

7/628.919

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
Université 8Mai 1945 – Guelma  
Faculté des Sciences et de la Technologie  
Département de Génie Electrotechnique et Automatique



**Domaine :** Sciences et Technologie  
**Filière :** Automatique et Informatique Industrielle  
**Spécialité :** Commande et Diagnostic des Systemes Industriels

## Projet de fin d'études

**Pour l'obtention du diplôme en Master Académique**

---

---

**Asservissement de vitesse d'une hélice d'avion de modèle réduit**

---

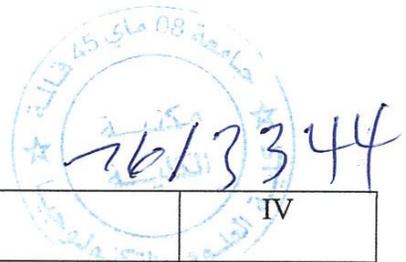
---

Présenté par :  
**Slimani Rahim**  
**Yahyaoui Toufik**

Sous la direction de :  
**Mr. Sebbagh Abdennour**

JUIN 2016

## SOMMAIRE



DEDICACES	IV
REMERCIEMENTS	V
LISTE DE FIGURE	VI
LISTE DE TABLEAUX	VIII
BIBLIOGRAPHIE	IX

Introduction générale	1
<b>Chapitre I : ETAT DE L'ART SUR LES HELICES</b>	2
I.1. Historique de l'hélice	3
I.2. Généralités sue les hélices	5
I.2.1. Définition de l'hélice	5
I.3. Principes théoriques	5
I.3.1. Approche selon l'étude du flux d'air	6
I.3.2. Approche selon la théorie de l'élément de pale	6
I.4. Formules et paramètres	7
I.4.1. Le diamètre	7
I.4.2. La vitesse de rotation, ou vitesse angulaire	7
I.4.3. Le pas	8
I.4. 4. La traction	8
I.4.5. Le rendement	8
I.4.6. Le profil de la section de pale	9
I.4.7. Le nombre de pales	10
I.4.8. Calages des pales	10

I.4.9. Pas variable, calage variable	12
--------------------------------------	----

<b>Chapitre II : Asservissement &amp; Correction PID</b>	<b>13</b>
II.1. Généralités	14
II.2. Classification	14
II.2.1. Les automatismes séquentiels	15
II.2.2. Les asservissements	16
II.3. Systèmes continus et invariants	16
II.4. Evolution de l'automatique	17
II.5. Notion d'asservissement	18
II.5.1. Définition	18
II.5.2. Structure d'un système asservi	18
II.6. Principe d'asservissement	19
II.7. Bouclage	20
II.7.1. Boucle ouverte	20
II.7.2. Boucle fermé	20
II.8. Caractéristiques d'un système asservi	21
II.9. Système dynamique	27
II.10. Les régulateurs	27
II.10.1. Définition	27
II.10.2. Principe	28
II.11. Etude des régulateurs	30
II.11.1. Régulation à action proportionnelle (P)	30
II.11.2. Avantages et inconvénients de l'action proportionnelle (P)	31

II.11.3. Régulation à action Intégral (I)	32
II.11.4. Avantages et inconvénients de l'action Intégral (I)	32
II.11.5. Régulation à action Proportionnelle-Intégral (PI)	33
II.11.6. Régulation à action Dérivateur (D)	34
II.11.7. Avantages et inconvénients de l'action Dérivateur (D)	35
II.11.8. Régulation à action Proportionnelle-Dérivation (PD)	35
II.11.9. Avantages et inconvénients de l'action Proportionnelle-Dérivation (PD)	36
II.11.10. Régulation à action Proportionnelle Intégrateur Dérivé (PID)	36
II.11.11. Synthèse sur les actions PID	37

<b>Chapitre III : MDELISATION &amp; SIMULATION</b>	<b>38</b>
III.1. Modélisation du système	39
III.2. Etude du système en boucle ouverte	40
III.3. Etude du système en boucle fermé	42
III.3.1. Correction proportionnelle	43
III.3.2. Correction proportionnelle -intégrale	48
III.3.3. Correction proportionnelle –intégrale-dérivateur	50

Conclusion générale	52
---------------------	----

# *DÉDICACES*

*Ce travail est dédié à :*

- ✓ *Nos parents, qui ont toujours crus en nous et a mis à nous disposition tous les moyens nécessaires pour que nous réussissions dans nous études.*

## *REMERCEMENTS*

*Je remercie Dieu, le Tout Puissant, le Miséricordieux, qui nous a donné l'opportunité de mener à bien ce travail.*

*C'est avec un grand plaisir que, j'adresse mes sincères remerciements à l'égard de l'encadreur, Monsieur SEBBAGH Abdenmour, qui n'ont ménagé aucun effort pour la bonne réussite de ce travail.*

*Nous exprimons toutes nos gratitudes aux membres du jury de la commission de suivie de ce travail. La pertinence de leurs critiques et suggestions nous a permis d'être à la hauteur de ce travail.*

*Nous réservons une pensée spéciale à tous les enseignants qui ont su nous donner une formation didactique et appréciable durant tout notre cursus.*

*Nous ne terminons pas sans avoir exprimé des remerciements envers toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce projet.*

# LISTE DE FIGURES

## Chapitre I

Figure 1: frères wright en premier vol .....	3
Figure 2 : vol de Bréliot .....	4
Figure 3: Avion avec une hélice de 3 pales .....	5
Figure 4: On peut voir ici le mouvement de « vis » créer par la combinaison rotation de l'hélice et déplacement de l'avion. ....	6
Figure 5 : Paramètres d'hélice d'avion .....	7
l'figure 6 : force de traction.....	8
Figure 7 : Rendement.....	9
Figure 8 : Paramètres d'hélice .....	9
Figure 9.Hélice carbone à pas réglable au sol.....	11
Figure 10: le PP et le GP .....	11
Figure 11.Hélice à pales à pas variable.....	12

## Chapitre II

Figure 2.1 : Schéma fonctionnel .....	18
Figure 2.2 : Schémas caractéristiques d'un asservissement.....	19
Figure 2.3 : boucle ouverte .....	20
Figure 2.4: boucle fermée .....	20
Figure 2.5. Erreur indicielle- réponse temporelle à un échelon.....	22
Figure 2.6. Erreur de traînage- réponse temporelle à une rampe.....	22
Figure. 2. 7. Temps de réponse .....	23
Figure 2.8. Temps de montée.....	24

Figure 2.9. Dépassement.....	25
Figure 2.10. Stabilité des systèmes .....	26
Figure 2.11. Stabilité.....	27
Figure 2.13. Schéma fonctionnel universel d'un système asservi .....	28
Figure 2.12. Schéma fonctionnel d'un système asservi mono-variable.....	28
Figure 2.14. Régulation à action proportionnelle (P).....	30
Figure 2.15. Schéma fonctionnelle d'un régulateur P .....	30
Figure 2.16. Réponse indicielle du régulateur P (idéal).....	31
Figure 2.18. $1/T_i$ grand .....	33
Figure 2.17. $1/T_i$ faible .....	33
Figure 2.19. Schéma fonctionnel du régulateur PI.....	34
Figure 2.20. Asservissement par régulateur PI .....	34
Figure 2.21. Schéma fonctionnel d'un régulateur PD .....	36
Figure 2.22. Réponse indicielle du régulateur PD .....	36
<b>Chapitre III</b>	
Figure 3.1. Boucle ouverte du système. ....	41
Figure 2.3. Diagramme de Nyquist.....	42
Figure 3.3. boucle fermé .....	42
Figure 3.4: réponse du système excité par une tension $U = 10v$ .....	43
Figure 3.5. Système commandé par un P.....	44
Figure 3.6. Réponse à un échelon de 10 v et $K_p = 1$ .....	44
Figure 3.7. la commande $U(t)$ pour $K_p = 1$ .....	45
Figure 3.8. Réponse du système pour un échelon de 10 v et $K_p = 0.5$ .....	45
Figure 3.9. La commande $U(t)$ pour $K_p = 0.5$ .....	46
Figure 3.10. le système en présence du couple de perturbation.....	47

Figure 3.11. Réponse du système perturbé à un échelon de 10 volts avec un correcteur proportionnel  $Kp = 1$ .....47

Figure 3.12. La commande U(t) en présence du couple de perturbation.....48

## LISTE DE TABLEAUX

### Chapitre II

Tableau 2.1. Synthèse sur les actions PID ..... 37

Tableau 2.2. Tableau d'influence ..... 37

## Bibliographié

1. Mémoire : 'partie 1 Automatique 1 et 2 (Asservissement Linéaires Continus)'  
Prof. Mohammed-Karim FELLAH. Université Djillali Liabès – Sidi Bel-Abbès  
Faculté de Technologie Département d'Electrotechnique
2. Hélices au pays des merveilles de Nicolas OHLMANN et François SAUER  
(Gymnase Jean Sturm – STRASBOURG).
3. Article sur les hélices : 'L'Hélice d'un avion'
4. Article sur les hélices : 'Les Hélices-de l'histoire à la simulation '
5. Article : 'L'avion à la recherche de la vitesse' .
6. Cours de Systèmes Asservis ''J.Baillou, J.P.Chemla, B. Gasnier, M.Lethiecq''  
(Polytech'Tours).
7. Cours Caractérisation et étude des systèmes asservis.
8. cours SYSTÈMES ASSERVIS ANALOGIQUES ET ECHANTILLONNÉS .
9. mémoire : 'régulation automatique ', préparé par : kadri ahmed yacine, université  
kadi merbah-ouargla .



## Introduction générale

La technologie moderne a permis le développement des sciences tout en imposant l'exploration de domaines théoriques de plus en plus complexes. Parmi ces sciences en pleine expansion et intégrant rapidement l'apport des technologies modernes, on compte l'automatique. De nos jours, l'automatique fait partie des sciences de l'ingénieur. Cette discipline traite de la modélisation, de l'analyse, de la commande et de la régulation des systèmes dynamiques. L'automatique permet l'automatisation de différentes tâches de fonctionnement des machines et des chaînes industrielles, On parle alors de système asservi ou régulé, d'où est le plus répondu dans notre vie quotidienne, car il permet de réaliser plusieurs opérations sans l'intervention de l'être humain, pour de divers besoins, par exemple : convoyeurs industriels à navettes indexées, pilotage automatique de l'avion (auto-pilote), asservissement d'angle pour des bras robotisés...etc.

Le contrôle des systèmes dynamiques incertains c'est à dire les paramètres sont mal connus ou lentement variables nécessite la mise en œuvre des lois de commande capables d'assurer un bon compromis entre performance et robustesse.

Dans ce mémoire nous essayons de faire un asservissement de vitesse d'une hélice d'avion de modèle réduit, c'est-à-dire, de chercher un correcteur qui permet de contrôler la tension d'excitation du moteur qui fait tourner l'hélice d'avion au démarrage, décollage, envol à l'air et à l'atterrissage.

Ce document de mémoire est organisé en trois chapitres:

- En premier chapitre, nous présentons un état de l'art sur les hélices d'avions
- Dans le deuxième chapitre nous étudions l'asservissement en général en focalisant sur les différentes actions de correction.
- Le troisième chapitre est dédié à la modélisation de l'ensemble de triplé (moteur-hélice-génératrice tachymétrique (capteur de vitesse)) et la présentation des résultats de simulation.

# CHAPITRE I

## ETAT DE L'ART SUR LES HELICES

## I.1. Historique de l'hélice

Les premières hélices reposent sur le principe de la vis d'Archimède créée en 1287. L'idée d'utiliser une hélice pour propulser un aéronef est très ancienne. Léonard de Vinci a proposé le premier, d'utiliser une hélice inspirée de la vis d'Archimède, pour s'élever dans les airs.

Entre 1485 et 1490, Léonard de Vinci (qui est au service du Duc de Milan Ludovic Sforza à titre d'ingénieur militaire) étudie le vol plané des rapaces. Après plusieurs expériences, il abandonne l'idée de l'avion à ailes oscillantes et se consacre à l'étude d'ailes rigides. Il crée alors la vis aérienne (hélice) avec une simple vis passée au milieu de deux plaques de bois en s'inspirant du principe de la Vis d'Archimède, utilisée dès l'antiquité pour monter de l'eau.

En 1890 l'ingénieur Clément Ader fut le premier à « voler » grâce à un prototype d'avion « l'Eole » équipé d'un moteur qu'il confectionna lui-même, un moteur à vapeur de 4 cylindres, de 20 chevaux et de 4 pales en bambou de 2,60 m de diamètre. Avec celui-ci il atteint une vitesse de 58km/h.

Clément Ader fut imité par les frères Wright, le 17 décembre 1903 en utilisant le « Flyer » doté d'hélices bipales de 2 mètres 60 de diamètre et d'un moteur de 4 cylindres d'une puissance de 12 chevaux. Avec leur machine ils atteignirent la vitesse de 48 km/h.



Figure 1: frères wright en premier vol

Lors du meeting de Reims 6 ans plus tard, Blériot établit un nouveau record de vitesse atteignant les 80 km/h grâce au Blériot 12 contenant un moteur ENV de 35 chevaux entraînant une seule hélice par l'intermédiaire d'une chaîne.

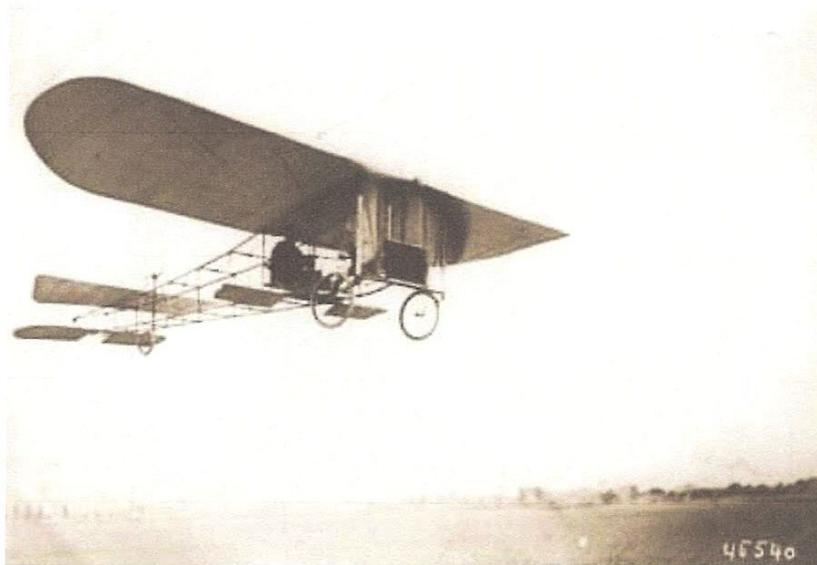


Figure 2 : vol de Blériot

Suite aux travaux d'Ader, Blériot, des frères Wright et d'autres pionniers de l'aviation, de nouveaux records de vitesse furent établis au XX<sup>ème</sup> siècle pour les avions à hélices.

Des records de Louis Blériot en 1906, en passant par le Bernard V2 piloté par l'adjudant Florentin Bonnet en 1924 qui dépassa à l'aide de sa machine la vitesse de 445 km/h, équipée d'un moteur à piston Hispano-Suiza 12Gb de 600 chevaux, ou encore du record actuellement valable de 850 km/h, du pilote Lyle Shelton le 21 Août 1989 grâce à son avion le Bearcat contenant un moteur Pratt & Whitney R-28000-34w de 2100 chevaux.

L'hélice fut cependant très vite dépassée par « la révolution de la réaction ». En effet la seconde guerre mondiale s'est achevée en 1945 avec des avions à hélice dont les moteurs à pistons s'essouffaient à 8000 mètres d'altitude, à la vitesse de 700 kilomètres à l'heure, cependant le désir d'aller toujours plus vite provoqua l'instauration d'un nouveau mode de propulsion, du fait que l'hélice était devenue incapable d'absorber les puissances de plusieurs milliers de chevaux que les scientifiques s'apprêtaient à lui fournir. Ils avaient augmenté son diamètre, outre la vitesse excessive des extrémités de

celles-ci, il s'y exerçait des forces centrifuges atteignant déjà 4000 ou 5000 fois la pesanteur. Cependant l'hélice n'est pas tout à fait périmée les scientifiques s'avisèrent plutôt de la prendre de dimension limitée, de lui donner un grand nombre de pales fixes, de régulariser le flux d'air par une buse d'entrée qui adaptât ce flux à l'angle d'attaque de ses pales et d'utiliser l'air comprimé pour alimenter précisément une turbine à pétrole qui servira à propulser un engin volant

## I.2. Généralités sur les hélices

### I.2.1. Définition de l'hélice (en anglais "airscrew")

Voilure tournant dans un plan perpendiculaire à l'axe des roulis. Elle se compose d'un minimum de 2 pales réunies par la partie centrale appelée moyeu, lui-même solidaire de l'arbre moteur.

Les pales sont dessinées comme des ailes. Une hélice crée une portance, agissant horizontalement, qui attire l'avion en avant. Elle crée également une traînée.



Figure 3: Avion avec une hélice de 3 pales

## I.3. Principes théoriques

Il existe deux théories, deux approches de l'hélice. Elles considèrent toutes les deux le même processus, mais de points de vue totalement différents. Ces deux théories n'ont donné des résultats divergents que très rarement au cours de l'histoire, et par principe les scientifiques et ingénieurs n'ont admis que les faits et les formules à propos desquelles les deux méthodes concordaient.



Figure 4: On peut voir ici le mouvement de « vis » créé par la combinaison rotation de l'hélice et déplacement de l'avion.

### I.3.1. Approche selon l'étude du flux d'air

Cette théorie envisage l'hélice comme un dispositif qui accélère une certaine masse d'air par unité de temps, sans s'intéresser aux interactions locales entre l'hélice et les particules d'air. On applique donc au fonctionnement de l'hélice le principe de réaction, déduit du principe de conservation de la quantité de mouvement. Tous les calculs sont fondés sur les lois fondamentales de la mécanique, en considérant un flux d'air dans lequel se meut un solide. Les paramètres étudiés sont donc la variation de vitesse, de pression ou de diamètre du flux d'air en amont et en aval de l'hélice.

### I.3.2. Approche selon la théorie de l'élément de pale

Ce point de vue considère l'hélice dans l'air comme une aile rotative. On fractionne une hélice en une multitude de sections qui fonctionnent toutes comme des portions d'ailes, en se plaçant dans le plan normal à l'axe de rotation de l'hélice. Au final, la somme des portances générées par ces profils forme la traction totale, et la somme des moments des forces de traînée forment le couple nécessaire à la rotation de l'hélice.

## I.4. Formules et paramètres

Dans l'étude de l'hélice et plus largement en aérodynamique, on explique les phénomènes observés expérimentalement à l'aide de modèles mathématiques. Il en résulte une multitude de formules, dont les variables sont fonction des caractéristiques des hélices étudiées.

### I.4.1. Le diamètre

C'est le plus évident de ces paramètres, et un des plus importants ; en effet, le diamètre d'une hélice définit la surface que les pales d'une hélice balayent au cours de sa rotation, donc le débit d'air brassé.

### I.4.2. La vitesse de rotation, ou vitesse angulaire

La vitesse angulaire représente le nombre de rotations qu'effectue l'hélice par unité de temps.

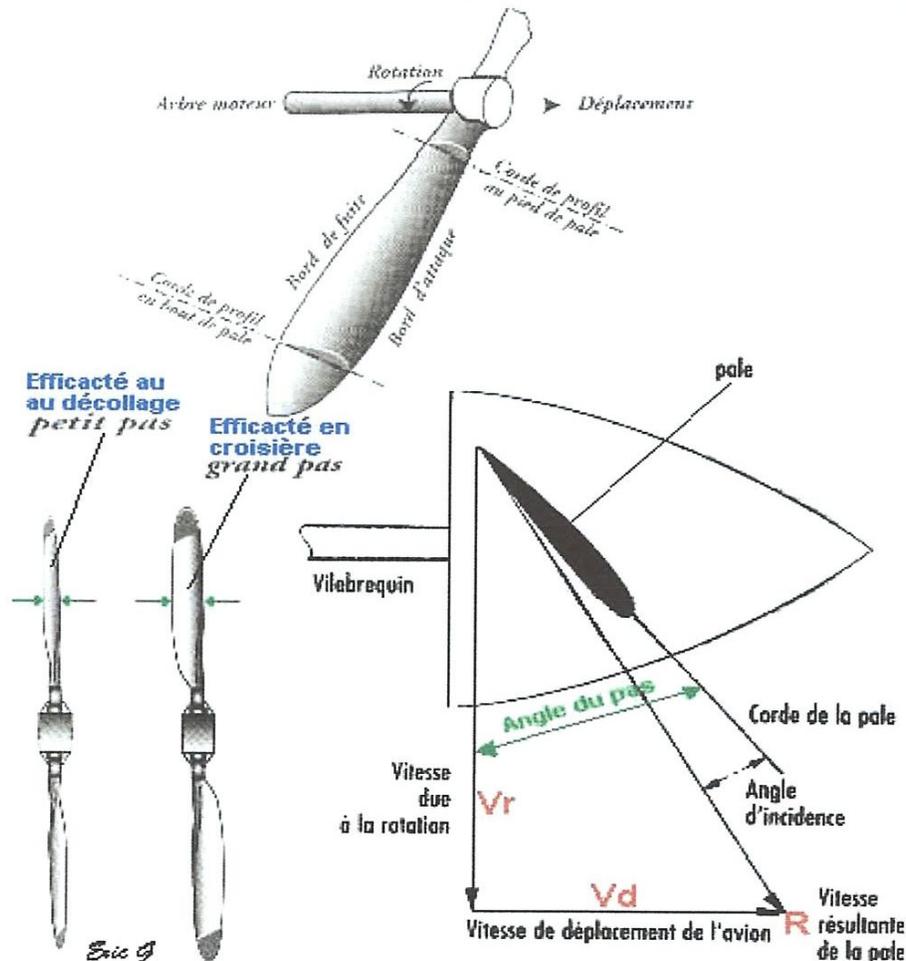


Figure 5 : Paramètres d'hélice d'avion

### I.4.3. Le pas

Il définit la distance que parcourt l'hélice en une révolution. Concrètement, quand on se place dans le plan de rotation de l'hélice, c'est l'angle d'incidence de chaque section de pale formé entre la corde du profil et la direction du vent relatif. Cet angle dépend de la distance par rapport au moyeu puisqu'il est fonction de la vitesse de translation locale, qui elle-même varie en fonction de cette distance. C'est pourquoi les pales d'hélices sont vrillées (avec un grand pas vers l'intérieur et un petit pas vers l'extérieur), et il est ainsi plus commode de parler de distance d'avancement de l'hélice par rotation.

### I.4.4. La traction

C'est la force que l'hélice exerce sur l'air pour faire avancer l'avion. Elle s'exprime en Newtons. On peut la déterminer d'après la vitesse d'éjection des particules derrière l'hélice, du diamètre du cylindre formé par celles-ci (à ne pas confondre avec le diamètre de l'hélice).



Figure 6 : force de traction

### I.4.5. Le rendement

C'est l'efficacité de l'hélice à transformer l'énergie mécanique du moteur en traction. On le note  $\eta$  et on le détermine en effectuant le quotient de la puissance effective et de la puissance fournie par le moteur.

## RENDEMENT

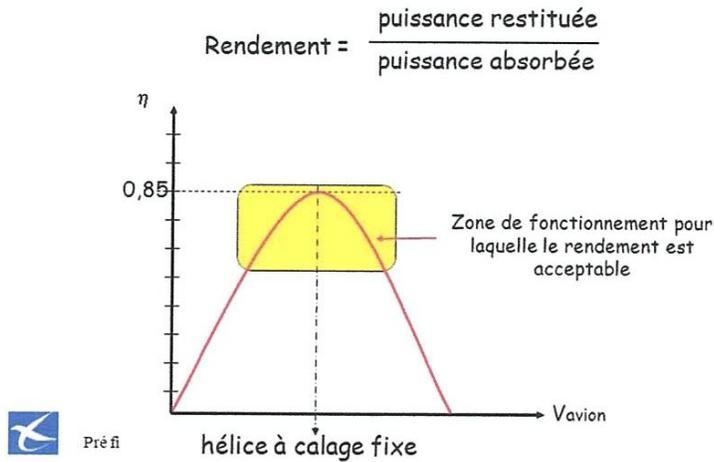


Figure 7 : Rendement

## I.4.6. Le profil de la section de pale

Le profil de la section de pale est la forme de la pale selon une section tangentielle à l'axe de rotation de l'hélice. Ce profil est similaire à un profil d'aile ; il présente en général un extrados (la face orientée vers l'avant) convexe et un intrados (face orientée vers l'arrière de l'hélice) plat ou concave. Ainsi, d'après le théorème de Bernoulli, il se crée une dépression devant l'hélice et une surpression derrière, à condition que l'hélice tourne suffisamment vite.

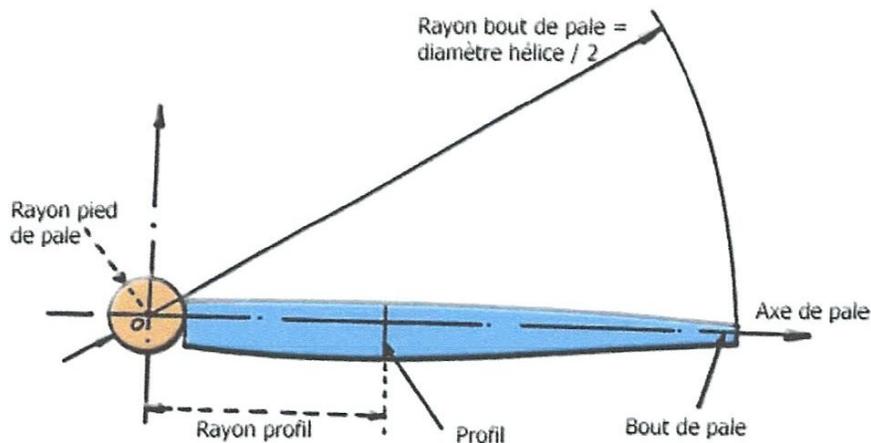


Figure 8 : Paramètres d'hélice

#### I.4.7. Le nombre de pales

Pourquoi modifie-t-on le nombre de pales sur une hélice ?

C'est très simple, plus notre avion est gros, plus nous avons besoin de force tractive pour le propulser.

Pour ceci les hélices de petites tailles ne sont pas assez puissantes ! Alors on en augmente leurs tailles, seulement le problème c'est que l'on ne peut pas augmenter leurs tailles indéfiniment, nous sommes limités physiquement par la vitesse en bout de pales !

C'est à dire :

Au fur et à mesure que l'on augmente la taille d'une hélice, la vitesse en bout de pales, pour un même nombre de tr/mn moteur, augmentent aussi, mais si l'on approche de trop près la vitesse du son : mach 1, le bang sonique risque de dégrader très fortement l'hélice ! Pour parer à ce problème, les hélices sont donc généralement constituées de 2,3 ou 4 pales.

Ainsi on peut diminuer la taille des pales d'hélices tout en ne faisant pas trop baisser son rendement propulsif.

La forme des hélices vient aussi jouer sur leurs caractéristiques, on en trouve 2 grands types différents :

- forme arrondie, la plus classique est celle qui offre un bon rendement.
- forme rectangulaire, un peu moins classique qui a un moins bon rendement du à sa forme qui engendre de la traînée mais qui favorise les performances de montées.

#### I.4.8. Calages des pales :

Pour un pas donné, le calage angulaire du profil va décroissant en s'éloignant du centre, car la vitesse locale augmente avec le rayon, ce qui conduit au vrillage de la pale. La corde et le profil varient généralement le long de la pale : les efforts de flexion conduisent à des pales plus épaisses à l'emplanture qu'à l'extrémité. La vitesse élevée en bout de pale conduit généralement à des profils plus minces, mieux adaptés aux Mach élevés



Figure 9. Hélice carbone à pas réglable au sol

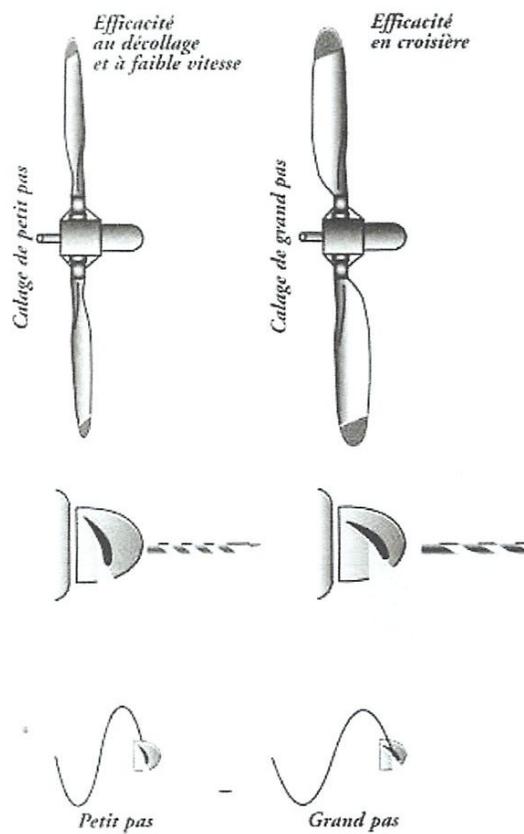


Figure 10: le PP et le GP

Selon l'application, le calage des pales de l'hélice choisie sera adapté à la vitesse de vol :

- petit pas PP : calage de  $10^\circ$  (environ) de la pale ; Meilleures performances au décollage, en montée, et pour aider à ralentir l'avion en approche ;
- grand pas GP : calage de  $45^\circ$  (environ) de la pale ; Meilleures performances en croisière ;

- mise en drapeau : calage à  $90^\circ$  (environ) de la pale, pour l'effacer dans le vent. Sur une hélice à pas variable en cas de panne moteur.
- Nul : calage  $0^\circ$  (environ) de la pale; contrer la poussée, diminuer le couple résistant (au sol)
- Reverse: calage  $-17^\circ$  (environ) réduit la distance de roulage (à l'atterrissage)

#### I.4.9. Pas variable, calage variable

L'hélice dite "à pas variable" est dotée d'un mécanisme pour ajuster l'angle de calage des pales, pour fournir plus de traction à vitesse faible (en montée), et un régime moteur plus bas à la vitesse de croisière. En cas de panne du moteur, les pales peuvent être orientées de manière à offrir la moindre résistance au vent. On parle alors de mettre l'hélice *en drapeau*.

Les premiers systèmes à apparaître étaient à *mode manuel*, le pilote pouvait donc modifier directement le calage des pales en actionnant les commandes PP et GP. En *mode automatique*, c'est le régulateur de vitesse (couplé à la commande des gaz ou avec une remontée du régime moteur) qui modifie le calage des pales, le pilote demandant une vitesse de rotation donnée (hélice à régime constant), ou la mise en drapeau



Figure 11. Hélice à pales à pas variable

# **Chapitre II Asservissement & Correction PID**

## II.1. Généralités

L'automatique est généralement définie comme la science qui traite des ensembles qui se suffisent à eux-mêmes et où l'intervention humaine est limitée à l'alimentation en énergie et en matière première. L'objectif de l'automatique est de remplacer l'homme dans la plupart des tâches (tâches répétitives, pénibles, dangereuses, trop précises, trop rapides) qu'il réalise dans tous les domaines sans intervention humaine.

Les systèmes automatiques permettent donc :

- de réaliser des opérations trop complexes ou délicates ne pouvant être confiés à l'homme.
- de se substituer à l'opérateur pour des tâches répétitives.
- d'accroître la précision.
- d'améliorer la stabilité d'un système et sa rapidité.

De tels dispositifs se rencontrent fréquemment dans la vie courante, depuis les mécanismes biologiques du corps humain jusqu'aux usines entièrement automatisées.

Une telle science englobe un grand nombre de disciplines et, par conséquent, un automaticien devrait être à la fois :

- Mathématicien
- Electricien
- Mécanicien
- Economiste

## II.2. Classification

Le domaine des applications de l'automatique est très vaste et varié, mais l'observation de l'industrie contemporaine conduit à une certaine classification qui se résume en deux grandes familles selon les données que traitent ces systèmes :

- Les automatismes séquentiels
- Les asservissements

Ces deux parties de l'automatique sont nettement différentes, elles s'appuient sur des notions théoriques qui n'ont que de lointains rapports entre elles et les techniques qui permettent de les réaliser sont, aussi, très différentes.

### II.2.1. Les automatismes séquentiels

C'est la branche de l'automatique qui organise le déroulement des différentes opérations relatives au fonctionnement d'un ensemble complexe.

Un automatisme à séquence impose l'ordre dans lequel les opérations se déroulent, s'assure que chaque opération est bien terminée avant d'aborder la suivante, décide de la marche à suivre en cas d'incidents. Bien entendu, un automatisme séquentiel peut avoir à contrôler des asservissements et des régulateurs parmi les ensembles qu'il gère.

Ce type d'automatisme est utilisé par exemple dans la mise en route et l'arrêt d'installations complexes (centrales automatiques), sur les machines outils et, en général, dans presque toutes unités de production automatisées. Il faut noter également que toutes les séquences d'alarme et de sécurité industrielle font partie des applications de ce type d'automatisme.

Les automatismes sont des systèmes logiques qui ne traitent que des données logiques (0/1, vrai/faux, marche/arrêt,...). Ils utilisent les moyens de commutation offerts par l'électronique (circuit logique) et la mécanique (logique pneumatique). Le calcul de ces automatismes impose de connaître l'algèbre de Boole et la théorie des circuits séquentiels.

Ils sont classés en 2 branches :

- Systèmes combinatoires : les sorties du système ne dépendent que des variables d'entrées.

- Systèmes séquentiels : les sorties dépendent bien sûr de l'évolution des entrées mais aussi de l'état précédent des sorties.

Exemple : Machine à laver, manipulateur pneumatique, ascenseur, distributeur de boissons.

### II.2.2. Les asservissements

Un système asservi est un système qui prend en compte, durant son fonctionnement, l'évolution de ses sorties pour les modifier et les maintenir conforme à une consigne.

Cette branche de l'automatique se décompose en deux autres sous branches (séparées artificiellement par l'usage) :

- **Systèmes asservis** : faire varier une grandeur déterminée suivant une loi imposée par un élément de comparaison. Exemple : Régulation de la vitesse d'un moteur, Suivi de trajectoire d'un missile.
- **Régulation** : maintenir une variable déterminée, constante et égale à une valeur, dite de consigne, sans intervention humaine. Exemple : Régulation de température d'une pièce.

L'asservissement est essentiellement analogique et utilise la partie analogique des trois moyens de base dont on dispose : mécanique, électrotechnique et électronique. La théorie des asservissements nécessite une bonne base mathématique classique.

### II.3. Systèmes continus et invariants

- **Système continu** : un système est dit continu lorsque les variations des grandeurs physiques le caractérisant sont des fonctions du type  $f(t)$ , avec  $t$  une variable continue, le temps en général. On oppose les systèmes continus aux systèmes discrets (ou échantillonnés), par exemple les systèmes informatiques.

- **Système invariant** : On dit qu'un système est invariant lorsque les caractéristiques de comportement ne se modifient pas avec le temps.

#### II.4. Evolution de l'automatique

Ces dernières années, l'automatique s'est considérablement modernisée, surtout depuis l'avènement des calculateurs numériques. Les systèmes automatiques conduits par calculateurs assurent la quasi-totalité des tâches :

- ils collectent et traitent les informations issues des capteurs qui fournissent l'ensemble des variables d'entrée.
- ces variables d'entrée constituent les données sur lesquelles des calculs numériques seront effectués. Ils correspondent à la résolution numérique de systèmes d'équations qui constituent le "modèle mathématique".
- le résultat de ce traitement fourni en binaire est converti en variables continues et est injecté dans le processus, afin de modifier son évolution dans un sens désiré.

En plus de ces tâches qui sont classiques en automatique, le calculateur joue un rôle d'optimisation. C'est-à-dire qu'il exécute le travail à faire aux meilleures conditions économiques en minimisant les déchets, en tenant compte du carnet de commande, etc. Cet aspect, lui, est nouveau. Ce genre de problème était traité séparément. Ce procédé permet de tenir compte d'un nombre considérable de variables, donc de traiter des problèmes jusqu'alors impossibles. En plus, il fait intervenir directement les variables économiques au niveau de chaque organe (moteur, pompe, etc ...). Or, jusqu'à présent, les variables économiques n'intervenaient que globalement. Il permet donc de traiter ce problème de façon beaucoup plus rationnelle.

Les systèmes automatiques conduits par calculateurs nécessitent une bonne connaissance de la programmation en langage machine, de fortes connaissances mathématiques (pour

élaborer le modèle) et surtout une connaissance parfaite du processus à réguler, ce qui est le plus délicat. Ceci nécessite encore de bonnes connaissances en théorie de l'information, en statistique et en recherche opérationnelle.

## II.5. Notion d'asservissement

L'objectif d'un système automatisé est de remplacer l'homme dans une tâche donnée. Nous allons, pour établir la structure d'un système automatisé, commencer par étudier le fonctionnement d'un système dans lequel l'homme est la " partie commande ".

**II.5.1. Définition :** on appelle asservissement un système asservi dont la sortie doit suivre le plus fidèlement possible la consigne quelle que soit son évolution (suivi de trajectoire d'un robot, asservissement de vitesse).

### II.5.2. Structure d'un système asservi

L'objectif d'un système automatisé étant de remplacer l'homme dans une tâche, nous allons pour établir la structure d'un système automatisé commencer par étudier le fonctionnement d'un système dans lequel l'homme est la « partie commande ».

#### Schéma fonctionnel

Le fonctionnement peut être traduit par le schéma de la figure (2.1)

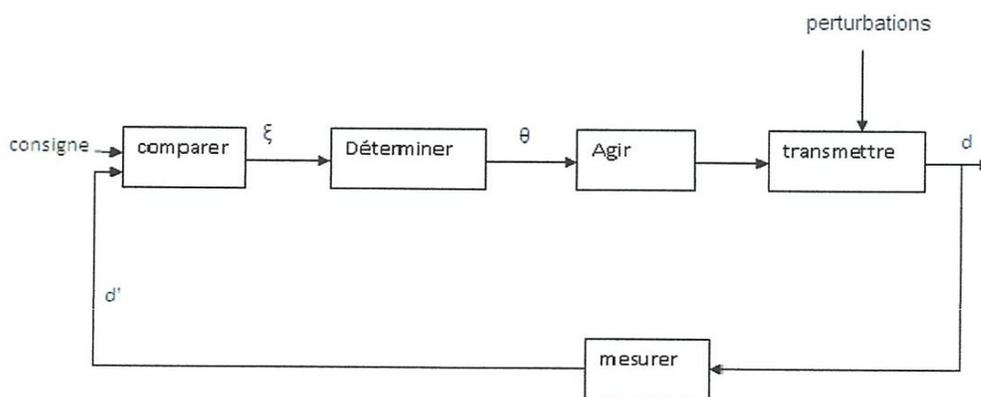


Figure 2.1 : Schéma fonctionnel

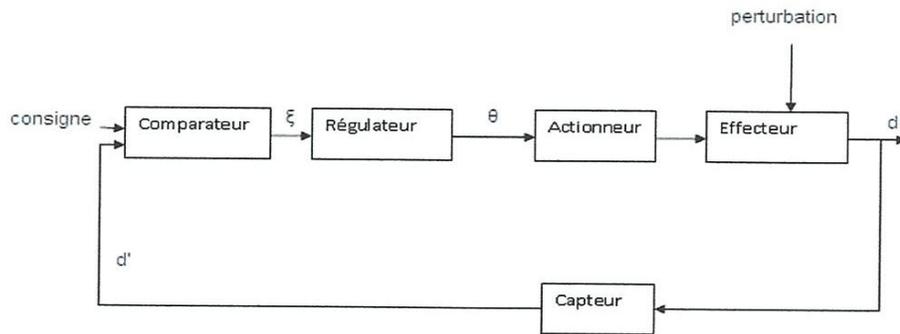


Figure 2.2 : Schémas caractéristiques d'un asservissement

Le schéma de la figure (2.2) présente la structure classique d'un système asservis, on y retrouve la structure générique que nous avons détaillée précédemment (figure). Elle fait apparaître une chaîne directe d'action et boucle de rétroaction. un capteur mesure en permanence l'évolution de la sortie à contrôler (ici la Distance  $d$ ) et en retourne une image ( $d'$ ) à la partie commande qui la compare à la consigne. En fonction de l'erreur ( $\varepsilon$ ), le système va déterminer la nouvelle loi de Commande (ici  $\theta$ ) et agir.

## II.6. Principe d'asservissement

Le principe de base d'un asservissement est de mesurer l'écart entre la valeur réelle de la grandeur à asservir et la valeur de consigne que l'on désire atteindre, et de calculer la commande appropriée à appliquer à un (ou des) actionneur(s) de façon à réduire cet écart. Ce principe pratiquement universel a cependant un inconvénient (généralement négligeable et négligé, sauf pour les systèmes très rapides ou nécessitant des suivis précis de trajectoire) : les actionneurs étant pilotés en fonction de l'écart entre valeur réelle et consigne, le système ne peut réagir que lorsque cet écart est effectif, c'est-à-dire avec un certain retard. On peut, dans certains cas, compenser cet effet en complétant l'asservissement par un *feed forward*, c'est-à-dire en pilotant les actionneurs pour obtenir directement la valeur cible, ou du moins en donnant l'ordre qui permet de s'en approcher le plus en aveugle, si on sait prévoir le

comportement des actionneurs. Par exemple on peut, dans le cas d'un asservissement en position, piloter directement l'accélération si on connaît l'accélération de la consigne.

## II.7. Bouclage

### II.7.1. Boucle ouverte (BO) : actionneur + système dynamique

Un système est en boucle ouverte lorsque la commande est élaborée sans l'aide de la connaissance des grandeurs de sortie : il n'y a pas de feedback.

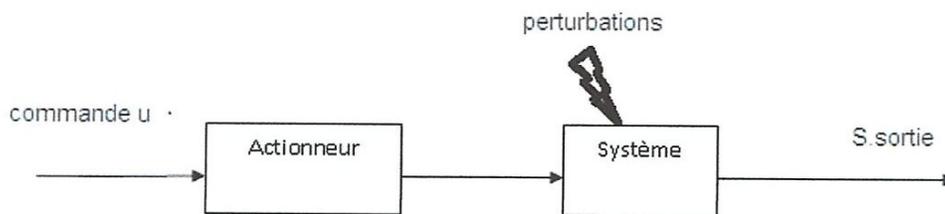


Figure 2.3 : boucle ouverte

Inconvénients majeurs de la boucle ouverte :

- Sensibilité aux perturbations, aux incertitudes sur les paramètres internes ;
- Impossible de modifier les performances dynamiques ;
- Impossible de stabiliser un système naturellement instable ; nécessité de contrôler la sortie et d'adapter la commande.

### II.7.2. Boucle fermée :

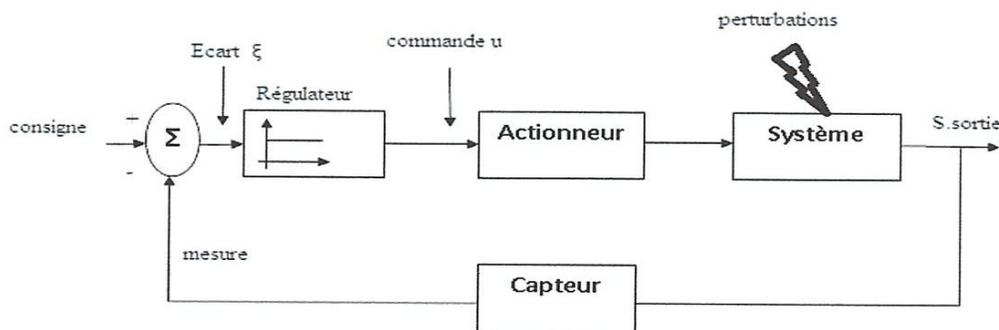


Figure 2.4: boucle fermée

Si le système à commander n'est pas parfaitement connu ou si des perturbations l'affectent, les signaux de sortie ne seront pas ceux souhaités. L'introduction d'un retour d'information sur les sorties mesurés s'avère alors nécessaire, le système est dit en **boucle fermée**. La commande est alors fonction de la consigne (la valeur souhaitée en sortie) et de la sortie.

Exceptionnellement, le système de commande peut opérer en boucle ouverte à partir du seul signal de consigne. Mais la boucle fermée (contre réaction) est capable de :

- Stabiliser un système instable en BO.
- Compenser les perturbations externes.
- Compenser les incertitudes internes au processus lui-même.

## II.8. Caractéristiques d'un système asservi

### Précision :

La précision est caractérisée par l'écart entre la consigne et la sortie. La précision peut être soit absolue, soit relative, elle est toujours définie par rapport à un type de sollicitation : un échelon si on souhaite caractériser la réponse pour une consigne constante, une rampe si on souhaite étudier le comportement dynamique.

### Erreur indicielle

L'erreur indicielle est mesurée entre la valeur finale de la réponse du système en régime établi (à l'infini) et la consigne en échelon unitaire. La figure montre la réponse de plusieurs systèmes à un échelon unitaire. l'erreur indicielle est notée  $\epsilon_i$ , par abus de langage, elle est souvent notée  $\epsilon_s$  et appelée erreur statique.

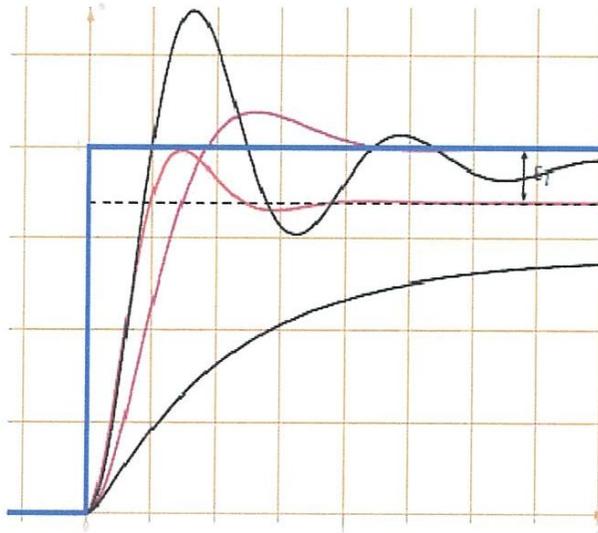


Figure 2.5. Erreur indicielle- réponse temporelle à un échelon

### Erreur de traînage

L'erreur de traînage est une mesure de l'aptitude d'un système à suivre une Consigne variable, elle est notée  $\epsilon_t$ . Cette erreur est mesurée en régime établi, entre La consigne et la réponse du système, figure (2.6).

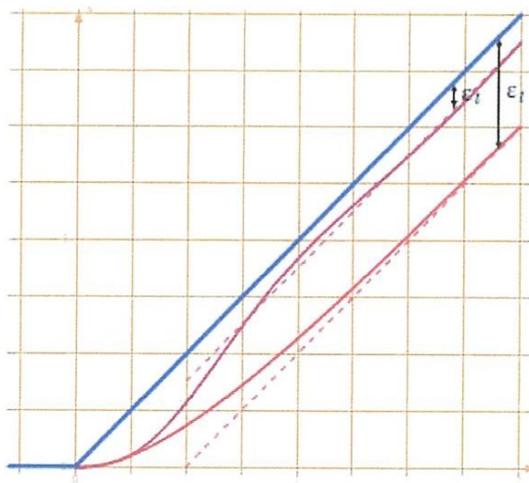


Figure 2.6. Erreur de traînage- réponse temporelle à une rampe

**Rapidité :**

La rapidité d'un système caractérise le temps mis par le système à atteindre la valeur finale pour une entrée en échelon. Ce n'est théoriquement qu'au bout d'un temps infini que le régime permanent est atteint. Néanmoins, pour chiffrer en pratique la rapidité du régime transitoire, on a l'habitude de considérer le temps de réponse à 5%; c'est le temps au bout duquel le système a atteint son régime permanent à 5% près et à partir duquel il ne s'en écarte pas de plus de 5%. De la même manière on peut définir les temps de réponse à 10% et à 2%.

La figure (2.7) montre pour trois réponses temporelles :

– la courbe 1 est caractéristique d'un système non oscillant, le temps de réponse à 5% de ce système est :  $T_{5\%} = T_1$ . A partir de l'instant  $T_1$  la réponse est toujours comprise entre les deux bandes à  $\pm 5\%$  de la valeur finale.

– les courbes 2 et 3 sont caractéristiques d'un système dont la réponse est oscillatoire amortie.

Les instants  $T_2$  et  $T_3$  correspondent aux temps de réponse à 5% des réponses 2 et 3.

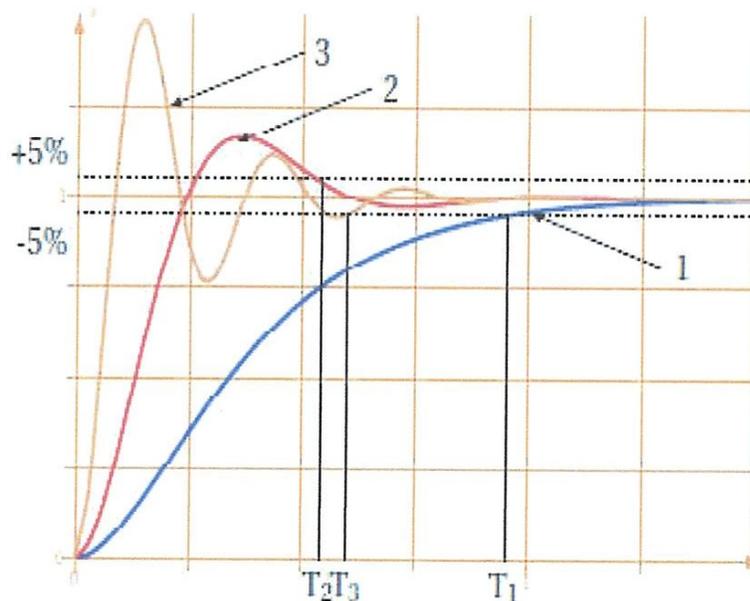


Figure. 2. 7. Temps de réponse

On constate en comparant les réponses des systèmes 2 et 3 que les temps de réponses sont comparables mais que le comportement est lui fortement différents.

Le système 3 est fortement oscillant et semble plus « dynamique » que le système 2. le temps de réponse, tel qu'il est défini ne permet pas de différencier ces deux systèmes, pour les différencier, il est possible de déterminer le temps de montée  $T_m$  que l'on détermine en mesurant l'intervalle de temps séparant les instants auxquels la réponse indicielle vaut 10% et 90% de la valeur finale (ou entre 20% et 80%). On remarque sur la figure (2.8) que les deux temps de montée  $T_{m2}$  et  $T_{m3}$  sont notablement différents.

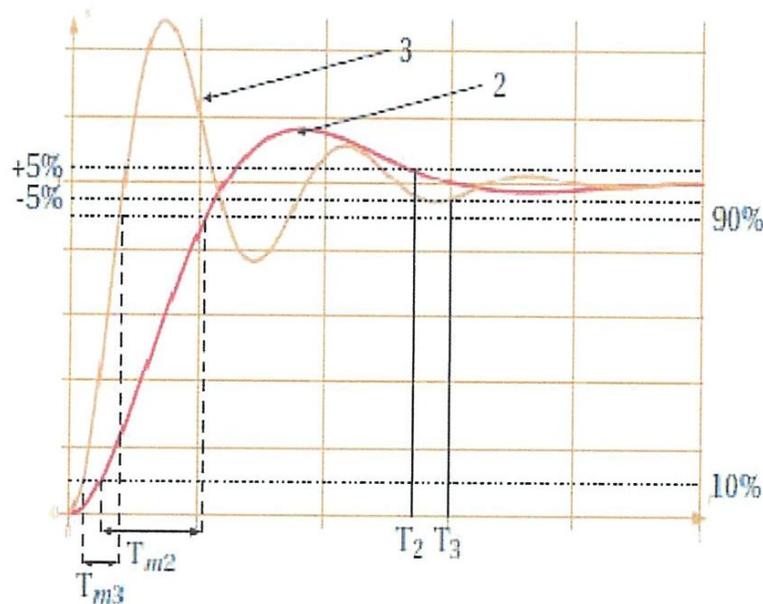


Figure 2.8. Temps de montée

### Dépassements

La mesure du dépassement relatif des systèmes oscillatoires amortis permet d'évaluer le taux d'oscillation du système. L'amplitude du dépassement et la rapidité de décroissance caractérise la stabilité relative. Le dépassement relatif est déterminé pour chaque dépassement de la valeur finale, figure (2.9)

$$D_{i\%} = \frac{S(t_{mi}) - S(\infty)}{S(\infty)} = \frac{d_i}{\infty} \quad (2.1)$$

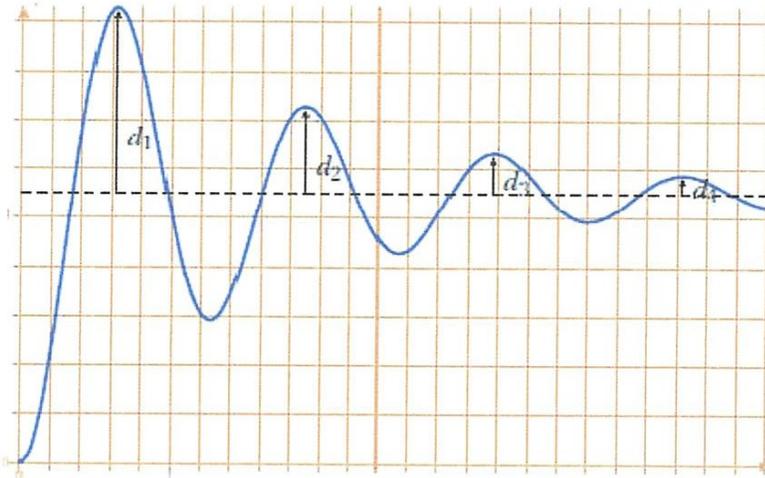


Figure 2.9. Déphasement

Avec :

$D_{i\%}$  Le dépassement relatif pour le  $i^{me}$  maximum.

$t_{mi}$  L'instant du  $i^{me}$  maximum.

$S(\infty)$  La valeur finale.

$S(t_{mi})$  La valeur du  $i^{me}$  maximum.

$$d_i = S(t_{mi}) - S(\infty)$$

Un critère important de réglage peut être l'absence de dépassement.

### Stabilité :

La stabilité est la plus importante des caractéristiques que doit posséder un système asservi.

Une manière intuitive de préciser la notion de stabilité est d'imaginer un système que l'on écarte de sa position initiale par une impulsion et de regarder son évolution, s'il retrouve sa position initiale, il est stable, s'il s'en écarte, il est instable, figure (2.10).

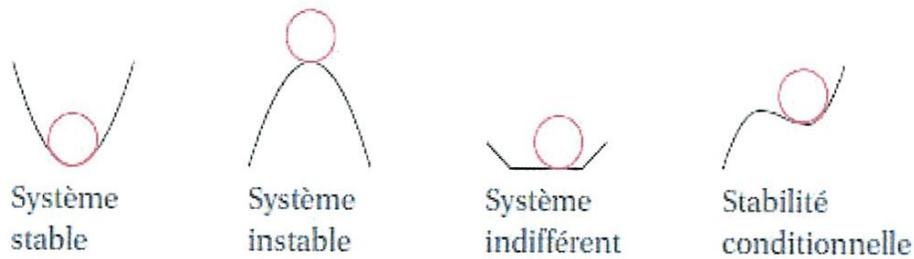


Figure 2.10. Stabilité des systèmes

Un système à stabilité indifférente va s'écarter de sa position initiale pour trouver une autre position stable différente de la première, le système s'écarte mais ne diverge pas.

Plusieurs définitions de la stabilité sont envisageables.

**Définition 1 :** Un système physique est stable si à une entrée bornée correspond une sortie bornée.

**Définition 2 :** Un système physique est stable si la réponse libre du système tend vers zéro à l'infini, c'est dire qu'il retourne spontanément vers son état d'équilibre lorsqu'il en est écarté.

Ces deux définitions sont équivalentes pour les systèmes linéaires.

La figure (2.11), présente la réponse temporelle de quelques systèmes sollicités par un échelon :

- les réponses 1, 2, 3, 4 sont caractéristiques de systèmes stables. La réponse 1 est une réponse apériodique, les trois autres sont oscillatoires amorties.
- les réponses 5 et 6 sont celles de systèmes instables, elles sont toutes les deux divergentes, oscillatoires ou non.

On note aussi en comparant les réponses 2 à 4 que le critère strict de stabilité, s'il est nécessaire, n'est pas suffisant. En effet est-il envisageable qu'un système atteigne sa position définitive après un grand nombre d'oscillations.

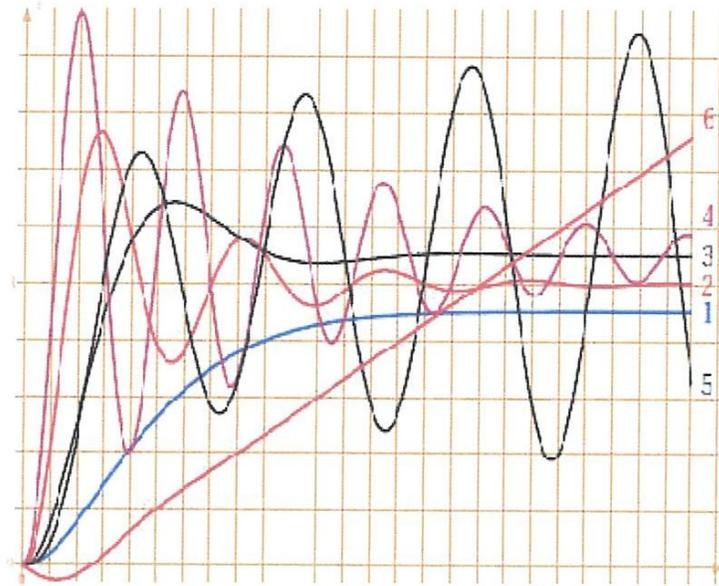


Figure 2.11. Stabilité

## II.9. Systèmes dynamiques

Les systèmes asservis sont une branche des systèmes dynamiques. On appelle système dynamique un système pour lequel, les grandeurs de sortie dépendent des valeurs présentes et passées des grandeurs d'entrée.

Parmi les systèmes dynamiques, nous limiterons notre étude aux seuls systèmes linéaires continus et invariants (SLCI).

## II.10. Les Régulateurs

### II.10.1. Définition

On appelle régulation un système asservi qui doit maintenir constante la sortie conformément à la consigne (constante) indépendamment des perturbations (Régulation de température d'un four, régulateur de vitesse, . . .).

### II.10.2. Principe

On s'intéresse à l'étude des actions du module PID composé par les trois actions de base. On mettra en évidence l'effet produit par chaque action dans une boucle de régulation, ses avantages ainsi que ses limitations.

Le régulateur, dont la fonction de transfert est désignée par  $G_C(s)$  ("Controller", Régler), est situé en amont du système à régler  $G_a(s)$ .

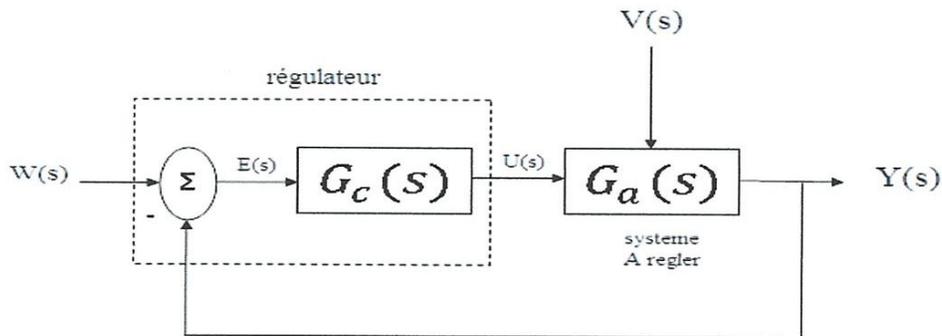


Figure 2.12. Schéma fonctionnel d'un système asservi mono-variable.

On distingue le régulateur  $G_C(s)$  et le système à régler  $G_a(s)$ . Le système à régler  $G_a(s)$  comprend, outre le processus, l'amplificateur de puissance, l'actionneur, le capteur et l'électronique de traitement de la mesure associée.

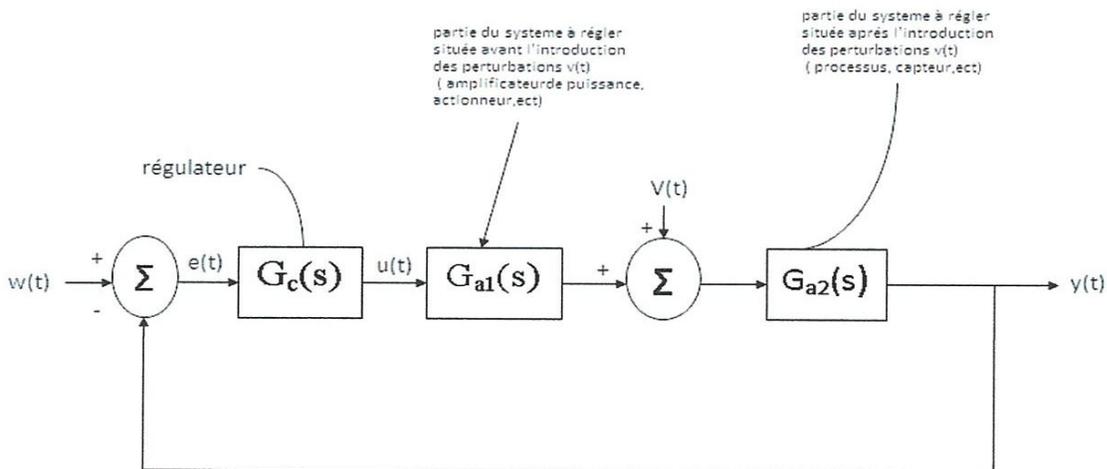


Figure 2.13. Schéma fonctionnel universel d'un système asservi

L'entrée du régulateur comprend forcément la consigne  $w(t)$  et la mesure  $y(t)$  de la grandeur réglée. Le plus souvent la comparaison  $e(t) = w(t) - y(t)$  directe est effectuée, appelée écart ou erreur.

Le régulateur a pour charge de maintenir le signal d'erreur  $e(t)$  aussi proche de zéro que possible ; dans ce but, il fournit au système à régler la commande  $u(t)$  telle que l'image  $y(t)$  de la grandeur réglée obtenue par mesure tende à correspondre à la consigne  $w(t)$ .

La commande  $u(t)$  est construite sur la base des signaux de consigne  $w(t)$  et de mesure  $y(t)$  de la grandeur réglée selon la loi de commande  $u(t) = u(w(t); y(t))$  réalisée par une électronique de signal (amplificateurs opérationnels), voire implantés dans un microprocesseur, cette commande est en général d'un faible niveau de puissance, raison pour laquelle un amplificateur de puissance est normalement intercalé entre le régulateur et le processus à proprement parler. Le dit amplificateur de puissance fait dès lors partie intégrante du système à régler.

Appliquée au système à régler, la commande  $u(t)$  provoque donc une modification de la grandeur réglée  $y(t)$ . Le régulateur en tenant compte pour former  $u(t)$ , on constate que  $y(t)$  apparaît :

- à l'origine de l'action entreprise par le régulateur.
- comme conséquence de cette action.

Représenté graphiquement sous forme de schéma fonctionnel, le système présente donc une boucle, i.e. une boucle de contre-réaction.

La loi de commande du régulateur peut être très simple (régulateur toutou-rien, appelé aussi régulateur à action à 2 positions)

$$U(t) = U_{max} \text{ si } e(t) > 0 \quad (2.2)$$

$$U(t) = U_{min} \text{ si } e(t) < 0 \quad (2.3)$$

Ou beaucoup plus compliquée (régulateurs flous, réseaux de neurones).

## II.11. Etude des régulateurs

### II.11.1. Régulation à action proportionnelle (P) :

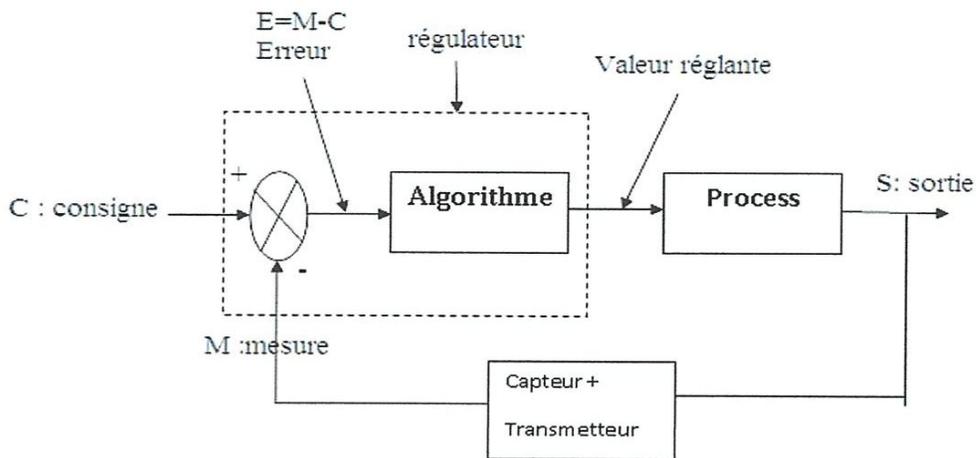


Figure 2.14. Régulation à action proportionnelle (P)

Le régulateur à action proportionnelle, ou régulateur P, a une action simple et naturelle, puisqu'il construit une commande  $u(t)$  proportionnelle à l'erreur  $e(t)$ . Cette action s'apparente à un effet ressort (ressort de rappel). Il agit principalement sur le gain du système asservi et permet donc d'améliorer notablement la rapidité, la précision et la stabilité.

- Loi de commande du régulateur P :

$$U(t) = K_p \cdot e(t) \quad (2.4)$$

- Fonction de transfert du régulateur P :

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \quad (2.5)$$

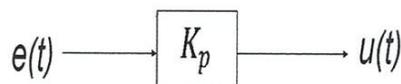


Figure 2.15. Schéma fonctionnelle d'un régulateur P

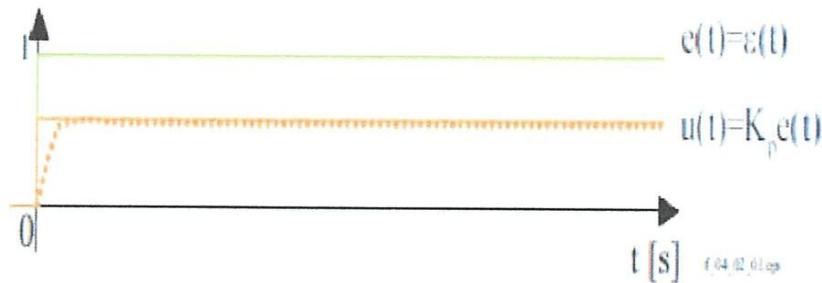


Figure 2.16. Réponse indicielle du régulateur P (idéal).

La réponse en traitillé rappelle qu'aucun système physique ne peut réagir statiquement, i.e. sans retard. Dans le cas d'une réalisation électronique (à amplificateurs opérationnels par exemple) du régulateur P, il est clair que le temps de montée esquissé est en principe négligeable par rapport aux constantes de temps du système à régler.

### II.11.2. Avantages et inconvénients de l'action proportionnelle (P)

On voit que le régulateur P assure une transmission instantanée du signal d'erreur ; dans ce sens, son action est relativement dynamique : sa commande ne dépend pas du passé, ni d'une tendance, mais simplement de ce qui se passe à l'instant présent.

Une limitation du régulateur P est son incapacité à annuler notamment l'erreur statique en régulation de maintien ; celle qui apparaît consécutivement à l'intervention d'une perturbation constante. En effet, si la commande  $u(t)$  appliquée au système doit être non-nulle afin que celui-ci puisse retrouver ou maintenir son état d'équilibre, il est dans le même temps nécessaire que l'erreur soit non-nulle puisque :

Si  $K$  (ou  $X_p$ ) augmente :

- La réponse s'accélère,
- L'erreur statique diminue
- La stabilité se dégrade : risques d'instabilité

Il faut trouver un bon compromis entre vitesse et stabilité permet de jouer sur la vitesse de réponse du procédé.

### II.11.3. Régulation à action intégrale (I)

Les exemples des asservissements de vitesse et de température vus précédemment ont montré qu'un système, même contre-réaction par un régulateur P, pouvait présenter une erreur permanente en régime permanent constant. Cette erreur intervenant alors que les signaux d'entrée (consigne ou perturbation) sont constants, on la désigne par erreur statique.

Pour remédier au problème du statisme, la solution consiste à intégrer l'erreur. La loi de commande pour un intégrateur pur, la loi de commande  $s(t)$  est de la forme:

$$U_i(t) = \frac{1}{T_i} \cdot \int_{-\infty}^t e(\tau) \cdot d\tau \quad (2.6)$$

D'après la transformée de Laplace d'une fonction intégrale, on a :

$$S(p) = \frac{1}{T_i p} \varepsilon(p) \quad (2.7)$$

La fonction de transfert d'un correcteur intégrateur pur est par conséquent :

$$R(p) = \frac{S(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{1}{T_i p} \quad (2.8)$$

La constante de temps  $T_i$  exprimée souvent en unité de temps est appelée la constante de temps d'intégration.

### II.11.4. Avantages et inconvénients de l'action Intégrale I

- permet d'annuler l'erreur statique
- Accélère la réponse
- Plus l'action intégrale est élevée ( $T_i$  petit), plus la réponse s'accélère et plus la stabilité se dégrade.
- Il faut également trouver un bon compromis entre vitesse et stabilité.
- Dans les régulateurs industriels on affiche  $1/T_i$ , alors  $T_i$  est d'autant plus grand que l'action intégrale est faible.
- Pas d'action I :  $T_i$  infini

- Le coefficient  $1/T_i$  agit comme un gain et sa valeur affecte le comportement transitoire de la boucle fermée. Les figures (2.17) et (2.18) permettent d'illustrer l'effet de la constante d'intégration  $T_i$  sur le comportement transitoire dans un système asservi. On note que l'erreur statique est nulle en régime permanent quelle que soit cette valeur.

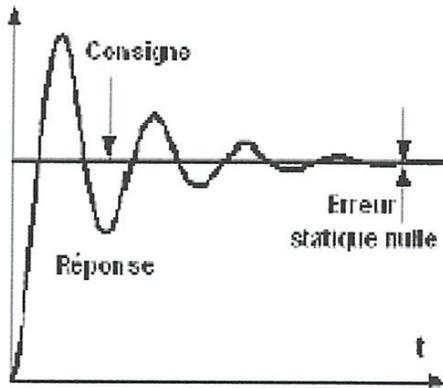


Figure 2.18.  $1/T_i$  grand

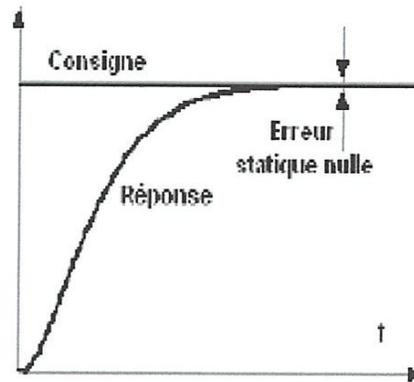


Figure 2.17.  $1/T_i$  faible

Dans l'industrie, on utilisera l'action I chaque fois qu'on a besoin, pour des raisons technologiques, d'avoir une précision parfaite - exemple : la régulation de la pression ou de la température dans un réacteur nucléaire

### II.11.5. Régulateur à action proportionnelle-intégrale (PI)

- Loi de commande du régulateur PI :

$$U(t) = K_p \cdot \left( e(t) + \frac{1}{T_i} \cdot \int_{-\infty}^t e(\tau) \cdot d\tau \right) \quad (2.9)$$

- Fonction de transfert du régulateur PI :

$$G_c(S) = \frac{U(S)}{E(S)} = K_p \cdot \frac{1+s \cdot T_i}{s \cdot T_i} \quad (2.10)$$

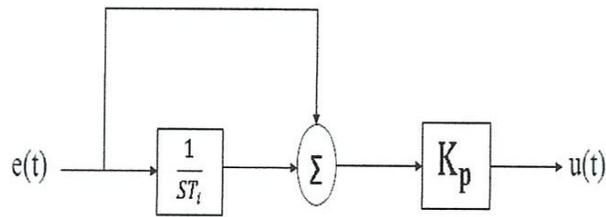


Figure 2.19. Schéma fonctionnel du régulateur PI

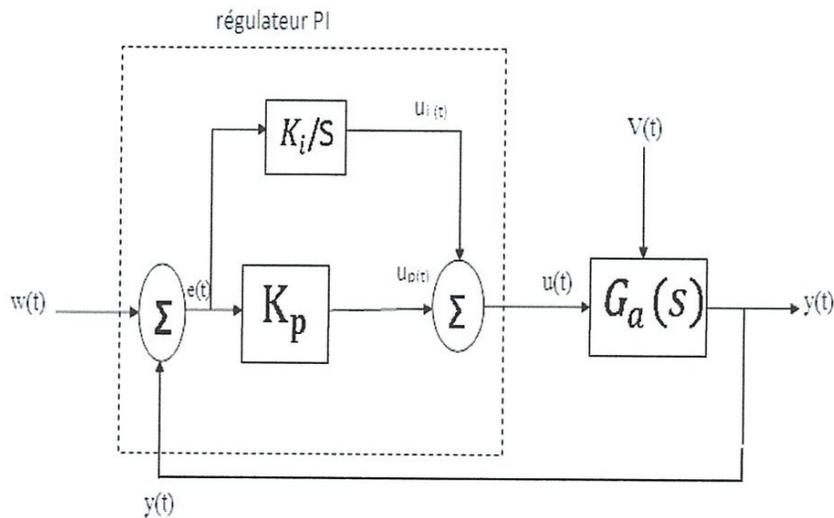


Figure 2.20. Asservissement par régulateur PI

Le régulateur PI est le régulateur le plus utilisé en pratique où ses contributions à la précision mais aussi à la robustesse du système asservi sont particulièrement appréciées.

### II.11.6. Régulateur à action dérivation (D)

$$\text{La loi de commande est de la forme : } s(t) = T_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \quad (2.11)$$

$$\text{Soit d'après la transformée de Laplace : } s(p) = T_d p \varepsilon(p) \quad (2.12)$$

$$\text{La fonction de transfert du correcteur dérivé est donc : } R(p) = \frac{s(p)}{\varepsilon(p)} = T_d p \quad (2.13)$$

La constante de temps  $T_d$  de dimension l'unité de temps est appelée la constante de temps de dérivation. Elle intervient également comme un gain.

La fonction de transfert de ce type de correcteur est purement théorique : un système physique ne peut pas avoir un numérateur de degré supérieur à celui du dénominateur. Le correcteur

approchant le mieux l'effet dérivé tout en étant réalisable est un correcteur dérivateur filtré de la forme :

$$R(p) = \frac{T_d p}{1 + \tau p} \quad (2.14)$$

Avec  $\tau = \frac{T_d}{N}$  et  $N$  entier  $> 1$  (5 à 10).

### II.11.7. Avantages et inconvénients de l'action D.

On distingue deux effets :

- Effet statique : l'action du régulateur D n'intervient que sur la dérivée de l'erreur, c'est-à-dire qu'elle est sensible à la variation de l'erreur et non à l'erreur elle-même. Lorsque celle-ci est constante (régime statique) le dérivateur n'a aucun effet. En d'autres termes, le régulateur D ne peut rien faire face à erreur constante. Bien que d'apparence il s'agit d'une limitation de cette action, ceci n'est pas gênant en soit, car pour annuler ou réduire les erreurs permanentes, c'est surtout l'action I qui est nécessaire.

Effet dynamique: l'intérêt principal de la correction dérivée est sa sensibilité aux variations de l'erreur. Elle s'oppose aux grandes variations de l'erreur (donc à la tendance de la variation de l'erreur). D'où son effet stabilisant. Le fait qu'elle apporte un déphasage positif de  $90^\circ$  confirme cet effet stabilisant puisque les marges de stabilité ont tendance d'augmenter.

### II.11.8. Régulation à action proportionnelle-dérivation (PD)

On notera que l'action D ne permettant pas la transmission d'un signal constant, elle doit donc toujours s'accompagner au moins d'une action P en parallèle (régulateur PD).

Loi de commande du régulateur PD :

$$u(t) = K_p \cdot \left( e(t) + T_d \cdot \frac{de}{dt} \right) \quad (2.15)$$

Fonction de transfert du régulateur PD :

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \cdot (1 + s \cdot T_d) \quad (2.16)$$

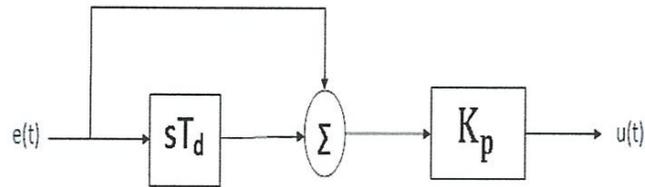


Figure 2.21. Schéma fonctionnel d'un régulateur PD



Figure 2.22. Réponse indicielle du régulateur PD

### II.11.9. Avantages et inconvénients de l'action Proportionnel- dérivation (PD)

**Avantages :** effet stabilisant et amélioration de la rapidité

**Inconvénients :** sensibilité aux bruits et précision statique

### II.11.10. Régulation à action Proportionnel Intégrateur Dérivé PID

Un régulateur PID est un régulateur qui dispose des trois actions P, I et D. Son intérêt est de réunir les effets positifs des trois correcteurs de base. Grâce au terme I, il permet l'annulation d'une erreur statique tout en autorisant grâce à l'action D des performances de rapidité supérieures à celles d'un régulateur PI.

- Loi de commande du régulateur PID :

$$U(t) = K_p \cdot \left( e(t) + \frac{1}{T_i} \cdot \int_{-\infty}^t e(\tau) \cdot d\tau + T_d \cdot \frac{de}{dt} \right) \quad (2.17)$$

Fonction de transfert du régulateur PID :

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \cdot \frac{1 + s \cdot T_i + s^2 \cdot T_i \cdot T_d}{s \cdot T_i} \quad (2.18)$$

### II.11.11. Synthèse sur les actions P.I.D

Sous forme d'un tableau récapitulatif, on résume les avantages et les limitations des actions de base des régulateurs PID :

Tableau 2.1. Synthèse sur les actions PID

Action	Points forts	Points faibles
P	Action instantanée	Ne permet pas d'annuler une erreur statique mais permet de la réduire
I	Annule l'erreur statique	Action lente Ralentit le système (effet déstabilisant)
D	Action très dynamique Améliore la rapidité Apporte un effet stabilisant	Sensibilité aux bruits Forte sollicitation de l'organe de commande

### Tableau d'influence

Tableau 2.2. Tableau d'influence

Augmentation de	Stabilité	Précision	Rapidité
$K_p$	diminue	Augmente	Augmente
$T_i$	augmente	pas d'influence	Diminue
$T_d$	diminue	pas d'influence	augmente

# CHAPITRE III

## MODELISATION & SIMULATION

### III.1. Modélisation du système

Dans ce chapitre, on va étudier le problème posé, qu'est l'asservissement de vitesse d'une hélice d'avion de modèle réduit. Le modèle global étudié est composé de trois modèles élémentaires à savoir : modèle du moteur électrique, modèle de la vitesse de rotation de l'hélice et le modèle de la génératrice tachymétrique pour le capteur de vitesse qui sont représentés par ces trois équations:

- Le couple du moteur électrique est donné par la relation :

$$\Gamma(t) = a \cdot u(t) \quad (3.1)$$

- La vitesse de rotation de l'hélice est donné par :

$$J\dot{w}(t) = \Gamma(t) + c(t) \quad (3.2)$$

- Le capteur de vitesse (génératrice tachymétrique) donne une information sous la forme d'une tension :

$$u_m(t) + \tau \frac{du_m}{dt} = w(t) \quad (3.3)$$

avec :

$J$ : inertie de l'hélice

$\Gamma$ : le couple moteur

$a$ : constante positive

$U(t)$  : tension du moteur

$C(t)$  : couple perturbateur

$w(t)$ : vitesse de rotation de l'hélice

$\tau$ : constante de temps du capteur de vitesse

$u_m(t)$  : tension de la génératrice tachymétrique moteur

Applications numériques :  $J = 24.10^{-4} \text{ Kg.m}^2$  ;  $a = 0.284 \text{ N.m/V}$  ;

$$\tau = 10.10^{-3} \text{ s}$$

On déduit alors les transformées de Laplace de ces équations en supposant les conditions initiales nulles :

- Le couple du moteur électrique est donné par :

$$\Gamma(p) = a \cdot u(p) \quad (3.4)$$

- La vitesse de rotation de l'hélice est donné par :

$$Jp\omega(p) = \Gamma(p) + c(p) \quad (3.5)$$

- Le capteur de vitesse (génératrice tachymétrique) donne une information sous la forme d'une tension :

$$u_m(p) + \tau p u_m(p) = \omega(p) \quad (3.6)$$

Soit:

$$\frac{u_m(p)}{\omega(p)} = \frac{1}{1 + \tau p}$$

### III.2. Etude du système en boucle ouverte

La fonction de transfert du capteur (de la génératrice tachymétrique).

$$\frac{u_m(p)}{\omega(p)} = \frac{1}{1 + \tau p} = H(p) \quad (3.7)$$

Si on considère que le couple de perturbation est nul alors de l'équation (3.4) et (3.5), on trouve la fonction de transfert du système (moteur +hélice):

$$\frac{u_m(p)}{\omega(p)} = \frac{a}{Jp} = G(p) \quad (3.8)$$

Donc la fonction de transfert en boucle ouverte de l'ensemble (moteur + hélice +capteur ) sera :

$$G(p)H(p) = \frac{a}{Jp} \cdot \frac{1}{1 + \tau p} = \frac{0.284}{0.0024p} \cdot \frac{1}{1 + 0.01p} \quad (3.9)$$

A l'aide de Simulink, le schéma bloc du système en boucle ouverte est:

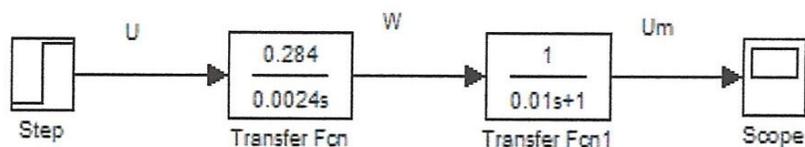


Figure 3.1. Boucle ouverte du système.

Le tracé de Bode et de Nyquist du système en boucle ouverte sont donnés par les figures (3.2) et (3.3):

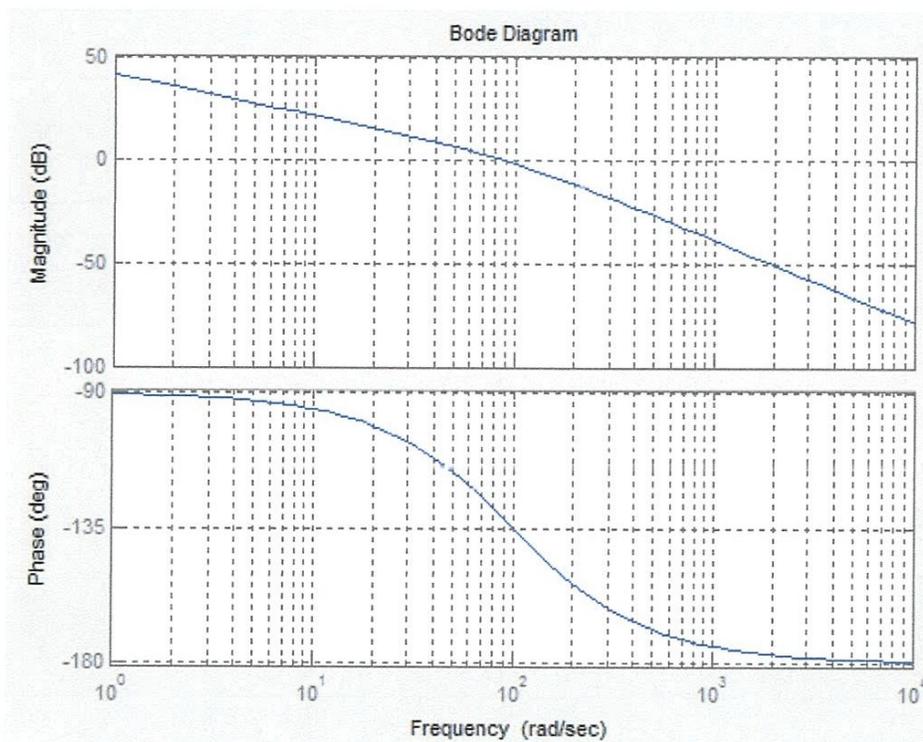


Figure 3.2 : Diagramme de Bode.

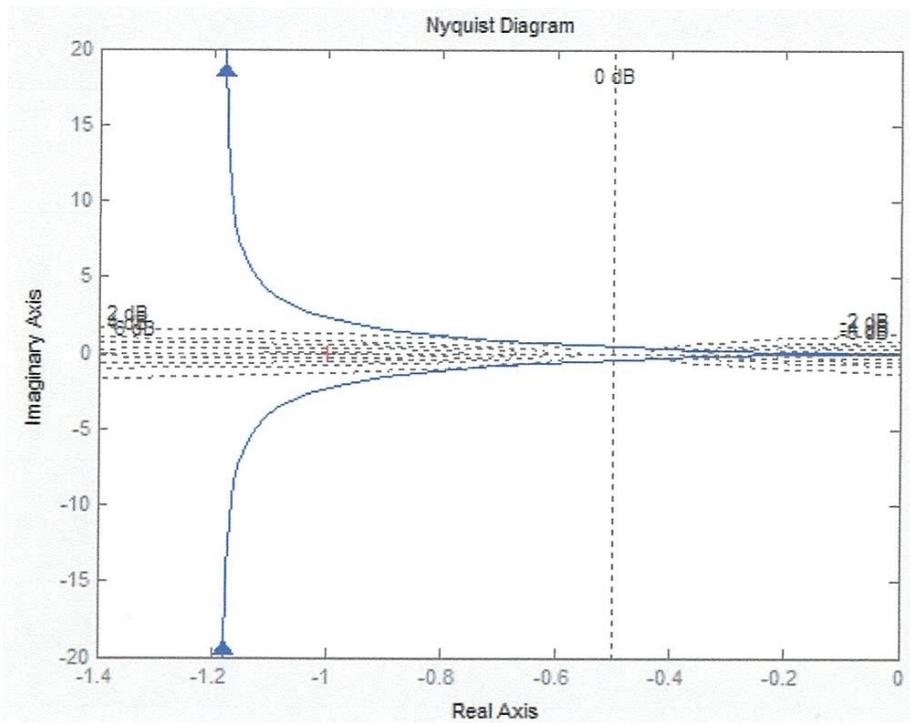


Figure 2.3. Diagramme de Nyquist.

### III.3. Etude du système en boucle fermé :

La fonction de transfert du système (moteur+hélice+capteur) est donnée comme suit :

$$BF(p) = \frac{H(p)G(p)}{1 + H(p)G(p)}$$

$$BF(p) = \frac{a}{a + Jp(1 + \tau p)} = \frac{a}{J\tau p^2 + Jp + a} \tag{3.10}$$

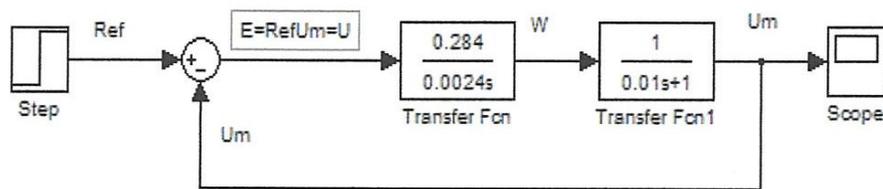


Figure 3.3. boucle fermé

Si on excite le système par une tension  $U = 10$  v, alors la réponse du système est donnée dans la figure

(3.4)

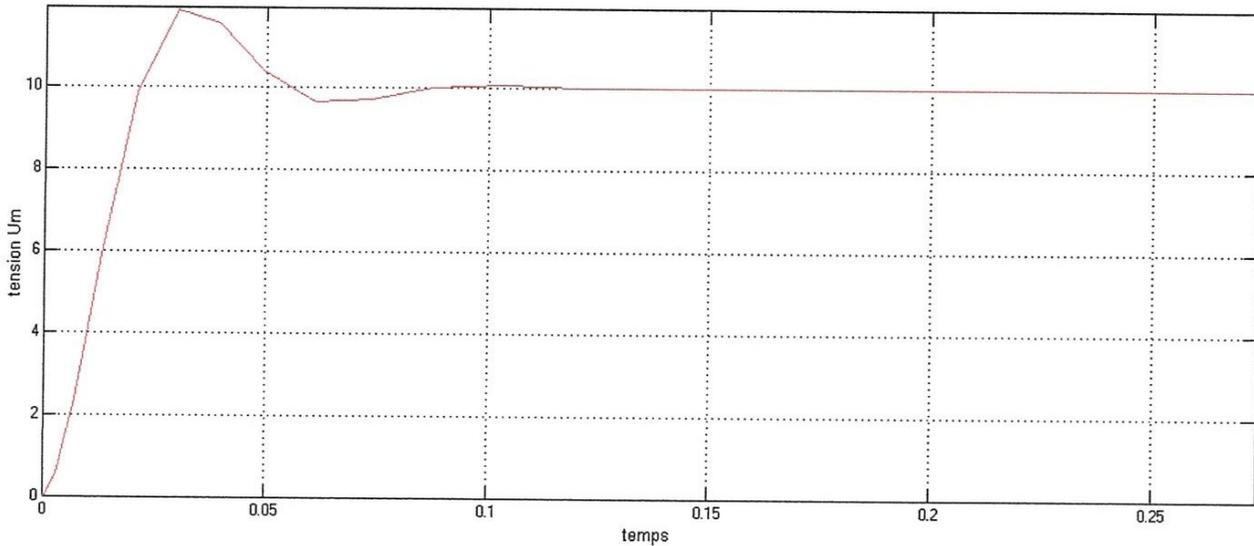


Figure 3.4: réponse du système excité par une tension  $U = 10$ v

### III.3.1. Correction proportionnelle :

Dans cette partie, nous ferons l'hypothèse que le moteur est commandé par une tension  $U(t)$  telle que :

$$U(t) = K_p(R_{ef} - U_m) \quad (3.11)$$

La fonction de transfert en boucle fermée sera :

$$BF(p) = \frac{K_p a}{K_p a + Jp(1 + \tau p)} = \frac{K_p a}{J\tau p^2 + Jp + K_p a} = \frac{1}{1 + \frac{2m}{w_0} p + \frac{1}{w_0^2} p^2} \quad (3.12)$$

A l'aide du critère de Routh, on peut déterminer les valeurs de  $K_p$  pour que le système soit stable :

$p^2$	$J\tau$	$K_p a$	0
$p^1$	$J$	0	0
$p^0$	$JK_p a$		

On déduit alors que la seule condition est que  $K_p$  soit positif.

Schéma bloc du système en boucle fermé:

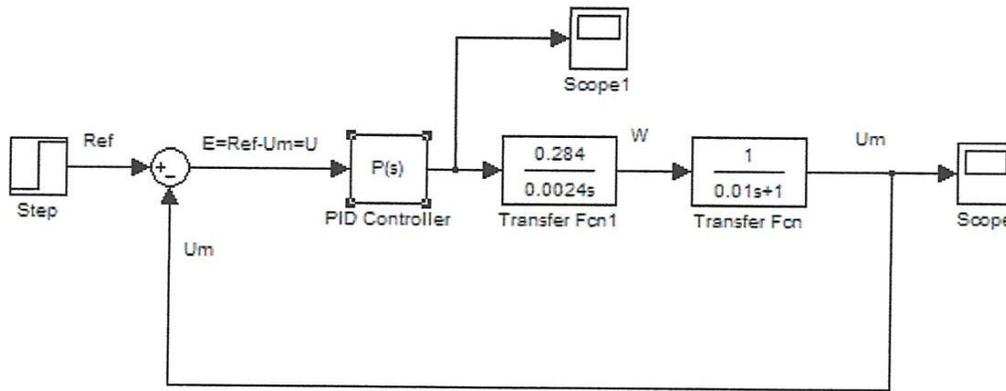


Figure 3.5. Système commandé par un P.

on suppose que le couple de perturbation est nul alors :

La réponse à un échelon de tension  $Ref = 10$  (v) pour un  $Kp = 1$  est donnée dans la figure (3.6):

- Pour  $Kp = 1$  :

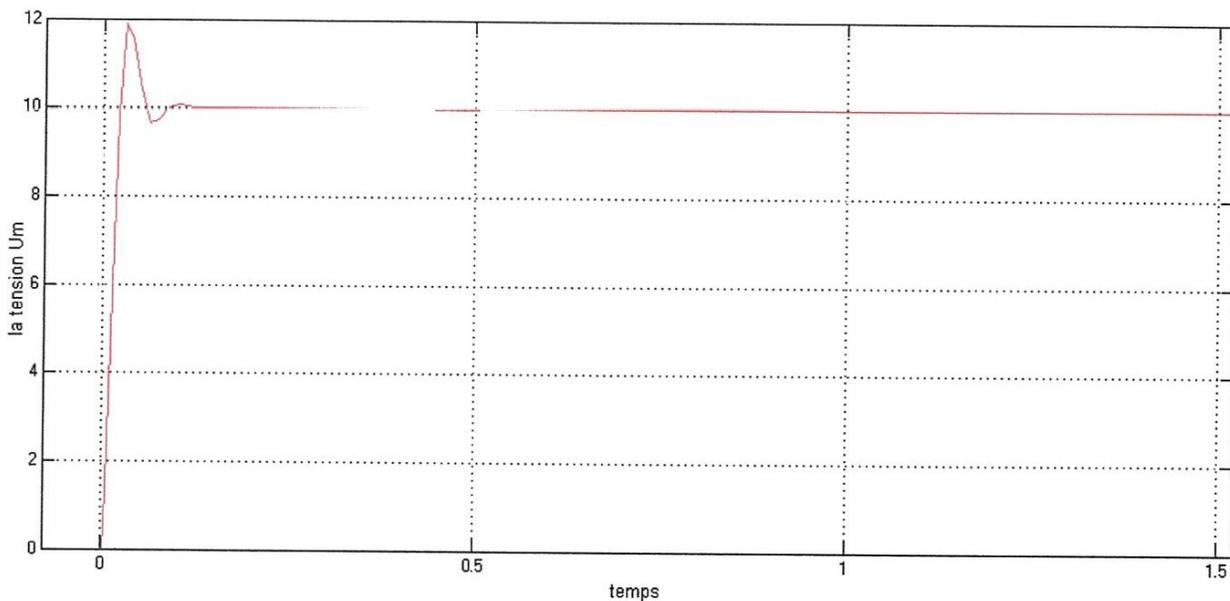


Figure 3.6. Réponse à un échelon de 10 v et  $Kp = 1$

Avec :

$$\text{Temps de réponse à 5\% : } Tr_{5\%} = \frac{3}{m\omega_0}$$

$$\text{Premier de dépassement : } D1 = 100e^{-\frac{m\pi}{\sqrt{1-m^2}}}$$

$$\text{Temps du premier pic : } T_{pic} = 100e^{-\frac{m\pi}{\sqrt{1-m^2}}}$$

On trouve que le dépassement égal presque à 20% de la consigne et le temps de réponse égale à 0.06 (s)

La courbe de commande  $U(t)$  est représentée dans la figure (3.7):

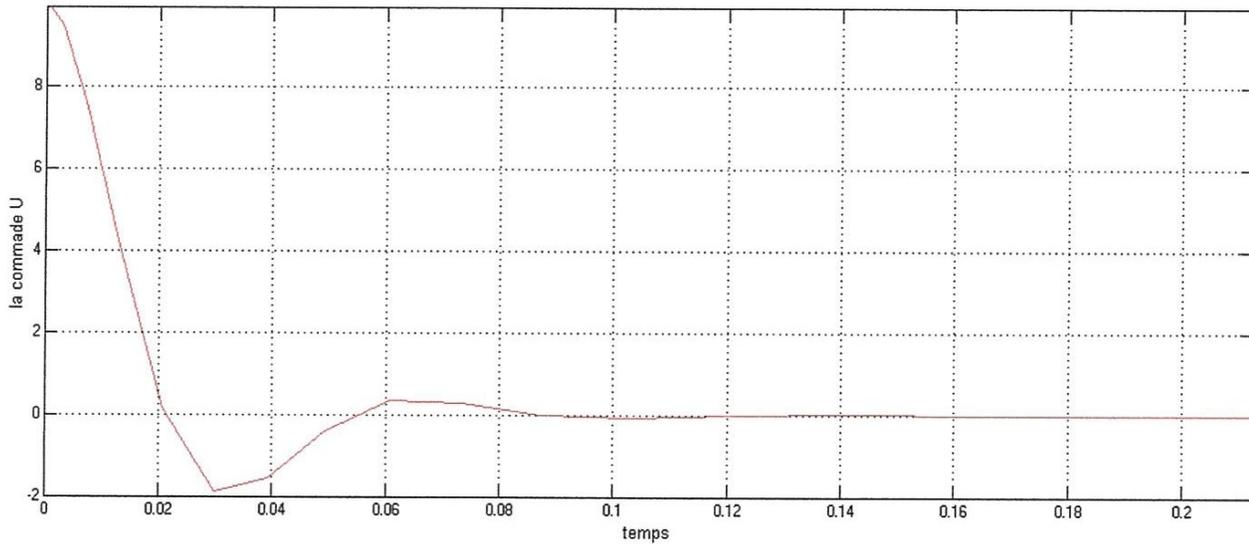


Figure 3.7. la commande  $U(t)$  pour  $Kp = 1$

- Pour  $Kp = 0.5$  :

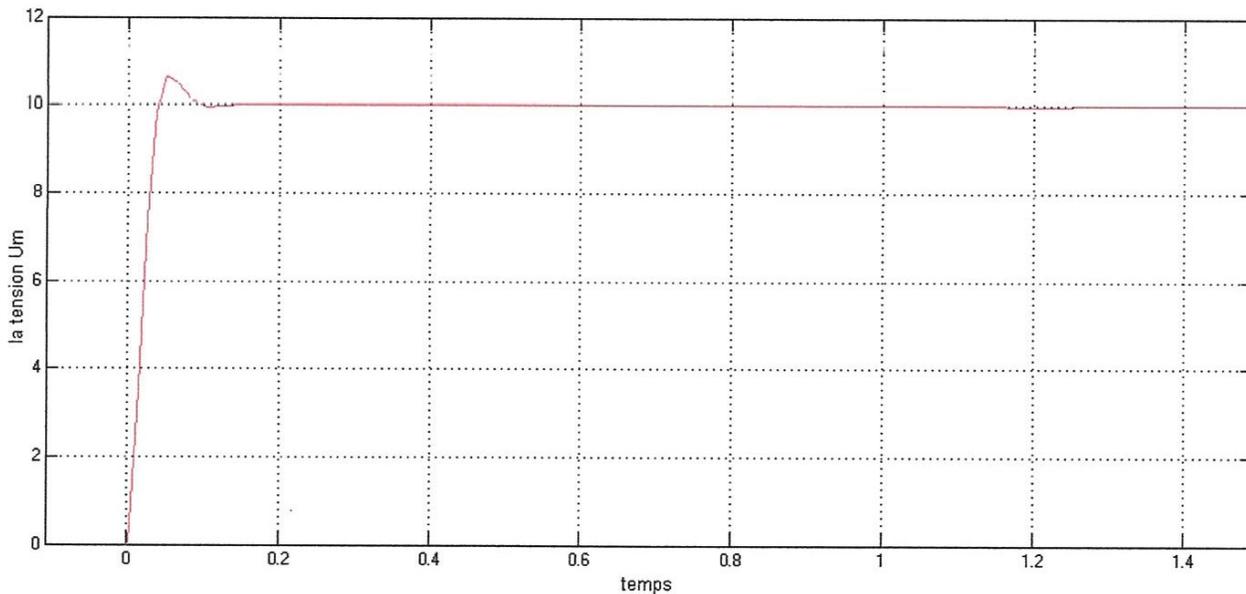


Figure 3.8. Réponse du système pour un échelon de 10 v et  $Kp = 0.5$

La réponse du système en boucle fermée soumit à une excitation de 10 v avec un correcteur proportionnel  $Kp = 0.5$  est donnée dans la figure (3.9), d'après cette figure on voit clairement que cette

réponse possède un dépassement faible surtout en comparaison avec la réponse pour  $Kp = 1$ , mais elle est un peu moins rapide.

La commande de cette sortie est représentée dans la figure (3.10) :

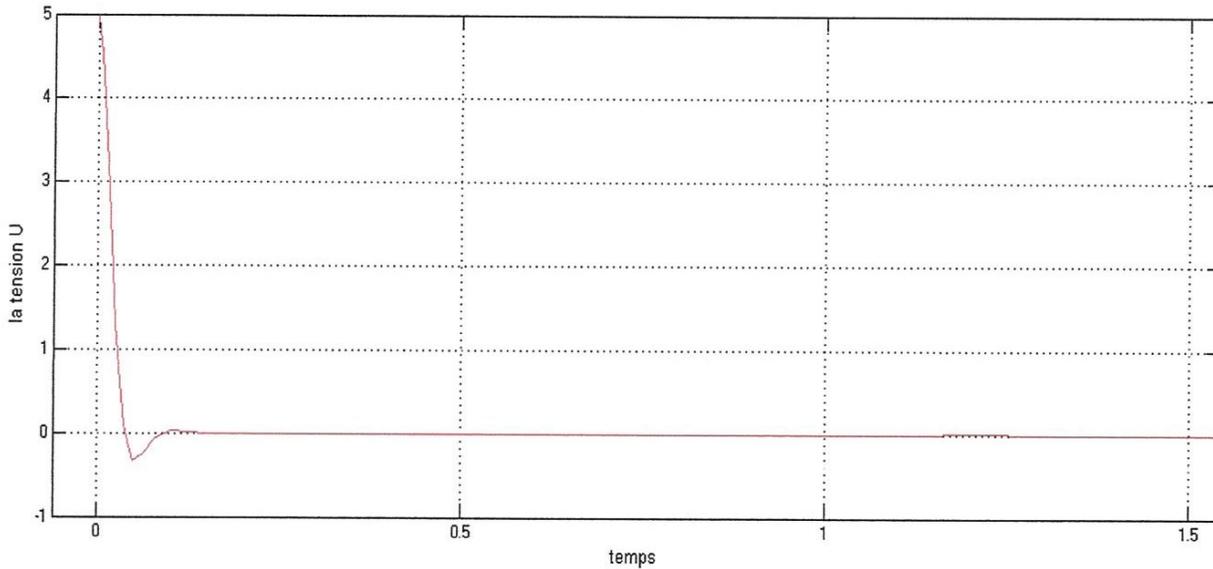


Figure 3.9. La commande  $U(t)$  pour  $Kp = 0.5$

En comparaison ces deux sorties pour  $Kp = 1$  et pour  $Kp = 0.5$ , on conclure que le correcteur proportionnel du gain  $Kp = 0.5$  est plus performant que celui de  $Kp = 1$  surtout au niveau de dépassement.

Maintenant, si on tient en compte un couple de perturbation modélisant les différentes contraintes qui peuvent influencer sur la vitesse de rotation de l'hélice, on peut construire le schéma bloc du système représenté dans la figure (3.10):

## Schéma bloc du système en boucle fermé avec perturbation:

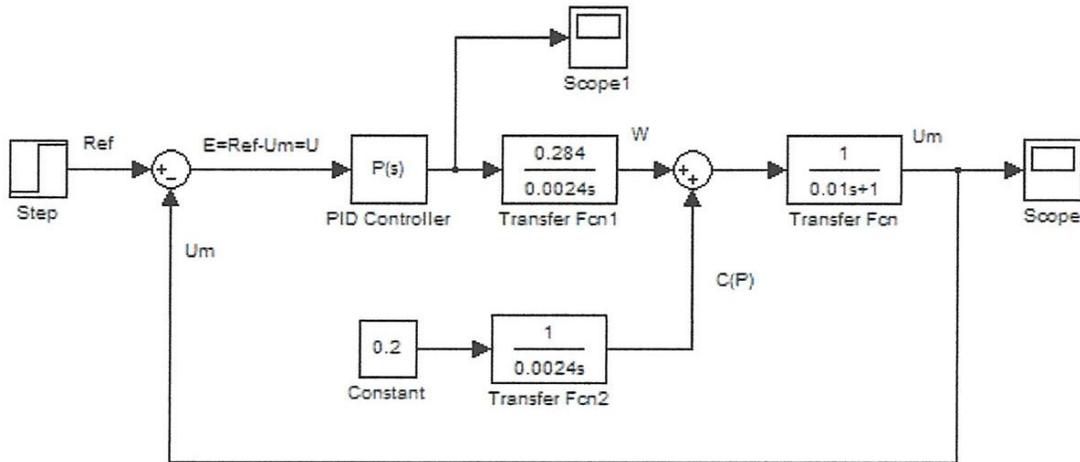
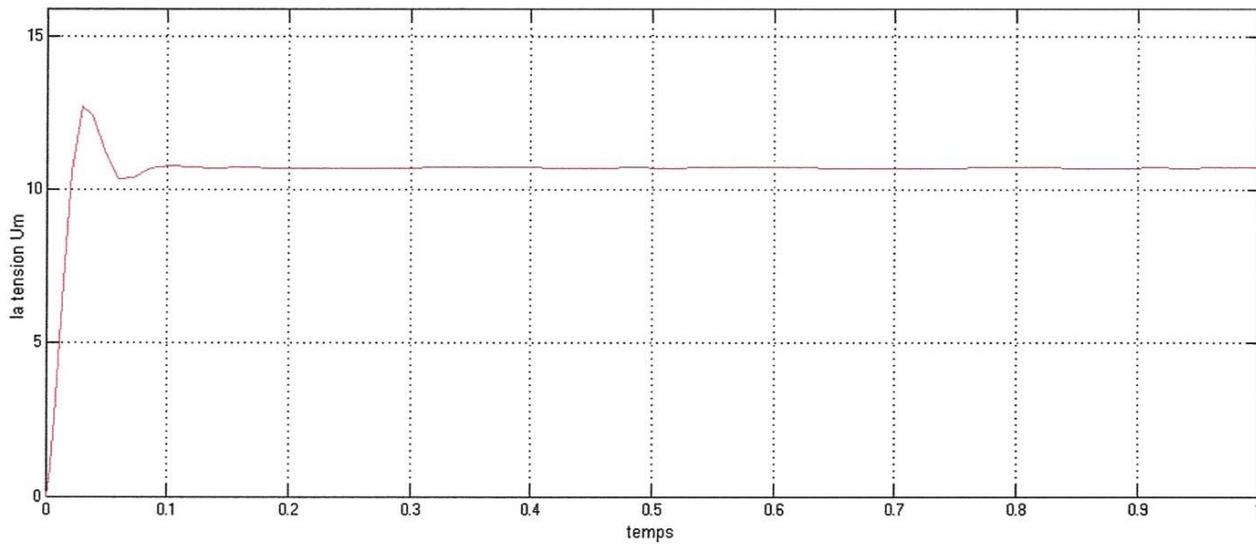


Figure 3.10. le système en présence du couple de perturbation

Pour un échelon de tension égal à 10 volts et un correcteur proportionnel  $Kp = 1$  la réponse du système ainsi que sa commande sont représentées dans les figures (3.11) et (3.12) :

Figure 3.11. Réponse du système perturbé à un échelon de 10 volts avec un correcteur proportionnel  $Kp = 1$ 

D'après la figure (3.11) le système semble être très rapide mais la perturbation augmente le dépassement du premier pic, et l'erreur statique devient remarquable.

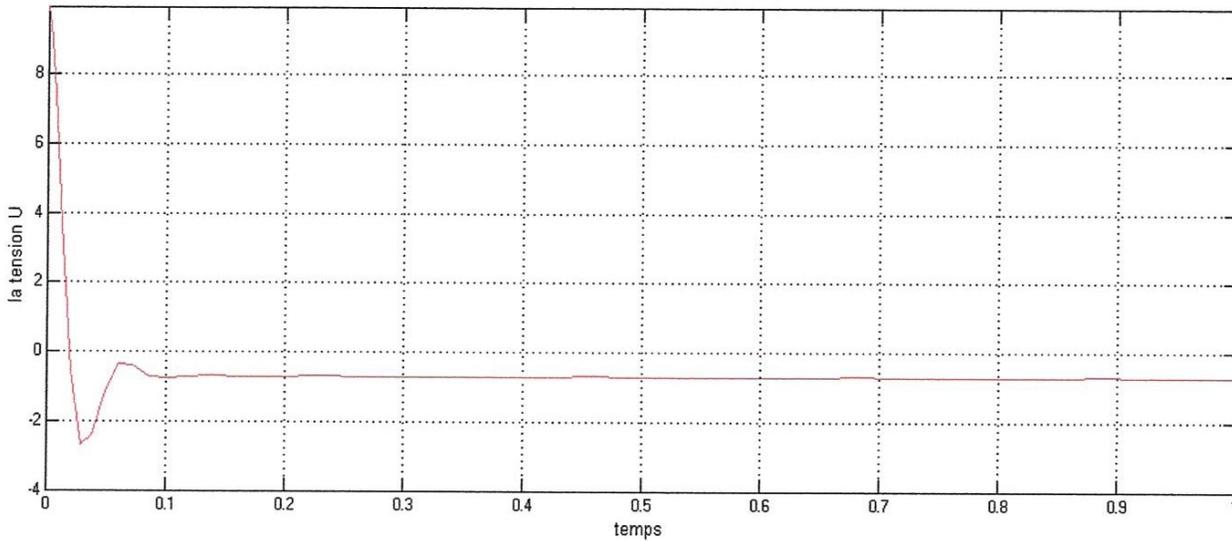


Figure 3.12. La commande  $U(t)$  en présence du couple de perturbation

Pour remédier aux problème de l'erreur statique on est obligé d'utiliser un correcteur proportionnel Intégral (PI).

### III.3.2. Correction proportionnelle-intégrale

Dans cette partie nous ferons l'hypothèse que le moteur est commandé par une tension  $U(t)$  telle que :

$$U(t) = K_p(K_{ef} - U_m) + \int_0^t (K_{ef} - U_m)dt \quad (3.13)$$

La commande  $U(t)$  est représentée dans la figure (3.14):

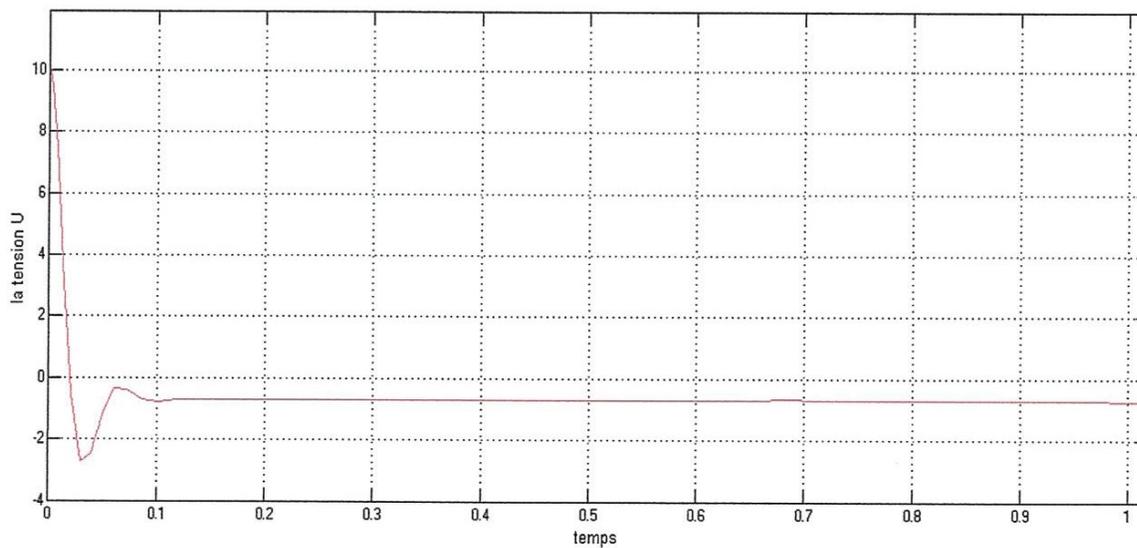


Figure 3.14: signal de commande  $U(t)$  résultant du correcteur PI

Pour un correcteur PI avec les paramètres suivants :  $K_p = 0.45$  et ;  $K_i = 1.5$  on obtient la courbe de l'erreur statique figure (3.15) et la reponse du système figure (3.16).

On voit clairement que l'erreur statique s'annule et sa démontre la règle théorique qui dit qu'un intégrateur pur annule complètement l'erreur statique.

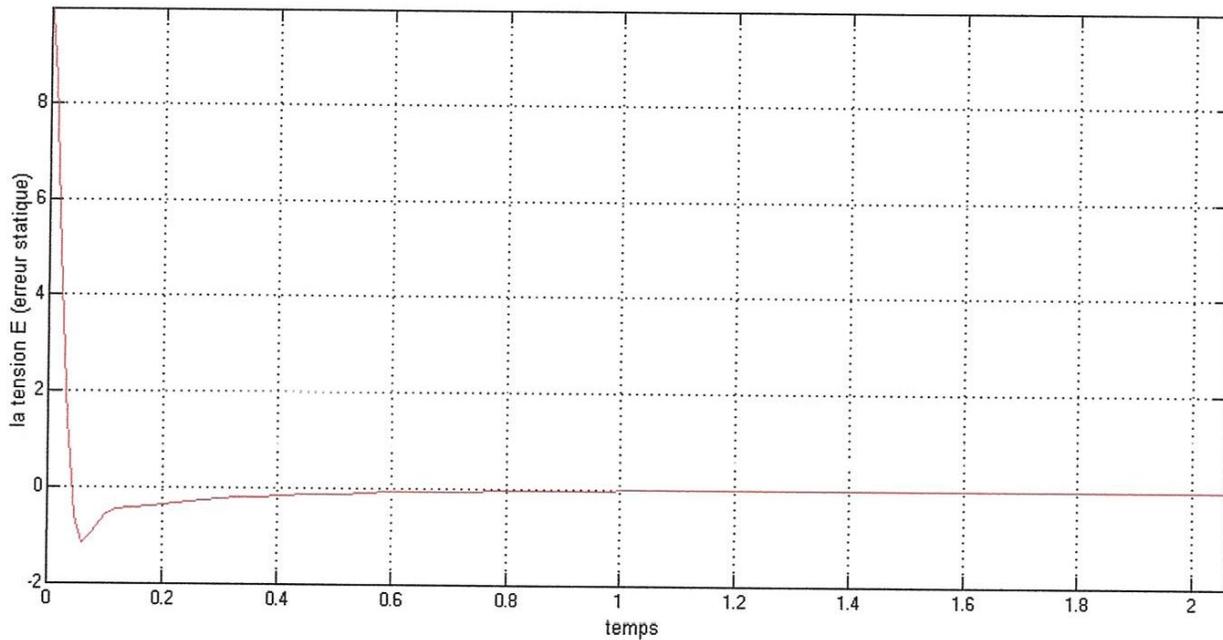
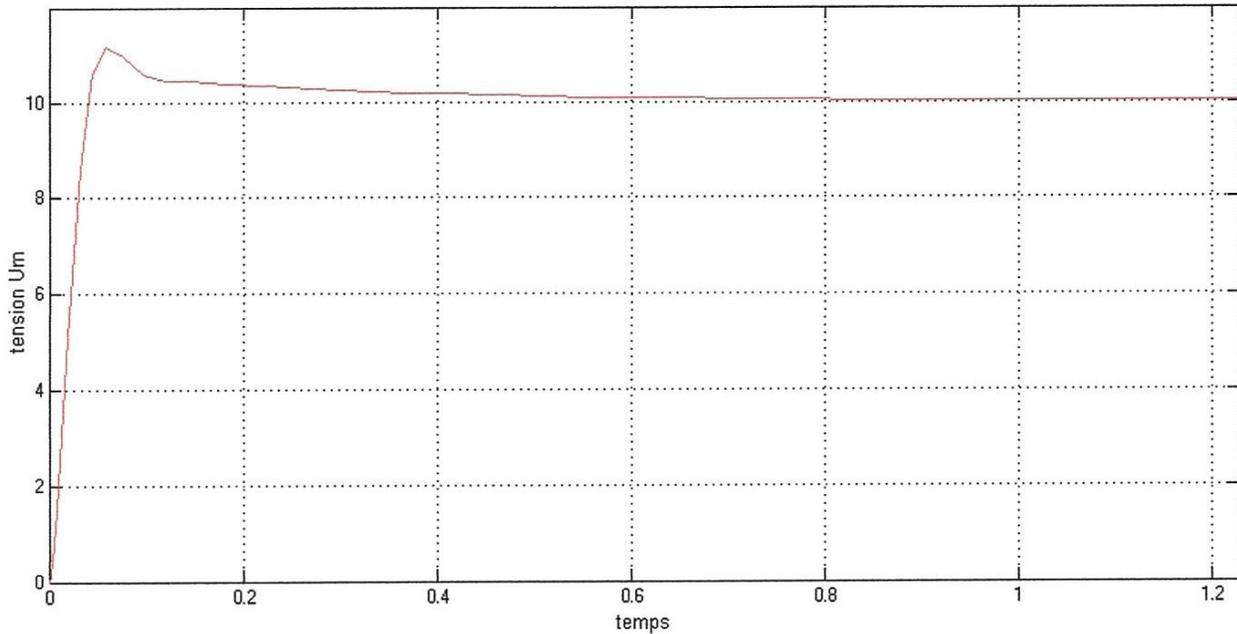


Figure 3.15: l'erreur statique



Erreur ! Il n'y a pas de texte répondant à ce style dans ce document. Figure 3.16. Réponse du système perturbé commandé par un PI de paramètres  $K_p = 0.45$  et  $K_i = 1.5$

Malheureusement le correcteur PI influe un peu sur la rapidité du système ce qui nous oblige de rechercher un autre correcteur qui fait un compromis entre l'annulation de l'erreur statique et la rapidité du système à savoir le correcteur PID.

### III.3.3. Correction proportionnelle-intégrale-Dérivateur

Pour un Correcteur PID de paramètres  $K_p = 0.45$ ,  $K_i = 3$  et  $K_d = 0.01$  on obtient la réponse et le signal de commande représentés dans les figures (3.17) et (3.18)

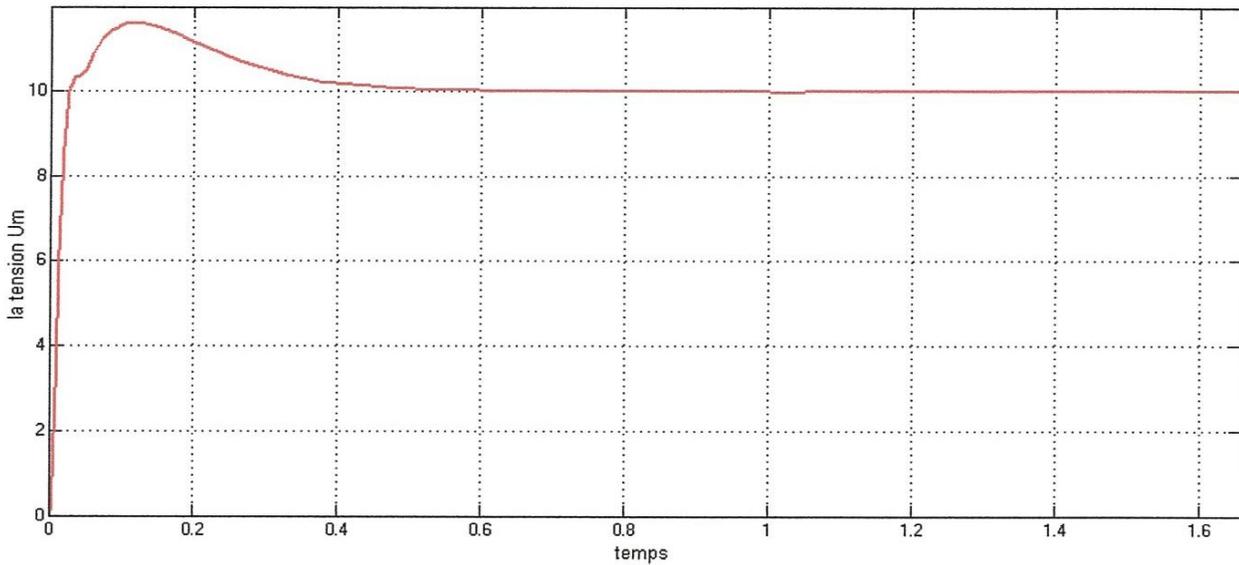


Figure 3.17. Réponse du système perturbé commandé par un PID de paramètres  $K_p = 0.45$ ,  $K_i = 3$  et  $K_d = 0.01$

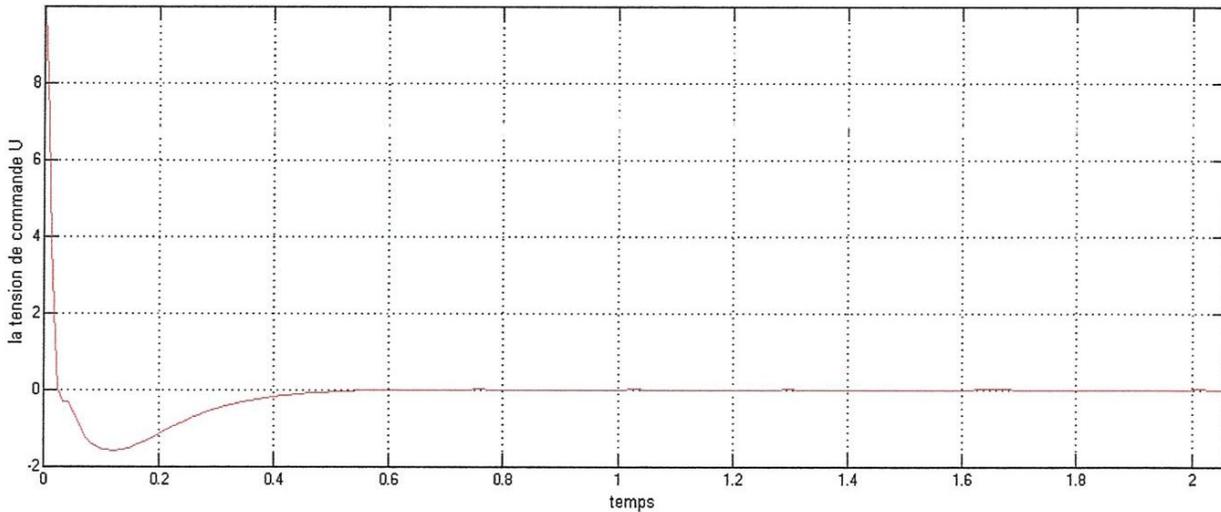


Figure 3.18: signal de commande  $U(t)$  résultant du correcteur PID

D'après la figure (3.17), on voit bien que le système est devenu plus stable avec toujours une erreur statique nulle et par l'ajout du paramètre  $K_d = 0.01$  du correcteur PID le système est devenu plus rapide comparativement au correcteur PI.

## Conclusion générale

Pour commander la tension d'alimentation du moteur de l'hélice et donc la vitesse de rotation de l'hélice, un correcteur proportionnel fait à complet l'objectif que se soit au niveau de la rapidité du système ou au niveau du dépassement, mais lorsqu'on tient en compte au couple de perturbation le correcteur proportionnel se met en défaut, et donc, on est obligé d'utiliser un correcteur Proportionnel-Intégral pour remédier surtout au problème de l'erreur statique mais ce dernier influe sur la rapidité du système.

Pour rendre le système plus stable avec une erreur statique nulle et remédier au problème de la rapidité on doit utiliser un correcteur PID.