

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique
Université 8Mai 1945 – Guelma
Facultés des Sciences et de la Technologie
Département d'électrotechnique et d'automatique



671

Mémoire de fin d'étude
Pour l'obtention du diplôme de Master



Domaine : Sciences et Techniques
Filière : Electrotechnique
Spécialité : Réseaux électriques

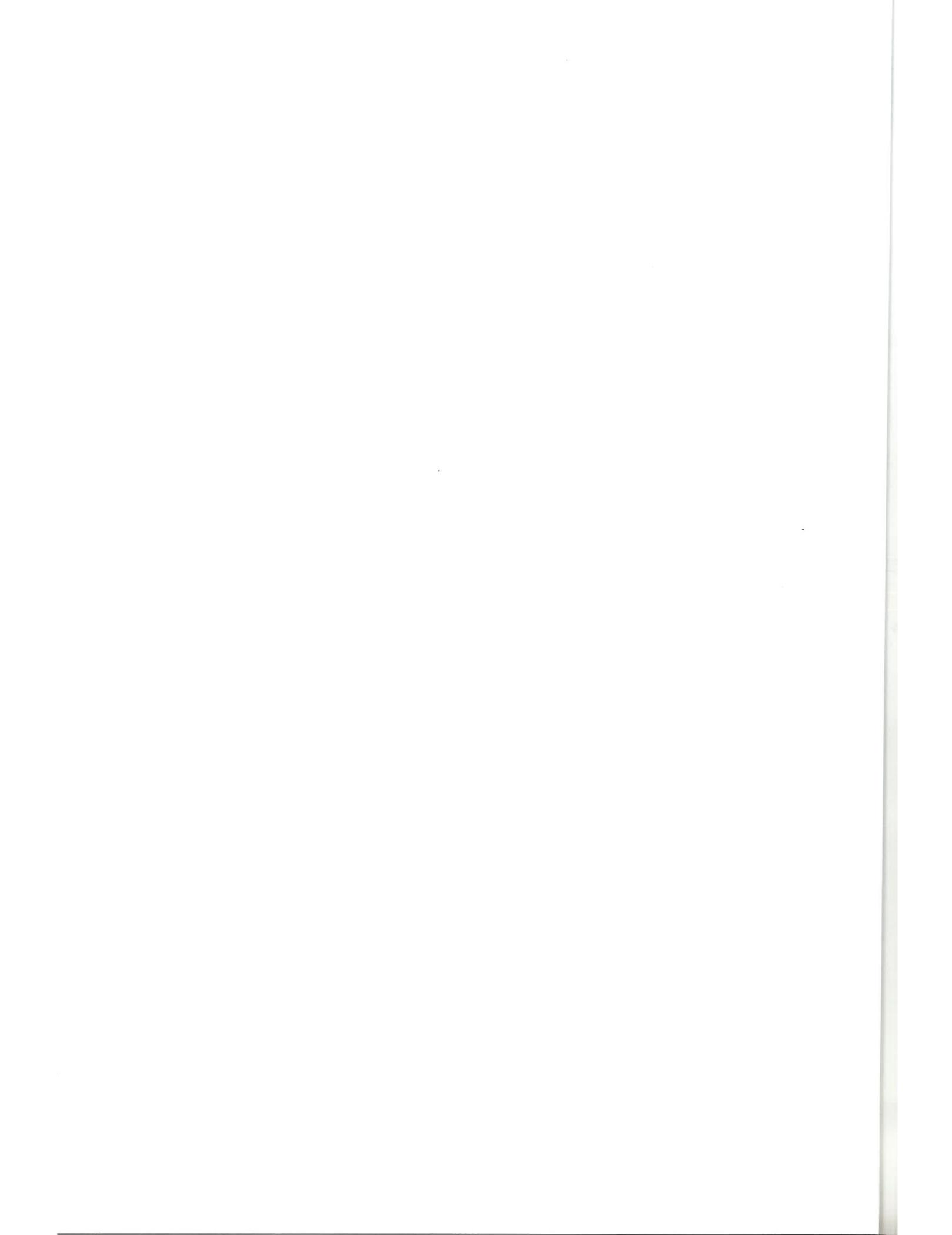
Sur l'optimisation de la stabilité
dynamique des réseaux électriques

Présenté par : Batah Issam



Sous la direction de : Dr : Moussaoui Abd elkrim

JUIN 2011





Remerciements

Nous tenons à remercier nos parents, notre encadreur Dr : Moussaoui Abd eskrim pour ses conseils, son orientation et son aide le long de notre projet de fin d'étude.

Nos remerciements à tous nos enseignants et à toute personne ayant contribué de près ou de loin à la réalisation de ce projet.



Dédicaces

*Je dédie ce modeste travail à mes parents, et à mes
Frères et mes sœurs et à toute ma famille et
Spécialement mes grands pères*

*Cette dédicace s'adresse également à tous mes
amis et camarades, Amine ,Radwan
Hassen , Hamza ,Hocine
A toute ma promotion de 2011.*

ISSAM

Sommaire

Introduction générale	1
 Chapitre I Stabilité transitoire des réseaux d'énergie électrique	
I.1 Introduction.....	4
I.2 Stabilité des réseaux d'énergie électrique	6
I.2.a Position du problème.....	6
I.2.b Notion de la stabilité	7
I.2.c Types de stabilité.....	7
1. La stabilité statique.....	7
2. La stabilité dynamique	8
3. La stabilité transitoire.....	8
I.3 Méthodes d'analyse de la stabilité transitoire	9
I.4 Méthodes d'évaluation de la stabilité transitoire	10
I.4.a Méthodes d'intégration numérique	11
I.5 Conclusion.....	12
 Chapitre II Evaluation de la stabilité transitoire des réseaux d'énergie électrique par intégration numérique	
II.1 Introduction	13
II.2 Equations d'équilibre du système	13
II.3 Modélisation des lignes de transmission	15
II.4 Modélisation des charges	16
II.5 Equation mécanique du rotor.....	17
II.6 Equation électrique de la machine.....	23
II.6.a Transformation de Park	23
II.6.b Détermination des paramètres de la machine	29
II.6.c Expression de la tension terminale	31
II.6.d Expression dynamiques de la machine	32
1. Variation de la <i>f.e.m</i> transitoire d'axe transversal	32
2. Variation de la <i>f.e.m</i> transitoire d'axe direct	32
3. Expression de la puissance électrique	32
II.7 Organes de régulation de la machine.....	34

II.7.a Structure de régulateur de tension	34
II.7.b Structure de régulateur de vitesse	36
II.8 Equations de performances.....	37
II.9 Modélisation du réseau dans l'espace d'état	41
II.10 Conclusion	44

Chapitre III Simulation du système de stabilisation d'énergie électrique

III.1 Elaboration du modèle de simulation	45
III.2 Modèle linéarisé de la génératrice synchrone et du réseau	47
III.3 Simulation du système avec le PSS	51
III.4 Conclusion	51
Conclusion générale	52

L'industrialisation et la croissance de la population sont les facteurs primordiaux qui font que la consommation de l'énergie électrique ne cesse d'augmenter. Ainsi, pour satisfaire ces exigences et avoir un équilibre entre la production et la consommation, il est nécessaire d'augmenter le nombre des centrales électriques, des lignes de transport, des transformateurs, etc., ce qui implique une augmentation considérable du coût.

La difficulté de trouver des couloirs pour de nouvelles lignes de transports, l'augmentation des interconnexions et la dérégulation du marché de l'électricité ont modifié profondément les conditions de maîtrise de fonctionnement des réseaux électriques. En effet, le libre accès au réseau et les contrats de fourniture conclus entre producteur et consommateur rendent les conditions d'exploitation de plus en plus imprévisibles. En plus, la recherche d'une efficacité économique maximale a conduit à des réseaux maillés exploités proche de leurs limites de stabilité.

Les problèmes liés au fonctionnement des réseaux de transport d'énergie électrique ont pris une grande importance, notamment après plusieurs black-out paralysant des pays entiers. De ce fait, un besoin urgent est ressenti pour inclure des programmes d'évaluation en temps réel de tels incidents dans les centres de conduite. Ces programmes doivent permettre aux conducteurs de mesurer le degré de stabilité du réseau de façon à pouvoir prendre les précautions nécessaires afin d'éviter un effondrement partiel ou total du système.

La tension et la fréquence sont les deux facteurs principaux déterminant la qualité de l'énergie électrique, ils doivent être maintenues dans les limites correspondant aux besoins des consommateurs et au bon fonctionnement du réseau. L'analyse de la stabilité consiste à évaluer la capacité du système à supporter des éventuelles perturbations, et de proposer par la suite les moyens de réglage adéquats et les mesures permettant d'améliorer cette capacité et le maintien dans des limites admissibles de ces deux grandeurs [1].

Les générateurs interconnectés produisent les couples qui dépendent du déplacement relatif aux angles des rotors. Ces couples agissent pour maintenir les générateurs au synchronisme. Suite à une perturbation plus ou moins grande, la nature non linéaire du couple de synchronisme peut ne pas conserver les angles des machines dans un état d'équilibre. Ainsi, un (ou plusieurs) générateur (s) peut (ou peuvent) perdre le synchronisme et le système devient instable.

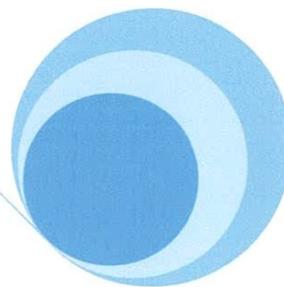
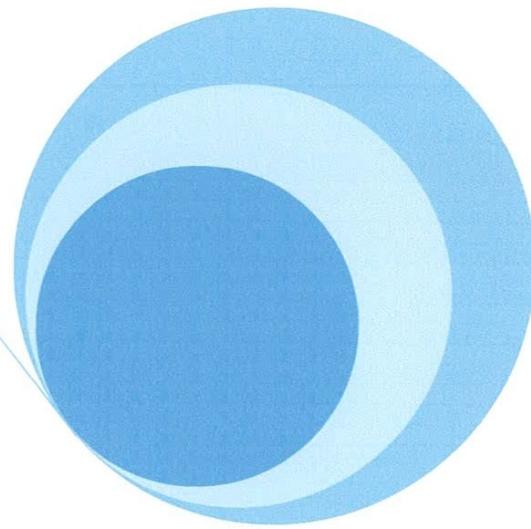
Les conséquences de tels incidents sont importantes, tant du point de vue de l'économie (l'électricité est une des pierres angulaires du fonctionnement de l'économie), de la sociologie (les sociétés modernes sont très sensibles aux coupures d'énergie), que de la sécurité (services sensibles et clients particuliers comme les hôpitaux, etc.). De ce fait, pour garantir une qualité de service à leurs clients et faire face aux incidents majeurs, les compagnies d'électricité ont tendance à adopter des règles de sécurité de sorte que le réseau électrique soit capable de faire face, à chaque instant, aux tels aléas sur les ouvrages électriques.

L'étude de la stabilité transitoire traite de la capacité d'un réseau électrique à atteindre un régime permanent acceptable suite à une grande contingence. Le réseau, dans ces conditions, peut être considéré comme étant dans un processus de changement de configuration en trois phases : avant, pendant et après élimination de la contingence.

L'objectif de notre travail consiste en l'amélioration de la qualité d'énergie dans les réseaux électriques à travers le contrôle de leur stabilité dynamique. Le mémoire est organisé en 03 chapitres et une conclusion générale.

- Dans le premier chapitre, il est exposé les notions de stabilité des réseaux d'énergie électrique ainsi que les différentes techniques appliquées pour l'évaluation de la stabilité transitoire.
- Dans le deuxième chapitre, il est considéré la modélisation des réseaux électriques en tenant compte de tous les types de comportement du réseau et des interactions possibles entre les différents éléments qui le composent.

- Dans le troisième chapitre, il est effectué une simulation de l'ensemble du système de production électrique ainsi que son système de stabilisation.
- Enfin, il est donné une conclusion générale regroupant une synthèse de notre travail.



CHAPITRE I

*Généralités sur la stabilité des
réseaux électriques*

I.1. Introduction :

L'énergie électrique étant très difficilement stockable, il doit y avoir en permanence équilibre entre la production et la consommation. Pour un réseau d'énergie électrique en fonctionnement stable, la puissance mécanique de la turbine entraînant un générateur et la puissance électrique fournie par celui-ci sont équilibrées (en négligeant les pertes) pour toute machine.

Lorsque le réseau subit une perturbation (court circuit, perte de charge, perte d'un générateur, ouverture d'une ligne, etc.), la différence entre les puissances mécanique et électrique induit une accélération ou une décélération pouvant entraîner la perte de synchronisme d'un ou de plusieurs générateurs. Les angles rotoriques oscillent jusqu'à l'intervention des systèmes de réglage et de protection afin de restituer la marche en synchronisme et mener le réseau à un état de fonctionnement stable.

Dans ce chapitre, les notions de stabilité des réseaux d'énergie électrique et ses différents types sont brièvement exposés ainsi que les différentes techniques appliquées pour l'évaluation de la stabilité transitoire.

Un grand réseau électrique (appelé aussi système de puissance) se compose d'éléments (générateurs, transformateurs, lignes,...), plus ou moins nombreux selon la taille du réseau, interconnectés, formant un système complexe capable de générer, de transmettre et de distribuer l'énergie électrique à travers de vastes étendues géographiques, (Voir figure.1).

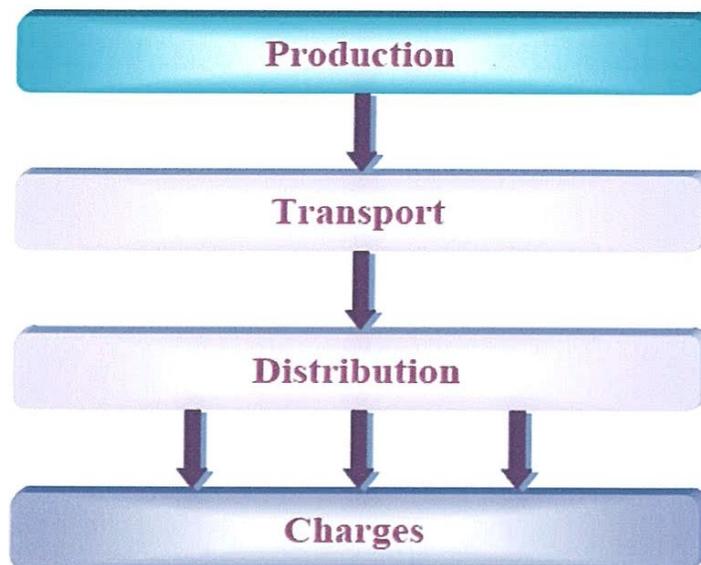


Figure 1. Les différents niveaux d'un système de puissance.

Les grandes composantes d'un système de puissance peuvent être représentées par un schéma blocs comme le montre la figure (2), [2] Cette représentation ne montre pas toutes les interactions dynamiques entre les éléments et leurs contrôles, mais elle peut servir à une description générale pour les structures dynamiques.

L'étude de la performance dynamique d'un système de puissance est très importante pour les opérateurs du système (point de vue économique) et la société en général (point de vue de fiabilité). Une étape essentielle dans ce type d'étude est de comprendre physiquement et mathématiquement les phénomènes dynamiques d'intérêt. Ensuite, la modélisation et la simulation effectuées du système peuvent refléter son comportement critique.

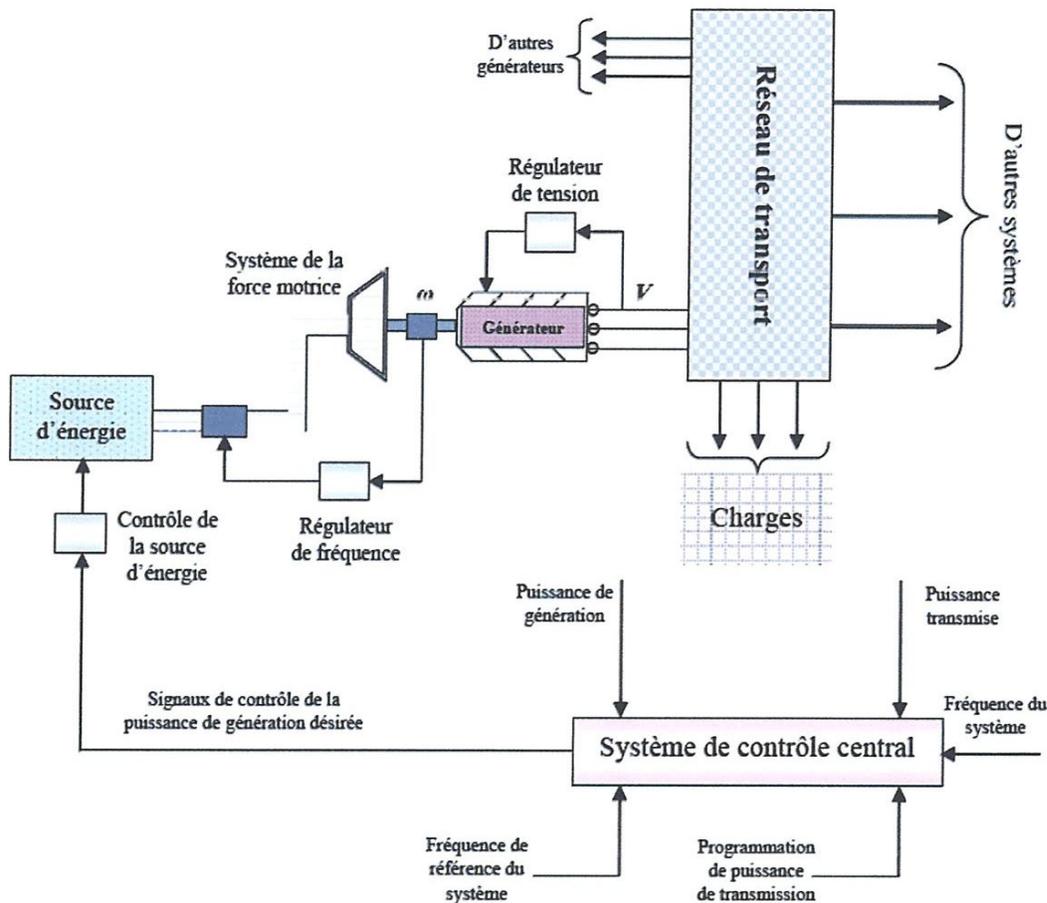


Figure 2. Structure générale d'un système de puissance.

I.2. Stabilité des réseaux d'énergie électrique :

I.2.a. Position du problème :

La sûreté de fonctionnement ou sécurité d'un réseau ou système d'énergie électrique peut être définie comme la robustesse de son fonctionnement sous des conditions d'opérations normales aussi bien que perturbées. La sécurité couvre ainsi un large éventail de phénomènes que l'on subdivise généralement en statique, dynamique et transitoire [1].

I.2.b. Notion de la stabilité :

La stabilité est définie comme la propriété d'un système à retrouver un point de fonctionnement stable (point d'équilibre) après avoir subi une ou plusieurs perturbations. Un réseau électrique a en général une stabilité globale qui se manifeste par l'équilibre **production - consommation**. Elle est caractérisée par les fluctuations de puissances transitées dans le réseau et se mesure par les variations dans le temps des tensions et de la fréquence [3, 4,5].

I.2.c. Types de stabilité :

Le comportement d'un réseau face aux problèmes de stabilité dépend du lieu, de la nature et de l'ampleur de la perturbation. Cette dernière peut être de nature graduelle ou brusque (variations lentes de la charge, du plan de tension, court circuit sévère, perte d'ouvrages de production ou de transport, etc.).

De ce fait, les études et l'expérience ont réparti la stabilité du système électrique en trois types: stabilité statique, dynamique et transitoire [3, 4,5].

1. La stabilité statique :

En général, à la fin d'un régime transitoire provoqué par une perturbation, le système atteint un régime dit permanent. Dans ce cas, l'étude de la stabilité du système, porte sur l'évaluation de l'état statique du réseau. Le système n'est pas en état de stabilité statique si les contraintes de fonctionnement ne sont pas respectées.

Dans cet état, les opérateurs du centre de contrôle ont suffisamment de temps pour ramener le système à l'état stable ou au régime normal en apportant des modifications supplémentaires. Si certaines contraintes d'exploitation ne sont pas respectées, une des parties du réseau se sépare du système, le reste continuant son fonctionnement normal.

Une autre définition peut être donnée à la stabilité statique qui consiste à dire qu'un réseau d'énergie électrique est dit stable en régime statique si suite

à une perturbation quelconque infiniment petite, il retrouve un état de marche synchrone, identique ou infiniment voisin de l'état d'avant [6,7].

2. La stabilité dynamique :

Il arrive que de petites oscillations apparaissent sur les signaux, à cause d'un changement dans la structure du réseau, dans les conditions d'exploitation, dans les systèmes d'excitation ou au niveau des charges. Ces oscillations peuvent aboutir à déstabiliser un alternateur, une partie ou tout le réseau. Dans ce cas, nous pouvons utiliser des modèles linéaires afin de simuler le réseau. Les principaux éléments tels que les machines synchrones, les excitatrices, les systèmes de régulation de vitesse, la turbine et le PSS (Power System Stabilizer) dont les dynamiques ne sont pas négligeables seront pris en compte dans ces modèles [6,7].

3. La stabilité transitoire :

La stabilité transitoire d'un réseau électrique est son aptitude à assurer un fonctionnement synchrone de ses générateurs lorsqu'il est soumis à des perturbations importantes. L'apparition de pareilles perturbations peut conduire à de larges excursions des angles rotoriques de certains générateurs voir, si les actions correctives échouent, à la rupture de synchronisme qui, généralement, se développe en très peu de secondes sinon en des fractions de secondes [3, 4, 6, 7,8].

Le phénomène de stabilité transitoire concerne les grandes perturbations. On peut citer les courts-circuits affectant un élément du réseau, la perte d'ouvrages importants de production ou de transport, etc. Les conséquences de ses défauts peuvent être très graves, pouvant même conduire à l'effondrement complet du réseau (black-out) [7, 8,9].

La stabilité transitoire dépend :

- du type de perturbation.
- de la durée de perturbation.
- du lieu de perturbation.
- de la performance des systèmes de protection (relais, disjoncteurs, etc.).
- du point de fonctionnement avant défaut.
 - ◇ niveau de puissance active.
 - ◇ topologie du réseau.
 - ◇ degré d'excitation des machines.
- des caractéristiques dynamiques.
 - ◇ des générateurs.
 - ◇ des charges.
 - ◇ des régulateurs et des stabilisateurs mis en place.

I.3. Méthodes d'analyse de la stabilité transitoire :

La dynamique de réseau durant la période transitoire est décrite par un système d'équations différentielles de la forme générale suivante [3, 6] :

$$\frac{dx}{dt} = f(x, u) \quad (\text{I.1})$$

Avec :

x : Vecteur des variables d'état du système

u : Vecteur des paramètres du système.

La stabilité transitoire concerne l'étude de la dynamique du réseau décrit par l'ensemble des équations différentielles (I.1).

Cette étude fournit des informations relatives aux variations dans le temps des angles internes, vitesses rotoriques, tensions, courants et puissances des unités de production ainsi que les variations des tensions, courants et puissances transités dans les branches de transport, avant, pendant et après la perturbation [7].

Cette analyse permet d'une part de juger si le système est en fonctionnement stable ou non et d'autre part de dimensionner les protections censées éliminer le défaut avant d'atteindre le temps critique (plan de défense ou de sauvegarde). Elle aide aussi les planificateurs dans leurs tâches de renforcement des réseaux d'énergie électrique par de nouveaux ouvrages de production, de transport ou des compensateurs.

Les études de la stabilité transitoire ne sont pas essentielles seulement dans les exercices de protection et de planification mais elles sont aussi présentes dans l'établissement des prévisions de charge journalière, des plans de marche et même dans la conduite économique en temps réel (Economic Dispatch ED, Automatic Generation Control AGC...) [10].

Parmi les différentes méthodes pour l'analyse de l'état transitoire des systèmes de puissance, trois méthodes d'analyse se détachent :

- analyse en planification qui tient compte:
 - ◇ du temps de réponse des protections.
 - ◇ du type de conducteurs.
 - ◇ du niveau de tension.
 - ◇ de la qualité des régulateurs de tension et de vitesse.
- analyse en mode préventif, mettant en œuvre:
 - ◇ les méthodes numériques ou indirectes.
 - ◇ les méthodes directes.
- analyse en mode curatif aboutissant :
 - ◇ à la modification de la caractéristique des lignes.
 - ◇ au contrôle de transit de puissance dans les lignes.

Pour améliorer la stabilité transitoire, trois objectifs peuvent être fixés :

- amélioration du temps critique d'élimination des défauts,
- amortissement des oscillations après la perturbation,
- amélioration de la capacité de transfert des lignes,

I.4. Méthodes d'évaluation de la stabilité transitoire :

En raison du retard dans la construction de nouveaux ouvrages (centrales de production, postes de transformation, lignes de transport...etc.), de la dérégulation du marché d'électricité et de l'interconnexion des réseaux électriques, les conducteurs du réseau électrique se retrouvent obligés de faire fonctionner les réseaux électriques près, ou même des fois, à leurs limites de stabilité. Ce qui donne une importance capitale à l'évaluation de la stabilité des réseaux d'énergie électrique en temps réel.

Une variété d'approches permettant l'évaluation de la stabilité des réseaux d'énergie électrique a été proposée dans la littérature. Elles peuvent être classées en quatre catégories distinctes [6,11,12] :

- a. Méthodes indirectes d'intégration numérique.
- b. Méthodes directes énergétiques.
- c. Méthodes directes d'apprentissage automatique.
- d. Méthodes hybrides.

Dans ce qui suit, nous donnons un aperçu sur l'une de ces méthodes.

I.4.a. Méthodes d'intégration numérique :

L'avènement des ordinateurs a permis l'essor des méthodes temporelles et leur utilisation intensive. Ces méthodes évaluent la robustesse du réseau vis-à-vis de grandes perturbations en déterminant son évolution temporelle par résolution pas-à-pas de l'ensemble des équations intégrales et différentielles non linéaires et celles algébriques qui gouvernent le phénomène.

Jusqu'à très récemment, l'analyse de la stabilité transitoire restait effectuée dans les compagnies d'énergie électrique presque exclusivement en temps différé (off-line) aux moyens des simulations numériques, où les conditions de fonctionnement les plus défavorables sont considérées dans ces études. En examinant le comportement de divers paramètres du réseau en priorité, les tensions, les angles, la fréquence, ainsi que les puissances actives et réactives, on peut établir les conditions de fonctionnement stables face à d'éventuelles perturbations [10, 12, 13].

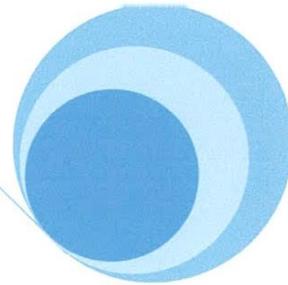
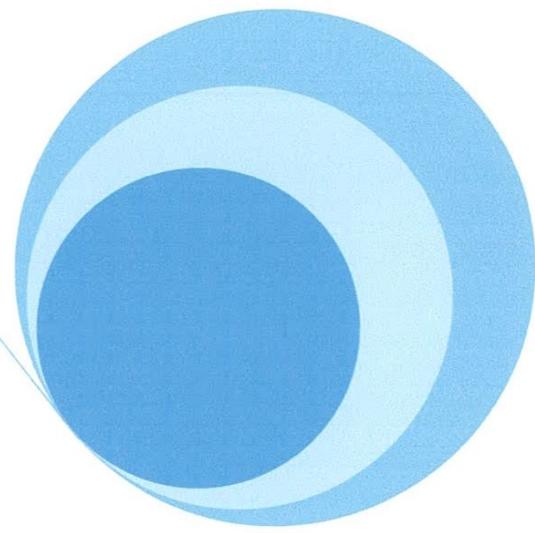
de premier ordre. Les techniques numériques les plus utilisées pour résoudre ces systèmes sont les méthodes d'Euler, Euler modifiée, de Runge-Kutta implicite et explicite ou encore celle du prédicteur- correcteur. Cette approche comporte trois étapes essentielles :

- 1 - Étude du système avant défaut (écoulement de puissance).
- 2 - Étude de l'évolution des paramètres du réseau durant le défaut.
- 3 - Étude de l'évolution des paramètres après élimination du défaut.

Cette méthode est directement applicable à tous les niveaux de détail des modèles de réseau d'énergie électrique. Toutes les informations sur les variables d'état pendant le régime transitoire aussi bien que le régime permanent sont disponibles. D'autre part, les résultats de simulations peuvent directement être interprétés par les utilisateurs et les mécanismes d'instabilité peuvent être examinés en détail.

I.5. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons exposé des éléments sur la stabilité des réseaux d'énergie électrique et les différentes techniques appliquées pour son évaluation. De même, il est donné un aperçu sur l'approche numérique adoptée pour la simulation.



CHAPITRE II

*Modélisation des réseaux
électriques*

II.1. Introduction :

Dans ce chapitre nous nous intéressons à la mise au point d'un modèle du réseau aussi détaillé que possible, pour permettre de tenir compte de tous les types de comportement du réseau et des interactions possibles entre les différents éléments qui le composent. De nos jours, la méthode pratique d'analyse de la stabilité transitoire la plus usitée est celle par intégration numérique, où les équations différentielles non linéaires sont résolues pas à pas. Dans le cas typique d'un grand réseau électrique, des centaines et dans certains cas des milliers d'équations différentielles et algébriques doivent être résolus à chaque pas d'intégration. Or toute étude de la dynamique du système d'énergie électrique, exige une modélisation adéquate des principaux éléments constituant le réseau.

II.2. Equations d'équilibre du système :

Une étude de la stabilité transitoire suppose la connaissance de l'état stable de fonctionnement des machines avant l'apparition de la perturbation par un calcul d'écoulements de puissance (load-flow). Ce qui permet de déterminer les tensions et les flux des puissances (actives et réactives) dans le réseau.

Considérons un réseau d'énergie à $m+n$ nœuds, dont n nœuds de production et m nœuds de charge. L'équation de performance du réseau sous forme matricielle est donnée par la relation suivante [3, 4, 14] :

$$\bar{\mathbf{I}}_{Bus} = \bar{\mathbf{Y}}_{Bus} \bar{\mathbf{V}}_{Bus} \quad (\text{II.1})$$

avec $\bar{\mathbf{V}}_{Bus}$: vecteur des tensions complexes des nœuds de dimension $(n+m \times 1)$ mesurées par rapport au nœud de référence.

$\bar{\mathbf{I}}_{Bus}$: vecteur des courants complexes injectés des nœuds de dimension $(n+m \times 1)$ (pris positifs lorsqu'ils circulent vers le réseau).

\mathbf{Y}_{BUS} : matrice nodale carrée des admittances complexes du réseau de transport d'énergie de dimension $(n+m \times n+m)$

La matrice \mathbf{Y}_{BUS} est donnée par :

- l'élément diagonal \bar{Y}_{ii} est égal à la somme de toutes les admittances des éléments connectés au nœud i .
- l'élément non diagonal \bar{Y}_{ik} est égal à la valeur négative de l'admittance de l'élément connectant les nœuds i et k . S'il n'y a pas de connexion entre les nœuds i et k alors l'élément correspondant est nul.

Pour un nœud i , la tension est donnée pendant que les puissances active et réactive ne sont pas spécifiées, l'équation de performance (II.1) peut se transformer en un ensemble de $(n+m-1)$ équations algébriques complexes simultanées de

$$\bar{V}_i = \frac{1}{\bar{Y}_{ii}} \left(I_i - \sum_{j=1, j \neq i}^{n+m} \bar{Y}_{ij} \bar{V}_j \right) \quad (i = 1, \dots, n+m; i \neq \text{nœud balancier}) \quad (\text{II.2})$$

La puissance complexe injectée au nœud i est donnée par le produit de la tension complexe et le courant complexe conjugué :

$$P_i + j Q_i = \bar{V}_i I_i^* \quad (\text{II.3})$$

De l'équation (II.3), on peut avoir l'expression des courants complexes injectés au nœud i :

$$\bar{I}_i = \frac{P_i - j Q_i}{\bar{V}_i} \quad (\text{II.4})$$

Substituant l'équation (II.4) dans (II.2), on peut avoir l'équation de base de calcul d'écoulement de puissance :

$$\bar{V}_i = \frac{1}{\bar{Y}_{ii}} \left(\frac{P_i - j Q_i}{\bar{V}_i} - \sum_{j=1, j \neq i}^{n+m} \bar{Y}_{ij} \bar{V}_j \right) \quad (\text{II.5})$$

$i = 1, n+m; i \neq \text{nœud balancier}$.

Les $(n+m-1)$ équations algébriques simultanées données par (II.5) décrivent complètement la performance du système en état d'équilibre sont non linéaires. Pour les résoudre, différentes méthodes numériques sont proposées dans la littérature. Dans notre étude, on opte pour la résolution par la méthode itérative de Gauss-Seidel.

La solution de ces équations donne les tensions complexes du système en tous les nœuds du réseau. Par la suite, on peut calculer directement les transits de puissance active et réactive dans les lignes, les puissances du nœud balancier ainsi que les pertes dans le système

II .3. Modélisation des lignes de transmission :

Les lignes moyennes de transport sont représentées par une impédance série qui tient compte de l'effet résistif et inductif avec deux admittances en parallèle pour tenir compte de l'effet capacitif de la ligne [15].

Les expressions pour l'admittance y_i et l'impédance z_{ij} sont donnés par :

$$y_i = j\omega C_i \quad (\text{II.6})$$

$$z_{ij} = R_{ij} + jX_{ij} \quad (\text{II.7})$$

Le schéma équivalent en Π de la ligne est donné par la figure II.1

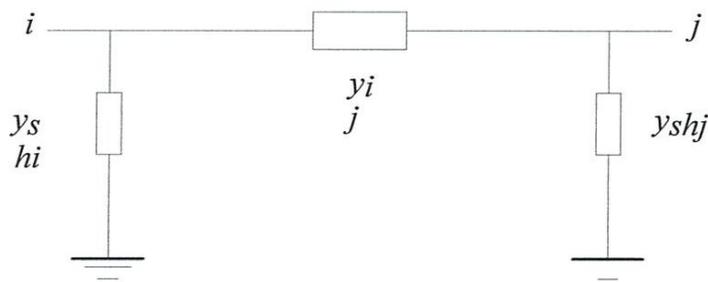


Figure II.1 : Schéma équivalent en Π d'une ligne moyenne de transport

où :

$$y_{ij} = \frac{1}{R_{ij} + jX_{ij}} \quad (\text{II.8})$$

$$y_{shi} = y_{shj} = \frac{y_i}{2} \quad (\text{II.9})$$

y_i : admittance shunt total de la ligne.

R_{ij} : résistance de la ligne.

X_{ij} : réactance de la ligne.

II .4. Modélisation des charges :

Généralement dans les études de la stabilité transitoire, la modélisation des charges autre que les moteurs, peuvent être représentées par des impédances ou admittances statiques vers la terre, courant d'amplitude constant et de phase variable, puissances actives et réactives constantes ou bien une combinaison des trois représentations.

Dans le cas des charges assimilées à des impédances constantes, ces impédances placées entre les nœuds consommateurs et la terre sont calculées après résolution des équations d'écoulement de puissance du système avant défaut par :

$$Z_{io} = \frac{V_i^2}{P_i - jQ_i} \quad (\text{II.10})$$

P_i, Q_i : charge du nœud i donnée par la solution d'écoulement de puissance.

V_i : tension au nœud i donnée par la solution d'écoulement de puissance.

Le courant circulant du nœud i vers la terre avant défaut est donnée par

$$I_{io} = \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} \quad (\text{II.11})$$

L'admittance statique y_{io} qui va être utilisé pour représenter la charge pendant la Période transitoire est donnée par :

$$y_{io} = \frac{I_{io}}{V_i^*} = \frac{S_{io}^*}{V_i^2} \quad (\text{II.12})$$

II.5 Equation mécanique du rotor :

La phase la plus importante qui concerne la stabilité transitoire est l'analyse de la dynamique des rotors des générateurs pendant cette période. Les équations différentielles décrivant ce mouvement sont appelées équations mécaniques (swing équations) dû à la nature oscillatoire des angles rotoriques. Ces derniers sont mesurés par rapport à un repère de référence tournant au synchronisme. Les équations mécaniques peuvent être développées en utilisant les lois fondamentales de la mécanique.

Le mouvement d'une machine est gouverné par la loi de Newton [4]:

$$T_{net} = I\alpha \quad (\text{II.13})$$

où

α : accélération \ décelération du rotor de la machine.

T_{net} : le couple net responsable de α

I : inertie du rotor du groupe turbo alternateur (turbine, générateur et excitatrice)

L'énergie cinétique emmagasinée du rotor en rotation est donnée par :

$$E_{KE} = \frac{1}{2} I \omega_m^2 \quad (\text{II.14})$$

où ω_m est la vitesse angulaire mécanique du rotor.

Les différents couples agissant sur le rotor sont [4] :

- Le couple électromagnétique composé de deux parties :
 1. le couple de synchronisation (T_g) en phase avec l'angle rotorique (il est aussi connu par le couple de l'entrefer). Il est égal au couple électrique dans la machine et représente le taux de changement de l'énergie électromagnétique totale emmagasinée par rapport à l'angle rotorique.
 2. le couple amortisseur (T_E) qui est en phase avec la vitesse du rotor. C'est le résultat de la réaction des circuits électromagnétiques du rotor (les amortisseurs et le corps cylindrique solide du rotor) contre tout fonctionnement asynchrone de la machine.
- Le couple amortisseur T_M due à la turbine, ses contrôles et aux systèmes de régulation du bloc turboalternateur. On peut combiner ce dernier avec (T_E) pour obtenir un seul couple amortisseur (T_D), proportionnel aux variations de la vitesse rotorique.
- Le couple mécanique d'entrée (T_m), qui est le couple d'entraînement délivré par la turbine (sans les pertes rotation).

Le couple net du groupe turbo alternateur est donné par :

$$T_{net} = T_M - T_E - T_D \quad (\text{II.15})$$

Si les générateurs sont représentés par des modèles détaillés (avec régulateurs de tension et de vitesse), le couple net est donné par :

$$T_{net} = T_m - T_E \quad (\text{II.16})$$

α dans (II.13) peut être exprimé en terme de l'angle mécanique du rotor mesuré par rapport à une structure stationnaire de référence par :

$$\alpha = \frac{d^2\theta_m}{dt^2} = \frac{d\omega_m}{dt} \quad (\text{II.17})$$

où θ_m est l'angle rotorique mécanique.

Supposons que le rotor tourne avec une vitesse angulaire de référence ω_{m0} , alors l'angle rotorique croît uniformément avec le temps. Pour des raisons pratiques, on définit l'angle rotorique δ_m comme suit :

$$\delta_m = \theta_m - (\omega_{m_0} t + \theta_0) \quad (\text{II.18})$$

Avec :

δ_m : angle rotorique mécanique mesuré par rapport à la référence tournante en synchronisme.

ω_{m0} : vitesse mécanique angulaire rotorique de référence.

θ_m : angle mécanique rotorique avant la perturbation ($t=0$).

θ_0 : angle constant égale à : $\pi/2$ (l'axe q est en avance par rapport à l'axe d).

α dans (II.11) peut être exprimée en fonction de δ_m par :

$$\alpha = \frac{d^2 \theta_m}{dt^2} = \frac{d^2 \delta_m}{dt^2} \quad (\text{II.19})$$

Substituant les équations (II.15) et (II.19) dans l'équation (II.13), on obtient :

$$I \frac{d^2 \delta_m}{dt^2} = T_{net} = T_m - T_g - T_D \quad (\text{II.20})$$

Multipliant les deux côtés de l'équation (II.20) par, ω_m on obtient :

$$M \frac{d^2 \delta_m}{dt^2} = P_{net} = P_m - P_g - P_D \quad (\text{II.21})$$

avec :

$$M = I \omega_m \quad (\text{II.22})$$

M : étant le moment d'inertie du groupe turbo-alternateur.

Généralement M est pris constant vu la faible variation de la vitesse rotorique pendant la période transitoire (2 à 4%), il est donné par :

$$M = I \omega_{m0} \quad (\text{II.23})$$

Dans la formulation de l'équation mécanique, on utilise par convention l'angle électrique du rotor δ_e qui est reliée à l'angle mécanique par :

$$\delta_e = \frac{p}{2} \delta_m \quad (\text{II.24})$$

où p est le nombre de pôles de la machine.

En substituant (II.14) dans (II.18), on obtient :

$$\delta_e = \frac{p}{2} \delta_m = \theta_e - (\omega_{e0}t + \theta_0) \quad (\text{II.25})$$

avec :

$$\theta_e = \frac{p}{2} \theta_m \quad (\text{II.26})$$

$$\omega_{e0} = \frac{p}{2} \omega_{m0} \quad (\text{II.27})$$

Pour remplacer $p/2$ par des quantités conventionnelles, introduisons :

N_0 : vitesse de base de l'arbre rotorique en tours par minute (tr/mn).

f_0 : fréquence électrique de base de la machine en Hz.

En rappelant les relations suivantes [3, 4, 14] :

$$\frac{N_0}{60} \frac{p}{2} = f_0 \quad (\text{II.28})$$

$$\omega_{m0} = \frac{2\pi N_0}{60} \quad (\text{II.29})$$

Substituant (II.28) dans (II.24) pour $p/2$, on obtient :

$$\delta_e = \frac{60f_0}{N_0} \delta_m \quad (\text{II.30})$$

L'angle électrique δ_e est connu aussi par différentes appellations : angle de charge, angle de puissance ou aussi angle de couple.

Dérivant l'équation (II.29) par rapport au temps et substituant le résultat dans (II.20), on obtient une autre forme de l'équation mécanique qui contient l'angle électrique :

$$\left(I \frac{N_0}{60} \frac{1}{f_0} \right) \frac{d^2 \delta_e}{dt^2} = T_m - T_g - T_D \quad (\text{II.31})$$

Le paramètre le plus important qui affecte directement la stabilité d'un réseau d'énergie électrique est la constante d'inertie H défini par le rapport entre l'énergie cinétique emmagasinée à la vitesse de base et la puissance apparente de base du réseau.

$$H = \frac{\text{Energie cinétique emmagasinée à la vitesse de base}}{\text{Puissance de base du réseau}} \quad (\text{II.32})$$

En introduisant la puissance apparente de base $S_{B(3\phi)}$, on obtient l'expression suivante :

$$H = \frac{\frac{1}{2} I \omega_{m0}^2}{S_{B(3\phi)}} \quad (\text{II.33})$$

Substituant les expressions de N_0 et I , pris respectivement des équations (II.29) et (II.33), dans l'équation mécanique (II.31), on obtient :

$$\left(\frac{2HS_{B(3\phi)}}{\omega_{m0}} \frac{1}{2\pi f_0} \right) \frac{d^2 \delta_e}{dt^2} = T_m - T_g - T_D \quad (\text{II.34})$$

Multipliant les deux membres de l'équation (II.34) par ω_m et supposant que le changement de la vitesse de l'arbre pendant la période transitoire n'est pas significatif par rapport à la vitesse de base ($\frac{\omega_m}{\omega_{m0}} \cong 1$), et supposant aussi que les pertes électriques sont négligeables :

$$M \frac{d^2 \delta_e}{dt^2} = P_m - P_g - P_D \quad (\text{II.35})$$

M est donné par l'expression suivante :

$$M = \frac{HS_{B(3\phi)}}{\pi f_0} \quad (\text{II.36})$$

Le coefficient d'amortissement D est relié avec la puissance d'amortissement par :

$$P_D = D \frac{d\delta_e}{dt} \quad (\text{II.37})$$

Introduisons le coefficient d'amortissement D dans l'équation (II.35), ce qui donne :

$$M \frac{d^2 \delta_e}{dt^2} + D \frac{d\delta_e}{dt} = P_m - P_e \quad (\text{II.38})$$

Malgré les hypothèses introduites pour arriver à cette équation, cette dernière reste très utilisée dans les études de la stabilité des réseaux d'énergie électrique et surtout dans les méthodes directes d'évaluation de la stabilité transitoire.

L'équation mécanique est donnée par :

$$M^* \frac{d^2 \delta_e}{dt^2} + D^* \frac{d\delta_e}{dt} = P_m^* - P_e^* \quad (\text{II.39})$$

avec :

$$M^* = \frac{H}{\pi f_0} \quad (\text{II.40})$$

À partir des équations (II.18), (II.19), (II.25) et (II.26), on peut avoir le modèle des équations différentielles dites de second ordre d'une machine synchrone [4] :

$$\frac{d\delta_e}{dt} = \omega - \omega_0 \quad (\text{II.41})$$

$$M^* \frac{d\omega}{dt^2} + D^* (\omega - \omega_0) = P_m^* - P_e^* \quad (\text{II.42})$$

où ω est la vitesse électrique rotorique.

II.6. Equation électrique de la machine :

II.6.a. Transformation de Park :

La machine synchrone triphasée se compose de trois enroulements de phase noté a , b , et c au niveau du stator et d'un enroulement d'excitation noté f au niveau du rotor, dont l'axe magnétique est l'axe direct noté d . elle contient également un certain nombre de barres d'amortissement formant des circuits symétriques par rapport aux axes direct et en quadrature. Ces derniers peuvent être représentés avec une bonne approximation par deux circuits équivalents notés D et Q suivant les axes direct et transversal. La figure II.2 donne une représentation schématique de la machine synchrone [9].

Considérons les trois phases du stator comme générateurs de courant et l'enroulement inducteur comme récepteur. Lorsque la saturation des circuits magnétique est négligée, l'application de la loi d'Ohm à chacun des six enroulements de la figure (II.2) conduit pour les trois circuits du stator, aux équations suivantes :

$$V_a = -R_a I_a - \frac{d\Phi_a}{dt} \quad (\text{II.43})$$

$$V_b = -R_b I_b - \frac{d\Phi_b}{dt} \quad (\text{II.44})$$

$$V_c = -R_c I_c - \frac{d\Phi_c}{dt} \quad (\text{II.45})$$

Pour les circuits du rotor :

$$V_f = R_f I_f + \frac{d\Phi_f}{dt} \quad (\text{II.46})$$

$$0 = R_D I_D - \frac{d\Phi_D}{dt} \quad (\text{II.47})$$

$$0 = R_Q I_Q - \frac{d\Phi_Q}{dt} \quad (\text{II.48})$$

avec V_k : la tension aux bornes de l'enroulement k .

Φ_k : le flux dans l'enroulement k .

I_k : le courant dans l'enroulement k .

$K = a, b, c, f, D \text{ et } Q$

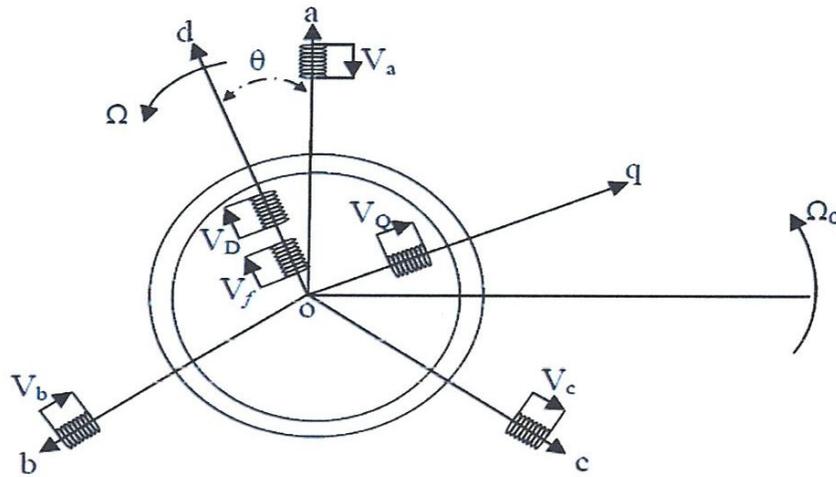


Figure II.2 : Représentation de la machine synchrone

La transformation de Park (décomposition selon les axes d et q) peut s'interpréter comme la substitution des trois enroulements de phase (a , b , et c) immobiles par rapport au stator, par deux enroulement d et q tournant à la vitesse rotorique, ayant pour axes magnétiques respectivement l'axe direct et l'axe en quadrature (figure II.3). La matrice de transformation de Park s'écrit [9] :

$$P = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} \cos \theta & \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\theta - \frac{4\pi}{3} \right) \\ \sin \theta & \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \sin \left(\theta - \frac{4\pi}{3} \right) \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (\text{II.49})$$

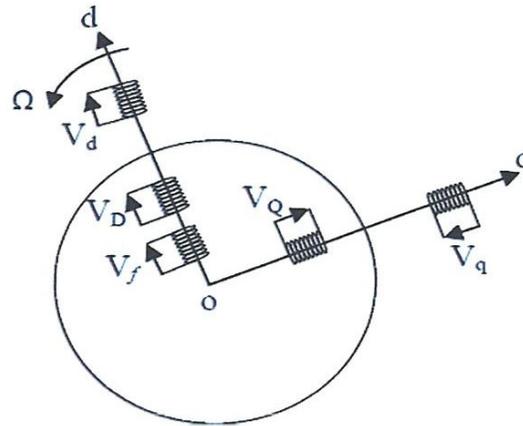


Figure II.3 : Représentation bipolaire de la machine synchrone

L'application de celle-ci aux équations (II.43), (II.44) et (II.45) conduit aux équations électriques suivantes :

$$V_d = -R_d I_d - \Phi_d \frac{d\theta}{dt} + \frac{d\Phi_d}{dt} \quad (\text{II.50})$$

$$V_q = -R_q I_q - \Phi_q \frac{d\theta}{dt} + \frac{d\Phi_q}{dt} \quad (\text{II.51})$$

Les équations magnétiques reliant les courants et les flux dans les différents enroulements se décomposent alors en deux sous-systèmes linéaires (un pour chacun des deux axes), ces dernières s'écrivant sous la forme :

$$\begin{pmatrix} \Phi_d \\ \Phi_f \\ \Phi_D \end{pmatrix} = \frac{1}{\omega} \begin{pmatrix} X_d & X_{df} & X_{dD} \\ \sqrt{\frac{2}{3}} X_{fd} & X_f & X_{fD} \\ \sqrt{\frac{2}{3}} X_{Dd} & X_{Df} & X_D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_d \\ I_f \\ I_D \end{pmatrix} \quad (\text{II.52})$$

$$\begin{pmatrix} \Phi_q \\ \Phi_c \end{pmatrix} = \frac{1}{\omega} \begin{pmatrix} X_q & X_{qQ} \\ \sqrt{\frac{2}{3}} X_{qQ} & X_Q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_d \\ I_f \end{pmatrix} \quad (\text{II.53})$$

Avec :

Φ_k : le flux dans l'enroulement k .

I_f : le courant dans l'enroulement k .

X_{kl} : la réactance mutuelle entre les enroulements k et l .

X_d et X_q : réactances synchrones dans le modèle de réseau d'énergie électrique, il est préférable de travailler avec des grandeurs normalisées par rapport aux grandeurs nominales, ces grandeurs réduites sont exprimées en pu.

Pour la vitesse, on prend :

$$\omega_b = 2\pi t \quad (\text{II.54})$$

Pour la tension :

$$V_b = R_b I_b = \omega_b \Phi_b \quad (\text{II.55})$$

Pour le flux :

$$\Phi_b = \frac{X_b I_b}{\omega_b} \quad (\text{II.56})$$

Les valeurs réduites sont alors définies par :

$$i_k = \frac{I_k}{I_b}, \phi_k = \frac{\Phi_k}{\Phi_b}, v_k = \frac{V_k}{V_b}, r_k = \frac{R_k}{R_b} \quad (K = d, q, f, D \text{ et } Q) \quad (\text{II.57})$$

Les équations (II.46), (II.47), (II.48), (II.50) et (II.51), exprimées en valeurs réduites prennent respectivement les formes suivantes :

$$0 = r_D i_D - \frac{d\phi_D}{dt} \quad (\text{II.58})$$

$$0 = r_Q i_Q - \frac{d\phi_Q}{dt} \quad (\text{II.59})$$

$$v_d = -r_d i_d - \phi_d \omega + \frac{1}{\omega_b} \frac{d\phi_d}{dt} \quad (\text{II.60})$$

$$v_q = -r_q i_q - \phi_q \omega + \frac{1}{\omega_b} \frac{d\phi_q}{dt} \quad (\text{II.61})$$

$$v_f = r_f i_f + \frac{d\phi_f}{dt} \quad (\text{II.62})$$

On peut aussi rendre la matrice des deux systèmes (II.52) et (II.53) symétriques par un choix approprié des grandeurs de base pour les réactances. L'équation magnétique matricielle en valeurs réduite s'écrit alors :

$$\begin{pmatrix} \phi_d \\ \phi_f \\ \phi_D \\ \phi_q \\ \phi_Q \end{pmatrix} = \frac{1}{\omega} \begin{pmatrix} x_d & x_{md} & x_{md} & 0 & 0 \\ x_{md} & x_f & x_{md} & 0 & 0 \\ x_{md} & x_{md} & x_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_q & x_{mq} \\ 0 & 0 & 0 & x_{mq} & x_Q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_d \\ i_f \\ i_D \\ i_q \\ i_Q \end{pmatrix} \quad (\text{II.63})$$

adoptées dans les études du régime transitoire des machines synchrones [9].

En supposant que les *f.e.m* de transformation sont négligeables devant les *f.e.m* de rotation (les variations du module du flux sont négligeables devant les variations dues à la rotation) :

$$\frac{d\phi_d}{dt} \ll \omega \phi_d \quad \& \quad \frac{d\phi_q}{dt} \ll \omega \phi_q \quad (\text{II.64})$$

La tension aux bornes de la résistance statorique est négligeable devant la *f.e.m* de rotation. Pour le stator, on aboutit donc aux équations suivantes :

L'ensemble des équations (II.58), (II.59), (II.60), (II.63), (II.65) et (II.66) permet d'étudier le régime transitoire électrique de la machine.

$$v_d = - \omega \phi_d \tag{II.65}$$

$$v_q = - \omega \phi_q \tag{II.66}$$

II.6.b. Détermination des paramètres de la machine :

Considérons la figure II.2, si l'enroulement amortisseur *D* d'axe direct n'est pas considéré, l'équation magnétique matricielle (II.56) en valeurs réduites devient :

$$\begin{pmatrix} \phi_d \\ \phi_f \\ \phi_q \\ \phi_Q \end{pmatrix} = \frac{1}{\omega} \begin{pmatrix} x_d & x_{md} & 0 & 0 \\ x_{md} & x_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_q & x_{mq} \\ 0 & 0 & x_{mq} & x_Q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_d \\ i_f \\ i_q \\ i_Q \end{pmatrix} \tag{II.67}$$

Pour tenir compte des fuites dans les enroulements, posons :

$$x_{1f} = x_f - x_{md} \tag{II.68}$$

$$x_{1Q} = x_Q - x_{mq} \tag{II.69}$$

On peut représenter la machine synchrone par les schémas équivalents sur les deux axes présentés par la figure(II.4) [4].

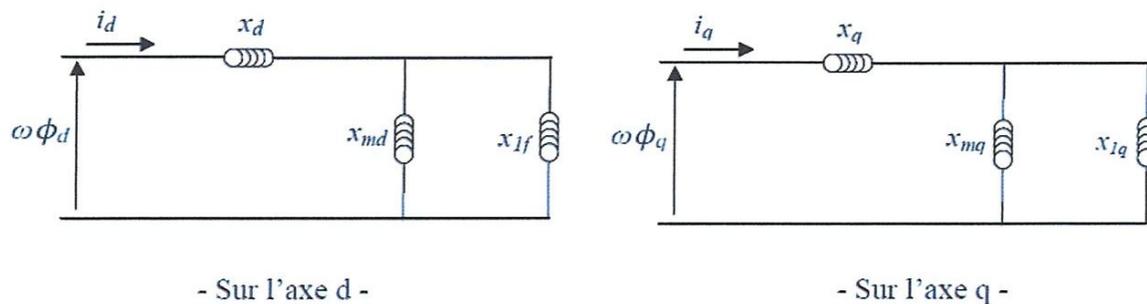


Figure. II.4 Représentation magnétique de la machine synchrone

A partir de ces schémas, nous pouvons définir :

- Les réactances transitoires directe et en quadrature notées respectivement x'_d et x'_q :

$$x'_d = x_d - \frac{x_{md}x_{1f}}{x_{1f} + x_{md}} \quad (\text{II.70})$$

$$x'_q = x_q - \frac{x_{mq}x_{1q}}{x_{1q} + x_{mq}} \quad (\text{II.71})$$

- Les constantes de temps transitoires d'axe direct (respectivement d'axe en quadrature) notées T'_{d0} (resp. T'_{q0}) et données par :

$$T'_{d0} = \frac{1}{\omega r_f} (x_{1f} + x_{md}) \quad (\text{II.72})$$

$$T'_{q0} = \frac{1}{\omega r_f} (x_{1q} + x_{mq}) \quad (\text{II.73})$$

Afin de déterminer les équations du modèle de la machine, quelques changements de variables sont effectués, posons :

$$e'_q = \omega \frac{x_{md}}{x_f} \phi_f \quad (\text{II.74})$$

$$e'_d = -\omega \frac{x_{mq}}{x_q} \phi_q \quad (\text{II.75})$$

$$e_{ex} = \frac{x_{md}}{r_f} v_f \quad (\text{II.76})$$

avec : e'_q : *f.e.m* transitoire d'axe direct.

e'_d : *f.e.m* transitoire d'axe transversal.

e_{ex} : tension de l'excitatrice.

II.6.c. Expression de la tension terminale :

Pour la composante directe, nous avons :

$$v_d = -x_q i_q - x_{mq} i_Q \quad (\text{II.77})$$

En remplaçant i_Q par son expression (II.67), nous obtenons :

$$v_d = e'_d - x'_q i_q \quad (\text{II.78})$$

Pour celle en quadrature, on peut écrire :

$$v_q = -x_d i_d - x_{md} i_f \quad (\text{II.79})$$

En remplaçant par son expression (II.67), nous obtenons :

$$v_q = e'_q - x_d i_d \quad (\text{II.80})$$

En notation complexe, la tension aux bornes de la machine dans le repère (d, q) s'écrit sous la forme :

$$V_{tr} = v_q + jV_d \quad (\text{II.81})$$

De la même manière, pour la *f.e.m* interne et le courant dans le stator nous avons les expressions suivantes :

$$\bar{e}_r = e'_q - j e'_d \quad (\text{II.82})$$

$$\bar{i}_r = i_q - j i_d \quad (\text{II.83})$$

II.6.d. Expression dynamiques de la machine :

1. Variation de la f.e.m transitoire d'axe transversal :

Considérons l'équation (II.58) relative aux variations du flux dans l'enroulement inducteur :

$$\frac{d\phi_f}{dt} = v_f - r_f i_f \quad (\text{II.85})$$

avec:

$$i_f = \frac{1}{x_f} (\omega\phi_f - x_{md}i_d) \quad (\text{II.86})$$

L'équation dynamique de la f.e.m transitoire d'axe transversal s'écrit donc :

$$\frac{d\theta'_q}{dt} = \frac{1}{T'_{d0}} (\theta_{sx} - \theta'_q + (x_d - x'_d)i_d) \quad (\text{II.87})$$

2. Variation de la f.e.m transitoire d'axe direct :

L'équation régissant les variations du flux dans l'enroulement amortisseur est donnée par:

$$\frac{d\phi_q}{dt} = -r_q i_q \quad (\text{II.88})$$

avec :

$$i_q = \frac{1}{x_q} (\omega\phi_q - x_{mq}i_q) \quad (\text{II.89})$$

Le modèle à deux axes de la machine est donné par :

- Les équations dynamiques (II.87) et (II.90)
- Les équations mécaniques (II.41) et (II.42)

3. Expression de la puissance électrique :

La puissance électrique développée par le générateur est donnée par :

$$P_e = v_d i_d + v_q i_q \quad (\text{II.91})$$

Remplaçant e_d et i_q par ses expressions (II.78) et (II.80), on obtient :

$$P_e = e'_d i_d + e'_q i_q + (x'_d - x'_q) i_d i_q \quad (\text{II.92})$$

II.7. Organes de régulation de la machine :

Pour une analyse plus exacte, il faut prendre en considération les effets des systèmes de régulation de tension et de vitesse. En effet, la fréquence est l'expression électrique de la vitesse de rotation des alternateurs. En régime permanent, les machines, rendues solidaires par le couple synchrone, tournent toutes à la même vitesse. La variation de vitesse due au déséquilibre entre la puissance mécanique et la puissance électrique montre que les actions correctrices sur l'une des deux puissances peuvent être bénéfiques pour le maintien de la stabilité. Le choix de ces organes de commande peut non seulement améliorer le comportement statique mais avoir un effet important sur le comportement transitoire de la machine. Aussi le réglage primaire de la tension permet de contenir les variations aléatoires de la charge et éviter des changements de topologie suite à des chutes de tension et par suite améliorer le comportement dynamique du système d'énergie.

II.7.a. Structure du régulateur de tension :

Pour la tension, le réglage s'effectue par action sur la tension d'excitation commandant le courant dans l'enroulement inducteur. Cette variation prend en compte les seuils de surexcitation et de sous excitation [15].

Nous considérons une structure de premier ordre pour la régulation de tension. Le régulateur de tension a une influence sur la puissance électrique développée par la machine; le schéma bloc de ce régulateur est comme suit :

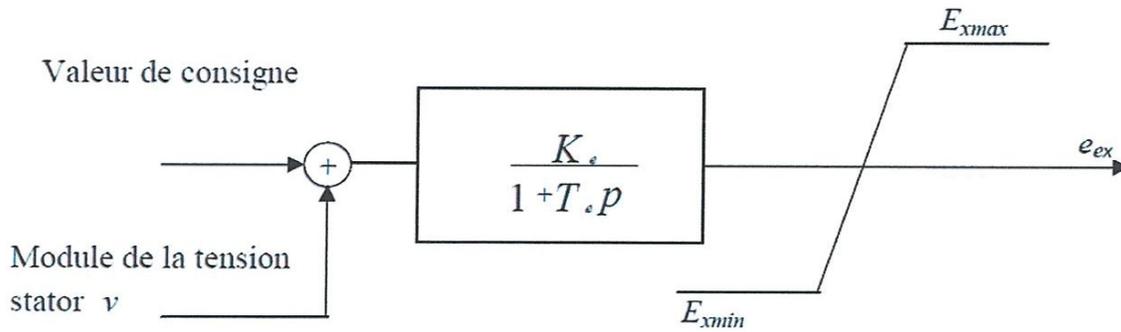


Figure II.7 : Structure du régulateur de tension

L'équation différentielle régissant la dynamique de la tension de l'excitatrice est donnée par l'expression suivante :

$$\frac{de_{ex}}{dt} = \frac{1}{T_e} (-e_{ex} + e_{ex0} + K_e (v_{ref} - v)) \quad (\text{II.96})$$

Les seuils de surexcitation et de sous excitation sont pris en compte de la manière suivante :

$$e_{ex} = E_{xma} \quad \text{pour} \quad e_{ex} \geq E_{xma} \quad (\text{II.97})$$

$$e_{ex} = E_{xmi} \quad \text{pour} \quad e_{ex} \leq E_{xmi} \quad (\text{II.98})$$

- où :
- e_{ex0} : valeur initial de la tension de
 - K_e : gain statique.
 - T_e : constante de temps de régulateur.
 - v : module de la tension au stator.
 - E_{exma} : seuil de surexcitation.
 - E_{exmi} : seuil de sous excitation.

II.7.b. Structure de régulateur de vitesse :

Pour le réglage de la vitesse de rotation du groupe, nous prenons un régulateur de type PID (Proportionnel Intégral Dérivé) avec la prise en compte des limites sur la puissance mécanique. La commande de vitesse est effectuée par un ajustement de la puissance mécanique. La fonction de transfert de ce régulateur s'exprime de la manière suivante [26] :

$$\frac{\Delta C_m(p)}{\Delta \omega(p)} = -\frac{1 + \sigma p}{\gamma + \tau p} \quad (\text{II.99})$$

avec :

$\Delta C_m(p)$: Variation du couple moteur développé par la turbine

$\Delta \omega(p)$: Variation de la pulsation

σ : Dosage accélérométrique

γ : Taux de statisme

τ : Promptitude

Cette fonction de transfert peut s'écrire aussi sous la forme suivante :

$$\frac{\Delta p_m(p)}{\Delta \omega(p)} = -K_v \frac{1 + \sigma p}{1 + T_v p} \quad (\text{II.100})$$

avec :

$$K_v = \frac{\Omega_o}{\gamma S_n} \quad : K_v \text{ le gain statique du régulateur}$$

$$T_v = \frac{\tau}{\gamma} \quad : T_v \text{ constante de temps.}$$

Le schéma bloc de ce régulateur est celui de la figure (II.8).

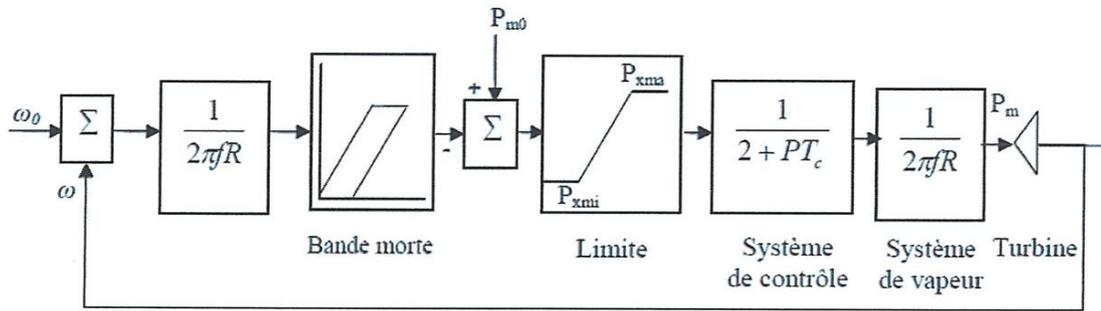


Figure II.8 : Structure du régulateur de vitesse

L'équation d'évolution de la puissance mécanique s'écrit :

$$\frac{dp_m}{dt} = \frac{1}{T_v} \left(-p_m + p_{mref} - K_v \left\{ \omega + \sigma \frac{d\omega}{dt} \right\} \right) \quad (\text{II.101})$$

Les limites sur la puissance mécanique sont prises en compte de la manière suivante :

$$p_m = p_{xma} \quad \text{pour} \quad p_m \geq p_{xma} \quad (\text{II.102})$$

$$p_m = p_{xmi} \quad \text{pour} \quad p_m \leq p_{xmi} \quad (\text{II.103})$$

La représentation à deux axes de la dynamique des machines pendant le régime transitoire permet de tenir compte de la variation de la *f.e.m* transitoire et permet la prise en considération des régulateurs de tension et de vitesse.

II.8. Equations de performances :

Le réseau peut être modélisé par un système d'équation linéaire reliant les courants injectés aux nœuds et les tensions aux bornes des générateurs.

En écrivant ces équations sous forme matricielle dans le repère synchrone, nous aurons :

$$\underline{\bar{i}}_R = \underline{\bar{y}} \underline{\bar{v}}_R \quad (\text{II.104})$$

avec :

y : matrice nodale carré de dimension $(n+m) \times (n+m)$, déterminée en ajoutant à la matrice Y les éléments représentant les charges du système.

$\underline{\bar{i}}_R$: vecteurs courants à $(n+m)$ éléments.

$\underline{\bar{v}}_R$: vecteurs tensions à $(n+m)$ éléments.

En distinguant les nœuds machines des nœuds internes, l'équation (II.104) peut s'écrire :

$$\begin{pmatrix} \underline{\bar{i}}_a \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{aa} & y_{ab} \\ y_{ba} & y_{bb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{\bar{v}}_a \\ \underline{\bar{v}}_b \end{pmatrix} \quad (\text{II.105})$$

Nous déduisant alors la relation matricielle réduite aux nœuds machines :

$$\underline{\bar{i}}_R = y_{rr} \underline{\bar{v}}_R \quad (\text{II.106})$$

$$\text{avec: } y_{rr} = y_{aa} - y_{ab} y_{bb}^{-1} y_{ba} \quad (\text{II.107})$$

L'équation (II.106) représente le réseau réduit à ces nœuds machines. On peut également écrire la relation (II.106) en fonction des forces électromotrices transitoires des machines en incluant dans la matrice y_{rr} les réactances transitoires. Nous avons alors l'expression suivante qui lie les courants injectés aux nœuds producteurs aux *f.e.m* transitoires des générateurs :

$$\underline{\bar{i}}_R = y_{re} \underline{\bar{e}}_R \quad (\text{II.108})$$

$\underline{\bar{i}}_R$: vecteurs courants injectés aux nœuds producteurs à n éléments.

$\underline{\bar{e}}_R$: vecteurs des *f.e.m* transitoires des machines à n éléments.

y_{re} : matrice admittance réduite aux nœuds générateurs du réseau de dimension $(n \times n)$.

Les éléments de y_{re} sont données par :

$$\underline{\bar{y}}_{reij} = G_{ij} + jB_{ij} \quad j = 1, \dots, n \quad (\text{II.109})$$

G_{ij} (respectivement B_{ij}) étant la conductance (respectivement la susceptance) de transfert entre le nœud i et le nœud j .

Les courants et les *f.e.m* transitoire satisferont les relations suivantes :

$$\bar{i}_R = P \bar{i}_r \quad (\text{II.110})$$

$$\bar{e}_R = P \bar{e}_r \quad (\text{II.111})$$

Où P est la matrice de passage de la forme suivante :

$$\bar{P}_{ii} = \exp(j\delta_i); \quad \bar{P}_{ij} = 0 \quad \forall i, j = 1, \dots, n \quad (\text{II.112})$$

A partir de (II.110) et (II.111), nous pouvons écrire :

$$\bar{i}_r = M \bar{e}_r \quad (\text{II.113})$$

M est la matrice donnée par :

$$M = P^{-1} y_{re} P \quad (\text{II.114})$$

Ses éléments sont donnés par :

$$\bar{m}_{ii} = G_{ii} + j B_{ii} \quad (\text{II.115})$$

$$m_{ij} = F_{G+B}(\delta_{ij}) + j F_{G-B}(\delta_{ij}) \quad \forall i, j = 1, \dots, n \quad (\text{II.116})$$

$$F_{G+B}(\delta_{ij}) = G_{ij} \cos(\delta_{ij}) - B_{ij} \sin(\delta_{ij}) \quad (\text{II.117})$$

$$F_{G-B}(\delta_{ij}) = B_{ij} \cos(\delta_{ij}) - G_{ij} \sin(\delta_{ij}) \quad (\text{II.118})$$

Considérons l'équation (II.111), nous avons pour une machine i la relation suivante :

$$\bar{i}_{ri} = \sum_{j=1}^n \bar{m}_{ij} \bar{e}_{ri} \quad \forall i, j = 1, \dots, n \quad (\text{II.119})$$

Comme : $i_{ri} = i_{qi} + j i_{di}$

$$\bar{e}_{ri} = \bar{e}_{qi} + j \bar{e}_{di} \quad (\text{II.120})$$

Les composantes directes et transversales des courants s'écrivent alors sous la forme :

$$i_{di} = G_{ii} e'_{di} + B_{ii} e'_{qi} + \sum_{j=1(\neq i)}^n (e'_{di} F_{G+B}(\delta_{ij}) + e'_{qi} F_{G-B}(\delta_{ij})) \quad (\text{II.121})$$

$$i_{qi} = G_{ii} e'_{qi} + B_{ii} e'_{di} + \sum_{j=1(\neq i)}^n (e'_{qi} F_{G-B}(\delta_{ij}) + e'_{di} F_{G+B}(\delta_{ij})) \quad (\text{II.122})$$

Les composantes directes et transversales des tensions aux bornes de la machine sont obtenues à partir de (II.78) et (II.80) que nous rappelons :

$$v_{di} = e'_{di} - x'_{qi} i_{qi} \quad (\text{II.123})$$

$$v_{qi} = e'_{qi} - x'_{di} i_{di} \quad (\text{II.124})$$

Le module de la tension est alors :

$$v_i = \sqrt{v_{di}^2 + v_{qi}^2} \quad (\text{II.125})$$

La puissance électrique développée par la machine i est donnée par (II.92) que nous rappelons :

$$P_{ei} = e'_{di} i_{di} + e'_{qi} i_{qi} + (x'_{di} - x'_{qi}) i_{di} i_{qi} \quad (\text{II.126})$$

Dans notre étude, on s'intéresse uniquement aux machines à pôles lisse. La saillance des pôles est négligée, c'est-à-dire que :

$$x'_{di} = x'_{qi} \quad \forall i, j=1, \dots, n \quad (\text{II.127})$$

La puissance électrique s'écrit donc sous la forme suivante :

$$P_{ei} = G_{ii} (e_{di}^2 + e_{qi}^2) + \sum_{j=1(\neq i)}^n (C_{ij} F_{G-B}(\delta_{ij}) - D_{ij} F_{G+B}(\delta_{ij})) \quad (\text{II.128})$$

avec :

$$C_{ij} = e'_{di} e'_{dj} + e'_{qi} e'_{qj} \quad (\text{II.129})$$

$$D_{ij} = e'_{di} e'_{qj} - e'_{qi} e'_{dj} \quad (\text{II.130})$$

II.9. Modélisation du réseau dans l'espace d'état :

Lorsqu'on considère la représentation suivant les deux axes avec les régulations de tension et de vitesse, les équations dynamiques du système pour une machine i , sont les suivantes :

Equations dynamiques électriques :

$$\frac{d\dot{e}_{di}}{dt} = \frac{1}{T_{q0i}} \left(-\dot{e}_{di} + (x_{qi}' - x_{qi}) i_{qi} \right) \quad (\text{II.131})$$

$$\frac{d\dot{e}_{qi}}{dt} = \frac{1}{T_{d0i}} \left(-\dot{e}_{qi} + e_{ext} - (x_{di}' - x_{di}) i_{di} \right) \quad (\text{II.132})$$

Equations dynamiques mécaniques :

$$\frac{d\delta_i}{dt} = \omega_i \quad (\text{II.133})$$

$$\frac{d\omega_i}{dt} = \frac{1}{M_i} (p_{mi} - p_{ei}) \quad (\text{II.134})$$

Régulateur de vitesse :

$$\frac{dp_{mi}}{dt} = \frac{1}{T_{mi}} \left(-p_{mi} + p_{mrefi} - K_{vi} \left(\omega_i - \sigma_i \frac{d\omega_i}{dt} \right) \right) \quad (\text{II.135})$$

$$p_{mi} = P_{mma_i} \quad \text{pour: } p_{mi} \geq P_{mma_i}$$

$$p_{mi} = P_{mmi_i} \quad \text{pour: } p_{mi} \leq P_{mmi_i}$$

Régulateur de tension :

$$\frac{de_{exi}}{dt} = \frac{1}{T_{ei}} \left(-e_{exi} + e_{ex0i} + K_{vi} (v_{refi} - v_i) \right) \quad (\text{II.136})$$

$$e_{exi} = E_{xma_i} \quad \text{pour: } e_{exi} \geq E_{xma_i}$$

$$e_{exi} = E_{xmi_i} \quad \text{pour: } e_{exi} \leq E_{xma_i}$$

Soit \underline{x}^S , un point d'équilibre stable :

$$\underline{x}^s = \left(e_{d1}^s, \dots, e_{dn}^s, e_{q1}^s, \dots, e_{qn}^s, e_{ex01}^s, \dots, e_{ex0n}^s, p_{mref1}, \dots, p_{mrefn}, \delta_1^s, \dots, \delta_n^s, \omega_1^s = 0, \dots, \omega_n^s = 0 \right) \quad (\text{II.137})$$

Nous définissons les variables d'état du système en prenant comme origine ce point d'équilibre. Elles s'écrivent alors pour chaque machine i comme suit :

$$x_i = \delta_i - \delta_i^s \quad (\text{II.138})$$

$$x_{i+n} = \omega_i \quad (\text{II.139})$$

$$x_{i+2n} = e_{di} - e_{di}^s \quad (\text{II.140})$$

$$x_{i+3n} = e_{qi} - e_{qi}^s \quad (\text{II.141})$$

$$x_{i+4n} = p_{mi} - p_{mrefi} \quad (\text{II.142})$$

$$x_{i+5n} = e_{exi} - e_{ex0i} \quad (\text{II.143})$$

Le vecteur des variables d'état est alors le suivant :

$$\underline{x} = \left(x_i, x_{i+n}, x_{i+2n}, x_{i+3n}, x_{i+4n}, x_{i+5n} \right) \quad i = 1, \dots, n \quad (\text{II.144})$$

Les équations dynamiques du modèle dans l'espace d'état sont définies par :

$$\dot{x}_i = x_{i+n} \quad (\text{II.145})$$

$$\bullet \quad \dot{x}_{i+n} = \frac{1}{M_i} \left(x_{i+4n} + p_{mrefi} - p_{ci}(\underline{x}) \right) \quad (\text{II.146})$$

$$\bullet \quad \dot{x}_{i+2n} = \frac{1}{T_{q0i}} \left(-x_{i+2n} - e_{di}^s + (x_{qi} - x_{qi}^s) i_{qi}(\underline{x}) \right) \quad (\text{II.147})$$

$$\bullet \quad \dot{x}_{i+3n} = \frac{1}{T_{d0i}} \left(-x_{i+3n} + x_{i+5n} + e_{ex0i} - e_{qi}^s - (x_{di} - x_{di}^s) i_{di}(\underline{x}) \right) \quad (\text{II.148})$$

$$\bullet \quad \dot{x}_{i+4n} = \frac{1}{T_{mi}} \left(-K_{vi} x_{i+n} - \left(1 + \frac{K_{vi} \sigma_i}{M_i} \right) x_{i+4n} - \frac{K_{vi} \sigma_i}{M_i} p_{mrefi} + \frac{K_{vi} \sigma_i}{M_i} p_{ci}(\underline{x}) \right) \quad (\text{II.149})$$

$$\bullet \quad \dot{x}_{i+5n} = \frac{1}{T_{ei}} \left(-x_{i+5n} + K_{ei} \left[v_{refi} - v_i(\underline{x}) \right] \right) \quad (\text{II.150})$$

Les équations d'interconnexion en fonction des variables d'état sont données par :

$$i_{di}(\underline{x}) = G_{ii}x_{i-2n} + B_{ii}x_{i+3n} + G_{ii}e_{di}^s + B_{ii}e_{qi}^s + \sum_{j=1(\neq i)}^n K_{ij} (x_{j+3n} \cos \phi_{ij} + x_{j+2n} \sin \phi_{ij} + e_{dj}^s \cos \phi_{ij} + e_{qj}^s \sin \phi_{ij}) \quad (\text{II.151})$$

$$i_{qi}(\underline{x}) = G_{ii}x_{i+3n} + B_{ii}x_{i+2n} + G_{ii}e_{qi}^s + B_{ii}e_{di}^s + \sum_{j=1(\neq i)}^n K_{ij} (x_{j+3n} \sin \phi_{ij} - x_{j+2n} \cos \phi_{ij} + e_{dj}^s \sin \phi_{ij} - e_{qj}^s \cos \phi_{ij}) \quad (\text{II.152})$$

$$v_{di}(\underline{x}) = -x_{qi}^s G_{ii}x_{i+3n} + (1 + x_{qi}^s B_{ii})x_{i+2n} - x_{qi}^s G_{ii}e_{qi}^s + (1 + x_{qi}^s B_{ii})e_{di}^s + \sum_{j=1(\neq i)}^n K_{ij} x_{qi}^s \xi_j \cos(\phi_{ij} + \gamma_j) - \sum_{j=1(\neq i)}^n K_{ij} x_{qi}^s (x_{j+3n} \sin \phi_{ij} - x_{j+2n} \cos \phi_{ij}) \quad (\text{II.153})$$

$$v_{qi}(\underline{x}) = x_{di}^s G_{ii}x_{i-2n} + (1 + x_{di}^s B_{ii})x_{i+3n} + x_{di}^s G_{ii}e_{di}^s + (1 + x_{di}^s B_{ii})e_{qi}^s + \sum_{j=1(\neq i)}^n K_{ij} x_{di}^s \xi_j \cos(\phi_{ij} + \gamma_j) + \sum_{j=1(\neq i)}^n K_{ij} x_{di}^s (x_{j+3n} \cos \phi_{ij} + x_{j+2n} \sin \phi_{ij}) \quad (\text{II.154})$$

$$v_i(\underline{x}) = \sqrt{x_{di}^2(\underline{x}) + x_{qi}^2(\underline{x})} \quad (\text{II.155})$$

$$p_{ai}(\underline{x}) = G_{ii} \left((x_{i+2n} + e_{di}^s)^2 + (x_{i+3n} + e_{qi}^s)^2 \right) + \sum_{j=1(\neq i)}^n K_{ij} \left\{ (x_{j+2n} + e_{dj}^s)(x_{i+2n} + e_{di}^s) + (x_{j+3n} + e_{qj}^s)(x_{i+3n} + e_{qi}^s) \right\} \sin \phi_{ij} + \sum_{j=1(\neq i)}^n K_{ij} \left\{ (x_{j+3n} + e_{qj}^s)(x_{i-2n} + e_{di}^s) - (x_{j+2n} + e_{dj}^s)(x_{i+3n} + e_{qi}^s) \right\} \cos \phi_{ij} \quad (\text{II.156})$$

avec :

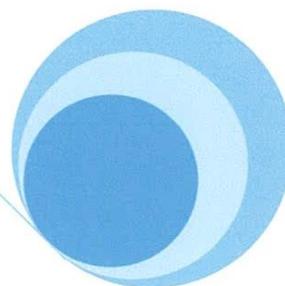
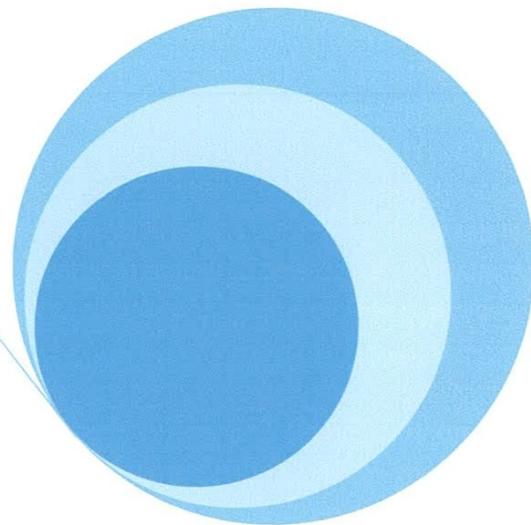
$$K_{ij} = \sqrt{G_{ij}^2 + B_{ij}^2}$$

$$\beta_{ij} = \text{Arctg} \frac{G_{ij}}{B_{ij}}$$

$$\phi_{ij} = \alpha_{ij} + \delta_{ij}^s + \beta_{ij}$$

$$\xi_j = \sqrt{e_{dj}^s{}^2 + B_{dj}^s{}^2}$$

$$\gamma_j = \text{Arctg} \frac{e_{qj}^s}{e_{dj}^s}$$



CHAPITRE III

*Simulation du système de
stabilisation d'énergie électrique*

III.1 Elaboration du modèle de simulation:

L'étude de la stabilité transitoire traite de la capacité d'un réseau électrique à atteindre un régime permanent acceptable suite à une grande contingence. Le réseau, dans ces conditions, peut être considéré comme étant dans un processus de changement de configuration en trois phases : avant, pendant et après élimination de la contingence. Dans ce chapitre nous allons effectuer une simulation de ce système en tenant compte des perturbations qui peuvent surgir lors du régime transitoire. Pour la simulation, considérons le système illustré dans la figure III.1

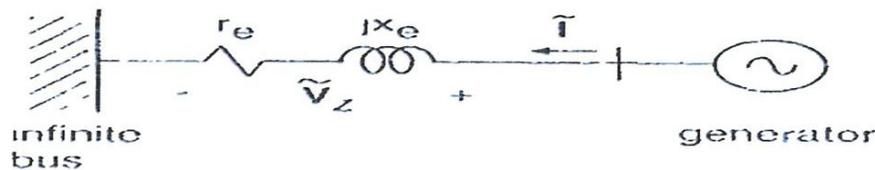


Figure III.1 : Une machine connectée à un bus infini

Le système consiste en une machine connectée à un bus infini à travers une impédance série. Cette impédance est considérée comme étant l'impédance équivalente de Thévenin de la charge locale sur le bus d'alternateur et le réseau. Pour la simulation nous utilisons le modèle mathématique transitoire simplifié décrit par les équations suivantes :

1- Equations des enroulements du Stator:

$$\begin{aligned}v_q &= -r_s i_q - x'_d i_d + E'_q \\v_d &= -r_s i_d + x'_q i_q + E'_d \\E_q &= E'_q + (x_q - x'_d) i_d\end{aligned}$$

2- Equations des enroulements du rotor:

$$T'_{do} \frac{dE'_q}{dt} + E'_q = E_f - (x_d - x'_d)i_d$$

$$E'_d = (x_q - x'_q)i_q$$

3- L'équation du couple:

$$T_{em} = - \left\{ E'_q i_q + E'_d i_d + (x'_q - x'_d) i_d i_q \right\} - E'_q i_q$$

4- Équation du rotor:

$$2H \frac{d\{(\omega_r - \omega_e)/\omega_b\}}{dt} = T_{em}(pu) + T_{mech}(pu) - T_{damp}(pu)$$

$$\frac{d\delta_e}{dt} = \omega_r - \omega_e$$

La Figure III.2 montre le schéma d'ensemble de la simulation d'une génératrice synchrone avec une excitation et un système de stabilisation d'énergie électrique (*PSS*), relié par une ligne série RL à un bus infini. L'entrée supplémentaire, *Vsupp*, est le signal de modulation provenant du *PSS*.

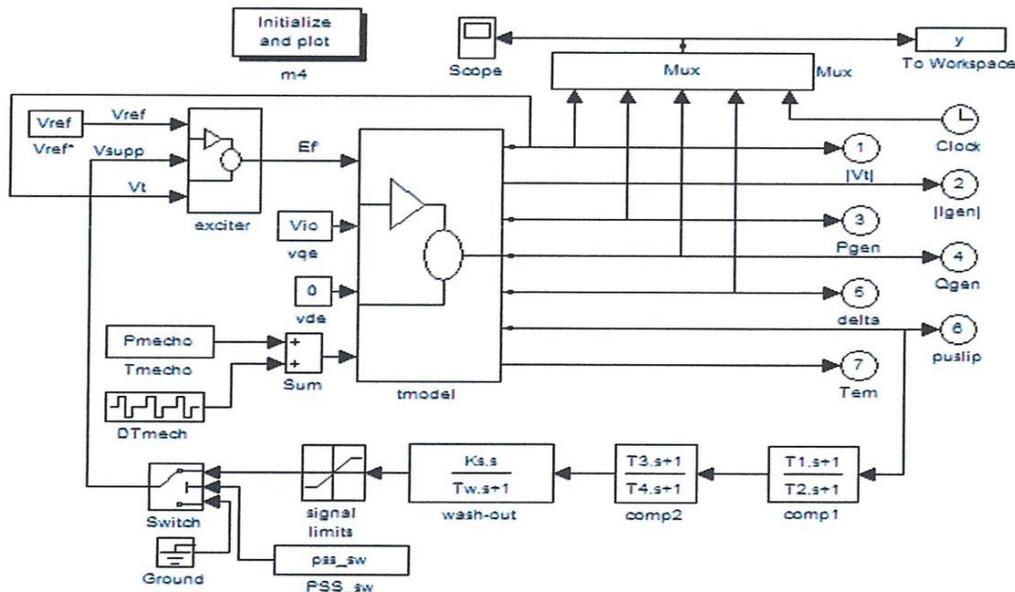


Figure III.2. Schéma de Simulation d'une génératrice synchrone avec son PSS

De même:

$$T'_{do} \frac{d \Delta E'_q}{dt} + \Delta E'_q = \Delta E_f - (x_d - x'_d) \Delta i_d$$

A partir de la condition que la composante couple résultant de ΔP_{em} issus de la modulation PSS, soit 180° degrés en opposition de phase avec $\Delta(\omega_r - \omega_e) / \omega_b$, nous avons alors :

$$\Delta P_{em} = - \underbrace{GEP(s) PSS(s)}_{D_{pss}} \Delta \left(\frac{\omega_r - \omega_e}{\omega_b} \right)$$

$$\frac{\Delta P_{em}}{\Delta \left(\frac{\omega_r - \omega_e}{\omega_b} \right)} = -GEP(s) PSS(s) = -D_{pss}$$

où ΔP_{em} est la composante de perturbation de la puissance électromagnétique qui est produite par le signal de modulation PSS. $GEP(s)$ est la caractéristique de transfert du générateur et le système d'excitation du signal de modulation, $PSS(s)$ est la fonction de transfert souhaité du pss.

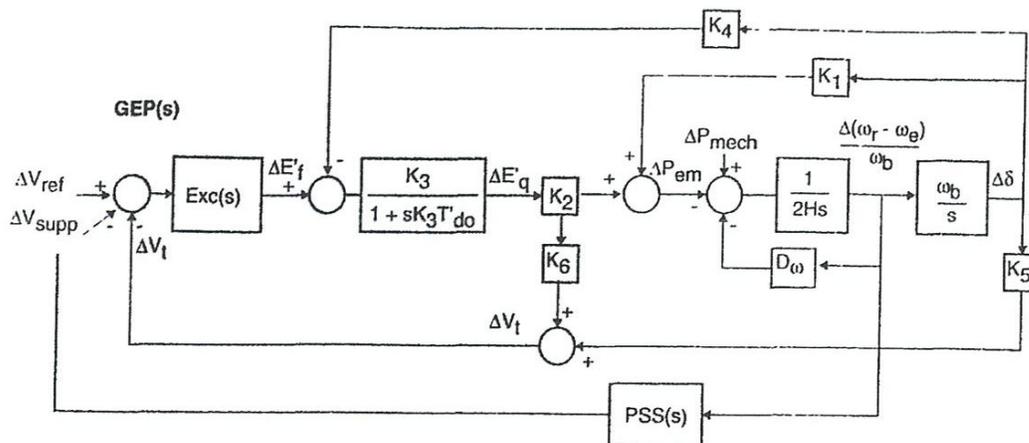


Figure III.4. : blocs de fonction de transfert de la génératrice avec l'excitation et le PSS en utilisant la vitesse de glissement.

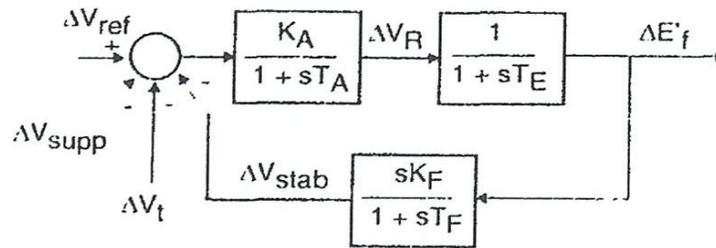


Figure III.5. : Fonction de transfert de l'excitateur

L'expression approchée de $GEP(s)$ peut être déterminée en ignorant les effets de K_4 et K_5 et en supposant que l'écart de vitesse est faible, soit :

$$GEP(s) \approx K_2 \frac{Exc(s) \frac{K_3}{1 + sK_3T'_{do}}}{1 + K_6 Exc(s) \frac{K_3}{1 + sK_3T'_{do}}}$$

Pour le système d'excitation la fonction de transfert, $Exc(s)$, est donnée par :

$$Exc(s) = \frac{\Delta E_f}{\Delta V_t} = \frac{\frac{K_A}{1 + sT_A} \frac{1}{1 + sT_E}}{1 + \frac{K_A}{1 + sT_A} \frac{1}{1 + sT_E} \frac{sK_f}{1 + sT_f}}$$

Le diagramme de Bode relatif à la fonction de transfert de l'excitateur, en utilisant l'ensemble des paramètres de l'Annexe 2, est donné dans la Figure III.6.

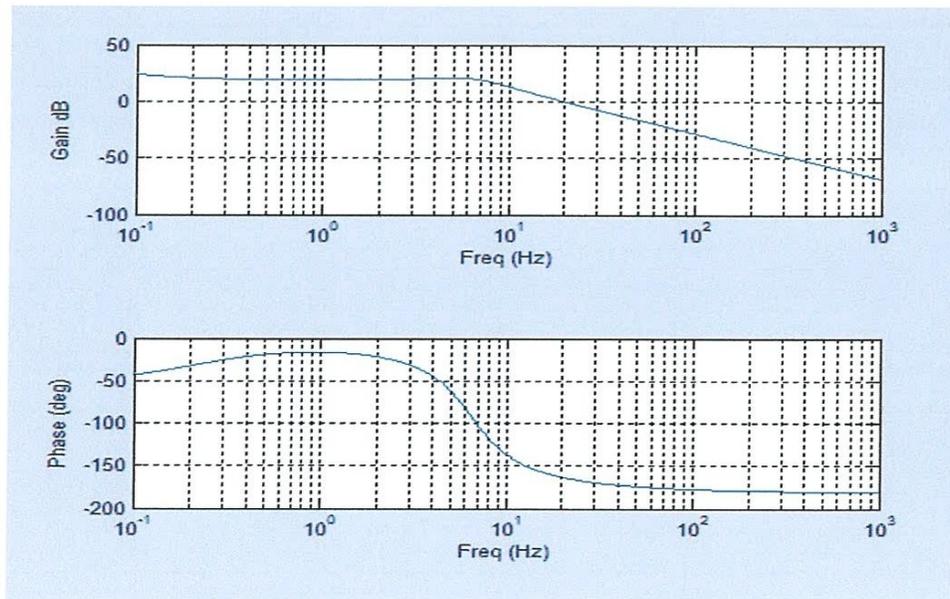


Figure III.6. Diagramme de Bode de EXC(s)

Le diagramme de Bode de GEP(s) est donné dans la Figure III.7.

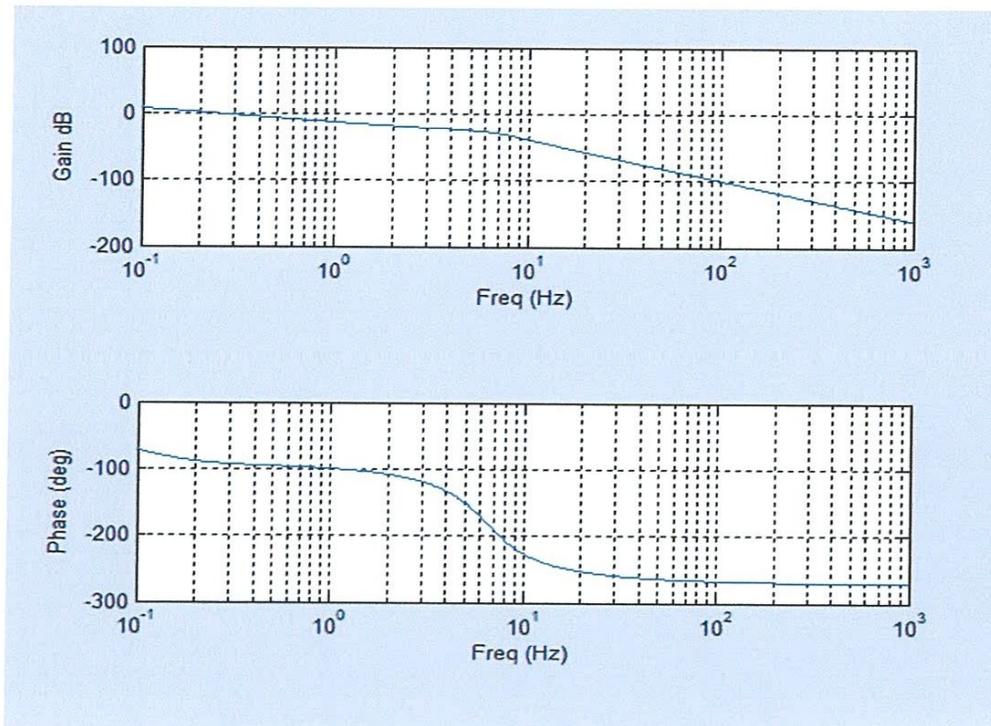


Figure III.7. Diagramme de Bode de GEP(s)

De même, le diagramme de Bode de PSS(s) est donné dans la Figure III.8.

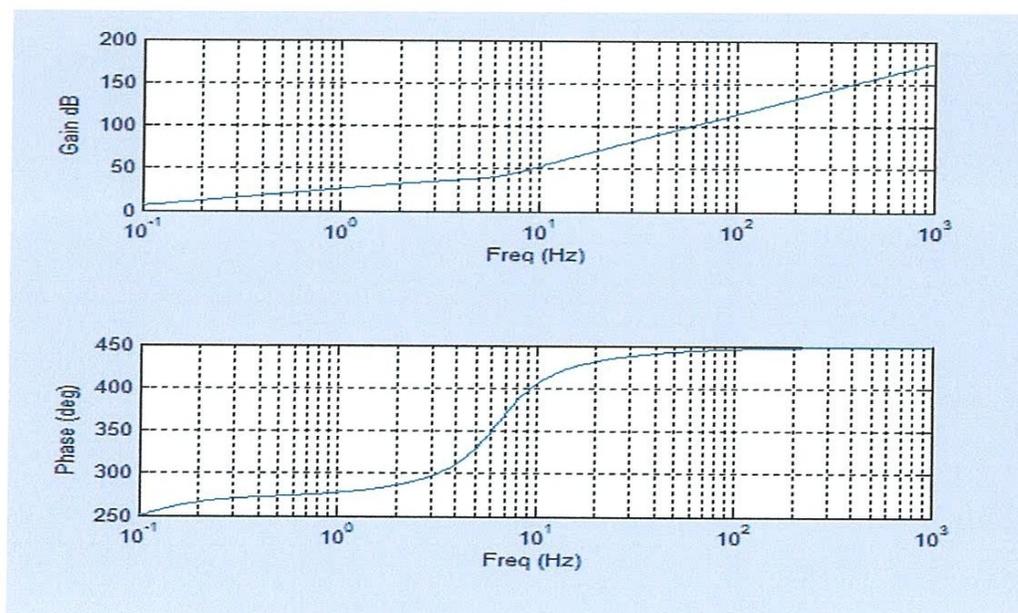


Figure III.8. Diagramme de Bode de PSS(s)

III.3. Simulation du système avec le PSS:

Pour une génératrice synchrone de 9375 KVA dont les paramètres sont donnés dans l'Annexe 2, la simulation du système doté du PSS effectuée avec l'interface Simulink de Matlab, donne les résultats montrés dans la Figure III.9.

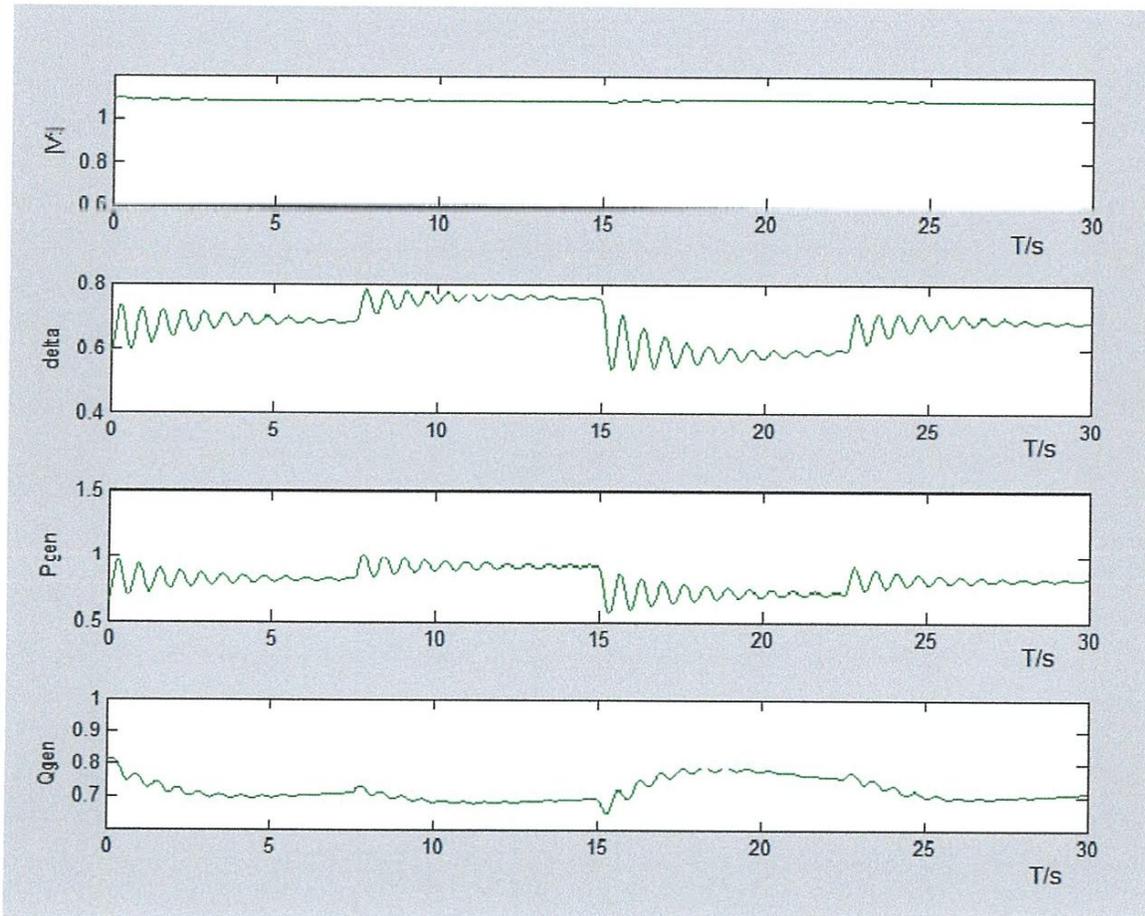


Figure III.9. Réponse temporelle du système avec PSS

Avec : $r_e + jx_e = 0,027 + j 0,1$ pu , $V_i = 1 + j0$ et $S_i = 0,8 + j 0,6$ pu

III.4. Conclusion :

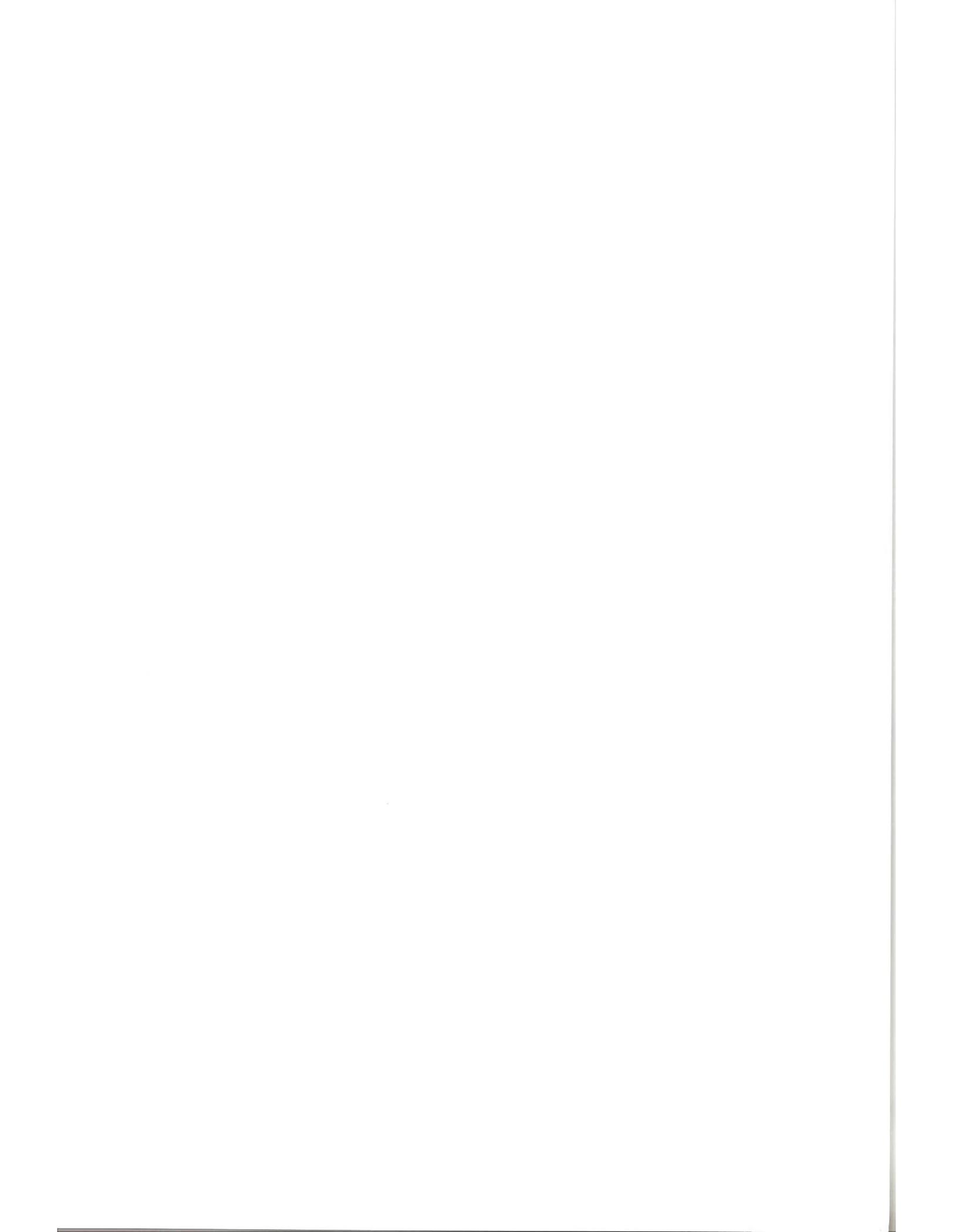
A travers les travaux de simulation de l'ensemble génératrice synchrone+excitation, il est montré que les performances du système sont améliorées lors de l'application du PSS ce qui justifie son utilisation, surtout en présence de perturbation en régime transitoire.

Conclusion Générale

Dans le présent mémoire, nous essayer de donner voir les éléments qui contribuent dans l'amélioration de la qualité d'énergie dans les réseaux électriques, en mettant l'accent surtout sur le contrôle de leur stabilité dynamique.

En effet, après avoir exposé les notions de stabilité des réseaux d'énergie électrique ainsi que les différentes techniques y afférents, on a considéré le problème de leur modélisation.

La simulation effectuée sur l'ensemble du système, a montré l'efficacité du système de stabilisation d'énergie électrique, surtout en présence de perturbation. Ce qui contribue d'une manière significative à l'amélioration de la qualité d'énergie (Tension, Fréquence, etc.).



➤ Programme matlab de simulation :

```
clear variables;

setl

% load parameters of pss

Ks = 120;
Tw = 1.;
T1 = 0.024;
T2 = 0.002;
T3 = 0.024;
T4 = 0.24;
pss_limit = 0.1;

opt_sim = menu('Simulation or Transfer Function?',...
              'Simulation','Transfer functions');

repeat_run = 'Y';
while repeat_run == 'Y'

disp('Enter pu of re, xe, Vt and St via keyboard');
disp('Example: re = 0.027; xe = 0.1; Vi = 1 +j*0; Si = 0.8 +j*0.6')
disp('Type ''return'' following K>> prompt to continue');
keyboard

we = 2*pi*Frated;
wb = we;
wbm=wb*(2/Poles);
Sbase = Prated/Pfrated;

Vbase = Vrated*sqrt(2/3);
Ibase = sqrt(2)*(Sbase/(sqrt(3)*Vrated));
Zbase = Vbase/Ibase;

Ie = conj(Si/Vi);
Ege = Vi + ((rs+re) + (xq+xe)*j)*Ie;
Vte = Vi + (re + xe*j)*Ie;
deltat = angle(Vte);
delta = angle(Ege);

Eqo = abs(Ege);
I = (conj(Ege)/Eqo)*Ie;
Iqo = real(I);
Ido = -imag(I);
Vio = abs(Vi);
Vto = (conj(Ege)/Eqo)*Vte;
Vqo = real(Vto);
Vdo = -imag(Vto);
Sto = Vto*conj(I)
Eqpo = Vqo + xpd*Ido + rs*Iqo;
Edpo = Vdo - xpq*Iqo + rs*Ido
Efo = Eqo + (xd-xq)*Ido;
delio = delta
Pmecho = real(Sto);
```