

17/621.740

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université 8Mai 1945 – Guelma
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Electrotechnique et Automatique



**Mémoire de fin d'études
pour l'obtention du diplôme de Master Académique**

Domaine : Sciences et Technologie
Filière : Automatique et Informatique Industriels
Spécialité : Commande et Diagnostic des Systèmes Industriels

Poursuite d'un objet cible par Filtrage particulière

Présenté par :
M^r BRAHMIA SALAH EDDINE
M^r SOUADKIA BILEL

Sous la direction de : **M^r ABDENOUR SEBBAGH**

JUIN 2012



~~12/27/99~~



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Dédicaces

*Je remercie le Dieu de m'avoir donné le
Courage et la force pour accomplir ce modeste travail*

Que je dédie à :

Mon premier enseignant c'est mon père et ma

Chère mère qu'est sacrifiés pour moi.

Mes chers frères

Ma chère sœur

Tous mes amis,

Toutes les personnes qui me sont chères,

Ma famille

Ainsi, toute la promotion 2012.

Brahmai et Souadkia



Table des matières

Nomenclature : symboles et notations utilisés	
Liste des figures	
Introduction générale	
Chapitre 1 : Filtre de poursuite	
1.1. Introduction.....	5
1.2. Filtre de poursuite	5
1.2. Introduction	5
1.2.2. Techniques Ad Hoc	5
1.2.3. Le filtre de Kalman	7
1.2.3.1 L'espace d'état	8
1.2.3.2 La formulation récursive.....	9
1.2.4 L'Estimation Dans Les Systèmes Non Linéaires.....	11
1.2.4.1 Formulation du problème	11
1.2.4.2. Transformation d'incertitude.....	12
1.2.5. Filtre de Kalman Etendu	15
1.2.6. Unscented Kalman Filter (filtre de Kalman sans odeur)	16
1.2.6.1. Unscented Transformation:.....	16
1.2.6.2. Unscented Filter.....	18
1.2.6.3. The Scaled Unscented Kalman Filter (SUKF).....	20
1.3. Conclusion.....	24
Chapitre 2 : Estimation par Filtrage particulaire	
2.1. Introduction.....	25
2.1.1. Concept	25
2.1.2 Problème de filtrage à temps discret	26

2.2. Filtrage particulaire :	27
2.2.1. Générations de particules.....	29
➤ Initialisation.....	29
➤ Prédiction –exploration a priori.....	29
2.2.2. Calcul des poids (correction) ou encore étape de pondération	29
➤ Choix de la densité d’importance	30
➤ Calcul de l’estime	31
2.2.3. ré échantillonnage (redistribution)	31
➤ Rééchantillonnage systématique (SR).....	33
Chapitre 3 : modélisation des trajectoires.....	
3.1. Estimation d’état et paramètres.....	37
3.2. Modélisation de trajectoire.....	37
3.2.1. Trajectoires rectilignes.....	37
3.2.1.1. Mouvement rectiligne à vitesse constante.....	38
3.2.1.2. Mouvement rectiligne à accélération constante.....	40
3.2.2. Trajectoires circulaires.....	41
3.2.2.1. Mouvement circulaire à vitesse constante.....	42
3.2.2.2. Mouvement circulaire à accélération constante.....	43
3.3. Résultats de simulation.....	44
3.3.1 Introduction.....	44
3.4. Divers scénarios.....	45
3.4.1. Scenario 1.....	45
3.4.2. Scenario 2.....	48
3.5. Conclusion.....	50
Conclusion Générale.....	

Nomenclature : symboles et notations utilisés

Mathématiques

s	Distance parcourue
v	Vitesse
a	Accélération
α	Angle
d	Distance perpendiculaire à la droite par l'origine des coordonnées
$R0$	Rayon de cercle
$X0$	Abscisse de centre de cercle
$Y0$	Ordonnée de centre de cercle
$E[\cdot]$	Espérance mathématique
$\det (-)$	Déterminant d'une matrice
N	Nombre de particules

Filtrage de kalman et filtrage particulaire

$x(k/k)$	Vecteur d'état estimé
$x(k/k - 1)$	Vecteur d'état prédit
$F(k)$	Matrice de transition
$H(k)$	Matrice d'observation
$Q(k)$	Matrice de covariance du bruit du processus
$R(k)$	Matrice de covariance du bruit de mesure
$P(k)$	Matrice de covariance de l'estimation
$P(k/k - 1)$	Matrice de covariance de l'estimation prédite

Abréviations Usuelles

FK	Filtre de kalman
FKE	Filtre de kalman Etendu
FP	Filtrage particulaire
MMSE	Erreurs Quadratique Moyenne Minimum
MSMC	Méthodes Séquentielles Monte Carlo
RMSE	Racine de l'erreur Quadratique Moyenne
RR	Rééchantillonnage Résiduelle
SIR	Séquentiel Importance Resampling
SIS	Séquentiel Importance Sampling (Echantillonnage pondéré Séquentiel)
SR	Rééchantillonnage Systématique
UT	Unscentad Transformation (Transformation sans Parfum)
UKF	Unscented Kalman Filter (Filtre de Kalman sans Parfum)

Liste des Figures

Figure 1.1: Principe du filtre de Kalman

Figure 1.2: Principe de Unscented Transformation

Figure 2.1: Duplication et suppression de particules-étape de rééchantillonnage

Figure 2.2: Rééchantillonnage systématique pour un exemple de $N=5$ particules

Figure 3.1: Modélisation d'une droite.

Figure 3.2: Modélisation d'un cercle.

Figure 3.3: Estimation de trajectoire par *FP*.

Figure 3.4: Racine de l'erreur quadratique moyenne estimée de la position x .

Figure 3.5: Racine de l'erreur quadratique moyenne estimée de la position y

Figure 3.6: Racine de l'erreur quadratique moyenne estimée de vitesse

Figure 3.7: Racine de l'erreur quadratique moyenne estimée d' α

Figure 3.8 : Racine de l'erreur quadratique moyenne estimée de la distance d .

Figure 3.9 : Estimation de trajectoire par *FP*

Figure 3.10: Racine de l'erreur quadratique moyenne estimée de la position x

Figure 3.11: Racine de l'erreur quadratique moyenne estimée de la position y

Figure 3.12: Racine de l'erreur quadratique moyenne estimée de la vitesse

Figure 3.13: Racine de l'erreur quadratique moyenne estimée du rayon

Figure 3.14: Racine de l'erreur quadratique moyenne estimée de la position $X0$

Figure 3.15: Racine de l'erreur quadratique moyenne estimée de la position $Y0$

Introduction

Général

Introduction générale

Dans ce document Nous nous intéressons au problème de filtrage. Il consiste, de façon générale, à estimer au cours du temps un processus d'état à partir de mesures bruitées. Bien que ce système évolue en réalité en temps continu, nous considérons un modèle à temps discret. Nous entendons ici une définition plus précise du filtrage qui se situe dans le triplet de traitements : filtrage, lissage et prédiction. Le filtrage consiste alors à estimer le processus d'état en s'appuyant uniquement sur les mesures passées et présentes. On l'oppose au lissage qui utilise en plus les mesures futures. La prédiction enfin cherche à estimer le processus aux instants futurs à l'aide des mesures passées et présentes.

On peut illustrer ces trois traitements par des opérations effectuées inconsciemment par notre cerveau:

- le nouveau-né procède par filtrage lorsqu'il cherche à suivre l'objet que l'on déplace devant lui alors qu'il ne le voit pas encore nettement;
- le lissage est l'opération intellectuelle que nous faisons en lisant un texte dont un mot nous est inconnu et dont nous devinons le sens à l'aide des mots le précédant et le suivant;
- enfin, tout joueur de tennis doit prédire la trajectoire de la balle s'il souhaite la renvoyer à son adversaire.

Le problème de filtrage, ainsi que ceux de prédiction et de lissage, sont motivés par un grand nombre d'applications réelles parmi lesquelles la poursuite de cibles, le suivi d'entités dans des séquences d'images, la déconvolution de signaux numériques, l'estimation de risque en mathématiques financières et la localisation d'objets en robotique.

La modélisation de tels problèmes se fait en général en se donnant un a priori sur la loi d'évolution du modèle à estimer. Dans ce cadre bayésien, la reconstitution optimale du processus d'état consiste à l'estimation de sa loi a posteriori, la loi de ce processus conditionnellement aux mesures acquises depuis l'instant initial jusqu'à l'instant présent.

Limités par la mémoire finie des ordinateurs, nous sommes contraints de choisir une représentation finie de cette loi. Dans le cas de modèles d'état et de mesures linéaires et de bruits additifs gaussiens, la loi a posteriori présente l'énorme avantage d'être une gaussienne. Elle peut donc être entièrement caractérisée par sa moyenne et sa covariance. L'étude des modèles linéaires gaussiens a pour cette raison suscité un vif intérêt, donnant naissance au filtre de Kalman, qui fournit une expression récursive analytique des deux premiers moments de la loi a posteriori. un second cas conduisant à un filitre de dimension finie est celui des chaine de markov cachées définies sur un espace discert. ces deux exemple reposent cependant sur hypothèses rarement vérifiées en partique. pour y remédier, Des extensions ont également été apportées au filtre de Kalman pour permettre son application à des modèles linéarisables. Les filtres de Kalman étendus obtenus, bien qu'encore largement utilisés, sont cependant rapidement mis en défaut lors de non linéarités trop fortes. ce probleme de non linéarité fait appel au filtre de kalman sans parfum (Unscented Kalman Filter) qui peut calculer les statistiques d'une variable aléatoire avec précision jusqu'au deuxième ordre dans les séries de Taylor. malheureusement, ces filitres divergent lors de la nature non gaussienne de bruit. ,

Les non linéarités des modèles rencontrés, la complexité de leur dynamique et la nature non gaussienne de bruits sont cependant autant d'obstacles qui nous empêchent de résoudre dans le cas général le filitre bayésien optimal donnant une expression récursive de la loi a posteriori. Les méthodes séquentielles de Monte Carlo, intensivement utilisées pour

le filtrage, la prédiction et le lissage mono-cible ces dernières années, proposent une approximation de cette loi par une somme de lois de Dirac centrées en des points dénommés particules et pondérées par la vraisemblance des mesures conditionnellement à ces points.

Contrairement, aux algorithmes évoqués jusque-là de nature déterministe, les méthodes séquentielles de Monte Carlo sont des algorithmes stochastiques, reposant sur le principe de Monte Carlo qui consiste à simuler un grand nombre de réalisations d'une variable aléatoire pour en approcher sa loi. Si ce concept est apparu dès le milieu du XX siècle, il a fallu attendre l'augmentation de la puissance de calcul des ordinateurs pour pouvoir les mettre en œuvre dans le cadre du problème de l'estimation séquentielle.

ce document est organisé en trois chapitres selon le plan suivant :

- 1- il débute par l'étude des différents filtres utilisés dans l'opération de filtrage ,il s'agit de filtre α, β, γ celui-ci est le premier filtre utilisé dans ce sens, le filtre de kalman ,ce dernier est un estimateur optimal dans le cas ou le modèle est linéaire , le filtre de kalman étendu qui est une extension de filtre de kalman dans le cas ou les modèles sont non linéaires et le Unscented kalman Filter ou filtre de kalman sans odeur conçu spécialement pour estimer des modèles non linéaires.
- 2- dans le second chapitre nous traitons le nouveau filtre destiné à estimer des modèles non linéaires meme avec bruit non gaussien , il s'agit du filtre à particules ou encore méthodes séquentielles de Monto Carlo
- 3- le troisieme chapitre est dédié à la modélisation des mouvements et trajectoires qui seront utilisés dans la simulation .

l'illustraion des résultats de simulation obtenus par l'application de l'algorithme à base de filtrage particulaire .

enfin nous terminerons par une conclusion générale sur le travail réalisé et les résultats obtenus en citant quelques perspectives envisageables dans un futur proche ou lointain.

Chapitre 1

FILTRE DE POURSUITE

1.1. Introduction

Le traitement de données incluant des variables aléatoires date du début du XIX^{ème} siècle à partir des apports théoriques de Gauss, qui a notamment mis en œuvre la méthode des moindres carrés déterministes. La théorie de l'estimation progresse un siècle plus tard avec Fisher [2] qui, à travers la notion de densité de probabilité, introduit l'approche du maximum de vraisemblance. Wiener [23] met au point, dans les années quarante, un filtre optimal en utilisant la théorie des processus aléatoires. Kolmogorov [12] dans la même période traite le problème numérique que Wiener avait résolu dans le cas continu. Les travaux de Wiener ont par la suite été étendus pour des systèmes non linéaires, et Kalman [11] a développé un filtre optimal récursif basé sur la représentation d'état et parfaitement adapté à une implémentation sur calculateurs.

1.2. Filtres de poursuite

1.2.1. Introduction

Les sections suivantes décrivent les outils fondamentaux de la poursuite de cibles, commençant par le filtre de Kalman standard utilisé pour les modèles linéaires, puis en étudiant l'extension de ce filtre pour les modèles non linéaires, il s'agit du filtre de Kalman étendu, et en terminant par le nouveau filtre nommé unscented Kalman filter en anglais ou filtre de Kalman sans odeur.

1.2.2. Techniques Ad Hoc

Le concept qui a débuté la révolution dans les performances du radar de surveillance était d'incorporer les modèles dynamiques dans les systèmes de poursuite. Par l'utilisation des équations de la dynamique Newtonienne. Tels

d'observation et la matrice $D(k)$ permet de lier le bruit de modélisation $v(k)$ au vecteur d'état.

1.2.3.2. Formulation récursive

Lorsque les conditions initiales du filtre sont données par $\hat{x}(0) = \bar{x}(0)$ et par $P(0)$, les grandeurs $\hat{x}(k)$ et $P(k)$ sont estimées par les étapes de prédiction et de correction suivant les équations :

- équations de prédiction

$$\hat{x}(k+1|k) = F(k)\hat{x}(k) + G(k)u(k) \quad (1.7)$$

$$P(k+1|k) = F(k)P(k)F(k)^T + D(k)Q(k)D(k)^T \quad (1.8)$$

- équations de correction

$$K(k+1) = P(k+1|k)H^T(k+1)S^{-1}(k+1). \quad (1.9)$$

$$\hat{x}(k+1) = \hat{x}(k+1|k) + K(k+1)\gamma(k+1|k) \quad (1.10)$$

$$P(k+1) = (I - K(k+1)H(k+1))P(k+1|k) \quad (1.11)$$

Avec $S(k+1)$ est la covariance de l'innovation $\gamma(k+1|k)$

$$S(k+1) = H(k+1)P(k+1|k)H(k+1)^T + R(k) \quad (1.12)$$

La première étape d'évolution du filtre optimal utilise la connaissance a priori du système. En effet, elle permet la prédiction de l'état du système $\hat{x}(k+1|k)$ et de sa précision $P(k+1|k)$ (matrice de covariance de l'erreur a priori), à partir de l'état $x(k)$ et du modèle d'évolution du système. $P(k+1|k)$ et la matrice de covariance associée à l'état $\hat{x}(k+1|k)$.

La deuxième étape utilise la connaissance a posteriori fournie par l'observation. La mesure $z(k+1)$ permet de calculer une erreur de prédiction de l'observation $\hat{z}(k+1|k)$. Cette erreur est un terme d'innovation:

$$\gamma(k+1|k) = z(k+1) - H(k+1)\hat{x}(k+1|k) = z(k+1) - \hat{z}(k+1|k) \quad (I-13)$$

Elle sert à pondérer le gain $K(k)$ du filtre. Ce gain est généralement appelé gain de Kalman, sert à déduire l'estimation de l'état $\hat{x}(k + 1)$ et sa matrice de covariance associée $P(k + 1)$. En fait, la matrice $K(k)$ minimise la matrice de covariance de l'erreur a posteriori $P(k) = E[(x(k) - \hat{x}(k))(x(k) - \hat{x}(k))^T]$

Si la covariance de l'erreur de mesure R s'approche de zéro, le gain fait peser le résidu plus fort et

$$\lim_{R(k) \rightarrow 0} K(k) = H^{-1}(k + 1) \tag{1.14}$$

C'est-à-dire que plus l'erreur de mesure diminue, plus le filtre fait confiance à la véritable mesure $z(k)$ au détriment de $H(k)\hat{x}(k/k - 1)$. Inversement, lorsque la covariance de l'erreur a priori tend vers zéro, le gain $K(k)$ diminue également et

$$\lim_{P(k/k-1) \rightarrow 0} K(k) = 0 \tag{1.15}$$

On remarque que le filtre maintient les deux premiers moments de la distribution sur les états, et que la variance de cette distribution est bien:

$$E[x(k)] = \hat{x}(k). \tag{1.16}$$

$$E[(x(k) - \hat{x}(k))(x(k) - \hat{x}(k))^T] = P(k). \tag{1.17}$$

$$P(x(k)|z(k)) \approx N(\hat{x}(k), P(k)) \tag{1.18}$$

Le principe de fonctionnement du filtre est entièrement représenté sur la figure 1-1

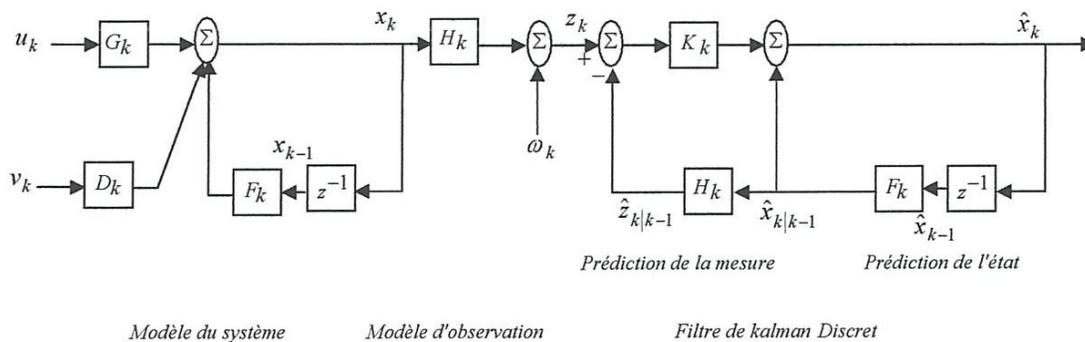


Figure 1-1: Principe du filtre de Kalman.

1.2.4 Estimation des Systèmes Non Linéaires

1.2.4.1 Formulation du problème:

Nous souhaitons appliquer le filtre de Kalman sur le modèle non linéaire discret de la forme:

$$x(k+1) = f(x(k), u(k), v(k), k) \quad (1.19)$$

$$z(k) = h(x(k), u(k)) + w(k) \quad (1.20)$$

Où $x(k)$ est le vecteur d'état du système à l'instant k de dimension n , $u(k)$ est le vecteur d'entrée, $v(k)$ est le vecteur de bruit de processus de dimension s , $z(k)$ est le vecteur d'observation et $w(k)$ est le bruit de mesure. Il est supposé que les vecteurs de bruits $v(k)$ et $w(k)$ ont des moyennes nulles et [18]

$$\begin{aligned} E[v(i)v^T(j)] &= \delta_{ij}Q(i) \\ E[w(i)w^T(j)] &= \delta_{ij}R(i) \\ E[v(i)w^T(j)] &= 0, \quad \forall i, j \end{aligned} \quad (1.21)$$

Le filtre de Kalman propage les deux premiers moments de la distribution de $x(k)$ périodiquement et possède une structure "prédicteur-estimateur" distinctive. Laissons $\hat{x}(i/j)$ être l'estimation de $x(j)$ en utilisant l'information d'observation y compris le temps j , $z^j = [z(1) \dots \dots \dots z(j)]$. La covariance de cette estimation est $P(i/j)$. Donnant l'estimé $\hat{x}(k/k)$, le filtre prédit d'abord l'état futur du système. Idéalement, les quantités prédites données par les espérances [18]:

$$\hat{x}(k+1/k) = E[f(x(k), u(k), v(k), k)/z^k] \quad (1.22)$$

$$P(k+1/k) = E[\{x(k+1) - \hat{x}(k+1/k)\}\{x(k+1) - \hat{x}(k+1/k)\}^T/z^k] \quad (1.23)$$

Lorsque $f(\cdot)$ et $h(\cdot)$ sont non linéaires, les valeurs précises de ces statistiques peuvent seulement être calculées si la distribution de $x(k)$, condition sur z^k est connue. Cependant, nous n'avons aucune forme générale et un nombre

potentiellement illimité de paramètres sont exigés. Dans plusieurs applications, la distribution de $x(k)$ est approchée de sorte que seulement un nombre fini et tractable de paramètres doivent être propagé. Par convention on suppose que la distribution du $\hat{x}(k)$ est gaussienne pour deux raisons. D'abord, la distribution est complètement paramétrée par la moyenne et la covariance, en second lieu, étant donné que seulement les deux premiers moments sont connus.

Le vecteur estimé $\hat{x}(k + 1/k + 1)$ est donné par la correction du vecteur prédit $\hat{x}(k + 1/k)$ en présence de la mesure courante. Dans le filtre de Kalman une règle linéaire de correction (mise à jour) est indiquée. La règle de mise à jour est [18]:

$$\hat{x}(k + 1/k + 1) = \hat{x}(k + 1/k) + K(k + 1)\gamma(k + 1) \quad (1.24)$$

$$P(k + 1/k + 1) = P(k + 1/k) - K(k + 1)P\gamma\gamma^T(k + 1)K^T(k + 1) \quad (1.25)$$

$$\gamma(k + 1) = z(k + 1) - \hat{z}(k + 1/k). \quad (1.26)$$

$$K(k + 1) = P_{xz}(k + 1/k)P_{\gamma\gamma}^{-1}(k + 1) \quad (1.27)$$

Il est important de noter que ces équations sont seulement en fonction de valeurs prédites de deux premiers moments de $x(k)$ et $z(k)$. Donc le problème d'appliquer le filtre de Kalman à un système non linéaire est la capacité de prédire les deux premiers moments de $x(k)$ et $z(k)$. Ce problème est un cas particulier d'un problème général pour être capable de calculer les statistiques d'une variable aléatoire qui a subi une transformation non linéaire.

1.2.4.2. Transformation d'incertitude

Le problème de prédire le futur état ou l'observation du système peut être exprimé sous la forme suivante. Supposons que x est une variable aléatoire avec moyenne \bar{x} et covariance P_{xx} . Une deuxième variable aléatoire y est liée à x par la fonction non linéaire [18]

$$y = f(x) \quad (1.28)$$

Nous souhaitons calculer la moyenne \bar{y} et la covariance P_{yy} de y . Pour calculer les statistiques de y nous devons:

- ✓ déterminer la fonction de densité de la distribution transformée,
- ✓ évaluer les statistiques de cette distribution.

Dans quelques cas spéciaux (pour l'exemple, lorsque $f[\cdot]$ est linéaire) des solutions exactes existent. Cependant, de telles solutions n'existent pas en général, et des méthodes approximatives doivent être employées. Nous préconisons que la méthode devrait rapporter des statistiques consistantes. Idéalement, ceux-ci devraient être efficaces et non biaisées.

Les statistiques transformées sont consistantes si l'inégalité :

$$P_{yy} - E\{[y - \bar{y}][y - \bar{y}]^T\} \geq 0 \quad (1.29)$$

Cette condition est extrêmement importante pour la validité de la méthode de transformation. Si les statistiques ne sont pas consistantes, la valeur de P_{yy} est sous-estimée. Si le filtre de Kalman utilise un ensemble inconsistant de statistiques, il y a la possibilité que le filtre diverge. Pour que la transformation soit plus efficace, la valeur P_{yy} de l'équation (1.29) devrait être réduite au minimum. En conclusion, il est souhaitable que l'estimation soit non biaisée ou $\bar{y} \approx E[y]$.

Le problème de développer une procédure consistante, efficace et non biaisée de transformation peut être examiné en considérant le développement en séries de Taylor de l'équation (1.28) au voisinage de \bar{x} . Cette série peut s'exprimer par:

$$\begin{aligned} f(x) &= f(\bar{x} + \delta x) \\ &= f(\bar{x}) + \nabla f \gamma x + \frac{1}{2} \nabla^2 f \delta x^2 + \frac{1}{3!} \nabla^3 f \delta x^3 + \frac{1}{4!} \nabla^4 f \delta x^4 + \dots \end{aligned} \quad (1.30)$$

Où δx est une variable aléatoire gaussienne de moyenne nulle et de covariance P_{xx} , et $\nabla^n f \delta x^n$ est le terme approprié d'ordre n dans les séries de Taylor

multidimensionnelles. En prenant les espérances, on peut montrer que la moyenne et la covariance transformées sont :

$$\bar{y} = f(\bar{x}) + \frac{1}{2} \nabla^2 f P_{xx} + \frac{1}{4!} \nabla^4 f E[\delta x^4] + \dots \quad (1.31)$$

$$P_{yy} = \nabla f P_{xx} \nabla f^T + \frac{1}{2 \times 4!} \nabla^2 f (E[\delta x^4] - E[\delta x^2 P_{xx}] - E[P_{yy} \delta x^2] + P_{yy}^2) (\nabla^2 f)^T + \frac{1}{3!} \nabla^3 f E[\delta x^4] (\nabla f)^T + \dots \quad (1.32)$$

En d'autres termes, le terme d'ordre n dans la série pour \bar{x} est en fonction de moments de \bar{x} d'ordre n multiplié par les dérivées d'ordre n de $f(\cdot)$ évaluées au voisinage de $x = \bar{x}$. Si les moments et les dérivés peuvent être évalués correctement jusqu'à le nième ordre, la moyenne est bien correcte jusqu'à le nième ordre. Des commentaires également semblables se retiennent pour l'équation de covariance, bien que la structure de chaque terme soit plus compliquée. Puisque chaque terme dans la série est mesuré par un terme graduel plus petit, les termes d'ordre inférieur dans les séries sont susceptibles d'avoir le plus grand impact. Donc, la marche à suivre de prédiction devrait être concentrée en évaluant les termes d'ordre inférieure. La linéarisation suppose que le deuxième terme et les termes d'ordres supérieurs de δx dans l'équation (1.30) peuvent être négligés. Sous cette supposition,

$$\bar{y} = f(\bar{x}) \quad (1.33)$$

$$P_{yy} = \nabla f P_{yy} (\nabla f)^T \quad (1.34)$$

En comparant ces expressions avec les équations (1.31) et (1.32), il est clair que ces approximations sont précises seulement si le deuxième terme et les termes d'ordres supérieurs dans la moyenne et le quatrième terme et les termes d'ordres supérieurs dans la covariance sont négligeables. Cependant, dans plusieurs situations pratiques la linéarisation introduit des biaisées ou des erreurs significatives.

1.2.5. Filtre de Kalman Etendu

La formulation récursive du filtre de Kalman permet à tout instant d'estimer l'état d'un système dynamique linéaire. Dans un contexte plus général, et dès lors qu'apparaissent des non linéarités, la représentation d'état d'un système dynamique peut s'écrire à l'aide des équations suivantes :

$$x(k+1) = f(x(k), k) + Gu(k) + Dv(k) \quad (1.35)$$

$$z(k) = h(x(k), k) + \omega(k) \quad (1.36)$$

Les hypothèses faites sur les grandeurs des lois linéaires d'évolution (1.5) et d'observation (1.6) sont toujours considérées comme valables pour les expressions (1.35) et (1.36). Seules les matrices constantes F et H sont, dans le cadre de la non linéarité, remplacées par des fonctions dépendant essentiellement du temps et du vecteur d'état.

Connaissant les moments d'ordre 1 et 2 du vecteur d'état, $\hat{x}(k) \approx N(\bar{x}(k), P(k))$, la formulation récursive du filtre de Kalman étendu est donnée par les équations suivantes :

$$\hat{x}(k+1|k) = f(\hat{x}(k), k) + Gu(k) \quad (1.37)$$

$$P(k+1|k) = F(\hat{x}(k+1|k), k)P(k)F^T(\hat{x}(k+1|k), k) + DQ(k)D^T \quad (1.38)$$

$$K(k+1) = p(k+1|k)H^T(\hat{x}(k+1|k), k)S^{-1}(k+1) \quad (1.39)$$

$$\hat{x}(k+1) = \hat{x}(k+1|k) + K(k+1)(z(k+1) - h(\hat{x}(k+1|k), k)) \quad (1.40)$$

$$P(k+1) = (I - K(k+1)H(\hat{x}(k+1|k), k))P(k+1|k) \quad (1.41)$$

avec les deux définitions suivantes :

$$F(\hat{x}(k+1|k), k) = \left. \frac{\partial f(x(k), k)}{\partial x(k)} \right|_{x(k)=\hat{x}(k)} \quad (1.42)$$

$$F(\hat{x}(k+1|k), k) = \left. \frac{\partial f(x(k), k)}{\partial x(k)} \right|_{x(k)=\hat{x}(k+1|k)} \quad (1.43)$$

$$S(k+1) = H(\hat{x}(k+1|k), k)p(k+1|k)H^T(\hat{x}(k+1|k), k) + R(k)$$

Les termes $F(\hat{x}(k+1|k), k)$ et $H(\hat{x}(k+1|k), k)$ des expressions (1.42) et (1.43) sont respectivement les matrices Jacobiennes de la fonction du système et de la fonction de mesure.

Pour qu'on puisse appliquer le filtre de Kalman sur tels modèles on doit donc, faire une linéarisation des équations de transition et de mesure autour de $\hat{x}(k)$ et $\hat{x}(k+1|k)$. Cette linéarisation est obtenue par le développement en série de Taylor du premier ordre des deux fonctions $f(x(k), k)$ et $h(x(k), k)$ et Le filtre obtenu est appelé filtre de Kalman étendu (FKE). Une étude du comportement du filtre étendu se trouve dans. Cependant, en pratique, le FKE possède deux inconvénients bien connus, d'abord, la linéarisation des modèles non linéaires peut produire des filtres fortement instables si les suppositions de linéarités locales sont violées. En second lieu, la dérivation de la matrice jacobienne est non triviale dans la plupart des applications et introduit ensuite souvent des difficultés significatives d'exécution.

1.2.6. Unscented Kalman Filter (filtre de Kalman sans odeur)

1.2.6.1. Unscented Transformation:

Unscented transformation (UT) est une nouvelle méthode pour calculer les statistiques d'une variable aléatoire qui subit une transformation non linéaire. Elle est fondée sur l'intuition qu'il est plus facile d'approximer une distribution gaussienne que d'approximer une fonction non linéaire ou une transformation arbitraire [20]. Cette approche est illustrée dans la figure 1-2. Un ensemble de points (ou sigma points) sont choisis de sorte que leur moyenne et leur covariance soient \bar{x} et P_{xx} .

La fonction non linéaire est appliquée à chaque point alternativement pour rapporter un nuage de points transformés, \bar{y} et P_{yy} sont leurs statistiques. Bien que cette méthode ait une ressemblance superficielle à des méthodes de type Monte Carlo,

il y a une différence extrêmement importante et fondamentale. Les échantillons ne sont pas choisis au hasard mais plutôt selon un algorithme spécifique et déterministe. Des informations d'ordre supérieur sur la distribution peuvent être capturées en utilisant seulement un nombre très petit de points.

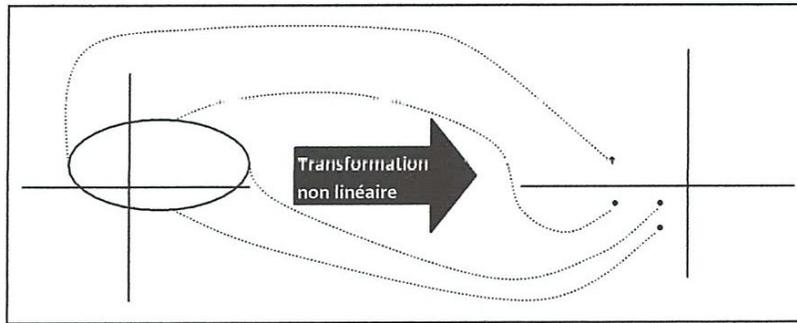


Figure 1.2: Principe de Unscented Transformation

Une variable aléatoire x de dimension n , de moyenne \bar{x} et de covariance P_{xx} est approximée par $2n + 1$ points pondérés donnés par:

$$\begin{aligned}
 x_0 &= \bar{x} & W_0 &= \frac{k}{(n+k)} \\
 x_i &= \bar{x} + (\sqrt{(n+k)P_{xx}})_i & W_i &= \frac{1}{2(n+k)} \\
 x_{i+n} &= \bar{x} - (\sqrt{(n+k)P_{xx}})_i & W_{i+n} &= \frac{1}{2(n+k)}
 \end{aligned} \tag{1.44}$$

Où $k \in \mathbb{R}$, $(\sqrt{(n+k)P_{xx}})_i$ est la i ème ligne ou colonne de la racine carrée de la matrice $(n+k)P_{xx}$ et W_i est le poids associé avec le i ème point, tel que La procédure de transformation est comme suit:

- ❖ la fonction non linéaire f est appliquée à chaque point x_i pour obtenir l'ensemble de points transformés (sigma) $\{y_i\}_{i=0, \dots, 2n}$

$$y_i = f(x_i) \tag{1.45}$$

- ❖ La moyenne est donnée par la somme pondérée des points transformés,

$$\bar{y} = \sum_{i=0}^{2n} W_i y_i \quad (1.46)$$

❖ La covariance est donnée par,

$$P_{yy} = \sum_{i=0}^{2n} W_i \{y_i - \bar{y}_i\} \{y_i - \bar{y}_i\}^T \quad (1.47)$$

Les propriétés de cet algorithme ont été étudiées en détail dans [6] et [10].

Puisque la moyenne et la covariance de x sont capturées avec précision jusqu'au deuxième ordre, les valeurs calculées de la moyenne et de la covariance de y sont aussi bien correctes au deuxième ordre. Ceci signifie que la moyenne est calculée à un ordre plus supérieur d'exactitude ou de précision que le filtre de Kalman étendu (FKE), tandis que la covariance est calculée à la même ordre d'exactitude. Cependant, il y a d'autres avantages d'exécution. Puisque c'est la distribution de x qui est approchée plutôt que $f(\cdot)$, son développement en séries n'est pas tronqué à un ordre particulier. Il est possible de montrer que l'algorithme de cette transformation peut incorporer partiellement l'information des ordres plus élevés [5], menant à une plus grande précision.

La moyenne et la covariance sont calculées en utilisant des opérations standard de vecteurs et de matrices. Cela signifie que l'algorithme convient à n'importe quel choix du modèle de processus, et l'implémentation est extrêmement rapide parce qu'il n'est pas nécessaire d'évaluer la Jacobienne contrairement à l' FKE.

1.2.6.2. Unscented Filter

Les processus de transformation qui se produisent dans un filtre de Kalman comprennent les étapes suivantes:

- La prédiction d'un nouvel état du système $\hat{x}(k+1|k)$ et sa covariance associée $P(k+1|k)$. Cette prédiction doit tenir compte des effets du bruit du processus.
- la prédiction de l'observation prévue $\hat{z}(k+1|k)$ et la covariance d'innovation $P_{yy}(k+1|k)$. Cette prédiction devrait inclure les effets du bruit d'observation.
- Finalement, on prédit la matrice de corrélation $P_{xz}(k+1|k)$.

Ces étapes peuvent être facilement adaptées en restructurant légèrement le vecteur d'état et les modèles du processus et d'observation. D'abord, le vecteur d'état est augmenté avec les termes de processus et de bruit pour donner un vecteur d'ordre $n^a = n + q$.

1. L'application de l'équation (1.44) au système augmenté indiqué par l'équation (1.57) pour créer l'ensemble de points sigma.
- 2- L'ensemble transformé de points est donné en substituant chaque point à travers le modèle de processus,

$$\mathcal{X}_i(k+1) = f(\mathcal{X}_i^a(k|k), u(k), k) \quad (1.48)$$

- 3- La moyenne prédite est calculée comme

$$\hat{\mathcal{X}}(k+1|k) = \sum_{i=0}^{2n^a} W_i \mathcal{X}_i(k+1|k) \quad (1.49)$$

- 4- Et la covariance prédite est calculée comme

$$P(k+1|k) = \sum_{i=0}^{2n^a} W_i \{ \mathcal{X}_i(k+1|k) - \hat{\mathcal{X}}(k+1|k) \} \{ \mathcal{X}_i(k+1|k) - \hat{\mathcal{X}}(k+1|k) \}^T \quad (1.50)$$

- 5- La fonction non linéaire d'observation $h(\cdot)$ est appliquée à chaque point prédit $\mathcal{X}_i(k+1|k)$ pour obtenir les points $z_i(k+1|k)$,

$$z_i(k+1|k) = h(\mathcal{X}_i(k+1|k), u(k), k) \quad (1.51)$$

6- L'observation prédite est calculée par

$$\hat{z}(k+1|k) = \sum_{i=0}^{2n^a} W_i z_i(k+1|k) \quad (1.52)$$

7- Puisque le bruit d'observation est additif et indépendant, la covariance de l'innovation est:

$$P_{yy}(k+1|k) = R(k+1|k) + \sum_{i=0}^{2n^a} W_i \{z_i(k+1|k) - \hat{z}(k+1|k)\} \{z_i(k+1|k) - \hat{z}(k+1|k)\}^T \quad (1.53)$$

8- Finalement, la matrice de corrélation est déterminée par

$$P_{xz}(k+1|k) = \sum_{i=0}^{2n^a} W_i \{X_i(k+1|k) - \hat{x}(k+1|k)\} \{X_i(k+1|k) - \hat{x}(k+1|k)\}^T \quad (1.54)$$

Le vecteur

$$x^a(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ v(k) \end{bmatrix} \quad (1.55)$$

Le modèle du processus est récrit en fonction de $x^a(k)$,

$$x(k+1) = f(x^a(k), u(k), k) \quad (1.56)$$

et unscented transformation utilise $2n^a + 1$ sigma points qui sont tiré de

$$\hat{x}^a(k|k) = \begin{pmatrix} \hat{x}(k|k) \\ O_q \end{pmatrix} \text{ et } P^a(k|k) = \begin{bmatrix} P(k|k) & P_{xv}(k|k) \\ P_{xv}(k|k) & Q(k) \end{bmatrix} \quad (1.57)$$

1.2.6.3. The Scaled Unscented Kalman Filter (SUKF)

Julier et Uhlmann ont décrit « Unscented Transformation » (UT) qui approxime une distribution de probabilité en utilisant un nombre restreint de points [4], [7]. Ces points sont propagés à travers le véritable système non linéaire, et

permettent l'estimation de la moyenne et la covariance postérieure précises au deuxième et au troisième ordre pour n'importe quelle non linéarité [5].

Comme décrit précédemment, UT approxime une variable aléatoire X de dimension n , de moyenne \hat{x} et de covariance P par $(2n + 1)$ échantillons.

Comme la dimension de l'espace d'état augmente, le rayon de la sphère qui borne tout les points augmente également. Pour commander ceci, nous utilisons la méthode de Julier pour mesurer les points (échantillons) [5]. Les nouveaux points et les poids utilisés pour trouver la moyenne sont:

$$x'_i = x_0 + a(x_i - x_0)$$

$$W'_i = \begin{cases} \frac{W_0}{a^2} + 1 - \frac{1}{a^2} & i = 0 \\ \frac{W_0}{a^2} & i \neq 0 \end{cases} \quad (1.58)$$

la covariance est trouvée en utilisant l'ensemble modifié de poids

$$W''_i = \begin{cases} \frac{W_0}{a^2} + 2 - \frac{1}{a^2} - a^2 + \beta & i = 0 \\ \frac{W_0}{a^2} & i \neq 0 \end{cases} \quad (1.59)$$

Où β est un autre paramètre réglable. La moyenne et la covariance sont données par :

$$y'_i = f(x'_i) \quad (1.60)$$

$$\hat{y}' = \sum_{i=0}^{2n} W'_i y'_i \quad (1.61)$$

$$P'_{yy} = \sum_{i=0}^{2n} W''_i \{y'_i - \hat{y}'\} \{y'_i - \hat{y}'\}^T \quad (1.62)$$

Il ne reste qu'à placer les paramètres réglables, α , et β . Nous suivons les recommandations de Julier de prendre $\beta = 2$.

Pour capturer une partie du terme du quatrième ordre dans le développement en série de Taylor de la covariance. Nous choisissons

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{n}}$$

Pour rendre le diamètre de point indépendant de la taille du vecteur d'état. UT estime efficacement la moyenne et la variance transformées [13], ainsi nous nous attendons à ce que l'estimation soit plus précise si la distribution antérieure est approximativement uniformément prélevée. La matrice de covariance estimée P'_{yy} est garantie d'être semi définie positive si tous les poids non transformés soient non négatifs, qui établit la condition $k > 0$. Nous voulons également que les poids transformés soient non négatifs pour la robustesse (si un point a un poids essentiellement négatif, alors une non linéarité peut mener à une moyenne estimée biaisée et covariance gonflée), ce qui établit la condition stricte

$$k > n^2 - n.$$

Nous choisissons réellement de rendre tous les poids transformés égaux, de sorte que

$$k = n^2 - (n/2).$$

Unscented Kalman filter [8], [9] (UKF) emploie l'UT pour les deux transformations (modèle de processus et fonction d'observation) exigées par le filtre de Kalman. Il fournit une estimation minimum de l'erreur quadratique moyenne (MMSE) de l'état d'un système discret non linéaire

$$\begin{aligned} x(k+1) &= f(x(k), u(k), v(k), k) \\ z(k) &= h(x(k), u(k), k) + w(k) \end{aligned} \quad (1.63)$$

Où $x(k)$ est l'état du système à l'instant k , $f(k)$ et $h(k)$ sont des fonctions non linéaires du système et d'observation, $u(k)$ est le vecteur d'entrée, $v(k)$ est le bruit de processus, $z(k)$ est l'observation, et $w(k)$ est un bruit additif de mesure. v et w sont supposés de moyennes nulles et

$$\begin{aligned} E[v(k)v^T(j)] &= \delta_{kj}Q(k) \\ E[w(k)w^T(j)] &= \delta_{kj}R(k) \end{aligned} \quad (1.64)$$

$$\delta_{kj} = 1 \text{ pour } k = j$$

$$E[v(k)w^T(j)] = 0, \forall k, j$$

Une matrice augmentée de covariance est construite avec P , Q , et R sur la diagonale. Eqs. (1.44), (1.45) fournissent alors les points échantillonnés $\mathcal{X}'_i(k+1|k)$ qui indiquent non seulement x mais également v et w .

L'état prédit $\hat{\mathcal{X}}(k+1|k)$ et sa covariance $P(k+1|k)$ sont estimés comme

$$\mathcal{X}'_i(k+1|k) = f(\mathcal{X}'_i(k), u(k), k) \quad (1.65)$$

$$\hat{\mathcal{X}}(k+1|k) = \sum_{i=0}^{2n} W'_i \mathcal{X}'_i(k+1|k) \quad (1.66)$$

$$P(k+1|k) = \sum_{i=0}^{2n} W''_i \{ \mathcal{X}'_i(k+1|k) - \hat{\mathcal{X}}(k+1|k) \} \{ \mathcal{X}'_i(k+1|k) - \hat{\mathcal{X}}(k+1|k) \}^T$$

L'observation prédite \hat{z} , sa covariance P_{zz} , et la corrélation P_{xz} sont estimées

comme :

$$z_i(k+1|k) = h(\mathcal{X}'_i(k+1|k), u(k), k)$$

$$\hat{z}(k+1|k) = \sum_{i=0}^{2n} W'_i z_i(k+1|k)$$

$$P_{zz} = \sum_{i=0}^{2n} W''_i \{ z_i(k+1|k) - \hat{z}(k+1|k) \} \{ z_i(k+1|k) - \hat{z}(k+1|k) \}^T$$

$$P_{xz} = \sum_{i=0}^{2n} W''_i \{ \mathcal{X}'_i(k+1|k) - \hat{\mathcal{X}}(k+1|k) \} \{ z_i(k+1|k) - \hat{z}(k+1|k) \}^T$$

L'état estimé $\hat{x}(k/j)$ à l'instant k , et sa covariance $P(k/j)$, donnant toutes les observations jusque et y compris l'instant j , sont mis à jour comme suit :

$$P_{yy}(k+1|k) = R(k+1) + P_{zz}(k+1|k)$$

$$K(k+1) = P_{xz}(k+1|k) P_{yy}^{-1}(k+1|k) \quad (1.67)$$

$$\hat{\mathcal{X}}(k+1|k) = \hat{\mathcal{X}}(k+1|k) + K(k+1)(z(k+1) - \hat{z}(k+1|k)) \quad (1.68)$$

$$P(k+1|k+1) = P(k+1|k) - K(k+1)P_{yy}(k+1|k)K^T(k+1) \quad (1.69)$$

Où K est le gain du filtre de Kalman.

Pour les fonctions linéaires, UKF est équivalent au filtre de Kalman (FK). La complexité informatique de UKF est identique au FKE, mais elle est plus précise et n'exige pas la dérivation de n'importe quelles Jacobiennes.

1.3. Conclusion

Dans cette partie nous avons cité les différents filtres utilisés pour l'estimation d'état, commençant par le filtre de Kalman standard qui est conçu pour estimer les états des modèles linéaires, puis nous avons étudié l'extension du filtre de Kalman pour les modèles non linéaires, qui consiste à linéariser le modèle non linéaires autour des points de fonctionnements. Et on a terminé par l'étude d'un nouveau filtre créé récemment par Julier et Uhlmann, il s'agit de Unscented Kalman Filter (filtre de Kalman sans parfum).

Chapitre 2

ESTIMATION PAR FILTRAGE **PARTICULAIRE**

2.1 Introduction :

La recherche en filtrage non linéaire est fortement motivée par ses nombreuses applications. Il s'agit d'un problème qui n'admet en générale aucune solution de dimension finie. Avec le filtre de Kalman étendu et sensible aux non linéarités du système, et les méthodes numériques de maillage fortement dépendants de la dimension de l'espace, les méthodes particulièrement adaptées a ce problème. Elles proposent d'approcher la loi conditionnelle recherchée par une mesure empirique et par un système de particules aléatoire évoluant avec le signal et les observations. Néanmoins, les méthodes particulières classiques présentent elles aussi des faiblesses qui les rendent parfois inefficaces.

2.2. Concept :

L'estimation d'un point de vue concert est souvent confrontée à la nature non gaussienne des système, a la non linéarité et a la non stationnarité. La conséquence directe qui en ressort, est l'impossibilité de mettre au point des modèles suffisants, c'est -à-dire sachant tenir compte de toutes ces complexité. Le critère standard tel le maximum de vraisemblance, le maximum a posteriori ou l'estimateur des moindres carrés, ne sont plus valides dans un tel environnement

Les méthodes sous -optimales tel que le filtre de Kalman étendu ou telles que les méthodes basées sur des sommes de Gaussiennes (« Gaussia sum approximations »), s'appliquent relativement facilement d'un point de vus pratique. Elles ne savent cependant pas tenir compte des transformations subies par les variables aléatoires inhérentes à ce type d'environnement et aboutissent à des performances moindres [15] Les méthodes de Monte Carlo se posent alors comme une alternative a priori séduisante ce type de méthodes est basé sur les récentes avancées en statistiques appliquées et profitent surtout largement des augmentations de la puissance des

derniers calculateurs. Elles sont intéressantes du fait qu'elles ne nécessitent au départ aucune hypothèse restrictive sur la probabilité des distributions des données. d'un point de vue bayésienne, les méthodes séquentielle de Monte Carlo (MSMC) permettent de déterminer la distribution de probabilité a posteriori d'une variable. elle s'emploient également dans le contexte du maximum de vraisemblance.

Les filtres particulaires (en anglais « particle filter ») sont des méthodes séquentielles de Monte Carlo. Ils permettent une représentation complète de la distribution a posteriori des états, de telle sorte que les estimations statistiques puissent être calculées facilement. Forts de ces propriétés, les filtres particulaires (FP) peuvent ainsi faire face à toutes sortes de non linéarités et trouvent rapidement des applications concrètes très convaincantes

2.3 Problème de filtrage à temps discret :

Nous rappelons ici le problème d'estimation à temps discret. Soit x_k un processus stochastique à réalisation markovienne dont la dynamique est régie par :

$$x_{k+1} = f_k(x_k, v_k) \quad (2.1)$$

Ou f_k est la fonction de transition et v_k le bruit de dynamique. A des instants discrets k , des mesures y_k sont disponibles et liées à l'état par l'équation d'observation :

$$y_k = h_k(x_k, w_k) \quad (2.2)$$

Ou h_k est la fonction de mesure et w_k le bruit d'observation. Les densités de probabilité des bruit de dynamique $p(v_k)$, d'observation $p(w_k)$ et de l'état initial $p(x_0)$ sont supposées connues.

L'estimateur optimal au sens du minimum de variance coïncide avec l'espérance conditionnelle $E[x_k/Y_k = y_1, \dots, y_k]$ qui dépend de la densité de probabilité conditionnelle de l'état aux vues des observations $p(x_k|Y_k)$. L'évolution de cette

densité conditionnelle est régie par les lois de transition $p(x_k|x_{k-1})$ (Chapman – Kolmogorov) et de mesure $p(y_k|x_k)$ (Bayes). elle se calcule récursivement à partir de l'équation suivante :

$$P(x_k|Y_k) = \frac{P(x_k|Y_k) \int p(x_k|x_{k-1})p(x_{k-1}|y_{k-1})dx_{k-1}}{p(y_k|y_{k-1})} \quad (2.3)$$

L'équation (2.3) constitue la solution formelle au problème du filtrage à temps discret. mais sa résolution en dimension finie n'est possible que dans le cas très restrictif du cas linéaire gaussien

2.4 Filtrage particulaire

Le filtrage particulaire est une méthode globale qui repose sur une exploration de l'espace d'état du problème par des « particules » dont la dynamique évolue de façon aléatoire.

L'ensemble de ces particules est distribué selon la probabilité du processus à estimer, conditionnellement aux observations délivrées par le ou les capteurs. Ne nécessitant pas de résolution explicite des équations du problème, cette méthode est applicable quelle que soit la complexité de ces équations, notamment en termes de non linéarité et de non gaussianité. Aucun modèle physique, aussi réaliste soit-il, ne lui est donc inaccessible.

Le filtrage particulaire (FP) permet de résoudre les équations de filtrage sans aucune restriction. Rigoureusement, les équations du filtrage peuvent être interprétées comme un processus générateur de naissance et de morts [22]

L'opération du filtrage particulaire est basée sur la représentation de la densité a posteriori par des mesures aléatoires composées de particules et des poids et calcule des intégrales par des méthodes de Monte Carlo. Plus précisément à chaque instant k , une mesure aléatoire $\{x_{1:k}^{(m)}, \omega_{1:k}^{(m)}\}_{m=1}^N$ est définie, dont $x_k^{(m)}$ est la même particule du

signal à l'instant k , $x_{1:k}^{(m)}$ est le m -ième trajectoire du signal, et $\omega_{1:k}^{(m)}$ est le poids de même particule ou trajectoire à l'instant. Si ces particules sont obtenus à partir des observations $y_{1:k}$ la densité $P(x_{1:k}|y_{1:k})$ est approximée par :

$$P(x_{1:k}|y_{1:k}) \approx \sum_{m=1}^N \omega_k^{(m)} \delta(x_{1:k} - x_{1:k}^{(m)}) \quad (2.4)$$

si par exemple on est besoin de l'estimée de $E(f(x_{1:k}))$, dont $f(\cdot)$ est une fonction de $x_{1:k}$ l'estimée peut facilement être calculée par :

$$\hat{E}(f(x_{1:k})) = \sum_{m=1}^N \omega_k^{(m)} f(x_{1:k}^{(m)}) \quad (2.5)$$

L'estimateur particulaire est dans sa version la plus simple constitué de N « particules » qui évoluent en parallèle [14]. Chaque particule évolue en fonction des mesures relevées par les capteurs à l'instant d'échantillonnage k , et simule une « trajectoire » possible, c'est à dire l'évolution d'un processus respectant les mêmes équations que le processus à estimer. Chaque particule fournit en sortie deux informations :

Un vecteur d'état de même structure que le vecteur d'état du processus à estimer. une grandeur scalaire appelée poids, représentative de la probabilité que ce vecteur soit celui du processus à estimer.

Dans l'implémentation du filtrage particulaire, il ya trois opérations importantes :

- génération de particules (l'étape d'échantillonnage : sample step),
- calcul des poids de particules (l'étape de pondération : importance setp), et
- rééchantillonnage (resampling)

Les deux premières étapes du filtrage particulaire sont appelées : échantillonnage pondéré séquentiel en anglais sequential importance sampling filter (SIS). Le filtre qui

regroupe les trois opérations est appelé échantillonnage pondéré séquentiel avec ré échantillonnage en anglais sequential importance resampling (SIR), [14].

2.4.1 Générations de particules

➤ Initialisation :

La densité de probabilité initiale de l'état $p(x_0)$ est approchée par un peigne de Dirac de N particules :

$$P(x_0) = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N \delta_{x_0^m}(x_0) \quad (2.6)$$

Où δ_x désigne la mesure de Dirac de support x et N le nombre de particules. Le support particulaire initial $\{x_0^m\}_{m=1, \dots, N}$ est obtenu par tirage aléatoire conformément à $p(x_0)$.

➤ Prédiction –exploration a priori

C'est à ce stade que le modèle dynamique du système entre en jeu , chaque particule x_k^m évolue indépendamment selon le flot stochastique de l'équation dynamique

$$x_k^m = f_k(x_{k-1}^m, v_{k-1}^m) \quad (2.7)$$

Par tirage aléatoire du bruit de dynamique v_{k-1}^m selon la densité de probabilité $p(v_{k-1})$ [21].

2.4.2 Calcul des poids (correction) ou encore étape de pondération

L'étape de pondération ou de correction consiste de deux étapes : calcul des poids et normalisations, en utilisant la mesure y_k pour pondérer chacun de particules en accord avec le rapport bayésien , c'est à la présence de la mesure y_k , on calcule l'innovation $\gamma^m = y_k - h(x_k^m)$ et à partir de cette innovation on peut calculer récursivement le poids de chacun de particules (initialement égaux à $(1/N)$ selon :

$$\tilde{\omega}_k^m = \omega_{k-1}^m p(y_k | x_k^m) \quad (2.8)$$

Après on fait la normalisation de ces poids selon l'expression :

$$\omega_k^m = \frac{\tilde{\omega}_k^m}{\sum_{m=1}^N \tilde{\omega}_k^m} \quad (2.9)$$

et ce pour garantir que la somme de poids est égale à 1, $\sum_{m=1}^N \omega_k^m = 1$

dans une majorité de système, le bruit de mesure est additif gaussien,

$$y_k = h(x_k) + w_k$$

Avec $E[w_k] = 0$ et $E[w_k w_k^T] = R_w$

La densité de probabilité de mesure est donc suit une loi gaussienne et s'exprime alors par :

$$P(y_k | x_k^m) = N(y_k, 0, R_w)$$

Ce support d'état discret et pondéré constitue l'approximation particulaire de la densité de l'état x_k au vues de la série de mesures jusqu'à l'instant courant

$$Y_k = y_1, \dots, \dots, \dots, y_k$$

➤ Choix de la densité d'importance

En effet l'expression de mise à jour des poids associes aux particules est donnée par :

$$\tilde{\omega}_k^m = \omega_{k-1}^m \frac{P(y_k | x_k^m) P(x_k | x_{k-1}^m)}{\pi(x_k^m | x_{1:k-1}^m, y_{1,\dots,k})}$$

Avec $\pi(x_k^m | x_{1:k-1}^m, y_{1,\dots,k})$: la densité d'importance des poids.

Pour limiter la dégénérescence et minimiser la variance des poids on choisit la densité d'importance $\pi(x_k^m | x_{1:k-1}^m, y_{1,\dots,k}) = P(x_k | x_{k-1}^m)$, ce qui rend l'expression des poids égale à :

$$\tilde{\omega}_k^m = \omega_{k-1}^m P(y_k | x_k^m)$$

Pour plus de détails le lecteur est invité de voir [16] et [17].

➤ **Calcul de l'estime :**

L'estimateur à minimum de variance \hat{x}_k n'est rien d'autre que la somme pondérée des états particuliers x_k^m

$$\bar{x}_k = \sum_{m=1}^N \omega_k^m x_k^m \quad (2.11)$$

Est possible de calculer n'importe quel moment de la distribution conditionnelle, et notamment la covariance de l'erreur d'estimation \hat{P}_k qui fournit un intervalle de confiance sur l'estimé :

$$\bar{P}_k = \sum_{m=1}^N \omega_k^m (x_k^m - \bar{x}_k)(x_k^m - \bar{x}_k)^T \quad (2.12)$$

2.4.3 Rééchantillonnage (redistribution) :

Toute méthode de simulation séquentielle de type Monte Carlo souffre du phénomène de dégénérescence, au sens où après quelques itérations, les poids non négligeables tendent à se concentrer sur une seule particule. Afin de limiter ce phénomène, une étape de ré échantillonnage peut être insérée en fin de chaque cycle. L'idée de rééchantillonnage est d'enlever ou de supprimer les particules qui ont des poids faible et de dupliquer ceux de poids élevé, voir figure (2.1), [22] et [16], c'est à dire, selon les poids de ces particules (parents) on peut tirer des particules descendants ou « babies » dont, le nombre de babies assortissant de particule parent x^i est proportionnelle à son poids ω_i , de tel sorte que la somme de ces babies est égale à N (nombre de particules générés au départ) et à la fin de cette étape de ré échantillonnage les poids de nouveaux particules ou babies sont tous égaux à $1/N$.

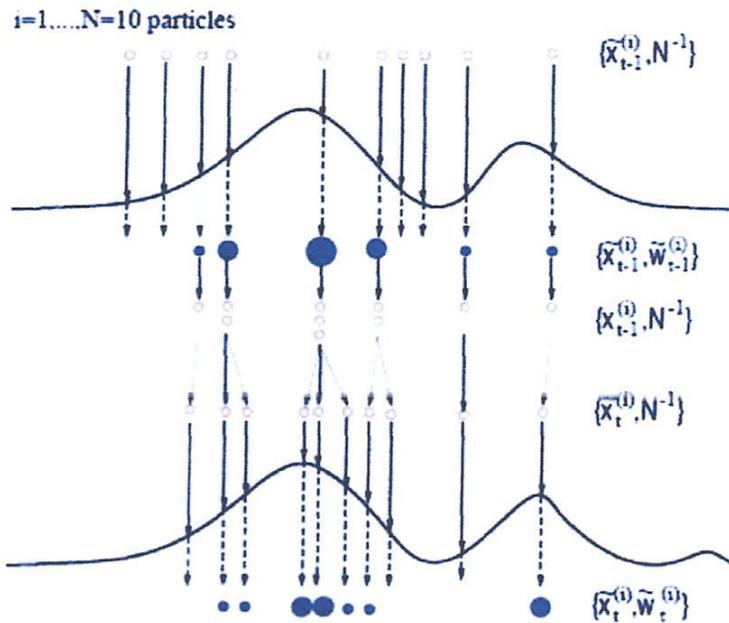


Figure 2.1 : Duplication et suppression de particules : étape de rééchantillonnage

Cette étape de redistribution ou de rééchantillonnage peut soit être appliquée systématiquement, soit être déclenchée seulement lorsqu'un critère d'efficacité du filtre passe en deçà d'un certain seuil, généralement, cette opération se déclenche lorsque le nombre de particules efficace donné par $N_{eff} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N \omega_i^2}$ est inférieure à N_{seuil} .

Avec

N_{eff} : est le nombre de particules de poids élevés, portant réellement l'information et qui représente la distribution.

N_{seuil} : est un nombre fixé empiriquement.

Dans la littérature, on peut trouver plusieurs méthodes utilisées pour le rééchantillonnage, les plus utilisées sont : la méthode systématique (SR) et la méthode résiduelle (RR). Dans notre algorithme, nous avons utilisé la première.

Rééchantillonnage systématique (SR)

La méthode de rééchantillonnage systématique (SR) utilise un nombre aléatoire uniforme U selon $U \sim u [0, 1/N]$, et $U^{(m)} = U + (m - 1)/N$. La figure (2.1) illustre graphiquement la méthode SR pour les cas de $N = 5$ particules avec des poids donné au tableau associé. SR calcule au début la somme cumulative des poids $C^{(m)} = \sum_{i=1}^M \omega^{(i)}$, puis comparé $C^{(m)}$ avec la mise à jour du nombre uniforme $U^{(m)}$, et ce pour $m = 1, \dots, N$. le nombre uniforme U^0 est généré par tirage à partir de la distribution uniforme $u [0, 1/N]$ et mis à jour par $U^{(m)} = U^{(m-1)} + 1/N$.

le nombre de réplification du particule m est déterminé comme le nombre de mis à jour du nombre uniforme est dans le rang $[C^{(m-1)}, C^{(m)}]$. pour le particule 1, U^0 et $U^{(1)}$ appartiennent au rang $[0, C^{(1)}]$, de sorte que ce particule est replié deux fois, dont il est montré avec deux flèches qui correspond au premier particule. les particules 2 et 3 sont repliés une fois pour chacun. le particule 4 est rejeté ($r^{(4)} = 0$) car il n'ya pas de $U^{(m)}$ pour $m = 1, \dots, N$ apparut dans le rang $[C^{(3)}, C^{(4)}, [14]$.

m	$\omega^{(m)}$	$r^{(m)}$
1	7/20	2
2	6/20	1
3	2/20	1
4	2/20	0
5	3/20	1

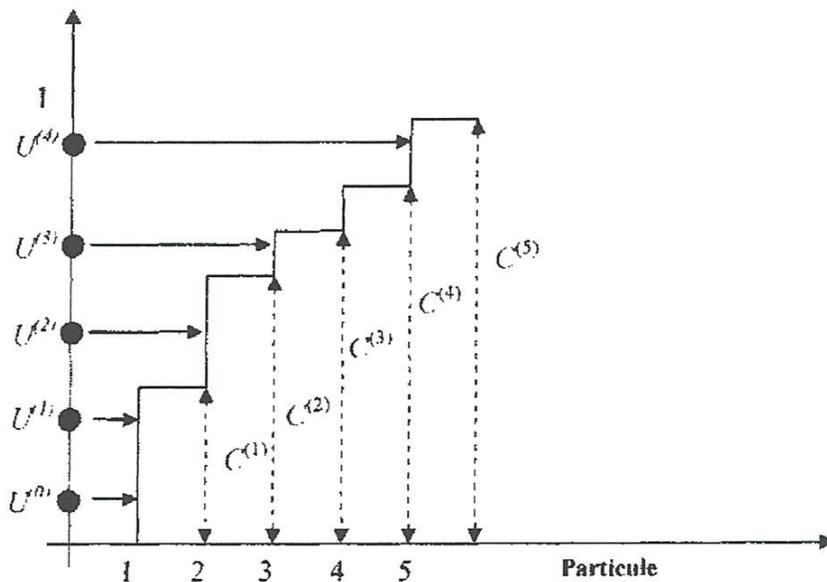


Figure 2.2 : rééchantillonnage systématique pour un exemple de $N=5$ particules

L'algorithme de ré échantillonnage systématique SR complet est donné ci –dessous

L'algorithme SR

proposition : génération d'un tableau de facteurs de réplification $\{r^{(m)}\}_{m=1}^N$

entrées : tableaux de poids $\{\omega^{(m)}\}_{m=1}^N$

Méthode :

$(r) = SR(\omega, N)$

$U \sim u[0, 1/N]$ // génère un nombre aléatoire U

$s = 0$

// initialisation de la somme cumularive des poids

for $m = 1:N$

$k = 0$ // compteur de facteur de réplification

$s = s + \omega^{(m)}$

// mise à jour de la somme cumulative des poids

While $(s > U)$ // boucle de rééchantillonnage

$k = k + 1$

$U = U + 1/N$

end

$r^{(m)} = k$

// enregistrement des facteurs de réplification

end

Algorithme de filtrage particulaire :**(Échantillonnage d'importance séquentielle & rééchantillonnage (SIR))**❖ **Initialisation :**

Générer un ensemble de particules x_0^m de poids $\omega_0^m = 1/N$ selon la densité $p(x_0)$

pour $m = 1, \dots, \dots, \dots, N$ N : nombre de particules

❖ **Génération de particules**

$x_k^m = f(x_{k-1}^m, v_{k-1})$ selon la densité $p(x_k|x_{k-1})$

❖ **Calcul de poids**

$$y_{pred}^k = h(x_k^m, w_k) \text{ selon } p(y_k|x_k)$$

à la présence de la mesure courante $y_{réel}^k$ on calcule l'innovation :

$$innov(k) = y_{réel}^k - y_{pred}^k$$

et ce pour le calcul des poids associés aux particules comme suit :

$$\tilde{\omega}_k^m = \omega_{k-1}^m P(y_k|x_k^m)$$

Avec $P(y_k|x_k^m)$ suit une loi normal (gaussienne).

$$P(y_k|x_k^m) = \frac{1}{2\pi \det(R_w)} \exp(-0.5[(innov(k))^T \cdot R_w^{-1} \cdot (innov(k))])$$

la normalisation s'effectue comme suit

$$\omega_k^m = \frac{\tilde{\omega}_k^m}{\sum_{m=1}^N \tilde{\omega}_k^m}$$

Puis on calcule le nombre de particules efficace selon :

$$N_{eff} = \frac{1}{\sum_{m=1}^N (\omega_k^m)^2}$$

Et de le comparer avec le N_{seuil} fixé au départ, si le $N_{eff} < N_{seuil}$ dans ce cas on fait

appel à l'algorithme de rééchantillonnage (SR).

Chapitre 3

Modélisation des trajectoires

3.1. Estimation d'état et paramètres

La situation des systèmes linéaires avec des paramètres inconnus peut être mise dans le cadre de l'estimation non linéaire d'état en augmentant l'état de base.

L'état de base est l'état de système avec les paramètres supposé connus. Notant que des paramètres inconnus comme vecteur, l'état augmenté sera le vecteur empilé comprenant l'état de base x et θ

$$X(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

L'équation dynamique linéaire de, avec l'entrée connue u et le processus de bruit v

$$x(k+1) = Fx(k) + Gu(k) + v(k) \quad (3.2)$$

Et l'équation dynamique du vecteur des paramètres (supposé invariant dans le temps)

$$\theta(k+1) = \theta(k) \quad (3.3)$$

Peuvent être réécrites comme équation dynamique non linéaire pour l'état augmenté

$$X(k+1) = f(X(k), u(k)) + v(k) \quad (3.4)$$

Cette équation non linéaire résultante est alors utilisée pour estimer l'état augmenté entier.

3.2. Modélisation de trajectoires

Le suivi automatique de trajectoire est un problème classique du domaine de la robotique. Les principales difficultés résident dans le fait de disposer ou non modèles satisfaisants et de pouvoir ou non compenser les mouvements de la cible.

3.2.1. Trajectoires rectilignes

Nous pouvons écrire des équations des mouvements rectilignes en fonction de coordonnées pluckériennes α et d [18].

Ou :

d : est la distance perpendiculaire à la droite passant par l'origine des coordonnées

α : est l'angle que fait la droite avec l'axe des abscisses.

On représente le mouvement sur une droite quelconque par les grandeurs suivantes :

- La distance parcourue s .
- La vitesse de déplacement $v = \dot{s}$
- L'accélération $a = \ddot{s}$

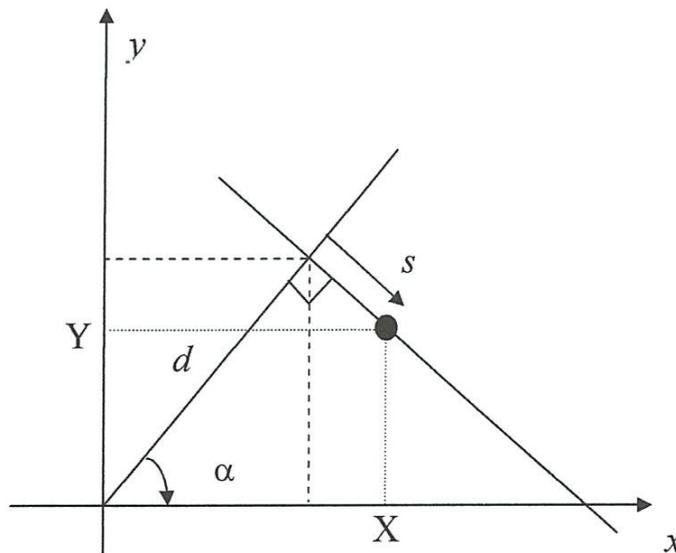


Figure 3.1 Modélisation d'une droite

Cette représentation permet d'avoir un découplage entre les mouvements et la trajectoire.

3.2.1.1. Mouvement rectiligne à vitesse constante

L'état de base d'un mouvement rectiligne à vitesse constante est :

$$\begin{cases} s = (t_k - t_{k-1})v + s_0 \\ v = \frac{ds}{dt} = \dot{s} \end{cases} \quad (3.5)$$

Où

s est la distance parcourue, v la vitesse et $(t_k - t_{k-1})$ la différence du temps.

En temps discret ces équations deviennent :

$$\begin{cases} s(k) = (t_k - t_{k-1})v(k-1) + s(k-1) \\ v(k) = v(k-1) \end{cases} \quad (3.6)$$

Posons $\begin{cases} x_1(k) = s(k) \\ x_2(k) = v(k) \end{cases}$ on obtient

$$x(k) = \begin{cases} x_1(k) = x_1(k-1) + Tx_2 \\ x_2(k) = x_2(k-1) \end{cases} \quad (3.7)$$

L'équation du vecteur des paramètres est $\theta(k) = \begin{cases} \alpha \\ d \end{cases}$

$$\begin{cases} x_3(k) = \alpha \\ x_4(k) = d \end{cases} \quad \text{on obtient} \quad \begin{cases} x_3(k) = x_3(k-1) \\ x_4(k) = x_4(k-1) \end{cases} \quad (3.8)$$

Parce qu'ils sont invariants dans le temps.

Donc l'état augmenté sera

$$X(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \end{bmatrix}$$

$$X(k) = \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(k-1) + Tx_2(k-1) \\ x_2(k-1) \\ x_3(k-1) \\ x_4(k-1) \end{bmatrix}$$

$$X(k) = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} X(k-1) \quad (3.9)$$

Sous la forme

$$X(k+1) = FX(k)$$

La fonction de mesure est une fonction non linéaire relie l'état de base avec les paramètres inconnus du mouvement rectiligne (droite) selon les deux équations suivants :

$$\begin{cases} X = d \cos(\alpha) + s \sin(\alpha) \\ Y = d \sin(\alpha) + s \cos(\alpha) \end{cases} \quad (3.10)$$

Qui sont la position X et Y de l'objet poursuivi.

Ces équations peuvent être écrites en fonction des variables d'état comme suit :

$$z(k) = \begin{cases} X(k) = x_4(k) \cos(x_3(k)) + x_1(k) \sin(x_3(k)) \\ Y(k) = x_4(k) \sin(x_3(k)) - x_1(k) \cos(x_3(k)) \end{cases} \quad (3.11)$$

De la forme

$$z(k) = h(X(k))$$

3.2.1.2. Mouvement rectiligne à accélération constante :

L'état de base d'un mouvement rectiligne à accélération est :

$$\begin{cases} s(k) = s(k-1) + Tv(k-1) + \frac{1}{2}T^2a(k-1) \\ v(k) = v(k-1) + Ta(k-1) \\ a(k) = a(k-1) \end{cases} \quad (3.12)$$

L'équation du vecteur des paramètres reste la même que le mouvement rectiligne à vitesse constante.

Posons

$$\begin{cases} x_1(k) = s(k) \\ x_2(k) = v(k) \\ x_3(k) = a(k) \\ x_4(k) = \alpha \\ x_5(k) = d \end{cases}$$

L'état augmenté sera

$$X(k) = \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \\ x_5(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(k-1) + Tx_2(k-1) + 0.5T^2x_3(k-1) \\ x_2(k-1) + Tx_3(k-1) \\ x_3(k-1) \\ x_4(k-1) \\ x_5(k-1) \end{bmatrix}$$

$$X(k) = \begin{bmatrix} 1 & T & 0.5T^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} X(k-1) \quad (3.13)$$

De la forme $X(k+1) = FX(k)$

La fonction de mesure reste la même que le mouvement précédent, et la seule différence se trouve dans l'ordre des variables d'état.

$$z(k) = \begin{cases} X(k) = x_5(k) \cos(x_4(k)) + x_1(k) \sin(x_4(k)) \\ Y(k) = x_5(k) \sin(x_4(k)) - x_1(k) \cos(x_4(k)) \end{cases} \quad (3.14)$$

3.2.2. Trajectoire circulaire

Comme les mouvements rectilignes, les mouvements circulaires peuvent être représentés en fonction des coordonnées pluckésiennes R_0, X_0, Y_0 . Et cela pour réaliser un découplage entre le mouvement et la trajectoire [18].

Ou R_0 : est le rayon du cercle.

(X_0, Y_0) : est le centre de ce cercle.

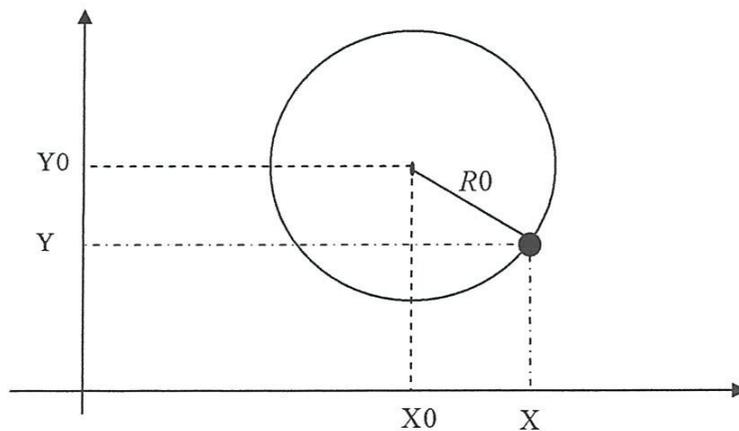


Figure 3.2 Modélisation d'un cercle

3.2.2.1. Mouvement circulaire à vitesse constante :

L'état de base d'un mouvement circulaire à vitesse constants est identique de ce du mouvement rectiligne à vitesse constants, c'est -à-dire :

$$x(k) = \begin{cases} x_1(k) = x_1(k-1) + Tx_2(k-1) \\ x_2(k) = x_2(k-1) \end{cases} \quad (3.15)$$

L'équation du vecteur des paramètres est

$$\theta(k) = \begin{bmatrix} R0 \\ X0 \\ Y0 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Posons

$$\begin{bmatrix} x_3(k) = R0 \\ x_4(k) = X0 \\ x_5(k) = Y0 \end{bmatrix}$$

L'état augmenté sera

$$X(k) = \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \\ x_5(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(k) = x_1(k-1) + Tx_2(k-1) \\ x_2(k-1) \\ x_3(k-1) \\ x_4(k-1) \\ x_5(k-1) \end{bmatrix}$$

$$X(k) = \begin{bmatrix} 1 & T & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} X(k-1) \quad (3.17)$$

De la forme

$$X(k+1) = FX(k)$$

Les équations de mesure qui décrivent la position de l'objet poursuivi sont :

$$\begin{cases} X = X0 + R0 \cos\left(\frac{s}{R0}\right) \\ Y = Y0 + R0 \sin\left(\frac{s}{R0}\right) \end{cases} \quad (3.18)$$

Cette équation peut être en fonction des variables d'état comme suit :

$$z(k) = \begin{cases} X(k) = x_4(k) + x_3(k) \cos\left(\frac{x_1(k)}{x_3(k)}\right) \\ Y(k) = x_5(k) + x_3(k) \sin\left(\frac{x_1(k)}{x_3(k)}\right) \end{cases} \quad (3.19)$$

De la forme $z(k) = h(X(k))$

3.2.2.2. Mouvement circulaire à accélération constante

L'état de base d'un mouvement circulaire à accélération constante est identique de ce du mouvement rectiligne à accélération constante

$$\begin{cases} s(k) = s(k-1) + Tv(k-1) + \frac{1}{2}T^2a(k-1) \\ v(k) = v(k-1) + Ta(k-1) \\ a(k) = a(k-1) \end{cases} \quad (3.20)$$

Et le vecteur des paramètres est le même que du mouvement circulaire à vitesse constante

$$\theta(k) = \begin{bmatrix} R0 \\ X0 \\ Y0 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Posons

$$\begin{cases} x_1(k) = s(k) \\ x_2(k) = v(k) \\ x_3(k) = a(k) \\ x_4(k) = R0 \\ x_5(k) = X0 \\ x_6(k) = Y0 \end{cases}$$

L'état augmenté sera

$$X(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \\ x_5(k) \\ x_6(k) \end{bmatrix}$$

$$X(k) = \begin{bmatrix} 1 & T & 0.5T^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} X(k-1) \quad (3.22)$$

De la forme $X(k+1) = FX(k)$

Les équations de mesure sont les mêmes que du mouvement circulaire à vitesse constante et seule différence se trouve dans l'ordre des variables d'état.

$$z(k) = \begin{cases} X(k) = x_5(k) + x_4(k) \cos\left(\frac{x_1(k)}{x_4(k)}\right) \\ Y(k) = x_6(k) + x_4(k) \sin\left(\frac{x_1(k)}{x_4(k)}\right) \end{cases} \quad (3.23)$$

3. Résultats de simulation

3.1 Introduction

Dans le cadre de l'estimation d'état et paramètres pour poursuivre des cibles, des simulations ont été exécutées à base du filtrage particulaire FP ou encore méthodes séquentielles de Monte Carlo (MSMC). Les algorithmes sont réalisés avec l'utilisation des simulations. Les trajectoires de l'objet mobile sont générées pour des mouvements rectilignes à vitesse constants, et des mouvements circulaires à vitesse constante. Cette génération de trajectoires produit divers scénarios.

La mesure $z(k)$, position de la cible est supposé acquise par un capteur que ce soit, une caméra, radar, GPS ou autres capteurs selon l'utilisation, dont ces informations seront remplacées par des données générées qui sont entachées d'un bruit blanc gaussien et additif.

3.4 Divers scénarios

3.4.1 Scénario 1:

Mouvement rectiligne à vitesse constante

Dans ce scénario, il est supposé de poursuivre ou de dépister un objet mobile qui se déplace le long d'une trajectoire rectiligne à une vitesse constante $v_0=2$ avec paramètres $d = 100$ et $\alpha = 60^\circ$ jusqu'à l'instant $k = 100$.

Le problème consiste à estimer tous les paramètres inconnus de la cible afin d'assurer une bonne poursuite. Bien sur, on suppose qu'au départ rien n'est connu.

- ❖ paramètres utilisés dans l'algorithme de filtrage particulaire :
- le vecteur d'état pour le mouvement rectiligne à vitesse constante est de dimension $n = 4$ ces états sont définis comme suit :

$$\begin{cases} x_1(k) = s(k) & \text{la distance parcourue de la cible} \\ x_2(k) = v(k) & \text{la vitesse de la cible.} \\ x_3(k) = \alpha & \text{l'angle de la trajectoire rectiligne} \\ x_4(k) = d & \text{la distance perpendiculaire traj} \end{cases}$$

les covariances des erreurs d'état, de bruit de processus et de mesure sont :

$$P(0/0) = \text{diag}(0.5, 0.5, 0.1, 10).$$

$$R_v = \text{diag}(0.01, 0.1, 0.01, 0.01)$$

$$R_w = \text{diag}(0.01, 0.01)$$

- Le vecteur d'état initial de filtre est :

$$\hat{x}(0/0) = [1.8 \quad 1.5 \quad 1.02 \quad 90]^T.$$

Sachant que ce vecteur d'état initial peut être changé d'un scénario à un autre.

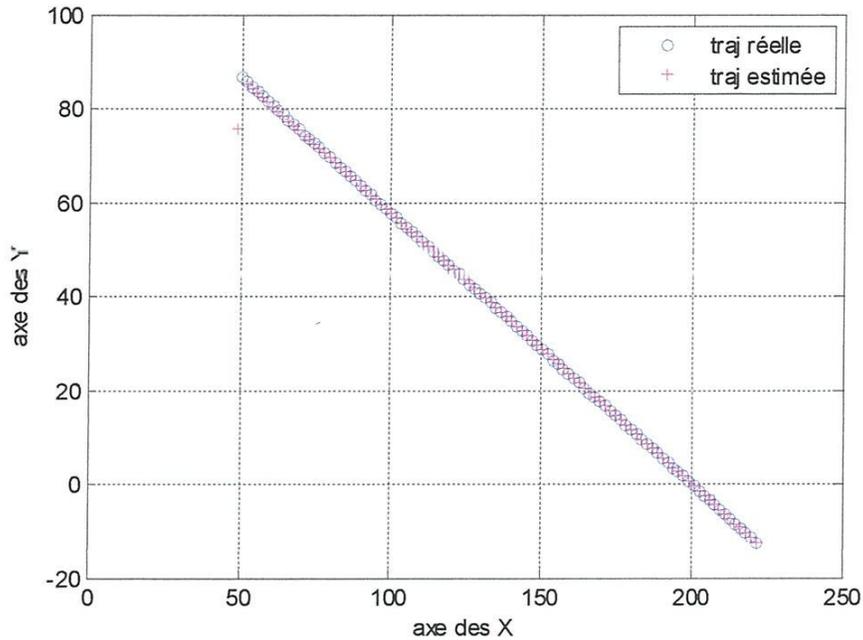


Figure 3.3 : Estimation de trajectoire

L'application de l'algorithme de poursuite à base de filtrage particulaire sur ce scénario nous a donné des très bons résultats qui sont représentés dans les figures (3.3):(3.6).la figure (3.3) montre que la trajectoire rectiligne estimer par filtrage particulaire sur laquelle se déplace l'objet cible est identique à celle de la trajectoire générées. Cette similitude est confirmée par les RMSE (rasine de l'erreur quadratique moyenne) faibles de position(x, y), et de vitesse.

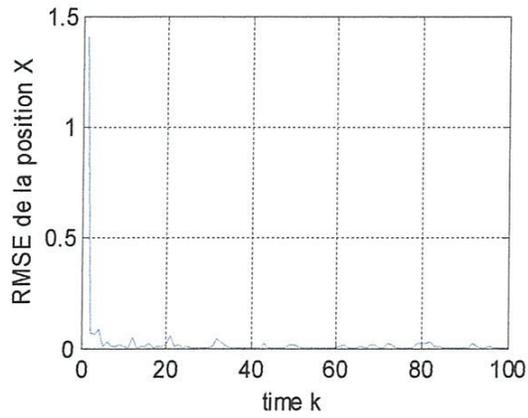


Figure 3.4 : Racine de l'erreur quadratique moyenne estimée de la position X

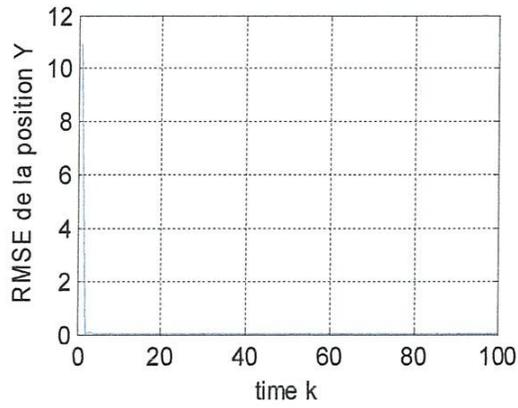


Figure 3.5 : Racine de l'erreur quadratique moyenne estimée de la position Y

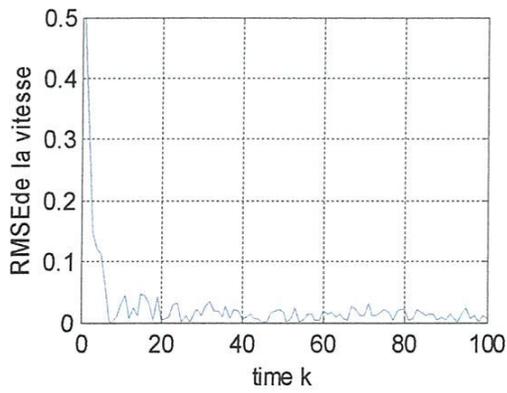


Figure 3.6 : Racine de l'erreur quadratique moyenne estimée de vitesse

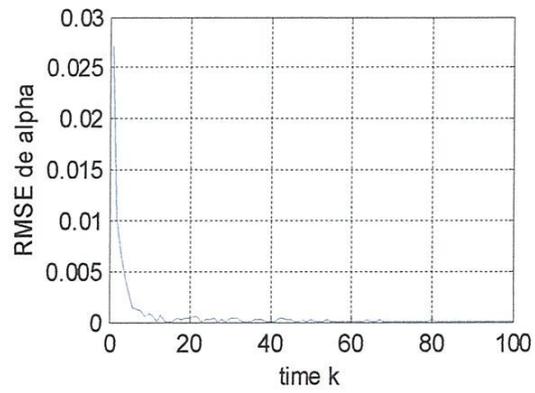


Figure 3.7 : Racine de l'erreur quadratique moyenne estimée d'alpha

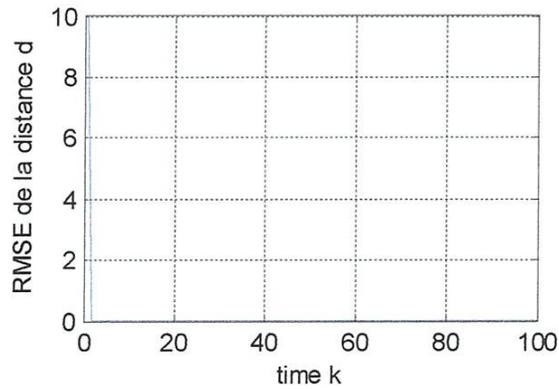


Figure 3.8 : Racine de l'erreur quadratique moyenne estimée de la distance d

Donc, ne pouvons dire que l'algorithme à base de FP converge rapidement vers la vrai modèle.

Mouvement circulaire à vitesse constante

3.4.2. Scénario 2 :

Ce scénario consiste à poursuivre un objet mobile se déplaçant le long d'une trajectoire circulaire caractérisée par le rayon $R0 = 300$ et le centre $(X0, Y0)=(10,10)$ jusqu'à l'instant $k = 100$ à une vitesse constante $V0 = 6$.

- ❖ paramètres utilisés dans l'algorithme à base de FP :
- le vecteur d'état pour les mouvements circulaires à vitesse constante est de dimension $n = 5$, ces états sont définis comme suit :

$$\begin{cases} x_1(k) = s(k) & \text{la distance parcourue de la cible.} \\ x_2(k) = v(k) & \text{la vitesse de la cible .} \\ x_3(k) = R0 & \text{le rayon de la trajectoire .} \\ x_4(k) = X0 \\ x_5(k) = Y0 \end{cases}$$

Les covariances des erreurs d'état, de bruit de processus et de mesure sont :

$$P(0/0) = \text{daig} (0.1, 0.5, 100, 40, 40).$$

$$R_V = \text{daig} (0.1, 0.5, 0.5, 0.1, 0.1).$$

$$R_W = \text{daig} (0.01, 0.01).$$

- Le vecteur d'état initial de filtre est :

$$\hat{x}(0/0) = [2 \ 5 \ 250 \ 12 \ 8]^T$$

Les résultats obtenus sont illustrés dans les figures (3.9) :(3.12) la figure (3.9) montre la bonne poursuit de l'objet mobile par l'estimateur FP durant les 100 échantillons, c'est-à-dire la convergence rapide vers qui est notre qui est le modèle du mouvement circulaire à vitesse constants.

La bonne poursuite de l'objet cible par l'estimateur FP est confirmée par les RMSE faibles en anglais (Root Mean Square Error) de position et de vitesse qui sont illustrées dans les figures (3.10) :(3.12).

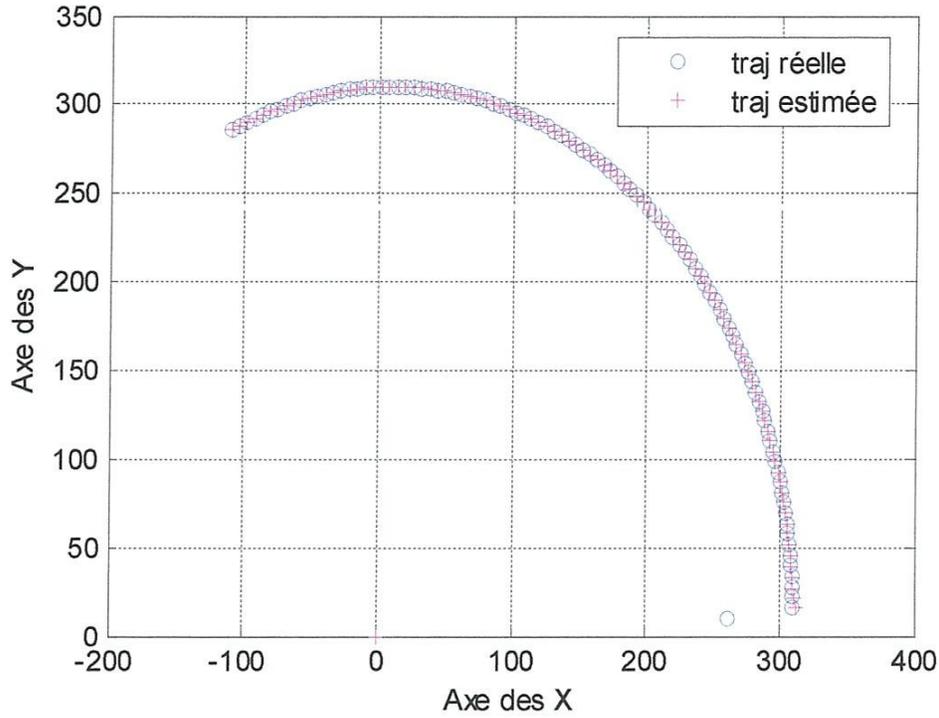


Figure 3.9 : Estimation de trajectoire par FP

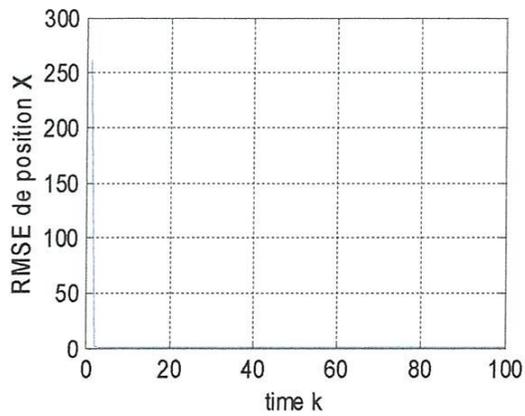


Figure 3.10 : Racine de l'erreur quadratique moyenne estimée de la position X

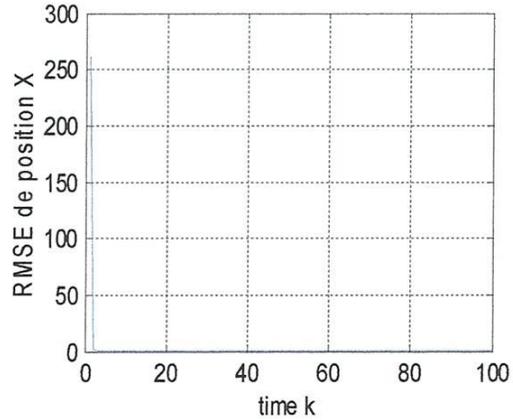


Figure 3.11 : Racine de l'erreur quadratique moyenne estimée de la position Y

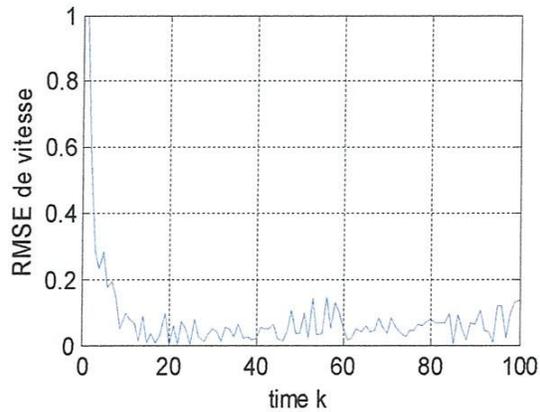


Figure 3.12 : Racine de l'erreur quadratique moyenne estimée de vitesse

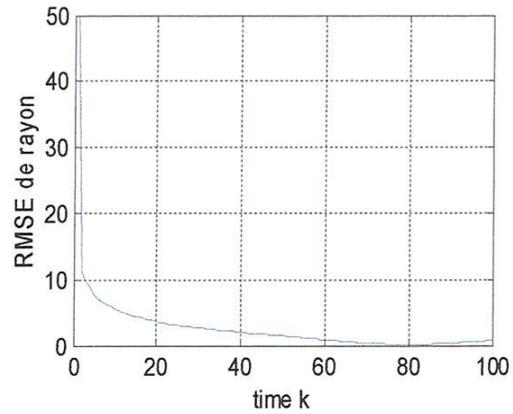


Figure 3.13 : Racine de l'erreur quadratique moyenne estimée du rayon

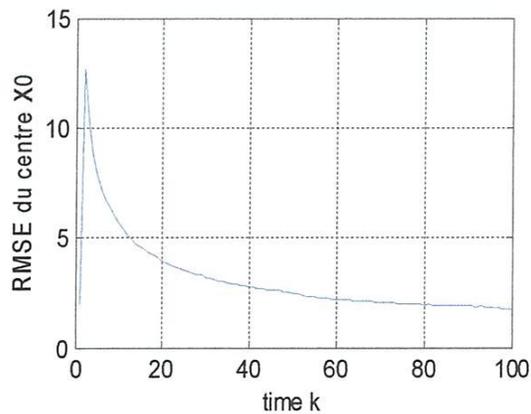


Figure 3.14 : Racine de l'erreur quadratique moyenne estimée du x_0

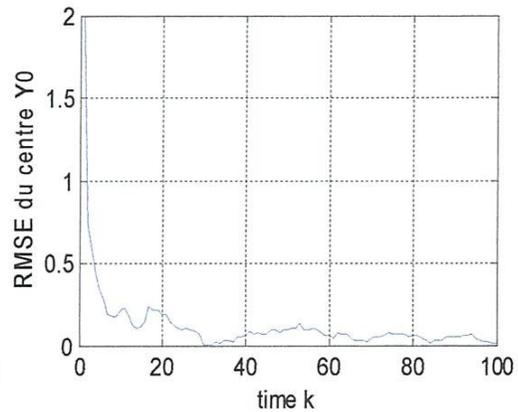


Figure 3.15 : Racine de l'erreur quadratique moyenne estimée du y_0

3.5. Conclusion

Dans ce chapitre de simulation, nous avons appliqué un algorithme ou un estimateur de poursuite d'objet mobile, il s'agit d'un algorithme à base de filtrage particulière. Dans tous les scénarios, les RMSE des paramètres de mouvements et de trajectoires (position, vitesse) sont choisies comme mesures de performances de cet algorithme. D'après les RMSE tracées pour chaque scénario, nous concluons que l'estimateur à base de filtrage particulière est capable de poursuivre efficacement tel genre de cibles. Car il s'adapte rapidement aux trajectoires effectuées par la cible, c'est-à-dire la convergence rapide vers le vrai modèle.

Conclusion
Général

Conclusion générale

Nous nous sommes intéressés dans ce travail de mémoire au filtrage ou à la poursuite mono-cibles non –linéaire par des méthodes séquentielles de Monte Carlo, motivé par de nombreuses applications. Dans le cadre bayésien que nous nous sommes fixé, le problème de filtrage revient à l'estimation de l'état a posteriori conditionnellement aux mesures. Les approches classiques tels que les filtres de Kalman étendu et le filtre de Kalman sans odeurs sont mis en défaut lorsque la loi a posteriori diffère trop de la loi gaussienne dont ils estiment les moments. Dans ce contexte, les méthodes particulières fournissent une approximation discrète de la loi a posteriori particulièrement intéressante. Elle consiste en une somme pondérée de lois de Dirac centrées en des points générées aléatoirement et dénommées particules. La propagation des particules au cours du temps s'effectue selon le principe d'échantillonnage pondéré qui permet de les guider dans les régions de forte vraisemblance. Ces méthodes ont fait l'objet de nombreuses études depuis les années 90.

L'aspect de poursuite et d'estimation du mouvement et de trajectoire d'un objet à partir des mesures bruitées est celui qui nous intéresse. Ces aspects sont étroitement liés, le bon déroulement de l'un implique la bonne réalisation de l'autre.

Les modèles de trajectoires générées sont non linéaires, ce qui nous a obligés d'utiliser des filtres conçus spécialement pour résoudre le problème de filtrage non linéaire, l'emploi d'un algorithme (estimateur) permettant la bonne estimation des différents paramètres de la cible s'avère très nécessaire afin de garantir un bon dépistage des objets.

L'algorithme choisi est celui de : « Filtrage particulaire ».

Les résultats obtenus en divers scénarios démontrent que l'algorithme à base de Filtrage particulière est efficace pour la poursuite de tel genre de cibles.

Il serait intéressant de donner suite à ce travail par :

- l'application d'un algorithme capable de détecter et de poursuivre des cibles manouvrantes dans le cas ou la cible change carrément sa nature de trajectoire.
- d'appliquer ce type de filtrage sur d'autres modèles tels que l'ATC tracking.

Bibliographie

- [1] Blackman, samuel, S, Multiple _Target Tracking with Rader Application, Norwood, Ma: Artech House 1986.
- [2] Fisher ,R.A”on an absolite criteriien for fitting frequency curves” Messenger of Math ,41,155,1912
- [3] A. F. M. Smith, A. E. Gelfand. Bayesian statistics without tears: A sampling-resampling perspective. The American Statistician, 46(2).84-88, mai 1992.
- [4] A. Gelb. Applied Optimal Estimation, The MIT Press, Cambridge 1974.
- [5] A. Kong, J.S. Liu, W.R Wong. Sequential imputation method and Bayesian missing data problems. J. Amer. Statist. Assoc., 89:278-288, 1994.
- [6] Julier .S.J and Uhlmann .J.K.A genral method for approximating nonlinear transforamtions of probabilitiy
- [7] A. P. Dempster, N. M. Laird, D. B. Rubin. Maximum likelihood. Journal of Royal Statistical Society, Series B, 39:1-38, 1977.
- [8] A. Schrott. Feature-based camera-guided grasping by an eye in hand robot. In Proceedings of the 1992 IEEE International Conference on Robotics and Automation, volume 2, pages 1832-1837, Nice, France, May 1992.
- [9] A. Sebbagh, H. Tebbikh. Particle filtering for air craft tracking with bearings-only measurement, International Conference on systems and Information processing, ICSIP’09, May 2-4 2009, Algeria.
- [10] A. Sebbagh, H. Tebbikh. Nonlinear multiple model particle filters algorithm for tracking multiple targets. Archives of control sciences, Volume 21(LVII), No. 1, pages 37-60, 2011.
- [11] A. Smith, G. Roberts. Bayesian computation via the Gibbs Sampler and

- related Markov chain Monte Carlo methods. *J. Royal Statist. Soc., Series B* 55(1) :3-24, 1993.
- [12] Blackman, S. Samuel. *Multiple-Target Tracking with Radar Applications*. Norwood, MA: Artech House, 1986.
- [13] Blom, A. P. Henk and Y. Bar-Shalom. The Interacting Multiple Model Algorithm for Systems with Markovian Switching Coefficients, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 33 (Aug):780-783 (August 1988).
- [14] B. Ripley. *Stochastic simulation*. New York: John Wiley, 1987.
- [15] C. Andrieu, A. Doucet, E. Puskaya. Sequential Monte Carlo methods for optimal filtering. *Sequential Monte Carlo methods in practice*, éd. par A. Doucet, N. De Freitas, N. Gordon, chap. 4, pp. 79-95. Springer, 2001.
- [16] C. Andrieu, J. F. G de Freitas, A. Doucet. Sequential MC for Bayesian model selection. *IEEE Higher Order Statistics Workshop*, pp. 130-134, Caesarea, Israel, 1999.
- [17] C. Berzuini, N. G. Best, W. R. Gilks, C. Larizza. Dynamic conditional independence models and Markov chain Monte Carlo methods. *Journal of the American Statistician*, 92(440):1403-1412, 1997.
- [18] Sebbagh.A/N,(Utilisation des information visuelles pour la poursuite de cibles Manoeuvrantes à l'aide de l'approche IMM),mémoire de magister.
- [19] D. B. Rubin. Comment on "the calculation of posterior distributions by data augmentation" by M.A. Tanner and W.H. Wong. *Journal of the American Statistical Association*, 82:543-546, 1987.
- [20] D. B. Rubin. Using the SIR algorithm to simulate posterior distributions, chap. *Bayesian statistics 3*, pp. 395-402. - Oxford University Press,

Oxford, 1988.

- [21] D. Crisan, A. Doucet. Survey of convergence results on particle filtering methods for practitioners. *IEEE Trans. On Signal Processing*, 50(3) :736-746, 2002.
- [22] D. Crisan, M. Grunwald. Large deviation comparison of branching algorithms versus resampling algorithms: application to discrete time stochastic filtering. Rapport de recherche n: 9, Cambridge University, Statistical laboratory, 1999.
- [23] D. E. Knuth. *The art of computer programming* - Reading, MA, USA: Addison-Wesley, vol. 2, 1981.
- [24] D. Fox, W. Burgard, S. Thrun. Markov localization for mobile robots in dynamic environments. *Journal of Artificial Intelligence Research*, 11:195-207, 1999.