



699

Mémoire de Mastère

Présenté à l'Université du 08 Mai 1945 Guelma
Faculté des Sciences et de la Technologie

Département de : Génie Civil et Hydraulique
Option : conception et calcul des constructions (3C)



Présenté par :
Mellaoui Houria
Zaddam Nawel

Analyse des risques et fiabilité des structures

Sous la Direction de : Pr. BELABED LAZHAR

2011

Remerciements

Nous remercions,

Dieu le tout puissant de nous avoir donné patience, courage, santé et volonté pour réaliser ce travail ;

Nous adressons nos vifs remerciements à notre encadreur Professeur **BELABED LAZHAR**,

Nous le remercions infiniment de nous avoir guidées à effectuer ce travail.

Nous remercions également :

Mr sakfali nacer qui nous a aidées avec ses conseils.

Nous n'oublions jamais de remercier aussi tous les enseignants du département de génie civil et d'Hydraulique

Nous remercions toutes les personnes qui nous ont aidées de près ou de loin pour la réalisation de ce travail.



*L*iste des Symboles

<i>Symboles</i>	<i>Désignation</i>
D :	Encastrement d'une fondation
B	Largeur d'une fondation
	Largeur d'un mur
B'	Largeur effective
L	Longueur d'une fondation
L'	Longueur effective
$Q_{réel}$	La charge réelle appliquée à la fondation
Q_{adm}	La charge admissible
N_c, N_q, N_γ	Facteurs de capacité porta
i_c, i_q, i_γ	Coefficients correcteurs d'inclinaison
e	Excentrement d'une charge
c	Cohésion du sol
φ	Angle de frottement interne
γ_{sol}	Poids volumique du sol
$\gamma_{bét}$	Poids propre du béton
Q	Charge variable
Fs	Coefficient de sécurité globale
S	Surface de la semelle
q_L	La pression limite unitaire de poinçonnement



W	Poids d'un massif de terres
δ	Angle d'inclinaison de la charge
P_{ay}	La poussée due au poids des terres
$P_{ay;d}$	La poussée de calcul due au poids des terres
P_{aq}	La poussée due à la surcharge
$P_{aq;d}$	La poussée de calcul due à la surcharge
P_{ac}	La poussée due à la cohésion
$P_{ac;d}$	La poussée de calcul due à la cohésion
α	Inclinaison du mur par rapport à la verticale
δ_a	Angle de frottement sol-mur
τ	La résistance au cisaillement
F_s	Le coefficient de sécurité
F_v	La somme des forces verticales
F_h	La somme des forces horizontales
X	Valeur moyenne de la variable aléatoire X
K	Coefficient pondérateur
P_w	Résultante de la poussée hydrostatique.
ϕ	L'angle de frottement interne effective
\hat{c}	Cohésion effective
P_l	La pression limite
μ_X	La moyenne de l'écart type
b_i	Largeur de la traction
L'	Longueur effective

M_r	Le moment résistant
M_m	Le moment moteur
h_i	Hauteur de la tranche
σ_i	L'écart-type
m_i	Valeur moyenne
\hat{U}_x	Résultat de la variable aléatoire μ_x
V_x	Le coefficient de variation
$\hat{\sigma}_x$	Résultat de la variable aléatoire σ_x
$f_x(x_i)$	La densité de probabilité marginale de la variable X_i
$F(X)$	La fonction de répartition
β	Appelé l'indice de fiabilité de cornell
$\rho_{x_1 x_2}$	Coefficient de corrélation.
R	Résistance mécanique
P_f	La probabilité de défaillance
S	Chargement
θ_{k_c}	Le facteur de sécurité
μ_R	Valeur moyenne de résistance
μ_S	Valeur moyenne de la charge
M	La marge

Résumé :

L'analyse de risque peut constituer une bonne aide à la décision, mais étant devenue une technique très à la mode, ses vertus risquent parfois d'être considérablement surestimées. Toute activité humaine comporte des risques dont l'analyse peut dans certains cas être faite de manière scientifique et/ou statistique, et dans d'autres cas faire appel au jugement, à l'instinct ou à la connaissance préalable. Même les évaluations conduites de manière scientifique sont rarement exactes. Inévitablement, beaucoup d'évaluations de risque sont subjectives et doivent être reconnues comme telles.

Dans le domaine des constructions de génie civil, il est nécessaire de caler les codes de calcul de la manière la plus objective possible, et dans le cas de l'approche semi-probabiliste, par référence à des probabilités d'occurrence de phénomènes que l'on veut éviter, idéalisés à travers la notion d'états-limites.

Notre travail consiste à quantifier les différents types des risques dans les ouvrages ou éléments d'ouvrages de génie civil en général, et en géotechnique en particulier, dans l'objectif de construire des ouvrages plus stables, fiables et économiques en tenant compte du caractère aléatoire des paramètres influant dans le problème. Dans ce but, on présente dans ce travail une nouvelle approche de sécurité de calcul qui se base sur les méthodes probabilistes. Cette dernière approche se base sur la notion de la probabilité de rupture ou de l'indice de fiabilité en affectant aux paramètres aléatoires des facteurs partiels de sécurité.

L'approche de sécurité déterministe conventionnelle utilisée fréquemment dans la pratique (dimensionnement et calcul des ouvrages géotechniques) conduit souvent à des constructions non économiques, car il se base sur des facteurs de sécurité globaux empiriques arbitraires et variables. Des exemples

d'application de cette approche en géotechnique sont donnés dans ce travail en donnant pour différents problèmes différentes valeurs des coefficients de sécurité globaux.

A la fin de ce travail une comparaison des deux approches est effectuée à travers des exemples de calcul de quelques problèmes de risques d'instabilité en géotechnique.

Sommaire

Liste des symboles	
Resume	
Introduction generale	01
CHAPITRE I : Analyse des risques	
1/ Introduction	02
2/ Definition du risque	02
3/ Types de risque en genie civil	03
4/ Definition de fiabilite	04
5/Evaluation des risques en genie civil	05
CHAPITRE II : Approche classique de securite	
II. 1/ Les fondations	11
1.1 Introduction	11
1.2 Capacite portante des fondations superficielles	14
1.2.1 Contrainte admissible	15
1.2.2 Etude des facteurs de portance	16
1.2.3 Influence de l'inclinaison de la charge	18
1.2.4 Influence de l'excentrement de la charge	19
1.2.5 Influence de la forme de la fondation	21
1.2/Murs de soutènement	23
2.1 Introduction	23
2.2 Murs de soutènement classiques	24
2.2.1 Definition du Coefficient de securite	26
2.2.2 Securite au renversement	27
2.2.3 Securite vis-a-vis au glissement	28
2.2.4 Securite au poinçonnement	28
3/ Stabilite des pentes	29
3.1 Methodes classiques d'etude de la stabilite des pentes	30
3.1.1 Methode de Fellenius	30
3.1.2 Methode de bishop simplifiee	32
3.2 Choix des coefficients de securite	33
CHAPITRE III : Approche probabiliste de securite	
1/ Introduction	34
2/ Notions sur la probabilite	34
3/ Fonction de repartition et densite de probabilite	35

Sommaire

4/ Les differents types de distribution	35
5/ Evaluation de la probabilite de defaillance	39
6/ Indice de fiabilite de cornell (indice de surete)	41
7/ Evaluation e la probabilite de defaillance et de la marge	43
8/ Methode de fiabilite de premier ordre (FORM)	44
8/ Methode de Monte-Carlo	48
9/Calibration des coefficients de securite	48

CHAPITRE IV : Applications numeriques

1. Problematique	50
2. approche classique	50
3. approche semi-probabiliste	55
4. comparaison	65
-Conclusion generale	
-Perspective	

1-Introduction générale

Il y a très longtemps que l'homme conçoit avec succès des bâtiments et des ouvrages techniques.

Pendant de nombreux siècles, ces constructions ont été le résultat du bon sens, de l'expérimentation, et de l'application de certaines règles de proportion acquises peu à peu.

Leur solidité dépendait avant tout du savoir-faire et de l'habileté des maîtres artisans.

Au cours de l'histoire humaine l'homme a essayé toujours avec le développement de la technologie en génie civil, de développer de nouvelles constructions qui sont plus esthétiques, économiques et fiables par rapport aux constructions déjà existantes. Tout de même, certaines inexactitudes se cachent toujours dans ces constructions. Elles résultent des ignorances et des simplifications voulues. Pour tenir compte de ces insécurités, on adoptait des facteurs globaux de sécurité empiriques déterminés arbitrairement en se basant sur l'expérience. Par conséquent, on reçoit souvent des constructions surdimensionnées. De plus, ces facteurs définissant le rapport capacité-sollicitation, varient d'un cas à un autre puisqu'ils passent, par exemple, de 1,5 dans le cas de stabilité de talus à 2 dans celui de la capacité portante et entre (1,5 et 1,4) dans le cas des murs de soutènements vis-à-vis le glissement et 1,5 pour le renversement.

L'introduction d'un coefficient de sécurité dans les calculs de mécanique des sols est une opération délicate car l'unanimité est loin d'être faite sur la façon de procéder et l'on trouve dans la littérature technique de nombreuses règles particulières à chaque nature d'ouvrage. Depuis longtemps, on a mis l'accent sur le caractère arbitraire de ces règles.

Il faut toutefois bien se rappeler que la définition d'un coefficient de sécurité n'est qu'une définition et qu'a priori, toutes les définitions se valent. Il ne faut pas oublier que le choix de la méthode utilisée pour introduire dans les calculs un coefficient de sécurité a une grande influence sur les résultats.

1-Introduction

La notion de risque est complexe et fait l'objet de nombreuses définitions.

Il peut être défini comme un être mathématique voire comme un phénomène (risque mouvement de terrains).

Comme une perception (situation à risques), qui découle d'une part, de l'existence d'un danger (facteur de risque ou périls) et d'autre part, de la présence de l'homme dans la zone de danger (objet du risque), comment analysé le risque? [6]

« Le **risque** est une mesure d'un *danger* associant une mesure de l'occurrence d'un événement indésirable et une mesure de ses effets ou **conséquences** ». [7]

2- Définition du risque

2.1 La définition scientifique:

La définition scientifique du risque inclut une double dimension :

Celle des aléas et celle des pertes, toutes deux probabilisées.

En conséquence, un risque se caractérise par deux composantes : le niveau de danger (probabilité d'occurrence d'un événement donné et intensité de l'aléa); et la gravité des effets ou des conséquences de l'événement supposé pouvoir se produire sur les enjeux.

2.2 La définition technologique :

Le risque industriel se caractérise par un accident se produisant sur un Système technique et pouvant entraîner des conséquences graves pour le personnel, les populations, les biens, l'environnement ou le milieu naturel. On parle de risque industriel quand c'est une installation industrielle qui est affectée (usine chimique, centrale de production). [8]

* Le risque attaché à un danger est donc évalué par une fonction à deux variables. Pour l'obtenir, on recherche Une **mesure de l'occurrence** d'un danger (une défaillance dans l'industrie, un état-limite en génie civil). L'approche probabiliste cherche à obtenir une probabilité d'apparition du danger (sur une période de référence donnée) et nécessite d'avoir une connaissance des facteurs aléatoires (variables ou fonctions). L'approche fréquentielle s'intéresse aux taux de défaillance du système et de ses composants et aux fréquences (nombre d'événements se produisant par unité

de temps). L'approche déclarative propose des classes de possibilité d'apparition du danger ou des délais d'apparition.

A partir de la définition du risque vue précédemment, l'activité d'analyse des risques consiste logiquement à répondre aux trois questions suivantes :

1. Qu'est ce qui peut conduire à des situations de danger ?
2. Quelles sont les chances pour que ces situations se produisent ?
3. Si elles se produisent, à quelles conséquences doit-on s'attendre?

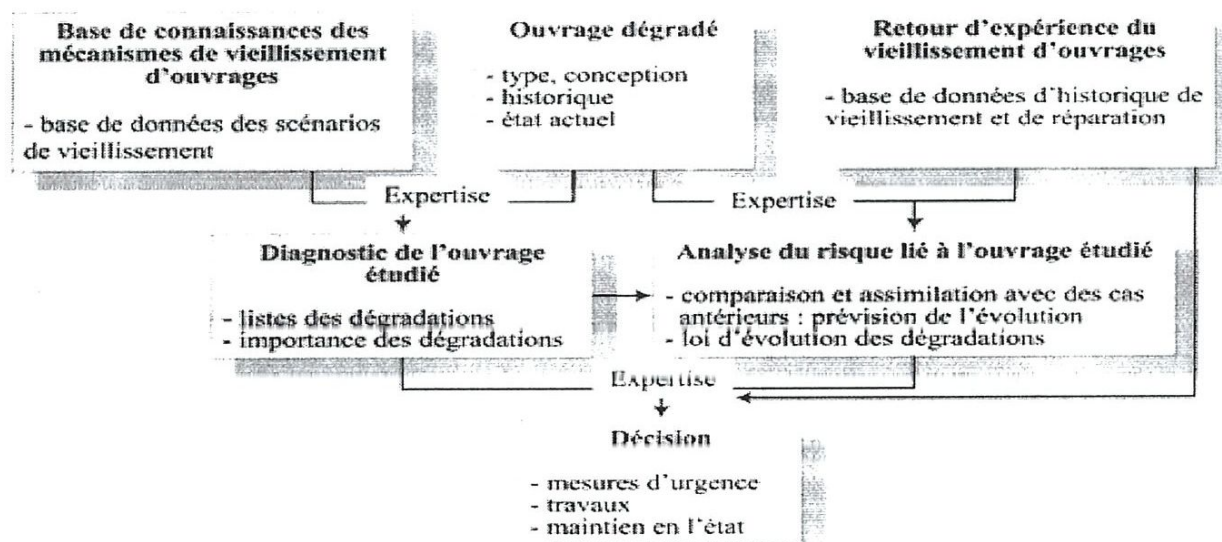


Fig1. -Démarche d'aide à l'expertise basée sur la capitalisation de la connaissance experte et du retour d'expérience. [8]

3-Types de risque en génie civil

Les différents types de risque sont regroupés en 4 grandes familles :

3.1 Les risques naturels :

Avalanche, feu de forêt, inondation, mouvement de terrain, cyclone, tempête, séisme et éruption volcanique. De plus le risque naturel majeur est une menace découlant de phénomènes géologiques ou atmosphériques aléatoires, qui provoquent des dommages importants sur l'homme, les biens, l'environnement.

3.2 Les risques technologiques :

D'origine anthropique, ils regroupent les risques industriel, nucléaire, biologique, rupture de barrage et celles dues aux exploitations minières et souterraines, transport de matières dangereuses... ; ils sont associés à la prévention des pollutions et des risques sanitaires. De plus le risque technologique majeur c'est un risque engendré par l'activité humaine. C'est la menace d'un événement indésirable engendré par la défaillance accidentelle d'un système potentiellement dangereux et dont on craint les conséquences graves, immédiates comme différées, pour l'homme et (ou) son environnement.

3.3 Les risques de la vie quotidienne :(accidents domestiques, accidents de la route ...).

3.4 Les risques liés aux conflits :

Tous les risques peuvent être classés en fonction de leur fréquence d'apparition et de leur gravité. Le risque peut être latent (il n'est pas encore manifeste), apparent (il se manifeste) ou disparu (il ne peut plus se manifester). [8]

4-Définition de fiabilité :

Qu'est ce que la fiabilité d'une construction ?

Dans façon générale, on définit la fiabilité comme la probabilité qu'une installation ou un équipement assurent, sous certaines conditions, le service pour lequel ils ont été conçus pendant une durée spécifiée. Si P_f désigne la probabilité de défaillance, la fiabilité est égale à $r = 1 - P_f$.

La fiabilité envisagée dans le système des Eurocodes désigne, conformément à l'usage international en matière de construction, la fiabilité structurale,

c'est-à-dire l'aptitude d'une structure à satisfaire un certain nombre d'exigences spécifiées. Cette notion recouvre différents aspects qui sont fonction des états limites et des situations de projet auxquelles se rapportent les exigences en question.

La sécurité structurale censée couvrir, quelle que soit la situation de projet considérée, la sécurité des personnes à l'égard des risques d'origine structurale et essentiellement attachée au non dépassement des états limites ;

L'aptitude au service associée aux états limites de service dans le cadre de situations durables et de certaines situations transitoires ;

La tenue aux influences de l'environnement relative à l'intégrité physique-chimique. Concernant principalement les situations durables ;

La robustesse associée à des états limites ultimes et à situations accidentelles prévues ou non prévues.

Aucun de ces aspects, ni a fortiori la fiabilité structurale elle-même, ne peut en l'état actuel des connaissances être quantifié globalement en termes de probabilités. De plus ces aspects ne peuvent être appréciés qu'à travers des vérifications individuelles (états limites individuelles dans des situations de projet individuelles). Il est cependant fondamental de pouvoir préciser quelques bases numériques afin que les codes de calcul ne soient pas que de simples jeux de l'esprit.

Notons qu'il y a lieu de distinguer la fiabilité structurale effective de la fiabilité structurale de projet : la première concerne les structures existantes et fait intervenir la qualité réelle de leur exécution et de leur maintenance ; la seconde, seule considérée dans les Eurocodes, a un caractère conditionnel.

Elle diffère de la précédente par le fait qu'elle ne prend pas en compte, notamment, les risques d'erreur humaine grave ni, en sens inverse, les marges implicites de sécurité négligées dans les calculs. [2]

5-Evaluation des risques en génie civil

5.1 Différente approche des incertitudes

Après avoir ordonné, groupé, classé les mesures ; après avoir réduit l'ensemble des données disponibles à quelques paramètres qui tout en gardant un maximum d'informations, se prêtent mieux au calcul numérique, l'ingénieur doit choisir les valeurs chiffrées qu'il introduira dans le modèle.

Ce choix n'est pas quelconque, il est en effet dicté par la façon de gérer les incertitudes liées, bien sur, aux variables d'état, mais aussi au modèle lui-même.

Trois types d'approches peuvent être utilisés :

- l'approche classique.
- l'approche semi probabiliste.
- l'approche probabiliste.

5.1.1 L'approche classique

Dans ce type d'approche, le choix de la valeur de calcul se porte souvent sur la moyenne d'une variable. Le mode, c'est-à-dire la valeur de la variable de fréquence la plus élevée, est parfois adopté. Dans d'autres cas, suivant des considérations influencées par l'expérience de l'ingénieur, une valeur relativement arbitraire est introduite dans le modèle.

Mais, quelque soit le paramètre d'entrée, il est toujours lié à position de fonction de densité de probabilité de la variable considérée. La disposition de cette dernière ne s'envisage pas à ce stade.

Les résultats des calculs s'expriment en général sous la forme d'un coefficient de sécurité (F_s). C'est à ce niveau seulement que l'on tient compte des incertitudes des variables et du modèle. En effet, la valeur prise par un coefficient de sécurité est à comparer avec une limite particulière. Cette limite, suggérée par des codes de bonne pratique ou imposée par des normes, est obtenue par l'accumulation des expériences. Elle correspond, selon le type de modèle, à une valeur conduisant à un « taux d'échec socialement admissible ».

Il est intéressant de rappeler que l'approche classique, qui reste d'un emploi très courant, est bien adaptée aux problèmes connus, c'est-à-dire aux cas pour lesquels on dispose d'une expérience suffisante. Mais il est délicat, voir dangereux, de vouloir l'appliquer à un cas inédit.

De plus, le coefficient limite admissible doit être choisi en fonction du modèle. La comparaison de coefficient obtenu par des méthodes de calcul différentes est souvent malaisée.

Enfin, il est impossible de connaître la marge de sécurité sur base de la différence de deux coefficients. Ainsi, par exemple, une augmentation de 100 % du coefficient de sécurité ne correspond pas à une amélioration du même ordre de la sécurité.

Un tel modèle déterministe pourrait se représenter schématiquement sous la forme d'une boîte noire, dont le fonctionnement interne ne doit pas

nécessairement être décrit en détail, mais dont la caractéristique fondamentale est de fournir, pour chaque «input », un « output » unique bien *définir**.

Note :* les automaticiens parleront de fonction de transfert pour décrire de passage d'une information, ou d'un signal, ou travers de ce qu'ils appelleront une boîte noire).



5.1.2 Approche semi probabiliste

Cette approche permet d'introduire dans le modèle une valeur numérique qui tient compte de la position et de la disposition de la variable d'état.

On définit dans ce cas les valeurs caractéristiques comme étant celles qui présentent une probabilité, acceptée à priori, de ne pas être atteinte. Pour déterminer ces valeurs on admet souvent que la distribution est normale au sens de Laplace Gauss. Les valeurs caractéristiques X_K sont définies par des relations du type :

$$X_K = X \pm k \sigma_X$$

X : valeur moyenne de la variable aléatoire X

σ_X : écart-type de la variable aléatoire X

K : coefficient pondérateur

Les valeurs de calcul sont alors les valeurs caractéristiques affectées de coefficients de réduction pour les valeurs relatives aux résistances ou de coefficients d'amplification pour celles relatives aux sollicitations. Ces coefficients, présentés dans des normes, tiennent compte de diverses incertitudes, comme la probabilité de dépassement de la valeur caractéristique, la probabilité de modifications défavorables dues à des hypothèses incorrectes ou trop simplistes, etc.

Cette approche tient effectivement compte de l'ensemble des incertitudes, mais elle le fait de manière non explicite, car chacun des facteurs d'insécurité est considéré séparément. Signalons enfin qu'une même variable peut être, dans une même application, affectée d'un coefficient réducteur lorsqu'elle participe à la résistance et d'un coefficient amplificateur lorsqu'elle intervient au niveau de la

sollicitation. Ce fait est illogique au point de vue du concept de la prise en compte des incertitudes et traduit bien le manque d'homogénéité de cette approche.

5.1.3 Approche probabiliste

L'approche classique et l'approche semi probabiliste sont deux méthodes de calcul qui introduisent dans le modèle mathématique des paramètres fixes. Le résultat de l'analyse est présenté sous la forme d'une valeur également fixe et nous avons expliqué brièvement comment chacune de ces méthodes prenait en compte les incertitudes entachant les données et le modèle.

L'approche probabiliste est fondamentalement différente. Elle introduit dans le modèle de comportement, pour chaque variable d'état envisagée, un ensemble de paramètres (input) qui traduisent le caractère aléatoire de celle-ci. Si, pour certaines de ces variables, la dispersion peut être négligée, alors le paramètre d'entrée sera unique.

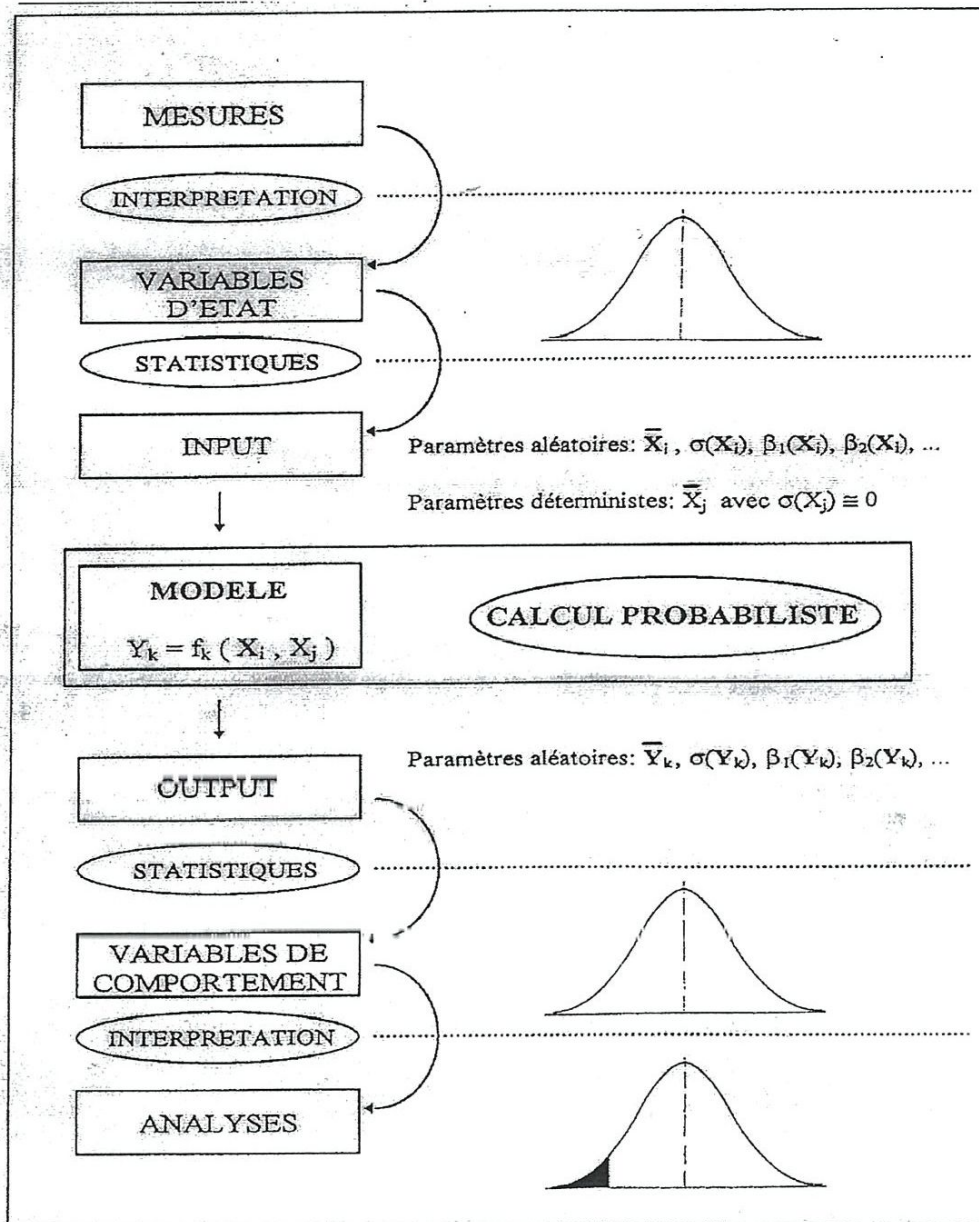
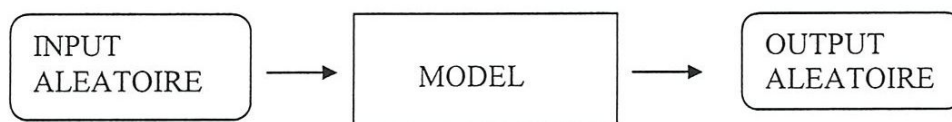


Fig.2 - Approche probabiliste

Le schéma général de calcul par un modèle de type probabiliste a déjà été présenté plus haut, mais sans aucun détail quant à son contenu et quant aux méthodes permettant sa mise en application pratique



Ajoutons que ce type d'approche, au même titre que les deux précédentes, est en lui-même un modèle, c'est-à-dire un outil qui, tout en restant imparfait, tente de représenter au mieux les phénomènes naturels. Cette méthode ne peut pas être, dans l'absolu, qualifiée de meilleure. Elle prend simplement place dans une panoplie d'outils mis à la disposition de l'ingénieur pour l'aider à atteindre son objectif de façon plus cohérente et plus complète, au prix d'une charge de calcul relativement plus importante. Dès lors cette approche sera considérée lorsque les autres auront montré leur inefficacité dans la prévision.

Dans le domaine particulier des infrastructures, les variables géotechniques mesurées présentent souvent une importante imprécision. L'utilisation de l'approche probabiliste trouve dans cette constatation une entière justification.

[3]

Chapitre : II

Approche classique de sécurité

1- Fondations

1.1 Introduction

Le mode de travail d'une fondation et son interaction avec le sol conduit à introduire la notion de profondeur critique que l'on peut définir en première approximation comme le niveau au-dessous duquel, en sol homogène, la résistance sous la base de la fondation n'augmente plus.

Les fondations superficielles ont leur base située au-dessus de cette profondeur critique : ce sont les semelles, radiers, etc. Les fondations profondes ont leur base située au-dessous de cette profondeur critique. Les fondations superficielles travaillent essentiellement grâce à la résistance du sol sous la base. Pour les fondations profondes (pieux, puits, barrettes, etc.), il y a également lieu de considérer la résistance du sol le long du fût, c'est-à-dire le frottement latéral. Entre les deux extrêmes, fondations superficielles et fondations profondes, on trouve les fondations semi-profondes dont la base se trouve au-dessus de la profondeur critique, mais pour lesquelles le frottement latéral ne peut être négligé : il s'agit des puits et pieux courts ou des barrettes de faible profondeur et de la plupart des caissons. Il n'y a pas de méthode de calcul propre à cette catégorie de fondations qui ne constituent que des cas particuliers ; il faudra adapter, suivant les cas, les méthodes retenues pour les fondations superficielles ou pour les fondations profondes.

Lorsque le terrain résistant se trouve à une faible profondeur, et qu'il est facilement accessible [nappe phréatique absente ou rabattue à l'intérieure d'un batardeau par exemple], on établit la fondation directement sur le sol à proximité de la surface. On réalise alors, en générale, un empattement ou élargissement de la base des murs ou des piliers. La plus part des ouvrages construites dans l'antiquité ont été fondés sur des massifs avec empattement. Ce type des fondations appelé : **fondation superficielle**.

Lorsque le sol de la surface n'a pas une résistance suffisante pour supporter l'ouvrage par l'intermédiaire d'une fondation superficielle, **les fondations profondes** sont mises en place. Ce type de fondation (puits, pieux forés ou battus, micro-pieux, barrettes ou parois moulées porteuses....Etc.) permet de supporter les charges, dues à l'ouvrage qu'elle supporte, sur des couches de sol situées à une profondeur variant de quelques mètres à plusieurs dizaines de mètres.

On considère une fondation comme superficielle quand la profondeur D d'encastrement de la fondation par rapport à la surface superficielle du terrain n'excède pas quatre ou cinq fois la largeur B (ou le plus petit côté B) du massif de fondation.

- Largeur d'une semelle : plus petite dimension de la semelle, nous la désignerons par B .
- Longueur d'une semelle : dimension dans le sens perpendiculaire à la largeur : L .
- Encastrement : épaisseur minimale des terres au-dessus du niveau de fondation : D .

$\frac{D}{B} < 4$ Fondations superficielles (semelles filantes ou isolées, radiers).

(Voir Figure. 3)

- Semelle continue ou filante : une semelle est dite continue lorsque l'une de ses dimensions est grande par rapport à l'autre; en pratique, $(L/B) > 5$.

Bien entendu, les limites relatives à D/B et L/B sont arbitraires et ne doivent être considérées qu'à titre indicatif.

- Semelle isolée : le rapport L/D est inférieur

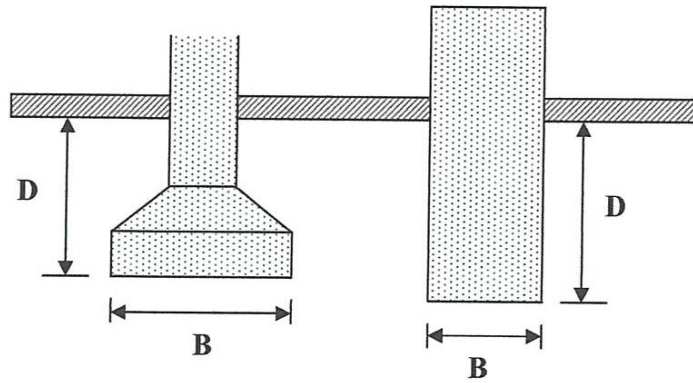


Fig. 3- Fondation superficielle $D/B < 4$.

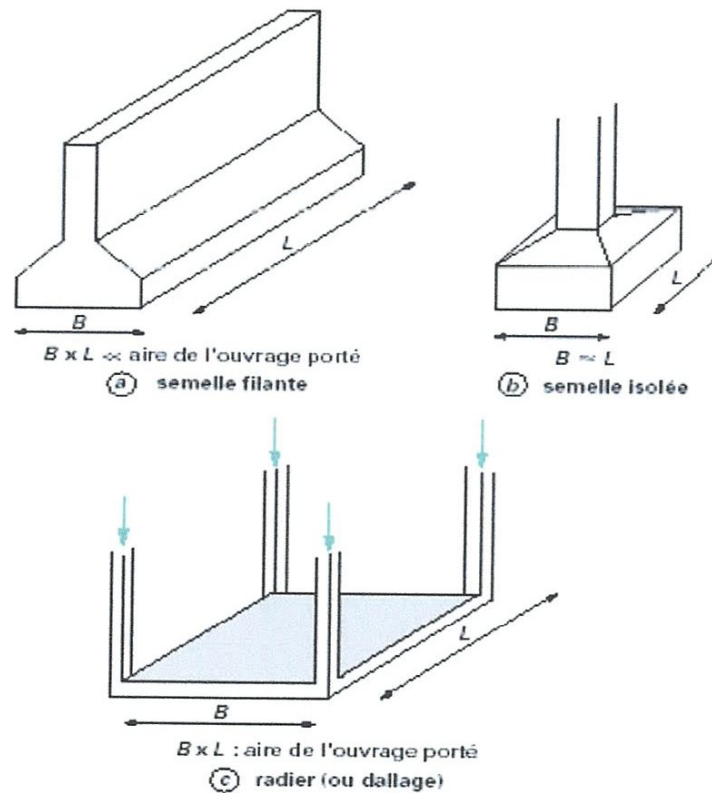


Fig. 4- Types de fondations superficielles.

On distinguera :

- Les semelles circulaires $B = 2R$
- Les semelles carrées $L = B$
- Les semelles rectangulaires $B < L < 5B$

$4 \leq \frac{D}{B} < 10$ Fondations semi-profondes (puits).

$\frac{D}{B} \geq 10$ Fondations profondes (pieux).

1.2 Capacité portante des fondations superficielles

La fondation superficielle est, par définition, une fondation qui repose sur le sol ou qui n'y est que faiblement encastree. Les charges qu'elle transmet ne sollicitent que les couches superficielles et peu profondes.

L'analyse de la stabilité des fondations superficielles vis-à-vis du poinçonnement constitue un outil très prépondérant dans leur dimensionnement. L'objectif de ce travail est d'étudier ce problème.

La fondation doit, assurer l'équilibre entre la pression engendrée par la sollicitation (descente de charge de la construction) et la résistance du sol (contrainte admissible).

D'une manière générale, la fondation doit satisfaire à l'inégalité suivante :

$$Q_{adm} \geq Q_{réel} \quad (1)$$

Avec :

- $Q_{réel}$: La charge réelle appliquée à la fondation.
- Q_{adm} : La charge admissible.

Un certain nombre de règles de l'art doivent être respectés lorsque l'on construit une fondation superficielle, mais, contrairement aux autres fondations (pieux, caissons, etc.), la méthode précise de construction ou d'installation n'est pas un paramètre qui influe sur sa portance ou son tassement. Le seul paramètre qui influe sur les contraintes d'interaction avec le sol est sa rigidité et, notamment pour le calcul du tassement. On doit distinguer entre fondation souple et fondation rigide.

Deux types de méthodes de calcul de la capacité portante sont développés dans ce qui suit : les méthodes à partir des résultats des essais de laboratoire, c'est-à-dire à partir de la cohésion et de l'angle de frottement interne (méthodes classiques, dites méthodes "C-φ") et les méthodes à partir des résultats des essais in situ, c'est-à-dire à partir de la pression limite P_l du pressiomètre Ménard ou à partir de la résistance de pointe q_c du pénétromètre statique CPT.

Il existe bien d'autres méthodes de calcul à partir des résultats d'essais in situ. Citons la méthode à partir des résultats d'essais de pénétration au carottier (Standard Pénétration Test **SPT**).

La méthode à partir de **SPT** comme celles à partir du pressiomètre Ménard ou du CPT sont des méthodes directes (c'est-à-dire celles qui relient directement, par corrélation, la portance de la fondation aux résultats de l'essai en place). Il existe également des méthodes indirectes qui proposent d'abord de déterminer les paramètres de résistance du sol à partir des résultats de l'essai, puis, ensuite, d'appliquer la méthode "C-φ". C'est le cas, par exemple, des méthodes basées sur les résultats d'essai au dilatomètre plat Marchetti DMT.

1.2.1 Contrainte admissible

La contrainte admissible est généralement obtenue par la formule suivante :

$$Q_{adm} = \frac{q_L}{F_s} \quad (2)$$

❖ Selon le (DTU13.12)

L'expression de la contrainte admissible D'après le DTU 13.12 est :

$$Q_{adm} = \gamma \cdot D + \frac{q_L}{F_s} \quad (3)$$

avec

F_s : coefficient de sécurité global pris généralement égal à 2.

En France d'après le DTU, on prend soit $F_s=2$ ou $F_s = 3$.

$$q_L = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot B \cdot N_\gamma + D \cdot \gamma \cdot (N_q - 1) + c \cdot N_c \quad (4)$$

L'équation (3) est appelée l'équation générale de la capacité portante d'une fondation superficielle.

Les trois coefficients N_γ , N_q et N_c ne dépendent que de l'angle de frottement interne ϕ . On les appelle : **Les facteurs de capacité portante**.

La théorie de la capacité portante soulève un certain nombre de critiques et les auteurs sont loin d'être tous d'accord sur les valeurs à adopter pour les facteurs de capacité portante eux-mêmes.

En règle générale, on peut prendre pour contrainte admissible le tiers de la capacité portante Q_{adm} . Mais il est plus satisfaisant d'introduire la capacité portante nette $Q_{adm} - \gamma D$ qui correspond à l'accroissement de la charge appliquée au massif dans le plan de la fondation ; toutes les fois que l'encastrement D a été réalisé à la suite d'un terrassement, le coefficient de sécurité ne doit s'appliquer qu'à cette capacité portante nette.

En désignant par F_s le coefficient de sécurité, l'expression ci-dessous donne la contrainte admissible pour une semelle filante (ou continue) recevant des charges verticales centrées. (**Milieu à frottement**).

1.2.2 Etude des facteurs de portance

Facteur N_γ

Le facteur N_γ , qui commande le terme $\gamma \cdot \frac{B}{2} \cdot N_\gamma$, appelé « **terme de surface** », car il correspond à l'influence du poids propre de la masse mise en mouvement. S'il y a asymétrie de translation, cette masse augmente avec la puissance 2 de la dimension B de la semelle tandis que la longueur de la ligne de glissement augmente linéairement avec cette dimension. Le terme de surface est donc proportionnel à B .

En France **Selon le (DTU13.12)**, le calcul des fondations superficielles est réglementé par le Document Technique Unifié (DTU) n° 13.12.

L'expression littérale de N_γ donnée par :

$$N_\gamma = 1.85(Nq - 1)tg\varphi \quad (5)$$

Facteur N_q

Le facteur N_q commande le terme $(\gamma \cdot D \cdot N_q)$, appelé « **terme de profondeur** » parce qu'il correspond à l'effet sur la résistance de la surcharge $(\gamma \cdot D)$ exercée par le sol à la profondeur D à côté de la fondation. Sa détermination mathématique est simple, elle met en jeu un équilibre de Prandtl.

$$N_q = \text{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) e^{\pi \text{tg} \varphi} \quad (6)$$

Cette formule est quelque fois appelée formule de **Prandtl-Caquot**, car ces deux auteurs l'on publiée, indépendamment l'un de l'autre vers 1920 .Le Tableau 1 donne les valeurs de cette fonction.

On constat que pour $\varphi = 0$, $N_q = 1$ et que N_q croit très rapidement en suit dès que φ dépasse 30° .

Presque tous les auteurs et l'Eurocode 7 ainsi que le DTU 13.12 admettent la valeur originale de Prandtl pour N_q .

Il faut signaler que les essais pour mesurer les valeurs de N_q sont également fort délicats et les conclusions de certains expérimentateurs sont fort controversées. L'expérience montre cependant indiscutablement que la formule de Prandtl – Caquot est approchée par défaut pour les fondations à faible profondeur en milieu serré. Ceci est d'autant plus sensible que les dimensions de la fondation sont plus faibles. C'est Kérisel qui a mis en évidence, pour la première fois en 1961, cet effet d'échelle très net. Ce phénomène présente surtout de l'importance pour les fondations profondes et l'interprétation des diagrammes de pénétrations

Par ailleurs, Treng a montré, en 1966, que les résultats obtenus par de nombreux expérimentateurs ont pu être faussés par la flexibilité des parois des cuves contenant le sable utilisé pour les essais de poinçonnement des semelles. Il a prouvé, en effet, qu'en employant pour les cuves d'essais, des parois soit très souples, soit relativement rigides, soit extrêmement rigides (donc absolument indéformables), les résultats obtenus pour N_q étaient très variables, ceci explique sans doute les discussions passionnées qui ont pu surgir entre certains expérimentateurs de bonne foi, à propos d'écart apparemment inexplicables .

Facteur N_c

Le terme $(c.N_c)$ est appelé “ **terme de cohésion** ” et il correspond à la contribution de la cohésion à la résistance au cisaillement.

$$N_c = \cot \varphi (N_q - 1) \quad (7)$$

1.2.3 Influence de l'inclinaison de la charge

Selon Meyerhof, l'inclinaison de la charge diminue fortement la capacité portante des fondations. Meyerhof a également résolu le problème de manière approchée en introduisant dans les trois termes de l'expression de la pression de rupture des coefficients correcteurs d'inclinaison i_q , i_c et i_γ qui tiennent compte du rapport B/L .

Meyerhof a mis en évidence que, si pour une fondation superficielle le mode de rupture est relativement bien représenté par le mécanisme de Prandtl, lorsque la fondation est enterrée, la surface de rupture remonte toujours jusqu'à la surface tout en se resserrant vers l'axe de la fondation, et ceci jusqu'au moment où la surface de rupture se referme complètement sur le fût de la fondation (Figure. 5).

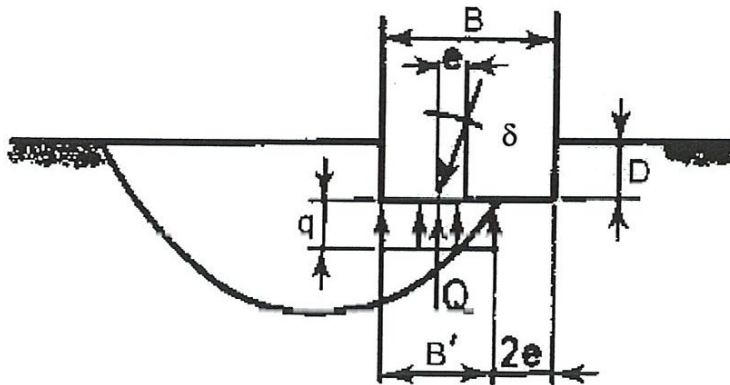


Fig.5- Inclinaison et excentrement d'une charge .

Soit une fondation de largeur B et de longueur L à la profondeur D , soumise à une charge inclinée par rapport à la verticale.

Selon Meyerhof, la pression limite s'exprime par l'expression suivante :

$$q_L = \frac{1}{2} \gamma B i_\gamma N_\gamma(\varphi) + \gamma D i_q N_q(\varphi) + c i_c N_c(\varphi) \quad (8)$$

N_q, N_c les facteurs originaux de Prandtl.

$$N_\gamma = (N_q - 1) \operatorname{tg}(1,4\varphi) \quad \text{D'origine expérimentale.}$$

i_q, i_c, i_γ : Les facteurs d'inclinaison dépendant de l'inclinaison δ et φ .

Dans le cas d'une inclinaison créée par une charge horizontale parallèle à **B**, d'angle δ par rapport à la verticale, le DTU 13.12 [3] propose les relations suivantes dues à Meyerhof :

$$i_q = i_c = \left(1 - \frac{2\delta}{\pi}\right)^2$$

$$i_\gamma = \left(1 - \frac{\delta}{\varphi}\right)^2$$

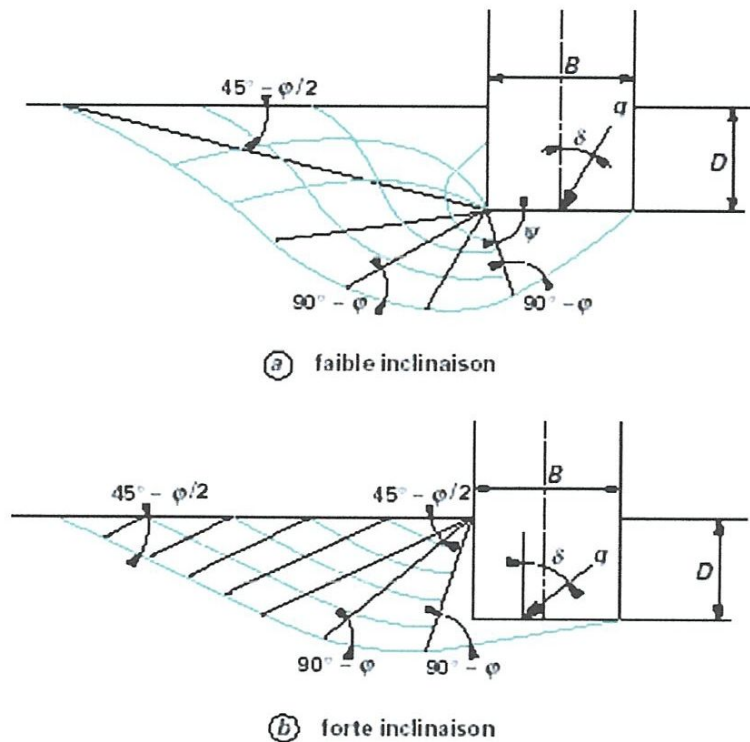


Fig. 6- Solutions de Meyerhof pour une semelle filante sous charge inclinée .

1.2.4 Influence de l'excentrement de la charge

1.2.4.1 L'excentrement selon une seule dimension – longitudinale

Dans le cas d'une charge d'excentrement e parallèle à **B**, d'une semelle filante supportant une charge verticale excentrée suivant **B** (Fig. 6.1), Meyerhof a proposé d'attribuer à cette semelle **une largeur fictive**, centrée sur la charge :

$$B' = B - 2e.$$

(C'est la surface hachurée AA'' de la **Figure. 6.2**), et de négliger la partie de la fondation qui en est le plus éloignée (zone A'A'').

La charge portante Q_L par unité de longueur de la semelle égale à :

$$Q_L = B' q_L = B' \left(\gamma \frac{B'}{2} N_\gamma + \gamma D N_q + c N_c \right)$$

Donc on a :

$$\begin{aligned} &= (B - 2e) \left[(B - 2e) \frac{\gamma}{2} N_\gamma + \gamma D N_q + c N_c \right] \\ &= (B - 2e)^2 \frac{\gamma}{2} N_\gamma + (B - 2e) \gamma D N_q + (B - 2e) c N_c \end{aligned}$$

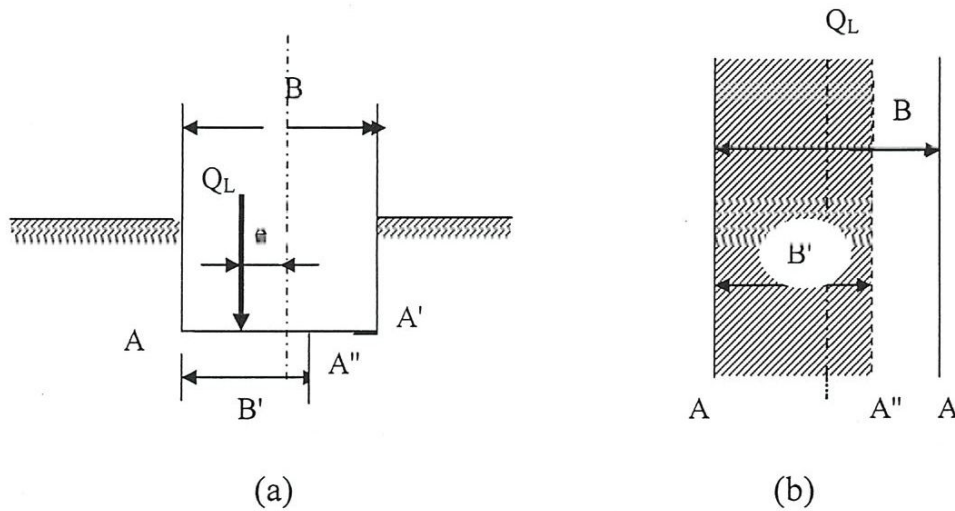


Fig. 6.1 -Charge excentrée .

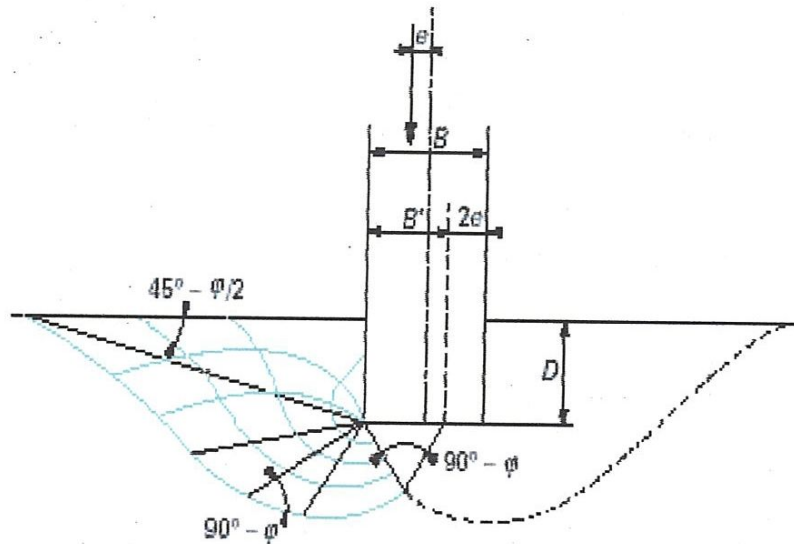


Fig. 6.2- Solutions de Meyerhof pour une semelle filante sous charge excentrée .

1.2.4.2 La charge doublement excentrée

Lorsqu'on est en présence d'une semelle isolée et que la charge est doublement excentrée (aussi bien dans le sens longitudinal que dans le sens transversal), on opérera de même, en remplaçant B et L par :

$$B' = B - 2e_1$$

Et $L' = L - 2e_2$

La capacité portante totale Q_L est alors obtenue par :

$$Q_L = q_L \cdot B' \cdot L' \quad \text{pour une fondation rectangulaire ou carrée.}$$

$$Q_L = q_L \cdot \pi \cdot B' \cdot B' / 4 \quad \text{pour une fondation circulaire.}$$

1.2.5 Influence de la forme de la fondation

La relation de la capacité portante (Equation 4) est donnée pour le cas d'une semelle filante (D'après le DTU 13.12). Dans la réalité il n'est pas possible d'assimiler toutes les semelles ou tous les radiers à des semelles filantes.

Le calcul des semelles isolées et des radiers est un problème complexe à trois dimensions que l'on ne sait pas traiter à l'heure actuelle de manière théorique satisfaisante (sauf, toutefois, en ce qui concerne les semelles circulaires, en raison de la symétrie de révolution qu'elles présentent). Faute de mieux, on utilise la formule donnant la capacité portante de la semelle filante, en affectant chacun des trois facteurs de capacité portante des coefficients correcteurs choisis de manière empirique, au vu des résultats d'essais de laboratoire et des constatations faites sur la capacité portante de semelles réelles.

Terzaghi, le premier, avait proposé, initialement, les relations suivantes, dans le cas d'une semelle circulaire de diamètre B et d'une semelle carrée de côté B. Le DTU 13.12 retient les mêmes valeurs. Les valeurs sont données dans le **Tableau. 1. [3]**

<i>Fondations</i>	<i>Rectangulaire ou carrées</i>		<i>Circulaires</i>	<i>Filantes</i>
<i>Facteurs</i>	<i>(B/L=1)</i>			
<i>De forme</i>				
S_γ	$1 - 0.2B/L$	0.8	0.6	1
S_c	$1 + 0.2B/L$	1.2	1.3	1
S_q	1	1	1	1

Tableau. 1- Facteurs de forme Valeurs de Terzaghi .

2-Murs de soutènement

2.1 Introduction

On rencontre en génie civil de nombreux ouvrages créant une discontinuité dans le profil du terrain naturel et retenant des massifs de terre derrière leur parement amont. Ces ouvrages sont appelés **Ouvrages de soutènement**. Ils sont la plupart du temps destinés à réduire les longueurs de pentes de talus (remblais et déblais de routes et de voies ferrées) ou à retenir le terrain en bordure de plans d'eau.

Il en existe une grande variété se caractérisant par des fonctionnements différents et conduisant à des études de stabilité interne spécifiques.

Tous ces ouvrages ont en commun la force de poussée exercée par le massif de sol retenu. Par contre, c'est principalement la manière dont est reprise cette force de poussée qui différencie les différents types d'ouvrages.

Un ouvrage de soutènement peut retenir soit des terres en remblai, c'est-à-dire rapportées, soit le terrain en place. On dit, dans ce dernier cas, qu'il s'agit d'un ouvrage de soutènement en déblai.

L'effort de poussée exercé par le massif de terre retenu peut être repris de diverses manières. Trois modes principaux peuvent être distingués :

- La poussée est reprise par le poids de l'ouvrage de soutènement.
 - La poussée est reprise par encastrement de l'ouvrage de soutènement.
 - La poussée est reprise par des ancrages.
-
- ❖ Le type d'ouvrage le plus classique et le plus ancien est le mur poids en béton ou en maçonnerie. Ce sont des ouvrages rigides qui ne peuvent supporter sans dommages des tassements différentiels supérieurs à quelque pour-mille.
 - ❖ Les **murs en Terre Armée**, dans lesquels le sol est renforcé par des inclusions souples résistant à la traction, sont des ouvrages souples qui supportent les tassements différentiels du sol de fondation.
 - ❖ Les ouvrages cellulaires sont très variés et le type le plus ancien est le mur caisson en éléments préfabriqués. Dans les travaux maritimes, par exemple, on utilise pour la construction des quais de grands batardeaux

cellulaires en palplanches métalliques ou de grands caissons en béton armé.

Dans un ouvrage cellulaire, la cellule est remplie de sol et l'ensemble forme un ouvrage qui peut être, dans certains cas, très souple. [3]

2.2 Murs de soutènement classiques

Un mur de soutènement est constitué de deux parties essentielles (**Fig.7**) : un fût, paroi résistante destinée à retenir les terres situées en arrière, et une semelle de fondation, dans laquelle s'encastre le fût, qui assure la stabilité de l'ouvrage. On classe les murs de soutènement en deux grandes catégories.

- ❖ **Les murs gravitaires ou murs poids** : ouvrages résistant par leur poids propre à la majeure partie de la poussée des terres. Ces murs sont massifs et réalisés en béton non armé ou en maçonnerie épaisse de pierres ou de briques. Leur parement arrière peut présenter éventuellement des redans.

- ❖ **Les murs voiles, appelés aussi quelquefois murs-chaises ou murs cantilever** :

Ce sont des ouvrages utilisant comme élément de stabilisation, le poids des terres soutenues par l'intermédiaire de leur semelle de fondation. De tels murs sont réalisés en voiles minces de béton armé (d'où leur nom) et peuvent avoir des formes plus ou moins compliquées. Les semelles de tels murs comportent un patin ou bec et un talon avec parfois une bêche à l'arrière. Leur fût comporte parfois une chaise de lestage. On rencontre également des murs voiles à contreforts avec radier de lestage.

Dans tous les cas (murs gravitaires ou murs voiles), le fût doit présenter des barbicanes, orifices percés dans le fût et permettant l'écoulement des eaux d'infiltration, d'un diamètre suffisant (15cm) pour éviter leur obstruction.

La pente du parement d'un mur est appelée : fruit.

Cette nomenclature est résumée sur la **Figure7**.

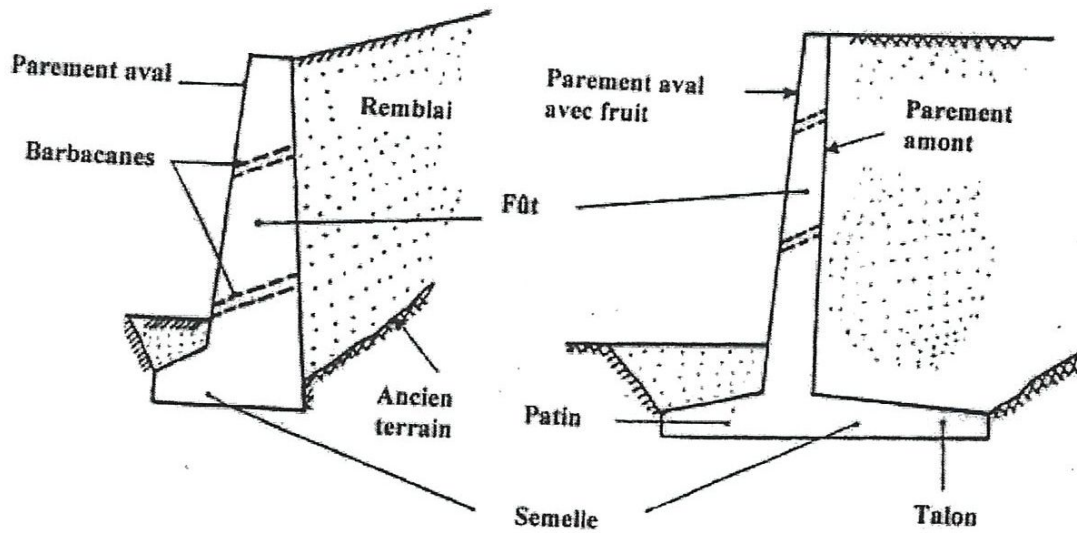


Fig. 7- Nomenclature des termes usuels.

La **Figure 8** montre les efforts s'appliquant sur les murs. En général, on considère la poussée sur un écran fictif vertical passant par le talon AB de la semelle. Le poids W_2 du massif de terre BB'CG agit alors sur la semelle.

Dans ce cas, la poussée Q_a sur BG doit être prise avec $\delta = 0$ car l'écran BG est fictif et il n'y a pas de déplacement différentiel entre la partie à gauche et celle à droite

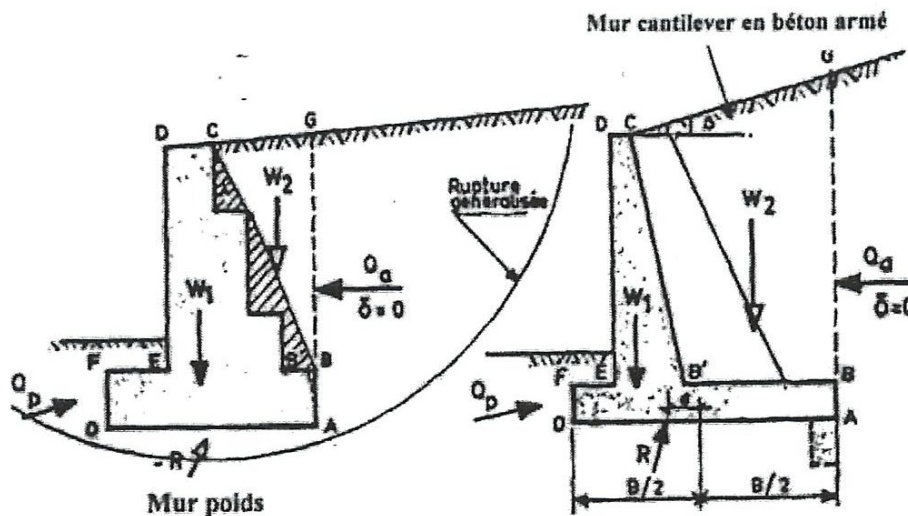


Fig.8- Géométrie pour les murs de soutènements (Mur poids, Mur cantilever).

Dans le cas de mur à redans on peut également considérer l'écran incliné BC. Le poids des terres n'intervient plus que dans la zone hachurée.

- ✓ Lorsque la semelle est superficielle, il est prudent de négliger la butée Q.
- ✓ R est la résultante des efforts qui s'appliquent sur la semelle.

2.2.1 Définition du Coefficient de sécurité

Le calcul des murs de soutènement doit obligatoirement comporter des coefficients de sécurité. En effet, un des éléments les plus importants, la poussée des terres, n'est connu qu'avec une certaine approximation. Les surcharges réelles peuvent être différentes des surcharges de calcul, la résistance mécanique du terrain en place n'est pas forcément des simplifications et des inexactitudes. Pour ces diverses raisons, l'intensité réelle de la poussée des terres diffère dans une certaine mesure de l'intensité calculée et l'introduction dans les calculs d'une marge de sécurité est indispensable. Il serait pour le moins imprudent de projeter un ouvrage qui travaille normalement à la limite de la stabilité.

Ce qui est vrai pour la stabilité du mur l'est aussi pour sa résistance mécanique. Une nouvelle cause d'erreur intervient avec l'appréciation de cette résistance, le coefficient de sécurité utilisé à ce stade du calcul doit tenir compte à la fois des incertitudes sur le matériau constitutif de l'ouvrage et sur l'intensité de la poussée. Il semble que les coefficients utilisés en résistance des matériaux donnent ici aussi satisfaction.

Afin de simplifier le problème mécanique et de tenir compte de l'ensemble des incertitudes, la démarche déterministe-dite de niveau un- prend en compte une valeur unique enveloppe pour caractériser chacune des variables aléatoires utilisées dans le calcul de conception. Cette valeur enveloppe est déterminée à l'aide de coefficient de sécurité, ou marges, qui sont destinés à couvrir le caractère aléatoire des variables considérées (variables et incertitudes).

C'est ainsi que dans les codes de conception, le chargement de calcul est défini par la contrainte maximale S_S , susceptible d'affecter la structure que l'on compare aux caractéristiques de résistance minimale des matériaux, (S_R), chaque de ces valeurs étant pondérée par un facteur de sécurité F_R , tel que :

$$F_R = \frac{S_R}{S_S} \quad (9)$$

La valeur du facteur de sécurité F_S est une variable aléatoire qui dépend de l'expérience des experts, des observations et tests expérimentaux disponibles et d'aspects économiques. Elle est généralement comprise entre 1,3 et 3.

Le chargement maximal admissible S_S doit englober l'ensemble des contraintes de conception et d'exploitation

$$\sum S_i \leq S_S = \frac{S_R}{F_S} \quad (10)$$

La fiabilité de la structure s'exprime par la relation

$$\frac{\left(\frac{S_R}{F_S}\right)}{\sum S_i} \geq 1 \quad (11)$$

S_R et S_S définissant les valeurs caractéristique du problème.

En intégrant sur l'ensemble des contraintes, la règle de conception d'une structure consiste à vérifier (l'équation 9) :

$$\frac{S_R}{F_S} \geq S_S \quad (12)$$

$$F_S = \frac{S_R}{S_S} \quad (13)$$

2-2-2 Sécurité au renversement

Il faut comparer les moments par rapport à 0 des forces qui stabilisent le mur à celles qui ont tendance à le renverser. Le coefficient de sécurité s'écrit :

$$F_s = \text{Moment stabilisant / Moment renversant} = \frac{\sum M_s / 0}{\sum M_r / 0}$$

$$F_s = \frac{\sum M^t / 0 \text{ de } W_1 \text{ et } W_2}{\sum M^t / 0 \text{ de } Q_a \text{ (+ éventuellement } \sum M^t / 0 P_w)} \quad (14)$$

Avec : P_w = résultante de la poussée hydrostatique.

Le coefficient de sécurité minimum est de 1,5.

2-2-3 Sécurité vis-à-vis au glissement

La résistance au cisaillement mobilisable le long de OA s'écrit :

$$S = a \cdot \overline{OA} + (W_1 + W_2) \operatorname{tg} \delta \quad (15)$$

δ étant l'angle de frottement entre la semelle et le sol

Et « a » l'adhérence entre la semelle et le sol. Avec $|a| \leq c$

Horizontales qui peuvent s'opposer au glissement aux forces horizontales qui tendent à le provoquer

$$F_s = \frac{Q_p + a \cdot \overline{OA} + (W_1 + W_2) \operatorname{tg} \delta}{Q_a + P_W}$$

Q_p est la composante horizontale de la butée que l'on néglige pour les semelles superficielles, à moins qu'elles soient munies d'une bêche.

On doit avoir :

$$F_s > 1,5 \text{ si } Q_p \text{ est négligé,}$$

$$F_s > 2 \text{ s'il est tenu compte de } Q_p$$

2.2.4 Sécurité au poinçonnement

La sécurité vis-à-vis d'une rupture du sol de fondation est obtenue par l'adoption d'un coefficient de sécurité égal à 2 sur la capacité portante du sol de fondation relative à une charge excentrée et inclinée.

L'étude de la capacité portante repose soit sur des essais de laboratoire, soit des essais en place.

Pour tenir compte de l'excentrement de la charge, on peut utiliser fréquemment **la formule de Meyerhof** qui consiste à calculer la force portante sur la largeur réduite ($B = \hat{B} - 2e$) de la semelle.

$$\text{Pour qu'une fondation soit en équilibre : } Q_{adm} \geq Q_{réel}$$

Avec :

- $Q_{réel}$: La charge réelle appliquée à la fondation.

- Q_{adm} : La charge admissible.

$$Q_{adm} = \left[\gamma \cdot D + \frac{\frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot B \cdot N_\gamma + D \cdot \gamma \cdot (N_q - 1) \cdot c \cdot N_c}{2} \right] \cdot S \quad (16)$$

Où γ est le poids volumique du sol.

Les coefficients N_q , N_c et N_γ dépendent de l'angle de frottement interne ϕ et de l'inclinaison de la charge.

3- Stabilité des pentes

Les problèmes de stabilité de pentes se rencontrent fréquemment dans la construction des routes, des canaux, des digues et des barrages. En outre, certaines pentes naturelles sont ou peuvent devenir instables.

Lorsque les talus ou les pentes ont des grandes hauteurs, l'instabilité constitue un risque élevé.

Une rupture peut dans ce cas être catastrophique et provoquer des pertes humaines ainsi que des dégâts matériels considérables.

Le problème de la stabilité des pentes est un thème classique en mécanique des sols qui fait essentiellement l'objet de développement dans l'hypothèse de la saturation des pentes, alors même que l'on sait que l'influence de la non-saturation peut souvent y être décisive même dans les pays tempérés. Les méthodes les plus courantes, bien établies par le retour d'expérience, sont basées sur la définition de surfaces de rupture le long desquelles on suppose que les propriétés de résistance maximales au cisaillement du sol sont mobilisées : il s'agit des approches cinématiques, en analyse limite ou en calcul à la rupture. Il est bien connu maintenant que les facteurs influençant la stabilité des pentes sont principalement les suivants :

- ✓ **Type de sol** : un sol présentant une résistance au cisaillement importante (définie par son angle de frottement interne ϕ et sa cohésion effective c) permet une plus grande stabilité, si l'on considère une pente de géométrie donnée.

- ✓ **Conditions climatiques** : fonction notamment de l'humidité relative atmosphérique (qui conditionne le taux d'évaporation), ainsi que de l'intensité et de la durée des précipitations ; une précipitation violente et soutenue est favorable au glissement.
- ✓ Propriétés hydrauliques du sol : un sol peu perméable permettra une plus grande stabilité qu'un sol plus perméable.
- ✓ Etat de la surface du sol : une surface rendue peu perméable par la végétation, la sur consolidation, etc., réduit le taux d'infiltration e diminue le risque d'instabilité. Suzuki et Matsuo ont montré que le fait de recouvrir des pentes de béton projeté faisait baisser de 80 % à 5 % la probabilité d'instabilité, après une précipitation d'une durée de 10 h.
- ✓ Niveau de la nappe phréatique : une remontée de la nappe est défavorable à la stabilité.

On présentera dans ce qui suit les différentes approches développées récemment, en se concentrant sur le principe de chaque catégorie de méthodes, sans rentrer dans les détails numériques.

3.1 Méthodes classiques d'étude de la stabilité des pentes

On se limite ici à des méthodes des tranches classiques représentatives, sans tenter d'en faire une description exhaustive.

3.1.1 Méthode de Fellenius

On suppose dans cette méthodes la surface de rupture est circulaire, et que les interactions entre tranches (efforts normal et tangentiel) sont nulles. Le bilan des efforts pour une tranche **i** est présenté sur la **Figure 9**.

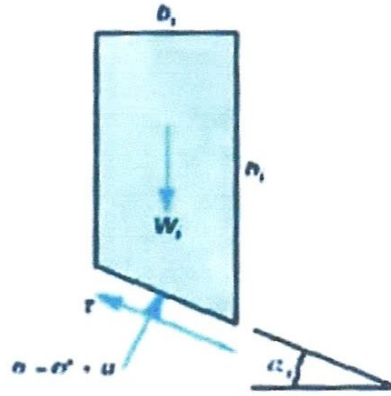


Fig.9 -Méthode de Fellenius : bilan des efforts pour une tranche i

Poids de la tranche i : $W_i = \gamma_i \cdot h_i \cdot b_i$

Contrainte normale sur le plan de rupture : $\sigma = \gamma_i \cdot h_i \cdot b_i \cos^2(\alpha_i)$

Contrainte tangentielle : $\tau = \gamma_i \cdot h_i \cdot b_i \cos(\alpha_i) \sin(\alpha_i)$

Avec :

b_i largeur de la tranche i

h_i hauteur de la tranche i

α_i inclinaison du plan de rupture au niveau de la tranche i

Le critère de rupture **Mohr-Coulomb** en contraintes effectives s'écrit :

$$\tau = \hat{c} + \hat{\sigma} \tan \hat{\phi}$$

En écrivant le moment résistant M_r et le moment moteur M_m par rapport au centre du cercle de rupture, on obtient le facteur de sécurité global :

$$F_s = \frac{M_r}{M_m} = \frac{\sum_{i=1}^n \left(W_i \cdot \cos \alpha_i - \frac{u_i h_i}{\cos \alpha_i} \right) \cdot \tan \varphi'_i + \frac{c_i \cdot b_i}{\cos \alpha_i}}{\sum_{i=1}^n W_i \cdot \sin \varphi'_i} \quad (17)$$

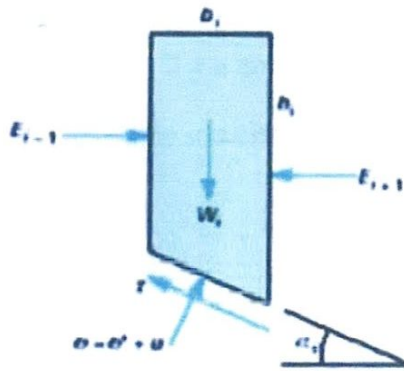
Avec :

W_i : Le poids de la tranche i,

u_i : La pression interstitielle au niveau de la tranche i ,
 c'_i : La cohésion effective de la tranche i ,
 ϕ_i : L'angle de frottement de la tranche i .

3.1.2 Méthode de bishop simplifiée

Contrairement à la méthode de Fellenius, la méthode de bishop ne néglige pas complètement les interactions entre les tranches de sol et tient compte de l'effort normal horizontal E . Le bilan des efforts pour une tranche i est présenté sur la Figure 10.



E_{i-1} : effort exercé par la tranche $i-1$

E_{i+1} : effort exercé par la tranche $i+1$

Fig.10 - Méthode de bishop : bilan des efforts pour une tranche i .

On définit aussi un facteur de sécurité global F avec le critère de rupture de **Mohr-Coulomb** pour un plan de rupture circulaire :

$$\tau = \frac{\tau_{max}}{F} = \frac{(\sigma - \mu) \tan \phi + c'}{F} \quad (18)$$

En écrivant l'équilibre des efforts dans le sens vertical, ainsi que l'équilibre des moments (résistant ou moteur) par rapport au centre du cercle de rupture, on obtient finalement :

$$F_s = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{(W_i - u_i \cdot b_i) \cdot \tan \varphi'_i + c_i \cdot b_i}{\cos \alpha_i + \sin \alpha_i \frac{\tan \varphi_i}{F}}}{\sum_{i=1}^n W_i \cdot \sin \alpha_i} \quad (19)$$

On remarque que, comme le terme F se trouve des deux cotés de l'égalité, cette équation est implicite. En pratique, pour déterminer la valeur de F , on opère par itérations successives, en prenant une valeur initiale de F égale à la valeur obtenue par la méthode de Fellenius, jusqu'à la précision voulue.

Il existe d'autres méthodes qui consistent à introduire une équation supplémentaire, afin que le problème en équilibre statique soit défini. Parmi ces méthodes, on peut citer la méthode de Morgenstern et Price avec une fonction de répartition des forces internes, la méthode des perturbations avec une fonction de répartition de la contrainte normale le long de surface de rupture.

3-2 Choix des coefficients de sécurité

Il faut tout d'abord noter que la notion de coefficient de sécurité est mal définie, car si la ligne de glissement potentielle reste à l'état d'équilibre élastique, il est difficile de préciser les contraintes qui y règnent et donc les efforts de cisaillement réellement mobilisables puisque ces efforts dépendent, dans les sols à angle de frottement interne, de la composante normale des contraintes.

IL vaut mieux attacher au coefficient de sécurité une valeur probabilistique.

L'expérience a montré, qu'à condition bien sur qu'il n'y ait pas d'erreur grossière sur les hypothèses de calcul.

- ✚ Les talus étaient toujours stables si $F_s > 1,5$.
- ✚ Le glissement était pratiquement inévitable si $F_s < 1$.

Entre ces deux valeurs s'étend un domaine où il y a un risque de rupture, risque d'autant plus grand que F_s diminue.

On adopte donc généralement un coefficient de sécurité minimum de 1,5 ou 1,4.

[3]

Chapitre : III

Approche probabiliste de sécurité

1- Introduction

Depuis le début du 20^e siècle, les analyses mécaniques de dimensionnement des structures sont fondées sur une démarche réglementaire et codifiée essentiellement déterministe. Les chargements appliqués à ces structures et leur résistance mécanique intrinsèque étant considérés comme des paramètres incertains, des facteurs de sécurité ont été introduits dans les calculs afin de conserver des marges suffisamment importantes pour respecter leur intégrité.

C'est ainsi que, dans cette démarche, une valeur enveloppe maximale est attribuée aux différents chargements postulés et est comparée à la plus faible valeur potentielle de la résistance mécanique des matériaux considérés. Ces valeurs extrêmes, appelées valeurs caractéristiques, sont, par ailleurs, estimées par le jugement de l'ingénieur. On applique ensuite à ces valeurs un coefficient de sécurité afin d'anticiper un fonctionnement futur très peu probable et afin de se protéger contre la méconnaissance des propriétés réelles des matériaux, les simplifications adoptées dans le modèle de dégradation mécanique et les limitations des méthodes de calcul numériques. [1]

2- Notion sur la probabilité

2.1 Les incertitudes et les coefficients partiels

Comme indiqué dans [20], il est d'usage courant de considérer trois principales sources d'incertitude :

- Sur la valeur des paramètres du calcul (variabilité des actions, des propriétés des matériaux, caractère limité des sondages, des essais, mode d'acquisition des données, etc.).
- Sur les modèles de calcul (différence entre les prévisions d'un modèle théorique et la réalité d'un comportement, etc.).
- D'origine humaine (erreurs de conception, exécution incorrecte des travaux, certaines actions accidentelles, exploitation des équipements, etc.).

2.2 Variables déterministes

Un paramètre déterministe est tout paramètre de base pouvant avoir seulement une valeur constante ou une dispersion négligeable, exp : grandeurs géométriques.

2.3 Variables aléatoires

On appelle variable aléatoire toute grandeur non déterminée à priori dont on sait avec quelle probabilité elle peut prendre telle ou telle valeurs parmi une population (un ensemble des valeurs), exp : angle de frottement interne, cohésion, poids propre.

- Variable aléatoire discrète (VAD)
- Variable aléatoire continue (VAC)

3-Fonction de répartition et densité de probabilité

Les distributions de variables aléatoires sont caractérisées par leur fonction de répartition $F_X(x)$ et par leur densité de probabilité $f_X(x)$.

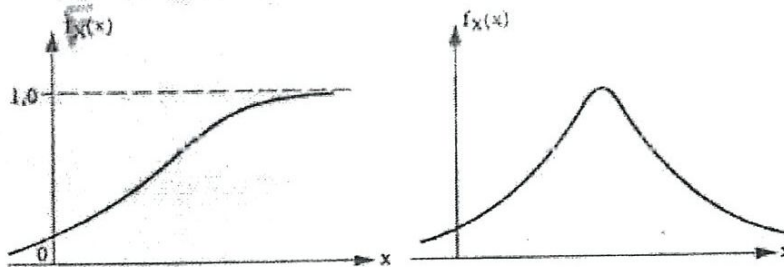


Fig. 11 – Fonction de répartition et densité de probabilité d'une variable aléatoire continue.

On a par définition

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(t) dt, \text{ et } \int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x) dx = 1 \quad (20)$$

4- Différents types de distribution

Les paramètres des principales lois de distributions utilisées dans les modèles de fiabilité des structures sont donnés dans la table 2.

Distribution/ Paramètres	Densité de probabilité	Espérance	Variance
normale (1) $-\infty < \mu < +\infty$ $\sigma > 0$	$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]$ $-\infty < x < +\infty$	μ	σ^2
gamma (2) $\lambda > 0$ $\beta > 0$	$f(x) = \begin{cases} \frac{\lambda^\beta}{\Gamma(\beta)} x^{\beta-1} e^{-\lambda x}, & \text{si } x \geq 0, \\ 0, & \text{ailleurs} \end{cases}$	$\frac{\beta}{\lambda}$	$\frac{\beta}{\lambda^2}$
exponentielle (3) $\lambda > 0$	$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & \text{ailleurs} \end{cases}$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$
Rayleigh (4) $\sigma > 0$	$f(x) = \begin{cases} \left(\frac{x}{\sigma^2}\right) \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right), & x \geq 0 \\ 0, & \text{ailleurs} \end{cases}$	$\frac{(\sigma^2 x)^{1/2}}{\sqrt{2}}$	$0.429\sigma^2$
Weibull (5) $\beta > 0$ $\eta > 0$	$f(x) = \begin{cases} \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{x}{\eta}\right)^{\beta-1} \exp\left[-\left(\frac{x}{\eta}\right)^\beta\right], & x \geq 0 \\ 0, & \text{ailleurs} \end{cases}$	$\eta \Gamma\left(\frac{1}{\beta} + 1\right)$	$\eta^2 \left\{ \Gamma\left(\frac{2}{\beta} + 1\right) - \left[\Gamma\left(\frac{1}{\beta} + 1\right) \right]^2 \right\}$
Lognormale (6) $-\infty < \mu < +\infty$ $\sigma > 0$	$f(x) = \frac{1}{\sigma x \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(\log x - \mu)^2\right]$ $x \geq 0$	$\exp\left[\mu + \frac{1}{2}\sigma^2\right]$	$\exp(2\mu + \sigma^2) \cdot (\exp \sigma^2 - 1)$

Observations :

- (1) la loi la plus courante
- (2) variables aléatoires bornées
- (3) modèle pour les chargements dynamiques et contraintes
- (4) représentative de cycles de chargements dynamiques
- (5) loi classique de vieillissement et usure
- (6) cycle de vie des matériels

Table. 2-principale lois de probabilité continues [1].

4.1 L'espérance (valeur moyenne)

L'espérance de la variable aléatoire X est le premier moment de la fonction de réparation

$$E[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} X f_X(x) dx \tag{21}$$

Et représente sa valeur moyenne μ_X . A partir d'un échantillon de n valeurs, on détermine un estimateur de cette valeur moyenne

$$\hat{\mu}_X = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \tag{22}$$

4.2 Variance et écart-type

La dispersion de la variable autour de sa valeur moyenne est représentée par l'écart type ou par la variance de la distribution

$$\text{Var}[X] = \sigma^2_X = E[X^2] - \mu_X^2 \quad (23)$$

σ_x est l'écart type.

A partir d'un échantillon de n variables, On détermine un estimateur de l'écart type

$$\hat{\sigma}_X = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu_X)^2} \quad (24)$$

$\hat{\sigma}_X$ est un résultat de la variable aléatoire σ_x qui est indépendant de μ_x .

4.3 Le coefficient de variation

Le coefficient de variation V_X de la distribution est défini par le rapport

$$V_X = \frac{\sigma_X}{\mu_X} \quad (25)$$

La table 3 donne les valeurs des quantiles 5 et 95 % relatifs à différents coefficients de variation pour les principales distributions de probabilité

Le processus de sélection des valeurs caractéristiques des variables de base, ainsi que du choix d'un niveau de confiance, et de tous les paramètres nécessaires au calcul de la fiabilité de la structure, est appelé processus de calibration.

Distribution	Quantile %	Coefficients de variation $v=\sigma/\mu$			
		0.1 0.5	0.2	0.3	0.4
Normal	5	0.8455	0.6710	0.5065	0.3421
	95	0.1176			
		1.164	1.329	1.493	1.658
		1.822			
Lognormale	5	0.8445	0.7080	0.5910	0.4927
	95	0.4112			
		1.172	1.358	1.552	1.750
		1.945			
Gumel	5	0.8694	0.7398	0.6083	0.4778
	95	0.3472			
		1.187	1.373	1.560	1.746
		1.933			
Weibull	5	0.8169	0.6470	0.4979	0.3736
	95	0.2747			
		1.142	1.305	1.489	1.689
		1.903			
Gamma	5	0.8414	0.6953	0.5608	0.4355
	95	0.3416			
		1.170	1.350	1.541	1.752
		1.938			

Table 3- quantiles 5 et 95% des principales lois de probabilité.

4.4 Coefficient de corrélation

On définit le coefficient de corrélation $\rho_{X_1 X_2}$, par la relation :

$$\rho_{X_1 X_2} = E \left[\frac{X_1 - \mu_{X_1}}{\sigma_{X_1}} \cdot \frac{X_2 - \mu_{X_2}}{\sigma_{X_2}} \right] = \frac{E[X_1 X_2] - \mu_{X_1} \mu_{X_2}}{\sigma_{X_1} \sigma_{X_2}} \quad (26)$$

Le coefficient de corrélation est une mesure linéaire de la dépendance entre les deux variables aléatoires. Le numérateur de l'équation (26) est par définition la covariance des variables X_1 et X_2 .

$$\text{Cov}[X_1, X_2] = E[(X_1 - \mu_{X_1})(X_2 - \mu_{X_2})] \quad (27)$$

Ce qui permet d'exprimer le coefficient de corrélation sous une nouvelle forme :

$$\rho_{X_1 X_2} = \frac{\text{COV}[X_1, X_2]}{\sigma_{X_1} \cdot \sigma_{X_2}} \quad (28)$$

5- Evaluation de la probabilité de défaillance

5.1 Cas de deux variables indépendantes quelconques

Pour simplifier, considérons le cas élémentaire d'une structure ayant une résistance mécanique R pour un mode de défaillance déterminé, soumise à un chargement unique S , statistiquement indépendant de R .

La probabilité de défaillance P_f est alors égale à la probabilité d'occurrence de l'événement $S \geq R$, (figure 12) soit :

$$P_f = P(R - S \leq 0) = P\left(\frac{R}{S} \leq 1\right) = F_R(s) \quad (29)$$

Notons que dans tout problème mécanique, on fera en sorte de réduire le modèle de dégradation à la comparaison finale entre deux variables aléatoires de base.

5.2 Généralisation à n variables quelconques :

5.2.1 Probabilité de défaillance :

Dans le cas général, la fonction de défaillance dépend de n variables aléatoires quelconques.

Dans ces conditions, la variable représentative de la résistance R peut être exprimée par une fonction $R = G_R(X)$ qui, en général, n'est pas linéaire, et de même pour la contrainte, $S = G_S(X)$. La fonction d'état limite résultant

de la combinaison de $G_{R(X)}$ et de $G_{S(X)}$, $G(x)$ permet d'évaluer la probabilité de défaillance de la structure P_f .

$$P_f = P[G(x) \leq 0] = \iiint_{G(x) \leq 0} \dots \int f_{X_1, X_2, \dots, X_n}(X_1, X_2, \dots, X_n) d_{X_1} d_{X_2} \dots d_{X_n} \quad (30)$$

$\int f_{X_1, X_2, \dots, X_n}(X_1, X_2, \dots, X_n)$ est la densité de probabilité conjointe de n variables aléatoires X_i .

$G(x) = 0$ définit la fonction d'état limite, et $G(x) > 0$ définit par convention le domaine sur ou fiable.

Si les variables X sont statistiquement indépendantes, on peut écrire plus simplement.

$$P_f = \iiint_{G(x) \leq 0} \int f_{X_1}(x_1) \cdot f_{X_2}(x_2) \dots f_{X_n}(x_n) d_{x_1} d_{x_2} \dots d_{x_n} \quad (31)$$

$f_{X_i}(X_i)$ étant la densité de probabilité marginale de la variable X_i .

Cette intégration multiple peut poser des problèmes de résolution, et, en général, elle est impossible à calculer. Les méthodes d'approximation analytiques doivent donc être utilisées. Parmi celle-ci, on distingue les méthodes de simulation et les méthodes d'approximation.

5.3 Cas particulier de deux variables aléatoires normales indépendantes

Voyons maintenant comment déterminer la probabilité de défaillance d'une structure dans le cas particulier où les variables résistance mécanique R , et chargement S sont indépendantes et distribuées normalement avec respectivement :

- Des valeurs moyennes : μ_R et μ_S
- des écarts types : σ_R et σ_S

Dans ces conditions, l'intégrale de convolution (31) permettant d'évaluer la probabilité de défaillance, peut se calculer simplement, ce qui permet de résoudre le problème mécanique.

Pour cela, on définit la marge de sécurité M par la relation

$$M = R - S$$

La marge définie ainsi est une valeur arbitraire qui ne donne en fait aucune information sur le degré de sûreté de la structure.

On recherche donc la probabilité de défaillance qui est égale à

$$P_f = P [M < 0] = \int_{-\infty}^0 f_M(M) dM = F_M(0) \quad (32)$$

On peut donc très simplement déterminer la valeur de la probabilité de défaillance lorsque l'on connaît les paramètres de la marge, et on peut écrire

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (33)$$

On remarque, en particulier, que la probabilité de défaillance déterminée par la relation (33), est un nombre compris entre 0 et 1, Alors que le risque de défaillance dans une démarche déterministe est soit égale à 0, soit égale à 1.

6- Indice de fiabilité de Cornell (indice de sûreté)

Si le vecteur $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ représente l'ensemble des variables intervenant dans les fonctions résistances mécanique/ contraintes d'une structure, on a vu que la fonction $G(x)$, (appelée fonction de défaillance), permet de diviser l'espace en deux domaines : le domaine de sécurité ou domaine fiable, S, où, par définition, $G(x) > 0$, et le domaine défaillant, F, où $G(x) \leq 0$, la fonction $G(x) = 0$ définissant la surface d'état limite L.

X correspond à un vecteur aléatoire dont une des réalisations possible est caractérisée par un point dans espace vectoriel à n dimensions (figure 7).

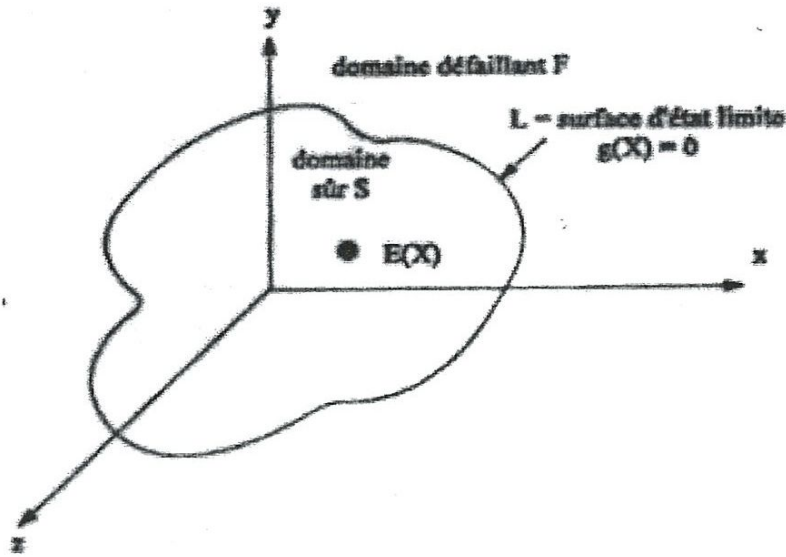


Fig.12- Définition de l'espace vectoriel et de la surface d'état limite.

β est appelé l'indice de fiabilité de cornell (souvent noté β_c), ou indice de sûreté (Fig. 14):

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sigma_M} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (34)$$

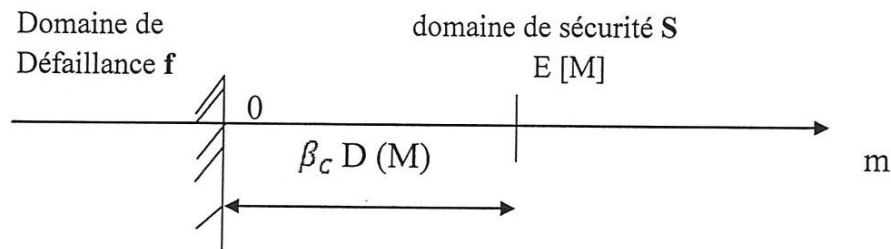


Fig. 13 - Définition géométrique de l'indice de fiabilité de cornell.

L'indice de fiabilité va donc permettre de comparer la fiabilité relative de différentes conceptions de structures mécaniques. En outre, il est possible de vérifier grâce à cet indice le respect des critères de sûreté ou de disponibilité imposés à la conception.

La distribution de la densité de probabilité de la marge M est représentée sur la figure 14.

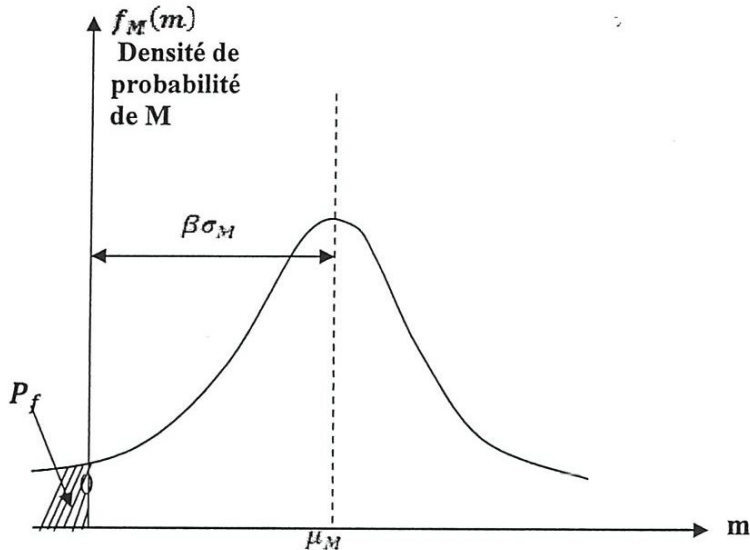


Fig. 14- densité de probabilité de la marge de sécurité.

Remarque :

Pour calculer cette probabilité, il faut :

- Déterminer la surface d'état limite séparant le domaine de sécurité, du domaine de ruine, à partir de l'évaluation des propriétés mécaniques des matériaux, et des chargements qu'ils subissent,
- Calculer la densité conjointe des variables de base, en effectuant leur produit de convolution,
- Intégrer la densité conjointe $G(X)$ sur l'ensemble du domaine de sûreté ou de défaillance.

7-Evaluation de la probabilité de défaillance et de la marge

Par hypothèse, R et S ont pour densités de probabilité respectives

$$f(R) = \frac{1}{\sigma_R \sqrt{2\pi}} \exp \left[- \frac{(r - \mu_R)^2}{2\sigma_R^2} \right] \quad (35)$$

$$f(S) = \frac{1}{\sigma_S \sqrt{2\pi}} \exp \left[- \frac{(s - \mu_S)^2}{2\sigma_S^2} \right] \quad (36)$$

La fiabilité de la structure P_R est la probabilité pour que la marge M soit >0 , pour toutes les valeurs de M

$$P_r = \frac{1}{\sigma_M \sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \exp \left[-\frac{(m - \mu_M)^2}{2\sigma_M^2} \right] dm > 0 \quad (37)$$

8-Théorie de fiabilité de premier ordre (FORM)

Un exemple du cas simple de deux variables aléatoires R et S de distributions symétriques est illustré sur les Figures 15 et 16. Les densités de probabilités, $f_R(R)$ pour la capacité R et $f_S(S)$ pour la sollicitation S , sont représentées dans un système de coordonnées R - S (Fig. 15). Les courbes d'équiprobabilité $f_R(R) \cdot f_S(S) = \text{cte}$ dans ce cas ont une forme ellipsoïde. L'équation d'état limite $R - S = 0$ est présentée dans le même système de coordonnées. Elle divise le plan en une zone de sécurité ($R > S$) et une zone de rupture ($R < S$).

Pour déterminer l'indice de fiabilité β , toutes les variables aléatoires non-normales (ici R et S) doivent être normalisées en passant dans le plan réduit ($m=0, \sigma=1$) par la relation :

$$u = \frac{m - \mu_M}{\sigma_M} \quad (38)$$

u : variable aléatoire réduite,

m : variable aléatoire,

μ_M : valeur moyenne de la variable aléatoire,

σ_M : écart-type de la variable aléatoire.

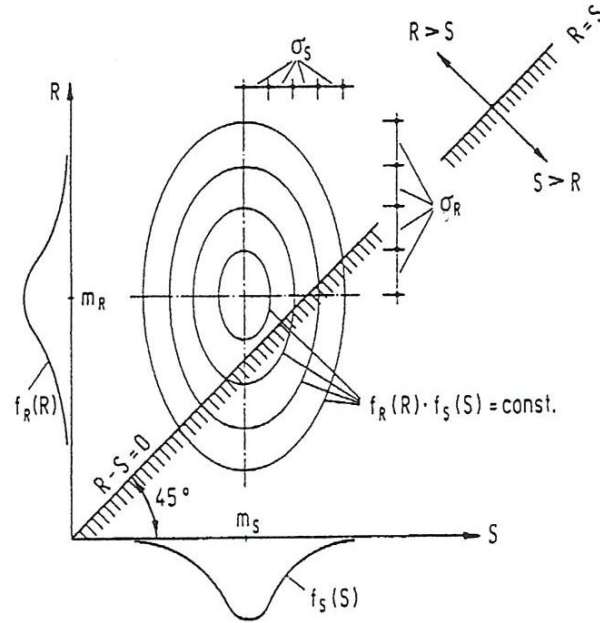


Fig. 15- Représentation de l'équation d'état limite et des densités de probabilité dans le système d'axes originel.

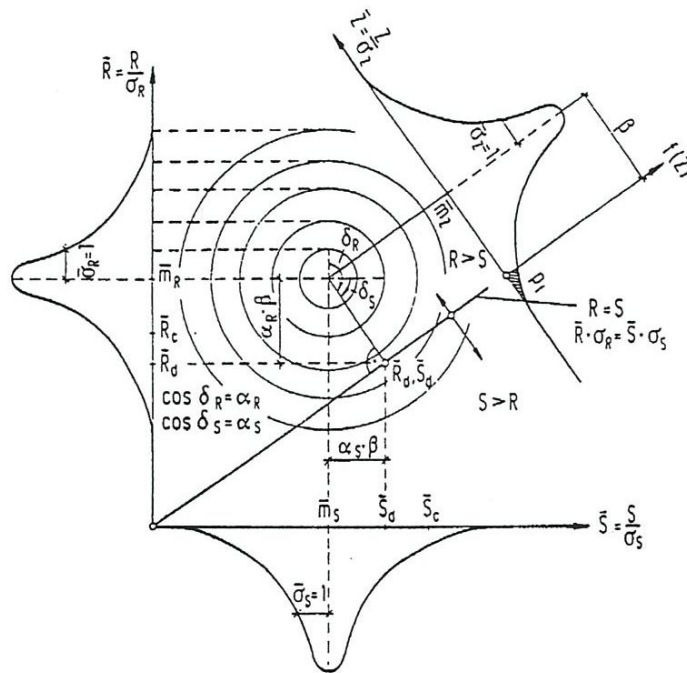


Fig. 16- Indice de fiabilité et valeurs de calcul dans le plan standardisé ou réduit [5].

Les limites de la variable u sont telles que :

- Lorsque $M = \infty$

$$u = \frac{m - \mu_M}{\sigma_M} = \infty$$

- Lorsque $M = 0$

$$u = \frac{m - \mu_M}{\sigma_M} = \frac{0 - \mu_M}{\sigma_M} = - \frac{\mu_M}{\sigma_M}$$

En effectuant le changement de variable, en notant que $dm = \sigma_M dt$, l'équation (36) devient égale à

$$P_R = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\frac{\mu_M}{\sigma_M}}^{\infty} e^{-\frac{u^2}{2}} dt \quad (39)$$

Représentée sur la **figure 17**.

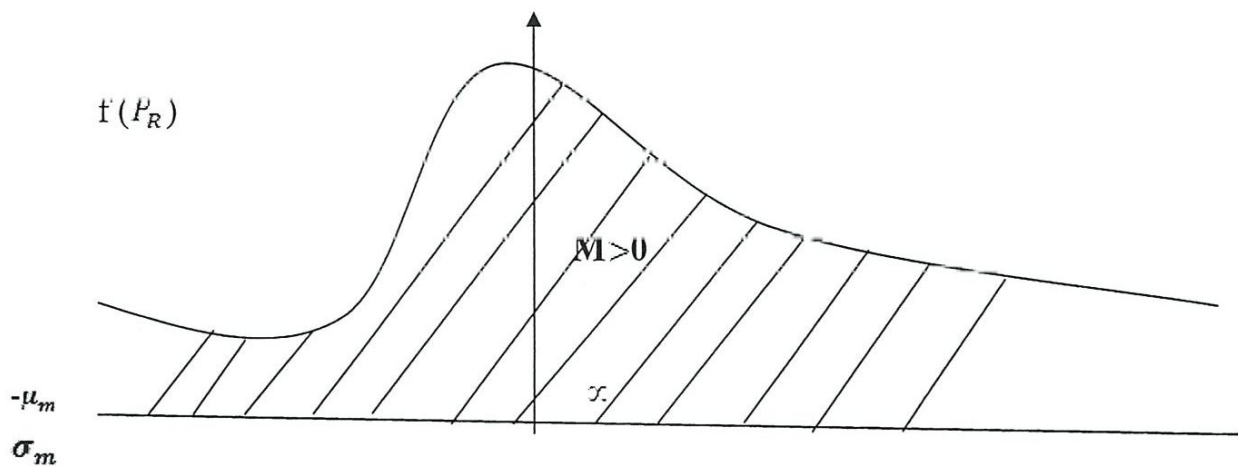


Fig. 17-distribution de la fiabilité dans l'espace normal réduit.

La valeur de la probabilité P_R est obtenue en effectuant l'intégration de l'équation (39).

La valeur numérique de la limite inférieure de u est

$$u = - \frac{\mu_M}{\sigma_M} = - \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} = - (\beta_c)$$

On en déduit la probabilité complémentaire de défaillance de la structure $P_f = P(M \leq 0)$

$$P_f = \Phi \left(-\frac{\mu_M}{\sigma_M} \right) = \Phi (-\beta_c) = \left[\frac{-(\mu_R - \mu_S)}{\sqrt{\sigma^2_R + \sigma^2_S}} \right] \quad (40)$$

Φ étant la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite.

Comme précédemment l'indice de fiabilité β_c est mesuré par la distance normalisée (en multiple d'écart type) entre l'origine du système de référence et l'hyperplan représentatif de la surface d'état limite dans l'espace transformé (espace normalisé) figure 18.

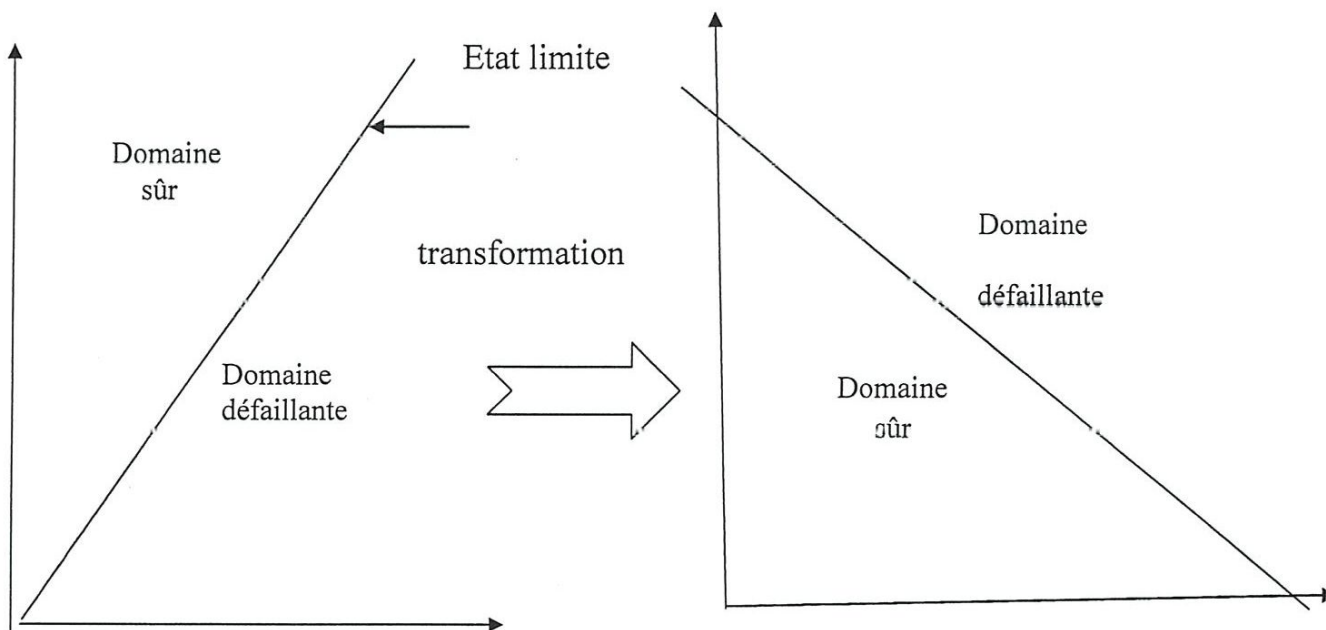


Fig.18-représentation dans l'espace réel (R, S) et dans l'espace normal réduit (u_r, u_s) de la fonction d'état limite.

L'espace normalisé est symétrique en rotation, ce qui va faciliter la recherche du point de défaillance le plus probable. L'indice de fiabilité β est un nombre que l'on peut interpréter comme la mesure de la distance entre la surface d'état limite (où la marge est nulle, $M=0$) et l'espérance de la marge ($E[M]$), l'écart type étant $D(M)$.

Lorsque la symétrie en rotation est respectée et que deux surfaces d'état limite apparentant à deux hyperplans différents ont le même indice de fiabilité, la probabilité de défaillance est identique pour ces deux modes de ruine. L'indice

de fiabilité permet donc de comparer directement les risques entre plusieurs modes de défaillance d'une même structure, ou entre différentes conceptions. [1]

9-Méthode de Monte-Carlo :

Le terme **méthode de Monte-Carlo**, ou **méthode Monte-Carlo**, désigne toute méthode visant à calculer une valeur numérique en utilisant des procédés aléatoires, c'est-à-dire des techniques probabilistes. Le nom de ces méthodes, qui fait allusion aux jeux de hasard pratiqués à Monte-Carlo, a été inventé en 1947 par Nicholas Metropolis (**en**)¹, et publié pour la première fois en 1949 dans un article coécrit avec Stanislas Ulam².

Les méthodes de Monte-Carlo sont particulièrement utilisées pour calculer des intégrales en dimensions plus grandes que 1 (en particulier, pour calculer des surfaces et des volumes). Elles sont également couramment utilisées en physique des particules, où des simulations probabilistes permettent d'estimer la forme d'un signal ou la sensibilité d'un détecteur. La comparaison des données mesurées à ces simulations peut permettre de mettre en évidence des caractéristiques inattendues, par exemple de nouvelles particules. [9]

10- Calibration des coefficients de sécurité

Nous avons vu que la méthode des coefficients partiels de sécurité construite une règle de codification en prenant des décisions à plusieurs étapes :

- ❖ Sur les valeurs caractéristiques des variables de base,
- ❖ Sur chaque coefficient partiel introduit.

Une fois que l'on a défini le ou les domaines de défaillances avec leurs fonctions d'état limite, le niveau de fiabilité β_T visé (fixé a priori), et le domaine d'utilisation du code réglementaire, la phase de calibration consiste alors à optimiser les choix de ces paramètres en fonction d'objectifs ou de contraintes :

- ❖ On cherchera à obtenir un niveau de sûreté aussi homogène que possible pour les diverses situations à analyser. Pour cela, l'optimisation consistera à minimiser les écarts ($\beta_C - \beta_T$) entre les indices β_C calculés et la valeur cible β_T ,
- ❖ On sélectionnera les valeurs caractéristiques des variables aléatoires, correspondant à des fractales particuliers de leur distribution, de manière à ce que le résultat soit peu sensible aux écarts sur leur distribution de probabilité. [1]

Remarque :

L'approche probabiliste :

Aborde les problèmes d'une manière toute différente.

Quantifie toutes les incertitudes attachées au modèle ,aux paramètres, aux facteurs humains.

Chapitre : VI

Application numérique

1-Applications :

1.1-Approche classique (déterministe) :

Problème

On considère un mur de soutènement classique en béton (voire la figure 19) ; la détermination de la largeur **B** s'effectue en vérifiant seulement l'équilibre au glissement . Les variables aléatoires considérées sont : φ , c , q , γ

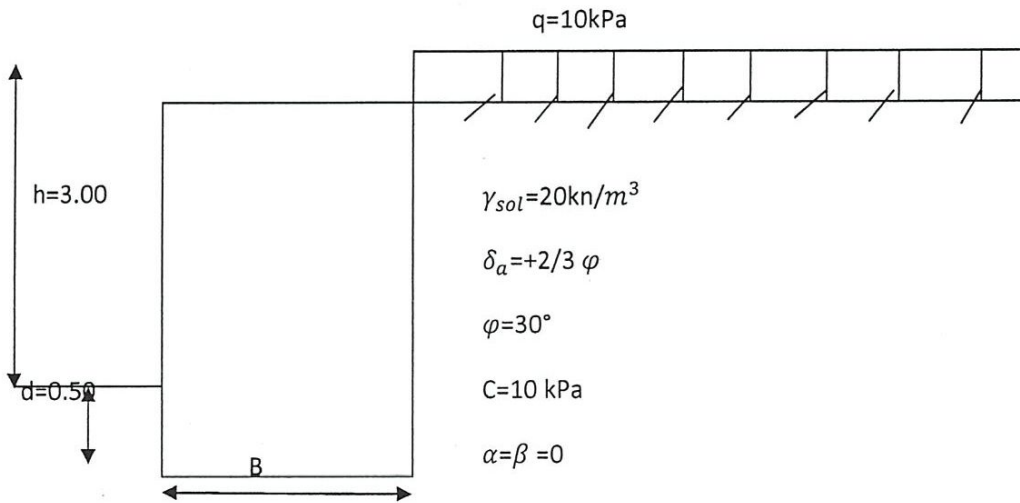


Fig.19- Mur de soutènement classique en béton.

-Déterminer la largeur B ?

$$F_{S,gliss} = \frac{\sum F_{V,sts} \cdot \tan \delta + c \cdot B}{\sum F_h} \geq 1.5$$

*Détermination des sollicitations :

*Poussée due au poids des terres :

$$\begin{cases} P_{ayh} = \frac{1}{2} \gamma \cdot h^2 \cdot k_{ayh} \\ P_{ayv} = P_{ayh,d} \cdot \text{tg } \delta_a \end{cases}$$

*Poussée due à la surcharge:

$$P_{aqh} = q \cdot h \cdot k_{aqh}$$

$$P_{aqv} = P_{aqh} \cdot \text{tg } \delta_a$$

***Poussée due à la cohésion:**

$$P_{ach} = -c \cdot h \cdot k_{ach}$$

$$P_{acv} = P_{ach} \cdot \operatorname{tg} \delta_a$$

***Force due au poids propre :**

$$W = \gamma_{bét} \cdot B \cdot h \cdot l$$

-Application numérique:

***calcul des coefficients de poussée :**

On a:

$$\alpha = \beta = 0 \quad \longrightarrow \quad \text{Tableau} \quad \begin{cases} K_{a\gamma h} = k_{aqh} = 0,279 \\ K_{ach} = 0,922 \end{cases}$$

$$\varphi = 30^\circ \quad \longrightarrow \quad \delta_a = \frac{2}{3} \varphi = 20^\circ$$

***Poussée due au poids des terres :**

$$P_{a\gamma h} = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot l^2 \cdot k_{a\gamma h} = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot (3)^2 \cdot 0,279 = 25,11 \text{ KN/ml}$$

$$P_{a\gamma h} = 25,11 \text{ KN/ml}$$

$$P_{a\gamma v} = 9,14 \text{ KN/ml}$$

***Poussée due à la surcharge:**

$$P_{aqh} = q \cdot h \cdot k_{aqh} = 10 \cdot 3 \cdot 0,279 = 8,37 \text{ KN/ml}$$

$$P_{aqh} = 8,37 \text{ KN/ml}$$

$$P_{aqv} = 3,05 \text{ KN/ml}$$

***Poussée due à la cohésion:**

$$P_{ach} = -c \cdot h \cdot k_{ach} = -10 \cdot 3 \cdot 0,922 = -27,66 \text{ KN/ml}$$

$$P_{ach} = -27,66 \text{ KN/ml}$$

$$P_{acv} = -10,07 \text{ KN/ml}$$

***Force due au poids propre :**

$$W = \gamma_{bét}.B. h.1 = 25.B.3 = 75.B$$

$$\sum F_V = 9,14 + 3,05 - 10,07 + 75.B$$

$$= 2,12 + 75.B \text{ KN/ml}$$

$$\sum F_h = 25,11 + 8,37 - 27,66 = 5,82 \text{ KN/ml}$$

$$F_{Sgliss} = \frac{(2,12 + 75B).0,58 + 10.B}{5,82} \geq 1,5$$

$$(2,12 + 75B).0,58 + 10.B \geq 8,73$$

$$1,229 + 43,5B + 10B \geq 8,73$$

$$53,5B \geq 7,501$$

$$B \geq 0,14$$

On prend: $B \approx 0,20 \text{ m}$

L'équation cherchée s'obtient en substituant la valeur de (B) déterministe dans les expressions qui suit :

*** Forces stabilisatrices :**

$$F_{V,sts} = 75.0,2 + \frac{1}{2} \gamma(3)^2 . 0,279 \tan \delta_a + 3.q.0,279. \tan \delta_a - 3.0,922.c. \tan \delta_a$$

$$F_{V,sts} = 15 + 1,255.\gamma. \tan \delta_a + 0,837.q. \tan \delta_a - 2,766.c. \tan \delta_a$$

*** forces déstabilisatrices :**

$$F_{h,dést} = 0,5. \gamma.(3)^2.0,279 + 3.q.0,279 - 3.c.0,922$$

$$F_{h,dést} = 1,255. \gamma + 0,837.q - 2,766.c$$

L'équation d'état limite est de forme générale :

$$R_d - S_d = 0$$

$$\text{Avec : } R_d = F_{V,sts} . \tan \delta + c.B \quad \text{d'où } \delta = \varphi \text{ (cas de glissement)}$$

$$R_d = 15. \tan\varphi + 1,255. \gamma. \tan\varphi \tan\delta_a + 0,837. q. \tan\varphi \tan\delta_a - 2,766. c. \tan\varphi \tan\delta_a + 0,2. c$$

$$Et : S_d = F_{h,dést} = 1,255. \gamma + 0,837. q - 2,766. c$$

$$G(x) = 1,255. \gamma. \tan\varphi. \tan\delta_a + 0,837. q. \tan\varphi \tan\delta_a - 2,766. c. \tan\varphi \tan\delta_a + 15. \tan\varphi - 1,255. \gamma - 0,837. q + 5,54. c$$

Posons : $X_1 = \tan\varphi$, $X_2 = \tan\delta_a$, $X_3 = c$, $X_4 = \gamma$, $X_5 =$
 $G(x) = 1.255 * x(1) * x(2) * x(4) + 0.837 * x(1) * x(2) * x(5) - 2.766 * x(1) * x(2) * x(3) + 15 * x(1) - 1.255 * x(4) - 0.837 * x(5) + 3,166 * x(3);$

Type de variables	Moments	écarts type
(3)	0.5800	0.05200
(3)	0.3600	0.03500
(3)	10.0000	1.0000
(1)	20.0000	1.0000
(1)	10.0000	1.0000

Matrice de corrélation :

rho =

0	-0.5000	0	0	0
-0.5000	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

Pf =	$\beta =$
1.0e-004 *	
0.0049	2.6547
0.0052	2.5798
0.0052	2.5589
0.0052	2.5608
0.0052	2.5611
0.0052	2.5611
0.0052	2.5611
0.0052	2.5611
0.0052	2.5611
0.0052	2.5611
0.0052	2.5611
0.0052	2.5611

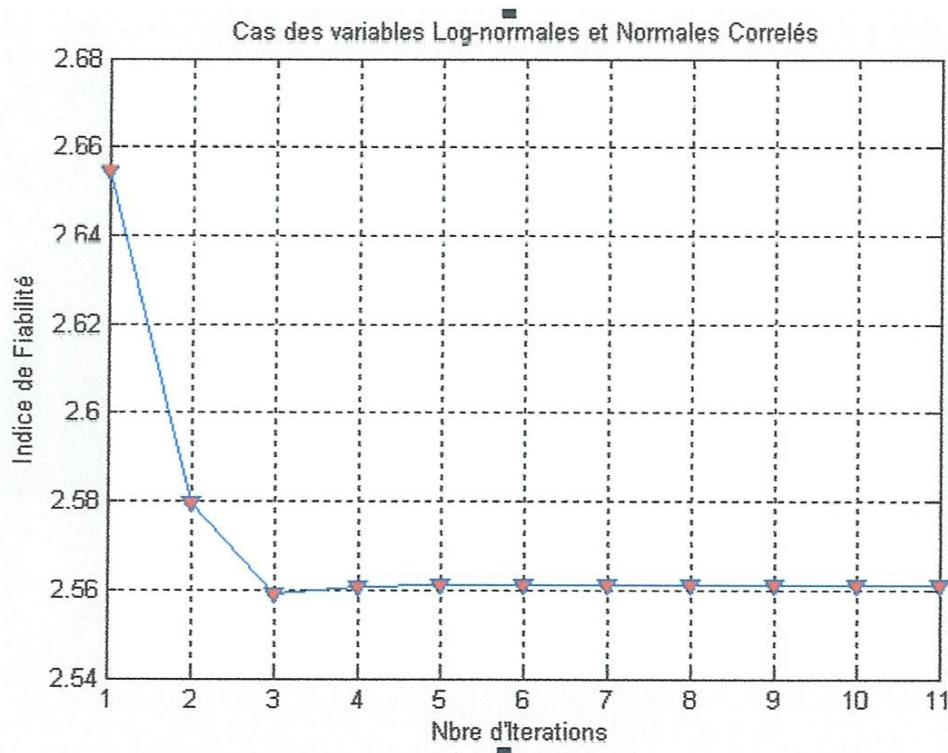


Fig.20- Cas des variables log –normales et normales corrélées.

2.2- Nouvelle Approche (semi-probabiliste) :

Même données que l'approche classique.

$$\begin{array}{lcl} \varphi, c \longrightarrow & \text{LN} \longrightarrow & \begin{cases} V_\varphi = 7.5 \div 10\% \\ V_c = 20 \div 30\% \end{cases} \\ \gamma \longrightarrow & \text{N} \longrightarrow & V_\gamma = 5\% \\ q \longrightarrow & \text{N} \longrightarrow & V_q = 10\% \end{array}$$

Selon la nouvelle approche semi-probabiliste la condition d'équilibre s'écrit :

$$R_d \geq F_{d,déf}$$

R_d : résistance de calcul de l'ouvrage en tenant compte des facteurs partiels de sécurité sur les résistances.

F_d : somme des forces de calcul défavorables (déstabilisatrices) tenant compte des facteurs partiels défavorables pour les actions.

Avec :

$$R_d = \frac{F_{V\,sts} \cdot tg \delta + c \cdot B}{\gamma_R}$$

Avec :

$$\delta_d = \varphi_d \text{ « glissement »}$$

$F_{V\,sts}$: Somme des forces de calcul favorables (stabilisatrices) tenant compte des facteurs partiels favorables pour les actions.

γ_R : facteur partiel de sécurité pour résistance tiré à partir des tableaux dans les normes spécifiques.

***Détermination des sollicitations :**

***Poussée due au poids des terres :**

$$P_{\gamma h,d} = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot h^2 \cdot k_{\gamma h} \longrightarrow \begin{cases} P_{\gamma h,d} = \left(\frac{1}{2} \gamma \cdot h^2 \cdot k_{\gamma h}\right) \cdot \gamma_{G,déf} \\ P_{\gamma v,d} = P_{\gamma h,d} \cdot tg \delta_a \end{cases}$$

$$F_{h,dést} = 1,255 \cdot \gamma + 0,837 \cdot q - 2,766 \cdot c$$

L'équation d'état limite est de forme générale :

$$R_d - S_d = 0$$

Avec : $R_d = F_{V,sts} \cdot \tan \delta + c \cdot B$ d'où $\delta = \varphi$ (cas de glissement)

$$R_d = 30 \cdot \tan \varphi + 1,255 \cdot \gamma \cdot \tan \varphi \tan \delta_a + 0,837 \cdot q \cdot \tan \varphi \tan \delta_a - 2,766 \cdot c \cdot \tan \varphi \tan \delta_a + 0,4 \cdot c$$

Et : $S_d = F_{h,dést} = 1,255 \cdot \gamma + 0,837 \cdot q - 2,766 \cdot c$

***Cas N° 1:**

-La fonction d'état limite :

$$G(x) = 1,255 \cdot \gamma \cdot \tan \varphi \cdot \tan \delta_a + 0,837 \cdot q \cdot \tan \varphi \tan \delta_a - 2,766 \cdot c \cdot \tan \varphi \tan \delta_a + 30 \cdot \tan \varphi - 1,255 \cdot \gamma - 0,837 \cdot q + 3,166 \cdot c$$

Posons : $X_1 = \tan \varphi$, $X_2 = \tan \delta_a$, $X_3 = c$, $X_4 = \gamma$, $X_5 = q$

$$G(x) = 1.255 \cdot x(1) \cdot x(2) \cdot x(4) + 0.837 \cdot x(1) \cdot x(2) \cdot x(5) - 2.766 \cdot x(1) \cdot x(2) \cdot x(3) + 30 \cdot x(1) - 1.255 \cdot x(4) - 0.837 \cdot x(5) + 3.166 \cdot x(3);$$

Angle de frottement interne	Frottement Mur-Sol	Cohésion variables aléatoires log-normales :	Poids volumique du sol	surcharge
$\mu_\varphi = 30^\circ$	$\mu_{\delta_a} = 20^\circ$	$\mu_c = 10 \text{ kPa}$	$\mu_\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$	$\mu_q = 10 \text{ kPa}$
$\mu_{\tan \varphi} = 0,58$	$\mu_{\tan \delta_a} = 0,36$	$\sigma_c = 1$	$\sigma_\gamma = 1$	$\sigma_q = 1$
$\sigma_\varphi = 3$	$\sigma_{\delta_a} = 2$	$V = 10\%$	$V = 5\%$	$V = 10\%$
$\sigma_{\tan \varphi} = 0,052$	$\sigma_{\tan \delta_a} = 0,035$			
$V = 10\%$	$V = 10\%$			

(3)	0.5800	0.0520
(3)	0.0360	0.0350
(3)	10.0000	1.0000
(1)	20.0000	1.0000
(1)	10.0000	1.0000

Matrice de corrélation :

rho=

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Pf=	β =
1.0e-004 *	
0.2157	4.0900
0.0202	4.6091
0.0184	4.6291
0.0183	4.6297
0.0183	4.6298
0.0183	4.6298
0.0183	4.6298
0.0183	4.6298
0.0183	4.6298
0.0183	4.6298
0.0183	4.6298
0.0183	4.6298

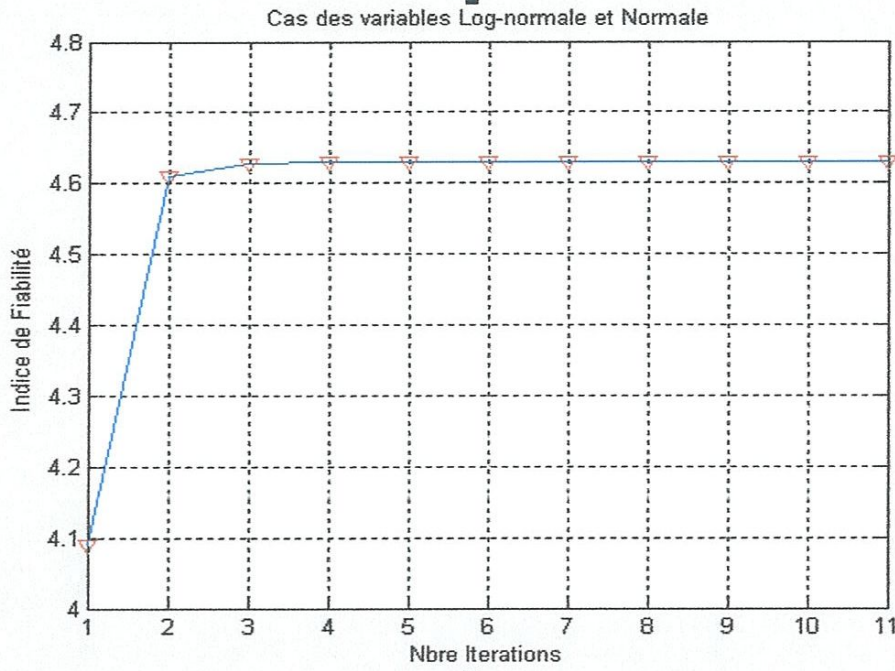


Fig.20- Ces variables log-normale et normales non corrélés.

***Cas N°:2**

Angle de frottement interne	Frottement Mur-Sol	Cohésion variables aléatoires log-normales :	Poids volumique du sol	surcharge
$\mu_{\phi} = 40^{\circ}$ $\mu_{\tan\phi} = 0,839$ $\sigma_{\phi} = 4$ $\sigma_{\tan\phi} = 0,069$ $V = 10\%$	$\mu_{\delta_a} = 26,66^{\circ}$ $\mu_{\tan\delta_a} = 0,502$ $\sigma_{\delta_a} = 2,666$ $\sigma_{\tan\delta_a} = 0,046$ $V = 10\%$	$\mu_c = 10 \text{ kPa}$ $\sigma_c = 1$ $V = 10\%$	$\mu_{\gamma} = 20 \text{ kN/m}^3$ $\sigma_{\gamma} = 1$ $V = 5\%$	$\mu_q = 10 \text{ kPa}$ $\sigma_q = 1$ $V = 10\%$

-La fonction d'état limite :

$$G(x)=1.255*x(1)*x(2)*x(4) +0.837*x(1)*x(2)*x(5)-2.766*x(1)*x(2)*x(3) +30*x(1)-1.255*x(4)-0.837*x(5) +3.166*x(3)$$

Type de variables	Moments	écarts type
(3)	0.8390	0.069
(3)	0.5020	0.046
(3)	10.0000	1.0000
(1)	20.0000	1.0000
(1)	1.0000	1.0000

Matrice de corrélation :

$$\rho = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Pf =	β =
1.0e-012 *	
0.2024	7.2540
0.0040	7.7678
0.0003	8.1051
0.0002	8.1205
0.0002	8.1269
0.0002	8.1299
0.0002	8.1312
0.0002	8.1318
0.0002	8.1320
0.0002	8.1322
0.0002	8.1322

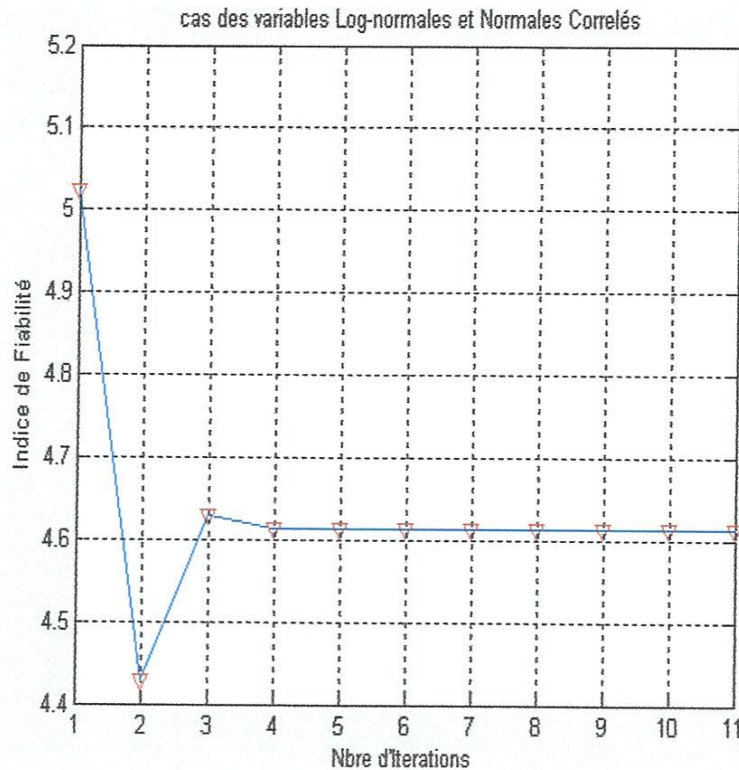


Fig.22- Cas des variables log-normales et normales corrélés.

3-Comparaison :

D'après les calculs faits par l'approche classique on prend la valeur de $B = 0,20$ m, donc on trouve une probabilité de défaillance (P_f) grande et un indice de fiabilité ($\beta = 2,56$) petit. Par contre dans l'approche semi-probabiliste on prend la largeur $B = 0,40$ m qui donne une probabilité de défaillance plus petite et un indice de fiabilité plus grand ($\beta = 4,61$).

Donc on remarque que la valeur de B influence sur les calculs de (P_f) et de (β) dans les deux approches (déterministe et semi-probabiliste). En général l'approche semi-probabiliste est l'approche la plus fiable dans le dimensionnement et la vérification de stabilité des ouvrages.

La comparaison aurait pu être plus laborieuse et judicieuse si on a étudié différents cas, mais faute de temps on n'a pas pu faire autant d'études paramétriques. Cela ouvre la voie pour des futurs travaux dans le domaine.

Conclusion et Perspectives

Conclusion

Le but principale de l'étude de l'analyse fiabiliste des risques est de faire une comparaison entre la nouvelle approche (probabiliste) de sécurité et l'approche classique (globale) de sécurité à travers l'étude de la stabilité des :

- Fondations superficielles (semelles filantes et semelles isolées) vis-à-vis au poinçonnement.
- Murs de soutènements :
Murs de soutènements classiques (murs en L + murs poids) vis-à-vis au glissement, renversement et au poinçonnement.
- Pentes.

Et cela pour connaître vraiment lequel des deux approches est le plus fiable et le plus économique.

La nouveauté qu'amène l'approche probabiliste de sécurité réside dans le remplacement des facteurs de sécurité globaux par des facteurs de sécurité partiels qui tiennent compte de la dispersion aléatoire des paramètres (variables aléatoires). La dérivation des facteurs de sécurité partiels pour chaque variable aléatoire se fait par des méthodes probabilistes.

Dans ce but on a partagé notre travail en deux parties :

- ✓ Etude par l'approche classique.
- ✓ Etude par l'approche probabiliste (FORM, MONTE -CARLO ...)

Les exemples de calculs effectués dans ce travail ont permis de mettre en évidence l'influence du bon choix de l'approche et la combinaison sur les résultats de calcul. Pour en faire, on doit tout d'abord bien comprendre et définir le problème du point de vue physique, mécanique et cinématique (mécanisme de rupture, espace du sol concerné par le mécanisme,....etc.).

Malheureusement faute de temps et de manque de documents sur le thème, on n'a pas pu faire autant d'exemples de calcul sur ce thème.

Perspectives

Notre travail est une petite contribution dans un domaine de recherche nouveau en géotechnique, analyse fiabiliste des risques par des méthodes probabilistes, qui ouvrira les portes vers des recherches plus approfondies sur le thème.

Bibliographie

[1] *Mourice le Marie ; J.L Favre*

Fiabilité des structures des installations industrielle.

[2] *Henri Procaccia. Patrick Morilhat*

Fiabilité des matériaux ou des structures (2^{ème} conférence nationale).

[3] *Bencheikh k . (2010)*

Fiabilité des ouvrages géotechniques –comparaison de l'ancienne et nouvelle approche- mémoire de magister. Université de Guelma.

[4] *Stefan.F. (1995)*

Etude de la stabilité des talus dans un cadre probabiliste.

Mémoire de magister, Université de liege, Belgique.

[5] *Belabed lazhar (2010)*

Cours sur la fiabilité des structures.

[6] [.http://fr.wikipedia.org/wiki/Risque](http://fr.wikipedia.org/wiki/Risque)

[7].<http://www.unit.eu/cours/cyberisques/etage-2/co/Module-etage-2-7.html>

[8].<http://www.pfeifer.boumaschin.com>

[9]:http://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9thode_de_MonteCarlo#Estimation_de_la_valeur_d.27un_coup_aux_.C3.A9chees