

17/621.743

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
Université 8Mai 1945 – Guelma  
Faculté des Sciences et de la Technologie  
Département de Génie Electrotechnique et Automatique



**Mémoire de fin d'études  
pour l'obtention du diplôme de Master Académique**

Domaine : Sciences et Technologie  
Filière : Automatique et informatique industrielle  
Spécialité : Commande et diagnostic des systèmes industriels

---

**Modélisation des Systèmes Dynamiques Hybrides**

---

Présenté par :

**AMARA TAREK  
SAHTOURI A.HALIM**

Sous la direction de :

**Dr. KECHIDA Siham**



JUIN 2012



## الإهداء

قال تعالى: < واخفض لهما جناح الذل من الرحمة وقل رب ارحمهما كما ربياني صغيرا >  
الآية 24 من سورة الإسراء .

الحمد لله الذي أنار لنا السبيل لنقطف ثمار جهد هذه السنين

اهدي عملي هذا:

إلى تلك التي جعلت نفسها جسرا من العطف والحنان لتحقيق طموحاتي  
إلى التي سهرت على تربيتي وتعليمي وعطائها زهرة شبابها من اجل أن ترى أبنائها في أعلى المراتب.  
إلى من كانت لي شمعة تذوب لتنير لي درب الحياة في دراستي بدعائها  
"أمي الغالية أدامها الله فخرا إلى مدى الحياة "

إلى الذي علمني معنى الكفاح فكان نبراسا لحياتي وقُدوني في شق طريق نحو الأفق

إلى الذي لو أعديته الدنيا ماكافاته على عطائه

"إلى أبي العزيز الغالي"

إلى جميع من جمعني بهم سقف واحد وقاسموني الحياة بحلوها ومرها

إخوتي وأخواتي

وكل أفراد العائلة الكبيرة .

إلى كل أهلي سواء من جانب الأم أو الأب.

إلى كل من جمعني معهم فترة الدراسة.

والى كل من حملة قلبي ولم تحمله ورقتي، والى من حملتهم ذاكرتي ولم تحملهم مذكري

إلى كل هؤلاء اهدي عملي المتواضع.

عمارة طارق

*Dédicace*

*JE DEDIE mon travail :*

*A mes parents, en guise de reconnaissance et de gratitude pour les Sacrifices qu'ils ont faits.*

*A mes chers frères*

*A mes chères sœurs*

*Vous êtes dépensés pour moi sans compter, avec tous mes vœux de les voir réussir dans leurs vies.*

*A mes amis : fares et Billel, Tarek et leur amis, Housseem, Mohamed, soufi, les double hamza, Sabri, Nacer, Siaf la sou et chater, Billel et Hamza, Chaher, fofo et diaa et ziko, nono et Chaker et dodo, Issa, chamsou et moussa, Sabri, sedik, IKHLASE et sa mère.*

*A tous ma famille SAHTOURI.*

**Sahouri A. Halim**



## **Remerciements**

***Au nom d'Allah, le Tout - Miséricordieux, le Très - Miséricordieux***

*La louange est à Allah l'unique et la paix et le salut sur celui qui n'a point de messenger après lui et sur sa famille, ses compagnons et tous ceux qui suivent son chemin jusqu'au jour de la résurrection.*

*En premier, je tiens à remercier Le Docteur kechida sihem, Professeur à l'université 8 mai 1945, et lui exprimer toute ma gratitude pour avoir encadré et dirigé ce travail. Ses conseils, ses orientations et le soutien que, ont permis de terminer ce travail.*

*J'aimerais à présent remercier mes proches et en premier lieu mes parents de m'avoir soutenu et d'avoir cru en moi. Je remercie aussi mon frère, mes sœurs, mes tantes et toute ma famille.*

*Mes remerciements vont également à mes amis, mes collègues et mes enseignants. Enfin, tous ceux et celles qui m'ont aidé et soutenu durant tout mon parcours qu'ils trouvent ici l'expression de mes remerciements les plus sincère.*

## *Résumé*

Le présent travail s'inscrit dans le cadre de la préparation de projet de fin études master en Automatique et informatique industriel à l'université de Guelma intitulé: Modélisation des Systèmes dynamique hybrides.

Notre travail s'intéresse à la modélisation et la simulation des systèmes dynamiques hybrides, à savoir simuler les contraintes égalités et les contraintes inégalités associées à chaque mode.

Les systèmes hybrides incluent à la fois des variables continues et discrètes. La dynamique continue est généralement fournie par des équations différentielles et algébriques alors que la partie discrète est modélisée par des automates ou des systèmes à transition. Le formalisme de modélisation adopté pour cette classe de systèmes s'appuie sur le modèle 'automate hybride' simulé en utilisant le Matlab (Simulink et Stateflow)..

Mots clés : modélisation et simulation des SDH, Matlab (Simulink et Stateflow)..

## *Abstract*

This work subscribes within the scope of the preparation of end studies project, Master's degree on Automatic and industrial computing at Guelma University entitled: Modeling of the hybrid Systems dynamic.

The hybrid systems include at the same time continuous and discrete variables. Dynamics continues is generally provided by differential equations and algebraic whereas the discrete part is modelled by automats or systems with transition. The formalism of modeling adopted for this class of systems is based on the hybrid model 'automat' simulated by using Matlab (Simulink and Stateflow).

Key words: modeling and simulation of the SDH, Matlab (Simulink and Stateflow).

## الخلاصة

هذا العمل يندرج ضمن التحضير لمشروع نهاية الدراسة لأجل نيل شهادة ماستر آليات و إعلام آلي صناعي-جامعة قالمة- تحت عنوان : مقدمة لتشخيص الأنظمة الديناميكية الهجينة .

عملنا يركز على نمذجة و محاكات الأنظمة الديناميكية الهجينة ، أي محاكات قيود المساواة وقيود عدم المساواة المرتبطة بكل نمط.

الأنظمة الهجينة تشمل كلاً من المتغيرات المستمرة والمتقطعة. الديناميكا المستمرة عادة يتحصل عليها بفضل معادلات تفاضلية جبرية بينما الجزء المتقطع يكون منمذج من قبل أنظمة التشغيل الذاتي أو نظم انتقال.

النمذجة الشكلية المعتمدة لهذه الفئة من الأنظمة القائمة على محاكاة النموذج "الآلي الهجين" محاكي باستخدام الماتلاب ( Simulink و Stateflow ).

الكلمات الدالة : النمذجة ومحاكاة الأنظمة الديناميكية الهجينة، الماتلاب ( Simulink و Stateflow ).

## Table des matières

Résumé	i
Table des matières	ii
Table des figures	iii
Introduction générale	iv

### Chapitre I

#### Modélisation des systèmes dynamique hybride

1.1 Introduction	1
1.2 Caractérisation des SDH	2
1.2.1 Définition de système dynamique hybride	2
1.3 Considérations sur la classification des systèmes dynamiques hybrides	3
1.3.1 Systèmes hybrides à commutation autonome	4
1.3.2 Systèmes hybrides à saut autonome	5
1.3.3 Systèmes hybrides à commutation commandée	5
1.3.4 Systèmes hybrides à saut commandé	6
1.3.5 Systèmes linéaires affines constants par morceaux PWA	7
1.3.6 Systèmes adaptatifs	7
1.3.7 Systèmes avec modèle de panne	7
1.4 Modèles des systèmes dynamiques hybrides	8
1.4.1 Automate hybride	8
1.4.1.1 Les sous-classes d'automates hybrides	9
1.4.2 Réseaux de Pétri hybride	10
1.4.3 Modèle « à complémentarité linéaire » (LC)	12
1.4.4 Modèle « à complémentarité linéaire étendue » (ELC)	13

1.4.5	Modèle « Max-Min-Plus-Scaling » (MMPS)	14
1.4.6	Modèle « Max-Min-Plus-Scaling » (MMPS)	14
1.4.7	Modèle mixte dynamique et logique (MDL)	14
1.5	Modélisation de système dynamique avec incertitudes	16
1.6	Modélisation de système dynamique hybride Incertains	19
1.7	Conclusion	20

## Chapitre II

### Application sur un système dynamique hybride

2.1	Modélisation d'un système thermique	21
2.1.1	Description du système	21
2.1.2	La simulation de système	23
	a- Création du Bloc continu(système physique)	23
	b- Création du Bloc automate (SDH chart)	23
2.1.3	Test de Simulation	26
	a-Simulation de la partie continue	26
	b-Simulation de partie automate	28
2.2	Modélisation d'un système hydraulique d'une fontain a deux bassins	29
2.2.1	Déscription du système	29
2.2.2	Modélisation du système par automate hybride	31
2.2.3	Analyse du fonctionnement d'une fontaine par automate hybride	31
2.2.4	La simulation de système hydraulique	32
2.2.5	Simulation d'une fontain a deux bassins	32
	a- Création de bloc continu (système physique)	32
	b- Création du Bloc automate (SDH sys d'une fontain a deux bassins)	34
2.2.6	Test de simulation	35
3.3	Conclusion	37
	Conclusion générale	v
	Référence de bibliographie	vi

## Table des figures

Figure 1.1: Le système hybride	3
Figure 1.2: Phénomène de commutation autonome	4
Figure 1.3 : Réservoir avec vanne d'alimentation et vanne d'évacuation	5
Figure 1.4: Comportement du système hybride à saut contrôlé	6
Figure 1.5 : Automate Hybride	8
Figure 1.6: Automate hybride rectangulaire initialisé	10
Figure 1.7: Réseau de Pétri hybride	11
Figure 1.8 : Structure d'un modèle MLD	15
Figure 2.1 : Automate hybride du système	22
Figure 2.2 : Comportement de partie continu du système	22
Figure 2.3 : modèle Simulink de chauffage en mode « off »	23
Figure 2.4 : modèle Simulink de chauffage en mode « on »	23
Figure 2.5 : bloc automate de modèle du thermostat	24
Figure 2.6 : Composante de sous bloc « off mode»	24
Figure 2.7 : Schéma global du système thermostat	25
Figure 2.8 : évolution de température selon mode on	26
Figure 2.9 : évolution de température selon mode off	26
Figure 2.10 : Comportement de partie continu du système	28
Figure 2.11 : Séquence des modes	28
Figure 2.12 : une fontaine à deux bassin	29
Figure 2.13: Schéma d'une fontaine a deux bassins	30
Figure 2.14 : automate hybride associé	31

<b>Figure 2.15 : Schéma bloc du système physique</b>	<b>33</b>
<b>Figure 2.16 : Schéma sous bloc du bassin 1</b>	<b>33</b>
<b>Figure 2.17 : Schéma sous bloc du bassin 2</b>	<b>34</b>
<b>Figure 2.18 : Schéma bloc de l'automate</b>	<b>34</b>
<b>Figure 2.19 : Schéma global du système d'une fontaine à deux bassins</b>	<b>35</b>
<b>Figure 2.20 : évaluation de la partie continue</b>	<b>36</b>
<b>Figure 2.21 : les séquences des modes</b>	<b>36</b>

# Introduction Générale

## Introduction

Le développement massif de l'automatisation au XXe siècle s'est longtemps fait suivant deux types de technologies, mises en œuvre selon des méthodologies qui leur étaient propres et par des personnels d'origine différente : les systèmes à événements discrets et les systèmes continus.

Les systèmes à événements discrets sont des systèmes à éléments caractérisés par deux états : ouvert ou fermé, marche ou arrêt, sorti ou rentré... L'appareillage « tout ou rien » (TOR) correspondant est classiquement géré en s'appuyant sur l'algèbre de Boole, issue des travaux des logiciens anglais du XIXe siècle, puis, en prenant en compte la chronologie des états, leur séquençement, par des méthodes états-transitions assorties d'une représentation graphique : graphes d'état, réseaux de Petri, Grafcet, automate à états finis. Quant aux systèmes continus, ils sont constitués d'éléments caractérisés par une mesure qui peut prendre une infinité de valeurs : température d'une pièce ou d'un objet, vitesse d'un mobile, niveau dans un réservoir... La gestion de ces systèmes fait appel à des outils mathématiques aptes à la représentation de la dynamique continue : équations différentielles assorties de diverses transformations (Laplace, Fourier...), méthodes d'état à forme matricielle. Cette répartition en deux catégories de systèmes n'est pas parfaite, tant au niveau des problèmes traités – beaucoup d'ensembles industriels comportant des éléments des deux types – qu'à celui du matériel mis en œuvre. À titre d'exemple, les distributeurs et électrovannes appartiennent a priori au monde TOR, mais des distributeurs et des électrovannes proportionnels, qui ne diffèrent pas fondamentalement des premiers, sont utilisés dans le monde continu. De même, il n'est pas évident de classer un élément présentant dix valeurs possibles, par exemple, dans l'une de ces deux catégories de systèmes. C'est toutefois la généralisation de l'outil informatique qui a rendu plus aigu le besoin de méthodes unificatrices, car l'ordinateur est devenu l'outil fondamental d'étude et le processeur numérique l'outil fondamental de commande, et ce pour les deux catégories précitées.

Il reste que les logiciels de simulation ne sont pas les mêmes, la spécialisation de processeurs en commande (automates programmables pour le TOR, régulateurs pour le continu) subsiste et, lorsqu'un même processeur et un même logiciel sont utilisés, le graphisme et le mode de programmation pour les parties discrète et continue peuvent néanmoins différer. Cette dichotomie se traduit par des problèmes de cohérence de la description, de lisibilité et un diagnostic difficile en cas d'apparition de défaut.

Outre son caractère d'outil commun aux systèmes discrets et continus, le processeur de commande, de par son fonctionnement interne, qui implique que l'acquisition des données et leur traitement ne peuvent s'effectuer simultanément, a amené à relativiser la notion de temps continu/temps discret. Le temps, qui est discret au niveau du

processeur, est ainsi considéré continu dans la plupart des applications, au niveau de l'observation des grandeurs physiques à travers le processeur.

Lorsque ce point de vue n'est pas acceptable, la théorie des systèmes échantillonnés est utilisée pour prendre en compte la quantification du temps, dans un univers de grandeurs acquises ou fixées à des instants particuliers.

Parallèlement aux progrès de l'informatique, les ingénieurs se sont attaqués à des problèmes de plus en plus complexes, par le nombre de grandeurs qui interviennent et par leurs interactions. On rencontre ainsi de nombreux cas où des événements, volontaires ou subis, ou l'atteinte d'un seuil entraînent des modifications du comportement de grandeurs continues : changement de valeur ou commutation d'un modèle continu à un autre.

Il devient ainsi nécessaire de mettre au point des méthodes capables de prendre en compte tous les types de grandeurs ainsi que leurs interactions.

On appelle systèmes dynamiques hybrides (SDH), ou encore processus mixtes, des systèmes comportant des évolutions continues et des phénomènes discrets qui leur sont liés. Il n'existe pas pour l'instant de théorie globale pour l'étude de ces systèmes, mais plutôt des approches basées sur l'extension de méthodes classiques issues des systèmes continus ou discrets, en vue de couvrir une gamme plus étendue d'applications.

Après avoir fixé la notion de système hybride par quelques exemples, qui serviront aussi à préciser la typologie, nous examinons les outils de description et de modélisation des systèmes dynamique hybride. Le fait de disposer d'un modèle permet de simuler le comportement du système dynamique hybride pour le prévoir, l'influencer et chercher à l'optimiser. Il permet aussi, sous certaines conditions, de l'analyser pour détecter a priori d'éventuels dysfonctionnements et/ou d'en faire la commande pour obtenir les performances souhaitées.

### **Structure du mémoire :**

Le mémoire sera structuré de la manière suivante :

Le chapitre 1 fera l'étude des systèmes dynamiques hybrides. Tout d'abord, une description générale des SDH et SDHI est réalisée dans le but d'illustrer les différentes classes de ces systèmes suivis des outils de modélisation.

Le chapitre 2 présentera une modélisation des systèmes dynamiques hybrides par un automate hybride et la simulation du comportement d'un système thermique par **simulink** à l'aide des blocs **stateflow**. Ce système thermique est constitué de thermostat

A la fin du Mémoire, nous présenterons une conclusion et quelques perspectives

# Chapitre 1

## 1.1 Introduction

De nos jours, les procédés industriels sont de plus en plus complexes. Pour veiller au bon fonctionnement d'un procédé, il est désormais nécessaire de le surveiller. Cependant de nombreux procédés industriels sont hybrides par nature, ce qui signifie que leur comportement résulte de l'évolution et de l'interaction de variables continues et de variables discrètes.

Les systèmes continus sont constitués d'éléments caractérisés par une mesure qui peut prendre une infinité de valeurs : température d'une pièce ou d'un objet, vitesse d'un mobile, niveau dans un réservoir, La gestion de ces systèmes fait appel à des outils mathématiques aptes à la représentation de la dynamique continue : équations différentielles assorties de diverses transformations (Laplace, Fourier...), méthodes d'état à forme matricielle.

Quant aux systèmes à événements discrets sont des systèmes à éléments caractérisés par deux états : ouvert ou fermé, marche ou arrêt, sorti ou rentré... L'appareillage « tout ou rien » (TOR) correspondant est classiquement géré en s'appuyant sur l'algèbre de Boole, issue des travaux des logiciens anglais du XIX<sup>e</sup> siècle, puis, en prenant en compte la chronologie des états, leur séquençement, par des méthodes états-transitions assorties d'une représentation graphique : graphes d'état, réseaux de Pétri, Grafset.

La surveillance des procédés peut être réalisée par deux principales approches : l'approche analytique et l'approche basée sur les données (Russell et al, 2001). L'approche analytique consiste à établir un modèle mathématique du procédé en se basant sur différentes lois régissant celui-ci (lois physiques, énergétiques, électriques, mécaniques, chimiques, etc.). Il est alors possible de comparer les sorties du procédé réel aux sorties du modèle théorique, un écart entre ces sorties indique alors une faute dans le procédé. La seconde approche, basée sur les données, fait l'hypothèse que certaines données historiques du procédé sont disponibles et exploitables. Dans ce cas, beaucoup de méthodes peuvent être employées: cartes de contrôle, analyse en composantes principales, projection dans les structures latentes, réseaux de neurones, etc.

## 1.2 Caractérisation des SDH

Depuis les dix dernières années, le thème des systèmes dynamiques hybrides connaît une évolution considérable. En effet, les communautés scientifiques des informaticiens et des automaticiens se rejoignent et une branche commune émerge. Ceci d'autant plus fort qu'il représente un enjeu économique d'envergure dans les technologies de l'information et de la communication.

Le concept de Système Dynamique Hybride est né durant les journées de Santa Clara lors des travaux présentés par [1]. Alors on peut citer dans la modélisation des SDH les travaux de [2].

### 1.2.1 Définition de système dynamique hybride

Le terme hybride se réfère au couplage essentiel de phénomènes continus et discrets au sein d'un système (Figure 1), un système dynamique hybride permet de représenter globalement l'interdépendance d'éléments dynamiques continus/discrets au sens classique d'équations différentielles ou équations aux différences, soumis à des éléments décisionnels discrets déterministes/stochastiques ou systèmes à événements discrets. De telles représentations sont caractéristiques de diverses situations :

- Couplage entre un niveau décisionnel discret et des dynamiques continues ; c'est le cas de la commande hiérarchisée de systèmes de transport par exemple.
- Couplage intervenant lors d'une synthèse par bouclage avec multi-régulateurs où le choix du régulateur dépend du comportement lié au point de fonctionnement du système ; c'est le cas de la commande multi-objectifs par exemple.
- Couplage entre un système multi-modèles incluant des commutations entre ces modèles ; c'est le cas d'un système faisant intervenir une diode par exemple.

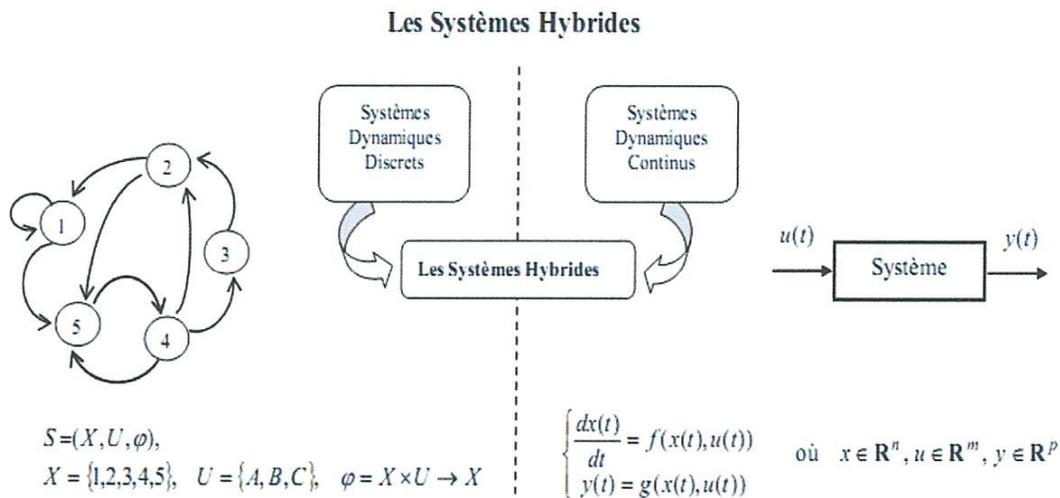


Figure 1.1: Le système hybride.

### 1.3 Considérations sur la classification des systèmes dynamiques hybrides

Considérons tout d'abord la classification de Branicky des systèmes hybrides. Soit  $x(\cdot)$  la trajectoire d'un état continu du système hybride avec une valeur initiale fixée et arbitraire  $x(0) \in X$  et  $\dot{x}(\cdot)$  la vitesse de l'état continu pour le même système hybride. Le passage d'un état discret à l'autre peut se faire par commutation de la vitesse continue d'état  $\dot{x}(\cdot)$  (ce qui est véritablement un phénomène de commutation) ou par changement de l'état continu ainsi que de  $\dot{x}(\cdot)$  (par exemple pour un phénomène de type saut).

À partir de ces considérations, Branicky a proposé la classification suivante concernant les catégories fondamentales des systèmes hybrides [3] :

- Systèmes hybrides à commutation autonome (avec continuité de l'état).
- Systèmes hybrides à saut autonome (avec discontinuité de l'état).
- Systèmes hybrides à commutation contrôlée.
- Systèmes hybrides à saut contrôlé.
- Systèmes affines par morceaux (Piecewise Affine Systems - PWA).

- Systèmes adaptatifs
- Systèmes avec modèle de panne
- Systèmes comprenant des signaux de synchronisation

Les paragraphes suivants développent les caractéristiques de chaque catégorie avec des exemples illustratifs.

### 1.3.1 Systèmes hybrides à commutation autonome

Les commutations autonomes sont des phénomènes qui apparaissent quand  $\dot{x}(\cdot)$  change de façon discontinue lorsque l'état continu  $x(\cdot)$  a atteint une surface spécifique dans l'espace des états continus. Ces surfaces peuvent représenter par exemple les valeurs limites imposées pour une variable d'état continu, dans un processus technologique. Soit le système  $\dot{x} = H(x)$  où un exemple de fonction  $H(x)$  est représenté ci-dessous (Figure 2.2). Entre les commutations, la dynamique continue est modélisée par :

$$\dot{x} = h \text{ ou par } \dot{x} = -h.$$

La vitesse  $\dot{x}(\cdot)$  a la valeur suivante :

$$h \text{ si } x(t) = -a \text{ et } \dot{x}(t) < 0, \text{ ou}$$

$$-h \text{ si } x(t) = -a \text{ et } \dot{x}(t) > 0.$$

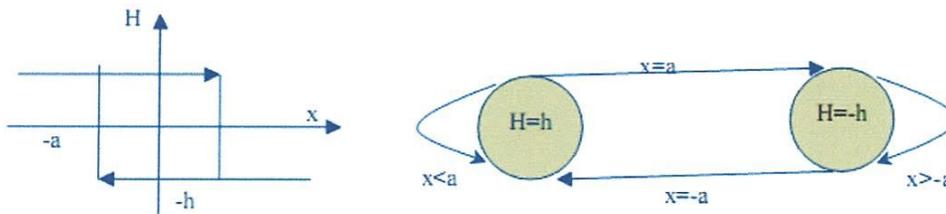


Figure 1.2: Phénomène de commutation autonome.

Ce système ne peut pas être modélisé par une équation différentielle ordinaire parce qu'il est nécessaire de prendre en considération la dérivée de  $x(\cdot)$  à la limite de commutation. Le système hybride pour cet exemple peut avoir deux états discrets

associés aux dynamiques continues possibles et son évolution peut être représentée par un modèle de type automate.

### 1.3.2 Systèmes hybrides à saut autonome

Dans ce cas, lorsque la valeur de l'état  $x(\cdot)$  a atteint une certaine région de l'espace d'état,  $x(\cdot)$  passe de façon discontinue de sa valeur courante à une autre.

### 1.3.3 Systèmes hybrides à commutation commandée

Dans ce cas, la vitesse de l'état continu change instantanément en raison de l'action d'une variable externe (commande). Considérons un système constitué d'un réservoir avec une vanne d'alimentation et une vanne d'évacuation (Figure 1.3).

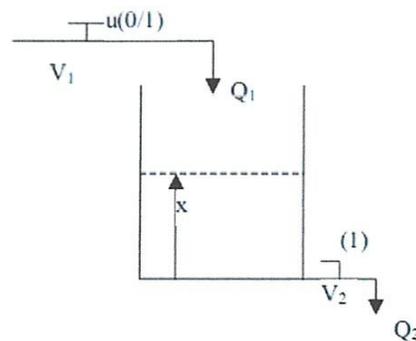


Figure 1.3 : Réservoir avec vanne d'alimentation et vanne d'évacuation.

$x$  représente le niveau du liquide dans le réservoir et  $u$  est le signal de commande de la vanne d'alimentation  $V_1$  qui peut avoir les valeurs 0 (fermée) ou 1 (ouverte). La vanne d'évacuation  $V_2$  est supposée ouverte. L'équation d'état est alors :

$$\dot{x} = -ax + bu \quad (1.1)$$

où  $a, b$  sont des paramètres réels, positifs et constants, liés aux grandeurs physiques du réservoir. Quand le signal  $u$  commute de 1 à 0, la vitesse d'état permute de  $-ax + b$  à  $-ax$ , avec un saut négatif d'amplitude  $b$ .

### 1.3.4 Systèmes hybrides à saut commandé

Dans ce cas, la valeur de  $x(\cdot)$  change de façon discontinue, en réponse à une entrée. Ce type de comportement est présent dans les systèmes électrotechniques, avec des entrées de type impulsionnelle. Les fonctions de type impulsion ne sont pas des fonctions au sens classique et une bonne approche peut être réalisée par une étude approfondie de la théorie des distributions et le calcul opérationnel. Considérons un système hybride à saut commandé, constitué d'un intégrateur pur avec une entrée en impulsion de Dirac, éventuellement retardé.

Les équations de la dynamique sont :

$$\dot{x} = \delta(t - t_1) \quad , \quad t_1 > 0 \quad , \quad x(0) = 0 \quad (1.2)$$

La trajectoire d'état est alors la fonction échelon unitaire, éventuellement retardée, comme indiquée (Figure 1.4)

$$x(t) = \Gamma(t - t_1) \quad , \quad t \geq 0 \quad (1.3)$$

Ce système hybride est défini par les équations suivantes :

$$\dot{x}(t) = 0 \quad , \quad x(0) = 0 \quad \text{pour} \quad 0 \leq t \leq t_1 \quad (1.4)$$

$$\dot{x}(t) = 0 \quad , \quad x(0) = 1 \quad \text{pour} \quad t_1 \leq t \quad (1.5)$$

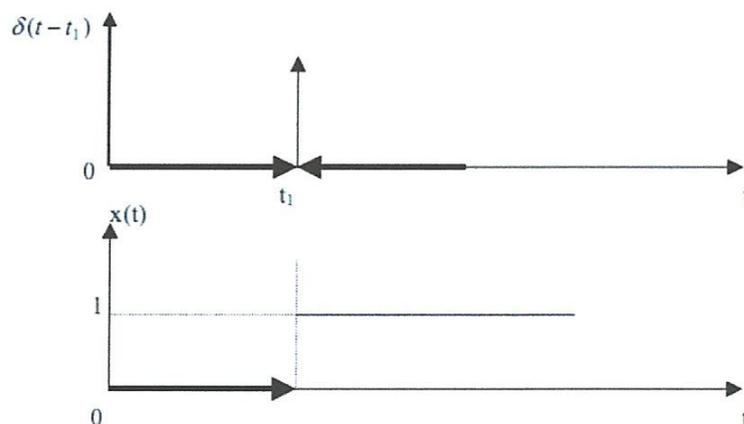


Figure 1.4: Comportement du système hybride à saut contrôlé.

### 1.3.5 Systèmes linéaires affines constants par morceaux PWA

Un système hybride est dit linéaire par morceaux si les lois décrivant son évolution continue sont formulées au moyen d'équations différentielles linéaires. Nous venons d'illustrer que cette classe de système résulte d'un partitionnement de l'espace entrée/état du système en un ensemble de régions. Chaque fonction décrivant l'état du système est affectée à chacun des polyèdres ou de régions obtenus. Ainsi, l'ensemble des régions est délimité par des frontières où les sous systèmes peuvent évoluer. Ces limites constituent les conditions portées sur l'invariant définissant le domaine de validité de chaque sous modèle. Ces derniers sont régis par l'évolution de l'équation (1.6)

$$\dot{x} = A_i x, \quad x \in R_{i \in \{1, \dots, q\}} = \{R_1, R_2, \dots, R_q\} \subseteq R \quad (1.6)$$

$A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$  définit la matrice d'état dans chaque région,  $x \in \mathbb{R}^n$  le vecteur d'état continu du SDH,  $R$  est l'ensemble des régions de l'espace d'état et  $i \in Q$  le nombre de mode du système [4].

### 1.3.6 Systèmes adaptatifs :

La nature hybride de ces systèmes provient de règles de commutation, issues par exemple de machines d'états finis qui gouvernent la loi d'adaptation.

### 1.3.7 Systèmes avec modèle de panne:

Ce sont des systèmes pour lesquels, dans le cas de panne, le comportement peut être caractérisé par un autre modèle. Incluant alors une stratégie de commutation entre les deux fonctionnements (avec et sans panne), le système est considéré comme un système hybride.

## 1.4 Modèles des systèmes dynamiques hybrides

Plusieurs modèles représentant les systèmes hybrides sont présents dans la littérature, les plus classiquement utilisés sont décrits ci-dessous.

### 1.4.1 Automate hybride

Les automates hybrides [5] sont une extension des automates à états finis. Ils représentent des systèmes qui intègrent deux composantes : celle ayant un comportement discret, modélisée naturellement par un automate à états finis et celle dont le comportement varie de manière continue dans le temps, modélisée par un système algèbro-différentiel. Un automate hybride évolue par une alternance de pas continus, où les variables d'état et le temps évoluent de façon continue, et de pas discrets où plusieurs transitions discrètes et instantanées peuvent être franchies. Notons qu'un automate temporisé correspond à automate hybride particulier où toutes les variables admettent des dérivées par rapport au temps égales à 1

D'un point de vue informel et général, un automate hybride apparaît ainsi comme un automate à états fini pilotant un ensemble d'équations différentielles modélisant dynamique continue du système. L'état de l'automate change instantanément lors de l'occurrence d'un événement discret ou par l'écoulement du temps lors de la validation d'une condition logique spécifiée sur la valeur de la variable continue [6].

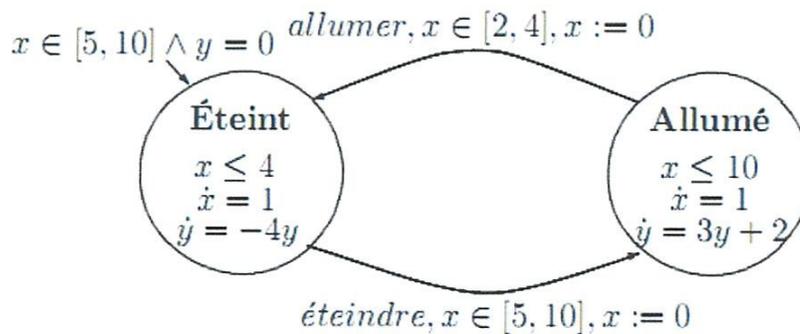


Figure1.5 : Automate Hybride

Considérons l'automate représenté dans la (Figure 1.5) modélisant un système hybride. Dans ce modèle, l'évolution continue est représentée par des équations différentielles associées aux sommets du graphe et l'évolution événementielle est modélisée par les arcs étiquetés du graphe.

Les sommets Éteint et Allumé représentent les états discrets du système où l'évolution continue a lieu. Les prédicats  $x \in [2,4]$  et  $x \in [5,10]$  sur les arcs traduisent les conditions, dites aussi gardes, pour l'occurrence des événements allumer et éteindre, respectivement. Les prédicats  $x < 4$  et  $x < 10$  dans les sommets représentent les invariants de l'automate, c'est-à-dire, des conditions imposées aux variables continues du système pour rester dans un état discret (ici les états Éteint ou Allumé). L'état initial du système est représenté par un arc d'entrée dans le sommet d'origine. L'étiquette de cet arc  $x \in [5,10] \wedge y = 0$  représente la région de l'espace continue à partir de laquelle la dynamique du système hybride démarre. Les variables  $x$  et  $y$  évoluent dans le sommet Éteint, respectivement le sommet Allumé, conformément aux équations différentielles,  $y' = -4y$  et  $x' = 1$ , respectivement  $y' = 3y + 2$  et  $x' = 1$ , appelées conditions de flux'.

L'analyse et la vérification des systèmes en utilisant les automates hybrides représentent un thème central dans le cadre de l'étude des SDH. Il s'agit de vérifier quelques propriétés qualitatives et quantitatives sur un système en utilisant des méthodes automatiques. La vérification repose, d'abord, sur une modélisation du comportement du SDH à vérifier par un automate hybride. Ensuite, l'application d'une analyse des propriétés qualitatives à travers les techniques de model-checking [7], ou les propriétés quantitatives à travers l'analyse d'accessibilité [8].

L'analyse d'accessibilité consiste à déterminer l'espace d'état accessible par l'évolution du système hybride étudié. Ce problème n'est pas décidable pour un automate hybride sans hypothèses particulières [9]. Il faut alors apporter des restrictions pour avoir des sous-classes pour lesquelles certaines propriétés sont décidables. Dans la suite, nous nous intéressons à l'étude d'une de ces sous-classes d'automates hybrides pour laquelle l'analyse d'accessibilité est décidable.

#### 1.4.1.1 Les sous-classes d'automates hybrides

Plusieurs sous-classes du modèle automate hybride ont été explorées dans la littérature. Ces sous-classes ont été étudiées dans le but d'alléger la structure du modèle initial, afin de simplifier son analyse et sa vérification. Parmi les modèles proposés, nous citons :

- les automates hybrides linéaires [10] : un automate hybride est dit linéaire si les conditions de flux, des invariants, des gardes, sont définies par des expressions linéaires sur l'ensemble des variables.

- les automates hybrides rectangulaires [11] : c'est une sous-classe des automates hybrides linéaires. La condition de flux dans ce modèle est définie sous la forme de prédicats rectangulaires de la forme  $x \in [a, b]$ , pour chaque variable  $x$  du modèle. De même, Les invariants, les gardes, la condition initiale sont décrits par des prédicats rectangulaires.
- les automates hybrides rectangulaires initialisés [12] : c'est une sous-classe des automates hybrides rectangulaires. Dans ce modèle, chaque variable qui change de condition de flux, suite au franchissement d'une transition entre deux sommets, doit être réinitialisée.

Dans la figure(2.6), nous illustrons l'exemple d'un automate hybride rectangulaire initialisé.

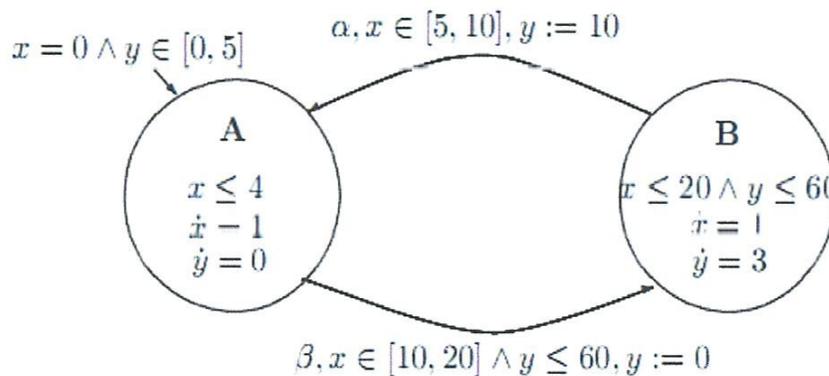


Figure 1.6: Automate hybride rectangulaire initialisé

La sous-classe des automates hybrides rectangulaires est une sous-classe très intéressante d'automates hybrides. Elle a été largement étudiée dans la littérature [13]. L'importance de cette sous-classe est due au fait que plusieurs problèmes intéressants, tels que l'analyse d'accessibilité [14], la synthèse de contrôleurs [15], le model-checking [16] sont décidables pour les automates hybrides rectangulaires initialisés. Ce modèle représente le modèle de base de notre travail de recherche. Une description plus détaillée et formelle de la sous-classe des automates hybrides rectangulaires sera donnée dans les chapitres suivants.

## 1.4.2 Réseaux de Pétri hybride

Définis au début des années 1960, les réseaux de Petri (RdP) ont été largement utilisés pour représenter des systèmes à événements discrets (SED). Une des difficultés que soulève l'exploitation des réseaux de Pétri est l'augmentation rapide de la

complexité du modèle, induite par la possibilité d'avoir un nombre quelconque de jetons dans les places. Cela a conduit à introduire des réseaux de Pétri continus (RdPC) où le marquage devient un nombre réel positif. Des RdPC, on est passé aux réseaux de Pétri continus temporisés, puis aux réseaux de Pétri hybrides (RdPH), aux réseaux de Pétri lots et à d'autres extensions, telle que le RdP différentielle...

La (figure1.7) fournit un RdPH relatif à la fontaine. Les doubles cercles y matérialisent des places continues (dont le marquage  $m$  représente le niveau dans le bassin correspondant), les rectangles des transitions continues, associées à une vitesse de franchissement, soit ici à un débit d'eau.

Cette description est totalement graphique, y compris pour le fonctionnement continu. Le franchissement des transitions continues y est conditionné par le marquage continu des places  $P_1$  et  $P_2$  (correspondant au niveau d'eau dans les bassins), mais aussi par le marquage de places discrètes ( $P_3$  à  $P_6$ ) traduisant le fonctionnement ou le non-fonctionnement de la pompe, le fait que le niveau dans le bassin 1 atteigne ou non son seuil de débordement.

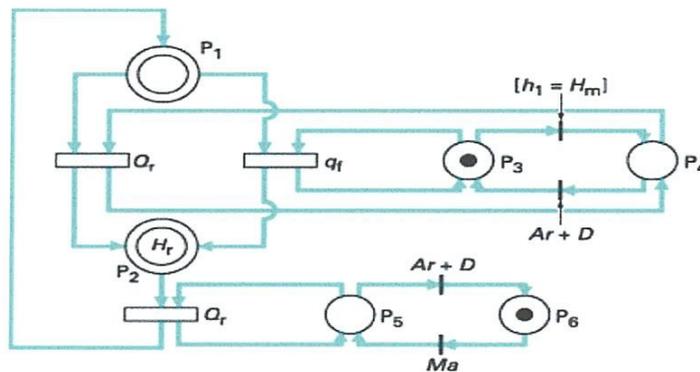


Figure 1.7: Réseau de Pétri hybride

Les marquages initiaux correspondent au même état initial que dans la (figure 1.7) :  $m_1 = h_1 = 0$ ,  $m_2 = h_2 = H_r$  pour les places continues, pompe arrêtée ( $m_5 = 0$ ,  $m_6 = 1$ ), niveau maximum en 1 non atteint ( $m_3 = 1$ ,  $m_4 = 0$ ), pour les places discrètes [17].

Ce modèle peut être modifié pour inclure une dynamique continue. Les réseaux de Pétri hybrides, extension du modèle de base, permettent de modéliser certaines classes de systèmes hybrides sur les mêmes bases conceptuelles. Une vue globale de leurs caractéristiques et de leurs extensions possibles est donnée par Un réseau de Pétri hybride autonome se caractérise alors par un sextuplet

$Q = \langle P, T, Pre, Post, m_0 \rangle$  tel que:

$P = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$  est un ensemble fini et non vide de places ;

$T = \{T_1, T_2, \dots, T_m\}$  est un ensemble fini et non vide de transitions ;

$P \cap T = \Phi$ , c'est-à-dire que les ensembles  $P$  et  $T$  sont disjoints ;

$h : P \cup T \rightarrow \{D, C\}$ , appelée « fonction hybride », indique pour chaque nœud s'il est discret ou continu ;

$Pre : P \times T \rightarrow \mathbf{R}^+$  ou  $\mathbf{N}$  :  $Pre$  est l'application d'incidence avant ;

$Post : P \times T \rightarrow \mathbf{R}^+$  ou  $\mathbf{N}$  :  $Post$  est l'application d'incidence arrière ;

$m_0 : P \rightarrow \mathbf{R}^+$  ou  $\mathbf{N}$  :  $m_0$  est le marquage initial.

$N$  correspond au cas où  $P_i \in D$ , et  $\mathbf{R}^+$  correspond au cas où  $P_i \in C$ .

### 1.4.3 Modèle « à complémentarité linéaire » (LC) :

Ce modèle est initialement développé pour modéliser les systèmes mécaniques sous contraintes de type inégalité, mais il peut être étendu à la modélisation des systèmes hybrides.

Ce modèle peut alors être appliqué à un système mécanique sous contraintes ou avec des relations linéaires par morceaux, à un réseau électrique avec diode idéale, à un problème d'optimisation avec contraintes sur les états, La question de l'existence et de l'unicité d'une solution peut être examinée par ce modèle.

En temps discret, ce modèle se traduit par les équations suivantes :

$$\begin{aligned}
 x(k+1) &= Ax(k) + B_1u(k) + B_2w(k) \\
 y(k) &= Cx(k) + D_1u(k) + D_2w(k) \\
 v(k) &= E_1x(k) + E_2u(k) + E_3w(k) + E_4
 \end{aligned} \tag{1.7}$$

$$0 \leq v(k) \perp w(k) \geq 0$$

où  $v(k)$ ,  $w(k)$  sont des variables complémentaires, et le symbole « $v(k) \perp w(k)$ » signifie  $(v^T(k) w(k) = 0)$ .

#### 1.4.4 Modèle « à complémentarité linéaire étendue » (ELC) :

Ce modèle est une extension du modèle « à complémentarité linéaire » précédent, Il est de type problème de programmation mathématique. Ce modèle peut résoudre certains problèmes fondamentaux de la classe des systèmes à événements discrets en utilisant l'algèbre polynomiale « max-plus », se basant sur la maximisation et l'addition comme opérations de base. Il peut alors être employé pour modéliser et analyser certaines classes de systèmes hybrides, on trouve par exemple une utilisation de ce modèle pour traiter le problème de la commande de feux tricolores à une intersection.

Le modèle ELC est décrit par les relations :

$$\begin{aligned}
 x(k+1) &= Ax(k) + B_1u(k) + B_2d(k) \\
 y(k) &= Cx(k) + D_1u(k) + D_2d(k) \\
 E_1x(k) + E_2u(k) + E_3d(k) &\leq E_4
 \end{aligned} \tag{1.8}$$

$$\sum_{i=1}^P \prod_{j \in \Phi_i} (E_4 - E_1x(k) - E_2u(k) - E_3d(k))_j = 0$$

où  $d(k) \in \mathbb{R}^r$  est une variable auxiliaire.

#### 1.4.5 Modèle « Max-Min-Plus-Scaling » (MMPS) :

Dans ce modèle, les équations d'évaluation sont décrites par les opérations maximisation, minimisation, addition, et mise à l'échelle. Il prend par exemple la forme suivante :

$$f := x_i |\alpha| \max(f_k, f_l) \min(f_k, f_l) |f_k + f_l| \beta f_k \quad (1.9)$$

Où  $i \in \{1, \dots, n\}$ ,  $\alpha, \beta \in \mathcal{R}$  et  $f_k, f_l$  sont également des expressions MMPS, et le symbole “|” signifie “OU”. Ce modèle s'avère adapté pour caractériser plusieurs classes de systèmes hybrides et systèmes à événements discrets, comme par exemple les systèmes à événements discrets max-plus-linéaire, les systèmes max-min-plus et les systèmes polynomiaux max-plus.

#### 1.4.6 Modèle affine par morceaux (FWA)

L'évolution d'un système peut être gouvernée par différents modèles affines selon les valeurs courantes des états et des entrées. Dès lors, l'espace global est divisé en plusieurs régions, chaque région étant définie par des inégalités sur les états et les entrées. La dynamique de chaque région est caractérisée par un modèle affine particulier. Le lecteur pourra se reporter à [18] pour des résultats théoriques sur les modèles affines par morceaux.

#### 1.4.7 Modèle mixte dynamique et logique (MDL)

Le modèle mixte dynamique et logique « Mixed Logical Dynamical » (MLD) [19] permet de modéliser les systèmes hybrides incluant des états, des entrées, et des sorties mixtes (continus, logiques), ainsi que les systèmes faisant intervenir des relations logiques et des contraintes. Cette structure s'avère très intéressante car elle permet de modéliser plusieurs classes des systèmes hybrides, comme par exemple les systèmes hybrides linéaires, les systèmes linéaires sous contraintes, les systèmes logiques séquentiels (machines d'état fini), quelques classes de systèmes à événements discrets, les systèmes dynamiques non linéaires pour lesquels les non linéarités peuvent être exprimées par l'intermédiaire de combinaisons logiques. De plus, ce type de modèle

permet de formuler et de résoudre les problèmes classiques de l'Automatique, tels que la commande de systèmes, l'estimation d'état, l'identification et la détection de pannes [20].

Un modèle MLD est composé de deux parties, une partie liée aux dynamiques continues et l'autre aux dynamiques discrètes décrites par les variables logiques et leur interaction mutuelle. La Figure 8 illustre la structure globale du modèle ainsi que les passages associés [21].

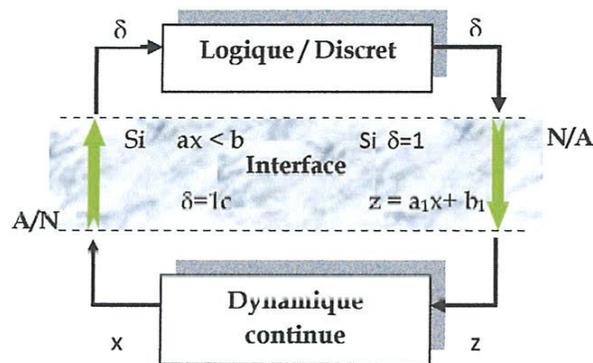


Figure 1.8 : Structure d'un modèle MLD

Ceci mène à une mise en équation de la forme

$$\begin{cases} x(k+1) = A.x(k) + B_1u(k) + B_2\delta(k) + B_3z(k) \\ y(k) = C.x(k) + D_1u(k) + D_2\delta(k) + D_3z(k) \\ E_2\delta(k) + E_3z(k) \leq E_1u(k) + E_4x(k) + E_5 \end{cases} \quad (1.10)$$

où l'état :  $x(k) = [x_c(k) \ x_l(k)]^T$ ,  $x_c(k) \in \mathbb{R}^{n_c}$  et  $x_l(k) \in \{0,1\}^{n_l}$ ,  $n = n_c + n_l$  (1.11)

la sortie :  $y(k) = [y_c(k) \ y_l(k)]^T$ ,  $x_c(k) \in \mathbb{R}^{m_c}$  et  $y_l(k) \in \{0,1\}^{m_l}$ ,  $m = m_c + m_l$  (1.12)

l'entrée :  $u(k) = [u_c(k) \ u_l(k)]^T$ ,  $u_c(k) \in \mathbb{R}^{r_c}$  et  $u_l(k) \in \{0,1\}^{r_l}$ ,  $r = r_c + r_l$  (1.13)

Les variables binaires auxiliaires :  $\delta(k) \in \{0,1\}^{q_l}$

Les variables continues auxiliaires :  $z(k) \in \mathbb{R}^{q_c}$

Les matrices  $A$ ,  $B_i$ ,  $C$ ,  $D_i$  et  $E_i$  sont des matrices constantes et  $E_5$  un vecteur réel.

L'ensemble des contraintes de la forme MLD regroupe donc d'une part les contraintes du système, d'autres part les inégalités issues des propositions logiques et des variables auxiliaires. Un système MLD est dit "bien posé" si les variables auxiliaires sont uniques pour la paire  $(x, u)$  [22].

## 1.5 Modélisation de système dynamique avec incertitudes

Dans ce travail, nous considérons sans distinction à la fois les erreurs de modélisation et Les entrées inconnues ou non mesurables définies sous forme d'incertitudes structurées ou Non structurées en utilisant le terme perturbation [23].

Afin d'illustrer mathématiquement cette notion de perturbations, et conformément à [24], Nous posons le modèle d'espace-état d'un système linéaire vis-à-vis de

Perturbations sous la forme suivante

$$\begin{cases} X(k+1) = (A + \delta A)X(k) + (B + \delta B)U(k) + (\Delta_x + \delta \Delta_x) \\ Y(k) = (C + \delta C)X(k) + (D + \delta D)U(k) + (\Delta_y + \delta \Delta_y) \end{cases} \quad (1.14)$$

où  $X \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état,  $U \in \mathbb{R}^p$  est le vecteur d'entrée,  $Y \in \mathbb{R}^m$  est le vecteur de sortie. Les matrices  $A, B, C$  et  $D$ , ainsi que les vecteurs  $\Delta X$  et  $\Delta Y$  sont connus et de dimensions appropriées. Cet ensemble de matrices et de vecteurs définit un modèle nominal. Les matrices  $\delta A, \delta B, \delta C$  et  $\delta D$  ainsi que les vecteurs  $\delta \Delta_x$  et  $\delta \Delta_y$  représentent les perturbations multiplicatives. Par simplicité de notation, nous définissons la matrice suivante associée à ce modèle d'espace d'état en prenant en compte des perturbations liées aux matrices et aux vecteurs incertains :

$$\begin{bmatrix} (A + \delta A) & (B + \delta B) & (\Delta_x + \delta \Delta_x) \\ (C + \delta C) & (D + \delta D) & (\Delta_y + \delta \Delta_y) \end{bmatrix} \quad (1.15)$$

Cette matrice, que l'on notera  $S^\varepsilon$ , peut être réécrite, sous la forme :

$$S^\varepsilon = \begin{bmatrix} A^\varepsilon & B^\varepsilon & \Delta_X^\varepsilon \\ C^\varepsilon & D^\varepsilon & \Delta_Y^\varepsilon \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

où l'exposant  $\mathcal{E}$  signifie que nous tenons compte des perturbations. Ainsi, la matrice  $S^{\mathcal{E}}$

contribue au modèle d'espace-état incertain défini à l'équation (1.16). Ces perturbations, si nous considérons uniquement les erreurs de modèle, sont généralement engendrées par des approximations nécessaires lors d'une linéarisation ou également lors de l'étape d'estimation des paramètres. Ces erreurs de modèle sont très importantes à considérer dans le cadre de notre étude car elles sont certes présentes autour d'un point de fonctionnement mais également et surtout lors du passage entre les différents points de fonctionnement.

Afin d'intégrer cette connaissance au sein d'un générateur de résidus, nous n'examinons que les perturbations  $\delta A$ ,  $\delta B$ ,  $\delta \Delta_x$ ,  $\delta C$ ,  $\delta D$  et  $\delta \Delta_y$  définies dans une région ou un intervalle de fonctionnement borné. Par conséquent, les erreurs de modèle sont représentées comme des perturbations multiplicatives [25]. Les bornes sont établies à l'aide de deux ensembles de matrice représentant les bornes inférieures, notées (*inf*), et supérieures, notées (*sup*). Dans ce cas, les bornes doivent être déterminées de manière à englober les erreurs de modèle générées par les erreurs de linéarisation ou par les erreurs d'identification du modèle linéaire. Sur la base de cette hypothèse de travail, nous établissons les inégalités suivantes :

$$\begin{aligned} \delta^{inf} A \leq \delta A \leq \delta^{sup} A, \quad \delta^{inf} B \leq \delta B \leq \delta^{sup} B, \quad \delta^{inf} \Delta_x \leq \delta \Delta_x \leq \delta^{sup} \Delta_x \\ \delta^{inf} C \leq \delta C \leq \delta^{sup} C, \quad \delta^{inf} D \leq \delta D \leq \delta^{sup} D, \quad \delta^{inf} \Delta_y \leq \delta \Delta_y \leq \delta^{sup} \Delta_y \end{aligned} \quad (1.17)$$

où l'ensemble  $\{ \delta^{inf} A, \delta^{inf} B, \delta^{inf} \Delta_x, \delta^{inf} C, \delta^{inf} D, \delta^{inf} \Delta_y \}$ , et l'ensemble  $\{ \delta^{sup} A, \delta^{sup} B, \delta^{sup} \Delta_x, \delta^{sup} C, \delta^{sup} D, \delta^{sup} \Delta_y \}$  représentent respectivement la borne inférieure et la borne supérieure de l'intervalle. Nous supposons que la valeur  $\delta$  est définie par un intervalle fermé symétrique  $[\delta^{inf} \delta^{sup}]$  où  $\delta^{sup} = -$ . Dans ce cas, prend des valeurs entre  $[-1 \ 0[$ , contrairement à qui prend des valeurs entre  $]0 \ 1]$ . La valeur nominale est  $\delta^{non} = 0$  (Adrot 2000). Par exemple, si nous supposons,

$\delta^{inf} = -0.1$  et  $\delta^{sup} = 0.1$ , alors les inégalités (3.4) deviennent équivalentes à :

$$\begin{aligned} -0.1A \leq \delta A \leq 0.1A, \quad -0.1B \leq \delta B \leq 0.1B, \quad -0.1\Delta_x \leq \delta \Delta_x \leq 0.1\Delta_x \\ -0.1C \leq \delta C \leq 0.1C, \quad -0.1D \leq \delta D \leq 0.1D, \quad -0.1\Delta_y \leq \delta \Delta_y \leq 0.1\Delta_y \end{aligned} \quad (1.18)$$

Cette hypothèse de travail conduit à déterminer l'ensemble des matrices (inf) en effectuant le produit entre la borne inférieure de l'intervalle et les matrices nominales. La même procédure est utilisée pour le calcul de l'ensemble de matrices (sup) en utilisant la borne supérieure. Par conséquent, la matrice  $S^{\mathcal{E}}$  représentative du modèle d'espace-état défini à l'équation (2.14) est elle-même bornée par les deux matrices extrêmes (inf et sup) suivantes :

$$\begin{bmatrix} (A + \delta^{inf} A) (B + \delta^{inf} B) (\Delta_x + \delta^{inf} \Delta_x) \\ (C + \delta^{inf} C) (D + \delta^{inf} D) (\Delta_x + \delta^{inf} \Delta_x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^{inf} & B^{inf} & \Delta_x^{inf} \\ C^{inf} & D^{inf} & \Delta_y^{inf} \end{bmatrix} = \delta^{inf} \quad (1.19)$$

$$\begin{bmatrix} (A + 0) (B + 0) (\Delta_x + 0) \\ (C + 0) (D + 0) (\Delta_x + 0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^{non} & B^{non} & \Delta_x^{non} \\ C^{non} & D^{non} & \Delta_y^{non} \end{bmatrix} = \delta^{non} \quad (1.20)$$

$$\begin{bmatrix} (A + \delta^{sup} A) (B + \delta^{sup} B) (\Delta_x + \delta^{sup} \Delta_x) \\ (C + \delta^{sup} C) (D + \delta^{sup} D) (\Delta_x + \delta^{sup} \Delta_x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^{sup} & B^{sup} & \Delta_x^{sup} \\ C^{sup} & D^{sup} & \Delta_y^{sup} \end{bmatrix} = \delta^{sup} \quad (1.21)$$

où  $\delta^{non}$  représente le modèle nominal du système,  $\delta^{inf}$  et  $\delta^{sup}$ , représentent le modèle tenant compte respectivement des incertitudes de modèles bornées inférieures et supérieures.

Les matrices représentatives du comportement dynamique du système décrit en (1.14) peuvent être jointes à la matrice nominale pour obtenir l'ensemble suivant :

$$S^{\mathcal{E}} = [ S^{inf} \quad S^{non} \quad S^{sup} ] \quad (1.22)$$

où  $S^{\mathcal{E}}$  représente un ensemble de matrices conduisant à la modélisation du système linéaire incertain décrit en (1.14).

Sur la base de la représentation multi-modèle proposée avec M modèles linéaires associés à chaque point de fonctionnement (cf. équation 1.22), nous définissons les méthodes de génération de résidus capable d'accomplir nos contraintes, c'est-à-dire de parvenir à la détection et l'isolation de défauts, ainsi qu'à l'estimation d'une fonction d'activation.

## 1.6 Modélisation de système dynamique hybride Incertains

Considérons le système dynamique continu incertain (1.23) dont les incertitudes sont naturellement représentées par des intervalles bornés avec des bornes connues a priori.

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}(t) = f(x, p, u(t)) \\ y(t) = g(x, p, u(t)) \\ x(t_0) \in [x_0] \subseteq D \\ P \in [P] \end{array} \right. \quad (1.23)$$

Où  $f \in C^{k-1}(D \times U)$ ,  $D \times U \subseteq \mathbb{R}^{n+n_u}$  est un domaine ouvert ;  $n$ ,  $n_u$  et  $m$  représentent respectivement les dimensions du vecteur d'état  $x$ , du vecteur d'entrée  $u$  et du vecteur de sortie  $y$ . Les fonctions  $f : D \times U \rightarrow \mathbb{R}^n$  et  $g : D \times U \rightarrow \mathbb{R}^m$  peuvent être non linéaires. L'état initial  $x_0$  est supposé appartenir à un pavé  $[x_0]$  de bornes connues a priori. Par ailleurs, nous supposons que les signaux de mesures,  $y_m(t_j)$ , sont récoltés à des instants de mesure  $t_j \in \{t_1, t_2, \dots, t_{nT}\}$  non nécessairement équidistants. Les erreurs de modélisation et celles dues aux bruits et perturbations sont considérées bornées de bornes connues et additives au vecteur de mesures. Ainsi le domaine admissible des sorties du système (1.23) à un instant donné  $t_j$  est déni par :

$$Y(t_j) = y(t_j) + E(t_j) \quad (1.24)$$

où  $E(t_j)$  représente le domaine admissible borné de toutes les erreurs à l'instant  $t_j$ .

## 1.7 Conclusion

Plusieurs formalismes ont été proposés afin d'établir un modèle permettant de décrire complètement l'évolution de la partie continue et de la partie discrète et les interactions entre elles. Notre choix s'est fixé sur deux modèles SDH et SDH Incertain de type automate hybride. Ce modèle a pour avantage de décrire explicitement et avec des outils adaptés les phénomènes continus et discrets.

# Chapitre 2

## 2.1 Modélisation d'un système thermique

Le système thermique, mettant en évidence les dynamiques continue et événementielle. Dans une première étape nous modélisons ce système thermique par un automate hybride. Des limitations de fonctionnements associées aux conditions initiales et aux paramètres du système, sont ensuite considérées. Ceci a pour effet de supprimer certaines transitions ou certains modes du modèle initial. Enfin, nous déclinons un modèle réduite considérant le système commandé dans un mode d'exploitation donné

### 2.1.1 Description du système :

Considérons le cas de la régulation d'une température d'une enceinte par un radiateur commandé par un thermostat. On suppose que quand le radiateur est en arrêt (off), la température,  $x \in \mathcal{R}$ , de la salle diminue exponentiellement vers 0 degrés selon l'équation

$$\dot{x}(t) = -a.x(t) \quad \text{Pour } \forall a > 0. \quad (2.1)$$

Quand le thermostat est en marche (on), la température augmente exponentiellement jusqu'à 30 °C, selon l'équation différentielle

$$\dot{x}(t) = -a(x(t) - 30) \quad (2.2)$$

Dans le processus (enceinte + thermostat) peut être approché à deux modèles différents qui sont décrits par les deux équations ci-dessous caractérisant son évolution.

Dans l'exemple précédent (1) (enceinte + radiateur), le système est régi par la dynamique continue et discrète. L'état continu est la température dans la chambre,  $x \in \mathcal{R}$ . L'état discret,  $q \in \{\text{On}, \text{Off}\}$  reflète le comportement du radiateur (allumé, éteint). L'évolution de  $x$  est régie par une équation alors que l'évolution de  $q$  est par des sauts. L'évolution des deux types d'état est couplée. Quand  $q = \text{On}$ ,  $x$  évolue selon l'équation (2.2), tandis que quand  $q = \text{Off}$ .

$x$  décroît selon l'équation (2.1). De même,  $q$  ne peut pas commuter de Off à On à moins que  $x \geq 21$ .  $q$  doit changer d'état (de On à Off) si  $x \geq 19$  Etc.

Une trajectoire du système est illustrée par la figure (2.1) Notons que dans ce cas, les trajectoires multiples peuvent être obtenues pour les mêmes conditions initiales. La figure (2.2) montre la modélisation du comportement du système (le thermostat et la température de la chambre). par l'automate hybride

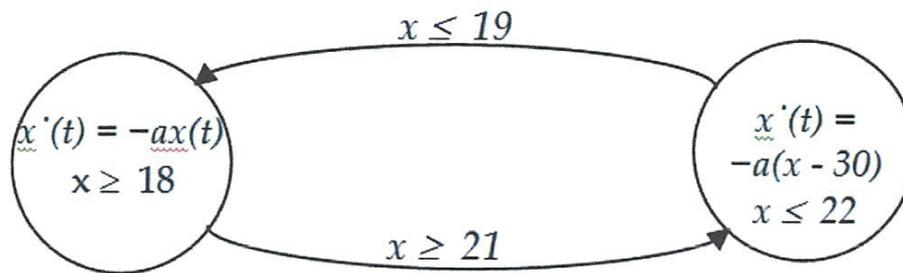


Figure 2.1 : Automate hybride du système

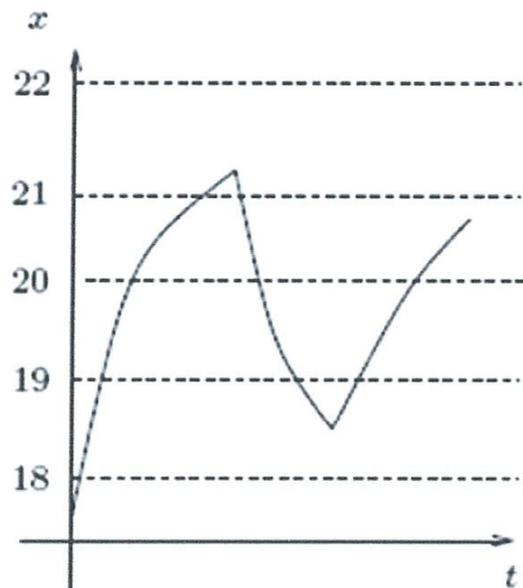


Figure 2.2 : Comportement de partie continu du système

## 2.1.2 La simulation de système

Les ensembles industriels sont bien souvent des systèmes hybrides dans lesquels un automate supervise et coordonne le fonctionnement d'un plusieurs ensembles continus ou éventuellement échantillonnés.

Nous allons dans cette partie mettre en œuvre Simulink et stateflow pour simuler le comportement d'un système dynamique hybride.

### a) Création de bloc continu (système physique)

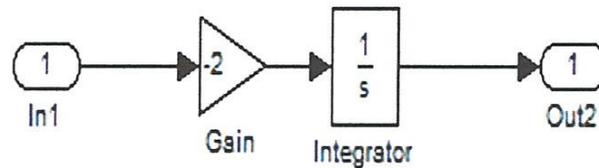


Figure2.3 : modèle Simulink de chauffage en mode « off »

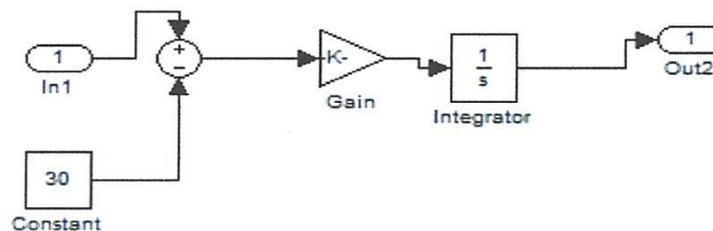


Figure2.4 : modèle Simulink de chauffage en mode « on »

### b) Création du Bloc automate (SDH chart)

Nous allons maintenant présenter le bloc **SDH chart** sous l'environnement Stateflow. Le modèle automate hybride est réalisé séparément à l'aide du Stateflow sous forme d'un bloc. Le fonctionnement du système dépendra de l'état discret ainsi que les conditions de transitions ou évènements.

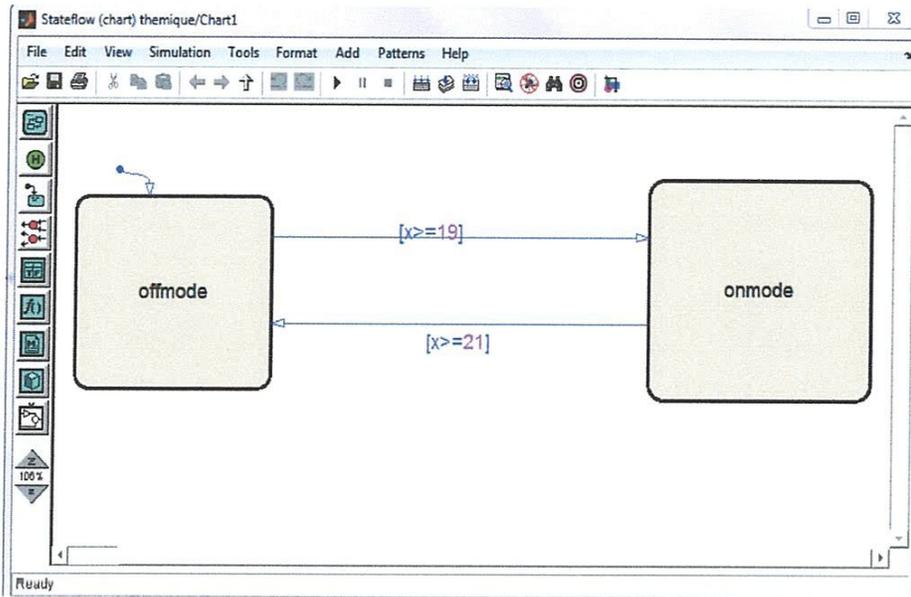


Figure 2.5 : bloc automate de modèle du thermostat

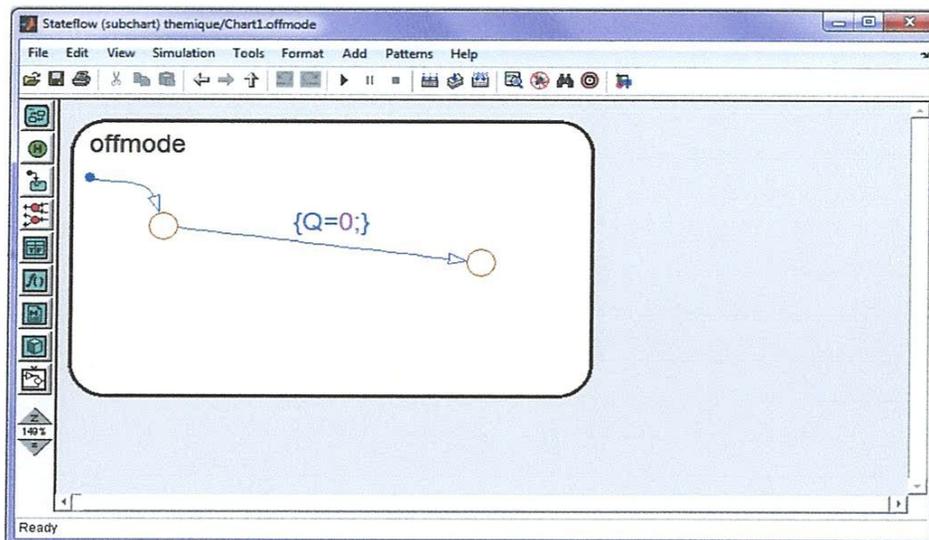


Figure 2.6 : Composante de sous bloc « offmode »

Réalisons maintenant la connexion des deux blocs « système continu » et « SDH chart », nous obtenons le modèle global suivant :

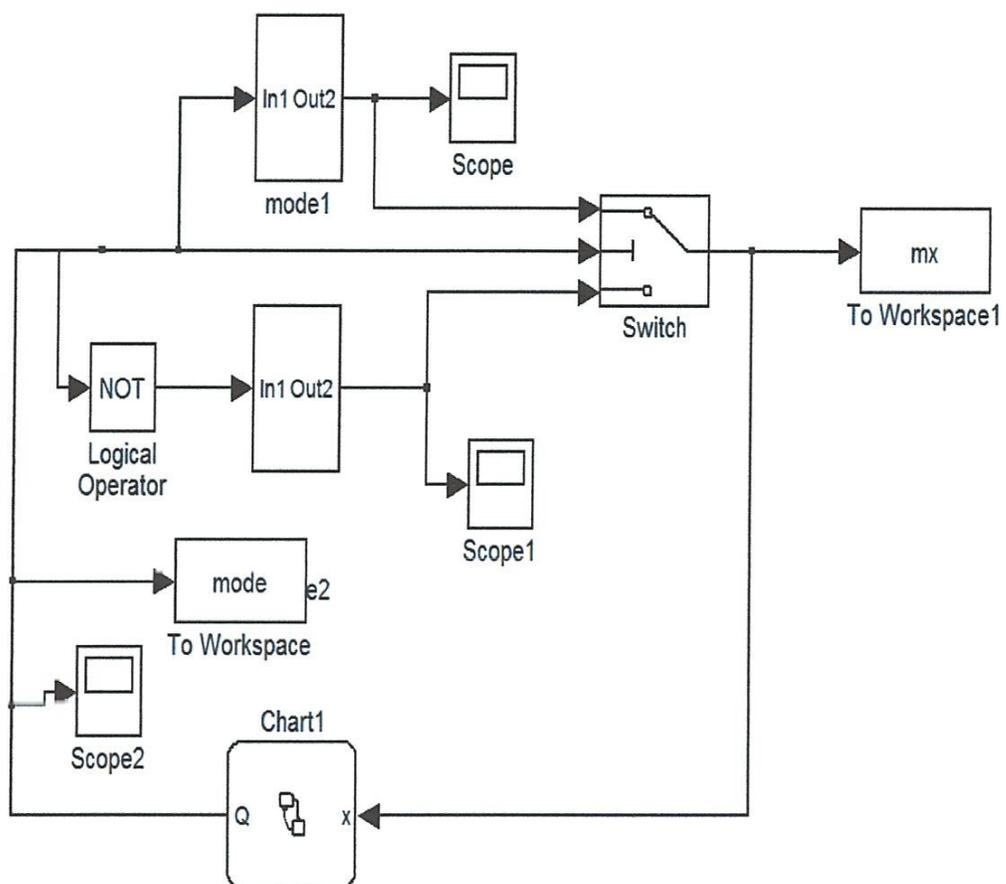


Figure 2.7 : Schéma global du système thermostat.

### 2-1-3 Test de Simulation

#### a) Simulation de la partie continu :

Quand le thermostat est en marche (on), la température augmente exponentiellement jusqu'à 30 °C, selon l'équation différentielle

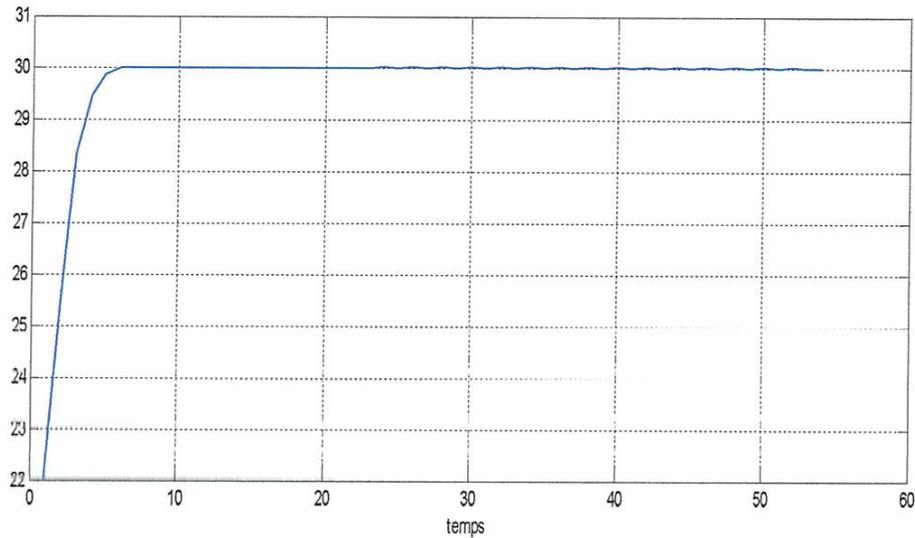


Figure 2.8 : évolution de température selon mode on

On suppose que quand le radiateur est en arrêt (off), la température,  $x \in \mathbb{R}$ , de la salle diminue exponentiellement vers 0 degrés selon l'équation

$$\dot{x}(t) = -a.x(t) \quad \text{Pour } \forall a > 0.$$

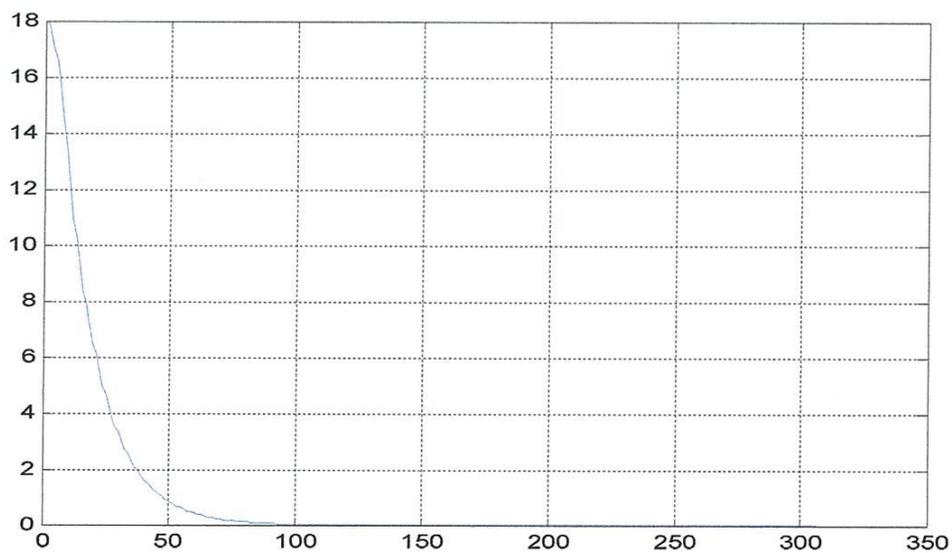


Figure 2.9 : évolution de température selon mode off



La figure 2.10 illustre le comportement l'évolution de deux modes sur un intervalle de temps [0,5]

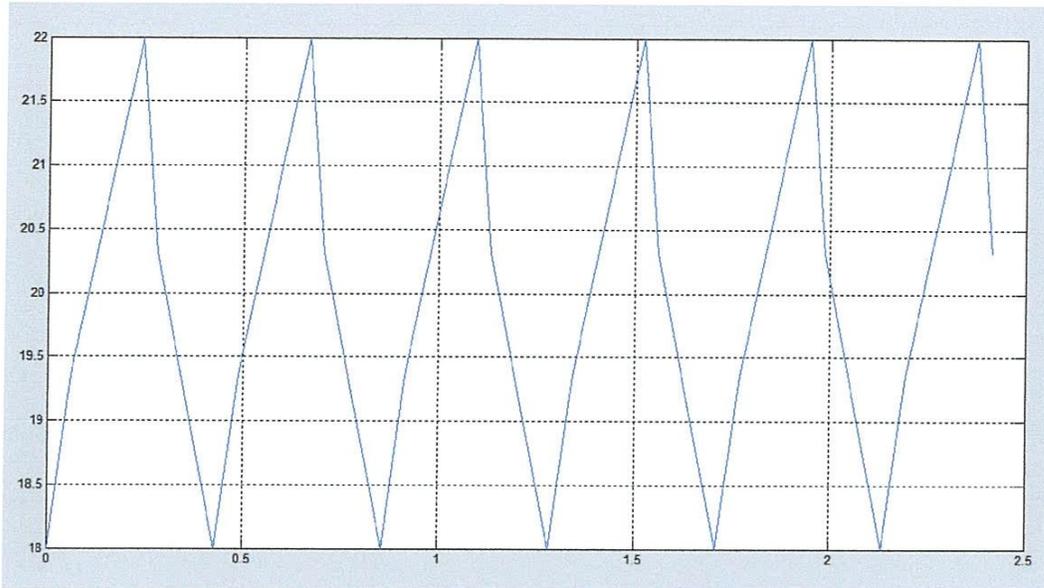


Figure 2.10 : Comportement de partie continu du système

**b) Simulation de partie automate : (Évolution des modes)**

La figure suivante illustre l'aspect discret dans un environnement sans défauts et en absence de bruit et de perturbations. La Séquence des modes normaux est (0-1-0-1-0-1-0-1 ....)

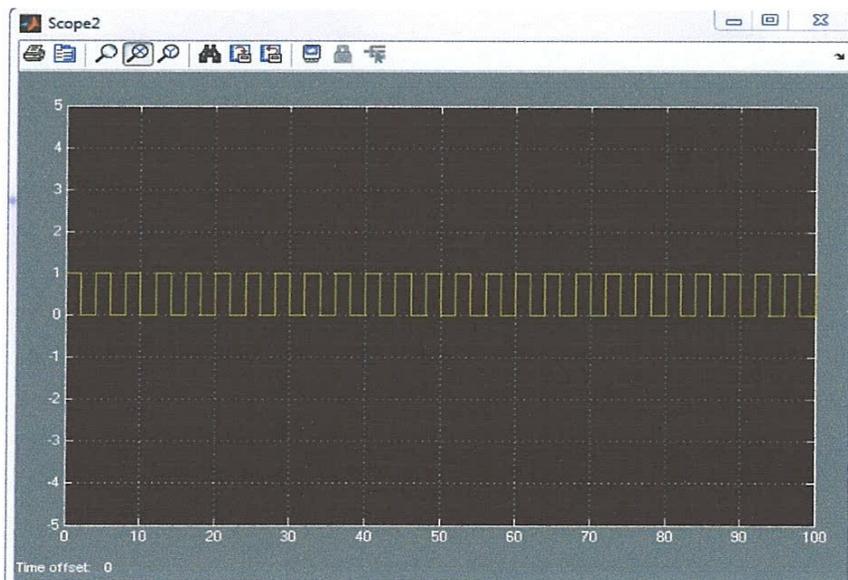


Figure 3.11 : Séquence des modes

## 2.2 Modélisation d'un système hydraulique d'une fontaine à deux bassins

Le système hydraulique donné figure (2.12) , en mettant en évidence les dynamiques continue et événementielle. Dans une première étape nous modélisons ce système hydraulique par un automate hybride. Des limitations de fonctionnements associées aux conditions initiales et aux paramètres du système, sont ensuite considérées. Ceci a pour effet de supprimer certaines transitions ou certains modes du modèle initial. Enfin, nous déclinons un modèle réduite considérant le système commandé dans un mode d'exploitation donné .



Figure 2.12 : une fontaine à deux bassin

### 2.2.1 Description du système

L'exemple de la figure ( 2. 13), il s'agit de la description d'une fontaine décorative à deux bassins avec :

- ❖ écoulement direct entre le bassin 1 (supérieur) et le bassin 2 (inférieur), suivant deux modalités dépendant de l'état du système lui-même : fuite le long de la colonne centrale pendant le remplissage du bassin 1, débordement décoratif quand ce bassin est plein ;
- ❖ relevage permanent par pompe, à débit constant, entre le bassin 2 et le bassin 1, avec également un effet décoratif.

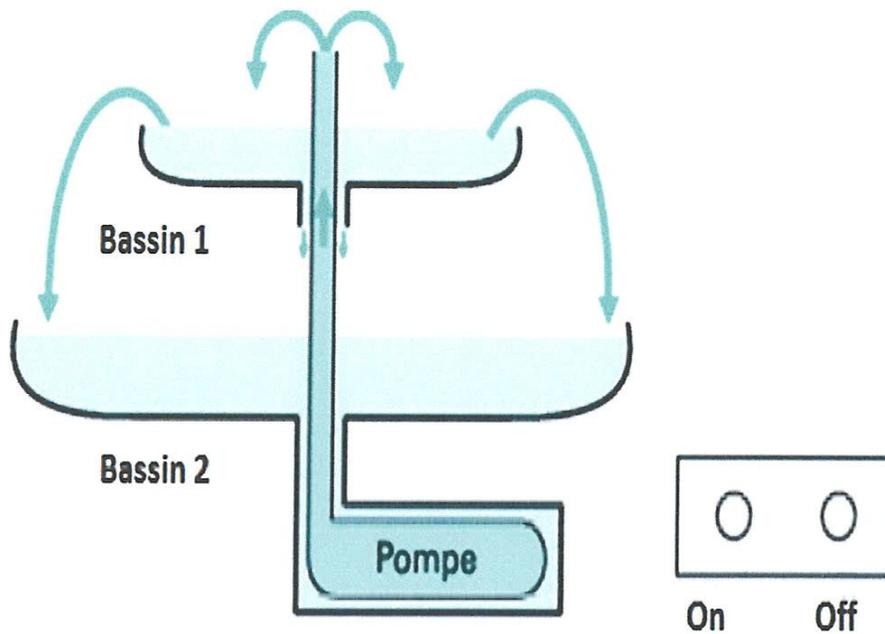


Figure 2.13: Schéma d'une fontaine a deux bassins

Avec :

$h_1$  : niveaux dans le bassin 1.

$H_{\max 1}, H_{\max 2}$  : niveaux maximal dans le bassin 1 et 2.

$S_1, S_2$  : section moyenne du bassin 1 et 2

$q$  : débit de 1 vers 2 (global).

$Q$  : débit de 2 vers s 1.

$q_f$  : débit de fuit de 1 vers 2

$Q_r$  : débit nominal de la pompe

$D$  : détections d un défaut

### 2.2.2 Modélisation du système par automate hybride :

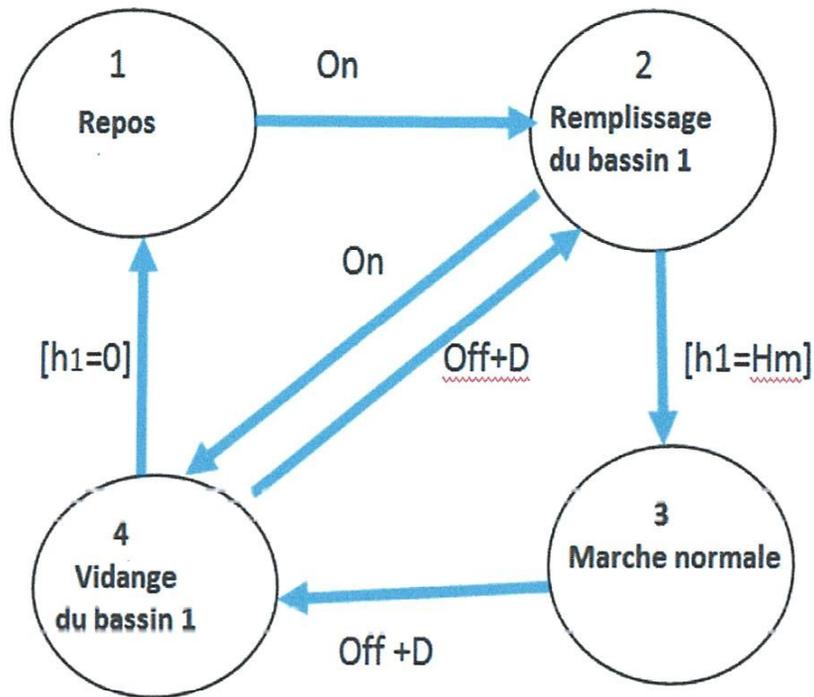


Figure (2.14) : automate hybride associé

### 2.2.3 Analyse du fonctionnement d'une fontaine par automate hybride

- **Mode 1** : en repos

$$\text{mode 1} = \begin{cases} q = 0 \\ h_1 = 0 \\ h_2 = h_{\max 2} \\ Q = 0 \end{cases}$$

- **Mode 2** : remplissage du bassin 1

$$\text{mode 2} = \begin{cases} q = q_f \\ s_1 \frac{dh_1}{dt} = q_f \\ s_2 \frac{dh_1}{dt} = q_f \\ Q = 0 \end{cases}$$

- **Mode 3** : Marche normale

$$\text{mode3} = \begin{cases} q = q_f \\ s_1 \frac{dh_1}{dt} = Q_r - q_f \\ s_2 \frac{dh_2}{dt} = q_f - Q_r \\ Q = Q_r \end{cases}$$

- **Mode 4** : vidange du bassin 1

$$\text{mode4} = \begin{cases} q = Q_r \\ s_1 \frac{dh_1}{dt} = 0 \\ s_2 \frac{dh_2}{dt} = 0 \\ Q = Q_r \end{cases}$$

#### 2-2-4 La simulation de système hydraulique

Les ensembles industriels sont bien souvent des systèmes hybrides dans lesquels un automate supervise et coordonne le fonctionnement d'un plusieurs ensembles continus ou éventuellement échantillonnés.

#### 2.2.5 Simulation d'une fontain a deux bassins

##### a) Création de bloc continu (système physique)

Le bloc système physique est constitué du schéma suivant traduisant la description donnée au paragraphe 2.2.1:

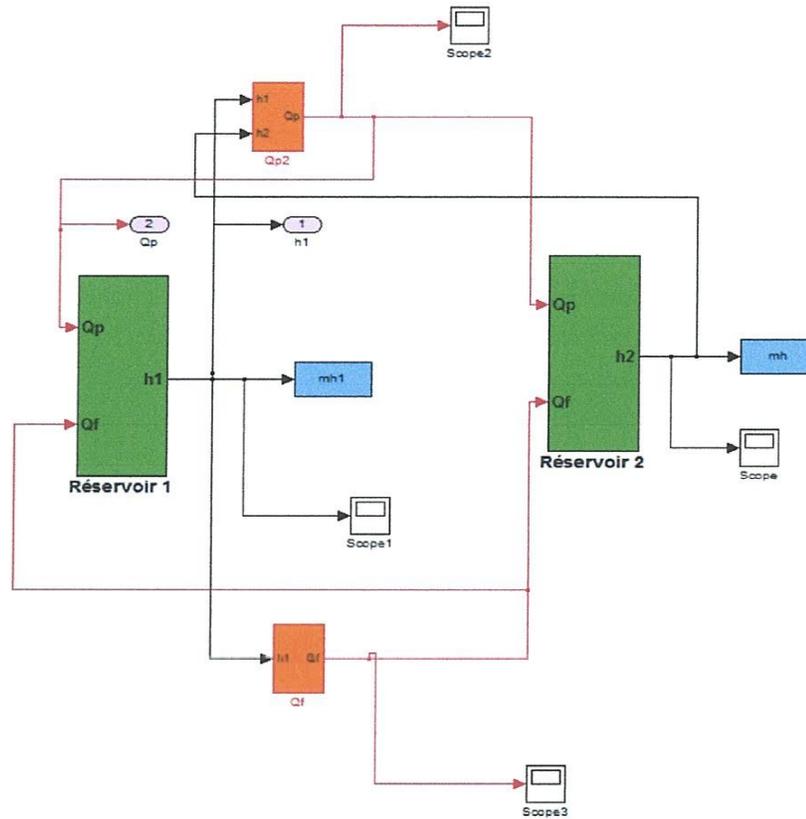


Figure 2.15 : Schéma bloc du système physique

Les sous bloc bassin 1 et bassin 2 construit à partir des équations différentielles décrivant les dynamiques des éléments du processus. Chaque dynamique est obtenue par simulation du schéma bloc suivant :

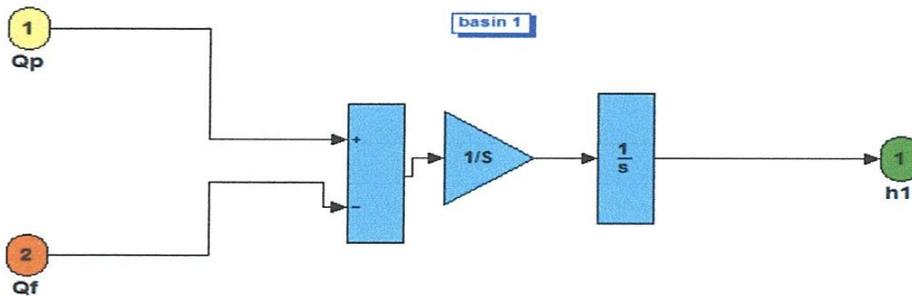


Figure 2.16 : Schéma sous bloc du bassin 1

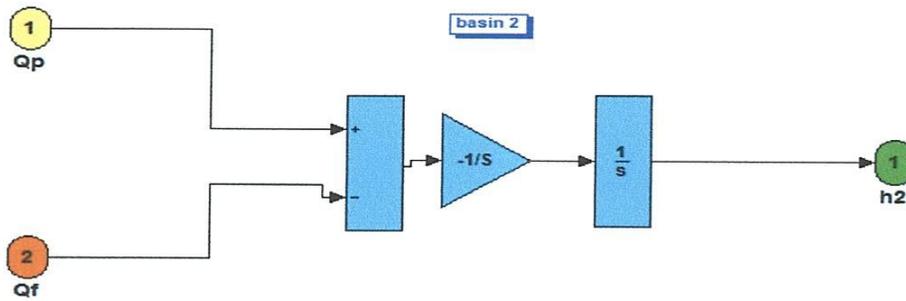


Figure 2.17 : Schéma sous bloc du bassin 2

b) Création du Bloc automate (SDH système d'une fontain a deux bassins)

Nous allons maintenant présenter le bloc SDH système d'une fontain a deux bassins sous l'environnement Stateflow. Le modèle automate hybride est réalisé séparément à l'aide du Stateflow sous forme d'un bloc.

Le fonctionnement du système dépendra de l'état discret ainsi que les conditions de transitions ou évènements

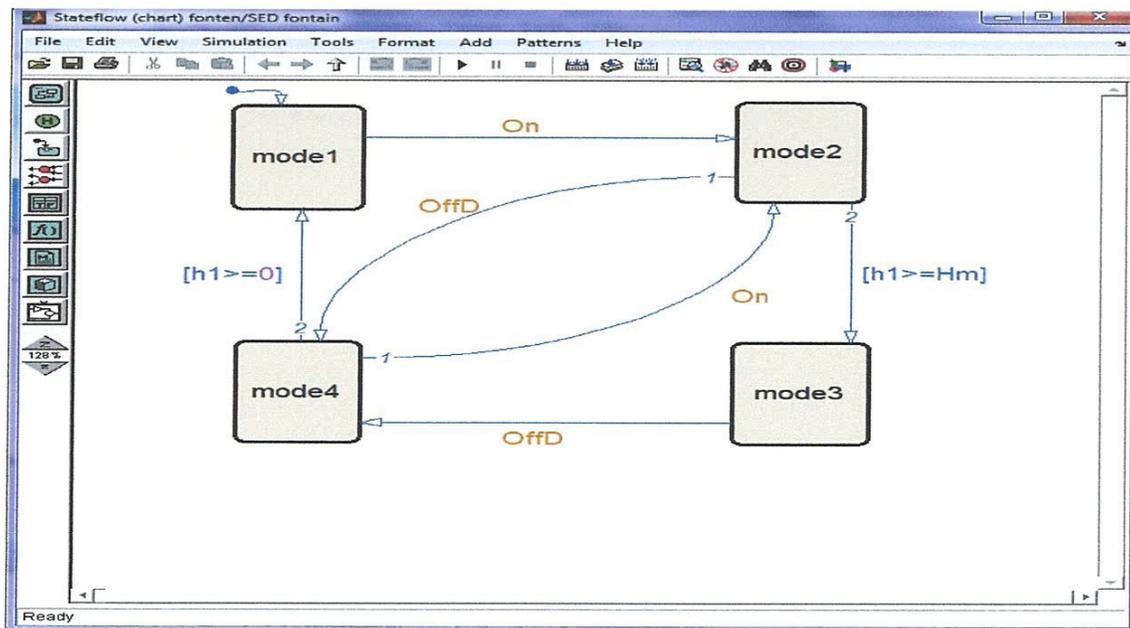
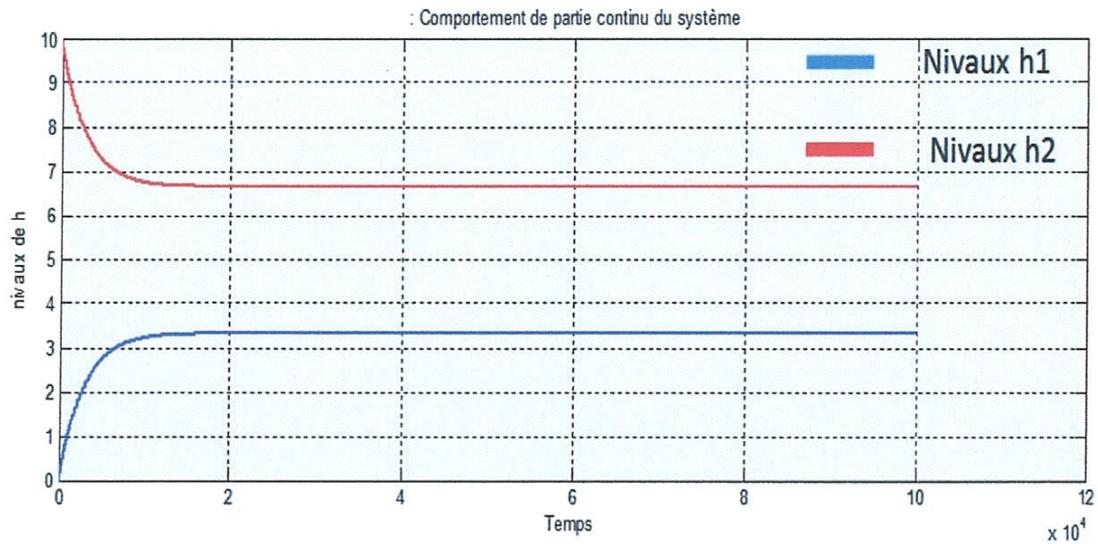


Figure 2.18 : Schéma bloc de l'automate





Figurer 2.20 : évaluation de la partie continue.

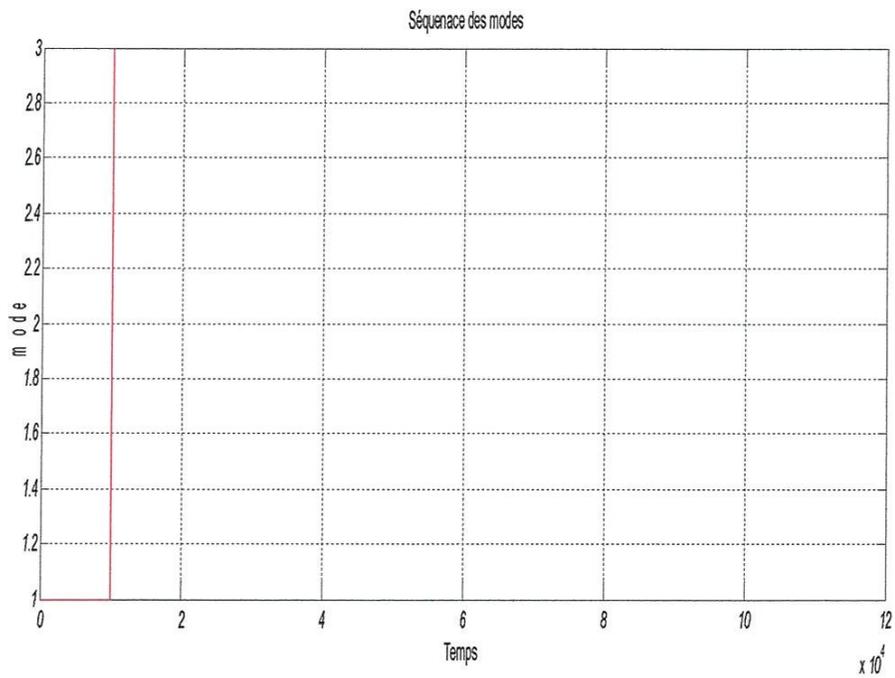


Figure 2.21 : les séquences des modes.

### 2.3 Conclusion

Plusieurs formalismes ont été proposés afin d'établir un modèle permettant de décrire complètement l'évolution de la partie continue, de la partie discrète et les interactions entre elles. Notre choix s'est fixé sur un modèle de SDH de type automate hybride. Ce modèle a pour avantage de décrire explicitement et avec des outils adaptés les phénomènes continus et discrets.

# Conclusion Générale

## Conclusion générale

Les systèmes dynamiques hybrides concernent de nombreux secteurs de l'industrie, mais aussi des transports, voire d'autres activités humaines. Un système dynamique hybride est un système comportant une partie à évolution continue dans le temps et une partie à évolution événementielle. Même si la présentation des systèmes dynamiques hybrides ne prétend pas à l'exhaustivité, elle a montré que le domaine des systèmes hybrides est un domaine large et ouvert. De par sa nature, il s'imprègne des résultats issus de l'automatique des systèmes continus et de celle des systèmes à événements discrets mais aussi de l'informatique, pour étudier les solutions à des problèmes liés à la complexité des systèmes à commander ou à modéliser. L'application de la théorie des systèmes dynamiques hybrides aux outils et moyens de conduite opérationnels disponibles dans le monde industriel permettra d'améliorer la sûreté, les performances et les techniques de développement de systèmes réels.

Ainsi, plusieurs approches ont été développées pour la modélisation, l'analyse et la synthèse des systèmes dynamiques hybrides. De manière générale, ces approches se distinguent par l'importance qu'elles accordent à la dynamique continue ou événementielle des systèmes dynamiques hybrides, et par les domaines d'application visés.

Parmi les différents domaines d'étude des systèmes dynamiques hybrides, la modélisation est celui où il existe la plus importante littérature, car il est relativement aisé de formaliser toutes sortes de structures de modèles hybrides. Cependant, le choix d'un cadre global de développement de systèmes dynamiques hybrides implique un compromis entre deux critères conflictuels qui sont : la puissance de modélisation et la puissance de décision.

## Bibliographies

- [1] (Willisky et al., 1987). Willisky A.S Analytical redundancy and the design of robust failure detection system. IEEE trans. Automatic Control, vol. 29, n°7, pp. 603-614, 1984.
- [2] (Kalman, 69 ; Alla, 92 ; Branicky, 95 ; Zaytoon, 98 ; Valentin, 01 ; Zaytoon, 01) Les systèmes de production par lot : une approche discret/continu utilisant les réseaux de Petri hybrides, ADPM'92, Paris (janv. 1992).
- [3] (Branicky et al., 1998). systèmes de production par lot : une approche discret/continu utilisant les réseaux de Petri hybrides, ADPM'92, Paris (janv. 1992).
- [4] (Hamdi, 10). Hamdi Fatiha, Contribution à la Synthèse d'Observateurs Pour les Systèmes Hybrides, Thèse de Doctorat Science en électronique Option Contrôle industriel, Betna, 2010
- [5] (Alur, 1993). T.A.Henzinger et P.-H.Ho. 1993, «Hybrid automata :An Algorithmic approach to the specification and verification of hybrid systems», Hybrid Systems, LNCS, p.209-229.
- [6] (Henzinger, 1996). T.A.1996, «The theory of hybrid automata», Hybrid Systems II, LNCS, vol. 999, p. 278-292.
- [7] (Henzinger, 1997). Henzinger, T. A., P. H. Ho et H. W. Toi. 1997, «Hytech : A model checker for hybrid systems», International Journal on Software Tools for Technology Transfer, vol.1, p.110-122.
- [8] (Alur, 1994). Alur 1994, «A theory of timed automata», Theoretical Computer Science, vol.126, p.183-235.
- [9] (Henzinger, 2000). Henzinger 2000, «Symbolic model checking for rectangular hybrid systems », ON TACAS 2000 : Tools and algorithms for the construction and analysis Of systems, Lecture Notes in Computer Science, New-York, Springer-Verlag, p.142-156.
- [10] (Alur et al., 1993). Alur R., Courcoubetis C., Halbwachs N., Henzinger T.A., Ho P.H., Nicollin X., A. Olivero, Sifakis J. and Yovine S. (1995). The algorithmic analysis of hybrid systems. Theoretical Computer Science, vol. 138, pp. 303-344
- [11] (Kopke, 1996). Kopke, P.W. 1996, The Theory of Rectangular Hybrid Automata, these de doctorat, Cornell University, NY, USA.

- [12] (Henzinger et al., 1998). «The what's decidable about hybrid Automata ?», Journal of Computer and System Sciences ,vol.57,p.94-124
- [13] (Spathopoulos, 2000; Henzinger et Majumdar, 2000). Systèmes dynamiques hybrides
- [14] (Henzinger et al., 1996). Henzinger,T.A.1996,«The theory of hybrid automata», Hybrid Systems II ,LNCS ,vol. 999,p.278-292.
- [15](Spathopoulos,2000).Spathopoulos,M.2000,«Supervisory control for rectangular hybrid automata », dans 39 th IEEE Conference on Decision and Control ,p.35-41.
- [16](Henzinger et Majumdar ,2000). Henzinger,T.A. et R.Majumdar.2000, «Symbolic model checking for rectangular hybrid systems »,dans TACAS2000: Tools and algorithms for the construction and analysis of systems, LectureNotesinComputerScience,New-York,Springer-Verlag,p.142- 156.
- [17] (Zyatoon, 01)- Systèmes dynamiques hybrides. Hermes Sciences Publications (2001).
- [18] (Sontag, 1981) et (Sontag, 1996). «Diagnosability of stochastic discrete event systems»,IEEE Transactions On Automatic Control ,vol.50,no4,p.476-492.
- [19](Bemporad et Morari,1999),«Supervisory control of a class of discrete event systems», SIAMJ. Contr .Optim ,vol.25,p.57-96.
- [20] (Mignone et al., 1999),«Modelling and verification using linear hybrid automata -a case study», Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems,vol.6,p.71-89.
- [21] (Thomas, 04),«Uniformity for the decidability of hybrid automata »,dans Proceeding of the 8<sup>th</sup> Conference on Computer Aided Veri CAV'96,volume 1145 of LNCS,p.301-316.
- [22] (kechida ,07). Sihem Kechida , " Synthèse des générateurs de résidus robustes pour la détection des défauts " thèse doctorat université Badji Mokhtar , Annaba, soutenus en 2007
- [23] (Frank et Ding 1997), (Gertler 1998),(Chen et Patton 1999), (Adrot 2000),(Rambeaux 2001). J.Gertler Analytical redundancy methods in fault detection and - Survey and synthesis Proceeding of the IFAC Symposium on Fault Detection and safety for technical process, pages 9-22, 1991.

[24] (Chen Et Patton 1999). Patton R.J and Chen JA review of parity space approaches to fault diagnosis. Proceedings of IFAC/IMACS Symposium Safeprocess'91, Baden-Baden, Germany, Vol.1, pp. 238-255, 1991.

[25](Hamelin2002), Hamelin F., Ghetie M.A., Fonte C. (2002). Adaptative residual evaluation of model uncertainties: some methods and results. Engineering Simulation, vol. 13, pp.7730788

