

Mémoire du Projet de fin d'étude

746

2^{ème} Année Master



Département : Génie des Procédés

Spécialité : Génie Chimique

Présenté par :

Geuttiche Djalal

Abid Mounir



Simulation des réseaux de distribution des fluides
Par la méthode de la théorie linéaire

Sous la Direction de :

Dr.Lahiouel Y .

Juin 2011

Remerciement



2654

Nous remercions le bon dieu pour le courage qu'il nous a donné pour surmonter toutes les difficultés durant nos années d'études.

Ce travail est le fruit de la collaboration de plusieurs personnes qui meritent notre gratitude.

Nous remercions vivement notre encadreur Dr. lahioel ,vous nous avez fait le grand honneur de diriger ce travail ,votre compréhension,votre collaboration et vos precieuses directives qui nous ont été d'un grand secours afin de mener a bien notre memoir,veuillez accepter l'expression de notre grande admiration et de notre profonde reconnaissance. Nous saluons chaleureusement votre ardeur a travailler.

Nous voudrions exprimer nos plus vifs remerciements à tous nos professeurs qui ont contribué à nous transmettre l'inestimable trésor qu'est le savoir.

Que tous ceux que nous n'avons pas cités, et qui nous ont aidé de prés ou de loin reçoivent nos sincères remerciements.

Dédicaces

J'ai le grand honneur de dédier ce travail à :

Ma très chère mère

Mon très cher père

Mes très chers frères et sœurs a les petits chers Mohammed et Saïf

A tous mes collègues

A tout mes amis que j'ai connus dans ma vie

DJALAL.G.

DEDICACE

A ma mère

A mon père

A mes amis

MOUNIR

Sommaire



Introduction générale

Chapitre I : les écoulements des fluides

1- Introduction.....	1
2- Différents types d'écoulement.....	1
2.1. Par rapport au fluide.....	1
2.2. Par rapport au temps.....	2
3. Quelques propriétés des fluides.....	2
3.1. La masse volumique (ρ).....	2
3.2. La pression de vapeur.....	2
3.3. La tension superficielle.....	3
3.4. La viscosité.....	3
4. Système de référence.....	3
4.1. Méthode de Lagrange.....	3
4.2. Méthode d'Euler.....	4
5. Equation de continuité.....	5
6. théorème de Bernoulli.....	8
7. Régime d'écoulement.....	8
7.1. Régime laminaire.....	8

7-2. Régime turbulent.....	9
7.3. Régime transitoire (zone critique).....	9
7.4. Calcule du nombre de Reynolds.....	9

Chapitre II: les réseaux hydrauliques

1. Introduction.....	10
2. Définition d'un réseau de distribution.....	10
2.1. Maillon ressource.....	11
2.2. Maillon production-adduction.....	11
2.3. Le maillon traitement.....	11
2.4. Le maillon stockage.....	12
3. Ossature du réseau.....	12
3.1. Le réseau ramifié.....	13
3.2. Le réseau maillé.....	13
4. Dimensionnement du réseau.....	14
4.1. Pour les conduites en série.....	14
4.2. Pour les conduites en parallèle.....	15
5. Les équations.....	16
5.1. Équations "Q".....	16
5.2. Équations "H".....	17
5.3. Équations "ΔQ".....	18

5.4. Équations "ΔH"	18
---	-----------

6. Conclusion	19
----------------------------	-----------

Chapitre III: Les pertes de charge

1. introduction	20
------------------------------	-----------

2. les types de pertes de charge	20
---	-----------

2.1. Pertes de charge dues au frottement dans les conduites	
--	--

2.2. Perte de charge singulière due aux structures	23
---	-----------

3. Coefficient de perte de charge	24
--	-----------

3.1. Régime laminaire	24
------------------------------------	-----------

3.2. Cas des tuyaux lisses (régime turbulent lisse	24
---	-----------

4. Relation entre le débit (Q) et les pertes de charge (H_f) dans une conduite coulant sous pression	25
--	-----------

5. Conclusion	25
----------------------------	-----------

Chapitre IV: Les paramètres de régulation dans les réseaux de conduites

1. Les pompes	26
----------------------------	-----------

1.1. Définitions et généralités	26
--	-----------

1.2. Différents types de pompe	26
---	-----------

1.3. Les courbes des charge-débit	26
--	-----------

1.4. Combinaisons de pompes	28
--	-----------

1.5. Equations des pompes	29
--	-----------

2. Les valves.....	31
2.1. Valves de contrôle.....	32
2.2. Valves de réduction de pression.....	33
3. Les réservoirs.....	33
3.1. Différents types de réservoirs.....	32
3.2. Réseaux avec plusieurs réservoirs.....	34
 Chapitre V : Méthodes d'analyses des réseaux	
1. Introduction.....	36
2. Analyse des réseaux de distribution.....	36
3. principes fondamentaux de l'analyse des réseaux.....	37
4. Équations de base.....	36
4.1. Équation des mailles.....	38
4.2. Équations aux nœuds.....	40
5. Méthodes d'analyse.....	41
5.1. Méthode de linéarisation de Wood-Charles.....	41
5.2. Méthode de Newton-Raphson.....	46
5.3. Méthode de Hardy-Cross.....	50
5.4. Méthode des éléments finis.....	55
6. Conclusion.....	57

Chapitre VI : Programme et résultats

1. Introduction.....	58
2. Codage des variables.....	58
3. Algorithme de la méthode linéaire.....	59
4. Organigramme de la méthode linéaire.....	63
5. Subrotine des moindre carrés.....	67
6. Les cas d'application.....	69
6.1. Cas d'application N°01.....	69
6.2. Les résultats.....	70
6.3. Cas d'application N°02.....	71
6.4. Les résultats.....	73
6.5. Cas d'application N°03.....	74
6.6. Les résultats.....	75
6.7. Cas d'application N°04.....	76
6.8. Les résultats.....	77
6.9. Cas d'application N°05	78
6.10. Les résultats.....	79
7. Résultats et discussion.....	80
8. Conclusion générale.	

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Introduction:

Les pipelines transportent et distribuent plusieurs produits tels que le gaz et le pétrole et l'eau, ce transport induit des pertes d'énergie dues principalement aux frottements entre les fluides en mouvement et les parois des conduites, ce phénomène peut être quantifié grâce à un paramètre représentatif appelé le coefficient de frottement.

Les études sur les réseaux de transport, en général, sont devenues et restent encore un domaine de recherche sans limite et concernent l'analyse et la simulation des écoulements dans les réseaux et la minimisation des pertes d'énergie.

La conception des réseaux de distribution et donc une procédure qui fait intervenir :

- ✓ l'analyse hydraulique des réseaux grâce à des simulations répétées.
- ✓ Le choix de la répartition du réseau, et le choix des diamètres des conduites, et la capacité de pompe.

Ce travail est contenu en six chapitres, dans le premier chapitre nous allons faire un rappel sur les écoulements des fluides et l'équation de continuité, quelques définitions sur les réseaux, et la démonstration des équations qui les régissent dans le deuxième chapitre.

L'objet du troisième chapitre est de donner les deux types de perte de charge, et l'expression générale de la perte de charge, Les différents paramètres des régulations seront illustrés dans le quatrième chapitre, en suite, nous allons essayer d'expliquer les méthodes d'analyse d'un réseau maillé dans le cinquième chapitre.

Pour calculer le débit dans les conduites et l'obtention des solutions optimales pour le problème de perte de charge, en utilisant la méthode LINEAIRE, sera l'objet du dernier chapitre.

Chapitre 01

Les écoulements des fluides

1. Introduction :

Contrairement aux solides, les éléments d'un fluide en mouvement peuvent se déplacer à des vitesses différentes et peuvent être soumis à des accélérations différentes.

Les notions importantes qui concernent l'écoulement des fluides sont :

- ✓ Le principe de la conservation de la masse, à partir duquel on établit l'équation de continuité.
- ✓ Le principe de l'énergie cinétique, à partir on établit l'équation relative à l'écoulement dont l'équation de Bernoulli.
- ✓ Le principe de quantité de mouvement, à partir duquel on établit les équations donnant les forces dynamiques exercées par les fluides en mouvement.

2. Différents types d'écoulement :

2.1. Par rapport au fluide :

- ✓ Fluide incompressible (la masse volumique ρ est constante)
- ✓ Fluide compressible (la masse volumique ρ est varié)
- ✓ Fluide parfait, (la viscosité dynamique $\mu=0$)

La combinaison de ces facteurs indique les modèles d'écoulement suivant :

2.2. Par rapport au temps :

- ✓ Écoulements permanents :

Ce sont des écoulements dont les caractéristiques sont identiques, c'est-à-dire en tout point la vitesse des particules du fluide successive est la même à des instants successifs (vitesse constante par rapport au temps ; de même pour la pression et la masse volumique).

- ✓ Écoulements non permanents ou variables ; les caractéristiques varient dans chaque section avec le temps.

- ✓ Écoulements uniformes : ce sont des écoulements permanents dont les caractéristiques ne varient pas de section en section c'est-à-dire quand la grandeur et la direction de la vitesse ne changent pas d'un point à un autre demeurant constante tout au long de l'écoulement.
- ✓ Écoulements non uniformes (variés) : les caractéristiques varient de section en section ou d'un point à un autre.
- ✓ Écoulements laminaires et écoulements turbulents à une, deux ou trois dimensions.

3. Quelques propriétés des fluides :

Du point de vue de la dynamique des fluides, ou plus spécifiquement des liquides, certaines caractéristiques et propriétés présentent un intérêt tout particulier. Il s'agit notamment de la masse volumique, de la pression de vapeur, de la tension superficielle et de la viscosité :

3.1. La masse volumique (ρ) :

La masse volumique d'un corps est définie comme le rapport de sa masse à son volume et s'exprime en Kg/m^{-3} . Elle est différente de la densité relative, soit le rapport de la masse volumique à celle d'un corps de référence dans des conditions bien précises, en général de l'eau à (0°).

3.2. La pression de vapeur :

En raison de l'agitation moléculaire dans le liquide, les collisions entre molécules sont fréquentes et, à la surface libre, certaines molécules sont susceptibles d'acquérir suffisamment d'énergie pour quitter la phase liquide et passer dans la phase gazeuse.

Simultanément, des molécules de la phase gazeuse heurtent la surface du liquide et sont absorbées par ce dernier.

Ces deux phénomènes antagonistes tendent à produire un état d'équilibre dans lequel l'air est saturé de vapeur. La pression de vapeur d'un liquide pur à pression atmosphérique est dite pression de vapeur saturante, et est égale à la pression partielle de vapeur dans l'air.

3.3. La tension superficielle :

Il s'agit d'un phénomène qui se manifeste à la surface de séparation de deux fluides, notamment à l'interface liquide-gaz (air), une molécule liquide au repos est soumise aux forces cohésives que les molécules voisines exercent sur elle.

3.4. La viscosité :

Dans le cas des fluides dits Newtoniens tels que l'eau ou l'air, la contrainte de cisaillement (τ) correspondant à la force tangentielle de frottement par unité de surface est proportionnelle au gradient de vitesse $\frac{dv}{dz}$

(loi de Newton), soit pour un écoulement laminaire $\tau = \eta \frac{dv}{dz} [\text{Pa}]$

Le coefficient de proportionnalité (η), qui s'exprime en N.s.m^{-2} (Pa) représente la viscosité dynamique ou absolue de fluide. Les fluides pour lesquels la relation entre contrainte de cisaillement et gradient de vitesse prend une forme plus complexe sont dits non Newtoniens.

4. Système de référence :

Pour étudier le mouvement d'un fluide quelconque, on peut employer deux méthodes :

4.1. Méthode de Lagrange :

Consiste à individualiser une particule déterminée du fluide et à la suivre dans ses mouvements. C'est-à-dire, elle exprime les coordonnées d'un point (M) de la masse fluide en fonction du temps et de la position initiale du point considéré.

$$\rho \begin{cases} x = \delta(x_0, y_0, z_0, t) \\ y = \rho(x_0, y_0, z_0, t) \\ z = \psi(x_0, y_0, z_0, t) \end{cases} \quad (1.1)$$

x, y, z sont les variables de Lagrange.

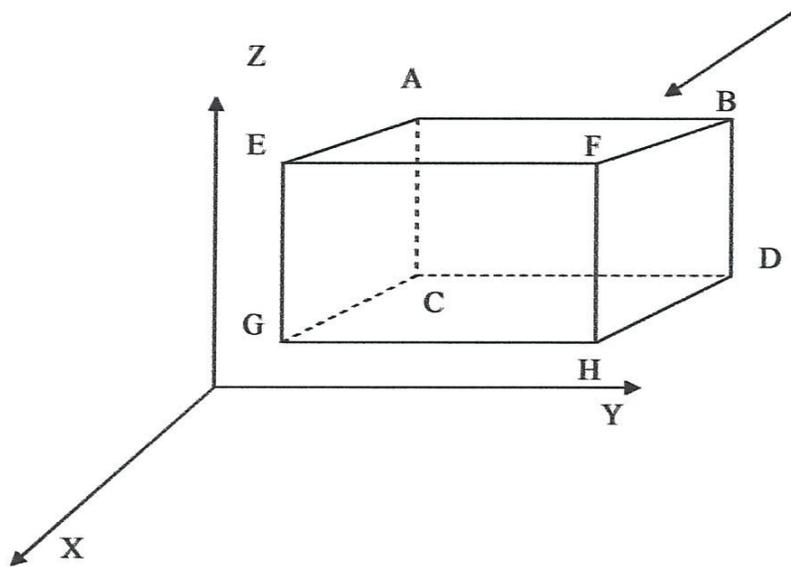


Figure 1.3 : Flux de masse au travers des faces d'un élément infinitésimal

Pendant le temps dt , il entre par la face ABCD une masse du fluide égale à :

$$dy \cdot dz \cdot u \cdot \rho \cdot dt = \rho \cdot u \cdot dy \cdot dz \cdot dt$$

Pendant ce même temps, il sort par la face opposée dy, dz ou EFGH, une masse du fluide égale à :

$$\left(\rho \cdot u + \frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} dx \right) dy \cdot dz \cdot dt \quad (1.3)$$

(ρ, u sont les seuls qui peuvent varier par rapport à x)

C'est-à-dire que la masse entrée est augmentée de sa différentielle par rapport à x .

En définitif, l'accroissement de masse du parallélépipède correspondant à l'écoulement est donc la différence de ces deux expressions soit :

$$-\frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} dx \cdot dy \cdot dz \cdot dt \quad (1.4)$$

On peut faire un raisonnement similaire pour déterminer l'accroissement de masse correspondant au mouvement à travers les autres faces et établir deux autres formules analogues, de sorte que l'accroissement total de la masse fluide dans le parallélépipède pendant le temps (dt) soit :

$$-\left(\frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot w)}{\partial z}\right) dx \cdot dy \cdot dz \cdot dt \quad (1.5)$$

D'autre part, puisque la masse du parallélépipède est restée constante pendant le temps (dt), cet accroissement de masse est obligatoirement égal à l'accroissement de masse volumique multiplié par le volume :

$$\left(\frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial t} dt\right) dx \cdot dy \cdot dz \quad (1.6)$$

D'où l'égalité :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} dt \cdot dx \cdot dy \cdot dz = -\left(\frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot w)}{\partial z}\right) dx \cdot dy \cdot dz \quad (1.7)$$

Ou bien :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\left(\frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot w)}{\partial z}\right) dx \cdot dy \cdot dz \quad (1.8)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot w)}{\partial z} = 0 \quad (1.9)$$

C'est l'équation de continuité pour un fluide parfait. Si on applique cette équation au cas de l'eau (fluide incompressible, ρ constante) on s'oblige à réécrire l'équation (1.9) comme suit :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1.10)$$

$$\Rightarrow \text{div} \cdot \vec{v} = 0 \quad (1.11)$$

6. théorème de Bernoulli :

Le théorème de Bernoulli constitue l'équation générale du mouvement d'un fluide :

- ✓ incompressible
- ✓ parfait
- ✓ en mouvement permanent
- ✓ dans le champ de pesanteur.

- ✓ Le long du courant (le long de l'écoulement) ; c'est-à-dire : $G \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = -g \end{cases}$

Le théorème de Bernoulli exprime donc que dans les hypothèses ci-dessus, l'écoulement conserve l'énergie mécanique des particules fluides ; il s'énonce : « dans un fluide parfait incompressible, en mouvement permanent dans les champs de pesanteur, l'énergie mécanique se conserve, c'est-à-dire que la charge est constante le long d'une ligne de courant » soit :

$$H = cte \quad (1.12)$$

$$z + \frac{p}{w} + \frac{v^2}{2g} = cte \quad (1.13)$$

Associée à l'équation de continuité, l'équation de Bernoulli permet la résolution de la plus grande partie des problèmes de mécanique des fluides en mouvement.

7. Régime d'écoulement :

La nature du régime d'écoulement d'un fluide est déterminée par la valeur du nombre de Reynolds. Les différents régimes d'écoulements sont visualisés par la représentation graphique du diagramme de Moody (chapitre 2) utilisant le nombre de Reynolds pour l'axe des X et le facteur de frottement F pour l'axe des Y.

Le régime d'écoulement d'un fluide, se caractérise par 3 formes :

7.1. Régime laminaire :

Un nombre de Reynolds inférieur à 2000 indique que l'écoulement est calme et régulier.

7.2. Régime turbulent :

Un nombre de Reynolds supérieur à 4000 indique que l'écoulement est sous forme de tourbillon et de remous.

7.3. Régime transitoire (zone critique) :

Le nombre de Reynolds situé entre 2000 et 4000 indique que l'écoulement est instable, entre le régime laminaire et le régime turbulent.

7.4. Calcule du nombre de Reynolds:

Le nombre de Reynolds est adimensionnel (donc sans unité). Il combine 3 caractéristiques importantes de l'écoulement et du fluide : la vitesse, la densité et la viscosité.

Un nombre de Reynolds de 2000 ou moins indique un écoulement en régime laminaire tandis qu'un nombre de 4000 ou plus, indique un écoulement turbulent.

Le nombre de Reynolds est défini soit :

<i>En fonction de la viscosité cinématique</i>	<i>En fonction de la viscosité dynamique</i>
$Re = 1000 \cdot \frac{V \cdot d}{\nu}$	$Re = \frac{\rho \cdot V \cdot D}{\mu}$
<ul style="list-style-type: none"> • V= vitesse d'écoulement en m/s • d = diamètre hydraulique du tube en mm • ν = viscosité cinématique de l'eau en mm^2/s (ou centistokes) (système légal (S.I) en $m^2/s = 1000000$ Centistokes ou mm^2/s) 	<ul style="list-style-type: none"> • ρ = masse volumique en kg/m^3 • V = vitesse en m/s • D = diamètre hydraulique du conduit en m • μ = viscosité dynamique en Pa.s (ou $kg/m.s$ ($kg/m.s = 1$ poiseuille = 10 poises)

Chapitre 02

Les réseaux hydrauliques

1. Introduction :

Le distributeur d'eau potable a toujours le souci de couvrir les besoins des consommateurs, en quantité et qualité suffisantes. Il a aussi le souci de veiller à la bonne gestion et à la perfection de toutes les infrastructures concourant l'approvisionnement en eau.

Un réseau d'eau constitue l'ensemble des moyens et infrastructures dont dispose l'ingénieur pour transporter l'eau depuis la source jusqu'au consommateur.

Un réseau d'eau potable doit être fiable et durable pour pouvoir répondre aux exigences des consommateurs (quantité et qualité optimales, dysfonctionnement minimaux).

2. Définition d'un réseau de distribution :

Du réservoir de stockage sort une conduite principale de gros diamètre. Celle-ci, en se prolongeant le long des rues de l'agglomération forme un ensemble de conduites maîtresses. Sur chacune de ces dernières, sont branchées des conduites de diamètres moindres dites conduites secondaires, tertiaires, etc.

L'ensemble de toutes ces différentes canalisations avec l'ensemble des équipements qui les accompagnent forment le réseau de distribution. C'est l'infrastructure la plus importante du réseau global, car il s'étend sur toute la surface de l'agglomération.

Pour que un tel réseau puisse transporter le fluide de la source jusqu'au point de distribution il doit contenir quatre maillons principaux :

1. maillon ressource, 2. Maillon producteur, 3. Maillon traitement ,4. Maillon stockage.

2.1. Maillon ressource :

La ressource est une structure permettant le captage de l'eau. La prise d'eau se fait habituellement par un captage d'eau de surface (rivière, lac, barrage, etc.). En l'absence d'une telle source, ou lorsque l'eau de surface est trop polluée, on procède au captage d'eau souterraine (forage, puits, galeries, sources, ...).

2.2. Maillon production - adduction :

Ce maillon est un ensemble constitué d'une station de pompage et d'un dispositif d'adduction (conduite et accessoires).

2.3 Le maillon traitement :

Le traitement de l'eau brute se passe généralement en trois étapes :

- ✓ *La clarification* : il s'agit de débarrasser l'eau des particules colloïdales en

Utilisant un massif filtrant.

- ✓ *La stérilisation* : son objectif est de rendre l'eau bactériologiquement pure. Pour

Ceci, on utilise des oxydants tels que le chlore et l'ozone " trioxygène " (O_3).

- ✓ *L'affinage* : permet d'éliminer les micropolluants (corps dissouts).

2.4 Le maillon stockage :

Le réservoir de stockage est un bassin qui se remplit au cours des faibles consommations et qui se vide pendant les périodes de fortes consommations journalières. Le réservoir présente deux utilités (technique et économique) par les multiples fonctions qu'il remplit :

2.4.1. Fonctions techniques :

- ✓ La régulation du débit pour tous les ouvrages qui se situent en amont et en aval de lui ;
- ✓ La régulation de la pression dans le réseau de distribution ;
- ✓ L'assurance de la continuité de l'approvisionnement en cas de panne dans les ouvrages situés dans la partie amont ;

2.4.2. Fonctions économiques : il permet :

- ✓ La réduction des investissements sur tous les autres ouvrages du réseau d'A.E.P ;
- ✓ La réduction des coûts de l'énergie.

La capacité d'un réservoir dépend du mode d'exploitation des ouvrages de la partie amont et de la variabilité de la demande.

Pour l'emplacement d'un réservoir, selon que l'agglomération est située en plaine ou en terrain accidenté, il peut être soit enterré, soit semi-enterré, soit surélevé.

3. Ossature du réseau :

Pour un réseau d'A.E.P. l'ossature du réseau dépend de la configuration de l'agglomération. Deux géométries de réseau sont possibles : réseau ramifié ou réseau maillé.

3.1. Le réseau ramifié :

Il est appelé ainsi car il possède topologiquement une structure d'arbre. Pour ce type de réseau, à partir d'une conduite centrale, on met en relation plusieurs canalisations secondaires, tertiaires, ... etc. jusqu'à chaque compteur individuel. Un tel système présente un grave défaut ; dans une conduite donnée, l'eau circule toujours dans le même sens. Donc, une panne dans la conduite entraîne la perte de service pour tous les usagers situés en aval.

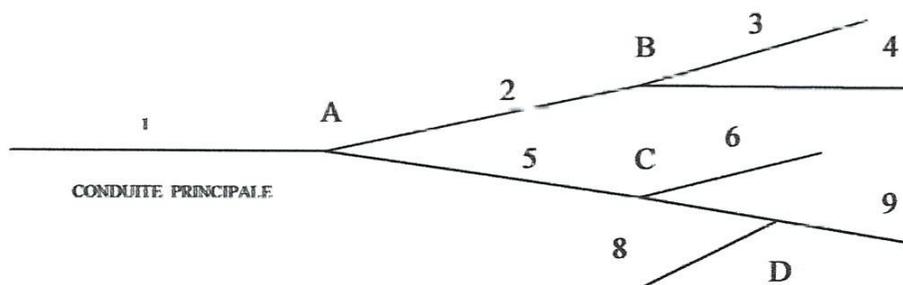


Figure 2.1 : Ossature d'un réseau ramifié.

La figure 2.1 montre un réseau composé de 9 conduites (1,2,3,4,5,6,7,8,9), et possède quatre nœuds (A, B, C, D).

3.2. Le réseau maillé :

Ce type de réseau est constitué de boucles. Le sens de l'écoulement varie fréquemment selon la demande de certaines conduites. En effet, le nombre d'abonnés non desservis en cas de panne ou de réparation est réduit au maximum puisque l'eau peut atteindre un même point par plusieurs chemins. L'autre intérêt est que la vitesse

d'écoulement de l'eau est rarement nulle, ce qui offre l'avantage de maintenir la bonne qualité de l'eau distribuée.

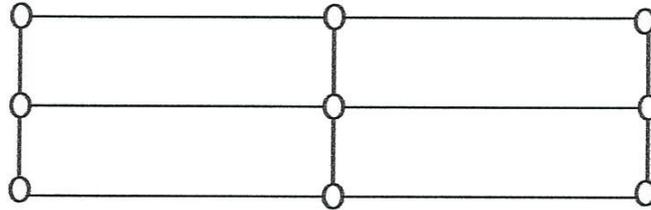


Figure 2.2 : Ossature d'un réseau maillé.

4. Dimensionnement du réseau :

Les points à considérer sont :

- ✓ La topographie des lieux pour les critères de pression ;
- ✓ La densité de la population et ses activités pour évaluer les besoins en eaux des différents secteurs résidentiels.

On résume en général toute information pertinente sur carte topographique, on évalue les consommations de chaque zone de façon à déterminer la demande totale, la puissance de pompage requis, le volume et la position des réservoirs et les diamètres et longueurs des conduites.

Conduites en série et en parallèle : bien souvent, avant de faire l'analyse d'un réseau, il est nécessaire de le simplifier en regroupant en série ou en parallèle un certain nombre de conduites pour former des conduites équivalentes.

4.1. Pour les conduites en série :

- ✓ La perte de charge totale est égale à la somme des pertes de charge de chaque conduite.
- ✓ Le débit est le même pour toutes les conduites.

- ✓ La perte de charge est liée au débit par une relation du type :

$$\Delta H = RQ^n \quad (2.1)$$

Où le coefficient R est la résistance de la conduite. Cette résistance ne dépend que des propriétés de la conduite c'est-à-dire la rugosité, le diamètre et la longueur.

Avec la formule de darcy-weisbach, on a :

$$R = \frac{8fl}{\pi^2 \cdot g \cdot D^5} \quad (2.2)$$

Pour la formule de Hazen-Williams on a :

$$R = \left(\frac{1}{c_{HW} \beta} \right)^{1,85} \frac{L}{D^{4,87}} \quad (2.3)$$

β est le coefficient d'unités ($\beta = 0,2785$)

Donc, on obtient :

$$R_e = R_1 + R_2 + \dots + R_i \quad (2.4)$$

4.2. Pour les conduites en parallèle :

- ✓ Le débit total est à la somme des débits de chaque conduite.
- ✓ La perte de charge est la même pour toutes les conduites.
- ✓ Le débit est lié à la perte de charge par une relation du type :

$$Q = k \cdot \Delta H^m \quad (2.5)$$

Où k est la conductance de la conduite. La conductance est liée à la résistance par la relation : $k = 1/R^m$ avec $m = 1/n$

D'où :

$$k_e = k_1 + k_2 + \dots + k_i \quad (2.6)$$

5. Les équations :

Dans la figure 2.3 nous avons un seul nœud source numérique (1), les autres nœuds de demande j ; ($j=2, 3, \dots, NN$), les conduites sont numérotées ($X = 1, 2, \dots, NB$), et les mailles ($c=1, 11, \dots, NM$), les résistances des conduites sont connues et notées R_{ox} ($X=1, 2, \dots, NB$), les débits aux nœuds de demande sont aussi connus q_{oj} ($j=2, 3, \dots, NN$), et la charge au nœud source est aussi connue H_{01} , les paramètres inconnus sont Q_x ($X = 1, 2, \dots, NB$), H_j ($j = 2, 3, \dots, NN$)

5.1. Équation "Q" :

Les débits inconnus dans les conduites notés Q_x , sont pris comme paramètres inconnus de base dans la formulation des équations Q.

En appliquant la relation de continuité du débit aux nœuds de demande, on obtient :

$$\sum_{x \text{ connecté à } j} Q_x + q_{oj} = 0; j = 2, 3, \dots, NN \quad (2.7)$$

Qui représentent (NN-1) équations linéaires. De même, en appliquant la relation de perte de charge dans les mailles, on obtient :

$$\sum_{X \in c} R_{O,x} Q_x^n = 0 \quad ; \quad j = 2, 3, \dots, NM \quad (2.8)$$

Qui forment NM équations non linéaires. Ainsi, le nombre total d'équations Q est (NN-1+NM), NB étant le nombre de paramètres inconnus Q de base.

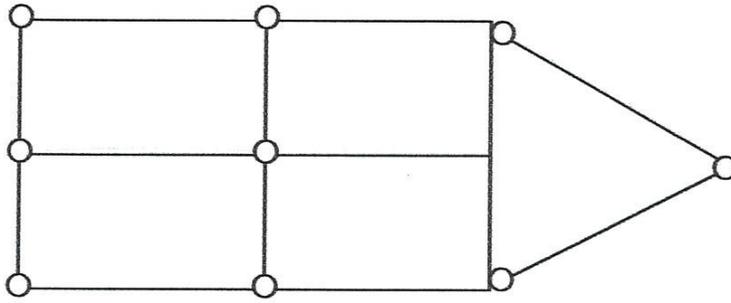


Figure 2.3 : Schéma d'un réseau maillé.

5.2. Equation "H" :

Les charges inconnues aux nœuds notées H_i ($i = 2,3,\dots,NN$) sont prises comme paramètres inconnus dans la formulation des équations H.

En appliquant la relation de conservation du débit aux nœuds 2 à NN, les équations H s'expriment :

$$\sum_{i \text{ connecté à travers } x} \left(\frac{H_i - H_j}{R_{o,x}} \right)^{1/x} + q_{o,j} = 0 \quad ; \quad (j = 2,3,\dots,NN) \quad (2.9)$$

les charge H_i et H_j sont aux nœuds en amont et en aval, respectivement la version linéarisée de l'équation H s'écrit :

$$\sum_{i \text{ connecté à travers } x} C'_x (H_i - H_j) + q_{o,j} = 0 \quad ; \quad (j = 2,3,\dots,NN) \quad (2.10)$$

La conductance modifiée C_x de la conduite x s'exprime :

$$C'_x = \frac{1}{R_x^{1/n} [H_i - H_j]^{(1-\frac{1}{n})}} \quad ; \quad (x = 1,2,\dots,NB) \quad (2.11)$$

5.3. Équations "ΔQ" :

Dans la formulation des équations ΔQ, les valeurs des débits dans toutes les conduites sont initialement choisies de manière à satisfaire la relation de conservation du débit au nœud (équation 2.7). Ces débits arbitrairement choisis ne vont généralement pas satisfaire la relation de perte de charge dans la maille (équation 2.8). Par conséquent, les valeurs des débits aux mailles ΔQ_c; (c = I, II, ..., NM). Ces corrections sont traitées comme des variables de base dans la formulation des équations ΔQ.

De la relation de perte de charge dans la maille (équation 2.8), les équations ΔQ pour la première itération sont :

$$\sum_c R_{o,x} (IQ_x + \sum_x \Delta Q_c)^n \quad ; \quad (c = I, II, \dots, NM) \quad (2.12)$$

Dans laquelle \sum_c représente la sommation pour toutes les conduites d'une maille c tandis que \sum_x représente la sommation des corrections de toutes les mailles auxquelles la conduite x appartient.

5.4. Équations "ΔH" :

Dans la formulation des équations ΔH, les charges inconnues aux nœuds H_j, (j = 2, 3, ..., NN) sont initialement choisies. Comme ces valeurs peuvent généralement ne pas satisfaire la relation de conservation du débit au nœud (équation 3.7), elles seront corrigées par des corrections supplémentaires ${}_1\Delta H_j$; (j = 2, 3, ..., NN).

En se basant sur l'équation 3.3, les équations ΔH s'écrivent :

$$\sum_{i \text{ connecté à } j \text{ à travers } x} \left[\frac{(H_i + {}_1\Delta H_i) - (H_j + {}_1\Delta H_j)}{R_{ox}} \right]^{1/x} + q_{oj} = 0; \quad j = 2, 3, \dots, NN \quad (2.13)$$

6. Conclusion :

La connaissance du comportement hydraulique et de la qualité d'un réseau d'eau potable à chaque instant, nécessite en premier lieu la mise en place d'un modèle hydraulique de ce réseau. Pour ce faire, on a besoin de recourir à des méthodes numériques permettant la résolution d'un ensemble d'équations non linéaires basées sur des principes hydrauliques tel que la continuité aux nœuds et les équilibres des charges aux mailles.

Les méthodes numériques adoptées dans ce travail est la méthode de linéarisation de Charles- Wood.

Chapitre 03

Les pertes de charge

1. introduction :

En mécanique, on définit l'énergie ou le travail (w) comme le produit d'une force par un déplacement (longueur) : $W=F.L$

En mécanique des fluides, on rapporte l'énergie d'une certaine quantité de fluide en écoulement à l'unité de poids (ou force) de ce fluide en écoulement, on l'appelle charge H .

2. les types de pertes de charge: on distingue deux types de perte de charge :**2.1. Pertes de charge dues au frottement dans les conduites :**

Les pertes de charge par frottement dans les conduites sont l'un des paramètres importants dont il faut tenir compte lors de la conception des conduites de distribution d'eau. Ces pertes sont dues à la viscosité du fluide et au régime d'écoulement. Les pertes de charge par frottement permettent de déterminer la diminution de pression dans les conduites de distribution d'eau.

2.1.1. Les expressions générales de perte de charge linéaire :

Pour étudier et résoudre le phénomène de perte de charge linéaire dans les conduites, les chercheurs ont d'abord élaboré des formules pour calculer ces pertes. Parmi ces formules on distingue:

2.1.2 Formule de Darcy-Weisbach :

Les chercheurs Darcy et Weisbach ont proposé une équation permettant de calculer les pertes de charge (c'est-à-dire l'énergie dues au frottement contre les parois) dans les conduites circulaires coulant sous pression. Cette équation est la suivante :

$$H_L = f \frac{L.v^2}{d.2.g} \quad (3.1)$$

Où

H_L :perte de charge par frottement dans une conduite de longueur $L(m)$.

f : Coefficient de frottement. Il est fonction du nombre de Reynolds et de la rugosité de la paroi de la conduite. La valeur du nombre de Reynolds pour une

conduite circulaire coulant sous pression est fonction du diamètre de la conduite, D , de la vitesse d'écoulement V , de la viscosité dynamique η et de la masse volumique ρ de l'eau.

L : Longueur de la conduite(m)

g : Accélération due à la pesanteur (9,81m/s)

On peut utiliser l'équation (3.1) si l'écoulement est turbulent.

2.1.3. Formule de HAZEN – WILLIAMS :

L'équation de HAZEN-WILLIAMS est celle qu'on utilise le plus lorsqu'on veut calculer les caractéristiques des écoulements dans les conduites sous pression. Cette équation est la suivante .

$$H_f = 10.68 \frac{LQ^{1.852}}{C_{HW}^{1.852} . D^{4.87}} \quad (3.2)$$

Où :

c_{HW} : le coefficient de rugosité de HAZEN WILLIAMS

H_f : la perte de charge en m

Q : le débit en m^3/s

Etablie en 1905, elle a donné lieu à de nombreuses déterminations expérimentales du coefficient c_{hw} appliqué dans la région de transition.

2.1.4. Formule de Colebrook :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -\log\left(\frac{k}{3.7D} + \frac{2.51}{Re\sqrt{\lambda}}\right) \quad (3.3)$$

Où:

K : épaisseur des rugosités de la paroi en m

Cette formule relativement moderne, est d'origine assez théorique car elle relie des lois de pertes de charge trouvées en laboratoire par NIKURADE et VON KARMAN. Elle est apparue séduisante pour les ingénieurs en raison de son caractère universel.

Puisque l'épaisseur k des rugosités de la paroi est une grandeur géométrique et qu'il n'y a pas lieu de s'occuper de la nature physique de cette paroi.

2.1.5. Formule de Scobey :

Cette formule est destinée spécifiquement aux tuyaux à paroi en béton, elle s'écrit :

$$H_f = \sqrt{\frac{v}{C_{s,D}^{0.625}}} \quad (3.4)$$

où :

C_s : coefficient numérique proposé en 1920 après des observations portant sur 31 conduites et des longueurs de 55m à 3500m.

2.1.6. Formule de Strickler :

Cette formule est très employée pour les équipements d'usines hydroélectriques. Elle se présente sous la forme :

$$H_f = \sqrt{\frac{kR^{2/3}}{v}} \quad (3.5)$$

K : coefficient numérique

R : rayon hydraulique de la conduite

2.1.7. Formule de Manning :

La formule de Manning est utilisée pour les régimes turbulents dans les conduites rugueuses. Elle est plus généralement appliquée dans les canaux. Dans ce cas on a :

$$H_f = \frac{10.29 N^2 \cdot L \cdot Q}{D^{16/3}} \quad (3.6)$$

2.2. Perte de charge singulière due aux structures :

Lorsqu'il y a un changement brusque ou progressif dans les limites du fluide ou une présence d'un obstacle à l'écoulement, le type d'écoulement change. Ceci résulte en changement dans l'ampleur, la direction ou la distribution de la vitesse de l'écoulement. Un tel changement introduit une perte de charge supplémentaire qui possède une nature locale et est généralement inférieure à la perte de charge par frottement subie par une conduite longue. Cette perte d'énergie est appelée perte de charge singulière.

Les pertes de charge singulière sont relatives à la présence de singularités telles que les coudes, les vannes, les pompes, le rétrécissement, etc.

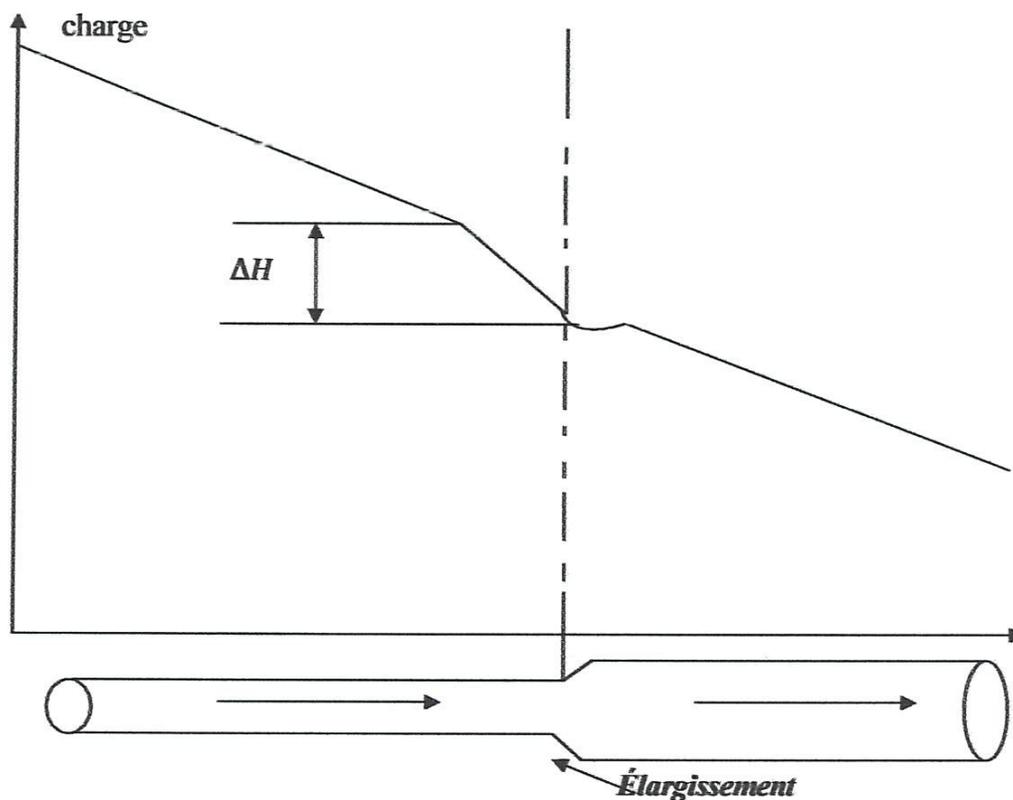


Figure (3.1) : Définition d'une perte de charges singulière

2.2.1. Calcul des pertes de charge singulières (conduites sous pression) :

Pour chaque site où cela s'impose, on calcule les pertes de charge singulières à l'aide de l'équation générale suivant :

$$H_{\text{SING}} = K_L \frac{v^2}{2g} \quad (3.7)$$

Où:

V: vitesse de l'écoulement de l'eau dans le site étudié

K_L : coefficient relatif à la structure

3. Coefficient de perte de charge :**3.1. Régime laminaire :**

Dans le cas du régime laminaire λ est indépendant de la rugosité relative. Il est uniquement fonction du nombre de Reynolds et est donné par l'expression de Poiseuille :

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad (3.8)$$

3.2. Cas des tuyaux lisses (régime turbulent lisse) :

Dans ce cas il existe diverses expressions qui traduisent la valeur de λ . On adopte généralement la formule suivante, dite formule de Von Karman qui vérifie bien les résultats expérimentaux:

$$\frac{1}{\sqrt{F}} = 2. \log (Re\sqrt{f}) - 0,8 \quad (3.9)$$

Une autre formule proposée en 1913 par l'allemand Blasius

$$F = 0,1264 / RE^{0,25} \quad (3.10)$$

La formule proposée par NIKURADSE en 1932 est :

$$\lambda = \frac{0,221}{Re^{0,237}} + 0,0032 \quad (3.11)$$

L'expression de R. LAZARD 1935 est :

$$f = 0,00372 + \frac{0,274}{Re^{0,25}} \quad (3.12)$$

4. Relation entre le débit (Q) et les pertes de charge (H_L) dans une conduite coulant sous pression :

A l'aide des équations de DARCY-WEISHACH et de HAZEN-WILLIAMS, on peut montrer la relation qui existe entre les pertes de charge H_L qui se produisent dans une conduite coulant sous pression et le débit Q qui y passe. Le débit étant le produit de la section d'écoulement et de la vitesse de l'eau et puisque, dans ce cas :

$$R_h = d/4. \text{ On a : } Q = \left(\frac{\pi d^2}{4}\right) \times 0,849 C_{HW} \left(\frac{d}{4}\right)^{0,63} S^{0,54} \quad (3.13)$$

Puisque la pente de la ligne d'énergie s est égale au quotient de la perte de charge (H_L) et de la longueur de la conduite. On peut montrer que:

$$Q = K'(H_L)^{0,54} \quad (3.14)$$

Ou bien que

$$H_L = kQ^{1,852} = kQ^m \quad (3.15)$$

5. Conclusion :

Pour diminuer l'ensemble des pertes de charge dans un réseau de conduites afin de diminuer les coûts de fonctionnement dus aux pompes il faut diminuer la longueur de la conduite et le débit de circulation, on peut aussi jouer sur les diamètres et sur la rugosité.

Chapitre 04

**Les paramètres de
régulation dans les
réseaux de conduites**

1. Les pompes :

1.1 Définitions et généralités :

On appelle pompe, une machine hydraulique capable d'élever la pression d'un fluide. Autrement communiquer de l'énergie.

Une pompe est installée dans un réseau (pipeline) afin de fournir une charge supplémentaire pour transporter un fluide du bas vers le haut.

Dans les réseaux de conduites, les pompes peuvent être installées à l'intérieur du réseau comme pompe d'alimentation afin de fournir un fluide aux réseaux de conduites à partir des sources externes. Comme elles peuvent être installées à l'intérieur des réseaux comme des pompes d'amplification afin d'augmenter la pression en quelques points des systèmes.

1.2. Différents types de pompe:

On distingue deux types des pompes:

- ✓ **pompes d'alimentation :** Une pompe d'alimentation est une pompe installée dans la conduite pour aspirer le fluide et le distribuer dans le réseau.
- ✓ **pompes d'amplification :** La pompe d'amplification est installée à l'intérieur des réseaux et par conséquent elle se trouve dans les conduites formant des mailles et des pseudos mailles.

1.3. Les courbes des charge-débit:

A une vitesse de rotation constante, une pompe a une seule relation entre la charge nette h_p délivrée et sa capacité, c'est à dire, le débit Q_p fourni par la pompe.

La courbe montrant cette relation est connue comme la courbe charge-débit de la pompe.

Plusieurs types de relations ont été suggérés pour exprimer mathématiquement les courbes charge-débit de la pompe.

Quelques relations exprime H_p comme une fonction de Q_p , tandis que les autres expriment Q_p comme une fonction de H_p .

- *H_p comme une fonction de Q_p :*

Il est commode d'utiliser une relation:

$$h_p = Aq_p^2 + BQ_p + H_0 \quad (4.1)$$

Dans laquelle A, B, H_0 sont des constantes.

JEPSON et TRAVALLACE ont suggéré une transformation

$$G_p = Q_p + \frac{B}{2A} \quad (4.2)$$

Ainsi l'équation(1) devient:

$$HP = AG_p^2 + \left[H_0 - \frac{B^2}{2A} \right] \quad (4.3)$$

Une relation de la forme:

$$h_p = H_0 - R_p \cdot Q_p^n \quad (4.4)$$

Dans laquelle h_0 , R_p sont des constantes.

n : est un exposant.

$n = 2$ pour les formules de DARCY-WISBACH et MANNING

$n = 1,852$ pour les formules de HAZEN-WILLIAMS.

- q_p comme une fonction de h_p :

DONACHIE a utilisé un polynôme du quatrième degré

$$Q_p = A + Bh_p + Ch_p^2 + Ph_p^3 + Eh_p^4 \quad (4.5)$$

dans laquelle A,B,C,D,E sont des constantes.

HANDRACHEKAR a suggéré une relation :

$$Q_p = Q_0 + ah_p^b \quad (4.6)$$

dans laquelle a, b sont des constantes et $q_0 =$ un débit constante.

Si l'équation(1) et utilisé une relation beaucoup plus simple entre

$$Q_p \text{ et } h_p \text{ obtenu ainsi: } Q_p = \frac{1}{R_p^{1/n}} (H_p - h_p)^{1/n} \quad (4.7)$$

1.4. Combinaisons de pompes:

Les pompes peuvent être combinées et opèrent ainsi en série ou en parallèle.

Quand les pompes sont connectées en série, elles ont le même débit. Pour les pompes connectées en parallèle les charges qu'elles fournissent sont les mêmes mais les débits sont ajoutés.

Une combinaison de pompes en série est utilisée dans les constructions très élevées où le fluide (l'eau) est monté à des étages intermédiaires. Grâce à la

combinaison en série, la charge requise obtenue sans exercer des pressions excessives dans les conduites et les pompes des étages.

Les combinaisons en parallèles sont utilisées afin de faire monter le fluide qui varie en quantité (de la demande minimale à la demande maximale) et en charge.

1.5. Équations des pompes :

Les équations H_{et} ΔH et peuvent être écrites pour les mailles, les nœuds et la pseudo-maille.

Équations H:

Il va avoir cinq inconnues, $H_3 \dots H_6$ et H_P dans la formulation des équations H.

Les relations de continuité du débit au nœud pour les nœuds 4, 5 et 6 mènent à trois équations H, maintenant pour le conduit:

$$H_{01} + h_p - H_3 = R_{01} \cdot Q_1^n \quad (4.8)$$

A partir de la quelle :

$$Q_1 = \left(\frac{H_{01} + h_p - H_3}{R_{01}} \right)^{1/n} \quad (4.9)$$

Par conséquent, la relation de continuité du débit au nœud 3 pourrait mener à

$$\left(\frac{H_{01} + h_p - H_3}{R_{01}} \right)^{1/n} - \left(\frac{H_3 - H_4}{R_{02}} \right)^{1/n} - \left(\frac{H_3 - H_5}{R_{03}} \right)^{1/n} - Q_{03} = 0 \quad (4.10)$$

Maintenant, si la relation débit-charge donnée par l'équation (4.4) est utilisée pour la pompe, en substituant la valeur de h_p de l'équation (4.4) dans l'équation (4.9) on a :

$$H_{01} + H_{0P} - R_{0P} \cdot Q_1^n - H_3 = R_{0P} \cdot Q_1^n \quad (4.11)$$

Ou bien :

$$Q_1 = \left(\frac{H_{01} + h_p - H_3}{R_{01} + R_{0P}} \right)^{1/n} \quad (4.12)$$

Laquelle modifie l'équation (4.10) en

$$\left(\frac{H_{01} + h_p - H_3}{R_{0P} + R_{02}} \right)^{1/n} - \left(\frac{H_3 - H_4}{R_{02}} \right)^{1/n} - \left(\frac{H_3 - H_5}{R_{03}} \right)^{1/n} - q_{03} = 0 \quad (4.13)$$

Ainsi h_p n'a pas besoin d'être prise comme le cinquième paramètre, les paramètres inconnus sont $H_3 \dots H_6$ pour les lesquels les trois équations de continuité du débit au nœud en 4,5, 6 et l'équation (4.13) fournissent les quarts équations H requises.

Équations ΔH :

Les quatre inconnues $H, H_3, \dots H_6$ et la charge de la pompe sont initialement supposées, et des corrections $\Delta H_3 \dots \Delta H_6$ et ΔH_p sont appliquées de façon que les valeurs corrigées soient $H_3 + \Delta H_3 + \dots H_6 + \Delta H_6$ et $h_p + \Delta H_p$

Ces valeurs sont alors utilisées dans les équation de continuité du débit au nœud pour les nœud 4, 5, 6 dans l'équation (4.10) et (4.11).

Si l'équation (4.4) est utilisée comme une relation débit-charge pour la pompe, h_p n'a pas besoin d'être supposée comme déjà expliqué.

Les équations de continuité du débit au nœud pour les nœuds 3.....6 l'équation (4.13) fournissent quatre équation ΔH pour les quatre inconnues de base $\Delta H, \Delta H_3 \dots \Delta H_6$.

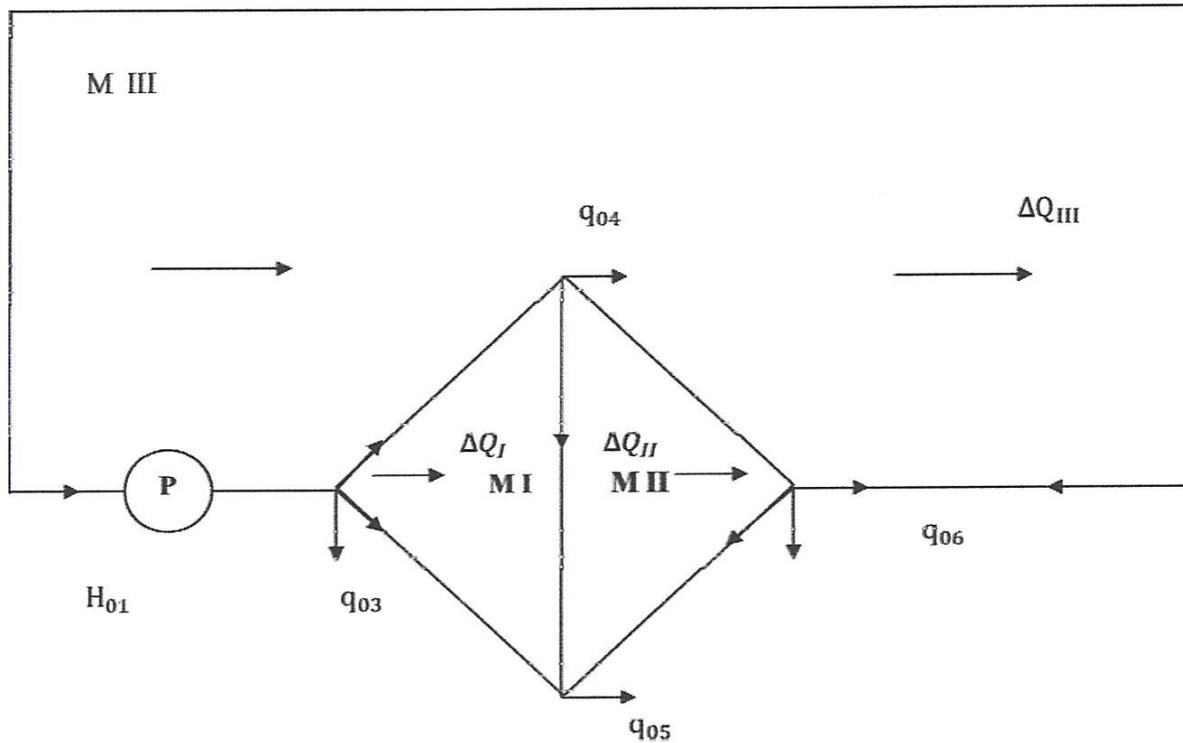


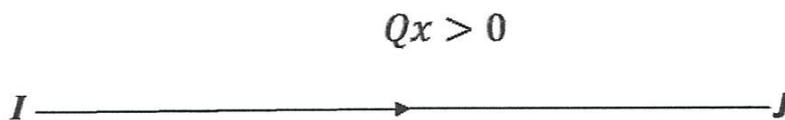
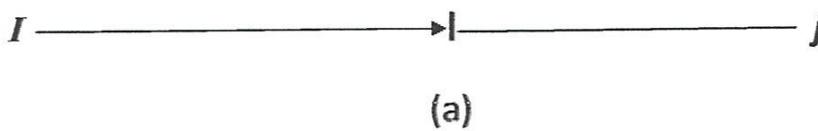
Figure (4.1) : Réseau avec une pompe d'alimentation

2. Les valves:

Bien que toutes les valves consentent une perte de charge, il existe deux types de valves : des valves qui contrôlent le débit les traversant. Elles peuvent être prises en considération dans l'analyse en utilisant les coefficients de charge appropriés. D'autres valves ont plusieurs actions, elles contrôlent le sens de l'écoulement et réduisent la pression de l'eau. Les valves de contrôle et les valves de réduction de pression nécessitent un traitement spécial dans l'analyse.

2.1. Valves de contrôle:

Une valve de contrôle laisse passer l'écoulement dans un seul sens. Elle s'ouvre quand l'écoulement est dans le sens désiré et se ferme quand l'écoulement est dans le sens opposé, empêchant ainsi l'écoulement. Les valves de contrôle sont principalement utilisées sur les faces (les cotés) d'aspiration et de distribution des pompes.



$$H_I > H_J$$

(b)

$$Q_x = 0$$

$$h_i < h_j$$

Figure 4.2 : Valves de contrôle

2.2. Valves de réduction de pression :

Une valve de réduction de pression (VRP) maintient en aval une pression réglée constante sans tenir compte de la grandeur de la pression en amont. Ainsi plusieurs VRP réunies peuvent réduire la pression dans une large zone d'un réseau de conduites.

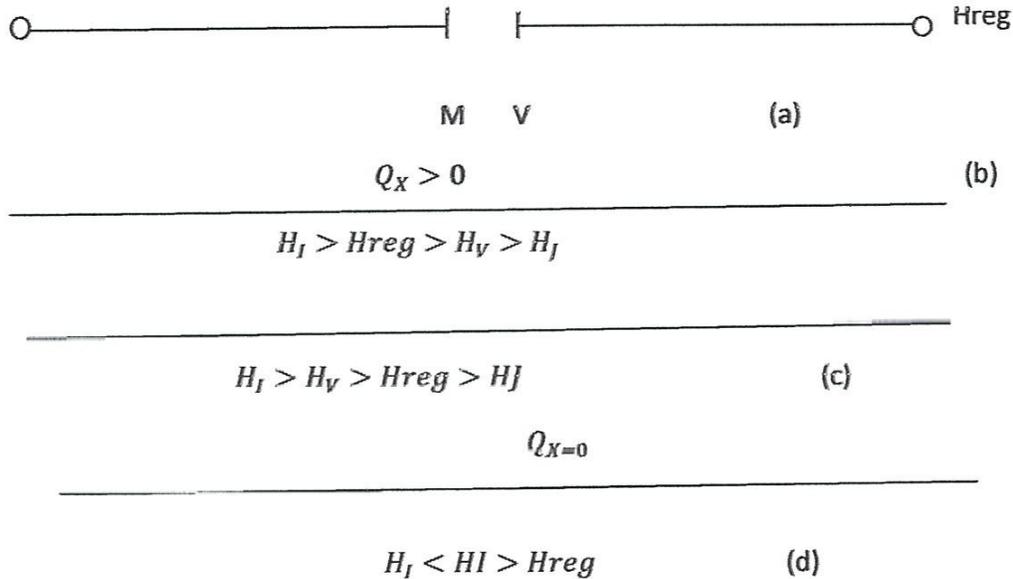


Figure 4.3 : Valves de réduction de pression.

3. Les réservoirs :

Les réservoirs sont installés dans les systèmes de distribution des fluides afin de garantir une quantité suffisante, avec une pression requise. Le réservoir se remplit quand le taux de filtration ou de pompage dépasse le taux de demande et se vide dans le cas contraire ceci permet aux pompes et matériels de traitement de fonctionner à un taux constant réduisant leur capacité.

Ces réservoirs assurent aussi le stockage pour une utilisation immédiate en grande quantité pour les cas d'urgence et pour les pannes d'énergie ou autre.

3.1. Différents types de réservoirs:

✓ réservoir de stockage:

Les projets de distribution des fluides qui retirent le fluide directement des ruisseaux peuvent être incapables de satisfaire les demandes des consommateurs dans les conditions où le flot (torrent) est bas ou absent. Cependant de tels ruisseaux peuvent avoir de grandes quantités durant les inondations.

Les réservoirs de stockage construits directement sur de tels ruisseaux stockent par exemple l'eau pendant les périodes de grandes pluies et la distribuent pendant les périodes de faibles pluies.

Les fluide des réservoirs de stockage est soit transportée au centre de consommation par la gravité, soit elle est pompée

✓ Les réservoirs d'équilibre:

Les réservoirs d'équilibre sont fournis afin d'équilibrer la pression sous les systèmes de distribution et de là réduire les fluctuations dans la pression causées par une demande variable. Ils augmentent aussi les pressions aux points trop éloignés des réservoirs de stockage et des stations de pompage et fournissent ainsi un service amélioré durant les périodes de demande très élevée.

Les réservoirs d'équilibre peuvent être des réservoirs de surface ou des réservoirs élevés. Quand la hauteur d'un réservoir de surface dépasse son diamètre, il est appelé "colonne d'alimentation".

3.2. Réseaux avec plusieurs réservoirs:

Des systèmes complexes sont formés quand plusieurs réservoirs sont connectés par des lignes de conduites ayant une ou plusieurs jonctions. Un système avec plusieurs réservoirs

est montré dans la figure, où les réservoirs du côté (a) sont connectés en un point de jonction, tandis que les réservoirs de (b) ont deux-points de jonction.

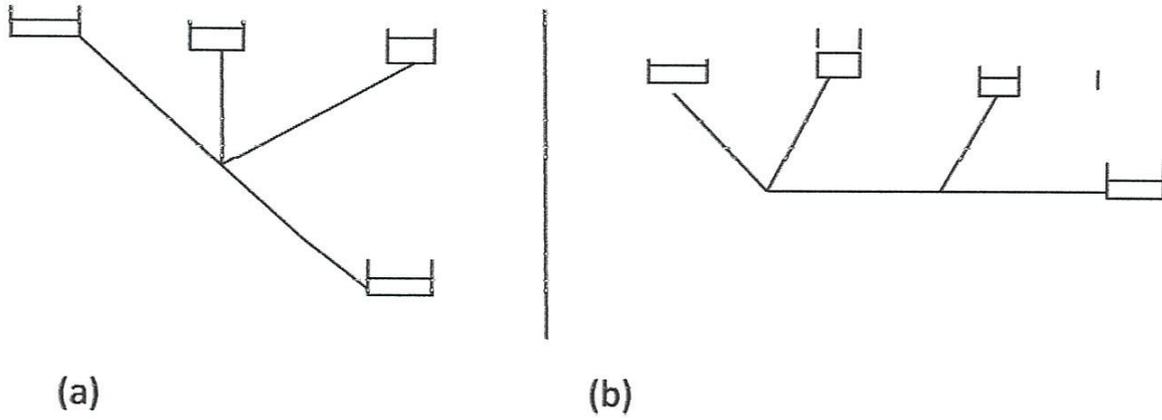


Figure 4.4 : Réseaux avec plusieurs réservoirs

Chapitre 05

**Méthodes d'analyses des
réseaux**

1. Introduction :

La méthode de résolution d'un réseau de distribution des eaux consiste à écrire au moyen de la loi des nœuds ou de la loi des mailles un nombre d'équations équivalent au nombre d'inconnues choisies. On peut choisir de déterminer soit les débits Q dans les conduites, soit les pertes de charge ΔH dans les conduites, soit les charges H aux nœuds. Dès que l'un de ces ensembles d'inconnues est déterminé, on peut facilement en déduire les deux autres grâce aux relations qui lient le débit à la perte de charge. Le caractère non linéaire de ces relations donne lieu à la résolution d'un système non linéaire.

Pour résoudre un système d'équations non linéaires, on procède par itérations pour améliorer la solution afin qu'elle se stabilise avec un certain degré de précision.

Plusieurs approches sont possibles et on peut les regrouper en trois grandes catégories :

1. méthodes de corrections successives

- méthode de Hardy-Cross
- méthode des éléments finis

2. méthodes de corrections simultanées

- méthode de Newton-Ralphson

3. méthodes directes

- méthode de linéarisation de Wood-charles appliquée aux débits
- méthode de linéarisation de Wood-charles appliquée aux charges

2. Analyse des réseaux de distribution :

Un réseau est un ensemble de conduites de section de diamètre constant. Il peut contenir des pompes et des installations telles que les coudes et valves. Les points de

terminaison des conduites sont les nœuds. Il existe des nœuds de jonction où plusieurs sections de conduites se joignent, par lesquels le débit entre dans le système ou en sort, et des nœuds de pente fixée, où une pente (ou charge) constante est maintenue. Elle représente une connexion à une cuve ou un réservoir de stockage ou bien une région de pression constante. Les mailles primaires sont les circuits de conduites fermés qui ne contiennent aucun circuit fermé à l'intérieur.

Un réseau peut être défini par la relation suivante :

$$P = J + L + F - 1 \quad (5.1)$$

Où :

P : nombre de conduites

J : nombre de nœuds de jonction

L : nombre de mailles primaires

F : nombre de nœuds avec pente fixée

3. principes fondamentaux de l'analyse des réseaux :

En chaque nœud l'équation de continuité doit être satisfaite, et autour de chaque maille l'équation de conservation d'énergie doit être satisfaite. Une convention de signe est nécessaire, les débits entrant dans un nœud sont toujours considérés positifs.

L'équation H, équation (4.10) est mise sous la forme suivante :

$$Q_{ij} = \frac{(h_j - h_i)}{K_{ij}^{1/2}} (h_j - h_i)^{-1/2} = \frac{(h_j - h_i)}{K_{ij}^{1/2} (h_j - h_i)^{1/2}} \quad (5.2)$$

Pour les mailles, l'équation d'énergie, appelée équation Q, étant,

$$\sum_{j=1}^{NP(i)} K_{ij} \cdot Q_{ij}^2 = 0 \quad i=1, NL \quad (5.3)$$

Avec NP(i), le nombre de conduites dans la maille i, NL, le nombre de mailles.

L'équation (5.3) peut être écrite comme :

$$\sum K_{ij} \cdot (Q_{ij}) = 0 \quad (5.4)$$

4. Équations de base:

Les équations qui régissent l'analyse d'un réseau de conduites à l'état stable se résument en deux séries : les équations qui expriment la continuité en termes de débits dans chaque nœud, ce sont les équations de continuité ou équations aux nœuds ; et les équations de perte de charge dans les mailles, ce sont les équations de conservation d'énergie.

4.1. Équation des mailles :

pour chaque nœud de jonction, une équation de continuité qui quantifie l'égalité des débits entrant dans la jonction (ou le réseau), Q_e et les débits sortant de la jonction, Q_f , est écrite comme :

$$\sum Q_e - Q_f = Q_{ex} \quad (5.5)$$

Où :

Q_{ex} : représente l'afflux externe ou la demande au nœud. Pour chaque maille primaire, l'équation de conservation d'énergie peut être écrite comme :

$$\sum h_l = \sum E_p \quad (5.6)$$

Où h_l : pertes d'énergie pour chaque conduite

E_p : entrée d'énergie dans le liquide par les pompes

En l'absence de pompes dans le réseau, l'équation devient :

$$\sum h_l = 0 \quad (5.7)$$

Si dans le réseau, il y a F nœuds de pente fixée, $(F-1)$ équations de conservation d'énergie pour des chemins de section de conduites entre toutes les paires de nœuds de pente fixée sont exprimées comme suit :

$$\Delta E = \sum h_l - \sum E_p \quad (5.8)$$

Où ΔH : la différence dans la pente (perte de charge) entre les deux nœuds de pente fixée.

Pour un chemin qui constitue une maille fermée, on retrouve l'équation (5.6) qui est un cas particulier de l'équation (5.8). Les équations de continuité et de conservation d'énergie constituent alors les P équations du réseau. Ce sont les équations des mailles. Une analyse du réseau étant la détermination des débits, nécessite la résolution d'un tel système d'équations. Les charges dans les équations d'énergie peuvent être exprimées en fonction du débit.

La perte d'énergie dans une conduite (h_l) est la somme de la perte en ligne (h_{lp}) et la perte mineure (h_{lm}). La perte en ligne est exprimée comme :

$$h_{lp} = K_p \cdot Q^2 \quad (5.9)$$

où :

K_p : est une constante de ligne de la conduite. C'est une fonction de la longueur, du diamètre et de la rugosité de la ligne, et n est un exposant. K_p et n dépendent de l'expression utilisée pour la perte d'énergie (Darcy-Weisbach, Hazen-Williams, Manning).

h_{lm} : est la perte relative aux installations, valves, compteurs et autres qui perturbent le débit :

$$h_{lm} = K_M \cdot Q^2 \quad (5.10)$$

Où :

K_M : est la constante de perte mineur qui est une fonction de la somme des coefficients de perte mineur pour les installation dans la section de conduite ($\sum M$) et du diamètre de la conduite. Elle est donnée par :

$$K_M = \sum M / 2 \cdot g \cdot A^2 \quad (5.11)$$

Où :

A : est la surface de la conduite

La relation entre l'énergie de la pompe E_p et le débit Q peut généralement être exprimée par un polynôme du second degré :

$$E_p = p(Q) \quad (5.12)$$

Les équations d'énergie exprimées en termes de débits sont alors :

$$\Delta E = \sum (K_p \cdot Q^2 + K_m \cdot Q^2) + p(Q) \quad (5.13)$$

Les équations de continuité (5.5) et d'énergie (5.13) sont les P équations du système en termes de débits. Ce sont des équations non-linéaires, leur résolution ne peut alors être directe.

4.2. Équations aux nœuds:

L'analyse est faite en termes d'une perte totale h_f en un nœud de jonction. La relation de base est la relation de continuité.

$$\sum Q_{in} - Q_f = Q_{ex}$$

Le débit dans une conduite reliant deux nœuds i et j est exprimé en termes de h_i et h_j et la résistance de la conduite K_{ij} :

$$Q_{ij} = [(h_i - h_j)/K_{ij}]^{1/2} \quad (5.14)$$

Ceci suppose l'inexistence de pompes dans la conduite, et une expression de la perte de charge est :

$$h_f = K \cdot Q^2 \quad (5.15)$$

où K : est le coefficient de perte de charge pour la section de la conduite, en fonction des paramètres de la conduite, des conditions du débit, de l'expression de perte de charge utilisée et peut inclure les pertes mineures.

La combinaison des équations (5.5) et (5.14) donne :

$$\sum_{j=1}^N \pm \left| \frac{h_i - h_j}{K_{ij}} \right|^{1/2} = Q_e \quad (5.16)$$

\pm : indique la possibilité d'entrée ou de sortie.

$$\left. \begin{aligned} a_{11}Q_1 + a_{12}Q_2 + \dots + a_{1k}Q_k &= dh_1 \\ a_{k1}Q_1 + a_{k2}Q_2 + \dots + a_{kk}Q_k &= dh_k \end{aligned} \right\} \text{Béquations}$$

$$\left. \begin{aligned} b_{11}Q_1 + b_{12}Q_2 + \dots + b_{1k}Q_k &= u_1 \\ b_{N-1,1}Q_1 + b_{N-1,2}Q_2 + \dots + b_{N-1,k}Q_k &= u_{N-1} \end{aligned} \right\} N-1 \text{ équations}$$

Où :

Q_i : débit dans la conduite i

u_i : consommation dans le nœud i

$K_j Q_i^{m-1}$, si la conduite j appartient à la maille i
 0, si la conduite j n'appartient pas à la maille i

Pour résoudre un problème de distribution dans un réseau revient à résoudre le système d'équations linéaires, et résoudre les équations linéaires à répétition jusqu'à convergence de la solution.

On procède à l'analyse des réseaux de distribution par cette méthode en trois étapes, que nous présentons ci-dessous :

1. on doit d'abord rendre linéaires les B équations non linéaires dont il a été question ci-dessus, ainsi que l'ont suggéré Wood et Charles (1972). Ainsi, pour chacun des tronçons i , on peut représenter la perte de charge $(H_L)_i$ par :

$$\left[(H_L)_i = K_i Q_i^{m_i} = K'_i Q_i^m \right] \quad (5.19)$$

De la façon suivante :

$$(H_L)_i = K_i (Q_i)_0^{m_i-1} Q_i = K'_i Q_i \quad (5.20)$$

Où :

K_i : facteur de proportionnalité relatif à la conduite i

$(Q_i)_0$: débit estimé dans le tronçon i

Q_i : débit à calculer (variable) dans le tronçon i à partir du débit estimé.

Cette dernière expression est linéaire en l'exposant de Q_i est 1.

2. la combinaison des équations relatives aux tronçons avec les équations relatives aux nœuds forment un système d'équations (un bilan de débits) qui nous permet de calculer les valeurs des débits Q_i dans chacun des tronçons du réseau ;
3. on compare les valeurs des débits Q_i obtenus aux débits initiaux $(Q_i)_0$ si la différence $(Q_i)_0 - Q_i$ est supérieure à une valeur prédéterminée en fonction de la précision souhaitée, on peut effectuer une deuxième itération en posant :

$$(Q_i)_0 = Q_i$$

Un des avantages de cette méthode repose sur le fait qu'on n'est pas obligé d'évaluer des débits initiaux dans le réseau à la première itération ; on suppose ainsi que $K_i = K_i'$, ce qui revient simplement à écrire que $(Q_i)_0 = 1$. Les auteurs de cette méthode recommandent, cependant que, après deux itérations, on utilise la relation suivante pour donner une nouvelle valeur à $(Q_i)_0$

$$(Q_i)_0 = \frac{Q_{i-1} + Q_{i-2}}{2} \quad (5.21)$$

Où : Q_{i-1} et Q_{i-2} représentent les valeurs du débit dans les deux dernières itérations.

Grâce à cette relation, on accélère la convergence vers la solution finale en éliminant, l'oscillation des valeurs du débit Q_i autour de sa valeur réelle.

5.1.1. Méthode de linéarisation de Wood-Charles appliquée aux débits :

Cette méthode est assez simple en ce qui concerne la mise en équation. En effet, il suffit d'écrire autant d'équations de conservation de débit ou d'énergie qu'il y a de débit dans les éléments du réseau.

Dans un réseau maillé, on peut écrire la relation :

$$C = M + N - 1 \quad (5.22)$$

Où :

C : nombre de conduites entre deux nœuds.

M : nombre de mailles (boucles fermées).

N : nombre de nœuds (point de jonctions).

On peut donc écrire un système de N-1 équations de nœuds et M équations de mailles pour calculer les C débits :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{1,1} & \dots & \varepsilon_{1,C} \\ \varepsilon_{N-1,1} & \dots & \varepsilon_{N-1,C} \\ \dots & \dots & \dots \\ (\varepsilon R|Q|^{n-1})_{1,1} & \dots & (\varepsilon R|Q|^{n-1})_{1,C} \\ \dots & \dots & \dots \\ (\varepsilon R|Q|^{n-1})_{M,C} & \dots & (\varepsilon R|Q|^{n-1})_{M,C} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Q_1 \\ \vdots \\ Q_C \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_{N-1} \\ H_1 \\ \vdots \\ H_M \end{Bmatrix}$$

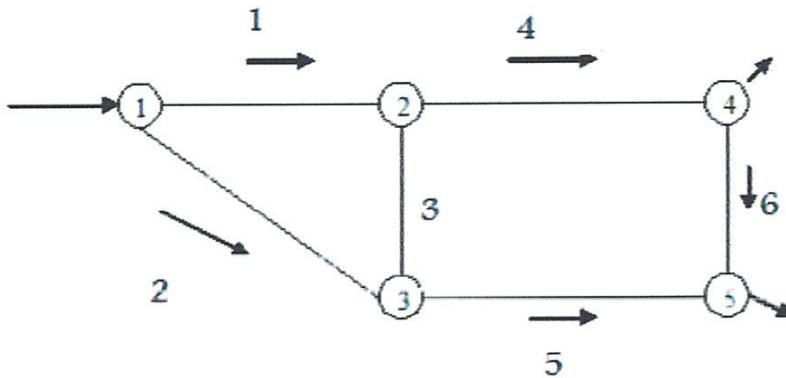
- les N-1 premières lignes de la matrice contiennent les termes $\varepsilon_{i,j}$ relatifs au $i^{\text{ème}}$ nœud et à la $j^{\text{ème}}$ conduite. Pour les conduites non connectées à un nœud, ε est nul.
- Les M dernières lignes de la matrice contiennent les termes signés $(\varepsilon R|Q|^{n-1})_{i,j}$ relatifs à la $i^{\text{ème}}$ maille et à la $j^{\text{ème}}$ conduite. Pour les conduites non participantes à une maille, ε est nul.
- Les débits de consommation imposés aux nœuds qui sont placés dans la première partie du membre de droite.
- Les pertes et gains de charge constants H_i attribués à la présence de réservoirs ou de pompes sont placés dans la dernière partie du membre de droite.
- La seconde partie de la matrice contient des variables qui ne sont pas encore connues. On les remplace par des débits quelconque Q_0 qui est en rapport avec la loi des nœuds. On calcule alors une première estimation du débit Q avec ces débits Q_0 arbitraires, puis on améliore la solution en procédant à des itérations.

- Pour améliorer la convergence, chaque Q_0 pour l'itération suivante se calcule comme la moyenne du débit Q calculé à l'itération précédente et du débit Q_0 précédent.

$$Q_0^{(i-1)} = \frac{Q^{(i)} + Q_0^{(i)}}{2} \quad (5.23)$$

Cette technique assure une convergence efficace mais relativement lente.

Exemple :



Nœuds	équations
1	$q_1 - Q_1 - Q_2 = 0 \Rightarrow -Q_1 - Q_2 = -q_1$
2	$-q_2 + Q_1 - Q_3 - Q_4 = 0 \Rightarrow Q_1 - Q_3 - Q_4 = q_2$
3	$Q_2 + Q_3 - q_3 - Q_5 = 0 \Rightarrow Q_2 + Q_3 - Q_5 = q_3$
4	$Q_4 - q_4 - Q_6 = 0 \Rightarrow Q_4 - Q_6 = q_4$
5	$Q_5 - q_5 + Q_6 = 0 \Rightarrow Q_5 + Q_6 = q_5$

Mailles :	équations
1.	$-\Delta H_1 + \Delta H_2 - \Delta H_3 = 0 \Rightarrow K_1 Q_1^2 + K_2 Q_2^2 - K_3 Q_3^2 = 0$
2.	$-\Delta H_4 + \Delta H_5 - \Delta H_6 = 0 \Rightarrow K_4 Q_4^2 + K_5 Q_5^2 - K_6 Q_6^2 = 0$

Le système d'équations devient :

$$\begin{bmatrix} -1 & \dots & -1 & \dots & 0 \\ 1 & \dots & 0 & \dots & -1 & \dots & -1 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 1 & \dots & 1 & \dots & 0 & \dots & -1 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & \dots & -1 & \dots & 0 \\ -K_1|Q_{01}| & \dots & K_2|Q_{02}| & \dots & K_3|Q_{03}| & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & K_0|Q_{00}| & \dots & K_{-4}|Q_{0-4}| & \dots & -K_6|Q_{06}| & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \\ Q_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

5.1.2. Méthode de linéarisation de Wood-Charles appliquée aux charges :

Cette méthode consiste à écrire un système d'équations composé des N équations de nœuds. Comme il y a C débits, on remplace les débits par la relation qui relie le débit à la perte de charge dans laquelle on remplace explicitement la perte de charge par la différence des deux charges nodales. On obtient donc N inconnues. Pour chaque nœud i, il faut alors écrire une équation du type :

$$\left(\sum_{N=j,k} mK_{i,N} |H_i - H_N|^{m-1} \right) \Delta H - mK_{i,j} |H_i H_j|^{m-1} \Delta H_j - mK_{i,k} |H_i H_k|^{m-1} \Delta H_k - \dots \tag{5.24} \\
 = - \left(\sum_{N=j,k} mK_{i,N} |H_i - H_N|^m + \varepsilon_i q_i \right)$$

5.2. Méthode de Newton-Raphson :

La méthode de Newton-Raphson est une méthode numérique qui permet de trouver la valeur de la variable x pour la f(x) = 0 à partir d'une première estimation de la valeur de x. Pour ce faire, on utilise la relation bien connue suivante :

$$x_{p+1} = x_p - \frac{f(x_p)}{f'(x_p)} \tag{5.25}$$

Où :

X_{p+1} : nouvelle valeur (calculée) de x à partir de x_p

X_p : valeur estimée ou précédente de x

F(x_p) : valeur de F(x) pour x = x_p

F'(x_p) : pente de la fonction F(x) pour x = x_p

Pour un tronçon de conduite d'une boucle que l'on veut étudier, l'expression (5.25)

Devient :

$$Q_i = (Q_i)_0 - \frac{f(Q_i)_0}{f'(Q_i)_0} \quad (5.26)$$

On peut estimer la rapidité avec laquelle la méthode de Newton-Raphson permet d'utiliser le développement de l'expression $F(x) = 0$, pour ce faire, on utilise le développement en série de Taylor après avoir attribué une première valeur à x , soit x_p ; on obtient ainsi :

$$0 = F(x) \quad (5.27)$$

$$0 = F(x) = F(x_p) + (x-x_p) F'(x_p) + (x-x_p)^2 \left(\frac{F''(\xi)}{2} \right) + \dots \quad (5.28)$$

Où :

$$\xi = \frac{x+x_p}{2} \quad (x_p > \xi > x) \quad (5.29)$$

On a alors :

$$x = x_{p+1} - (x-x_p)^2 \left(\frac{F''(\xi)}{2F''(x_p)} \right) \quad (5.30)$$

5.2.2. Principe de la méthode :

La première condition pour un réseau étant la continuité en chaque nœud :

$$\sum_{j=1}^n Q_{ij} + C_i = 0 \quad (5.31)$$

Où :

C_i : la consommation au nœud ;

n : le nombre de nœuds ;

Q_{ij} : la décharge du nœud i au nœud j

La deuxième condition est l'équation de Hazen-Williams comme équation de perte de charge :

$$Q_{ij} = k_{ij} |h_i - h_j|^{0,46} (h_i - h_j) \quad (5.32)$$

Où :

h_i : est la hauteur piézométrique au nœud i

k_{ij} : le transport de la conduite reliant les nœuds i et j

Pour l'équation de Hazen-Williams k_{ij} prend la forme :

$$k_{ij} = \frac{C_{HW} D^{2,63}}{1,594 L^{0,54}} \quad (5.33)$$

Où :

C_{HW} : est le coefficient de Hazen- Williams de la conduite

D : le diamètre de la conduite

L : la longueur de la conduite

Si l'équation (5.32) est substituée dans l'équation (5.31) les conditions 1 et 2 sont satisfaites simultanément par le même ensemble d'équations :

$$\sum_{j=1}^n k_{ij} |h_i - h_j|^{-0,46} (h_i - h_j) + C_i = 0; i = 1, 2, \dots, n \quad (5.34)$$

Posons

$$f_i - \sum_{j=1}^n k_{ij} |h_i - h_j|^{-0,46} (h_i - h_j) + C_i \quad (5.35)$$

Dans laquelle f_i est un résiduel de débit en déséquilibre dans le nœud i .

L'équation (5.34) peut être écrite dans une notation vectorielle comme :

$$F(h) = 0 \quad (5.36)$$

$f = [f_1, f_2, f_3, \dots, f_n]$: est un vecteur colonne pour les résiduels ; et

$h = [h_1, h_2, h_3, \dots, h_n]$ un vecteur colonne pour les hauteurs piézométriques.

L'équation (5.36) représente un ensemble de n équations non linéaires à n inconnues et doit être résolue par la méthode de Newton qui génère une séquence de vecteurs :

$$h_0, h_1, \dots, h_K, h_{K+1}, \dots, h_n \quad (5.37)$$

par

$$J_K \Delta h_K = -f_K \quad (5.38)$$

Et

$$h_{K+1} = h_K + \Delta h_K \quad (5.39)$$

Jusqu'à obtention de l'exactitude désirée ; j est la matrice jacobienne de f ; et Δh est l'incrément dans h . La méthode de Newton est l'une des meilleures méthodes connues quand la première approximation est bien faite.

Les éléments de J sont évalués comme :

$$\frac{\partial f_i}{\partial h_j} = -0,54 |h_i - h_j|^{-0,46} = \frac{\partial f_j}{\partial h_i}; i \neq j \quad (5.40)$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial h_j} = -\sum_{j=1, j \neq i} \frac{\partial f_i}{\partial h_j} \quad (5.41)$$

Pour appliquer la méthode de Newton Raphson, il faut évaluer les débits initiaux ou les pertes de charge initiales.

5.3. Méthode de Hardy-Cross:

La méthode de Hardy-Cross est probablement la plus ancienne et la plus utilisée des méthodes d'analyse des réseaux de distribution d'eau. Cette méthode de résolution par itération successives, conçue avant l'existence des outils qui sont devenus accessibles à tous.

La méthode de Hardy-Cross permet de procéder soit par corrections successives des débits, soit par corrections successives des pertes de charge selon la formulation du problème et le type d'équations choisi.

5.3.1. La méthode de Hardy-Cross par mailles :

C'est une forme simplifiée de l'application d'une méthode de Newton-Raphson, ce qui entraîne une dégradation de la convergence.

Cette méthode consiste à choisir les débits Q comme inconnues. On commence en choisissant un ensemble de débits initiaux Q_0 positifs qui satisfont la loi des nœuds puis on les corrige de façon à ce que les pertes de charge générées par ces débits tendent à satisfaire la loi des mailles et sans perturber la loi des nœuds. En général, cet objectif n'est pas atteint du premier coup et l'on recommence en prenant comme débits initiaux les valeurs que l'on vient de trouver.

Choix des Q_0 en respectant $\sum_{N=i,j,k} \varepsilon_N Q_{0,N} = 0$ à chaque nœud.

Pour chaque maille, correction des débits pour atteindre

$\sum_{M=i,j,k} \varepsilon_M \Delta H_{0,M} = 0$ en introduisant:

$$\Delta H_0 = RQ_0^n \quad (5.42)$$

$$\Delta Q = \frac{\sum_{M=i,j,k} \varepsilon_M R_M Q_{0,M}^n}{\sum_{M=i,j,k} nR_M Q_{0,M}^{n-1}} \quad (5.43)$$

Convention de signe, ε_M est positive lorsque le débit est dans le sens de parcours de la maille

On applique la correction ΔQ de chaque maille aux débits des conduites constituant la maille en tenant compte du signe

$$Q_M = Q_{0,M} + \varepsilon_M \Delta Q$$

Pour accélérer la convergence, on peut prendre comme Q_0 les valeurs déjà corrigées par des mailles précédentes.

Les corrections peuvent faire changer le signe du débit, deux possibilités s'offrent à nous:

Modifier la valeur des ε_M de façon à refléter le changement

garder les débits négatifs et modifier la formule de correction pour les accepter:

$$\Delta Q = \frac{- \sum_{M=i,j,k} \varepsilon_M R_M |Q_{0,M}^{n-1}| Q_{0,M}}{\sum_{M=i,j,k} nK_M |Q_{0,M}^{n-1}|} \quad (5.14)$$

On remplace Q_0 par Q et l'on continue d'appliquer le processus de correction jusqu'à ce que la loi des mailles soit respectée avec une précision suffisante sur toutes les mailles.

5.3.2. Correction du débit dans une maille après une itération :

Soit une maille pour laquelle on a estimé les débits dans chacun des tronçons. Si Q_i est le débit initial estimé dans l'un des tronçons et si ΔQ est la valeur de la correction à apporter à ce débit, le débit corrigé après la première itération est :

$$Q = Q_i + \Delta Q \quad (5.45)$$

Ce débit Q est soit le nouveau débit Q_i relatif à l'itération suivante, soit le débit Q final (fin de l'utilisation de la méthode de Hardy-Cross). Quant à ΔQ c'est la correction, positive ou négative, à apporter aux débits relatifs à chacun des tronçons de la maille.

A l'itération suivante, la perte de charge dans un tronçon de conduite est:

$$\left. \begin{aligned} H_L &= K(Q_i + \Delta Q)^m \\ H_L &= Q_i^m \left(1 + \frac{\Delta Q}{Q_i} \right)^m \end{aligned} \right\} \text{Même développement en série} \quad (5.46)$$

Ici, H_L et K sont propres au tronçon étudié.

5.3.3. Méthode de Hardy-Cross par nœuds :

Cette méthode diffère de la précédente par son point de départ. On choisit plutôt les pertes de charge ΔH comme inconnues. En voici les principales étapes:

- ✓ Choix des ΔH_0 en respectant $\sum_{M=i,j,k} \epsilon_N \Delta H_{0,M} = 0$ dans chaque maille

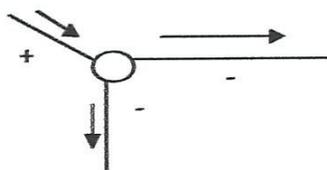
Ceci est direct si on choisit des charges H_0 à chaque nœud.

- ✓ Calcul du Q_0 correspondant $Q = K\Delta H^m$
- ✓ correction des pertes de charge pour atteindre

$$\sum_{N=i,j,k} \epsilon_{N,N} Q_{0,N} = 0 \text{ à chaque nœud.}$$

$$\Delta H = \frac{- \sum_{M=i,j,k} \epsilon_N Q_{0,N}}{\sum_{M=i,j,k} \left| \frac{Q_{0,N}^1}{nH_{0,N}} \right|} \quad (5.47)$$

- ✓ Convention de signe, ϵ_N est positive lorsque le débit arrive au nœud.



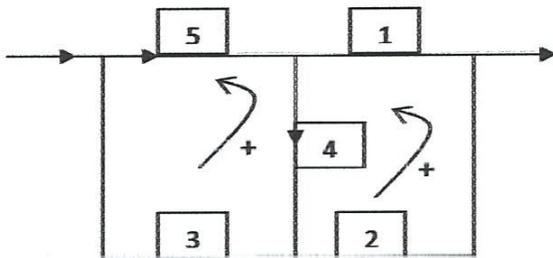
- ✓ On applique avec ϵ_N , la correction à chaque nœud successivement en tenant compte des corrections déjà apportées à certaines conduites.

$$\Delta H = \Delta H_0 + \epsilon_N \Delta H \quad (5.48)$$

- ✓ On continue les corrections jusqu'à ce que la loi des nœuds soit respectée à chaque nœud avec précision adéquate.

Exemple d'application de la Méthode de Hardy-Cross

On considère, à titre d'exemple, un réseau maille extrêmement simple comportant deux mailles et quatre nœuds représentés sur la figure ci-après. Les différences de charge ΔH sont données en m de colonne d'eau et les débits en l/sec. Avec ces unités, les coefficients K_i représentent, exprimés en $m / (l/sec)^2$, la résistance hydraulique de chaque élément de conduite



$$k_5 = 1.10^{-2}$$

$$k_1 = 1.10^{-2}$$

$$k_3 = 1.10^{-2}$$

$$k_2 = 1.10^{-2}$$

$$k_4 = 1.10^{-2}$$

Réseau comportant 2 mailles et 4 nœuds.

Il faut donc se donner 2 débits arbitraires.

On a les relations:

$$\begin{cases} q_5 + q_3 = 100 \\ q_3 - q_2 + q_4 = 60 \\ q_1 + q_2 = 40 \end{cases}$$

On se donne par exemple:

$$q_1 = 30$$

$$q_2 = 10$$

$$q_3 = 40$$

$$q_4 = 30$$

$$q_5 = 60$$

1) On calcule la perte de charge dans la première maille

$$\Delta h_1 = \sum |q_i| k_i$$

$$\Delta h_1 = k_3 q_3^2 - k_4 q_4^2 - k_5 q_5^2$$

$$\Delta h_1 = -168$$

On calcule maintenant Δh_2

$$\Delta h_2 = k_2 q_2^2 - k_1 q_1^2 - k_4 q_4^2$$

$$\Delta h_2 = 29$$

On corrige la maille la plus déséquilibrée, c'est-à-dire la première.

$$dq = \frac{-\Delta h_1}{2 \sum |q_i| k_i} = \frac{168}{2(k_3 q_3 + k_4 q_4 + k_5 q_5)} = 15,55$$

D'où les nouveaux débits

$$q_1 = 30$$

$$q_2 = 10$$

$$q_3 = 55,55$$

$$q_4 = 14,55$$

$$q_5 = 44,55$$

2. On recommencera le calcul des pertes de charge

$$\Delta h_1 = -14,56 \rightarrow dq_{10} = 1,63$$

$$\Delta h_2 = 1,352$$

$$q_1 = 30$$

$$q_2 = 10$$

$$q_3 = 57,18$$

$$q_4 = 14,55$$

$$q_5 = 44,55$$

3.

$$\Delta h_1 = -0.1651$$

$$\Delta h_2 = -0.428 \rightarrow dq_2 = 0.21$$

$$q_1 = 29.79$$

$$q_2 = 10.21$$

$$q_3 = 57.18$$

$$q_4 = 13.03$$

$$q_5 = 42.82$$

4.

$$\Delta h_1 = 0.3822 \rightarrow dq_1 = 0.043$$

$$\Delta h_2 = 1.6 \cdot 10^5$$

$$q_1 = 29.79$$

$$q_2 = 10.21$$

$$q_3 = 57.23$$

$$q_4 = 12.98$$

$$q_5 = 42.77$$

On arrête les calculs lorsqu'on a obtenu un dq_i suffisamment fiable compte tenu du problème considéré.

5.4. Méthode des éléments finis :

La méthode des éléments finis a de plus en plus été utilisée dans différents domaines de l'ingénierie se basant sur l'analyse structurelle du système à étudier. L'analogie entre les

Les systèmes structurels et les réseaux de conduites permettent l'application de la méthode des éléments finis dans les analyses des réseaux de conduites.

La méthode des éléments finis consiste à diviser (discrétiser) la structure en éléments discrets. La méthode utilise la relation entre les propriétés de base de chacun des éléments afin de définir le comportement de cet élément.

Chaque élément doit satisfaire les trois conditions :

- ✓ L'équilibre des forces doit être maintenu ;
- ✓ La compatibilité doit être maintenue ;
- ✓ La relation du déplacement des forces spécifiée par les propriétés géométriques et élastiques de l'élément discret doit être satisfaite.

La force F est donnée par la relation :

$$F = K \cdot u \quad (5.49)$$

Où :

U : le déplacement

K : la raideur (propriété) de l'élément

Une série équivalente de conditions pour un réseau de conduites existe, d'où l'aptitude à tracer l'analogie :

- ✓ La somme algébrique des courants en chaque nœud de jonction doit être nulle.
- ✓ La valeur de la hauteur piézométrique en un nœud est la même pour toutes les conduites connectées à ce nœud ;
- ✓ La relation entre le débit et la perte de charge doit être satisfaite pour chaque élément ou conduite.

Les conditions pour un réseau de conduite sont exprimées par des quantités scalaires, alors que les conditions structurales sont représentées par des quantités vectorielles. L'analogie est tracée entre les grandeurs des quantités équivalentes.

Pour une application directe de la méthode des éléments finis impliquant une relation matricielle ; une relation linéaire est nécessaire pour définir l'élément ou la conduite.

De là une relation entre le débit q , la perte de charge h et les propriétés hydraulique c de la conduite est de la forme :

$$q = c.h \quad (5.50)$$

En considérant la relation qui établit que la somme des débits en chaque nœud est égale au débit externe imposé, et en combinant les équations (5.50) en chaque nœud, on obtient la matrice :

$$Q = C.H \quad (5.51)$$

Q est la somme des débits en une jonction,

H sont les hauteurs piézométriques aux jonctions.

Quand la matrice est résolue, les hauteurs piézométriques des nœuds sont obtenues.

D'où les pertes de charge sont substituées dans l'équation (5.50) afin de calculer le débit dans la conduite entre deux nœuds.

6. Conclusion :

La méthode de Newton-raphson, est une méthode basée sur des itérations successives qui permettent de converger rapidement vers la solution finale. On doit, là encore estimer des débits initiaux dans les conduites.

La méthode de linéarisation de Wood-Charles est une méthode particulièrement intéressante puisqu'elle ne nécessite aucun recours à l'estimation de débits initiaux.

La méthode de Hardy-Cross est une méthode basée sur des itérations successives et mise en point avant l'avènement des ordinateurs ; méthode par conséquent adaptée aux calculs manuels ou effectuées avec une calculatrice. On doit estimer des débits initiaux dans les conduites.

Chapitre 06

Programme et résultats

1. Introduction :

Lorsqu'un phénomène complexe est décrit par l'équation dont la solution analytique est difficile à atteindre, on a recours aux procédures numériques réalisées en se basent sur un programme informatique rédigé dans un langage spécifiques.

Le développement de ce programme se fait généralement en deux étapes complémentaires, la première se base sur un algorithme qui est la mise en forme de la solution du problème et la deuxième est une représentation graphique appelée organigramme. Cette dernière exprime les équations en langage machine qui est dans notre cas le FORTRAN

Le programme est organisé en trois grandes étapes, l'introduction des données, les différentes étapes de calcul nécessaires pour estimer les différents débits et déterminer les charges des pompes si elles existent dans le système, et affiche les résultats des calculs.

2.Codage des variables :

C (K): $S.D^5/F/X$

D (K) : diamètre du conduit.

D2 : prend l'ancienne valeur de H(L) pour la calcul de ΔH chaque nœud.

F(K) : coefficient de Darcy-Weisbach pour chaque conduite k.

F1 : coefficient de Darcy-Weisbach pour toutes les conduites.

J : nombre de nœud.

J3 : nombre de nœud avec une charge fixe.

J1(K) : nœud de début de la conduite.

J2(K) : nœud de fin de la conduite.

L : compteur pour les nœuds.

M : compteur pour les conduites.

N0 : nombre maximum d'itérations principales.

N1 : nombre maximum d'itérations dans chaque itération principale.

N2 : compteur du nombre d'itérations principales.

N3 : compteur du nombre total d'itérations.

P : nombre de conduite.

Q1 : débit de sortie au neoud

Q(K) : débit dans la conduite K en m^3/s .

Q1(k) : débit de sortie de la conduite K en m^3/s .

Q2(k) : débit de sortie de la jonction L en m^3/s .

S : coefficient de séparation égale à $g \cdot \pi^2/8$.

S2 : $\sum K_{ij}$

S3 : compteur pour les nombre de H(L).

S4 (L): $\sum K_{ij} H_j$

S5 : prend l'ancienne valeur de Q(K) pour le calcul de la moyenne avec la nouvelle valeur.

T0 : tolérance pour le calcul de la charge.

T1 : tolérance de la boucle d'itération en m pour les charges.

W : facteur d'itération est égale doit être compris entre 1 et 2.

X(K) : longueur de la conduite.

Les variables utilisées ci-dessous par le programme pour calculer le débit Q dans les conduites du réseau, et pour déterminer la charge au nœud de fin de chaque conduite.

L'affichage des résultats se fait de la façon suivante :

BOTN : nœud de débit de la conduite, correspond à J1(K).

TOPN : nœud de fin de la conduite, correspond à J2(K).

X : longueur de la conduite en m.

D : diamètre de la conduite en m.

Q : débit en chaque nœud du réseau en m^3/s .

HBOTN : la charge au nœud de fin de la conduite qui correspond à $H(J2(K))$.

3. Algorithme de la méthode linéaire:

Les données :

P, J, J3, j1(k), J2(K), D(K), L(K), F1, C(K), Q2(J2(K)), HJ3, G, W, T0, T1
N0, N1, N2, N3

Début

Faire pour K=1, P

$$Q(K) = \pi D(K)^2 / 4$$

$$C(K) = S \cdot D(K)^5 / F(K) / L(K)$$

Tant que $J2(K) \leq J3$ faire

$$h(J2(K)) = h(J1(K)) - Q(K)^2 / C(K)$$

Fin tant que

Faire pour K=1, N0

Faire pour K=1, J

$$S2(K) = 0$$

Fin faire

Faire pour K=1, P

$$S2(J1(K)) = S2(J1(K)) - C(K) / |Q(K)|$$

$$S2(J2(K)) = S2(J2(K)) - C(K) / |Q(K)|$$

Fin faire

Faire pour K=1, N1

$$C2 = 0$$

S3=0

N3=N3+1

Tant que J3+1≤J faire

Faire pour L=J3+1,J

S4(L)=0

Faire pour M=1,P

Tant que J1(M)≠L faire

$S4(J1(M)) = S4(J1(M)) - C(M) \cdot h(J2(M)) / |Q(M)|$

Fin tant que

Tant que J2(M)≠L faire

$S4(J2(M)) = S4(J2(M)) - C(M) \cdot h(J1(M)) / |Q(M)|$

Fin tant que

Fin faire

$H(L) = h(L) \cdot (1-W) + W \cdot Q2(L)^2 - S4(L) / S2(L)$

$C2 = C2 + \text{abs}(h(L) - D2)$

S3=S3+1

Fin faire

Tant que C2/S3≤T1 faire

Fin tant que

Fin faire

Fin tant que

Fin pour K=1, P

S5=Q(K)

$Q(K) = C(K) / \text{abs}(Q(K) \cdot h(J1(K)) - h(J2(K)))$

Fin faire

$C3=0$

Faire pour $K=1, P$

$C3=C3+\text{abs}(F(K))-\text{abs}(h(J1(K))-h(J2(K)))/Q(K)^2.C(K).F(K)$

Fin faire

Tant que $C3/P \leq T0$ faire

Fin faire

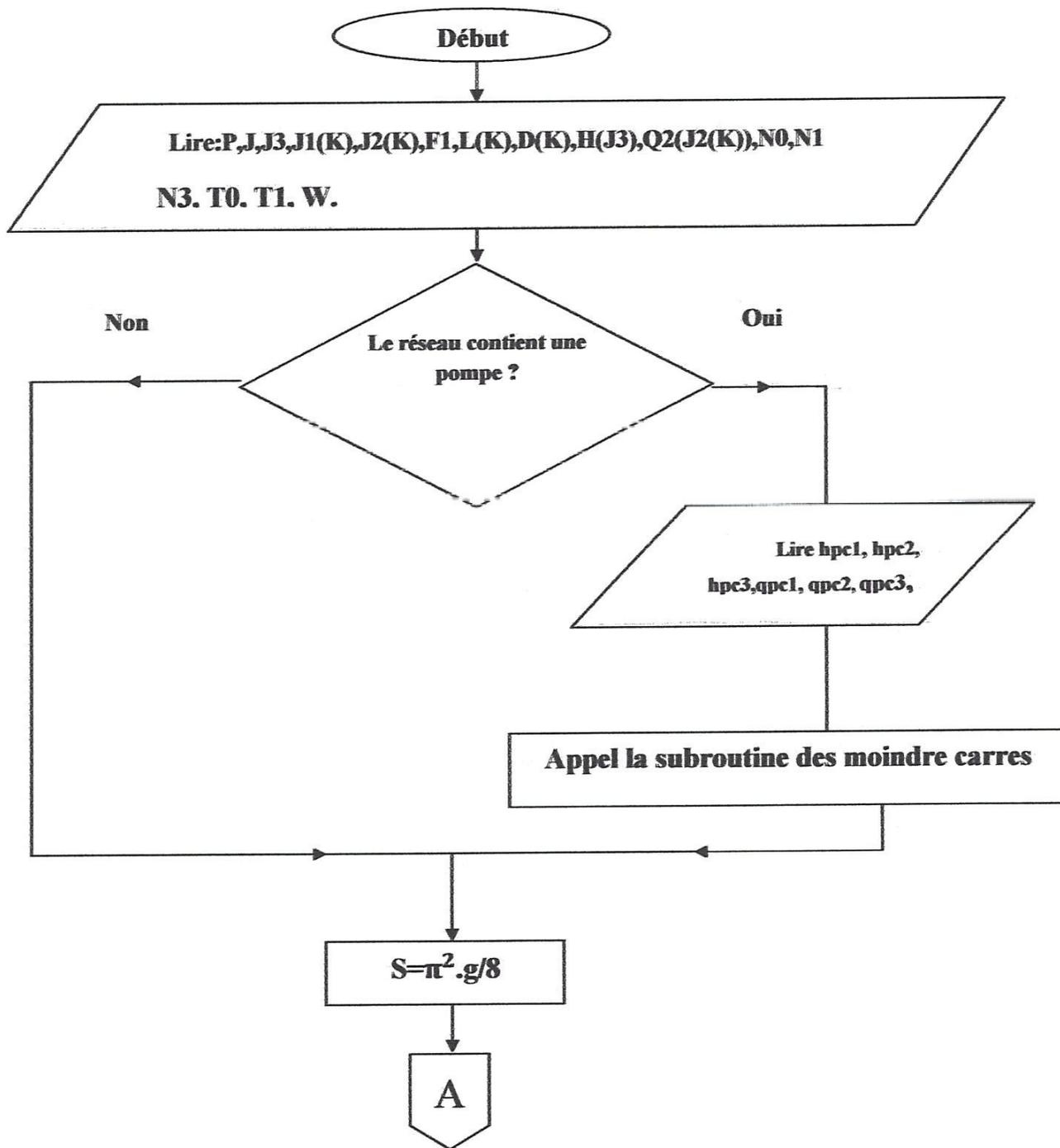
Fin tant que

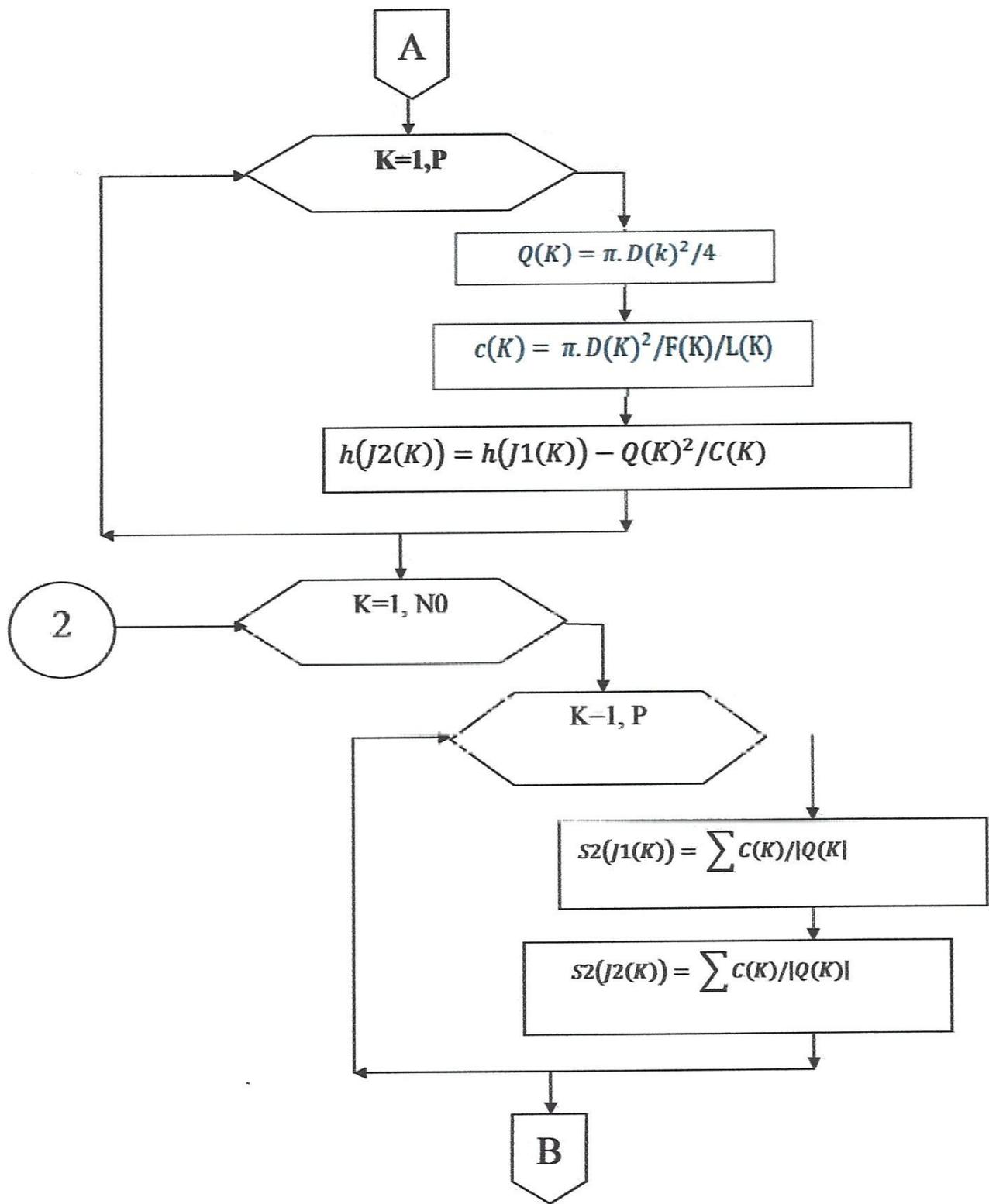
Affichage des résultats

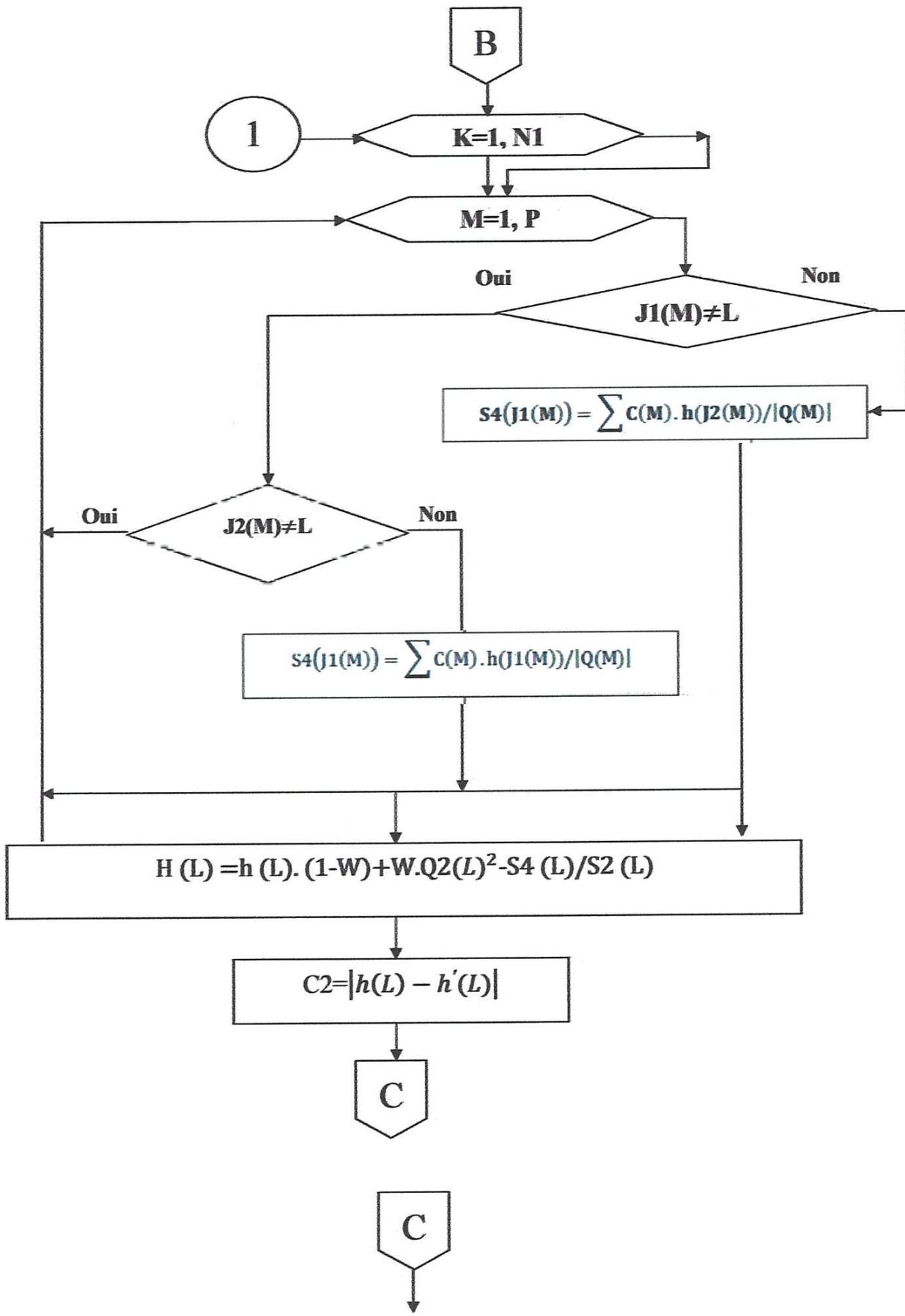
Stop

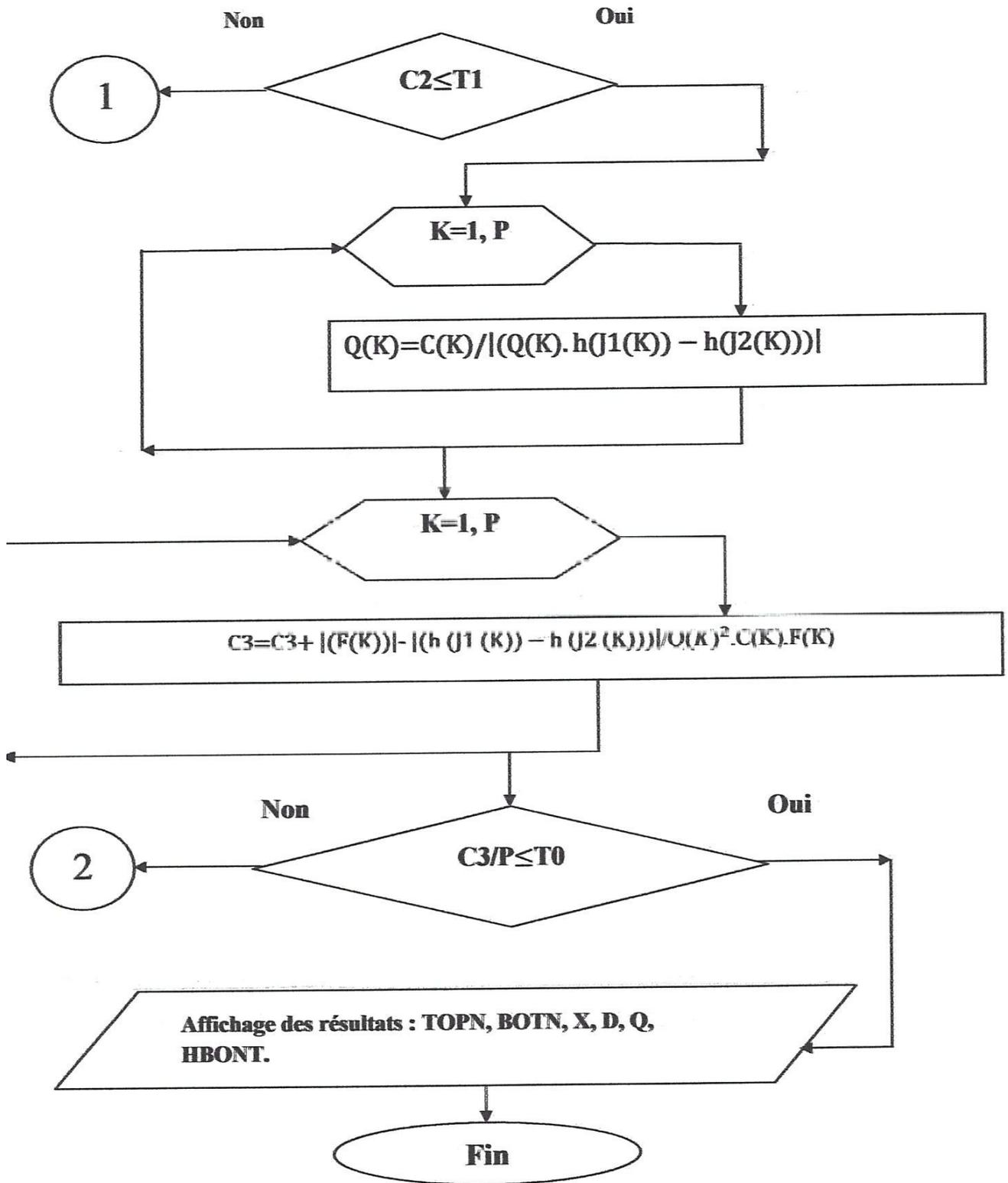
Fin.

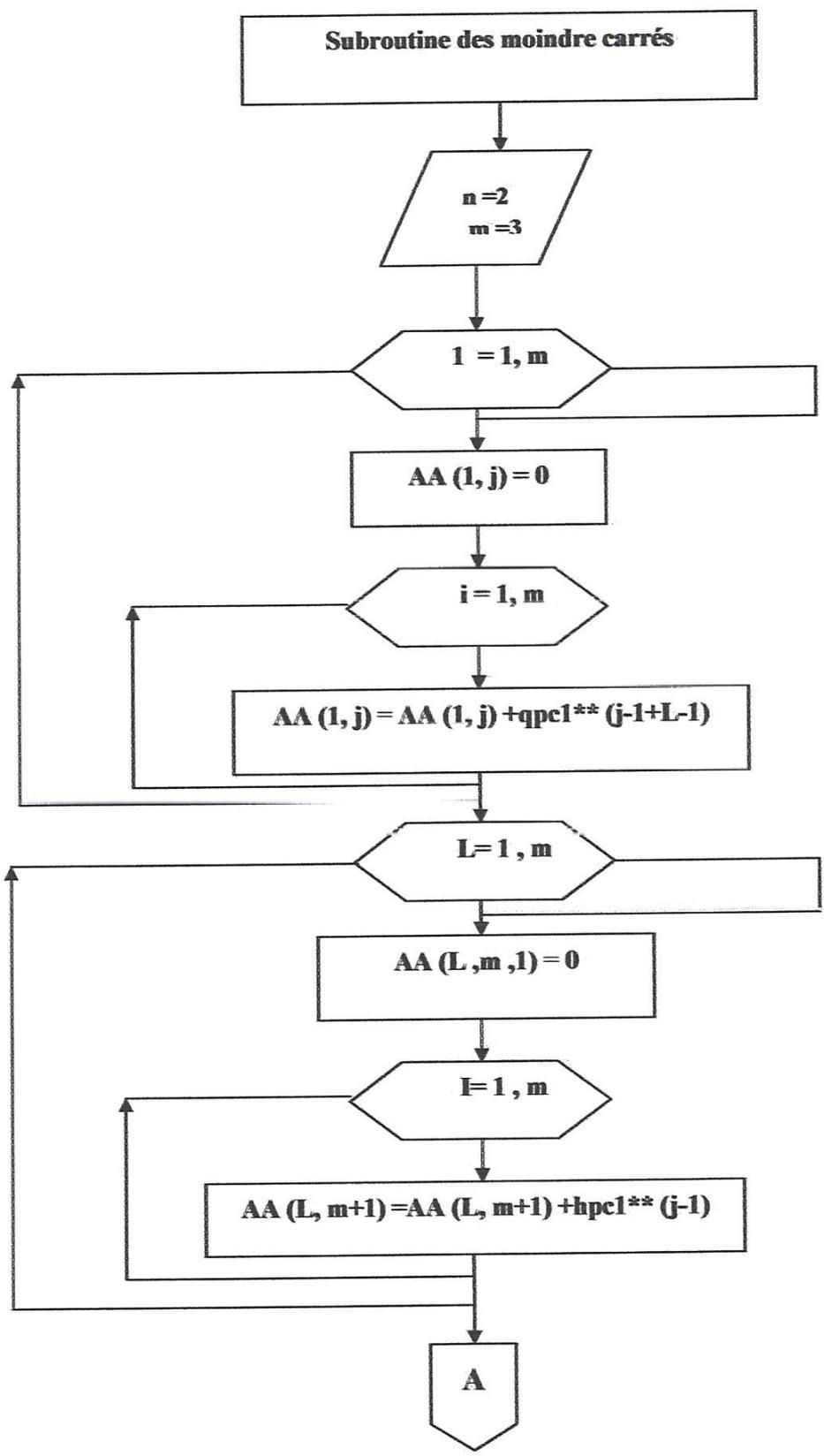
3. Organigramme de la méthode linéaire:

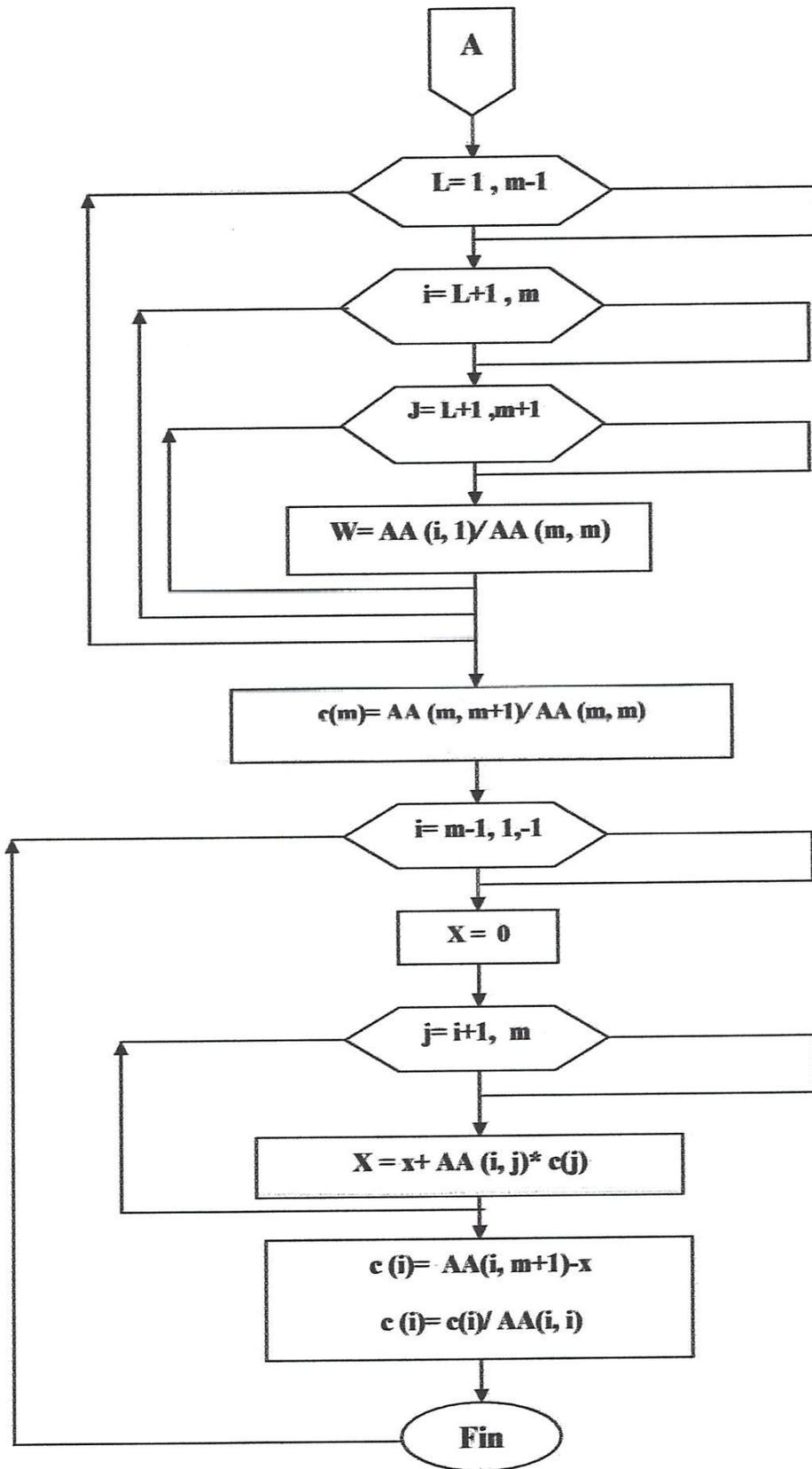












Cas d'application N° 01:

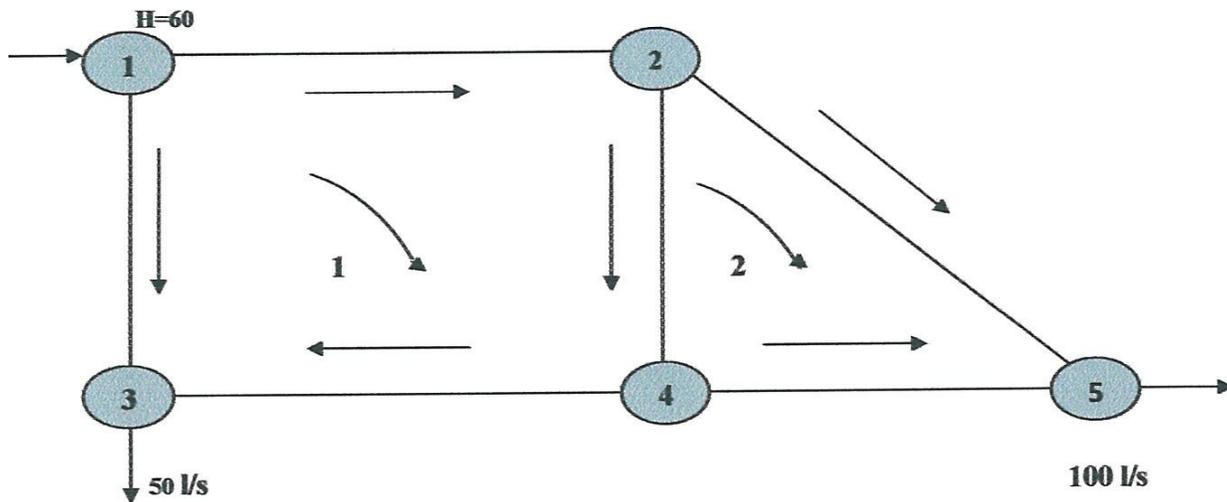


Figure 6.1: Représentation graphique du réseau

Le nombre de conduites : 06

Le nombre de nœuds : 05

Le nombre de pente fixes : 01

$H = 60$ m

Le tableau 6.1 : les données du réseau N°1

Nœud De début	Nœud De fin	L(m)	D(m)	Coefficient De Friction(f)	Débit qui sort du nœud de fin
1	2	2000	0.30	0.15	0
1	3	2000	0.30	0.15	0.05
3	4	1000	0.15	0.15	0
2	4	2000	0.25	0.15	0
2	5	3000	0.15	0.15	0.1
4	5	2000	0.20	0.15	0.1

Les résultats :

Lahey ED4W - [RESULTAT.for Window 3]

File Edit Block Buffer Goto Search Macro Tool Options Window Help

RESULTATS DU CALCUL PAR LA METHODE LINEAIRE

=====
Distribution finale du debit...
=====
Ncond. TOPN BOTN X (m) D (m) Q (m3/s)

Ncond.	TOPN	BOTN	X (m)	D (m)	Q (m3/s)
1	1	2	*****	0.300	0.08044
2	2	4	*****	0.250	0.04788
3	4	3	*****	0.150	-0.01956
4	3	1	*****	0.300	-0.06956
5	2	5	*****	0.150	0.03255
6	4	5	*****	0.200	0.06745

Les Charges aux Noeuds:

Noeud	H (m)
1	60.0000
2	-3.5322
3	8.3652
4	-64.1186
5	-443.1578

Cas d'application N° 02:

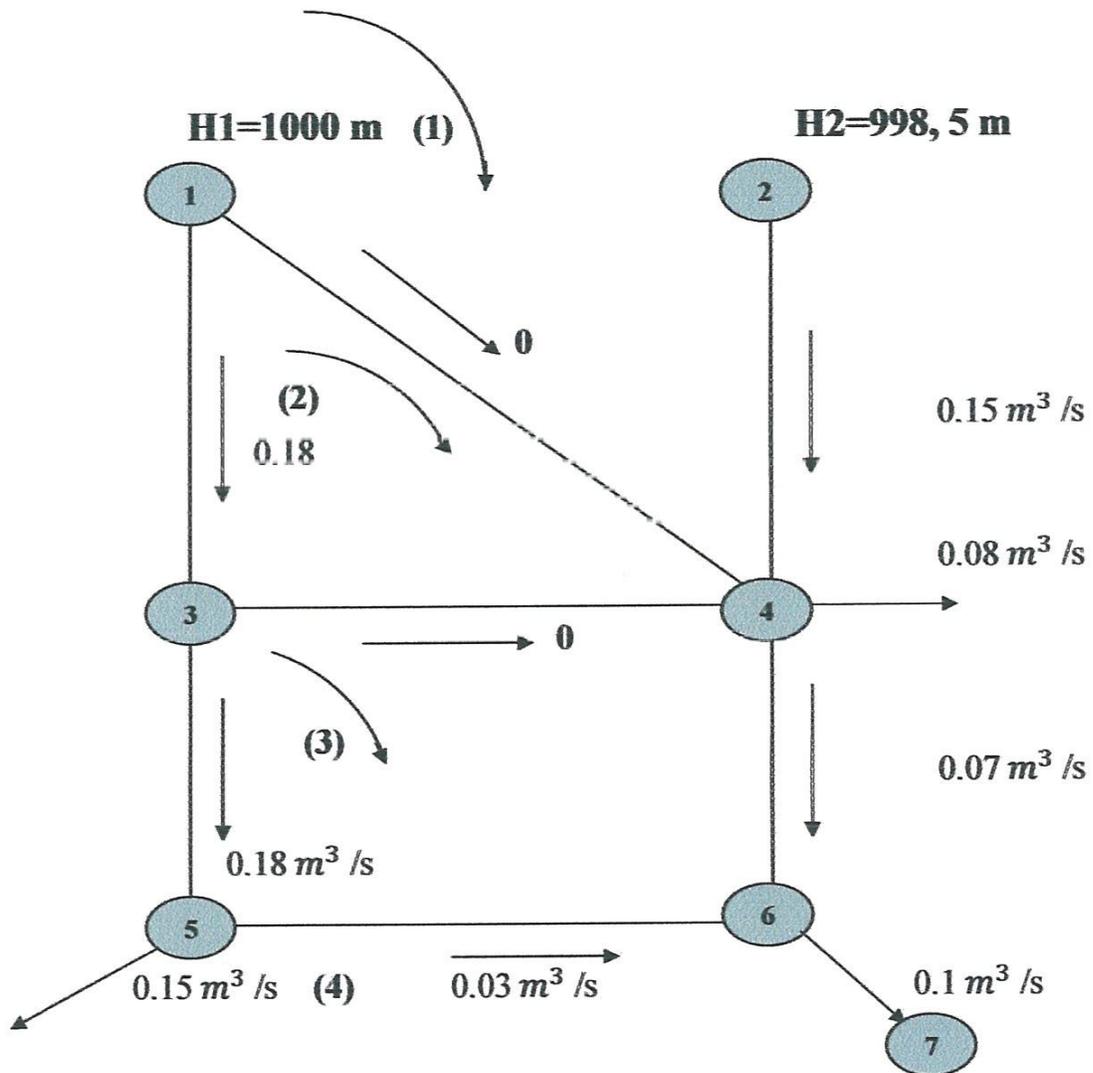


Figure 6.2 : Représentation graphique du réseau

Le nombre de conduites : 08

Le nombre de nœuds : 07

Le nombre de pente fixes : 02

H1= 1000 m

H2= 998,5 m

Le tableau 6.2 : les données du réseau N° 2

Nœud De début	Nœud De fin	L(m)	D(m)	Coefficient De Friction(f)	Débit qui sort du nœud de fin
1	3	500	0.25	0.15	0
1	4	700	0.20	0.15	0.08
3	4	600	0.15	0.15	0,08
2	4	500	0.45	0.15	0,08
3	5	300	0.25	0.15	0.15
5	6	500	0.20	0.15	0
4	6	400	0.30	0.15	0
6	7	200	0.25	0.15	1

Les résultats :

Lahey ED4W - [RESULTAT.for Window 3]

File Edit Block Buffer Goto Search Macro Tool Options Window Help

RESULTATS DU CALCUL PAR LA METHODE LINEAIRE
=====

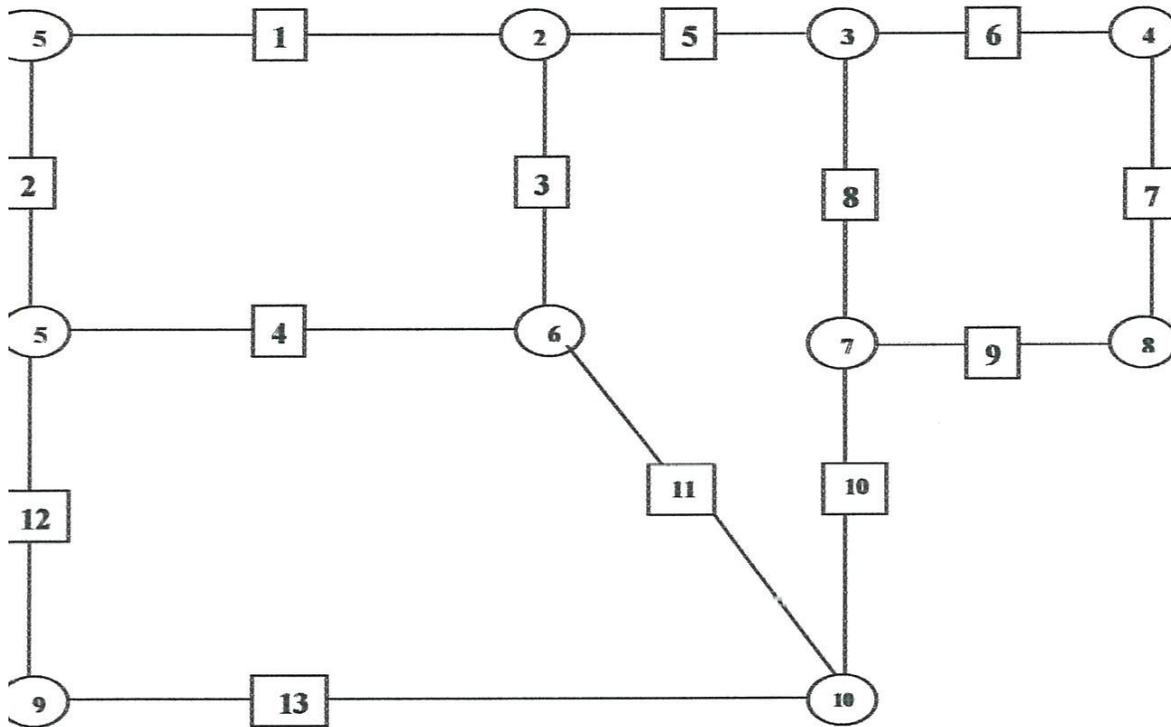
Distribution finale du debit...

Noeud.	TOPN	BOTN	X(m)	D(m)	Q(m ³ /s)
1	1	3	500.00	0.250	0.07261
2	3	4	600.00	0.150	-0.02803
3	4	1	700.00	0.200	-0.04135
4	2	4	500.00	0.450	0.21604
5	1	6	400.00	0.300	0.11936
6	6	5	500.00	0.200	0.04936
7	5	3	300.00	0.250	-0.10064
8	6	7	200.00	0.250	0.10000

Les Charges aux Noeuds:

Noeud	H (m)
1	1000.0000
2	998.5000
3	952.2288
4	983.1401
5	908.1863
6	941.8854
7	916.4695

Cas d'application N° 03:



Nœud De Début	Nœud De fin	L(m)	D(m)	Coefficient De Friction(f)	Débit qui sort du nœud de fin
1	2	270	0.450	0.15	0
5	1	150	0.375	0.15	0
2	6	150	0.225	0.15	-74
5	6	270	0.375	0.15	-74
2	3	90	0.375	0.15	-185
3	4	120	0.225	0.15	0
4	8	150	0.375	0.15	-370
3	7	150	0.225	0.15	0
8	7	120	0.450	0.15	0

7	10	180	0.225	0.15	-370
6	10	210	0.225	0.15	-370
5	9	180	0.375	0.15	-111
9	10	360	0.225	0.15	-370

Les resultat:

Lahey ED4W - [RESULTAT.for (Edited) Window 3]

File Edit Block Buffer Goto Search Macro Tool Options Window Help

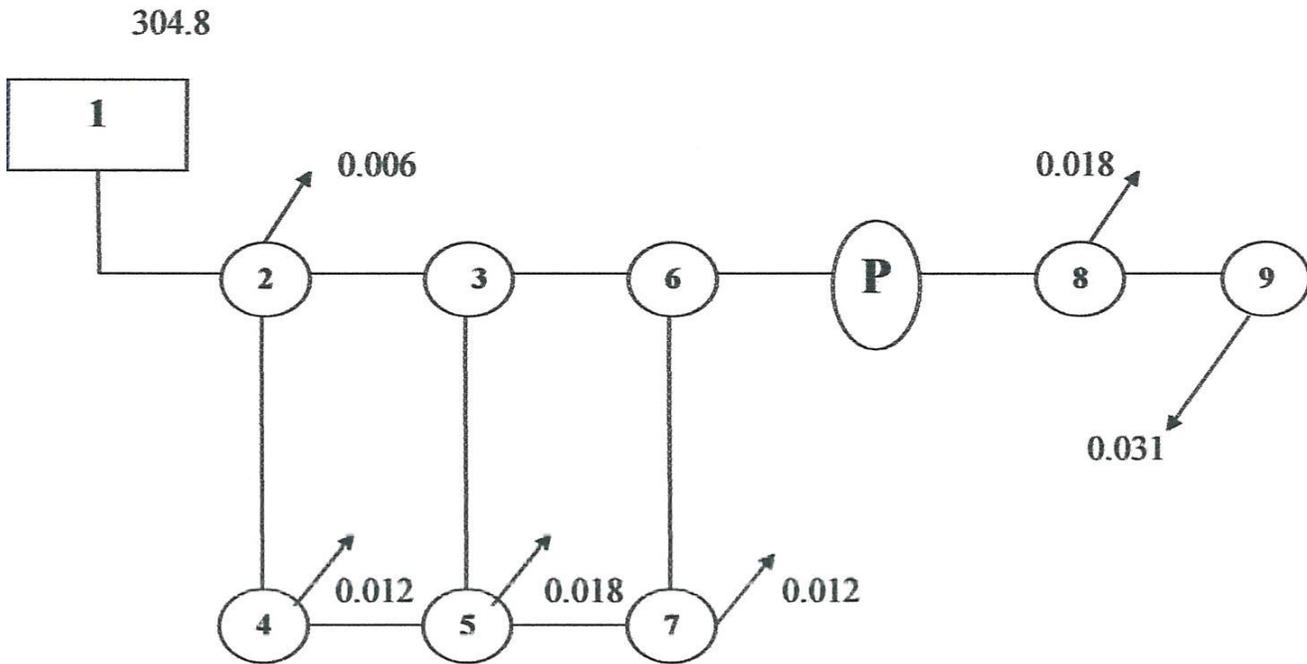
Distribution finale du debit...

Noeud.	TOPN	BOTN	X(m)	D(m)	Q (m3/s)
1	1	2	270	0.45	-0.6519546
2	5	1	150	0.37	0.4000430
3	2	6	150	0.22	-0.496352
4	5	6	270	0.37	-0.2488517
5	2	3	90	0.37	-0.6060190
6	3	4	120	0.22	-0.2318715
7	4	8	150	0.37	-0.2518719
8	3	7	150	0.22	-0.2094486
9	0	7	180	0.45	0.1501007
10	7	10	180	0.22	-0.413210
11	6	10	210	0.22	-0.2204870
12	5	9	180	0.37	-0.2301919
13	9	10	360	0.22	-0.1301920

Les Charges aux Noeuds:

Noeud	H(m)
1	1000.0000
2	998.5650
3	952.4588
4	976.4301
5	548.9873
6	941.8854
7	996.4695
8	977.6534
9	943.3542
10	992.9087
11	969.0987
12	932.5686
13	999.9654

Cas d'application N° 04:



Les données des conduites :

Nœud De début	Nœud De fin	L(m)	D(m)	Coefficient De Friction(f)	Débit qui sort du nœud de fin
1	2	3218.60	0.406	0.15	0.006
3	3	1609.34	0.355	0.15	0
4	5	1609.34	0.203	0.15	0.08
3	6	1609.34	0.355	0.15	0
5	7	1609.34	0.203	0.15	0.012
6	8	1609.34	0.203	0.15	0.018
8	9	1609.34	0.203	0.15	0.031
2	4	1609.34	0.203	0.15	0.012
3	5	1609.34	0.152	0.15	0.018
6	7	1609.34	0.203	0.15	0.012

Les données de la pompe :

Q (m³/s)	0.1	0.2	0.3
h (m)	121.5	121.2	120.5

Les résultats :

Lahey ED4W - [RESULTAT.for Window 4]

File Edit Block Buffer Goto Search Macro Tool Options Window Help

RESULTS DU CALCUL PAR LA METHODE LINEAIRE

Distribution finale du debit...

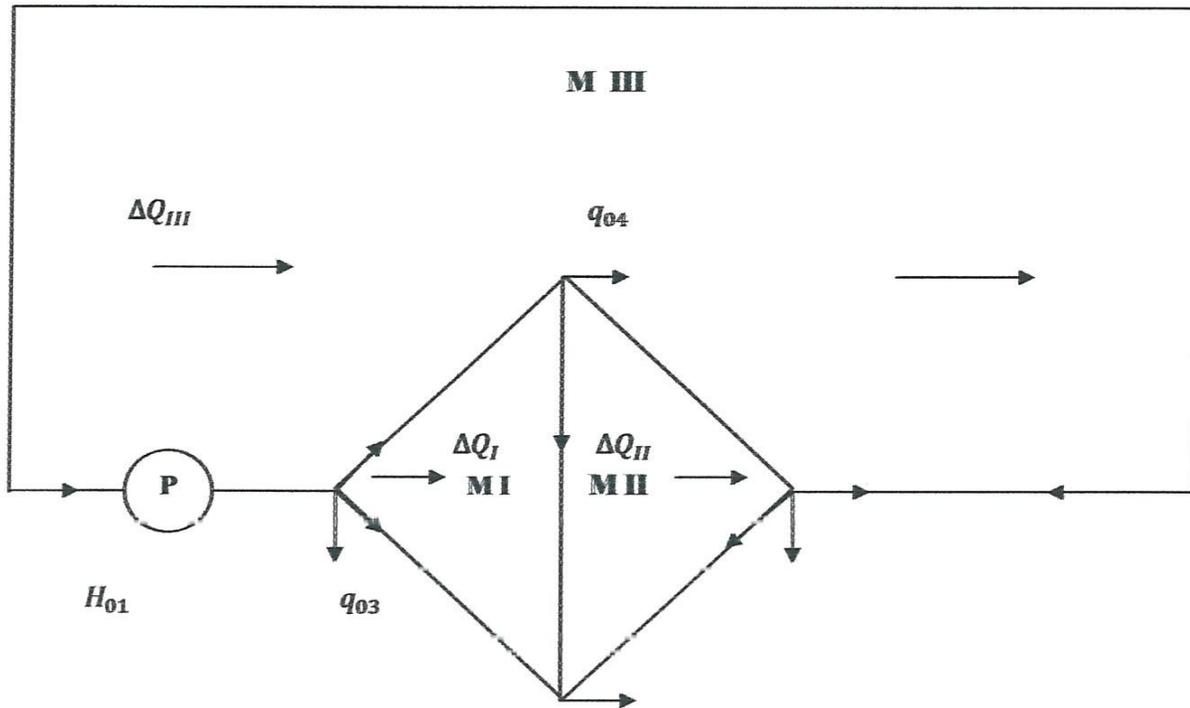
Noeud.	TOPN	BOTN	X (m)	D (m)	Q (m3/s)
1	1	2	3218.60	0.406	-0.186
2	2	3	1609.34	0.355	- 0.120
3	4	5	1609.34	0.203	- 0.030
4	3	6	1609.34	0.355	-0.100
5	5	7	1609.34	0.203	-0.320
6	6	8	1609.34	0.203	- 0.056
7	8	9	1609.34	0.203	-0.050
8	2	4	1609.34	0.203	- 0.052
9	3	5	1609.34	0.152	- 0.023

La Charge de la Pompe hp dans ce conduit est: 120.1963380

Noeud	H (m)
1	300.0000
2	304.4500
3	299.9560
4	301.4932
5	298.0151
6	306.6589
7	305.7676
8	302.9876
9	304.8765

Les Charges aux Noeuds:

Cas d'application N° 05:



Les données des conduites :

Nœud De début	Nœud De fin	L(m)	D(m)	Coefficient De Friction(f)	Débit qui sort du nœud de fin
1	3	300	0.406	0.15	0.08
3	4	400	0.355	0.15	0.12
3	5	400	0.203	0.15	0.12
4	5	150	0.355	0.15	0.12
6	4	150	0.203	0.15	0.12
6	5	150	0.203	0.15	0.12
2	6	500	0.203	0.15	0.12

Les données de la pompe :

Q (m³/s)	0.1	0.2	0.3
h (m)	11.89	11.01	9.37

Les resultats:

```

File Edit Block Buffer Goto Search Macro Tool Options Window Help
[Icons]
RESULTS DU CALCUL PAR LA METHODE LINEAIRE
=====
Distribution finale du debit...
Noeud. TOPN BOTN X(m) D(m) Q (m3/s)
1 1 3 300.00 0.300 -0.11867
La Charge de la Pompe hp dans ce conduit est: 11.1663380
2 3 4 400.00 0.200 0.05755
3 4 5 150.00 0.150 0.01300
4 5 3 400.00 0.150 -0.05354
5 4 6 150.00 0.200 0.02656
6 6 5 150.00 0.150 0.02017
7 2 6 500.00 0.350 0.11361

Les Charges aux Noeuds:
Noeud H(m)
1 80.0000
2 100.0000
3 112.7196
4 95.4932
5 94.0151
6 96.6589
    
```

Résultat et discussion

Les résultats obtenus par le programme de calcul sont résumés dans le tableau qui suite une comparaison avec les valeurs des débits répertoriées dans la référence

Cas d'application N° 01 :

Nombre De conduite	Nœud De début	Nœud De fin	Débit calculé	Débit de référence [8]	Erreur absolue
1	1	2	0.08044	0.08431	0.00387
2	2	4	0.04788	0.047891	0.00001
3	4	3	0.01956	0.19596	0.0000
4	3	1	0.06956	0.069553	0.000007
5	2	5	0.03255	0.032553	0.00003
6	4	5	0.06745	0.067442	0.000008

La comparaison montre une erreur absolue négligeable, grâce à la mise en équations dans le programme, aussi une vérification des équations d'équilibre qui régissent un réseau, soit la somme de débit entrent aux nœuds qui égale la somme de débits sortant a été faite :

Par exemple le nœud 2

$$\sum Q_{1,2} - (Q_{2,4} + Q_{2,5}) = 0$$

$$0.08044 - (0.04788 + 0.03255) = 0.00001$$

On remarque la que la somme presque nulle donc le réseau est en équilibre.

Cas d'application N° 02:

Nombre De conduite	Nœud De début	Nœud De fin	Débit calculé	Débit de référence [8]	Erreur absolue
1	1	3	0.07261	0.066664	0.04394
2	3	4	0.02803	0.03124	0.02139
3	4	1	0.04135	0.03670	0.01219
4	2	4	0.21604	0.2266	0.03176
5	4	6	0.14936	0.15208	0.02265
6	6	5	0.04936	0.05209	0.02264
7	5	3	0.10064	0.09791	0.02260
8	6	7	0.10000	0.09999	0.00001

Vérification d'équation d'équilibre

au neoud 6 :

$$\sum Q_{4,6} - (Q_{6,5} + Q_{6,7}) = 0$$

$$0.14936 - (0.04936 + 0.10000) = 0$$

La somme est nulle donc le réseau est en équilibre

Cas d'application N° 03

Nombre De conduite	Nœud De début	Nœud De fin	Débit calculé	Débit de référence [9]	Erreur absolue
1	1	2	0.651954	0.641954	0.0100
2	5	1	0.488043	0.468043	0.0272
3	2	6	0.496352	0.45635	0.0406
4	5	6	0.248851	0.22851	0.0203
5	2	3	0.606319	0.596319	0.001
6	3	4	0.231871	0.211871	0.020

7	4	8	0.251871	0.211871	0.040
8	3	7	0.209448	0.199448	0.010
9	8	7	0.158128	0.158128	0
10	7	10	0.413210	0.41321	0
11	6	10	0.220487	0.20048	0.020
12	5	9	0.230191	0.23919	0.00899
13	9	10	0.130192	0.128192	0.002

Vérification d'équation d'équilibre

Au nœud 4 :

$$\sum Q_{4,8} - Q_{3,4} = 0$$

$$0.231871 - 0.251871 = 0.01$$

La somme presque nulle donc le réseau est en équilibre.

Cas d'application N° 04 :

Nombre De conduite	Nœud De début	Nœud De fin	Débit calculé	Débit de référence [9]	Erreur absolue
1	1	3	0.11867	0.16048	0.148613
2	3	4	0.05755	0.04902	0.00853
3	4	5	0.01300	0.03438	0.0210
4	5	3	0.05354	0.02056	0.0060
5	4	6	0.02656	0.010536	0.0160
6	6	5	0.02017	0.06506	0.0448
7	2	6	0.11361	0.29042	0.1760

La charge de pompe calculée est : 11.16633 (m)

La charge de pompe de référence est : 11.4486 (m).

Vérification d'équation d'équilibre

Au neoud 4 :

$$\sum Q_{4,8} - Q_{3,4} = 0$$

$$0.231871 - 0.251871 = 0.01$$

La somme presque nulle donc le réseau est en équilibre.

Cas d'application N° 05 :

Nombre De conduite	Nœud De début	Nœud De fin	Débit calculé	Débit de référence [9]	Erreur absolue
1	1	2	0.186	0.164	0.022
2	2	3	0.120	0.116	0.004
3	4	5	0.030	0.028	0.002
4	3	6	0.100	0.096	0.004
5	5	7	0.320	0.029	0.291
6	6	8	0.056	0.050	0.006
7	8	9	0.050	0.031	0.019
8	2	4	0.052	0.041	0.011
9	3	5	0.023	0.019	0.004
10	6	17	0.052	0.046	0.006

Vérification d'équation d'équilibre

Au neoud 2 :

$$\sum Q_{1,2} - (Q_{2,3} + Q_{2,4}) = 0$$

$$0.186 - (0.120 + 0.052) = 0.01$$

La somme presque nulle donc le réseau est en équilibre.

Conclusion générale:

A fin de l'analyse des réseaux de distribution des fluides par minimiser les pertes de charge et déterminer les débit dans le réseau avec exactitude.

La résolution de ce problème constituait l'objectif principal de ce travail qui consiste à modaliser l'équation de l'équilibrage d'un réseau de conduites ou l'outil informatique est (programmation par FORTRAN), en choisissons la méthode de la théorie linéaire qui nous donne des résultats presque identiques à ce publiés.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] M. Calier, "Hydraulique général et appliqué"
- [2] CHELAGHMIA M. et BOUDJERIDA DJ, Mémoire d'ingénieur d'état, 2000-2001
- [3] Cours, hydraulique urbaine.
- [4] ACHI F. Mémoire du projet de fin d'étude 2^{ème} année master, 2010
- [5] BENHAMZA M.H . Cours de mécanique de fluide 3^{ème}, LMD.2009
- [6] Cours, POMPES 5^{ème} Année.
- [7] MARZK D."Mécanique des fluides".
- [8] M^{ème} Lahiouel Yasmina, "Rapport d'état de recherche N° 01".
- [9] M^{ème} Lahiouel Yasmina, "Rapport d'état de recherche N° 02".
- [10] J.Jacques Baron, "Tuyauterie et réservoir" Technique de l'ingénieur.1989.