

7/621.790

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université 8Mai 1945 – Guelma
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Electrotechnique et Automatique



Domaine : Sciences et Technologie
Filière : Electrotechnique
Spécialité : Réseaux Electriques

**Mémoire de fin d'études
Pour l'obtention du diplôme de master académique**

**Etude de l'hystérésis magnétique par le modèle de
Jiles-Atherton**

Présenté par :

HANANI SAMIRA

Sous la direction de :

Dr :LADJIMI ABD AL AZIZ

Maï 2013



13/2954



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Remerciements:

Je voudrais tout d'abord exprimer ma profonde reconnaissance à Dr : LADJIMI ABD ALAZIZ mon encadreur, qui a dirigé mon travail ; Ses conseils et ses commentaires précieux m'ont permis de surmonter mes difficultés et de progresser dans mes études.

Et nous tenons également à adresser notre remerciements le président et les membres du jury d'avoir accepte lire et critique notre travail

Enfin, je voudrais adresser mes remerciements à Monsieur le chef de département. Qui m'a beaucoup aidé pour mener cette étude.

Sommaire

Introduction générale.....	01
Chapitre I : Généralités sur les matériaux magnétique	
1. Introduction	03
1.1. Les matériaux magnétiques	03
1.1.1. Une origine microscopique	03
1.1.2. A l'échelle macroscopique.....	04
a. Vue de l'extérieur.....	04
b. Vue de l'intérieur.....	05
1.2. Processus d'aimantation.....	09
1.2.1. Pour les faibles valeurs de l'excitation.....	09
1.2.2. Pour les valeurs intermédiaires de l'excitation.....	10
1.2.3. Pour les fortes valeurs de l'excitation.....	10
1.2.4. Branche descendante du cycle majeur	11
1.3. Classification des matériaux ferromagnétiques.....	12
1.3.1. Matériaux ferromagnétiques doux	12
1.3.2. Matériaux ferromagnétiques durs.....	13
1.4. Pertes magnétiques.....	13
1.4.1 : Pertes par hystérésis.....	13
1.4.2 Pertes par courant induit.....	13
1.5. Comportement thermique du phénomène d'hystérésis.....	14
1.5.1 Température de Curie.....	15
Conclusion.....	16

Chapitre II : Etude des modèles statique d'hystérésis et mise en œuvre de modèle de J-A

2. Introduction.....	16
2.1. Les modèles analytiques.....	16
2.1.1. Le modèle polynomial.....	16
2.1.2. Le modèle fractionnel.....	17
2.1.3. Le modèle d'hystérésis de Frôlich.....	18
2.1.4. Le modèle à fonctions multiples.....	20
2.1.5. Le modèle de Potter.....	22
2.2. Les modèles phénoménologiques.....	23

2.2.1. Modèle de Preisach.....	23
2.2.1.1. Définition du modèle.....	23
2.2.1.2. Interprétation géométrique.....	24
2.2.1.3. Représentation équivalente.....	25
2.2.1.4. Principe du modèle.....	26
2.2.1.5. Propriétés du modèle.....	28
2.2.1.6. Détermination de la fonction de distribution $\rho(\alpha,\beta)$	30
2.3. Les modèles physiques.....	30
2.3.1. Modèle de Jiles-Atherton.....	30
2.3.1.1 Définition.....	30
a. L'aimantation an hystérétique.....	30
b. L'aimantation.....	31
c. Equation du modèle de Jiles-Atherton.....	32
2.3.2. Détermination des paramètres du modèle de Jiles-Atherton.....	33
2.3.2.1 Détermination de M_s	33
2.3.2.2. Détermination de c	33
2.3.2.3. Relation entre a et α	33
2.3.2.4. Détermination du paramètre α	34
2.3.2.5. Détermination du paramètre k	34
2.3.2.6. Relation entre les paramètres de Jiles-Atherton et le point de saturation.....	34
2.3.3. Mise en œuvre d'un algorithme des paramètres α, a, c et k	35
2.3.4. Simulation numérique de l'hystérésis par le modèle de Jiles-Atherton.....	36
2.3.4.1. Validation du programme.....	38
2.3.4.2. Excitations non sinusoïdale.....	38
2.3.4.3. Génération des cycles mineurs.....	39
2.3.4.4. Pertes par hystérésis.....	40
Conclusion.....	41
 Chapitre III : Mise en œuvre du modèle dynamique de J-A	
3. Introduction.....	42
3.1. Modèle dynamique de hodgdon.....	42
3.2. Modèle de preisach dynamique.....	44

3.2.1. Théorie de Bertotti.....	44
3.2.2. Introduction du modèle dynamique de Preisach.....	45
3.3. Modèle de preisach paramètre.....	46
3.4. Modèle dynamique de Jiles-Atherton.....	47
3.4.1. Implémentation du modèle dynamique de Jiles Atherton.....	49
3.4.1.1. Résolution numérique du modèle dynamique de Jiles Atherton.....	49
3.4.1.2 Calcul des paramètres du modèle.....	49
3.4.2. Résultats de simulation.....	51
Conclusion.....	52
Conclusion générale.....	53

Introduction générale :

Les matériaux magnétiques ont des propriétés qui sont exploitées dans de nombreuses applications techniques. Ils sont présents par exemple, en électrotechnique, dans les moteurs ou les transformateurs électriques. Massifs ou découpés en tôle, ils canalisent alors le flux magnétique. Ils ont une mémoire et dans d'autres applications, conditionnées en fines couches, ils sont employés en tant que support d'enregistrement.

Pour la maîtrise des matériaux magnétiques, les recherches s'orientent ces dernières années vers le développement de modèles caractérisant le cycle d'hystérésis qui est la propriété la plus remarquable dans ces matériaux, modèles pour la quantification des pertes d'énergie dans ces matériaux pendant leur fonctionnement, et nouveaux matériaux plus performants.

La modélisation de l'hystérésis magnétique ouvre le chemin à l'implantation du comportement hystérétique des matériaux magnétiques dans l'analyse numérique des champs magnétiques non linéaires souvent rencontrés dans les problèmes et les applications de l'ingénierie. Actuellement, plusieurs modèles sont utilisés tels que le modèle de Preisach, le modèle de Stoner-Wohlfarth, le Modèle de Jiles-Aterton... etc.

La modélisation des pertes magnétiques permet la prédiction et la quantification de ces pertes pendant le fonctionnement des dispositifs électromagnétiques tels que les machines électriques, et par conséquent ouvre la voie à une amélioration des performances et du rendement des machines en utilisant des matériaux performants caractérisés par des pertes faibles.

Dans ce travail, deux principaux objectifs étaient fixés à savoir :

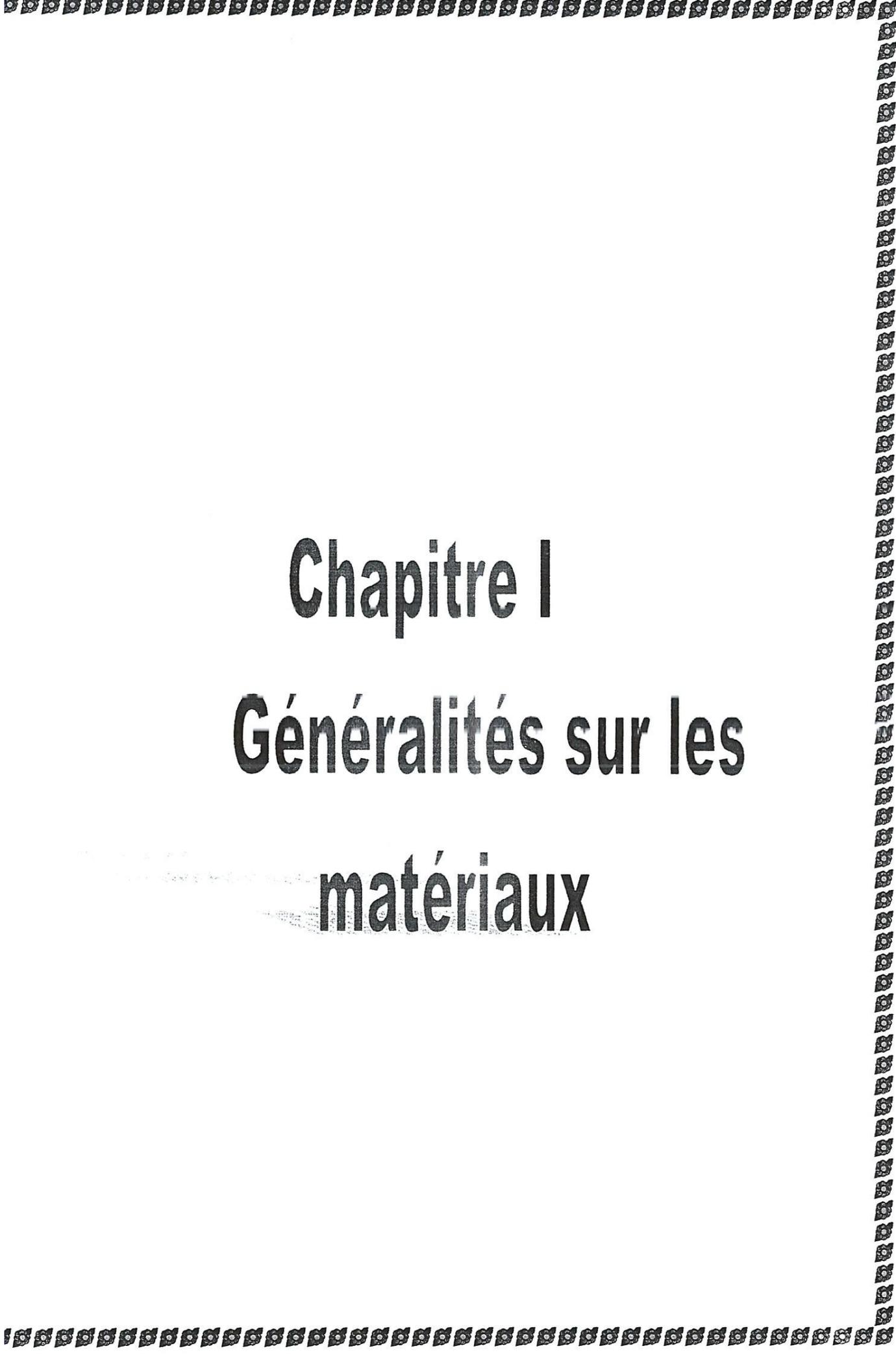
- ✦ Recherche bibliographique sur les matériaux magnétiques et leurs caractérisations, et la modélisation de l'hystérésis magnétique.
- ✦ Modélisation et simulation de L'hystérésis magnétique en régime statique et en régime dynamique.

Pour obtenir aux objectifs de ce travail, notre mémoire sera structuré en trois chapitres comme suit :

Le premier chapitre donne un aperçu sur les phénomènes d'aimantation dans les matériaux ferromagnétiques.

Le deuxième chapitre, sera consacré à la modélisation de l'hystérésis magnétique. Il présentera en premier lieu un rappel historique sur les résultats de recherches pour le développement des modèles de l'hystérésis. Ensuite, on pensera à la présentation de trois types de modèles statiques; les modèles de type analytique, le modèle type phénoménologique et le modèle physique de Jiles-Atherton, ce dernier sera présenté de façon détaillée.

Dans le troisième chapitre, nous aborderons la présentation des modèles dynamiques d'hystérésis et la mise en œuvre du modèle de Jiles-Atherton dynamique.



Chapitre I

Généralités sur les

matériaux

1. Introduction :

Dans ce chapitre, on s'intéresse aux aspects physiques du phénomène d'hystérésis. On va tenter de comprendre ce qui fait qu'un matériau s'aimante de manière aussi particulière. Par la suite, lors de la modélisation, on fera appel à des notions développées dans cette partie.

La partie description du phénomène est composée de deux sous-parties. Dans la première sous-partie, on tente d'inventorier de manière non exhaustive les matériaux concernés par ce phénomène. Dans la seconde le but est de comprendre ce comportement pour le moins particulier.

Ce chapitre a donc pour objectif de fixer le cadre du travail, de permettre une vision globale du phénomène qui on va traiter par la suite.

1.1. Les matériaux magnétiques :

1.1.1. Une origine microscopique :

Du point de vue microscopique, une tôle est constituée d'atomes ; Ces atomes possèdent un noyau et un certain nombre d'électrons satellites. La charge équivalente de ce noyau est une charge positive, celle des électrons est négative.

Les électrons dotés d'énergie tournent autour du noyau. Cette rotation donne naissance à une force centrifuge qui tend à éloigner les électrons du noyau, mais ils ne peuvent s'en éloigner car la force de Coulomb (liant deux charges électriques) les retient et s'oppose à cette force centrifuge. La rotation des électrons autour du noyau de l'atome signifie le mouvement d'une charge électrique et se traduit par la naissance d'un courant électrique [1-2].

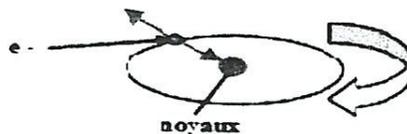


Figure 1.1. Représentation atomique

Ce courant électrique circulant suivant un par cour donne à son tour naissance moment magnétique.



Figure 1.2 moment magnétique orbital

De plus, les électrons possèdent également un mouvement de rotation qui leur est propre et qui donne également naissance à un moment magnétique (cette rotation est appelée spin de l'électron).



Figure 1.3 Mouvement de spin

Pour un électron donné la valeur analytique respective du moment orbital et de spin montre que le moment de spin apparaît comme prépondérant par rapport au moment orbital dans la production du moment résultant.

1.1.2. A l'échelle macroscopique :

a) Vue de l'extérieur :

Qu'est-ce qu'un matériau magnétique ?

Les matériaux magnétiques sont des matériaux qui ont la propriété de présenter un moment d'aimantation sous l'influence d'un champ magnétique d'excitation extérieur. On distingue entre autres :
- Les éléments présentant des couches internes électroniques incomplètes :

Les matériaux ferromagnétiques qui sont des matériaux, entre autres composés de fer de nickel ou de cobalt, et dont la résultante globale des moments magnétiques microscopiques (un par atome, comme on vient de le voir) est différente de zéro. De plus, la direction et le sens de ces moments magnétiques microscopiques sont identiques.

Les matériaux ferrimagnétiques (ou antiferromagnétiques imparfaits) présentent eux aussi un moment magnétique résultant différent de zéro, mais ils se distinguent des ferromagnétiques car le sens des moments magnétiques n'est pas le même pour tous les atomes.

Ces deux types de matériaux, sont les seuls intéressants pour le monde du génie électrique. Ils se distinguent notamment des antiferromagnétiques (moments magnétiques atomiques de même direction, de même norme mais de sens différents; la résultante est nulle) et des paramagnétiques (somme des moments magnétiques équivalente qui vaut zéro).

Les éléments présentant des couches internes électroniques complètes :

Ces matériaux dits «diamagnétiques » ne présentent pas de résultante magnétique, car les moments magnétiques atomiques sont nuls.

Quelle est la différence entre un matériau magnétique doux et un matériau magnétique dur ?

Les matériaux magnétiques ont la propriété de s'aimanter sous l'influence d'un champ d'excitation magnétique H . L'induction locale est la résultante de l'action de la matière aimantée et du champ appliqué (1.1).

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M} \quad (1.1)$$

\vec{H} : Représente le champ magnétique appliqué (μ_0 est la perméabilité du vide).

\vec{M} : Représente l'aimantation locale du matériau (aimantation qui distingue les matériaux magnétiques des autres matériaux).

Un matériau ferromagnétique doux est caractérisé par une perméabilité relative élevée et un champ coercitif faible. On l'utilise notamment comme conducteur de flux pour transmettre une information ou convertir de l'énergie.

La loi (1.1) s'approxime dans ce cas par une loi scalaire $B(H) = \mu(H) H$ représentée classiquement par :

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad (1.2)$$

μ_r : Représente la perméabilité relative du matériau, avec $\mu_r \gg 1$ (Relative par rapport à la perméabilité du vide).

Au contraire, un matériau ferromagnétique dur est caractérisé par une perméabilité relative faible ($\mu_r \approx 1$) et un champ coercitif élevé. Les termes $\mu_0 H$ et $\mu_0 M$ sont alors du même ordre de grandeur, le matériau ferromagnétique dur est une source de flux, ou un aimant.

Une description de la loi d'aimantation a été clairement établie par Ewing en 1885 et appelée « hystérésis ». M n'est pas fonction uniquement de H , mais dépend aussi de tous les états d'aimantation acquis antérieurement.

Dans le plan (H, M) , le point représentatif de l'état du système en régime alternatif décrit une boucle fermée qu'on appelle le « cycle d'hystérésis ».

b. Vue de l'intérieur :

Origine des domaines de Weiss :

L'organisation des atomes pour un matériau obéit au principe général suivant :

« Tout système physique se place, s'il est permis, dans un état correspondant à une énergie minimale ».

L'organisation d'un matériau ferromagnétique monocristallin se constitue en domaines qui correspondent à la minimisation des énergies suivantes :

L'énergie d'échange :

Energie du type microscopique, qui résulte de la mise en commun partielle des trajectoires d'un électron périphérique entre deux atomes voisins. La valeur de cette énergie est égale à l'énergie qu'il faudrait fournir pour rompre cette situation :



Figure 1.4 Mouvement de l'électron commun

Cette énergie d'échange a tendance à aligner les moments magnétiques microscopiques de chaque atome :



Figure 1.5 : Alignement des moment magnétiques

L'énergie d'anisotropie cristalline :

A l'état solide le fer, le cobalt et le nickel (qui sont les principaux éléments des matériaux magnétiques doux) cristallisent respectivement dans les systèmes : cubique centré, hexagonal et cubique faces centrées



Figure 1.6 Structures cristallographiques

Prenons le cas d'un matériau qui cristalliserait selon le système cubique centré. Comme on vient de le voir précédemment les moments magnétiques microscopiques ont

tendance à s'aligner, en raison de l'énergie d'échange qui règne entre les différents atomes, ainsi

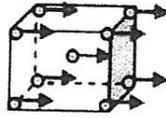


Figure 1.7. Alignement moments magnétiques

La distance entre deux atomes voisins dépend de leur position relative dans le réseau cristallin. L'énergie d'échange sera donc fonction de la direction. Ainsi, il existera des directions d'orientations privilégiées de ces moments. L'énergie d'anisotropie représente l'énergie à fournir pour faire tourner l'ensemble de ces moments dans une direction donnée.

Si l'on excite le matériau avec un champ d'excitation, dont la direction est la suivante :

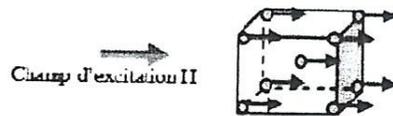


Figure 1.8

Figure 1.8. L'énergie à fournir est faible car la direction du champ d'excitation est la même que celle des moments magnétiques microscopiques.

Par contre, si l'on excite le matériau avec un champ d'excitation, dont la direction est la suivante :

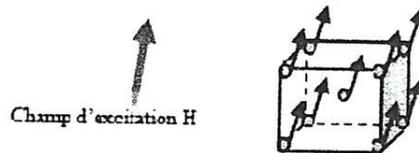


Figure 1.9

Figure 1.9. L'énergie à fournir est importante car la direction du champ d'excitation est différente de celle des moments magnétiques microscopiques.

L'énergie magnéto-élastique :

L'énergie d'échange a pour origine la mise en commun d'un (ou plusieurs) électrons entre deux atomes voisins et pour conséquence l'alignement des moments magnétiques microscopiques de ces deux atomes voisins.

Ainsi, dans une tôle ferromagnétique, en raison de la structure cristalline des atomes, distance entre chaque atome est régulière, la mise en commun d'électrons se fera toujours de façon préférentielle entre les atomes les plus proches physiquement.

Seule une contrainte mécanique peut modifier la distance séparant deux atomes, et par la même la mise en commun d'électrons

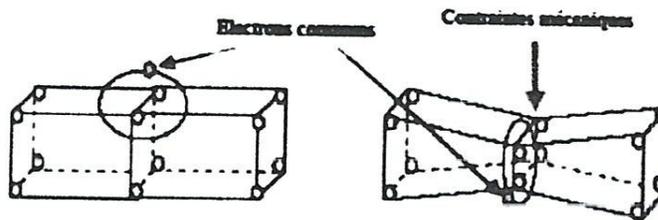


Figure 1.10 Exemple très schématisé de l'influence d'une contrainte mécanique

Le changement de la distance entre atomes modifie l'état d'énergie et l'anisotropie. L'énergie magnéto-élastique correspond à l'énergie mécanique qu'il a fallu fournir au matériau pour modifier les mises en commun d'électrons.

L'énergie magnétostatique :

Cette énergie correspond à l'action sur chaque atome des champs magnétiques créés par tous les atomes voisins (figure 1.11)



Figure 1.11 Illustration énergie magnétostatique

Dans ce premier cas, l'énergie magnétostatique est importante (son influence sur l'atome victime est importante).

Dans ce deuxième cas, l'énergie magnétostatique est pratiquement nulle (elle a donc peu d'influence sur l'atome victime).

1.2. Processus d'aimantation :

On suppose un échantillon de matériau ferromagnétique initialement désaimanté. Ce matériau contient des défauts dans son réseau cristallin. Ces défauts sont par exemple, des dislocations, des inclusions non magnétiques, joints de grains.... Ils vont être pour une bonne part dans la présence du phénomène qui nous intéresse.

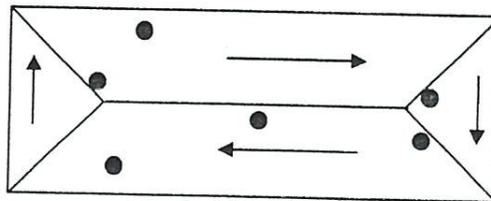


Figure 1.12. Echantillon initialement désaimanté

Lors de l'aimantation de cet échantillon, trois processus différents peuvent se succéder en fonction de la valeur de l'excitation extérieure imposée [3].

1.2.1. Pour les faibles valeurs de l'excitation :

Les domaines dont l'aimantation a une direction proche de celle du champ appliqué, vont croître. Cela se fait au détriment des autres domaines. Pour se faire, les parois vont se déplacer (glisser) jusqu'à rencontrer les défauts du matériau (Figure 1.13).

Ce processus est réversible, tant que les parois ne rencontrent pas d'obstacle. Il n'engendre pas de pertes magnétiques.

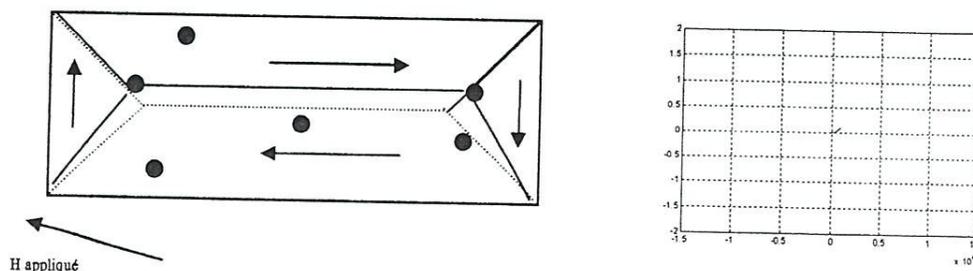


Figure 1.13. Déplacement des parois jusqu'à des zones de blocage

1.2.2. Pour les valeurs intermédiaires de l'excitation (zone fortement non réversible) :

Pour ces valeurs de l'excitation, les parois continuent leur déplacement, afin d'augmenter le volume des domaines dont le moment est correctement orienté par rapport au champ appliqué. Elles commencent par se libérer de leurs points d'ancrage, se déplacent, puis, s'accrochent de nouveau, ..., jusqu'à ce que tout le volume de l'échantillon soit occupé par le domaine dont l'aimantation a le sens le plus proche de l'excitation imposée. C'est dans cette zone que les pertes électromagnétiques sont les plus fortes.

La simple création/disparition de parois (puisque lorsque tout le volume est occupé par le même domaine il n'y a plus de parois) est coûteuse en énergie et irréversible.

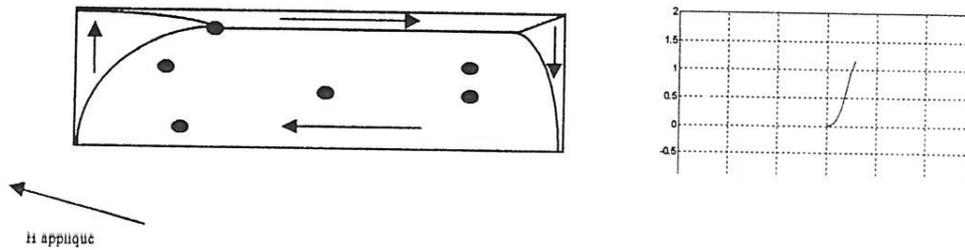


Figure 1.14. Zone d'accrochage/ décrochage de parois

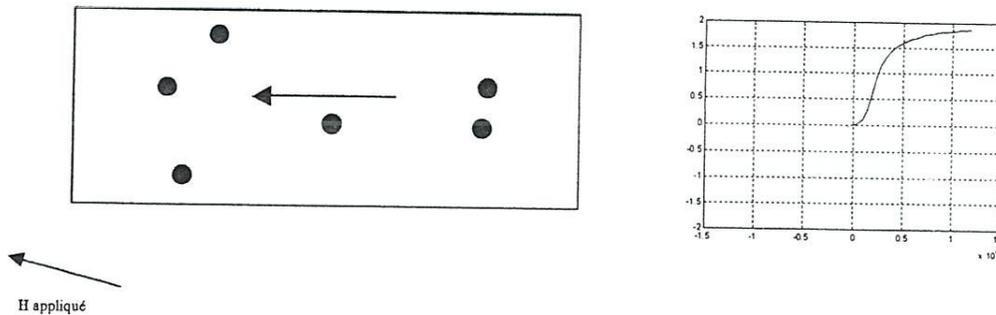


Figure 1.15. Zone de disparition de parois

1.2.3. Pour les fortes valeurs de l'excitation :

Le dernier processus à avoir lieu est réversible, il s'agit de la rotation des moments. Lorsque l'échantillon est monodomaine, l'orientation de son aimantation n'est pas forcément celle de l'excitation appliquée. Afin d'orienter les moments, il faut vaincre l'énergie d'anisotropie cristalline.

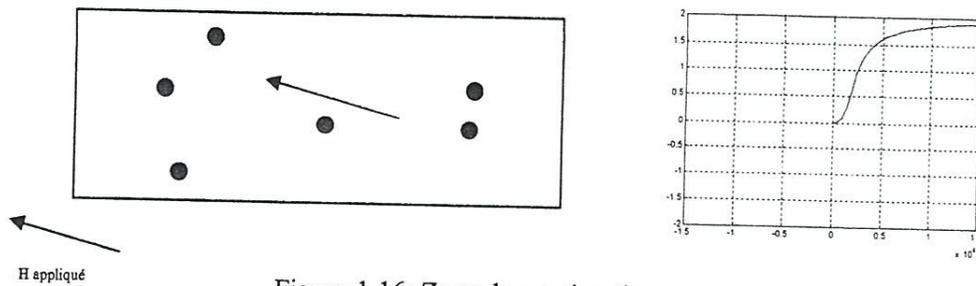


Figure 1.16: Zone de rotation des

Ici on a atteint ce qu'on appelle l'aimantation à saturation de l'échantillon. C'est une caractéristique intrinsèque et fondamentale du matériau. Elle dépend de la température.

Nous avons à ce niveau décrit entièrement la première aimantation. L'échantillon est aimanté, il est dans son état de saturation haute, on peut par décroissance puis inversion de l'excitation décrire la branche descendante du cycle majeur.

1.2.4. Branche descendante du cycle majeur :

A ce stade, apparaît l'irréversibilité du phénomène. En effet, le passage par zéro de l'excitation se fera avec le retour de chacun des moments atomiques dans la direction de leur axe de facile aimantation et la réapparition de domaines. On atteint alors l'aimantation rémanente.

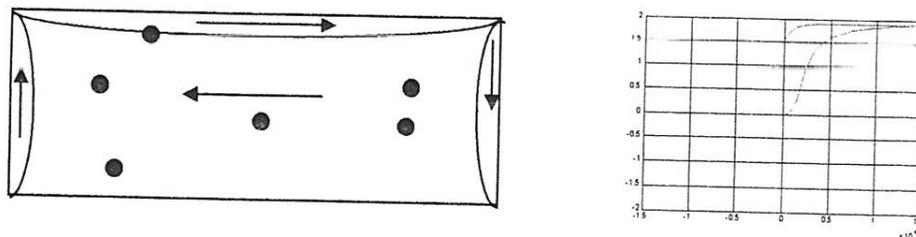


Figure 1.17. Retour au zéro d'excitation

Les étapes suivantes du parcourt du cycle d'hystérésis majeur sont obtenues en imposant une excitation de même direction mais de sens contraire. Ensuite, comme précédemment, les parois vont se déplacer et s'accroche aux défauts, puis se décrocher en avançant de nouveau. La valeur de l'excitation, sur le cycle majeur, pour laquelle l'aimantation passe par zéro est appelée excitation coercitive (notée H_c).

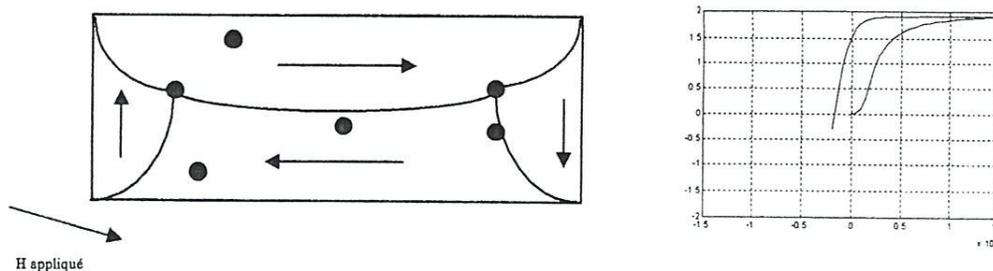


Figure 1.18. Passage par H_c

Les parois se déplacent jusqu'à disparaître de nouveau au profit du domaine de sens opposé à celui de la saturation haute précédemment évoquée.

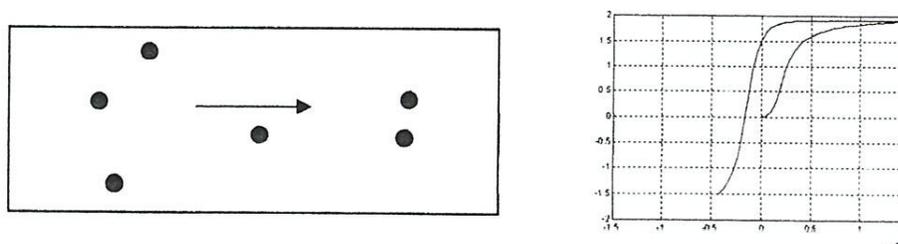


Figure 1.19. Disparition des parois avant saturation basse

Enfin, la dernière étape est de nouveau la rotation des moments. Cette nouvelle étape place l'échantillon dans son état de saturation basse. La branche montante du cycle d'hystérésis se parcourt en partant de cet état de saturation et en augmentant l'excitation. Elle permet de fermer le cycle majeur. Cette branche est parfaitement symétrique par rapport à la branche descendante.

Ce que nous venons de décrire est une représentation simplifiée du rôle joué par les parois dans le processus d'aimantation. Elle permet de se faire une idée assez précise du processus qui génère le comportement hystérétique du matériau.

1.3. Classification des matériaux ferromagnétiques :

L'observation du cycle d'hystérésis permet de regrouper les matériaux ferromagnétiques en deux catégories :

1.3.1. Matériaux ferromagnétiques doux :

B_r plutôt élevée

H_c plutôt faible

Surface du cycle d'hystérésis faible

1.3.2. Matériaux ferromagnétiques durs :

B_r plutôt faible

H_c plutôt élevée

Surface du cycle d'hystérésis élevée

1.4. Pertes magnétiques :

Lorsqu'on soumet un matériau à un champ magnétique, celui-ci emmagasine de l'énergie qu'il ne restitue pas complètement après démagnétisation : le matériau magnétique est donc le siège de pertes magnétique.

Dans la littérature, on décompose les pertes magnétiques en deux types : Les pertes par hystérésis (déplacement de parois) et les pertes par courant de Foucault

1.4.1 : Pertes par hystérésis :

Il apparaît que, lors d'un parcours complet du cycle d'hystérésis, l'énergie fournie au noyau pour H croissant est plus importante que l'énergie récupérée pour H décroissant : cette différence constitue les pertes par hystérésis.

On montre que, sur un cycle complet, l'énergie qui doit fournir le milieu extérieur pour parcourir un cycle d'hystérésis au sein du matériau, vaut par unité de volume (J/m^3) :

$$W = \oint H \cdot dB \quad (1.3)$$

Ce travail, converti en chaleur par le processus d'aimantation, représente les pertes totales volumiques par cycle. On en déduit aussi que, sous l'action d'un champ extérieur périodique de fréquence f , la puissance moyenne totale dissipée (W/m^3) par le processus hystérétique est :

$$P_h = f \oint H dB \quad (1.4)$$

1.4.2 Pertes par courant induit :

Une variation de flux magnétique induit une tension. Par conséquent, lorsqu'on utilise un matériau magnétique conducteur dans une application c, a, dire la variation de flux produits des courants de circulation au sein du matériau, proportionnels à la tension induite. La circulation de ces courants induits non désirés provoque un échauffement et

donc des pertes qu'on appelle alors pertes par courants de Foucault.

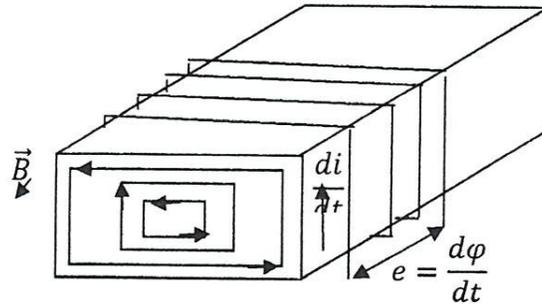


Figure 1.20. Apparition de courants induits dans un matériau magnétique

En régime dynamique, les courants de Foucault produisent un gonflement du cycle d'hystérésis. Sur la figure 1.21, un exemple de comportement dynamique de l'hystérésis est présenté.

Selon Bertotti [4], nous pouvons séparer les pertes totale en trois contributions telles que :

$$P_{moy} = P_h + P_c + P_e \quad (1.5)$$

Où P_h représente les pertes statiques par hystérésis, P_c représente les pertes classiques par courants induits macroscopiques et P_e représente la contribution des pertes par excès qui sont liées au comportement dynamique des parois.

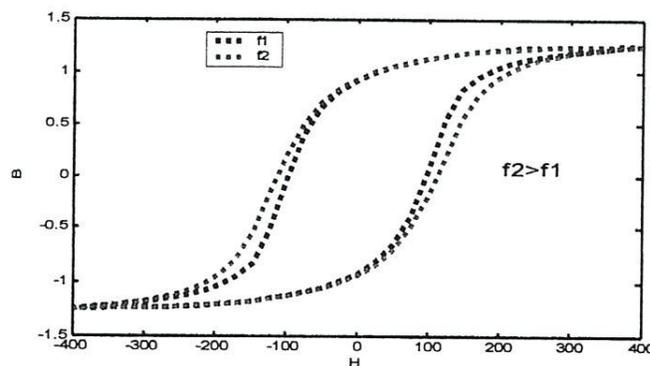


Figure 1.21. Cycle d'hystérésis en régime dynamique.

1.5. Comportement thermique du phénomène d'hystérésis :

La température joue un rôle très important sur les paramètres qui caractérisent les matériaux magnétiques c'est à dire sur le cycle d'hystérésis [5]. La figure 1.13 montre l'évolution de ce dernier en fonction de la température [6]. On remarque qu'il y a une diminution de l'aimantation de saturation M_s , du champ coercitif H_c et de l'induction

rémanente B_r , par conséquent la surface du cycle d'hystérésis.

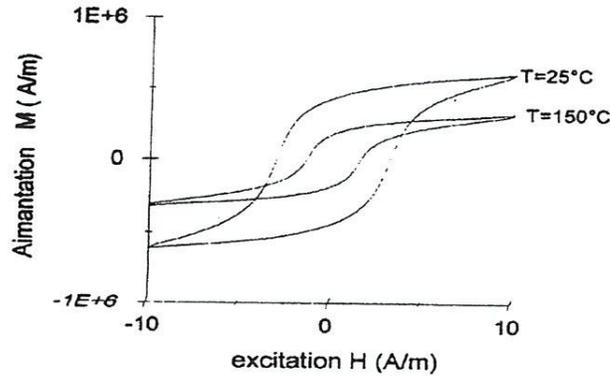


Figure 1.22. Evolution du cycle d'hystérésis en fonction de la température

1.5.1 Température de Curie :

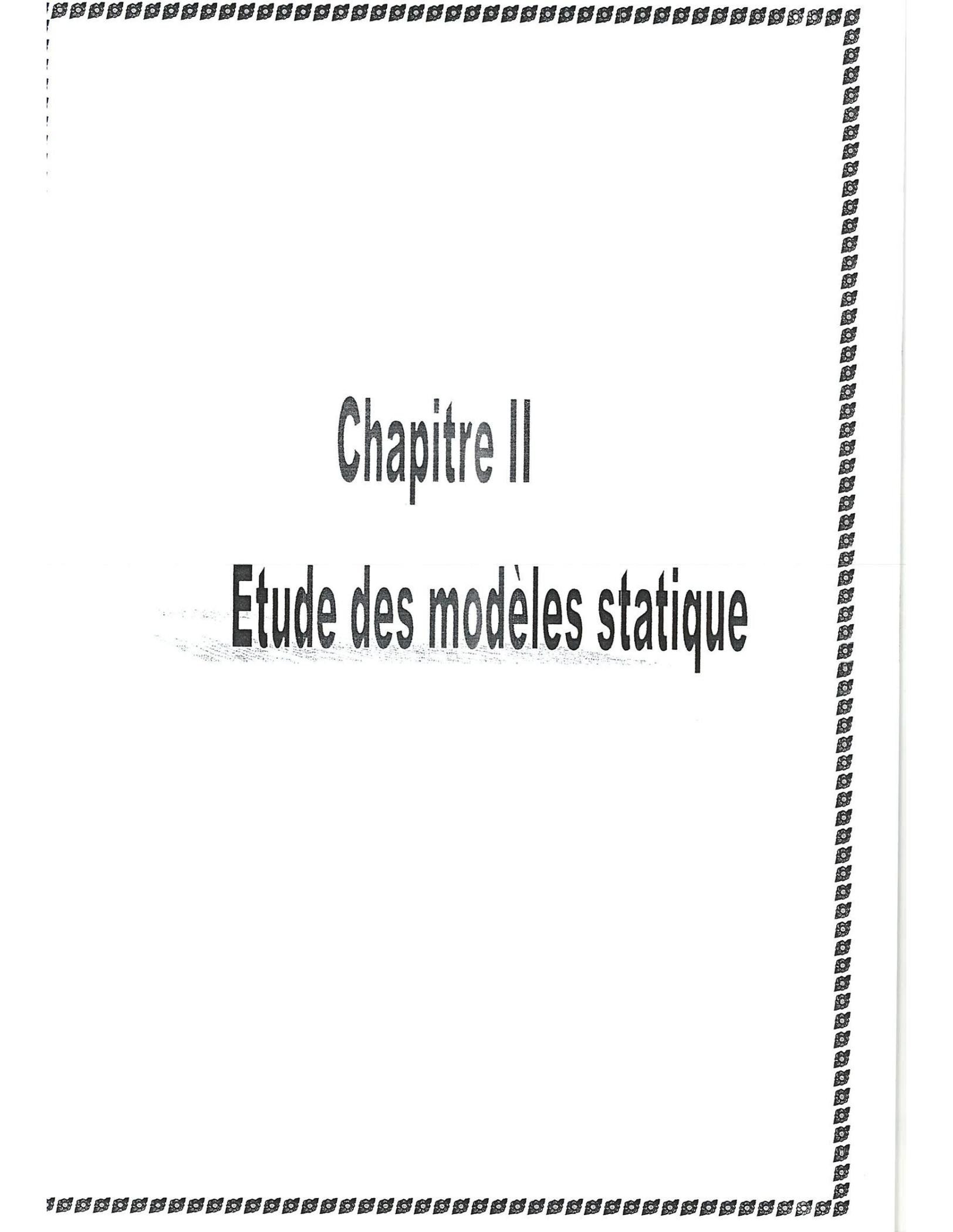
L'aimantation d'un matériau devient nulle à partir d'une certaine valeur de température appelée, température de Curie, dont les valeurs pour différents matériaux sont données sur le tableau 1.1

Tableau 1.1 .Température de Curie

Elément	Fer (Fe)	Cobalt (Co)	Nickel (Ni)	Ferrite (N30)
Température de Curie (°C)	770	1120	360	220

Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons expliqué les origines du phénomène d'hystérésis magnétique, la variété et la complexité des processus conduisant à ce phénomène. Nous avons mis en évidence les différents paramètres qui caractérisent la forme du cycle d'hystérésis magnétique, les énergies mises en jeu, et qui expliquent les pertes par hystérésis. Enfin, nous avons abordé d'une manière succincte les différentes contraintes telles que la fréquence susceptibles d'avoir une influence majeure sur la forme du cycle d'hystérésis et dont il est nécessaire de tenir compte lors d'une éventuelle modélisation.



Chapitre II

Etude des modèles statique

2. Introduction :

Le chapitre précédent a montré que la difficulté de la modélisation de ce phénomène réside dans sa non réversibilité.

Il existe trois approches de modélisation de ce phénomène :

- ✚ Les modèles de type analytiques
- ✚ Les modèles de Preisach.
- ✚ Les modèles de Jiles-Atherton

2.1. Les modèles analytiques :

Les modèles les plus simples pour décrire le comportement non linéaire des matériaux ferromagnétiques sont généralement des modèles analytiques. Ils se caractérisent par la description du phénomène par des formulations purement mathématiques. Ces expressions qui sont définies d'une façon empirique, ne permettent pas de décrire tous les aspects du phénomène d'hystérésis. Des cas particuliers de ce phénomène qui échappent à la règle établie par la fonction analytique du modèle ne peuvent pas être décrits linéairement. En fait, ces modèles ne permettent de développer qu'une relation entre l'induction magnétique B ou l'aimantation M et le champ H sans prendre en compte l'histoire ou l'état d'aimantation initiale du matériau.

2.1.1. Le modèle polynomial :

Pour décrire le comportement magnétique non linéaire des matériaux ferromagnétiques, l'approximation du phénomène par des séries polynomiales a fait l'objet de quelques recherches depuis 50 ans. On peut citer, les travaux de Neumann et Trutt [7] en 1968 et plus récemment ceux de Mayregoyz, Abdel-Kader et Emad en 1984 [8] et Nasar, Xiong et Fu en 1994 [9]. La forme générale décrivant l'induction magnétique \mathbf{B} en fonction du champ \mathbf{H} s'écrit :

$$\mathbf{B} = k \mathbf{H}^{1/n} \quad (2.1)$$

Un matériau est caractérisé par des valeurs particulières de k et n qui peuvent être déterminées à partir de la courbe de première aimantation. Pour des matériaux ferromagnétiques n est défini tel que ($5 \leq n \leq 14$). La figure 2.1 montre l'évolution de

l'induction en fonction du champ pour $k=1$ et pour des valeurs de n évoluant de 7 jusqu'à 10.

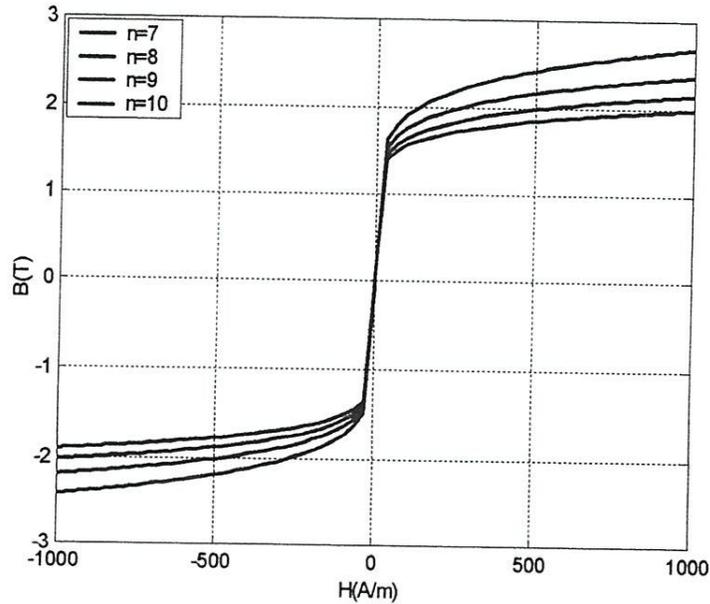


Figure 2.1 · Courbe de première aimantation ($k=1$ et $n=7...10$)

Remarque : Ce type de modèle nous permet de décrire le comportement magnétique non linéaire des matériaux ferromagnétiques ainsi que le phénomène de saturation. Il ne décrit pas le cycle d'hystérésis avec ces branches montantes et descendantes mais seulement la courbe de première aimantation. Il est évident que ce type de modèle ne permet pas de représenter le phénomène avec toutes ses particularités.

2.1.2. Le modèle fractionnel :

Les approximations empiriques des modèles d'hystérésis sont généralement formulées avec des limitations de validité. Certaines ne sont valables que pour des champs faibles, d'autres pour des champs forts. Le modèle de type fractionnel n'échappe pas à ces limitations. En effet, il n'est valable que si les champs appliqués sont au voisinage du champ de saturation. Comme le montre (2.2), le modèle est une approximation du phénomène d'hystérésis en termes fractionnels ($I/H^i, i=i \wedge n$) :

$$B = \mu_0 M_s \left(1 - \frac{a}{H} - \frac{b}{H^2} - \frac{c}{H^3} - \wedge \frac{z}{H^i} \right) + \mu_0 H \quad (2.2)$$

L'association de ce modèle à la loi du comportement du matériau magnétique (1.2), permet de définir l'évolution de l'aimantation \mathbf{M} en fonction du champ sous la forme

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_s(1 - \mathbf{a}/\mathbf{H} - \mathbf{b}/\mathbf{H}^2 - \mathbf{c}/\mathbf{H}^3 - \wedge \mathbf{z}/\mathbf{H}^i) \quad (2.3)$$

Les travaux de Dionne, Weiss et Allen [10] ont permis d'intégrer avec succès dans ce modèle le champ coercitif H_c , le champ d'anisotropie H_k et un champ supplémentaire H_n , d'où une nouvelle formulation du modèle.

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_s(1 - (\mathbf{a}/\mathbf{H} + \mathbf{H}_n \pm \mathbf{H}_c) - \mathbf{b}/(\mathbf{H} + \mathbf{H}_k)^2) - \wedge) \quad (2.4)$$

Les valeurs $\pm H_c$ sont appliquées respectivement sur les branches montante et descendante du cycle d'hystérésis. Les paramètres a et b du modèle sont déterminés aux points $(\mathbf{M}=0, \mathbf{H}=-H_c)$ tel que,

$$\mathbf{M}(\mathbf{H} = -H_c) = M_s \left(1 - \frac{\mathbf{a}}{(\mathbf{H}_n)} - \frac{\mathbf{b}}{(-H_c + \mathbf{H}_k)^2} \right) = 0 \quad (2.5)$$

et $(\mathbf{M} = M_r, \mathbf{H} = 0)$ tel que,

$$\mathbf{M}(\mathbf{H} = 0) = M_s \left(1 - \frac{\mathbf{a}}{(\mathbf{H}_n + \mathbf{H}_c)} - \frac{\mathbf{b}}{(\mathbf{H}_k)^2} \right) = M_r \quad (2.6)$$

Ces paramètres dépendent des aimantations M_s et M_r et du champ coercitif H_c . En précisant les valeurs de (H_c, H_n, H_k) dans un matériau, il est aisé de résoudre le système des équations (2.5) et (2.6) pour déterminer le couple de paramètres (a, b) .

2.1.3. Le modèle d'hystérésis de Frôlich :

Ce modèle est aussi une approximation de la relation entre l'induction magnétique \mathbf{B} et le champ \mathbf{H} . Il a été développé pour décrire seulement la courbe de première aimantation. Les deux paramètres α et β de ce modèle sont les caractéristiques du matériau étudié.

$$\mathbf{B} = \frac{\mathbf{H}}{\alpha + \beta|\mathbf{H}|} \quad (2.7)$$

Ce modèle a été amélioré par les travaux de Akbaba [11] en subdivisant la caractéristique magnétique en deux parties, la première est définie lorsque $\mathbf{B} \leq B_s$,

$$\mathbf{B} = \frac{\mathbf{H}}{a_1 + b_1 |\mathbf{H}|} \quad (2.8)$$

la deuxième est définie lorsque $\mathbf{B} > B_s$.

$$\mathbf{B} = B_s + \frac{(\mathbf{H} - H_s)}{a_2 + b_2 |\mathbf{H}|} \quad (2.9)$$

Pour les matériaux ferromagnétiques, le modèle a été reformulé en introduisant le champ coercitif H_c sur les deux branches du cycle majeur. En effet, l'expression du modèle sur la courbe de première aimantation est décrite par (2.7). Mais, sur la courbe montante du cycle majeur elle est décrite par :

$$\mathbf{B} = B_s + \frac{(\mathbf{H} - H_c)}{\alpha + \beta |\mathbf{H} - H_c|} \quad (2.10)$$

et sur la courbe descendante du cycle majeur on a :

$$\mathbf{B} = B_s + \frac{(\mathbf{H} + H_c)}{\alpha + \beta |\mathbf{H} + H_c|} \quad (2.11)$$

Les paramètres α et β du modèle sont déterminés à partir des points A ($B_s, \mathbf{H} \rightarrow \infty$) et C ($B_r, \mathbf{H} \rightarrow 0$). En effet, α est défini au point C par :

$$B_r = \lim_{\mathbf{H} \rightarrow 0} \frac{(\mathbf{H} + H_c)}{\alpha + \beta (\mathbf{H} + H_c)} = \frac{H_c}{\alpha + \beta H_c} \Rightarrow \alpha = H_c \left(\frac{1}{B_r} - \frac{1}{B_s} \right) \quad (2.12)$$

et β est déterminé au point A par :

$$B_s = \lim_{\mathbf{H} \rightarrow \infty} \frac{(\mathbf{H} + H_c)}{\alpha + \beta |\mathbf{H} + H_c|} = \frac{1}{\beta} \Rightarrow \beta = \frac{1}{B_s} \quad (2.13)$$

Les équations (2.7), (2.10), (2.11) permettent de reproduire le cycle d'hystérésis de la figure 2.2 caractérisé par $B_s = 1.9 \text{ T}$, $H_c = 1000 \text{ A/m}$ et $B_r = 1.5 \text{ T}$.

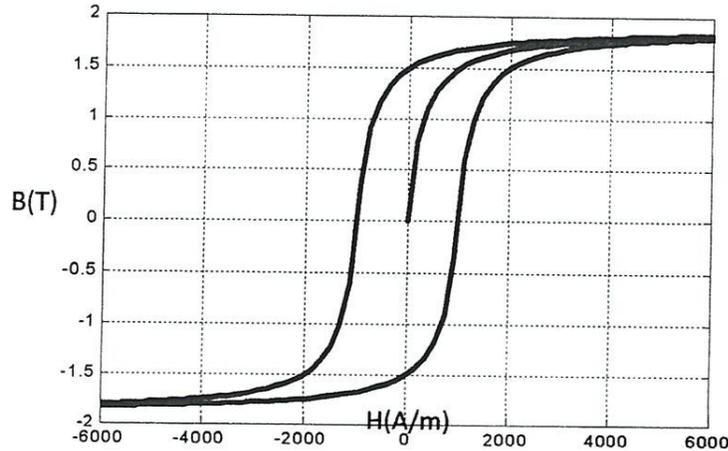


Figure 2.2 Cycle d'hystérésis généré par le modèle de type Frôlich

Remarque : Les modèles de type Frôlich donnent une approximation du phénomène de saturation ainsi qu'une représentation du cycle majeur. Mais, ils sont basés seulement sur une représentation mathématique des courbes d'hystérésis. Ainsi, ces modèles ne peuvent décrire un certain nombre de phénomènes physiques (cycles mineurs...) associés à l'hystérésis magnétique. Ils présentent alors des limitations sérieuses de validité. Ces dernières ont été quantifiées par les travaux de Juffer, Apostolides [12] et Wong [13].

2.1.4. Le modèle à fonctions multiples :

Des relations d'approximation sous formes exponentielles, trigonométriques ou hyperboliques du comportement magnétique ont été présentées au cours de ces dernières années. Et pour chacune d'entre elles, une procédure d'identification de ces paramètres est élaborée. On peut citer, à titre indicatif, l'approximation sous forme exponentielle :

$$B = B_s \exp\left(\frac{H}{a + bH}\right) \quad (2.14)$$

l'approximation en série de fonctions exponentielles :

$$B = \sum_{i=0}^N \alpha_i (1 - \exp(-\beta_i H)) \quad (2.15)$$

et l'approximation en série de fonctions trigonométriques.

$$\mathbf{B} = \sum_{i=0}^N \mathbf{B}_i \tan^{-1}\left(\frac{\mathbf{H}}{\mathbf{H}_i}\right) \quad (2.16)$$

D'autres types d'approximation du cycle en série de fonctions trigonométriques associés à la loi de comportement du matériau (1.2) ont donné une aimantation de la forme :

$$\mathbf{M} = -\frac{2K}{\pi} M_s \tan^{-1}\left(\frac{\mathbf{H}}{H_c} \pm 1\right) \tan\left(\frac{\pi M_r}{2M_s}\right) \quad (2.17)$$

Les cycles mineurs peuvent être calculés par :

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{M} &= \frac{2K}{\pi} M_s \tan^{-1}\left(\frac{\mathbf{H}}{H_c} \pm 1\right) \tan\left(\frac{\pi M_r}{2M_s}\right) \pm (1-K)M_r \\ K &= \frac{(M_r + M_{rm})}{2M_r} \end{aligned} \right. \quad (2.18)$$

M_{rm} est l'aimantation rémanente du cycle mineur parcouru. Le cycle d'hystérésis de la figure 2.3 caractérisé par $B_s = 1.9 \text{ T}$, $H_c = 1000 \text{ A/m}$ et $B_r = 1 \text{ T}$ à température ambiante est obtenu par (2.18).

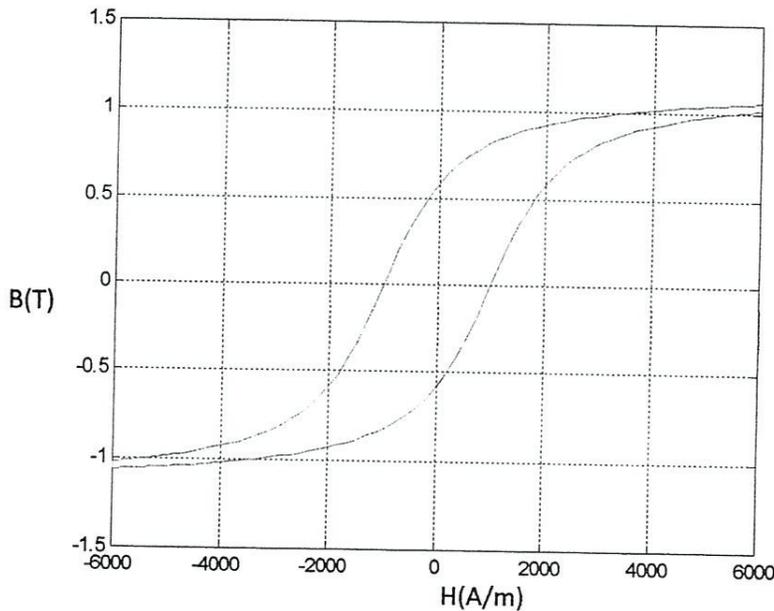


Figure 2.4 : Cycle majeur du phénomène d'hystérésis

Remarque : Ce type de modèle permet de donner une approximation correcte du cycle majeur. Certains modèles permettent même de décrire les cycles mineurs du phénomène d'hystérésis. Mais c'est une approximation dénuée de toute interprétation physique du phénomène, d'où ses limites de validité. Ce type de modèle présente aussi des difficultés pour générer les cycles mineurs dans un système soumis à un champ variable sans connaître au préalable les paramètres k et M_{rm} des cycles mineurs qui doivent être parcourus. Généralement, ces modèles sont utilisés pour des applications d'enregistrements magnétiques. Un des rares travaux effectués dans le domaine de chauffage par induction est celui de Fuzi [14].

2.1.5. Le modèle de Potter :

Le cycle d'hystérésis défini dans les travaux de Potter [15] est déterminé par (2.19). Les valeurs expérimentales de l'aimantation de saturation M_s , de l'aimantation rémanente M_r , du champ de saturation H_s et du champ coercitif H_c sont nécessaires pour l'élaboration du modèle.

$$\mathbf{M}(\mathbf{H}, \alpha) = M_s \left[\text{sign}(\alpha) - \alpha \left[1 + \tanh \left(\frac{H_c - \mathbf{H} \text{sign}(\alpha)}{H_c} \tanh^{-1} \left(\frac{M_r}{M_s} \right) \right) \right] \right] \quad (2.19)$$

Le facteur α vaut ± 1 sur le cycle majeur. Il est redéfini par (2.20) à chaque point de renversement caractérisé par H^* et α^* . L'aimantation \mathbf{M} sera alors calculé en fonction de \mathbf{H} et de α^* . Il est positif lorsque \mathbf{H} est croissant et négatif si \mathbf{H} est décroissant tel que $|\alpha| \leq 1$

$$\alpha^* = \frac{2 \text{sign}(\alpha) - \alpha \left[1 + \tanh \left(\left(1 - \text{sign}(\alpha) \frac{H^*}{H_c} \right) \tanh^{-1} \frac{M_r}{M_s} \right) \right]}{1 + \tanh \left(\left(1 + \text{sign}(\alpha) \frac{H^*}{H_c} \right) \tanh^{-1} \frac{M_r}{M_s} \right)} \quad (2.20)$$

Le cycle d'hystérésis de la figure 2.4 est obtenu sous l'effet d'un champ d'excitation sinusoïdale. Les paramètres du modèle sont $\mu_0 M_s = 1.9 \text{ T}$, $\mu_0 M_r = 1.3 \text{ T}$, $H_c = 1000 \text{ A/m}$ et $H_s = 5000 \text{ A/m}$.

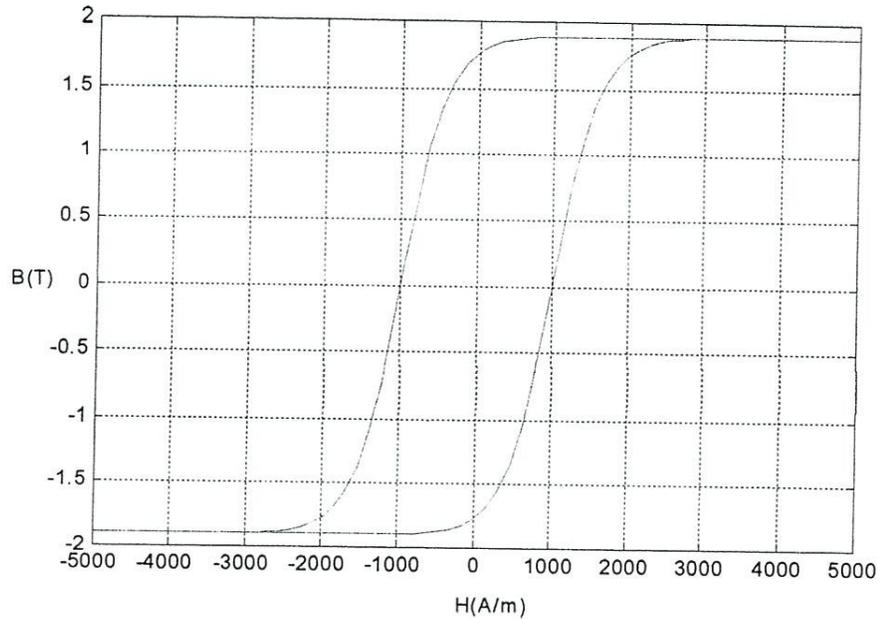


Figure 2.4 Cycle majeur généré par le modèle de Potter

Remarque : Ce modèle permet de décrire le cycle d'hystérésis à partir d'une fonction analytique paramétrée en α évoluant à chaque point de renversement. Une légère modification de cette fonction permet de décrire la courbe de première aimantation. Ce modèle est relativement simple à mettre en œuvre mais il ne décrit pas convenablement les cycles mineurs [16].

2.2. Les modèles phénoménologiques :

2.2.1. Modèle de Preisach :

L'un des modèles les plus utilisés pour représenter l'hystérésis des matériaux magnétiques est incontestablement le modèle proposé par le physicien allemand Preisach dans les années 30 [17]. Son approche purement intuitive est basée sur l'observation du mécanisme d'aimantation.

2.2.1.1. Définition du modèle :

Dans ce modèle, l'état magnétique du matériau à un instant donné est représenté par un ensemble d'entités magnétiques ayant deux états possibles ($M=+1$ ou $M=-1$) régies par un cycle élémentaire rectangulaire, dissymétrique par rapport à l'origine. Ce cycle est caractérisé par les champs de basculement haut α et bas β , avec $\beta \leq \alpha$, pour lesquels il y a

transition irréversible de l'état bas ($M=-1$) vers l'état haut ($M=+1$) ou inversement. Un tel cycle élémentaire est représenté sur la figure 2.5

Le calcul de l'aimantation du matériau repose sur une distribution statistique des cycles élémentaires (ou opérateurs), dont les variables sont α et β . Soit $\rho(\alpha, \beta)$ cette fonction de distribution appelée aussi densité de Priesach. Elle ne dépend pas de l'état magnétique du matériau.

En appelant :

- $\rho(\alpha, \beta)$ la densité de Priesach,
- $\hat{\gamma}_{\alpha\beta}[H]$ l'opérateur associé à la particule admettant pour champs de basculement α et β , valant (+1) dans l'état positif et (-1) dans l'état négatif,

L'aimantation $M(t)$, résultant de l'application du champ $H(t)$ à l'instant t , s'écrit dans le formalisme donné par Preisach :

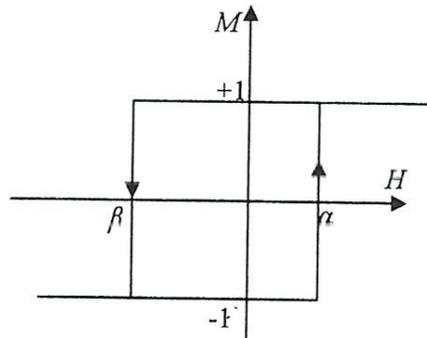


Figure 2.5. Cycle élémentaire d'une entité

$$M(t) = \iint \rho(\alpha, \beta) \hat{\gamma}_{\alpha\beta}[H(t)] d\alpha d\beta \quad (2.21)$$

2.2.1.2. Interprétation géométrique :

La densité de Priesach $\rho(\alpha, \beta)$ caractérise le matériau. Nous avons vu qu'elle n'est définie que pour $\alpha \geq \beta$. De plus, pour une certaine valeur du champ H_s , le matériau est saturé et tous les opérateurs du modèle ont la même aimantation (+1 ou -1 suivant le signe de H_s). Ainsi, la densité de Preisach présente les propriétés suivantes :

- Elle est définie dans le domaine $S = \{\alpha \geq \beta, \beta \geq -H_s, \alpha \leq H_s\}$.

- Le cycle majeur étant symétrique, la densité est symétrique par rapport à la droite $\alpha = \beta$.
- Le cycle majeur étant fermé, la densité est bornée.

Le domaine S représente un triangle dans le plan cartésien $(\alpha\beta)$ appelé plan de Preisach (Figure 2.6).

S est subdivisé en deux parties dont la forme dépend du temps :

- $S^+(t)$ contient tous les opérateurs $\hat{\gamma}_{\alpha\beta}$ dans l'état +1,
- $S^-(t)$ contient tous les opérateurs $\hat{\gamma}_{\alpha\beta}$ dans l'état -1 .

La relation (2.21) peut alors s'écrire :

$$M(t) = \iint_{S^+(t)} \rho(\alpha, \beta) d\alpha d\beta - \iint_{S^-(t)} \rho(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (2.22)$$

Il apparaît clairement que l'aimantation $M(t)$ dépend uniquement de la répartition des domaines S , et plus précisément de la frontière $L(t)$, séparant les domaines $S^+(t)$ et $S^-(t)$. Cette frontière contient l'histoire du matériau et évolue avec les variations de champ.

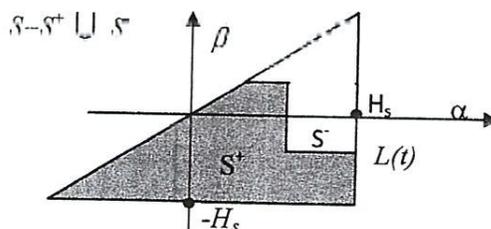


Figure 2.6. Plan de Preisach

2.2.1.3. Représentation équivalente :

La densité de Preisach peut être étudiée de façon équivalente en fonction de α et β ou H_c et H_i . En effet, les entités composant le modèle sont souvent interprétées comme des particules magnétiques mono-domaines parfaites, chacune étant caractérisée par un champ coercitif H_c et soumis à un champ d'interaction H_i . Ce champ d'interaction est opposé au champ de dissymétrie du cycle élémentaire rectangulaire associé à chaque particule. Les deux grandeurs H_c et H_i sont définies par le système (2.23) et représentées sur la figure 2.7.

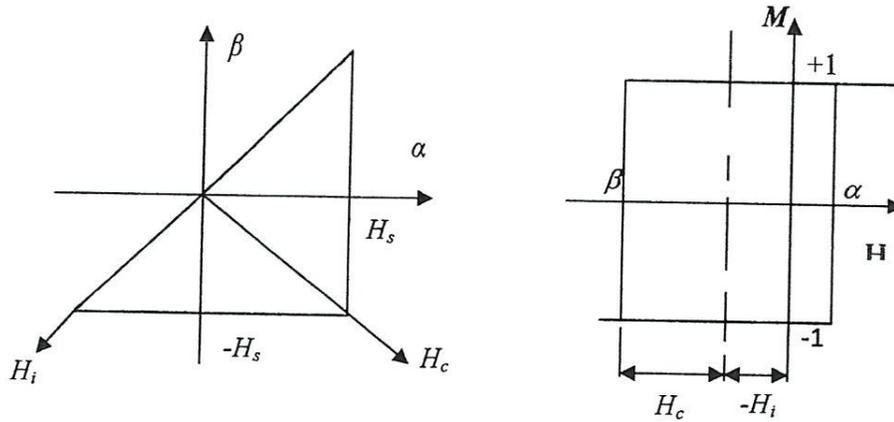


Figure. 2.7. Définition du cycle élémentaire et du plan de Preisach en fonction de H_c et H_i

$$\begin{cases} H_c = \frac{\alpha - \beta}{2} \\ H_i = \frac{\alpha + \beta}{2} \end{cases} \quad (2.23)$$

2.2.1.4. Principe du modèle :

Aidons-nous de la représentation géométrique dans le plan de Preisach pour mieux comprendre le fonctionnement du modèle. Soit un matériau désaimanté ($H=0, M=0$) à l'instant $t=0$. Appliquons à l'instant t_1 un champ $H_1 > 0$, puis à l'instant $t_2 > t_1$ un champ $H_2 < H_1$.

D'après la relation (2.22) :

$$M(t) = 0 \Leftrightarrow \iint_{S^+(t)} \rho(\alpha, \beta) d\alpha d\beta = \iint_{S^-(t)} \rho(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (2.24)$$

Compte tenu de la symétrie de $\rho(\alpha, \beta)$ par rapport à la droite $\alpha = -\beta$, l'état désaimanté admet comme frontière $L(0)$ dans le plan de Preisach la droite $\alpha = -\beta$ (Figure 2.8.1). Les deux domaines $S^+(0)$ et $S^-(0)$ sont superposables.

Supposons que l'on applique un champ positif H_1 , inférieur à H_s . Toutes les particules associées aux opérateurs $\hat{\gamma}_{\alpha\beta}$ tel que $\alpha \leq H_1$ basculent dans l'état 'haut' et $\hat{\gamma}_{\alpha\beta}$ vaut alors (+1) tandis que les autres particules restent dans leurs état initial. Dans le plan de Preisach, la frontière $L(t)$ présente un sommet en H_1 (figure 2.8.2) qui devient un état de l'histoire du matériau.

Appliquons maintenant un champ H_2 inférieur à H_1 . Deux cas se présentent :

- $H_2 < H_1$ et $|H_2| < |H_1|$

Toutes les particules associées à un opérateur $\hat{\gamma}_{\alpha\beta}$ et tel que $\beta \geq H_2$ basculent dans l'état bas et l'opérateur vaut (-1). La frontière $L(t)$ comporte alors deux sommets distincts correspondant à H_1 et H_2 , l'histoire étant elle aussi constituée de deux états $(H_1, M(H_1))$ et $(H_2, M(H_2))$ (figure 2.8.3).

- $H_2 < H_1$ et $|H_2| > |H_1|$

Le sommet H_1 disparaît de la frontière $L(t)$ qui ne comporte dès lors que le sommet H_2 . De la même façon, l'état $(H_1, M(H_1))$ est effacé de l'histoire du matériau (Figure 2.8.4).

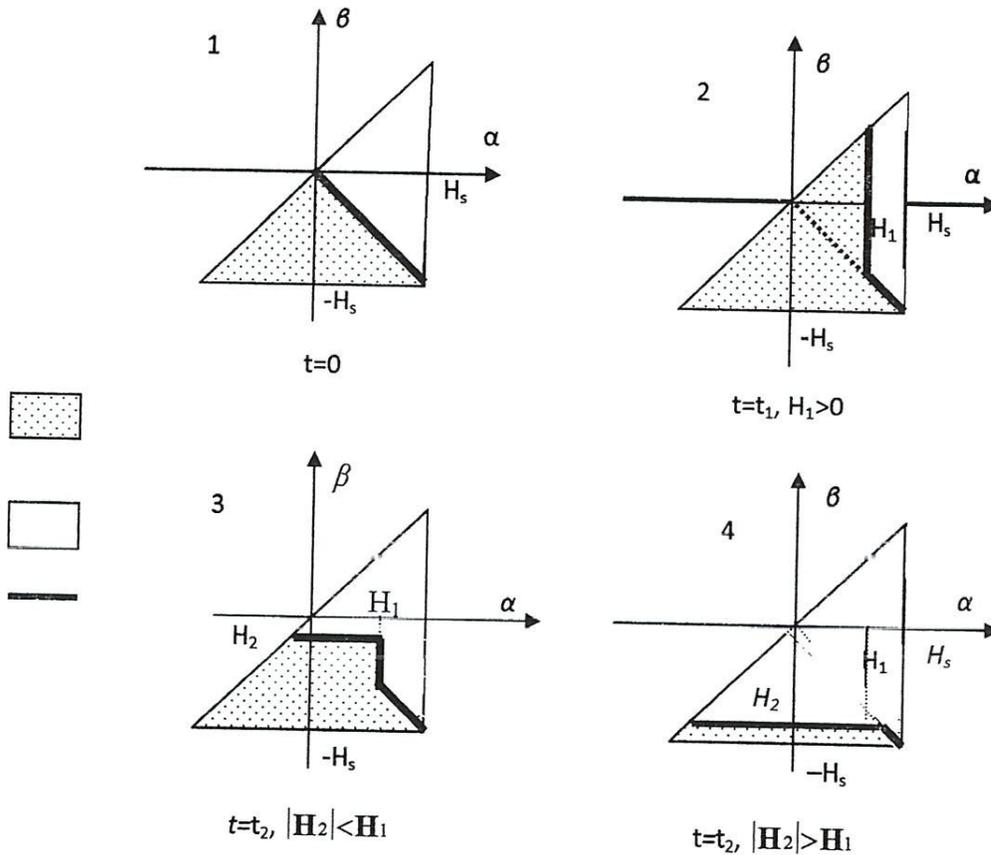


Figure 2.8. Evolution de la frontière $L(t)$ dans le plan de Preisach

Le même raisonnement peut s'étendre aux champs qui sont ensuite appliqués. En particulier, si à partir de la figure 2.8.3, le nouveau champ appliqué vaut H_1 , le plan de Preisach résultant se trouve dans la même configuration que celui de la figure 2.8.2

La frontière $L(t)$ qui sépare les deux domaines $S^+(t)$ et $S^-(t)$ est une ligne polygonale composée de segments perpendiculaires aux axes, et dont les sommets représentent les coordonnées (α, β) des points de rebroussement constituant l'histoire du matériau. Les segments horizontaux résultent de l'application de champs décroissants tandis que les segments verticaux correspondent à l'application de champs croissants. L'aimantation est

danc complètement déterminée par l'histoire et l'état initial (saturé positif, négatif ou désaimanté) du matériau.

Ainsi, l'évolution de la configuration magnétique d'un matériau soumis à différents champs peut être aussi bien étudiée à partir des cycles $M(H)$ qu'à partir du plan de Preisach. La figure 2.9 montre les deux représentations pour une série de champs d'amplitude décroissante, appliquée à partir de l'état saturé négativement.

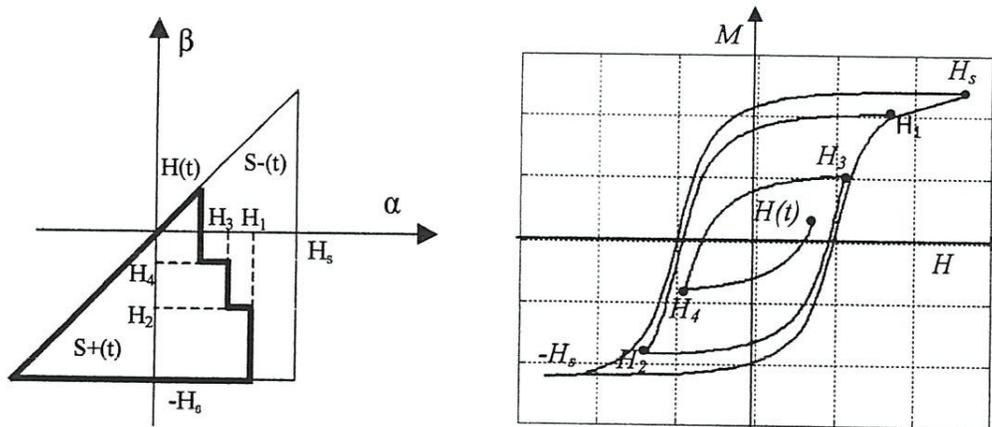


Figure 2.9. Représentation dans le plan de Preisach et dans le plan (HOM) de l'aimantation $M(0, H_s, -H_s, H_1, H_2, H_3, H_4, H(t))$

2.2.1.5. Propriétés du modèle :

L'étude précédente permet de déduire deux propriétés importantes du modèle [14-19] :

Certains des états magnétiques atteints peuvent disparaître de l'histoire. En effet, l'application d'un champ H élimine les états antérieurs (α_i, β_i) tels que $\alpha_i \leq H$ ou $\beta_i \geq H$. En particulier, l'application d'un champ supérieur ou égal au champ de saturation H_s du matériau efface tous les états de l'histoire. C'est la propriété d'effacement partiel.

Afin d'illustrer cette propriété, reprenons la figure 2.8.4 en supposant que le champ appliqué H_4 est supérieur à H_2 en valeur absolue. Les configurations du plan de Preisach et du plan (HOM) obtenues après application de la même série du champ appliqué sont représentées sur la figure 2.10.

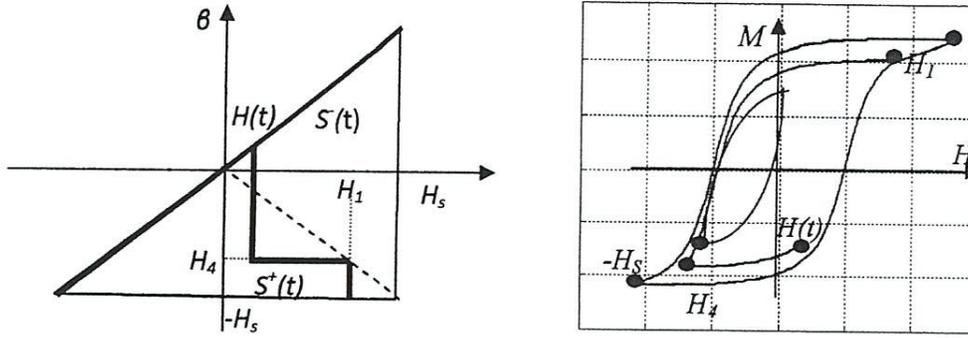


Figure 2.10. Représentation dans le plan (*HOM*) et dans le plan de Preisach

Cette propriété a pour conséquence la stabilité des cycles mineurs.

La seconde propriété est la propriété de congruence des cycles mineurs. Tous les cycles mineurs ayant pour champs extrêmes H_1 et H_2 sont congruents au sens géométrique c'est à dire que, quel que soit l'état magnétique antérieur, les cycles mineurs obtenus sont superposables (figure 2.11).

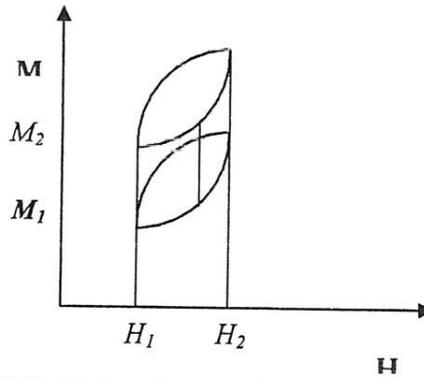


Figure 2.11. Cycles mineurs congruents

Dans les années 50, le mathématicien russe Kransoselskii [20], convaincu que ce modèle contenait une idée mathématique originale, l'a dissocié de son aspect physique pour en dégager une théorie très générale et purement mathématique, applicable à tout problème physique de nature quelconque comportant des propriétés hystérétiques. Il a ainsi révélé la nature phénoménologique de ce modèle. Mayergoz a poursuivi cette étude et a clairement défini les conditions d'utilisation du modèle. Il a ainsi démontré que les deux propriétés énoncées ci-dessus constituent des conditions nécessaires et suffisantes pour représenter un problème hystérétique par le modèle de Preisach [21].

2.2.1.6. Détermination de la fonction de distribution $\rho(\alpha,\beta)$:

La définition complète du modèle de Preisach nécessite la détermination de la fonction de distribution de Preisach. Elle est nécessaire pour calculer l'aimantation finale de l'échantillon ferromagnétique décrite par l'équation (2.21). Deux orientations de recherche ont été suivies pour identifier, la première à partir d'un seul ou d'un ensemble de cycles expérimentaux [22-24] , la seconde est d'essayer de l'approcher par une expression analytique [25-27].

2.3. Les modèles physiques :

2.3.1. Modèle de Jiles-Atherton :

Le modèle de Jiles-Atherton est un modèle qui, contrairement au modèle de Preisach, décrit l'origine du phénomène d'hystérésis dans les matériaux ferromagnétiques à partir d'une approche physique [4], [29]. Cette description est essentiellement basée sur des considérations énergétiques liées aux déplacements de parois au sein du système magnétique [30-31].

2.3.1.1. Définition :

a. L'aimantation an hystérétique :

La théorie de Langevin pour les matériaux magnétiques donne l'aimantation qui résulte de l'orientation des moments magnétiques suivant la direction du champ magnétique appliqué :

$$M_{an} = M_s \left(\coth \left(\frac{H}{a} \right) - \left(\frac{a}{H} \right) \right) \quad (2.25)$$

où M_s représente l'aimantation à saturation, H est le champ appliqué et a (A/m) est un paramètre qui caractérise la pente de l'aimantation anhystérétique.

Pour les matériaux ferromagnétiques, on considère qu'il existe un champ interne (champ moléculaire de Weiss). Il est alors nécessaire, pour obtenir l'équation de l'aimantation anhystérétique (équation (2.27)) de corriger l'équation (2.25) en remplaçant le champ H par le champ d'excitation effectif H_e donné par :

$$H_e = H + \alpha M \quad (2.26)$$

Dans ce cas, la relation anhystérétique prend la forme :

$$M_{an} = M_s \left(\coth \left(\frac{H_e}{a} \right) - \left(\frac{a}{H_e} \right) \right) \quad (2.27)$$

b. L'aimantation :

Pour décrire correctement le processus d'aimantation dans les matériaux ferromagnétiques, Jiles et Atherton ont décomposé l'aimantation M en deux composantes, la première est la composante irréversible M_{irr} et la seconde la composante réversible M_{rev} .

$$M = M_{irr} + M_{rev} \quad (2.28)$$

- **Composante irréversible de l'aimantation**

Nous considérons d'abord, des parois de Bloch planes et rigides (figure 2.13) qui subissent le processus d'accrochage-décrochage sur les sites d'ancrage lors de leurs déplacements. La densité d'énergie dissipée par ce processus est ensuite calculée pour une densité uniforme de sites d'ancrage de même nature [29].

L'expression de l'énergie magnétisante est obtenue à partir de la différence entre l'énergie associée au comportement anhystérétique et les pertes dues au processus d'ancrage des parois. Par conséquent, la susceptibilité différentielle associée au processus irréversible de l'aimantation après quelques manipulations mathématiques [29], peut être écrite comme suit:

$$\frac{dM_{irr}}{dH_e} = \left(\frac{M_{an} - M_{irr}}{k\delta} \right) \quad (2.29)$$

où la constante k est liée à la densité d'énergie moyenne d'ancrage des parois. Le paramètre $\delta = 1 \pm$ prend la valeur $+1$ quand $\frac{dH}{dt} > 0$ et la valeur -1 quand $\frac{dH}{dt} < 0$.

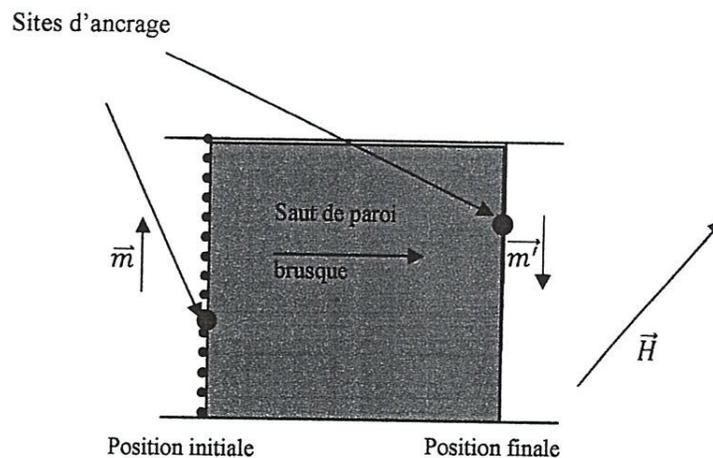


Figure.2.12. Saut brusque de parois sous l'action d'un champ extérieur

- **Composante réversible de l'aimantation**

Maintenant nous considérons que les parois peuvent se déformer sur les sites d'ancrage sous l'action du champ appliqué (figure 2.13), une nouvelle contribution est ajoutée au

processus d'aimantation. Ainsi, la déformation des parois est associée au processus réversible de l'aimantation.

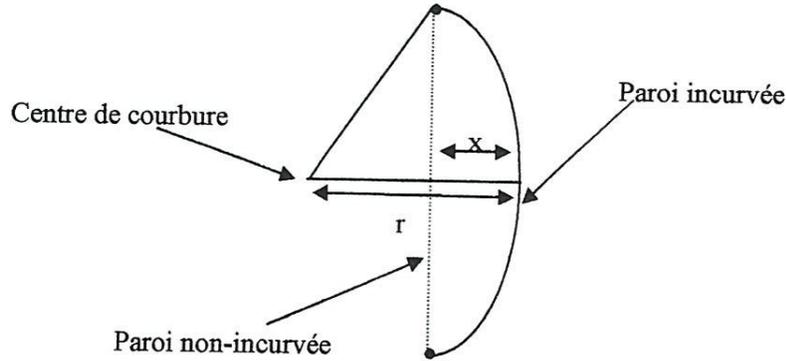


Figure 2.13. Déformation réversible d'une paroi sous champ extérieur

Après quelques hypothèses sur la déformation d'une paroi [29], Jiles et Atherton montrent que l'aimantation réversible est proportionnelle à la différence $(M_{an} - M_{irr})$.

$$M_{rev} = c(M_{an} - M_{irr}) \quad (2.30)$$

où c est un coefficient de réversibilité tel que $c \in [0, 1]$.

c. Equation du modèle de Jiles-Atherton :

En recombinaison l'équation (2.30) dans l'expression (2.28), nous pouvons écrire :

$$M = M_{irr} + c(M_{an} - M_{irr}) \quad (2.31)$$

Enfin, en différenciant cette expression par rapport à H et sachant que :

$$\frac{dM_{an}}{dH} = \frac{dM_{an}}{dH_e} \left(1 + \alpha \frac{dM_{an}}{dH} \right) \quad (2.32)$$

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{dM_{irr}}{dH_e} \left(1 + \alpha \frac{dM_{an}}{dH} \right) \quad (2.33)$$

nous obtenons l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dM}{dH} = \frac{(1-c) \frac{dM_{irr}}{dH_e} + c \frac{dM_{an}}{dH_e}}{1 - \alpha c \frac{dM_{an}}{dH_e} - \alpha (1-c) \frac{dM_{an}}{dH_e}} \quad (2.34)$$

Il s'agit de l'équation différentielle du modèle de Jiles-Atherton $M(H)$. L'expression de $\frac{dM_{irr}}{dH_e}$ est donnée par l'équation (2.29) et la dérivée de l'aimantation anhystérétique par rapport au champ effectif est :

$$\frac{dM_{an}}{dH_e} = \frac{M_s}{a} \left[1 - \coth^2 \left(\frac{H_e}{a} \right) - \left(\frac{a}{H_e} \right)^2 \right] \quad (2.35)$$

Dans ce modèle, cinq paramètres c, a, α, k et M_{sat} doivent être déterminés.

2.3.2. Détermination des paramètres du modèle de Jiles-Atherton :

La génération du cycle d'hystérésis suppose une connaissance exacte des paramètres du matériau. Il faut alors les déterminer à partir de quelques points de mesures. Une méthode d'identification de ces paramètres a été développée par Jiles [30].

2.3.2.1 Détermination de M_s :

C'est le paramètre le plus simple à identifier ; dans la plupart des cas il est donné par le constructeur. Sinon, il suffit d'appliquer un champ magnétique suffisamment élevé et de mesure ensuite l'aimantation de saturation correspondante.

2.3.2.2. Détermination de c :

L'aimantation réversible due aux déplacements réversibles des parois est déterminée à l'aide du paramètre c . Il est défini par (2.36) comme étant le rapport entre la susceptibilité initiale χ'_{in} du matériau et sa susceptibilité anhystérétique initiale χ'_{an} . L'hypothèse de calcul, est que, la dérivée de l'aimantation irréversible par rapport au le champ magnétique autour de l'origine est nulle.

$$c = \frac{(dM/dH)_{M=0}^{H=0}}{(dM_{an}/dH)_{M=0}^{H=0}} = \left(\frac{\chi'_{in}}{\chi'_{an}} \right) = \frac{3a}{M_s} \chi'_{in} \quad (2.36)$$

2.3.2.3. Relation entre a et α :

D'après Jiles les deux paramètres a et α ne peuvent être définis que l'un en fonction de l'autre à partir de la susceptibilité anhystérétique initiale. Cette dernière est définie par la relation (2.37).

$$\chi'_{an} = \lim_{H \rightarrow M} \left(\frac{dM_{an}}{dH} \right) = \frac{M_s}{3a - \alpha M_s} \quad (2.37)$$

on peut déduire donc :

$$a = \frac{M_{sat}}{3} \left(\frac{1}{\chi'_{an}} + \alpha \right) \quad (2.38)$$

2.3.2.4. Détermination du paramètre α :

On peut utiliser la valeur de l'aimantation rémanente M_r pour déterminer α . La relation reliée M_r et α est donnée par la relation (2.39) :

$$M_r = M_{an}(M_r) + k \left[\left(\frac{\alpha}{1-c} \right) + \left(\chi'_r - c \frac{dM_{an}(M_r)}{dH} \right)^{-1} \right]^{-1} \quad (2.39)$$

où χ'_r est la susceptibilité différentielle du matériau définie au point $H = 0$ et $M = M_r$.

2.3.2.5. Détermination du paramètre k :

Pour des matériaux ferromagnétiques, k peut être considéré comme étant le champ coercitif [30] dont l'unité est A/m.

L'expression de k est donnée par :

$$k = \frac{M_{an}(H_c)}{1-c} \left(\alpha + \frac{1-c}{\chi'_c - c \frac{dM_{an}(H_c)}{dH}} \right) \quad (2.40)$$

où, χ'_c est la susceptibilité différentielle coercitive.

2.3.2.6. Relation entre les paramètres de Jiles-Atherton et le point de saturation :

Pour le processus de calcul des paramètres a et α , Jiles a trouvé judicieux d'intégrer les coordonnées du point de saturation définis par (H_m, M_m) et la susceptibilité correspondante χ'_m . Si le point de fermeture du cycle est au voisinage de la saturation, alors la susceptibilité différentielle définie à partir de l'aimantation totale est équivalente à celle définie à partir de l'aimantation anhystérétique, et on peut écrire ;

$$\frac{dM}{dH} \approx \frac{dM_{an}(H_m)}{dH} \approx \frac{dM_{irr}}{dH} \quad (2.41)$$

Au voisinage de la saturation $M_{irr} \cong M_m$ on a :

$$\chi'_m = \frac{(M_{an}(H_m) - M_m)}{k - \alpha(M_{an}(H_m) - M_m)} + c \left(\frac{dM_{an}(H_m)}{dH} - \frac{dM_{irr}(H_m)}{dH} \right) \quad (2.42)$$

En combinant (2.41) et (2.42), on abouti à la relation entre les paramètres du modèle de J-A et la susceptibilité de saturation :

$$\chi'_m = \frac{M_{an}(H_m) - M_m}{k - \alpha(M_{an}(H_m) - M_m)} \quad (2.43)$$

Ceci nous conduit à :

$$M_m = M_{an}(H_m) - \frac{k\chi'_m}{1 + \alpha\chi'_m} \quad (2.44)$$

2.3.3. Mise en œuvre d'un algorithme des paramètres α , a , c et k :

Etant donné que certains paramètres sont exprimés implicitement en fonction des autres, un calcul numérique itératif s'impose pour les extraire. Alors, J-A a élaboré un algorithme permettant de définir ces paramètres à partir de quelque point de mesure. Cet algorithme consiste à déterminer le coefficient c à partir de la courbe de première aimantation par (2.36). Tandis que les paramètres (a , α et k) peuvent être obtenus successivement par (2.38), (2.39) et (2.40). Une valeur aléatoire de α est utilisée pour la première itération de calcul. Ce processus de calcul est représenté par l'organigramme suivant.

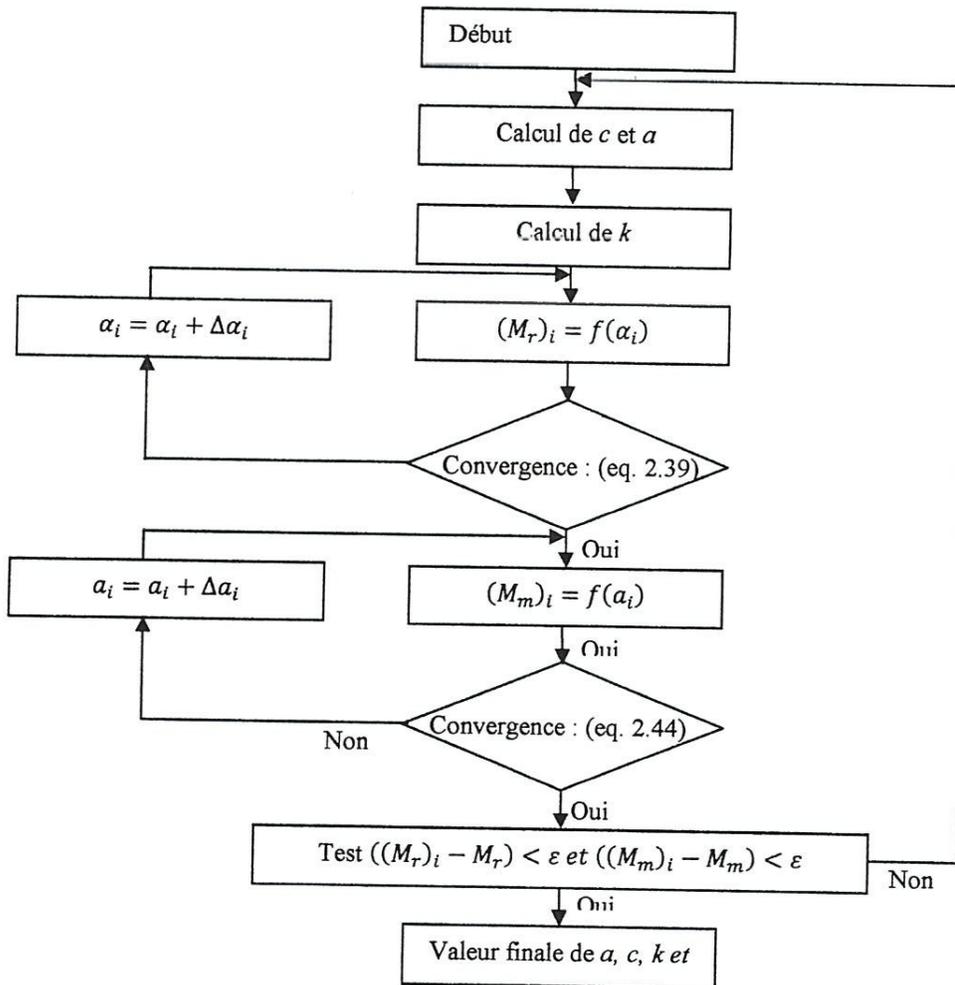


Figure 2.14. Organigramme de calcul des paramètres du modèle de J-A

2.3.4. Simulation numérique de l'hystérésis par le modèle de Jiles-Atherton :

L'organigramme de la figure 2.15 résume les différentes étapes pour la construction du cycle statique du modèle de Jiles-Atherton. A l'aide de cet organigramme on peut réaliser un programme de calcul sous environnement Matlab qui permet de générer des cycles d'hystérésis, ce programme est basé sur la méthode d'Euler pour la résolution de l'équation différentielle donnant l'aimantation globale du matériau.

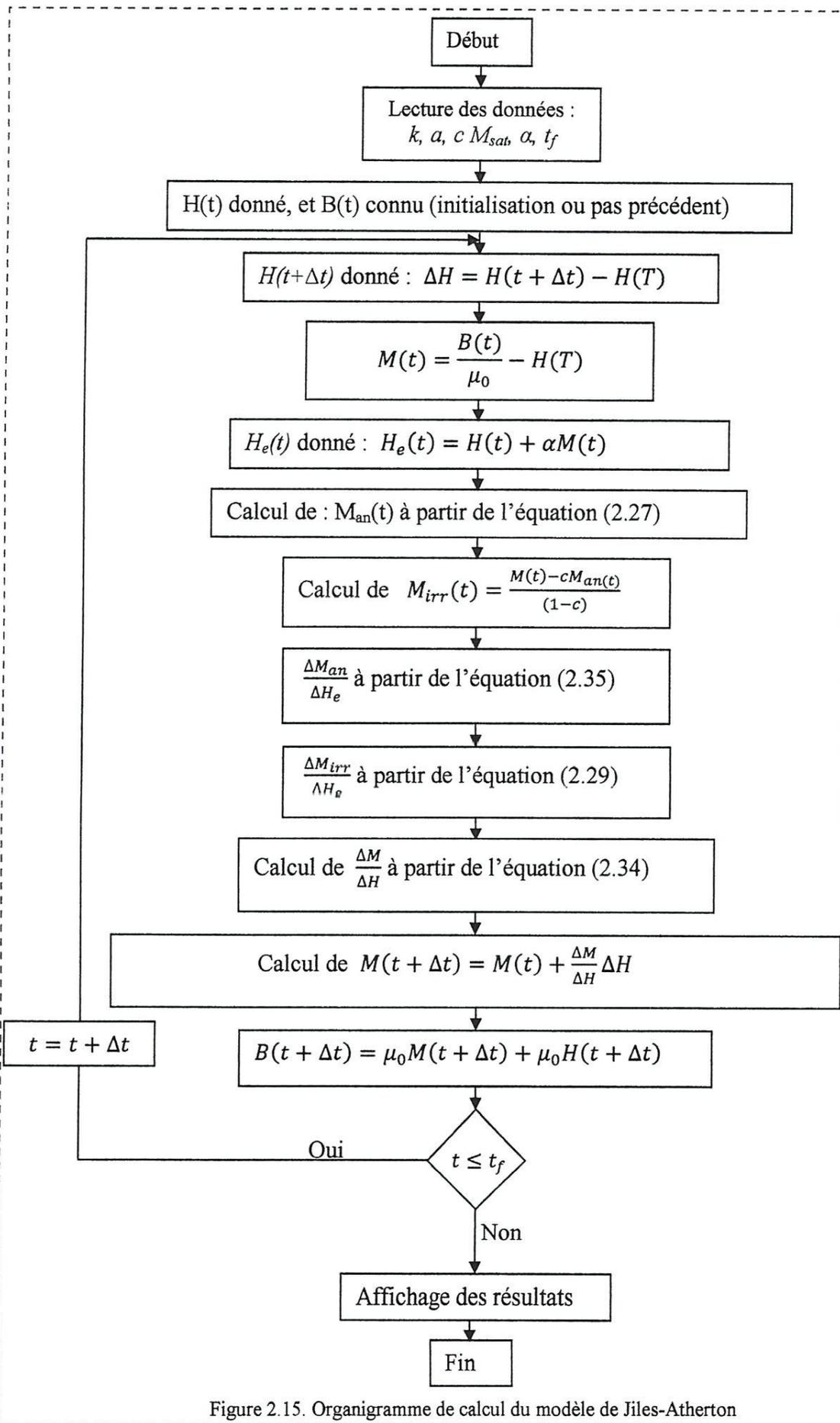


Figure 2.15. Organigramme de calcul du modèle de Jiles-Atherton

2.3.4.1. Validation du programme :

Pour mettre en valeur le programme développé, nous allons comparer le cycle d'hystérésis obtenu par notre programme avec un cycle caractérisé par les paramètres $M^s = 1.7 \cdot 10^6 \frac{A}{m}$, $\alpha = 0.001$, $a = 1000 \frac{A}{m}$, $k = 2000 \frac{A}{m}$ et $c = 0.1$

Et un champ d'excitation sinusoïdal d'amplitude maximal $H_{max} = 10^4 \frac{A}{m}$ et de fréquence $f = 0.5Hz$ [8]. Cette comparaison sera uniquement au niveau de quelque point connu sur le cycle d'hystérésis de la figure 3.2

La comparaison du cycle d'hystérésis obtenu avec celui de la référence [8] au niveau de quelques points de références sur le cycle tels que les valeurs maximales du champ et de l'aimantation rémanente et le champ coercitif nous a donné les résultats regroupés dans le tableau 2.1.

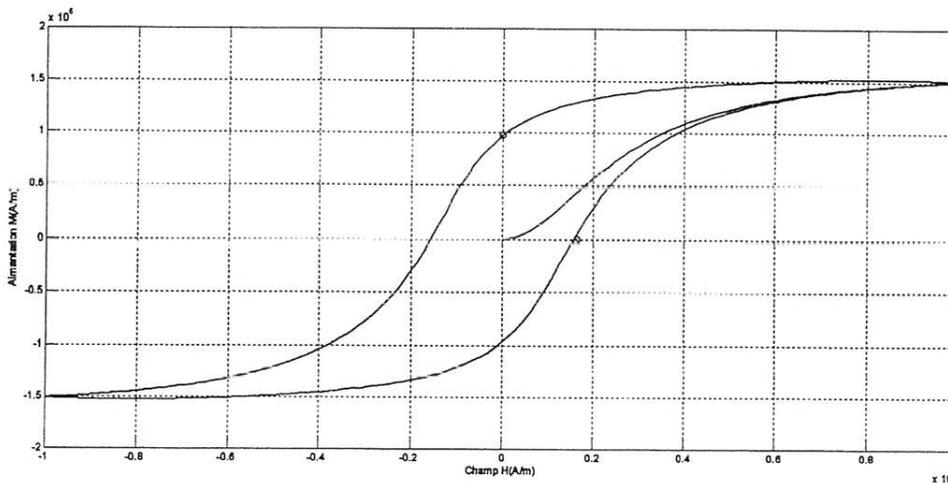


Figure 2.16. Cycle d'hystérésis résultat du programme développé

Tableau 3.1 : Comparaison entre le cycle du programme développé et celui de référence

Points références	$M_m(A/m)$	$H_m(A/m)$	$M_r(A/m)$	$H_c(A/m)$
Cycle de référence	$1.5068 \cdot 10^6$	10^4	$9.8 \cdot 10^5$	1600
Cycle du programme	$1.509 \cdot 10^6$	10^4	$9.78 \cdot 10^5$	1590

On remarque à partir du tableau 3.1 que l'ordre de grandeurs des points de références sur les deux cycles est pratiquement le même. Cela veut dire que les deux cycles sont bien superposés, et par conséquent le programme qu'on a développé est valide.

2.3.4.2. Excitations non sinusoïdale :

Les systèmes du domaine de l'électrotechnique ne sont pas nécessairement étudiés dans des conditions d'excitation sinusoïdale (régime transitoire, composants en électronique de puissance). Afin de tester la capacité du modèle à représenter le comportement

hystérique dans cette condition, nous allons effectuer une étude à partir de l'excitation suivante :

$$H(t) = H_m \sin(\omega t) \exp(-t/\tau) \quad (2.45)$$

Avec τ la constante du temps pour la décroissance de l'excitation H , H_m l'amplitude du champ d'excitation.

La forme d'onde de type désaimantation (équation (2.45)), peut être considérée comme un régime transitoire. Les résultats obtenus pour cette forme d'excitation sont donnés sur la figure 2.18.

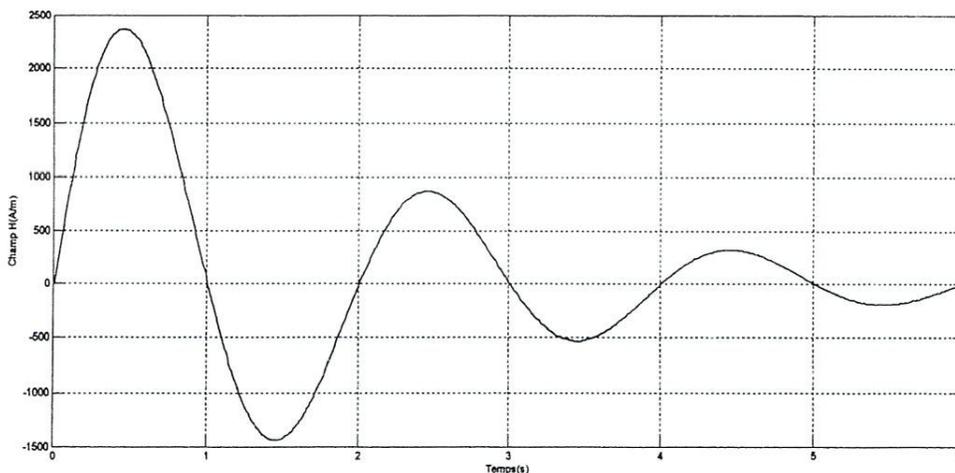


Figure 1.17. Champ d'excitation

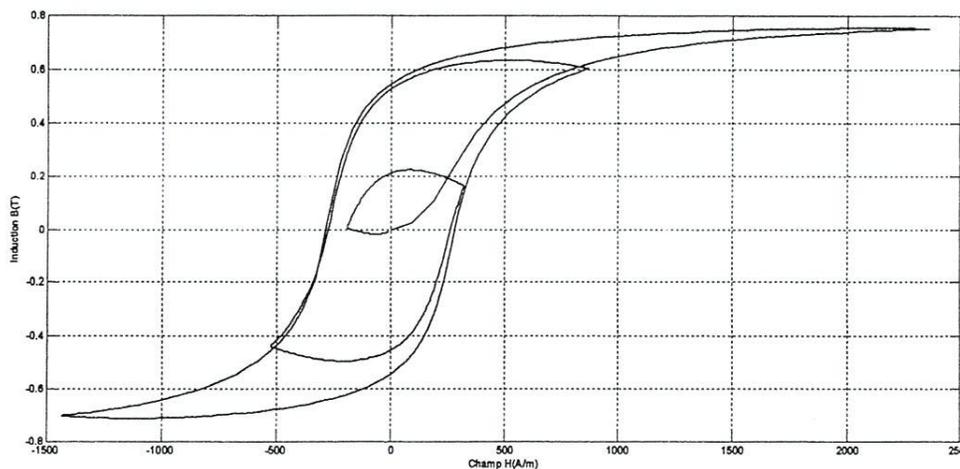


Figure 1.18 : Evolution de B(H)

2.3.4.3. Génération des cycles mineurs :

La génération des cycles mineurs a été effectuée en exploitant le modèle d'hystérésis de Jiles-Atherton lorsque le matériau est excité par une excitation dont la forme est

représentée sur la figure 2.19. Les résultats fournis par le modèle d'hystérésis sont donnés par la figure 2.20.

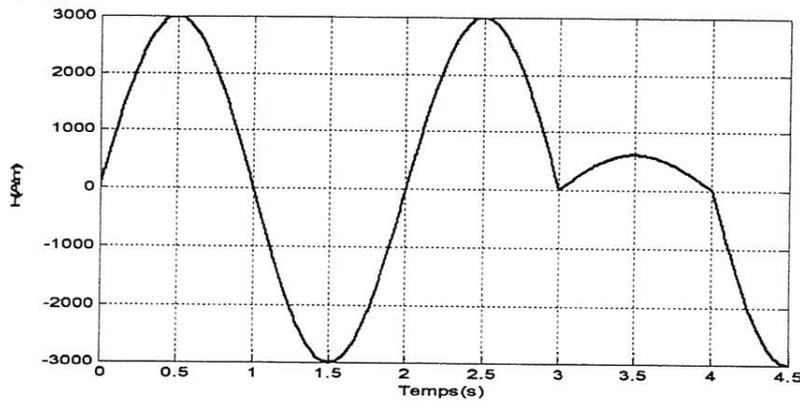


Figure 2.19. Champ magnétique d'excitation pour la génération des cycles d'hystérésis avec des cycles mineurs

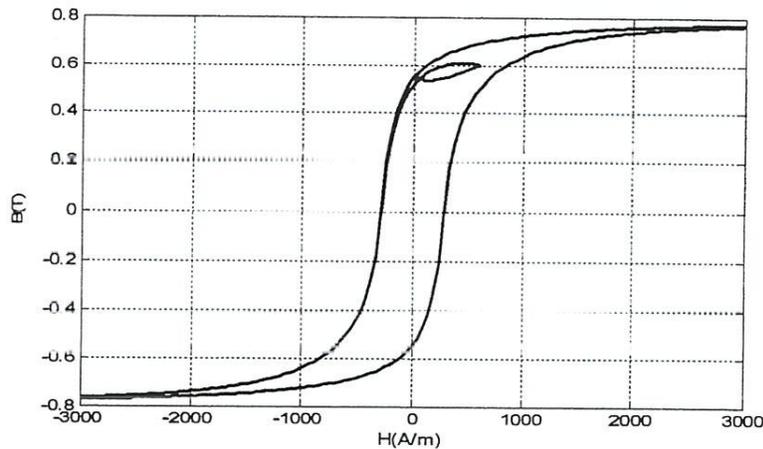


Figure 2.20. Génération des cycles d'hystérésis avec des cycles mineurs en exploitant le modèle de Jiles-Atherton statique

2.3.4.4. Pertes par hystérésis :

La modélisation de la loi de comportement magnétique d'un matériau permet d'estimer les pertes par hystérésis. L'estimation de ces pertes est très importante lors de la modélisation et de l'optimisation d'un système électromagnétique. Nous avons utilisé l'expression (1.3) pour estimer les pertes par hystérésis. Ces pertes sont reportées sur la figure 2.21 en fonction de l'amplitude d'excitation.

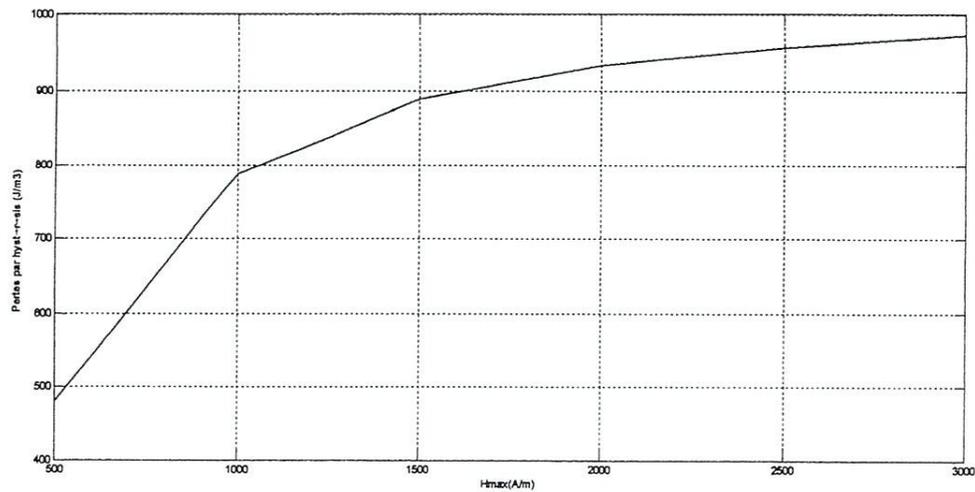
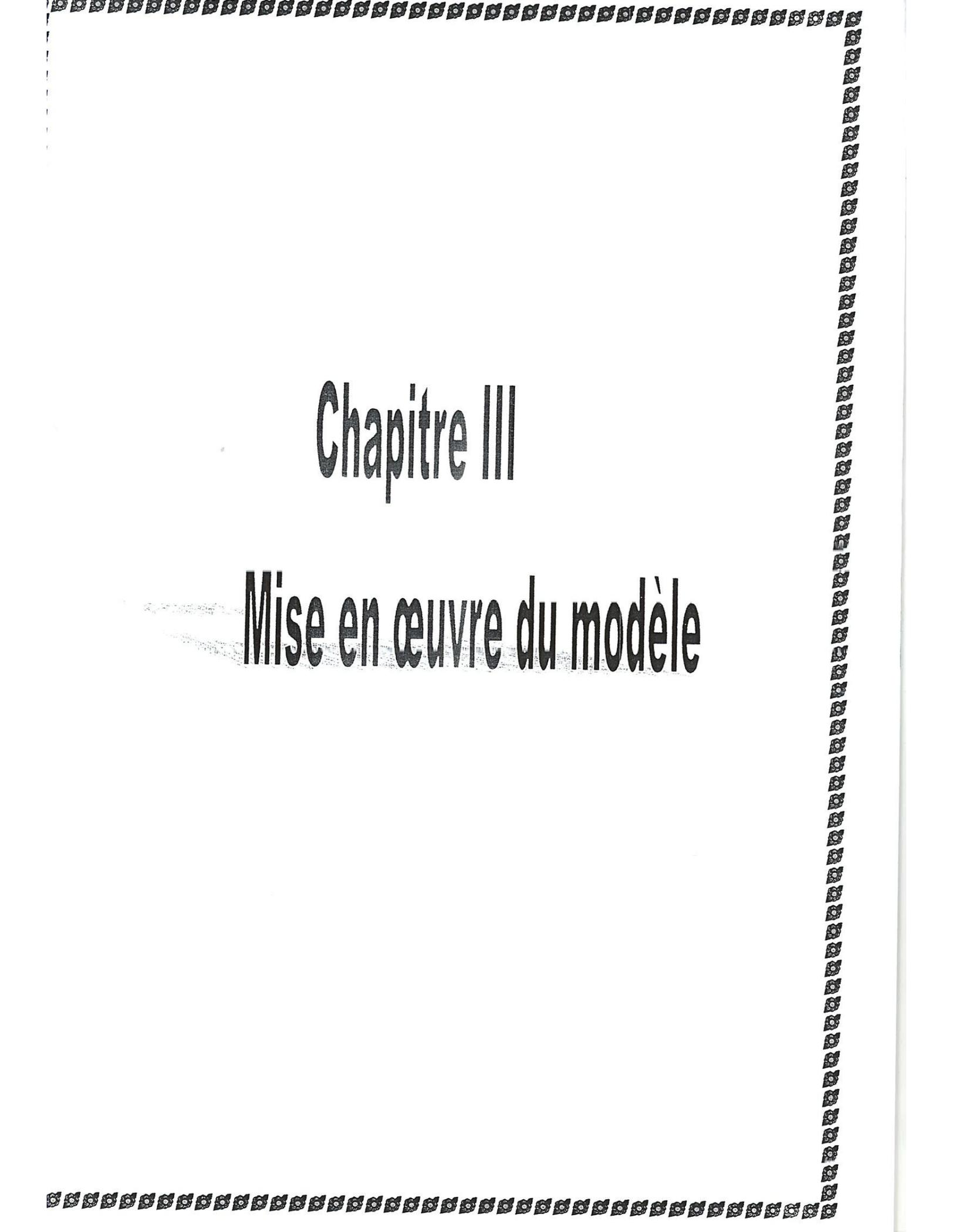


Figure 2.21 : Evolution des pertes par hystérésis en fonction de H_{max}

Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons présenté les modèles statiques de l'hystérésis (analytiques, le modèle phénoménologique de Preisach et le modèle physiques de Jiles-Atherton) avec leurs inconvénients et avantages. Notre choix a été fixé sur le modèle de Jiles-Atherton qui paraît le plus complet sur le plan physique et mathématique et qui nous a montré sa capacité à représenter le cycle majeur d'hystérésis et les cycles mineurs dans des conditions d'excitation transitoire, ce qui présente un atout très grand pour la prise en compte de tout les phénomènes qui influent sur le phénomène d'hystérésis.



Chapitre III

Mise en œuvre du modèle

3. Introduction :

Dans ce chapitre, nous présentons les modèles d'hystérésis dynamiques pour étudier les matériaux en régime dynamique. Dans ce cas, la forme du cycle d'hystérésis ne dépend plus seulement des extrema du champ mais aussi de son taux de variation temporel. Ainsi, nous notons un gonflement du cycle en fonction de la fréquence.

De la même manière qu'au chapitre précédent, nous présentons les différents modèles dynamiques d'hystérésis. Enfin, nous terminons par l'implémentation du modèle dynamique de Jiles-Atherton.

3.1. Modèle dynamique de hodgdon :

Le modèle de Hodgdon est décrit par une relation entre B et H , définie par une équation différentielle [1].

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \alpha \left| \frac{\partial H}{\partial t} \right| (f(H) - B) + \frac{\partial H}{\partial t} g(H) \quad (3.1)$$

où α est une constante positive.

En utilisant la perméabilité différentielle μ_d , l'équation (3.1) devient ;

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \begin{cases} \alpha(f(H) - B) + g(H) & \text{si } \frac{\partial H}{\partial t} > 0 \\ -\alpha(f(H) - B) + g(H) & \text{si } \frac{\partial H}{\partial t} < 0 \end{cases} \quad (3.2)$$

Les fonctions f et g définissent la structure du modèle pour que les solutions de (3.1) soient hystérétiques. Il faut que ces fonctions remplissent les conditions suivantes.

- ✓ f doit être une fonction impaire, continue par morceau, monotone croissante différentiable, telle que sa dérivée seconde admette une limite finie lorsque H tend vers l'infini.
- ✓ g doit être une fonction paire, continue par morceau.

En intégrant (3.2), l'induction magnétique sur les branches montante (3.3) et descendante (3.4) du cycle majeur sous les conditions initiales B_0 et H_0 sera donnée par :

$$B^+(H) = f(H) + [B_0 - f(H_0)] \exp(-\alpha(H - H_0)) + \exp[-\alpha H \int_{H_0}^H (g(\xi) - f'(\xi)) \exp(\alpha \xi) d\xi] \text{ si } H < H_0 \quad (3.3)$$

$$B^-(H) = f(H) + [B_0 - f(H_0)] \exp(\alpha(H - H_0)) - \exp[\alpha H \int_{H_0}^H (g(\xi) - f'(\xi)) \exp(-\alpha\xi) d\xi] \text{ si } H > H_0 \quad (3.4)$$

où B^+ est la solution générale obtenue pour une évolution croissante à partir de l'état initial et B^- est la solution générale obtenue pour une évolution décroissante à partir de l'état initial.

Des résultats satisfaisants sont obtenus avec les fonctions $f(H)$ et $g(H)$ pour la génération du cycle d'hystérésis tel que :

$$f(H) = \begin{cases} b_1 \tan^{-1} \left(\frac{H_s}{b_2} \right) + \mu_0(H - H_s) & \text{si } H > H_s \\ b_1 \tan^{-1} \left(\frac{H}{b_2} \right) & \text{si } |H| < H_s \\ -b_1 \tan^{-1} \left(\frac{H_s}{b_2} \right) + \mu_0(H + H_s) & \text{si } H < -H_s \end{cases} \quad (3.5)$$

Et

$$g(H) = \begin{cases} f'(H) = \left[1 - b_3 \exp \left(-\frac{b_4 |H|}{H_s - |H|} \right) \right] & \text{si } H < -H_s \\ f'(H) & \text{si } |H| > H_s \end{cases} \quad (3.6)$$

Avec b_1 , b_2 , b_3 et b_4 des coefficients déterminées à partir de relevés expérimentaux sur cycle d'hystérésis mesuré, ces points sont l'aimantation rémanente définie au point $(0, B_r)$, le champ coercitif défini au point $(H_c, 0)$ et l'aimantation spontanée (H_s, B_s) , on obtient le système d'équation suivant (3.7):

$$\begin{cases} b_1 = \frac{2B_s}{\pi} \\ b_2 = \left(\frac{\mu_s \pi H_s^2}{2B_s - \mu_s \pi} \right) \\ b_3 = 1 + \frac{\alpha B_r - \mu_r}{f'(0)} \\ b_4 = \frac{H_s - H_c}{H_c} \ln \frac{b_3 f(H_c)}{\alpha f(H_c) + f'(H_c) - \mu_c} \end{cases} \quad (3.7)$$

Pour avoir l'effet de la fréquence du champ d'excitation sur le cycle d'hystérésis [39], en remplaçant $g(H)$ par $\tilde{g} \left(H, \frac{\partial H}{\partial t} \right)$ dans l'équation (3.1), on obtient :

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \alpha \left| \frac{\partial H}{\partial t} \right| (f(H) - B) + \frac{\partial H}{\partial t} \tilde{g} \left(H, \frac{\partial H}{\partial t} \right) \quad (3.8)$$

Où

$$\tilde{g}(H) = \begin{cases} f'(H) \left[1 - b_3 c \left(\frac{\partial H}{\partial t} \right) \exp \left(-b_4 \frac{|H|}{(H_s - |H|)} \right) \right] & \text{si } |H| < H_s \\ f'(H) & \text{si } |H| > H_s \end{cases} \quad (3.9)$$

avec $c \left(\frac{\partial H}{\partial t} \right)$ est une fonction donné par :

$$c(\dot{H}) = \begin{cases} 1 + c_1 |\dot{H}| & \text{si } \dot{H} < \dot{H}_1 \\ c_1 \dot{H}_1 + c_2 (|\dot{H}| - \dot{H}_1) & \text{si } \dot{H}_1 < \dot{H} < \dot{H}_2 \\ 1 + c_1 \dot{H}_1 + c_2 (\dot{H}_2 - \dot{H}_1) + c_3 (|\dot{H}| - \dot{H}_2) & \text{si } \dot{H}_2 < |\dot{H}| \end{cases} \quad (3.10)$$

La difficulté de ce modèle réside dans la détermination des coefficients de $c(\dot{H})$. En effet Hodogdon n'a pas défini de méthode de calcul des paramètres c_1 , c_2 et c_3 , ce qui rend le modèle relativement inapplicable.

3.2. Modèle de preisach dynamique :

Le modèle a été proposé par Bertotti en 1992 [41], où il a introduit le concept d'objet magnétique (O.M.) dans sa théorie statistique sur le mouvement des parois de Bloch.

3.2.1. Théorie de Bertotti :

Les parois de Bloch ne se déplacent pas de manière totalement indépendante dans les matériaux ferromagnétiques. En effet, ces parois ont tendance à se déplacer en groupes à cause de certaines corrélations internes d'origine magnétostatique. Ainsi, Bertotti désigne par Objet Magnétique (O.M) un ensemble de parois ayant le même comportement dynamique.

Bertotti a appliqué le modèle de Kittel [42] dans sa théorie statistique, qui est associé au mouvement d'une paroi, à un O.M. Il a supposé que l'ensemble des parois est aléatoirement distribué dans la structure magnétique. Ainsi, l'évolution d'une paroi au sein de la structure entraîne une variation de flux locale telle que :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{1}{\sigma G} [H_{surf}(t) - H_{hyst} - H_i(t)] \quad (3.11)$$

Cette équation montre la contribution de deux champs H_{hyst} et $H_i(t)$, le premier est lié aux phénomènes statiques d'hystérésis et le second est lié aux courants induits moyens. $H_{surf}(t)$

représente le champ d'excitation en surface de la tôle, comme présenté dans le modèle de Kittel. Le facteur G est un coefficient d'amortissement sans dimension, il détermine la proportionnalité entre la pression agissant sur la paroi mobile et la variation de flux correspondante.

L'hypothèse sur la répartition aléatoire des parois est valable dans le cas des tôles à grains orientés. En effet, l'espacement entre les grains étant généralement plus grand que l'épaisseur de la tôle, une paroi peut-être assimilée à un O.M. pour lequel la relation (3.11) reste valable. Par contre, pour des tôles à grains non orientés, étant donnée la finesse de la structure en domaines, un O.M. est constitué de plusieurs parois magnétiquement corrélées et qui interagissent entre-elles dans une région limitée de la section de la tôle. Ce groupe de parois est appelé Groupe de Barkhausen (G.B.). Une étude statistique montre que ce type de matériau obéit aussi à la loi (3.11) mais à condition de considérer un coefficient d'amortissement différent. En effet, en associant à chaque G.B. un coefficient d'amortissement G^{GB} et en supposant une distribution aléatoire de ces G.B., l'équation (3.11) devient :

$$\frac{\partial \varphi^{GB}}{\partial t} = \frac{1}{\sigma_{G^{GB}}} [H_{surf}(t) - H_{hyst} - H_i(t)] \quad (3.12)$$

où G^{GB} est une fonction compliquée de la structure interne du Groupe de Barkhausen ($G \leq G^{GB} \leq 0.5$). Par analogie avec l'équation (3.1), nous constatons que c'est le Groupe de Barkhausen qui joue le rôle d'un Objet Magnétique. Bertotti généralise les deux cas précédents, équations (3.11) et (3.12), en associant à chaque O.M. un coefficient d'amortissement généralisé G' . On montre que $G' \cong G$ et les O.M. étant supposés distribués aléatoirement dans la section, nous avons l'équation généralisée suivante :

$$\frac{\partial \varphi^{OM}}{\partial t} = \frac{1}{\sigma_{G^{OM}}} [H_{surf}(t) - H_{hyst} - H_i(t)] \quad (3.13)$$

Nous allons introduire le modèle de Preisach étendu à la dynamique à partir de cette expression.

3.2.2. Introduction du modèle dynamique de Preisach :

Dans le modèle de Preisach statique, les commutateurs γ_{ab} basculent instantanément. Dans la théorie de Bertotti, un O.M. est lié à chaque cycle élémentaire. La variation de flux d'un tel O.M. est montrée dans la loi (3.13). L'expression de l'aimantation devient :

$$M(t) = M_{sat} \iint \rho(\alpha, \beta) \cdot \varphi(\alpha, \beta, t) d\alpha d\beta \quad (3.14)$$

Dans ce modèle, les commutateurs ont une pente finie (figure 3.1) et la variation temporelle du flux est décrite par une expression similaire à celle donnée par l'équation (3.13) :

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = k[H(t) - \alpha] \text{ pour } H(t) \geq \alpha \text{ et } \varphi(\alpha, \beta, t) \leq +1 \\ \frac{\partial \varphi}{\partial t} = k[H(t) - \beta] \text{ pour } H(t) \leq \beta \text{ et } \varphi(\alpha, \beta, t) \geq -1 \\ \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0 \text{ sinon} \end{cases} \quad (3.15)$$

Le paramètre k donné par [43] :

$$k = \frac{N_0}{\sigma GSM_s} \quad (3.16)$$

avec S la section de la tôle, σ la conductivité, N_0 le nombre d'O.M. dans la section de la tôle et M_s l'aimantation à saturation.

L'aimantation totale est réécrite sous la forme :

$$M(t) = M_{sat} \iint_{S_+(t)}^{H_m} \rho(\alpha, \beta) \varphi(\alpha, \beta, t) d\alpha d\beta + M_{sat} \iint_{S_-(t)}^{\alpha} \rho(\alpha, \beta) \varphi(\alpha, \beta, t) d\alpha d\beta \quad (3.17)$$

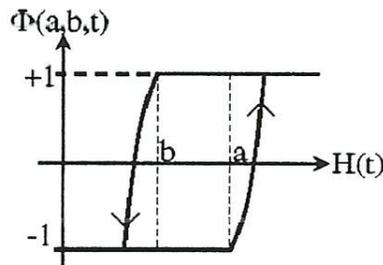


Figure. 3.1. Cycle élémentaire dynamique

Remarque : Le modèle dynamique de Preisach proposé par Bertotti, décrit l'effet de la fréquence sur le comportement magnétique des matériaux. Toutefois, ce modèle reste compliqué à mettre en œuvre et très gourmand en temps de calcul. Ce qui rend le modèle difficile à implanter dans un code de calcul de champ [44].

3.3. Modèle de preisach paramètre :

Dans les travaux de thèse de Bernard [10], il a proposé une méthode originale pour la prise en compte de l'effet de la fréquence dans le modèle de Preisach. Celle-ci consiste à paramétrer la fonction de distribution inverse $\rho'(\alpha, \beta)$, pour une utilisation $M(B)$ du modèle de Preisach, en fonction d'une grandeur liée à la dynamique : la vitesse de variation de l'induction $\frac{dB}{dt}$. La nouvelle fonction de distribution s'écrit $\rho'(\alpha, \beta, \frac{dB}{dt})$. Celle-ci est caractérisée pour une vitesse

de variation donnée de l'induction, $\frac{dB}{dt} = Cst$, et pour plusieurs amplitudes d'excitation. L'opération est répétée plusieurs fois pour différentes vitesses de variation de l'induction. Le processus expérimental se traduit par l'application dans l'échantillon d'un flux triangulaire de pente et d'amplitude variables. Il est observé que la loi d'évolution de la fonction de distribution $\rho'(\alpha, \beta, \frac{dB}{dt})$ en fonction de $\frac{dB}{dt}$ peut être approximée par une droite. Il s'ensuit que :

$$\rho'(\alpha, \beta, \frac{dB}{dt}) = \rho'_{stat}(\alpha, \beta) + \gamma(\alpha, \beta)(\frac{dB}{dt}). \quad (3.18)$$

Remarque : Les résultats obtenus par ce modèle donnent de bons résultats sur des tôles. Toutefois, pour plus de précision, il est nécessaire de disposer d'un grand nombre de mesures pour des fréquences et des amplitudes d'excitation différentes.

3.4. Modèle dynamique de Jiles-Atherton :

Le modèle de Jiles-Atherton décrit dans le deuxième chapitre est étendu à des matériaux conducteurs afin de décrire leurs comportements magnétiques sous l'effet de la fréquence et des différentes pertes. La formulation théorique du modèle a été conservée. Une nouvelle approche énergétique basée sur la séparation des pertes permet de développer le modèle dynamique de Jiles [5]. Les pertes dans un matériau magnétique se composent alors des pertes par hystérésis dW_h/dt , des pertes courant de Foucault dW_{ec}/dt et des pertes supplémentaires dW_a/dt . Les pertes par courant de Foucault peuvent être définies à partir des équations de Maxwell pour un échantillon d'une géométrie bien définie. Si on ignore l'effet de peau et que le champ magnétique traverse uniformément l'échantillon ferromagnétique, la densité des pertes par courant de Foucault est alors proportionnelle au carré de la variation de l'aimantation par rapport au temps [45].

$$\frac{dW_{ec}}{dt} = \frac{d^2}{2\rho\beta} \left(\frac{d\beta}{dt}\right)^2 = \frac{(d\mu_0)^2}{2\rho\beta} \left(\frac{dM}{dt}\right)^2 \quad (3.19)$$

ρ est la résistivité en Ωm , d la section de l'échantillon et β un facteur géométrique qui peut être égale à 6 pour les tôles, 16 pour les cylindres et 20 pour les sphères. Sous des conditions de variation sinusoidale d'induction à faibles ou moyennes fréquences, ces pertes par unité de volume sont évaluées par :

$$\frac{dW_{ec}}{dt} = \frac{\pi^2 B_{max}^2 d^2 f^2}{\rho\beta} \quad (3.20)$$

B_{max} est la valeur maximale de l'induction en Tesla et f la fréquence en H_z . En plus des pertes par hystérésis le matériau peut être le siège de pertes supplémentaires qui seront évaluées par :

$$\frac{dW_a}{dt} = \left(\frac{GdwH_0}{\rho} \right)^{1/2} \left(\frac{dB}{dt} \right)^{3/2} \quad (3.21)$$

avec $G=0.13356$, w est la largeur du laminage et H_0 le champ interne exercé par les domaines magnétiques. En se basant sur les équations (2.30, 2.31, 2.32, 2.33, 2.34) et en ajoutant les deux composantes de pertes (courant de Foucault et supplémentaires) on peut déduire que :

$$\begin{aligned} \mu_0 \int M_{an} dH_e = \mu_0 \int M dH_e + \mu_0 k \delta \int \left(\frac{dM}{dH_e} \right) dH_e - \mu_0 k \delta c \int \left(\frac{dM_{an}}{dH_e} \right) dH_e + \int \frac{\mu_0 d^2}{2\rho\beta} \left(\frac{dM}{dt} \right)^2 dt + \\ \int \left(\frac{GdwH_0}{\rho} \right)^{1/2} \left(\frac{\mu_0 dM}{dt} \right)^{3/2} dt \end{aligned} \quad (3.22)$$

avec : $H_e = H + \alpha M$. Des transformations de l'équation (3.22) permettent d'obtenir l'équation quasi statique (3.23) de l'hystérésis magnétique tenant compte des différents types de pertes.

$$\begin{aligned} D_1 \frac{dH}{dt} \left(\frac{dM}{dH} \right)^2 + \left(\frac{\mu_0 GdwH_0}{\rho} \right)^{1/2} \left(\frac{dH}{dt} \right)^{1/2} \left(\frac{dM}{dH} \right)^{3/2} + \left[k\delta - \alpha \left(M_{an} + M + k\delta c \frac{dM_{an}}{dH_e} \right) \right] \left(\frac{dM}{dH} \right) - \\ \left(M_{an} - M + k\delta c \frac{dM_{an}}{dH_e} \right) = 0 \end{aligned} \quad (3.23)$$

avec les paramètres dynamiques D_1 et D_2 qui sont donnés par :

$$D_1 = \frac{\mu_0 d^2}{2\rho\beta} \quad (3.24)$$

$$D_2 = \frac{\mu_0 GdwH_0}{\rho} \quad (3.25)$$

Dans l'équation (3.23) interviennent aussi les paramètres du modèle statique α , a , c , k et M_s . L'expression de l'aimantation an hystérétique est donnée par (2.21). Dans une première approximation, les valeurs de ces paramètres sont les mêmes que ceux obtenus pour le modèle statique et présentés au 2ème chapitre. Les deux nouveaux paramètres D_1 et D_2 peuvent être déterminés à partir des grandeurs physiques (conductivité,...) et géométriques (facteur de forme, section,...) de l'échantillon considéré.

3.4.1. Implémentation du modèle dynamique de Jiles Atherton :

3.4.1.1. Résolution numérique du modèle dynamique de Jiles Atherton :

La résolution numérique du modèle dynamique de Jiles-Atherton est très délicate (équation (3.23)). En effet, il s'agit de résoudre, après le changement de variable $X = \left(\frac{dM}{dH}\right)^{1/2}$, un polynôme d'ordre 4. Nous avons utilisé la méthode d'Euler implicite pour la discrétisation temporelle et la méthode de Newton-Raphson pour la résolution du polynôme.

L'organigramme représenté par la figure.3.2 résume les différentes étapes pour la construction du cycle d'hystérésis dynamique du modèle de Jiles-Atherton. A l'aide de cet organigramme on peut réaliser un programme de calcul qui permet de générer des cycles d'hystérésis en fonction de la fréquence.

3.4.1.2 Calcul des paramètres du modèle :

L'identification des paramètres $\alpha, a, k, c,$ et M_{sat} a déjà été effectuée dans le cas du modèle statique. Les deux nouveaux paramètres D_1 et D_2 sont calculs par (3.13) et (3.14) respectivement. Avec d (épaisseur de la tôle) vaut 0.5mm, le paramètre de forme β vaut 6 et la résistivité ρ vaut $0.5 \cdot 10^{-5} \Omega m$. Pour D_2 nous connaissons le paramètre w (largeur des tôles) qui vaut 1cm mais la détermination du paramètre H_0 lié au potentiel interne subi par les parois de Bloch est difficile.

Le tableau 3.1 représente les valeurs des paramètres du modèle de Jiles Atherton dynamique d'une tôle FeSi [46].

Paramètres	Tôle FeSi(Dynamique)
K	65
M_S	1167880
C	0.035
A	75
α	$1.83 \cdot 10^{-4}$
D_1	$3.3 \cdot 10^{-2}$
D_2	$5 \cdot 10^{-1}$

Tableau 3.1 : Valeurs des paramètres pour le modèle dynamique de Jiles

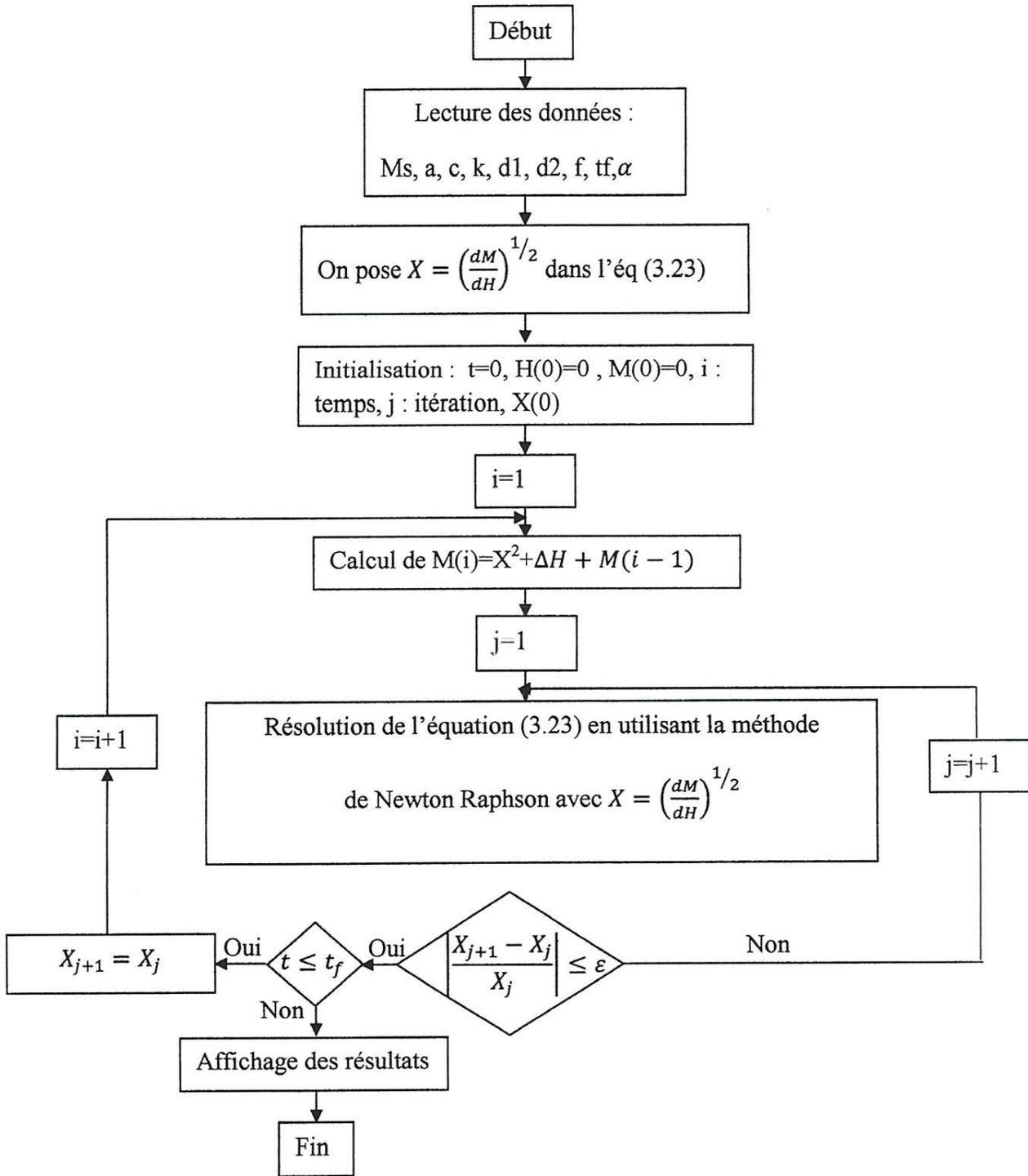


Figure 3.2 : Organigramme de calcul du modèle de Jiles-Atherton dynamique

3.4.2. Résultats de simulation :

D'après la figure (3.3) on observe très clairement l'effet de la fréquence sur l'aire du cycle d'hystérésis, une proportionnalité directe entre la croissance de la fréquence du champ d'excitation et l'augmentation de la surface du cycle d'hystérésis.

Afin de valider cette observation de manière plus rigoureuse, il est nécessaire de tracer l'évolution des champs coercitif et rémanent en fonction de la fréquence. Les courbes correspondantes sont reportées sur la figure 3.4. D'après ces figures on peut également remarquer que l'augmentation de la fréquence provoque l'augmentation du champ coercitif et rémanent, ce qui explique la dépendance directe des pertes accompagnant le phénomène d'aimantation avec la fréquence d'excitation.

Le tableau 3.2 montre la relation entre les pertes par hystérésis et la fréquence du champ d'excitation.

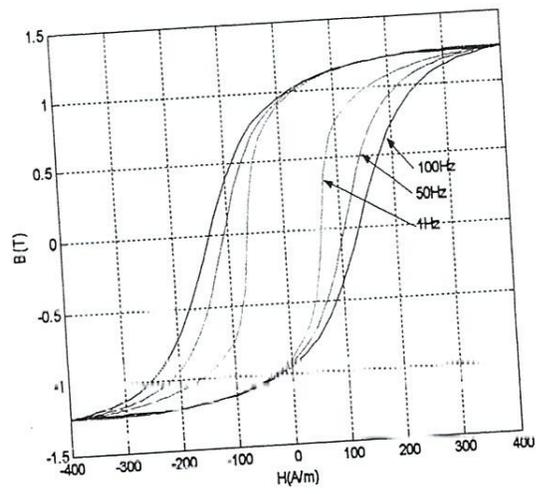


Figure 3.3 : Evolution du cycle d'hystérésis en fonction de la fréquence

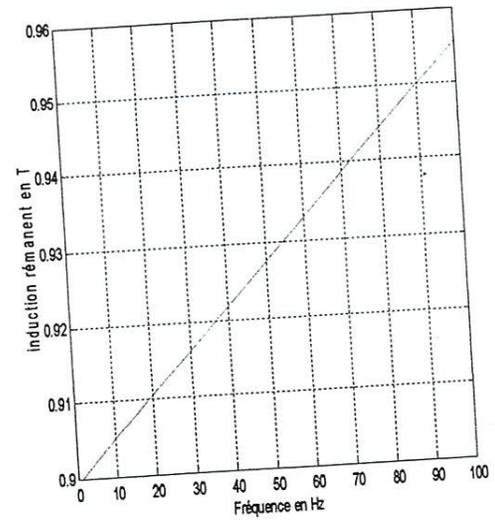
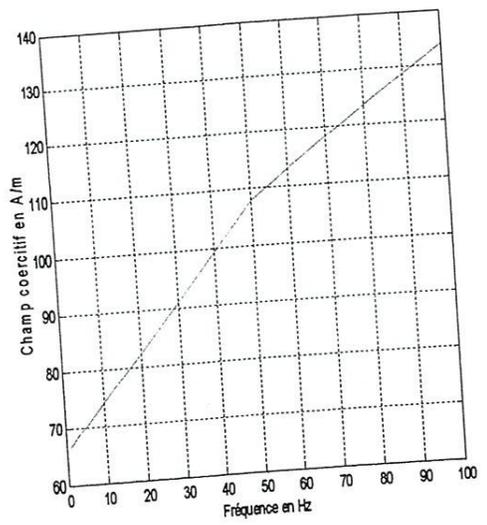


Figure 3.4 : Evolution du champ coercitif et l'induction rémanente en fonction de la fréquence

Tableau 3.2 : Pertes par hystérésis en fonction de la fréquence

Fréquence [Hz]	Pertes par hystérésis [w/m^2]
1	0.0653
50	5.0250
100	11.2288

Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons exposé trois modèles d'hystérésis dynamiques, ces trois derniers sont les plus utilisés par les chercheurs pour la caractérisation des matériaux ferromagnétiques en régime dynamique.

La simulation du modèle dynamique de Jiles sous environnement Matlab a montré sa validité pour une modélisation dynamique de l'hystérésis.

Conclusion Générale :

Le travail entrepris dans le cadre de ce travail a été orienté vers la modélisation du cycle d'hystérésis dans les matériaux magnétiques, ont permis de mettre en évidence la difficulté qui existe quant au choix d'un modèle, à la fois précis et rapide, pour l'étude du phénomène d'hystérésis.

La première étape est la mise en œuvre du modèle d'hystérésis statique de Jiles Atherton par l'écriture d'un programme informatique permettant la régénération du cycle d'hystérésis du matériau magnétique pour différents champs d'excitations (sinusoïdale, transitoire,).

Dans une seconde étape, la mise en œuvre du modèle dynamique de Jiles- Atherton par l'écriture d'un programme informatique permettant la régénération du cycle d'hystérésis pour différentes fréquences, les résultats obtenus sont accord avec la théorie.

A la suite de ce travail, nous envisageons de :

- Intégration du modèle d'hystérésis de Jiles-Atherton intégrant la température dans un calcul du champ par éléments finis.
- Une étude plus approfondie des modèles statiques et dynamiques implantés dans un code de calcul de champ. Ceci se traduira par des calculs de pertes a priori et a posteriori sur différents matériaux et différentes structures. A cela, s'ajoute la résolution du problème numérique rencontré dans le cas du modèle dynamique de Jiles-Atherton.

Bibliographie

- [1] F. Robert, « Matériaux d'électrotechniques », Traité d'électricité, Volume II, Presses polytechniques Romandes. Troisième édition 1989.
- [2] P. Brissonneau, « Magnétisme et matériaux magnétiques pour l'électrotechnique », Paris, Hemès, 1997.
- [3] Y. Bernard, "Contribution à la modélisation de systèmes électromagnétiques en tenant compte du phénomène d'hystérésis. Extensions du modèle de Preisach adaptées au calcul de champ", Thèse de Doctorat, Université Paris XI, 2000.
- [4] G. Bertotti « General properties of power losses in soft ferromagnetic materials”, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 24, No. 1, pp. 621-630, 1988.
- [5] B. Nait-Kaci, « Modélisation de l'hystérésis magnétique tenant compte des contraintes thermique », Thèse de Magister, Univ. Tizi-Ouzou, 2000.
- [6] Hai Yan Lu¹, Jian Guo Zhu², and S. Y. Ron Hui³, *Fellow, IEEE,* " Measurement and Modeling of Thermal Effects on Magnetic Hysteresis of Soft Ferrites”, IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, VOL. 43, NO. 11, NOVEMBER 2007
- [7] F. C. Trutt, E. A. Erdelyi, R. E. Hopkins, « Representation of the magnetization characteristics of DC machines for computer use», IEEE Transactions on Power Applications and Systems, Vol. 87, pp 665-669, 1968.
- [8] Mayergoyz, Abedl-kader, Emad, « On penetration of electromagnetic fields into non linear conducting ferromagnetic media », Journal of Applied Physics. Vol. 53, pp 618-629, 1984.
- [9] S. A. Nasar, F. U. Xiong, « Eddy-current losses in a tubular linear induction motor », IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 30, N^o 4, pp 1437-1445, 1994.
- [10] Dionne, Weiss, Allen, « Hysteresis loops modelled from coercivity, anisotropy and microstructure parameters », Journal of Applied Physics. Vol. 61, pp 3862-3864, 1987.
- [11] Issak. D. Mayergoyz “Mathematical models of hysteresis”, IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, Vol 22, N^o5, pp 603-608, 1986..

- [12] G. Biocri, D. Pescetti, "Analytical theory of the behavior of ferromagnetic materials", II. Nuvo Cimento, Vol. II, N°6. pp16, 1958.
- [13] I.D. Mayergoyz, "Mathematical models of hysteresis" Edition Lavoisier, pp 277-433, 1992
- [14] Y. Bernard, E. Mendes et Z. Ren, « A new method for the determination of the parameters in preisach model", CEFC'98, Tucson, Arizona, USA, p. 402, 1-3 Juin 1998.
- [15] F. Vajda. E. Della Torre, "Identification of parameters in an Accomodation Model" IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, Vol 30,N°6,pp 4371-4373, 1994.
- [16] Gwan-Soon Park, Sang-Cheol Scol, Kyeong-Jin Lee, Taek-Dong Lee, Hak-Young Lee, Jung-Woo Lee, Song-Yop Hahn, "Practical Method to Obtain the Partical Density Distribution in Scalar Preisach Model", IEEE Transactions on Magnetics, Vol, 33, N. 2, PP. 1600-1603, March 1997.
- [17] P. Pruksanubal, A. Binner, and K. H. Gonschorek, "Modeling of magnetic hysteresis using Cauchy distribution", Electromagnetic compatibility, 3rd international symposium on, PP 446-449, 2002.
- [18] y. Ouled Amour, « Contribution à la modélisation de l'hystérésis magnétique en vue de l'analyse par éléments finis des systèmes de chauffage par induction », Thèse de doctorat Univ. Nantes, 2000.
- [22] G.Biocri, D.Pescetti, "Analytical theory of the behavior of ferromagnetic materials", IL Nuvo Cimento, Vol.VII, No.6, pp16, 1958.
- [23] I.D. Mayergoyz, "Mathematical models of hysteresis", Edition Lavoisier, pp 277-433, 1992.
- [24] S. Clénet et F. Piriou, "Identification de la fonction d'Everett pour le modèle de Preisach", MGE 2000, France, Lille, 13-14 Décembre, pp. 71-74, 2000.
- [25] V.Ionita, B. Cranganu-Cretu, D. Ioan, "Quasi-stationary Magnetic Field Computation in Hysteretic Media", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 32, N. 3, pp. 1128-1131, May 1996.
- [26] P. Pruksanubal, A. Binner, and K. H.Gonschorek, "Modeling of Magnetic Hysteresis using Cauchy distribution", Electromagnetic compatibility, 3rd international symposium on, PP. 446-449, 2002.

- [27] LL. Rouve, Th. Waecherle, A. Kedous-Lebouc, "Application of Preisach Model to Grain Oriented Steels: Comparison of different Characterizations for the Preisach Function", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 31, N. 6, pp. 3557-3559, November 1995.
- [28] Jiles, Atherton, "Theory of ferromagnetic hysteresis", Journal of magnetism and magnetic materials, Vol.61, pp. 48-60, 1986.
- ²⁹
[39] D.C. Jiles, J.B. Thoeke et M.K. Devine, "Numerical determination of hysteresis parameters for the modeling of magnetic properties using the theory of ferromagnetic hysteresis", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 28, pp. 27-35, 1992.
- [30] D.C Jiles, J.B Thoeke, "Theory of ferromagnetic hysteresis: determination of model parameters from experimental hysteresis loops", IEEE Transactions on Magnetics, Vol.25, No.5, pp 3928-3930, 1993.
- [31] Hodgdon, "Mathematical theory and calculations of magnetic hysteresis curves", IEEE Transactions on Magnetics, Vol.24, No.6, pp 3120-3122, 1988.
- [32] G. Bertotti, "Physical interpretation of eddy current losses in ferromagnetic materials: Theoretical considerations", J. Applied. Phys. 57 (6), pp. 2110-2117, 1985.
- [33] H.J. Williams, W. Shockley et C. Kittel, "Studies of the propagation velocity of a ferromagnetic domain boundary", Phys. Rev., Vol. 80, p. 1090, 1950.
- [34] L. L. Rouve, « Prise en compte du comportement magnétique fréquentiel des tôles FeSi en modélisation électrotechnique", Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1996.
- [35] D.C Jiles, "Modelling the effect of eddy current losses on frequency dependent hysteresis in electrically conducting media", IEEE Transactions on Magnetics, Vol.30, No.6, pp 4326-4328, 1994.