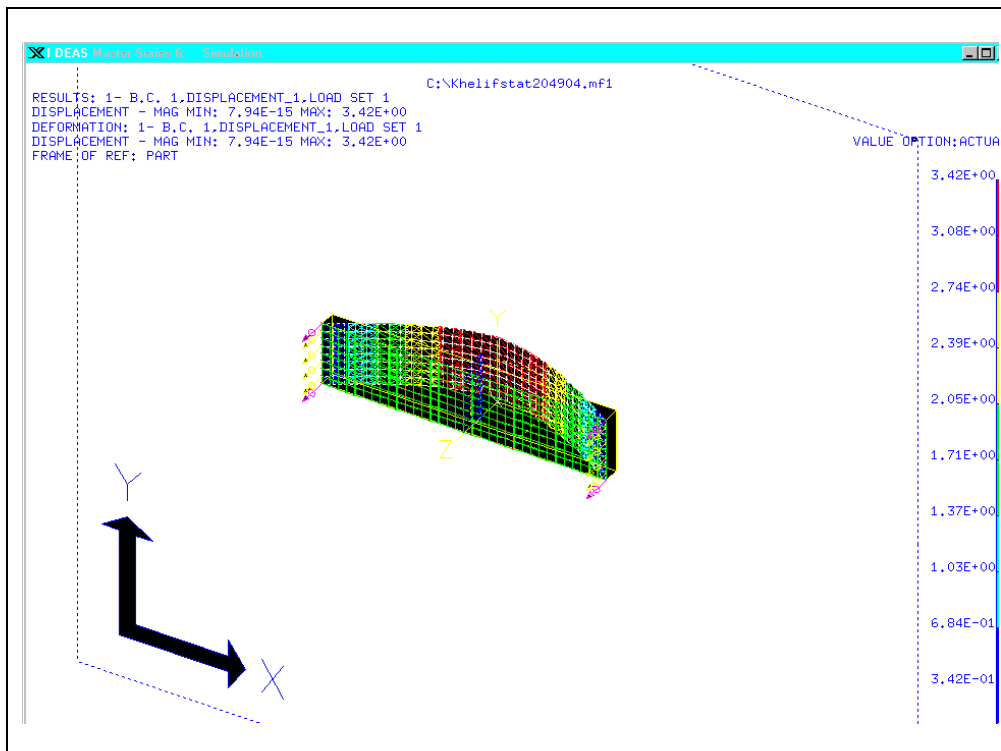
Figure 3.8 : Exemple de maillage et conditions aux limites

4.3.3 Déformées des deux stratifiés

L'application de la charge en flexion 3-points conduit à déformer l'éprouvette sous la forme de la figure 3.9. Les zones colorées montrent la répartition des champs de déplacements suivant l'épaisseur et la longueur de l'éprouvette.



a) Déformée du stratifié [0/90/0/90/0/90/0/90]s

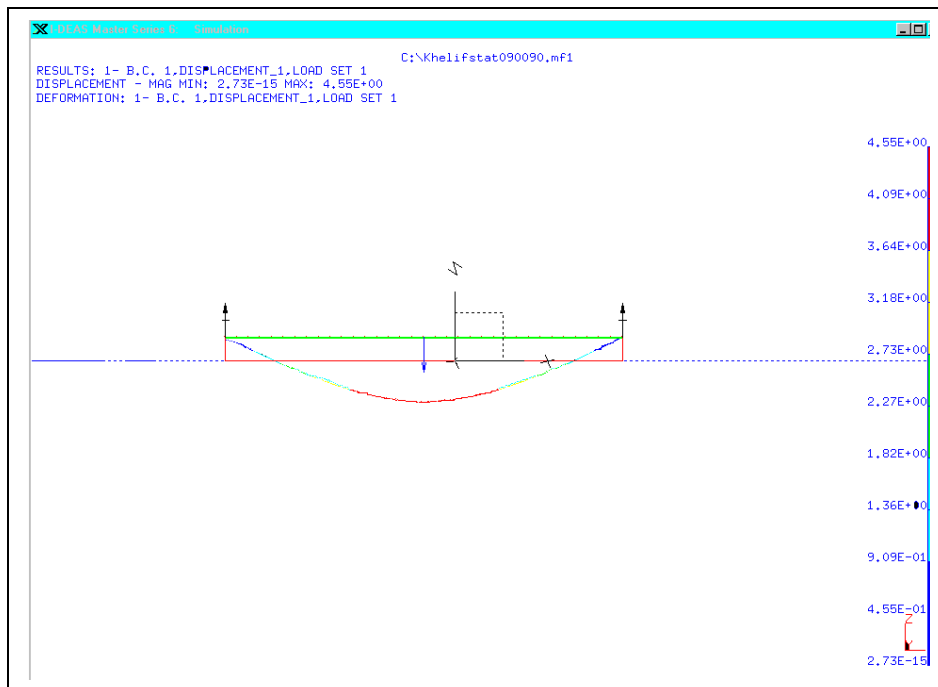


b) Déformée du stratifié [0₄/90₄]s

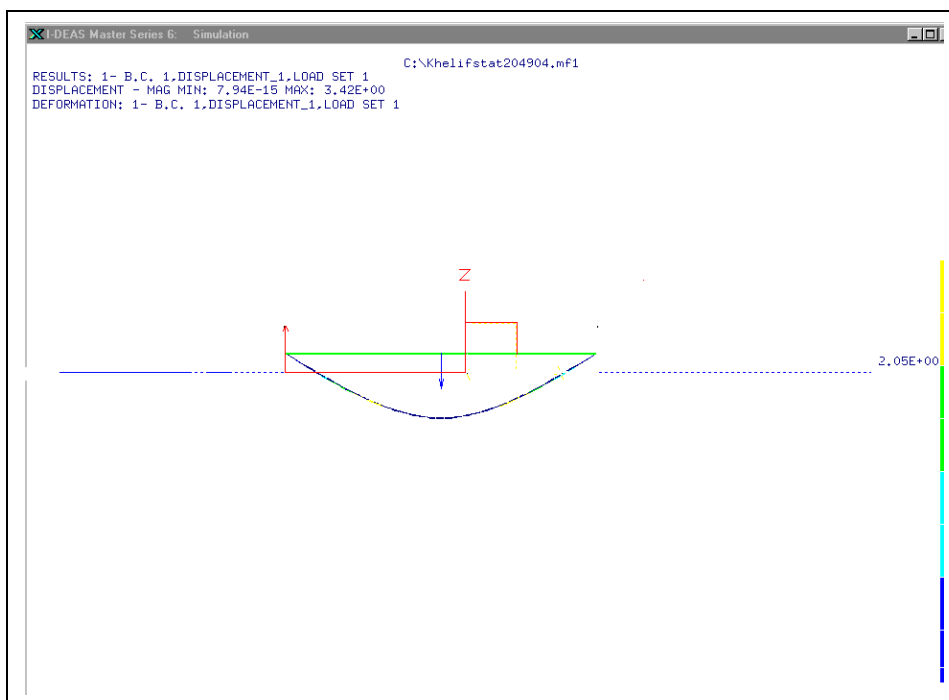
Figure 3.9 : Déformées des stratifiés

3.4.4 Flèches au centres pour les deux stratifiés

Les flèches au centre sont maximales. Pour le stratifié ST1 [0/90/0/90/0/90/0/90]_s, la charge maximale avant rupture est de 1270 N correspondant à une flèche de 4,55 mm. Alors que le stratifié ST2 [0₄/90₄]_s, la charge maximale avant rupture est de 1250 N correspondant à une flèche de 3,42 mm.



a) Flèche maximale pour le stratifié [0/90/0/90/0/90/0/90]_s



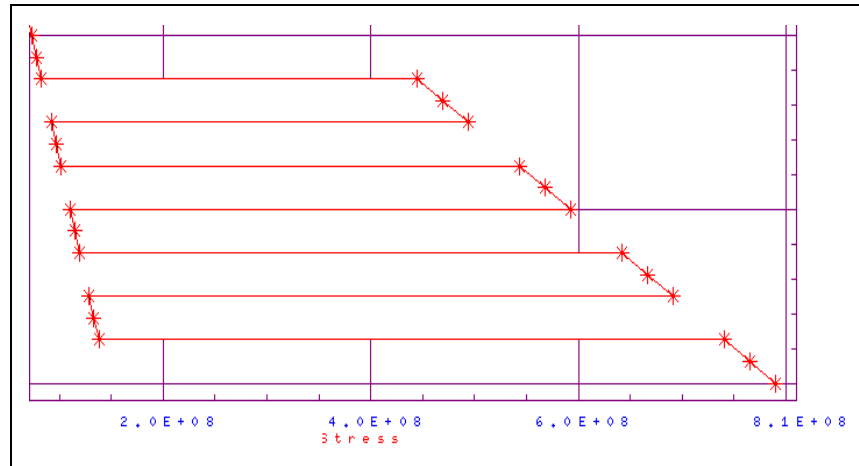
b) Flèche maximale pour le stratifié [0₄/90₄]_s

Figure 3.10 : Flèches aux centres des deux stratifiés après chargement

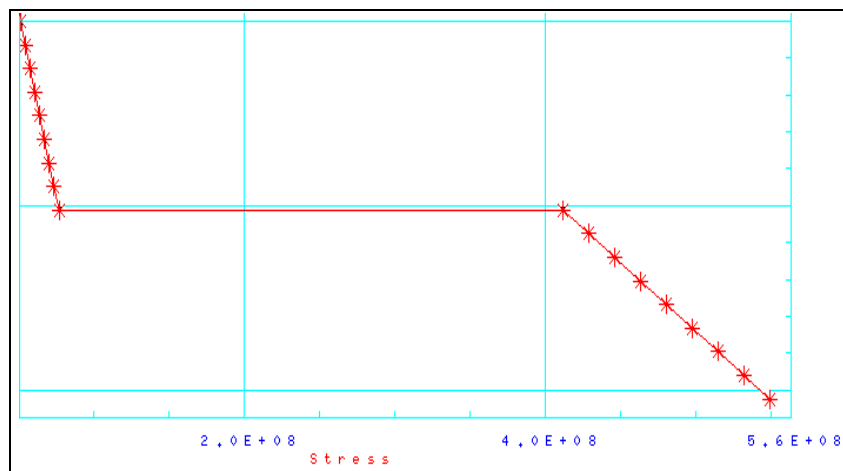
3.4.5 Contraintes normales et tangentielles pour les deux stratifiés

3.4.5.1 Contraintes normales

Les contraintes normales sont représentées en couleur rouge sur la figure 3.11. La contrainte normale maximale égal à 810 MPa pour le stratifié $[0/90/0/90/0/90/0/90]_s$ et 560 MPa pour le stratifié $[0_4/90_4]_s$.



a) Evolution de $\bar{\sigma}_{xx}$ pour le matériau ST1 $[0/90/0/90/0/90/0/90]_s$

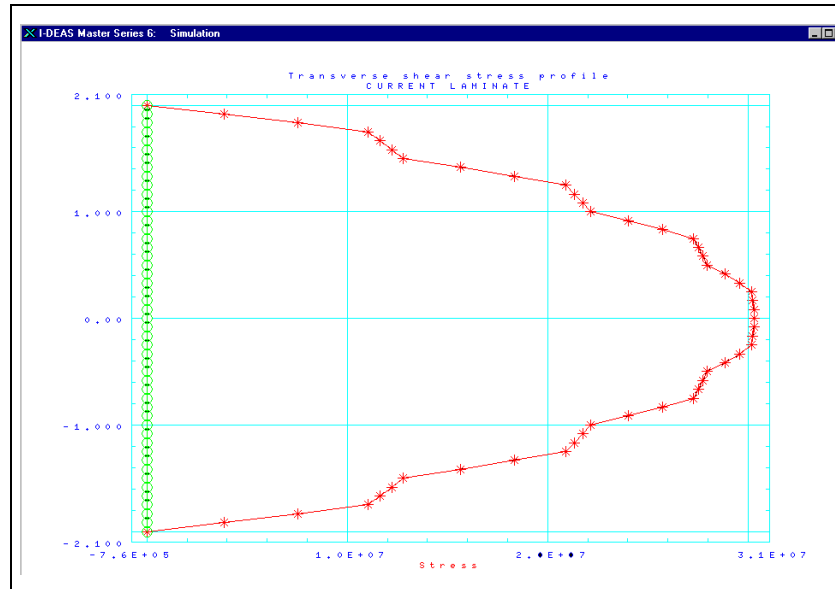


b) Evolution de $\bar{\sigma}_{xx}$ pour le matériau ST2 $[0_4/90_4]_s$

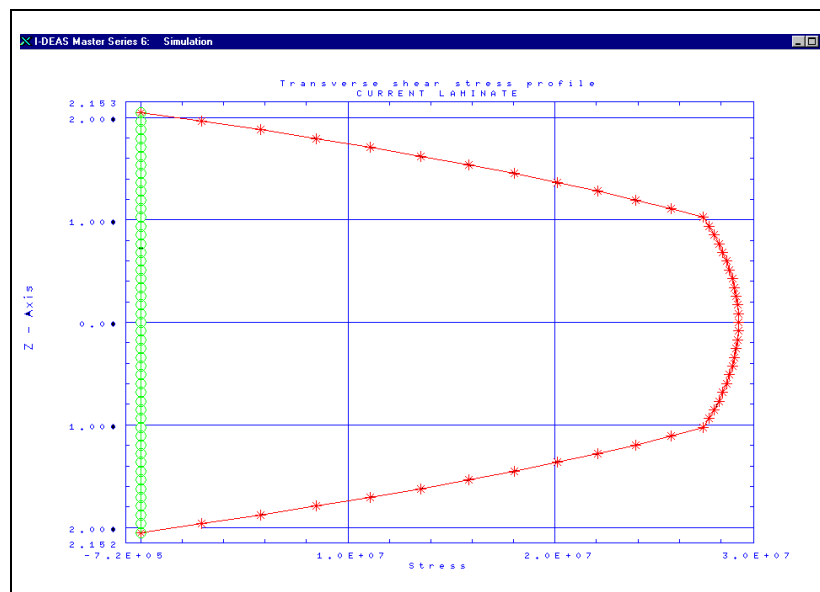
Figure 3.11 : Variation des contraintes normales en fonction d'épaisseur du stratifié

3.4.5.2 Contraintes tangentielles

La figure 3.12 représente la variation des contraintes tangentielles $\bar{\sigma}_{xz}$ en couleur rouge qui sont de l'ordre de 31 MPa pour le stratifié $[0/90/0/90/0/90/0/90]_s$ et 30 MPa pour le stratifié $[0_4/90_4]_s$.



c) Evolution de $\bar{\sigma}_{xz}$ pour le matériau ST1 $[0/90/0/90/0/90/0/90]_s$



d) Evolution de $\bar{\sigma}_{xz}$ pour le matériau ST2 $[0_4/90_4]_s$

Figure 3.12 : Variation des contraintes tangentielles en fonction d'épaisseur du stratifié

3.5 Comparaison des résultats obtenus par les calculs numérique et de structures

3.5.1 Contraintes normales et tangentielles pour le stratifié [0/90/0/90/0/90/0/90]_s

Programme élaboré en FORTRAN

$$\bar{\sigma}_{xx} = 808,12$$

$$\bar{\sigma}_{xz} = 31,75$$

Calcul de structures sous I-DEAS

$$\bar{\sigma}_{xx} = 810 \text{ MPa}$$

$$\bar{\sigma}_{xz} = 31 \text{ MPa}$$

Figure 3.13: Variation des contraintes normale et tangentielles dans l'épaisseur du stratifié [0/90/0/90/0/90/0/90]_s

La représentation graphique des contraintes normales et tangentielles montre la bonne concordance des résultats obtenues par les deux méthodes de calculs.

3.5.2 Contraintes normales et tangentielles pour le stratifié [0₄/90₄]_s

Programme élaboré en FORTRAN

$$\bar{\sigma}_{xx} = 653,43$$

$$\bar{\sigma}_{xz} = 30,48$$

Calcul de structures sous I-DEAS

$$\bar{\sigma}_{xx} = 560 \text{ MPa}$$

$$\bar{\sigma}_{xz} = 30 \text{ MPa}$$

Figure 3.14 : Variation des contraintes normales et tangentielles dans l'épaisseur du stratifié [0₄/90₄]_s.

La représentation graphique des contraintes normales et tangentielles montre la bonne concordance des résultats obtenues par les deux méthodes de calculs.

3.5.3 Flèches aux centres

Le déplacement est considéré à partir de la ligne médiane de l'éprouvette. A cause de la symétrie, la courbe est représentée pour la moitié de l'éprouvette.

Pour le stratifié $[0/90/0/90/0/90/0/90]_s$, la flèche maximale au centre est égale à 4,36 mm obtenue par le programme élaboré sous FORTRAN et à 4,55 mm dans le cas du calcul de structures sous I-DEAS.

Pour le stratifié $[0_4/90_4]_s$, la flèche maximale au centre est égale à 3,21 mm obtenue par le programme élaboré sous FORTRAN et à 3,42 mm pour le calcul de structures sous I-DEAS.

3.5.4 Comparaison des flèches obtenues aux centres

Pour la flèche au centre de l'éprouvette, les résultats obtenus par les 3 méthodes : expérimentale, programme élaboré sous FORTRAN et calcul de structures sous I-DEAS sont comparables.

Le calcul de structures sous I-DEAS donne des valeurs très proches des résultats expérimentaux par rapport à celles obtenues par le programme élaboré en FORTRAN.

Les causes de ces différences sont le résultat de l'approximation des caractéristiques mécaniques déterminées par des approches théoriques et de l'effet du cisaillement transverse négligé dans la formulation de base du programme élaboré en FORTRAN.

Stratifiés	Expérimental	Calcul numérique	
		Simulation par Programme Fortran	Simulation par I-DEAS
$[0/90/0/90/0/90/0/90]_s$	4,67	4,36	4,55
$[0_4/90_4]_s$	3,66	3,21	3,42

Tableau 3.3 : Comparaison des flèches en flexion 3 points statique des stratifiés étudiés

3.6 Conclusion

L'objectif de ce chapitre est la mise en évidence de l'avantage de la simulation numérique par rapport à l'expérience. Le travail expérimental s'annonce parfois difficile et coûteux à réaliser.

Le programme de calcul numérique est validé sur des exemples de littérature. Les résultats expérimentaux sont confrontés à ceux obtenus en calcul numériques et de structures, et montrent une bonne concordance.

CHAPITRE 4

Etude Expérimentale

et Numérique du

Comportement Dynamique

4.1 Etude expérimentale de vibration des structures

L'étude expérimentale du comportement vibratoire consiste à mesurer les caractéristiques modales d'une structure (fréquences et déformées propres, amortissements modaux) représentatives de son comportement dynamique. Ces mesures renseignent sur l'état réel de la structure et permettent une meilleure maîtrise du problème de contrôle des vibrations (localisation exacte des fréquences de résonance, identifications des déformées..). Elles servent à valider les modèles théoriques ou à construire des modèles de comportement, notamment en basses fréquences [23], utilisés pour les calculs de prédiction et pour analyse des informations contenues dans ces mesures (techniques de caractérisation, de détection et de suivi de l'évolution des défauts et endommagements). Généralement deux types d'essai peuvent être utilisés [24] :

- Essai d'excitation appropriée : la structure est excitée en plusieurs points simultanément, par des forces harmoniques synchrones dont la fréquence et les amplitudes sont réglées par approximations successives jusqu'à l'obtention d'une réponse résonante : la fréquence et la déformée propre sont alors mesurées directement. Cette technique, fiable mais difficile d'emploi, est réservée aux structures de pointe de grandes dimensions.

- Essai d'excitation non appropriée : la méthode consiste à exciter la structure en un point avec une force quelconque (en particulier impulsionnelle) et mesurer sa réponse en d'autres points. Les caractéristiques modales sont obtenues après analyse, par des équipements appropriés (analyseurs de vibration), des réponses et des fonctions de transfert obtenues sur un intervalle de fréquences choisi. Cette méthode, rapide et simple, convient aussi bien aux éprouvettes de laboratoire qu'aux tests sur des structures à échelle réelle [25].

Nous utilisons cette dernière méthode pour déterminer les fréquences propres de flexion de deux plaques de stratification distinctes, testées dans les configurations ELLL et ELEL. Les mesures obtenues sont comparées aux fréquences propres de ces plaques obtenues en calcul de structures par éléments finis sous **I-DEAS**.

4.1.1 Matériau étudié

Les matériaux étudiés sont deux stratifiés symétriques : ST1 $[0/90/0/90/0/90/0/90]_s$ et ST2 $[0_4/90_4]_s$.

Leurs caractéristiques mécaniques sont déterminés dans le chapitre 3 (tableau 3.3).

4.1.2 Conditions aux limites et points de mesure

L'encastrement est réalisé suivant la largeur de la plaque . Les plaques testées ont alors les dimensions $250 \times 226 \times 4 \text{ mm}^3$ pour le stratifié ST1 et $250 \times 226 \times 4,1 \text{ mm}^3$ pour le stratifié ST2 dans la configuration ELLL et $250 \times 214 \times 4 \text{ mm}^3$ pour le stratifié ST1 et $250 \times 214 \times 4,1 \text{ mm}^3$ pour le stratifié ST2 dans la configuration ELEL.

Dans le but de repérer les points de mesure expérimentaux, les plaques ont été préalablement quadrillées de mailles de $15 \times 15 \text{ mm}^2$ (figure 4.1), neuf points de mesure ont été retenus.

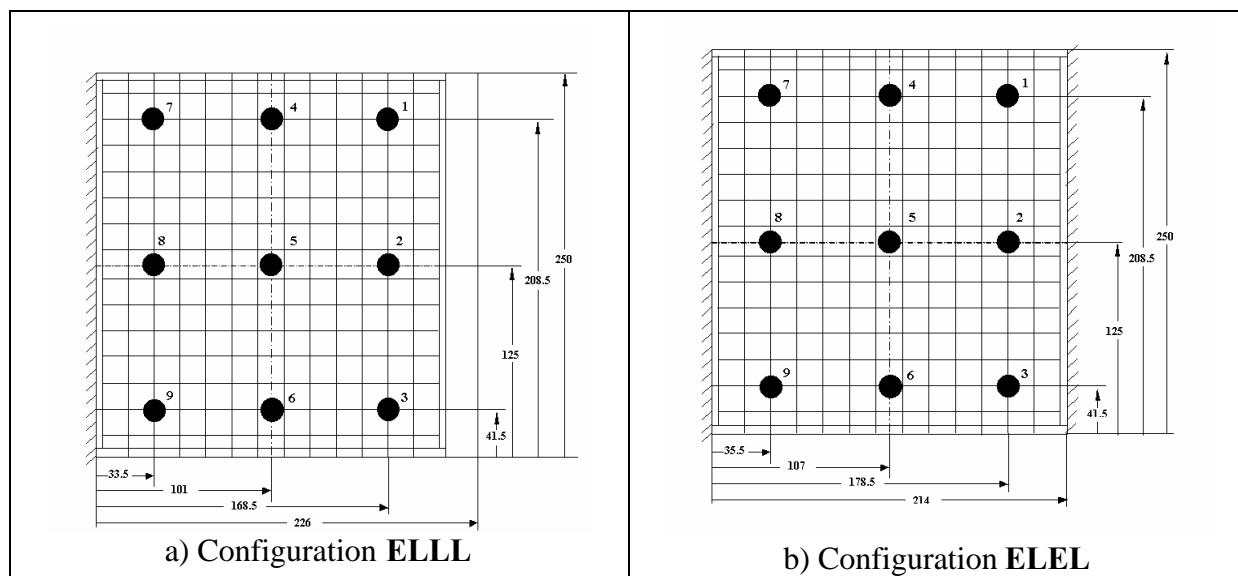


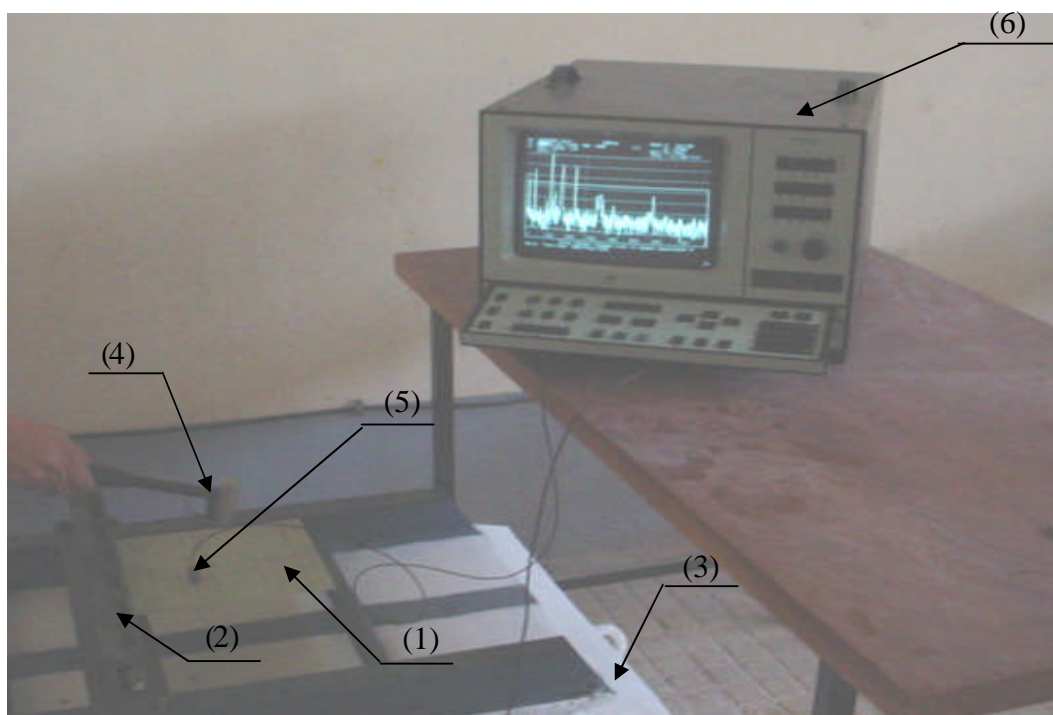
Figure 4.1 Quadrillage et points de mesure expérimentaux

4.1.3 Banc d'essais

La figure 4.2 montre le banc d'essais et les moyens utilisés. La plaque testée (1) est maintenue horizontalement grâce à un dispositif de fixation (2) permettant de réaliser la condition d'encastrement sur l'un des bords de la plaque.

Pour éviter toutes perturbations des fréquences propres de la plaque par celles du dispositif de maintien [26], ce dernier est fixé sur un bloc rigide en béton (3). La plaque est excitée, par impact, avec un marteau de choc (4) générant une force impulsionnelle.

Le capteur de force monté sur le marteau permet de traduire cette excitation en signal temporel. Un accéléromètre (5) fixé sur la plaque permet de mesurer l'amplitude de l'accélération de ce point en fonction du temps. L'analyseur bi canaux (6) permet l'acquisition simultanée des deux signaux, leurs traitements en temps réel par transformée de Fourier rapide (FFT) et l'enregistrement des données sur support informatique.



- | | |
|--------------------------------|--|
| (1) : Plaque étudiée ; | (4) : Marteau de choc avec capteur de force B&K 8200 |
| (2) : Dispositif de maintien ; | (5) : Accéléromètre B&K 3484 |
| (3) : Bloc de béton | (6) : Analyseur bi canaux B&K 2035 |

Figure 4.2 Banc d'essais et moyens utilisés

4.1.4 Déroulement des essais – mesure des fréquences propres

L'accéléromètre est fixé sur la plaque excitée en flexion avec un marteau de choc (figure 4.3). La force d'excitation et l'accélération du point de mesure sont traduites en signaux temporels grâce aux capteurs et traités par l'analyseur affichant, entre autres, les spectres de ces signaux (amplitudes (dB) en fonction de la fréquence, figure 4.4).

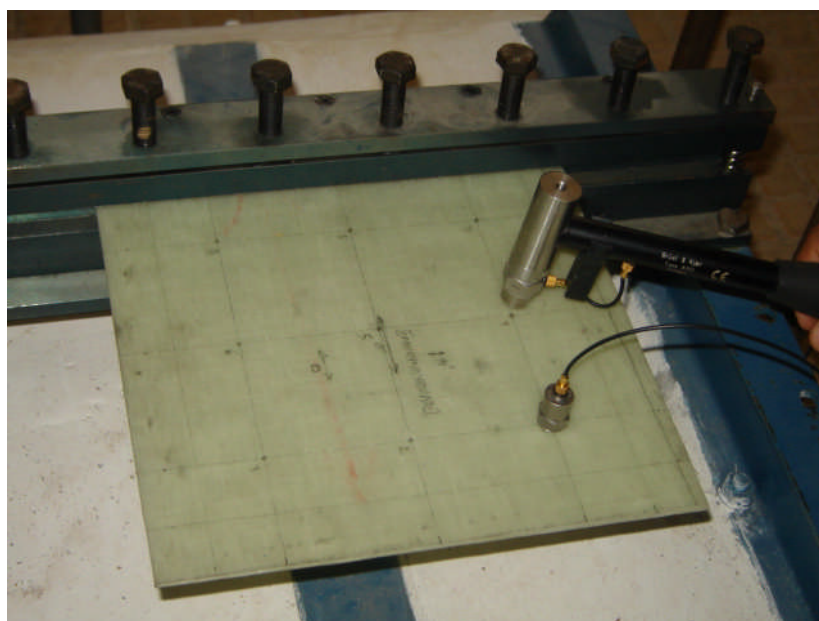


Figure 4.3 Excitation de la plaque au marteau de choc

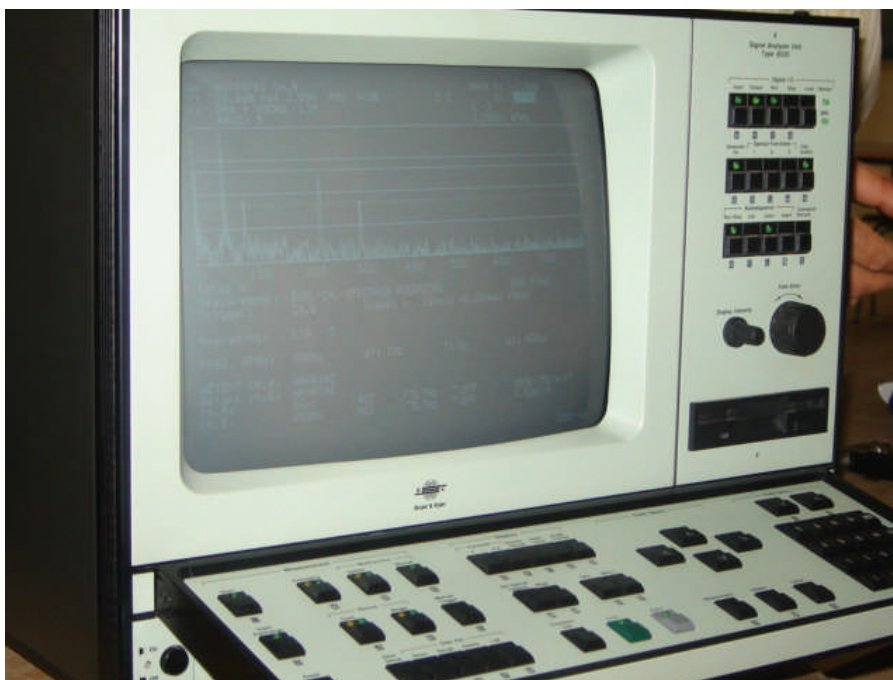


Figure 4.4 Spectre de la réponse en accélération de la plaque

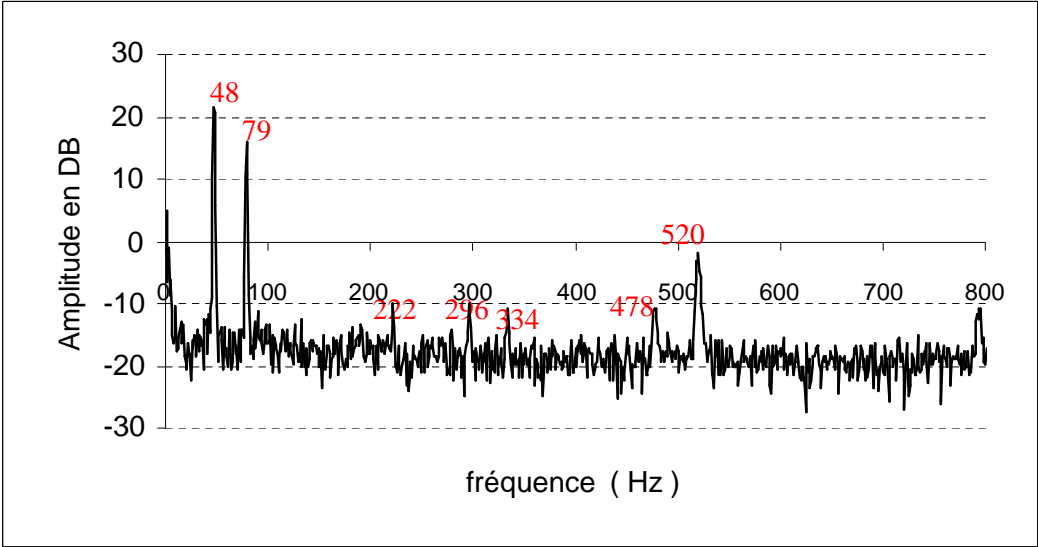
L'analyse d'une impulsion dans le domaine fréquentiel (par transformée de Fourier) montre que l'excitation par choc génère en théorie l'ensemble des fréquences $[0, +\infty [$ permettant ainsi d'exciter toutes les fréquences propres de la plaque. Pour chaque fréquence propre il se produit une réponse résonante de la plaque (réponse avec une amplitude maximale), qui apparaît sous la forme d'un pic sur le spectre de réponse. Chaque pic de ce spectre correspond donc à une fréquence propre de la plaque.

En réalité, la plage des fréquences générées dépend de la rigidité de l'embout du marteau de choc [27]. Pour détecter tous les modes, la procédure est répétée à différents points de la plaque (dans notre cas neuf points de mesure). L'étude est menée sur l'intervalle $[0,800]$ Hz avec une résolution en fréquence de 1 Hz.

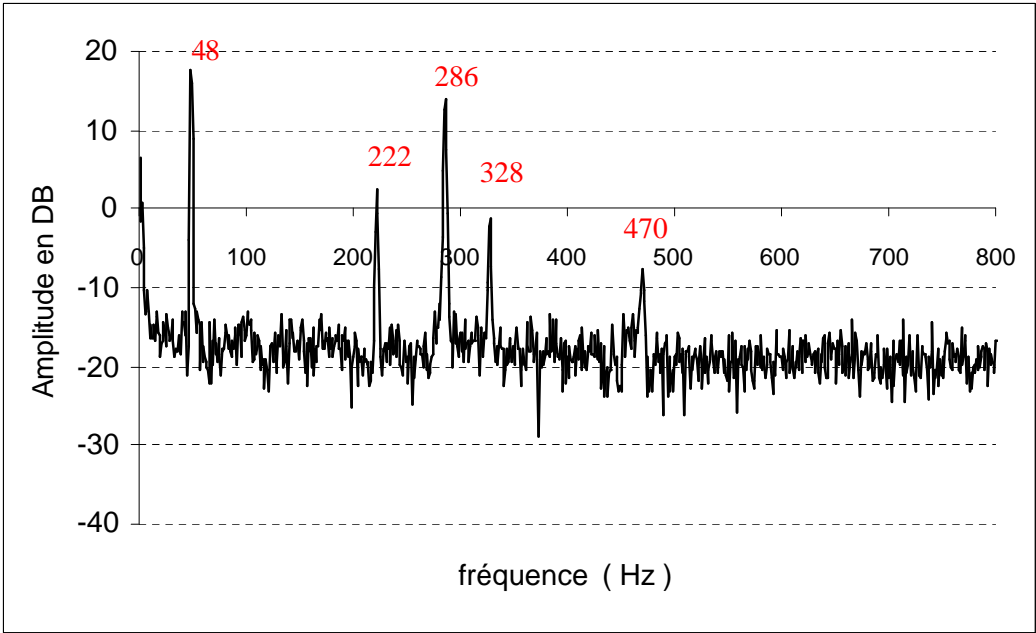
4.1.5 Résultats obtenus

La figure 4.5 donne quelques exemples de spectres de réponses expérimentales mesurées sur la plaque 1 $[0/90/0/90/0/90/0/90]$, configuration ELLL, pour laquelle les six premiers modes propres apparaissent dans la bande de fréquences $[0,800]$ Hz. L'ensemble des spectres mesurés aux différents points expérimentaux des deux plaques, dans les deux configurations d'essais, est reporté en Annexes C.1 ,C.2,C.3,C.4. Chaque valeur expérimentale de fréquence propre relevée à partir de ces spectres est affectée au point où elle a été mesurée (tableaux 4.1 à 4.4), et l'ensemble des valeurs mesurées pour un mode est comparé aux fréquences et déformées propres calculées en calcul de structures par éléments finis sous *I-DEAS*, pour le même mode (tableaux 4.5 à 4.8).

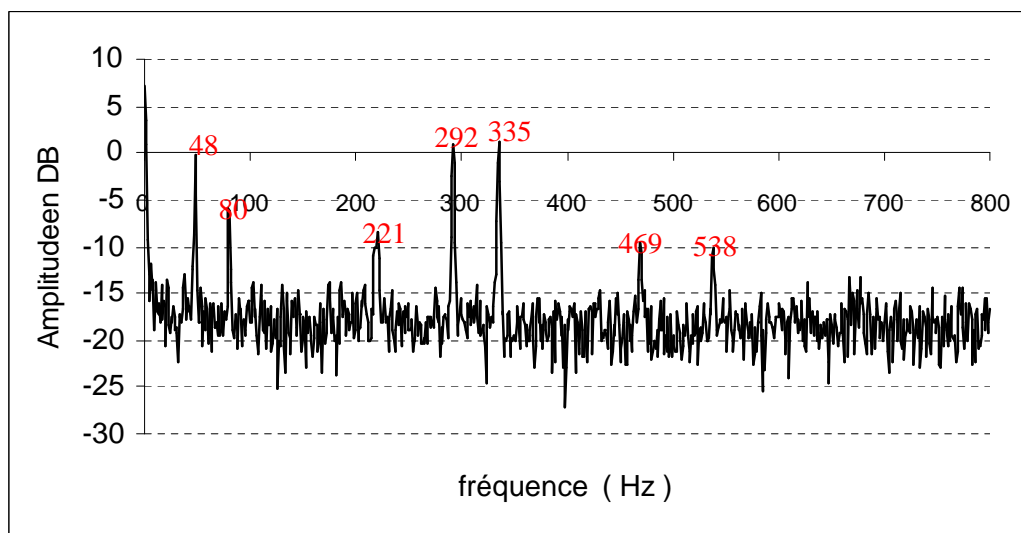
Not Copy
Do



a) Spectre de réponse de la plaque au point 1



b) Spectre de réponse de la plaque au point 5



c) Spectre de réponse de la plaque au point 9

Figure 4.5 Exemples de spectres des réponses expérimentales mesurées sur la plaque 1 $[0/90/0/90/0/90/0/90]_s$ - configuration ELLL

4.2 Calcul de structures par élément finis

Le calcul de structures par éléments finis sous *I-DEAS* est utilisé pour déterminer les fréquences et déformées propres théoriques des deux plaques étudiées. Ces résultats sont comparées à ceux obtenues expérimentalement.

La saisie de l'ensemble des données du matériau au code de calcul *I-DEAS* conduit à la détermination des termes de la matrice de rigidité (figure 3.5 du chapitre 3) et à l'affichage de la séquence d'empilement (figures 4.6 et 4.7).

4.2.1 Maillage et conditions aux limites utilisés sous *I-DEAS*

La discrétisation des plaques est effectuée par des éléments de type 'Thin Shell' (coque mince) quadrilatère linéaire, en formulation de Mindlin. Une optimisation du maillage a été effectuée pour assurer la convergence des fréquences propres. Les conditions aux limites sont modélisées en appliquant les définitions relatives aux torseurs cinématiques correspondants à chaque côté de la plaque. La figure 4.6 représente la discrétisation de la plaque en éléments finis dans le cas de la configuration ELEL.

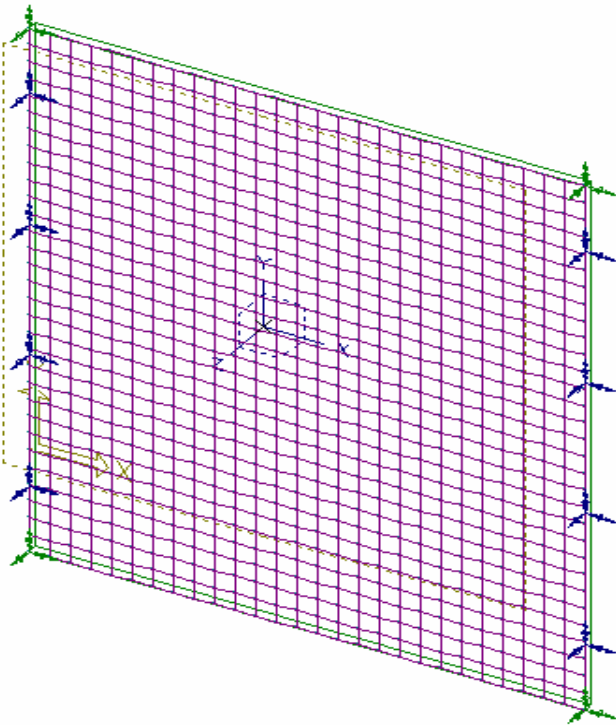
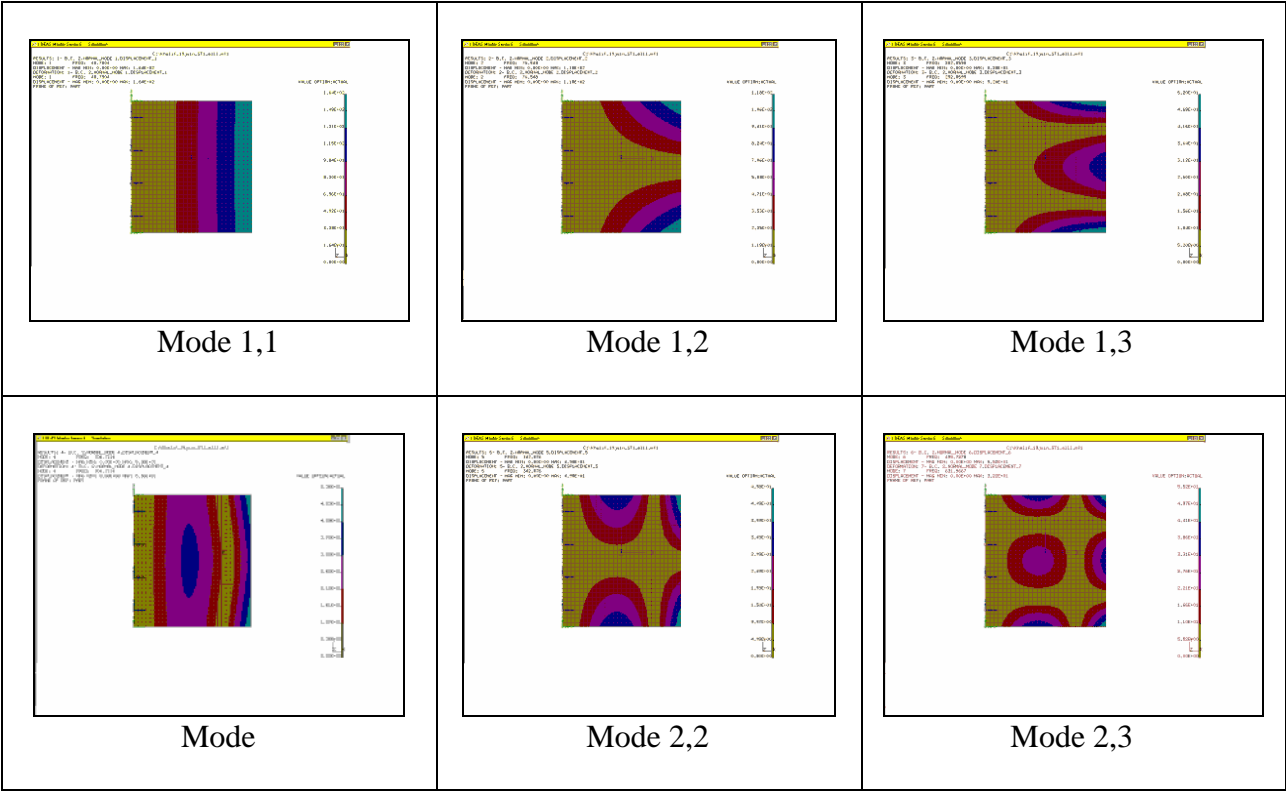


Figure 4.6 Maillage et conditions aux limites appliqués aux deux plaques cas de la configuration ELEL

4.2.2 Résultats obtenus

Les résultats obtenus par le logiciel de calcul par éléments finis sous *I-DEAS* sont représentés dans les tableaux 4.5 à 4.8.



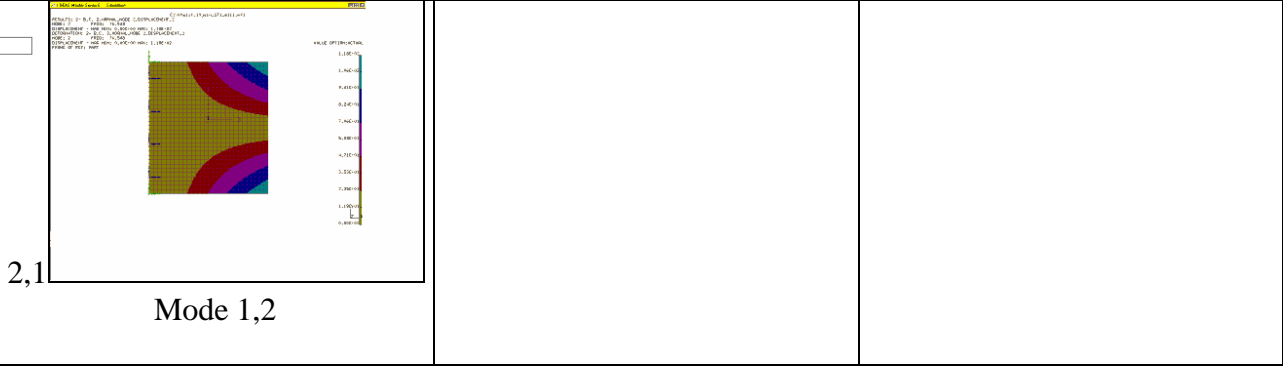


Figure 4.5 Fréquences et déformées propres des six premiers modes de flexion de la plaque 1 [0/90/0/90/0/90/0/90]_s - Configuration ELLL obtenues par calcul de structures sous I-DEAS

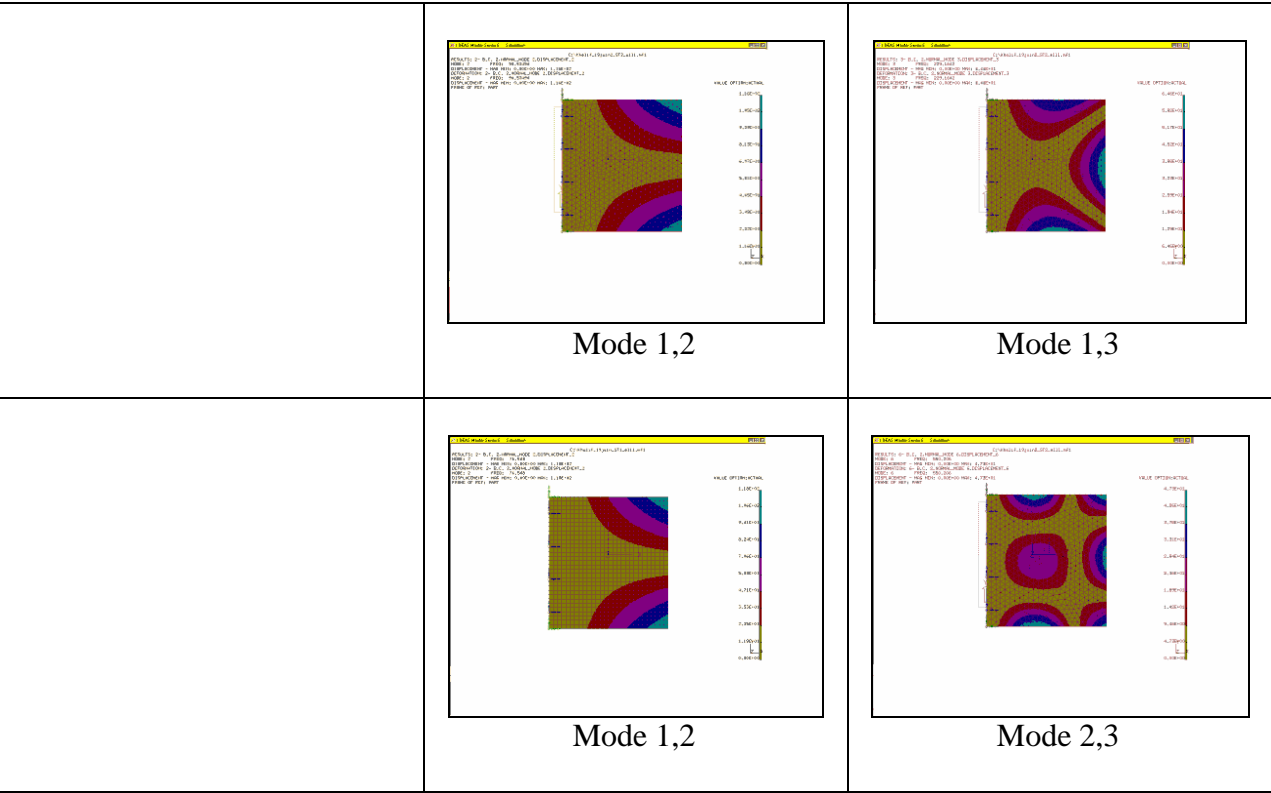
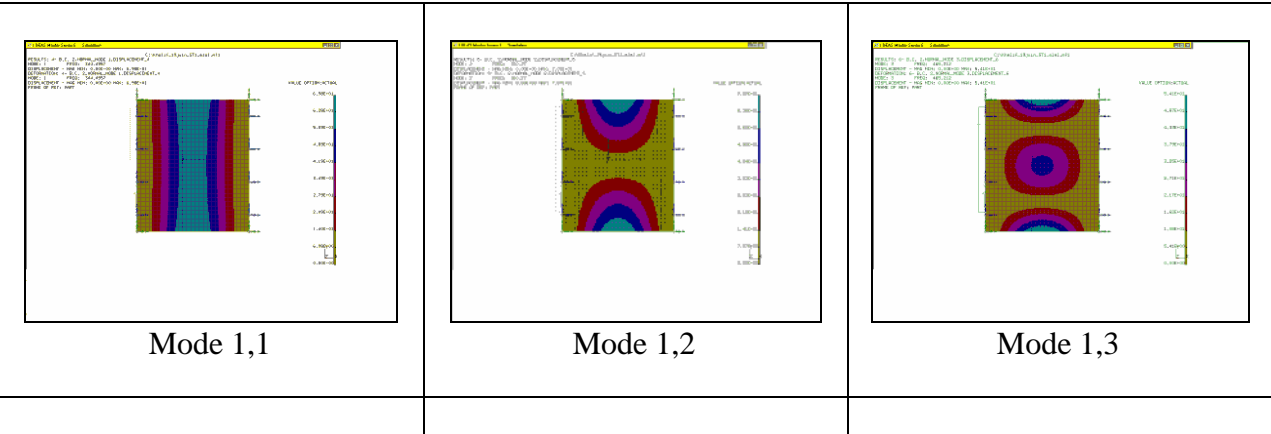


Figure 4.6 Fréquences et déformées propres des six premiers modes de flexion de la plaque 2 [0₄/90₄]_s - Configuration ELLL obtenues par calcul de structures sous I-DEAS



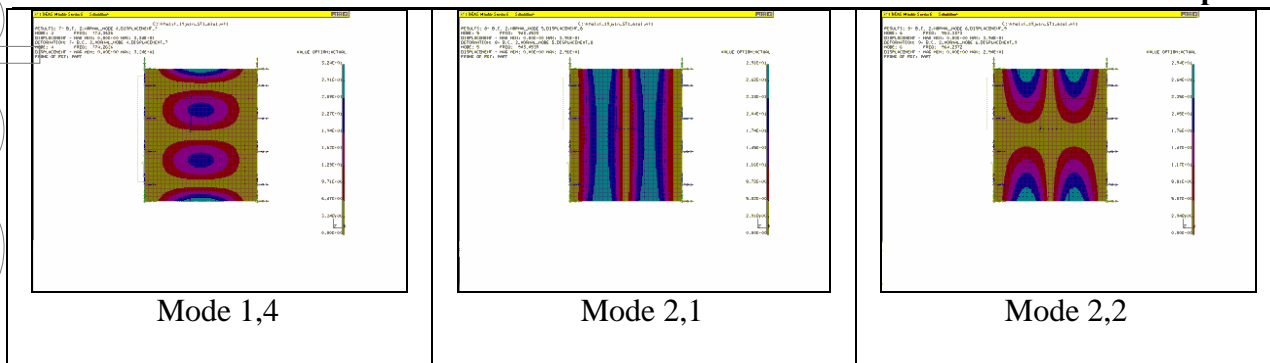


Figure 4.7 Fréquences et déformées propres des six premiers modes de flexion de la **plaque 1** $[0/90/0/90/0/90]_s$ - Configuration **ELEL** obtenues par calcul de structures sous **I-DEAS**

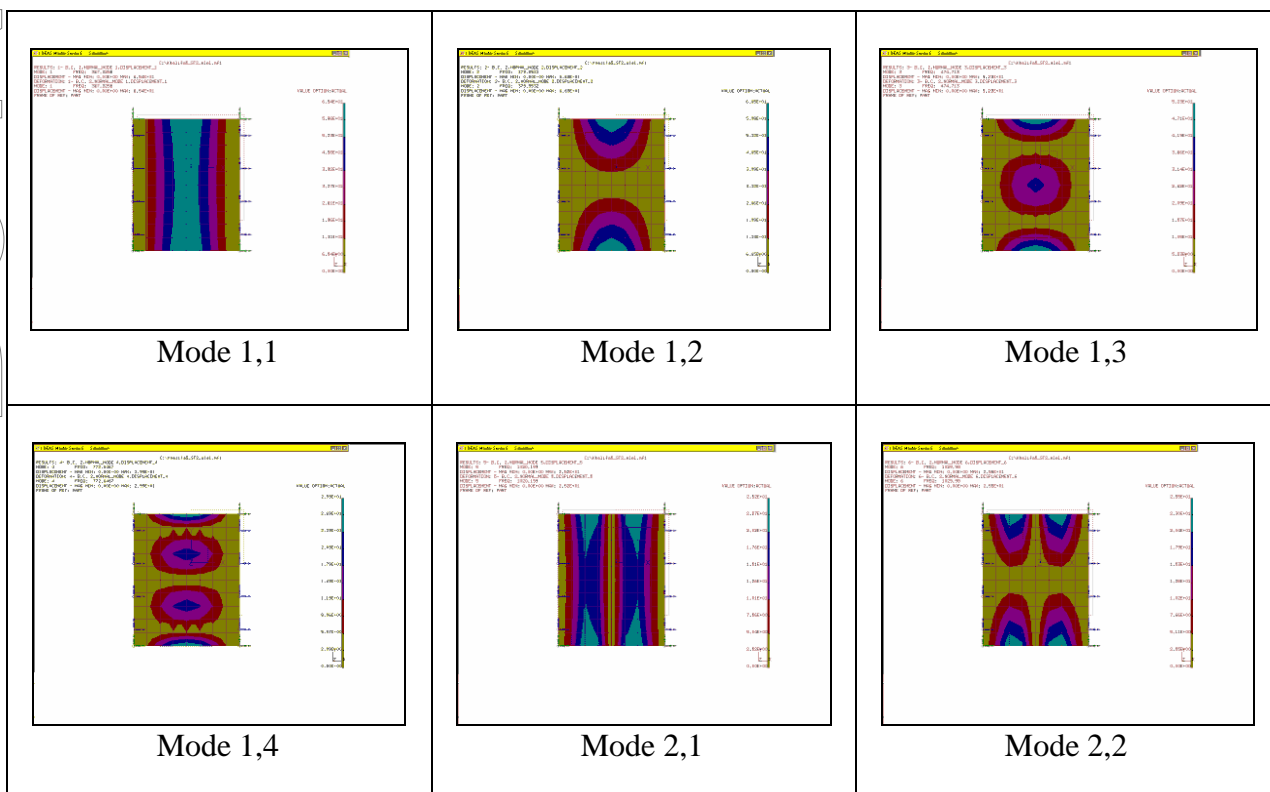


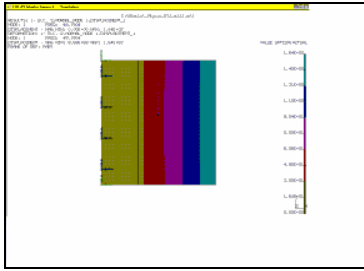
Figure 4.8 Fréquences et déformées propres des six premiers modes de flexion de la **plaque 2** $[0_4/90_4]_s$ - Configuration **ELEL** obtenues par calcul de structures sous **I-DEAS**

4.3 Comparaison des résultats mesurés et obtenus en calcul de structures:

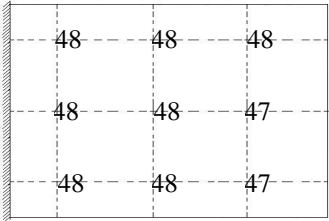
Les résultats obtenus par la mesure expérimentale et ceux déterminés par le logiciel de calcul par éléments finis sous **I-DEAS** sont résumés dans les tableaux 4.9 à 4.12.

<p><i>a) Fréquences et déformées propres obtenues en calcul de structures par éléments finis sous I-DEAS</i></p>	<p><i>b) Fréquences propres expérimentales en fonction de la position du point de mesure</i></p>
---	--

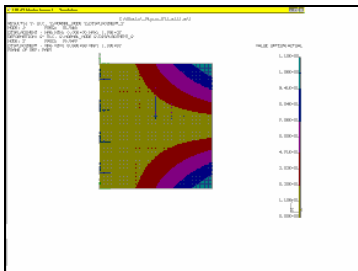
Do Not Copy



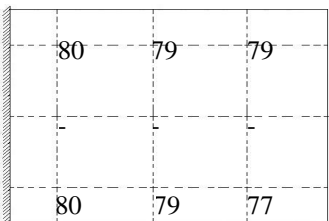
Mode 1,1



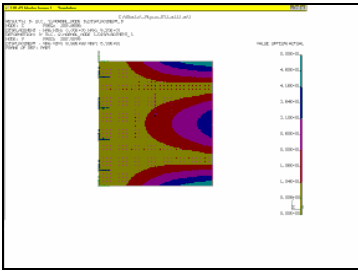
Mode 1



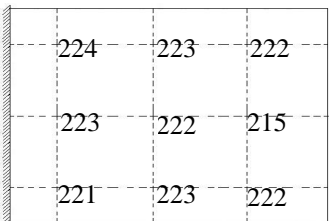
Mode 1,2



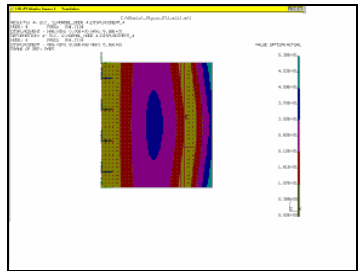
Mode 2



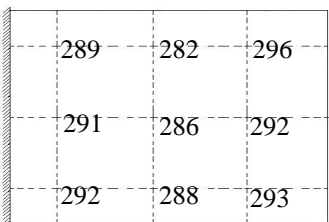
Mode 1,3



Mode 3



Mode 2,1



Mode 4

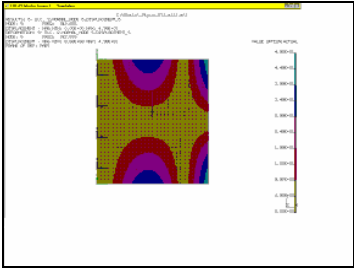
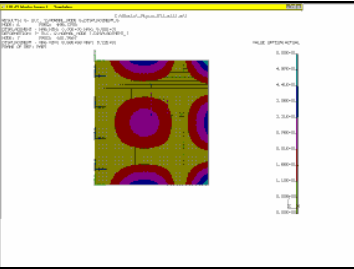
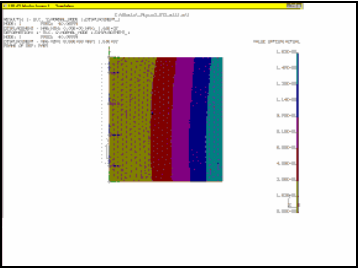
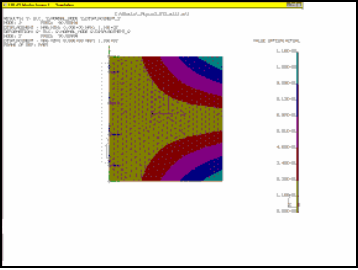
 <p style="text-align: center;">Mode 2,2</p>	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>335</td><td>332</td><td>334</td></tr> <tr><td>331</td><td>328</td><td>329</td></tr> <tr><td>335</td><td>330</td><td>331</td></tr> </table> <p style="text-align: center;">Mode 5</p>	335	332	334	331	328	329	335	330	331
335	332	334								
331	328	329								
335	330	331								
 <p style="text-align: center;">Mode 2,3</p>	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>468</td><td>-</td><td>478</td></tr> <tr><td>465</td><td>470</td><td>-</td></tr> <tr><td>469</td><td>478</td><td>476</td></tr> </table> <p style="text-align: center;">Mode 6</p>	468	-	478	465	470	-	469	478	476
468	-	478								
465	470	-								
469	478	476								

Tableau 4.9 Valeurs des fréquences propres calculées et mesurées aux différents points, pour les six premiers modes de flexion de la **plaque 1** $[0/90/0/90/0/90/0/90]_s$ - Configuration **ELLL**

<p><i>a) Fréquences et déformées propres obtenues en calcul de structures par éléments finis sous I-DEAS</i></p>	<p><i>b) Fréquences propres expérimentales en fonction de la position du point de mesure</i></p>									
 <p style="text-align: center;">Mode 1,1</p>	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>44</td><td>43</td><td>42</td></tr> <tr><td>43</td><td>43</td><td>42</td></tr> <tr><td>44</td><td>43</td><td>42</td></tr> </table> <p style="text-align: center;">Mode 1</p>	44	43	42	43	43	42	44	43	42
44	43	42								
43	43	42								
44	43	42								
 <p style="text-align: center;">Mode 1,2</p>	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>81</td><td>81</td><td>79</td></tr> <tr><td>-</td><td>-</td><td>-</td></tr> <tr><td>81</td><td>80</td><td>79</td></tr> </table> <p style="text-align: center;">Mode 2</p>	81	81	79	-	-	-	81	80	79
81	81	79								
-	-	-								
81	80	79								

Do Not Copy

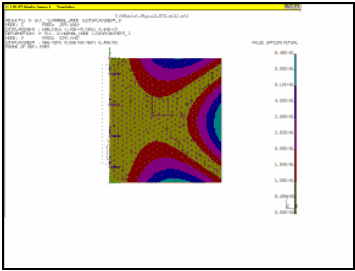
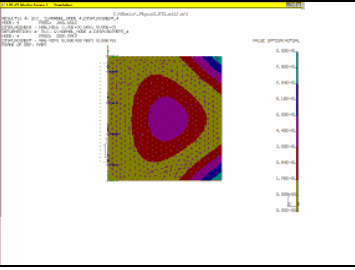
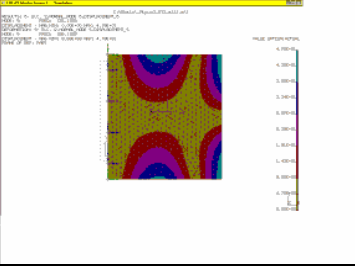
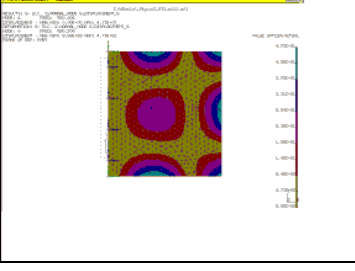
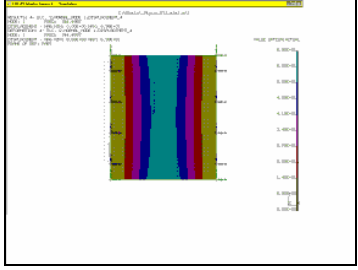
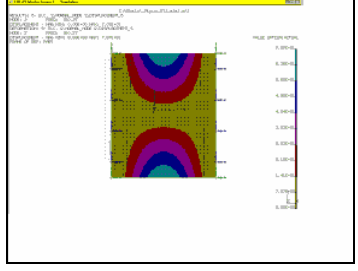
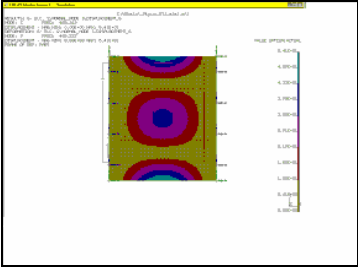
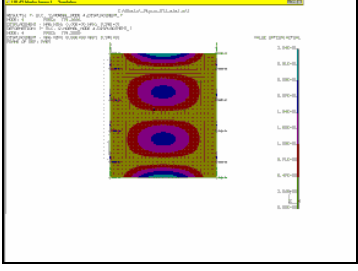
 <p style="text-align: center;">Mode 2,1</p>	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>223</td> <td>222</td> <td>224</td> </tr> <tr> <td>-</td> <td>221</td> <td>225</td> </tr> <tr> <td>235</td> <td>222</td> <td>224</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">Mode 3</p>	223	222	224	-	221	225	235	222	224
223	222	224								
-	221	225								
235	222	224								
 <p style="text-align: center;">Mode 1,3</p>	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>261</td> <td>257</td> <td>260</td> </tr> <tr> <td>260</td> <td>259</td> <td>256</td> </tr> <tr> <td>261</td> <td>255</td> <td>260</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">Mode 4</p>	261	257	260	260	259	256	261	255	260
261	257	260								
260	259	256								
261	255	260								
 <p style="text-align: center;">Mode 2,2</p>	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>322</td> <td>315</td> <td>327</td> </tr> <tr> <td>319</td> <td>317</td> <td>323</td> </tr> <tr> <td>323</td> <td>313</td> <td>326</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">Mode 5</p>	322	315	327	319	317	323	323	313	326
322	315	327								
319	317	323								
323	313	326								
 <p style="text-align: center;">Mode 2,3</p>	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>513</td> <td>-</td> <td>519</td> </tr> <tr> <td>509</td> <td>515</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>516</td> <td>504</td> <td>520</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">Mode 6</p>	513	-	519	509	515	-	516	504	520
513	-	519								
509	515	-								
516	504	520								

Tableau 4.10 Valeurs des fréquences propres calculées et mesurées aux différents points de mesure, pour les six premiers modes de flexion de la **plaque 2** [0₄/90₄]_s - Configuration **ELLL**

Do Not Copy

a) Fréquences et déformées propres obtenues en calcul de structures par éléments finis sous I-DEAS	b) Fréquences propres expérimentales en fonction de la position du point de mesure									
 <p style="text-align: center;">Mode 1,1</p>	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>296</td> <td>280</td> <td>297</td> </tr> <tr> <td>288</td> <td>282</td> <td>289</td> </tr> <tr> <td>290</td> <td>288</td> <td>291</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">Mode 1</p>	296	280	297	288	282	289	290	288	291
296	280	297								
288	282	289								
290	288	291								
 <p style="text-align: center;">Mode 1,2</p>	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>314</td> <td>299</td> <td>322</td> </tr> <tr> <td>311</td> <td>-</td> <td>312</td> </tr> <tr> <td>311</td> <td>306</td> <td>308</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">Mode 2</p>	314	299	322	311	-	312	311	306	308
314	299	322								
311	-	312								
311	306	308								

 <p style="text-align: center;">Mode 1,3</p>	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>407</td> <td>-</td> <td>405</td> </tr> <tr> <td>397</td> <td>401</td> <td>398</td> </tr> <tr> <td>402</td> <td>-</td> <td>406</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">Mode 3</p>	407	-	405	397	401	398	402	-	406
407	-	405								
397	401	398								
402	-	406								
 <p style="text-align: center;">Mode 1,4</p>	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>530</td> <td>-</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>517</td> <td>-</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>521</td> <td>-</td> <td>526</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">Mode 4</p>	530	-	-	517	-	-	521	-	526
530	-	-								
517	-	-								
521	-	526								

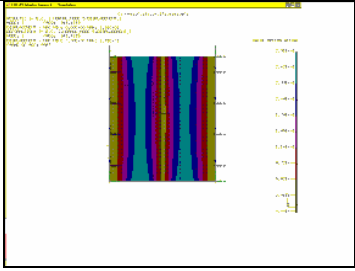
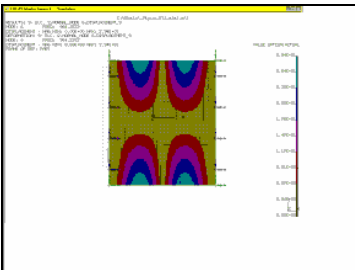
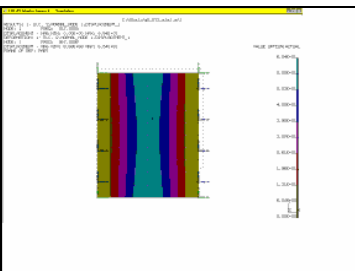
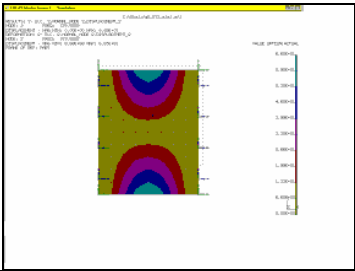
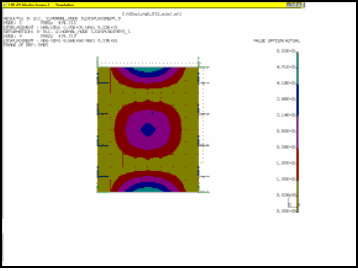
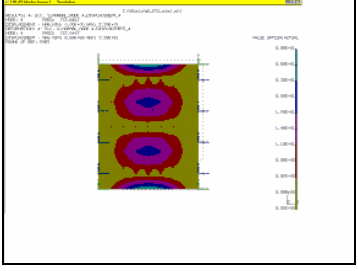
 <p style="text-align: center;">Mode 2,1</p>	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>-</td> <td>-</td> <td>681</td> </tr> <tr> <td>670</td> <td>-</td> <td>672</td> </tr> <tr> <td>-</td> <td>657</td> <td>683</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">Mode 5</p>	-	-	681	670	-	672	-	657	683
-	-	681								
670	-	672								
-	657	683								
 <p style="text-align: center;">Mode 2,2</p>	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>714</td> <td>707</td> <td>703</td> </tr> <tr> <td>705</td> <td>-</td> <td>710</td> </tr> <tr> <td>-</td> <td>-</td> <td>718</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">Mode 6</p>	714	707	703	705	-	710	-	-	718
714	707	703								
705	-	710								
-	-	718								

Tableau 4.11 Valeurs des fréquences propres calculées et mesurées aux différents points de mesure, pour les six premiers modes de flexion de la **plaque 1** $[0/90/0/90/0/90/0/90]_s$ - Configuration **ELEL**

<p><i>a) Fréquences et déformées propres obtenues en calcul de structures par éléments finis sous I-DEAS</i></p>	<p><i>b) Fréquences propres expérimentales en fonction de la position du point de mesure</i></p>									
 <p style="text-align: center;">Mode 1,1</p>	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>315</td> <td>298</td> <td>316</td> </tr> <tr> <td>309</td> <td>311</td> <td>307</td> </tr> <tr> <td>315</td> <td>302</td> <td>315</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">Mode 1</p>	315	298	316	309	311	307	315	302	315
315	298	316								
309	311	307								
315	302	315								
	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>335</td> <td>328</td> <td>337</td> </tr> <tr> <td>335</td> <td>-</td> <td>334</td> </tr> <tr> <td>335</td> <td>331</td> <td>339</td> </tr> </table>	335	328	337	335	-	334	335	331	339
335	328	337								
335	-	334								
335	331	339								

Do Not Copy

<p>Mode 1,2</p>  <p>Mode 1,3</p>	<p>Mode 2</p> <table border="1" style="border-style: dashed;"> <tr> <td>410</td> <td>-</td> <td>414</td> </tr> <tr> <td>403</td> <td>409</td> <td>411</td> </tr> <tr> <td>412</td> <td>407</td> <td>414</td> </tr> </table> <p>Mode 3</p>	410	-	414	403	409	411	412	407	414
410	-	414								
403	409	411								
412	407	414								
 <p>Mode 1,4</p>	<table border="1" style="border-style: dashed;"> <tr> <td>529</td> <td>-</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>537</td> <td>-</td> <td>538</td> </tr> <tr> <td>543</td> <td>536</td> <td>547</td> </tr> </table> <p>Mode 4</p>	529	-	-	537	-	538	543	536	547
529	-	-								
537	-	538								
543	536	547								

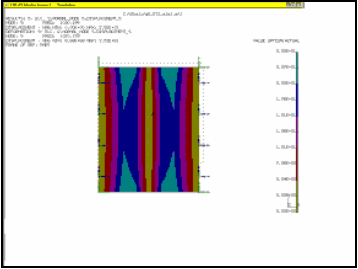
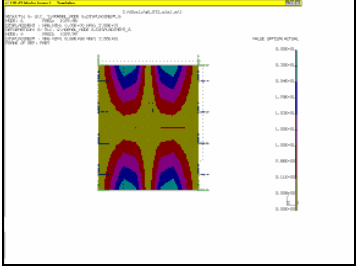
 <p>Mode 2,1</p>	<table border="1" style="border-style: dashed;"> <tr> <td>-</td> <td>-</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>684</td> <td>674</td> <td>693</td> </tr> <tr> <td>684</td> <td>-</td> <td>687</td> </tr> </table> <p>Mode 5</p>	-	-	-	684	674	693	684	-	687
-	-	-								
684	674	693								
684	-	687								
 <p>Mode 2,2</p>	<table border="1" style="border-style: dashed;"> <tr> <td>745</td> <td>-</td> <td>744</td> </tr> <tr> <td>709</td> <td>-</td> <td>738</td> </tr> <tr> <td>744</td> <td>-</td> <td>748</td> </tr> </table> <p>Mode 6</p>	745	-	744	709	-	738	744	-	748
745	-	744								
709	-	738								
744	-	748								

Tableau 4.12 Valeurs des fréquences propres calculées et mesurées aux différents points de mesure, pour les six premiers modes de flexion de la **plaque 2** $[0_4/90_4]_s$ - Configuration **ELEL**

4.4 Analyse des résultats :

Les plaques étudiées expérimentalement ayant un comportement orthotrope ($D_{16} = D_{26} = 0$) résultant de la stratification croisée, il ne subsiste plus que le couplage dû au terme D_{12} . La troncature commise sur les expressions des conditions aux limites est moins importante, et comme on peut l'observer sur les déformées propres (tableaux 4.9 à 4.12),

D'un autre coté, les valeurs calculées des fréquences propres par le code I-DEAS sont proches de celles mesurées expérimentalement, notamment pour les premiers modes des deux plaques dans la configuration ELLL et divergent complètement dans la configuration ELEL.

L.Fatmi et al [28] ont expliqué les divergences entre la théorie et les mesures par la dispersion classée en deux types :

a) Une dispersion d'ordre générale :

Elle est due à l'hétérogénéité du matériau de la plaque et à la dispersion sur l'épaisseur, liées au procédé de fabrication artisanal de la plaque (distribution non uniforme de la matière).

b) Une dispersion en rapport avec les déformées propres :

Où les fréquences propres mesurées varient sensiblement en fonction du point de mesure avec des tendances différentes selon les modes.

Les autres causes de ces différences sont d'une part le fait que les caractéristiques mécaniques utilisées pour le calcul ne sont que des approximations des propriétés réelles estimées par des approches théoriques, et d'autre part les difficultés liés aux conditions expérimentales.

On peut alors considérer que les valeurs les moins perturbées par l'effet de la masse du capteur (valeurs mesurées loin des ventres de vibration) sont les valeurs les plus proches des fréquences propres réelles. Les tableaux 4.13 à 4.16 résument les résultats obtenus par le calcul sous I-DEAS et celles mesurées expérimentalement.

Ces tableaux mettent en évidence des divergences entre le calcul sous I-DEAS et les mesures. On peut distinguer les causes de ces différences sont d'une part le fait que les caractéristiques mécaniques utilisées pour le calcul ne sont que des approximations des propriétés réelles estimées par des approches théoriques, et d'autre part les difficultés liés aux conditions expérimentales.

En effet la réalisation d'un encastrement de rigidité infini correspondant parfaitement à la théorie est impossible [26] et réciproquement la modélisation d'un encastrement réel n'est pas aisée [29]. Cet effet est plus marqué dans le cas de deux encastrements, configuration ELEL, pour laquelle on observe les déviations les plus importantes entre la théorie et l'expérience. Les précharges de compression ayant pour effet d'abaisser les fréquences propres, cette remarque va dans le sens des mesures expérimentales qui divergent dès le premier mode dans ce cas.

4.5 Conclusion

L'étude de comportement vibratoire a permis de déterminer les fréquences propres des matériaux étudiés. Les résultats obtenus montrent une divergence entre le calcul de structures sous I-DEAS et les mesures plus visible dans le cas de la configuration ELEM. La différence des résultats obtenus est due d'une part à les difficultés liés aux conditions expérimentales car la réalisation d'un encastrement de rigidité infini est impossible, et d'autre part l'approximation des caractéristiques mécaniques utilisées qui sont déterminées par des approchés théoriques.

Do Not Copy

CONCLUSIONS GENERALES

Conclusions générales

L'objectif assigné à ce travail est l'étude du comportement mécanique en flexion 3 points de stratifié croisé sollicité en fatigue. Pour atteindre cet objectif nous avons commencé par une étude bibliographique sur le comportement mécanique des stratifiés en flexion statique et en fatigue.

L'étude expérimentale en flexion 3 points statique, réalisé sur les deux stratifiés nous a permis de déterminer les caractéristiques mécaniques des matériaux étudiés ainsi que les modes de rupture. Les résultats de cette étude ont été exploités pour la fatigue cyclique.

L'étude en fatigue cyclique des deux stratifiés s'est intéressée à l'évolution du module de flexion à partir des courbes donnant l'évolution de la charge en fonction du nombre de cycles. Les essais ont été menés en contrôle déplacement et pour un seul niveau de chargement (60%).

L'influence de la vitesse d'essai sur l'évolution du module de flexion est visible pour le matériau ST1[0/90/0/90/0/90/0/90]_s, le module de flexion diminue d'une manière relative à la croissance de la vitesse d'essai, la dégradation du module de flexion est plus remarquable pour le matériau ST2[0₄/90₄]_s, pour une vitesse d'essai assez élevée, la perte de rigidité est importante avec la croissance du nombre de cycle.

L'effet de la séquence d'empilement sur la dégradation du module de flexion est constatée pour différentes vitesses d'essais. La dégradation du module de flexion est très importante pour le matériau ST2 par rapport au matériau ST1, nous constatons que la résistance à la fatigue augmente lorsque les plis à 0° et les plis à 90° sont alternés.

L'étude numérique s'est intéressée à la flexion statique des stratifiés étudiés en se basant sur la théorie des stratifiés. Le programme de calcul élaboré en langage FORTRAN est basé sur les principales relations développées lors de la formulation théorique du comportement mécanique des stratifiés. Ce programme a été validé sur des exemples pris dans la littérature, et appliqué aux matériaux étudiés. La comparaison de ces résultats à ceux obtenus en calcul de structure par éléments finis sous I-DEAS a montré une bonne similitude.

La concordance des résultats a montré l'aptitude du programme à décrire convenablement la variation des contraintes et des déformations dans l'épaisseur du stratifié.

L'étude de comportement vibratoire a permis de faire une analyse modale expérimentale de deux plaques de stratification distinctes dans les configurations ELLL et ELEL. Les mesures des fréquences propres ont été comparées à celles obtenues par calcul de structures par éléments finis en utilisant le code de calcul I-DEAS.

Do Not Copy

BIBLIOGRAPHIE

- [1] **J.M. BERTHELOT.**, « Matériaux composites, comportement mécanique et analyse des structures », 3^{ème} Edition TEC & DOC, PARIS 1999.
- [2] **D. GAY.**, « Matériaux composites », Edition Hermès, Paris 1991.
- [3] **A. THIONNET., J.RENARD.**, « Une méthode générale de prévision du comportement viscoélastique des composites stratifiés », Mec. Ind. 2, 143-147, 2001.
- [4] **T. KEVIN OBRIEN., A. D. CHAWAN., R. KRUEGER., I. L. PARIS.,** « Transverse tension fatigue life characterization through flexure testing of composite materials », International Journal of fatigue 24, 127-145, 2002.
- [5] **A.R. BEZAZI., A. EL MAHI., L. FATMI., J.M. BERTHELOT., B. BEZAZI.,** «Analyse de l'endommagement des stratifiés en flexion 3-points, Influence de la séquence d'empilement », 17^{ème} Congrès Français de Mécanique Nancy, 3-7 septembre 2001.
- [6] **A.W. WHARMBY., F. ALLYIN.,** «Damage growth in constrained angle-ply laminates under cyclic loading », Composites Science and Technology 62, 1239-1247, 2002.
- [5] **T.V. PARRY., A.S. WRONSKI.**, «Kinking and tensile, compressive and interlaminar shear failure in carbon fibre reinforced plastic beams tested in failure », J Material Science, Vol.16,pp 439-450, 1981.
- [7] **N. BAHLOULI.**, « Cours Matériaux Composites », <http://www-ipst.ustrasbg.fr/nadia/courcomp>.
- [8] **K. BEY.**, « Etude expérimentale et numérique du comportement mécanique des matériaux composites », Thèse de doctorat, université d'Annaba 2007.
- [9] **H.C. KIM., L.J. EBERT.,** «Flexural fatigue behaviour of unidirectional fibre glass composites», Fibre Science and Technology, Vol.43,pp 247-267,1992.
- [10] **J.J. NEVADUNSKI., J.J. LUCAS., M.J. SALKIND.,** «Early fatigue damage detection in composite materials», J.Composite Materials, Vol. 9, pp 394-408, Oct 1975.
- [11] **H. ELKADI., F. ELLYIN.,** «Effect of stress ratio on the fatigue of unidirectional glass fibre/epoxy composite laminate», Composites Vol.25, n° 10 ,pp 917-924, 1994.
- [12] **J. PAYAN.,** «Etude du comportement de composites stratifiés sous chargement statique et de fatigue», Thèse de doctocrat, Université Aix-Marseille II., 2004.
- [13] **H.C. KIM., L.J. EBERT.,** «Flexural fatigue behaviour of unidirectional fibre glass composites», Fibre Science and Technology, Vol.14, pp 3-20,1981.
- [14] **F. ROUDET., Y. DESPLANQUES., S. DEGALLAIX.,** « Fatigue of glass/epoxy composite in three-point-bending with predominant shearing », International Journal of fatigue 24, 327-337, 2002.
- [15] **A. ELMAHI., A.R. BEZAZI., J.M. BERTHELOT., A. KONDRATAS.,** «Investigation of cross-ply laminate s in three points bending tests. Part I: Static and cyclic fatigue test », Journal Material Science, Vol.8, n° 4, pp 511-516, 2002.

[16] **A. ROTEM.**, «The fatigue behaviour of composite laminates under various mean stress», Composite Structure, Vol.17,pp 113-126,1991.

[17] **J.F. MANDELL.**, «Effects of stress ratio, frequency and loading time on the tensile fatigue glass-reinforced epoxy, Long term behaviour of composites ASTM», STP 813, pp 55-77, 1983.

[18] **A.R. BEZAZI., A. EL MAHI., L. FATMI., J.M. BERTHELOT., B. BEZAZI.**, «Influence du chargement sur le comportement et l'endommagement des stratifiés croisés en flexion 3-points», 16^{ème} Congrès Français de Mécanique Nice, 1-5 septembre 2003.

[19] **L. FATMI., J.M. BERTHELOT.**, « Contribution a l'étude du comportement en flexion 3 points statique et cyclique de matériaux composites stratifiés », Cimasi 2000, Casablanca, Maroc.

[20] **M. GEIR.**, « Manuel qualité des composites », Technique et documentation, Lavoisier 1989, France.

[21] **C. SCHMITT., A. BISROR., G. PLUVINAGE.**, « Fissuration en fatigue de plaques composites sollicitées en traction-torsion », Mécanique et Industries 3 , 639 – 653, 2002.

[22] **B. REDJEL., F.X. DE CHARENTENAY.**, « Comportement mécanique des matériaux composites SMC ». Matériaux et Technique, mai juin 1987, p. 221-228.

[23] **L. JAOUEN.**, « Vibrations des milieux discrets et continus », version du 19/04/2005, http://www.univ-lemans.fr/~r940020/ens/cours_vibrations_DESS_MNPM.pdf.

[24] **M. GERARDIN., D. RIXEN.**, « Théorie des vibrations Application à la dynamique des Structures », 2^{ème} édition, Masson 1996.

[25] **R.F. GIBSON.**, « Modal vibration response measurements for characterization of composite materials and structures », Composites science and technology, 2000, 60, 2769-2780.

[26] **V. TITA., J. DECARVALHO., J. LIRANI.**, « A Procedure to Estimate the Dynamic Damped Behavior of Fiber Reinforced Composite Beams Submitted to Flexural Vibrations », Materials Research, 2001, Vol. 4, No. 4 , 315-321.

[27] **F. ANGOULVANT.**, « Caractérisation dynamique des matériaux composites. Etude de l'amortissement » Thèse de doctorat, université du Maine juin 1998.

[28] **L. FATMI., S.H. SEDDIKI., M. KHAROUBI., N. OUELAA.**, « Etude expérimentale et numérique du comportement dynamique de plaques stratifiée symétriques », International Symposium on Aircraft Materials, 22-24 mai, 2007, Agadir, Morocco.

[29] **L. GORNET., D. LECLERC., J.P. REGOIN.**, « Comportement vibratoire d'une poutre composite carbone époxy : recalage de modèles éléments finis », Proceeding des 13^{ème} Journées Nationales sur les Composites, 12,13 et 14 Mars 2003 Université Louis Pasteur Strasbourg, Volume 1, 533-542.

Do Not Copy

ANNEXES

THEORIE CLASSIQUE DES STRATIFIES

1. Expressions générales

Dans le cas d'une flexion pure d'un stratifié symétrique l'équation constitutive se réduit à :

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (1)$$

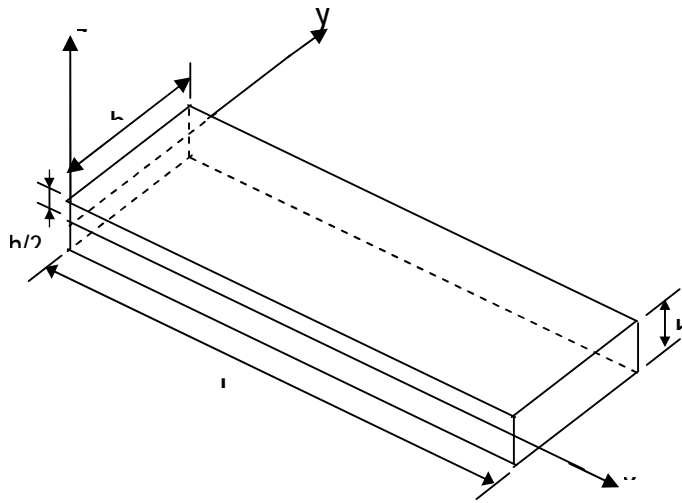


Figure a.1 Elément poutre

où κ_x , κ_y et κ_{xy} sont définis dans les relations

$$\kappa_x = -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \quad \kappa_y = -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \quad \kappa_{xy} = -2\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \quad (2)$$

l'équation (2) peut être écrite sous la forme inverse suivant :

$$\begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11}^* & D_{12}^* & D_{16}^* \\ D_{12}^* & D_{22}^* & D_{26}^* \\ D_{16}^* & D_{26}^* & D_{66}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} \quad (3)$$

où D_{ij}^* sont les éléments de la matrice inverse de $[D_{ij}]$:

$$\begin{aligned} D_{11}^* &= \frac{1}{\Delta} (D_{22} D_{66} - D_{26}^2) & D_{12}^* &= \frac{1}{\Delta} (D_{16} D_{26} - D_{12} D_{66}) \\ D_{16}^* &= \frac{1}{\Delta} (D_{12} D_{26} - D_{16} D_{22}) & D_{22}^* &= \frac{1}{\Delta} (D_{11} D_{66} - D_{16}^2) \\ D_{26}^* &= \frac{1}{\Delta} (D_{12} D_{16} - D_{26} D_{11}) & D_{66}^* &= \frac{1}{\Delta} (D_{11} D_{22} - D_{12}^2) \end{aligned} \quad (4)$$

et Δ le déterminant de la matrice $[D_{ij}]$:

$$\Delta = D_{11} D_{22} D_{66} + 2 D_{12} D_{16} D_{26} - D_{11} D_{26}^2 - D_{22} D_{16}^2 - D_{66} D_{12}^2$$

La théorie des poutres fait l'hypothèse que, dans le cas d'une flexion pure suivant l'axe x , les moments M_x et M_{xy} sont nuls :

$$M_x = M_{xy} = 0 \quad (5)$$

Les relations (a.2) et (a.3) conduisent donc à :

$$\kappa_x = -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} = D_{11}^* M_x \quad (6)$$

Enfin, la théorie des poutres fait l'hypothèse supplémentaire que la flèche n'est fonction que de x :

$$w_0 = w_0(x) \quad (7)$$

La plus grande attention doit être apportée à cette hypothèse.

En effet, les équations (2) et (3) montrent que les courbures κ_x et κ_{xy} sont fonctions du moment de flexion M_x , soit :

$$\begin{aligned} \kappa_y &= -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} = D_{12}^* M_x \\ \kappa_{xy} &= -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} = D_{16}^* M_x \end{aligned} \quad (8)$$

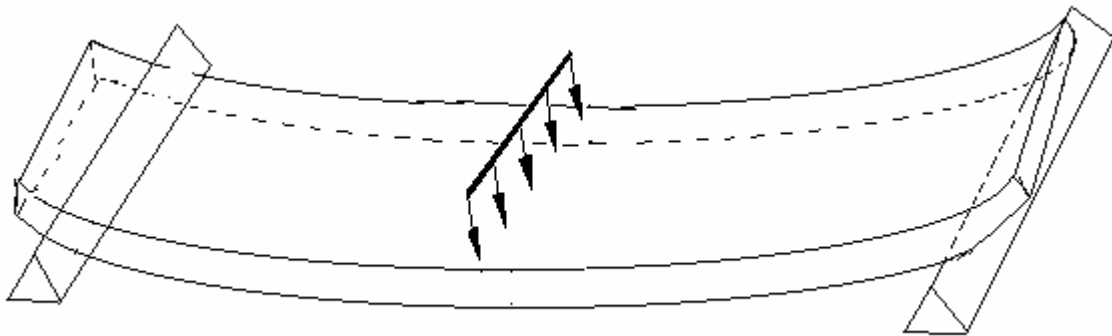


Figure 2

Effet du couplage flexion-torsion dans le cas de la flexion d'une poutre en stratifié

Ces relations montrent que la flèche w_0 dépend a priori de la variable y . Cet effet est particulièrement important dans le cas d'éprouvettes de flexion de laboratoire, de forme plus proche d'une lame que d'une poutre.

Il en résulte que la flexion et la torsion induites les termes D_{12}^* et D_{16}^* dans les équations (8) tendent à produire un décollement partiel de la poutre sur ses supports (figure 2). Cet effet est toutefois négligeable dans le cas où le rapport longueur sur largeur (L/b) est suffisamment élevé. Dans cette hypothèse (7), l'équation (6) s'écrit :

$$\frac{d^2 w_0}{dx^2} = -D_{11}^* M_x \quad (9)$$

Il est usuel d'écrire cette équation sous la forme :

$$\frac{d^2 w_0}{dx^2} = -\frac{M}{E_x I} \quad (10)$$

en introduisant :

- le module E_x de flexion de la poutre :

$$E_x = \frac{12}{h^3 D_{11}^*} \quad (11)$$

- le moment quadratique I de la section droite de la poutre par rapport au plan(x,y) :

$$I = I_{xy} = \frac{b h^3}{12} \quad (12)$$

- le moment M de flexion :

$$M = b M_x \quad (13)$$

Compte tenu des hypothèses faites, l'équation de flexion des plaques se réduit ici à :

$$\frac{d^2 M_x}{dx^2} + q = 0 \quad (14)$$

En tenant compte de (a.9) et (a.10), cette équation s'écrit :

$$\frac{d^4 w_0}{dx^4} = D_{11}^* q \quad (15)$$

ou

$$\frac{d^4 w_0}{dx^4} = \frac{p}{E_x I} \quad (16)$$

avec $p = b q$ (17)

L'équation différentielle (15) en w_0 a la même forme que l'équation différentielle () obtenue dans le cas d'une flexion cylindrique. Les deux équations diffèrent par les coefficients introduits : D_{11}^* dans la flexion de poutre et $1/D_{11}$ (stratifié symétrique)

dans le cas de flexion cylindrique.

D'autre part, la quatrième équation des plaques s'écrit ici :

$$\frac{dM_x}{dx} = Q_x \quad (18)$$

ou

$$\frac{dM}{dx} = Q \quad (19)$$

en posant :

$$Q = b Q_x \quad (20)$$

Les contraintes dans la couche k du stratifié s'écrivent d'après

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx}^k \\ \sigma_{yy}^k \\ \sigma_{xy}^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11}^k & Q_{12}^k & Q_{16}^k \\ D_{12}^k & D_{22}^k & Q_{26}^k \\ Q_{11}^k & Q_{26}^k & Q_{66}^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix} \quad (21)$$

en notant, pour simplifier, Q_{ij}^k les coefficients de rigidité Q_{ij}^k de la couche k, rapportés aux axes de la plaque, d'où :

$$\begin{aligned} \sigma_{xx}^k &= z (Q_{11}^k D_{11}^* + Q_{12}^k D_{12}^* + Q_{16}^k D_{16}^*) M_x \\ \sigma_{yy}^k &= z (Q_{12}^k D_{11}^* + Q_{22}^k D_{12}^* + Q_{26}^k D_{16}^*) M_x \\ \sigma_{xy}^k &= z (Q_{16}^k D_{11}^* + Q_{26}^k D_{12}^* + Q_{66}^k D_{16}^*) M_x \end{aligned} \quad (22)$$

Les expressions de ces contraintes peuvent être réécrites, en introduisant M et I sous la forme :

$$\sigma_{xx}^k = z a_{xx}^k \frac{M}{I} \quad (23)$$

$$\sigma_{yy}^k = z a_{yy}^k \frac{M}{I} \quad (24)$$

$$\sigma_{xy}^k = z a_{xy}^k \frac{M}{I} \quad (25)$$

avec :

$$\begin{aligned} a_{xx}^k &= (Q_{11}^k D_{11}^* + Q_{12}^k D_{12}^* + Q_{16}^k D_{16}^*) \frac{h^3}{12} \\ a_{yy}^k &= (Q_{12}^k D_{11}^* + Q_{22}^k D_{12}^* + Q_{26}^k D_{16}^*) \frac{h^3}{12} \\ a_{xy}^k &= (Q_{16}^k D_{11}^* + Q_{26}^k D_{12}^* + Q_{66}^k D_{16}^*) \frac{h^3}{12} \end{aligned} \quad (26)$$

Les expressions précédentes des contraintes ne sont correctes qu'à une distance assez éloignée ($>h$) des bords de la poutre. Les résultats précédents ne sont donc applicables qu'au cas de poutres ayant un rapport b/h assez élevé. D'autre part, dans le cas de poutres en matériau homogène, les relations (26) associées aux expressions conduisent à $a_{xx} = 1$ et $a_{yy} = a_{xy} = 0$. Les équations (23) à (25) se réduisent aux équations de la théorie classique des poutres.

La contrainte de cisaillement dans les poutres se réduit de l'équation d'équilibre, soit :

$$\frac{d\sigma_{xz}^k}{dz} = -\frac{d\sigma_{xx}^k}{dx} = -z a_{xx}^k \frac{1}{I} \frac{dM}{dx}$$

d'où :

$$\sigma_{xz}^k = -\frac{Q}{2I} a_{xx}^k (z^2 + c_k) \quad (27)$$

Les contraintes C_k dans chaque couche sont déterminées en annulant σ_{xz}^k sur les faces supérieure, et en assurant la continuité de σ_{xz} entre chaque couche. Dans le cas d'un matériau homogène ($a_{xx}=0$), $\sigma_{xz}=0$ pour $z = \pm h/2$

$$\text{implique : } \sigma_{xz} = \frac{Qh^2}{8I} \left[1 - 4 \left(\frac{z}{h} \right)^2 \right] = \frac{3Q}{2bh} \left[1 - 4 \left(\frac{z}{h} \right)^2 \right] \quad (28)$$

La contrainte de cisaillement est maximum pour $z = 0$, soit :

$$\sigma_{xz} (z=0) = \tau_0 = \frac{3Q}{2bh} \quad (29)$$

La relation(27) peut alors être sous la forme :

$$\sigma_{xz}^k = -a_{xx}^k \tau_0 \left[4 \left(\frac{z}{h} \right)^2 + d_k \right] \quad (30)$$

où d_k sont de nouvelles constantes à déterminer en assurant la continuité de σ_{xz} dans l'épaisseur de la poutre. Pour une poutre homogène, la relation (30) se réduit à (28), soit :

$$\sigma_{xz}^k = \tau_0 \left[1 - 4 \left(\frac{z}{h} \right)^2 \right] \quad (31)$$

2. Flexion 3 - points

Nous considérons (figure 3) une poutre en flexion 3-points. La symétrie du problème conduit à ne considérer qu'une moitié de poutre. Le moment de flexion s'exprime par la relation :

$$M = -\frac{Px}{2} \quad 0 \leq x \leq \frac{L}{2} \quad (32)$$

où P est la charge totale exercée au milieu de la poutre. En reportant cette expression dans (10), il vient :

$$\frac{d^2 w_0}{dx^2} = -\frac{Px}{2E_x I} \quad 0 \leq x \leq \frac{L}{2} \quad (33)$$

dans le cas d'appuis simple, les conditions aux frontières sont pour $x=0$:

$$M = w_0 = 0 \quad (34)$$

D'autre part, la symétrie impose que, pour $x = L/2$:

$$\frac{dw_0}{dx} = 0 \quad (35)$$

L'intégration de (33) associée aux conditions (34) et (35) conduit à :

$$w_0 = -\frac{PL^2}{48E_x I} x \left[3 - \left(\frac{2x}{L} \right)^2 \right] \quad (36)$$

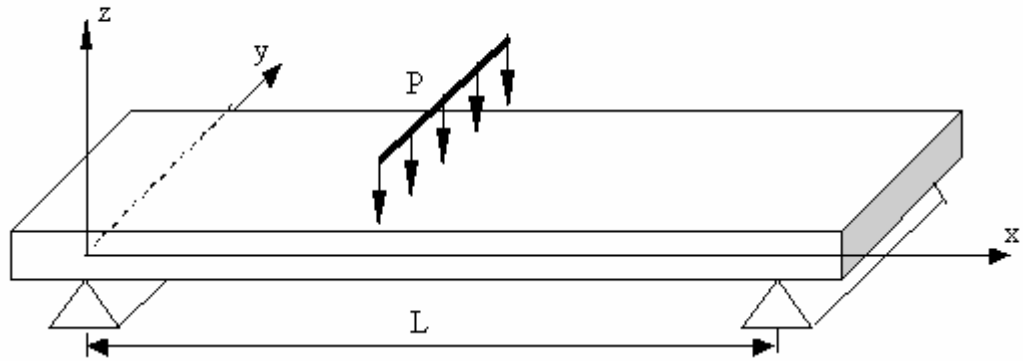


Figure 3 Flexion 3-points

La flèche w_c au centre de la poutre ($x = L/2$) s'écrit :

$$w_c = \frac{PL^3}{48E_x I} = \frac{PL^3}{48b} D_{11}^* \quad (37)$$

Cette relation peut être utilisée pour déterminer soit le module de flexion de la poutre, soit le coefficient D_{11}^* , connaissant la flèche au centre w_c pour la charge P :

$$E_x = \frac{PL^3}{48 w_c I} = \frac{PL^3}{4bh^3 w_c} \quad (38)$$

et

$$D_{11}^* = \frac{48b w_c}{PL^3} \quad (39)$$

Les contraintes dans la couche k s'écrivent d'après (23) à (25) :

$$\begin{aligned} \sigma_{xx}^k &= -6 a_{xx}^k \frac{PL}{bh^3} z \\ \sigma_{yy}^k &= -6 a_{yy}^k \frac{P}{bh^3} xz \\ \sigma_{xy}^k &= -6 a_{xy}^k \frac{P}{bh^3} xz \end{aligned} \quad (40)$$

Ces contraintes sont maximales pour $x = L/2$, soit :

$$\begin{aligned}
 \sigma_{xx}^k &= -3 a_{xx}^k \frac{PL}{bh^3} z \\
 \sigma_{yy}^k &= -3 a_{yy}^k \frac{PL}{bh^3} z \\
 \sigma_{xy}^k &= -3 a_{xy}^k \frac{PL}{bh^3} z
 \end{aligned}
 \tag{41}$$

Dans le cas d'une poutre en matériau homogène isotrope : $a_{xx} = 1$, et la contrainte normale s'écrit :

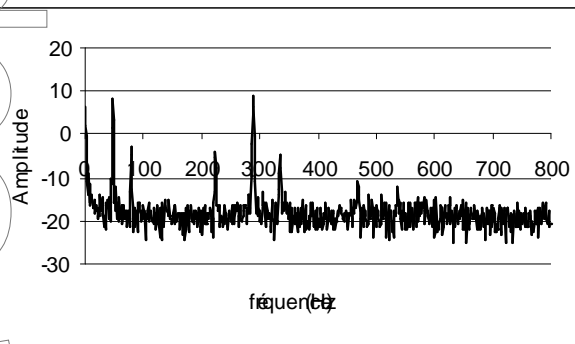
$$\sigma_{xx} = -\frac{3PL}{bh^3} z
 \tag{42}$$

La contrainte de traction maximale est atteinte sur la face inférieure ($z = -h/2$), et s'exprime suivant :

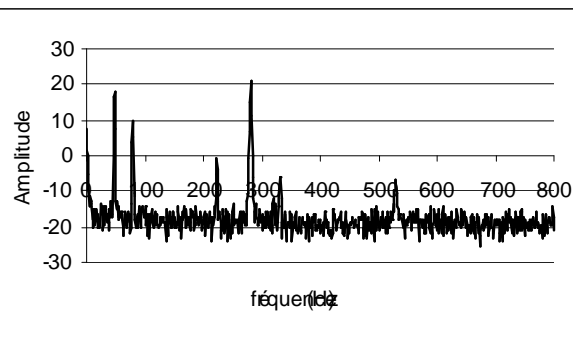
$$\sigma_{xx\max} = \sigma_0 = -\frac{3PL}{2bh^2}
 \tag{43}$$

La contrainte dans la couche k d'un stratifié peut donc s'écrire sous la forme :

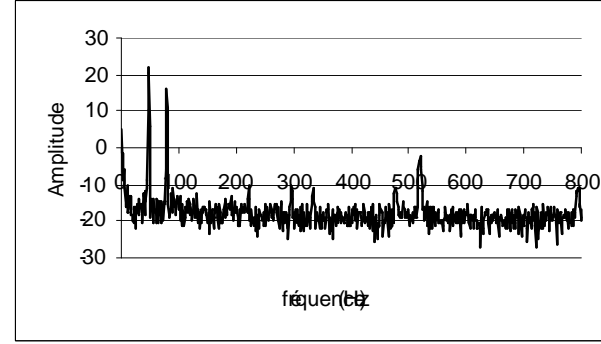
$$\sigma_{xx}^k = -2 a_{xx}^k \sigma_0 \frac{z}{h}
 \tag{44}$$



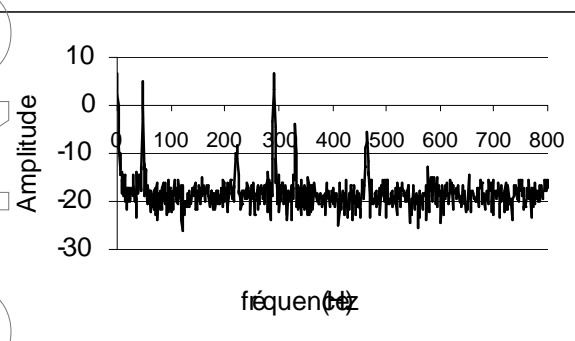
Spectre de la réponse mesurée au point 7



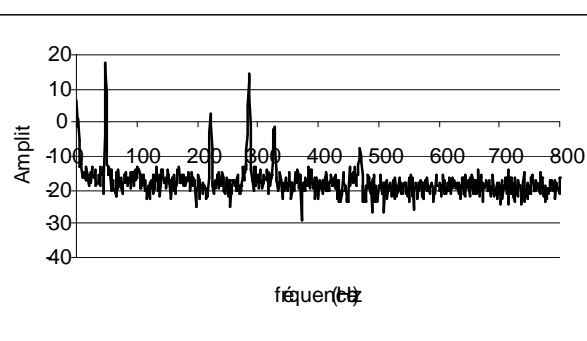
Spectre de la réponse mesurée au point 4



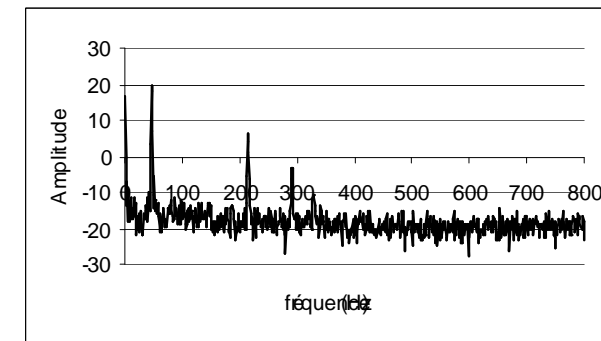
Spectre de la réponse mesurée au point 1



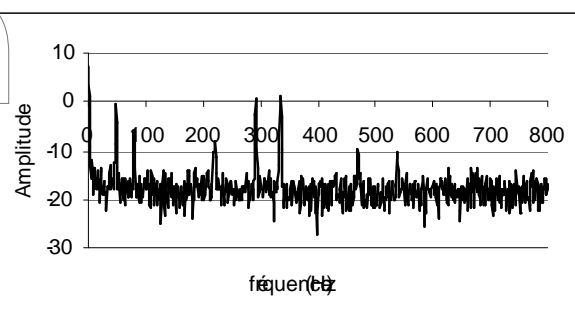
Spectre de la réponse mesurée au point 8



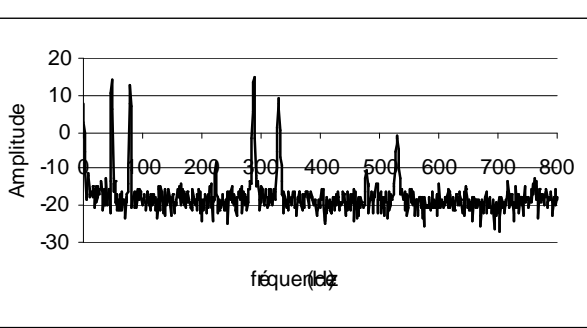
Spectre de la réponse mesurée au point 5



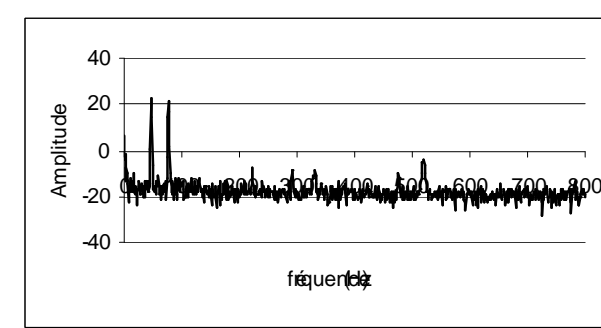
Spectre de la réponse mesurée au point 2



Spectre de la réponse mesurée au point 9

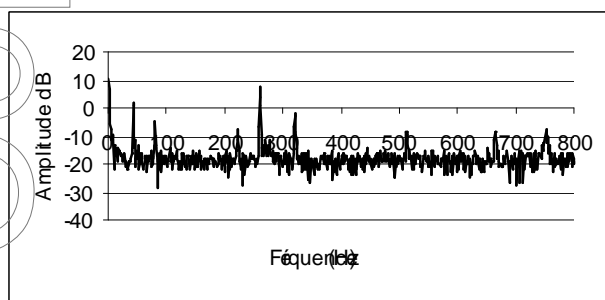


Spectre de la réponse mesurée au point 6

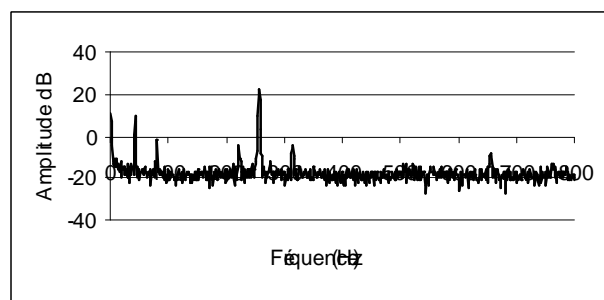


Spectre de la réponse mesurée au point 3

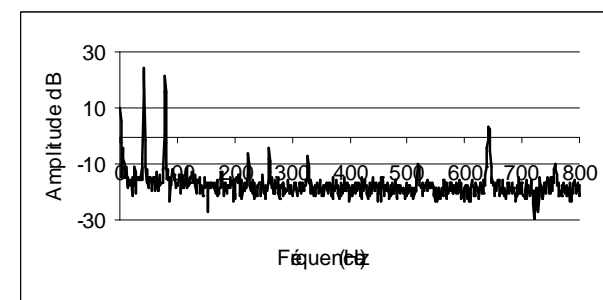
C.1 Spectres de la plaque 1 $[0/90/0/90/0/90/0/90]_s$ – Configuration ELLL



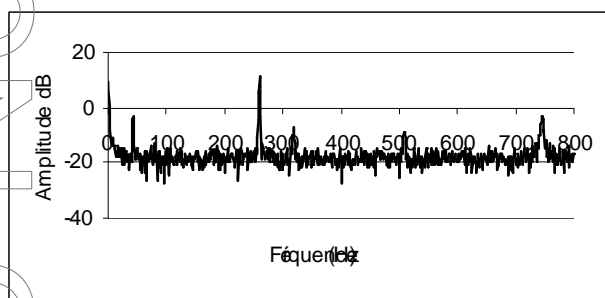
Spectre de la réponse mesurée au point 7



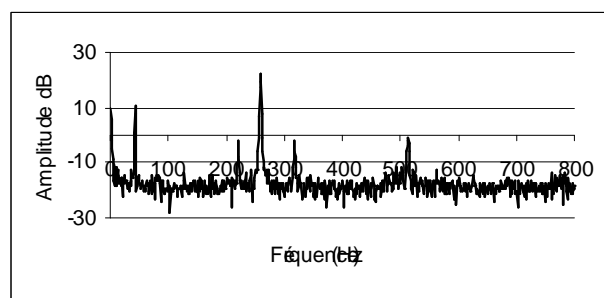
Spectre de la réponse mesurée au point 4



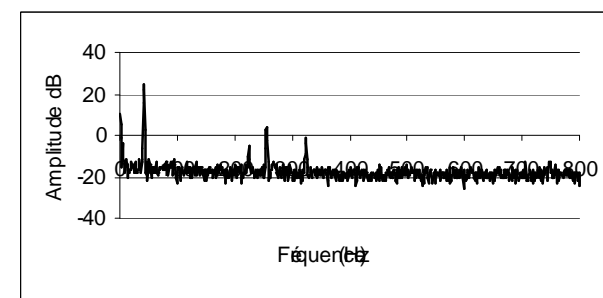
Spectre de la réponse mesurée au point 1



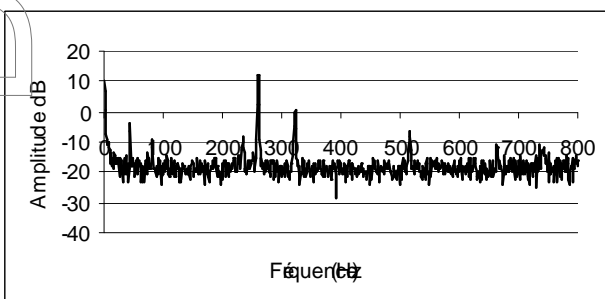
Spectre de la réponse mesurée au point 8



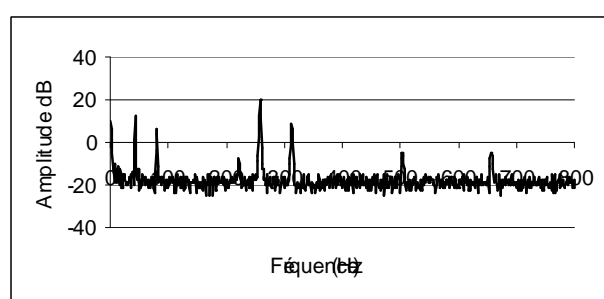
Spectre de la réponse mesurée au point 5



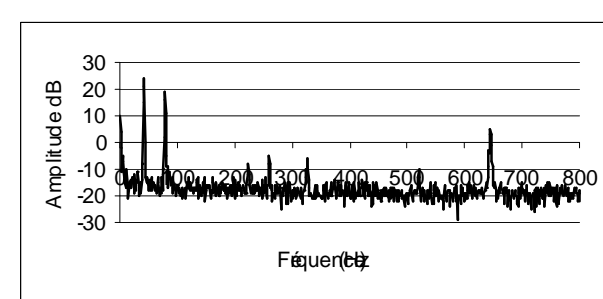
Spectre de la réponse mesurée au point 2



Spectre de la réponse mesurée au point 9

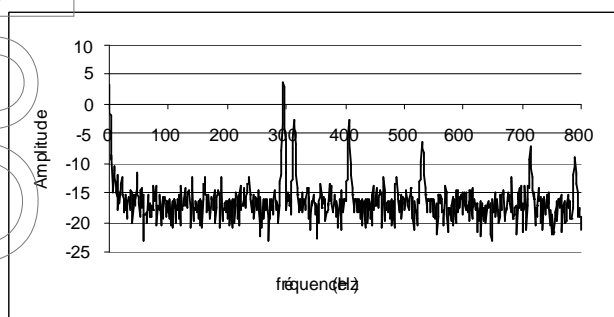


Spectre de la réponse mesurée au point 6

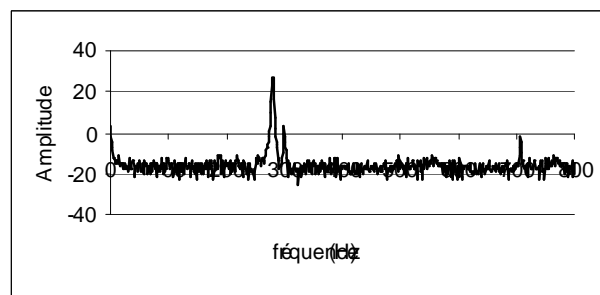


Spectre de la réponse mesurée au point 3

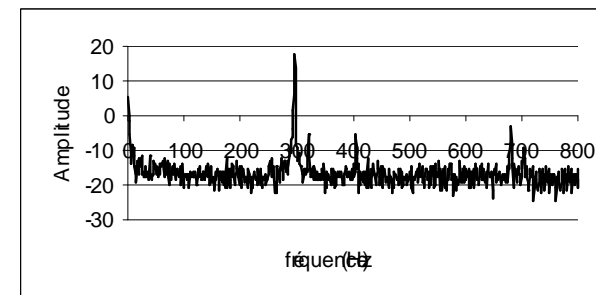
C.2 Spectres de la plaque 2 $[0_4/90]_s$ – Configuration ELLL



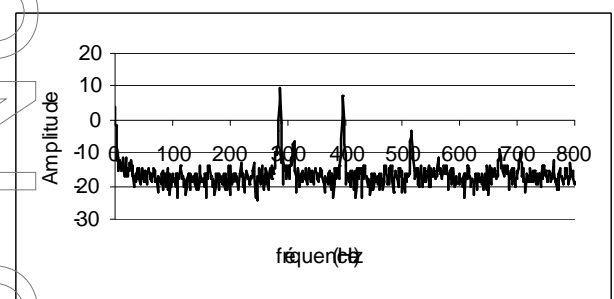
Spectre de la réponse mesurée au point 7



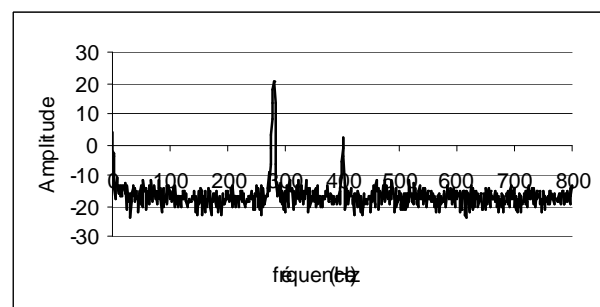
Spectre de la réponse mesurée au point 4



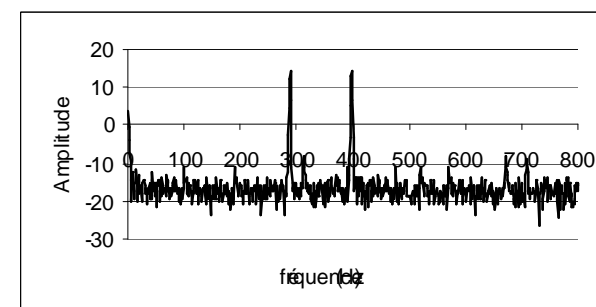
Spectre de la réponse mesurée au point 1



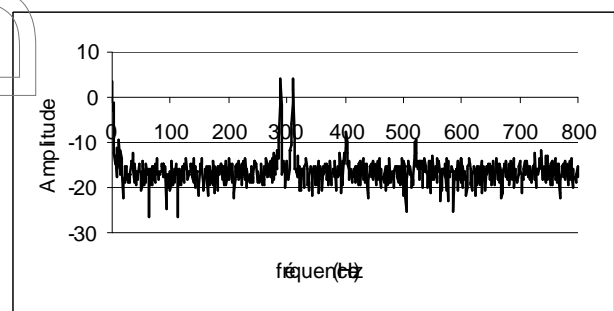
Spectre de la réponse mesurée au point 8



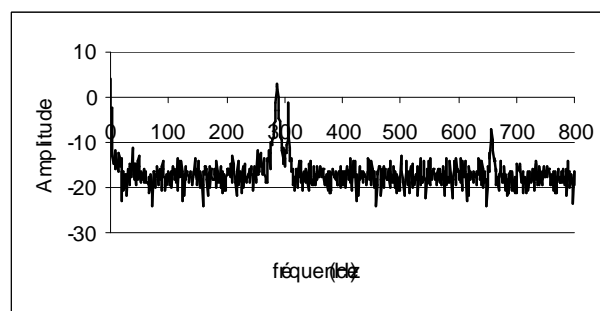
Spectre de la réponse mesurée au point 5



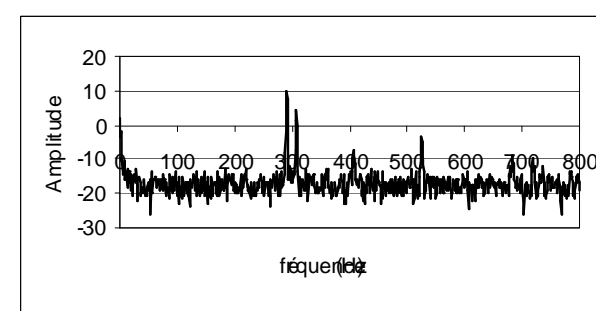
Spectre de la réponse mesurée au point 2



Spectre de la réponse mesurée au point 9

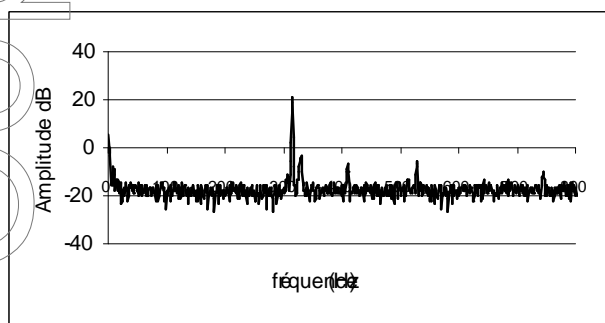


Spectre de la réponse mesurée au point 6

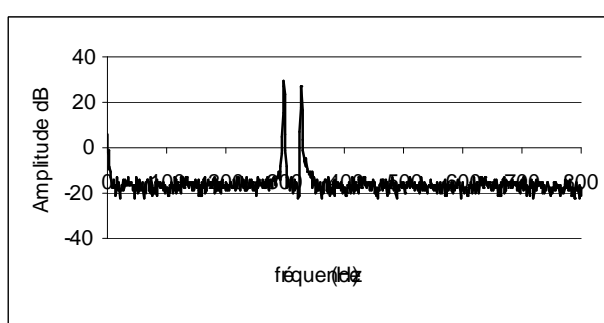


Spectre de la réponse mesurée au point 3

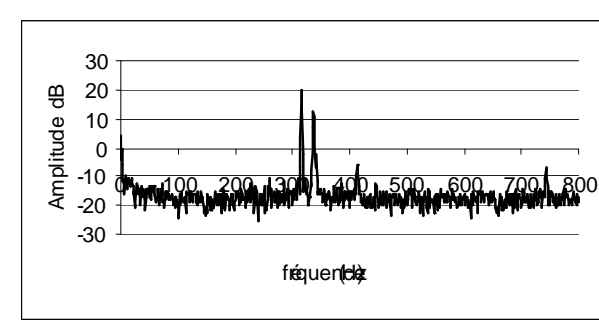
C.3 Spectres de la plaque 1 [0/90/0/90/0/90/0/90]_s – Configuration ELEL



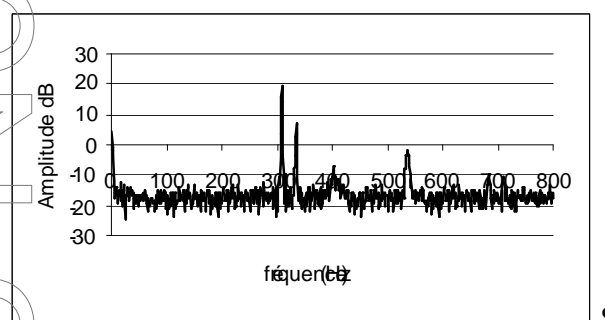
Spectre de la réponse mesurée au point 7



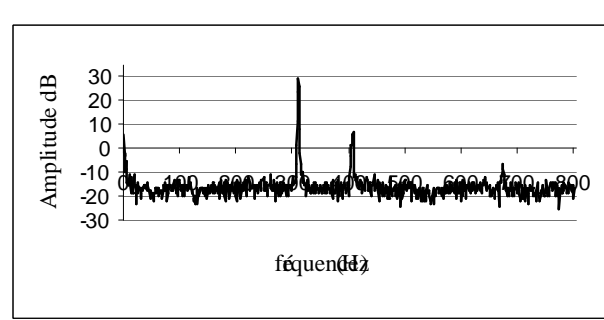
Spectre de la réponse mesurée au point 4



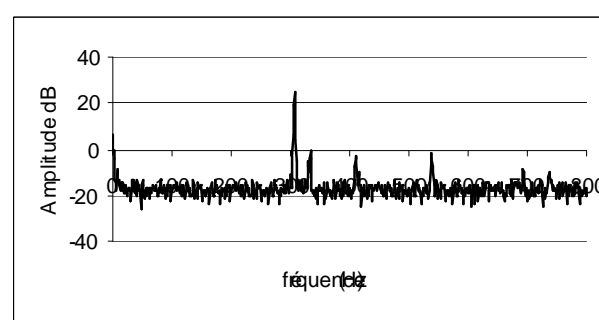
Spectre de la réponse mesurée au point 1



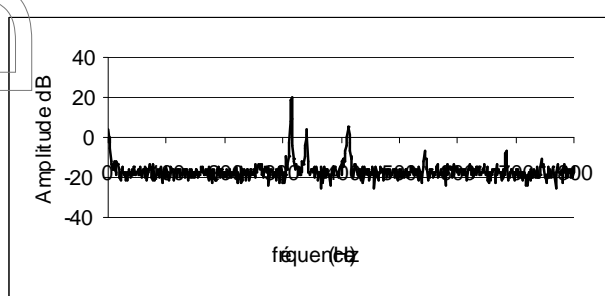
Spectre de la réponse mesurée au point 8



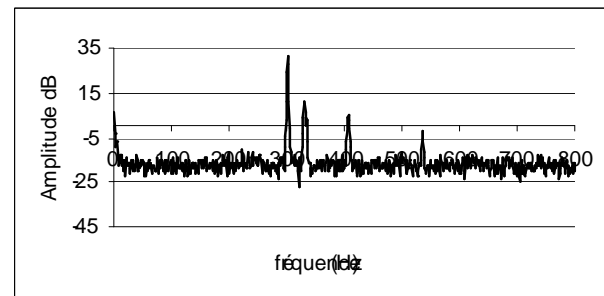
Spectre de la réponse mesurée au point 5



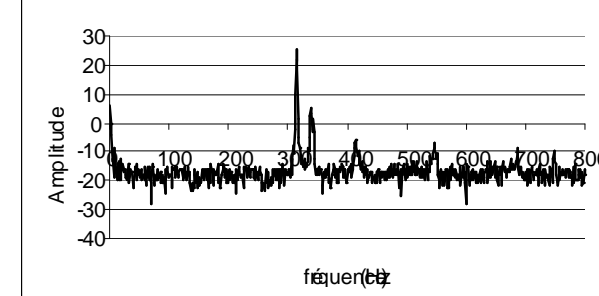
Spectre de la réponse mesurée au point 2



Spectre de la réponse mesurée au point 9



Spectre de la réponse mesurée au point 6



Spectre de la réponse mesurée au point 3

C.4 Spectres de la plaque 2 $[0_4/90]_s$ – Configuration ELEL