

M/621.776

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université 8Mai 1945 – Guelma
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Electrotechnique et Automatique



**Mémoire de fin d'étude
Pour l'obtention du diplôme de Master Académique**

**Domaine : Sciences et Technologie
Filière : Automatique et Informatique industrielle
Spécialité : Commande et diagnostic des systèmes industriels**

Pistage d'une cible aérienne

Présenté par : **HIMEUR CHEMS-EDDINE**

Sous la direction de : **Mr. Sebbagh Abdennour.**

juin 2012



Remerciement



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ وَالْحَمْدُ لِلَّهِ رَبِّ الْعَالَمِينَ وَالصَّلَاةُ
وَالسَّلَامُ عَلَى نَبِيِّنَا مُحَمَّدٍ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ.

سبحان الله الذي وهبنا نعمة العقل، سبحان الذي يستحق الشكر على
نعمته وحده لا شريك له، سبحان الذي جعل لنا العلم نورا وهدانا سبيل
الرشاد.

Avant tout nous remercions dieu qui nous a éclairé notre chemin et
qui nous a donné la force pour réaliser ce travail.

Toute gratitude à notre encadreur monsieur »sebbagh abdenmour »,
Tous les membres de jury, et tous les enseignants d'AUTOMATIQUE
Nous remercions également à tout les enseignants qui nous
ont beaucoup encouragé et soutenu depuis le début de nos premiers cycle
d'étude jusqu'à la cinquième année universitaire.

En fin, nos sincères grâces à tous mes amis de la promotion de
Génie électrique 2011/2012 et à tout ceux qui nous ont contribué de près
ou de loin à la réalisation de ce travail.

Himeur chems-Edinne





Dédicace

Je dédie ce modeste travail à mon père (rebi yerehmo)

A ma  mère qui a tout l'honneur d'arriver à ce succès

A mes frères lazhar, rachid (rebi yerehmo), hichem, yamine, kado

mes sœurs nasira, laïla, biba, mounira, nounou

*A mes neveux et à mes amis
chaouki, diaa, mouslem, hassen, saïd, khaoula,
tarek, kabkoub*

Himeur chems-eddine

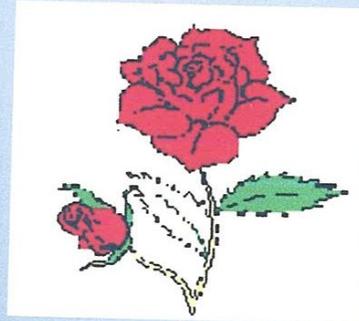


TABLE DES MATIERES

| | |
|---|-----------|
| Introduction Général..... | 01 |
| Organisation mémoire..... | 02 |
| Chapitre 1 : <i>Etat de l'art de la poursuite</i>..... | 03 |
| 1-1 Introduction | 03 |
| 1-2 Système radar..... | 03 |
| 1-2-1 Principes du système radar..... | 04 |
| 1-2-2 Types de radar..... | 05 |
| 1-2-2-1 Radar de veille..... | 05 |
| 1-2-2-2 Radar de poursuite..... | 05 |
| 1-2-3 Post-traitement des mesures radar..... | 06 |
| 1-2-4 Poursuite de trajectoires du véhicule marin..... | 06 |
| 1-2-5 Poursuite de cibles par asservissement visuel..... | 07 |
| Chapitre 2 : <i>Filtre de Kalman</i>..... | 13 |
| 2.1 Introduction..... | 13 |
| 2.2 Filtre de poursuite..... | 14 |
| 2-2-1 Introduction..... | 14 |
| 2-2-2 Technique de Ad Hoc..... | 15 |
| 2-2-3 Le filtre de kalman discret..... | 16 |
| 2-2-3-1 Equation de filtre..... | 17 |
| 2.3 Hypothèses..... | 19 |
| 2.4 objectifs du filtrage de Kalman | 20 |
| 2-5 algorithme Général de Filtre de Kalman..... | 20 |
| ▪ Etape 1 : prédiction d'états et d'observations..... | 20 |

| | |
|---|----|
| ▪ Etape 2 : calcul de la matrice de gain de kalman..... | 21 |
| ▪ Etape 3 : estimation des états courant et la matrice de covariance de l'erreur d'estimation..... | 21 |
| 2-6 résumé de L'algorithme de Kalman..... | 22 |
| 1-prédiction de l'état et de sa covariance..... | 22 |
| 2-matrice du gain de kalman | 22 |
| 3-estimation de l'état courant et sa covariance... .. | 22 |
| 2.2.4 Filtre de Kalman étendu (estimateur non linéaire)..... | 23 |
| 2-2-4-1 Cas d'un système continu..... | 23 |
| 2-2-4-2 Linéarisation du modèle : filtre de kalman linéarisé..... | 23 |
| 2-2-4-3 Algorithme Général de l'EKF..... | 25 |
| • Etape de prédiction | 25 |
| • Etape de correction:(misc à jour) | 25 |
| Chapitre 3 : Modélisation de trajectoires | 27 |
| 3-1 Modèles de Mouvement d'une cible Aérienne(ATC)..... | 27 |
| 3.2. Application de filtre de Kalman Etendu (EKF) sur le modèle « Coordinated Turn »..... | 29 |
| ▪ La matrice de corrélation..... | 31 |
| ❖ Etape de correction (estimation) | 31 |
| ▪ Le gain de filtre de Kalman..... | 31 |
| ▪ L'état estimé | 31 |
| ▪ La covariance estimée..... | 31 |

| | |
|---|----|
| Chapitre 4 : Résultats de simulation | 32 |
| 4-1 Introduction..... | 32 |
| 4-2 les différents scénarios..... | 32 |
| 4-2-1 Scénario 1..... | 32 |
| 4-2-2 Scénario 2..... | 35 |
| 4-3 Conclusions..... | 38 |
| Conclusion générale | 39 |
| Bibliographie | 40 |
| Liste de figure | |

Symboles et notations utilisés

Mathématiques :

ξ, η : coordonnées cartésiennes du plan horizontal.

E : vitesse sur l'axe des X.

$\dot{\eta}$: vitesse angulaire.

$E []$: Espérance mathématique.

ω : vitesse angulaire.

Filtrage de Kalman :

FK : filtre de Kalman.

EKF : filtre de Kalman Etendu.

$X(k)$: est le vecteur d'état du système.

$Z(k)$: est le vecteur de mesure.

$C(k)$: est une matrice de mesure.

$F(k)$: matrice jacobéenne d'état.

$H(k)$: matrice jacobéenne de mesure.

$Q(k)$: matrice de covariance du bruit d'état.

$R(k)$: matrice de covariance du bruit de mesure.

$\hat{x}(k + 1/k)$: Vecteur d'état prédit.

$\hat{x}(k + 1/k + 1)$: Vecteur d'état estimé.

$P(k+1/k)$: Matrice de covariance estimée.

$P(k+1/k+1)$: Matrice de covariance estimée.

RMSE : Racine de l'Erreur Quadratique Moyenne.

Introduction Générale

Introduction générale

Le filtrage linéaire et non linéaire permet d'estimer l'état d'un système à partir d'information a priori sur son évolution (modèle d'état) et de mesure réelles polluées par du bruit d'observation.

Le problème de filtrage ainsi que ceux de prédiction et de lissage, sont motivés par un grand nombre d'applications réelles parmi lesquelles le pistage de cible, le suivi d'entités dans des séquences d'images, la déconvolution de signaux numériques, l'estimation de risque en mathématiques financières et la localisation d'objets en robotique. La modélisation de tels problèmes se fait en général en se donnant un a priori sur la loi d'évolution du modèle à estimer. Dans ce cadre bayésien, la reconstitution optimale du processus d'état consiste à l'estimation de sa loi a posteriori ; la loi de ce processus conditionnellement aux mesures acquises depuis l'instant initial jusqu'à l'instant présent. Limités par la mémoire finie des ordinateurs, nous sommes contraints de choisir une représentation finie de cette loi. Dans le cas de modèles d'état et de mesures linéaires et de bruits additifs, la loi a posteriori présente l'énorme avantage d'être une gaussienne. Elle peut donc être entièrement caractérisée par sa moyenne et sa covariance. L'étude des modèles linéaires gaussiens a pour cette raison suscité un vif intérêt, donnant naissance au filtre de Kalman, qui fournit une expression récursive analytique des deux premiers moments de la loi a posteriori.

Un second cas conduisant à un filtre de dimension finie est celui des chaînes de Markov cachées définies sur un discret. Ces deux exemples reposent cependant sur des hypothèses rarement vérifiées en pratique. Pour y remédier, des extensions ont également été apportées au filtre de Kalman pour permettre son application à des modèles linéarisables. Notre

travail s'intéresse à l'estimation de mouvement 2-D d'une cible appartenant à la scène. Plus précisément, cette estimation de mouvement 2-D est réalisée par un système de poursuite basé sur le principe statistique du filtrage de Kalman, capable d'estimer les différents paramètres du mouvement de la cible.

Organisation du mémoire :

Ce document est organisé en quatre chapitres selon le plan suivant :

- ✚ Un état de l'art de la poursuite se fait en premier chapitre.
- ✚ Dans le second chapitre, nous traiterons le Filtre de Kalman standard ainsi que son extension dans le cas non linéaire, il s'agit du Filtre de Kalman Etendu (FKE).
- ✚ Dans le troisième chapitre nous faisons la modélisation des trajectoires qui seront utilisées dans l'opération de poursuite, dont on trouve deux modèles différents rectiligne et circulaire.
- ✚ L'illustration des résultats de simulation obtenus par l'application de l'algorithme à base de filtre de Kalman sera dans le quatrième chapitre
- ✚ Enfin, nous terminerons par une conclusion générale sur le travail réalisé et les résultats obtenus en citant quelques perspectives envisageables dans un futur proche ou lointain.

Chapitre 1

Etat de l'Art de la Poursuite

Chapitre 1

Etat de l'Art de Poursuite

1.1. Introduction

La poursuite de cibles est un problème qui a été largement étudié ces derniers temps dans le cadre de nombreuses applications civiles et militaires. Il ya demi-siècle environ, Wiener était déjà confronté au problème délicat de la poursuite de cible. A l'époque, il était formulé dans le contexte dramatique de la seconde guerre mondiale, à savoir l'élaboration d'un appareil de visé et de suivi de trajectoire de missiles en vue de leur destruction.

1.2. Système Radar

Le R.A.D.A.R. (Radio Détection And Ranging) est un moyen de détection de cible et d'estimation de leur position basé sur l'émission/réception d'ondes électromagnétiques. Pendant sa propagation et sa réflexion le signal radar subit des transformations dépendant des caractéristiques électromagnétique et cinématique de la cible. La réception du signal ainsi transformé permet de reconstruire ces caractéristiques.

Le traitement optimal du signal Radar nécessite la modélisation précise du signal reçu et de la dynamique régissant l'évolution de ses paramètres. Ceci suppose une prise en compte rigoureuse des éléments constitutifs des chaines d'émission et

d'acquisition du Radar et des équations de mesure qui en découlent. Aussi, le suivi des évolutions des caractéristiques des cibles détectées, notamment pour les radars de poursuite, nécessite une modélisation aussi fidèle que possible de la dynamique de ces caractéristiques et de leurs aléas, dont la finesse conditionne la précision de l'estimation [2].

1.2.1 Principes des systèmes radar

Le radar est un ensemble comportant un émetteur, une antenne, un récepteur et un système d'exploitation. Le signal émis est une suite d'impulsions électromagnétiques, chaque impulsion se propageant dans l'atmosphère à la vitesse de la lumière. Une partie de ce signal est réfléchi par la cible sous forme d'une onde de faible amplitude et de nature similaire à celle du signal émis. La mesure de la distance s'effectue par l'intermédiaire de celle du temps de trajectoire aller-retour de l'onde entre le radar et la cible. En présence d'une cible à la distance D , le radar reçoit une réflexion avec un retard :

$$T = \frac{2D}{c}$$

Où c désigne la vitesse de propagation de l'onde électromagnétique.

La mesure de la distance étant insuffisante pour une localisation tridimensionnelle de la cible, elle est combinée avec une mesure angulaire utilisant la directivité des antennes concentrée dans un angle limité θ , appelé ouverture du diagramme d'antenne [2].

1.2.2. Types de Radar

Les radars se différencient entre eux par leurs missions dont dépend leur manière d'explorer l'espace à l'aide de leur antenne.

1.2.2.1. Radar de veille

Son rôle principal est de détecter la présence de cible dans un large domaine de l'espace. Il assure une exploration totale de l'espace par un déplacement régulier de ses faisceaux. Ce déplacement peut être réalisé, par rotation de l'antenne radar, par balayage électronique du faisceau, ou par une combinaison de ces deux procédés.

1.2.2.2. Radar de poursuite

Un radar de poursuite permet de mesurer de façon suffisamment régulière les coordonnées d'une cible pour déterminer sa trajectoire et au besoin prédire sa position future. Tous les systèmes radar peuvent être considérés comme des radars de poursuite s'ils sont dotés d'un post-traitement des informations délivrées permettant d'établir des pistes de cibles détectées. Cependant, le nom radars de poursuite désigne, généralement, les radars qui peuvent effectuer cette opération de pistage en temps réel avec une périodicité et une précision suffisantes. Les radars de poursuite utilisent des procédés de mesure particuliers, tant pour la mesure de la distance que pour les mesures angulaires, permettant d'affiner la précision de localisation.

On distingue deux catégories de radars de poursuite :

- Les radars de poursuite continue, mesurant sans interruption les coordonnées d'une cible, par verrouillage asservi du faisceau d'antenne sur sa position angulaire.
- Les radars de poursuite discontinue (Track-chile-Scan) dont les propriétés permettent de poursuivre simultanément plusieurs cibles situées dans divers secteurs angulaires. Les différentes pistes sont obtenues séquentiellement sous forme de suites discontinues de fractions de trajectoires [3].

1.2.3. Poste-traitement des mesures radar

Les mesures radar obtenues en phase de détection/estimation sont en général de faibles précisions à cause de l'insuffisante finesse de la grille utilisée et de la faible durée d'intégration temporelle. Dans les radars de poursuite on s'est longtemps attaché à restituer l'état réel de la cible avec plus de précisions, en retraitant ces résultats bruités.

Ce poste traitement des mesures consiste presque en une optimisation locale par filtre de Kalman étendu dont les performances restent limitées au cas de faibles non linéarités et de densités de probabilité proche de la loi normale [4].

1.2.4. Poursuite de trajectoires du véhicule marin

La poursuite de trajectoires s'impose dès lors que l'on doit prendre en compte des contraintes dynamiques, dépendant du temps. Ces contraintes dynamiques sont de deux types : celles qui concernent l'environnement (présence de mobiles) et celles qui concernent le système (sa dynamique). A l'instar de la plupart des

méthodes de navigation, la poursuite de trajectoire pose le problème de la forme de la trajectoire que le véhicule doit suivre.

N'a pas la possibilité de se déplacer en un temps optimal dans direction, nous devons dans tous les cas assurer la convergence du véhicule a sa trajectoire désirée sans aucune difficulté. A cet effet, nous considérons que la trajectoire à poursuivre est générée par un véhicule marin fictif, mais de même cinématique et dynamique que le véhicule réel. Nous exprimons alors l'erreur dynamique résultante entre le véhicule réel et virtuel après quelques transformations sous la forme de cascade des deux sous systèmes [5].

1.2.5. Poursuite de cibles par asservissement visuel

La poursuite de cible dans certains travaux [6] en asservissement visuel considère le mouvement de l'objet comme une perturbation négligeable [7], ou suppose connue la trajectoire de l'objet [8]. Le concept de prédire avant d'asservir est relativement simple. La boucle de retour, au lieu d'utiliser directement les informations du capteur, se sert des grandeurs prédites. Nous voyons plusieurs motivations à l'utilisation d'un contrôle prédictif dans une boucle d'asservissement visuel. Ces motivations sont les suivantes :

- Traiter les phénomènes d'occlusions (partielles mais également complètes),
- Faciliter le traitement des images, c'est-à-dire l'extraction des caractéristiques visuelles,
- Permettre de résoudre le problème d'appariement,

- Compenser le temps de retard introduit par l'acquisition et le traitement d'image,
- Améliorer les performances de l'asservissement en cherchant à réduire l'erreur de trainage,
- Compenser la dynamique du système face à celle de la commande ou face à l'évolution de l'environnement,
- Prendre en compte et compenser le fait que l'environnement soit non stationnaire.

Les éléments de cette peuvent être satisfaits en mettant au point un modèle de connaissance pour déterminer la position de la cible, surtout lorsque les observations faites dans les images ne sont que partiellement disponibles, ou ne sont pas disponibles.

Ce modèle de connaissance est réalisé par le filtre de Kalman. La méthode la plus utilisée pour estimé prédire ou dé bruite les primitives visuelles est le classique filtre de Kalman qui nécessite la connaissance du mouvement de la cible (modèle dynamique).

Le suivi d'une trajectoire par un retour d'information visuelle est un thème important parmi les applications robotiques. Pour des asservissements visuels temps réel, de nombreuses approches de coordination main-œil ont été développées [19] et [22]. La plupart de ces approchés imposent des environnements simples et sans occlusion.

Il ya une dizaine d'années, a été introduit le suivi de trajectoires basé sur les modèle «modèle based motion tracking» [21] et [28]. Ces méthodes permettent de donner des indications sur ce qui est attendu dans les images et donc simplifier les traitements pour extraire avec plus de facilité la position courante de l'objet dans les images (des segments de droites, des coins, des contours, etc...).

Dans [25], l'application décrite consiste à estimer la position et l'orientation d'un objet de forme connue avec un filtre de Kalman dans l'espace 3-D l'approche Reprend l'idée clé développée dans [21] ou dans [28], et distingue par l'utilisation d'une prédication de la position et de l'orientation, ainsi que par l'introduction d'une grandeur pour qualifier l'incertitude des mouvements de l'objet. L'estimation qui fait est relative à un repère associé à la caméra sachant que celle-ci se déplace. Ces travaux proposent une méthode pour traiter le problème délicat et inévitable en vision que sont les phénomènes d'occlusions.

Dans [3], le calcul de la position tridimensionnelle de l'objet est fait par une méthode de flot optique. Cette position sert d'entrées à un filtre $\alpha - \beta - \gamma$ qui effectue une nouvelle estimation de la pose du bras robotique pour suivre l'objet cible. Le fait que les paramètres de filtre de Kalman soient figés (ils sont prédéterminés et constant) permet surtout de réduire le cout calculatoire. Le système de vision est constitué de deux caméras calibrées, et la position, la vitesse et l'accélération de l'objet sont tous estimé en temps réel. La boucle contrôle visuelle est validée par le suivi d'un train électrique avec un robot PUMA 560.

Dans [26] et dans [27], un suivi de profile est présenté. Une caméra unique montée sur l'effecteur du robot permet de simplifier le problème de la commande par des contraintes géométrique. Il s'agit d'un asservissement visuel à deux dimensions, ou la courbe à suivre est entièrement contenue dans un plan parallèle au plan de la caméra. Le traitement d'images est extrêmement simple et autorise une réactualisation rapide des consignes. L'originalité de l'approche réside dans une mise en œuvre d'une stratégie de contrôle prédictif. Au principe du « feed forward control » est ajouté un module de « path planning ». Ce dernier nécessite la connaissance des modèle (et donc que éléments soient calibrés), le modèle de la caméra et le modèle cinématique pour du robot, et implique que les modèles des trajectoires soient disponible (ce qui est uniquement le cas dans les applications industrielle courantes). Les observations servent alors à déterminer les erreurs de suivi par rapport à la trajectoire idéale pour la corriger. Le contrôleur est conçu pour minimiser cette erreur, avec une prédiction des paramètres du mouvement. La position mais aussi la vitesse et l'accélération de la trajectoire désirée sont prédites à l'instant $k + 1$ avec le KF et l'EKF.

Une estimation du mouvement 2-D et une estimation du mouvement 3-d d'un objet de la scène robotique sont présentées dans [18] et dans [19]. Pour l'estimation du mouvement 2-d, le système de poursuite est basé sur trois estimateurs en parallèle, le filtre de Kalman, l'algorithme du maximum de vraisemblance généralisé (GLR, «Generalized likelihood Ratio » pour détecter, estimer et compenser les mouvements brusque de l'objet, c'est-à-dire les changements de

direction et d'amplitude, et un algorithme de détection des sauts en vitesse ou en accélération. La littérature propose une gamme riche d'algorithmes de détection de rupture de modèle [8]. Bensalah a privilégié le GLR car il permet de détecter, d'estimer et de compenser les sauts au niveau du vecteur d'état. Concernant l'estimation des mouvements 3-D, un algorithme est proposé pour l'estimation à partir des observations de position et de vitesse faites dans les images avec l'hypothèse que l'objet se déplace à vitesse constante en module et en direction. C'est une estimation des mouvements 3-D à partir de données 2-D et l'originalité réside dans la vision dynamique active adoptée qui permet de résoudre le problème classique du facteur d'échelle.

La grande majorité des approches s'appuie sur la connaissance des modèles des éléments qui interviennent dans la boucle d'asservissement. La commande et la prédiction sont alors basées sur les connaissances a priori.

Parmi les approches de contrôle prédictif qui n'utilisent ni les modèles des robots, ni celui du système de vision, citons les travaux de Piepmeier (1998), McMurray, et Iipkin [37]. La commande est basée sur l'inverse de la matrice jacobienne d'interaction qui est approchée par la méthode d'estimation de Broyden (comme le fait Jagersand 1996[24]), est une étape de prédiction cherchant à compenser le temps de retard des informations visuelles disponibles du à l'acquisition et au traitement des images. Dans leurs travaux, les auteurs comparent trois méthodes. Un prédicteur du premier ordre. Un filtre $\alpha - \beta$ et un filtre de Kalman, un modèle de bruit de mesure qui permet de déterminer R_k analytiquement

est proposé. La covariance du bruit du processus Q_k , et déterminée par une méthode de Monte Carlo. Les simulations proposées montrent que le KF permet d'augmenter les performances de la boucle de retour visuelle pour une opération de poursuite de cible mobile par asservissement visuel.

Chapitre 2

Filtrage de Kalman

Chapitre 2

Filtrage de Kalman

2.1 Introduction

Le problème du filtrage consiste à déterminer des estimateurs de variables du système lorsque l'environnement présente des perturbations aléatoires. Nous allons donc étudier dans cette partie l'aspect stochastique de la notion d'observateurs. Deux points de vue peuvent être utilisés pour aborder tel genre de problèmes : celui de Wiener qui utilise une approche fréquentielle et celui de Kalman qui utilise l'approche temporelle. Dans tous les cas, le but est de déterminer un système (filtre), optimal au sens de la minimisation de la variance d'erreur entre la variable réelle et son estimation. Nous ne regarderons ici que la deuxième approche. En effet, un filtre de Wiener est un cas particulier de filtre de Kalman et cette dernière approche permet d'appréhender directement le cas d'un système non stationnaire multi-variable.

Dans ce cadre on peut également classer les problèmes d'estimation suivant la quantité d'information disponible. En effet, considérons un système dont on possède un ensemble de mesures $z(t_0, t_f)$, entre les instants t_0 (instant initial) et t_f (instant final), sur les entrées et les sorties. On peut chercher à estimer la valeur de l'état x à un instant donnée τ (que l'on notera par $\hat{x}(z/z(t_0, t_f))$). Suivant la valeur de τ , on distingue :

Si $\tau < t_f$ il s'agit d'un problème de lissage ;

- si $\tau = t_f$ il s'agit d'un problème de filtrage ;
- si $\tau > t_f$ il s'agit d'un problème de prédiction ;

Alors qu'un problème de prédiction peut être ramené à un problème de filtrage par une estimation de $\hat{x}_{f|z}(t_f)$ suivi d'une prédiction par utilisation du modèle initialisé à x_f , il n'en est pas de même du lissage. En fait, ce dernier problème peut être résolu par la combinaison de deux problèmes de filtrage : un filtrage de t_0 à τ et un filtrage rétrograde de t_f à τ . Ainsi, un seul algorithme permettra de traiter ces trois problèmes.

Le filtre de Kalman est un reconstituteur d'état dans un environnement stochastique. Lorsque les variances des bruits sont connues, c'est un estimateur linéaire minimisant la variance de l'erreur d'estimation. Les algorithmes donnant la solution de ce problème ont été déterminés initialement par [19] dans le cas discret et [20] dans le cas continu. Nous établirons, dans un premier temps, les équations du filtre du Kalman discret puis, celles du filtre de Kalman continu par passage à la limite.

2.2 Filtre de poursuite

2.2.1 Introduction

Les sections suivantes décrivent les outils fondamentaux de la poursuite de cible, l'algorithme classique de Kalman permet d'estimer de façon itérative l'état caché d'un système dynamique linéaire. Cette estimation est optimale si un certain nombre de conditions sont respectées et si tous les paramètres de ce système sont connus (les matrices de la représentation d'état, les covariances, ainsi que l'état initial et sa variance). Nous allons étudier le filtre de Kalman standard utilisé pour les modèles linéaires, puis on étudie l'extension de ce filtre pour les modèles non linéaires, il s'agit de filtre de Kalman étendu.

2.2.2 Techniques Ad Hoc

Le concept qui a débute la révolution dans les performances du radar de surveillance était d'incorporer les modèles dynamique Newtonienne. Tels modèles permettent de prédire la future de position de la cible. Les modèles dynamiques peuvent être basés sur les hypothèses simples de vitesse constante, tel que :

$$x(k) = x(k-1) + v(k-1) \cdot [t_k - t_{k-1}] \quad (2.1)$$

$$v(k) = v(k-1)$$

Ou x est la position de la cible, v sa vitesse, et $[t_k - t_{k-1}]$ la différence de temps entre les instants k et $(k-1)$. Si la vitesse de la cible n'est pas constante, alors des modèles d'accélération constante peuvent être utilisés tel que :

$$x(k) = x(k-1) + v(k-1) \cdot [t_k - t_{k-1}] + \frac{1}{2} a(k-1) \cdot [t_k - t_{k-1}]^2$$

$$v(k) = v(k-1) + a(k-1) \cdot [t_k - t_{k-1}] \quad (2.2)$$

$$a(k) = a(k-1)$$

Ou a est l'accélération de la cible, les méthodes de poursuite basées sur ces modèles estiment la position, la vitesse, et en cas besoin, l'accélération de la cible. Connaissant la mesure courante et la mesure prédite et en utilisant les équations (1.1) et (1.2) le filtre de poursuite fondé sur l'hypothèse de vitesse constante désigné sous le nom de traqueur $\alpha - \beta$, fonctionne comme suit [5] :

$$\hat{x}(k/k) = \hat{x}(k/k-1) + \alpha [z(k) - \hat{x}(k/k-1)]$$

$$\hat{v}(k/k) = \hat{v}(k/k-1) + \frac{\beta}{t_k - t_{k-1}} [z(k) - \hat{x}(k/k-1)] \quad (2.3)$$

Ou $z(k)$ est la mesure a l'instant k de la position de la cible. Le traqueur $\alpha - \beta$ recoit son nom aux coefficients α et β , qui sont utilisés comme des facteurs pondérés pour faire les mises à jour. Si α et β sont nulles, alors le système se fonde purement sur les prédictions fournies par le modèle dynamique inclus dans le système.

Réciproquement, si α et β sont un, alors le système ignore le modèle dynamique du système, et compte purement sur la dernière mesure. Ainsi, en ajustant α et β , le concepteur a une compensation entre le poids que le système place sur les mesures passées, comme propagé par le modèle dynamique, et le poids que le système place sur la mesure nouvellement présentée.

Le traqueur de $\alpha - \beta - \gamma$ opère pareillement, incorporant un facteur de poids additionnel pour faciliter l'estimation de l'accélération (qui est supposée constante) [2] :

$$\begin{aligned}\hat{x}(k/k) &= \hat{x}(k/k-1) + \alpha[z(k) - \hat{x}(k/k-1)] \\ \hat{v}(k/k) &= \hat{v}(k/k-1) + \frac{\beta}{t_k - t_{k-1}} [z(k) - \hat{x}(k/k-1)] \\ \hat{a}(k/k) &= \hat{a}(k/k-1) + \frac{\gamma}{t_k - t_{k-1}} [z(k) - \hat{x}(k/k-1)]\end{aligned}\quad (2.4)$$

Ces équations fonctionnent selon traqueur $\alpha - \beta$ avec la prédiction entre les intervalles de mesure exécutés en utilisant le modèle d'accélération constante de l'équation (2.2), et γ représentant le coefficient de pondération employé pour mettre à jour l'estimation d'accélération du modèle.

2.2.3 Filtre de Kalman discret

Etant donné un système linéaire stochastique dont l'évolution dynamique est modélisée à l'aide de l'équation d'état :

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k + G_k v_k \quad (2.5)$$

$$y_k = C_k x_k + w_k \quad (2.6)$$

où $k \geq 0$ représente les instants successifs du temps, x_k l'état du système de dimension n , y_k la sortie (mesure ou observation) de dimension m , u_k l'entrée certaine, v_k le bruit d'entrée (ou de dynamique), w_k le bruit de mesure de dimension m . Les matrices certaines A_k, B_k, G_k, C_k sont de dimensions convenables. Pour éviter

toute confusion, nous représenterons dans la suite, la matrice identité d'ordre n , simplement par I . Ce modèle peut être considéré comme représentatif d'un système à temps discret ou plus généralement être obtenu à partir de la discrétisation d'un modèle représentatif d'un système à temps continu. Les séquences de bruit $\{v_k\}$ et $\{w_k\}$ sont des séquences indépendantes de bruit blancs centrés et l'état initial x_0 est également une variable aléatoire indépendante des séquences $\{v_k\}$ et $\{w_k\}$. Leurs propriétés au premier et second ordre sont données par [9]:

$$E\{w_k\} = 0, E\{v_k\} = 0, E\{x_0\} = \bar{x}_0$$

$$E \begin{Bmatrix} v_k \\ w_k \\ \tilde{x}_0 \end{Bmatrix} [v_i^T \ w_i^T \ \tilde{x}_0^T] = \begin{bmatrix} Q_k \delta_{kl} & 0 & 0 \\ 0 & R_k \delta_{kl} & 0 \\ 0 & 0 & P_0 \end{bmatrix}$$

Où $E\{\}$ représente l'espérance mathématique, $\tilde{x}_0 = x_0 - \bar{x}_0$, R_k, Q_k, P_0 sont des matrices symétriques définies positives, et δ_{kl} est le symbole de Kronecker.

2.2.3.1 Equations du filtre :

Le problème du filtrage, au sens de Kalman, est de trouver, pour le système dynamique (2.5), la meilleure estimation \hat{x} de l'état x à l'instant k , à partir d'observations effectuées jusqu'à l'instant discret j , au sens du critère de la variance conditionnelle minimum. Cela signifie que l'estimé \hat{x} est tel que :

$$E\{\|x_k - \hat{x}\|^2 / \{y_0, y_1, \dots, y_j\}\} \leq E\{\|x_k - z\|^2 / \{y_0, y_1, \dots, y_j\}\}$$

Pour tout vecteur z fonction des observations $\{y_0, y_1, \dots, y_j\}$. Nous noterons $\hat{x}_{k/j}$, cet estimateur optimal, et $\tilde{x}_{k/j}$ et $\tilde{y}_{k/j}$ les erreurs d'estimations :

$$\tilde{x}_{k/j} = x_k - \hat{x}_{k/j}$$

$$\tilde{y}_{k/j} = y_k - C_k \hat{x}_{k/j}$$

Suivant que $k < j, k = j$ ou $k > j$, on dit que $\hat{x}_{k/j}$ est une valeur lissée, filtrée ou prédite de x_k , Contrairement au problème de prédiction qui utilise, à partir d'une

valeur filtrée le modèle (2.5) non bruité, le problème de lissage nécessitera un traitement plus complexe (on doit tenir compte d'informations futures). Pour simplifier les notations, nous poserons désormais :

$$cov(z) = E\{zz^T\}$$

$$P_{k/t} = cov(\tilde{x}_{k/t})$$

Le problème de filtrage au sens de Kalman est résolu en utilisant les principes de base de l'estimation simples puis récursive, d'une variable aléatoire, on établit que les équations de fonctionnement d'un filtre de Kalman discret se décomposent en deux étapes :

- **Etape de prédiction :**

$$\hat{x}_{k+1/k} = A_k \hat{x}_{k/k} + B_k u_k \quad (2.7)$$

$$P_{k+1/k} = A_k P_{k/k} A_k^T + G_k Q_k G_k^T \quad (2.8)$$

- **Etape de correction :**

$$\hat{x}_{k/k} = \hat{x}_{k/k-1} + K_k (y_k - y_k - C_k \hat{x}_{k/k-1}) \quad (2.9)$$

$$P_{k/k} = (I - K_k C_k) P_{k/k-1} \quad (2.10)$$

Où K_k est le gain optimal du filtre, donné par :

$$K_k = P_{k/k-1} C_k^T S_k^{-1} \quad (2.11)$$

$$S_k = R_k + C_k P_{k/k-1} C_k^T \quad (2.12)$$

La construction de cet algorithme montre qu'il permet de répondre à deux objectifs différents

- c'est un filtre linéaire minimisant la variance a priori de l'erreur d'estimation Dans ces conditions, les bruits peuvent ne pas être gaussiens.

- c'est un filtre maximisant la probabilité a posteriori des grandeurs à estimer. Cela n'est alors applicable que dans l'hypothèse de bruits gaussiens.

2.3. Hypothèses :

Nous supposons que :

1. Le paire (A, C) est détectable, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de mode instable et inobservable dans le système.
2. Les signaux $w(k)$ et $v(k)$ sont des bruits blancs gaussiennes centrés de densité

Spectrale de puissance (DSP) Q et R respectivement. C'est à dire :

$$E[w(k)w^T(l)] = Q\delta(k)$$

$$E[v(k)v^T(l)] = R\delta(k)$$

Avec $\delta(k)$ est le symbole de Cronoker égal à 1 pour $k=l$ et égal 0 ailleurs

$$E[w(k)v^T(l)] = 0$$

Cette dernière relation traduit l'indépendance stochastique de bruit $w(k)$ et $v(k)$, cette hypothèse est introduite pour alléger les calculs qui vont suivre :

$$E[w(k)] = 0$$

$$E[v(k)] = 0$$

Ainsi le filtre de Kalman issu des relations de récurrences peut être considéré comme la solution des deux relations récursives :

$$p[X(k)/Z(k)] = N[\hat{X}(k|k), P(k|k)] \quad (2.10)$$

$$p[X(k+1)/Z(k)] = N[\hat{X}(k+1|k), P(k+1|k)] \quad (2.11)$$

Où $N[X/Z]$ désigne une DDP gaussienne de moyenne X et de matrice de covariance P .

La moyenne X représente l'estimation de l'état du système alors que P donne la covariance de l'erreur d'estimation avec :

$$p[(k+1/k)] = E\{\hat{X}(k+1/k), \hat{X}^T(k+1/k)\} \quad (2.12)$$

Les deux équations (2.10) et (2.11) montrent que le filtre de Kalman représente la solution récursive d'un problème linéaire gaussienne

2.4. Objectifs du filtrage de Kalman :

La solution optimale de $Z(k)$ et $X(k)$ peut être obtenir par la réalisation de mesures de $Z(k)$ de l'instant 0 jusqu'à l'instant k , alors que les informations disponibles pour cette mesure sont l'ensemble des observations de $Z(k)$.

La méthode proposée consiste alors à extraire toute information contenue dans $Z(k)$ de manière à estimer de façon optimale et conditionnellement aux observations :

- l'état du système à l'instant $k+1$;
- le signal de sortie à l'instant $k+1$,

2.5 Algorithme Général de Filtre de Kalman

Etape 1 : prédiction d'états et d'observations :

Dans l'étape de prédiction on calcule la loi conditionnelle du vecteur aléatoire $X(k)$ sachant les observations passées $Y_{0:k}$.

Le filtrage est donc mené de manière récursive par le calcul de $X[k+1/k]$ et $Z[k+1/k]$.

Ces deux termes désignent la prédiction de l'état et l'observation à l'instant $K+1$ connaissant toutes les valeurs de Z Jusqu'à l'instant k .

$$\hat{X}(k+1/k) = A(k)\hat{X}(k/k)$$

La matrice de covariance prédite est donnée par la relation :

$$p[X+1/k] = A(k)P(k/k)A^T(k) + R(k)$$

Par ailleurs l'erreur de prédiction de mesure, appelée encore «innovation» du processus $Z(k)$ est définie par :

$$Y(k + 1) = Z(k + 1) - \hat{Z}(k + 1)$$

Avec
$$\hat{Z}(k + 1) = CX(k + 1/k)$$

Etape 2 : calcul de la matrice de gain de Kalman

Cette matrice s'écrit comme sui

$$K(k + 1) = P(k + 1/k) C^T \{C * P(k + 1/k) * C^T * R(k)\}^{-1}$$

Le terme $K(k+1)$ est appelé « matrice de gain de Kalman ». Sa valeur traduit le degré de confiance qu'il est possible d'avoir dans la mesure :

Où $P(k+1/k)$ représente la matrice de covariance de l'erreur de prédiction.

Etape 3 : estimation des états courant et la matrice de covariance de l'erreur d'estimation

L'estimation optimale de $X(k+1)$ est basée sur la connaissance de toutes les innovations de l'instant 0 à l'instante k .

L'équation $X(k+1/k+1)$ représente l'estimation de l'état courant et est donné par :

$$X(k + 1/k + 1) = X(k + /k) + K(k + 1)\gamma(k + 1)$$

$K(k+1) \gamma(k+1)$ est un terme de correction qui permet d'affiner l'estimation grossière précédente par la prise en compte de l'erreur de prédiction du signal de sortie [2].

La matrice de correction de la covariance de l'erreur est :

$$P(k + 1/k + 1) = (I - K(k + 1)C(k))P(k + 1/k)$$

La figure suivante représente graphiquement le filtre de Kalman :

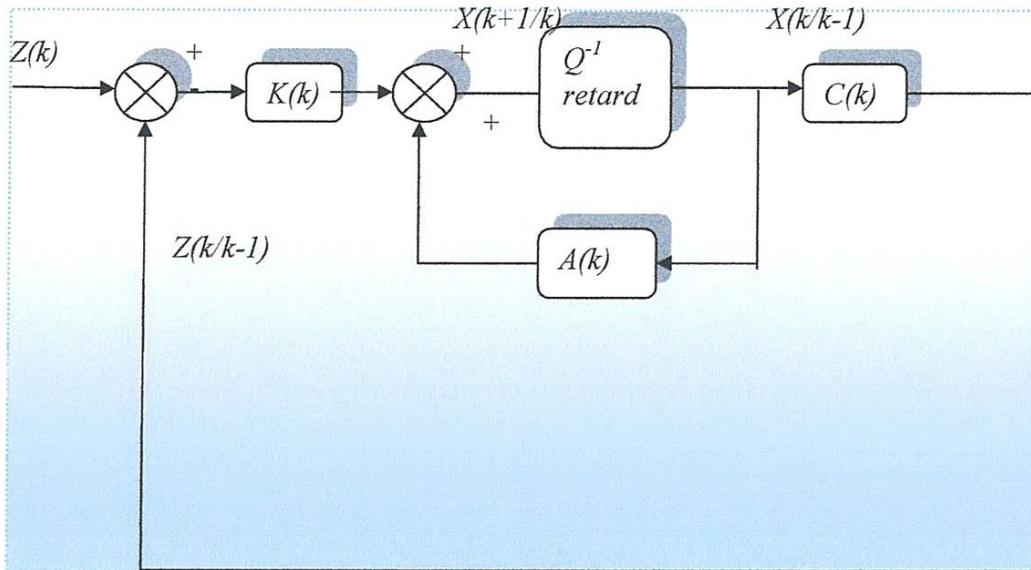


fig. 2.1 - Représentation graphique du filtre de Kalman

2-6 résumés de l'algorithme de Kalman :

A partir des conditions initiales suivantes :

- 1- $X(0|0) = E[X(0)] = x$
- 2- $P(0|0) = P_0$

Effectuer les calculs suivants $K=0, 1, 2, \dots$

1-prédiction de l'état et de sa covariance :

$$X(k + 1/k) = A(k)X(k/k)$$

$$P(k + 1/k) = A(k)P(k/k)A^T(k) + Q(k)$$

2-matrice du gain de Kalman :

$$K(k + 1) = P(k + 1/k)C^T(k)\{C(k)P(k + 1/k)C^T(k) + R(k)\}^{-1}$$

3-estimation de l'état courant et sa covariance :

$$X(k + 1/k + 1) = X(k + 1/k) + K(k + 1)y(k + 1)$$

2.2.4. Filtre de Kalman Etendu (estimation non linéaire)

Dans la pratique on a souvent affaire à signaux dont le modèle est décrit par des équations mathématiques non linéaires, tel est le cas par exemple dans le domaine des communications, des modalisations ou en fréquence.

2.2.4.1. Cas d'un système continu :

Dans le cas des systèmes continus nous adopterons la représentation suivante :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), t) + G(t).v(t) \quad (2.13)$$

$\dot{x}(t)$ Une fonction non linéaire de l'état et des paramètres du modèle.

L'observation peut elle aussi être non linéaire :

$$y(t) = h(x(t), t) + w(t) \quad (2.14)$$

Nous considérons que $v(t)$ et $w(t)$ sont des processus aléatoires blancs de covariance :

$$E[v(t).v(t + \tau)] = Q(\tau). \delta(t, \tau)$$

$$E[w(t).w(t + \tau)] = R(\tau). \delta(t, \tau)$$

La recherche d'une solution, en d'autres termes l'estimation des paramètres, consistera à linéariser les équations (2.13) et (2.14) autour d'un point ou d'un ensemble de point dits de référence (ou de fonctionnement).

2.2.4.2. Linéarisation du modèle : filtre de Kalman linéarisé

Nous allons linéariser le modèle autour d'une trajectoire nominale ou de référence supposer connue. Notons $x_r(t)$ cette trajectoire qui sera solution de l'équation homogène suivante :

$$\dot{x}_r(t) = f(x_r(t), t) \quad (2.15)$$

A laquelle nous assurons une mesure nominale :

$$y_r(t) = h(x_r(t), t) \quad (2.16)$$

Nous allons établir une équation aux perturbations c'est-à-dire régissant l'écart entre l'état effectif et l'état donné par la trajectoire nominale. Ainsi en soustrayant (2.15) et (2.16) il vient :

$$\dot{x}(t) - \dot{x}_r(t) = f(x(t), t) - f(x_r(t), t) + G(t).v(t) \quad (2.17)$$

Il s'agit d'une équation différentielle stochastique non linéaire dont la solution consistera à effectuer un développement limité en série de Taylor autour de la trajectoire nominale $x_r(t)$:

Soit :

$$f(x(t), t) = f(x_r(t), t) + \frac{\partial y}{\partial x}(x(t), t)/(x(t) - x_r(t) + \varepsilon_r(t) \quad (2.18)$$

à $x(t) = x_r(t)$ et en supposant que l'écart ou perturbation $x(t) - x_r(t)$ reste faible $\varepsilon_r(t)$ représente tous les termes du développement de Taylor d'ordre supérieur à l'unité.

Si nous limitons à une approximation du premier ordre l'équation peut s'écrire :

$$\dot{x}(t) - \dot{x}_r(t) = \frac{\partial y}{\partial x}(x(t), t)/(x(t) - x_r(t) + G(t).v(t) \quad (2.19)$$

Nous noterons $\delta x(t) = x(t) - x_r(t)$ la perturbation que nous avons mentionnée plus haut.

Pour simplifier les notations nous noterons :

$$F(t, x_r(t)) = \frac{\partial f(x(t), t)}{\partial x} / x(t) = x_r(t) \quad (2.20)$$

Où F est une matrice jacobienne du processus.

L'équation (2.19) devient alors :

$$\dot{\delta x}(t) = F(t, x_r(t))\delta x(t) + G(t).v(t) \quad (2.21)$$

Effectuons maintenant un développement analogue de la quantité $h(x(t), t)$ qui apparaît dans l'équation de l'observation, autour de la trajectoire nominale, en nous limitant au développement du premier ordre.

$$h(x(t), t) = h(x_r(t), t) + \frac{\partial h(x(t), t)}{\partial x} / (x(t) - x_r(t)) \quad (2.22)$$

à $x(t) = x_r(t)$ notons maintenant :

$$H(t, x_r(t)) = \frac{\partial h(x(t), t)}{\partial x} / x(t) = x_r(t) \quad (2.23)$$

Avec H la matrice jacobienne de mesure.

L'équation d'observation devient :

$$\delta y = y(t) - y_r(t) = H(t, x_r(t)). \delta x(t) + w(t) \quad (2.24)$$

En alinéatisant les équations du modèle, autour de la trajectoire nominale, nous obtenons le modèle linéaire continu suivant :

$$\delta x(t) = F(t, x_r(t)). \delta x(t) + G(t). v(t) \quad (2.25)$$

$$\delta y(t) = H(t, x_r(t)). \delta x(t) + w(t)$$

Les équations de fonctionnement d'un filtre de Kalman discret se décomposent en deux étapes [9] :

2-2-4-3 Algorithme Général de l'EKF :

A partir des conditions initiales suivantes

$$1-X(0/0) = E[X(0)] = X0$$

$$2-P(0/0) = P0$$

- **Etape de prédiction :**

$$\hat{X}(t + 1/t) = f[\hat{X}(t/t), t] \quad (2.26)$$

$$P(t + 1/t) = F[\hat{X}(t + 1/t), t]P(t/t)F^T[\hat{X}(t + 1/t), t] + DQ(t)D^T \quad (2.27)$$

- **Etape de correction:(mise à jour) :**

$$\hat{X}(t + 1/t + 1) = \hat{X}(t + 1/t) + K(t + 1)(Z(t + 1) - H[\hat{X}(t + 1/t), t]) \quad (2.28)$$

$$P(t + 1/t + 1) = (I - K(t + 1)H[\hat{X}(t + 1/t), t]) P(t + 1/t) \quad (2.29)$$

Ou K_k est le gain optimal du filtre, donné par :

$$K(t+1) = P(t+1/t)H^T[\hat{x}(t+1/t), k](H[\hat{X}(t+1/t), k]P(t+1/k)H^T[\hat{X}(t+1/t), t] + R(t))^{-1} \quad (2.30)$$

Cependant, deux remarques doivent être faites au sujet de la linéarisation. Tout d'abord, la trajectoire nominale n'est en générale pas disponible. La solution proposée par l'EKF est de linéariser la trajectoire autour de l'estimée courante $\hat{X}(k)$

On comprend que, tant que l'estimée est proche de la solution réelle, la linéarisation reste valable, mais si les erreurs deviennent trop importantes l'approximation linéaire devient à son tour grossière et peut conduire à une divergence du filtre.

Ensuite, le filtre de Kalman qui effectue la mise à jour de la densité suppose implicitement que celle-ci est une gaussienne puisque seuls les moments du premier ordre et de deuxième ordre sont calculés, et en effet, la propagation d'une distribution gaussienne à travers des fonctions linéaires conduit à une nouvelle distribution gaussienne.

Cependant, il est certain que l'approximation linéaire n'est pas toujours valable et la densité calculée par l'EKF est une approximation gaussienne de la densité mais dont les moments du premier et deuxième ordre ne sont pas nécessairement identiques aux moments réels. Ces approximations peuvent donc conduire à des estimateurs de mauvaise qualité ou encore à la divergence du filtre [10].

Chapitre 3

Modélisation de trajectoires

Chapitre 3

Modélisation de trajectoires

3.1 Modèles de Mouvement d'une Cible Aérienne (ATC)

Dans la Commande du Trafic Aérien, dénommé Air Traffic Control, et dénoté (ATC) en anglais, l'avion civil possède deux modes de base de vol [22]:

- ✚ mode mouvement uniforme : caractérisé par un vol rectiligne à une vitesse quasi-constante.
- ✚ mode manœuvre : lorsque l'avion tourne, monte ou descend.

Les modèles de mouvement horizontal et vertical peuvent typiquement être découplés, les modèles de vol dans le plan horizontal peuvent être modélisés par :

- Un modèle à une vitesse quasi-constante et ce pour le mouvement uniforme avec l'ajout d'une accélération sous forme d'un bruit blanc.
- Un modèle tournant à une vitesse angulaire constante avec toujours l'ajout d'un bruit blanc modélisant l'accélération pour le manœuvre.

Le modèle à vitesse presque constante est donné par :

$$X(k+1) = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} X(k) + \begin{bmatrix} \frac{1}{2}T^2 & 0 \\ T & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}T^2 \\ 0 & T \end{bmatrix} v(k) \quad (3.1)$$

Où T est l'intervalle d'échantillonnage, X est l'état de l'avion, en anglais Aircraft, défini comme suit :

$$X = (\xi \quad \dot{\xi} \quad \eta \quad \dot{\eta})^T \quad (3.2)$$

Avec ξ et η désignent les coordonnées cartésiennes du plan horizontal ; et v est un bruit blanc gaussien de moyenne nulle et de covariance Q , utilisé pour modéliser des petites accélérations : de turbulence et des changements du vent.

Par contre, la rotation des avions civils est généralement suit un modèle connu dénommé « *Coordinated Turn* » en anglais et dénoté CT, caractérisée par une vitesse angulaire constante. Cependant, cette rotation n'est pas exactement modélisée, car la vitesse du fond égale à la vitesse de l'avion plus la vitesse du vent, cette rotation peut être convenablement décrite par le modèle de « *Coordinated Turn* » plus un bruit assez petit représentant l'erreur de modélisation résultant dans le modèle de « *Coordinated Turn* », dans ce cas le modèle de « *Coordinated Turn* » est non linéaire.

En augmentant le vecteur d'état par une autre composante, à savoir la vitesse angulaire ω , l'état augmenté est devenu

$$X = \left(\xi \quad \dot{\xi} \quad \eta \quad \dot{\eta} \quad \omega \right)^T \quad (3.3)$$

Le modèle de « *Coordinated Turn* » est donc donné par :

$$X(k) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin w(k-1)T}{w(k-1)} & 0 & \frac{-1 - \cos w(k-1)T}{w(k-1)} & 0 \\ 0 & \cos w(k-1)T & 0 & -\sin w(k-1)T & 0 \\ 0 & \frac{1 - \cos w(k-1)T}{w(k-1)} & 1 & \frac{\sin w(k-1)T}{w(k-1)} & 0 \\ 0 & \sin w(k-1)T & 0 & \cos w(k-1)T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} X(k-1) + \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{T^2}{2} & 0 \\ 0 & 0 & T \end{bmatrix} v(k-1) \quad (3.4)$$

Avec v est un bruit blanc gaussien de moyenne nulle et de covariance Q . En supposant que seulement les mesures de position sont disponibles, ce qui nous permet d'écrire l'équation d'observation suivante :

$$z(k) = \begin{bmatrix} x1(k) \\ x3(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x(k-1) + w(k) \quad (3.5)$$

Dont W est le bruit de mesure de moyenne nulle et de covariance R . Bien que les mesures originales du radar soient en coordonnées polaires, elles peuvent être transformées en coordonnées cartésiennes comme suit :

$$X = R \cos\theta \quad (3.6)$$

$$Y = R \sin\theta$$

3.2. Application de filtre de Kalman Etendu (EKF) sur le modèle « Coordinated Turn »

Tant que le modèle de l'équation (3.4) est non linéaire, l'estimation de l'état

$X = (\xi \quad \dot{\xi} \quad \eta \quad \dot{\eta} \quad \omega)^T$ sera effectuée via le filtre de Kalman Etendu (EKF)

Les équations de l'état prédit et de sa covariance correspondante sont données ci-dessous et ce pour celles touchées par la non linéarité. L'équation dynamique (3-4) peut être réécrite comme :

$$X(k+1) = f[k, X(k)] + \Gamma cT(k)v(k) \quad (3-7)$$

Pour obtenir l'état prédit $X(k+1/k)$, la fonction non linéaire (3-7) est développée en séries de Taylor au tour de la dernière estimée $X(k/k)$ jusqu'à le premier ordre.

Le vecteur de développement en séries de Taylor de l'équation(3-7) jusqu'à le premier ordre est :

$$X(k+1) = f[k, \hat{X}(k/k)] + fx(k)[X(k) - \hat{X}(k/k)] + HOT + \Gamma cT(k)v(k) \quad (3-8)$$

Dont le HOT représente les termes d'ordre supérieur dénommé (Higher-order terme en anglais)

$$F_x(k) = [\nabla_x f(k, X)]^T \Big|_{x = X(k/k)}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin \hat{\omega}(k)T}{\hat{\omega}(k)} & 0 & -\frac{1 - \cos \hat{\omega}(k)T}{\hat{\omega}(k)} & f_{\omega,1}(k) \\ 0 & \cos \hat{\omega}(k)T & 0 & -\sin \hat{\omega}(k)T & f_{\omega,2}(k) \\ 0 & \frac{1 - \cos \hat{\omega}(k)T}{\hat{\omega}(k)} & 1 & \frac{\sin \hat{\omega}(k)T}{\hat{\omega}(k)} & f_{\omega,3}(k) \\ 0 & \sin \hat{\omega}(k)T & 0 & \cos \hat{\omega}(k)T & f_{\omega,4}(k) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

et la matrice jacobéenne du vecteur f évoluée à la dernière estimée de l'état, les dérivées partielles par rapport à ω sont données par :

$$\begin{bmatrix} f_{\omega,1}(k) \\ f_{\omega,2}(k) \\ f_{\omega,3}(k) \\ f_{\omega,4}(k) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{(\cos \hat{\omega}(k)T)T\hat{\xi}(k)}{\hat{\omega}(k)} - \frac{(\sin \hat{\omega}(k)T)\hat{\xi}(k)}{\hat{\omega}(k)^2} - \frac{(\sin \hat{\omega}(k)T)T\hat{\eta}(k)}{\hat{\omega}(k)} - \frac{(-1 + \cos \hat{\omega}(k)T)\hat{\eta}(k)}{\hat{\omega}(k)^2} \\ -(\sin \hat{\omega}(k)T)T\hat{\xi}(k) - (\cos \hat{\omega}(k)T)T\hat{\eta}(k) \\ \frac{(\sin \hat{\omega}(k)T)T\hat{\xi}(k)}{\hat{\omega}(k)} - \frac{(1 - \cos \hat{\omega}(k)T)\hat{\xi}(k)}{\hat{\omega}(k)^2} + \frac{(\cos \hat{\omega}(k)T)T\hat{\eta}(k)}{\hat{\omega}(k)} - \frac{(\sin \hat{\omega}(k)T)\hat{\eta}(k)}{\hat{\omega}(k)^2} \\ (\cos \hat{\omega}(k)T)T\hat{\xi}(k) - (\sin \hat{\omega}(k)T)T\hat{\eta}(k) \end{bmatrix}$$

- **La matrice de corrélation :**

$$P_{xz}(k + 1/k) = \sum_{i=0}^{2n^a} w_i \{x_i(k + 1/k) - \hat{x}(k + 1/k)\} \{z_i(k + 1/k) - \hat{z}(k + 1/k)\}^T$$

- ❖ **Etape de correction (estimation) :**

- **Le gain de filtre de Kalman**

$$K(k + 1) = P_{xz}(k + 1/k) P_{yy}^{-1}(k + 1/k)$$

- **L'état estimé**

$$\hat{x}(k + 1/k + 1) = \hat{x}(k + 1/k) + K(k + 1)(z(k + 1) - \hat{z}(k + 1/k))$$

- **La covariance estimée**

$$P(k + 1/k + 1) = P(k + 1/k) - K(k + 1)P_{yy}(k + 1/k) - K(k + 1)$$

On peut résumer tous ces étapes dans l'organigramme ci-dessous

Basées sur le développement ci-dessus

La prédiction de l'état et sa covariance dans le filtre de Kalman étendu(EKF) se fait comme suit:

$$X(k + 1/k) = [f(k, X(k/k))]$$

$$P(k + 1/k) = f_x(k)P(k/k)f_x(k)^T + \Gamma C^T(k)Q\Gamma C(k)^T$$

Dont Q est la covariance du bruit dans l'équation (3.7)

Chapitre 4

Résultats de simulation

Chapitre 4

Résultats de simulation

4.1. Introduction

Pour réaliser la procédure de l'estimation d'état pour traquer des cibles, des simulations ont été exécutées à base de filtre de Kalman standard(FK) pour des modèles linéaires et à base de filtre de Kalman étendu (FKE) pour des modèles non linéaires. Les algorithmes sont réalisés avec 100 exécutions Monte Carlo. Les trajectoires de cibles sont générées en se basant sur un mouvement rectiligne à vitesse quasi-constante et à accélération, et sur un mouvement circulaire à vitesse de rotation constante dénommé «*Coordinated Turn*» en anglais et dénoté *CT*. Cette génération de trajectoires produit divers scénarios.

Les mesures $Z(k)$ de position de la cible sont supposées acquises par un capteur actif qui est le Radar, dont ces informations seront remplacées par des données générées qui sont entachées d'un bruit blanc gaussien additif.

4.2 Divers scénarios

4.2.1 Scénario 1

Mouvement rectiligne à vitesse quasi- constante

Dans ce scénario, nous supposons poursuivre une cible aérienne qui se déplace le long d'une trajectoire rectiligne à une vitesse constante ; $V_x= 25$ m/s et $V_y= 35$ m/s. le Problème consiste à estimer la position (X, Y) de la cible. Bien sur, on suppose qu'au départ rien n'est connu, sachant que le temps de simulation $T=4$ secondes.

- ❖ Paramètres utilisés dans l'algorithme à base de filtre de Kalman:

- Le vecteur d'état pour le mouvement rectiligne à vitesse constante est de dimension $n = 4$, ces états sont définis comme suit :

$$\begin{cases} x_1(k) = X & \text{La position de la cible sur l'axe des X.} \\ x_2(k) = V_X & \text{la vitesse de la cible sur l'axe des X.} \\ x_3(k) = Y & \text{la position de la cible sur l'axe des Y.} \\ x_4(k) = V_Y & \text{la vitesse de la cible sur l'axe des Y.} \end{cases}$$

- Les covariances des erreurs de bruit de processus et de mesure sont :

$$Q = (10^{+4}) I$$

$$R = \text{diag}((0,1)^2, (0,1)^2)$$

- Le vecteur d'état initial du filtre et sa covariance correspondante sont :

$$\bar{X}(0/0) = [1100 \quad 30 \quad 900 \quad 30]^T.$$

$$P(0/0) = \text{diag}(10^{10}, 10^{10}, 10^{10}, 10^{10}).$$

L'application de l'algorithme de poursuite en se basant sur le filtre de Kalman sans parfum (UKF) sur ce scénario nous a donné des résultats satisfaisants qui sont représentés dans les figures 4.1 : 4.5. La figure 4.1 montre que notre estimateur a bien suivi la trajectoire rectiligne c'est-à-dire la convergence rapide vers la position vraie de la cible. Cette convergence vers les vraies positions de la cible est confirmée par les RMSE (racine de l'erreur quadratique moyenne) faibles de position (X, Y), et de vitesse (V_X, V_Y).

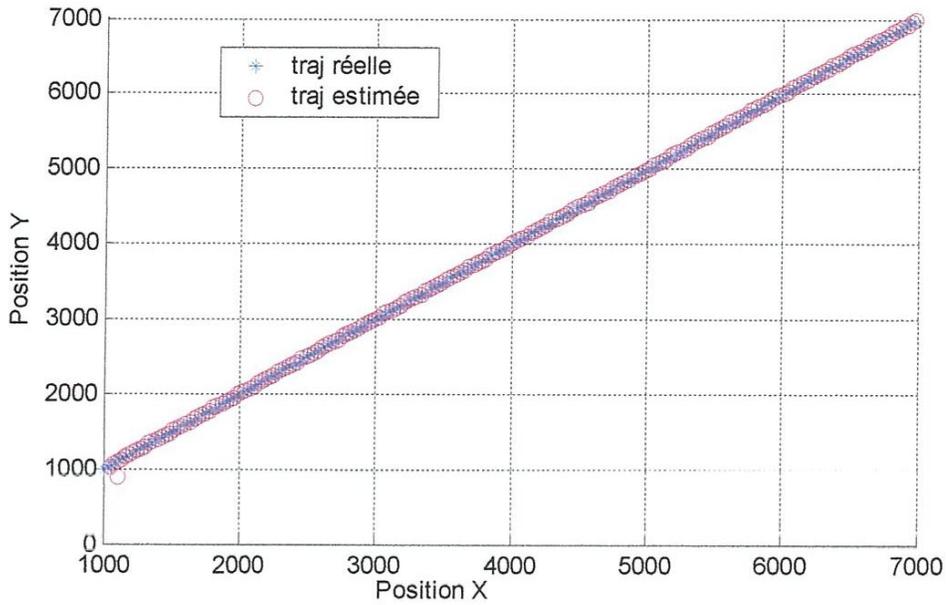


Figure 4.1 : trajetoires réelle et estimée (en mètre)

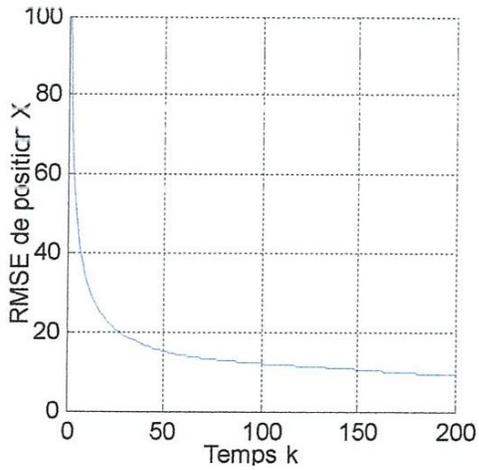


Figure 4.2 : Racine de l'erreur quadratique moyenne de position X

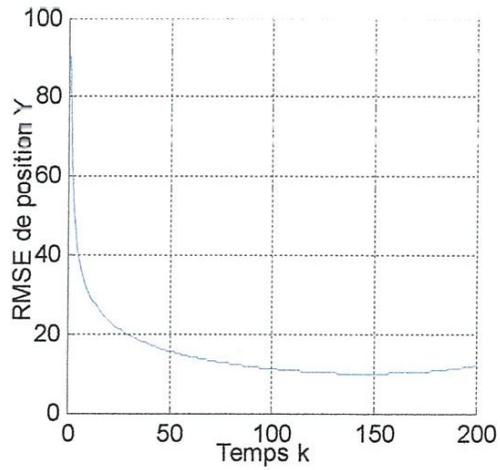


Figure 4.3 : Racine de l'erreur quadratique moyenne de position Y

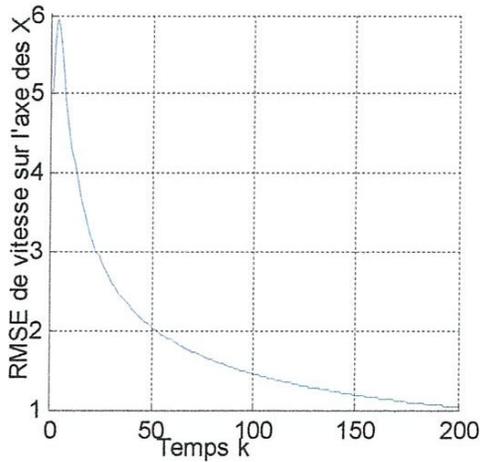


Figure 4.4 : Racine de l'erreur quadratique moyenne de vitesse sur l'axe X

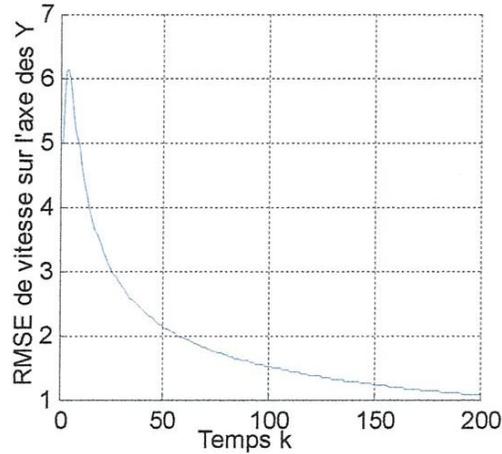


Figure 4.5 : Racine de l'erreur quadratique moyenne de vitesse sur l'axe Y

4.2.2 Scénario 2

Mouvement circulaire à vitesse angulaire constante «Coordinated Turn»(CT)

Dans ce scénario la cible aérienne se déplace le long d'une trajectoire circulaire et tourne par une vitesse angulaire constant $\Omega = 0.052 \text{ rad/s}$ équivalent à 3 degrés/s, avec $T=3$ secondes.

- ❖ Paramètre utilisés dans l'algorithme à base de FKE :
- Le vecteur d'état pour un mouvement circulaire a vitesse constante est de dimension $n = 5$, ces étapes sont définis comme suit :

$$\begin{cases} x_1 = X \text{ la position de lacible sur l'axe des X} \\ x_2 = V_X \text{ la vitesse de la cible sur l'axe des X} \\ x_3 = Y \text{ la position de la cible sur l'axe des Y} \\ x_4 = V_Y \text{ la vitesse de la cible sur l'axe des Y} \\ x_5 = \Omega \text{ la vitesse angulaire} \end{cases}$$

- Les covariances des erreurs de bruit de processus et de mesure sont :

$$Q=(10^{-6}) I.$$

$$R=\text{diag}(2.10^{-4}, 2.10^{-4}).$$

➤ Le vecteur d'état initial du filtre et sa covariance correspondante sont :

$$\hat{x}(0/0) = (100 \ 30 \ 150 \ 30 \ 0.005)^T$$

$$P(0/0) = \text{diag}(10^3 \ 5 \ 10^3 \ 5 \ 10^{-6}).$$

Les résultats sortants de cet algorithme sont affichées sur les figures 4.6 : 4.11, la figure 4.6 montre la bonne poursuite de la cible par l'estimateur FKE, c'est-à-dire la convergence rapide vers le modèle qui est le modèle de « Coordinated Turn » à vitesse angulaire constante, ce qui rend la trajectoire estimée par l'estimateur à base de FKE identique à celle générée, chose très attendue en vue des RMSE faibles de position (X, Y) , de vitesse (V_X, V_Y) et de la vitesse angulaire Ω qui sont illustrées dans les figures 4.7 : 4.11.

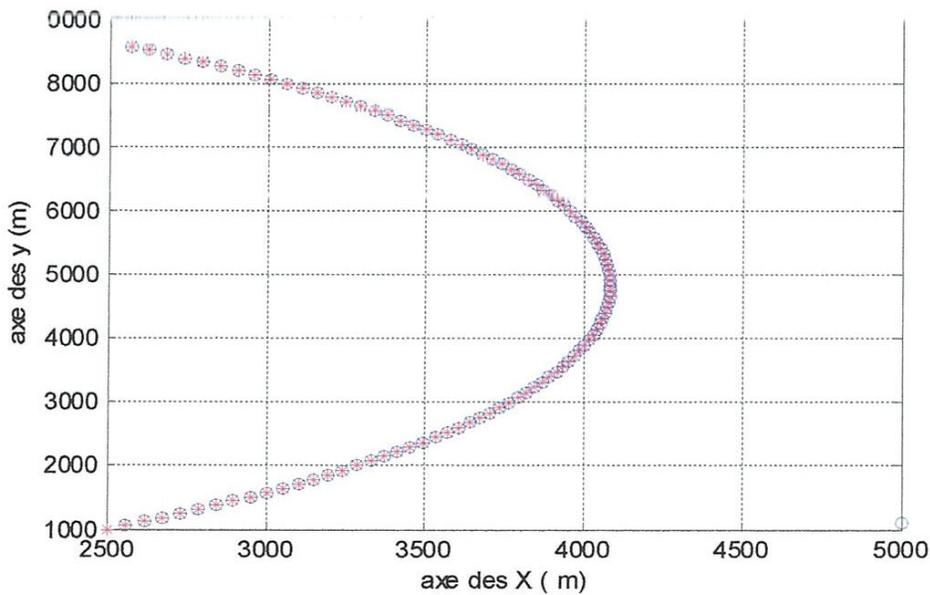


Figure 4.6 : trajectoires réelle et estimée

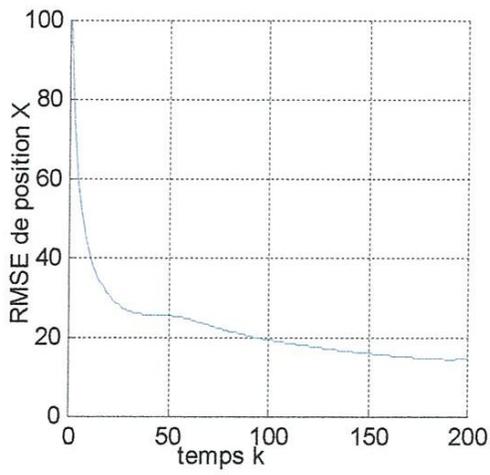


Figure 4.7 : racine de l'erreur quadratique moyenne estimée de position X

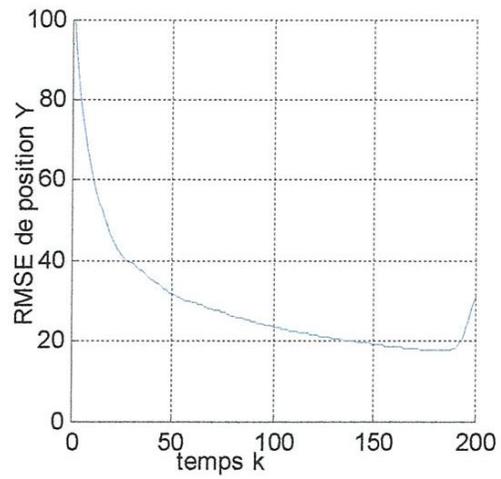


Figure 4.8 : racine de l'erreur quadratique moyenne estimée de position Y

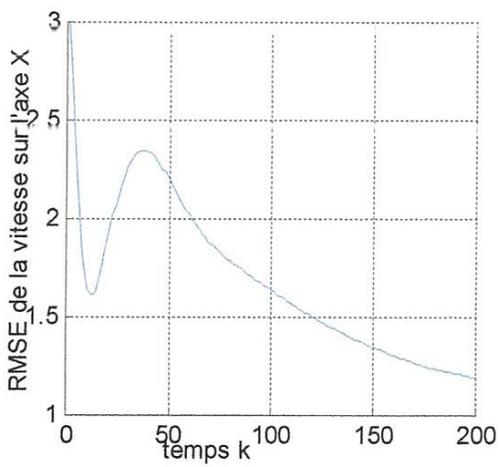


Figure 4.9 : racine de l'erreur quadratique moyenne estimée de la vitesse sur l'axe X

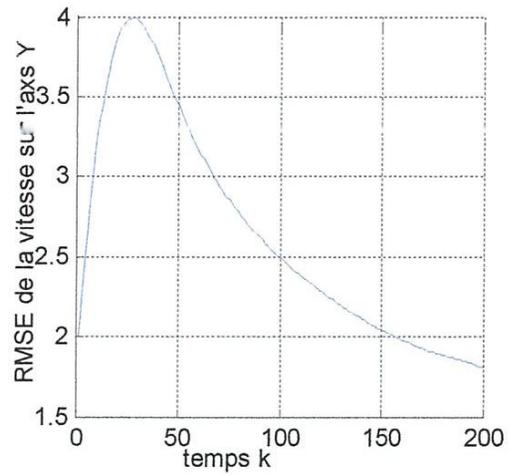


Figure 4.10 : racine de l'erreur quadratique moyenne estimée de la vitesse sur l'axe Y

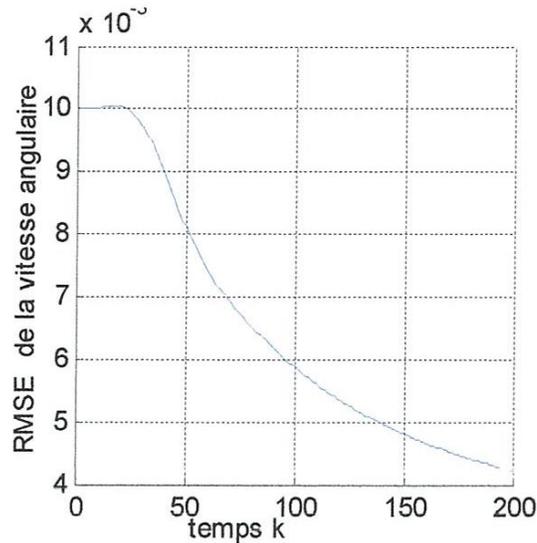


Figure 4.11 : racine de l'erreur quadratique moyenne estimée de la vitesse angulaire Ω

4.3. Conclusion

Dans ce chapitre de simulation, nous avons appliqué des algorithmes ou estimateurs de poursuite d'une cible aérienne, il s'agit d'un algorithme à base de filtre de Kalman (KF) pour des modèles linéaires et à base de filtre de Kalman Etendu (FKE) pour des modèles non linéaires. Dans tous les scénarios, les RMSE des paramètres de mouvements (position, vitesse) sont choisies comme mesures de performances de ces algorithmes.

D'après les RMSE tracées pour chaque scénarios, qui sont basées sur 100 exécutions Monte Carlo nous concluons que les estimateurs sont capables de poursuivre efficacement tel genre de cibles, car il s'adapte rapidement aux trajectoires effectuées par la cible, c'est-à-dire la convergence rapide vers le vrai modèle et à la bonne estimation par FKE.

Conclusion Générale

Conclusion générale

Dans ce mémoire nous nous sommes intéressés aux aspects de pistage et estimation du mouvement d'une cible aérienne, que l'on suppose proviennent du radar. Les modèles de trajectoires générées sont de deux types, linéaire et non linéaires, pour les modèles non linéaires le filtre de Kalman standard est optimal. Par ailleurs, pour les modèles non linéaire on ne peut pas appliquer le filtre de Kalman qu'après linéarisation du modèle non linéaire, le filtre obtenu est donc appelé filtre de Kalman étendu(FKE).

L'utilisation d'un algorithme d'estimation permettant la bonne estimation des trajectoires effectuées par la cible, s'avère nécessaire pour une meilleure estimation des états des modèles de cibles et donc la bonne poursuite ; l'algorithme choisi est celui de : »Filtre de Kalman »pour les modèles linéaires et »filtre de Kalman Etendu »pour les modèles non linéaires.

Les résultats obtenus en divers scénarios démontrent que nous algorithmes sont efficaces pour traquer tel genre de cibles.

Il serait intéressant de donner suite à ce travail par :

- ✚ L'application d'un algorithme capable de détecter et de poursuivre des cibles manouvrantes dans le cas ou la cible change carrément sa nature de trajectoire.
- ✚ Essayer d'autres filtres comme le filtre à particules.
- ✚ L'application de l'algorithme de poursuite sur un radar.

Bibliographie

Bibliographie

- [1] : Wiener « cybernetics, or control and communication in the animal and in the machine MTT press ». Cambridge, Massachusetts, 1961.
- [2] : Anis Zaidi, « Particules gaussiennes déterministes en maximum de vraisemblance linéaire: Application au filtrage optimal des signaux Radar et GPS ». thèse de doctorat de Toulouse, 2007.
- [3] : Patric Wira : « Réseaux neuromimétique, modularité et statistique : estimation du mouvement pour l'asservissement visuel de robots ». Thèse de doctorat. Université de Haute Alsace, 2002.
- [4] : Jawhar Ghommam : « Commande non-linéaire et navigation des véhicules marins sous-actionnés », thèse de doctorat. Université d'Orléans, Janvier 2008.
- [5] : Papanikolopoulos, Khosla et Kanada : « Vision tracking of a moving target by a camera mounted on robot : A combination of control and vision », Transactions on Robotics and automation, 1993.
- [6] : Allen P., Timcenko A, Yoshimi B, et Michelman P, « Automated tracking and grasping of a moving object with a robotic hand-eye system », Transactions on robotics and automation.
- [7] : I. Weiss. Dynamique visual servo control of robots : an adaptive image-based approach. Thèse de doctorat, Carnegie-Mellon University, 1984.
- [8] : Chen, G . « Approximate Kalman filtering » series in Approximations decompositions C.K. Chui, ed, World Scientific publishing Singapore/New Jersey, 240. 1993.
- [9] : Alzerd, « Introduction au filtre de Kalman ». Notes de cours, exercices corrigés, se matlab. Version 0.0, janvier 2005.
- [10] : Christophe Villien ; « prévision de trajectoires 3-D en temps réel ». Thèse de Université Louis Pasteur-Strasbourg, septembre 2006.

- [11] : new approach to linear filtering and prediction problems transactions.ASME,
journalof basic engineering
- [12] : Mémoire de fin d'étude « étude d'un controleur non linéaire neurmal basé sur les
filtres de kalman »juin 2004.
- [13] : Uhlmann.j.k, Simultaneous map building and localization for real time
application.Technical report .University of Oxford,1994.transfer thesis.
- [14] : julier.S.Jand Uhlman.j.k.a.general method for approximating non linear
transformations of probability distributions can be downloaded from.
<http://www.robots.ox.ac.uk/~siju>,August 1994
- [15] : julier S.J and Uhlmann .J.K. and durran-whyte.H.F.A new approach for the non
linear transformation of means and covariances in linear filters.IEEE transactions on
automatic control, accepted for publication as technical not.
- [16] : julier.S.j. 3 «The scaled unscented transformation »,in procedinds of the american
control conference,(anchorage,AK),2002.to appear.
- [17] : julier.S.J« A new method for The nonlinear transformation of means and covariances
in filters and estimators » IEEE trans .on automatic control 45, pp, 477-482, Mars 2000.
- [18] : julier.S.jand Uhlman J.K, «a general method for approximating .nonlinear
transformations of probability distrubitions »,tech.rep ,Robotics research
group,departement of engineering science ,university of Oxford ,1996.Avialable.
- [19] : lefber ,T,Bruyninchx.Hand Schutter J.D«comment on,Anew method for The
nonlinear transformation of means and covariance in filters and estimators, »Submitted as
corespondence to IEEE transactions on automatic control, Sept 2001.

- [20] : julier.S.J and Uhlmann J.K and Durrant –whyte H.F«A new approach for filtering nonlinear système, » in proceedings of The American control conference,pp.1628-1932,(Seattle,WA) ,1993.
- [21] : juliers.S.jand Uhlmann.J.K « a new extention of The Kalman Filter to nonlinear Systems, «in proceeding of the SPIE.Aerosens international Symposium on Aerospace /Defense .Sensing,Simulation and controls,(Orlando,florida)» ,pp.20-25 ,April 1997
- [22] : Bar-Shalom Yaakov and Xiao-Rong Li « estimation with applications to tracking and navigation ».theory,algorithms and software-1993.
- [23] :Feddema and lee : »Adaptative image feature prédiction and contrôle for visual tracking with a hand –eye coordinated camera »,transactions on système man and cybernetics,1990.
- [24] : hashimoto : »visual servoing »,Robotics and automated systèmes, world scientific.singapore,1993.
- [25] : Harris,A.blake and A.yuille : »Traching with rigid models »,MITT press,cambridge,1992.
- [26] : Kosaka et Nakazawa : »vision based motion traching of rigid objects using prediction of uncertainties »,International conference on robotics and automation.Nagoya,japan,1995.
- [27] : Low : »Robust model-based-motion traching through the integration of search and estimation »,Internationale journale of computer vision.1992.
- [28] : Lang F,Langwald J,et Hirizinger G : »predictive feed forward control of high speed tracking tasks »,European control confèrence.Karlsruhe,Germany,1999.

- [29] : Lang F, Wunsh P, et Hirizinger G : »predictive vision based control of high speed industrial robot paths », international conference on robotic and automation. Leuven, Belgium, 1998.
- [30] : Deguchi et Noguchi : »visual servoing eigen space method and dynamic calculation of interaction matrices », international conference on pattern recognition. Vienna, Austria, 1996.
- [31] : Basseville, »Detecting change in signals and systems-a survey », Automatica 1988.
- [32] : Piepmeyer, Lipkin, et McMurray, »A predictive estimation approach to model independent visual servoing ». Albuquerque, New-Mexico, 1998.
- [33] : Jagersand : »visual servoing using trust region methods and estimation of the full coupled visual-motor Jacobian », international conference on application of robotics and control, 1996.
- [34] : Clarke, Mohtadi et Tuffs : »generalized predictive control part 1 : the basic algorithm, 2 : extensions and interpretations » Automatica, 1987.
- [35] : Gangloff, Mathelin et Abda : »High performance 6 dof visual servoing using generalized predictive control », 5th European control conference. Karlsruhe, Germany, 1999.
- [36] : Neimeyer et Slotin, International Journal of robotics research, 1991.
- [37] : Walcott et Zak : »state observation of non linear uncertain dynamical systems », Transaction on automatic control, 1987.
- [38] : Yez et Azemy, »Variable structure observer with a Boundary-Layer for density estimation », Transactions on Neural net Works, 1993.
- [39] : Marchand, Bouthemy, et Chaumentte : »A 2d-3d model based approach to real visual tracking », image and vision computing, 2001.

[40] : Bouthemy P, »A maximum likelihood framework for determining moving Transaction and patten analysis and machine intelligence,1989. »

Listes des figures

| | |
|--|----|
| Figure 2-1 : représentation graphique du filtre de kalman..... | 22 |
| Figure 4.1 : trajectoires réelle et estimée..... | 34 |
| Figure 4.2 : Racine de l'erreur quadratique moyenne de position X..... | 34 |
| Figure 4.3 : Racine de l'erreur quadratique moyenne de position Y..... | 34 |
| Figure 4.4 : Racine de l'erreur quadratique moyenne de vitesse sur l'axe X..... | 35 |
| Figure 4.5 : Racine de l'erreur quadratique moyenne de vitesse sur l'axe Y..... | 35 |
| Figure 4.6 : trajectoires réelle et estimée | 36 |
| Figure 4.7 : racine de l'erreur quadratique moyenne estimée de position X..... | 37 |
| Figure 4.8 : racine de l'erreur quadratique moyenne estimée de position Y..... | 37 |
| Figure 4.9 : racine de l'erreur quadratique moyenne estimée de la vitesse sur l'axe X..... | 37 |
| Figure 4.10 : racine de l'erreur quadratique moyenne estimée de la vitesse sur l'axe Y...37 | |
| Figure 4.11 : racine de l'erreur quadratique moyenne estimée de la vitesse angulaire Ω ...38 | |