

M/S31.634

**Université du 8 mai 1945 Guelma**  
**Faculté des Sciences et de la Technologie**  
**Département de Génie Mécanique**



**Mémoire de fin D'études**  
**Pour l'obtention du diplôme de Master**

**Option : Maintenance Industrielle**

**Présenté par : LAMAIRIA Bilel**

=====

***Analyse des défauts de roulements par la  
transformée de Fourier fractionnaire à court  
terme***

=====

Sous la Direction de :

**Dr. S. BOUCHERIT**

**Année universitaire 2012/2013**

*Remerciement*

13/2893

Je ne saurai jamais suffisamment remercier tous ceux qui m'ont aidé tout au long du chemin difficile, mais en même temps très beau et passionnant, du doctorat. Professeurs, famille, amis m'ont constamment encouragé et soutenu, m'ont rendu l'espoir et le pouvoir de continuer lorsque je ne me sentais plus capable de le faire, ont supporté sans rancœur mes mauvaises humeurs et se sont réjouis pour chacun de mes succès. Pour leur générosité, leur patience et leur sagesse, je leur dois ma profonde reconnaissance.

La liste de ceux que je voudrais remercier est très longue, mais mon habileté à manier les mots est trop faible pour pouvoir leur exprimer mes sentiments de gratitude comme je le souhaiterais. Je remercie surtout :

Chère maman, ma sœur, tout la famille, mes amis Mahdoud, Zaki, Farid, Houssam, Khalid, Nawri, Max, Taher, Et tous ceux qui ne se souviennent de leurs noms,

Un remerciement spécial à mon encadreur et mon docteur Dr. S. Boucherit, monsieur A. Djebala, et plus que spécial à Mimed et Aziz.

Merci beaucoup.

*DEDICACE*

Nous remercions DIEU le tout puissant !!!

Apparaissant toujours dans la vie d'un homme, des êtres dont on ne peut que citer les mérites à défaut de rendre leur dû ; c'est pourquoi Je dédie ce modeste travail et ma profonde gratitude à celle qui m'a transmis la vie, l'amour, le courage, à toi chère maman, pour l'éducation que vous m'avez prodigué; avec tous les moyens et au prix de tous les sacrifices consentis à mon égard, pour le sens du devoir que vous m'avez enseigné depuis mon enfance.

Je leurs réitère ma reconnaissance éternelle et ma profonde gratitude pour leurs conseils, leurs soutiens, leurs efforts, leurs encouragements tout au long de mon cursus scolaire qui m'ont montré que la grandeur d'un homme se trouve dans le travail.

A ma sœur et mes amis : Mahdoud, Zaki, Farid, Houssam, Khalid, Nawri, Max, Taher, Samir,

En reconnaissance de tous les sacrifices consentis par tous et chacun pour me permettre d'atteindre cette étape de ma vie.

Bilel. !

---

Remerciement

Dédicace

Sommaire

Introduction générale

Chapitre I Généralités sur les signaux

Généralités sur les signaux	.6
I.1. Définition	.6
I.1.1 Un signal	.6
I.1.2 Bruit	.6
I.1.3 Le traitement de signal	.6
I.2. Classification des signaux	.7
I.2.1. Classification phénoménologique	.7
I.2.1.1. Définition	.7
I.2.1.2. Sous classes de signaux déterministes	.7
I.2.1.3. Exemples de signaux déterministes	.8
I.2.2. Classification énergétique	.8
I.2.3. Classification morphologique	.8
I.2.4. Autres classes importantes	.9
I.2.4.1. Classification spectrale	.9
I.2.4.2. Signaux pairs ou impairs	.11
I.2.4.3. Signaux de durée finie	.11
I.3. Les représentations temps fréquence	.12
I.3.1. Introduction	.12
I.3.2. Représentations temps-fréquence linéaires	.12
I.3.2.1. Transformation de Fourier à Court Terme	.12
I.3.2.2. Transformation de Gabor	.14
I.3.2.2.1. Cas de l'échantillonnage critique	.16
I.3.2.2.2. Cas de sur-échantillonnage	.17
I.3.2.3. La transformée en ondelettes	.18
I.3.3. Représentations temps-fréquence bilinéaires (quadratiques)	.19
I.3.3.1. La distribution de Wigner-Ville (DWV)	.19
I.3.3.2. La classe de Cohen	.21
I.3.3.3. La RTF basée sur le noyau gaussien adaptatif (RTF-NGA)	.23
I.4. Considérations sur la caractérisation des signaux par des méthodes temps-fréquence linéaires/bilinéaires	.29
I.4.1. RTF linéaires	.30
I.4.2. RTF bilinéaires	.31
Chapitre II Les roulements.	
II.1. Introduction	.32
II.2. Fonction d'un roulement	.33
II.2.1. Familiarisation avec un roulement	.33
II.2.2. La normalisation	.33
II.3. Les types de roulement	.34
II.3.1. Les roulements à 1 et 2 rangées de bille, contact radial	.34
II.3.2. Les roulements à 1 et 2 rangées de bille, contact oblique	.34
II.3.3. Les roulements à rouleaux cylindriques	.34
II.3.4. Les roulements à rouleaux coniques	.34
II.3.5. Les roulements à rotules sur billes	.35
II.3.6. Les roulements à rotules sur rouleaux	.35
II.3.7. Les butées à billes	.35
II.3.8. Les butée à rotule sur rouleaux	.35
II.4. L'influence de fonctionnement sur les roulements	.35

II.4.1. Influence de la température	.35
II.4.2. Roulement à contact radial sous charge radiale	.35
II.4.3. Roulement à contact oblique sous charge radiale et axiale	.36
II.4.4. Influence d'une charge excessive	.36
II.4.5. Influence des défauts de forme et de position des portées	.36
II.4.6. Frottement et vitesse des roulements	.37
II.5. Les outils de surveillance	.37
II.6. les fréquences caractéristiques des défauts du roulement « calcul cinématique »	.38
 Chapitre III la Théorie et applications de la transformée de Fourier fractionnaire	
III.1. Introduction	.40
III.2. La transformée de Fourier classique	.40
III.3. La transformée de Fourier fractionnaire	.41
III.3.1. Fonctions propres	.41
III.3.2. Représentation intégral	.43
III.4. Propriétés de la FRFT	.45
III.5. FRFT des fonctions usuelles	.48
III.6. la FRFT dans l'analyse spectrale	.48
III.7. La FRFT dans l'analyse cepstral	.51
III.8. La transformée de Fourier fractionnaire à court terme	.52
III.8.1. Estimation de la largeur du signal à partir des moments dans le domaine fractionnaire	.53
 Chapitre IV Application de la méthode	
IV.1. Introduction	.54
IV.2. Banc d'essais	.54
IV.3. Fenêtre utilisée	.57
IV.4. Signaux recueillis	.58
IV.5. Analyse des signaux	.60
IV.5.1. Roulement sain	.61
IV.5.2. Roulement avec défaut sur la bague extérieure	.62
V. Conclusion global	.69
Référence bibliographique	.70
Liste des abréviations	

## *Introduction générale*

Sous la pression de la concurrence mondiale, les installations de production ont vu leurs performances croître régulièrement. Les machines sont de plus en plus sollicitées, vitesse de rotation, durées de fonctionnement et efficacité augmentent. Il s'ensuit une augmentation des dégâts et des pannes qui entraînent des arrêts non programmés. Les coûts d'arrêt de production sont dans ces cas nettement supérieurs aux coûts de réparation et de remise en état. Ainsi la prévention des dégâts des machines a pour chaque entreprise une grande signification économique.

Continuité dans la production, maintien de l'outil, respect de l'environnement et succès économiques ne peuvent être garantis dans le temps qu'à l'aide d'une maintenance qui prévient efficacement les dégâts et les pannes, et qui utilise de façon optimale le potentiel des machines. Ces deux conditions ne peuvent être remplies que par la mise en œuvre de la maintenance conditionnelle.

L'objectif principal d'une bonne surveillance est de détecter les anomalies de fonctionnement avant qu'elles ne présentent un risque pour la machine. Lorsqu'un défaut est détecté, il faut être capable de préciser s'il est grave, si l'on peut continuer à exploiter la machine et dans ce cas combien de temps on peut la laisser en fonction (tourner) avant de l'arrêter.

Pour assurer cette surveillance, on dispose d'informations représentatives (symptômes) des défauts à surveiller. Ces informations sont évidemment celles qui sont accessibles à la mesure: Températures, pressions, débits, vibrations, etc.

La surveillance par les vibrations peut se révéler une méthode efficace pour parvenir aux résultats, et parfois à moindre frais. Ce dernier point qui représente l'aspect économique de la surveillance n'est pas négligeable pour un industriel. L'utilisation des vibrations fait intervenir une phase d'analyse du signal vibratoire recueilli sur la machine à surveiller. Dans l'analyse vibratoire on trouve plusieurs méthodes pour la détection ou la prévision des défauts. Parmi ces méthodes l'analyse spectral, cepstral, les ondelettes, l'enveloppe.....ect. Chaque méthode a des avantages et des inconvénients.

Le travail entrepris dans le cadre de ce mémoire porte sur l'application de la transformée de Fourier fractionnaire à court terme à la détection des défauts de roulement. Cette technique, récemment introduit, rentre dans la catégorie des techniques de représentation temps-fréquence qui sont largement utilisées pour détecter les défauts dans les roulements, car ils peuvent déterminer non seulement le moment de l'impact survenant, mais aussi les plages de fréquence du point d'impact, et peuvent donc déterminer non seulement l'existence de défauts, mais également des causes de ces défauts.

Ce travail est structuré en quatre chapitres, le premier chapitre consiste en un rappel des concepts de base des méthodes d'analyse temps-fréquence. Le deuxième chapitre donne une généralité sur les roulements. Le troisième chapitre expose la théorie de la transformée de Fourier fractionnaire et ces applications. Le dernier chapitre est consacré à l'exploitation de la technique de la transformée de Fourier fractionnaire à la détection des défauts de roulement. Et enfin une conclusion générale.

## *Chapitre I*

### *Généralité sur les signaux*

#### *I. Généralité sur les signaux*

Le traitement du signal est une discipline indispensable de nos jours. Il a pour objet l'élaboration ou l'interprétation des signaux porteurs d'informations. Son but est donc de réussir à extraire un maximum d'information utile sur un *signal* perturbé par du *bruit* en s'appuyant sur les ressources de l'électronique et de l'informatique.

#### *I.1. Définition*

##### *I.1.1. Un signal*

Un signal est la représentation physique de l'information, qu'il convoie de sa source à son destinataire. La description mathématique des signaux est l'objectif de la théorie du signal. Elle offre les moyens d'analyser, de concevoir et de caractériser des systèmes de traitement de l'information.

##### *I.1.2. Bruit*

Un bruit est un phénomène perturbateur gênant la transmission ou l'interprétation d'un signal.

##### *I.1.3. Le traitement de signal*

C'est la discipline technique qui, s'appuyant sur les ressources de l'électronique, de l'informatique et de la physique appliquée, a pour objet l'élaboration ou l'interprétation des signaux porteurs de l'information.

Son application se situe dans tous les domaines concernés par la transmission ou l'exploitation des informations transporter par ces signaux.

Un système de mesure a de façon générale la structure de la figure1-1 ci-dessous, le phénomène physique que l'on veut étudier est présenté à un capteur qui le transforme en un signal électrique tension ou courant, à ce niveau un bruit s'ajoute. Le signal transmit à travers le canal de transmission atteint le récepteur, puis il subit un traitement pour extraire l'information utile sans bruit.



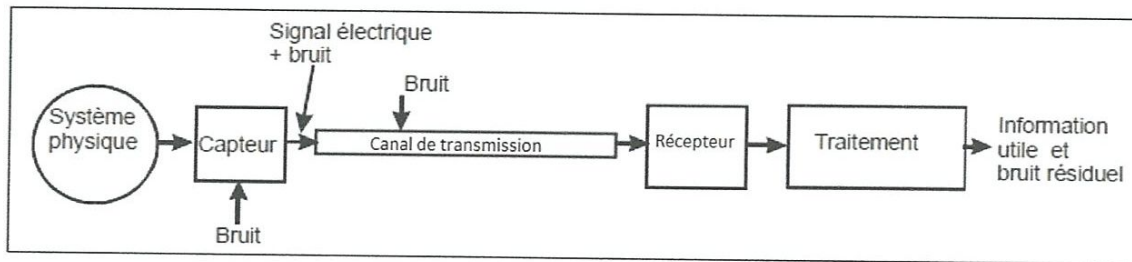


Figure (I.1). Chaîne de transmission d'un signal analogique.

## ***1.2. Classification des signaux***

On peut envisager plusieurs modes de classification pour les signaux suivant leurs propriétés.

### ***1.2.1. Classification phénoménologique***

#### ***1.2.1.1. Définition***

On considère la nature de l'évolution du signal en fonction du temps. Il apparaît deux types de signaux :

- **Les signaux déterministes** : ou signaux certains, leur évolution en fonction du temps peut être parfaitement modélisé par une fonction mathématique. On retrouve dans cette classe les signaux périodiques, les signaux transitoires, les signaux pseudo-aléatoires, etc..
- **Les signaux aléatoires** : leur comportement temporel est imprévisible. Il faut faire appel à leurs propriétés statistiques pour les décrire. Si leurs propriétés statistiques sont invariantes dans le temps, on dit qu'ils sont stationnaires.

#### ***1.2.1.2. Sous classes de signaux déterministes***

Parmi les signaux déterministes, on distingue :

- Les signaux périodiques, satisfaisant à la relation :  $x(t) = x(t + kT)$   
Avec  $k$  entier qui obéissent à une loi de répétition cyclique régulière, de période  $T$ .
- Les signaux non périodiques, qui ne jouissent pas de cette propriété.

## *1.2.1.3. Exemples de signaux déterministes*

Les signaux sinusoïdaux sont un cas particulier de ces signaux qui sont périodiques :

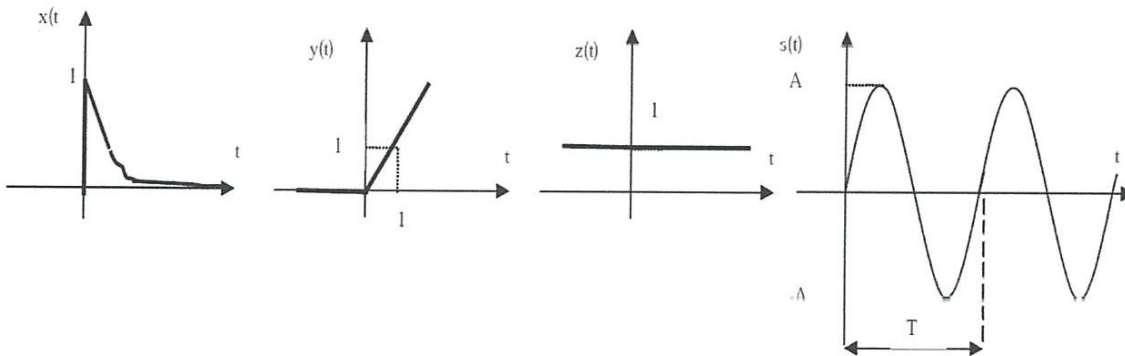
$$s(t) = A.\sin[(2.\pi/T)t + \varphi] \quad (I.1)$$

Les signaux non périodiques suivants sont des cas particuliers :

$$x(t) = e^{-at} \text{ pour } t > 0 \text{ sinon } x(t) = 0 ;$$

$$y(t) = t \text{ pour } t > 0 \text{ sinon } t < 0 ;$$

$$z(t) = 1$$



Figure(I.2) : Exemples des signaux déterministes.

## *1.2.2. Classification énergétique*

On considère l'énergie des signaux. On distingue :

- **Les signaux à énergie finie** : il possède une puissance moyenne nulle et une énergie finie.
- **Les signaux à puissance moyenne finie** : il possède une énergie infinie et sont donc physiquement irréalisable.

## *1.2.3. Classification morphologique*

On distingue les signaux à variable continue des signaux à variable discrète ainsi que ceux dont l'amplitude est discrète ou continue.

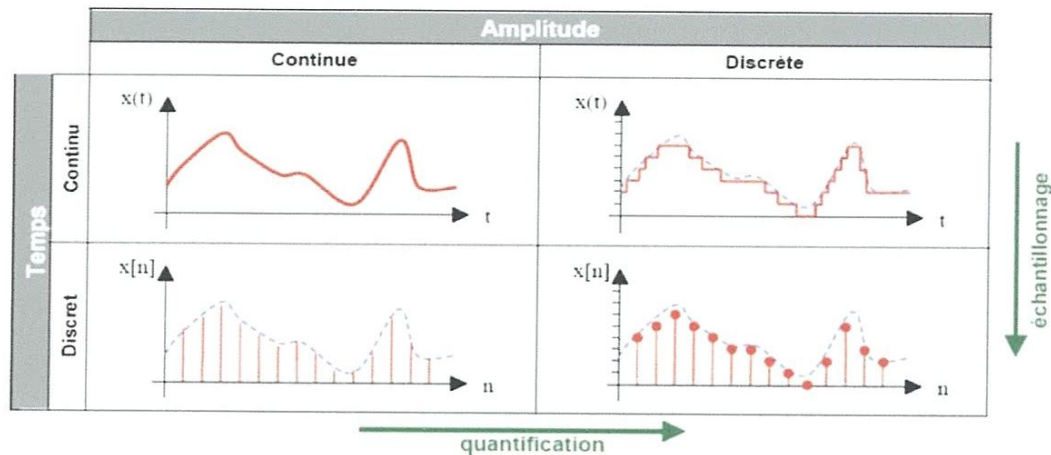


Figure (I.3) : Classification morphologique.

On obtient donc 4 classes de signaux :

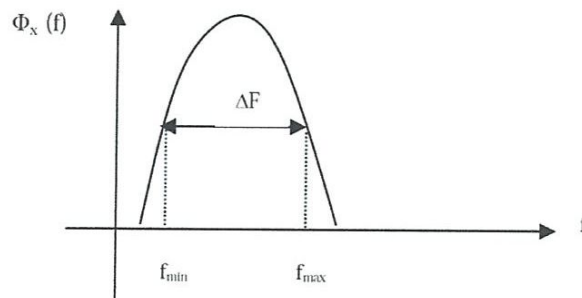
- **Les signaux analogiques** dont l'amplitude et le temps sont continus
- **Les signaux quantifiés** dont l'amplitude est discrète et le temps continu.
- **Les signaux échantillonnés** dont l'amplitude est continue et le temps discret.
- **Les signaux numériques** dont l'amplitude et le temps sont discrets

## I.2.4. Autres classes importantes

### I.2.4.1. Classification spectrale

Un signal peut être classé suivant la distribution  $\Phi_x(f)$  de son énergie ou de sa puissance en fonction de sa fréquence (spectre du signal).

La largeur de bande  $\Delta F$  d'un signal est le domaine principal des fréquences (positives ou négatives) occupé par son spectre. Elle est définie par la relation :  $\Delta F = F_{max} - F_{min}$



Figure(I.4) : Distribution spectrale d'un signal avec la largeur de bande  $\Delta F$ .

On peut distinguer quatre types de signaux :

- \* Les signaux de Basses fréquences ;
- \* Les signaux de Hautes fréquences ;
- \* Les signaux à bande étroite avec ( $f_{\max} \sim f_{\min}$ ) ;
- \* Les signaux à large bande avec ( $f_{\max} \gg f_{\min}$ ).

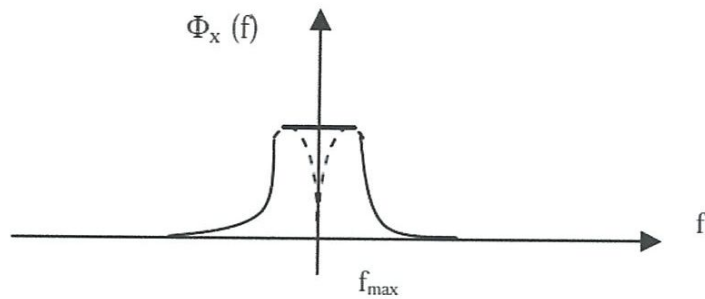


Figure (I.5) : signaux de basses fréquences.

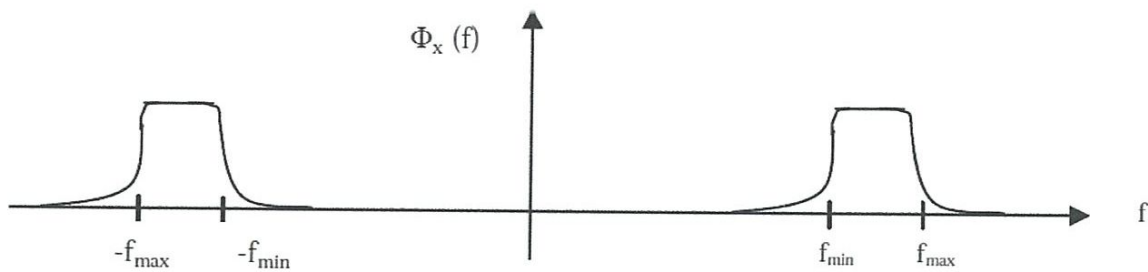


Figure (I.6) : signaux de Hautes fréquences.

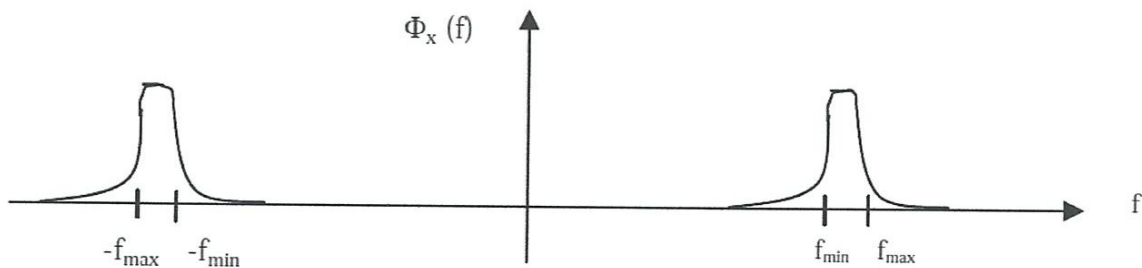
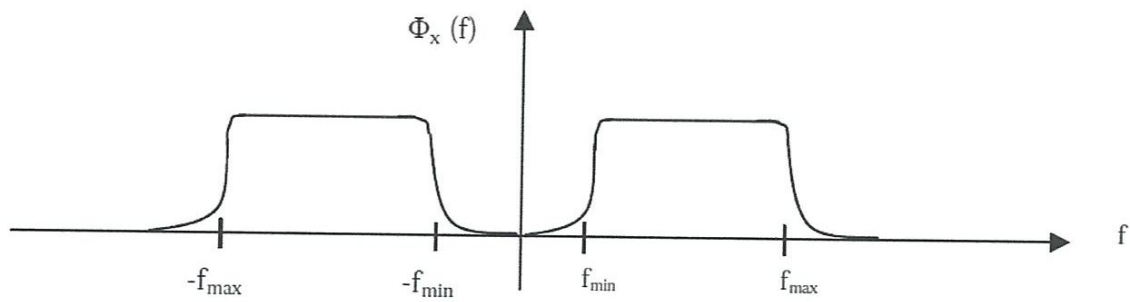


Figure (I.7) : signaux de bande étroite.



Figure(I.8) : signaux à large bande.

### *1.2.4.2. Signaux pairs ou impairs*

Un signal est pair si  $X(t) = X(-t)$

Un signal est impair si  $X(t) = -X(-t)$

### *1.2.4.3. Signaux de durée finie*

Les signaux dont l'amplitude s'annule en dehors d'un intervalle de temps  $T$  prescrit  $x(t)=0$  pour  $t \notin T$  sont appelés signaux de durée limitée ou à support borné.

### *1.2.4.4. Signaux de durée finie*

Afin de simplifier les opérations ainsi que les formules obtenues, certains signaux fréquemment rencontrés en traitement de signal dispose d'une modélisation propre.

- Fonction signe.
- Fonction échelon.
- Fonction rampe.
- Fonction rectangulaire ou porte.
- Fonction triangulaire.
- Impulsion de Dirac (peigne de Dirac).
- Fonction sinus cardinal.

### *1.3. Les représentations temps fréquence*

#### *1.3.1. Introduction*

Comme son nom l'indique, une représentation temps-fréquence (RTF) classique fournit une information concernant la variation du contenu spectral au cours de temps. Du point de vue mathématique, une RTF peut être vue comme une application qui associe à un signal  $s(t)$  une fonction bidimensionnelle  $P_s(t, f)$  dans le plan temps-fréquence. En fonction de leurs propriétés mathématiques, les RTFs peuvent être linéaires ou bilinéaires (et les RTF d'ordre supérieur). Les RTFs linéaires, telles que la transformée de Fourier à court terme (TFCT) ou la transformée en Ondelettes (TO), sont particulièrement intéressantes pour des signaux multi-composantes, car la RTF globale s'écrit comme la somme de RTFs des composantes du signal. Les RTFs bilinéaires ont pour objectif louable de fournir la distribution énergétique temps-fréquence d'un signal.

Les caractéristiques principales de ces deux types de RTFs constituent l'objet du présent chapitre, l'objectif étant de présenter les bases des approches et méthodes développées par la suite.

#### *1.3.2. Représentations temps-fréquence linéaires*

##### *1.3.2.1. Transformation de Fourier à Court Terme*

Pour éliminer les inconvénients de la transformation de Fourier, dans l'objectif de l'analyse des signaux non-stationnaires, une idée est de considérer le signal comme localement stationnaire, c'est à dire dans une fenêtre d'analyse de durée appropriée. On construit alors l'analyse de Fourier de tranches successives pondérées par une fenêtre temporelle (Hamming, par exemple, figure (I.9)). Ce principe est équivalent à l'approximation du signal par un ensemble des fonctions élémentaires localisées simultanément en temps et en fréquence.

$$TFCT_x^{(h)}(t, f) = \int x(\theta) h_{t,f}^*(\theta) d\theta = \int x(\theta) h^*(\theta - t) e^{-2\pi j f \theta} d\theta \quad (I.2)$$

Cette relation représente le produit scalaire entre le signal  $x(t)$  et les fonctions de base  $h_{t,f}(\theta) = h(\theta - t)e^{2j\pi f \theta}$ . La représentation donnée par la relation (I.2) s'appelle *la Transformation de Fourier à Court Terme –TFCT*.

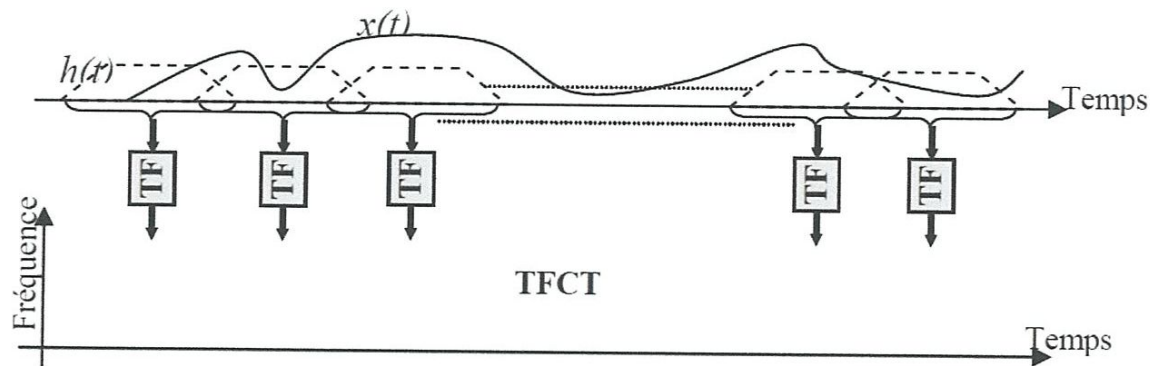


Figure (I.9) : Interprétation de la Transformation de Fourier à Court Terme comme le spectre local.

Conformément à sa définition, la TFCT est à valeurs complexes. En pratique, le module carré de celle-ci est donc généralement représenté. La transformation ainsi formée est *le spectrogramme*. [1].

La TFCT ou le spectrogramme considère implicitement un signal non stationnaire comme une succession de situations quasi-stationnaires, à l'échelle de la fenêtre de pondération  $h(u)$ . Malgré sa simplicité et ses propriétés, la TFCT et le spectrogramme sont limités par le principe d'incertitude de Heisenberg [1].

$$\Delta t \cdot \Delta f \geq \frac{1}{4 \cdot \pi} \quad (I.2.a)$$

$$\Delta t^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} t^2 |x(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt} ; \Delta f^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f^2 |X(f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 df} \quad (I.2.b)$$

Où  $\Delta t$  et  $\Delta f$  représentent les résolutions temporelles et fréquentielle.

Ces deux grandeurs étant *antagonistes*, un compromis entre les résolutions temporelles et fréquentielle est à réaliser. En effet :

- pour un signal fortement non-stationnaire, une bonne résolution temporelle est requise, ce qui impose le travail avec une fenêtre  $h(u)$  courte, limitant aussi la résolution fréquentielle ;

- réciproquement, si une analyse fréquentielle fine est nécessaire, une fenêtre longue  $h(u)$  doit être utilisée, ce qui a le double effet de moyennner les contributions fréquentielles sur la durée de la fenêtre et de réduire la résolution temporelle.

Une solution, proposée en 1946 par Gabor, pour réduire les effets de ce compromis est d'utiliser *la fonction de Gauss*.

$$h(t) = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{\frac{1}{4}} \exp\left\{-\frac{\alpha}{2}t^2\right\} \quad (\text{I.3})$$

Dans ce cas, le principe d'incertitude s'écrit :

$$\Delta t \Delta f = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \frac{\sqrt{\alpha}}{4\pi} = \frac{1}{4\pi} \quad (\text{I.4})$$

La borne inférieure de l'inégalité est atteinte.

### I.3.2.2. Transformation de Gabor

L'implémentation de la TFCT induit l'existence d'un réseau d'échantillonnage bidimensionnel, paramétré par  $T$ - le pas de discrétisation temporelle et  $F$  - le pas de discrétisation fréquentielle. Un tel réseau est présenté sur la figure suivante.

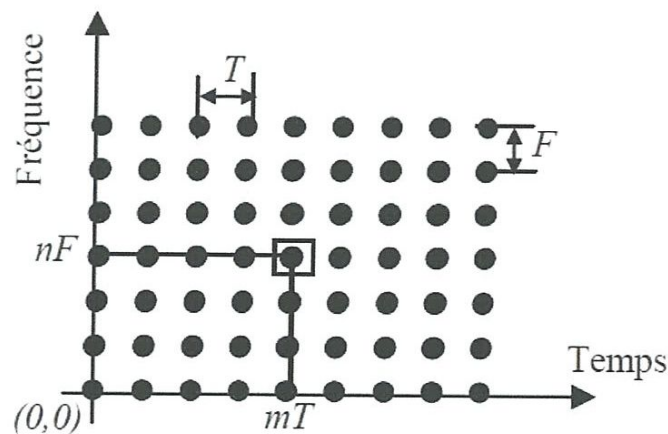


Figure (I.10) : Réseau d'échantillonnage pour la TFCT.



Avec ces notations, la TFCT discrète d'un signal analytique s'écrit

$$TFCT_x^{(h)}(mT, nF) = \int x(\theta) h^*(\theta - mT) e^{-2\pi j n F \theta} d\theta \quad (I.5).$$

A partir des valeurs de la TFCT discrète, il est possible de reconstruire  $x(t)$  par [32].

$$x(t) = \sum_m \sum_n TFCT_x^{(h)}(mT, nF) g(t - mT) e^{j2 n F t} \quad (I.6).$$

Cette relation est valide si les pas d'échantillonnage  $T$  et  $F$ , la fenêtre d'analyse  $h^*$  et la fenêtre de synthèse  $g$  sont choisies tels que [4] :

$$\frac{1}{F} \sum_m g\left(t + \frac{n}{F} - mT\right) h^*(t - mT) = \delta[n] \quad (I.7).$$

Avec

$$\delta[n] = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{n,m} g_{mn}(t) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{n,m} g_{mn}(t - mT) \exp\{2\pi j n F t\} \end{aligned} \quad (I.8).$$

Cette décomposition, appelée *la décomposition de Gabor*, existe si les paramètres d'échantillonnage satisfont la condition :

$$T \cdot F \leq 1 \quad (I.9).$$

Intuitivement, si le produit  $TF$  est plus grand que 1, nous ne disposons pas d'assez d'information pour pouvoir reconstruire le signal (cas de *sous-échantillonnage*). Si  $TF$  est plus petit que 1, la représentation sera redondante (cas de *sur-échantillonnage*- "*oversampling*"). Si  $TF=1$  (cas pris en compte par Gabor), on obtient la représentation la plus compacte; ce cas s'appelle *échantillonnage critique*.

Dans ses travaux, Gabor n'a proposé aucune méthode pour calculer les coefficients  $C_{m,n}$  et ceci explique pourquoi ces approches ont été abandonnées jusqu'en 1980. A cette époque, Bastiaans [2] a unifié la décomposition de Gabor avec la TFCT,

La RTF présentée sur la figure (I.3.d). justifie l'intérêt pratique du sur-échantillonnage : le signal test – un chirp est correctement représenté, tandis que dans le cas de l'échantillonnage critique le résultat est peu lisible.

### *I.3.2.3. La transformée en ondelettes*

En 1980, J. Morlet proposa une nouvelle analyse peu différente de celle de Gabor. Au lieu d'utiliser une fenêtre qu'on fait coulisser le long d'un signal, Morlet proposa d'utiliser des « ondelettes » qui sont des fonctions copies les unes des autres mais qui ne diffèrent que par leur taille. Cette technique ne possède pas [5]. Un signal peut s'écrire alors sous forme d'une superposition de telles ondelettes décalées et dilatées, forment « *la transformée en ondelettes* ». La transformée en ondelettes remplace les sinusoides de la transformée de Fourier par une famille de translations et dilatations d'une même fonction appelée ondelette. Mathématiquement la famille d'ondelettes se met sous la forme :

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi \left( \frac{t-b}{a} \right) dt \quad (I.11).$$

Avec  $a$  paramètre d'échelle ou de dilatation et  $b$  paramètre de translation. En notant  $\psi^*$  la conjuguée de  $\psi$ , la transformée en ondelettes d'une fonction  $x(t)$  est définie par :

$$CWT(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) * \psi^* \left( \frac{t-b}{a} \right) dt \quad (I.12).$$

Cette transformée est dite continue, notée CWT (ContinuousWaveletTransform) et TOR (Transformée en Ondelettes Rapide) c'est l'algorithme de calcul rapide de la CWT existe en pratique. La transformée en ondelettes discrète DWT (Discret WaveletTransform) est une discrétisation de la transformée en ondelettes continue. En remplaçant respectivement  $a$  et  $b$  par  $2^m$  et  $n2^m$ , avec  $m$  et  $n$  des entiers, son expression devient :

$$DWT(m, n) = 2^{\frac{-m}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} S(t) * \psi^* (2^{-m}t - n) dt \quad (I.13).$$

Une version pratique de cette transformée, appelée Analyse Multirésolution en Ondelettes (AMRO), a été introduite pour la première fois par Mallat en 1989, elle consiste à faire passer le signal  $S(t)$ , dans deux filtres passe-bas (L) et passe-haut (H).

A ce niveau, deux vecteurs seront obtenus :  $cA_1$  et  $cD_1$ . Les éléments du vecteur  $cA_1$  sont appelés coefficients d'approximation, ils correspondent aux plus basses fréquences du signal, tandis que les éléments du vecteur  $cD_1$  sont appelés coefficients de détail, ils correspondent aux plus hautes fréquences. La procédure peut être répétée avec les éléments du vecteur  $cA_1$  et successivement avec chaque nouveau vecteur  $cA_k$  subissent un sous échantillonnage, c'est la raison pour laquelle les coefficients d'approximation  $cA_k$  et de détail  $cD_k$  passent à nouveaux à travers deux filtres de reconstruction (LR) et (HR).

Deux vecteurs en résultent :  $A_k$  appelés approximations et  $D_k$  appelés détails, satisfaisant la relation :

$$A_{k-1} = A_k + D_k \text{ et } s = A_k + \sum_{i \leq k} D_i \text{ où } i \text{ et } k \text{ sont des entiers.}$$

Chaque ondelette possède donc sa propre banque de filtres, qu'on nomme généralement  $g_n$  et  $h_n$  qui lui permettent de procéder à l'analyse multirésolution. Désignant par  $F_{max}$  la fréquence maximale du signal mesuré, la bande de fréquence de chaque niveau  $i$  revient à

$$\left[ 0 - \frac{F_{max}}{2^i} \right] \text{ pour les approximations et } \left[ \frac{F_{max}}{2^i} - \frac{F_{max}}{2^{i-1}} \right] \text{ pour}$$

les détails.

De nombreux articles décrivent la transformée en ondelettes appliquée aux défauts de roulements et d'engrenages. [6], [7], [8], [9], [10], [11].

### ***1.3.3. Représentations temps-fréquence bilinéaires (quadratiques)***

#### ***1.3.3.1. La distribution de Wigner-Ville (DWV)***

La DWV, introduite en 1948 par Ville, peut être interprétée comme une *distribution d'énergie*. Elle peut être comparée en ce sens au spectrogramme ou au scalogramme. Cette distribution appartient à une classe plus large de distributions appelée classe de Cohen [1]. Cette transformation est définie par la transformation de Fourier de la fonction d'autocorrélation

instantanée. Elle ne suppose aucune stationnarité locale a priori. Dans le cas continu, elle est définie pour des signaux  $x(t)$  d'énergie finie par :

$$DWV(t, f) = \int \left(t + \frac{\tau}{2}\right) x^* \left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-2\pi j f \tau} d\tau \quad (\text{I.14}).$$

Et dans le cas discret (des difficultés de discrétisation peuvent apparaître) par:

$$DWV(k, f) = 2 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(k+n) x^*(k-n) e^{-4\pi j f n} d\tau \quad (\text{I.15}).$$

Le terme  $x(k+n)x^*(k-n)$  mesure la symétrie du signal par rapport à l'instant  $k$  (soit une "corrélation instantanée" de retard  $2n$ ). On calcule alors la transformation de Fourier de ce terme, ce que l'on pourrait interpréter comme une *densité spectrale locale*. La DWV possède une série de propriétés importantes [1], [12], [13], telles que *la conservation de l'énergie, la conservation des marginales en temps et en fréquence, la conservation des supports temporel et fréquentiel, la localisation parfaite des structures temps-fréquence linéaires (sinusoïdes, chirps, pulses), etc.*

Néanmoins, la DWV présente deux grands inconvénients:

- La DWV peut prendre des valeurs négatives, ce qui pose des problèmes quant à l'interprétation de la DWV comme grandeur désignant une densité d'énergie;
- Il apparaît, dans le plan temps-fréquence, des termes d'interaction entre les différentes composantes du signal et dont la signification n'est pas immédiate (termes dus à la bilinéarité de la transformation). Ces termes sont appelés *interférences* et la réduction de leurs effets constitue un axe de recherche en plein développement.

Dans le cas de la DWV, la géométrie de ces termes est la suivante : un point  $(t_1, f_1)$  appartenant au support de la distribution de Wigner Ville d'un signal  $x_1$  interfère avec un point  $(t_2, f_2)$  de la distribution de Wigner Ville d'un signal  $x_2$  pour créer une interférence au point  $\left(\frac{t_1+t_2}{2}, \frac{f_1+f_2}{2}\right)$ . L'amplitude est telle que

$$I(t, f) \leq 2\sqrt{\text{Sup}(DWV_{x_1}) \cdot \text{Sup}(DWV_{x_2})}$$

Les interférences ont, par construction, une structure oscillante. Le vecteur d'onde des oscillations est perpendiculaire au segment reliant les centres de  $DWV_{x_1}, DWV_{x_2}$ . La période des oscillations est égale à l'inverse de la distance séparant ces centres [1]. La géométrie de ces termes est mise en évidence sur la figure (I.12).

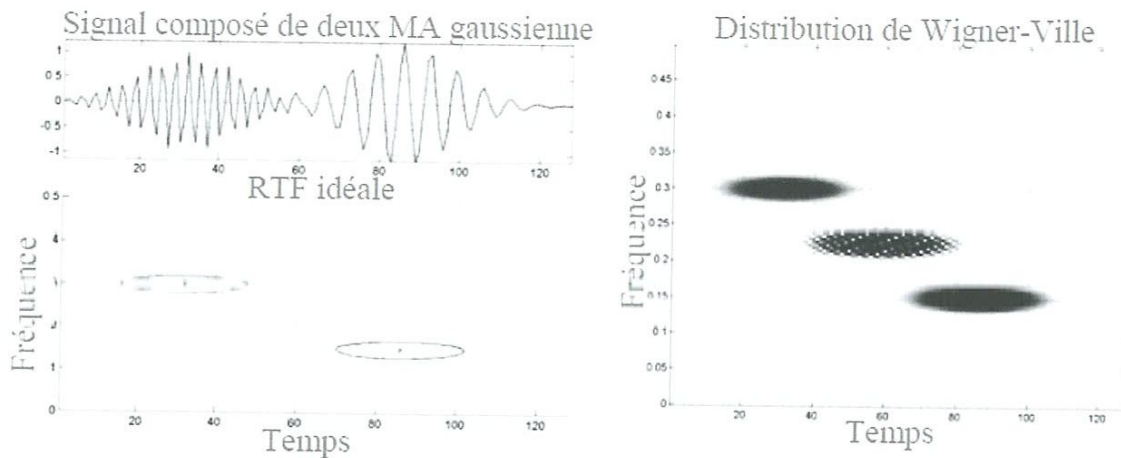


Figure (I.12) : Les termes d'interférence de la DWV.

Le signal test est composé de deux modulations d'amplitude (MA) avec une enveloppe gaussienne et des fréquences porteuses différentes. La DWV de ce signal contient, mis à part les atomes utiles, des termes d'interférence avec une structure oscillante et une amplitude comparable à l'amplitude des termes propres. L'existence de ces termes peut affecter le processus de décision. Par conséquent, l'intérêt pour la DWV est plutôt théorique car cette transformation est le point de départ de la plupart des approches destinées à réduire les termes d'interférences et qui font partie de la classe de Cohen.

### 1.3.3.2. La classe de Cohen [1]

En 1966, Cohen a montré que, en utilisant la théorie des opérateurs et des fonctions caractéristiques, il est possible de décliner une classe générale de représentations T-F bilinéaires. Une manière relativement simple d'introduire la classe de Cohen est le lien qui existe entre la fonction d'ambiguïté symétrique et la DWV. En effet, la fonction d'ambiguïté (FA) [14] est définie comme la transformation de Fourier (par rapport à  $t$ ) de la fonction d'autocorrélation instantanée

$$x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) :$$

$$FA_x(\vartheta, \tau) = \int x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \exp\{-j\vartheta t\} dt \quad (I.16).$$

A partir de la connaissance de la fonction d'ambiguïté, il est possible de calculer la fonction d'autocorrélation instantanée en utilisant la transformation de Fourier inverse :

$$\frac{1}{2\pi} \int FA_x(\vartheta, \tau) \exp\{j\vartheta t\} d\vartheta = x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \quad (I.17).$$

Si dans (I.14), on remplace  $x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right)$  donnée par (2.17), nous obtenons la relation entre la DWV et la FA :

$$DWV_x(t, f) = \frac{1}{2\pi} \iint FA_x(\vartheta, \tau) \exp\{-j(2\pi f\tau - \vartheta t)\} d\vartheta d\tau \quad (I.18).$$

Dans le contexte des représentations temps-fréquence, une propriété importante de la FA est la géométrie des termes d'interférence dans le plan d'ambiguïté. Ainsi, lorsque dans le plan temps-fréquence les termes d'interférence se trouvent *entre les termes utiles* (d'où les difficultés d'interprétation), dans le plan d'ambiguïté les termes utiles se trouvent concentrés *autour de l'origine* et les termes d'interférence *sont éloignés de l'origine* avec une distance proportionnelle à la fréquence d'oscillation de ces termes dans le plan temps-fréquence. Cette propriété peut être utilisée pour construire une RTF adaptée à un signal. Les résultats, présentés ci-dessus, peuvent être généralisés par modification de l'expression de la fonction d'autocorrélation locale. Ainsi, L. Cohen a proposé d'exprimer cette fonction comme la sortie d'un filtre linéaire ayant comme réponse impulsionnelle  $\phi(t, \tau)$  quant à l'entrée on applique la fonction de corrélation locale (par rapport à  $\tau$ )

$$x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) :$$

$$R(t, \tau) = \int x\left(u + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(u - \frac{\tau}{2}\right) \phi(t - u, \tau) du = \left[ x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \right] \otimes \phi(t, \tau) \quad (I.19).$$

La fonction  $\phi(t, \tau)$  s'appelle la **fonction noyau** et, en fonction de sa forme, nous pouvons définir plusieurs représentations temps-fréquence. On note  $(\vartheta, \tau)$  la transformée de Fourier de  $\phi(t, \tau)$ .

Ainsi, l'expression générale d'une RTF de la classe de Cohen s'écrit :

$$RTF(t, f) = \frac{1}{2\pi} \iint FA(\vartheta, \tau) \Phi(\vartheta, \tau) \exp\{j(\vartheta t - 2\pi f \tau)\} d\vartheta d\tau \quad (1.20).$$

Par le choix de la fonction noyau, nous pouvons éliminer la plupart des termes d'interférences, mais ceci conduit à une perte des propriétés intrinsèques de DWV. Par exemple, si le noyau dépend du temps ou de la fréquence, la propriété de covariance par translation sera perdue. Par conséquent, le choix du noyau sera à considérer en fonction du problème à résoudre. Il existe plusieurs types de noyaux et les RTFs associées appartiennent à la classe de Cohen. Parmi ces RTFs, nous pouvons citer :

- La distribution de pseudo Wigner-Ville lissée [12] qui utilise un noyau séparable conçu à partir de deux fenêtres de pondération respectivement en temps et en fréquence. Par un choix adéquat des paramètres de ces fenêtres, il est possible d'éliminer une bonne partie des termes d'interférence, mais la résolution temps fréquence sera d'autant affectée. Néanmoins, il n'existe pas de méthode automatique pour le bon choix des paramètres : celui-ci étant déterminé de manière empirique par l'utilisateur;
- La distribution de Choi-Williams [15] suppose l'utilisation d'un noyau exponentiel qui a l'effet, dans le plan d'ambiguïté, d'un filtrage bidimensionnel passe-bas. En raison de la structure du noyau utilisé ( $\Phi(0,0) = 1$  et  $\Phi(\xi, \tau) < 1$  si  $(\xi \neq 0, \tau \neq 0)$ ), il est possible de rejeter tous les termes d'interférence ayant des centres temps-fréquence différents, mais on conservera les termes d'interférences générés par les composantes ayant des supports temporel et/ou fréquentiel superposés;
- La distribution de Zhao-Atlas Marks [16] propose un noyau de forme conique ("cone-shape kernel") permettant une atténuation importante des termes d'interférence et conservant les supports temporel et fréquentiel.

### ***1.3.3.3. La RTF basée sur le noyau gaussien adaptatif (RTF-NGA)***

Dans le cas des RTFs issues de la classe de Cohen, la propriété de bilinéarité génère des termes d'interférence qui peuvent affecter le processus d'interprétation de l'information dans le plan temps-fréquence. De plus, un noyau fixé ne peut assurer de bonnes performances que pour une classe étroite de signaux. Pour toutes ces raisons, un fort intérêt pour les distributions temps-fréquence ayant des noyaux adaptés aux structures des signaux (noyau dépendant du signal) est apparu [17]. Un noyau optimal, appliqué dans le plan d'ambiguïté du

signal, permet une très bonne extraction des caractéristiques du signal en fonction des applications visées. Considérons comme point de départ, la définition d'un noyau gaussien :

$$\phi(\xi, \tau) = \exp\left(-\frac{\tau^2 + \theta^2}{2\sigma^2(\psi)}\right) \quad (I.21).$$

Où  $\sigma(\psi)$  représente la dispersion du noyau pour un certain angle  $\psi$ . Nous appelons cette variable "la fonction de distribution angulaire". L'angle  $\psi$  est mesuré par rapport à l'axe  $\tau$

par :

$$\psi = \arctan\left(\frac{\theta}{\tau}\right) \quad (I.22).$$

Où  $(\tau, \theta)$  représente la paire retard-Doppler.

La nouvelle structure de ce noyau permet l'utilisation d'une procédure d'optimisation pour adapter la forme de celui-ci à la structure du signal. Pour optimiser la construction de cette procédure, il est préférable de travailler avec l'expression du noyau en coordonnées polaires.

L'expression (I.23) montre, qu'en effet, l'optimisation du noyau est équivalente à l'optimisation du choix de  $\psi$ .

$$\phi(r, \psi) = \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2(\psi)}\right), \quad r = \sqrt{\tau^2 + \xi^2} \quad (I.23).$$

La procédure d'optimisation cherche à déterminer  $\phi_{opt}$ , sous la contrainte liée au volume du noyau, qui maximise la fonction critère  $\beta$  :

$$\beta = \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} |F A (r, \psi) \phi (r, \psi)|^2 r dr d\psi \quad (I.24).$$

Cette fonction représente la distribution de l'énergie dans le plan d'ambiguïté pour différentes valeurs de l'angle  $\psi$ . L'objectif est de trouver les bonnes valeurs de  $\psi$  pour lesquelles cette distribution est maximale. Ainsi, les valeurs obtenues permettront de mettre en évidence les composantes d'un signal multistruktures. L'intérêt pour l'optimisation dans le plan d'ambiguïté est justifié par la propriété de séparation entre les termes utiles et les termes d'interférence, énoncée dans le paragraphe I.3.2.3. Le principe d'extraction des termes utiles



repose donc sur un masque qui conserve seulement les termes autour de l'origine (c'est l'idée de construction des noyaux pour les RTFs de la classe de Cohen). Ce masque (noyau) sera adapté pour réaliser le meilleur compromis entre la conservation du support temps-fréquence et la suppression des termes d'interférence. Pour résoudre ce compromis, Baraniuk [17] a proposé l'introduction d'une contrainte pour la procédure de maximisation de  $\beta$  (I.24) : le volume du noyau doit être inférieur à une certaine valeur  $\alpha$ . Cette valeur contrôle le niveau des interférences et est fixée initialement.

$$\frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty |\Phi(r, \psi)|^2 r dr d\psi = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} \sigma^2(\psi) d\psi \leq \alpha, \quad \alpha \geq 0 \quad (I.25).$$

La procédure d'optimisation est présentée sur la figure (I.13).

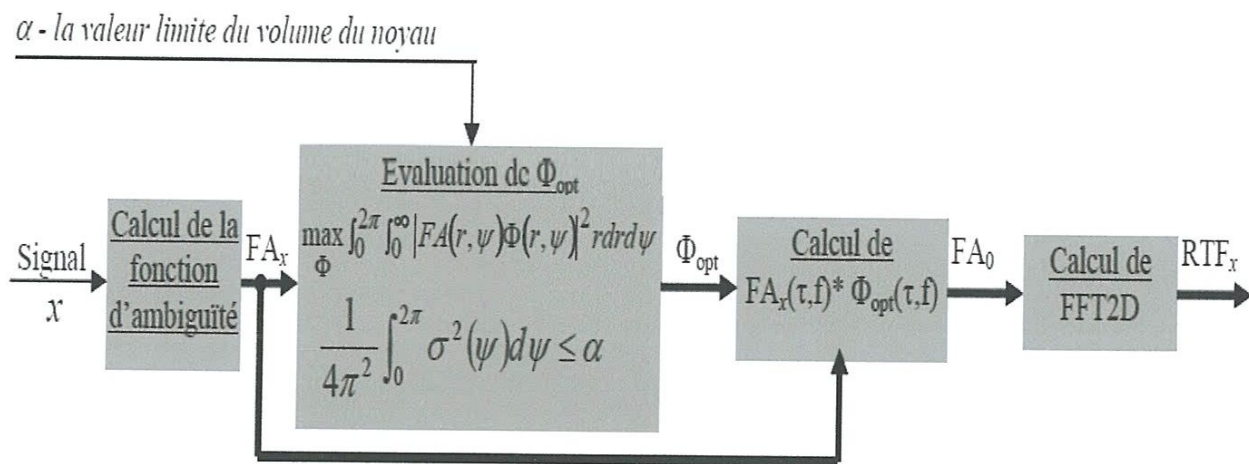


Figure (I.13) : L'algorithme de RTF basée sur le noyau gaussien adaptatif.

Lors d'une première étape, la fonction d'ambiguïté du signal est évaluée. Ensuite, à partir de celle-ci, la procédure d'optimisation recherche  $\Phi_{opt}$  qui maximise la fonction  $\beta$  sous la contrainte (I.25). La procédure d'optimisation de  $\Phi_{opt}$  est basée sur une version améliorée de l'algorithme du gradient, détaillé dans [17]. Comme critère d'arrêt de l'algorithme, nous utilisons soit le nombre imposé d'itérations, soit la modification relative par rapport à l'itération antérieure (si la modification n'est pas significative, c'est-à-dire, plus petite qu'un certain seuil, nous arrêtons le processus). Le noyau obtenu pondère la fonction d'ambiguïté et le résultat est transformé dans le plan temps-fréquence en utilisant la transformation de

Fourier bidimensionnelle. Ce principe est illustré sur la figure suivante à partir d'un signal synthétique composé de deux chirps. La transformation temps-fréquence idéale est présentée sur la figure (I.9.a). Sur la figure (I.9.b), nous présentons la fonction d'ambiguïté du signal et, également, le noyau pour un certain angle  $\psi$ . Pour un intervalle de variation  $[0, \pi]$  la fonction  $\beta$  est décrite sur la figure (I.9.c). Les deux pics qui apparaissent correspondent aux angles pour lesquels le noyau recouvre les structures correspondantes aux signaux chirps. Après l'application de la procédure d'optimisation (extraction des valeurs maximales), nous obtenons le noyau optimal, présenté sur la figure (I.9.d). Enfin, la figure (I.9.e). Présente la transformation temps-fréquence obtenue en utilisant le noyau optimal : l'image temps fréquence obtenue présente une bonne qualité et permet de mettre en évidence les deux composantes du signal.

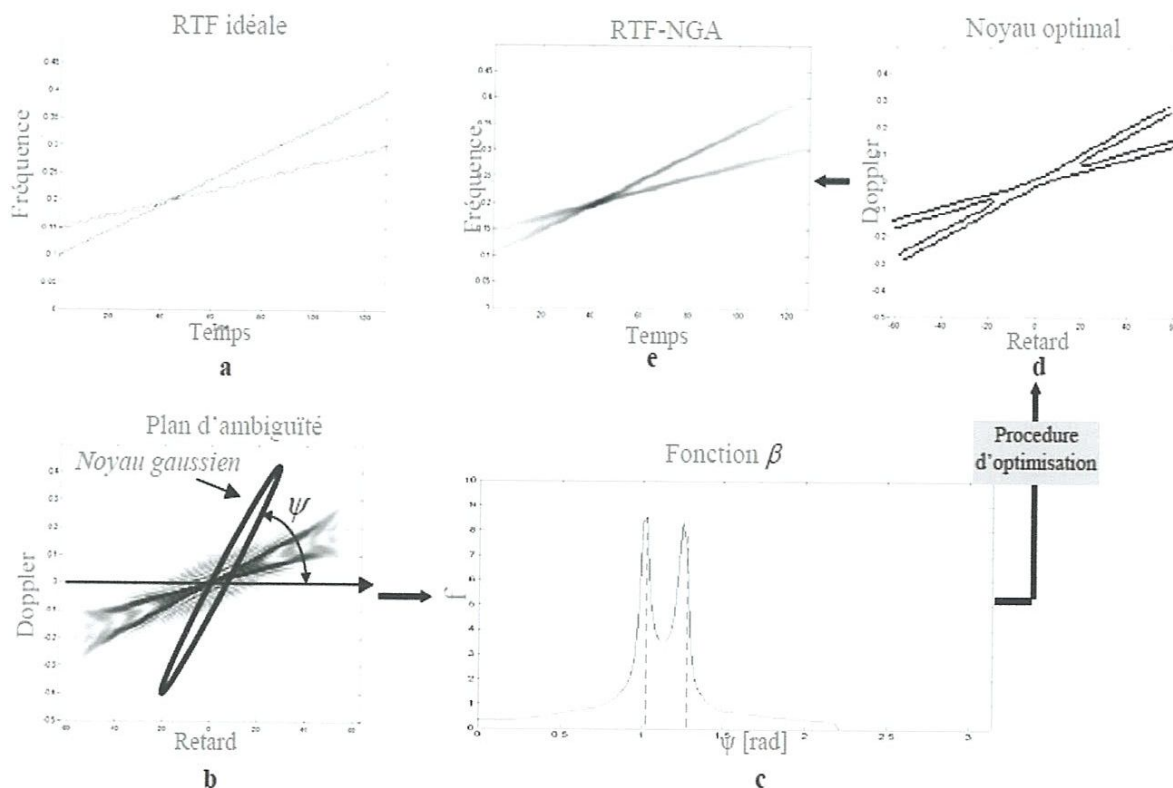


Figure (I.9) :Le principe de la RTF à partir du noyau gaussien adaptatif.

- a- RTF idéale du signal.
- b- Fonction d'ambiguïté et positionnement du noyau.
- c- Fonction  $\beta$  pour différentes valeurs de  $\psi$ .
- d- Noyau optimal obtenu par la procédure d'optimisation.
- e- Représentation temps-fréquence adaptée au signal.

Pour illustrer la supériorité de cette méthode par rapport aux méthodes qui utilisent des noyaux fixes, nous présentons les résultats obtenus, pour le même signal, à partir de la Distribution Pseudo Wigner-Ville Lissée (PWVL) et de la Distribution de Choi-Williams (DCW).

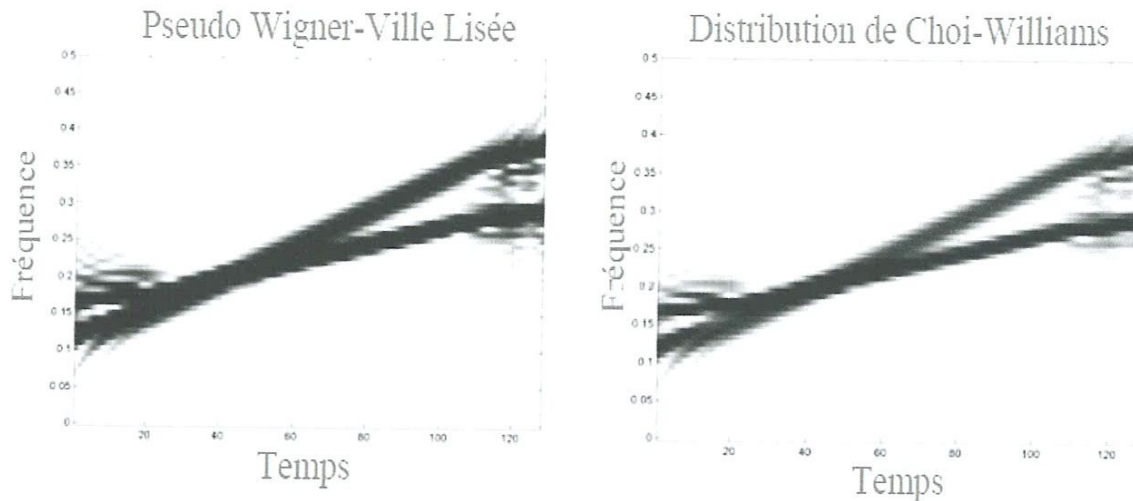


Figure (I.10) :Distribution PWVL et CW du signal composé de deux chirps.

Malheureusement, la méthode présentée ci-dessus a un inconvénient majeur dû à la construction du noyau : lorsqu'on construit un noyau adapté à un signal, il est impossible de suivre ses particularités quand ses composantes, dans le plan d'ambiguïté, ne se trouvent pas sur l'axe principal du noyau.

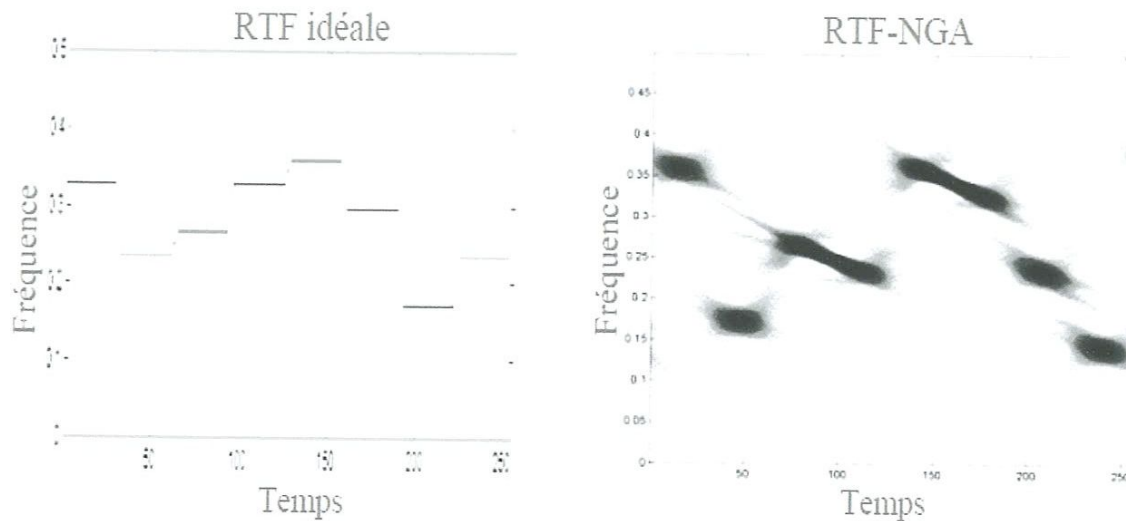


Figure (I.11) : Influence du noyau optimal global.

La limitation du noyau optimal global quant à l'adaptation aux structures locales du signal, est mise en évidence sur la figure (I.11). Le signal test est une modulation discrète en fréquence. Un nombre important de méthodes a été proposé afin d'adapter le noyau aux caractéristiques locales du signal. Ces méthodes sont basées sur la *fonction d'ambiguïté à court terme*, introduite par Jones [18].

$$FACT(t, \tau, f) = \int_u x^* \left( u - \frac{\tau}{2} \right) w^* \left( u - t - \frac{\tau}{2} \right) x \left( u + \frac{\tau}{2} \right) w \left( u - t + \frac{\tau}{2} \right) e^{-j2\pi f u} du \quad (I.26)$$

Où  $w(u)$  représente une fonction symétrique de lissage. L'idée de la construction du noyau localement adapté est d'appliquer la procédure présentée sur les figures (I.9). et (2.10). pour la fonction d'ambiguïté locale et calculée par (I.26). Ainsi, en passant par une étape d'optimisation locale

$$\max_{\Phi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} |FACT(t; r, \psi) \Phi(t; r, \psi)|^2 r dr d\psi \quad (I.27).$$

Où  $\Phi(t; r, \psi)$  représente le noyau adaptatif local, nous pouvons mettre en évidence les particularités locales du signal traité. A titre d'exemple, nous présentons le résultat obtenu pour le signal de la figure (I.11).

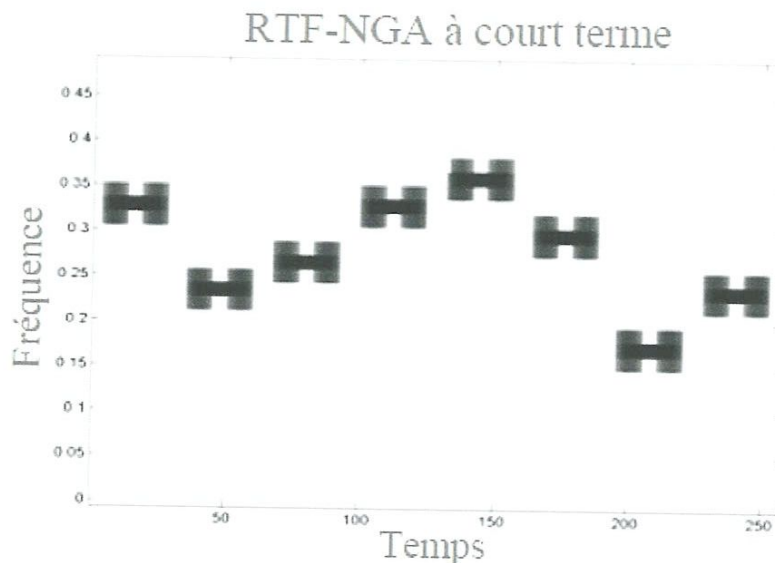


Figure (I.12) : La RTF pour un noyau gaussien adaptatif à court terme.

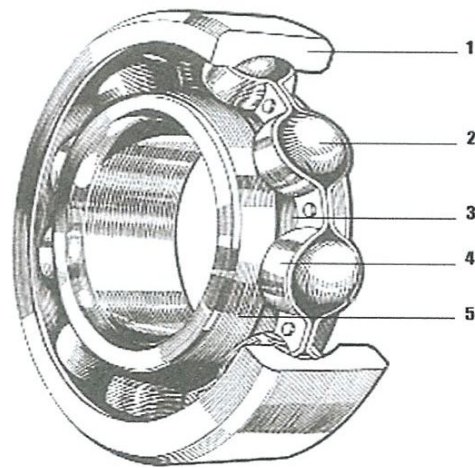
détecter les défauts à un stade plus ou moins précoce, et parfois même d'en déterminer l'origine exacte. Bien sûr, il n'existe pas de méthode universelle. Le meilleur outil de surveillance est alors celui qui associe plusieurs techniques...

## II.2. Fonction d'un roulement

Le roulement est un organe qui a pour fonction d'assurer une liaison mobile entre deux éléments d'un mécanisme en rotation. Les roulements sont soumis à des charges axiales, radiales, une vitesse de rotation maximum et un défaut d'alignement entre l'arbre et son logement (nous verrons ça un peu plus loin).

### II.2.1. Familiarisation avec un roulement

- 1 : Bague extérieure
- 2 : Corps roulants (billes, rouleaux cylindriques, rouleaux coniques, aiguilles)
- 3 : Chemin de roulement
- 4 : Cage
- 5 : Bague intérieure

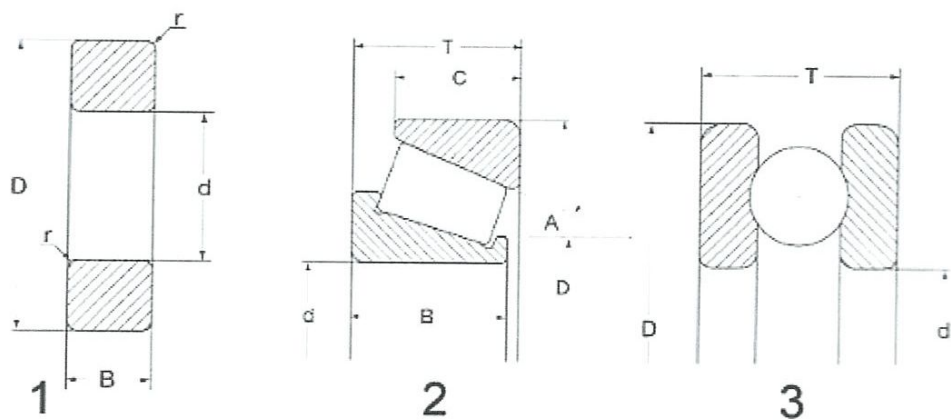


### II.2.3. La normalisation

Les roulements, quelque soit la marque, ont des normes dimensionnelles.

- 1 : Tous types sauf roulements à rouleaux coniques et butées.
- 2 : Roulements à rouleaux coniques

- 3 : Butées
- d : Alésage
- D : Diamètre
- B : Largeur
- C : Largeur de la bague extérieure
- T : Largeur totale d'encombrement
- r : Rayon de l'arrondi
- A : Angle de contact



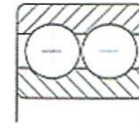
## II.3. Les types de roulement [1]

### II.3.1. Les roulements à 1 et 2 rangées de bille, contact radial

Les roulements à 1 rangé de bille et à contact radial peuvent supporter une charge radiale élevée, par contre ils ne peuvent supporter qu'une faible charge axiale.

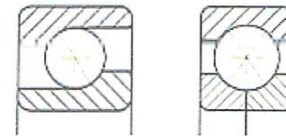


Les roulements à 2 rangées de bille et à contact radial peuvent supporter une charge radiale plus élevée que ceux à 1 rangé de bille.

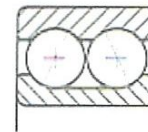


### II.3.2. Les roulements à 1 et 2 rangées de bille, contact oblique

Les roulements à 1 rangé de bille et à contact oblique peuvent supporter une charge radiale et une charge axiale élevée.



Les roulements à 2 rangées de bille et à contact oblique peuvent supporter une charge radiale et axiale plus élevée que ceux à 1 rangé de bille.



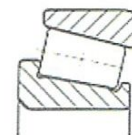
### II.3.3. Les roulements à rouleaux cylindriques

Les roulements à rouleaux cylindriques peuvent supporter une charge radiale très élevée, par contre ils ne peuvent supporter qu'une très faible (voir nul) charge axiale.



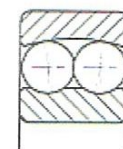
### II.3.4. Les roulements à rouleaux coniques

Les roulements à rouleaux coniques peuvent supporter une charge radiale très élevée, ainsi qu'une charge axiale élevée.



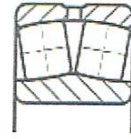
### II.3.5. Les roulements à rotules sur billes

Les roulements à rotules sur billes peuvent supporter une charge radiale élevée, par contre ils ne peuvent supporter qu'une faible charge axiale. Ce type de roulement supporte un défaut d'alignement.



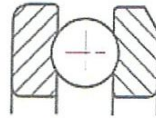
## II.3.6. Les roulements à rotules sur rouleaux

Les roulements à rotules sur rouleaux peuvent supporter une charge radiale très élevée, par contre ils ne peuvent supporter qu'une charge axiale modérée. Ce type de roulement supporte un défaut d'alignement.



## II.3.7. Les butées à billes

Les butées à billes peuvent supporter **uniquement** des charges axiales.



## II.3.8. Les butées à rotule sur rouleaux

Les butées à rotule sur rouleaux peuvent supporter **uniquement** des charges axiales plus élevées que celles à billes.



## II.4. L'influence de fonctionnement sur les roulements

### II.4.1. Influence de la température

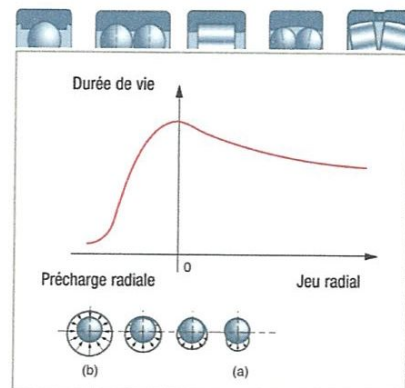
La température normale de fonctionnement du roulement est comprise entre  $-20^{\circ}\text{C}$  et  $+120^{\circ}\text{C}$ . Une température en dehors de ces limites de fonctionnement a une incidence sur :

- les caractéristiques de l'acier,
- le jeu interne de fonctionnement,
- les propriétés du lubrifiant,
- la tenue des joints,
- la tenue des cages en matériau synthétique.

### II.4.2. Roulement à contact radial sous charge radiale

La charge dynamique de base d'un roulement est définie en supposant que le jeu radial de fonctionnement (jeu du roulement après montage) est nul c'est-à-dire que la moitié des corps roulants est chargée.

Dans la pratique, le jeu de fonctionnement n'est jamais nul.



- Un jeu important (Zone a) fait supporter la charge par un secteur réduit du roulement.

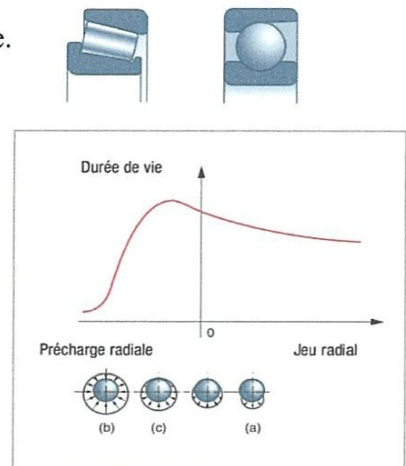
- Une précharge excessive (Zone b) fait supporter aux corps roulants une forte charge venant s'ajouter à la charge de fonctionnement.

Dans les 2 cas, la durée de vie est minorée mais une précharge est plus pénalisante qu'un jeu.

### II.4.3. Roulement à contact oblique sous charge radiale et axiale

La zone de charge varie suivant le niveau de jeu ou de précharge. Une légère précharge axiale (Zone c) apporte une meilleure distribution de la charge sur les corps roulants et améliore la durée de vie.

On notera qu'un jeu axial normal (Zone a) est peu pénalisant pour les durées de vie, alors qu'une précharge excessive (Zone b) les diminuera fortement créant en plus des contraintes anormales, un couple de frottement élevé, et une élévation de température.



C'est pourquoi la plupart des montages qui ne nécessitent pas de précharge possèdent un certain jeu pour éliminer ces risques et faciliter le réglage et la lubrification. L'influence du jeu sur la durée de vie se calcule à partir du jeu résiduel, de l'intensité des charges appliquées et de leur direction.

### II.4.4. Influence d'une charge excessive

Pour des charges très élevées, correspondant approximativement à des valeurs  $P \geq C / 2$ , comme le niveau des contraintes de l'acier standard est tel que la formule ne représente plus correctement la durée nominale avec une fiabilité de 90%. Ces cas de charge nécessitent une étude d'application particulière sur des moyens de calculs.

### III.4.5. Influence des défauts de forme et de position des portées

- **Défaut de forme** : Le roulement est une pièce de précision et le calcul de sa résistance à la fatigue suppose une répartition homogène et continue de la charge entre les corps roulants. Il est nécessaire de calculer les contraintes par éléments finis lorsque la répartition est non homogène.



- **Défaut d'alignement** : Les défauts d'alignement sur roulements rigides (non à rotule) se traduisent par un angle entre l'axe de la bague intérieure et celui de la bague extérieure. De tels défauts peuvent provenir :
  - d'un défaut d'excentricité entre les deux portées de l'arbre ou des logements.
  - d'un défaut d'alignement entre l'axe de l'arbre et l'axe du logement correspondant d'un même roulement.
  - d'un défaut de linéarité de l'arbre.
  - d'un défaut de perpendicularité entre les épaulements et les portées

### *III.4.6. Frottement et vitesse des roulements*

- **Le frottement** d'un roulement et son échauffement dépendent de divers paramètres : charge appliquée, frottement de la cage, définition interne du roulement, lubrification
- **Vitesse des roulements** : La Norme [2] introduit de nouveaux concepts sur les vitesses
  - Vitesse de référence thermique
  - Vitesse thermique maxi admissible
  - Vitesse limite

### *III.5. Les outils de surveillance*

Il existe pour cela une grande variété de méthodes. Le plus souvent, on emploie des techniques d'analyse vibratoire en exploitant le signal fourni par un accéléromètre (fixé à proximité du roulement). Ces méthodes, utilisées en maintenance préventive depuis de nombreuses années, ont largement fait leurs preuves. Elles permettent de détecter de façon précoce l'apparition d'un défaut, et même, pour certaines d'entre elles, d'en connaître l'origine.

Leur principe est simple. A chaque fois qu'une bille entre en contact avec un écaillage ou une fissure, il se produit des chocs (de nature périodique), qui se caractérisent par un signal vibratoire particulier. Une analyse temporelle, et surtout fréquentielle, de ce signal permet d'en déduire une mine d'informations : l'amplitude des chocs dépend de la dimension et de la géométrie du défaut, de la vitesse de rotation, de la charge... et leur fréquence de répétition est liée notamment à la localisation du défaut (bague, bille, etc.). En comparant le signal obtenu avec un certain nombre de fréquences "caractéristiques" connues, on en déduit alors la nature du défaut...

Dans la pratique, la présence des défauts aux fréquences caractéristiques n'est pas toujours facile à détecter. Pour les mettre en évidence, il existe alors toutes sortes d'outils plus ou moins complexes de traitement du signal. C'est le cas notamment de certains indicateurs statistiques ou temporels, tels que le facteur de crête du signal vibratoire, la valeur de crête, le kurtosis, l'analyse spectrale, l'analyse cepstrale,.....etc. Mais dans notre travail on est plus intéressé avec les représentations temps-fréquence.

### ***III.6. les fréquences caractéristiques des défauts du roulement « calcul cinématique »***

Le roulement est l'un des éléments essentiels d'une machine mécanique. En effet, chargé cycliquement, les pistes de roulement se dégradent par fatigue, conduisant aux écaillages puis à la ruine du matériau. Lors de la mise en rotation, un train d'impulsion est généré par le défaut, à une fréquence bien définie que l'on appelle « *fréquence caractéristique* » de défaut du roulement. Pour chaque type de roulement en fonction de ces cotes de fabrication

On peut considérer quatre fréquences caractéristiques :

- ✓ La fréquence de passage d'un élément roulant sur un défaut de bague extérieure

(*Ball Passing Frequency Outer race [BPFO]*):

$$BPFO = \frac{n \times N}{2} \left(1 - \frac{d}{D_m} \cos \beta\right)$$

- ✓ La fréquence de passage d'un élément roulant sur un défaut de bague intérieure

(*Ball Passing Frequency Inner race [BPFI]*):

$$BPFI = \frac{n \times N}{2} \left(1 + \frac{d}{D_m} \cos \beta\right)$$

- ✓ La fréquence de passage d'un élément roulant sur un défaut de bague extérieure ou intérieure

(*Ball Passing Frequency [BPF]*):

$$BPF = \frac{D_m \times N}{2 \times d} \left(1 - \frac{d^2}{D_m^2} \cos^2 \beta\right)$$

- ✓ La fréquence de passage d'un défaut de cage

(*Cage Frequency [CF]*) :

$$CF = \frac{N}{2} \left(1 - \frac{d}{D_m} \cos \beta\right)$$

Avec :

N : La fréquence de rotation en [HZ] ;

n : Le nombre de billes ;

$D_i$  : Le diamètre intérieur en [mm] ;

$D_e$  : Le diamètre extérieur en [mm] ;

$D_m$  : Le diamètre moyen en [mm] ; ou  $D_m = (D_i + D_e)/2$

d : Le diamètre de la bille en [mm] ;

$\beta$  : L'angle de contact en [degré].

$$\phi_n(x) = \frac{2^{1/4}}{\sqrt{2^n n!}} e^{-x^2/2} H_n(x), \quad \text{ou} \quad H_n(x) = (-i)^n e^{-x^2} D^n e^{-x^2}, \quad D = -i \frac{d}{dx}$$

$H_n$  est un polynôme d'Hermite de degré  $n$ . Nous avons  $F\phi_n = \lambda_n \phi_n$  avec  $\lambda_n e^{-in\pi/2}$ . donc, à condition que nous définissons correctement  $a$  car  $a \in \mathbb{R}$ , nous pouvons mettre

$$F^a \phi_n = \lambda_n^a \phi_n, \text{ et parce que } \{\phi_n\} \text{ est un ensemble complet, cela définit } F^a \text{ sur } L^2.$$

Si nous définissons l'opérateur d'analyse  $T_\phi$ , l'opérateur de synthèse  $T_\phi^*$  et l'opérateur d'échelle  $S_\lambda$  comme :

$$T_\phi: f \rightarrow \{c_n = \langle f, \phi_n \rangle\}, \quad S_\lambda: \{c_n\} \rightarrow \{\lambda_n c_n\}, \quad T_\phi^*: \{d_n\} \rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} d_n \phi_n$$

$(\langle \cdot, \cdot \rangle_2)$  est le produit intérieur dans  $L^2(\mathbb{R})$  alors c'est clair que nous pouvons écrire :

$$F = T_\phi^* S_\lambda T_\phi \quad \text{Et} \quad F^a = T_\phi^* S_\lambda^a T_\phi \tag{III.3}$$

Notons que l'opérateur  $T_\phi$  est unitaire sur  $L^2(\mathbb{R})$  et que  $T_\phi^*$  est son adjoint.

La formule (III.3) donne une procédure générale pour définir la puissance fractionnaire de tout opérateur qui a un ensemble complet de fonction propre. Cette définition implique que  $F^a$  peut être écrit comme un opérateur exponentiel  $F^a = e^{-iaH} = e^{-ia\pi H/2}$  ou l'opérateur

Hamiltonien  $H$  est donnée par  $H = \frac{1}{2}(D^2 + U^2 - I)$  avec  $D = -id/dx$ , et  $U$  est l'opérateur de translation de  $L^2(\mathbb{R})$  définie comme  $(UF)(x) = xf(x)$  ou  $U = FDF^{-1}$ . La forme de l'opérateur  $H$  peut être calculée aisément par différentiation de la relation

$$e^{-iaH} \left( e^{-x^2/2} H(x) \right) = e^{-ina} \left( e^{-x^2/2} H(x) \right) \tag{III.4}$$

En ce qui concerne  $a$ , mettons  $a = 0$  et utilisons l'équation différentielle à savoir  $(D + 2iU)DH_n = 2nH_n$  qui satisfait aux polynômes d'Hermite.

Notons que cette forme identifie la  $F^a$  comme un opérateur unitaire, et d'où l'égalité de Parseval est contenue dans  $L^2(\mathbb{R})$ .

Plusieurs propriétés simples peuvent maintenant être dérivées, l'une la plus formidable est l'existence de  $F^a F^b = F^{a+b}$ , qui reflète la structure de rotation du groupe.

### III.3.2. Représentation intégral

Toute fonction  $f \in L^2(\mathbb{R})$  peut être étendu comme  $f = \sum_n \langle f, \phi_n \rangle_2 \phi_n$ , afin qu'après l'application de  $F^\alpha$  nous ayons  $(F^\alpha f)(\xi) = \langle f(x), \sum_n \phi_n(x) \lambda_n^\alpha \phi_n(\xi) \rangle_2$ , qui identifie la  $F^\alpha$  comme une transformation intégrale de noyau  $K_\alpha(\xi, x) = \sum_n \phi_n(x) \lambda_n^\alpha \phi_n(\xi) / \sqrt{2\pi}$ . Pour  $\alpha = \pm 1$  il se réduit au noyau de la TF  $K_{\pm 1}(\xi, x) = e^{\pm i x \xi} / \sqrt{2\pi}$ . Pour  $\alpha \neq \pm 1$ , ce n'est pas si simple. Utilisant les valeurs propres et les fonctions propres pour la transformation  $F^\alpha$ , nous obtenons :

$$\begin{aligned} K_\alpha(\xi, x) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-in\alpha\pi/2} H_n(\xi) H_n(x)}{2^n n! \sqrt{\pi}} e^{-(x^2 + \xi^2)/2} \\ &= \frac{1}{\sqrt{\pi} \sqrt{1 - e^{-2i\alpha}}} \exp \left\{ \frac{2x\xi e^{-i\alpha} - e^{-i\alpha}(\xi^2 + x^2)}{1 - e^{-2i\alpha}} \right\} \exp \left\{ -\frac{\xi^2 + x^2}{2} \right\} \end{aligned} \quad (III.5)$$

Où dans le dernier pas nous avons utilisé la formule de Mehler.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-inx} H_n(\xi) H_n(x)}{2^n n! \sqrt{\pi}} = \frac{\exp \left\{ \frac{2x\xi e^{-i\alpha}(\xi^2 + x^2)}{1 - e^{-2i\alpha}} \right\}}{\sqrt{\pi(1 - e^{-2i\alpha})}}$$

Pour récrire cette expression, nous observons que les identités suivantes détiennent (ils sont

vérifiés facilement) :  $\frac{2x\xi e^{-i\alpha}}{1 - e^{-2i\alpha}} = -ix\xi \operatorname{csc} \alpha$

$$\frac{1}{\sqrt{\pi} \sqrt{1 - e^{-2i\alpha}}} = \frac{e^{-\frac{1}{2}(\frac{1}{2} - \alpha)}}{\sqrt{2\pi |\sin \alpha|}}$$

$$\frac{e^{-2i\alpha}}{1 - e^{-2i\alpha}} + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \cos \alpha$$

Où  $\square = \operatorname{sgn}(\sin \alpha)$ . Évidemment, de telles relations ont seulement de sens si  $\sin \alpha \neq 0$ , c'est à dire si  $\alpha \notin \mathbb{Z}$  ou  $\alpha \notin 2\mathbb{Z}$ . La branche de  $(\sin \alpha)^{1/2}$  que nous utilisons pour  $\sin \alpha < 0$  est celui avec  $0 < |\alpha| < \pi$ . Avec cette expression, nous obtenons une représentation intégrante plus douce de  $F^\alpha$  pour  $\alpha \notin 2\mathbb{Z}$ .

$$f_\alpha(\xi) = (F^\alpha f)(\xi) = \frac{e^{-\frac{1}{2}(\frac{\pi}{2} - \alpha)} e^{\frac{1}{2}\xi^2 \cot \alpha}}{\sqrt{2\pi} |\sin \alpha|} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left\{ -i \frac{x\xi}{\sin \alpha} + \frac{i}{2} x^2 \cot \alpha \right\} f(x) dx \quad (II.6)$$

de son noyau. Nous allons d'abord étudier quelques propriétés du noyau :

$$K_{\alpha=\frac{\pi}{2}}(\xi, x) = K_{\alpha=\frac{\pi}{2}}(x, \xi) \quad (\text{Symétrie}) \quad (\text{III.8})$$

$$K_{-\alpha}(\xi, x) = [K_{\alpha}(\xi, x)]^* \quad (\text{Self-reciprocity}) \quad (\text{III.9})$$

$$K_{\alpha+2\pi}(\xi, x) = K_{\alpha}(\xi, x) \quad (\text{Périodicité}) \quad (\text{III.10})$$

$$K_{\alpha}(-\xi, x) = K_{\alpha}(\xi, -x) \quad (\text{Renversement des axes}) \quad (\text{III.11})$$

$$\int K_{\alpha_1}(\xi, x_1) K_{\alpha_2}(x_1, x) dx = K_{\alpha_1+\alpha_2}(\xi, -x) \quad (\text{Additivité}) \quad (\text{III.12})$$

$$\int K_{\alpha}(\xi, x_1) [K_{\alpha_2}(\xi', x)]^* dx = \delta(\xi - \xi') \quad (\text{Complétude}) \quad (\text{III.13})$$

$$\int K_{\alpha}(\xi, x) [K_{\alpha}(\xi, x')]^* d\xi = \delta(x - x') \quad (\text{Orthonormalité}) \quad (\text{III.14})$$

On déduit de ces propriétés sur le noyau  $K$  les propriétés suivantes sur l'opérateur  $F^{\alpha}$  :

- **Additivité :**

$$F^{\alpha_1} F^{\alpha_2} = F^{\alpha_1+\alpha_2} \quad (\text{III.15})$$

- **Périodicité :**

$$F^{\alpha+2\pi} = F^{\alpha} \quad (\text{III.16})$$

- **La FEFT est une transformation unitaire :**

- **Objectivité :**

$$F^{-\alpha} F^{\alpha} = I \quad (\text{III.17})$$

- **Conservation de l'énergie**

$$\int f(x) f_2^*(x) dx = \int F_1^{\alpha}(\xi) [F_2^{\alpha}(\xi)]^* d\xi$$

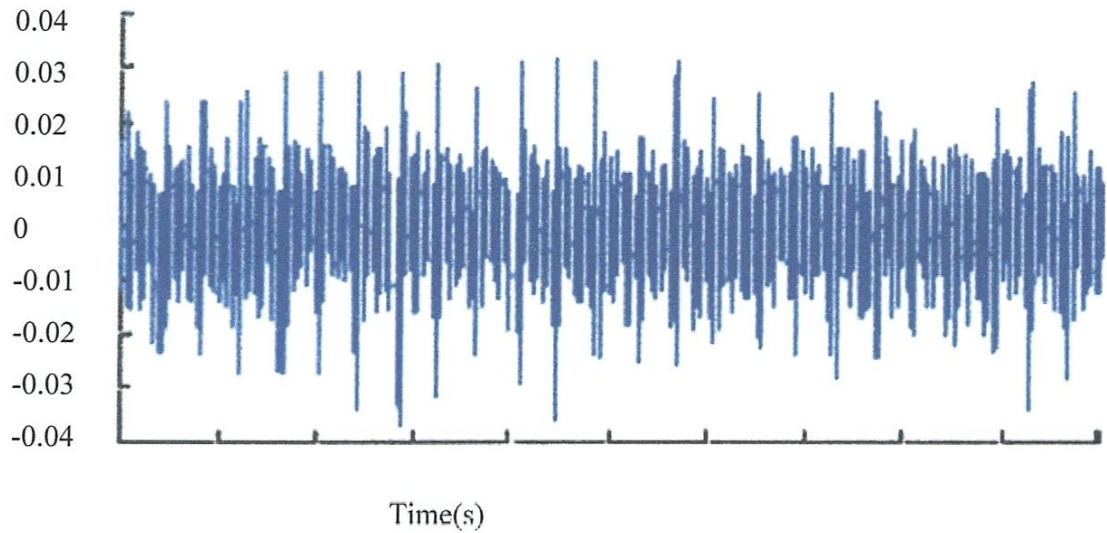
$$\int |f(x)|^2 dx = \int |F^{\alpha}(\xi)|^2 d\xi \quad (\text{III.18})$$

l'amélioration du signal dépend du degré de corrélation entre le signal de référence et le bruit contenu dans le signal fondamental. Pour une meilleure efficacité, plusieurs algorithmes pour la détermination des paramètres des filtres adaptatifs ont été proposés, par exemple l'algorithme de la méthode des moindres carrés, l'algorithme des moindres carrés récursifs (RLS) dans le domaine fréquentielle et ainsi de suite.

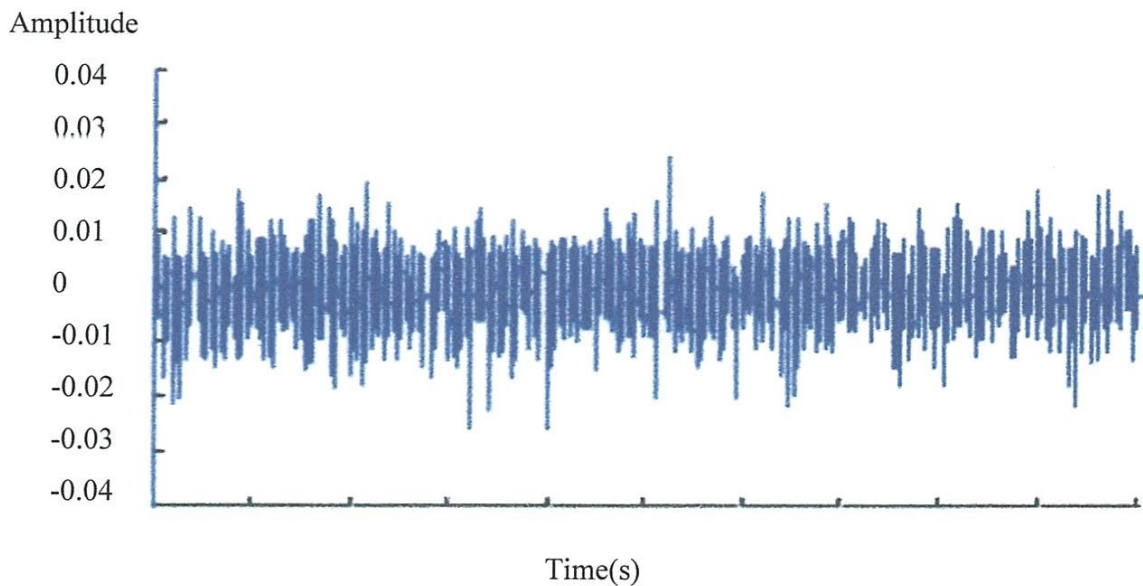
La transformée de Fourier fractionnaire (FRFT) appartient à la classe des représentations temps fréquence qui ont été largement utilisées dans le domaine du traitement de signal pour extraire les composants utiles du signal d'un bruit compliqué et des données d'interférences [27-28]. Un ordre de transformation fractionnaire optimal doit correspondre simultanément à une densité d'énergie et intensité optimale du signal dans le domaine temporel et fréquentiel [28].

Shao et al, 2005 [29] ont proposé un filtre adaptatif basé sur la transformée de Fourier fractionnaire pour supprimer le bruit des signaux vibratoires et de mettre en valeur les composants du signal provenu des défauts dynamiques des machines. L'approche compte sur l'usage des filtres adaptatifs dans le domaine de la transformée de Fourier fractionnaire en optimisant l'ordre de la transformation et les paramètres du filtre. L'ordre de la transformation est choisi quand le signal rassemble la plus haute énergie et les paramètres du filtre sont déterminés par les règles évolutionnaires. Pour confirmer la performance de l'algorithme proposé, les auteurs ont mené une étude expérimentale sur une boîte de transmission qui contient des engrenages avec des défauts. La figure suivante (II.2) montre le résultat de l'algorithme proposé sur le signale recueilli.

Amplitude



a-signal après l'utilisation de l'algorithme Proposé



b- Signal après l'utilisation de l'algorithme LMS **Figure II.3 :**

signal de sortie après l'application différents algorithmes adaptatifs

### *III.7. La FRFT dans l'analyse cepstral*

En général, l'inverse de la transformation de Fourier du logarithme de la transformation de Fourier d'un signal est la représentation de ce signal dans le domaine cepstral.



L'opération de convolution de deux signaux dans le domaine temporelle devient une addition dans le domaine cepstral. La transformée de Fourier fractionnaire (FRFT) est la généralisation de la transformation de Fourier standard (FT). Dans une transformation de Fourier fractionnaire FRFT, le noyau de la transformation est un ensemble de chirps (pépiements) linéaires alors qu'il est composé de sinusöide complexe dans la transformation de Fourier FT. Selon l'ordre fractionnaire, les signaux peuvent être représentés dans des domaines multiples, ce qui donne un degré de liberté supplémentaire à la FRFT dans le traitement du signal par rapport à la transformée de Fourier standard.

Admettons que  $S(t)$  formé par le produit de convolution de deux fonctions différentes,  $w(t)$  et  $r(t)$ . La représentation de la partie réelle de  $s(t)$  dans le domaine cepstral par la transformée de Fourier standard et la transformée de l'ourier fractionnaire est comme suit:

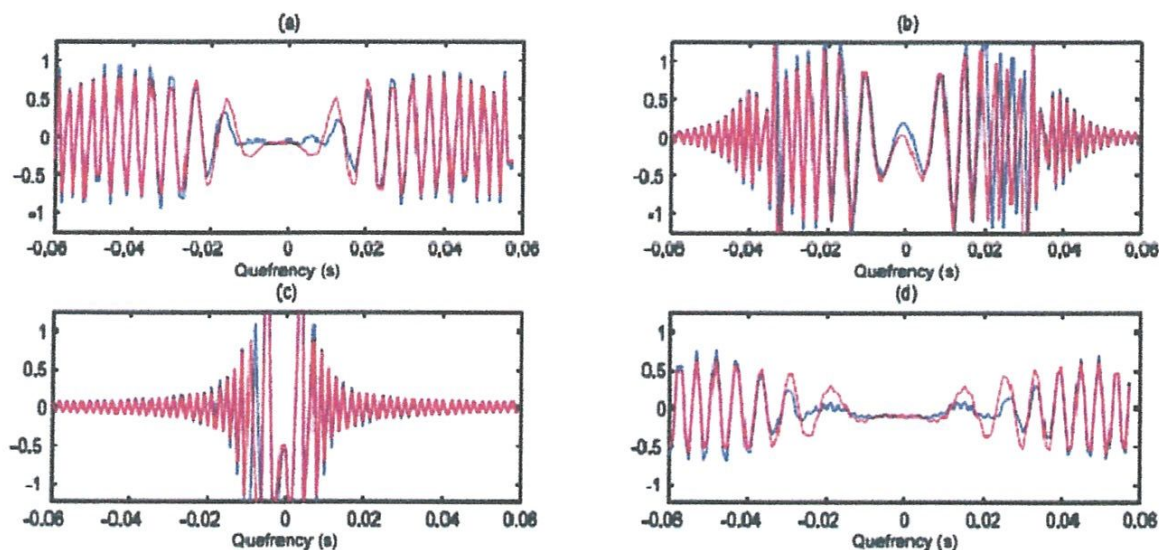


Figure II.3 : La représentation cepstral de  $S(t)$  selon les ordres fractionnaires

a)  $\alpha=0.9$  ; b)  $\alpha=0.95$  ; c)  $\alpha=0.99$  ; d)  $\alpha=1.15$

### III.8. La transformée de Fourier fractionnaire à court terme

Dans les problèmes réels un signal n'est pas linéairement modulé. Il peut même être

multi-composant. Néanmoins, si les fréquences instantanées des composantes du signal changent lentement dans la direction d'une certaine ligne dans le plan temps-fréquence (nous nous référerons à cette ligne comme axe principal), nous pouvons trouver les domaines fractionnaires où le signal est mieux concentré ou mieux se propager. Afin de trouver ces domaines fractionnaires avec un minimum de coûts informatiques, conduisant à des améliorations possibles dans les représentations temps-fréquence, nous allons utiliser les moments de la transformée de Fourier fractionnaires du signal.

La TFCT a été introduit pour une meilleure localisation temporelle des fréquences contenu dans un signal  $x(t)$ , par l'utilisation d'une Fenêtre adaptée  $g(t)$ :

$$TFCT[x](t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t + t_0)g^*(t_0) \exp(-j2\pi t_0 f) dt_0 \quad (III.32)$$

Certes, pour filtrer un signal purement sinusoïdal, on a besoin d'une fenêtre large, tandis que pour le filtrage d'une impulsion delta comme signal, une fenêtre étroite doit être appliquée. Donc, nous pouvons ajuster la fenêtre si la forme du signal est connue. Supposons maintenant que la Largeur minimale du signal ne correspond pas à la direction du temps ou de fréquence, puis nous pouvons voir que d'une transformation affine du plan de phase conduit a une représentation optimale du signal (par exemple, la largeur minimale).

Afin de représenter un signal dans un nouveau système de coordonnées, nous utilisons le fait que la rotation dans le plan temps-fréquence correspond a la transformée de Fourier fractionnaire du signal. La Transformée de Fourier fractionnaire d'une fonction  $x(t)$  peut être défini comme [31].

$$FrFT[x]_{\alpha}(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} K_{\alpha}(t, f) x(t) dt \quad (III.33)$$

$K_{\alpha}(t, f)$  est donnée par :

$$K_{\alpha}(t, f) = \frac{\exp(j\alpha/2)}{\sqrt{j\sin\alpha}} \exp\left(j\pi \frac{(t^2+f^2)\cos\alpha-2tf}{\sin\alpha}\right) \quad (III.34)$$

En outre, avec la relation de type :

$$\begin{pmatrix} t \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \quad (\text{III.35})$$

Nous avons la relation suivante pour le noyau de la transformée de Fourier fractionnaire :

$$k(\alpha, t_0, u - u_0) \exp(j2\pi u_0 v) \exp(-j\pi uv) = [k(-\alpha, u_0, t - t_0) \exp(j2\pi t_0 f) \exp(-j\pi t f)]^* \quad (\text{III.36})$$

Prenons, la transformée de Fourier à court terme de  $x(t)$ , définie par :

$$\begin{aligned} ST_x^\alpha(u, v) &= ST_{x_\alpha}(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} X_\alpha(u + u_0) g^*(u_0) \exp(-j2\pi u_0 v) du_0 \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} R_x^\alpha(u + u_0) [R_g^0(u_0)]^* \exp(-2j\pi u_0 v) du_0 \end{aligned} \quad (\text{III.37})$$

De la relation (III.36) nous obtenons :

$$\begin{aligned} &\exp(-j\pi uv) \times \int_{-\infty}^{\infty} R_x^\alpha(u + u_0) [R_g^0(u_0)]^* \exp(-2j\pi u_0 v) du_0 \\ &= \exp(-j\pi t f) \times \int_{-\infty}^{\infty} R_x^\alpha(t + t_0) [R_g^{-\alpha}(t_0)]^* \exp(-j2\pi t_0 f) dt_0 \end{aligned} \quad (\text{III.38})$$

Et de la dernière identité, nous concluons que la transformée de Fourier fractionnaire à court terme de  $x(t)$  dans le domaine fractionnaire a peut ainsi être calculé directement en tant que TFCT normale du signal  $x(t)$  en utilisant une fenêtre qui est la TF fractionnaire de la première fenêtre  $g(t)$ , suivie par la rotation du système de coordonnées:

$$ST_x^\alpha(u, v) = \exp[j\pi(uv - tf)] * \int_{-\infty}^{\infty} x(t + t_0) [R_g^{-\alpha}(t_0)]^* \exp(-j2\pi t_0 f) dt_0 \quad (\text{III.39})$$

Ou  $u, v$  et  $t, f$  sont liés par la relation (II.35).

### III.8.1. Estimation de la largeur du signal à partir des moments dans le domaine fractionnaire

La largeur d'un signal dans le domaine temporel ou dans le domaine de fréquence peut être estimée à partir de son moment central du second ordre [31].

Le moment central du second ordre dans le domaine fractionnaire  $p_\alpha$  est définie par :

$$p_\alpha = \int_{-\infty}^{\infty} |R_x^\alpha(t)|^2 (t - m_\alpha)^2 dt = (w_\alpha - m_\alpha^2) \quad (\text{III.40})$$

Ou le moment du premier ordre :

$$m_\alpha = \int_{-\infty}^{\infty} |R_x^\alpha(t)|^2 t dt$$

Est liée au centre de gravité du spectre de puissance fractionnaire :

$$w_\alpha = \int_{-\infty}^{\infty} |R_x^\alpha(t)|^2 t^2 dt$$

Le moment de premier ordre  $m_a$  dans un domaine fractionnaire défini par un angle arbitraire  $a$  peut être calculé à partir de la relation

$$m_\alpha = m_0 \cos \alpha + m_{\pi/2} \sin \alpha \quad (\text{III.41})$$

Où  $m_0$  et  $m_{\pi/2}$  sont des moments du premier ordre dans le domaine temporelle et le domaine fréquentielle, respectivement. En outre, tout moments du second ordre  $W_\alpha$  peut être obtenu à partir de trois autres moments  $W_\beta, W_\gamma, W_\mu$ , et par exemple, si les angles  $\beta, \gamma, \mu, t$  ne sont pas les mêmes, et la différence entre eux n'est pas égal à  $\pi$  [31]. En utilisant les résultats de Jubisa et al (2002) [31] nous avons:

$$w_\alpha = w_0 \cos^2 \alpha + w_{\pi/2} \sin^2 \alpha + \left[ w_{\pi/4} - \frac{(w_0 + w_{\pi/2})}{2} \right] \sin 2\alpha \quad (\text{III.42})$$

Tenant compte des équations. (11.40), (11.41), et (11.42). Nous concluons que les trois spectres de puissance fractionnaire FT permettent de calculer le moment central du second ordre  $p_\alpha$ , qui caractérise la largeur du signal dans les domaines fractionnaire correspondants:

$$p_\alpha = (w_0 - m_0^2) \cos^2 \alpha + \left( w_{\frac{\pi}{2}} - m_{\frac{\pi}{2}}^2 \right) \sin^2 \alpha + \left[ w_{\pi/4} - m_0 m_{\pi/2} - \frac{(w_0 + w_{\pi/2})}{2} \right] \sin 2\alpha$$

$$= p_0 \cos^2 \alpha + p_{\pi/2} \sin^2 \alpha + \left[ w_{\pi/4} - m_0 m_{\pi/2} - \frac{(w_0 + w_{\pi/2})}{2} \right] \sin 2\alpha \quad (\text{III.43})$$

Afin de trouver le domaine fractionnaire où le signal a une largeur extrême (minimale ou maximale), nous étudions le comportement des dérivés de  $p_\alpha$ . Il est facile de voir à partir de l'équation (III.43) que la première dérivée de  $p_\alpha$ ,

$$\frac{dp_\alpha}{d\alpha} = (p_{\pi/2} - p_0) \sin 2\alpha + [2(w_{\pi/4} - m_0 m_{\pi/2}) - (w_0 + w_{\pi/2})] \cos 2\alpha$$

Égal à zéro pour la valeur de  $\alpha$  donnée par :

$$\tan 2\alpha_e = \frac{2(w_{\pi/4} - m_0 m_{\pi/2}) - (w_0 + w_{\pi/2})}{p_0 - p_{\pi/2}} \quad (\text{III.44})$$

Puisque la FT fractionnaire est périodique avec une période de  $2\pi$  (sauf pour un facteur possible -1) et répond à la demi-période par la relation  $R_{\alpha+\pi}^x(t) = R_\alpha^x(-t)$  la largeur du signal prend un minimum et une valeur maximale une seule fois dans l'intervalle  $\alpha \in [0, \pi]$ .

A partir du comportement de la dérivée deuxième de  $p_\alpha$  pour :

$$\alpha = \alpha_e, \left. \frac{d^2 p_\alpha}{d\alpha^2} \right|_{\alpha = \alpha_e} = 2(p_{\pi/2} - p_0) / \cos 2\alpha_e$$

Nous concluons que le signal atteint sa largeur minimale pour la valeur  $\alpha_e$ , pour laquelle  $\cos 2\alpha_e$  a le même signe que  $p_{\pi/2} - p_0$ ; l'autre valeur de  $\alpha_e$  dans l'intervalle  $[0, \pi]$  correspond alors à la largeur maximale. Ainsi, le domaine fractionnaire approprié où le signal est mieux concentré, peut être trouvée à partir de la connaissance de seulement trois spectres de puissances fractionnaires.

## *Chapitre IV*

### *Partie expérimentale*

#### *IV.1 Introduction :*

Dans la plus part des cas, les signaux ont des caractéristiques spectrales qui varient dans le temps. Ces signaux, dits non stationnaires, ne peuvent être correctement traités par les méthodes usuelles d'analyse spectrale (transformation de Fourier): en effet, la transformation de Fourier effectue une transposition de l'espace-temps vers son espace dual des fréquences et perd de ce fait toutes les informations sur le séquençage temporel du signal. Pour remédier à ces problèmes, sont apparus plusieurs outils d'analyse: le plus simple est sans doute la transformation de Fourier à court terme qui découpe le signal  $x(t)$  en tranches d'analyse (largeur de la fenêtre  $h(t)$ ) sur lesquelles on fait l'hypothèse de stationnarité locale et sur lesquelles on effectue par l'analyse de Fourier classique.

Récemment la transformée de Fourier fractionnaire a été introduite comme une généralisation de la transformée de Fourier classique, donnant une image plus riche dans l'analyse temps fréquence. C'est dans ce contexte que cet outil est utilisé pour la détection des défauts de roulement

#### *IV.2 Banc d'essais*

Le banc d'essais est d'une conception très simple permettant le montage et le démontage rapide, il est constitué d'un moteur asynchrone à cage d'écureuil dont les caractéristiques sont résumées dans le tableau (VI.1) ; un accouplement élastique et deux paliers à roulement figure (VI.1 & 2). Pour mesurer les effets des vibrations engendrées par le fonctionnement ou les dysfonctionnements du roulement, on a placé un accéléromètre piézo-électrique triaxial de type «4524-B-001» sur le palier à roulement.

Le roulement utilisé est de type UC 204 dont les caractéristiques sont données dans le tableau (VI.2). Pour une fréquence de rotation de 12Hz la fréquence de la bague externe est  $f_{be} = 36,756 \text{ Hz}$ , et pour une fréquence de rotation de 18Hz sa fréquence est  $f_{be} = 55.134 \text{ Hz}$

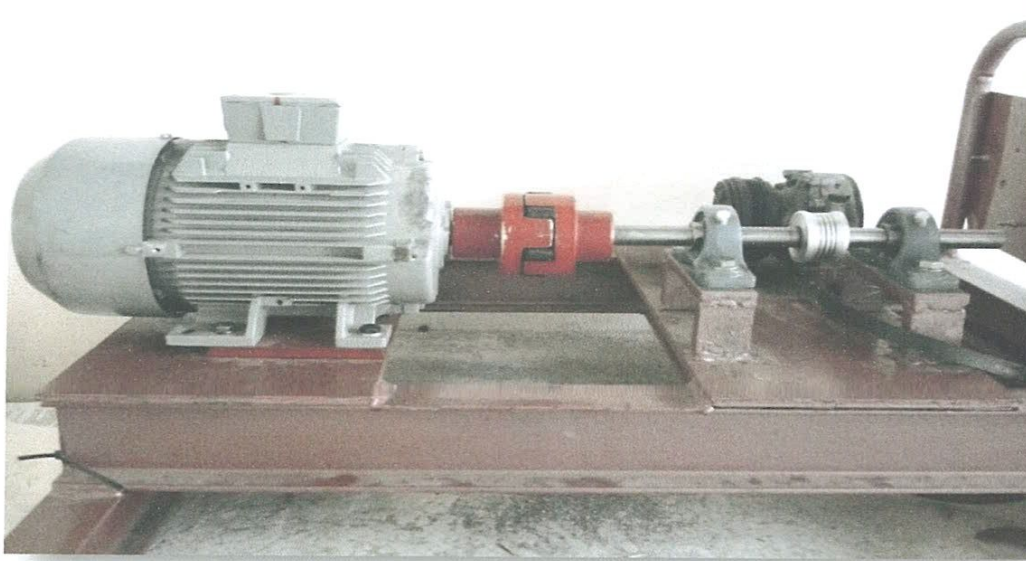


Figure (IV.1) : Banc d'essais.

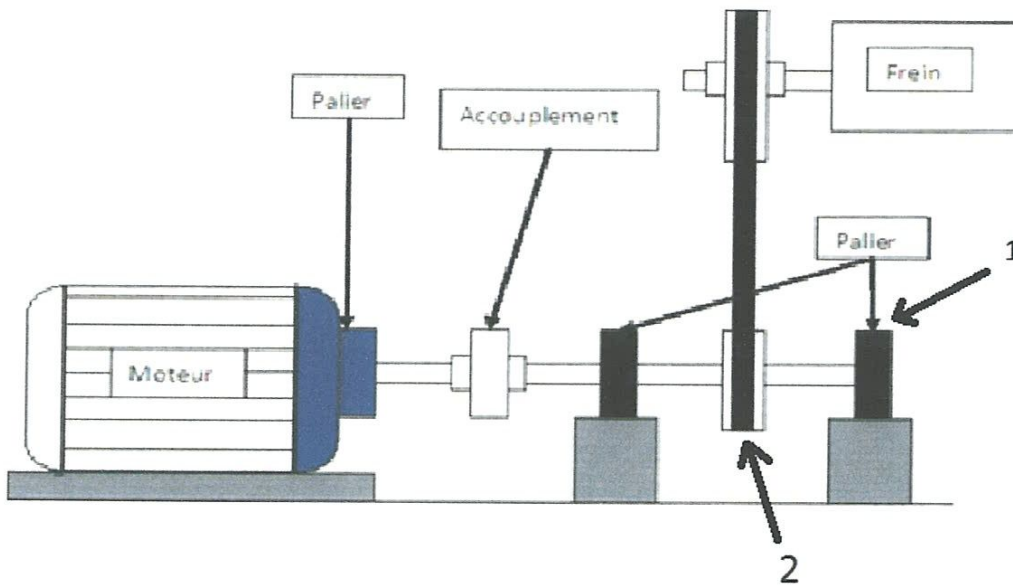


Figure (IV.2) : Schéma cinématique du banc d'essais.

Type	Mot 3 N 890-150-0964-0041
Tension	380 V
Puissance	1500 W
Nombre de paires de pôles	2
Nombre de barres du rotor	28
Vitesse de moteur	1500 (1420) Tr/Min
Fréquence d'alimentation ( $F_a$ )	50 Hz
Glissement	0.053Hz
Type de palier	Roulement

Tableau (IV.1) : Caractéristiques Moteur

<b>Caractéristiques principales</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Diam intérieur 20 mm</li> <li>- Diam extérieur 47 mm</li> <li>- Largeur BI 31 mm</li> <li>- Largeur BE 16 mm</li> <li>- Largeur totale 31 mm</li> <li>- Poids 0.17 kg</li> <li>- Température mini conseillée -40 ° C</li> <li>- Température maxi conseillée 110 ° C</li> <li>- Cage Acier</li> </ul>
<b>Fréquences caractéristiques (Hz) à 60 tr/min pour bague intérieure tournante</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Fréquence cage 0.382</li> <li>- Fréquence corps roulants 2.018</li> <li>- Fréquence bague extérieur 3.063</li> <li>- Fréquence bague intérieur 4.936</li> </ul>

Tableau (IV.2) : Caractéristiques de roulement d'essais.



### IV.3 Fenêtre utilisée

La transformée de Fourier Fractionnaire à court terme  $TFRCT[s](t, f)$  dans le domaine fractionnaire  $\alpha$  peut ainsi être calculé directement en tant que TFCT ordinaire du signal  $S(t)$  multiplier par une fenêtre  $W_\alpha(\tau)$  qui est la Transformée de Fourier Fractionnaire de la première fenêtre  $\omega(\tau)$ , d'après l'équation ci-dessus :

$$TFRCT[s](t, f) = FFT(s(t + \tau).TFR_\alpha[\omega(\tau)])$$

La fenêtre utilisée dans tout ce travail, est la fenêtre de Gauss du faite qu'elle donne un bon compromis entre la résolution temporelle et la résolution fréquentielle. L'expression mathématique de la fenêtre de Gauss est donnée par :

$$h(t) = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{\frac{1}{4}} \exp\left\{-\frac{\alpha}{2}t^2\right\}$$

Mathématiquement, les spectrogrammes obtenues sont les résultats du carré de l'amplitude de la transformée de Fourier classique du signal recueillis, multiplier par la transformée de Fourier fractionnaire de la fenêtre utiliser. Le choix de l'ordre de la transformation de la fenêtre dépend du signal test. D'après [31], l'ordre de transformation optimal correspond au spectre fractionnaire donnant le maximum d'énergie.

Sur la figure (VI.3), on a représenté l'influence de l'ordre de transformation sur une fenêtre de Gauss de largeur  $L=64$ . Il est très clair que la largeur du spectre fractionnaire de la fenêtre diminue au fur et à mesure que l'ordre de transformation augmente. Par contre, L'amplitude du spectre fractionnaire augmente avec l'ordre de transformation.

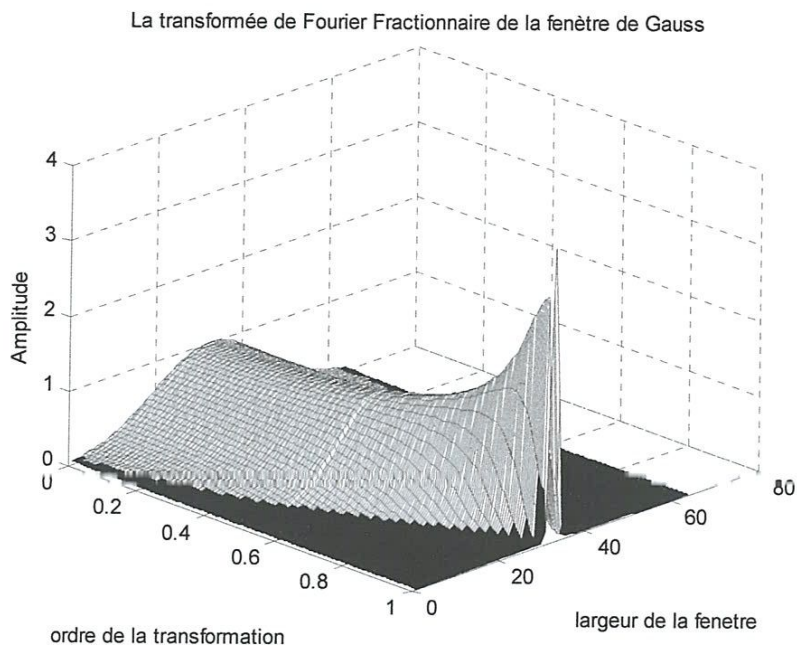


Figure (IV.3) : Influence de l'ordre de transformation sur la fenêtre de Gauss

#### VI.4 Signaux recueillis

Le matériel de mesure utilisé dans cette campagne d'essai est un analyseur de vibrations Pulse 16.1, les signaux recueillis par un accéléromètre piézo-électrique triaxial de type «4524-B-001» placé sur le palier à roulement sont capturés en deux vitesses de rotation et suivant trois fréquences d'échantillonnage (voir tableau IV.I).

	Vitesse de rotation	Fréquence d'échantillonnages		
		1600	6400	12800
Roulement sain	12Hz	1600	6400	12800
Roulement avec petit défaut sur la bague extérieur	12 Hz	1600	6400	12800
	18 Hz	1600	6400	12800
Roulement avec petit défaut sur la bague extérieur	12 Hz	1600	6400	12800
	18 Hz	1600	6400	12800
Roulement avec moyen défaut sur la bague extérieur	12 Hz	1600	6400	12800
	18 Hz	1600	6400	12800
Roulement avec grand défaut sur la bague extérieure	12 Hz	1600	6400	12800
	18 Hz	1600	6400	12800

Tableau (IV.3) : Les signaux recueillis.

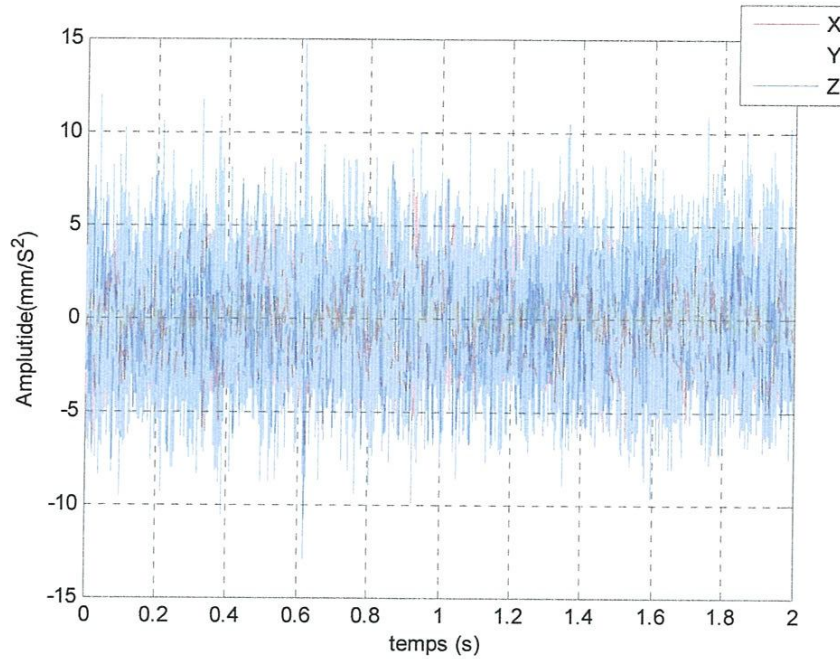


Figure (IV.4) : Signal mesurer sur le palier (roulement sain,  $f_{max}=1600$  Hz).

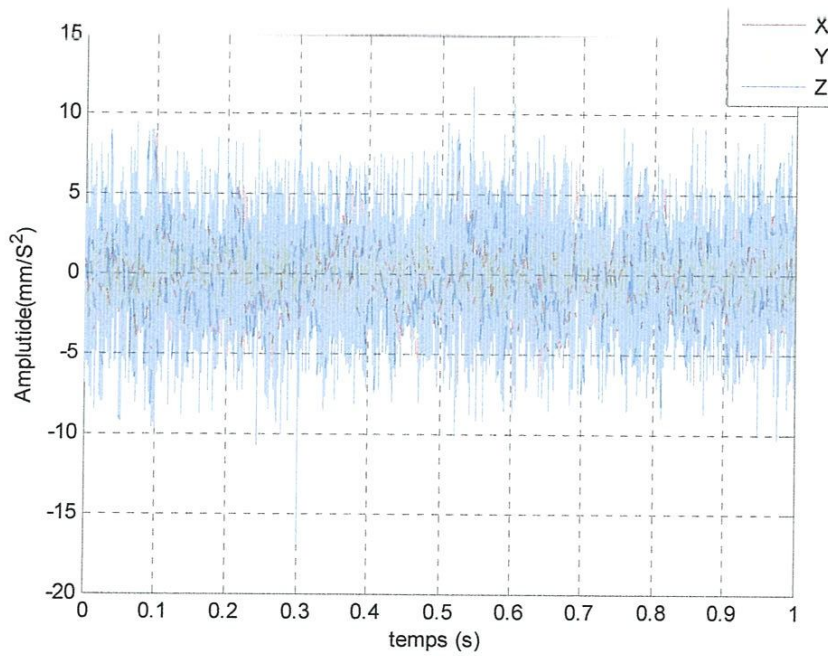


Figure (IV.5) : Signal mesurer sur le palier (roulement sain,  $f_{max}=6400$  Hz)

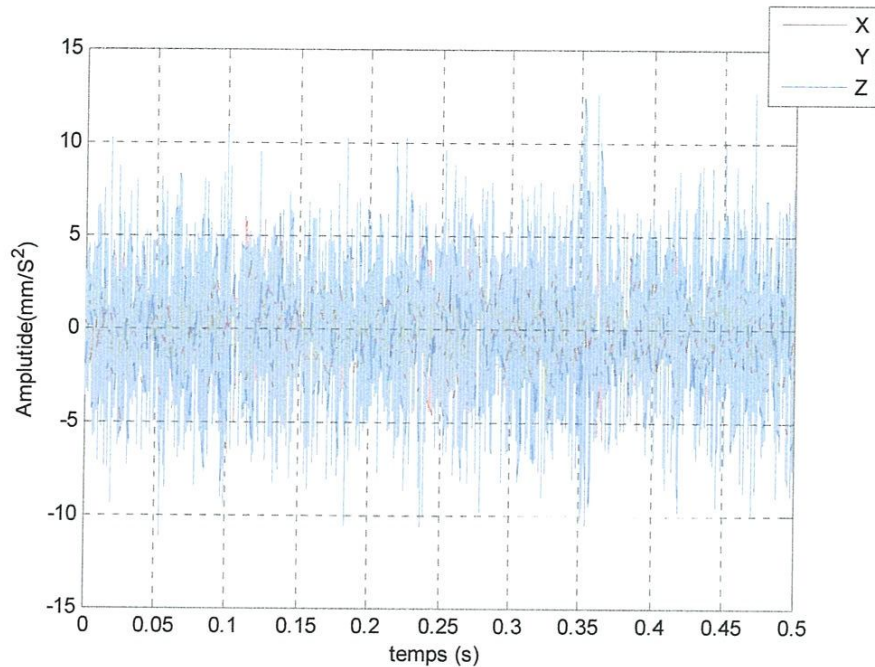
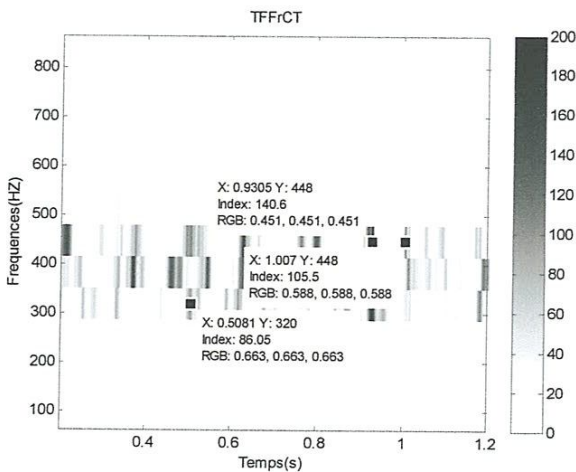


Figure (IV.6) : Signal mesurer sur le palier (roulement sain,  $f_{max}=12800$  Hz)

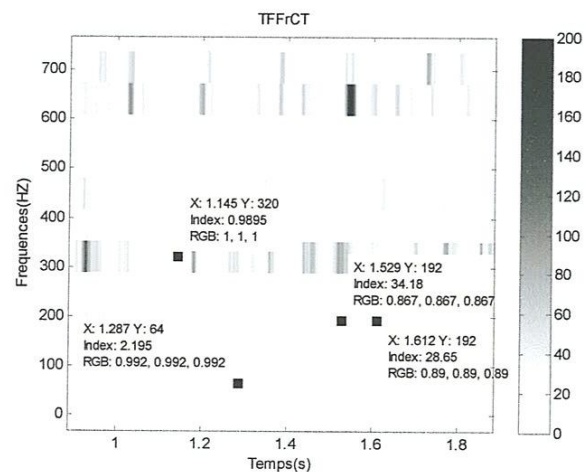
### IV.5. Analyse des signaux

#### IV.5.1. Roulement sain

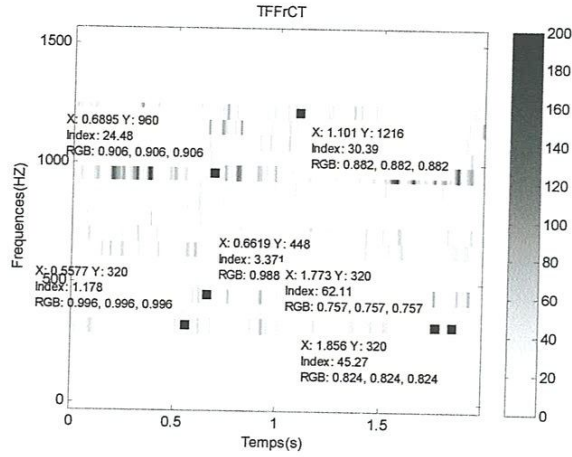
Les spectrogrammes obtenus par l'application de la transformée de Fourier fractionnaire à court terme aux signaux issues du roulement sain sont représentés sur les figures suivantes. Les figures (IV.7 a, b&c) sont obtenues par une fenêtre courte de largeur ( $L=64$ ) pour avoir une bonne résolution temporelle, et les figures (VI.8 a, b &c) sont obtenues par une fenêtre de largeur relativement grande ( $L=8192$ ) afin d'avoir une bonne résolution fréquentielle.



a-Spectrogramme de signal suivant l'axe X.

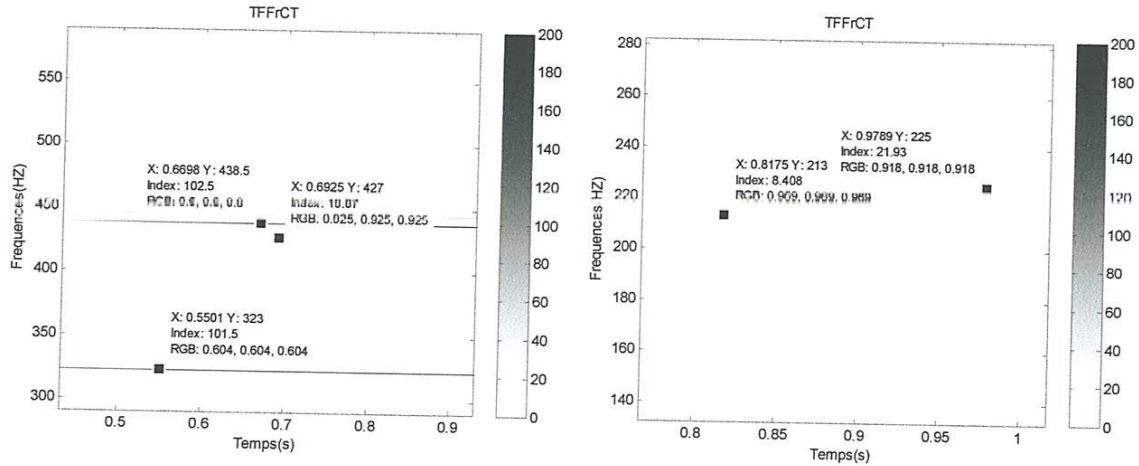


b-Spectrogramme de signal suivant l'axe Y.

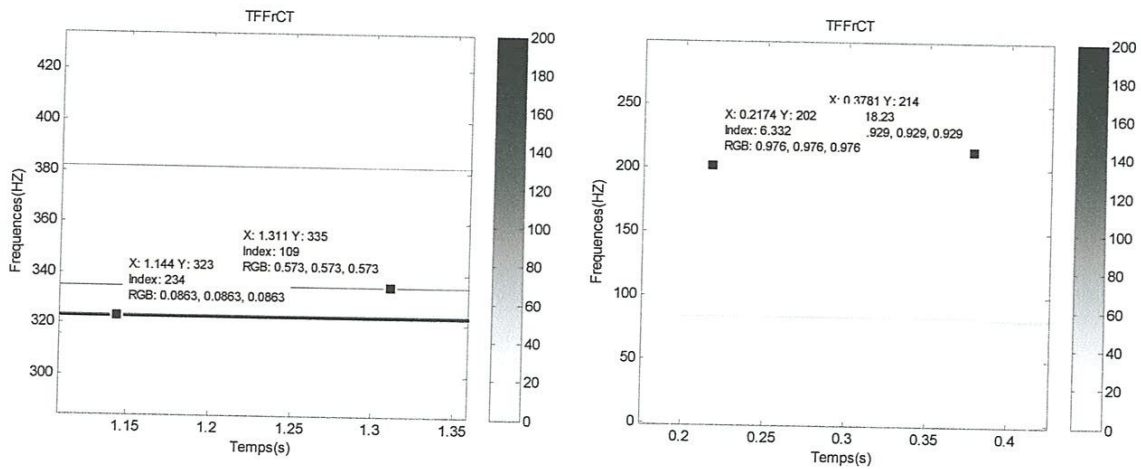


c-Spectrogramme de signal suivant l'axe Z.

Figure (VI.7) : Spectrogrammes des signaux (roulement sain  $F=1600\text{Hz}$ )



a- Spectrogramme de signal suivant l'axe X,  $F=1600$  b- Spectrogramme de signal suivant l'axe Y,  $F=1600$



c- Spectrogramme de signal suivant l'axe Z,  $F=1600$  d- Spectrogramme de signal suivant l'axe Y,  $F=6400$

Figure (VI.8) : Spectrogrammes des signaux (roulement sain)

D'après les spectrogrammes de la figure (VI.7), la fréquence de rotation se manifeste par l'apparition des pics bien localisés sur l'axe temporelle quelque soit la composante du signal traité (x, y ou z). Les spectrogrammes de la figure (VI.8) montrent clairement l'existence de la même vitesse de rotation mais sa localisation temporelle est perdue.

#### *IV.5.2. Roulement avec défaut sur la bague extérieure*

Dans cette partie, on va étudier la sensibilité de la technique à détecter des petits, moyens et grands défauts créés sur la bague extérieure.

Les spectrogrammes obtenus par l'application de la transformée de Fourier fractionnaire à court terme sur les signaux d'un roulement à petit, moyen et grand défaut, en utilisant une fenêtre de largeur  $L=64$ , et  $L=8192$  respectivement, sont représentés sur les figures suivantes.

##### *1<sup>er</sup> Cas : Petit défaut*

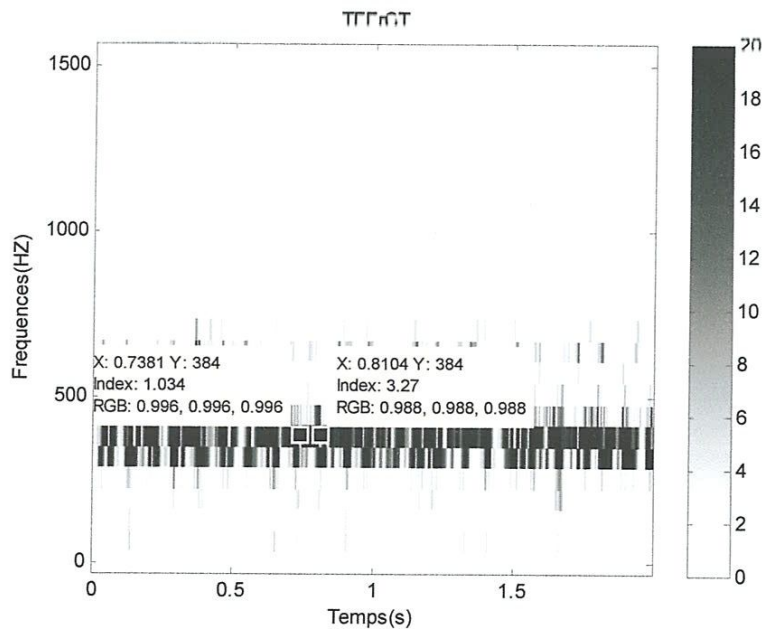


Figure (VI.9 a) : Spectrogrammes du signal (fenêtre  $L=64$ ) petit défaut et vitesse de rotation 12Hz)

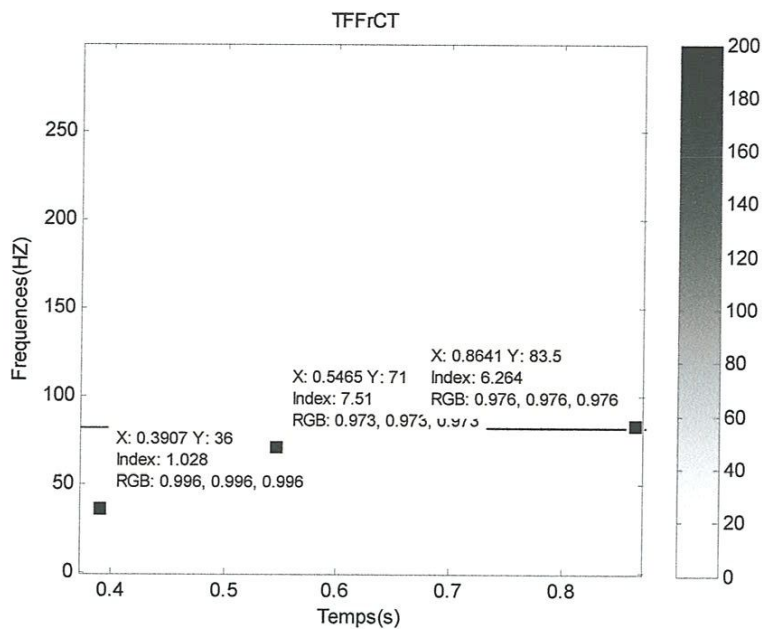


Figure (VI.9 b) : Spectrogrammes du signal (fenêtre L=8192 petit défaut et vitesse de rotation 12Hz)

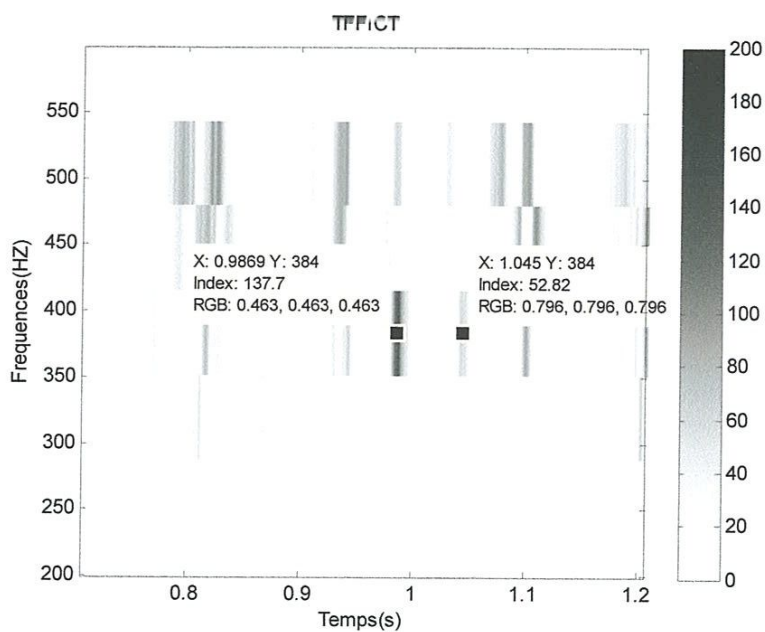


Figure (VI.10 a) : Spectrogrammes du signal (fenêtre L=64 petit défaut et vitesse de rotation 18Hz)

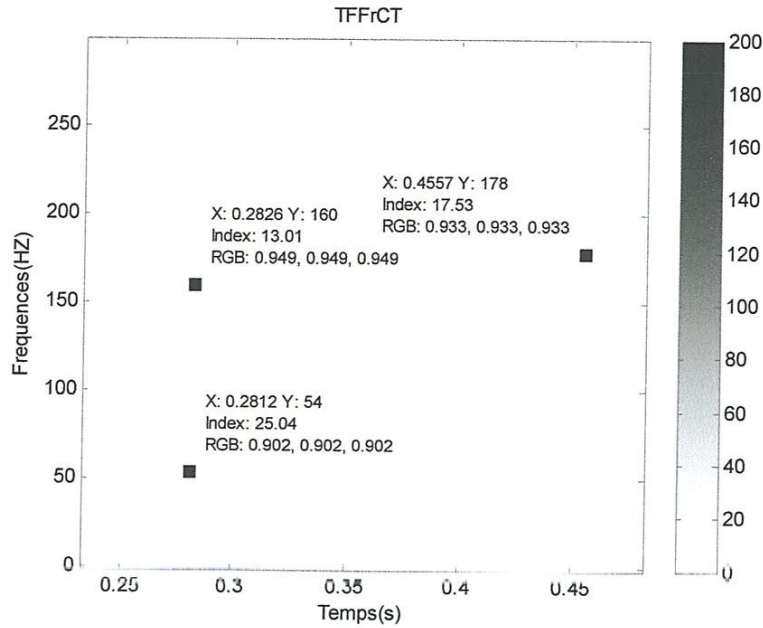


Figure (VI.10 b) : Spectrogrammes du signal (fenêtre L=8192 petit défaut et vitesse de rotation 18Hz)

*2ème Cas : Défaut moyen*

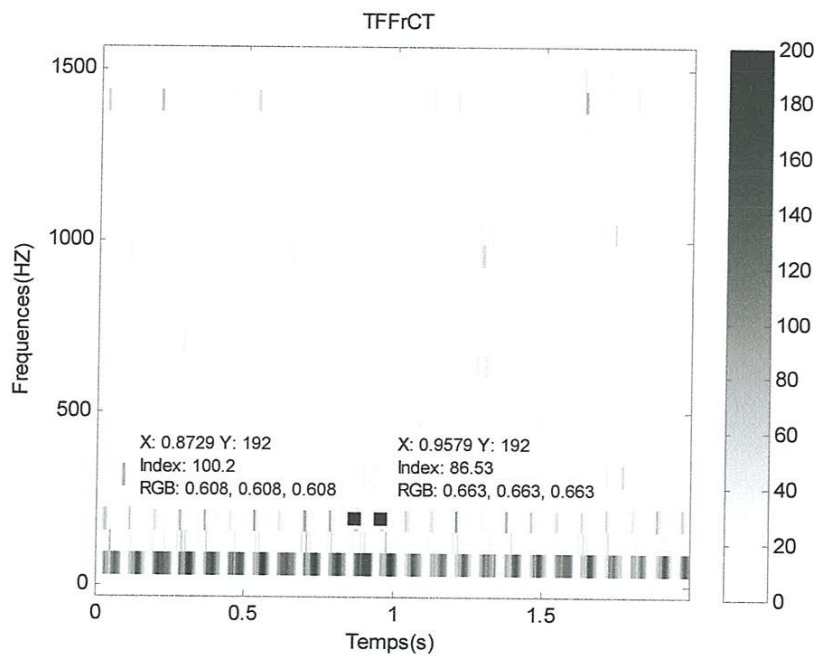


Figure (VI.11 a) : Spectrogrammes du signal (fenêtre L=64 défaut moyen et vitesse de rotation 12Hz)



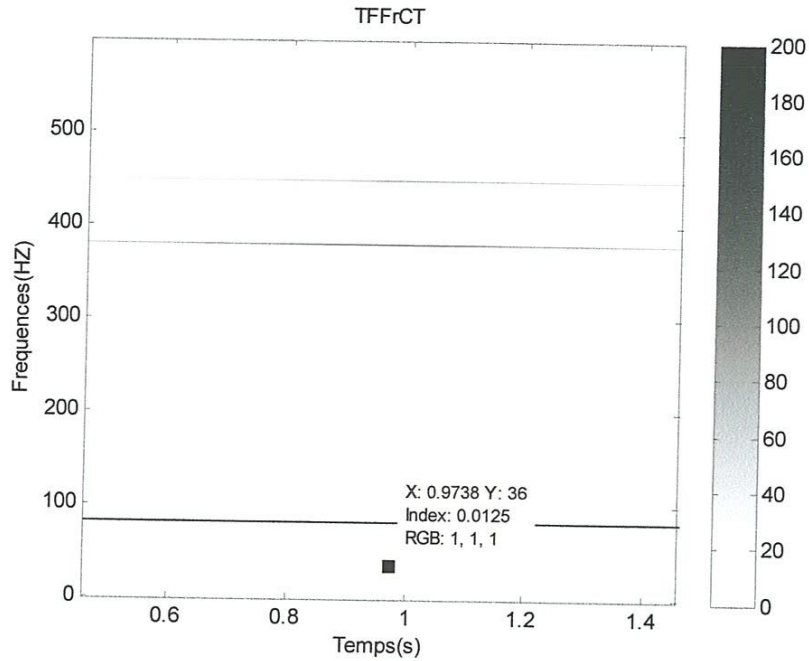


Figure (VI.11 b) : Spectrogrammes du signal (fenêtre L=8192 défaut moyen et vitesse de rotation 12Hz)

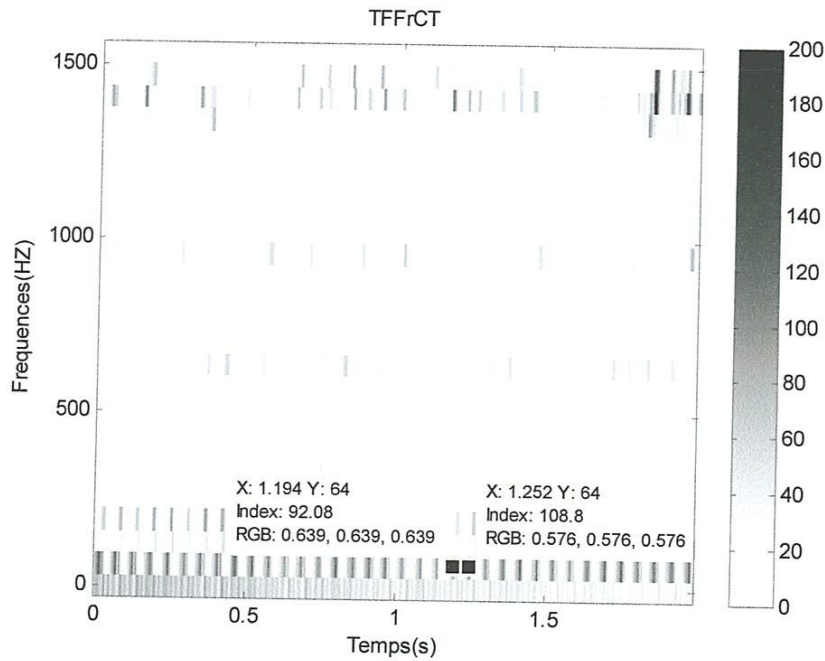


Figure (VI.12 a) : Spectrogrammes du signal (fenêtre L=64 défaut moyen et vitesse de rotation 18Hz)

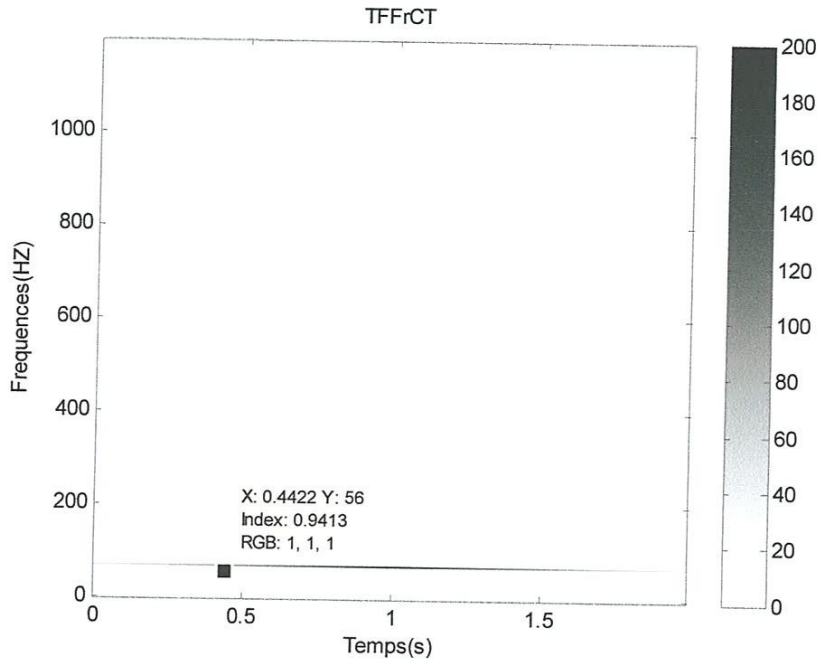


Figure (VI.12 b) : Spectrogrammes du signal (fenêtre L=8192 défaut moyen et vitesse de rotation 18Hz)

*3<sup>ème</sup> Cas : Grand défaut*

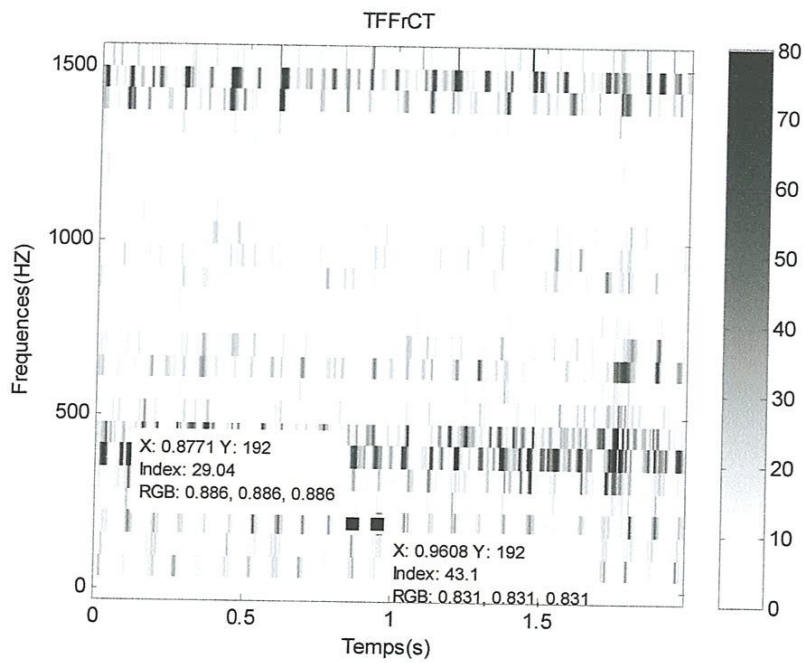


Figure (VI.13 a) : Spectrogrammes du signal (fenêtre L=64 grand défaut et vitesse de rotation 12Hz)

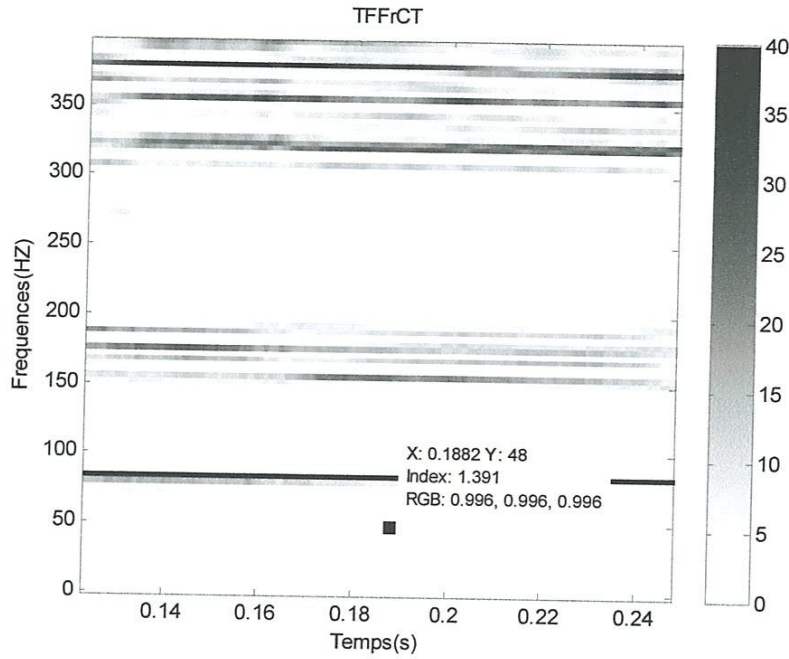


Figure (VI.13b) : Spectrogrammes du signal (fenêtre L=8192 grand défaut et vitesse de rotation 12Hz)

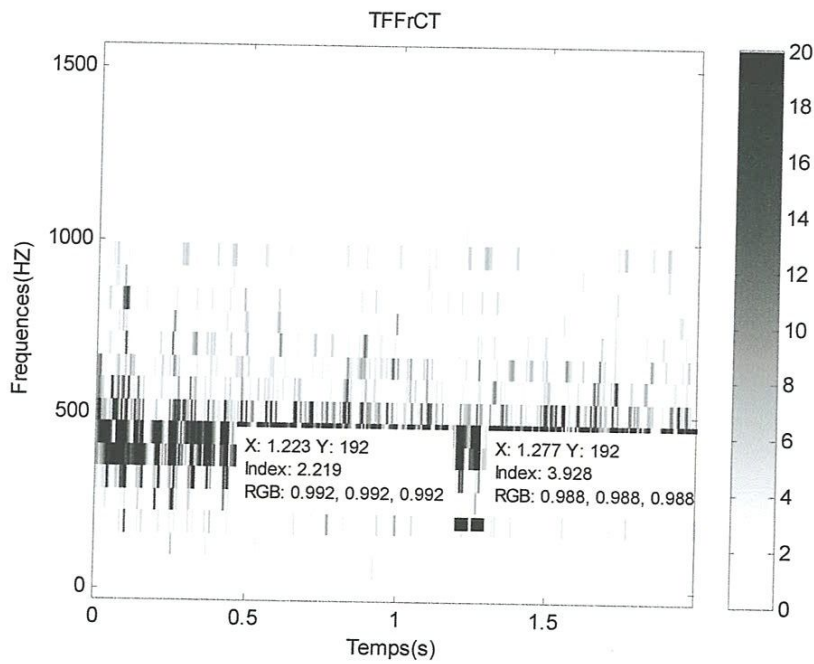


Figure (VI.14 a) : Spectrogrammes du signal (fenêtre L=64 grand défaut et vitesse de rotation 18Hz)

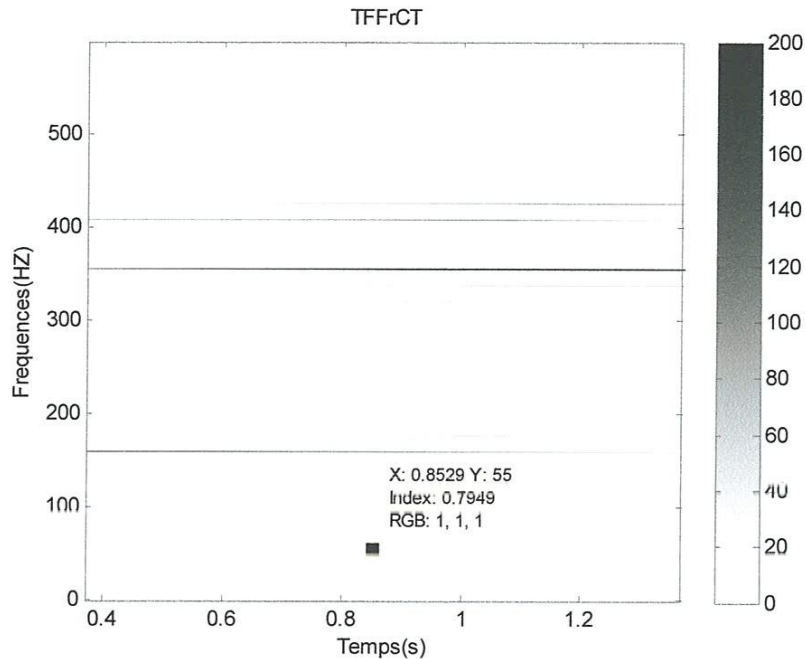


Figure (VI.14 b) : Spectrogrammes du signal (fenêtre  $L=8192$  grand défaut et vitesse de rotation 18Hz)

### Interprétation des résultats

D'après les figures précédentes on peut constater que les pics correspondants à la vitesse de rotation, apparues dans tous les spectrogrammes des signaux issus des roulements sains ou avec défaut. Ils sont plus intenses dans les spectrogrammes des roulements avec défaut, ce qui correspond à une augmentation de l'amplitude due à l'impact.

La deuxième constatation concerne la fréquence caractéristique qui n'apparaît pas sur les spectrogrammes des roulements sains. Par contre, sur les spectrogrammes des roulements avec défaut, c'est la fréquence caractéristique de la bague extérieure qui apparaît, en premier, suivie par la fréquence de rotation.

## *Conclusion générale*

Notre travail c'est focalisé sur l'application d'une technique de détection de défauts. Cette technique a été appliquée à la détection de défaut créé sur la bague extérieure d'un roulement à bille supportant un arbre entraîné en rotation par un moteur asynchrone.

Nous avons utilisé la transformée de Fourier fractionnaire à court terme et une fenêtre gaussienne qui assure un compromis entre la résolution temporelle et fréquentielle. L'ordre de transformation optimal est déterminé pour chaque signal par la méthode des moments proposée dans la référence [31].

Les résultats trouvés montrent l'efficacité de la méthode pour la détection de petit, moyen et grand défaut sur la bague extérieure du roulement. Les spectrogrammes sont bien lisibles due à la bonne résolution de la technique utilisée.

A la fin, nous souhaitons, d'exploiter l'efficacité de cette technique à la détection d'autres défauts, en particulier, les défauts combinés et les défauts d'engrenages.

- [1] : L. Cohen , *"Time-Frequency Analysis"*, Prentice Hall, New Jersey, 1993.
- [2] : M.J. Bastiaans, *"Gabor's Expansion of a Signal into Gaussian Elementary Signals"*, Proc. IEEE, vol.68, no. 4, pp. 538-539, 1980.
- [3] : I. Daubechies, *"The Wavelet Transform, Time-frequency localization and Signal Analysis"*, IEEE Trans. Information Theory, no. 36, pp. 961-1005, 1990.
- [4] : J. Wexler, S. Raz, *"Discrete Gabor Expantions"*, Sig .Proc, vol.21, pp.207-220, 1990.
- [5] : A. Boulenger et C. Pauchaud, analyse vibratoire en maintenance, Surveillance et diagnostic des machines, Dunod, 2003.
- [6] : X. Chiementin, L. Rasolofondraibe, F. Bolaers et B. Pottier, J. P. Dron, Détection précoce de défaut de roulement par adaptation d'ondelette aux signaux de type choc, 12<sup>ème</sup> colloque National de la recherche en IUT, Brest, 1-2 Juin 2006.
- [7] : W. J. Wang et P. D. McFadden, Application of xavelets to gearbox vibration signals for fault detection, Journal of sound and vibration (1996) 192(5), 927-939.
- [8]: A. Yoshida, Y. Ohue, H. Ishikawa, Diagnosis of tooth surface by walvelet transform of characteristics, Tribology international 33 (2000), 273-279.
- [9]: C. K. Sung, H. M. Tai, C. W. Chen, Locating defects of a gear system by the technique of xavelet transform, Mechanism and machine theory 35(2000), 1169-1182.
- [10]: N. G. Nikolaou, I. A. Antoniadis, Rolling element bearing fault diagnosis using wavelet packets, NDT & International 35 (2002) 197-205.
- [11]: Jian-Da Wu, Chiu-Hong Liu, investigation of engine fault diagnosis using discrete wavelet transform and neural network, Expert systems with applications 35 (2008), 1200-1213.
- [12]: P. Flandrin, *"Représentations temps-fréquence"* , Ed. Hermes, Paris, 1993.
- [13]: S. Qian, D. Chen, *"Joint Time-Frequency Analysis"*, Prentice Hall, New Jersey, 1998.
- [14]: P.M. Woodward, *"Probability and Information Theory with application to Radar"*, Pergamon Press, Oxford, England, 1953.
- [15]: I. Choi, W.J. Williams, *"Improved Time-Frequency Representations of Multicomponent Signals Using Exponential Kernels"*, IEEE Trans. Acoust., Speech, Sig. Proc, Vol. ASSP-37, no. 6,pp. 862-871, 1989.
- [16]: Y. Zhao, L.E. Atlas, R.J. Marks, *"The Use of Cone-Shaped Kernels for Generalized Time-Frequency Representations of Nonstationary Signals"*, IEEE Trans. Acoust. Speech. Sig. Proc., vol. ASSP-38, no. 7, pp. 1084-1091, July, 1990.

- [17]: R.G. Baraniuk, D.L. Jones, "A signal-dependent time-frequency representation: fast algorithm for optimal kernel design", IEEE Trans. Signal Processing, 41 (4):1589-1601, April, 1993.
- [18]: D.L. Jones and R.G. Baraniuk, "A simple scheme for adapting time-frequency representations", IEEE Trans. Signal Processing, 42(12):3530-3535, Dec. 1994.
- [19]: G. Jones, B. Boashash, "Generalized instantaneous parameters and window matching in time-frequency plane", IEEE Trans. Signal Processing, 45(5):1264-1275, May 1997.
- [20]: M. Coates, "Time-frequency modeling", PhD Thesis, University of Cambridge, 1998.
- [21]: site internet : <http://lamaintenance.fr/mecanique/les-roulements-les-differents-types/>.
- [22]: site Internet : <http://www.ntn-snr.com/industry/fr/fr-fr/file.cfm/03-Duree de vie>
- [23]: L. B. Almeida. The fractional Fourier transform and time-frequency representation. IEEE Trans. Sig. Proc, 42, 1994.
- [24]: H.M. Ozaktas, Z. Zalevsky, and M.A. Kutay. The fractional Fourier transform. Wiley, Chichester, 2001.
- [25]: G. E. Andrews, R. Askey, and R. Roy. Special functions, volume 71 of Encyclopedia of Mathematics and its Applications. Cambridge University press, Cambridge, UK, 1999.
- [26]: Luis Almeida Product and convolution theorems for the fractional Fourier transform IEEE Signal processing Letters, Vol 4, NO 1, janvier 1997.
- [27]: Jafarizadeha M A, Hassannejad R, Etefagh M M and Chitsaz S 2008 Asynchronous input gear damage diagnosis using time averaging and wavelet filtering *Mech. Syst. Signal Process.* **22** 172-201.
- [28]: Zhang Y X, Randall RB 2009 Rolling element bearing fault diagnosis based on the combination of genetic algorithms and fast kurtogram *Mech. Syst. Signal Process.* **23** 150-917.
- [29]: Shao Y M and Nezu K 2005 Design of mixture denoising for detecting faulty bearing signals. *J. Sound Vib.* **282** 899-917.
- [30]: K. H. Miah, R. H. Herrera, M. Van Der Baan, and M. D. Sacchi (App of FrFT in cepstrum analysis), University of Alberta, Edmonton, Canada, 2011.
- [31]: L Jubisa Stankovic, Tatiana Alieva, and Martin J. Bastiaans (Time-frequency signal analysis Based on the Windowed Fractional Fourier Transform) Volkswagen Stiftung, Federal Republic of Germany 2002.

[32]: J.B. Allen, "*Short-term Spectral Analysis, Synthesis and Modification by Discrete Fourier Transform*", IEEE Trans. Acous, Speech, Sig. Proc., vol. ASSP-25, pp. 235-238, June 1977.