

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITÉ 8 MAI 1945 GUELMA  
FACULTÉ DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE  
DÉPARTEMENT D'ÉLECTRONIQUE ET TÉLÉCOMMUNICATIONS



THÈSE  
*présentée pour obtenir le Diplôme de*  
DOCTORAT EN SCIENCES

Option :

**Génie Électrique**

*par*

**Abde Rezzaq HALASSI**

---

**Contribution à l'Etude et à la Mise en oeuvre de Filtres Dynamiques  
Dédiés aux Architectures de Télécommunications Optiques Nouvelle  
Génération**

---

Soutenue le : 19 Octobre 2016

Devant le jury composé de :

Président :	Pr. BOUKROUCHE Abdelhani	Université de 8 mai 1945 Guelma
Rapporteur :	Pr. HAMDI Rachid	Université de 8 mai 1945 Guelma
Co-Encadreur :	Pr. BENKELFAT Badr-Eddine	Télécom Sud Paris, France
Examinateurs :	Pr. SEDDIKI Omar	Université de Tlemcen
	Pr. KANDOUCI Malika	Université de Sidi BelAbbes

---

## Remerciements

Le travail de recherche présenté dans cette thèse a été effectué au sein du laboratoire des Télécommunications (LT) de l'Université 8 mai 1945 de Guelma.

Avant toute chose j'aimerai m'adresser à celui qui mérite toutes les louanges et tous les remerciements, à celui qui a dit "Dieu vous fait sortir des entrailles de vos mères, privés de toute connaissance ; puis Il vous donne l'ouï, la vue et l'intelligence, afin que vous soyez reconnaissants". Sourate l'Abeille, verset 81, « Le Coran », Traduction de Kasimirski, édition GF Flammarion. A toi mon Seigneur j'exprime ma profonde reconnaissance et mes vifs remerciements.

J'aimerai ensuite remercier les gens qui ont contribué d'une manière ou d'une autre à mon travail de thèse. A tous je dis merci infiniment. J'exprime ma gratitude envers l'ensemble des enseignants du cycle Tronc Commun de Technologie et les enseignants du département d'Electronique et Télécommunications de l'Université de Guelma. En ce qui concerne la thèse de doctorat, j'exprime mes sincères remerciements au Pr. HAMDI Rachid, pour m'avoir proposé ce sujet de thèse qui m'a permis de découvrir le monde de la recherche. Je le remercie vivement pour son encadrement et les nombreuses discussions que nous avons eues ensemble tout au long de ce parcours. Sa confiance, ses conseils et ses encouragements m'ont permis de réaliser cette thèse dans de bonnes conditions. J'exprime ma reconnaissance envers le Pr. BENKELFAT Badr-Eddine , d'avoir suivi l'évolution de mon travail. Je remercie par ailleurs Dr. BENDIMERAD Jalal Falih pour ses précieux conseils.

Je remercie par ailleurs les membres du jury pour leur disponibilité à juger de mes recherches en thèse, Pr. BOUKROUCHE Abdelhani, Pr. SEDDIKI Omar, Pr. KANDOUCI Malika.

Merci également à mes collègues, membres de l'équipe de laboratoire LT, pour leur bonne humeur et pour les échanges culturels et scientifiques que nous avons eu. Je me tourne ensuite vers mes amis et ma famille qui m'ont apporté à un moment ou à un autre leur aide pendant cette thèse. Je remercie aussi tous ceux que j'ai oubliés, et qui de près ou de loin, ont contribué à cette thèse et auprès desquels je m'en excuse.

Enfin je ne saurais terminer sans remercier mes parents, sans qui rien de tout cela n'aurait pu être possible.

HALASSI Abde rezzaq

La couche optique dans les réseaux de télécommunications gagne de plus en plus d'intelligence, ce qui induira une plus grande efficacité et améliorera les services, mais il en résulte aussi une plus grande complexité dans le fonctionnement de ces réseaux nouvelle génération. C'est dans ce contexte que s'inscrivent les travaux de recherche proposés. Il s'agit en effet d'une contribution à l'étude de la fonction de filtrage dans les dispositifs et composants optiques dédiés à ces réseaux de télécommunications optiques nouvelle génération. Plus concrètement, l'objectif de notre travail est porté sur la présentation d'une nouvelle méthode pour la synthèse des filtres biréfringents à fonction de transmission de forme quelconque en se basant sur la résolution de systèmes d'équations non linéaires déduits du formalisme de Jones, cette est relativement simple comparée avec celles développées avec d'autres auteurs. Les résultats obtenus sont en parfaite concordance avec ceux développés dans la littérature.

**Mots-clés :** Télécommunications Optiques, WDM, ROADM, Filtres Optiques, Filtres biréfringents, Formalisme de Jones.

---

## Abstract

The optical layer in telecommunications networks is gaining more and more intelligence, which will lead to greater efficiency and will improve services, but will also result in greater complexity in the operation of these new generation networks. It is in this context that the research activities within the proposed doctoral thesis are carried out. This is indeed a contribution to the study of the filtering function in the devices and optical components dedicated to these next-generation optical telecommunications networks and other specific applications. More specifically, the objective of our work is focused on the presentation of a novel method for the synthesis of a birefringent filter having an arbitrarily specified amplitude transmittance. The synthesis procedure is based on the resolution of a generalized nonlinear equation system directly deduced from the Jones matrix formalism. The results are in perfect agreement with those developed in the literature.

**Keywords :** Optical Communication, WDM, ROADM, Optical filter, Birefringent filter, Jones formalism.

## ملخص

إن الطبقة الضوئية في الجيل المتطور من شبكات الاتصال السلكية و اللاسلكية اكتسبت شيئاً فشيئاً من الذكاء، مما أدى الي تطور و تحسين الخدمات , إلا أن هذا التطور نتج عنه تعقيد كبير في كيفية تشغيل هذا الجيل المتطور من الشبكات . و من هذا المنطلق جاءت اعمال البحث المقترحة في موضوع هذه الأطروحة. والتي هي عبارة عن المساهمة في دراسة عملية الترشيح في الأجهزة الضوئية الخاصة بشبكات الاتصال السلكية و اللاسلكية. الهدف من هذه الأطروحة هو عرض طريقة جديدة و معممة خاصة بمعالجة مرشحات مستقطبة التي تملك دوال ذات اشكال عشوائية وهذا يتمثل في حل جملة معادلات غير خطية مستنتجة من شكلية جونز. النتائج المتحصل عليها اظهرت توافق كبير مع أخرى طورت مسبقاً.

الكلمات الرئيسية: الاتصالات السلكية و اللاسلكية الضوئية, مضاعفة أطوال الموجات, نظام متعدد إرسال إضافة / اقتطاف ضوئي مضطرب, مرشحات مستقطبة, مرشحات ضوئية.

---

## Table des matières

<b>Remerciement</b>	<b>ii</b>
<b>Résumé</b>	<b>iii</b>
<b>Abstract</b>	<b>iv</b>
	<b>v</b>
<b>Table des Matières</b>	<b>viii</b>
<b>Liste des Figures</b>	<b>x</b>
<b>Liste des Tableaux</b>	<b>xi</b>
<b>Liste des Acronymes</b>	<b>xii</b>
<b>Introduction Générale</b>	<b>1</b>
<b>1 État de l’art</b>	<b>3</b>
1.1 Introduction . . . . .	3
1.2 Multiplexeurs à Insertion-Extraction Optique Reconfigurables (ROADM) . . . . .	3
1.3 Commutateurs de longueur d’onde . . . . .	4
1.4 Technologies d’implémentation de commutateur WSS . . . . .	6
1.4.1 Technologie MEMS ( <i>Micro Electro-Mechanical Structures</i> ) . . . . .	6
1.4.2 Technologie LCoS . . . . .	6
1.5 Fonction de filtrage en réception . . . . .	7
1.6 Fonction de filtrage pour les applications de mise en forme d’impulsions Laser . . . . .	8
1.6.1 Ligne à dispersion nulle (4f-line) . . . . .	9
1.6.2 Modulateurs spatiaux de lumière (SLMs) . . . . .	10
1.7 Conclusion . . . . .	11

<b>2</b>	<b>Filtrage interférentiel en polarisation</b>	<b>12</b>
2.1	Introduction . . . . .	12
2.2	Phénomène de Polarisation . . . . .	12
2.2.1	Qu'est ce que la lumière? . . . . .	12
2.2.2	Description mathématique des phénomènes liés à la Polarisation . . . . .	13
2.2.3	Etats de polarisations d'une onde lumineuse . . . . .	14
2.3	Représentation de l'état de polarisation . . . . .	16
2.3.1	Formalisme de Jones . . . . .	17
2.3.2	Formalisme de Stokes . . . . .	18
2.3.3	Sphère de Poincaré . . . . .	21
2.4	Milieux anisotropes . . . . .	22
2.4.1	Tenseur de permittivité . . . . .	22
2.4.2	Propagation d'une onde plane dans un milieu anisotrope . . . . .	23
2.4.3	Modes propres de Polarisation . . . . .	24
2.4.4	Ellipsoïde des indices . . . . .	26
2.4.5	Interférence des deux ondes lumineuses issues d'une lame biréfringente . . . . .	27
2.4.6	Filtre de Lyot . . . . .	30
2.4.7	Filtre de Šolc . . . . .	33
2.5	Accordabilité des filtres interférentiels . . . . .	34
2.5.1	Effet électro-optique . . . . .	35
2.5.2	Cristaux liquides . . . . .	36
2.6	Conclusion . . . . .	37
<b>3</b>	<b>Algorithmes de synthèse des filtres biréfringents à gabarits prédéfinis</b>	<b>38</b>
3.1	Introduction . . . . .	38
3.2	Méthode de AMMAN . . . . .	38
3.2.1	Calcul de la composante du champ stoppée par le polariseur de sortie . . . . .	40
3.2.2	Détermination de $b_p, \mu, \alpha_p$ . . . . .	40
3.2.3	Exemple d'application . . . . .	43
3.3	Méthode de synthèse basée sur le concept des filtres RIF (Méthode de Chu) . . . . .	45
3.3.1	Exemple d'application . . . . .	50
3.4	Méthode de Chu généralisée . . . . .	53
3.4.1	Exemple d'application . . . . .	55
3.5	Conclusion . . . . .	57
<b>4</b>	<b>Nouvelle méthode de synthèse pour les filtres biréfringents à gabarits prédéfinis</b>	<b>58</b>
4.1	Introduction . . . . .	58
4.2	Méthode de Synthèse et Structure du filtre . . . . .	58
4.2.1	Formulation mathématique . . . . .	58
4.2.2	Calcul des Paramètres Opto-géométriques du filtre par la Méthode PSO . . . . .	63
4.3	Synthèse d'un filtre à fonction de transmission non symétrique . . . . .	64

4.4	Synthèse d'un filtre à fonction de transmission non symétrique sans LCC supplémentaire . . . . .	67
4.5	Synthèse d'un filtre à fonction de transmission symétrique . . . . .	70
4.6	Application pour la mise en forme d'impulsions Laser . . . . .	74
4.7	Conclusion . . . . .	75
	<b>Conclusion Générale</b>	<b>76</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>77</b>



---

## Table des figures

1.1	Schéma synoptique d'un ROADM [19]	4
1.2	ROADM basé sur le WSSs [20].	5
1.3	WXC de 4 Fibres de 2 canaux [20].	5
1.4	WSS basé sur les MEMS [33].	6
1.5	WSS basé sur la technologie LCoS [34].	7
1.6	Filtre optique basé sur les réseaux de Bragg [43].	8
1.7	Dispositif à dispersion nulle(4-f)	9
1.8	Filtre biréfringent de N étages [62].	11
2.1	Schéma de propagation des composantes de l'onde lumineuse.	14
2.2	Onde non polarisée.	15
2.3	Ellipse de polarisation.	15
2.4	Etats de polarisation d'une onde lumineuse (a) polarisation rectiligne orientée à 45°, (b) polarisation circulaire gauche, (c) polarisation elliptique droite.	16
2.5	Sphère de Poincaré.	21
2.6	Ellipsoïde des indices.	26
2.7	Lame biréfringente entre Polariseur et Analyseur.	28
2.8	Réponse d'une lame biréfringente entre deux polariseurs.	29
2.9	Filtre de Lyot à 4 étages.	30
2.10	L'intensité transmise du filtre de Lyot.	32
2.11	Filtre de Šolc à 4 étages.	33
2.12	L'intensité transmise du filtre de Šolc.	34
2.13	Relation entre l'indice de réfraction et le champ (a) : effet Pockels (b) : effet Kerr.	36
2.14	Phase nématique.	36
2.15	Phase smectique. (a) smectique A (b) smectique C.	37
3.1	Structure d'un filtre biréfringent à gabarit prédéfini (quatre étages).	39
3.2	Filtre à N étages.	39
3.3	Filtre biréfringent [88].	45
3.4	Réponse spectrale idéale d'un filtre passe bas.	51

3.5	Approximation par REMEZ du filtre idéal à 14 éléments. . . . .	51
3.6	Réponse du filtre. . . . .	53
3.7	Configuration du filtre à N étages. . . . .	53
3.8	La section $i$ du filtre. . . . .	54
3.9	Réponse en phase du filtre. . . . .	57
4.1	Filtre biréfringent à N étages. LCC : Cellule à cristaux liquides, BP : Lamme Biréfringente, P : Polariseur, A : Analyseur, $V_{LCC}$ : Tension d'accord. . . . .	59
4.2	Évolution mesurée de la biréfringence de la cellule à cristaux liquides en fonction de la tension d'accord $V_{LCC}$ appliquée. . . . .	60
4.3	. . . . .	65
4.4	Réponses en champs électrique du filtre à fonction de transmission non symé- trique obtenus par les deux méthodes. . . . .	66
4.5	Filtre biréfringent proposé à N étages. LCC : Cellule à cristaux liquides, BP : Lamme Biréfringente, P : Polariseur, A : Analyseur, $V_{LCC}$ : Tension d'accord. . . . .	67
4.6	Réponses en champs électrique du filtre à fonction de transmission non symé- trique obtenus par les deux méthodes. . . . .	70
4.7	Réponse idéale à synthétiser du filtre à fonction de transmission de forme sy- métrique. . . . .	71
4.8	Réponses en champs électrique du filtre à fonction de transmission de forme symétrique obtenus par les deux méthodes. . . . .	74

---

## Liste des tableaux

2.1	Vecteurs de Stokes normalisés . . . . .	20
3.1	Paramètres du filtre . . . . .	52
3.2	Paramètres du filtre . . . . .	56
4.1	Paramètres opto-géométriques du filtre . . . . .	66
4.2	Paramètres optogéométriques du filtre sans LCC supplémentaire obtenus par les deux méthodes . . . . .	69
4.3	Paramètres opto-géométriques du filtre . . . . .	72
4.4	Paramètres optogéométriques du filtre sans LCC supplémentaire obtenus par les deux méthodes . . . . .	73

---

## Liste des acronymes

- EDFA : Erbium Doped Fiber Amplifier
- FSR : free spectral range
- FWHM : Full Width at Half Maximum
- LCC : liquid-crystal cell
- LCoS : Liquid Crystal on Silicon
- MEMS : Micro-Electro-Mechanical System
- OADMs : Optical Add-drop Multiplexers
- PLC : Planar Lightwave Circuit
- PSO : Particle swarm Optimisation
- ROADM : Reconfigurable Optical Add/Drop Multiplexer
- SLM : Spatial Light Modulators
- SOA : Semiconductor Optical Amplifier
- TO-MZ : Thermo-optical MachZehnder
- VOA : Variable Optical Attenuator
- WB : Wavelength Blockers
- WDM : Wavelength Division Multiplexing
- WSS : Wavelength Selective Switches
- WXC : Wavelength Cross Connect

---

## Introduction Générale

Au cours du XX<sup>e</sup>, plusieurs travaux scientifiques ont aidé à la création de systèmes de communications optiques haut débit capables de transmettre des contenus divers. Parmi ces travaux, il y a eu l'essor de l'informatique, le développement des lasers, des fibres optiques et des dispositifs optoélectroniques. Les travaux de Charles Kao<sup>1</sup> réalisés en 1966 et portant sur l'interaction entre un faisceau de lumière et le matériau constituant la fibre optique a permis de comprendre un certain nombre d'effets se produisant lors de la propagation de la lumière dans la fibre optique [1]. Le principe de guidage de la lumière par fibre optique a été mis au point dans le courant des années 1970 au sein des laboratoires de l'entreprise Corning Incorporated<sup>2</sup>. Depuis leur invention, les fibres optiques ont révolutionné de nombreuses tâches de la vie quotidienne, elles permettent les communications à très longues distances à des débits élevés [2].

Une génération de systèmes de transmission sur fibre optique, apparue dans les années 1980, découle directement de la mise au point de la fibre monomode et du laser à semi-conducteur émettant à 1,3  $\mu\text{m}$ , longueur d'onde pour laquelle la dispersion chromatique est minimale [3][4][5]. Des débits supérieurs à 1 Gbit/s, avec un espacement entre répéteurs de plusieurs dizaines de kilomètres, sont alors atteints. Les portées de ces systèmes sont limitées par les pertes de la fibre, 0,5 dB/km dans le meilleur cas, et l'idée apparaît alors de développer des sources émettant à la longueur d'onde de 1,55  $\mu\text{m}$  pour laquelle l'atténuation est minimale. Les années 1990 ont été marquées par la maîtrise du multiplexage en longueur d'onde (WDM, *Wavelength Division Multiplexing*) et le développement des amplificateurs à fibre dopée à l'Erbium (EDFA, *Erbium Doped Fiber Amplifier*), qui amplifient d'une façon simultanée plusieurs longueurs d'onde et qui ont permis une explosion des capacités répondant aux besoins de la croissance d'internet [6][7][8][9][10]. D'autre part, la diversification des opérateurs de télécommunications, l'augmentation du nombre d'utilisateurs partout autour du globe et la multiplication des formats de données demandent plus de souplesse qu'une simple liaison de transmission entre deux points même au niveau des réseaux de dimension nationale voire internationale. Le réseau est devenu hiérarchisé et les composants implémentant les réseaux optiques qui traitent le signal optique électroniquement limitent l'exploitation de la capacité de la fibre optique, la transition vers un réseau tout optique devient alors une

---

<sup>1</sup>**Charles.Kao** (né le 4 novembre 1933), ingénieur américano-britannique d'origine chinoise est un pionnier dans l'utilisation des fibres optiques dans les télécommunications

<sup>2</sup>**Corning**, entreprise américaine spécialisée dans la fabrication de verre. C'est notamment elle qui permis le développement de la technologie de la fibre.

nécessité. Celle-ci permet en effet de traiter le signal optiquement en utilisant des dispositifs adéquats, résultant en une transparence par rapport aux débits et aux bandes passantes. Ainsi, une des fonctionnalités clés à laquelle s'applique cette exigence, est la fonction de filtrage. La mise en place de ces réseaux tout-optiques, particulièrement au niveau des noeuds d'interconnexion qui représentent une position très particulière, réclame la mise au point de nombreux dispositifs dont principalement les Multiplexeurs Optique à Insertion/Extraction (OADM, *Optical Add and Drop Multiplexer*) qui utilisent comme fonctionnalité principale le filtrage optique [11] [12][13][14]. Cette fonction doit être capable d'agir sur un spectre de longueur d'onde de façon à extraire ou à insérer des longueurs d'onde indépendamment les unes des autres et doit aussi être capable de s'adapter selon son emplacement dans le réseau.

C'est dans ce cadre que s'inscrivent les travaux de cette thèse.

Le manuscrit traite donc de la fonction de filtrage optique et est articulé autour de quatre chapitres.

Après une introduction situant le travail dans son contexte et balisant les objectifs de la thèse, le premier chapitre est consacré, d'une part, à un état de l'art sur les dispositifs optiques dédiés aux architectures WDM et particulièrement les ROADMs (*Reconfigurable Optical Add/Drop Multiplexer*) et, d'autre part, à la fonction de filtrage dans les applications de mise en forme d'impulsions laser. Les phénomènes physiques qui sont à la base de la technique de filtrage en ondes polarisées ainsi que les modèles mathématiques associés font l'objet du deuxième chapitre de ce manuscrit. L'analyse des deux configurations de base, la configuration du filtre biréfringent de Lyot<sup>3</sup> et celle de Šolc<sup>4</sup>, nous a permis de conclure que la forme spécifique et particulière de leur gabarit spectral a relativement limité leur champ d'applications.

Pour lever ce verrou, il nous a semblé utile de s'intéresser aux algorithmes de synthèse des filtres basés sur l'analyse temporelle, au sens traitement du signal, de la réponse impulsionnelle des filtres biréfringents permettant de réaliser des fonctions de transmission de formes quelconques. L'analyse de ces algorithmes de synthèse fait l'objet du troisième chapitre. Dans le quatrième chapitre du manuscrit, on assiste à une présentation d'une méthode plus générale pour la synthèse des filtres biréfringents à fonction de transmission de forme quelconque en se basant sur la résolution de systèmes d'équations non linéaires déduits du formalisme de Jones<sup>5</sup>. Les algorithmes d'optimisation sont ensuite utilisés pour déterminer les paramètres opto-géométriques du filtre. Les résultats ainsi obtenus montrent une excellente concordance avec ceux développés dans la littérature.

---

<sup>3</sup>**Bernard Lyot** (1897-1952), astronome français, inventeur notamment du coronographe.

<sup>4</sup>**Ivan.Šolc** (né en 1927), physicien et astronome tchèque. Il est réputé pour ces travaux dans le domaine de l'optique des cristaux. Il a inventé notamment le filtre à cristaux biréfringents qui porte son nom.

<sup>5</sup>**Robert. Clark. Jones** (1916-2004), physicien américain spécialisé en optique. Il définit, en 1941 le formalisme portant son nom.

### 1.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à un état de l'art de la fonction de filtrage dans les réseaux de télécommunications d'une part et dans d'autres applications notamment dans la mise en forme d'impulsions laser (*Pulse Shaping*) d'autre part. Pour la fonction de filtrage dans les réseaux, elle est considérée comme l'une des plus importantes et devra remplir un cahier des charges défini selon son emplacement dans le réseau. Dans ce contexte, notre intérêt porte sur deux positions particulières : les noeuds du réseau et la réception, et chacune d'elles impose à la fonction de filtrage des caractéristiques spécifiques. Concernant les applications de mise en forme d'impulsions laser, la fonction de filtrage se manifeste dans la mise en forme d'impulsions optiques délivrées par la diode laser qui nécessitent des formes particulières selon l'application.

### 1.2 Multiplexeurs à Insertion-Extraction Optique Reconfigurables (ROADM)

Les OADMs (*Optical Add-drop Multiplexers*) peuvent être rendus reconfigurables en associant des fonctions de multiplexage agiles en longueur d'onde et de commutation optique dynamique. Les équipements ainsi définis deviennent des multiplexeurs à Insertion-Extraction Optiques Reconfigurables ou ROADM (*Reconfigurable Optical Add-drop Multiplexers*) et sont appelés à jouer un rôle très important dans les futurs réseaux tout optiques [15]. En effet, ils permettent, comme les OADMs passifs, le routage optique aux noeuds du réseau, et adaptés aux transmissions utilisant le multiplexage en longueur d'onde [16][17][18]. L'objectif de la mise en place de ce type de dispositifs découle directement de la volonté d'une part de disposer d'architectures flexibles et d'augmenter la capacité des réseaux en exploitant au maximum les bandes passantes, d'autre part. En effet, ce dispositif permet le contrôle à distance de l'extraction, l'insertion et la transmission express des longueurs d'ondes en s'affranchissant de toute conversion, ainsi il est transparent par rapport au débit.

La Figure 1.1 montre le schéma synoptique d'un ROADM.

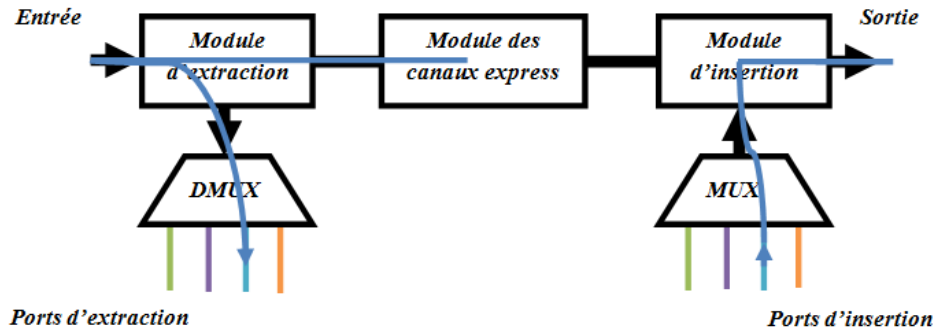


Figure 1.1: Schéma synoptique d'un ROADM [19]

Les longueurs d'ondes express sont directement transmises, alors que la longueur d'onde bleue porteuse d'un flux d'informations donné est extraite via le module d'extraction. Un autre flux d'informations peut alors être porté par cette longueur d'onde qui est ensuite insérée via le module d'insertion. Le Mux à la sortie se charge lui de multiplexer les longueurs d'onde (Cf. Figure 1.1).

### 1.3 Commutateurs de longueur d'onde

On distingue trois principales architectures OADM : celles utilisant des bloqueurs de longueurs d'onde (WB, *Wavelength Blockers*), celles utilisant des (WSS, *Wavelength Selective Switches*) et celles utilisant des (WXC, *Wavelength Cross Connect*). La première est celle basée sur les bloqueurs de longueurs d'onde (WB) [20]. Son principe de fonctionnement est simple et le schéma illustré par la Figure 1.1 peut bien l'expliquer. Le bloqueur de longueur d'onde (WB) est situé au niveau du module des canaux express et sert à bloquer les longueurs d'onde extraites. Les ports d'insertion et d'extraction sont dédiés à des longueurs d'onde spécifiques (*ports colorés*). Ce type de dispositif a été implémenté en technologie espace libre en utilisant les micro-miroirs électromécaniques (MEMS, Micro-Electro-Mechanical System).

Cette technologie reste insuffisante en termes de performances, les ports d'insertion et d'extraction sont dédiés à des longueurs d'onde bien déterminées, l'absence de toute fonction de reconfiguration et la complexité des interconnexions réseaux [21][22][23].

Pour lever ce verrou, une nouvelle architecture utilisant un élément appelé commutateur sélectif de longueur d'onde WSS a été mise en place [24][25][26]. Son schéma synoptique est illustré sur la Figure 1.2.



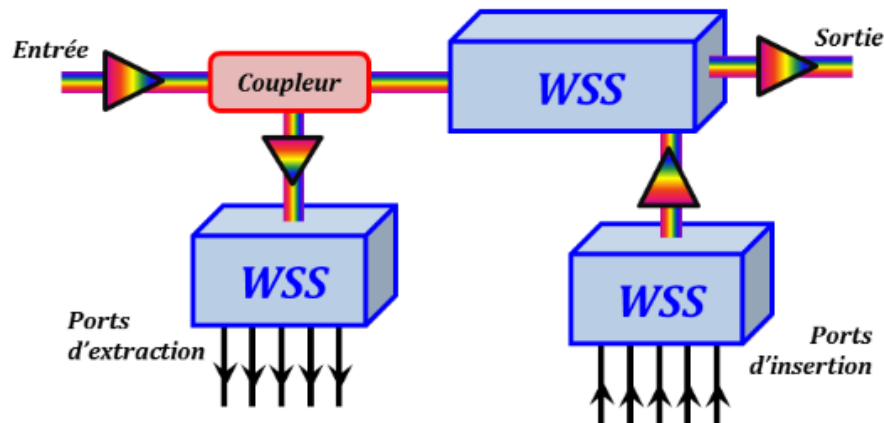


Figure 1.2: ROADM basé sur le WSSs [20].

Chaque module de l'architecture précédente est remplacé par un commutateur sélectif WSS. Deux commutateur dédiés pour les modules d'insertion et d'extraction, et un commutateur WSS pour les canaux express. Cette architecture offre une grande souplesse par rapport à la précédente. En effet, en plus de reprendre la fonction d'égalisation des canaux, il introduit celle de la reconfiguration de la longueur d'onde, faisant apparaître des ports d'insertion/extraction non-colorés (colorless ports). De plus, une dimension nouvelle est ajoutée dans la flexibilité du dispositif, de sorte que, le WSS est multi-directionnel (*directionless*), autrement dit, l'entrée peut faire office de sortie et vice versa [27].

La troisième architecture est celle basée sur le WXC (*Wavelength Cross Connect*). Les WXC sont utilisés pour rediriger les longueurs d'onde d'une fibre à une autre à l'aide de commutateurs. Le signal en entrée est démultiplexé et chaque longueur d'onde est envoyée à un commutateur déterminé. Ce dernier redirige cette longueur d'onde sur l'un des multiplexeurs de sortie (Cf. Figure 1.3).

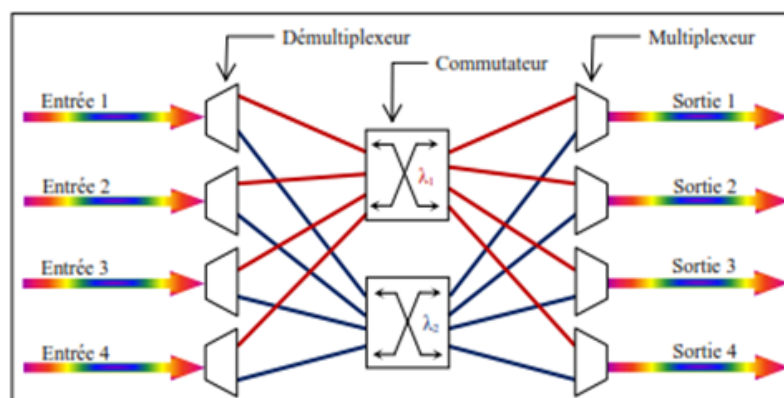


Figure 1.3: WXC de 4 Fibres de 2 canaux [20].

Cette architecture est développée pour répondre aux besoins actuels, notamment en termes de croissance du nombre de demandes de nouvelles connexions [28][29][30].

## 1.4 Technologies d'implémentation de commutateur WSS

Plusieurs technologies ont été développées pour l'implémentation des ROADMs parmi celles-ci, deux technologies qui sont déjà commercialisées et utilisées dans les réseaux actuels : la technologie MEMS (*Micro Electro-Mechanical Structures*), et celle basée sur les cristaux liquides sur silicium (LCoS, *Liquid-Crystal on Silicon*) [31][32].

### 1.4.1 Technologie MEMS (*Micro Electro-Mechanical Structures*)

Un exemple d'architecture de WSS utilisant des MEMS est illustré sur la Figure 1.4. Un spectre polychromatique est incident via une des fibres, sur un réseau de diffraction. Ce spectre est ensuite réfléchi sur un miroir sphérique. Chaque longueur d'onde, réfléchi sous un angle particulier  $\theta_i$ , emprunte un chemin différent. Le miroir sphérique, assure l'orientation de chaque longueur d'onde vers un des miroirs de la barrette MEMS. A ce niveau, c'est l'orientation de chaque miroir qui va déterminer sur quelle fibre de sortie sera injectée chaque longueur d'onde.

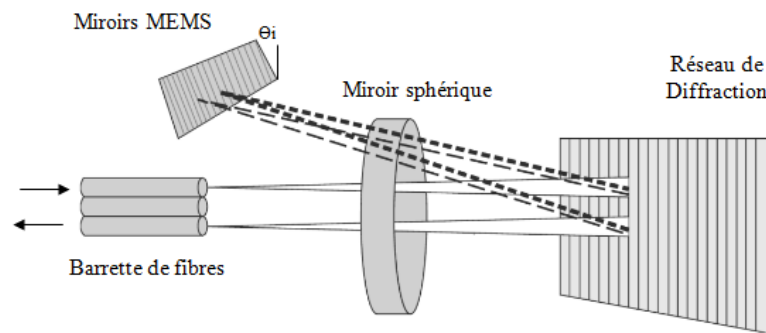


Figure 1.4: WSS basé sur les MEMS [33].

### 1.4.2 Technologie LCoS

La Figure 1.5 présente le schéma synoptique d'un WSS basé sur une technologie LCoS, qui est aussi en espace libre.

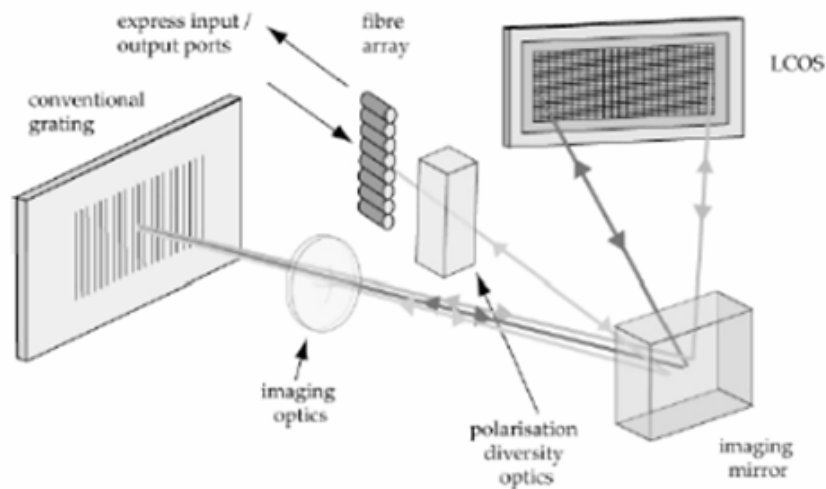


Figure 1.5: WSS basé sur la technologie LCoS [34].

Son principe de fonctionnement est le suivant : un spectre polychromatique est incident via la barrette de fibre. Il est réfléchi sur un réseau de diffraction à l'aide d'un miroir. Au niveau du réseau, chaque longueur d'onde est réfléchi et acheminée vers l'écran LCoS. A ce niveau, chaque longueur d'onde subit des transformations comme l'atténuation de sa puissance. Après cela, chacune d'elle est commutée vers une fibre de sortie spécifique de la barrette de fibres. Dans ce cas, c'est l'écran LCoS qui commute une longueur d'onde particulière vers une fibre donnée, et possède même la possibilité de compensation de dispersion pour chaque faisceau. Par ailleurs, l'architecture est telle qu'aucune longueur d'onde n'interagit avec une autre, et par conséquent, il n'existe aucun phénomène d'interférence dans ce dispositif [27].

## 1.5 Fonction de filtrage en réception

La fonction de filtrage au niveau de la réception utilise une architecture plus simple que celles dédiées aux noeuds des réseaux. Par contre, l'exigence réside dans les fonctionnalités assurées par le dispositif en question, à savoir la fonction d'égalisation et celle de l'accordabilité de la bande passante, cette dernière, optionnelle pour les ROADMs, devient dans ce cas nécessaire [27]. De plus, la fonction de filtrage en réception dans un réseau ne traite qu'une seule longueur d'onde dans le spectre, contrairement aux ROADMs qui en traitent plusieurs à la fois. Plusieurs technologies d'implémentation ont été développées. Nous retrouvons, le filtre optique à réponse impulsionnelle infinie [35], celui basé sur le résonateur en anneaux [36], Nous retrouvons aussi les technologies reconfigurables, comme les structures basées sur la diffusion Brillouin stimulée [37], sur le peigne optique utilisant notamment des modulateurs de type Mach-Zehnder [38][39], et sur les réseaux de diffraction à paroi latérale basés sur les isolateur en silicium [40], et sur les cavités Fabry-Pérot à cristaux liquides. Nous nous intéressons aux

dispositifs de filtrage utilisés dans les réseaux actuels. On trouve la technologie utilisant un filtre à réseaux de Bragg [41][42]. Son principe de fonctionnement est illustré sur la Figure 1.6.

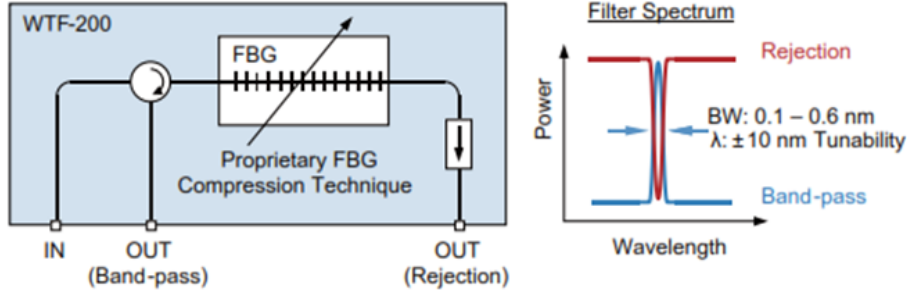


Figure 1.6: Filtre optique basé sur les réseaux de Bragg [43].

Cette architecture est particulièrement intéressante, car, comme nous pouvons le constater sur le schéma synoptique de la Figure 1.6, elle possède deux sorties. La première sortie est celle de la fonction de filtrage normale, avec une longueur d'onde sur la bande utile. La seconde représente la bande totale de réjection du filtre, où se trouve toute l'information filtrée par la première sortie. La bande passante (BW) typiquement est de 0.3 nm avec une accordabilité de  $\pm 10\text{nm}$ .

## 1.6 Fonction de filtrage pour les applications de mise en forme d'impulsions Laser

Le contrôle et la mise en forme des impulsions optiques temporelles (en anglais, *pulse shaping*) constitue l'ensemble des techniques visant à modifier la forme d'impulsions laser ultracourtes dans l'espace temporel. Le principe repose sur les caractéristiques des impulsions lasers brèves. Ainsi, la modulation temporelle sera effectuée par le biais d'une modulation spectrale. Généralement une modulation de phase pure est préférée à une modulation d'amplitude afin de conserver la totalité de l'énergie de l'impulsion. Ces techniques sont devenues de plus en plus importantes pour différents domaines d'applications [44], à savoir, la communication optique très haut débit [45][46], l'optique non linéaire [47], la commutation optique, où des impulsions optiques plates de quelques picosecondes sont fortement recherchés [44][48]. Des techniques simples existent depuis longtemps pour la compression et l'étirement d'impulsions lasers ultracourtes. Ces opérations de base ont avant tout été développées pour palier au problème de la haute puissance lors de l'amplification. Mais l'intérêt s'est très vite porté sur des profils d'impulsions autres que gaussiens nécessitant par conséquent leur mise en forme temporelle. Nous citons quelques unes : la mise en forme temporelle des impulsions laser femtoseconde est principalement obtenue par la modulation d'amplitude et de phase dans le

domaine spectrale [49][50], ainsi la durée des impulsions ultracourtes peut être directement obtenue par un modulateur électro-optique (*Electro-optic Modulator*) [51][52].

### 1.6.1 Ligne à dispersion nulle (4f-line)

Cette ligne est le dispositif de base pour la mise en forme temporelle d'impulsions lasers. La conception de la ligne à dispersion (4f-line) a été mise au point par Froehly qui l'a développé pour des impulsions picosecondes [53]. Elle se compose d'une paire de réseaux et des deux lentilles minces intercalées entre les deux réseaux de diffraction parfaitement identiques. La Figure 1.7 illustre la configuration géométrique de ce dispositif dont tous les composants optiques sont implantés dans une ligne droite et séparés les uns des autres par une distance focale  $f$ .

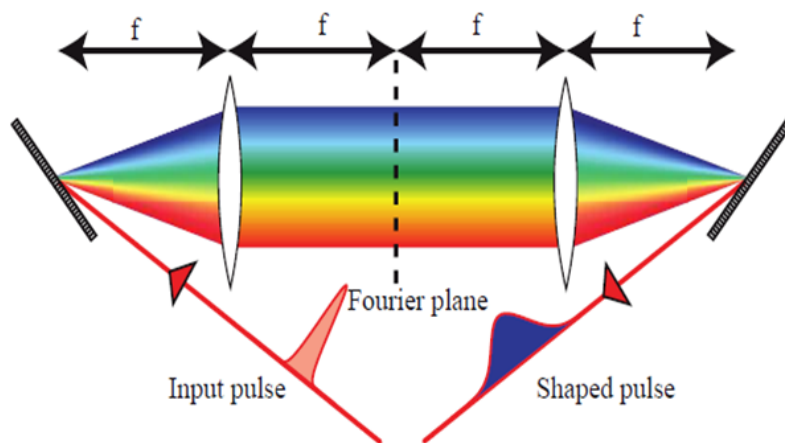


Figure 1.7: Dispositif à dispersion nulle(4-f)

Son principe de fonctionnement est le suivant : Les composantes spectrales du faisceau d'entrée sont angulairement dispersées par le premier réseau de diffraction suivant la loi des réseaux en réflexion. Ensuite, ils sont collimatés par la première lentille et centrés sur les plus petites taches de diffraction dans le plan de Fourier. Par l'application d'un filtre spatial dans le plan de Fourier, on peut manipuler le trajet optique et/ou l'amplitude [54], ainsi que la polarisation de chaque composante spectrale et par conséquent la forme des impulsions comme on le souhaite [55]. La seconde moitié du dispositif recombine les composantes spectrales et les retourne à un faisceau collimaté unique.

Ce système est donc géométriquement à dispersion nulle bien qu'en pratique la dispersion introduite par la propagation dans les lentilles n'est pas négligeable. C'est pourquoi ces lentilles sont souvent remplacées par des systèmes optiques achromatiques.

## 1.6.2 Modulateurs spatiaux de lumière (SLMs)

Nous venons de voir que le dispositif de ligne à dispersion nulle permet de moduler dans l'espace spectral une impulsion en phase et en amplitude en plaçant un masque dans le plan de Fourier. Une modulation de phase spectrale peut être obtenue soit par variation du chemin optique de chaque composante spectrale, soit en contrôlant le retard de chacune d'entre elles (diffractées par un réseau). Une modulation d'amplitude peut être réalisée avec deux modulateurs de phase. Plusieurs techniques ont été élaborées pour atteindre ce but. Le type de modulateur spatial de lumière (SLM) utilisé dépend de l'application visée et du masque intégré dans le plan de Fourier de la ligne à dispersion nulle 4f [56].

### 1.6.2.1 Modulation par variation du chemin optique

- **La lame de phase** : c'est une lame d'indice constant et d'épaisseur variable introduisant un déphasage. L'épaisseur en un point est calculée en fonction du déphasage désiré pour la composante spectrale passant par ce point. Ces masques sont statiques et sont destinés aux applications nécessitant une unique forme d'impulsion [54].
- **Miroirs déformables** : il s'agit de miroirs dont la surface est déformée par des poussoirs situés derrière [57][58]. L'onde incidente est alors déphasée en fonction de son angle d'incidence sur la surface du miroir. On peut ainsi déphaser les composantes spectrales indépendamment les unes des autres, les miroirs déformables ont une faible résolution spatiale, mais ils restent programmables.

### 1.6.2.2 Modulation par diffraction individuelle de chaque composante spectrale

Pour ces modulateurs, la modulation est obtenue par diffraction du champ électrique par un réseau spatial placé dans le plan de Fourier, ces modulateurs sont tous capables de moduler en phase et en intensité simultanément. Le plus utilisé est le modulateur acousto-optique.

- **Modulateurs acousto-optiques** : une onde acoustique crée des variations d'indice dans un cristal acousto-optique. L'impulsion laser ultracourte spatialement dispersée traversant ce dernier se trouve confrontée à un réseau [59]. Le spectre est donc modulé comme souhaité en fonction de la modulation spatiale du réseau d'indice.

Nous retrouvons aussi les technologies connues sous le nom (*Passive Pulse Stacking Techniques*), qui ont été utilisées pour la mise en forme d'impulsions laser de quelques picosecondes, à base des lignes à retard [60], sur un ensemble de cristaux biréfringents orientés de manière appropriée [61][62]. Dans ce qui suit nous allons nous intéresser à la technologie basée sur les cristaux biréfringents pour la mise en forme d'impulsions optique temporelle. La Figure 1.8 illustre le principe de fonctionnement de la technologie des cristaux biréfringents [63][64].

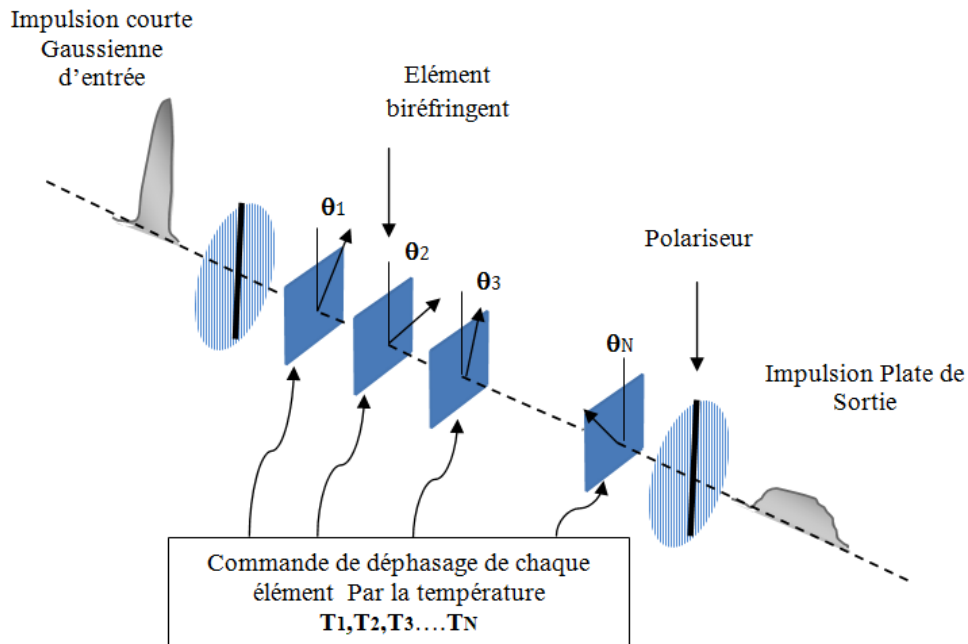


Figure 1.8: *Filtre biréfringent de N étages [62].*

La Figure ci-dessus, illustre l'architecture d'un filtre biréfringent de type Šolc avec des angles d'orientations arbitraires, dédiée à la mise en forme d'impulsions laser. Le principe de fonctionnement est simple, l'impulsion d'entrée courte de forme gaussienne est divisée en plusieurs sous impulsions mutuellement retardées en raison de la biréfringence des cristaux. D'autre part, ces impulsions courtes décalées interfèrent au niveau du polariseur de sortie du filtre pour former l'impulsion désirée. Les déphasages introduits par les différents cristaux sont obtenus par effet thermo-optique. Nous notons que la forme d'impulsion de sortie n'est pas figée pour cette technologie, ce qui donne une grande liberté pour le choix de la forme d'impulsion désirée. La technologie des cristaux biréfringents peut être utilisée aussi pour la compensation de la dispersion de mode de polarisation (PMD) [65].

## 1.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté le contexte des travaux réalisés dans le cadre de cette thèse. La fonction de filtrage dédiée au domaine des télécommunications optiques, que ce soit dans les noeuds du réseau ou à la réception, permet d'améliorer les transmissions optiques et une exposition des différents dispositifs implémentés par les technologies les plus matures a été faite. Aussi, nous avons abordé le concept de la mise en forme d'impulsions laser et ses technologies d'implémentation les plus utilisées, dont le but est de montrer la nécessité de la fonction de filtrage dans ce type d'application.

## Chapitre 2

---

# Filtrage interférentiel en polarisation

## 2.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à la description des principes de base des filtres interférentiels en polarisations. Nous commençons par faire un rappel sur les notions physiques élémentaires notamment la polarisation de la lumière et fournir les outils d'étude les mieux adaptés pour ce type de phénomènes. Ensuite, nous abordons un peu plus en détail les milieux anisotropes, dont les cristaux liquides, et nous décrivons l'effet électro-optique et la propagation de la lumière à travers ces milieux. Enfin, nous présentons les deux configurations de base de cette famille de filtres, à savoir la configuration de Lyot et celle de Šolc.

## 2.2 Phénomène de Polarisation

### 2.2.1 Qu'est ce que la lumière ?

Historiquement, la lumière a fait l'objet de longs débats scientifiques. Sa nature et ses propriétés physiques ont attiré la curiosité et l'intérêt des physiciens et des philosophes depuis l'Antiquité. Deux points de vue ont émergés, et chacun ayant sa place dans l'histoire de la physique. Dans la seconde moitié du XVII<sup>e</sup> siècle, **Isaac Newton**<sup>1</sup> a développé la théorie corpusculaire. Il fit ses expériences sur la décomposition de la lumière en 1666, où il démontra que la lumière blanche n'est pas pure et homogène comme on le pensait mais un mélange de lumières homogènes de couleurs différentes. Durant cette même époque, **Christian Huygens**<sup>2</sup> en 1678 émit l'idée que la lumière se comportait comme une onde et publia cette théorie dans son (*traité de la lumière*) en 1690. Au XIX<sup>e</sup> siècle, précisément en 1821, **Augustin Fresnel**<sup>3</sup> définit la lumière comme une onde, c'est-à-dire comme une perturbation se propageant sans déplacement de matière. C'est un phénomène bien connu de tous les enfants habitués à faire des ricochets dans l'eau, les rides provoquées par un caillou à la surface de l'eau se propagent circulairement autour d'un point d'impact sans produire de transport d'eau. On

---

<sup>1</sup>**Isaac Newton** (1642-1727), physicien, philosophe, astronome et mathématicien anglais, il a formulé des lois sur la gravitation universelle et sur les corps en mouvement.

<sup>2</sup>**Christian Huygens** (1629-1695), mathématicien, astronome et physicien néerlandais

<sup>3</sup>**Augustin Jean Fresnel** (1788-1827), physicien français, fondateur de l'optique moderne, il proposa une explication de tous les phénomènes optiques dans le cadre de la théorie ondulatoire de la lumière.



parle dans ce cas d'ondes mécaniques, celles-ci existent dans des milieux dont les propriétés élastiques leur permettent de revenir à leur état d'équilibre. En 1864, **Maxwell**<sup>4</sup> présente les équations de l'électromagnétisme qui portent désormais son nom et montre que ces équations prédisent l'existence d'ondes dont la vitesse est très proche de celle de la lumière et propose que la lumière soit en fait une onde électromagnétique. Il semble alors exclu d'attribuer une nature autre qu'ondulatoire à la lumière. En 1887, la découverte de l'effet photoélectrique par **Heinrich Hertz**<sup>5</sup>, montre que si l'on envoie sur un matériau métallique un faisceau dont la longueur d'onde est supérieure à un certain seuil, on lui arrache des électrons. La valeur du seuil est directement liée à la nature même du métal. Aucune interprétation de l'effet photoélectrique n'était possible avec une théorie ondulatoire. En 1905, **Albert Einstein**<sup>6</sup> publie un article révolutionnaire qui lui vaut le prix Nobel, dans lequel il interprète l'effet photoélectrique. Il prouve ainsi la nature corpusculaire de la lumière et suppose que l'énergie lumineuse associée à une onde de fréquence  $\nu$  n'est absorbée que par des multiples de  $\Delta E = h\nu$  où  $h$  est une constante, indépendante de la fréquence. Enfin, Au XX<sup>e</sup> siècle, le développement de la dualité onde-corpuscule, met un point final à cette querelle, la lumière a effectivement ce double aspect et les échelles de mesure auxquelles on travaille peuvent mettre en avant l'une ou l'autre nature, ondulatoire ou corpusculaire. La conclusion que la lumière doit être décrite soit par des ondes soit par des corpuscules réside dans la spécificité du problème ou de l'expérience abordée [66][67][68].

Dans ce qui suit nous allons nous intéresser à la nature ondulatoire de la lumière, qui s'avère mieux adapter pour l'étude des phénomènes tels que : les interférences, la diffraction, la polarisation, etc. D'autre part, et pour des raisons de simplification, nous supposons que la lumière se comporte comme une onde plane, car elle reste la meilleure modélisation pour décrire la propagation d'une onde lumineuse.

### 2.2.2 Description mathématique des phénomènes liés à la Polarisation

Comme cité précédemment, le concept ondulatoire de la lumière est mieux adapté pour l'étude du phénomène de la polarisation. La supposition que la lumière soit une onde électromagnétique nous a permis d'appliquer les définitions de l'électromagnétisme. Même si l'existence d'une onde plane n'a pas de réalité physique mais elle reste toujours une bonne approximation formelle qui décrit la propagation d'une onde lumineuse qui n'est rien d'autres que la combinaison de deux perturbations orthogonales représentées par les vecteurs champ électrique  $\vec{E}$  et champ magnétique  $\vec{H}$ . Ces deux champs forment un plan appelé *plan d'onde* ou *plan transverse*. Ce dernier est perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde  $\vec{K}$ . Fresnel et Arago ont montré que la lumière se propageant dans une direction donnée est

<sup>4</sup>**James Clerk Maxwell** (1831-1879), physicien et mathématicien écossais, il est principalement connu pour avoir unifié en un seul ensemble d'équations (les équations de Maxwell)

<sup>5</sup>**Heinrich Rudolf Hertz** (1857-1894), physicien allemand, il a inventé un oscillateur produisant des ondes électromagnétiques, ce qui permet de démontrer qu'elles ont la même nature que la lumière.

<sup>6</sup>**Albert Einstein** (1879-1955), physicien théoricien allemand, il publie sa théorie de la relativité restreinte en 1905, et sa théorie de la relativité générale en 1915.

polarisée uniquement dans le plan d'onde ( $E_z = 0$ ). Par conséquent, le champ électrique  $\vec{E}$  d'une onde plane monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$  se propageant selon l'axe  $Oz$ , comme représenté dans la Figure 2.1, est décrit par le système d'équations suivant,

$$\begin{cases} E_x(z, t) = A_x \cos(\omega t - Kz + \varphi_x) \\ E_y(z, t) = A_y \cos(\omega t - Kz + \varphi_y) \end{cases} \quad (2.1)$$

- $A_x$  et  $A_y$  sont les amplitudes des composantes du champ électrique,
- $\omega$  est la pulsation,
- $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  est la norme du vecteur d'onde,
- et  $\varphi_x$  et  $\varphi_y$  sont les phases des composantes.

En posant  $z=0$ , et en changeant l'origine du temps, l'équation (2.1) s'écrit,

$$\begin{cases} E_x(z, t) = A_x \cos(\omega t) \\ E_y(z, t) = A_y \cos(\omega t + \Delta\varphi) \end{cases} \quad (2.2)$$

où  $\Delta\varphi = \varphi_y - \varphi_x$ , est le déphasage entre les deux composantes  $E_x(z, t)$  et  $E_y(z, t)$ .

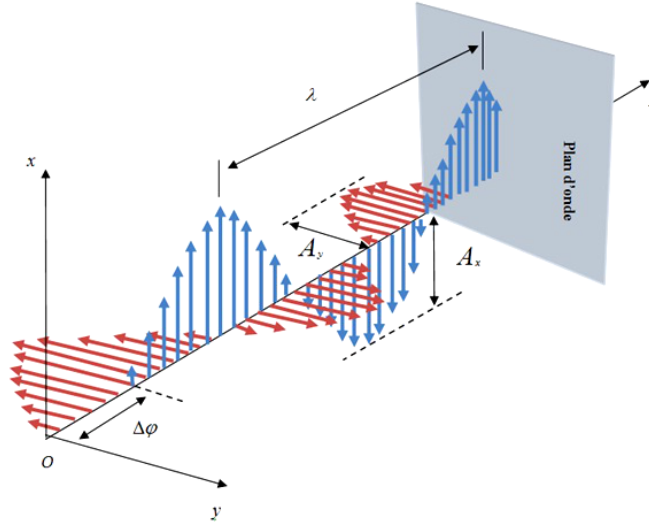


Figure 2.1: Schéma de propagation des composantes de l'onde lumineuse.

### 2.2.3 Etats de polarisations d'une onde lumineuse

L'état de polarisation d'une onde est défini par la courbe décrite par l'extrémité du vecteur champ électrique en fonction du temps, projetée sur le plan orthogonal à la direction de propagation. Si on se place dans le plan  $z = 0$ , et en éliminant la dépendance temporelle  $\omega t$

entre les composantes  $E_x$  et  $E_y$ , on montre que l'extrémité du vecteur champ électrique suit une trajectoire correspondant à l'équation suivante,

$$\left(\frac{E_x(z,t)}{A_x}\right)^2 + \left(\frac{E_y(z,t)}{A_y}\right)^2 - 2\frac{E_x(z,t)}{A_x}\frac{E_y(z,t)}{A_y}\cos(\Delta\varphi) = \sin^2(\Delta\varphi) \quad (2.3)$$

Si  $\Delta\varphi$  n'est pas constant dans le temps, alors l'onde lumineuse est **non polarisée**. Ce qui est montré dans la Figure ci-dessous.

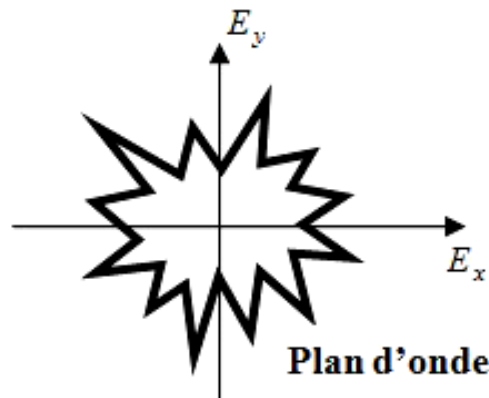


Figure 2.2: Onde non polarisée.

Si  $\Delta\varphi$  est constant dans le temps, l'onde est alors dite **polarisée elliptiquement** et l'équation (2.3) correspond à une ellipse (cas général). L'état de polarisation est défini si on connaît l'ensemble des paramètres de l'ellipse (Cf. Figure 2.3),

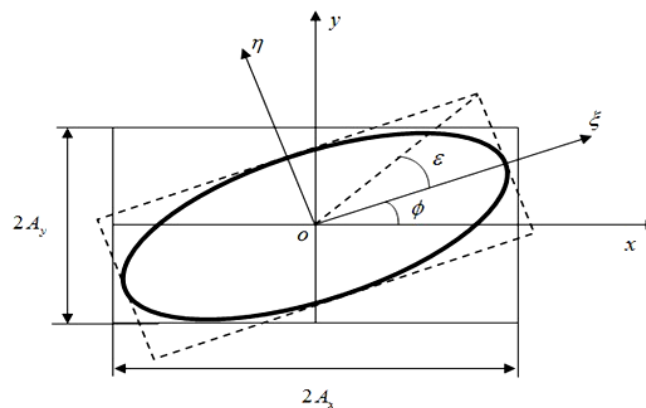


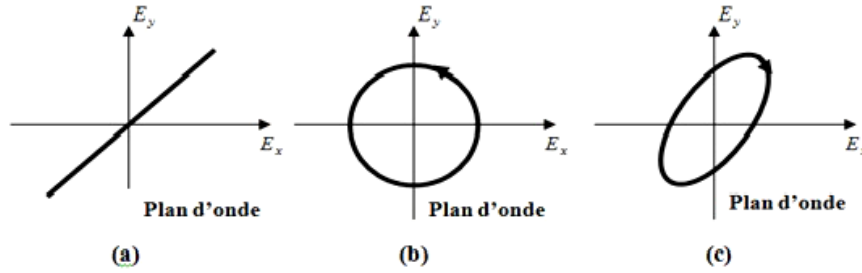
Figure 2.3: Ellipse de polarisation.

c'est à dire son ellipticité  $\varepsilon$ , son angle d'orientation  $\phi$ , le déphasage  $\varphi$  et son sens de rotation (qui dépend directement du signe de  $\Delta\varphi$ ), et qui sont reliés par les deux équations suivantes,

$$\tan(2\Psi) = \frac{2A_x A_y}{A_x^2 - A_y^2} \cos(\Delta\varphi) \quad (2.4)$$

$$\sin(2\varepsilon) = \frac{2A_x A_y}{A_x^2 + A_y^2} \sin(\Delta\varphi) \quad (2.5)$$

Si  $\sin \Delta\varphi > 0$ , l'ellipse est parcourue dans le sens horaire (la polarisation est dite droite). Lorsque  $\sin \Delta\varphi < 0$ , l'ellipse est parcourue dans le sens inverse (la polarisation est dite gauche). Deux principaux états peuvent être déduits de l'état de polarisation elliptique. Quand  $\sin \Delta\varphi = 0$ , nous sommes en présence d'une onde polarisée linéairement (Cf. Figure 2.4.a). Si  $\sin \Delta\varphi \pm 1$ , la figure décrite par l'extrémité du champ électrique est un cercle (Cf. Figure 2.4.b).



**Figure 2.4:** États de polarisation d'une onde lumineuse (a) polarisation rectiligne orientée à  $45^\circ$ , (b) polarisation circulaire gauche, (c) polarisation elliptique droite.

## 2.3 Représentation de l'état de polarisation

Deux formalismes sont les plus utilisés pour représenter mathématiquement la polarisation d'une onde lumineuse. Le premier a été introduit par R.C.Jones<sup>7</sup>, qui est particulièrement bien adapté à la description d'ondes totalement polarisées. Le second est introduit par Sir G. G.Stokes<sup>8</sup>, et décrit l'onde partiellement polarisée sous forme de vecteur à quatre dimensions. Le formalisme de Stokes est couramment utilisé dans les deux cas (*onde polarisée ou non*) car il fait appel, pour la représentation de la polarisation, à des grandeurs relatives à des intensités. Il est donc intrinsèquement lié à des grandeurs mesurables.

<sup>7</sup>**Robert Clark Jones** (1916-2004), physicien américain spécialisé dans le domaine de l'optique. Il a surtout connu pour avoir développé le formalisme de Jones

<sup>8</sup>**George Gabriel Stokes** (1819-1903), mathématicien et physicien britannique. Ses contributions majeures concernent la mécanique des fluides et l'optique

### 2.3.1 Formalisme de Jones

En 1940, Robert Clark Jones développa un calcul matriciel appelé calcul matriciel de Jones. La méthode inventée par Jones repose sur l'idée que toute vibration elliptique résulte de la composition de deux vibrations orthogonales possédant chacune une amplitude et une phase distincte. Dans le calcul matriciel de Jones l'état de polarisation d'une onde lumineuse, son amplitude et sa phase sont représentés par une matrice colonne, appelée vecteur de Jones [69],

$$J = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_x e^{j\varphi_x} \\ A_y e^{j\varphi_y} \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

Ce vecteur est de nature complexe, l'intensité du champ associé à ce vecteur est donnée par,

$$I = J^{T*} * J \quad (2.7)$$

où  $J^{T*}$  est le vecteur conjugué transposé.

Pour un état de polarisation linéaire orienté suivant l'angle  $\theta$  par rapport à l'axe Ox, son vecteur de Jones normalisé dans le plan transverse s'écrit de la façon suivante,

$$J = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

Si les deux composants du vecteur champ électrique ont la même amplitude et déphasés entre eux, de  $\Delta\varphi = \pm m\pi/2$  ( $m$  entier impair), alors dans ce cas, l'onde lumineuse est polarisée circulairement. Par ailleurs, selon le signe de ce déphasage, on peut connaître le parcours de son tracé dans le plans transverse (*circulaire droit et circulaire gauche*).

$$J_D = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -j \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

$$J_G = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ j \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

Le formalisme de Jones offre la possibilité de représenter des états d'une onde totalement polarisée mais il ne permet cependant pas de traiter les ondes dépolarisées ou partiellement polarisées. Pour cela une alternative pour que le formalisme de Jones puisse représenter une lumière partiellement polarisée consiste à utiliser les matrices de cohérence.

### 2.3.2 Formalisme de Stokes

La différence capitale entre la représentation de Stokes de celui de Jones est de se baser, pour décrire la polarisation de la lumière, sur les quantités mesurables que sont les intensités plutôt que sur les champs électriques. Dans le formalisme de Stokes, la polarisation de la lumière est décrite par un vecteur à quatre dimensions appelé le vecteur de Stokes.

En multipliant l'équation (2.3) par  $4A_x^2 A_y^2$  et en prenant la valeur moyenne, on obtient l'équation suivante,

$$4A_y^2 \left\langle E_x^2(0, t) \right\rangle + 4A_x^2 \left\langle E_y^2(0, t) \right\rangle - 8A_x A_y \left\langle E_x(0, t) E_y(0, t) \right\rangle \cos \Delta\varphi = (2A_x A_y \sin \Delta\varphi)^2 \quad (2.11)$$

Les valeurs moyennes des différents termes dans l'équation (2.11) valent,

$$\left\langle E_x^2(0, t) \right\rangle = \frac{1}{2} A_x^2 \quad (2.12)$$

$$\left\langle E_y^2(0, t) \right\rangle = \frac{1}{2} A_y^2 \quad (2.13)$$

$$\left\langle E_x(0, t) E_y(0, t) \right\rangle = \frac{1}{2} A_x A_y \cos \Delta\varphi \quad (2.14)$$

D'où,

$$2A_x^2 A_y^2 + 2A_x^2 A_y^2 - (2A_x A_y \cos \Delta\varphi)^2 = (2A_x A_y \sin \Delta\varphi)^2 \quad (2.15)$$

Additionner et soustraire le terme  $A_x^4 + A_y^4$  dans le membre de gauche permet de réécrire l'équation (2.15) sous la forme suivante,

$$(A_x^2 + A_y^2)^2 - (A_x^2 - A_y^2)^2 - (2A_x A_y \cos \Delta\varphi)^2 = (2A_x A_y \sin \Delta\varphi)^2 \quad (2.16)$$

À partir de cette équation, les paramètres de Stokes d'une onde plane sont couramment définis comme suit,

$$\begin{cases} S_0 = A_x^2 + A_y^2 \\ S_1 = A_x^2 - A_y^2 \\ S_2 = 2A_x A_y \cos \Delta\varphi \\ S_3 = 2A_x A_y \sin \Delta\varphi \end{cases} \quad (2.17)$$

Les quatre éléments de S sont directement liés par l'expression,

$$S_0^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 \quad (2.18)$$

### 2.3.2.1 Cas d'une onde totalement polarisée

- *Polarisation linéaire*

Pour une onde polarisée linéairement avec une amplitude  $A$  et une orientation  $\theta$  (avec l'axe  $Ox$ ),  $A_x = A \cos \theta$ ,  $A_y = A \sin \theta$  et  $\Delta\varphi = 0$ , on aura [70],

$$\begin{cases} S_0 = A_x^2 + A_y^2 = A^2 \\ S_1 = A_x^2 - A_y^2 = A^2 \cos 2\theta \\ S_2 = 2A_x A_y \cos \Delta\varphi = A^2 \sin 2\theta \\ S_3 = 2A_x A_y \sin \Delta\varphi = 0 \end{cases} \quad (2.19)$$

Le vecteur de Stokes d'une onde à polarisation linéairement et orientée sous l'angle  $\theta$  par rapport à l'axe  $Ox$  est donné par,

$$\begin{cases} S_0 \\ S_0 \cos 2\theta \\ S_0 \sin 2\theta \\ 0 \end{cases} \quad (2.20)$$

- *Polarisation circulaire*

Polarisation circulaire droite : dans ce cas,  $A_x = A_y = A$ , et  $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$

Par conséquent,

$$\begin{cases} 2A^2 \\ 0 \\ 0 \\ 2A^2 \end{cases} \quad (2.21)$$

Polarisation circulaire gauche : dans ce cas,  $A_x = A_y = A$ , et  $\Delta\varphi = \frac{-\pi}{2}$

Par conséquent,

$$\begin{cases} 2A^2 \\ 0 \\ 0 \\ -2A^2 \end{cases} \quad (2.22)$$

Les vecteurs de Stokes sont souvent normalisés par rapport à la composante  $S_0$ . Six états de polarisation d'une onde lumineuse remarquables peuvent être exprimés de la façon suivante,

**Table 2.1** – Vecteurs de Stokes normalisés

PLH	PLV	PL+45°	PL-45°	PLD	PCG
(S <sub>0</sub> )	(S <sub>90°</sub> )	(S+45°)	(S135°)	(S <sub>d</sub> )	(S <sub>g</sub> )
$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

### 2.3.2.2 Cas d'une onde non polarisée

Dans ce cas,  $A_x = A_y = A$ , et  $\Delta\varphi$ , varie aléatoirement dans le temps. Par conséquent,  $\langle \cos \Delta\varphi \rangle = \langle \sin \Delta\varphi \rangle$ . Ce qui donne,

$$\begin{cases} S_0 = A_x^2 + A_y^2 = 2A^2 \\ S_1 = 0 \\ S_2 = 0 \\ S_3 = 0 \end{cases} \quad (2.23)$$

Ainsi, le vecteur de Stokes normalisé correspondant est donné par,

$$S = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

On peut noter que, dans ce cas,

$$S_0^2 > S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 \quad (2.25)$$

### 2.3.2.3 Cas d'une onde partiellement polarisée

Une onde lumineuse quelconque de vecteur de Stokes  $S$  pourra se décomposer en une partie complètement polarisée et en une partie non polarisée, cette décomposition est unique,

$$S_{Par} = S_{Pol} + S_{Npol} \quad (2.26)$$



La forme matricielle peut être exprimée comme suit,

$$\begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} pS_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1-p)S_0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Avec  $p$ , est le degré de polarisation, que nous appellerons DOP pour l'abréviation anglaise de *Degree of Polarization*,

$$p = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0} \quad (2.28)$$

### 2.3.3 Sphère de Poincaré

Le vecteur de Stokes normalisé par rapport à la composante  $S_0$  peut être représenté par un point  $M$  sur une sphère de rayon unité. Les différents états de polarisation d'une onde lumineuse peuvent être représentés de manière géométrique en coordonnées polaires. Un état de polarisation est repéré par trois grandeurs, l'angle azimutal  $\phi$ , l'ellipticité  $\varepsilon$  et un rayon unitaire représentant l'intensité totale normée de l'onde. Les états fondamentaux se trouvent sur le cercle équatorial en ce qui concerne les états rectilignes, l'axe  $s_1$  représente les composantes polarisées linéairement horizontalement et verticalement. L'axe  $s_2$  représente les composantes polarisées linéairement à  $+45^\circ$  et à  $-45^\circ$ . L'axe  $s_3$  représente les composantes polarisées circulairement. Ainsi, le pôle nord correspond à l'état circulaire gauche et le pôle sud correspond à l'état circulaire droit. Tout autre point sur la sphère représente un état elliptique. Les coordonnées d'un point particulier sur la sphère sont tirées directement à partir du vecteur de Stokes. La Figure 2.5 illustre cette représentation,

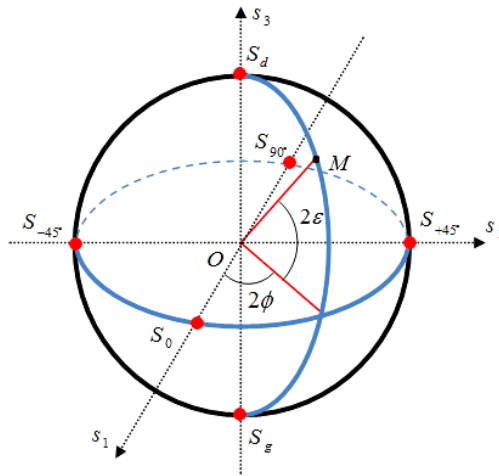


Figure 2.5: Sphère de Poincaré.

## 2.4 Milieux anisotropes

De manière générale un milieu anisotrope est un milieu dont les propriétés optiques (notamment l'indice de réfraction) dépendent de la direction de propagation de l'onde [71]. Ainsi, lorsque les propriétés électriques et/ou magnétiques d'un milieu dépendent des directions des vecteurs de champs, les relations entre les champs peuvent être écrites sous la forme suivante [72],

$$\vec{D} = \varepsilon_0[\varepsilon]\vec{E} \quad (2.29)$$

$$\vec{\beta} = \mu_0[\mu]\vec{H} \quad (2.30)$$

Avec  $[\varepsilon]$  et  $[\mu]$ , sont respectivement, le tenseur de permittivité relative et le tenseur de perméabilité. Les milieux anisotropes peuvent être divisés en deux classes, selon les modes propres de propagation. Si les modes de propagation sont linéaires l'anisotropie est dite linéaire. Dans ce cas, les composants de la permittivité et la perméabilité sont symétriques  $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$  et  $\mu_{ij} = \mu_{ji}$ . Lorsque, les modes sont circulaires, l'anisotropie est dite circulaire et les composants de la permittivité et la perméabilité ne sont pas symétriques.  $\varepsilon_{ij} = -\varepsilon_{ji}$  et  $\mu_{ij} = \mu_{ji}$ . Dans la suite, nous nous intéressons à l'anisotropie linéaire du fait que les composants utilisés dans ce travail de thèse jouissent de cette propriété.

### 2.4.1 Tenseur de permittivité

Dans un milieu anisotrope le vecteur déplacement électrique  $\vec{D}$  est le vecteur champ électrique  $\vec{E}$  ne sont pas colinéaires, et la relation entre les deux vecteurs est donnée par [70],

$$\begin{aligned} D_x &= \varepsilon_{xx}E_x + \varepsilon_{xy}E_y + \varepsilon_{xz}E_z \\ D_y &= \varepsilon_{yx}E_x + \varepsilon_{yy}E_y + \varepsilon_{yz}E_z \\ D_z &= \varepsilon_{zx}E_x + \varepsilon_{zy}E_y + \varepsilon_{zz}E_z \end{aligned} \quad (2.31)$$

Avec  $\varepsilon_{ij}$  ( $i, j = x, y, z$ ), sont des constantes.

$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx}, \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx}, \varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zy}.$$

En outre, on peut toujours choisir un système de coordonnées (ex : x, y, et z) à l'intérieur du cristal de telle sorte que,

$$\begin{aligned} D_x &= \varepsilon_x E_x \\ D_y &= \varepsilon_y E_y \\ D_z &= \varepsilon_z E_z \end{aligned} \quad (2.32)$$

Ce système de coordonnées est appelé le repère propre du milieu matériel, les axes de coordonnées de ce repère sont les axes propres ou axes principaux du milieu. L'équation (2.32) montre que si  $\vec{E}$  est suivant l'un des axes principaux,  $\vec{D}$  est toujours parallèle à  $\vec{E}$ .

Les quantités  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$  sont les permittivités principales.

On définit les indices de réfraction principaux  $n_x, n_y$  et  $n_z$  reliés aux permittivités par la relation générale,

$$n_x = \sqrt{\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_0}}, n_y = \sqrt{\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_0}}, n_z = \sqrt{\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_0}} \quad (2.33)$$

Suivant les valeurs des permittivités, on peut classer les milieux en isotrope, anisotrope uniaxe et anisotrope biaxe,

Isotrope :  $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z$

Anisotrope uniaxe :  $\varepsilon_x = \varepsilon_y \neq \varepsilon_z$

Anisotrope biaxe :  $\varepsilon_x \neq \varepsilon_y \neq \varepsilon_z$

Dans le cas des milieux anisotropes uniaxes, les axes principaux, peuvent être choisis aléatoirement et perpendiculaires à l'axe z. En outre, les quantités,

$$n_o = n_x = n_y = \sqrt{\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_0}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_0}}, n_e = n_z = \sqrt{\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_0}} \quad (2.34)$$

Les indices  $n_o$  et  $n_e$  sont respectivement appelés **indice ordinaire** et **indice extraordinaire**. Suivant les valeurs de ces derniers, on peut classer le milieu uniaxe en deux catégories,

Cristal anisotrope positif (ex, quartz) :  $n_e > n_o$ .

Cristal anisotrope négatif (ex, calcite) :  $n_e < n_o$ .

### 2.4.2 Propagation d'une onde plane dans un milieu anisotrope

Dans un milieu diélectrique les équations de Maxwell s'écrivent [70],

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{D} &= 0 \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{H} &= 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{D} &= -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \times \vec{H} &= \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{aligned} \quad (2.35)$$

où,  $\vec{\beta} = \mu \vec{H}$ , et pour la plupart des milieux diélectriques on peut supposer  $\mu \approx \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{Ns}^2/\text{C}^2$ ,  $\mu_0$  la perméabilité du vide.

Pour une onde lumineuse se propageant suivant la direction  $\vec{K}$ , nous pouvons écrire,

$$\begin{aligned}\vec{D} &= \vec{D}_0 e^{\omega t - \vec{K}\vec{r}} \\ \vec{E} &= \vec{E}_0 e^{\omega t - \vec{K}\vec{r}} \\ \vec{H} &= \vec{H}_0 e^{\omega t - \vec{K}\vec{r}}\end{aligned}\quad (2.36)$$

A partir de (2.35) on peut déduire facilement,

$$\begin{aligned}\vec{K} \cdot \vec{D} &= 0 \\ \vec{K} \cdot \vec{H} &= 0\end{aligned}\quad (2.37)$$

L'équation (2.37) montrent que les vecteurs  $\vec{H}$  et  $\vec{D}$  sont perpendiculaires au vecteur  $\vec{K}$ , et si on remplace l'équation (2.36) dans (2.35) on obtient,

$$\begin{aligned}\vec{H} &= \frac{1}{\omega\mu_0} (\vec{K} \times \vec{E}) \\ \vec{D} &= -\frac{1}{\omega} (\vec{K} \times \vec{H})\end{aligned}\quad (2.38)$$

Les vecteurs  $\vec{D}$ ,  $\vec{E}$  et  $\vec{K}$  se situent dans un plan qui est perpendiculaire à  $\vec{H}$ . Le vecteur  $\vec{K}$  se propage le long d'une vitesse d'onde (vitesse de phase) étant donnée,

$$\nu_{onde} = \frac{\omega}{K} = \frac{c}{n_{onde}}\quad (2.39)$$

Avec  $k = \frac{K}{k}$ ,  $\vec{k}$  le vecteur unitaire suivant  $\vec{K}$ ,  $k = (\omega/c)n_{onde}$ , avec  $n_{onde}$  l'indice de réfraction de l'onde. Il est important de noter que la direction de propagation de l'énergie est suivant le vecteur de **Poynting**<sup>9</sup>,  $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$ , qui est en général différente de celle de  $\vec{K}$ .

### 2.4.3 Modes propres de Polarisation

Dans cette partie, nous allons déterminer les directions du vecteur  $\vec{D}$  et les valeurs correspondantes de  $n_{onde}$  pour les deux modes propres de polarisation (suivant les deux directions *ordinaire* et *extraordinaire*). En manipulant l'équation (2.38) on obtient,

$$\vec{D} = \frac{1}{\omega^2\mu_0} [(\vec{K} \cdot \vec{K})\vec{E} - (\vec{K} \cdot \vec{E})\vec{K}]\quad (2.40)$$

Si on remplace  $\vec{K} = k\vec{k}$  et  $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}n_{onde}^2 = \omega^2\varepsilon_0\mu_0n_{onde}^2$  dans l'équation (2.40), on obtient,

$$\vec{D} = n_{onde}^2\varepsilon_0[\vec{E} - (\vec{k}\vec{E})\vec{k}]\quad (2.41)$$

---

<sup>9</sup>**John Henry Poynting** (1852-1914), physicien anglais qui a travaillé entre autres, sur les ondes électromagnétiques.

Utilisant les axes principaux de  $x$ ,  $y$  et  $z$ . on peut écrire,

$$D_x = \varepsilon_0 n_x^2 E_x, D_y = \varepsilon_0 n_y^2 E_y, D_z = \varepsilon_0 n_z^2 E_z \quad (2.42)$$

Si on remplace dans (2.41), on obtient les trois équations homogènes suivantes,

$$\left(\frac{n_x^2}{n_{onde}^2} + k_x^2 - 1\right)E_x + k_x k_y E_y + k_x k_z E_z = 0 \quad (2.43)$$

$$k_y k_x E_x + \left(\frac{n_y^2}{n_{onde}^2} + k_y^2 - 1\right)E_y + k_y k_z E_z = 0 \quad (2.44)$$

$$k_z k_x E_x + k_z k_y E_y + \left(\frac{n_z^2}{n_{onde}^2} + k_z^2 - 1\right)E_z = 0 \quad (2.45)$$

Les  $k_x, k_y, k_z$  sont les composantes du vecteur unitaire  $\vec{k}$ , avec  $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = 1$  Pour une solution non triviale des équations (2.42)(2.43)(2.44), nous pouvons écrire,

$$\begin{vmatrix} \left(\frac{n_x^2}{n_{onde}^2} + k_x^2 - 1\right) & k_x k_y & k_x k_z \\ k_y k_x & \left(\frac{n_y^2}{n_{onde}^2} + k_y^2 - 1\right) & k_y k_z \\ k_z k_x & k_z k_y & \left(\frac{n_z^2}{n_{onde}^2} + k_z^2 - 1\right) \end{vmatrix} = 0 \quad (2.46)$$

Il est facile de trouver les racines de l'équation. (2.45) lorsque la direction de propagation est suivant l'un des axes principaux, (l'axe  $Ox$  par exemple). Dans ce cas,  $k_x = 1, k_y = 0$  et  $k_z = 0$ .

L'équation (2.45) s'écrit,

$$\frac{n_x^2}{n_{onde}^2} \left(\frac{n_y^2}{n_{onde}^2} - 1\right) \left(\frac{n_z^2}{n_{onde}^2} - 1\right) = 0 \quad (2.47)$$

Ce qui donne les deux valeurs possibles de  $n_{onde}$ ,  $n_{onde1} = n_y$  et  $n_{onde2} = n_z$ .

Si on remplace  $n_{onde} = n_y$  dans les équations (2.44) et (2.46), on obtient  $E_x = 0$  et  $E_z = 0$

Cela signifie que pour  $n_{onde} = n_y$ , le champ électrique  $\vec{E}$  et, par conséquent,  $\vec{D}$  est le long de la direction  $y$ . De même, on peut montrer que pour  $n_{onde} = n_z$ , le champ électrique  $\vec{E}$  et le vecteur déplacement  $\vec{D}$  ont la même direction suivant  $z$ . Si on résume, si l'onde lumineuse se propage le long de l'axe  $Ox$ , le champ électrique  $\vec{E}$  et, par conséquent,  $\vec{D}$  des deux modes propres sont polarisées le long des axes  $Oy$  et  $Oz$ , et les indices de réfraction correspondants sont  $n_y$  et  $n_z$  respectivement. De même, on peut montrer que si l'onde se propage le long de l'axe  $y$ ,  $\vec{E}$  et  $\vec{D}$  des deux modes propres sont polarisées le long des axes  $z$  et  $x$ , et les indices

de réfraction correspondants sont respectivement  $n_z$  et  $n_x$ . Si l'onde se propage le long de l'axe  $Oz$ ,  $\vec{E}$  et  $\vec{D}$  des deux modes propres sont polarisées le long des axes  $Ox$  et  $Oy$ , et les indices de réfraction correspondants sont  $n_x$  et  $n_y$ , respectivement. On peut noter que, pour un milieu uniaxe,  $n_x = n_y$ , et par conséquent, les vitesses des ondes des deux modes propres (*ordinaire* et *extraordinaire*) sont égales. Ainsi, l'axe  $z$  sera **l'axe optique** du milieu.

#### 2.4.4 Ellipsoïde des indices

L'ellipsoïde des indices est une méthode géométrique simple de détermination simultanée des indices normaux  $n'$ ,  $n''$  et les états propres de propagation (Cf. Figure 2.6).

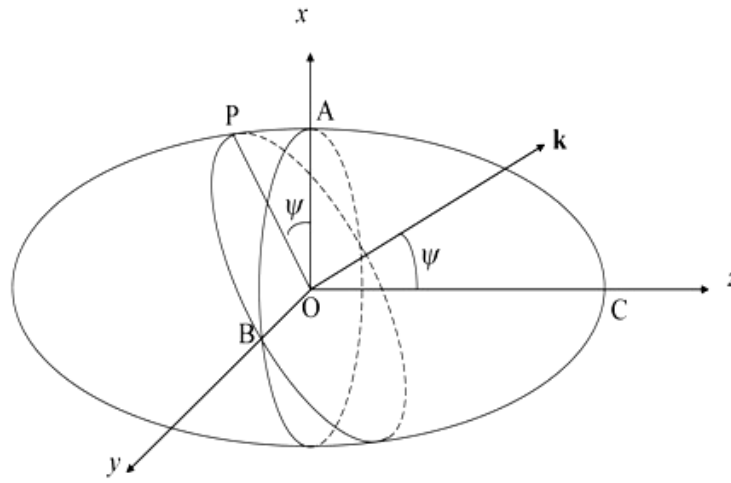


Figure 2.6: Ellipsoïde des indices.

L'ellipsoïde d'indice est décrit par l'équation suivante,

$$\frac{x^2}{n_x^2} + \frac{y^2}{n_y^2} + \frac{z^2}{n_z^2} = 1 \quad (2.48)$$

Cette équation représente un ellipsoïde généralisé avec ses axes principaux  $x$ ,  $y$  et  $z$ .

Avec,  $OA = n_x$ ,  $OB = n_y$ ,  $OC = n_z$ .

Les directions du vecteur  $\vec{D}$  pour les deux modes propres de polarisation sont déterminées à partir de l'ellipsoïde des indices de la manière suivante : on trace un plan perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde  $\vec{K}$ , et qui passe par l'origine. Généralement il forme une ellipse. Les directions des axes majeurs et mineurs de cette ellipse donnent les directions du vecteur  $\vec{D}$  pour les deux modes propres de polarisation, et les longueurs des demi-axes donnent les indices de réfraction des ondes correspondantes.

On peut montrer que, pour un cristal biaxe, il existe deux directions de propagation pour lesquelles l'intersection de l'ellipsoïde et le plan perpendiculaire à  $\vec{K}$  forme un cercle, ce

qui implique que les deux polarisations voyagent avec les mêmes indices de réfraction. Ces directions de  $\vec{K}$  sont les deux axes optiques du milieu.

Dans le cas d'un milieu uniaxe,  $n_x = n_y \neq n_z$  et il n'y a qu'une seule direction (*axe optique*), qui est également parallèle à l'axe  $z$ .

Pour démontrer l'utilisation de l'ellipsoïde des indices, nous considérons un milieu uniaxe avec  $n_x = n_y \neq n_0$  et  $n_z = n_e$ . Dans ce cas, l'ellipsoïde des indices est une ellipsoïde de révolution autour de l'axe  $z$  et qui est décrite par l'équation suivante,

$$\frac{x^2}{n_0^2} + \frac{y^2}{n_0^2} + \frac{z^2}{n_e^2} = 1 \quad (2.49)$$

### 2.4.5 Interférence des deux ondes lumineuses issues d'une lame biréfringente

Une lame biréfringente (*lame à retard*) est un milieu anisotrope, c'est-à-dire dont les propriétés physiques (en particulier l'indice de réfraction) dépendent de la direction de polarisation de l'onde lumineuse qui le traverse [73]. Le cristal composant la lame possède en effet un axe '*extraordinaire-e*' dont l'indice diffère de celui que l'on observe pour une onde polarisée dans un plan orthogonal à cet axe (cas d'un cristal uniaxe ; l'indice est alors l'indice '*ordinaire-o*'). La lame à retard est taillée de sorte que l'axe extraordinaire soit parallèle aux faces de la lame. On considère par la suite que l'axe  $z$  (le sens de propagation de l'onde) est orthogonal aux faces de la lame [74][75]. Lorsque le champ d'une onde plane monochromatique polarisé rectilignement pénètre dans la lame anisotrope, il donne naissance à deux ondes polarisées rectilignement suivant chacune des deux directions principales de la lame. Ces deux ondes se propagent avec des vitesses différentes dans le milieu anisotrope. Les deux directions principales sont appelées axe rapide  $\mathbf{F}$  et axe lent  $\mathbf{S}$  de la lame anisotrope, l'onde lumineuse polarisée suivant l'axe rapide  $\mathbf{F}$ , se propage avec une vitesse supérieure à celle de l'onde polarisée suivant l'axe lent  $\mathbf{S}$ , les indices de réfraction principaux de la lame  $n_F$  et  $n_S$ , vérifient l'inégalité :  $n_S > n_F$ . Dans la lame d'épaisseur  $L$ , les deux composants parcourent un chemin optique différent :  $n_f L$  pour l'onde polarisée suivant la direction principale  $\mathbf{F}$  et  $n_s L$  pour l'onde polarisée suivant la direction principale  $\mathbf{S}$ . La différence de marche optique  $\Delta = (n_S - n_F).L$  entre les deux ondes lorsqu'elles émergent de la lame, correspond à une différence de phase (**déphasage**),  $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}.\Delta$  qui s'écrit,

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}.(n_S - n_F).L = \frac{\omega L}{c}(n_S - n_F) \quad (2.50)$$

où  $\lambda$  est la longueur d'onde de la radiation monochromatique incidente,  $\omega$ , sa pulsation, et  $n_f$  et  $n_s$ , sont les indices principaux du cristal. La quantité  $\Delta n = (n_s - n_f)$ , est appelée, biréfringence de la lame dans le plan  $\mathbf{F-S}$ . Ces deux vibrations lumineuses transmis par la lame anisotrope dans l'air, ne peuvent pas interférer. elles sont polarisées rectilignement suivant deux directions orthogonales et reliées l'une à l'autre par une différence de phase.

Pour modéliser le comportement d'une onde lumineuse traversant une succession de milieux biréfringents, deux formalismes sont utilisés, le formalisme de Jones et celui de Stokes.

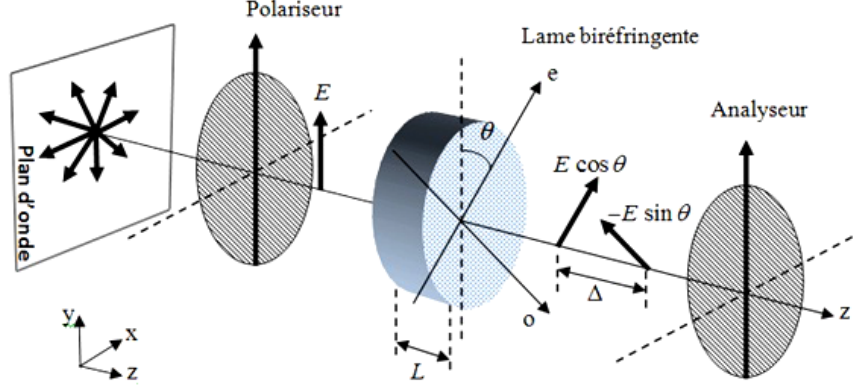


Figure 2.7: *Lame biréfringente entre Polariseur et Analyseur.*

Etant donné que nous considérons une onde plane monochromatique et totalement polarisée, il n'est pas nécessaire pour nous d'utiliser le formalisme de Stokes, d'autant plus que nous risquons de perdre l'information sur la phase de l'onde.

Dans ce manuscrit, nous utiliserons seulement le formalisme de Jones, qui s'avère simple et regroupe toutes les informations (*amplitude, phase*) nécessaires pour modéliser une onde plane monochromatique totalement polarisée. La matrice de Jones représentant la lame biréfringente s'écrit dans son propre repère [76],

$$M_0 = \begin{pmatrix} e^{-jn_S \frac{\omega}{c} L} & 0 \\ 0 & e^{-jn_F \frac{\omega}{c} L} \end{pmatrix} \quad (2.51)$$

avec  $L$ , l'épaisseur de la lame et  $\omega$  la pulsation.

Si on pose,  $\Delta\varphi = (n_S - n_F) \frac{\omega L}{c}$  et  $\Gamma = (n_S + n_F) \frac{\omega L}{c}$ .  
L'équation (2.50) s'écrit sous la forme,

$$M_0 = e^{-j\Gamma} \begin{pmatrix} e^{-j\frac{\Delta\varphi}{2}} & 0 \\ 0 & e^{j\frac{\Delta\varphi}{2}} \end{pmatrix} \quad (2.52)$$

avec  $e^{-j\Gamma}$  est le terme de phase qui peut être négligé si l'on s'intéresse au calcul des intensités.

Le vecteur de Jones normalisé de l'onde émergente exprimé dans le système de coordonnées  $\mathbf{S}$ ,  $\mathbf{F}$  est donné par,

$$J_e = M_0 J_i \quad (2.53)$$



avec  $J_i$  le vecteur de Jones normalisé de l'onde incidente.

Le vecteur de Jones de l'onde émergente exprimée dans le système de coordonnées  $x, y$  est donnée par,

$$J_e = R(-\theta).M_0.R(\theta).J_i \quad (2.54)$$

Le vecteur de Jones, à la sortie du dispositif (voir Figure 2.8), dans le plan  $Oxy$  est donné par,

$$J_s = P_y.R(-\theta).M_0.R(\theta).J_i \quad (2.55)$$

où  $P_y = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  est la matrice de Jones du polariseur dont la direction de polarisation est suivant  $Oy$  et,  $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$  est la matrice de rotation et  $J_i = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  est la vibration incidente polarisée suivant  $Oy$ .

Pour observer l'interférence des deux ondes lumineuses issues de la lame anisotrope, il est nécessaire de placer un polariseur linéaire à la sortie de la lame. L'action de ce polariseur, appelé analyseur, est de faire vibrer les deux ondes issues de la lame, dans un même plan, c'est-à-dire de créer une vibration rectiligne dont on peut analyser l'intensité lumineuse [77].

L'intensité transmise  $I$  à la sortie de polariseur est donnée par,  $I = J_s^* . J_s$

La Figure 2.8, montre la réponse en intensité d'une lame biréfringente placée entre deux polariseurs. Suivant les valeurs maximales et minimales de cette intensité, on peut définir les interférences constructives et destructives respectivement.

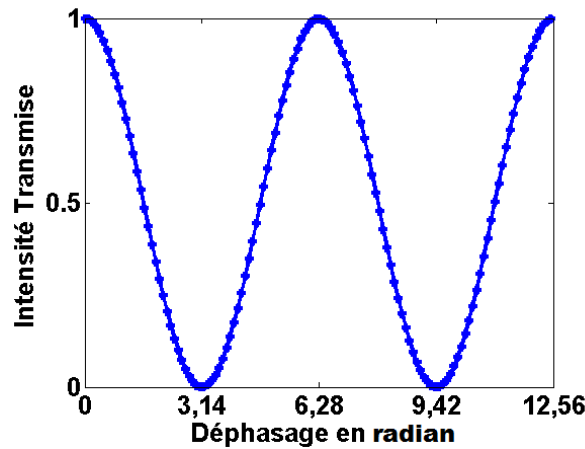


Figure 2.8: Réponse d'une lame biréfringente entre deux polariseurs.

La Figure 2.8, montre le principe d'un interféromètre à deux ondes, principe sur lequel sont basés les filtres interférentiels en polarisation. il est utile de rappeler que, pour des valeurs des différences de marche optiques particulières, une onde subit des transformations quand elle traverse des lames biréfringentes. Ces lames particulières sont appelées, suivant la valeur que prend leur différence de marche optique, quart d'onde, demi-onde ou onde [27].

### 2.4.6 Filtre de Lyot

Le filtre de Lyot est un dispositif constitué d'une succession de lames anisotropes séparées par des polariseurs rectilignes parallèles. Il a été conçu par le physicien (astronome et opticien) Bernard Lyot en 1933 pour effectuer un filtrage spectral de la lumière. L'ensemble des lames ont la même biréfringence, dont les épaisseurs respectives sont égales à  $e$ ,  $2e$ ,  $4e$ ,  $\dots$ ,  $2^{n-1}e$ . Les axes propres de la lame sont orientés à  $45^\circ$  des axes des polariseurs [78]. La Figure 2.9, illustre un filtre de Lyot à 4 étages.

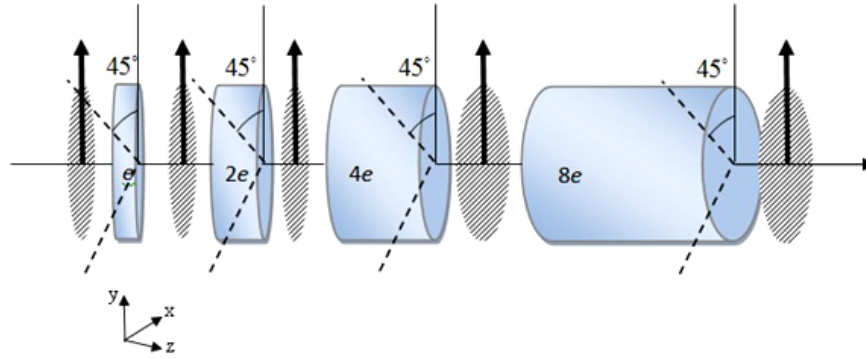


Figure 2.9: Filtre de Lyot à 4 étages.

En utilisant le formalisme de Jones, nous allons démontrer la formule de l'intensité transmise à la sortie du filtre Lyot. La matrice d'une lame biréfringente dans son repère propre est donnée par,

$$M_0 = \begin{pmatrix} e^{-j\frac{\Delta\varphi}{2}} & 0 \\ 0 & e^{j\frac{\Delta\varphi}{2}} \end{pmatrix} \quad (2.56)$$

Maintenant, la matrice d'une lame d'épaisseur  $e$ , dans le repère Oxy est,

$M^e = R(-45^\circ).M_0.R(45^\circ)$  où  $R(-45^\circ)$  est la matrice de rotation. L'équation (2.57) s'écrit,

$$\begin{aligned} M^e &= \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} e^{-j\frac{\Delta\varphi}{2}} & 0 \\ 0 & e^{j\frac{\Delta\varphi}{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos \frac{\Delta\varphi}{2} & -j \sin \frac{\Delta\varphi}{2} \\ -j \sin \frac{\Delta\varphi}{2} & \cos \frac{\Delta\varphi}{2} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.57)$$

Celles des lames d'épaisseurs  $(2e)$ ,  $(4e)$  et  $(8e)$  en sont déduites, et sont données respectivement par,

$$M^{2e} = \begin{pmatrix} \cos \Delta\varphi & -j \sin \Delta\varphi \\ -j \sin \Delta\varphi & \cos \Delta\varphi \end{pmatrix} \quad (2.58)$$

$$M^{4e} = \begin{pmatrix} \cos 2\Delta\varphi & -j \sin 2\Delta\varphi \\ -j \sin 2\Delta\varphi & \cos 2\Delta\varphi \end{pmatrix} \quad (2.59)$$

$$M^{8e} = \begin{pmatrix} \cos 4\Delta\varphi & -j \sin 4\Delta\varphi \\ -j \sin 4\Delta\varphi & \cos 4\Delta\varphi \end{pmatrix} \quad (2.60)$$

Le vecteur de Jones à la sortie du filtre de la Figure 2.9 s'exprime par,

$$\begin{aligned} J_s &= P_y.M^{8e}.P_y.M^{4e}.P_y.M^{2e}.P_y.M^e.J_i \\ &= \begin{pmatrix} 0 \\ \cos(4\Delta\varphi) \cos(2\Delta\varphi) \cos(\Delta\varphi) \cos(\frac{\Delta\varphi}{2}) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.61)$$

où  $P_y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  et  $J_i = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

L'intensité transmise du filtre de Lyot est donnée par,

$$I_{Lyot} = J_s^* \cdot J_s = \cos(4\Delta\varphi)^2 \cos(2\Delta\varphi)^2 \cos(\Delta\varphi)^2 \cos(\frac{\Delta\varphi}{2})^2 \quad (2.62)$$

D'une façon générale, l'intensité normalisée transmise pour une structure de Lyot, s'exprime alors par,

$$I_{Lyot,N} = I_0 \cdot \left[ \frac{\sin 2^N \frac{\Delta\varphi}{2}}{2^N \sin \frac{\Delta\varphi}{2}} \right]^2 \quad (2.63)$$

Il est facile de constater que l'intensité est maximale pour  $\Delta = \Delta n.e = k.\lambda$  . ( $k$  est un entier). Ce qui explique que les lames biréfringentes constituant le filtre doivent être des lames ondes ( $\Delta$  multiple de  $\lambda$ ). Et bien sur, les lames ne sont des lames **ondes** que pour une seule longueur d'onde (ou un nombre discret de longueurs d'onde). Lorsqu'on s'éloigne de cette longueur d'onde, la transmission "chute" et l'effet du filtrage interférentiel apparaît.

Les paramètres du filtre tels que, la bande passante, l'intervalle spectral libre (free spectral range, FSR), sont donnés respectivement par [27],

$$Bp_{Lyot} = \frac{\lambda^2}{2^N \Delta} \quad (2.64)$$

$$ISL_{Lyot} = \frac{\lambda^2}{\Delta} \quad (2.65)$$

où  $\Delta$ , est la différence de marche optique introduite par l'étage élémentaire d'épaisseur  $e$ . L'intensité transmise du filtre de Lyot, en fonction du nombre d'étages est illustrée sur la Figure 2.10.

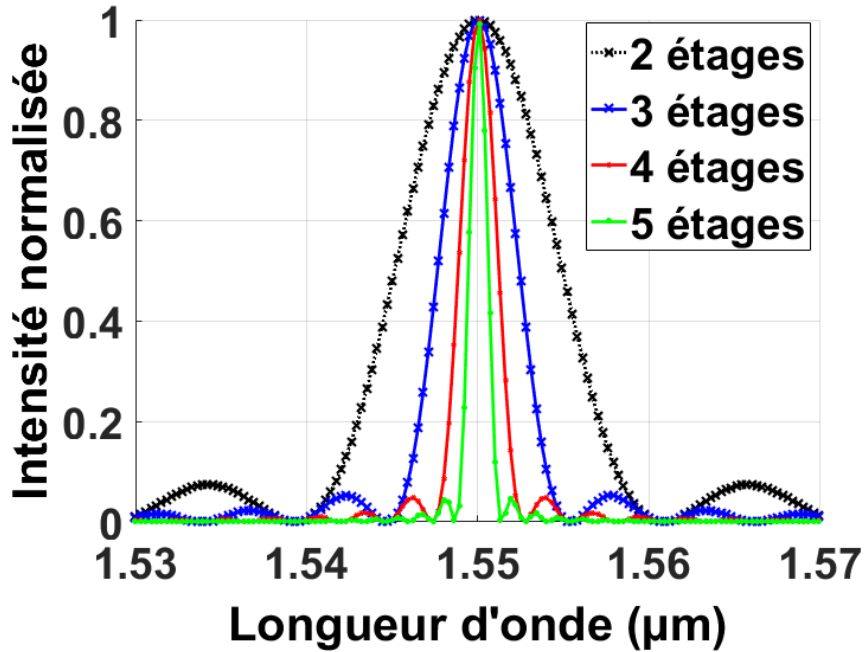


Figure 2.10: L'intensité transmise du filtre de Lyot.

En effet si le nombre d'étages augmente, le spectre de transmission des lames placées entres polariseurs parallèles est donné par le produit des fonctions de transmission de chacune des lames, conformément à l'équation (2.65), et par conséquent la bande passante devient de plus en plus petite alors que la finesse augmente. D'autre part, le niveau des lobes secondaires devient de plus en plus faible, donc le contraste augmente et le taux de rejection est meilleur. Par conséquent, on élimine, ou du moins on réduit, les perturbations induites par les canaux adjacents.

### 2.4.7 Filtre de Šolc

C'est au 1965, que, I. Šolc proposa un nouveau type de filtre biréfringent, qui porte désormais son nom. Comme tous les filtres biréfringents, il est constitué d'un empilement de lames biréfringentes et de polariseurs. Cependant, à la différence du filtre de Lyot, le filtre de Šolc n'utilise que des lames de même épaisseur et seulement deux polariseurs, l'un situé en entrée du filtre, l'autre est placé à la sortie et tourné de  $90^\circ$  du premier polariseur, en sortie. Le premier polariseur est placé, par exemple, parallèlement à l'axe  $\mathbf{Ox}$ , et les lames sont orientées alternativement d'un angle  $+\theta$  et  $-\theta$  (Cf. Figure 2.11) [79].

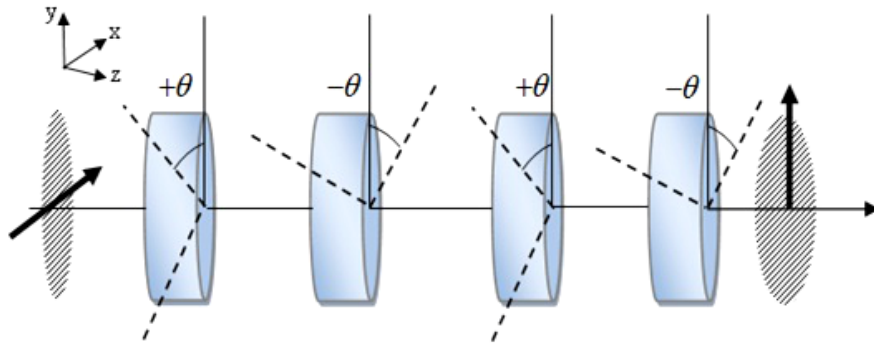


Figure 2.11: Filtre de Šolc à 4 étages.

En utilisant le formalisme de Jones et en reprenant la même démarche que celle utilisée dans le cas du filtre de Lyot, l'intensité transmise s'écrit,

$$I_{\check{S}olc} = I_0 \cdot \left[ \tan(2\theta) \cdot \cos(\chi) \cdot \frac{\sin(N \cdot \chi)}{\sin(\chi)} \right]^2 \quad (2.66)$$

où,  $\cos \chi = \cos(2\theta) \cdot \sin\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right)$ .

Comme le filtre de Lyot, le filtre de Šolc est caractérisé par des performances particulières tels que, l'intervalle spectral libre (FSR, *free spectral range*) la bande passante (FWHM, *Full Width at Half Maximum*) qui sont donnés respectivement par [80],

$$ISL_{\check{S}olc} = \frac{\lambda^2}{\Delta} \quad (2.67)$$

$$BP_{\check{S}olc} = 1.6 \frac{\lambda_k}{2 \cdot k \cdot N} \quad (2.68)$$

où  $k$  est entier positif.

L'intensité normalisée du filtre de Šolc en fonction de déphasage pour différentes valeurs de  $N$ , est montrée sur la Figure 2.12,

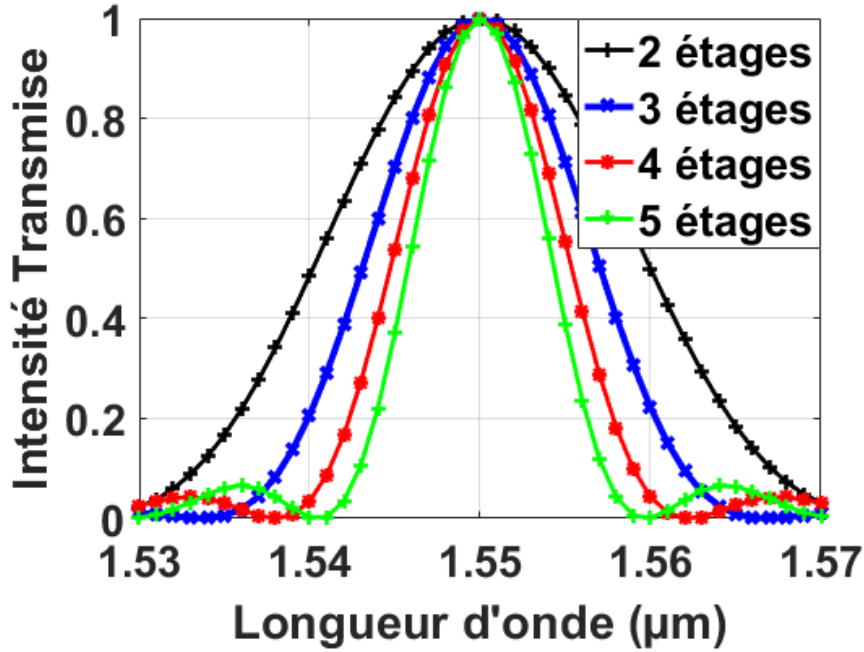


Figure 2.12: L'intensité transmise du filtre de Šolc.

Une autre configuration de Šolc, dite en éventail, utilise des lames biréfringentes ondes, placées entre Polariseur et Analyseur parallèles. Ces lames sont orientées à des angles  $\alpha$ ,  $3\alpha$ ,  $5\alpha, \dots, (2N - 1)\alpha$  par rapport à l'axe du polariseur [81].

## 2.5 Accordabilité des filtres interférentiels

Certains dispositifs optiques nécessitent un filtrage spectral accordable, que ce soit en longueur d'onde centrale ou en bande passante. Lorsque le nombre de longueurs d'ondes augmente dans les réseaux, la mise à disposition de ces dispositifs, capables de répondre à la demande en ajoutant de la capacité ou en changeant la longueur d'onde d'utilisation (reconfiguration), offre de multiples avantages en termes de souplesse d'utilisation. Accorder en longueur d'onde les maximums de la fonction de transmissions des filtres interférentiels en polarisation de type Lyot ou Šolc revient à faire une correction de la polarisation. Comme nous l'avons vu précédemment, pour le cas du filtre de Lyot, les ondes présentant un maximum de transmission doivent satisfaire la condition d'interférence constructive pour une seule longueur d'onde, pour la quelle toutes les lames sont des lames ondes ( $\Delta = k.\lambda$ ), où le déphasage vaut,

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta n \cdot L = 2\pi \cdot k \quad (2.69)$$

Ce qui donne,

$$\lambda_k = \frac{\Delta n \cdot L}{k} \quad (2.70)$$

A partir de la relation (2.71), on voit que la longueur d'onde filtrée  $\lambda_k$  est proportionnelle à la différence de marche optique  $\Delta n.L$ . Autrement dit, l'accordabilité peut se faire soit par le changement de l'indice de réfraction d'un matériau ou bien par le changement de l'épaisseur élémentaire de la lame biréfringente.

L'accordabilité en longueur d'onde peut être affinée par l'ajout, entre les éléments d'un filtre interférentiel de matériaux qui possède la capacité de changer dynamiquement de propriétés optique grâce à des commandes électriques. Il en existe beaucoup ayant ce type de propriétés, à savoir le Niobate de Lithium (LiNbO3), les cristaux liquides, etc. Ces derniers agissent sur le chemin optique par variation de l'indice de réfraction modifiant ainsi le spectre. Afin d'effectuer un balayage spectral du filtre en changeant l'indice de réfraction à l'aide d'une tension externe, on utilise l'effet électro-optique.

### 2.5.1 Effet électro-optique

Il s'agit de la modification de l'indice de réfraction, sous l'effet d'un champ électrique externe  $\mathbf{E}$ . Cet effet est important dans certains cristaux non centro-symétriques tels que le niobate de lithium (LiNbO3). La variation de l'indice de réfraction en fonction du champ électrique externe appliqué est donnée par la relation suivante [82],

$$n(\mathbf{E}) = n - \frac{1}{2} \cdot \tau \cdot n^3 \cdot \mathbf{E} - \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot n^3 \cdot \mathbf{E}^2 + \dots \quad (2.71)$$

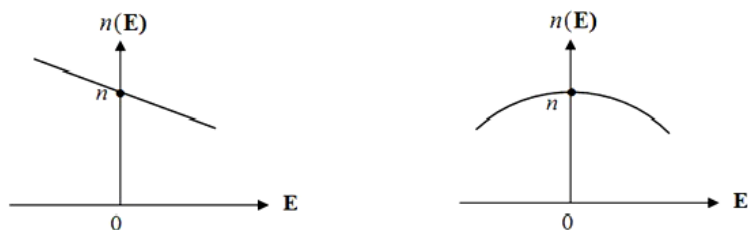
Cette variation peut se manifester sous deux formes,

L'**effet Pockels** qui est un effet du premier ordre dont la biréfringence du cristal est linéaire ( $\Delta n$  est proportionnel à  $\mathbf{E}$ )(Cf. Figure 2.13.a). Dans ce cas le troisième terme de l'équation (2.71) sera négligé,

$$n(\mathbf{E}) \approx n - \frac{1}{2} \cdot \tau \cdot n^3 \cdot \mathbf{E} \quad (2.72)$$

L'**effet Kerr** est un effet quadratique, dont la biréfringence du cristal est non linéaire ( $\Delta n$  est Proportionnel à  $\mathbf{E}^2$ )(Cf. Figure 2.13.b). Dans ce cas le deuxième terme de l'équation (2.71) est négligeable,

$$n(\mathbf{E}) \approx n - \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot n^3 \cdot \mathbf{E} \quad (2.73)$$



**Figure 2.13:** Relation entre l'indice de réfraction et le champ (a) : effet Pockels (b) : effet Kerr.

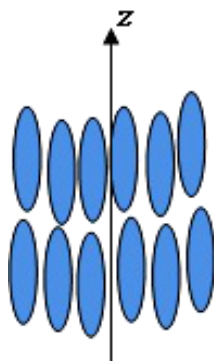
## 2.5.2 Cristaux liquides

Les cristaux liquides sont des matériaux qui présentent des états intermédiaires entre l'état liquide isotrope et l'état solide. Ces états sont appelés mésophases [83]. Dans ce qui suit, nous nous sommes essentiellement intéressés à la présentation des structures des mésophases les plus connues.

### 2.5.2.1 Phases des cristaux liquides

Les cristaux liquides sont caractérisés par la présence d'un ordre moléculaire intermédiaire entre celui du solide cristallisé et du liquide isotrope suivant les quels ils peuvent être dans plusieurs phases. Nous allons nous consacrer aux deux principales.

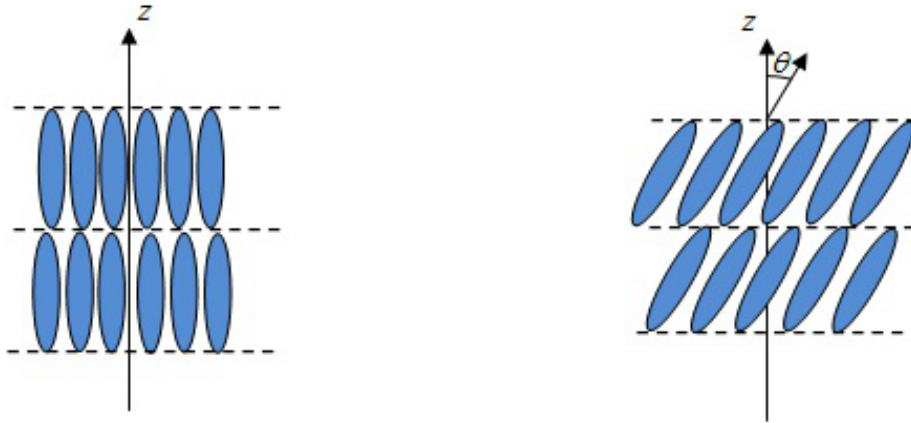
- **Phase nématique** : La phase nématique du cristal liquide est la mésophase la moins ordonnée. Les molécules possèdent une même orientation moyenne (suivant Oz). On peut noter que les molécules sont orientées verticalement mais ne sont pas arrangées suivant un ordre particulier (Cf. Figure 2.14).



**Figure 2.14:** Phase nématique.



- **Phase Smectique** : La phase smectique représente la phase des cristaux liquides la plus proche de la phase solide cristallin. Dans cette phase, les molécules présentent un allongement en couches parallèles. Pour des cristaux liquides à molécules perpendiculaires aux couches, (Cf. Figure 2.15.a), la phase est appelée smectique A.



**Figure 2.15:** Phase smectique. (a) smectique A (b) smectique C.

Dans la phase smectique-C, les molécules sont arrangées comme dans la phase smectique-A, mais le directeur est incliné sous un angle de  $\theta$  constant perpendiculairement aux plans smectiques (Cf. Figure 2.15.b).

## 2.6 Conclusion

Nous avons rappelé dans ce chapitre les notions physiques qui régissent la technique de filtrage interférentiel en polarisation et nous avons décrit le modèle mathématique pour chaque élément biréfringent constituant le filtre. L'accordabilité et l'effet électro-optique ont été aussi exposés. Ensuite, nous avons analysé les deux configurations de base des filtres biréfringents, à savoir le filtre de Lyot, et le filtre de Šolc. Le premier se basant sur la succession d'interféromètres, tandis que le deuxième sur la conversion en polarisation. Le prochain chapitre sera consacré à l'exposition des algorithmes de synthèse des filtres biréfringents en se basant sur les filtres à gabarit prédéfinis où la fonction de transmission peut avoir des formes quelconques.

## Chapitre 3

---

# Algorithmes de synthèse des filtres biréfringents à gabarits prédéfinis

### 3.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à la description des principaux algorithmes de synthèse des filtres à gabarits prédéfinis. Nous commençons par exposer le détail de chaque algorithme puis nous donnons pour chacun un exemple d'application afin de pouvoir les comparer.

### 3.2 Méthode de AMMAN

L'objectif de cette méthode de synthèse est de trouver les angles de rotation des  $N$  lames biréfringentes, les retards introduits par les  $N+1$  compensateurs et l'angle du polariseur de sortie, qui permettent d'obtenir la fonction de transfert désirée de ce filtre (Cf. Figure 3.1). Pour une fonction de transfert  $C(\omega)$  donnée,  $2N+2$  paramètres sont à déterminer. Dans cette partie, nous sommes libres de choisir le nombre des composants de  $C(\omega)$  c-à-d ( $N+1$  coefficients). L'épaisseur  $e$  des lames (toutes les lames ont la même épaisseur) est déterminée par la périodicité de la fonction de transfert désirée. Le plus important dans cette méthode est le rôle que jouent les compensateurs. Un compensateur est utilisé en association avec chaque lame biréfringente du filtre ainsi qu'avec le polariseur de sortie.

Les compensateurs se comportent essentiellement comme de très petites lames biréfringentes. Un compensateur introduit une différence de phase de  $b$  radians (où  $0 < b < 2\pi$ ) entre les axes lents  $\mathbf{S}$  et les axes rapides  $\mathbf{F}$  des lames qui constituent le filtre biréfringent. On suppose que cette différence de phase soit indépendante de la fréquence  $\omega$ , ceci est approximativement acceptable pour les cas que nous traitons ici. Alors, l'impulsion qui passe à travers le compensateur et polarisée dans la direction de l'axe  $\mathbf{S}$ , est affectée du terme  $e^{-jb}$ , tandis que l'impulsion qui est polarisée suivant l'axe rapide ne subira aucun déphasage. Nous supposons que le filtre biréfringent est sans perte, c-à-d que l'énergie doit-être conservée en tout point situé entre les éléments du filtre [84]. Il est important de rappeler qu'il est plus convenable d'utiliser les angles relatifs (angles mesurés entre les éléments biréfringents).

Dans la synthèse, nous commençons avec la fonction de transfert  $G(\omega)$  désirée. La méthode d'approximation utilisée pour déterminer la réponse impulsionnelle est la transformée

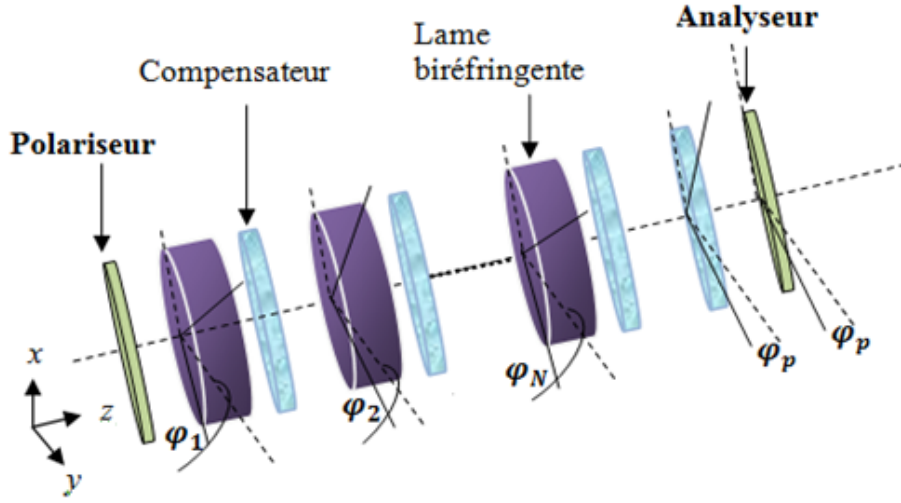


Figure 3.1: Structure d'un filtre biréfringent à gabarit prédéfini (quatre étages).

de fourrier inverse. Nous obtenons à partir de la transformée de Fourier inverse de la fonction de transfert du filtre, la réponse impulsionnelle qui s'écrit sous la forme,

$$c(t) = C_0\delta(t) + C_1\delta(t - a) + C_2\delta(t - 2a) + \dots + C_N\delta(t - Na) \quad (3.1)$$

Avec les coefficients généralement complexes. Ensuite nous déterminerons les trains d'impulsions situés en tout point situé entre les éléments du filtre, en commençant par le dernier composant (le polariseur de sortie) jusqu'au polariseur placé à l'entrée.

Ces impulsions sont dénotées par les  $\mathbf{F}_i^j$  et les  $\mathbf{S}_i^j$  (Cf. Figure 3.2).

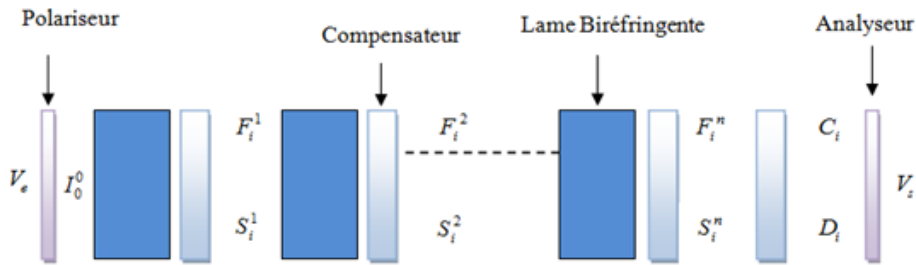


Figure 3.2: Filtre à N étages.

où les impulsions  $\mathbf{F}_i^j$  sont polarisées le long de l'axe rapide de la  $j^{\text{ème}}$  lame et les impulsions  $\mathbf{S}_i^j$  le long de l'axe lent. C'est à partir de ces impulsions que l'on calculera les angles des lames biréfringentes, ceux des compensateurs et l'angle du polariseur de sortie.

### 3.2.1 Calcul de la composante du champ stoppée par le polariseur de sortie

Supposons que  $C(\omega)$  et donc les  $C_i$  désirés de l'équation (3.1), soient choisis. Nous devons alors trouver le signal  $D(\omega)$  qui est polarisé perpendiculairement à  $C(\omega)$  et donc stoppé par le polariseur de sortie. Puisque le filtre est sans perte (entre le polariseur placée à la sortie et celui situé à l'entrée), l'énergie du signal qui converge vers la première lame doit être égale à la somme des énergies dans les  $C(\omega)$  et  $D(\omega)$ . A cet effet l'équation obtenue a la forme suivante,

$$C(\omega)C^*(\omega) + D(\omega)D^*(\omega) = (I_0^0)^2 \quad (3.2)$$

où  $(I_0^0)^2$  représente l'impulsion qui est incidente sur la première lame. En réécrivant cette équation, nous avons,

$$D(\omega)D^*(\omega) = (I_0^0)^2 - C(\omega)C^*(\omega) \quad (3.3)$$

Avec  $(*)$ , est le conjugué d'un nombre complexe.

Maintenant, cherchons la valeur de  $I_0^0$ . Le coté gauche de l'équation (3.3) ne doit pas être négatif pour toutes les fréquences, ainsi la valeur  $(I_0^0)^2$  doit être plus grande ou égale au maximum de la valeur de  $C(\omega)C^*(\omega)$ . Après avoir obtenu  $I_0^0$ , nous pouvons calculer  $D(\omega)$  à partir de  $D(\omega)D^*(\omega)$  en utilisant la méthode PEGIS [85]. La composante stoppée par le polariseur de sortie est donnée par,

$$\begin{aligned} D(\omega) &= e^{j\mu}(D'_0 + D'_1 e^{-j\omega a} + D'_2 e^{-j2\omega a} + \dots + D'_N e^{-jN\omega a}) \\ &= D_0 + D_1 e^{-j\omega a} + D_2 e^{-j2\omega a} + \dots + D_N e^{-jN\omega a} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Bien que la méthode décrite dans la référence [84], nous donne les valeurs de  $D'_i$ , elle ne permet pas de déterminer la valeur de  $\mu$ . La valeur de  $\mu$  doit être déterminée à partir d'autres considérations, et comme décrite brièvement, cette valeur est fixée par la façon dans laquelle la synthèse est formulée.

### 3.2.2 Détermination de $b_p, \mu, \alpha_p$

Maintenant, établissons une relation entre les entrées ( $\mathbf{F}_i^N$  et  $\mathbf{S}_i^N$ ) et les sorties ( $C_i$  et  $D_i$ ) de compensateur final. Rappelons que les  $\mathbf{F}_i^N$  et  $\mathbf{S}_i^N$  sont les composantes situées le long des axes rapide et lent du  $N^{\text{ème}}$  étage tandis que les  $C_i$  et  $D_i$  sont les composantes situées le long des axes rapide et lent du compensateur final. En se référant au [84], nous trouvons,

$$\begin{pmatrix} \mathbf{F}_i^N \\ \mathbf{S}_i^N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{jb_p} \sin \theta_p & -\cos \theta_p \\ e^{jb_p} \cos \theta_p & \sin \theta_p \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_i \\ e^{j\mu} D_i' \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

où  $\theta_p$  est l'angle relatif du compensateur final (et aussi du polariseur de sortie), et  $b_p$  est le déphasage introduit par ce compensateur. Nous devons ensuite déterminer les valeurs  $\mu$ ,  $\theta_p$  et  $b_p$ . Pour cela, nous dérivons et résolvons trois équations simultanées. La première de ces équations est obtenue en notant que la première impulsion du  $N^{\text{ème}}$  étage doit avoir une amplitude réelle. Ceci est équivalent à dire que  $\mathbf{F}_0^N$  doit être réel. Cette condition découle de notre convention qui suppose que la lumière qui passe à travers un compensateur et polarisée suivant la direction  $\mathbf{S}$  est affectée d'un terme de phase  $e^{jb}$  tandis que la lumière polarisée suivant la direction  $\mathbf{F}$  est n'en est pas affectée (terme de phase unité). En effet, la première impulsion sortante du  $N^{\text{ème}}$  étage doit être polarisée le long de son axe  $\mathbf{F}$ . Cette impulsion est le résultat de la décomposition de tous les sous composantes sur les différents axes rapides des étages précédents. Chaque sous composante sera affectée d'un terme de phase unité en passant dans le compensateur et donc sera réelle. A partir de l'équation (3.5), nous obtenons pour  $\mathbf{F}_0^N$ .

$$\mathbf{F}_0^N = e^{jb_p} \sin \theta_p C_0 - e^{j\mu} \cos \theta_p D_0' \quad (3.6)$$

En plaçant les parties imaginaires du coté gauche et droit de cette équation, nous obtenons la première de nos trois équations désirées,

$$\sin \theta_p [Im(C_0) \cos b_p + Re(C_0) \sin b_p] - \cos b_p [Im(D_0') \cos \mu + Re(D_0') \sin \mu] \quad (3.7)$$

où  $Im$  et  $Re$  représentent respectivement les parties imaginaire et réelle de la valeur en question. Les deux équations restantes sont obtenues à partir de la première et dernière impulsions du  $N^{\text{ème}}$  étage, respectivement  $\mathbf{F}_N^N$  et  $\mathbf{S}_0^N$ , ( $\mathbf{F}_N^N = \mathbf{S}_0^N = 0$ ). qui avec l'association de l'équation (3.5) donne,

$$e^{j(b_p - \mu)} \tan \theta_p = \frac{D_N'}{C_N} \quad (3.8)$$

$$e^{-j(b_p - \mu)} \tan \theta_p = -\frac{C_0}{D_0'} \quad (3.9)$$

Puisque les  $C_i$  et  $D_i$  sont complexes, nous pouvons réécrire l'équation (3.8) sous la forme suivante,

$$e^{j(b_p - \mu)} \tan \theta_p = \left| \frac{D_N'}{C_N} \right| e^{j\alpha_p} \quad (3.10)$$

Il est évident à partir de l'équation (3.10), que l'angle de rotation  $\theta_p$  du polariseur de sortie et le compensateur final devrait être choisi tel que,

$$\tan \theta_p = \left| \frac{D'_N}{C_N} \right| \quad (3.11)$$

Par manipulations supplémentaires des équations (3.7),(3.8) et (3.9), nous obtenons,

$$\tan b_p = -\frac{\text{Im}(C_0)}{\text{Re}(C_0)} \quad (3.12)$$

et,

$$\mu = b_p - \alpha_p \quad (3.13)$$

Ayant déterminé  $\alpha_p$ ,  $b_p$ , et  $\mu$ , nous pouvons remplacer ces valeurs dans l'équation (3.5), pour obtenir les sorties le long des axes rapide et lent du  $N^{\text{ème}}$  étage  $\mathbf{F}_i^N$  et  $\mathbf{S}_i^N$ . Ensuite, nous devons trouver les angles de rotation et le déphasage des compensateurs des  $N$  étages du filtre. En se référant au [84], nous aurons les relations qui lient l'entrée et la sortie pour le  $N^{\text{ème}}$  étage. Nous connaissons les sorties ( $\mathbf{F}_i^N$  et  $\mathbf{S}_i^N$ ) et nous souhaitons trouver  $\theta_N$ ,  $b_N$  et l'entrée. À partir d'une entrée et une sortie donnée on a,

$$e^{jb_p} \tan \theta_N = -\frac{F_{N-1}^N}{S_N^N} = \left| \frac{F_{N-1}^N}{S_N^N} \right| e^{j\alpha_N} \quad (3.14)$$

Les équations générales pour le  $j^{\text{me}}$  étage sont,

$$e^{jb_j} \tan \theta_j = -\frac{F_{j-1}^j}{S_j^j} = \left| \frac{F_{j-1}^j}{S_j^j} \right| e^{j\alpha_j} \quad (3.15)$$

qui donne,

$$b_j = \alpha_j \quad (3.16)$$

et,

$$\tan \theta_j = \left| \frac{F_{j-1}^j}{S_j^j} \right| \quad (3.17)$$

### 3.2.3 Exemple d'application

Supposons que nous souhaitons faire une approximation d'une fonction de transfert réelle  $G(\omega)$ . Puisque  $G(\omega)$  est de forme quelconque, des coefficients complexes sont présents dans son approximation en série de Fourier. Nous nous limitons à une série de Fourier comptant sept coefficients complexes. L'approximation en série de Fourier  $K(\omega)$  de la fonction de transfert  $\mathbf{G}(\omega)$  est donnée par,

$$K(\omega) = \left(\frac{1}{\pi^2}\right)\left[\left(\frac{4}{9} - j\frac{2}{9}\right)e^{+j3a\omega} - e^{+j2a\omega} + (4 + j2)e^{+ja\omega} + \frac{\pi^2}{4} + (4 - j2)e^{-ja\omega} - e^{-j2a\omega} + \left(\frac{4}{9} + j\frac{2}{9}\right)e^{-j3a\omega}\right].$$

En suivant la démarche exposée précédemment, nous allons transformer l'approximation  $K(\omega)$  non causale en une fonction causale en la multipliant par  $e^{-j3a\omega}$ , ce qui donne,

$$C(\omega) = e^{-j3a\omega}K(\omega) = \left(\frac{1}{\pi^2}\right)\left[\left(\frac{4}{9} - j\frac{2}{9}\right) - e^{-ja\omega} + (4 + j2)e^{-j2a\omega} + \frac{\pi^2}{4}e^{-j3a\omega} + (4 - j2)e^{-j4a\omega} - e^{-j5a\omega} + \left(\frac{4}{9} + j\frac{2}{9}\right)e^{-j6a\omega}\right].$$

La multiplication par  $e^{-j3a\omega}$  est équivalente à introduire un pur retard dans le domaine temporel. Ainsi la réponse impulsionnelle et la fonction de transfert restent les mêmes. Par ailleurs, comme les séries contiennent sept termes, le filtre synthétisé contient alors six étages. Calculons à présent  $D(\omega)$ . À partir de l'équation (3.3), nous avons,

$$\begin{cases} D'_0 = -0.00331 + j0.00441, D'_1 = 0.02238 - j0.00364, D'_2 = 0.10982 - j0.02495 \\ D'_3 = 0.03011 + j0.20496, D'_4 = 0.01194 - j0.13461, D'_5 = -0.29312 - j0.48203 \\ D'_6 = 0.45943 \end{cases}$$

À partir des équations (3.11), (3.12) et, (3.13) nous pouvons maintenant calculer  $\theta_p, b_p$  et  $\mu$ ,  $\theta_p = 83^\circ 45'$ ,  $b_p = 0.46365rad$ ,  $\mu = -5.35589$ .

En utilisant l'équation (3.4), nous trouvons,

$$\begin{cases} D_0 = e^{j\mu}D'_0 = -0.0055, D_1 = e^{j\mu}D'_1 = 0.0163 + j0.0157, D_2 = e^{j\mu}D'_2 = -0.4593 - j0.1028 \\ D_3 = e^{j\mu}D'_3 = -0.146 + j0.147, D_4 = e^{j\mu}D'_4 = 0.115 - j0.071, D_5 = e^{j\mu}D'_5 = 0.21 - j0.524 \\ D_6 = e^{j\mu}D'_6 = 0.45943 \end{cases}$$

et par conséquent  $D(\omega)$  est complètement connu. L'équation (3.5) est maintenant utilisée pour calculer les  $\mathbf{F}_i^6$  et  $\mathbf{S}_i^6$ , ce qui donne,

$$\begin{pmatrix} \mathbf{F}_0^6 \\ \mathbf{F}_1^6 \\ \mathbf{F}_2^6 \\ \mathbf{F}_3^6 \\ \mathbf{F}_4^6 \\ \mathbf{F}_5^6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.0506 \\ -0.0919 - j0.0467 \\ 0.2753 + j0.3715 \\ 0.2382 + j0.0951 \\ 0.4379 + j0.0077 \\ -0.1129 + j0.0120 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \mathbf{S}_1^6 \\ \mathbf{S}_2^6 \\ \mathbf{S}_3^6 \\ \mathbf{S}_4^6 \\ \mathbf{S}_5^6 \\ \mathbf{S}_6^6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.0064 + j0.0107 \\ -0.0160 - j0.0627 \\ -0.1207 + j0.1584 \\ 0.1635 - j0.0708 \\ 0.1986 - j0.5255 \\ 0.2773 + j0.3697 \end{pmatrix}$$

En plus, nous devons noter que  $\mathbf{F}_0^6$  doit être réel et que  $\mathbf{F}_6^6$  et  $\mathbf{S}_0^6$  doivent être égales à zéro.

Nous sommes alors capables de calculer  $\theta_6$  et  $b_6$ , l'angle relatif du dernier étage et déphasage du compensateur final, respectivement. En utilisant l'équation (3.14) et (3.16) nous trouvons,

$$\theta_6 = 13^\circ 48', b_6 = 5.2499rad$$

En revenant à la référenc [84], on obtient,

$$\begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \\ \theta_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6^\circ 15' \\ 13^\circ 48' \\ 36^\circ 45' \\ 43^\circ \\ 36^\circ 45' \\ 13^\circ 48' \\ 83^\circ 45' \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \\ b_6 \\ b_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.1084 \\ 2.9699 \\ 0.7412 \\ 0.7412 \\ 2.9699 \\ 5.2499 \\ 0.4636 \end{pmatrix}$$

Dans l'exemple d'application précédent, nous avons constaté que l'application de cet algorithme sur une fonction de forme quelconque nous a permis d'avoir des bons résultats. Cette méthode nous permet de traiter des fonctions de transfert de forme quelconque en jouant sur les angles d'orientation et les déphasages introduits par les compensateurs ces compensateurs sont les éléments responsables de la forme complexe des impulsions.



### 3.3 Méthode de synthèse basée sur le concept des filtres RIF (Méthode de Chu)

Comme la méthode de AMMAN, cette méthode permet de synthétiser des filtres biréfringents ayant une réponse spectrale prédéfinie. En commençant par le formalisme de Jones, nous déduisons les deux polynômes représentant les réponses des filtres biréfringents (le champ transmis et le champ stoppé par le polariseur de sortie). L'algorithme de REMEZ [86][87], est utilisé pour déterminer les coefficients du filtre (coefficients de polynôme du champ transmis). Une fois la réponse du filtre est déterminée, la loi de conservation d'énergie sera appliquée pour obtenir les coefficients du polynôme du champ stoppé par le polariseur de sortie. L'algorithme Layer-Peeling [88], est ensuite utilisée pour calculer les paramètres opto-géométriques du filtre à savoir l'orientation et l'épaisseur de chaque élément biréfringent à partir des coefficients polynomiaux. Dans ce qui suit nous décrivons comment dériver la représentation polynomiale de la fonction de transfert des filtres biréfringents par l'utilisation du formalisme de Jones. C'est l'étape la plus importante de cet algorithme. Les deux polynômes dérivés de la matrice de transfert correspondent à la réponse du filtre par le champ transmis et stoppé respectivement. Le filtre biréfringent utilisé est montré sur la Figure 3.3.

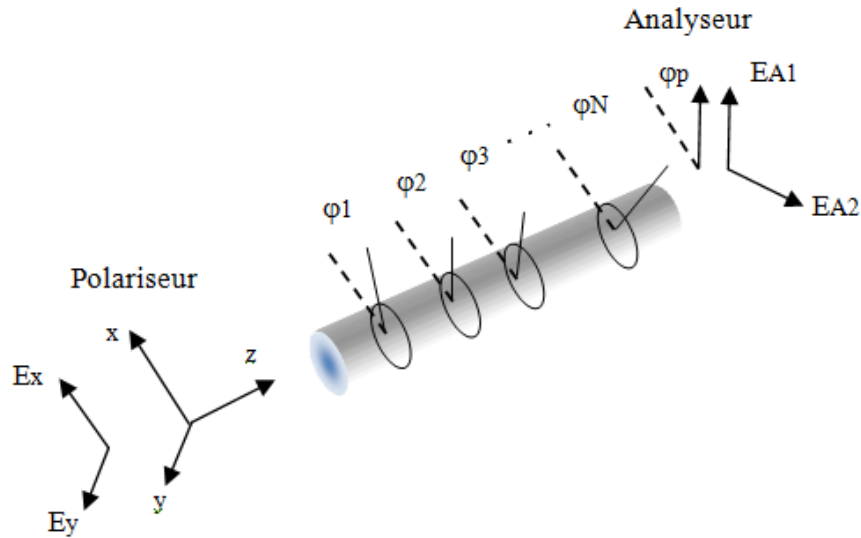


Figure 3.3: Filtre biréfringent [88].

L'axe rapide de chaque élément biréfringent est orienté selon un angle arbitraire  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N$  par rapport à la direction du polariseur d'entrée, qui est défini comme l'axe  $x$ .  $\varphi_p$  est l'angle d'orientation de l'analyseur par rapport à l'axe des  $x$ , l'axe  $z$  est la direction de propagation de la lumière. Le vecteur champ électrique sortant peut être exprimé comme,

$$\begin{pmatrix} E_{A1} \\ E_{A2} \end{pmatrix} = R(\varphi_p)M(\varphi_i, \eta) \cdot P_x \cdot \begin{pmatrix} E_{x0} \\ E_{y0} \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

Tels que,  $E_{x0}$ ,  $E_{y0}$ , sont les composantes du champ incident,  $E_{A1}$ ,  $E_{A2}$ , sont les composantes du champ transmis,  $R(\varphi_p)$  est la matrice de rotation, qui est définie comme,

$$R(\varphi_p) = \begin{pmatrix} \cos \theta_p & \sin \theta_p \\ -\sin \theta_p & \cos \theta_p \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

$P_x$ , est la matrice de polariseur de sortie suivant l'axe Ox définis comme,

$$P_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

$M(\varphi_i, \eta)$ , est la matrice de l'ensemble de lames, par conséquent,

$$\begin{aligned} R(\varphi_p)M(\varphi_i, \eta) &= R(\varphi_p)[R(-\varphi_N)M(\eta)R(\varphi_N)] \dots \\ &\quad [R(-\varphi_2)M(\eta)R(\varphi_2)][R(-\varphi_1)M(\eta)R(\varphi_1)]. \\ &= R(\varphi_p - \varphi_N)M(\eta)R(\varphi_N - \varphi_{N-1}) \dots \\ &\quad R(\varphi_2 - \varphi_1)M(\eta)R(\varphi_1). \\ &= [R(\theta_N)M(\eta)][R(\theta_{N-1})M(\eta)] \dots \\ &\quad [R(\theta_1)M(\eta)][R(\theta_0)]. \\ &= Q_N Q_{N-1}, \dots, Q_0. \end{aligned} \quad (3.21)$$

avec,

$$M_\eta = \begin{pmatrix} \frac{j\eta}{e} & 0 \\ \frac{e}{2} & \frac{-j\eta}{e} \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

De l'équation (3.21), nous voyons que le produit matriciel de l'ensemble des éléments biréfringents  $R(\varphi_p)M(\varphi_i, \eta)$ , peut être exprimée comme le produit de  $N+1$  matrices unitaires  $Q_i$ . Comme les deux opérateurs  $R(\varphi_p)M(\varphi_i, \eta)$  et  $Q_i$  sont unitaires, on peut les représenter comme suit [88],

$$R(\varphi_p)M(\varphi_i, \eta) = \begin{pmatrix} \alpha_N & -\beta_N^* \\ \beta_N & \alpha_N^* \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

et,

$$Q_i = \begin{pmatrix} c_i & -d_i^* \\ d_i & c_i^* \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

La fonction de transfert du filtre dans l'équation (3.23), peut être réécrite sous la forme suivante,

$$\begin{pmatrix} \alpha_N & -\beta_N^* \\ \beta_N & \alpha_N^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_N & -d_N^* \\ d_N & c_N^* \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_{N-1} & -d_{N-1}^* \\ d_{N-1} & c_{N-1}^* \end{pmatrix} \cdots \begin{pmatrix} c_0 & -d_0^* \\ d_0 & c_0^* \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

En raison de la symétrie des matrices, la même information peut être représentée par colonne de la matrice de transfert  $R(\varphi_p)M(\varphi_i, \eta)$ . Le champ en sortie d'un élément biréfringent donné d'un filtre biréfringent peut être représenté par un vecteur  $2 \times 1$  plutôt que d'une matrice  $2 \times 2$ . Par conséquent, la matrice de transfert du filtre est considérablement simplifiée comme suit,

$$\begin{pmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_i & -d_i^* \\ d_i & c_i^* \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \alpha_{i-1} \\ \beta_{i-1} \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

Ceci est la représentation récursive de l'état du filtre biréfringent, à un élément donné du filtre qui relie les paramètres de sortie de l'élément  $i$  aux paramètres de sortie de l'élément  $i-1$ . En d'autres termes, si nous savons les sorties et les entrées de l'élément  $i$  du filtre, la structure de la section  $i$  peut être déterminée. L'équation (3.24) peut s'écrire,

$$Q_i = R(\theta_i)M(\eta) = z^{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} C_i & -S_i \\ S_i & C_i \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & z^{-1} \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

avec,

$$\begin{cases} z = e^{j\eta} = e^{j2\pi f \frac{\Delta n L}{c}} \\ C_i = \cos \theta_i \\ S_i = -\sin \theta_i \end{cases} \quad (3.28)$$

$c$  La vitesse de la lumière dans le vide,  $L$  la longueur d'un élément biréfringent,  $\Delta n$  la biréfringence et  $f$  la fréquence. Si on remplace (3.27) dans (3.26) on obtient,

$$\begin{pmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \end{pmatrix} = z^{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} C_i & -S_i \\ S_i & C_i \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & z^{-1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \alpha_{i-1} \\ \beta_{i-1} \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

Posons,

$$\begin{cases} \alpha_i = z^{\frac{i}{2}} A_i \\ \beta_i = z^{\frac{i}{2}} B_i \end{cases} \quad (3.30)$$

L'équation (3.29) s'écrit,

$$\begin{pmatrix} A_i \\ B_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_i & -S_i z^{-1} \\ S_i & C_i z^{-1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A_{i-1} \\ B_{i-1} \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

Compte tenu de  $i = 0, 1, 2, \dots, N$ .

L'équation (3.31) sera,

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} A_0 \\ B_0 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos \theta_1 \\ -\sin \theta_1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} C_1 \cos \theta_1 + S_1 \sin \theta_1 z^{-1} \\ S_1 \cos \theta_1 - C_1 \sin \theta_1 z^{-1} \end{pmatrix} \\ &\vdots \\ \begin{pmatrix} A_N \\ B_N \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \sum_{i=0}^N a_i z^{-1} \\ \sum_{i=0}^N b_i z^{-1} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.32)$$

avec,  $\theta_i = \varphi_{i+1} - \varphi_i$ , ( $i = 0, 1, \dots, N$ ), sont les angles de rotation relative,  $a_i$ ,  $b_i$ , sont les coefficients des polynômes d'ordre  $N$  de  $A_N(z)$  et  $B_N(z)$  respectivement. De la dérivation trouvée ci-dessus on constate que la fonction de transfert du filtre peut être décrite par deux polynômes en  $z$  d'ordre  $N$  qui sont les mêmes que ceux des filtres numériques à réponse impulsionnelle finie (RIF). Donc, les algorithmes de synthèses des filtres numériques peuvent être appliqués pour déterminer les paramètres optogéométriques de ce filtre. Une fois les polynômes sont déterminés, l'étape suivante sera dédiée à la détermination des angles des éléments biréfringents du filtre. L'inversion de l'équation (3.31) donne,

$$\begin{pmatrix} A_{i-1} \\ B_{i-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_i & S_i \\ -S_i z & C_i z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A_i \\ B_i \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

Cette représentation nous permet la détermination des angles,

$$\begin{aligned} A_{i-1} &= \sum_{k=0}^{i-1} a_k^{(i-1)} z^{-k} \\ &= \sum_{k=0}^i C_k a_k^{(i)} z^{-k} + \sum_{k=0}^i S_k b_k^{(i)} z^{-k} \\ &= \sum_{k=0}^i (C_k a_k^{(i)} + S_k b_k^{(i)}) z^{-k} \\ &= \sum_{k=0}^{i-1} (C_k a_k^{(i-1)} + S_k b_k^{(i-1)}) z^{-k} + (C_i a_i^{(i)} + S_i b_i^{(i)}) z^{-i} \end{aligned} \quad (3.34)$$

avec  $a_k^{(i)}$ ,  $b_k^{(i)}$ , sont les  $k^{\text{ème}}$  coefficients des polynômes  $A(z)$ ,  $B(z)$  d'ordre  $i$  respectivement. Pour que l'équation (3.34) soit satisfaite, il suffit que,

$$C_i a_i^{(i)} + S_i b_i^{(i)} = 0 \quad (3.35)$$

de (3.28),

$$\tan \theta_i = \frac{-S_i}{C_i} = \frac{\sin \theta_i}{\cos \theta_i} \quad (3.36)$$

de (3.35) et (3.36), on obtient,

$$\theta_i = \tan^{-1} \left( \frac{a_i^{(i)}}{b_i^{(i)}} \right) \quad (3.37)$$

de même pour le polynôme  $B(z)$ ,

$$\begin{aligned}
B_{i-1} &= \sum_{k=0}^{i-1} b_k^{(i-1)} z^{-k} \\
&= \sum_{k=0}^i -S_k a_k^{(i)} z^{1-k} + \sum_{k=0}^i C_k b_k^{(i)} z^{1-k} \\
&= \sum_{k=0}^i (-S_k a_k^{(i)} + C_k b_k^{(i)}) z^{1-k}
\end{aligned} \tag{3.38}$$

Posons  $k = 1 + p$  donc l'égalité (3.38) devient,

$$\sum_{k=0}^{i-1} b_k^{(i-1)} z^{-k} = -S_i a_0^{(i)} + C_i b_0^{(i)} + \sum_{p=0}^{i-1} (-S_p a_p^{(i-1)} + C_p b_p^{(i-1)}) z^{-p} \tag{3.39}$$

Pour que l'équation (3.39) soit satisfaite, il suffit que,

$$-S_i a_0^{(i)} + C_i b_0^{(i)} = 0 \tag{3.40}$$

Après la manipulation de l'équation (3.40) on obtient,

$$\theta_i = \tan^{-1} \left( \frac{-b_0^{(i)}}{a_0^{(i)}} \right) \tag{3.41}$$

### 3.3.1 Exemple d'application

L'utilisation efficace de la bande passante dans les systèmes de communications optique WDM nécessite des filtres de haute performance. Dans la suite, nous démontrons la conception de filtre biréfringent passe-bande en utilisant l'algorithme de synthèse exposé. Nous commençons par simuler le filtre passe-bas pour calculer les coefficients des polynômes en utilisant l'algorithme de REMEZ [86][87]. Pour concevoir un filtre passe-bas, nous avons besoin de spécifier plusieurs paramètres, à savoir l'amplitude normalisée, la fréquence basse  $f_p$  et la fréquence de coupure  $f_c$  selon la réponse idéale. Si nous supposons que l'amplitude est l'unité, les fréquences normalisées sont de  $[0, 0.2, 0.5, 1]$ , dans lequel  $f_p = 0.2$  et  $f_c = 0.5$ , et les amplitudes correspondant à ces fréquences sont,  $[1, 1, 0, 0]$ . La réponse idéale est montrée sur la Figure 3.4.

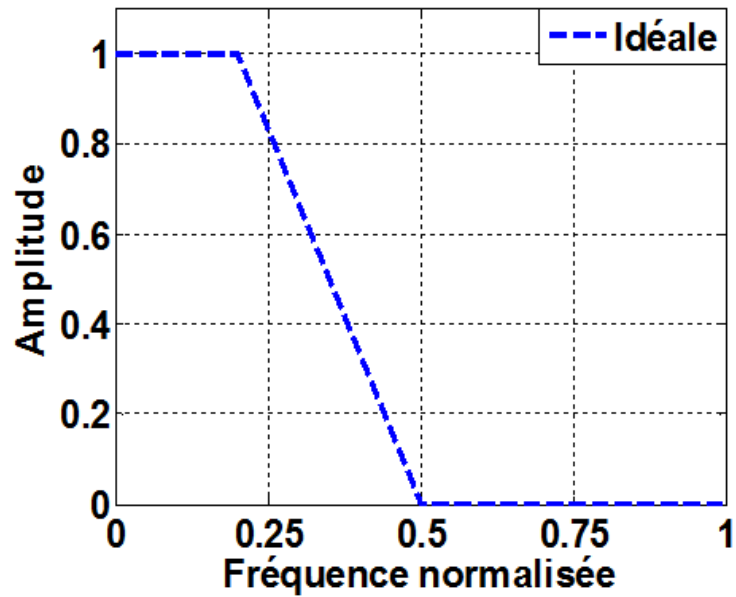


Figure 3.4: Réponse spectrale idéale d'un filtre passe bas.

Afin de rendre les ondulations à  $-40\text{dB}$ , on doit choisir un nombre de 14 éléments bi-réfringents. En appliquant l'algorithme de REMEZ, on peut déterminer les coefficients du polynôme  $B_n(z)$ .

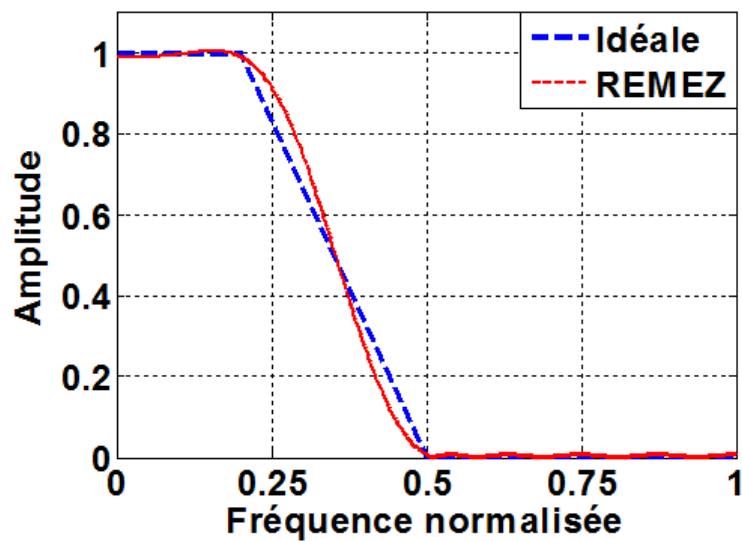


Figure 3.5: Approximation par REMEZ du filtre idéal à 14 éléments.

Une fois les coefficients  $b_i$  sont déterminés, en appliquant le théorème de Papis [85], on obtient les coefficients  $a_i$  (Cf. Tableau 3.1).

**Table 3.1** – Paramètres du filtre

N	$b_i$	$a_i$	$\theta_i(rad)$	$\varphi_i(rad)$
0	0.0107	-0.0046	-0.4046	-0.4046
1	0.0063	-0.0299	-1.1364	-1.5410
2	-0.0226	-0.0876	-0.6652	-2.2062
3	-0.0510	-0.1287	0.4871	-1.7191
4	-0.0156	-0.0410	0.3685	-1.3506
5	0.1150	0.1714	-0.3293	-1.6798
6	0.2775	0.2165	0.2604	-1.4194
7	0.3521	-0.1302	1.0827	-0.3367
8	0.2775	-0.3870	0.2604	-0.0763
9	0.1150	0.0694	-0.3293	-0.4056
10	-0.0156	0.3890	0.3685	-0.0371
11	-0.0510	-0.4162	0.4871	0.4500
12	-0.0226	0.3015	-0.6652	-0.2152
13	0.0063	-0.1337	-1.1364	-1.3516
14	0.0107	0.0249	1.1662	-0.1854

Après avoir déterminé les coefficients des deux polynômes  $A_n(z)$  et  $B_n(z)$ , les angles peuvent être calculés suivants les équations (3.37) et (3.41)(Cf. Tableau 3.1).

La réponse du filtre biréfringent correspondant est montrée sur la Figure 3.6.



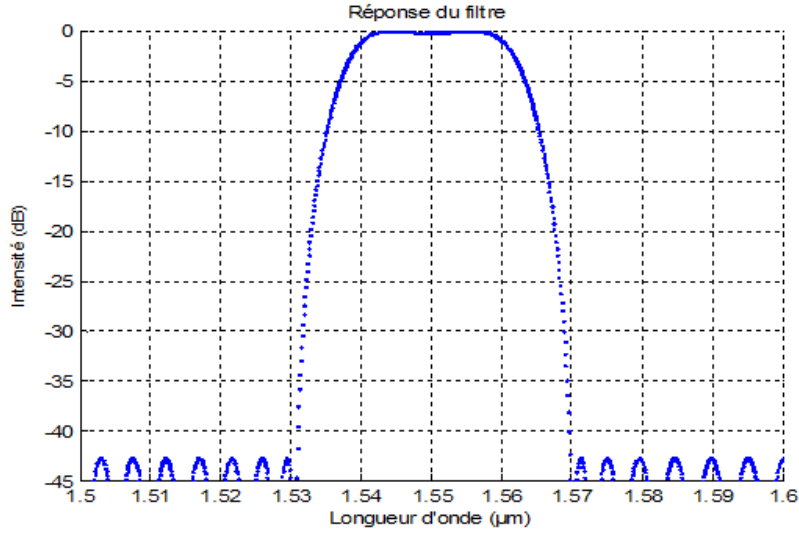


Figure 3.6: Réponse du filtre.

### 3.4 Méthode de Chu généralisée

Dans le paragraphe précédent nous avons présenté une méthode de synthèse basée sur le concept des filtres RIF, où la forme de la fonction à synthétiser doit être symétrique (coefficients réels). Dans cette partie, nous présentons un algorithme de synthèse plus général pour la conception d'un filtre à gabarit prédéfini à base d'éléments biréfringents ayant une fonction de transmission de forme quelconque. La configuration du filtre constitué de  $N$  éléments biréfringents est montrée sur la Figure 3.7.

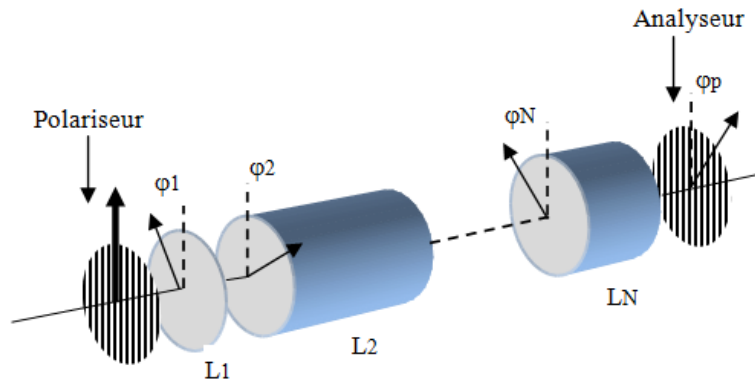
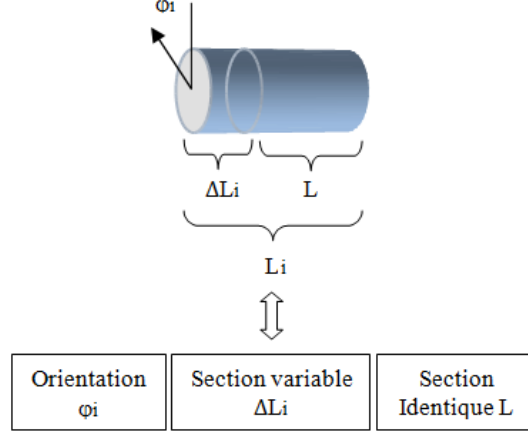


Figure 3.7: Configuration du filtre à  $N$  étages.

Il y a deux polariseurs, un pour assurer une entrée linéairement polarisée, et l'autre pour rejeter des longueurs d'onde non désirées à la sortie. Les  $N$  éléments biréfringents ont des

épaisseurs et des orientations arbitraires. Chaque étage est composé d'une section fixe  $L$  et d'une section variable  $\Delta L$  de même orientation (Cf. Figure 3.8).



**Figure 3.8:** La section  $i$  du filtre.

La matrice de l'étage  $i$  est donnée par [89],

$$M(\eta_i) = \begin{pmatrix} \frac{j\eta_i}{e} & 0 \\ 0 & \frac{-j\eta_i}{e} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{j\eta}{e} & 0 \\ 0 & \frac{-j\eta}{e} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{j\Delta\eta_i}{e} & 0 \\ 0 & \frac{-j\Delta\eta_i}{e} \end{pmatrix} \quad (3.42)$$

avec  $\eta$ , le déphasage introduit par la section fixe de longueur  $L$ ,  $\Delta\eta_i$  le déphasage introduit par la section variable de longueur  $\Delta L$ .

Si nous suivons les mêmes démarches de la méthode précédente on obtient,

$$\begin{pmatrix} A_i \\ B_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_i e^{\frac{j\Delta\eta_i}{2}} & \frac{-j\Delta\eta_i}{2} z^{-1} \\ -\sin \theta_i e^{\frac{j\Delta\eta_i}{2}} & \cos \theta_i e^{\frac{j\Delta\eta_i}{2}} z^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{i-1} \\ B_{i-1} \end{pmatrix} \quad (3.43)$$

Par manipulation mathématique, l'équation (3.43) devient,

$$\begin{pmatrix} A_{i-1} \\ B_{i-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_i e^{\frac{-j\Delta\eta_i}{2}} & -\sin \theta_i e^{\frac{-j\Delta\eta_i}{2}} \\ \sin \theta_i e^{\frac{j\Delta\eta_i}{2}} z & \cos \theta_i e^{\frac{j\Delta\eta_i}{2}} z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_i \\ B_i \end{pmatrix} \quad (3.44)$$

D'après l'équation (3.44) les angles relatifs  $\theta_i$  et les déphasages  $\Delta\eta_i$  peuvent être calculés

par les équations suivantes,

$$\theta_i = \tan^{-1}\left(\frac{a_i^{(i)}}{b_i^{(i)}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{-b_0^{(i)}}{a_0^{(i)}}\right) \quad (3.45)$$

$$\Delta\eta_i = -\arg\left(\frac{\sin\theta_i a_1^{(i)} + \cos\theta_i b_1^{(i)}}{\cos\theta_i a_0^{(i)} - \sin\theta_i b_0^{(i)}}\right) = -\arg\left(\frac{a_0^{(i)} b_1^{(i)} - a_1^{(i)} b_0^{(i)}}{(a_0^{(i)})^2 + (b_0^{(i)})^2}\right) \quad (3.46)$$

avec  $a_0^{(i)}$ ,  $a_i^{(i)}$ ,  $b_0^{(i)}$  et  $b_i^{(i)}$  sont des coefficients complexes de polynômes d'ordre  $i$ .

### 3.4.1 Exemple d'application

Dans cet exemple, nous allons employer l'algorithme de synthèse pour déterminer les paramètres d'un filtre ayant une fonction de transfert définie par [89],

$$\begin{cases} A(f) = 0.99 \\ \phi(f) = \frac{u}{v} \ln \frac{\cosh(2vf) + \cosh(2v)}{2 \cosh(vf)} \end{cases} \quad (3.47)$$

avec,

$$u = 22 \text{ et } v = \pi.$$

En appliquant l'algorithme de synthèse étudié, on trouve les paramètres du filtre (Cf. Tableau 3.2).

Table 3.2 – Paramètres du filtre

N	$a_i$	$b_i$	$\varphi_i(rad)$	$\Delta\eta_i(rad)$
0	$1.3928.10^{-1} + j2.2092.10^{-2}$	$2.6961.10^{-3} + j4.2765.10^{-4}$	1.5514	0
1	$5.5252.10^{-6} + j8.7639.10^{-7}$	$-1.6538.10^{-3} + j1.2792.10^{-2}$	1.4603	1.5421
2	$-6.5227.10^{-5} + j - 1.0346.10^{-5}$	$-4.4995.10^{-2} - j5.7187.10^{-3}$	1.1518	1.5687
3	$7.5972.10^{-6} - j1.2050.10^{-6}$	$1.5617.10^{-2} - j1.2069.10^{-1}$	0.4973	1.5731
4	$7.2202.10^{-4} + j1.1453.10^{-4}$	$2.4758.10^{-1} + j3.2034.10^{-2}$	-0.2092	1.5705
5	$-8.0370.10^{-5} - j1.2748.10^{-5}$	$-4.7606.10^{-2} + j3.7233.10^{-1}$	-0.4352	1.5642
6	$-2.0589.10^{-3} - j3.2657.10^{-4}$	$-3.5614.10^{-1} - j4.5027.10^{-2}$	-0.8421	-1.5649
7	$2.0150.10^{-4} + j3.1961.10^{-5}$	$1.1593.10^{-2} - j9.1165.10^{-2}$	-1.3806	1.5671
8	$2.6623.10^{-4} + j4.2228.10^{-5}$	$-2.4876.10^{-1} - j3.0952.10^{-2}$	-1.4383	-1.5896
9	$7.6745.10^{-5} + j1.1273.10^{-5}$	$2.9029.10^{-2} - j2.3015.10^{-1}$	-2.0408	-1.5875
10	$1.2611.10^{-3} + j2.0003.10^{-4}$	$-1.7662.10^{-1} - j2.1684.10^{-2}$	-1.9818	1.5875
11	$-1.1276.10^{-4} - j1.7885.10^{-5}$	$2.9029.10^{-2} - j2.3015.10^{-1}$	-2.5843	1.6080
12	$1.5012.10^{-3} + j2.3812.10^{-4}$	$-2.4876.10^{-1} - j3.0952.10^{-2}$	-2.6420	-1.6080
13	$-2.5854.10^{-4} - j4.1009.10^{-5}$	$1.1593.10^{-2} - j9.1165.10^{-2}$	-3.1805	1.5896
14	$7.7931.10^{-4} + j1.2361.10^{-4}$	$-3.5614.10^{-1} - j4.5027.10^{-2}$	-3.5873	-1.5671
15	$-2.6187.10^{-4} - j4.1538.10^{-5}$	$-4.7606.10^{-2} + j3.7233.10^{-1}$	-3.8134	1.5649
16	$-1.9624.10^{-3} - j3.1127.10^{-4}$	$2.4758.10^{-1} + j3.2034.10^{-2}$	-4.5200	-1.5642
17	$1.1554.10^{-4} + j1.8326.10^{-5}$	$1.5617.10^{-2} - j1.2069.10^{-1}$	-5.1743	-1.5705
18	$5.6830.10^{-4} + j9.0142.10^{-5}$	$-4.4995.10^{-2} - j5.7187.10^{-2}$	-5.4829	-1.5731
19	$-1.4170.10^{-5} + j - 2.2475.10^{-6}$	$-1.6538.10^{-3} + j1.2792.10^{-2}$	-5.5740	-1.5687
20	$-5.2192.10^{-5} - j8.2785.10^{-6}$	$2.6961.10^{-3} + j4.2765.10^{-4}$	-5.5934	-1.5421

La réponse du filtre est illustrée sur la Figure 3.9.

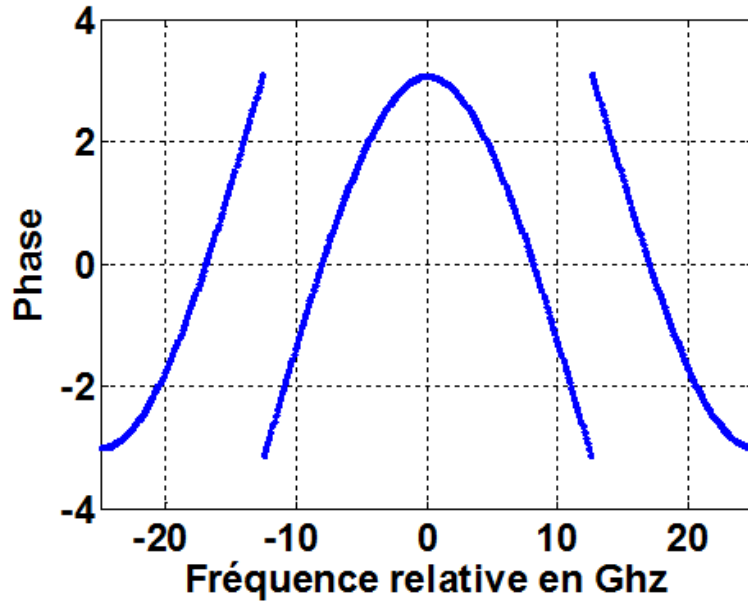


Figure 3.9: Réponse en phase du filtre.

### 3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons vu que dès le début du 20<sup>ème</sup> siècle, plusieurs algorithmes de synthèse ont été développés dans le but de réaliser des filtres à fonction de transmission de forme quelconque [84][89][90]. Néanmoins, la majorité de ces algorithmes se limitent aux fonctions de transmission de forme symétrique, et à notre connaissance, seul Amman a pu synthétiser des filtres biréfringents à fonction de transmission de forme non symétrique en associant aux lames biréfringentes identiques des compensateurs introduisant des déphasages fixes. Toutefois, pour changer de forme, il faut remplacer les compensateurs utilisés par de nouveaux. Aussi, l'algorithme de synthèse de Amman est relativement compliqué dû à la complexité de calcul et suppose une certaine forme de la matrice de Jones des éléments biréfringents constituant le filtre, conduisant ainsi à la nécessité de placer un compensateur supplémentaire juste avant l'analyseur de sortie. Dans le chapitre suivant, nous allons présenter une nouvelle méthode de synthèse des filtres biréfringents à gabarits prédéfinis. La méthode est basée sur la résolution de systèmes d'équations non linéaires déduits du formalisme de Jones pour déterminer les différents paramètres opto-géométriques de ces filtres.

## Chapitre 4

---

# Nouvelle méthode de synthèse pour les filtres biréfringents à gabarits prédéfinis

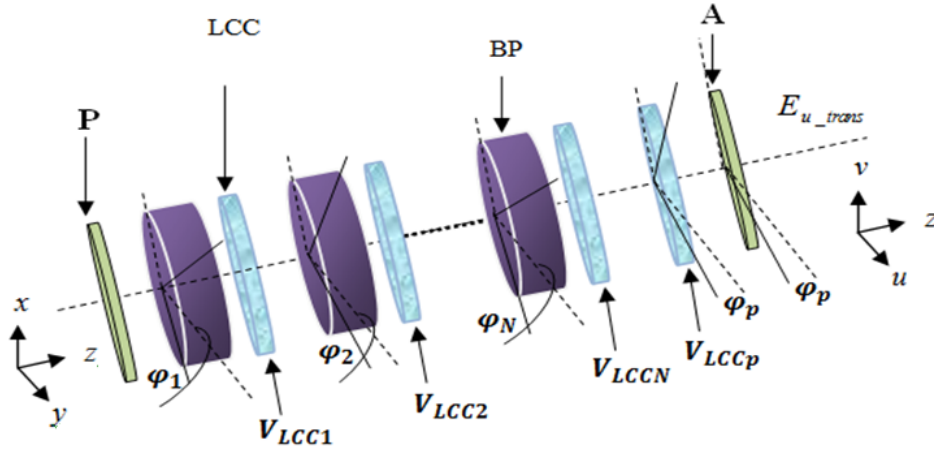
## 4.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons présenter une nouvelle méthode de synthèse des filtres biréfringents à fonction de transmission de forme quelconque en se basant sur la résolution de systèmes d'équations non linéaires déduits du formalisme de Jones [91]. Comme solution alternative à l'utilisation des compensateurs associés aux lames biréfringentes, nous avons choisi des cellules minces à cristaux liquides (LCC, *liquid-crystal cell*) dont la biréfringence est contrôlée par l'application d'une tension d'accord électrique [92][93][94]. Cette accordabilité des LCC présente l'avantage de garder la même structure physique du filtre lorsqu'on désire changer la forme de la fonction de transmission à synthétiser. Aussi, il est possible avec cette méthode de synthétiser les mêmes fonctions de transmission en supprimant la cellule à cristaux liquides jouant le rôle du compensateur supplémentaire placé avant l'analyseur de sortie. Ce qui représente un gain dans le nombre d'éléments biréfringents nécessaires à la synthèse.

## 4.2 Méthode de Synthèse et Structure du filtre

### 4.2.1 Formulation mathématique

La méthode de synthèse adoptée est basée sur le formalisme de Jones pour exprimer le vecteur champ électrique à la sortie du filtre en fonction des paramètres Opto-géométriques des éléments le constituant. Considérant alors un filtre biréfringent à fonction de transmission de forme quelconque comme montré dans la Figure 4.1.



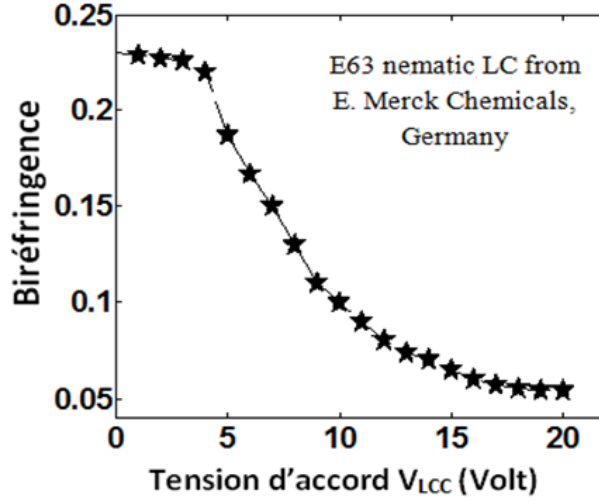
**Figure 4.1:** Filtre biréfringent à  $N$  étages. LCC : Cellule à cristaux liquides, BP : Lamme Biréfringente, P : Polariseur, A : Analyseur,  $V_{LCC}$  : Tension d'accord.

Ce filtre est constitué d'un empilement de  $N$  étages hybrides. Chaque étage hybride est composé d'une lame biréfringente et d'une LCC dont les axes lent et rapide sont parallèles entre eux. Une dernière LCC introduisant un déphasage  $b_{LCC}$  est placée devant l'analyseur de sortie avec son axe lent parallèle à l'axe de transmission de cet analyseur. Les lames biréfringentes, orientées sous un angle  $\varphi_i$  par rapport à l'axe  $Oy$  du laboratoire, ont la même épaisseur géométrique et introduisent des déphasages identiques. Les LCCs introduisent des déphasages  $b_i$  variables qui dépendent des tensions d'accord  $V_{LCC_i}$  qui leur sont appliquées. L'utilisation des cellules à cristaux liquides présente l'avantage d'introduire des déphasages accordables dus au fait que la biréfringence des LCCs varie en fonction des tensions d'accord appliquées comme montrée dans la Figure 4.1. Cette accordabilité offre un degré de liberté supplémentaire pour synthétiser n'importe quelle forme de gabarit sans pour autant remplacer à chaque fois ces cellules par de nouvelles, mais il suffit juste de changer les tensions appliquées pour retrouver les nouveaux déphasages. Pour le besoin de la simulation, nous avons utilisé des LCC nématiques de type E63 (E. Merck Chemicals, Allemagne)(Cf. Figure 4.2), avec une épaisseur de  $7.5\mu m$  chacune et dont l'évolution mesurée de la biréfringence en fonction de la tension d'accord  $V_{LCC}$  appliquée est montrée dans la Figure 4.1.

Le champ à la sortie du filtre est de la forme,

$$E_{out} = \begin{pmatrix} E_{u_{trans}} \\ E_v \end{pmatrix} = R(\varphi_p)[R(-\varphi_p)M_{LCC}(b_{LCC})R(\varphi_p)][R(-\varphi_N)M(\Gamma_N)R(\varphi_N)] \dots \\ \times [R(-\varphi_2)M(\Gamma_2)R(\varphi_2)][R(-\varphi_1)M(\Gamma_1)R(\varphi_1)]P_x \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

Avec  $\varphi_i$  l'angle de rotation de l'étage  $i$  par rapport à l'axe  $Ox$ .



**Figure 4.2:** Évolution mesurée de la biréfringence de la cellule à cristaux liquides en fonction de la tension d'accord  $V_{LCC}$  appliquée.

L'équation (4.1) peut aussi s'écrire sous la forme suivante,

$$E_{out} = \begin{pmatrix} E_{u_{trans}} \\ E_v \end{pmatrix} = M_{LCC}(b_{LCC})[R(\theta_p)M(\Gamma_N)] \dots \times [R(\theta_2)M(\Gamma_1)]R(\theta_1) \begin{pmatrix} E_x \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

Ce champ s'écrit sous la forme suivante,

$$E_{out} = \begin{pmatrix} E_{u_{trans}} \\ E_v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-jb_{LCC}} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_p e^{-j\Gamma_N} & \sin \theta_p \\ -\sin \theta_p e^{-j\Gamma_N} & \cos \theta_p \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \cos \theta_N e^{-j\Gamma_{N-1}} & \sin \theta_N \\ -\sin \theta_N e^{-j\Gamma_{N-1}} & \cos \theta_N \end{pmatrix} \dots \times \begin{pmatrix} \cos \theta_2 e^{-j\Gamma_1} & \sin \theta_2 \\ -\sin \theta_2 e^{-j\Gamma_1} & \cos \theta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_1 \\ -\sin \theta_1 \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

Avec,  $\Gamma_i = \Gamma + b_i$  est le déphasage introduit par l'étage  $i$  où  $\Gamma$  est le déphasage introduit par la lame biréfringente et  $b_i$  représente le déphasage introduit par la cellule à cristaux liquides de l'étage  $i$ .



$M_i = \begin{pmatrix} e^{-j\Gamma_i} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ , est la matrice de la lame  $i$  exprimée dans son repère propre.

$M_{LCC}(b_{LCC}) = \begin{pmatrix} e^{-jb_{LCC}} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ , est la matrice de la dernière cellule à cristaux liquides exprimée dans son repère propre.

$R(\delta) = \begin{pmatrix} \cos \delta & \sin \delta \\ -\sin \delta & \cos \delta \end{pmatrix}$  est la matrice de rotation.

Avec,  $\delta = \varphi_p, \theta_p, \varphi_i, \theta_i$  et où les  $\theta_i$  représentent les angles relatifs tels que,

$$\theta_1 = \varphi_1, \theta_2 = \varphi_2 - \varphi_1, \dots, \theta_N = \varphi_N - \varphi_{N-1}, \theta_p = \varphi_p - \varphi_N.$$

Après développement de l'équation (4.3), le champ transmis à la sortie du filtre peut s'écrire sous la forme suivante,

$$E_{ultrans} = \sum_{k=0}^N E_k e^{-jk\Gamma} = E_0 + E_1 e^{-j\Gamma} + \dots + E_N e^{-jN\Gamma}. \quad (4.4)$$

où  $E_k, (k = 0, 1, \dots, N)$ , sont des coefficients complexes.

Afin de synthétiser un filtre qui aura une fonction de transmission de forme donnée  $G(\omega)$ , on commence par approximer cette fonction idéale par la série de Fourier sur un nombre fini de  $N+1$  coefficients comme,

$$C(\omega) = \sum_{k=0}^N C_k e^{-jk\omega\Delta t} = C_0 + C_1 e^{-j\omega\Delta t} + \dots + C_N e^{-jN\omega\Delta t}. \quad (4.5)$$

où  $\Delta t$  représente le temps qui sépare les deux impulsions à la sortie de la lame biréfringente [95]. Il est évident que  $\Gamma = \omega\Delta t$ , la fonction de transmission  $C(\omega)$  peut alors s'écrire sous la forme,

$$C(\omega) = \sum_{k=0}^N C_k e^{-jk\Gamma} = C_0 + C_1 e^{-j\Gamma} + \dots + C_N e^{-jN\Gamma}. \quad (4.6)$$

Par identification de (4.4) et (4.6), on obtient le système suivant,

$$E_{ultrans} = C(\omega) \quad (4.7)$$

Le système (4.7) peut s'écrire sous la forme explicite suivante,

$$\begin{cases} E_0(\theta_1, \dots, \theta_N, \theta_p; b_1, \dots, b_N, b_{LCC}) = C_0 \\ E_1(\theta_1, \dots, \theta_N, \theta_p; b_1, \dots, b_N, b_{LCC}) = C_1 \\ \vdots \\ E_N(\theta_1, \dots, \theta_N, \theta_p; b_1, \dots, b_N, b_{LCC}) = C_N \end{cases} \quad (4.8)$$

D'après l'équation (4.3), il est clair que le coefficient  $E_N$  du terme  $e^{-j\Gamma}$  est de la forme,

$$E_N(\theta_1, \dots, \theta_N, \theta_p; b_1, \dots, b_N, b_{LCC}) = \cos \theta_1 \cos \theta_2 \dots \cos \theta_N \cos \theta_p e^{-j(b_1 + \dots + b_N + b_{LCC})} \quad (4.9)$$

Les autres coefficients peuvent être obtenus de la même manière. Ainsi, les coefficients  $E_k$  et  $C_k$  sont des quantités complexes. Cette égalité implique l'égalité des parties réelles et l'égalité des parties imaginaires. Le système d'équations (4.8) génère un nouveau système de  $2N+2$  équations non linéaires à  $2N+2$  inconnues tel que,

$$\begin{cases} Re(E_0(\theta_1, \dots, \theta_N, \theta_p; b_1, \dots, b_N, b_{LCC})) = Re(C_0) \\ Re(E_1(\theta_1, \dots, \theta_N, \theta_p; b_1, \dots, b_N, b_{LCC})) = Re(C_1) \\ \vdots \\ Re(E_N(\theta_1, \dots, \theta_N, \theta_p; b_1, \dots, b_N, b_{LCC})) = Re(C_N) \\ Im(E_0(\theta_1, \dots, \theta_N, \theta_p; b_1, \dots, b_N, b_{LCC})) = Im(C_0) \\ Im(E_1(\theta_1, \dots, \theta_N, \theta_p; b_1, \dots, b_N, b_{LCC})) = Im(C_1) \\ \vdots \\ Im(E_N(\theta_1, \dots, \theta_N, \theta_p; b_1, \dots, b_N, b_{LCC})) = Im(C_N) \end{cases} \quad (4.10)$$

Le système (4.10) peut s'écrire sous la forme suivante,

$$\left\{ \begin{array}{l} f_0 = \text{Re}(E_0(\theta_1, \dots, \theta_N, \theta_p; b_1, \dots, b_N, b_{LCC})) - \text{Re}(C_0) = 0 \\ f_1 = \text{Re}(E_1(\theta_1, \dots, \theta_N, \theta_p; b_1, \dots, b_N, b_{LCC})) - \text{Re}(C_1) = 0 \\ \vdots \\ f_N = \text{Re}(E_N(\theta_1, \dots, \theta_N, \theta_p; b_1, \dots, b_N, b_{LCC})) - \text{Re}(C_N) = 0 \\ g_0 = \text{Im}(E_0(\theta_1, \dots, \theta_N, \theta_p; b_1, \dots, b_N, b_{LCC})) - \text{Im}(C_0) = 0 \\ g_1 = \text{Im}(E_1(\theta_1, \dots, \theta_N, \theta_p; b_1, \dots, b_N, b_{LCC})) - \text{Im}(C_1) = 0 \\ \vdots \\ g_N = \text{Im}(E_N(\theta_1, \dots, \theta_N, \theta_p; b_1, \dots, b_N, b_{LCC})) - \text{Im}(C_N) = 0 \end{array} \right. \quad (4.11)$$

Le système (4.11) est un système de  $2N+2$  équations non linéaires à  $2N+2$  inconnues qui peut être résolu par des méthodes d'optimisation telles que la PSO, la méthode de Newton, etc., en utilisant une fonction d'erreur comme celle proposée dans [96][97][98].

$$Err_{func} = \sum_{i=0}^N f_i^2 + \sum_{i=0}^N g_i^2 \quad (4.12)$$

#### 4.2.2 Calcul des Paramètres Opto-géométriques du filtre par la Méthode PSO

Nous allons à présent résoudre le système d'équations (4.11) par la méthode PSO. Les algorithmes de type Particle swarm Optimisation (PSO) sont des algorithmes d'optimisation stochastiques qui maintiennent au fil des itérations une population de solutions potentielles au problème. Ils ont été proposés par Kennedy et Eberhart en 1995 [99], qui se sont inspirés du comportement collectif des vols d'oiseaux ou des bancs de poissons. Les solutions potentielles ou particules se déplacent aléatoirement dans l'espace de recherche (l'espace de problème) de la fonction objective. Chaque particule a une position et une vitesse dans l'espace du problème. A chaque itération  $k$ , les particules se déplacent en prenant en compte leur meilleure position  $P_{best}^k$  mais aussi la meilleure position globale  $g_{best}^k$ . Les positions et les vitesses des particules sont mises à jour à travers les deux équations suivantes,

$$\left\{ \begin{array}{l} v_i^{k+1} = \omega v_i^k + c_1 rand_1(P_{best,i}^k - x_i^k) + c_2 rand_2(g_{best}^k - x_i^k) \\ x_i^{k+1} = x_i^k + v_i^{k+1} \end{array} \right. \quad (4.13)$$

Avec,  $c_1$ ,  $c_2$  sont des constantes positives, et  $rand_1$ ,  $rand_2$  sont deux variables aléatoires ayant une distribution uniforme entre  $[0, 1]$ ,  $\omega$  est le poids d'inertie.

Avec,

$$\omega = \omega_{max} - \frac{iter(\omega_{max} - \omega_{min})}{iter_{max}} \quad (4.14)$$

où  $\omega_{max} = 0.9$ ,  $\omega_{min} = 0.4$ , sont les poids max et min respectivement.  $iter$ ,  $iter_{max}$ , sont les nombres d'itérations actuel et max respectivement. Les étapes de l'algorithme PSO nécessaire pour résoudre le système équations non linéaires (4.11) sont,

**Etape 1** : initialiser chaque particule dans la population par des valeurs aléatoires.

**Etape 2** : calculer la fitness pour chaque particule en utilisant la formule (4.12).

**Etape 3** : mettre à jour la vitesse et la position pour chaque particule en utilisant l'équation (4.13).

**Etape 4** : comparer la fitness de chaque particule avec celle de  $p_{best}^k$ . Si la fitness de la particule est meilleure que celle de  $p_{best}^k$ , on met à jour  $p_{best}^k$ . Si est meilleure que  $g_{best}^k$ , on met à jour  $p_{best}^k$ .

**Etape 5** : répéter les étapes 3 et 4 jusqu'à la fin des itérations.

### 4.3 Synthèse d'un filtre à fonction de transmission non symétrique

Dans cette partie, nous allons illustrer la procédure de synthèse à travers un exemple. Afin de comparer les résultats trouvés par la nouvelle méthode à ceux trouvés en appliquant l'algorithme de Amman, on prend comme exemple un filtre à fonction de transmission non symétrique comme montré sur la Figure 4.3, avec une structure physique du filtre comme proposée dans la Figure 4.1. La fonction de transmission idéale est approximée par la série de Fourier comme,

$$C(\omega) = (0.0225 - j0.01113) - 0.0507e^{-j\omega\Delta t} + (0.2027 + j0.1013)e^{-j2\omega\Delta t} + 0.6250e^{-j3\omega\Delta t} \\ + (0.0227 - j0.01113)e^{-j4\omega\Delta t} - 0.0507e^{-j5\omega\Delta t} + (0.2025 + j0.1013)e^{-j6\omega\Delta t} \quad (4.15)$$

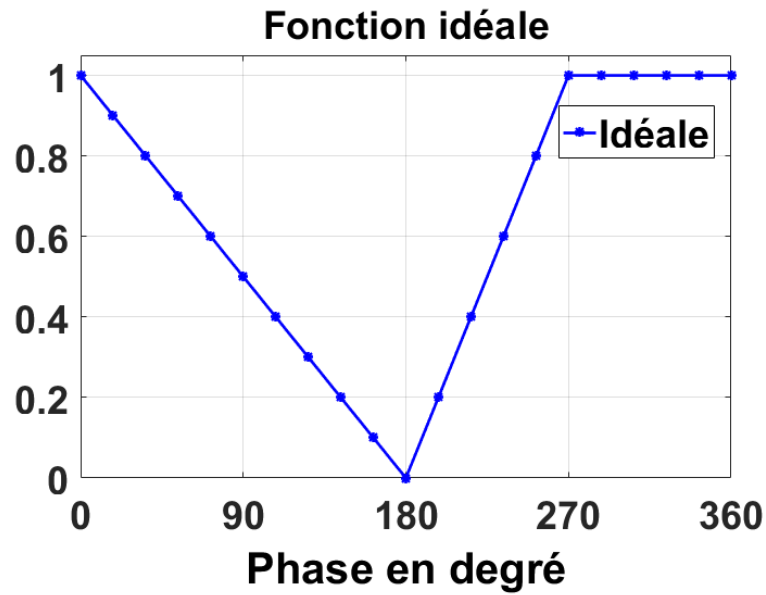


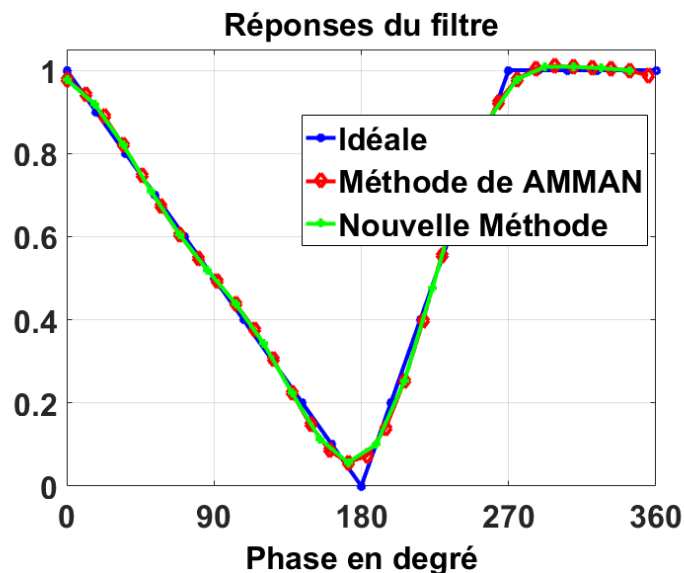
Figure 4.3: Fonction de transmission idéale désirée.

L'application de la méthode de synthèse décrite dans le paragraphe 4.1 permet l'obtention du système (4.11) de  $2N+2$  équations non linéaires à  $2N+2$  inconnues qui peut être résolu par l'algorithme PSO pour trouver les paramètres opto-géométriques du filtre. Les paramètres utilisés pour l'algorithme PSO sont : Nombre d'itération max égale à  $k_{max} = 1500$  itérations, Population égale à 150, Constantes  $c_1 = c_2 = 1.5$ . Dans le Tableau 4.1, on montre les résultats relatifs aux paramètres opto-géométriques du filtre obtenus par la nouvelle méthode comparés aux résultats obtenus en appliquant la méthode de AMMAN.

**Table 4.1** – Paramètres opto-géométriques du filtre

Nouvelle Méthode		Méthode de AMMAN	
angles $\theta_1 - > \theta_p$ (degré)	déphasages $b_1 - > b_{LCC}$ (rad)	angles $\theta_1 - > \theta_p$ (degré)	déphasages $b_1 - > b_{LCC}$ (rad)
68.66°	0.33	68.66°	0.33
60.62°	0.04	60.61°	0.04
45.85°	-0.84	45.85°	-0.84
52.70°	-0.84	52.69°	-0.84
45.85°	0.04	45.85°	2.33
60.62°	0.33	60.61°	0.33
21.34°	0.46	21.33°	0.46

On remarque que les résultats obtenus par la nouvelle méthode sont quasiment identiques à ceux obtenus par la méthode de AMMAN. Il est à noter que ces résultats ne sont pas uniques. Il existe en effet ensembles de solutions possibles mais toutes équivalentes [84], où  $N$  représente le nombre d'étages du filtre. Les valeurs des déphasages  $b_1$  à  $b_{LCC}$  sont obtenus en réglant judicieusement les tensions d'accord  $V_{LCC}$  appliquées aux cellules à cristaux liquides  $LCC_1$  à  $LCC_p$  comme montrées dans la Figure 4.1. La Figure 4.4, montre les réponses du champ électrique du filtre calculées par les deux méthodes.

**Figure 4.4:** Réponses en champs électrique du filtre à fonction de transmission non symétrique obtenus par les deux méthodes.

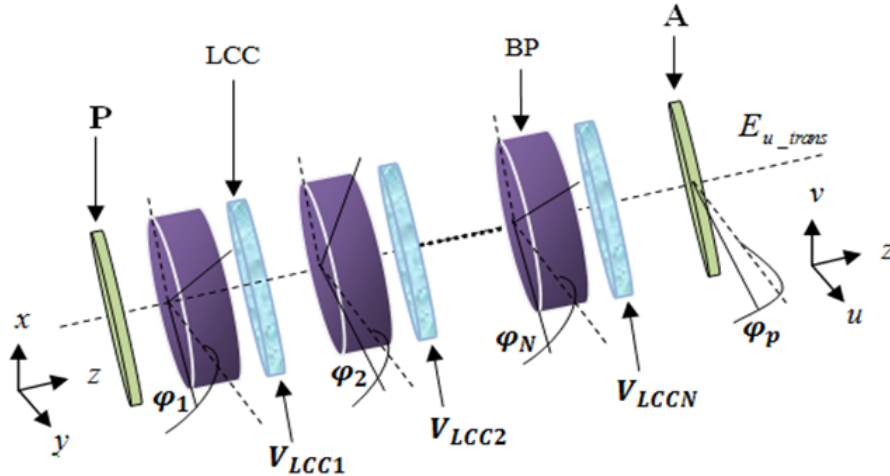
D'après la Figure 4.4, les deux courbes sont en parfaite concordance.

#### 4.4 Synthèse d'un filtre à fonction de transmission non symétrique sans LCC supplémentaire

Après avoir synthétisé un gabarit de forme non symétrique par la nouvelle méthode en utilisant la structure physique du filtre proposé par AMMAN, nous allons présenter la même procédure de synthèse mais en proposant cette fois-ci une nouvelle architecture du filtre dans la quelle nous allons supprimer la dernière cellule à cristaux liquides qui joue le rôle du compensateur supplémentaire dans le filtre proposé par AMMAN (Cf. Figure 4.5). La suppression de cette cellule se traduit mathématiquement par l'extraction de la phase du coefficient  $C_0$ , ce qui revient à diviser  $C(\omega)$  par la phase de  $C_0$ . Ceci se manifeste par un simple décalage temporel des impulsions et n'a aucun effet sur la fonction de transmission du filtre. La nouvelle fonction de transmission peut alors s'écrire sous la forme suivante,

$$\begin{aligned} T(\omega) &= e^{-j\beta_0} C(\omega) = \sum_{k=0}^N T_k e^{-jk\Gamma} = T_0 + T_1 e^{-j\Gamma} + \dots + T_N e^{-jN\Gamma} \\ &= |C_0| + |C_1| e^{j(\beta_1 - \beta_0)} e^{-j\Gamma} + \dots + |C_N| e^{j(\beta_N - \beta_0)} e^{-jN\Gamma} \end{aligned} \quad (4.16)$$

Avec,  $T_i$  les nouveaux coefficients de la fonction de transmission, et  $\beta_i$  sont les phases des coefficients  $C_i$ .



**Figure 4.5:** Filtre biréfringent proposé à  $N$  étages. LCC : Cellule à cristaux liquides, BP : lame Biréfringente, P : Polariseur, A : Analyseur,  $V_{LCC}$  : Tension d'accord.

L'équation (4.3) devient,

$$\begin{aligned}
E_{out} = \begin{pmatrix} E_{utrans} \\ E_v \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos \theta_p e^{-j\Gamma_N} & \sin \theta_p \\ -\sin \theta_p e^{-j\Gamma_N} & \cos \theta_p \end{pmatrix} \\
&\times \begin{pmatrix} \cos \theta_N e^{-j\Gamma_{N-1}} & \sin \theta_N \\ -\sin \theta_N e^{-j\Gamma_{N-1}} & \cos \theta_N \end{pmatrix} \cdots \\
&\times \begin{pmatrix} \cos \theta_2 e^{-j\Gamma_1} & \sin \theta_2 \\ -\sin \theta_2 e^{-j\Gamma_1} & \cos \theta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_1 \\ -\sin \theta_1 \end{pmatrix} \quad (4.17)
\end{aligned}$$

Donc, le système (4.8) peut s'écrire sous la forme,

$$\begin{cases} E_0(\theta_1, \dots, \theta_N, \theta_p; b_1, \dots, b_N) = T_0 \\ E_1(\theta_1, \dots, \theta_N, \theta_p; b_1, \dots, b_N) = T_1 \\ \vdots \\ E_N(\theta_1, \dots, \theta_N, \theta_p; b_1, \dots, b_N) = T_N \end{cases} \quad (4.18)$$

De l'équation (4.16) on obtient,

$$E_N(\theta_1, \dots, \theta_N, \theta_p; b_1, \dots, b_N) = \cos \theta_1 \cos \theta_2 \dots \cos \theta_N \cos \theta_p e^{-j(b_1 + \dots + b_N)} \quad (4.19)$$

De la même façon, on obtient les autres coefficients  $E_i$ , qui forment le système suivant,

$$\begin{cases} f_0 = Re(E_0(\theta_1, \dots, \theta_N, \theta_p; b_1, \dots, b_N)) - Re(T_0) = 0 \\ f_1 = Re(E_1(\theta_1, \dots, \theta_N, \theta_p; b_1, \dots, b_N)) - Re(T_1) = 0 \\ \vdots \\ f_N = Re(E_N(\theta_1, \dots, \theta_N, \theta_p; b_1, \dots, b_N)) - Re(T_N) = 0 \\ g_0 = Im(E_0(\theta_1, \dots, \theta_N, \theta_p; b_1, \dots, b_N)) - Im(T_0) = 0 \\ g_1 = Im(E_1(\theta_1, \dots, \theta_N, \theta_p; b_1, \dots, b_N)) - Im(T_1) = 0 \\ \vdots \\ g_N = Im(E_N(\theta_1, \dots, \theta_N, \theta_p; b_1, \dots, b_N)) - Im(T_N) = 0 \end{cases} \quad (4.20)$$

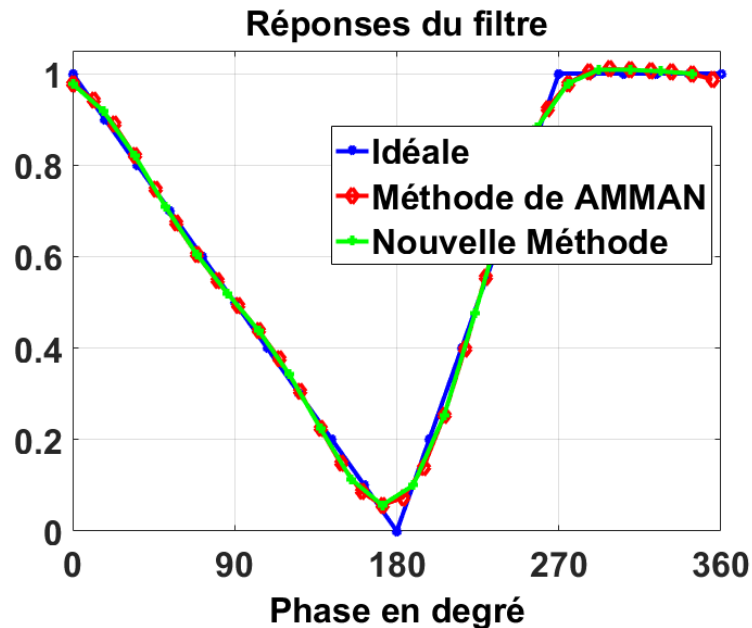


Il s'agit d'un système de  $2N+2$  équations à  $2N+1$  inconnues que l'on peut résoudre par l'algorithme PSO pour trouver les angles de rotation et les déphasages introduits par les différentes cellules à cristaux liquides de notre filtre biréfringent. Reprenons, à titre d'exemple, le filtre biréfringent à fonction de transmission de forme quelconque montré dans la Figure 4.3 mais sans LCC supplémentaire. Les résultats de simulation correspondants aux deux méthodes sont montrés dans le Tableau 4.2.

**Table 4.2** – Paramètres optogéométriques du filtre sans LCC supplémentaire obtenus par les deux méthodes

Nouvelle Méthode		Méthode de AMMAN	
angles $\theta_1 - > \theta_p$ (degré)	déphasages $b_1 - > b_N$ (rad)	angles $\theta_1 - > \theta_p$ (degré)	déphasages $b_1 - > b_N$ (rad)
54.28°	0.37	54.31°	0.36
61.92°	2.87	61.92°	2.87
36.65°	-0.56	36.67°	-0.56
69.22°	-0.56	69.20°	-0.56
36.65°	2.87	36.67°	2.87
61.92°	0.37	61.92°	0.37
35.72°	—	35.69°	—

Les solutions correspondant à la présente méthode sont obtenues pour un nombre d'itération  $iter_{max} = 1500$  itérations, un nombre de population égale à 150, les constantes  $c_1 = c_2 = 1.5$ . On remarque que les résultats trouvés pour les deux méthodes sont assez proches avec évidemment un déphasage de la LCC supplémentaire de sortie nul. Comme on a précisé précédemment, les solutions du système d'équations ne sont pas uniques, donc les résultats montrés dans le Tableau 4.2, sont aussi des solutions pour le système de l'exemple précédent, ce qui est confirmé dans la Figure (4.6).

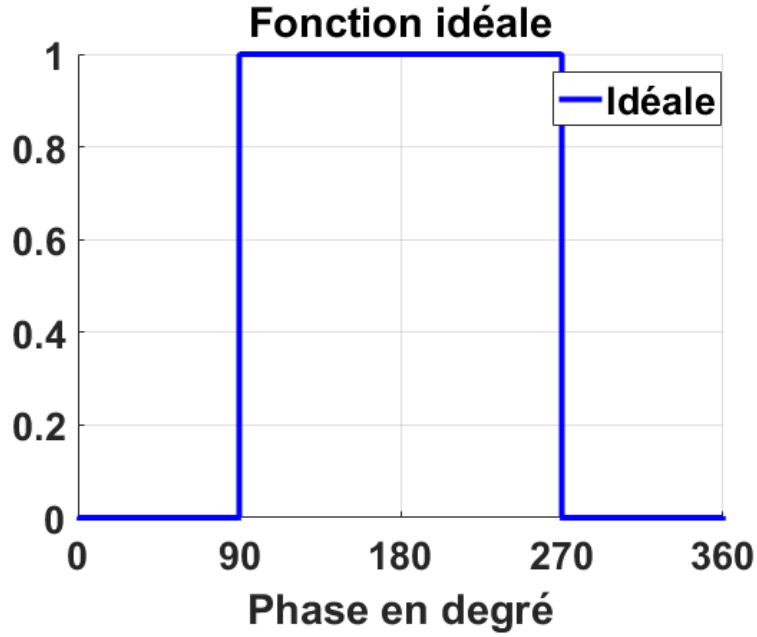


**Figure 4.6:** Réponses en champs électrique du filtre à fonction de transmission non symétrique obtenus par les deux méthodes.

La Figure 4.6, montre les réponses en fréquence du filtre qui ne comporte plus la dernière cellule à cristaux liquides. Comme on peut le constater, les réponses sont identiques à celles montrées dans la Figure 4.4. Ceci démontre que la dernière cellule à cristaux liquides qui joue le rôle de compensateur de sortie dans le filtre proposé par AMMAN peut être supprimée sans affecter le gabarit de notre filtre.

## 4.5 Synthèse d'un filtre à fonction de transmission symétrique

Dans cette partie, nous allons exposer à travers un exemple d'application de la nouvelle méthode de synthèse sur un gabarit de forme symétrique et comparer les résultats obtenus avec l'algorithme proposé par AMMAN. Prenons comme exemple la fonction idéale symétrique représentée dans la Figure 4.7.



**Figure 4.7:** Réponse idéale à synthétiser du filtre à fonction de transmission de forme symétrique.

Le développement en séries de Fourier de cette fonction à l'ordre 7 est donné par,

$$C(\omega) = 0.1061 - 0.3183e^{-j2\omega\Delta t} + 0.5e^{-j3\omega\Delta t} - 0.3183e^{-j4\omega\Delta t} + 0.1061e^{-j6\omega\Delta t} \quad (4.21)$$

Comme la fonction de transmission est de forme symétrique, le système (4.11) devient,

$$\left\{ \begin{array}{l} f_0 = \text{Re}(E_0(\theta_1, \dots, \theta_6, \theta_p; b_1, \dots, b_6, b_{LCC})) - 0.1061 = 0 \\ f_1 = \text{Re}(E_1(\theta_1, \dots, \theta_6, \theta_p; b_1, \dots, b_6, b_{LCC})) - 0 = 0 \\ \vdots \\ f_6 = \text{Re}(E_6(\theta_1, \dots, \theta_6, \theta_p; b_1, \dots, b_6, b_{LCC})) - 0.1061 = 0 \\ g_0 = \text{Im}(E_0(\theta_1, \dots, \theta_6, \theta_p; b_1, \dots, b_6, b_{LCC})) = 0 \\ g_1 = \text{Im}(E_1(\theta_1, \dots, \theta_6, \theta_p; b_1, \dots, b_6, b_{LCC})) = 0 \\ \vdots \\ g_6 = \text{Im}(E_6(\theta_1, \dots, \theta_6, \theta_p; b_1, \dots, b_6, b_{LCC})) = 0 \end{array} \right. \quad (4.22)$$

C'est un système de 14 équations à 14 inconnues que l'on peut résoudre par l'algorithme PSO pour trouver les angles de rotation et les déphasages introduits par les différentes cellules à cristaux liquides de notre filtre biréfringent. Le Tableau 4.3, montre les résultats obtenus par les deux algorithmes PSO et AMMAN,

**Table 4.3** – Paramètres opto-géométriques du filtre

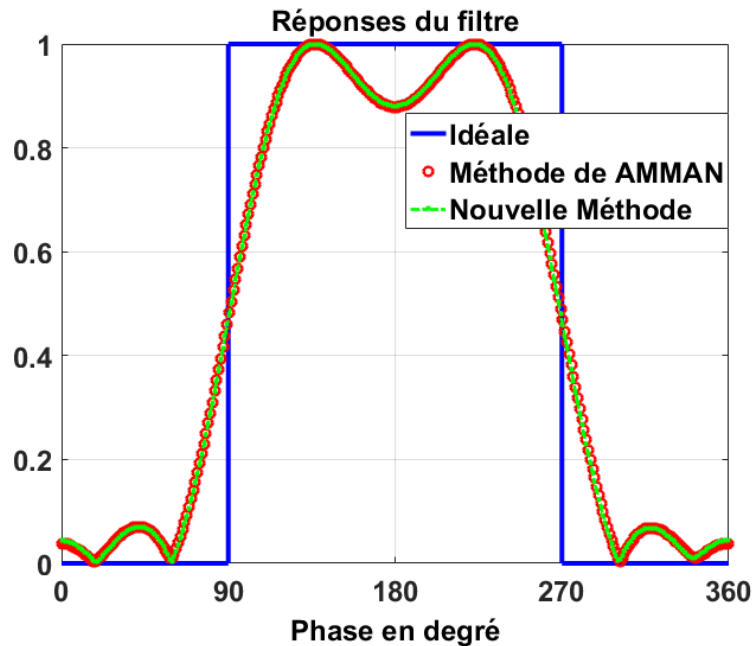
Nouvelle Méthode		Méthode de AMMAN	
angles $\theta_1 - > \theta_p$ (degré)	déphasages $b_1 - > b_{LCC}$ (rad)	angles $\theta_1 - > \theta_p$ (degré)	déphasages $b_1 - > b_{LCC}$ (rad)
-21.42°	0	22.10°	-0.24
-23.47°	0	23.56°	0.59
-7.58°	0	7.98°	-0.35
-72.55°	0	71.09°	-0.35
-7.59°	0	7.98°	0.59
-23.47°	0	23.56°	2.90
68.58°	0	67.90°	0

D'après le Tableau 4.3, on voit que les angles obtenus par l'algorithme PSO sont quasiment les mêmes que ceux de AMMAN. D'autre part, on remarque que les déphasages introduits par les lames à cristaux liquides ne sont pas nuls. Ces valeurs représentent une des solutions possibles pour notre système d'équations (4.22) correspondant au filtre à fonction de transmission symétrique, comme montré dans le Tableau 4.4.

**Table 4.4** – Paramètres optogéométriques du filtre sans LCC supplémentaire obtenus par les deux méthodes

paramètres optogéométriques	1	2	3	...	$2^{N+1}$
$\theta_1$ (degré)	71.71°	26.51°	22.10°	...	40.01°
$\theta_2$ (degré)	24.15°	20.31°	23.56°	...	34.75°
$\theta_3$ (degré)	12.22°	3.99°	7.98°	...	53.43°
$\theta_4$ (degré)	66.88°	74.56°	71.09°	...	37.94°
$\theta_5$ (degré)	12.22°	3.99°	7.98°	...	53.43°
$\theta_6$ (degré)	24.15°	20.31°	23.56°	...	34.75°
$\theta_p$ (degré)	18.29°	63.48°	67.90°	...	49.99°
$b_1$ (rad)	$\pi$	0	-0.24	...	-0.21
$b_2$ (rad)	0	0	0.59	...	-3.01
$b_3$ (rad)	0	0	-0.35	...	0.087
$b_4$ (rad)	0	0	-0.35	...	0.087
$b_5$ (rad)	0	0	0.59	...	-3.01
$b_6$ (rad)	0	$\pi$	2.90	...	2.93
$b_p$ (rad)	0	0	0	...	0

En se référant au Tableau 4.4, la méthode de AMMAN nous permet d'obtenir les ensembles qui sont les solutions possibles du système d'équations (4.21). Ces mêmes ensembles sont obtenus par l'algorithme PSO. Pour certains ensembles, les valeurs du déphasage des LCC sont soit 0 soit  $\pi$ , ce qui signifie que l'utilisation de ces LCC n'est pas nécessaire et on retrouve la structure du filtre avec des lames biréfringentes identiques [95]. Pour les autres ensembles, les valeurs de ces déphasages sont quelconques et la structure du filtre correspondant représente une des réalisations possibles pour le gabarit de forme symétrique synthétisé par cette nouvelle méthode. La Figure 4.8, montre les réponses en fréquence du filtre à fonction de transmission symétrique. Comme on peut le constater, les deux courbes correspondant à l'algorithme de AMMAN et celui de la PSO sont superposées. Pour l'algorithme PSO, les résultats obtenus correspondent à un nombre d'itérations  $iter_{max} = 2000$ , un nombre de population  $POP = 150$  et des constantes  $c_1 = c_2 = 1.5$ .



**Figure 4.8:** Réponses en champs électrique du filtre à fonction de transmission de forme symétrique obtenus par les deux méthodes.

D'après les résultats obtenus pour la fonction symétrique, on peut conclure que la nouvelle méthode est générale et l'architecture du filtre proposé permet de synthétiser n'importe quelle fonction de transmission.

## 4.6 Application pour la mise en forme d'impulsions Laser

Comme nous l'avons évoqué dans le paragraphe 1.6, les filtres biréfringents basés sur le phénomène d'interférence en polarisation jouent un rôle important pour certaines applications Laser, en l'occurrence la mise en forme d'impulsions laser et l'obtention d'impulsions plates de quelques picosecondes, chose fortement recherchée dans la transmission optique [100][101][102][103]. En effet, la nouvelle technique de synthèse proposée dans ce manuscrit peut être utilisée dans ce genre d'applications de mise en forme d'impulsions. Afin d'expliquer le principe de la mise en forme d'impulsions (*pulse shaping*) par la technique proposée, on suppose qu'une impulsion temporelle courte  $e_{in}(t)$  se présente à l'entrée du filtre. L'impulsion traverse le filtre biréfringent ayant comme fonction de transfert  $G(\omega)$ . A la sortie du filtre, l'expression de l'impulsion dans le domaine fréquentielle est donnée par,

$$E_{out}(\omega) = G(\omega).E_{in}(\omega)$$

Avec  $E_{in}(\omega)$  l'expression de l'impulsion à l'entrée du filtre dans le domaine spectral.

L'impulsion de sortie (désirée) dans le domaine temporel est obtenue par transformée de Fourier inverse de  $E_{out}(\omega)$ ,

$$e_{out}(t) = g(t) * e_{in}(t)$$

L'impulsion  $e_{out}(t)$  de sortie temporelle est donnée par le produit de convolution de l'impulsion d'entrée  $e_{in}(t)$  et  $g(t)$ . Avec  $g(t)$  est la transformée de Fourier inverse de la fonction de transfert de notre filtre. En outre, dans la plupart des applications de la mise en forme d'impulsions, la forme de l'impulsion d'entrée et l'impulsion cible de la sortie sont connues, par exemple, une impulsion gaussienne et l'autre à sommet plat, respectivement. Dans ce cas, la fonction de transfert  $G(\omega)$  est calculée comme suit,

$$G(\omega) = E_{out}(\omega)/E_{in}(\omega)$$

Une fois  $G(\omega)$  obtenue, on la considère alors comme la fonction idéale désirée, et l'application de la nouvelle méthode proposée permet d'obtenir les paramètres optogéométriques de notre filtre biréfringent ainsi dédié à la fonction de mise en forme d'impulsions Laser.

## 4.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une méthode plus générale pour la synthèse des filtres biréfringents à fonction de transmission de forme quelconque en se basant sur la résolution de systèmes d'équations non linéaires déduits du formalisme de Jones. L'algorithme d'optimisation PSO a été utilisé pour déterminer les paramètres opto-géométriques du filtre. Les résultats ainsi obtenus montrent une excellente concordance à ceux développés dans la littérature. Comme solution alternative à l'utilisation des compensateurs associés aux lames biréfringentes, nous avons utilisé et pour la première fois à notre connaissance, des cellules à cristaux liquides dont la biréfringence est contrôlée électriquement. Cette accordabilité des cellules permet de garder la même structure physique du filtre lorsqu'on désire changer la forme de la fonction de transmission du filtre à synthétiser. Aussi, nous avons démontré qu'il est possible, avec cette méthode, de synthétiser les mêmes fonctions de transmission en supprimant la cellule à cristaux liquides placée avant l'analyseur de sortie. Ce qui représente un avantage et un gain dans le nombre d'éléments biréfringents nécessaires à la synthèse. Ces filtres dont la fonction de transmission à une forme quelconque peut être une solution de choix pour l'amélioration des performances des réseaux de télécommunications optiques futures.

---

## Conclusion Générale

Ce travail a été initié dans le cadre de ce que connaît le monde des transmissions de l'information suite à la croissance rapide des réseaux optiques, et la nécessité d'avoir des dispositifs, dans le réseau, qui peuvent permettre l'exploitation des performances offertes par la fibre optique (bande passante, débit, etc). Un des dispositifs clés dans le réseau, et par lequel un maximum d'information transite, est le filtre optique.

Dans ce contexte, nous avons exposé dans le premier chapitre les exigences des éléments du réseau sur cette fonctionnalité, qui diffèrent selon l'emplacement du filtre. Dans le second chapitre, nous commençons par faire un rappel sur les phénomènes physiques clés qui régissent la technique de filtrage optique et nous exposons le modèle mathématique et physique pour les éléments biréfringents qui constituent le filtre. Nous analysons les deux configurations de base de cette famille de filtres, à savoir la configuration de Lyot et celle de Šolc. Une partie a aussi été consacrée aux cristaux liquides, partie dans laquelle nous avons exposé leur principe de fonctionnement et leurs propriétés. le troisième chapitre traite de l'étude des algorithmes de synthèse des filtres biréfringents à gabarits prédéfinis, et son positionnement par rapport au cahier des charges exigé par les applications télécoms.

Le quatrième et dernier chapitre de ce manuscrit a été consacré à présentation de la nouvelle méthode. Nous avons d'abord identifié l'avantage de notre méthode par rapport à des méthodes déjà connues. Ensuite, nous avons fait des testes de faisabilité pour les gabarits symétriques et non symétriques, nous avons ainsi pu observer que la nouvelle méthode présentait des résultats similaires à ceux obtenus par la méthode de AMMAN. Enfin et comme perspective pour ce travail de thèse, cette nouvelle méthode de synthèse semble bien se prêter pour une application importante dans l'optique des lasers à savoir la mise en forme des impulsions émises par certains Laser et qui trouve tout son intérêt dans beaucoup de domaines.



---

## Bibliographie

- [1] C. Kao, G. Hockham, "Dielectric-fibre surface waveguides for optical frequencies", Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, Vol. 113, n°. 7, pp. 1151-1158, 1966.
- [2] optics.org. <http://optics.org/news/4/1/29>.
- [3] F. P. Kapron, D. B. Keck, R. D. Maurer, "Radiation Losses in Glass Optical Waveguides", Applied Physics Letters, Vol. 17, n°. 110, 1970.
- [4] W. G. French, J. B. MacChesney, P. B. O'Conner et G. W. Tasker, "Optical Waveguides With Very Low Losses", Bell System Technical Journal, vol. 35, n°. 15, pp. 951-954, 1974.
- [5] T. Miya, Y. Terunuma, T. Hosaka, T. Miyashita, "Ultimate Low-Loss Single-Mode Fiber at  $1,55\mu\text{ m}$ ", Electronics Letters, Vol. 15, n°. 14, pp. 106-108, 1979.
- [6] W. J. Tomlinson, C. Lin, "Optical Wavelength-Division Multiplexer for the 1-1.4 Micron Spectral Region", Electronics Letters, Vol. 14, pp. 345-347, 1978.
- [7] R. J. Mears, L. Reekie, S. B. Poole, D. N. Payne, "Low-threshold Tunable CW and QSwitched Fiber Laser Operating at  $1.55\mu\text{ m}$ ", Electronics Letters, Vol. 22, pp. 159-160, 1986.
- [8] R. J. Mears, L. Reekie, I. M. Jauncey, D. N. Payne, "Low-Noise Erbium-Doped Fiber Amplifier at  $1.54\mu\text{ m}$ ", Electronics Letters, Vol. 23, pp. 1026-1028, 1987.
- [9] E. Desuivre, J. Simpson, P. C. Becker, "High-Gain Erbium-Doped Traveling-Wave Fiber Amplifier", Optics Letters, Vol. 12, pp. 888-890, 1987.
- [10] <http://www.techniques-ingenieur.fr/base-documentaire/electronique-photonique-th13/telecommunications-optiques-42454210/systemes-de-transmission-sur-fibre-optique-te7115/>.
- [11] D. Lee, K. Lee, S. Yoo, J-K. K. Rhee, "Efficient Ethernet Ring Mesh Network Design", Journal of Lightwave Technology, Vol. 29, n°. 118, pp. 2677-2683, 2011.

- [12] N. A. Peters, P. Toliver, T. E. Chapuran, R. J. Runser, S. R. McNown, C. G. Peterson, D. Rosenberg, N. Dallmann, R. J. Hughes, K. P. McCabe, J. E. Nordholt, K. T. Tyagi, "Quantum Communications in Reconfigurable Optical Networks : DWDM QKD through a ROADM", Optical Fiber Communication Conference, San Diego, USA, 2010.
- [13] A. M. Clarke, A. Borghesani, D. W. Smith, P. Ossieur, P. D. Townsend, R. Jensen, N. Parsons, "Demonstration of Wavelength Agile Metro Node Using Reflective Colorless Component ", Optical Fiber Communication Conference, Los Angeles, USA, 2011.
- [14] S. Tibuleac, M. Filer, "Trends in Next-Generation ROADM Networks", European Conference on Optical Communication, Genève, Suisse, 2011.
- [15] Pierre Lecoy, "Communications sur fibres optiques", Hermes, 2014.
- [16] Y. Ji, J. Zhang, Y. Sun, W. Gu, B. Ye, Y. Zhao, "Research and Realization of OADM Technology in Metro Optical Network", Proceedings of SPIE, Vol. 4583, pp. 159-170, 2001.
- [17] J. K. Rhee, I. Tomkos, M. J. Li, "A Broadcast-and-Select OADM Optical Network with Dedicated Optical-Channel Protection", Journal of Lightwave Technology, Vol. 21, n°. 11, pp. 25-31, 2003.
- [18] A. Tzanakaki, I. Zacharopoulos, I. Tomkos, "Optical Add/Drop Multiplexers and Optical Cross-Connects for Wavelength Routed Networks", Proceedings of 5th IEEE International Conference on Transparent Optical Networks, Vol. 1, pp. 41-46, 2003.
- [19] C. A. Al Sayeed, A. Vukovic, O. Yang, H. Hua, "Hybrid Low Loss Architecture for Reconfigurable Optical Add/Drop Multiplexer", Global Telecom. Conference, San Francisco, 2006.
- [20] L. Eldada, "ROADM Architectures and Technologies for Agile Optical Networks", Proceedings of SPIE, the International Society for Optical Engineering, Vol. 6476, pp. 647605-647612, 2007.
- [21] E. B. Basch, R. Egorov, S. Gringeri, S. Elby, "Architectural Tradeoffs for Reconfigurable Dense Wavelength-Division Multiplexing Systems", IEEE Journ. of Slect. Topics in Quantum Electron, Vol. 12, n°.14, pp. 615-626, 2006.
- [22] L. Eldada, J. Fujita, A. Radojevic, T. Izuhara, R. Gerhardt, S. Jiandong, D. Pant, F. Wang et A. Malek, "40-Channel Ultra-Low-Power Compact PLC-Based ROADM Subsystem", Optical Fiber Comm. Conference, Anaheim, CA, USA, 2006.
- [23] C. A. Al Sayeed, A. Vukovic, O. Yang, "Performance Optimization of PLC-based ROADM Subsystem in Ring-to-Ring Interconnection", Proc. of IEEE International Conference on Comm, Istanbul, Turkey, 2006.

- [24] R. Shankar, M. Florjanczyk, T. J. Hall, A. Vukovic, H. Hua, "Multi-degree ROADM Based on Wavelength Selective Switches : Architectures and Scalability", *Optics Comm*, Vol. 279, No.11, pp. 94-100, 2007.
- [25] M. Allen, C. Liou, S. Melle, V. Vusirikala, "Digital Optical Network Using Photonic Intergrated Circuits (PICs) Address the Challenges of Reconfigurable Optical Networks", *IEEE Comm. Magazine*, Vol. 1 sur 20163-6804, pp. 35-43, 2008.
- [26] T. Kawai, T. Kobayashi, T. Inui, T. Komukai, T. Kataoka, M. Fukutoku, M. Tomizawa, Y. Ishii, E. Hashimoto, Y. Kawajiri, T. Watanabe, "Multi-degree ROADM Based on Massive Port Count WSS with Integrated Colorless Ports", *Optical Fiber Comm. Conference*, Los Angeles, USA, 2011.
- [27] D. F. Bendimerad, "Contribution à l'étude et à la mise en oeuvre de fonction de filtrage pour les brasseurs optiques dédiés au traitement multi-longueurs d'onde", thèse de doctorat, 2012.
- [28] T. Watanabe, K. Suzuki, T. Goh, K. Hattori, A. Mori, T. Takahashi, T. Sakamoto, "Compact PLC-based Transponder Aggregator for Colorless and Directionless ROADM", *Optical Fiber Comm. Conference*, Los Angeles, USA, 2011.
- [29] R. Hirako, K. Ishii, H. Hasegawa, K. Sato, H. Takahashi, et M. Okuno, "Compact Hierarchical Optical Cross-Connect Utilizing Newly Designed Waveband Selective Switch with Extra Ports for Grooming", *European Conference on Optical Comm*, Genève, Suisse, 2011.
- [30] S. Mitsui, H. Hasegawa, K. Sato, S. Kamei, H. Takahashi, M. Okuno, "Demonstration of Compact Hierarchical Optical Path Cross-Connect Utilizing Wavelength/Waveband Selective Switches", *Optical Fiber Comm. Conference*, San Diego, USA, 2010.
- [31] A. Rohit, A. Albores-Mejia, N. Calabretta, X. Leijtens, D. Robbins, M. Smit et K. Williams, "Fast Remotely Reconfigurable Wavelength Selective Switch", *Optical Fiber Comm. Conference*, Los Angeles, USA, 2011.
- [32] R. Hirako, K. Ishii, H. Hasegawa, K. Sato, H. Takahashi, M. Okuno, "Compact Hierarchical Optical Cross-Connect Utilizing Newly Designed Waveband Selective Switch with Extra Ports for Grooming", *European Conference on Optical Comm*, Genève, Suisse, 2011.
- [33] J. R. Vacca, "Optical Networking Best Practices Handbook", John Wiley & Sons, 2007.
- [34] P. Colbourne, B. Collings, "ROADM Switching Technologies", *Optical Fiber Comm. Conference*, Los Angeles, USA, 2011.
- [35] E. H. W. Chan, "High-Order Infinite Impulse Response Microwave Photonic Filters", *Journal of Lightwave Technology*, Vol. 29, No.112, pp. 1775-1782, 2011.

- [36] O. S. Ahmed, M. A. Swillam, M. H. Bakr, X. Li, "Efficient Design Optimization of Ring Resonator-Based Optical Filters", *Journal of Lightwave Technology*, Vol. 29, n°.118, pp. 2812-2817, 2011.
- [37] A. Wise, M. Tur, A. Zadok, "Sharp Tunable Optical Filters Based on the Polarization Attributes of Stimulated Brillouin Scattering", *Optics Express*, Vol. 19, n°. 122, pp. 21945-21955, 2011.
- [38] E. Hamidi, D. E. Leaird, A. M. Weiner, "Tunable Microwave Photonic Filter with Programmable Apodization Based on Optical Comb", *Optical Fiber Comm. Conference*, San Diego, USA, 2010.
- [39] M. Song, C. M. Long, R. Wu, D. Seo, D. E. Leaird, A. M. Weiner, "Reconfigurable and Tunable Flat-Top Microwave Photonic Filters Utilizing Optical Frequency Combs", *Photonics Techn. Letters*, Vol. 23, n°.121, pp. 1618-1620, 2011.
- [40] P. Prabhathan, V. M. Murukeshan, Z. Jing, P. V. Ramana, "Broadband Tunable Band-pass Filters Using Phase Shifted Vertical Side Wall Grating in a Submicrometer Silicon-on-Insulator Waveguide", *Applied Optics*, Vol. 48, No. 129, pp. 5598-5603, 2009.
- [41] Alnair Labs, "Bandwidth-Variable Tunable Filter CVF-220CL", <http://www.alnair-labs.com>, 2012.
- [42] Alnair Labs, "High Power Bandwidth-Variable Tunable Filter BVF200-HPCL", <http://www.alnair-labs.com>, 2012.
- [43] Alnair Labs, "Wavelength Tunable Optical Filter WTF-200", <http://www.alnair-labs.com>, 2016.
- [44] Y. Park, M. H. Asghari, T. Ahn, J. Azaña, " Transform-limited picosecond pulse shaping based on temporal coherence synthesization ", *Optics Express*, Vol. 15, n°.15, pp. 9584-9599, 2007.
- [45] F. Parmigiani, P. Petropoulos, M. Ibsen, D. J. Richardson, "All-optical pulse reshaping and retiming systems incorporating pulse shaping fiber Bragg grating", *J. Lightwave Technol.* Vol.19, pp. 746-752, 2001.
- [46] T. Otani, T. Miyajaki, S. Yamamoto, "Optical 3R Regenerator using wavelength converters based on electroabsorption modulator for all-optical network applications", *IEEE Photon. Technol. Lett.*, Vol. 12, pp. 431-433, 2000.
- [47] F. Parmigiani, C. Finot, K. Mukasa, M. Ibsen, M. A. Roelens, P. Petropoulos, and D. J. Richardson, "Ultraflat SPM-broadened spectra in a highly nonlinear fiber using parabolic pulses formed in a fiber Bragg grating", *Opt. Express*, Vol. 14, pp. 7617-7622, 2006.
- [48] L. K. Oxenløwe, M. Galili, H. C. H. Mulvad, R. Slavík, Y. Park, J. Azaña, and P. Jeppesen, "Flat-top pulse enabling 640 Gb/s OTDM demultiplexing", *Conference on Lasers and Electro-Optics Europe (CLEOEurope)* Munich, Germany, June 2007.

- [49] A. M. Weiner, "Femtosecond pulse shaping using spatial light modulators", *Review of Scientific Instruments*, Vol. 71, pp. 1929-1960, 2000.
- [50] J. J. Field, C. G. Durfee, J. A. Squier, S. Kane, "Quartic-phase-limited grism-based ultrashort pulse shaper", *Opt. Lett.*, Vol. 32, pp. 3101-3103, 2007.
- [51] J. Schwarz, P. Rambo, I. Smith, J. Porter, "Simple temporal pulse shaping using two Pockels cells", *Opt. Eng.*, Vol. 44, n°. 9, p. 094203, 2005.
- [52] M. D. Skeldon, "Optical pulse-shaping system based on an electro-optic modulator driven by an aperture-coupled-stripline electrical-waveform generator", *J. Opt. Soc. Am. B*, Vol. 19, pp. 2423-2426, 2002.
- [53] C. Froehly, B. Colombeau, and M. Vampouille, "II Shaping and Analysis of Picosecond Light Pulses", Elsevier, pp. 63-153, 1983.
- [54] A. M. Weiner, J. P. Heritage, and E. M. Kirschner, "High-resolution femtosecond pulse shaping", *J. Opt. Soc. Am. B*, Vol. 5, pp. 1563-1572, 1988.
- [55] T. Brixner, G. Gerber, "Femtosecond polarization pulse shaping", *Opt. Lett.*, Vol. 26, pp. 557-559, 2001.
- [56] A. Monmayrant, S. Weber, B. Chatel, "A newcomers guide to ultrashort pulse shaping and characterization", *J. Phys. B*, Vol. 43, p.103001, 2010.
- [57] K. Kwong, D. Yankelevich, K. Chu, J. Heritage, A. Dienes, "400 Hz mechanical scanning delay line", *Opt. Lett.*, Vol. 18, pp. 558-560, 1993.
- [58] E. Zeek, K. Maginnis, S. Backus, U. Russek, M. Murnane, G. Mourou, H. Kapteyn, G. Vdovin, "Pulse compression by use of deformable mirrors", *Opt. Lett.*, Vol. 24, pp. 493-495, 1999.
- [59] M. Dugan, J. Tull, W. Warren, "High resolution acoustic shaping of unamplified and amplified femtosecond laser pulses", *J. Opt. Soc. Am. B*, Vol. 14, pp. 2348-2355, 1997.
- [60] C.W. Siders, J. L.W. Siders, A. J. Taylor, S. Park, A. M. Weiner, "Efficient high-energy pulse-train generation using a 2 n -pulse michelson interferometer", *Appl. Opt.*, Vol. 37, pp. 5302-5305, 1998.
- [61] H. E. Bates, R. R. Alfano, N. Schiller, "Picosecond pulse stacking in calcite", *Appl. Opt.*, Vol. 18, pp. 947-949, 1979.
- [62] S. Zhou, D. Ouzounov, H. Li, I. Bazarov, B. Dunham, C. Sinclair, F.W. Wise, "Efficient temporal shaping of ultrashort pulses with birefringent crystals", *Appl. Opt.*, Vol. 46, pp. 8488-8492, 2007.
- [63] I. Will, G. Klemz, "Generation of flat-top picosecond pulses by coherent pulse stacking in a multicrystal birefringent filter", *Optics Express*, Vol. 16, n°. 19, pp. 14922- 14937, 2008.

- [64] A. K. Sharma, T. Tsang, T. Rao, "Theoretical and experimental study of passive spatio-temporal shaping of picosecond laser pulses", *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, Vol.12, pp. 033501-033510, 2009.
- [65] Andrew M. Weiner, "Ultrafast optical pulse shaping : A tutorial review", *Optics Communications*, Vol. 284, pp. 3669-3692, 2011.
- [66] T-X. Thuan, "les voies de la lumière", Fayad, 2007.
- [67] R.Taillet, "Optique physique : Propagation de la lumière", de boeck, 2006.
- [68] J-P. Changeux, "La lumière au siècle des Lumières aujourd'hui : art et science", Odile Jacob, 2005.
- [69] T. Scharf, "Polarized light in liquid crystals and polymers", Wiley, 2007.
- [70] A. Kumar, A. Ghatak, "Polarization of light with applications in optical fibers", SPIE, 2011.
- [71] S. Huard, "Polarisation de la lumière", Masson, 1994.
- [72] A. Eroglu, "Wave Propagation and Radiation in Gyrotropic and Anisotropic Media Wave propagation", Springer, 2010.
- [73] V. Renvoizé, "Physique", Pearson, 2010.
- [74] P. brenders, "Optique", Bréal, 2005.
- [75] B.Wyncke, "Représentation des états de polarisation des ondes lumineuses", EPU, 2003.
- [76] I-C Khoo, "Liquid crystals : Physical Properties and Nonlinear Optical Phenomena", John Wiley Sons, 2007.
- [77] J-R Champeau, R. Carpentier, " Ondes lumineuses : Propagation, optique de Fourier", e-boeck, 2009.
- [78] R. HAMDI, "Filtres en polarisation dédiés aux applications insertion/extraction optiques reconfigurables", thèse de doctorat, 2008.
- [79] F. Chollet, " Réalisation d'un filtre spectral accordable étroit à  $1.55\mu\text{m}$  en optique intégrée sur niobate de lithium .étude des limitations imposée par la technologie", thèse de doctorat, 1995.
- [80] A. Yariv, P. Yeh, "Optical Waves in Crystals", John Wiley Sons Inc, 1984.
- [81] S. Gauza, M. Jiao, S.-T. Wu, P. Kula, R. Dabrowski et X. Liang, "High Birefringence and Low Viscosity Negative Dielectric Anisotropy Liquid Crystals", vol. 35, pp. 1401-1408, 2008.
- [82] B-E. A. Saleh, M-C. Teich, "Fundamentals of Photonics", Wiley, 2007.

- [83] F. Dubois, "Elaboration et caractérisations électro-optique et diélectrique de composites à cristaux liquides ferroélectriques dispersés dans une matrice polymère", thèse de doctorat, 2004.
- [84] E. O.Ammann, J. M. Yarborough, "Optical Network Synthesis Using Birefringent Crystals. V Synthesis of Lossless Networks Containing Equal-Length Crystals and Compensators", J. Opt.Soc.Am, Vol.56, pp. 1746-1754, 1966.
- [85] R. J. Pegis, "An Exact Method for Multilayer Dielectric Films", J. Opt.Soc Am, Vol 51, n° 11, 1961.
- [86] T. W. Parks, C. S. Burrus, "Digital Filter Design", Wiley, New York, 1987.
- [87] D. M. Etter, "Engineering Problem Solving with MATLAB", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J, 1993.
- [88] R. H. Chu, G.Town, "Birefringent filter synthesis by use of a digital filter design algorithm", Opt. Soc. Am, Vol. 41, pp. 3412-3418, 2002.
- [89] R. H. Chu, G.Town, "Synthesis of birefringent equalizing filters for WDM dispersion compensation", Optics Communications, Vol. 214, pp. 147-154, 2011.
- [90] Y.Zhou, G.Zeng, F.Yu,"Particle Swarm Optimization-based approach for optical finite impulse response filter design", Optics Communications, Vol. 42, 2003.
- [91] R.C.Jones, J. Opt.Soc. Am, Vol. 31, 1941.
- [92] R. Hamdi, B-E .Benkelfat, B. Vinouze, M. Benslama, "Multichannel amplitude equalization based on liquid crystal polarization interference filters", J. of Opt. A : Pure and Applied Optics, vol. 11, 2009.
- [93] R. Hamdi, G. Petriashvili, G. Lombardo, M. P. Santo, R. Barberi, "Liquid crystal bubbles forming a tunable micro-lenses array" J. App. Phy, vol. 110, 2011.
- [94] D. F. Bendimerad, B.-E. Benkelfat, R. Hamdi, Y. Gottesman, O. Seddiki, B. Vinouze, "Channel Equalization and Bandwidth Tuning Using a LC-Based Tunable Hybrid Birefringent Filter", Journal of Lightwave Technology, vol. 30, n°. 13, pp. 2103-2109, 2012.
- [95] S. E. Harris et al, "Optical Network synthesis Using Birefringent Crystals. I.Synthesis of Lossless Network of Equal-Length Crystals", J.Opt.Soc.Am, Vol 54, n° 10, 1964.
- [96] M. Jaberipour, E. Khorrama,B. Karimi, "Particle swarm algorithm for solving systems of nonlinear equations", Computers and Mathematics with Applications, Vol.62 ,pp. 566-576, 2011.
- [97] M.Abdollahi, A.Isazadeh, D.Abdollahi, "Imperialist competitive algorithm for solving systems of nonlinear equations", Computers and Mathematics with Applications, Vol. 65 ,pp. 1894-1908, 2013.

- [98] O. E. Turgut, M. S. Turgut, M. T. Coban, " Chaotic quantum behaved particle swarm optimization algorithm for solving nonlinear system of equations", *Computers and Mathematics with Applications*, V. 68, pp. 508-530, 2014.
- [99] J.Kennedy, R.Eberhart, "Particle swarm optimization", proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks, Vol.4, pp.1942-1948, 1995.
- [100] A. Consoli, I. Esquivias, "Temporally flat top pulse generation from gain switched semiconductor lasers based on a polarization interferometer with variable transfer function", *Optics Communications*, V.329, pp. 214-220, 2014.
- [101] Z. Ma, G. Feng, J. Chen, P. Yin, Q. Zhu, X. Zeng, W. Liu, "Synthesis of narrow bandwidth flat-top ns pulse with multi-ultra-short pulses", *Optik* , V.121, pp.378-383, 2010.
- [102] Ming Li, P. Dumais, R. Ashra, H. P. Bazargani, J-B. Quélène, C. Callender, José Azaña, "Ultrashort Flat-Top Pulse Generation Using On-Chip CMOS-Compatible MachZehnder Interferometers", *Photonics Technology Letters*, V. 24, n°. 16, pp. 1387-1389, 2012.
- [103] S. Song, X. Yi, "Integrated SOI Stagger-Tuned Optical Filter With Flat-Top Response", *Journal OF Lightwave Tegnology*, V. 34, n°. 9, pp. 2317-2323, 2016.