

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche  
scientifique



**UNIVERSITE 8 MAI 1945 - GUELMA**  
**DEPARTEMENT DE GENIE CIVIL ET**  
**D'HYDRAULIQUE**

**COURS**  
**BETON ARME**

**Dr. MADI Rafik**

**Septembre 2014**

# Sommaire

## Chapitre I Les unités

1. Unités utilisées .....	1
1.1 Les unités fondamentales .....	1
1.2 Les unités dérivées .....	1
1.3 Multiples et sous multiples .....	1
1.4 Equivalence avec d'autres systèmes d'unités .....	1
1.4.1 Pour les forces .....	1
1.4.2 Pour les contraintes .....	1
1.5 Synthèses .....	2

## Chapitre II Caractéristiques des matériaux Acier et Béton

2.1 Le béton .....	3
2.1.1 Constitution du béton .....	3
2.1.2 Résistance caractéristique .....	3
2.1.2.1 Résistance à la compression .....	3
2.1.2.2 Résistance à la traction .....	5
2.1.3 Fluage et déformations longitudinales .....	6
2.1.4 Module de déformation transversale – coefficient de poisson .....	7
2.1.5 Retrait du béton .....	8
2.2 L'acier .....	9
2.2.1 Caractéristiques mécaniques .....	9
2.3 Dispositions des armatures .....	10
2.3.1 Terminologie .....	10
2.3.2 Dispositions géométriques .....	11
2.3.3 Enrobage .....	12

## Chapitre III Les états limites - Sollicitations et combinaisons

3. Notion d'état limite .....	13
3.1 Définition des états limites .....	13
3.2 Etats limites ultimes .....	13
3.2.1 Diagramme contraintes-déformations .....	13
3.3 Etats limites de service .....	14
3.3.1 L'état limite de service vis-à-vis la compression du béton .....	14
3.3.2 L'état limite de service d'ouverture des fissures .....	14
3.3.3 L'état limite de service de déformation .....	16
3.4 Les actions et sollicitations – Les combinaisons .....	16
3.4.1 Les actions .....	16
3.4.1.1 Terminologie .....	16
3.4.1.2 Les actions réglementaires .....	16
1. Les charges permanentes (G) .....	17

2. Les actions variables ( $Q_i$ ) .....	19
3. Les actions accidentelles ( $F_A$ ) .....	20
3.4.2 Les sollicitations .....	21
3.4.3 Les combinaisons .....	21
3.4.3.1 Notation .....	21
3.4.3.2 Combinaisons d'actions aux ELU .....	21
3.4.3.3 Combinaisons d'actions pour situations accidentelles .....	22
3.4.3.4 Combinaisons d'actions aux ELS .....	22

## **Chapitre IV Association Acier - Béton**

4.1 L'adhérence .....	23
4.2 Les ancrages droits .....	24
4.2.1 Longueur de scellement droit .....	24
4.2.2 Valeurs forfaitaires .....	25
4.3 Les ancrages par courbures .....	25
4.3.1 Les ancrages courbes .....	25
4.3.2 Les crochets normaux .....	26
4.4 Les recouvrements de barres .....	27

## **Chapitre V Calcul des tirants**

5.1 Définition .....	28
5.2 Condition de non fragilité .....	28
5.3 Dimensionnement des armatures .....	29
5.3.1 Calcul à l'ELU .....	29
5.3.2 Calcul à l'ELS .....	29
5.3.3 Choix des sections d'armatures .....	30
5.3.4 Etat limite déterminant .....	30
5.4 Vérification des contraintes .....	30
5.5 Dimensionnement de la section du béton .....	30
5.6 Armatures transversales .....	30

## **Chapitre VI Calcul à la compression simple – Les poteaux**

6.1 Définition .....	31
6.2 Théorie élémentaire de flambement .....	31
6.2.1 La formule d'Euler .....	32
6.3 La longueur de flambement $l_f$ .....	34
6.4 Elancement .....	35
6.4.1 Valeur de $i$ pour une section rectangulaire .....	36
6.4.2 Valeur de $i$ pour une section circulaire .....	36
6.4.3 Tableau des élancements .....	37
6.5 Calcul des armatures longitudinales .....	37
6.5.1 Détermination à l'ELU .....	37

6.5.2 Section d'acier $A$ pris en compte en fonction de $\lambda$ .....	38
6.5.3 Sections extrêmes .....	40
6.5.4 Dispositions constructives .....	40
6.6 Les armatures transversales .....	40
6.6.1 Diamètres .....	41
6.6.2 Espacement .....	41
6.7 Le recouvrement .....	41
6.8 Un dessin type de ferrailage .....	42

## **Chapitre VII Calcul à la flexion simple**

7. Calcul d'une section rectangulaire à la flexion simple à l'ELU .....	43
7.1 Section de poutre soumise à un moment de flexion .....	43
7.2 Principe des pivots à l'ELU .....	46
7.2.1 Domaine 1, Pivot A .....	47
7.2.2 Domaine 2, pivot B .....	49
7.2.3 Domaine 3, pivot C .....	51
7.3 Principes généraux de calcul .....	52
7.4 Equations d'équilibre et dimensionnement à l'ELU .....	53
7.4.1 Les paramètres et les inconnues .....	53
7.4.2 Les équations d'équilibres .....	53
7.4.3 Dimensionnement des aciers tendues .....	55
7.4.4 Valeurs particulières .....	56
7.5 Définition et expression du moment limite ultime réduit .....	56
7.5.1 Introduction .....	56
7.5.2 Dimensionnement à l'ELS par compression du béton .....	57
7.5.3 Définition du moment ultime réduit .....	58
7.6 Technique de calcul dans le cas où il n'y pas d'acier comprimé .....	59
7.6.1 Le calcul étape par étape .....	59
7.7 Technique de calcul dans le cas où il y a des aciers comprimés .....	60
7.7.1 Dimensionnement de $A_u$ et $A'_u$ .....	60

## **Chapitre VIII Calcul des éléments fléchés aux efforts tranchants**

8.1 Fissures provoquées par l'effort tranchant .....	65
8.2 Calcul des armatures transversales .....	68
8.3 Cas particuliers des calculs .....	69
8.3.1 Armature droite ( $\alpha = 90^\circ$ ) .....	69
8.3.2 Cas des dalles ( $b \gg h$ ) .....	70
8.4 Exigences constructives et dispositions pratiques des armatures transversales .....	70
8.4.1 Diamètre de l'armature transversale .....	70
8.4.2 Ecartement $s_t$ .....	71

## Liste des figures

Figure 2.1 Dimension de l'éprouvette .....	3
Figure 2.2 Résistance à la traction du béton .....	5
Figure 2.3 Déformation de fluage .....	6
Figure 2.4 Module de déformation longitudinale du béton .....	7
Figure 2.5 Coefficient de poisson .....	8
Figure 2.6 Joint de retrait .....	9
Figure 2.7 Diagramme contraintes déformations de l'acier .....	10
Figure 2.8 Disposition des armatures .....	11
Figure 2.9 Dispositions géométriques des armatures .....	11
Figure 2.10 Enrobage des aciers .....	12
Figure 3.1 Relation contraintes déformations pour le béton .....	14
Figure 3.2 Dégressions des charges .....	20
Figure 4.1 Développement des contraintes de cisaillement .....	23
Figure 4.2 Longueur d'ancrage droit .....	24
Figure 4.3 Ancrage courbe .....	25
Figure 4.4 Crochets normaux .....	27
Figure 4.5 Recouvrement des barres .....	27
Figure 5.1 Définition de la traction simple .....	28
Figure 6.1 Définition de la flexion simple .....	31
Figure 6.2 Définition du mécanisme de flambement .....	31
Figure 6.3 Définition de la charge critique .....	32
Figure 6.4 Définition de la longueur du flambement .....	34
Figure 6.5 Détermination de la longueur du flambement .....	35
Figure 6.6 Calcul de A, $\lambda \leq 35$ .....	39
Figure 6.7 Calcul de A, $\lambda > 35$ et $0,9 < \frac{a}{b} < 1,1$ .....	39
Figure 6.8 Calcul de A, $\lambda > 35$ et $\frac{b}{a} > 1,1$ .....	39
Figure 6.9 Dispositions constructives .....	40
Figure 6.10 Dessin type de ferrailage .....	42
Figure 7.1 La flexion simple .....	43
Figure 7.2 Déformation d'une poutre soumise à la flexion .....	43
Figure 7.3 Diagramme contraintes-déformations de l'acier .....	44
figure 7.4 Diagramme contraintes-déformations du béton .....	44
figure 7.5 Diagramme contraintes-déformations du béton simplifié .....	45
Figure 7.6 Equivalence entre diagramme parabole-rectangle et le diagramme simplifié.....	45
Figure 7.7 Règle des trois pivots .....	46
Figure 7.8 Pivot A .....	47

Figure 7.9 Calcul de $y_u$ .....	48
Figure 7.10 Cas à éviter .....	48
Figure 7.11 Pivot B .....	49
Figure 7.12 Position particulière .....	50
Figure 7.13 Dimensionnement d'une section en béton armé .....	51
Figure 7.14 Pivot C .....	52
Figure 7.15 Equilibre d'une section en flexion .....	53
Figure 7.16 Dimensionnement à l'ELS .....	57
Figure 7.17 Equilibre de la section .....	60
Figure 7.18 Décomposition de la section .....	60
Figure 7.19 Equilibre de la section .....	61
Figure 7.20 Equilibre de la section1 .....	62
Figure 7.21 Equilibre de la section 2 .....	14
Figure 7.22 Détermination de $\sigma_{sc}$ .....	63
Figure 8.1 Fissures provoquées par l'effort tranchant .....	65
Figure 8.2 Contrainte de cisaillement $\tau$ .....	65
Figure 8.3 Cadres verticaux .....	66
Figure 8.4 Cadres inclinés .....	67
Figure 8.5 Cadres verticaux et inclinés .....	67
Figure 8.6 Cadres verticaux avec armature horizontale .....	67
Figure 8.7 Couture des fissures .....	68
Figure 8.8 Efforts dans les bielles .....	68
Figure 8.9 Absence de ferrailage transversal ( $b \gg h$ ) .....	70
Figure 8.10 Cas des poutrelles .....	71
Figure 8.11 Cas des nervures croisées .....	71
Figure 8.12 Méthode de Caquot .....	72
Figure 8.13 Espacement au niveau de l'appui .....	72
Figure 8.14 Largeur de l'appui, cas 1 .....	73
Figure 15 Largeur de l'appui, cas 2 .....	73
Figure 8.16 Largeur de l'appui, cas 3 .....	73
Figure 8.17 Cas d'une poutre à talon .....	74

## Liste des tableaux

Tableau 2.1 Rapport entre $f_{cj}$ et $f_{c28}$ .....	5
Tableau 2.2 Résistances caractéristiques du béton .....	6
Tableau 2.3 Module de déformations du béton .....	7
Tableau 2.4 Caractéristiques des aciers pour béton armé .....	9
Tableau 2.5 Caractéristiques des aciers .....	9
Tableau 2.6 Coefficients de fissuration des aciers .....	10
Tableau 3.1 Valeurs de $\theta$ .....	14
Tableau 3.2 Valeurs de $\xi$ pour $f_e = 500 MPa$ .....	15
Tableau 3.3 Valeurs de $\xi$ pour $f_e = 400 MPa$ .....	15
Tableau 3.4 Valeurs de $\xi$ pour $f_e = 500 MPa$ .....	16
Tableau 3.5 Valeurs de $\xi$ pour $f_e = 400 MPa$ .....	16
Tableau 3.6 Poids des béton et des mortiers .....	17
Tableau 3.7 Poids des métaux .....	17
Tableau 3.8 Poids des bois .....	17
Tableau 3.9 Poids des matériaux grenus .....	18
Tableau 3.10 Poids des maçonneries .....	18
Tableau 3.11 Poids pour matériaux divers .....	19
Tableau 3.12 Valeurs des surcharges .....	19
Tableau 4.1 Valeurs de $\tau_{su}$ .....	24
Tableau 4.2 Valeurs de $\alpha$ et $\beta$ pour ancrages courbes .....	26
Tableau 4.3 Valeurs de $\alpha$ et $\beta$ pour crochets courants .....	26
Tableau 6.1 Caractéristiques des sections .....	37
Tableau 8.1 Contraintes tangentielles ultimes .....	68

# Chapitre I Les unités

## 1 Unités utilisées

### 1.1 Les unités fondamentales

Les unités utilisées dans système international sont (S.I.) sont:

a - pour les longueur (L):

- Le mètre (m);
- Le centimètre (cm).

b - pour les forces:

- Le NEWTON: N;
- Le KiloNewton: kN;
- Le MégaNewton: MN.

### 1.2 Les unités dérivées

- Le PASCAL: Pa;
- Le Méga PASCAL: MPa.

### 1.3 Multiples et sous multiples

- da = 10 fois (déca);
- h = 100 fois (hecto);
- k = 1000 fois (kilo)
- M =  $10^6$  fois (méga).

Exemples:

- 1 daN = 10 N;
- 1 kN = 1000 N;
- 1 MN =  $10^6$  N;
- 1 MPa =  $10^6$  Pa.

### 1.4 Equivalence avec d'autres systèmes d'unités

#### 1.4.1 Pour les masses

- Kilogramme;
- Tonne: 1 t = 1000 kg;



### 1.4.2 Pour les forces

- Newton: N;
- Kilogramme force:  $1 \text{ kgf} = 9,81 \text{ N} \approx 10 \text{ N}$ ;
- Tonne force:  $1 \text{ tf} = 1000 \text{ kgf} \approx 10000 \text{ N}$ ;  
 $100 \text{ tf} \approx 1 \text{ MN}$ .

### 1.4.3 Pour les contraintes

- $1 \text{ bar} = 1 \text{ kgf/cm}^2$ ;
- $10 \text{ kgf/cm}^2 = 10 \text{ bars} \approx 1 \text{ Mpa}$ ;
- $1 \text{ N/mm}^2 = 1 \text{ Mpa}$ ;
- $1 \text{ tf/m}^2 = 10000 \text{ N/m}^2 = 0,01 \text{ Mpa}$ .

## 1.5 Synthèses

Unités utilisées en béton armé :

- Longueur en mètres et centimètres:  $1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m}$ ;
- Forces en kN et en MN:  $1 \text{ MN} = 100 \text{ t}$  et  $1 \text{ kN} = 100 \text{ kg}$ ;
- Pression et contraintes en MPa:  $1 \text{ MPa} = 10 \text{ bars}$ .

# Chapitre II Caractéristiques des matériaux Acier et Béton

## 2.1 Le béton

### 2.1.1 Constitution du béton

Un béton est constitué de:

- Des granulats naturels: sables, gravillons;
- Des liants normalisés: ciments artificiels;
- D'adjuvants éventuels;
- D'eau de gachage.

Il durcit dans l'air et dans l'eau.

Il est caractérisé par:

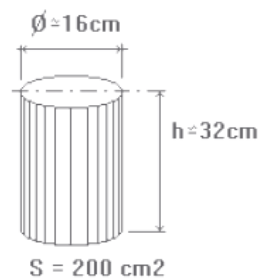
- Sa résistance élevée en compression simple;
- Sa faible résistance à la traction, 12 à 15 fois moins qu'en compression;
- Son poids volumique: béton non armé  $22 \text{ kN/m}^3$ , béton armé  $25 \text{ kN/m}^3$ ;
- Son coefficient de dilatation thermique:  $10^{-5}$ .

### 2.1.2 Résistance caractéristique

#### 2.1.2.1 Résistance à la compression

Un béton est défini par sa résistance à la compression à l'âge de 28 jours  $f_{c28}$  en MPa.

Cette caractéristique est mesurée par Compression axiale des éprouvettes cylindriques de 16 cm de diamètre et 32 cm de hauteur, soit de  $200 \text{ cm}^2$  de section (figure 2.1).



**Figure 2.1** Dimensions de l'éprouvette

Lorsqu'on possède des mesures de résistance en nombre suffisant ( $f_{cji}$ ), la résistance caractéristique  $f_{cj}$  est définie à partir de la résistance moyenne  $f_{cjm}$  et de l'écart type  $s$  par:

$$f_{cj} = f_{cjm} - k s \quad (2.1)$$

Où :

$$f_{cjm} = \frac{\sum_{i=1}^n f_{cji}}{n} \quad (2.2)$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (f_{cjm} - f_{cji})^2}{n}} \quad (2.3)$$

$n$  : nombre d'essais;

$f_{cj}$  : résistance à la compression à  $j$  jours.

Les recommandations C.E.B.-F.I.P. préconisent la valeur  $k=1,64$  sans tenir compte du nombre d'essais.

La résistance du béton à la compression  $f_{cj}$  à  $j$  jours en fonction de  $f_{c28}$  est donnée par:

- Pour  $j < 28$  jours on a les formules suivantes:

$$f_{cj} = \frac{j}{4,76 + 0,83 j} f_{c28} \text{ pour } f_{c28} \leq 40 \text{ MPa} \quad (2.4)$$

$$f_{cj} = \frac{j}{1,40 + 0,95 j} f_{c28} \text{ pour } f_{c28} > 40 \text{ MPa} \quad (2.5)$$

- Pour  $j = 28$  jours :

$$f_{cj} = f_{c28} \quad (2.6)$$

- Pour  $j > 28$  jours :

$$f_{cj} = 1,10 f_{c28} \quad (2.7)$$

Le rapport entre  $f_{cj}$  et  $f_{c28}$  est donné par le tableau 2.

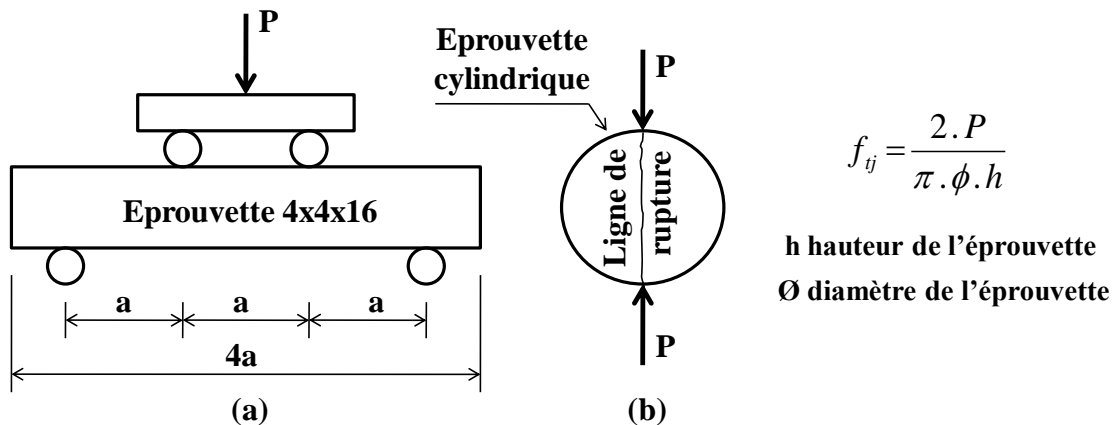
Age du béton (jours)		7	14	21
$\frac{f_{cj}}{f_{c28}}$	$f_{c28} \leq 40 \text{ MPa}$	0,66	0,85	0,95
	$f_{c28} > 40 \text{ MPa}$	0,87	0,95	0,98

**Tableau 2.1** Rapport entre  $f_{cj}$  et  $f_{c28}$

### 2.1.2.2 Résistance à la traction

Les résistances caractéristiques en traction  $f_{ij}$  peuvent aussi être déterminées par essais (figure 2.2):

- par l'essai de traction par flexion;
- par l'essai de fendage ou essai brésilien.



**Figure 2.2** Résistance à la traction du béton  
(a) Essai de traction par flexion  
(b) Essai de fendage

La résistance à la traction du béton à  $j$  jours est égale à:

$$f_{ij} = 0,6 + 0,06 f_{cj} \text{ pour } f_{c28} < 60 \text{ MPa} \quad (2.8)$$

$$f_{ij} = 0,275 f_{cj}^{2/3} \text{ pour } 60 < f_{c28} < 80 \text{ MPa} \quad (2.9)$$

Lorsqu'on ne possède pas des essais en nombre suffisant, le règlement admet pour des bétons courants, les valeurs des résistances caractéristiques  $f_{c28}$  données par le tableau 2.2

En fonction de la classe et du dosage des ciments on peut dresser le tableau des résistance admises:

Résistances caractéristiques du béton en MPa à 28 jours d'âge		Dosage du ciment en kg/m <sup>3</sup> suivant: les conditions de fabrication La classe du ciment: 45 ou 55 MPa			
$f_{c28}$	$f_{t28}$	Conditions courantes (C.C.)		Auto-contrôle surveillé (A.S.)	
		Classe 45	Classe 55	Classe 45	Classe 55
16	1,56	300	-	-	-
20	1,8	350	325	325	300
25	2,1	(1)	375	400	350
30	2,4	Non admis	(1)	(1)	(1)

(1) Cas à justifier par une étude appropriée.

**Tableau 2.2** Résistances caractéristiques du béton

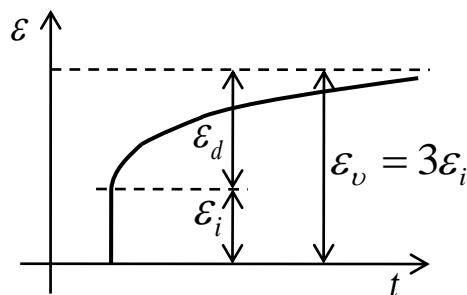
### 2.1.3 Fluage et déformations longitudinales

Si une éprouvette est chargée en compression, en maintenant constant le chargement pendant une longue durée, une déformation instantanée apparaît. Puis au cours du temps, la déformation s'accroît et se stabilise au cours d'une période comprise entre 3 et 5 ans (ce phénomène est appelé fluage du béton).

La valeur de cette déformation, appelée déformation différée  $\varepsilon_d$ . Elle dépend de plusieurs paramètres:

- La composition du béton;
- L'âge du béton lors de la mise en charge;
- La valeur de la contrainte appliquée.

Dans les cas courants, cette déformation ( $\varepsilon_d$ ) est voisine de deux fois la déformation instantanée. La déformation totale  $\varepsilon_v$  d'environ, trois fois la déformation instantanée.



**Figure 2.3** Déformation de fluage

Sauf dans certains cas (ponts construits par encorbellements successifs par exemple), seules les déformations instantanées et finales (au temps infini) intéressent le projeteur.

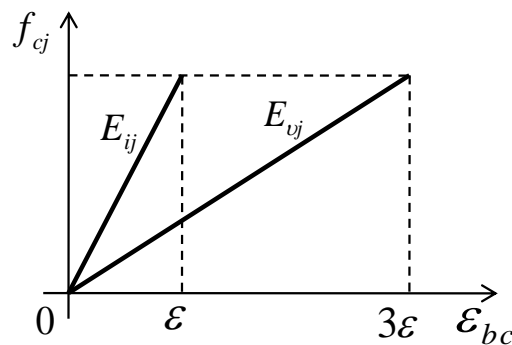
- La déformation instantanée est celle observée lors de l'application de courte durée des charges permanentes;
- La déformation différée est celle observée au bout de 3 à 5 ans sous l'action des charges permanentes.

Par conventions, une charge est considérée instantanée (donc ne provoquant pas une déformation différée) si la durée d'application est inférieure à 24 heures.

Pour la commodité des calculs, il est admis que le béton se comporte comme un matériau élastique possédant 2 modules d'élasticité:

- Un module instantané  $E_{ij} = 11000 \sqrt[3]{f_{cj}}$        $E_{ij}$  et  $f_{cj}$  en MPa      (2.10)

- Un module différé:  $E_v = \frac{1}{3} 11000 \sqrt[3]{f_{cj}}$       (2.11)



**Figure 2.4** Module de déformation longitudinale du béton

Ce diagramme représente la loi de Hooke, les contraintes sont proportionnelles aux déformations relatives:

$$f_{cj} = E_{ij} \epsilon_{bc} \quad (2.12)$$

Le fluage du béton doit être pris en compte dans tous les calculs où l'élément en béton armé est soumis à des efforts de compression (résistance au flambement, effet de second ordre).

Les modules de déformations en fonction de  $f_{c28}$  sont données par le tableau 3.

$f_{c28}$ (MPa)	16	20	25	30	40
$E_i$ (MPa)	27718	29859	32164	34180	37619
$E_v$ (MPa)	9239	9953	10721	11393	12540

**Tableau 2.3** Module de déformations du béton

### 2.1.4 Module de déformation transversale – coefficient de poisson

La valeur du module de déformation transversale est donnée par la formule:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.13)$$

Le coefficient de Poisson  $\nu$  est pris égal à 0,2 pour le calcul des déformations et à 0 pour le calcul des sollicitations.

Pour le calcul des dalles on prendra  $\nu=0,20$  pour les justifications aux états limites de service (béton non fissuré) et  $\nu=0$  pour le calcul aux états limites ultimes (béton fissuré).

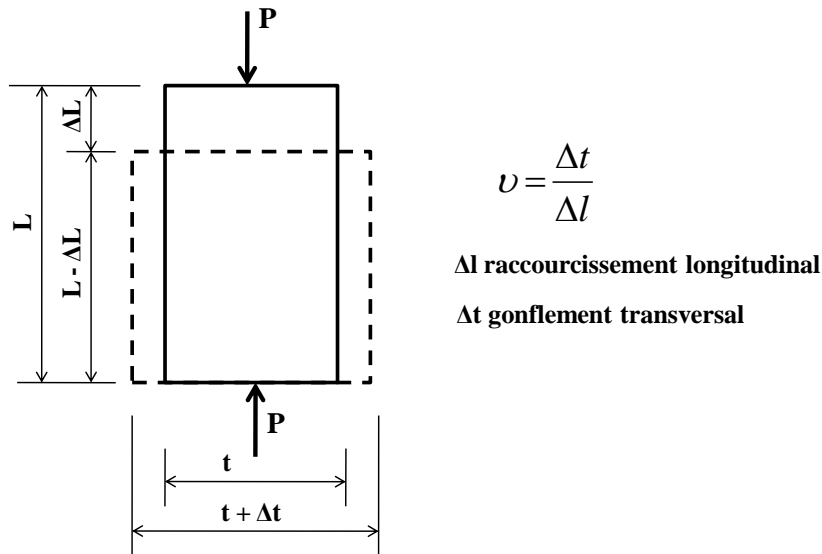


Figure 2.5 Coefficient de poisson

### 2.1.5 Retrait du béton

Le béton en séchant se rétracte. Son retrait est connu et dépend de l'environnement. La déformation due au retrait est:

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} = \begin{cases} 1,5 \cdot 10^{-4} & \text{dans les climats très humides} \\ 2,0 \cdot 10^{-4} & \text{en climat humide} \\ 3,0 \cdot 10^{-4} & \text{en climat tempéré sec} \\ 4,0 \cdot 10^{-4} & \text{en climat chaud et sec} \\ 5,0 \cdot 10^{-4} & \text{en climat très sec et désertique} \end{cases} \quad (2.14)$$

#### Remarques:

- Pour limiter les effets du retrait dans les dalles de grandes dimensions, la phase de bétonnage s'effectue parfois en laissant des lacunes de coulage qui seront coulé plusieurs semaines plus tard, une fois l'essentiel du retrait effectué;
- Dans les dallages des joints (parfois sciés) sont réalisés pour que les fissures de retrait se trouvent localisés en fond de joint, et donc invisibles (figure 2.6).

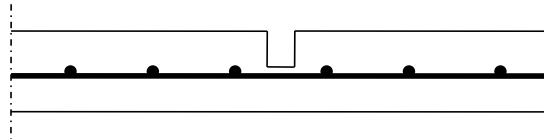


Figure 2.6 Joint de retrait

## 2.2 L'acier

Les barres utilisées sont définies par leur diamètre nominal  $\emptyset$ .

Les diamètres commerciaux des barres indépendantes sont (en mm):

6 - 8 - 10 - 12 - 14 - 16 - 20 - 25 - 32 - 40

En barres droites, les longueurs courantes de livraison sont comprises entre 12 et 18 m.

$\emptyset$ (mm)	Pér. nominale (cm)	Section (cm <sup>2</sup> )					Poids (kg/m)
		1 barre	2 barres	3 barres	4 barres	5 barres	
6	1,88	0,28	0,56	0,85	1,13	1,41	0,222
8	2,51	0,50	1,00	1,51	2,01	2,51	0,395
10	3,14	0,78	1,57	2,35	3,14	3,93	0,616
12	4,77	1,13	2,26	3,39	4,52	5,65	0,888
14	4,40	1,54	3,08	4,62	6,15	7,70	1,208
16	5,03	2,01	4,02	6,03	8,04	10,05	1,579
20	6,28	3,14	6,28	9,42	12,56	15,71	2,466
25	7,85	4,91	9,82	14,73	19,63	24,54	3,854
32	10,05	8,04	16,08	24,13	32,17	40,21	6,313
40	12,57	12,57	25,13	37,70	50,26	62,83	9,864

Tableau 2.4 Caractéristiques des aciers pour béton armé

On trouve plusieurs aciers suivant leur nuance et leur état de surface:

- Les aciers ronds lisses bruts de laminage. Dénomination FeE215 ou FeE235;
- Les barres à haute adhérence par laminage à chaud (HA) FeE400 ou FeE500;
- Les fils à haute adhérence obtenus par laminage à chaud et écrouissage ou laminage à froid;
- Les treillis soudés formés de barres ou de fils lisses ou à haute adhérence.

### 2.2.1 Caractéristiques mécaniques

Les caractéristiques servant de base aux justifications sont:

- La limite d'élasticité garantie  $f_e$ , définie en MPa.

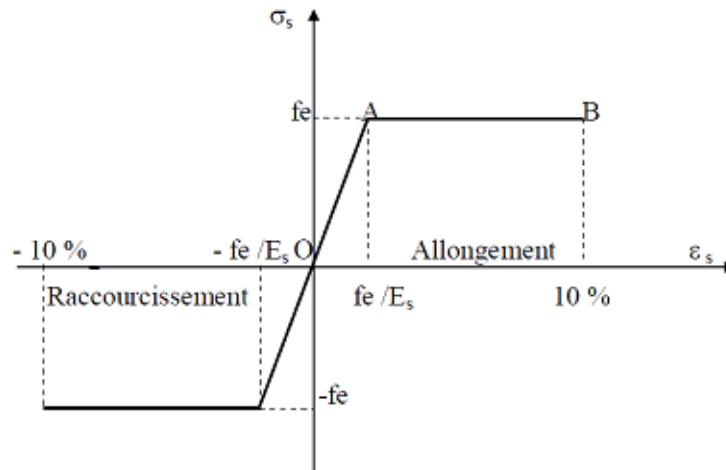
Types	Nuances	$f_e$ (MPa)
Ronds lisses	FeE215	215
	FeE235	235
Haute adhérence (H.A.)	FeE400	400
	FeE500	500
Fils HA	FeTE500	500
Fils tréfilés	TSL500	500

Tableau 2.5 Caractéristiques des aciers



Le module de déformation longitudinale de l'acier  $E_s = 200\,000\text{ MPa}$ ;  
 - La masse volumique de l'acier est  $7850\text{ kg/m}^3$ .

Le diagramme contraintes déformations est le suivant:



**Figure 2.7** Diagramme contraintes déformations de l'acier

$\gamma_s$  est un coefficient de sécurité égal à (voir paragraphe 3.4):

- Combinaisons fondamentales  $\gamma_s = 1,15$ ;
- Combinaisons accidentelles  $\gamma_s = 1,00$

Les coefficients de fissuration et de scellement sont:

types	Coeff. De fissuration $\eta$	Coeff. De scellement $\psi$
Ronds lisses	1,0	1,0
HA	1,6	1,5
Fils H.A. $\varnothing < 6\text{ mm}$	1,6	1,5
Fils H.A. $\varnothing > 6\text{ mm}$	1,3	1,5

**Tableau 2.6** Coefficients de fissuration des aciers

## 2.3 Dispositions des armatures

### 2.3.1 Terminologie

Pour une section droite en béton armé on utilisera la terminologie suivante:

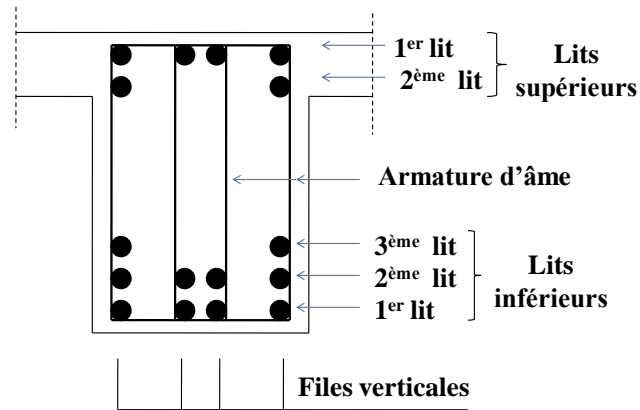


Figure 2.8 Disposition des armatures

### 2.3.2 Dispositions géométriques

Les barres d'aciers doivent être placées de façon symétrique dans une section. Les armatures du second lit doivent être placées au dessus du premier lit. Si elles sont en nombre inférieur, elles doivent être placées vers l'extérieur.

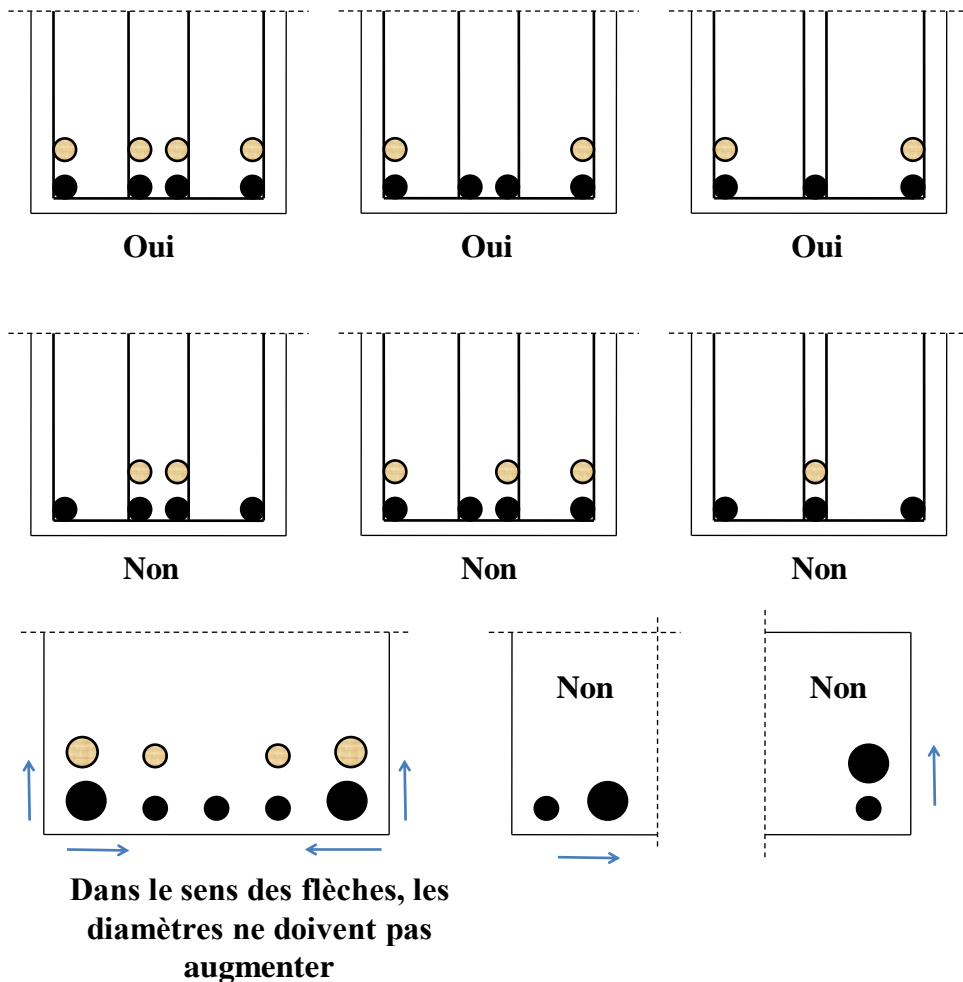


Figure 2.9 Dispositions géométriques des armatures

### 2.3.3 Enrobage

C'est la distance du nu d'une armature à la paroi la plus proche.

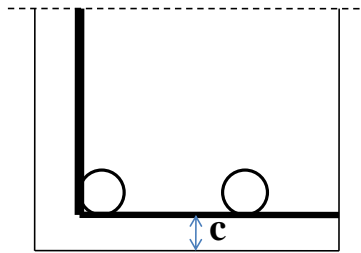


Figure 2.10 Enrobage des aciers

Avec :

$$c = \text{Max}(e, \phi, 1 \text{ cm})$$

Et

$$e = \begin{cases} 5 \text{ cm} & \text{ouvrages à la mer ou exp osés aux embruns} \\ 3 \text{ cm} & \text{parois non coffrées soumises à des actions agressives,} \\ & \text{parois exp osées aux int empéries, aux condensations ou en contact avec un liquide,} \\ & \text{ouvrages à la mer avec béton protégé par un procédé efficace} \\ 1 \text{ cm} & \text{parois situées dans des locaux clos et couverts, non exp osés à des condensations.} \end{cases}$$

## Chapitre III Les états limites - Sollicitations et combinaisons

### 3. Notion d'état limite

Une structure en béton bien conçue doit atteindre plusieurs objectifs:

• L'ossature ne doit pas s'effondrer	• L'ensemble doit rester en équilibre lorsque des charges sont appliquées; • Le béton et l'acier ne doivent pas se rompre; • Les éléments ne doivent pas flamber.
• La structure doit être durable	• Limitation de l'ouverture des fissures.
• La structure ne doit pas se déformer excessivement	• Limitation des flèches

#### 3.1 Définition des états limites

Un état limite est celui dans lequel une condition requise d'une construction ou d'un de ses éléments est strictement satisfaite.

Il existe deux états limites.

#### 3.2 Etats limites ultimes

Ils mettent en jeu la sécurité des personnes et des biens.

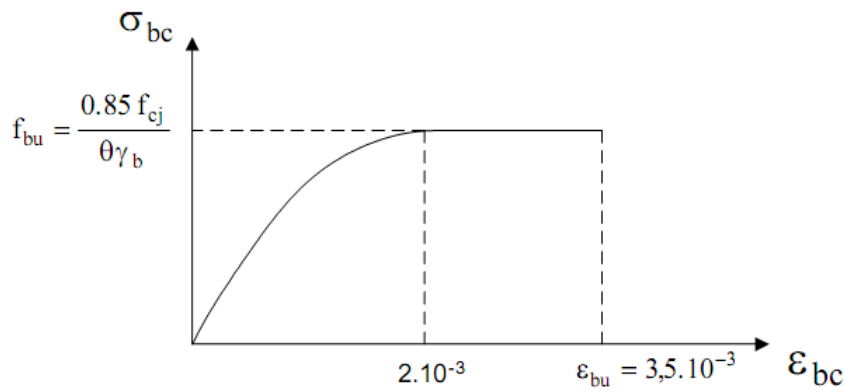
Ils correspondent à l'atteinte de maximum de la capacité portante de la construction ou de ses éléments avant dépassement par:

- Perte d'équilibre statique;
- Rupture des sections par déformation excessive;
- Instabilité de forme (flambement);
- Mécanisme de rupture.

On utilisera donc des lois de type rupture.

##### 3.2.1 Diagramme contraintes-déformations

Pour les vérifications à l'ELU on utilise pour le béton un diagramme non linéaire dit "parabole rectangle".



**Figure 3.1** Relation contraintes déformations pour le béton

Avec  $\gamma_b$  coefficient de sécurité du béton égal à:

- Combinaisons fondamentales  $\gamma_b = 1,5$
- Combinaisons accidentelles  $\gamma_b = 1,15$

Et  $\theta$  fonction de la durée de la charge égal à:

Durée	> 24 h	24 h > ..... > 1 h	< 1h
$\theta$	1,0	0,9	0,85

**Tableau 3.1** Valeurs de  $\theta$

### 3.3 Etats limites de service

Ils correspondent à des critères dont le non respect ne permet pas à l'élément d'être exploité normalement ou compromet sa durabilité. Il existe trois états limites de service: la compression du béton et l'ouverture des fissures et les déformations.

#### 3.3.1 L'état limite de service vis-à-vis la compression du béton

La contrainte de compression du béton est limitée à  $\sigma_{bc} = 0,6 f_{cj}$ .

#### 3.3.2 L'état limite de service d'ouverture des fissures

On limite les fissures, pour la durabilité et la sécurité des ouvrages.

3 cas peuvent se présenter:

**Fissuration peu préjudiciable:** dans ce cas, il n'y a pas de limite spécifique pour la contrainte de traction de l'acier.

- **Fissuration préjudiciable:** lorsque les éléments de structure sont soumis aux intempéries, à des condensations ou peuvent être alternativement noyés ou immergés en eau douce. Dans ce cas on limite la contrainte de traction des armatures à:

$$\sigma_s = \xi \quad (3.1)$$

Avec:

$$\xi = \text{Min} \begin{cases} 2/3 f_e \\ \text{Max}(0,5 f_e ; 110 \sqrt{\eta f_{ij}}) \end{cases} \quad (3.2)$$

$f_e = 500$		Valeurs de $\xi$	
$f_{cj}$	$f_{ij}$	$\eta=1,0$	$\eta=1,6$
20	1,80	250,0	250,0
25	2,10	250,0	250,0
30	2,40	250,00	250,0
35	2,70	250,00	250,0
40	3,00	250,00	250,0

**Tableau 3.2** Valeurs de  $\xi$  pour  $f_e = 500 \text{ MPa}$

$f_e = 400$		Valeurs de $\xi$	
$f_{cj}$	$f_{ij}$	$\eta=1,0$	$\eta=1,6$
20	1,80	200,0	200,0
25	2,10	200,0	201,6
30	2,40	200,00	215,6
35	2,70	200,00	228,6
40	3,00	200,00	241,0

**Tableau 3.3** Valeurs de  $\xi$  pour  $f_e = 400 \text{ MPa}$

- **Fissuration très préjudiciable:** lorsque les éléments de structure sont exposés à un milieu agressif (eau de mer, atmosphère marine, gaz ou sols corrosifs) ou lorsque les éléments doivent assurer une étanchéité. Dans ce cas, on limite la contrainte de traction des armatures à:

$$\sigma_s = 0,8 \xi \quad (3.3)$$

$f_e = 500$		Valeurs de $\sigma_s$	
$f_{cj}$	$f_{ij}$	$\eta=1,0$	$\eta=1,6$
20	1,80	200,0	200,0
25	2,10	200,0	200,0
30	2,40	200,00	200,0
35	2,70	200,00	200,0
40	3,00	200,00	200,0

**Tableau 3.4** Valeurs de  $\sigma_s$  pour  $f_e = 500 MPa$

$f_e = 400$		Valeurs de $\sigma_s$	
$f_{cj}$	$f_{ij}$	$\eta=1,0$	$\eta=1,6$
20	1,80	160,0	160,0
25	2,10	160,0	161,3
30	2,40	160,00	172,4
35	2,70	160,00	182,9
40	3,00	160,00	192,80

**Tableau 3.5** Valeurs de  $\sigma_s$  pour  $f_e = 400 MPa$

### 3.3.3 L'état limite de service de déformation

On doit vérifier que les éléments n'accusent pas une flèche excessive pour la bonne tenue des revêtements scellés, des cloisons et des plafonds.

## 3.4 Les actions et sollicitations – Les combinaisons

### 3.4.1 Les actions

#### 3.4.1.1 Terminologie

On appelle une action toute cause produisant un état de contrainte, par exemple une charge sur une construction telle que le poids de la construction, le vent, etc., sont des actions.

Ces actions sollicitent l'ouvrage qui les reçoit par des forces ponctuelles, linéaires et réparties.

Les actions sont réglementées et normatives : A.3.1 Annexe D du BAEL 91.

#### 3.4.1.2 Les actions réglementaires

Les actions sont classées en trois catégories:

## 1. Les charges permanentes (G)

Une action est dite permanente quand elle est appliquée à l'ouvrage avec la même intensité pendant toute la durée de vie de la construction:

- Poids propre de la construction;
- Poids des éléments secondaires fixes (revêtement de sol, cloisons, etc.);
- Poids des équipements fixes;
- Poids des remblais de terre.

Matériau	Poids volumique (kN/m <sup>3</sup> )
Béton coulé sans damage	21
Béton coulé damé	22
Béton vibré	23 à 24
Béton poncé	5 à 12
Béton de laitier	13 à 18
Béton de machefer	11 à 16
Béton cellulaire	3 à 22
Béton caverneux	14 à 19
Béton de pouzzolane	12 à 16
Mortier de chaux	17
Mortier de ciment	20
Mortier de plâtre	12 à 14
Béton armé	25

**Tableau 3.6** Poids des bétons et des mortiers

Matériau	Poids volumique (kN/m <sup>3</sup> )
Acier	78,50
Fonte	72,50
Alluminium	27,50
Bronze	86
Cuivre	88
Etain	75
Plomb	114
Zink	72

**Tableau 3.7** Poids des métaux

Matériau	Poids volumique (kN/m <sup>3</sup> )
Chêne	8
Hêtre	7
Pin	6
Sapin	5,5
Contreplaqués	2 à 5
Isorel isolant	2 à 6
Isorel mi-dur	8 à 10
Isorel dur	11

**Tableau 3.8** Poids des bois



Matériau	Poids volumique (kN/m <sup>3</sup> sans enduit)
Sable ou argile sec	14 à 16
Sable ou argile humides	17 à 18
Sable ou argile très humides	19 à 20
Gravier sec	16 à 18
Gravier humide	17 à 19
Laitier	10 à 15
Terre végétale	12 à 13
Terre graveleuse	13 à 15
Terreau	8 à 9
Tourbe sèche	5 à 5,5
Tourbe humide	7 à 8
Déchets de carrière	15 à 17
Mâchefer	8 à 10
Pouzzolane	9 à 11
Pierre ponce	4 à 9
Chaux	8 à 9
Ciment	10 à 11
Plâtre	12 à 13
Craie	12 à 13
Houille	10 à 13
Anthracite	13 à 14
Coke	3,5 à 4

**Tableau 3.9** Poids des matériaux grenus

Matériau	Poids volumique (kN/m <sup>3</sup> sans enduit)
Maçonnerie en moellon	23
Maçonnerie en brique pleine	19
Maçonnerie en briques perforées	13
Maçonnerie en briques creuses	9
Maçonnerie en blocs de béton	
- Blocs pleins en granulats lourds	21
- Blocs creux en granulats lourds	13
Maçonnerie en pierre de taille	27

**Tableau 3.10** Poids des maçonneries

Matériau	Poids volumique (kN/m <sup>3</sup> sans enduit)
Mica	25 à 30
Amiante - ciment	18 à 20
Caoutchouc pur	9 à 10
Caoutchouc traité	11 à 14
Verre	23 à 25
Bitume	9 à 12
Briques	17 à 20
Liège	10 à 40
Paille	0,6 à 1
Papier	7 à 12
Sciure de bois sèche	40 à 60
Matières plastiques	10 à 14

**Tableau 3.11** Poids pour matériaux divers

### 3.2 Les actions variables ( $Q_i$ )

Une action est dite variable quand elle est appliquée à l'ouvrage avec une intensité qui peut varier légèrement mais qui s'applique avec une durée courte par rapport aux charges permanentes.

On trouve les actions d'exploitation, climatiques, dues à la température et actions appliquées en cours de construction.

Nature du local	Charges (kN/m <sup>2</sup> )
Logements y compris combles aménageables	1,5
Bureaux, salles de réunion avec tables	2,5
Circulations et escaliers	2,5
Salles de conférences < 50 m <sup>2</sup>	3,5
Salles de conférences > 50 m <sup>2</sup> , boutiques, dalles de dance	5,0
Zone de dépôt	3,5
Halles diverses (gares, etc.) où le public se déplace	4,0
Balcons	3,50 à 6,0
Garages et parcs de stationnement voitures légères	2,5

**Tableau 3.12** Valeurs des surcharges

### Dégressions des charges d'exploitation

Pour le calcul des descentes de charges, il est possible d'effectuer des dégressions des charges d'exploitation pour les bâtiments à usage d'habitations

et grand nombre de niveaux. En effet statistiquement, il est fort improbable que tous les étages soient chargés simultanément au maximum.

A partir du 2<sup>ème</sup> étage en partant du haut de bâtiment on retire 10% de charge d'exploitation par étage jusqu'à 50%. Ensuite pour les autres étages on plafonne les charges d'exploitation à 50% de leurs valeurs.

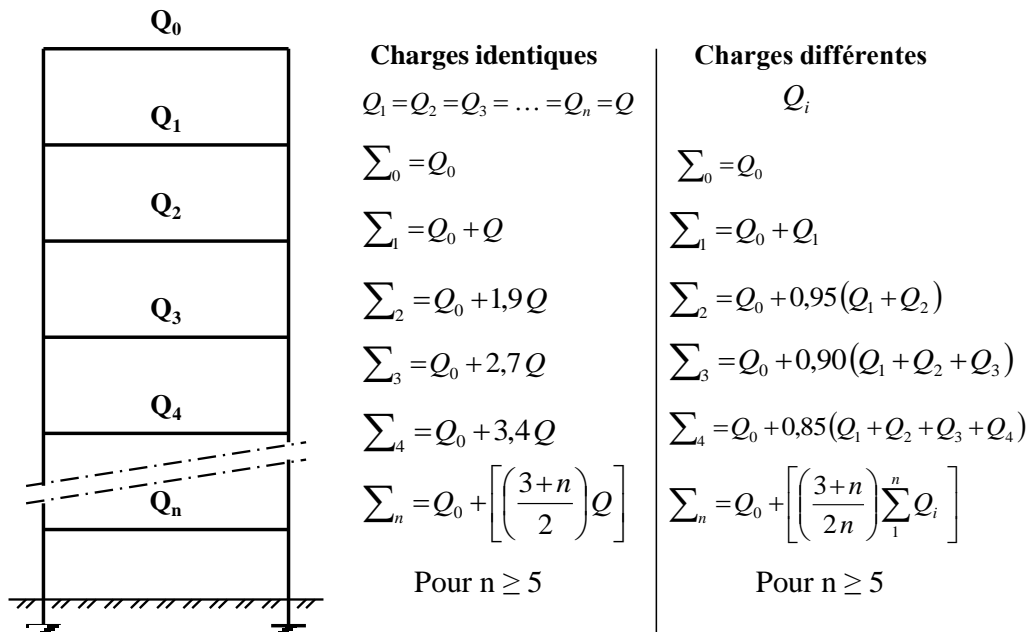


Figure 3.2 Dégressions des charges

### Les actions climatiques

Elles sont définies par les règles neige et vent DTU P06 – 002 et DTU P06 – 006.

### Les actions dues à la température

Ces actions correspondent à des effets de dilatation ou de retrait dus à la différence de température entre le jour et la nuit par exemple.

### Les actions en cours d'exécution

En fonction de la technologie utilisée pour la construction, des phases provisoires peuvent engendrer des appuis ou des chargements différents de la construction finale.

## 3.3 Les actions accidentelles ( $F_A$ )

Ce sont les séismes, le feu, choc de véhicule, etc.

## Les sollicitations

Les sollicitations sont les effets provoqués en chaque endroit de la construction par les actions. Elles sont exprimées sous la forme de grandeurs classiques de la RDM:

- Effort normal;
- Moment fléchissant;
- Effort tranchant;
- Moment de torsion.

Pour chaque action, il y a en tout point des torseurs de sollicitations.

### 3.4.3 Les combinaisons

#### 3.4.3.1 Notation

$G$	valeur probable d'une charge permanente;
$G_{\max}$	ensemble des actions permanentes défavorables;
$G_{\min}$	ensemble des actions permanentes favorables;
$Q_1$	l'action variable dite de base;
$Q_i$	valeur de combinaison d'une action variable d'accompagnement ( $i > 1$ );
$W$	action du vent définie par les règles Neige et vent ;
$S_n$	action de la neige;
$F_A$	valeur nominale de l'action accidentelle

#### 3.4.3.2 Combinaisons d'actions aux ELU

Les combinaisons ELU fondamentales:

$$1,35G_{\max} + G_{\min} + \gamma_{Q1} Q_1 + \sum_{i>1} \gamma_{Qi} Q_i \quad (3.4)$$

$\gamma_{Q1} = 1,5$  dans tous les cas non visés ci-dessous;

$\gamma_{Q1} = 1,35$  pour les charges routières citées à l'article 9 (charges militaires)  
et 10 (charges exceptionnelles) du titre II du fascicule 61;

$\gamma_{Q1} = 1,6$  pour les autres charges routières;

$$\gamma_{Qi} = \begin{cases} 0,8 \text{ action de température} \\ 1,3 \text{ action du vent} \\ 1,2 \text{ vent et / ou neige} \\ 1,04 \text{ charges d'exploitation (constructions courantes)} \\ 1,3 \text{ charges d'exploitation (aires de stockage, archives, salle de spectacles)} \end{cases}$$

### 4.3. 3 Combinaisons d'actions pour situations accidentelles

$$G_{\max} + G_{\min} + F_A + \sum_{i>1} \gamma_{Ai} Q_i \quad (3.5)$$

$\gamma_{Ai} = 0,5$  pour l'action de la température;

Pour les autres actions la valeur doit être précisée par les textes réglementaires.

### 4.3.4 Combinaisons d'actions aux ELS

Combinaisons ELS

$$G_{\max} + G_{\min} + Q_1 + \sum_{i>1} \psi_{oi} Q_i \quad (3.6)$$

$$\psi_{oi} = \begin{cases} 0,8 \text{ action de température} \\ 1 \text{ action du vent} \\ 0,9 \text{ vent et / ou neige} \\ 0,8 \text{ charges d'exploitation (constructions courantes)} \\ 1 \text{ charges d'exploitation (aires de stockage, archives, salle de spectacles)} \end{cases}$$

## Chapitre IV Association Acier - Béton

### 4.1 L'adhérence

L'adhérence désigne l'ensemble des forces de liaisons et de frottement qui s'opposent au glissement des armatures par rapport au béton qui les enrobe. Ainsi sous l'action de la force de traction dans la barre d'acier des contraintes de cisaillement se développent et tendent à créer un cône d'arrachement du béton incliné à 45°.

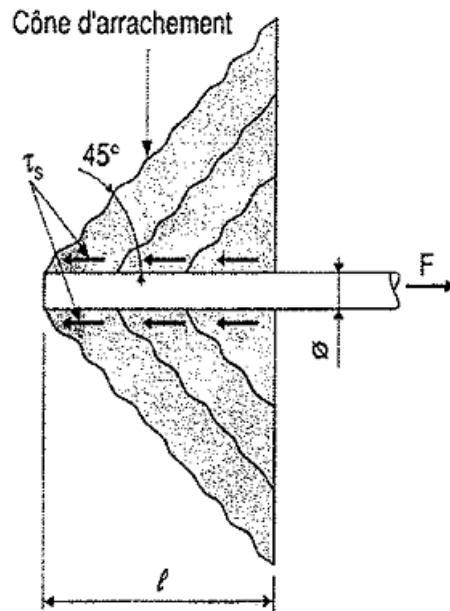


Figure 4.1 Développement des contraintes de cisaillement

La contrainte d'adhérence moyenne a pour valeur:

$$\tau_s = \frac{F}{\pi \phi l} \quad (4.1)$$

Sur la longueur d'un ancrage la contrainte d'adhérence est supposée constante. Sa valeur limite est donnée par:

$$\tau_{su} = 0,6 \psi_s^2 f_{tj} \quad (4.2)$$

L'efficacité d'une barre du point de vue de l'adhérence est caractérisée par son coefficient de scellement  $\psi_s$  tel que:

$\psi_s = 1,0$  pour les barres ronds lisses;

$\psi_s = 1,5$  pour les barres à haute adhérence (HA).

Le tableau suivant donne les valeurs de  $\tau_{su}$  pour les bétons courantes.

$f_{c28}$ (MPa)		20	25	30	35	40
$f_{ij}$ (MPa)		1,8	2,1	2,4	2,7	3
$\tau_{su}$	$\psi_s = 1,0$	1,1	1,3	1,4	1,6	1,8
$\tau_{su}$	$\psi_s = 1,5$	2,4	2,8	3,2	3,6	4

**Tableau 4.1** Valeurs de  $\tau_{su}$

## 4.2 Les ancrages droits

### 4.2.1 Longueur de scellement droit

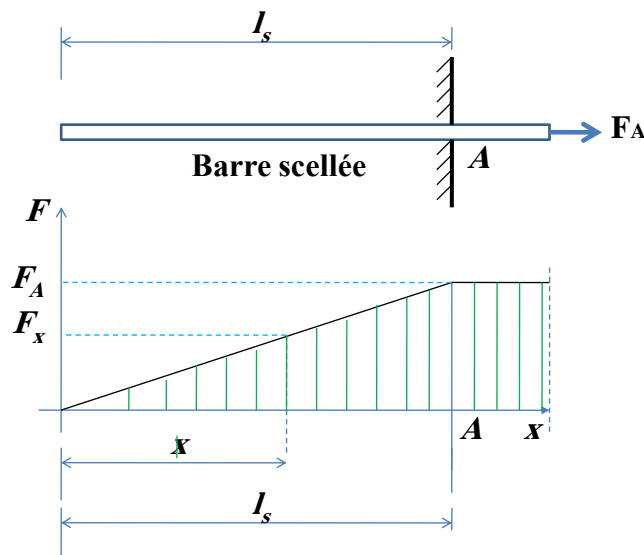
Une barre est dite ancrée en un point  $A$  quand l'effort axial  $F_A$  qu'elle supporte en ce point peut être intégralement transmis au béton par adhérence sur la longueur  $l$ .

On appelle longueur de scellement droit  $l_s$ , la longueur nécessaire pour assurer sous contrainte d'adhérence limite soit  $\tau_s = \tau_{su}$  l'ancrage totale d'une barre droite tendue, c'est-à-dire la transmission au béton d'un effort axial correspondant à une contrainte dans la barre égale à  $f_e$ , cette longueur doit donc être égale à :

$$F_A = \frac{\pi \phi^2}{4} f_e = \tau_{su} \pi \phi l_s \quad (4.3)$$

Donc :

$$l_s = \frac{\phi f_e}{4 \tau_{su}} \quad (4.4)$$



**Figure 4.2** Longueur d'ancrage droit

## 4.2.2 Valeurs forfaitaires

Acier HA FeE400	$l_s = 40\phi$
Acier HA FeE500	$l_s = 50\phi$
Ronds lisses	$l_s = 50\phi$

## 4.3 Les ancrages par courbures

### 4.3.1 Les ancrages courbes

Dans le cas d'un ancrage courbe, il faut vérifier que la longueur développée de l'ancrage est bien suffisante pour "sceller" la barre dans le béton.

Le développé est fait de 3 tronçons:

Des longueurs  $l_1$  et  $l_2$  et une partie courbe BC:

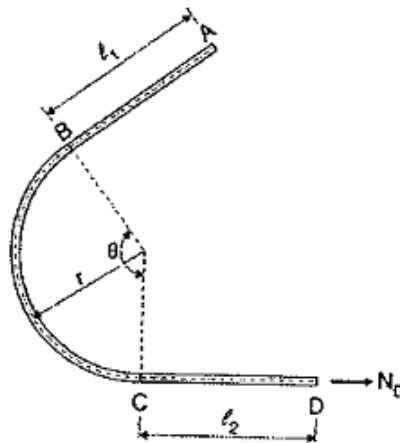


Figure 4.3 Ancrage courbe

En faisant travailler le scellement à sa limite de glissement  $\tau_s = \tau_{su}$ , on peut trouver les variations d'effort repris:

$$\text{En B: } N_B = \pi \phi l_1 \tau_{su} \quad (4.5)$$

$$\text{En D: } N_D = \pi \phi l_2 \tau_{su} \quad (4.6)$$

Dans la partie circulaire la contrainte d'adhérence ultime  $\tau_{su}$  a la même valeur que celle définie pour les ancrages droits. Le coefficient de frottement acier-béton est pris égal à 0,4 et on en déduit la relation:

$$N_c = \alpha N_B + \beta \pi \phi r \tau_{su} \quad (4.7)$$



Avec:

$$\alpha = e^{0,40} \quad \text{et} \quad \beta = \frac{e^{0,40} - 1}{0,4} \quad (4.8)$$

Le tableau suivant donne les valeurs de  $\alpha$  et  $\beta$  en fonction de l'angle  $\theta$ :

$\theta$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\pi$
	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$\alpha$	1,23	1,37	1,52	1,87	2,31	2,57	2,85	3,51
$\beta$	0,58	0,92	1,30	2,19	3,28	3,92	4,62	6,28

**Tableau 4.2** Valeurs de  $\alpha$  et  $\beta$  pour ancrages courbes

Compte tenu des relations précédentes, on peut trouver l'effort de traction pouvant être repris par les longueurs de scellement:

$$N_D = \pi \phi \tau_{su} (\alpha l_1 + \beta r + l_2) \quad (4.9)$$

On sait que la barre est totalement ancrée, si l'effort  $N_D = \pi \phi l_s \tau_{su}$   
 $l_s$  étant la longueur de scellement développé.

On en déduit:

$$\alpha l_1 + l_2 = l_s \beta r \quad (4.10)$$

Pour les crochets courants, on trouve les formules et coefficients suivants:

$\theta$	$\alpha$	$\beta$	$\alpha l_1 + l_2 = l_s - \beta r$
90°	1,87	2,19	$1,87 l_1 + l_2 = l_s - 2,19 r$
120°	2,31	3,28	$2,31 l_1 + l_2 = l_s - 3,28 r$
135°	2,57	3,92	$2,57 l_1 + l_2 = l_s - 3,92 r$
180°	3,51	6,28	$3,51 l_1 + l_2 = l_s - 6,28 r$

**Tableau 4.3** Valeurs de  $\alpha$  et  $\beta$  pour crochets courants

### 4.3.2 Les crochets normaux

A défaut de calcul précis, on peut admettre qu'un crochet normal est totalement ancré si la longueur d'ancrage  $l_c$  mesurée hors crochet est au moins égal à:

$$l_c = 0,6 l_s \quad \text{pour les barres lisses en acier doux;}$$

$$l_c = 0,4 l_s \quad \text{pour les HA.}$$

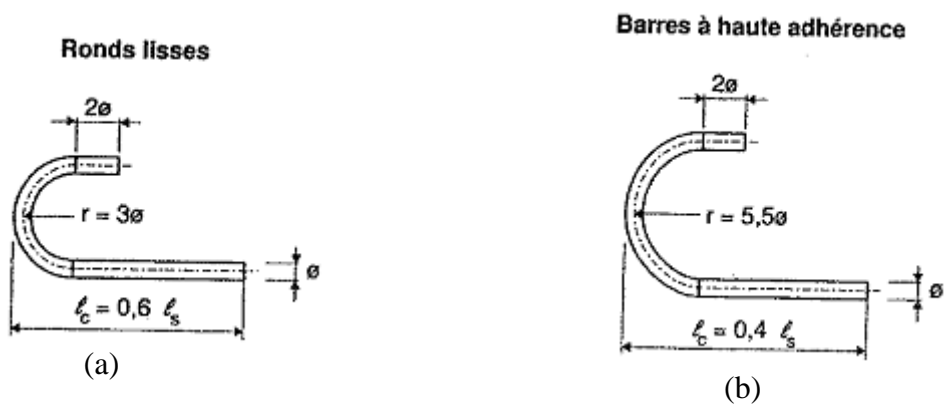


Figure 4.4 Crochets normaux

4.4 Les recouvrements de barres

Pour les barres droites tendues:  $l_r = l_s$

Pour les barres droites comprimées:  $l_r = 0,60 l_s$

Pour les barres à crochets:  $l_r = l_c$

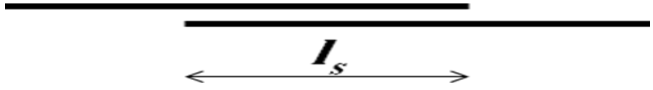


Figure 4.5 Recouvrement des barres

# Chapitre V Calcul des tirants

## 5.1 Définition

Une pièce en béton armé est sollicitée en traction simple lorsque les forces agissantes sur la section ont une résultante  $N$  qui met en traction la section droite.

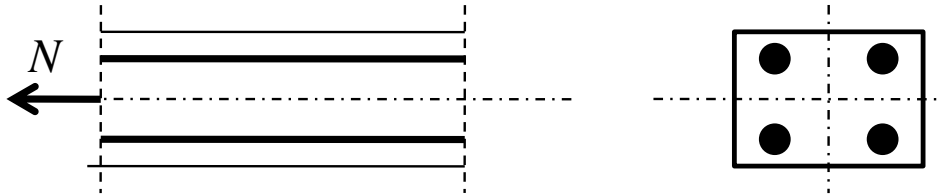


Figure 5.1 Définition de la traction simple

## 5.2 Condition de non fragilité

Une section non fragile vis à vis des contraintes de traction est une section tendue ou fléchie telle que s'il y a fissuration du béton la contrainte maximale dans les aciers est la limite d'élasticité de l'acier

Le béton tendu sera négligé car on le considère fissuré. Une fois le béton fissuré, ce sont les armatures qui doivent reprendre la sollicitation extérieure. Si au moment de la fissuration, les armatures sont déjà plastifiées, on ne dispose que de peu de sécurité: très rapidement les déformations dans les armatures vont atteindre les limites imposées et la rupture peut être brutale.

La sollicitation provoquant la fissuration du béton ne doit pas entraîner le dépassement de la limite d'élasticité dans l'acier (BAEL art. A.4.2).

Cette condition se traduit par:

$$A f_e \geq B f_{t28} \quad (5.1)$$

Avec:

- $A$  : Aire totale des armatures;
- $B$  : Aire de la section droite de béton;
- $f_e$  : Limite d'élasticité de l'acier;
- $f_{t28}$  : Résistance caractéristique à la traction.

Les pièces non fragiles auront des fissures qui auront des ouvertures faibles.  
Les pièces fragiles auront peu de fissures mais d'ouverture importante pouvant amener une rupture brutale

A partir de la condition de non fragilité, on peut déterminer la section de béton une fois  $A$  calculé:

$$B \leq \frac{A f_e}{f_{t28}} \quad (5.2)$$

### 5.3 Dimensionnement des armatures

#### 5.3.1 Calcul à l'ELU

Dans le cas de traction pure, les armatures subissent un allongement de 10%, correspondant à une contrainte:

$$\sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s} \quad (5.3)$$

Avec:

$$\gamma_s = 1,15$$

La section totale des armatures doit satisfaire l'inégalité:

$$A_u = \frac{N_u}{\sigma_s} \quad (5.4)$$

#### 5.3.2 Calcul à l'ELS

La contrainte limite  $\sigma_s$  dépend de l'exposition de l'élément calculé et donc du statut de la fissuration qui peut être:

- Peu nuisible ou peu préjudiciable;
- Préjudiciable;
- Très préjudiciable.

La section totale des armatures doit satisfaire l'inégalité :

$$A_s = \frac{N_s}{\sigma_s} \quad (5.5)$$

### 5.3.3 Choix des sections d'armatures

La section d'armatures à retenir est:

$$A = \text{Max}(A_u, A_s) \quad (5.6)$$

### 5.3.4 Etat limite déterminant

Fissuration peu nuisible	ELU
Fissuration préjudiciable	ELU ou ELS
Fissuration très préjudiciable	ELS

### 5.4 Vérification des contraintes

Dans le cas de fissuration préjudiciable ou très préjudiciable, il peut être utile après le calcul aux ELU de vérifier les contraintes aux ELS:

$$\sigma_s = \frac{N_s}{A} \leq \bar{\sigma}_s \quad (5.7)$$

$A$  Correspond aux aciers réels.

### 5.5 Dimensionnement de la section du béton

Dans le cas où la section de béton n'est pas déterminée, on commence par calculer la section d'aciers aux ELU ou aux ELS.

Une fois la section  $A$  déterminée on en déduit le diamètre  $\phi$  des barres et le nombre de barres nécessaires, en choisissant :

$\phi > 6\text{mm}$  en cas de fissuration préjudiciable;

$\phi > 8\text{mm}$  en cas de fissuration très préjudiciable.

Bien que n'intervenant pas dans le calcul, la section  $B$  de béton ne peut être choisie de façon quelconque, elle doit satisfaire les conditions de non fragilité:

$$B \leq \frac{A f_e}{f_{t28}} \quad (5.8)$$

### 5.6 Armatures transversales

Diamètres minimaux:

$\phi > 6\text{mm}$  en cas de fissuration préjudiciable;

$\phi > 8\text{mm}$  en cas de fissuration très préjudiciable.

Espacement :

Zone courante:  $s_t < a$  (petit coté du tirant).

## Chapitre VI Calcul à la compression simple – Les poteaux

### 6.1 Définition

Une pièce en béton armé est sollicité en compression simple lorsque les forces agissantes sur la section ou une résultante  $F$  met en compression la section droite.

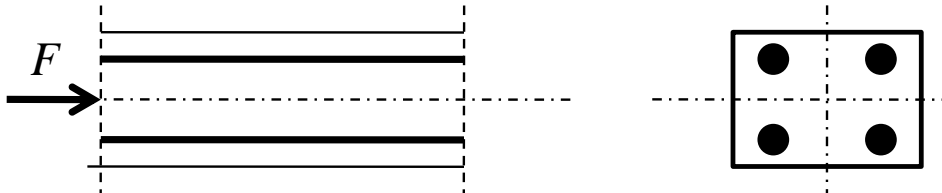


Figure 6.1 Définition de la compression simple

### 6.2 Théorie élémentaire de flambement

Considérons une pièce rectiligne  $AB$ , de longueur  $l$  et de section constante, soumise à un effort de compression  $N$ . cette pièce est articulée à ses deux extrémités et l'extrémité  $A$  peut se rapprocher de l'extrémité  $B$  qui est fixe. Supposons que, sous l'effet du flambement, la ligne moyenne déformée de la pièce prenne la position représentée sur la figure (6.2). Comme le raccourcissement d' $AB$  est en fait extrêmement petit nous pouvons admettre que, dans la position déformée, nous avons  $AB=l$ .

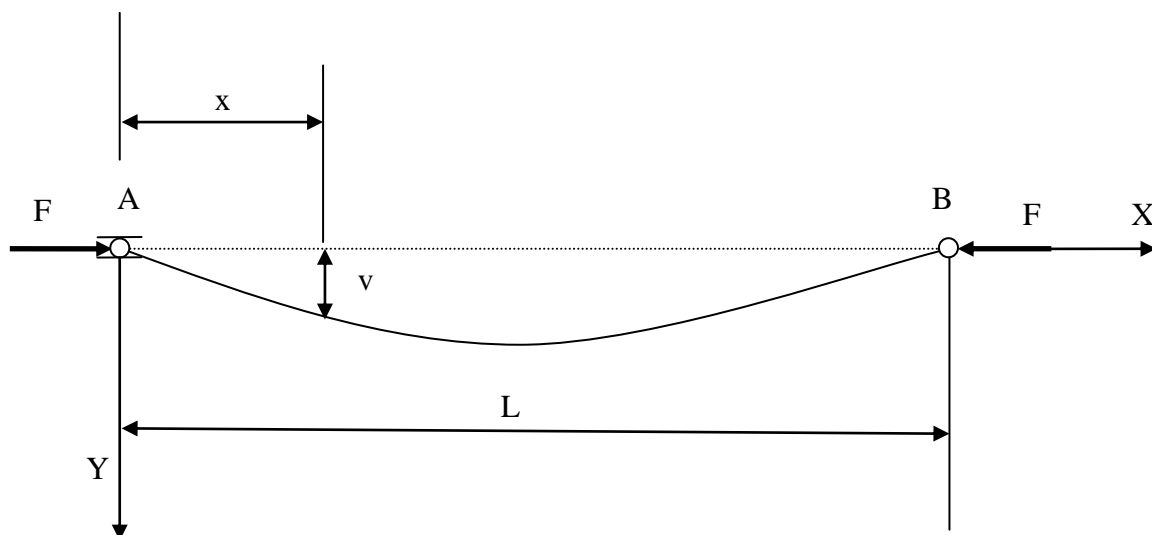


Figure 6.2 Définition du mécanisme de flambement

Supposons qu'une force  $F$  longitudinale extérieure à la pièce vienne l'écarter de sa configuration d'équilibre. Il est constaté expérimentalement que:

- Si  $F < F_c$  (charge critique), la pièce revient dans sa position d'équilibre;
- Si  $F = F_c$ , la pièce conserve la forme qui lui a été conférée par la force  $F$  ;
- Si  $F > F_c$ , la pièce fléchit, subit de grandes déformations et s'approche des conditions de rupture.

Avec  $F_c$  est la valeur critique de la charge.

Le flambement apparaît lorsque deux conditions sont réunies:

- Élément élancé  $\lambda$  ;
- Charge critique  $F_c$  atteinte.

### 6.2.1 La formule d'Euler

La charge critique  $F_c$  peut être définie comme la plus petite force de compression qui est suffisante pour maintenir une barre dans une forme légèrement courbée.

La solution de ce problème a été découverte en 1774 par Euler. Il suffit d'admettre que cette forme courbe est réalisée, lorsque la barre est soumise à une force de compression, et de rechercher sous quelles conditions la barre est en équilibre dans cet état.

Prenons la pièce droite à plan moyen, de longueur  $L$ , dont la section  $A$  présente un moment d'inertie minimal  $I$ , articulée à ses extrémités, et où le moment fléchissant dû à  $F$  vaut  $M = F v$ .

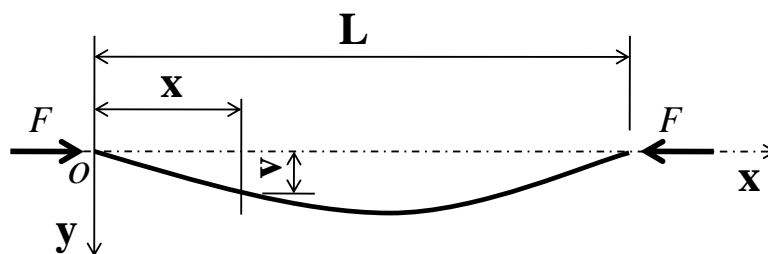


Figure 6.3 Définition de la charge critique

En appliquant l'équation de l'élastique:

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{M}{EI} \quad (9.2)$$

Nous trouvons l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2 v}{dx^2} + k^2 v = 0 \quad (6.1)$$

Avec:

$$k^2 = \frac{F}{EI} \quad (6.2)$$

La solution de cette équation différentielle a pour valeur en tenant compte des conditions imposées aux extrémités de la ligne élastique:

Pour  $x=0$   $y=0$ , d'où  $B=0$

Pour  $x=l$   $y=0$ , d'où  $A \sin l \sqrt{\frac{F}{EI}} = 0$

Comme  $A$  ne peut être nul, sinon on aurait  $y=0$  et il n'y aurait pas de flambement, nous devons avoir :

$$\sin l \sqrt{\frac{F}{EI}} = 0 \quad \text{soit} \quad \sqrt{\frac{F}{EI}} = k \pi \quad \text{avec } k = 0, 1, 2, 3, \dots, n$$

D'où :

$$F = \frac{k^2 \pi^2 EI}{l^2} \quad (6.3)$$

La plus faible valeur de  $F$  pour laquelle le flambement risque de se produire, valeur qui correspond à la charge critique d'Euler et que nous désignerons par  $F_c$ , correspondra donc  $k=1$  (car  $k=0$  donnerait  $F=0$ , solution sans intérêt).

Nous avons donc, pour le cas étudié:

$$F_c = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (6.4)$$

La contrainte critique s'obtient en divisant la charge critique par l'aire de la section  $A$ :

$$\sigma_c = \frac{F_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (6.5)$$



Avec:

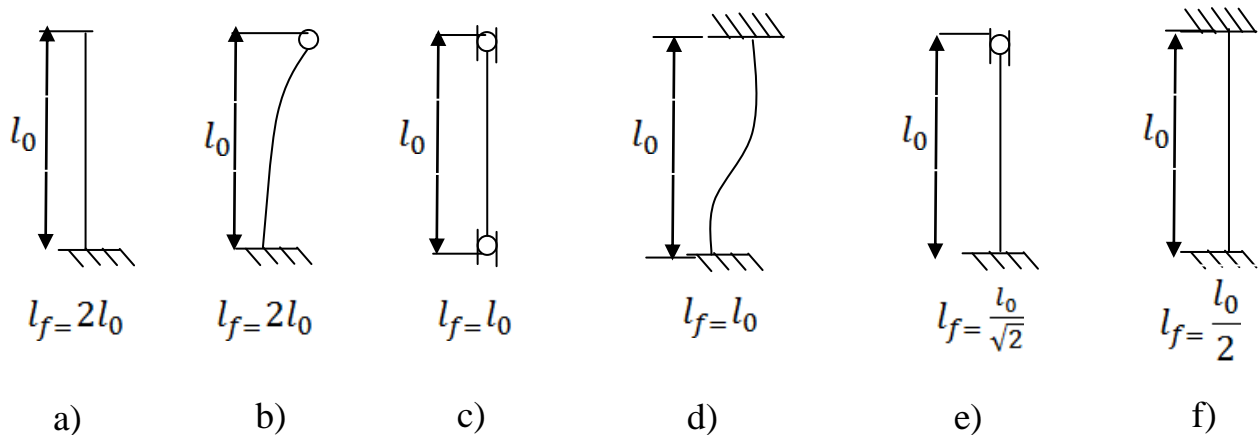
$$\lambda = \frac{l_f}{i} : \text{élancement de la pièce;}$$

$i$  : le rayon de giration du poteau.

### 6.3 La longueur de flambement $l_f$

La longueur de flambement  $l_f$ , est la longueur du poteau articulé aux deux extrémités ayant même section et même force critique d'Euler que le poteau supposé élastique.

Quelles que soit les conditions d'appui aux extrémités, l'étude d'un poteau sera ramenée à celle d'un poteau de longueur  $l_f$ .



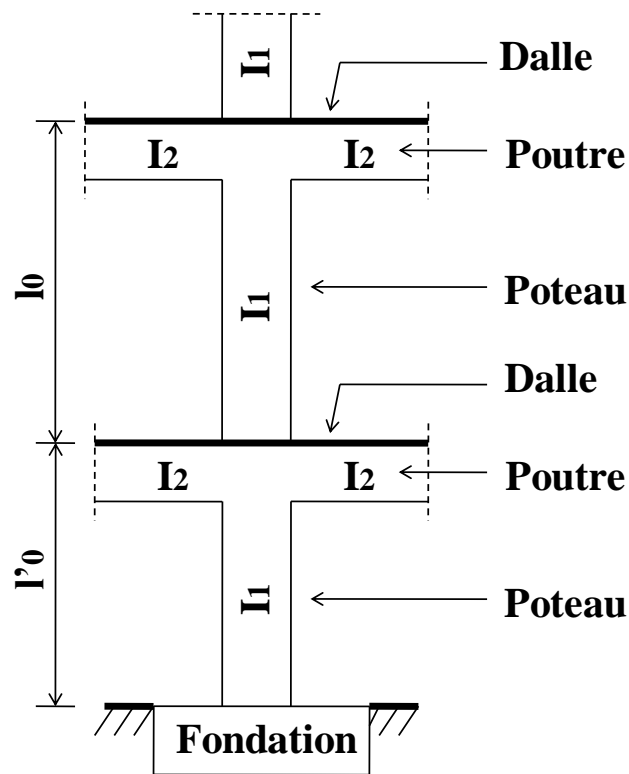
**Figure 6.4** Définition de la longueur du flambement.

La valeur de  $l_f$  dépend de la raideur des pièces qui limitent le déplacement ou la rotation des extrémités du poteau. Or, il est difficile d'évaluer ces raideurs qui dépendent des sollicitations, du ferrailage établi, du degré plus ou moins grand de fissuration des section, etc.

On prend de façon forfaitaire:

$l_f = 0,7l_0$  pour les poteaux à l'intérieur assemblés à des poutres de plancher ayant au moins la même raideur;

$l_f = l_0$  pour les poteaux d'extrémités ou de rive.



**Figure 6.5** Détermination de la longueur du flambement

## 6.4 Elancement

On appelle élancement le rapport:

$$\lambda = \frac{l_f}{i} \quad (6.6)$$

Avec:

$$i = \sqrt{\frac{I}{B}} \quad (6.7)$$

Où:

- $i$  : le rayon de giration de la section transversale;
- $I$  : le moment d'inertie de la section transversale dans le plan de flambement;
- $B$  : l'aire de la section transversale.

Les rayons de giration d'une section par rapport à ses axes principaux sont définis par les formules:

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{B}} \quad (6.8)$$

Et

$$i_z = \sqrt{\frac{I_z}{B}} \quad (6.9)$$

Le rayon de giration est utilisé pour vérifier les éléments comprimés. C'est une image de la distribution de la matière de part et d'autre d'un axe principal. Plus la matière est éloignée de cet axe, plus l'inertie et le rayon de giration sont élevés.

#### 6.4.1 Valeur de $i$ pour une section rectangulaire

Dans le cas d'une section rectangulaire de dimensions  $a$  et  $b$ , l'expression de  $i$  peut se simplifier:

$$B = ab \quad (6.10)$$

$$I_x = \frac{ab^3}{12} \quad (6.11)$$

$$I_y = \frac{ba^3}{12} \quad (6.12)$$

Donc on trouve:

$$i_x = \frac{b\sqrt{3}}{6} \quad (6.13)$$

$$i_y = \frac{a\sqrt{3}}{6} \quad (6.14)$$

#### 6.4.2 Valeur de $i$ pour une section circulaire

Dans le cas d'une section circulaire de diamètre  $a$ , l'expression de  $i$  peut se simplifier:

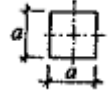
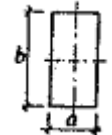

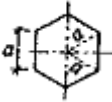
$$I = \frac{\pi a^4}{64} \quad (6.15)$$

$$B = \frac{\pi a^2}{4} \quad (6.16)$$

Donc on trouve :

$$i = \frac{a}{4} \quad (6.17)$$

### 6.4.3 Tableau des élancements

N°	Forme de la section	$I_{\min}$	$B$	$i = \sqrt{\frac{I_{\min}}{B}}$	$\lambda = \frac{l_f}{i}$	$\lambda \leq 50$ si:	$\lambda \leq 70$ si:
1		$\frac{a^4}{12}$	$a \cdot a$	$\frac{a\sqrt{3}}{6}$	$\frac{2\sqrt{3}l_f}{a}$	$\frac{l_f}{a} \leq 14,434$	$\frac{l_f}{a} \leq 20,207$
2		$\frac{a^3b}{12}$	$a \cdot b$	$\frac{a\sqrt{3}}{6}$	$\frac{2\sqrt{3}l_f}{a}$	$\frac{l_f}{a} \leq 14,434$	$\frac{l_f}{a} \leq 20,207$
3		$\frac{\pi D^4}{64}$	$\frac{\pi D^2}{4}$	$\frac{D}{4}$	$\frac{4l_f}{D}$	$\frac{l_f}{D} \leq 12,5$	$\frac{l_f}{D} \leq 17,5$
4		$\frac{5}{16}\sqrt{3}a^4$ Ou $\cong 0,541a^4$	$\frac{3}{2}\sqrt{3}a^2$ Ou $\cong 2,598a^2$	0,456a	$\frac{l_f}{0,456a}$	$\frac{l_f}{a} \leq 22,8$	$\frac{l_f}{a} \leq 31,92$

**Tableau 6.1** Caractéristiques des sections

## 6.5 Calcul des armatures longitudinales

### 6.5.1 Détermination à l'ELU

La méthode est valable pour des élancements inférieurs à 70 ( $\lambda < 70$ ).

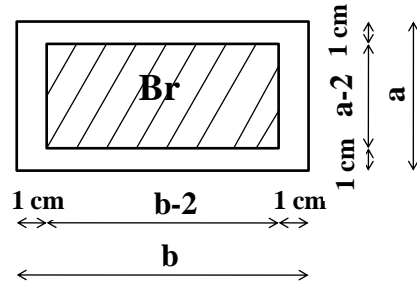
A l'ELU le raccourcissement du béton sous compression centrée est limité à 2‰.

L'effort normal doit être inférieur à la capacité portante de la section du béton et des aciers,  
soit:

$$N_u = \alpha \left[ \frac{B_r f_{c28}}{0,9\gamma_b} + A \frac{f_e}{\gamma_s} \right] \quad (6.18)$$

Avec:

$N_u$  : effort normal agissant à l'ELU;  
 $B_r$  : section réduite du béton par déduction  
d'une bande de 1 cm à la  
périphérie du poteau;



$$B_r = (a-2)(b-2) \quad (6.19)$$

$A$  : Section d'armatures longitudinales

$\gamma_b = 1,50$  pour les cas courants;

$\gamma_s = 1,15$  pour les cas accidentels;

$\alpha$  : coefficient, fonction de  $\lambda$ , pour un chargement appliqué à 90 jours.

$$\text{Si } \lambda < 50 \quad \alpha = \frac{0,85}{1 + 0,2 \left( \frac{\lambda}{35} \right)^2} \quad (6.20)$$

$$\text{Si } 50 \leq \lambda \leq 70 \quad \alpha = 0,60 \left( \frac{50}{\lambda} \right)^2 \quad (6.21)$$

$\alpha$  est à diviser par:

- 1,10 si plus de la moitié des charges est appliquée avant 90 jours;
- 1,20 si la majeure partie des charges est appliquée avant 28 jours avec utilisation de  $f_{cj}$  au lieu de  $f_{c28}$ .

On utilise la formule (6.18) pour vérifier la résistance d'un poteau dans le cas où toutes les sections (béton et armatures) sont connues.

A partir de cette formule, on peut calculer la section de ferrailage, on trouve:

$$A \geq \left[ \frac{N_u}{\alpha} - \frac{B_r f_{c28}}{0,9 \gamma_b} \right] \frac{\gamma_s}{f_e} \quad (6.22)$$

### 6.5.2 Section d'acier $A$ pris en compte en fonction de $\lambda$

- Cas où  $\lambda \leq 35$

La totalité de la section  $A$  est prise en compte (figure 6.6).

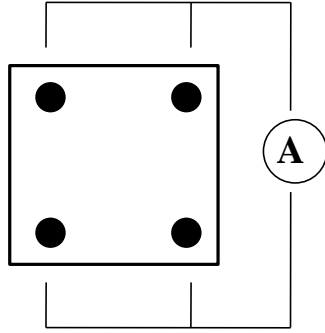


Figure 6.6 Calcul de A,  $\lambda \leq 35$

• Cas où  $\lambda > 35$

Lorsque  $\lambda$  est supérieur à 35, on ne peut prendre en compte, pour la section A, que les armatures disposées de façon à augmenter le plus efficacement possible la rigidité du poteau dans le sens ou son moment d'inertie et le plus faible. Pour les poteaux à section carrée ou voisine du carrée (poteaux à section rectangulaire dont le rapport des cotés est compris entre (0,9 et 1,1) on ne prendra en compte que les armatures disposées dans les angles (figure 6.7)

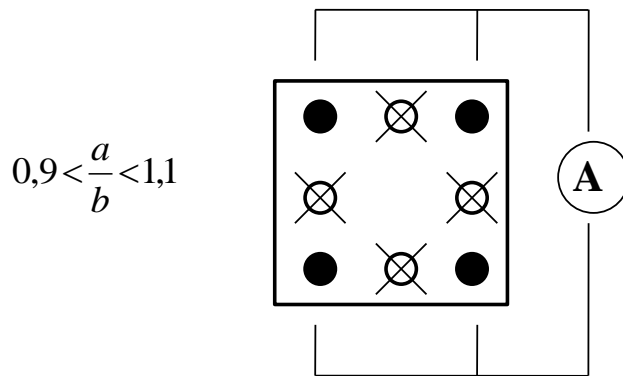


Figure 6.7 Calcul de A,  $\lambda > 35$  et  $0,9 < \frac{a}{b} < 1,1$

Pour les poteaux à section rectangulaire, autres que ceux considérés ci-dessus, on ne prendra en compte que les armatures disposées le long des grands cotés.

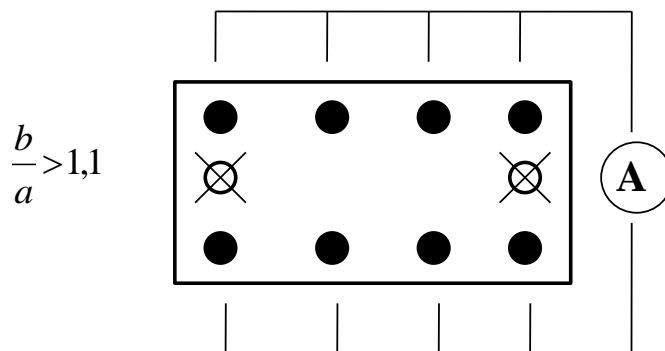


Figure 6.8 Calcul de A,  $\lambda > 35$  et  $\frac{b}{a} > 1,1$

### 6.5.3 Sections extrêmes

On doit vérifier:

$$A_{\min} \leq A \leq A_{\max}$$

Avec :

$$A_{\min} = \max \begin{cases} 4 \text{ cm}^2 / \text{m de périmètre} \\ 0,2 \frac{B}{100} \end{cases}$$

Et

$$A_{\max} = 5 \frac{B}{100}$$

Si  $A > A_{\max}$ , il faut revoir le coffrage de la section.

### 6.5.4 Dispositions constructives

Les armatures longitudinales ne doivent être distantes de plus de (figure 6.9):

$$e \leq \begin{cases} 40 \text{ cm} \\ a + 10 \text{ cm} \end{cases} \quad (6.23)$$

Avec :

$a$  : plus petite dimension.

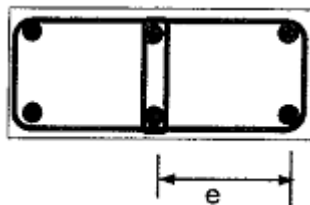


Figure 6.9 Dispositions constructives

### 6.6 Les armatures transversales

Les armatures transversales doivent maintenir:

- Toutes les barres prises en compte dans les calculs de résistance;
- Les barres de diamètres  $\phi \geq 20 \text{ mm}$  même celles non prises en compte.

### 6.6.1 Diamètres

$$\phi_t \approx \frac{1}{3} \phi_l \quad (6.24)$$

$$\phi_t \leq 12 \text{ mm} \quad (6.25)$$

### 6.6.2 Espacement

- En zone courante:

$$s_t \leq \begin{cases} 40 \text{ cm} \\ a + 10 \text{ cm} \\ 15 \phi_{L,\min} \end{cases} \quad (6.26)$$

Avec :

$a$  : la plus petite dimension de la section de béton.

- En zone recouvrement :

$$s_t \leq \min \begin{cases} 0,6l_s & \text{cas courants} \\ l_s & \text{pièces soumises à des chocs} \end{cases} \quad (6.27)$$

### 6.7 Le recouvrement

La longueur de recouvrement est égale à:

$$l_r > 0,6l_s \quad (6.28)$$



### 6.8 Un dessin type de ferrailage

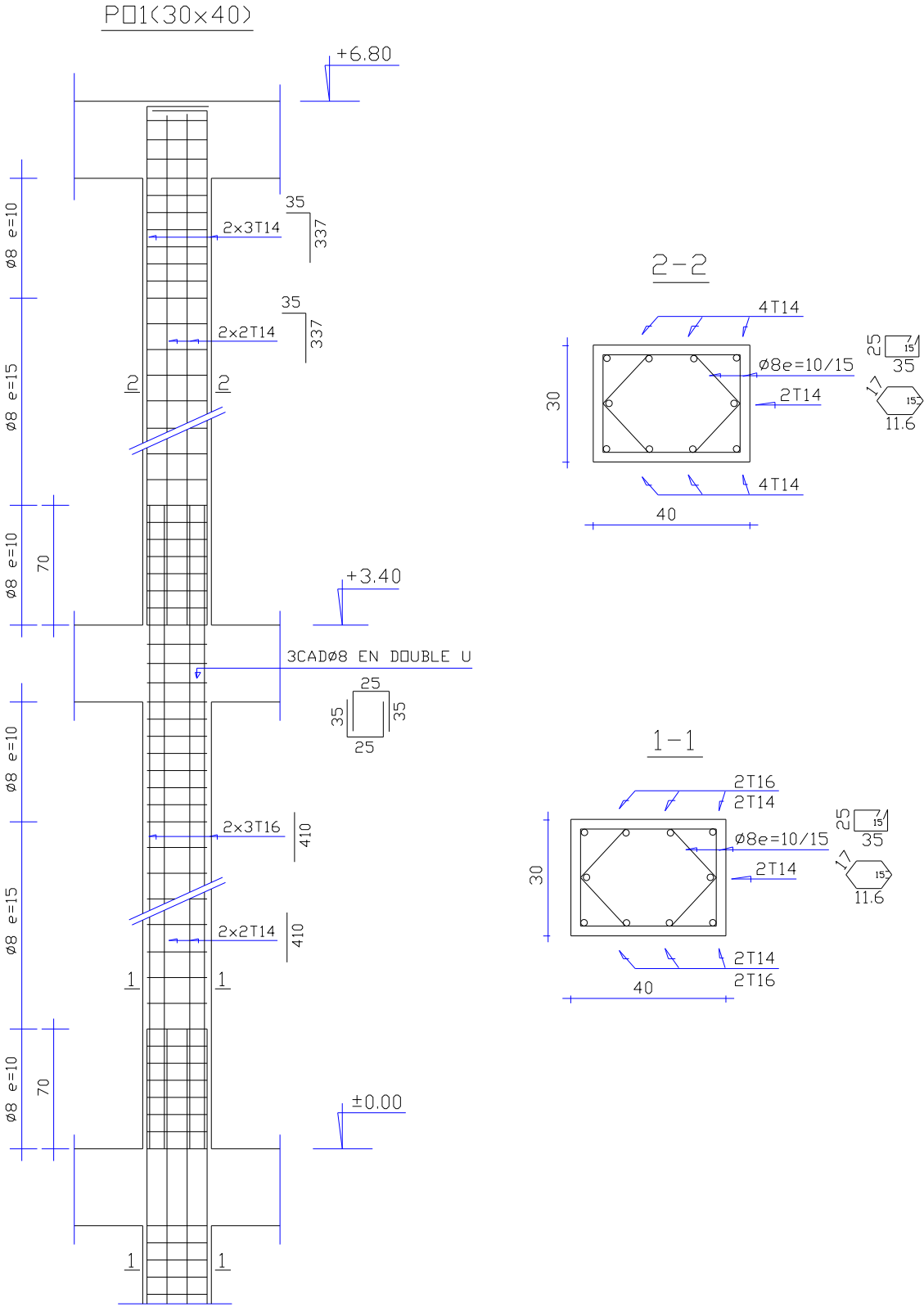


Figure 6.10 Dessin type de ferrailage

# Chapitre VII

## Calcul à la flexion simple

### 7. Calcul d'une section rectangulaire à la flexion simple à l'ELU

#### 7.1 Section de poutre soumise à un moment de flexion

Une poutre soumise à des actions perpendiculaires à son axe neutre est sollicitée en flexion.

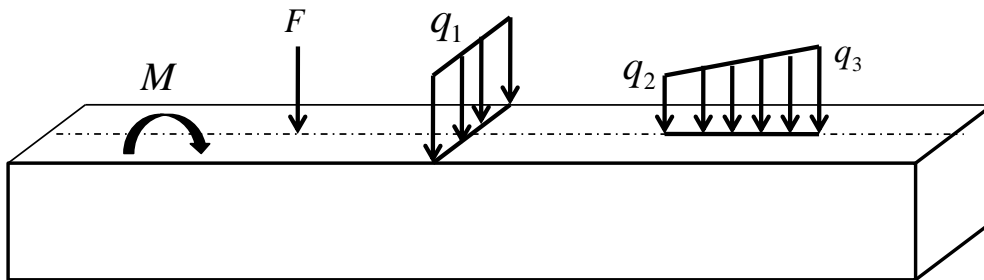


Figure 7.1 La flexion simple

Ces actions sont généralement:

- Des charges permanentes  $G$  ;
- Des charges d'exploitation  $Q$  .

Et les combinaisons dimensionnantes sont dérivées de l'expression:  
 $1,35G+1,5Q$

Sous l'action de ces charges la poutre se déforme et fléchit. Ainsi pour une poutre sur deux appuis, la déformation engendre une zone comprimée au dessus de la fibre neutre de la section et une zone tendue en dessous (figure 7.2).

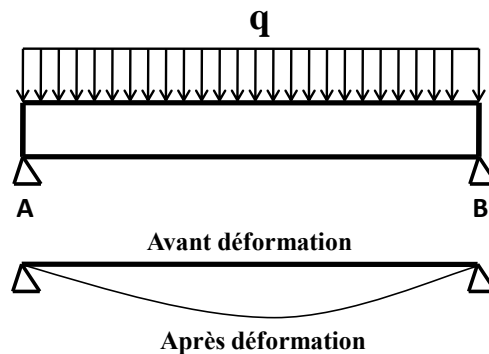
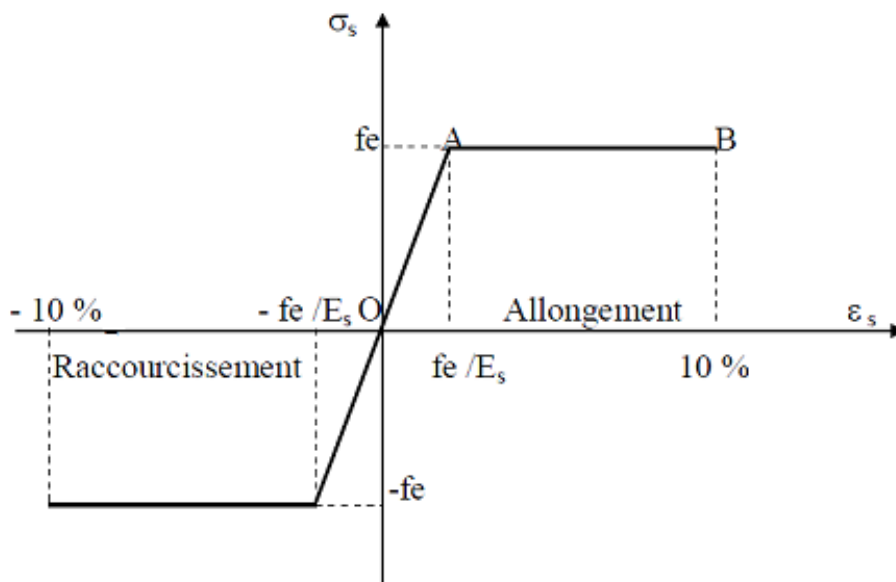


Figure 7.2 Déformation d'une poutre soumise à la flexion

Or la résistance à la traction du béton est considérée négligeable, on ne la prendra pas en compte dans les calculs. L'équilibre sera ainsi assuré en remplaçant cette section de béton par une section d'acier tendu.

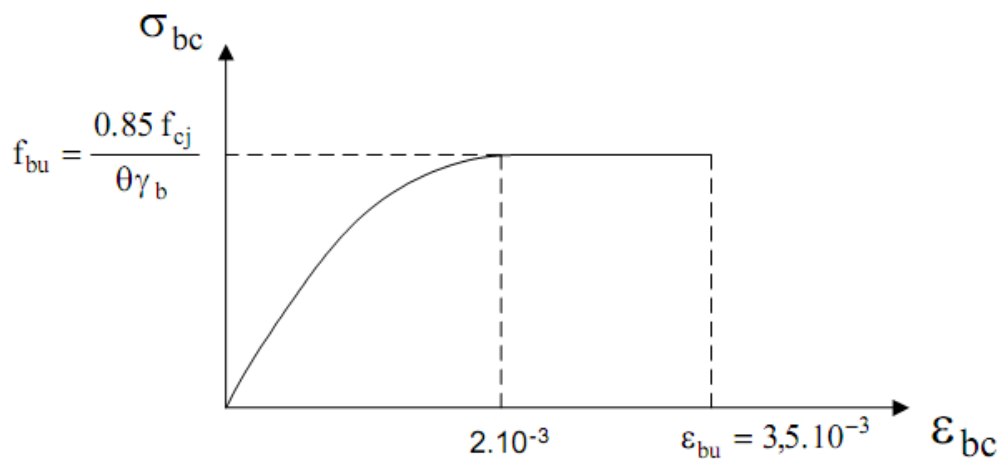
Le diagramme des déformations limites à prendre en compte pour la flexion respecte la règle des pivots qui définissent les comportements de la section en béton armé tenant compte des caractéristiques des matériaux.

On rappelle que pour l'acier on a:



**Figure 7.3** Diagramme contraintes-déformations de l'acier

Et pour le béton:



**figure 7.4** Diagramme contraintes-déformations du béton

C'est-à-dire qu'en fonction de la déformation du béton, la contrainte de compression suit une loi parabole rectangle.

Pour la flexion, on pourra substituer le diagramme parabole rectangle par un diagramme rectangulaire simplifié.

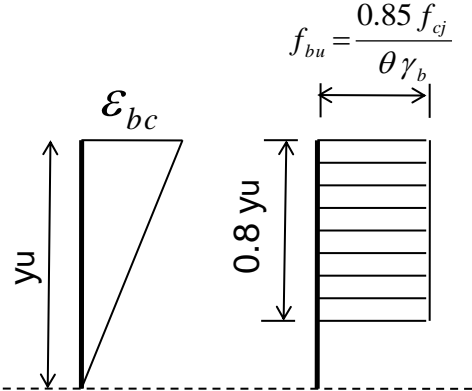


figure 7.5 Diagramme contraintes-déformations du béton simplifié

La figure suivante résume le lien entre la déformation d'une section droite dans le cas d'une flexion avec zone comprimée et les diagrammes parabole rectangle et rectangle simplifié:

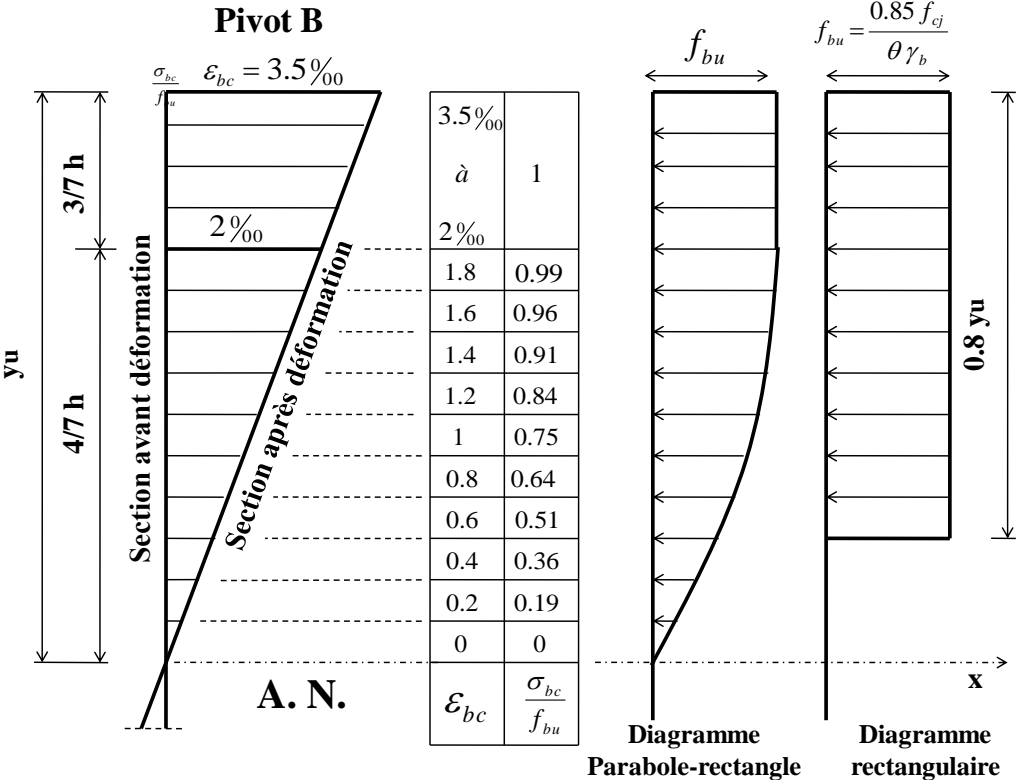


Figure 7.6 Equivalence entre diagramme parabole-rectangle et le diagramme simplifié

## 7.2 Principe des pivots à l'ELU

Quelques soit les sollicitations agissantes sur une section droite:

- Traction simple;
- Flexion simple;
- Compression simple;
- Flexion composée avec traction;
- Flexion composée avec compression.

L'état limite ultime d'une section peut être atteint de deux façons :

- Par écoulement plastique des aciers qui correspond à un allongement des aciers de 10‰;
- Par écrasement du béton, ce qui correspond à un raccourcissement du béton de 3,5‰.

Le diagramme des trois pivots est donc articulé autour de ces deux limites avec trois possibilités :

- Le pivot A qui correspond à un allongement maxi des aciers;
- Le pivot B qui correspond à un raccourcissement maxi du béton;
- Le pivot C qui correspond à une section entièrement comprimée.

Pour un calcul en flexion simple, on aura une section que sera en pivot A ou en pivot B.

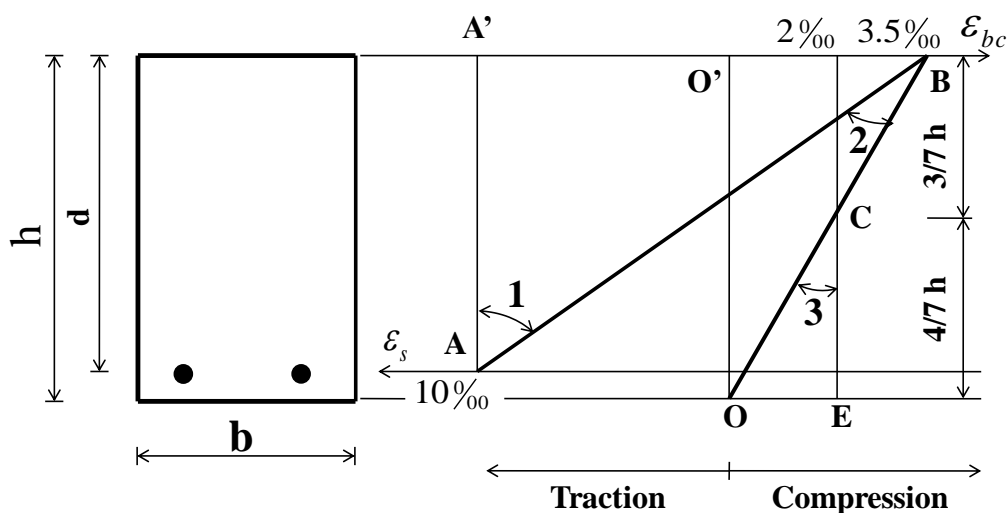


Figure 7.7 Règle des trois pivots

On note  $y_u$  la distance de l'axe neutre à la fibre supérieure de la section; la valeur de  $y_u$  détermine celui des domaines dans lequel est situé le diagramme limite.

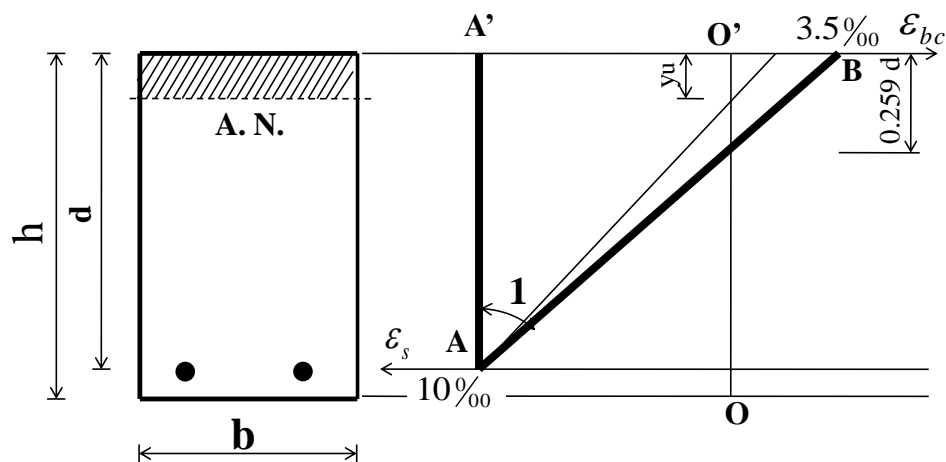
### 7.2.1 Domaine 1, Pivot A

Les droites de déformation passent par le pivot A qui correspond à un allongement de l'armature  $\varepsilon_s = 10\text{‰}$ .

L'allongement du béton est tel que:  $0 \leq \varepsilon_b \leq 3,5\text{‰}$

Dans ce cas la section est soumise à:

- La traction simple;
- La flexion simple;
- La flexion composée avec traction.



**Figure 7.8** Pivot A

Pour la traction simple, l'allongement des armatures est égal à  $\varepsilon_s = 10\text{‰}$  et  $y_u$  est infini.

Pour la traction composée avec traction: l'allongement de l'armature la plus tendue est  $\varepsilon_s = 10\text{‰}$  et celui de l'armature la moins tendue  $\varepsilon_s \leq 10\text{‰}$ .

L'axe  $y_u$  se trouve à l'extérieur de la section.

Pour la flexion simple ou la flexion composée, la valeur de  $y_u$  est donnée par les formules suivantes issues des triangles semblables:

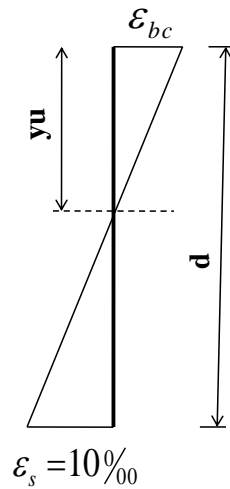


Figure 7.9 Calcul de  $y_u$

$$\frac{y_u}{d} = \frac{\varepsilon_{BC}}{\varepsilon_s + \varepsilon_{BC}} \Rightarrow y_u = \frac{\varepsilon_{BC}}{\varepsilon_s + \varepsilon_{BC}} d \quad (7.1)$$

On peut remarquer sur ce diagramme que l'équilibre de la section avec un état limite atteint simultanément sur le béton et sur les aciers correspond à une position de l'axe neutre:

$$y = 0,259 d \quad (7.2)$$

On peut également noter qu'il y a des positions de l'axe neutre à éviter:  $\varepsilon_b \leq 2 \text{‰}$ .

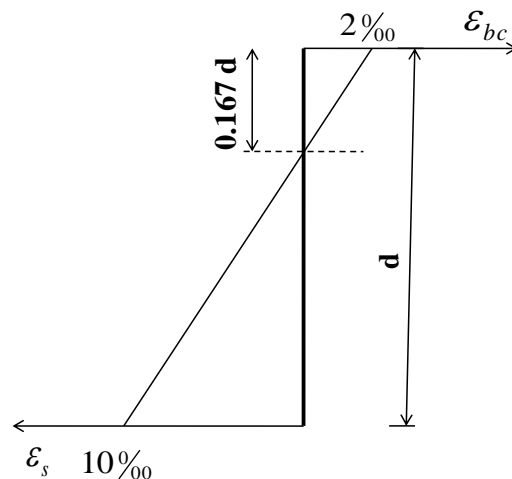


Figure 7.10 Cas à éviter

En effet, dans ce cas, le béton a un raccourcissement inférieur à 2 ‰, ce qui veut dire que le béton travaille mal et que la section est surdimensionnée en béton.

Pour déterminer la position de l'axe neutre (donc le coefficient  $\alpha$ ) qui correspond à cette limite, on utilise le théorème de Thalès:

$$\alpha = \frac{2}{2+10} = 0,167 \quad (7.3)$$

### 7.2.2 Domaine 2, pivot B

Les droites de déformation passe par le pivot B qui correspond à un raccourcissement ultime du béton de  $\epsilon_{bc} = 3,5\text{‰}$ .

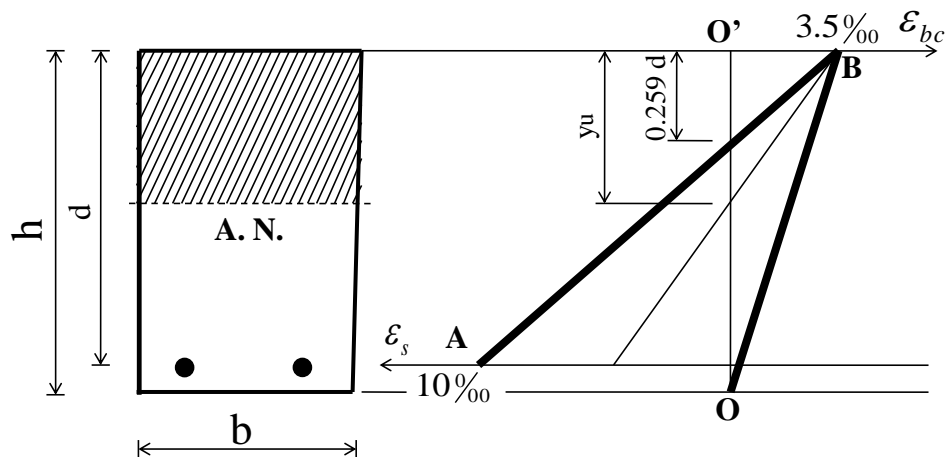


Figure 7.11 Pivot B

La limite du pivot A et B se situe pour une valeur de moment frontière  $M_{AB}$

Il s'agit du moment évalué par rapport au centre de gravité de l'armature inférieure et correspondant à la position AB du diagramme des déformations.

Ce moment sert à voir si l'on est en région I, pivot A ou en région II pivot B.

- Si  $M_u < M_{AB}$ , le pivot est le point A ;
- Si  $M_u > M_{AB}$ , le pivot est le point B.

Il correspond au travail maximum des aciers à la traction, soit  $\epsilon_s = 10\text{‰}$  et au travail maximum du béton à la compression soit  $\epsilon_{bc} = 3,5\text{‰}$ .



En appliquant les triangles semblables, on trouve :

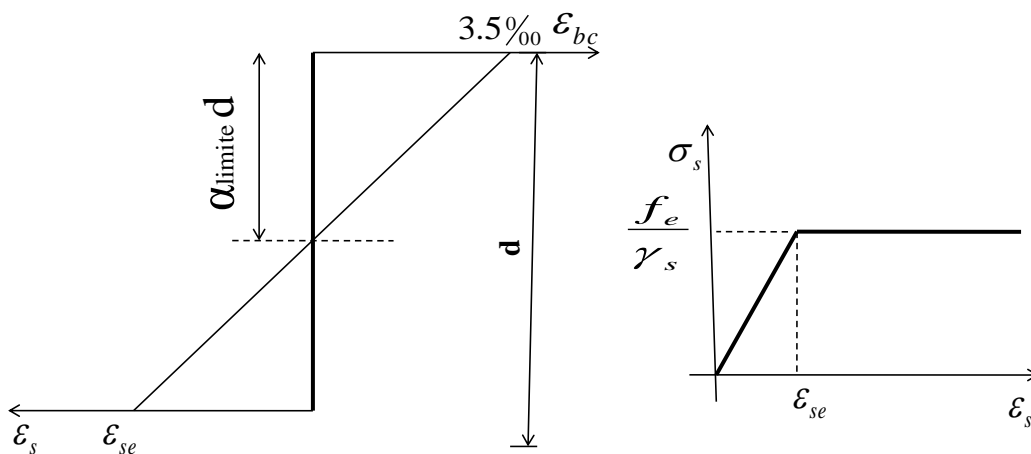
$$y_u = \alpha \cdot d \quad (7.4)$$

$$\alpha = \frac{y_u}{d} = \frac{\varepsilon_{bc}}{\varepsilon_{bc} + \varepsilon_s} = \frac{3,5}{3,5+10} = 0,259 \quad (7.5)$$

Soit  $y_u = 0,259.d$ , limite entre la région *I* et *II*.

Ainsi pour une sollicitation de flexion simple et de flexion composée dans le domaine 2 , l'axe neutre est situé entre :  $0,259.d \leq y_u < h$ .

Une position particulière de ce pivot **B** est la suivante :



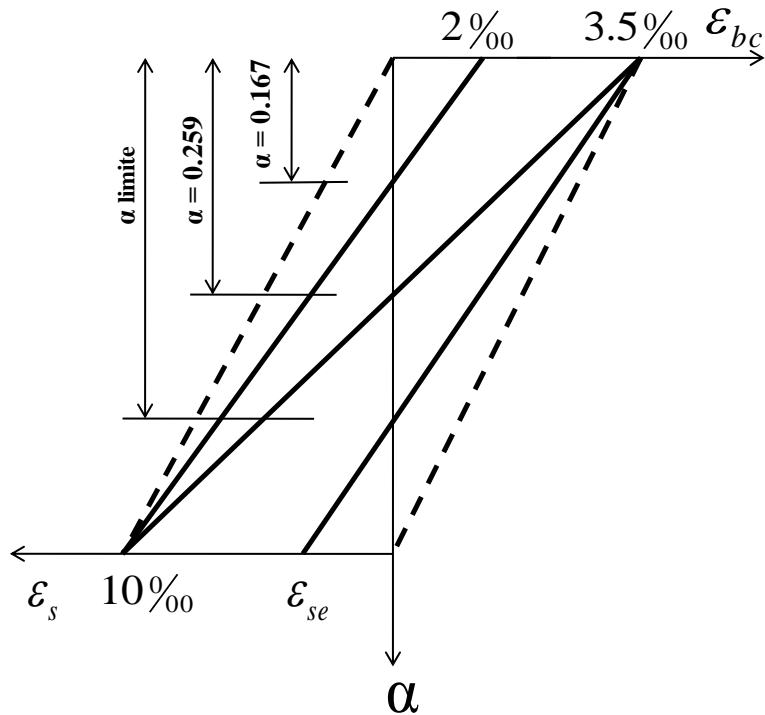
**Figure 7.12** Position particulière

Dans le cas où l'allongement des aciers est inférieur à  $\varepsilon_{se}$ , ces derniers ne travaillent pas suffisamment et il faudra mettre en place de très grandes sections.

La valeur de  $\varepsilon_{se}$  est une propriété de l'acier et dépend de la nuance utilisée. A titre indicatif, on peut retenir:

- Acier FeE500 :  $\varepsilon_{se}=2,174\%$
- Acier FeE400 :  $\varepsilon_{se}=1,739\%$

En conclusion, les différents cas de figure ci-dessus se résument par:



**Figure 7.13** Dimensionnement d'une section en béton armé

Le meilleur dimensionnement d'une section en béton armé correspond donc à une valeur de  $\alpha$  tel que  $0,167 \leq \alpha \leq \alpha_{lim}$

- Pour  $\alpha$  proche de  $\alpha_{lim}$ , on aura une petite section de béton avec beaucoup d'armatures.
- Pour  $\alpha$  proche de  $0,167$ , on aura une grande section de béton avec très peu d'armatures.

Lorsque l'on prédimensionne une section de béton, il est impératif d'avoir ces données en tête, car en effet, en se fixant la valeur de  $\alpha$  on peut en déduire facilement les valeurs de  $b$  et  $d$  correspondantes.

Il est important de noter que  $\alpha = 0,259$ , correspond à une valeur de  $\mu = 0,187$ . On peut également prédimensionner une poutre de façon à avoir cette valeur pour le moment réduit.

### 7.2.3 Domaine 3, pivot C

Les droites de déformation passent par le pivot C qui correspond à un raccourcissement du béton de  $\epsilon_{bc} = 2‰$ .

La section est soumise à la flexion composée ou à la compression simple.  
La position de l'axe neutre est en dehors de la section :  $y_u \geq h$ .

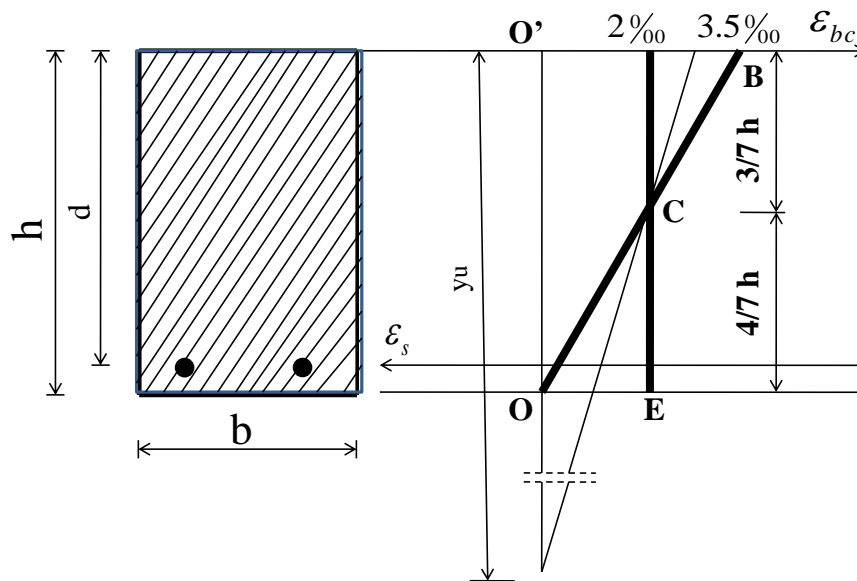


Figure 7.14 Pivot C

Dans ce chapitre dédiée à la flexion simple nous nous intéressons donc au pivot **A** et **B** correspondant aux domaines **1** et **2**.

### 7.3 Principes généraux de calcul

En flexion, le dimensionnement peut découler :

- soit d'un calcul à l'état limite ultime
- soit d'un calcul aux états limites de service

#### A l'ELU :

- le moment agissant ultime est de la forme :  $M_u = \sum \gamma_i \cdot M_i$  (7.6)
- le diagramme des déformations passe, soit par le pivot A soit par le pivot B, à l'exclusion du pivot C (compression-flexion).
- les diagrammes déformations-contraintes du béton et de l'acier sont ceux donnés dans le paragraphe 7.1.

#### A l'ELS :

- le moment agissant de service est de la forme :  $M_s = \sum \gamma_i \cdot M_i$  (7.7)

• le diagramme déformations-contraintes sont linéaires:

$$\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s \text{ avec } E_s = 2.10^5 \text{ MPa} \quad (7.8)$$

$$\sigma_b = E_b \cdot \varepsilon_b \text{ ou, puisque conventionnellement } n = \frac{E_s}{E_b} = 15 \quad (7.9)$$

$$\sigma_b = \frac{E_s}{15} \cdot \varepsilon_b \quad (7.10)$$

On distingue :

- un état limite de compression du béton dans lequel la contrainte du béton est limitée à  $0,60.f_{cj}$ .
- des états limites d'ouvertures des fissures dans lesquels la contrainte de l'acier tendu est limitée, pour les cas de fissuration préjudiciable ou très préjudiciable, aux valeurs réglementaires.

## 7.4 Equations d'équilibre et dimensionnement à l'ELU

### 7.4.1 Les paramètres et les inconnues

On connaît :

- les dimensions  $b, d$
- $f_c, f_{c28}$
- $M_u$

On cherche  $A_u$  des armatures tendues

### 7.4.2 Les équations d'équilibres

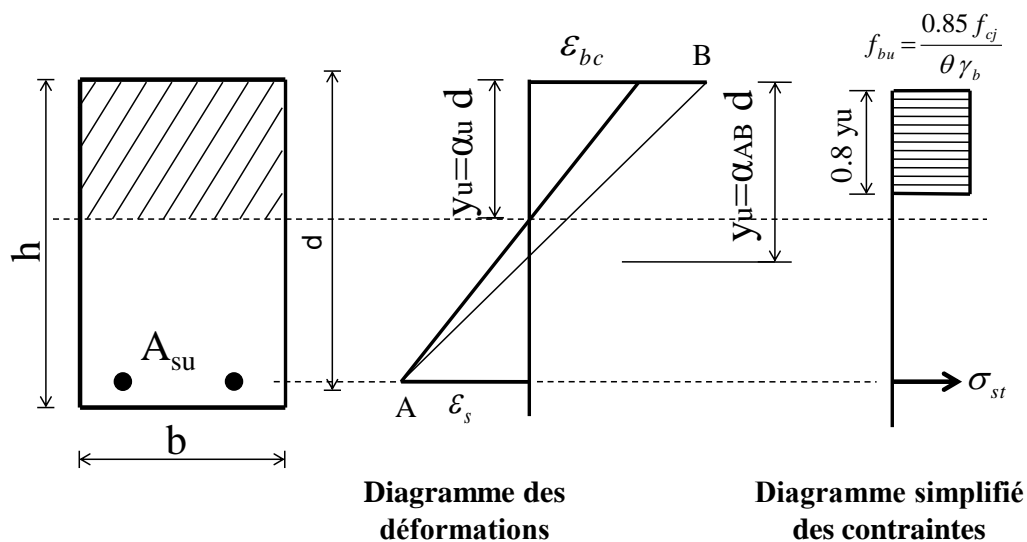


Figure 7.15 Equilibre d'une section en flexion

Pour écrire l'équilibre de la section, il faut mettre en équation deux hypothèses :

- l'équilibre des forces : la somme des forces doit être égale à 0.
- l'équilibre des moments : la somme des moments doit être égale à 0.

**Attention**, pour écrire l'équilibre d'une section, on considère un moment positif celui qui tend la fibre inférieure de la section (convention béton armé).

Les équations d'équilibre sont les suivantes :

$$1. \text{ Equilibres des forces : } \sum F = 0 \quad (7.11)$$

Pour calculer l'équilibre des forces, on part des contraintes  $\sigma_s$  et  $F_{bu}$  (respectivement sur les aciers et le béton) et on détermine les forces qui en résultent :

- la force exercée sur la section  $A_u$  d'armatures vaut  $F_s = A_u \cdot \sigma_s$  (7.12)
- la force exercée sur le béton vaut :

$$F_{bc} = F_{bu} \cdot (0,8 \cdot y_u) \cdot b \cdot d = 0,8 \cdot \alpha_u \cdot b \cdot d \cdot F_{bu} \quad (7.13)$$

Connaissant l'expression des forces, on écrit maintenant l'équilibre :

$$F_s = F_{bc} \rightarrow A_u \cdot \sigma_s = 0,8 \cdot \alpha_u \cdot b \cdot d \cdot F_{bu} \quad (7.14)$$

$$2. \text{ Equilibre des moments : } \sum M = 0 \quad (7.15)$$

On a 1 moment externe  $M_u$  et les 2 forces internes engendrées par la section du béton comprimé et la section de l'acier tendue.

Pour calculer l'équilibre des moments, on part des forces décrites ci-dessous et on calcul les moments résultats par rapport à  $A_u$ , ce qui nous permet de supprimer cette inconnue.

Ainsi, les moments résultants en ce point sont:

- le moment  $M_u$  appliqué à la section.
- le moment dû à la force sur le béton multipliée par le bras de levier appelé  $z_b$  et qui vaut :

$$z_b = d - 0,4 \cdot y_u = d \cdot (1 - 0,4 \cdot \alpha) \quad (7.16)$$

A partir de ces moments, on peut écrire l'équilibre:

$$M_u = F_{bc} \cdot z_b \quad (7.17)$$

En remplaçant les termes  $F_{bc}$  et  $z_b$  par leurs expressions respectives, on obtient:

$$M_u = 0,8 \cdot \alpha_u \cdot b \cdot d^2 \cdot F_{bu} \cdot (1 - 0,4 \cdot \alpha_u) \quad (7.18)$$

### 7.4.3 Dimensionnement des aciers tendues

Avec les équations (7.14) et (7.18), on obtient un système à deux équations et deux inconnues :  $A_u$  et  $\alpha_u$ .

A partir de l'équation (7.18), on pose le moment réduit:

$$\mu_b = \frac{M_u}{b \cdot d^2 \cdot F_{bu}} \quad (7.19)$$

Et on obtient l'équation:

$$\mu_b = 0,8 \cdot \alpha_u \cdot (1 - 0,4 \cdot \alpha_u) \quad (7.20)$$

En développant cette équation, on obtient un polynôme du second degré en  $\alpha$  :

$$0,32 \cdot \alpha_u^2 - 0,8 \cdot \alpha_u + \mu_b = 0 \quad (7.21)$$

Ce qui nous donne comme solution :

$$\alpha_u = 1,25 \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \mu_b} \right) \quad (7.22)$$

Tout ce cheminement nous à permis de déterminer la valeur de  $\alpha$  et donc la position de l'axe neutre.

L'équation (7.14) permet de déterminer l'expression de la section d'acier:

$$A_u \cdot \sigma_s = 0,8 \cdot \alpha_u \cdot b \cdot d \cdot f_{bu} \quad (7.23)$$

$$A_u = \frac{0,8 \cdot \alpha_u \cdot b \cdot d \cdot f_{bu}}{\sigma_s} \quad (7.24)$$

Ou en appelant:

$$z_b = d \cdot (1 - 0,4 \cdot \alpha_u) \quad (7.25)$$

On trouve :

$$A_u = \frac{M_u}{z_b \cdot \sigma_s} \quad (7.26)$$

En considérant :  $\sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s}$  (7.27)

$z_b$  correspond au bras de levier de la résultante du béton comprimé par rapport aux aciers tendus.

Cet équilibre est valable tant que le moment réduit  $\mu_b$  est inférieur à une limite notée  $\mu_{lu}$ .

Au-delà de cette limite, il faut mettre en place des aciers comprimés et l'équilibre de la section ainsi obtenu n'est plus le même.

#### 7.4.4 Valeurs particulières

Nous avons vu que la limite entre le pivot I et II correspond au travail maximum des aciers à la traction soit  $\varepsilon_s = 10\text{‰}$  et au travail maximum du béton à la compression soit  $\varepsilon_{bc} = 3,5\text{‰}$ .

Soit:

$$y = 0,259 \cdot d \quad (7.28)$$

Soit également :

$$\mu_{AB} = 0,8 \cdot 0,259 \cdot (1 - 0,40 \cdot 0,259) = 0,186 \quad (7.29)$$

### 7.5 Définition et expression du moment limite ultime réduit

#### 7.5.1 Introduction

Dans le cas de la fissuration peu nuisible, la contrainte de l'acier en service n'est pas limitée. Par contre, la contrainte maximale du béton comprimée est limitée à  $\bar{\sigma}_{bc} = 0,6 \cdot f_{c28}$

Le dimensionnement se fera donc:

A l'**ELU** en vérifiant qu'à l'**ELS** la limite de compression du béton ne soit pas atteinte.

### 7.5.2 Dimensionnement à l'ELS par compression du béton

On sait que la contrainte normale du béton est limitée à:  $\bar{\sigma}_{bc} = 0,6 \cdot f_{c28}$  (7.30)

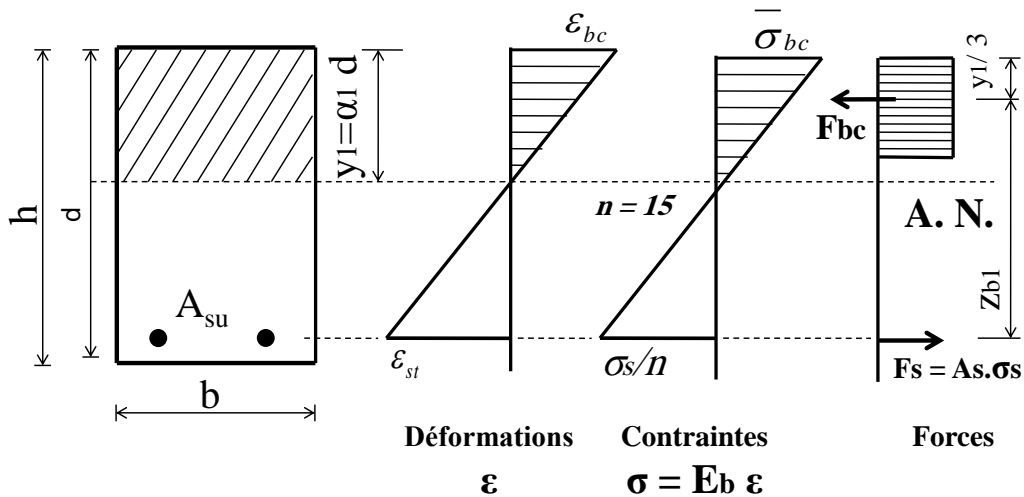


Figure 7.16 Dimensionnement à l'ELS

Les équations d'équilibre sont les suivantes:

1. Equilibres des forces :  $\sum F = 0$  (7.31)

On a 2 forces internes et aucune force externe normale puisque l'on est en flexion simple.

Donc, en utilisant le diagramme triangle:

$$F_{bc} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot y_1 \cdot \bar{\sigma}_{bc} = A_s \cdot \sigma_s \quad (7.32)$$

2. Equilibre des moments :  $\sum M = 0$  (7.33)

On a 1 moment externe  $M_s$  et les 2 forces internes engendrées par la section du béton comprimé et la section de l'acier tendue.

En écrivant l'équilibre au niveau des aciers tendues, ce qui permet d'éliminer une inconnue  $A_s$ , on trouve:

$$M_s = F_{bc} \cdot z_b \quad (7.34)$$

Avec  $z_b$  bras de levier de la résultante du béton comprimé par rapport aux aciers tendus:



$$z_b = d - \frac{y_1}{3} \quad (7.35)$$

Connaissant  $M_s$  on peut tirer  $y_1$  de l'équation (7.34) ce qui permet de calculer:

$$\sigma_s = 15 \cdot \sigma_{bc} \cdot \frac{d - y_1}{y_1} \quad (7.36)$$

Puis :

$$A_s = \frac{M_s}{z_b \cdot \sigma_s} \quad (7.37)$$

Mais en pratique la considération du « moment réduit limite ultime » rend inutile le calcul de  $A_s$  comme nous allons le voir ci-après.

### 7.5.3 Définition du moment ultime réduit

En principe, il faudrait retenir :

$$A = \max \left\{ \begin{array}{l} A_u \\ A_s \end{array} \right\} \quad (7.38)$$

Mais en pratique les calculs montrent que l'on a  $A_u > A_s$  tant que le moment agissant ultime reste inférieur à une certaine valeur limite  $M_{lu}$  ou obtenue pour  $A_u = A_s$ .

Le dimensionnement aux états limites ultimes s'effectuera donc de la manière suivante :

- Si  $\mu_b \leq \mu_{lb}$  alors on calcule la section d'acier  $A_u$  selon les formules définies en 7.4.
- Si  $\mu_b > \mu_{lb}$  alors on doit :
  1. Soit redimensionner la section béton en modifiant les valeurs de la largeur  $b$  ou de la hauteur  $h$ .
  2. Soit ajouter des aciers comprimés qui équilibre la part du moment fléchissant ultime qui ne peut être repris par le béton seul.

Le moment réduit ultime  $\mu_{lu}$  dépend du rapport  $\gamma = \frac{M_u}{M_s}$  ainsi que des caractéristiques des matériaux acier et béton.

Il existe des tables donnant des valeurs précises de  $\mu_{lu}$ .

On dispose également de formules approchées:

Pour les aciers FeE500 et  $f_{c28} \leq 30$  MPa :

$$10^4 \cdot \mu_{lu} = 3220 \cdot \theta \cdot \gamma + 51 \cdot \frac{f_{c28}}{\theta} - 3100 \quad (7.39)$$

Pour les aciers FeE400 et  $f_{c28} \leq 30$  MPa :

$$10^4 \cdot \mu_{lu} = 3440 \cdot \theta \cdot \gamma + 49 \cdot \frac{f_{c28}}{\theta} - 3050 \quad (7.40)$$

Si  $f_{c28} > 30$  MPa , il faut utiliser les valeurs tirés des tableaux.

Dans une première approximation on peut retenir également:

$$\text{Pour FeE400 : } \mu_{lu} = 0,30 \cdot \theta \quad (7.41)$$

$$\text{Pour FeE500 : } \mu_{lu} = 0,27 \cdot \theta \quad (7.42)$$

## 7.6 Technique de calcul dans le cas où il n'y pas d'acier comprimé

### 7.6.1 Le calcul étape par étape

1. On calcule :  $\mu_b = \frac{M_u}{b \cdot d^2 \cdot F_{bu}}$
2. On trouve la valeur de  $\mu_{lu}$
3. Si  $\mu_b > \mu_{lu}$  il faut prévoir des aciers comprimés
4. Si  $\mu_b \leq \mu_{lu}$  il n'y a pas d'aciers comprimés
  - On calcule  $\alpha_u = 1,25 \cdot (1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \mu_b})$
  - Si  $\alpha_u < 0,259$  on est dans le pivot **A** sinon dans le pivot **B**
  - Le bras de levier est égal à  $z_b = d \cdot (1 - 0,4 \cdot \alpha_u)$
5. Finalement la section d'armature recherchée est égale à :  $A_u = \frac{M_u}{z_b \cdot \sigma_s}$
6. Il faut vérifier que les aciers calculés respectent bien la condition de pourcentage minimum :  
Le pourcentage minimum pour une poutre rectangulaire en flexion simple vaut:

$$A_{\min} = 0,23 \cdot \frac{f_{t28}}{f_e} \cdot b_0 \cdot d$$

## 7.7 Technique de calcul dans le cas où il y a des aciers comprimés

### 7.7.1 Dimensionnement de $A_u$ et $A'_u$

Dans ou le cas où  $\mu_b > \mu_{lu}$ , le béton comprimé équilibre un moment fléchissant égal à:

$$M_{ul} = \mu_{lu} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{bu} \quad (7.43)$$

Et les aciers comprimés équilibrent la différence entre le moment fléchissant  $M_u$  et le moment fléchissant  $M_{ul}$ .

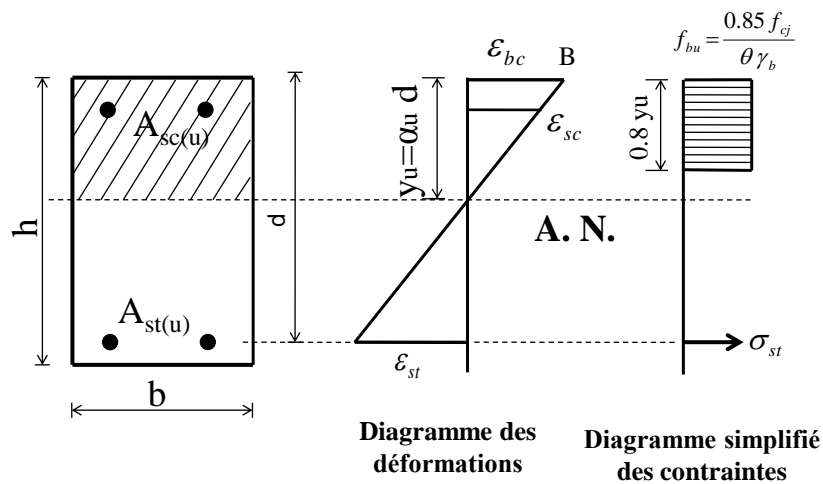


Figure 7.17 Equilibre de la section(1)

Dans ce cas, on peut décomposer la section de la façon suivante:

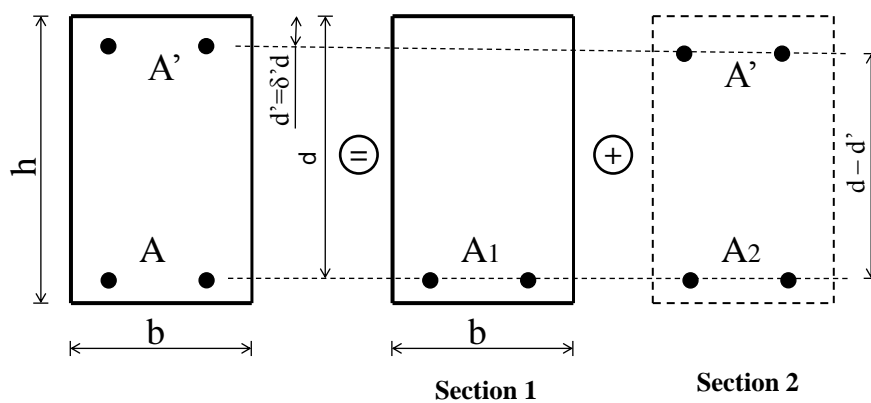


Figure 7.18 Décomposition de la section

Soit une section soumise à un moment total  $M_u$ , cette section peut se décomposer en deux sections:

- une section 1 dans laquelle le béton comprimé et les armatures reprennent un moment  $M_{u1}$  correspondant à la valeur limite du moment réduit:

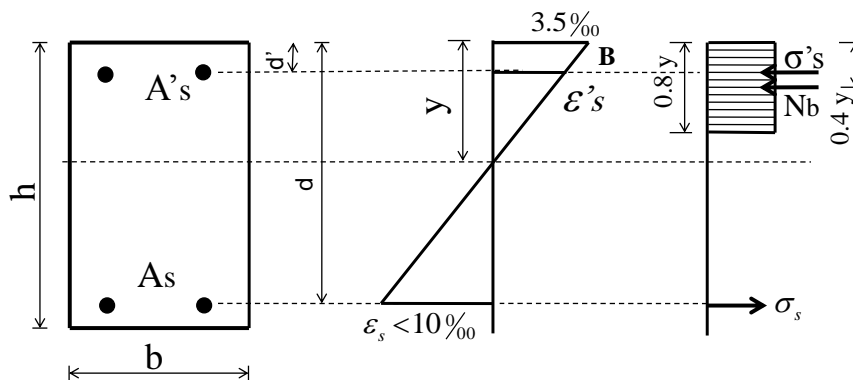
$$M_{u1} = \mu_{lu} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{bu} \quad (7.44)$$

- une section 2 qui équilibre le moment restant, à savoir :  $M_u - M_{u1}$  (7.45)

**ATTENTION**, le règlement stipule que la section 2 ne doit jamais équilibrer plus de 40% du moment total. Cette règle se traduit par l'équation suivante:

$$M_{u2} \leq 0,40 \cdot M_u \text{ à l'ELU} \quad (7.46)$$

L'équilibre d'une telle section se traduit par le schéma suivant:



**Figure 7.19** Equilibre de la section (2)

De la même façon que pour une section sans acier comprimé, pour écrire l'équilibre de la section, il faut mettre en équation deux hypothèses :

- l'équilibre des forces : la somme des forces doit être égale à 0.
- l'équilibre des moments : la somme des moments doit être égale à 0.

Cependant, pour des raisons de simplicité, on peut déterminer cet équilibre en deux phases :

### Equilibre de la section 1:

L'équilibre de la section 1 est un simple équilibre d'une section rectangulaire en flexion simple sans acier comprimé.

La seule nuance est que cette section ne reprend que  $M_{ul}$ .

On peut donc reprendre les formules vues au chapitre précédent et les appliquer à cette section.

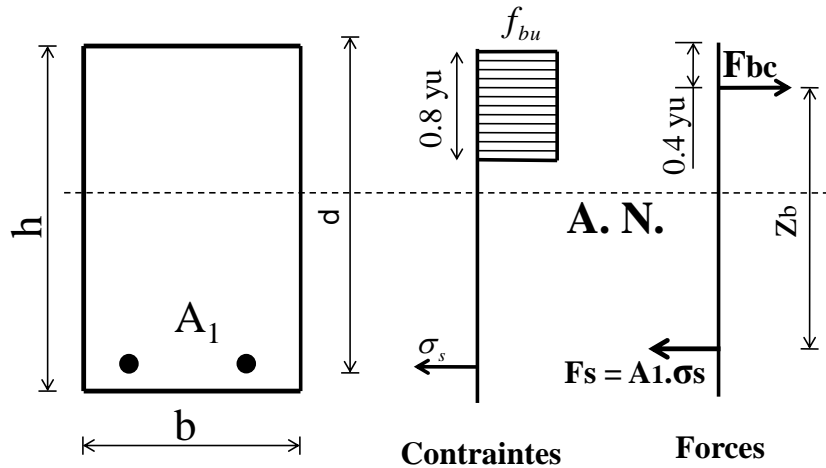


Figure 7.20 Equilibre de la section 1

On obtient donc pour cette section :

- Moment repris :  $M_{ul} = \mu_l \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{bu}$  (7.47)

- valeur de  $\alpha$  :  $\alpha_{lim} = 1,25 \cdot (1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \mu_l})$  (7.48)

- bras de levier  $z_{lim}$  :  $z_{lim} = d \cdot (1 - 0,4 \cdot \alpha_{lim})$  (7.49)

- section d'armatures :  $A_1 = \frac{M_{ul}}{z_{lim} \cdot \sigma_s}$  (7.50)

### Equilibre de la section 2:

L'équilibre de la section 2 est beaucoup plus simple à poser car il n'y a pas de béton à prendre en compte :

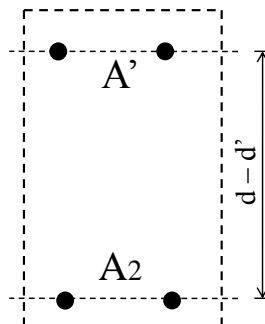


Figure 7.21 Equilibre de la section 2

- Equilibre des forces :  $A_2 \cdot \sigma_s = A' \cdot \sigma_{sc}$  (7.51)

- équilibre des moments/ $A_2$  :  $M_{u2} = A' \cdot (d - d') \cdot \sigma_{sc}$  (7.52)

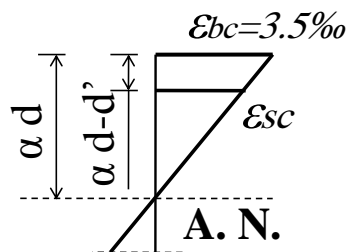
Or on sait que:

$$M_{u2} = M_u - M_{ul} \quad (7.53)$$

On obtient donc:

$$A' = \frac{M_u - M_{ul}}{(d - d') \cdot \sigma_{sc}} \quad (7.54)$$

Il nous faut donc déterminer  $\sigma_{sc}$  avec la formule des triangles semblables :



**Figure 7.22** Détermination de  $\sigma_{sc}$

$$\frac{\varepsilon_{bc}}{\alpha \cdot d} = \frac{\varepsilon_{sc}}{\alpha \cdot d - d'} \quad (7.55)$$

$$\varepsilon_{sc} = \frac{\varepsilon_{bc}}{\alpha \cdot d} \cdot (\alpha \cdot d - d') \quad (7.56)$$

$$\varepsilon_{sc} = \frac{\varepsilon_{bc}}{\alpha \cdot d} \cdot (\alpha \cdot d - d') = \frac{3,5}{1000 \cdot \alpha_1 \cdot d} \cdot (\alpha_1 \cdot d - d') \text{ et } \sigma_s = \varepsilon_{sc} \cdot E_s \quad (7.57)$$

**Remarque :** Si  $\varepsilon_s \geq 10\%$ ,  $\sigma_{sc} = \frac{f_e}{\gamma_s}$

D'après la formule (7.51), on a :

$$A_2 = A' \cdot \frac{\sigma_{sc}}{\sigma_e} \quad (7.58)$$

$\sigma_{sc}$  est appelée contrainte équivalente des aciers comprimés.

Pour des valeurs de  $f_{c28}$  inférieures à **35 MPa**, on peut également utiliser les formules suivantes pour déterminer  $\sigma_{sc}$  :

$$\sigma_{scc} = 0,9 \cdot \gamma \cdot f_{c28} - \delta' \cdot (13 \cdot f_{c28} + 415) \cdot K \leq \frac{f_e}{\gamma_s} \quad (7.59)$$

Avec :

$$\delta' = \frac{d'}{d} \text{ et } K = \begin{cases} 1,00 & \text{si } \theta = 1 \\ 1,02 & \text{si } \theta = 0,9 \\ 1,04 & \text{si } \theta = 0,85 \end{cases} \quad (7.60)$$

### **Equilibre totale de la section**

En partie inférieure, la section d'aciers tendus est égale à:  $A_u = A_1 + A_2$  (7.61)

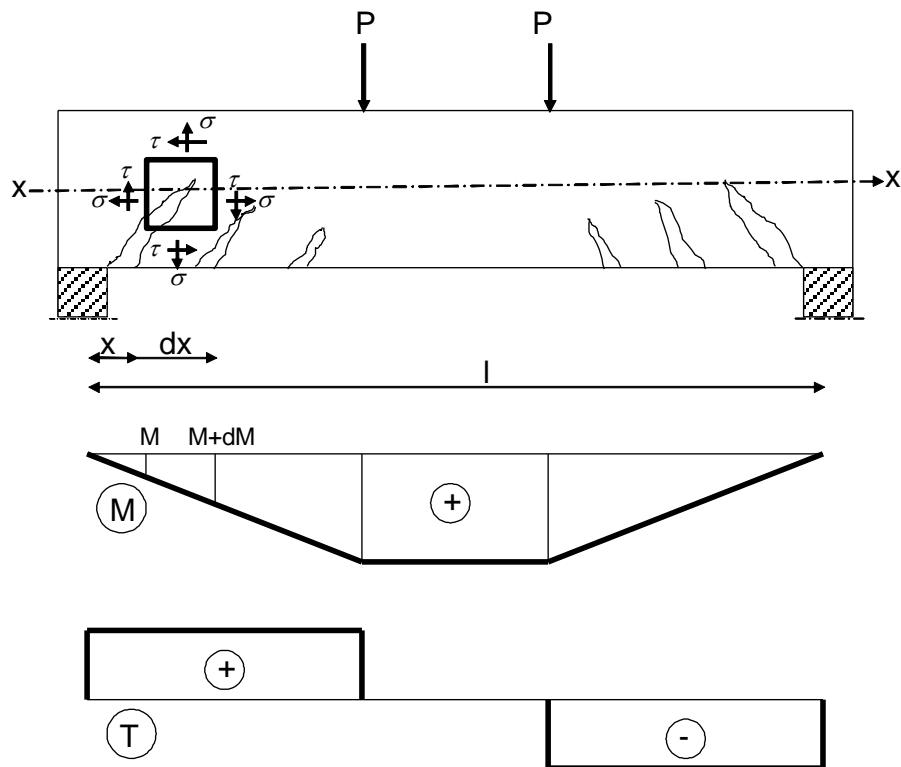
En partie supérieure, la section d'aciers comprimés est égale à:  $A'_u = A_2$  (7.62)

## Chapitre VIII

### Calcul des éléments fléchés aux efforts tranchants

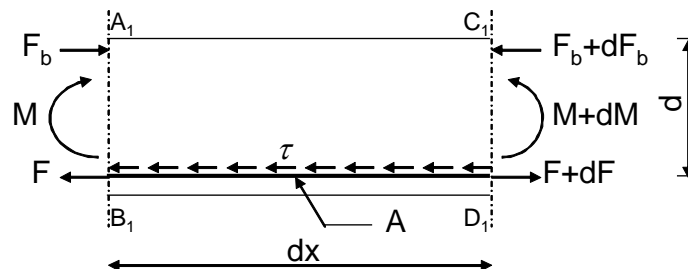
#### 8.1 Fissures provoquées par l'effort tranchant

Dans une poutre sollicitée en flexion simple, l'effort tranchant  $V$  tend à faire glisser la partie de la poutre située à gauche d'une section quelconque par rapport à la partie située à droite de cette section (Figure 8.1), c'est le glissement transversal. Il en résulte des contraintes de cisaillement  $\tau$  (Contraintes tangentes).



**Figure 8.1** Fissures provoquées par l'effort tranchant

Etudions une partie de la poutre:



**Figure 8.2** Contrainte de cisaillement  $\tau$

$M$  : Moment de flexion dans la section  $A_1B_1$



$M + dM$  : Moment de flexion dans la section  $C_1D_1$

$d$  : Hauteur utile

$z$  : Bras de levier

$b$  : La largeur de la poutre.

Nous avons :

$$F = \frac{M}{z} \quad (8.1)$$

$$F + dF = \frac{M + dM}{z} \quad (8.2)$$

$$C F + dF - F = \frac{M + dM}{z} - \frac{M}{z} \quad (8.3)$$

$$dF = \frac{dM}{z} \quad (8.4)$$

Donc il existe un effort de glissement  $dF$ , et par conséquent une contrainte tangente donnée par :

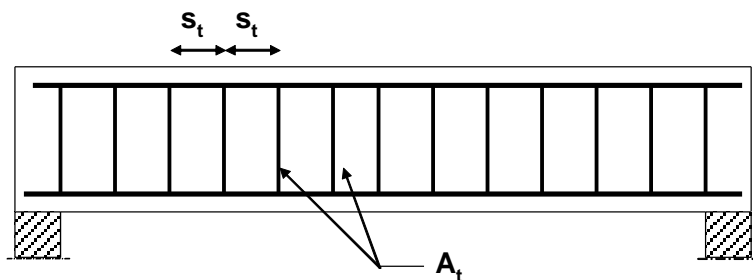
$$\tau = \frac{dF}{b \cdot dx} = \frac{dM}{dx \cdot b \cdot z} = \frac{V}{b \cdot z} \quad (8.5)$$

A l'état limite ultime :

$$\tau_u = \frac{V_u}{b \cdot d} \quad (8.6)$$

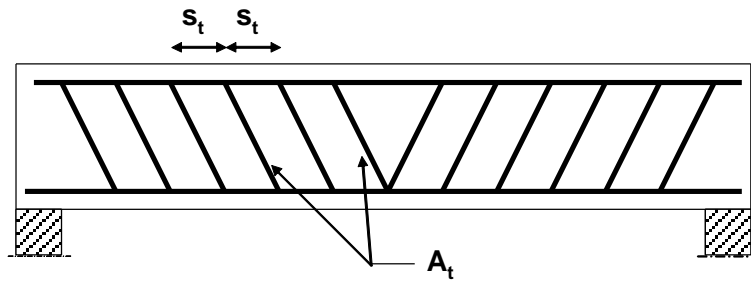
Pour résister à la formation des fissures et pour éviter les ruptures, on utilise le ferrailage suivant :

- Des armatures perpendiculaires à la ligne moyenne de la poutre dites armatures droites (Cadres et treillis);



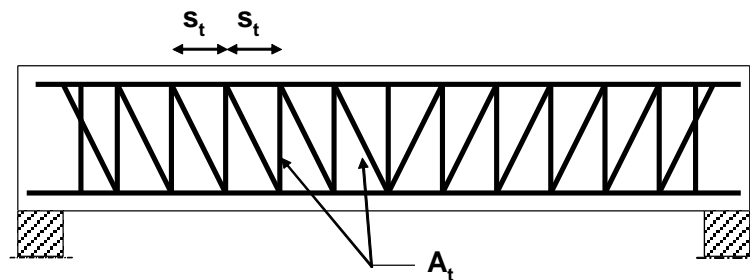
**Figure 8.3** Cadres verticaux

- Des armatures inclinées d'un angle  $\alpha$  ( $\alpha = 45^\circ$  à  $90^\circ$ );



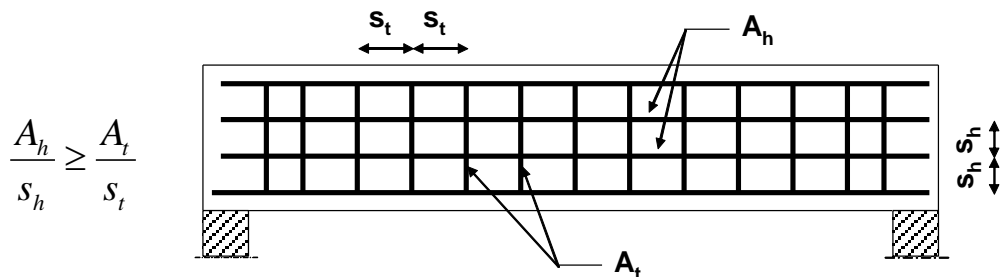
**Figure 8.4** Cadres inclinés

- Des armatures droites associées à des armatures inclinées;



**Figure 8.5** Cadres verticaux et inclinés

- Des armatures droites associées aux armatures parallèles à l'axe de la poutre (L'armature horizontale doit être uniformément répartie sur la hauteur de la poutre).



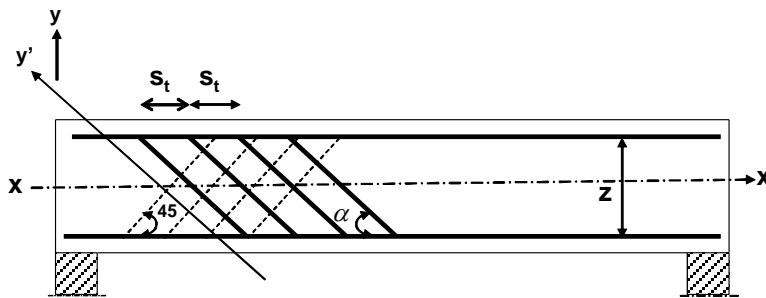
**Figure 8.6** Cadres verticaux avec armature horizontale

Le tableau 8.1 donne la valeur de la contrainte tangentielle ultime  $\tau_u$  en fonction de la qualité du béton.

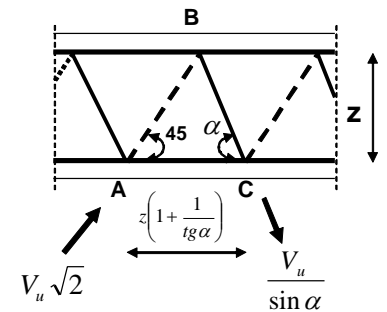
$f_{c28}$ (MPa)	Fissuration préjudiciable ou très préjudiciable	Fissuration peu nuisible	
		Armatures droites ou armatures droites associées à des barres relevées	Armatures inclinées a 45° ou armatures droites associées à des barres horizontales
16	1,60	2,08	2,88
20	2,00	2,60	3,60
25	2,50	3,25	4,50
30	3,00	3,90	5,40
35	3,00	4,00	5,50
40	3,00	4,00	5,50

**Tableau 8.1** Contraintes tangentielles ultimes

## 8.2 Calcul des armatures transversales



**Figure 8.7** Couture des fissures



**Figure 8.8** Efforts dans les bielles

$$\sum F / y' = 0 \quad (8.7)$$

$$\frac{V_u}{\sin \alpha} = \frac{A_t \cdot f_e}{\gamma_s} \cdot \frac{z \left( 1 + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \right)}{s_t} = \frac{A_t}{s_t} \cdot \frac{f_e}{\gamma_s} \cdot z \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha) \quad (8.8)$$

$$\frac{A_t}{s_t} = \frac{V}{\frac{f_e}{\gamma_s} \cdot z \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha)} \quad (8.9)$$

$$V_u = \tau_u \cdot b \cdot d \quad (8.10)$$

$$\frac{A_t}{s_t} = \frac{\tau_u}{\frac{f_e}{\gamma_s} \cdot \frac{z}{b.d} \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha)} \quad (8.11)$$

On suppose que :

$$z \cong 0,9.d, \gamma_s = 1,15 \quad (8.12)$$

Alors :

$$\frac{z}{b.d.\gamma_s} = \frac{0,9.d}{b.d.1,15} = \frac{0,8}{b} \quad (8.13)$$

Finalement :

$$\frac{A_t}{s_t} = \frac{\tau_u - 0,3.k.f_{ij}}{0,8 \cdot \frac{f_e}{b} \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha)} \quad (8.14)$$

Avec :

$f_{ij}$  bornée supérieurement à 3,3 MPa.

$$k = \begin{cases} 0 & \text{si reprise de bétonnage sans indentation s,} \\ 0 & \text{si fissuration très préjudiciable,} \\ 1 & \text{si surface de reprise à indentation s de saillie } \geq 5 \text{ mm,} \\ 1 & \text{en flexion simple,} \\ 1 + 3 \cdot \frac{N_u}{B \cdot f_{c28}} & \text{en flexion composée avec compression,} \\ 1 - 10 \cdot \frac{|N_u|}{B \cdot f_{c28}} & \text{en flexion composée avec traction.} \end{cases} \quad (8.15)$$

## 8.3 Cas particuliers des calculs

### 8.3.1 Armature droite ( $\alpha = 90^\circ$ )

$$\sin \alpha = 1, \cos \alpha = 0$$

$$\text{Alors : } \frac{A_t}{s_t} = \frac{\tau_u - 0,3.k.f_{ij}}{0,8 \cdot \frac{f_e}{b}} \quad (8.16)$$

Habituellement on adopte le diamètre de l'armature transversale et on détermine l'écartement  $s_t$  :

$$s_t \leq \frac{0,8.A_t.f_e}{b.(\tau - 0,3.k.f_{ij})} \quad (8.17)$$

### 8.3.2 Cas des dalles ( $b \gg h$ )

L'armature transversale n'est pas nécessaire si:

- La dalle est bétonnée sans reprise de bétonnage sur toute son épaisseur;
- Les contraintes tangentielles  $\tau_u \leq 0,05.f_{c28}$  MPa;

Si l'armature transversale est nécessaire, il faut appliquer les formules générales, mais la valeur de  $\tau_{u,max}$  doit être multipliée par le coefficient  $\frac{10.h}{3}$  si  $0,15 < h < 30$  cm, et par le coefficient 1 si  $h \geq 30$  cm.

Il faut comparer  $\tau_u = \frac{V}{b.d}$  avec  $\tau_{max}$  du tableau.

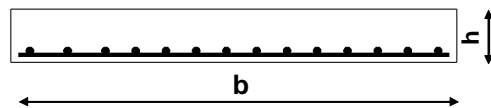


Figure 8.9 Absence de ferrailage transversal ( $b \gg h$ )

## 8.4 Exigences constructives et dispositions pratiques des armatures transversales

### 8.4.1 Diamètre de l'armature transversale

$$\phi_{t,max} = \min \begin{cases} \frac{h}{35} \\ \phi_{long} \\ \frac{b_0}{10} \end{cases} \quad (8.18)$$

Où :

$h$  : Hauteur totale de la poutre;

$\phi_{long}$  : Diamètre des armatures longitudinales;

$b_0$  : Largeur de l'âme.

Mais on pratique on adopte:

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_t = \frac{\phi_{long.}}{3} \\ et \\ \phi_t \leq 12mm \end{array} \right. \quad (8.19)$$

#### 8.4.2 Ecartement $s_t$

$$a. s_t \leq \min \left\{ \begin{array}{l} 0,9.d \\ 40 \text{ cm} \\ 12.\phi'_{long} \text{ si } A' \neq 0 \text{ r\u00e9alis\u00e9e avec des aciers de diam\u00e8tre } \phi'_t. \end{array} \right. \quad (8.20)$$

b. Pour \u00e9viter les fissures entre les cadres, on doit satisfaire \u00e0 la condition :

$$s_{t,max} \leq \left\{ \begin{array}{l} \frac{2.A_t.f_e}{b.\tau_u.\sin \alpha} \\ \frac{A_t.f_e}{0,4.b.\sin \alpha} \end{array} \right. \quad f_e \text{ et } \tau_u \text{ en MPa.} \quad (8.21)$$

c. On peut \u00e9viter le ferrailage transversal dans la moiti\u00e9 centrale  $l_h$  pour les poutres secondaires (Poutrelles) des planchers ou pour les nervures de plancher \u00e0 nervures crois\u00e9es si on respecte simultan\u00e9ment les conditions suivantes:

$$\left\{ \begin{array}{l} h \leq 40cm \\ \tau_u \leq 0,025.f_{c28} \end{array} \right. \quad h : \text{ hauteur totale des nervures ou des poutrelles}$$

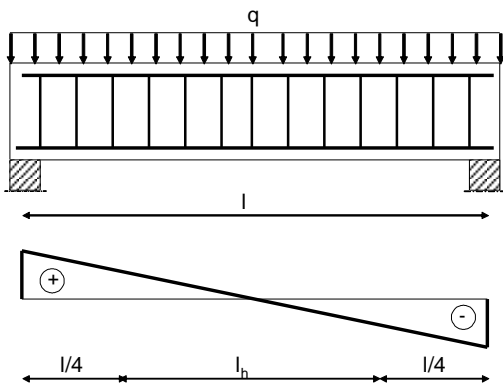


Figure 8.10 Cas des poutrelles

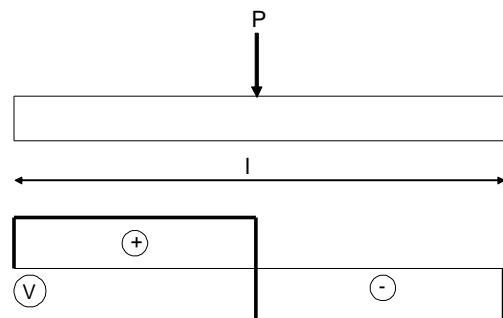
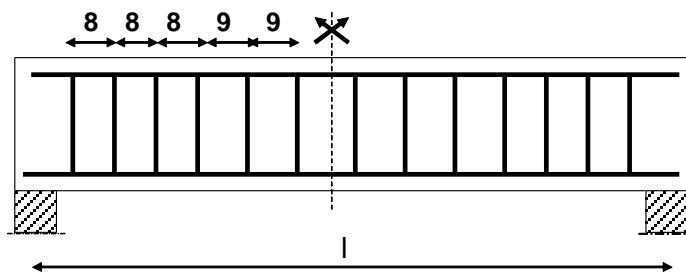


Figure 8.11 Cas des nervures crois\u00e9es

Dans les autres cas on doit répartir les armatures transversales d'après la méthode de **Caquot**:

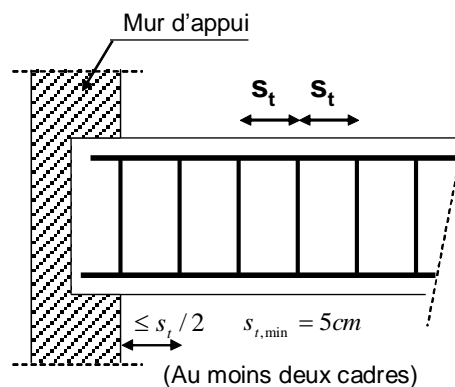
- On considère la suite des nombres : 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 16, 20, 25, 35 et 65;
- On calcul l'écartement minimal initial  $s_{t,init}$  ;
- On place autant de fois cette écartement qu'il y a de mètre dans la demi portée;
- On prend le même nombre de fois des écartements suivant, jusqu'à la demi portée et après symétriquement;
- L'écartement maximal possible ne doit pas dépasser  $s_{t,max}$  .

Exemple : Soit d'après les calcul  $e = 8$  cm.



**Figure 8.12** Méthode de Caquot

**d.**

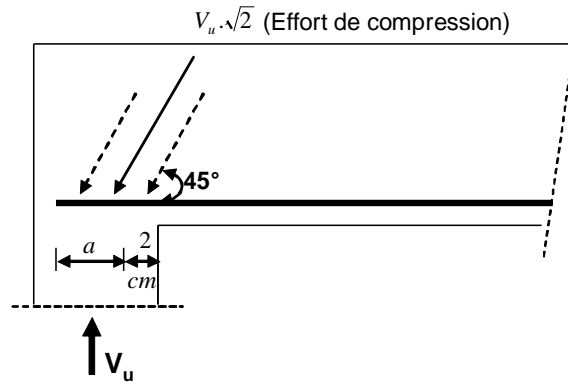


**Figure 8.13** Espacement au niveau de l'appui

**e.** A cause de l'existence de l'effort de compression, il faut assurer la surface nécessaire de l'appui.

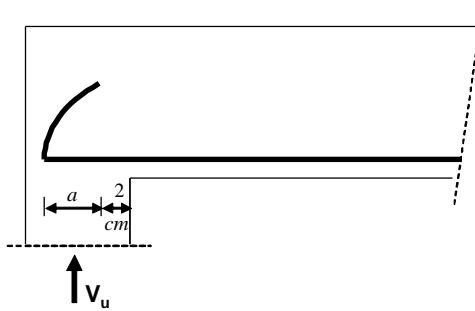
$$\blacksquare \quad a \geq \frac{V}{0,267 \cdot b \cdot f_{c28}} \quad (8.22)$$

Il faut vérifier les dimensions du poteau ( $a = ?$ ) pour que la poutre s'appuie sans problème.



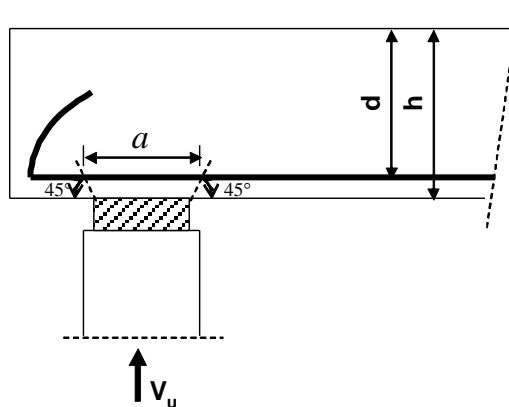
**Figure 8.14** Largeur de l'appui, cas 1

- $$a \geq \frac{V}{0,267 \cdot b \cdot f_{c28}} \quad (8.23)$$



**Figure 15** Largeur de l'appui, cas 2

- $$\begin{cases} a = a' + (h - d) \\ a' = a - (h - d) \end{cases} \quad (8.24)$$



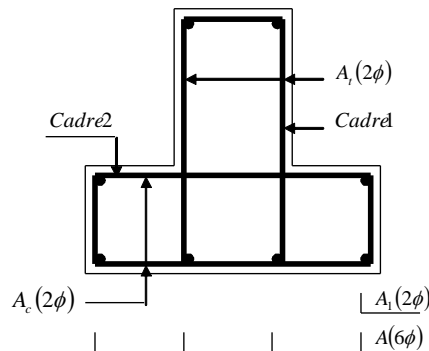
**Figure 8.16** Largeur de l'appui, cas 3



**f. Poutre à talon.**

Soit  $A_c$  la section de l'armature du cadre N°2,

$$\frac{A_c}{s_t} \cdot f_e \geq \gamma_s \cdot \frac{V_u}{0,9 \cdot d} \cdot \frac{A_t}{A} \quad (8.25)$$



**Figure 8.17** Cas d'une poutre à talon

## Bibliographie

- [1] Calcul des ouvrages en béton armé suivant les règles BAEL 80, Théorie et application, Pierre Charon, E. Eyrolles, 1983.
- [2] Documents techniques réglementaires, DTR B.C.2.2, Charges permanentes et charges d'exploitation, Centre National de Recherche appliquée en Génie Parasismique CGS, 1988.
- [3] M. Belazoughi, Le béton armé aux états limites, Théorie et application, Office des publications universitaires, 12 - 89.
- [4] Cours de béton armé, BAEL91, Calcul des éléments simples et des structures de bâtiments, J.P. Mougine, Edition Eyrolles, 1992.
- [5] Maîtrise du BAEL91 et des DTU associés, J. Perchat et J. Roux, Edition Eyrolles, 1994.
- [6] Béton Armé, BAEL91 et DTU associés, J.P. Mougine. Edition Eyrolles, 1995.
- [7] Cours de béton armé B.A.E.L.91, Calcul des éléments simples et des structures en béton armé, JEAN Pierre mougine, Edition Eyrolles, 1997.