

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique  
Université 8Mai 1945 – Guelma  
Faculté des sciences et de la Technologie  
Département d'Electronique et Télécommunications

993



**Mémoire de fin d'étude  
Pour l'obtention du diplôme de Master Académique**

Domaine : **Sciences et Technologie**  
Filière : **Télécommunications**  
Spécialité : **Systèmes de Télécommunications**

---

---

**Mise en forme des impulsions laser par les filtres biréfringents à gabarit prédéfinis**

---

---

Présenté par :

**Driouche Youcef**

Sous la direction de :

Pr. **HAMDI Rachid**

Juin 2018

18/3812

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

## *Remerciements*

*La réalisation de ce travail ne saurait être considérée comme le fruit d'un effort individuel. Tout au contraire, ce travail est la résultante d'un ensemble conjugué d'apports humains, financiers et intellectuels. Certes, nous ne pouvons pas citer ici toutes les personnes qui nous ont apporté leur soutien, mais nous tenons tout de même à remercier particulièrement*

*Avant tout à Dieu le tout puissant qui m'a donné le courage et la force pour réaliser ce modeste travail, et à qui j'adresse mes remerciements par sa grâce infinie pour moi.*

*Puis j'aimerais adresser ma plus sincère gratitude à mon directeur de recherche, monsieur Hamdi Rachid, Vice-Recteur chargé des relations extérieures à l'université de Guelma. Un homme de science et de qualité passionné qui a à cœur la formation et la réussite de ses disciplines .merci infiniment pour vos conseils, votre soutien et votre confiance qui m'ont beaucoup aidé.*

*Mention spéciale au Pr.Badr-Eddine Benkelfat pour son assistance, ses précieux conseils et sa disponibilité constante ainsi que le savoir qu'il nous a transmis.*

*A mes très chères parents, que j'adore et je souhaite toujours les avoir à mes cotés. Je vous remercie infiniment de vos sacrifices. Que DIEU les protège et les garde pour moi.*

*Ames très cher frères*

*A tous mes amis et collègues qu'ensemble on a vécu des moments difficiles et on a surmonté toutes les difficultés qu'on a subit durant notre cycle universitaire.*

## **Résumé :**

Le travail présenté dans ce mémoire a pour objectif d'appliquer les filtres biréfringents dans la mise en forme des impulsions laser « pulse shaping », pour cela il faut d'abord trouver la fonction de transfert du filtre, puis le synthétiser en appliquant la méthode de Amman, cette dernière est basée sur le formalisme de Jones, et les coefficients de Fourier de la fonction de transfert dédiée à la mise en forme, puis déduire les paramètres opto-géométriques. Une fois le filtre est paramétré on analyse le résultat pour aboutir à une mise en forme de l'impulsion qui l'a traversé.

**Mots-clés :** Mise en forme des impulsions, synthèse de filtre biréfringent, paramètres opto-géométriques

## **Abstract:**

The aim of this work is to apply the birefringent filters in the pulse shaping, in order to do this, we first have to find the transfer function of the filter and then synthesize it by applying the method of Amman, this method is based on the Jones formalism and the Fourier coefficients of the transfer function dedicated to the pulse shaping, and then deduce the opto-geometric parameters. Once the filter is set up, the result is analysed and the pulse that has passed through it is shaped.

**Keywords:** pulse shaping, birefringent filter synthesis, opto-geometric parameters

# *Sommaire*

|   |    |
|---|----|
| <b>Introduction générale</b>  | 1  |
| <b>Chapitre 1 : Mise en forme des impulsions laser</b>                | 3  |
| <b>1.1 Introduction</b>   | 3  |
| <b>1.2 Applications de la mise en forme des impulsions</b>            | 3  |
| <b>1.3 Laser femtoseconde</b>   | 4  |
| 1.3.1 Définition  | 4  |
| 1.3.2 Description d'une impulsion femtoseconde                        | 4  |
| 1.3.2 Production d'impulsions femtosecondes                           | 5  |
| <b>1.4 Technique d'amplification CPA pour les lasers femtoseconde</b> | 6  |
| <b>1.5 Modulateurs spatiaux de lumière</b>                            | 10 |
| 1.5.1 Modulateur acousto-optiques                                     | 10 |
| 1.5.1.1 Définition  | 10 |
| 1.5.1.2 Principe de fonctionnement                                    | 11 |
| 1.5.2 Miroirs déformables   | 12 |
| 1.5.2.1 Définition  | 12 |
| 1.5.2.2 Principe de fonctionnement                                    | 12 |
| 1.5.2.3 Application en traitement d'image                             | 13 |
| 1.5.3 Modulateur à cristaux liquides                                  | 14 |
| 1.5.3.1 Définition  | 14 |
| 1.5.3.2 Milieux cristal liquide                                       | 14 |
| 1.5.3.3 Phases des cristaux liquides                                  | 15 |
| 1.5.3.4 Lame à cristaux liquides                                      | 16 |
| 1.5.3.5 Principe de fonctionnement                                    | 16 |
| <b>1.6 La technologie des cristaux biréfringents</b>                  | 19 |
| <b>1.7 Conclusion</b>   | 20 |

|  |    |
|--|----|
| <b>Chapitre 2 : Filtres biréfringents</b>  | 21 |
| <b>2.1 Introduction</b>  | 21 |
| <b>2.2 Notion de polarisation de la lumière</b>  | 21 |
| 2.2.1 Définition   | 21 |
| 2.2.2 Etats de polarisation et représentation algébrique   | 22 |
| 2.2.3 Polariseur et Analyseur  | 25 |
| 2.2.4 Loi de Malus   | 26 |
| <b>2.3 Biréfringence</b>   | 27 |
| 2.3.1 Définition   | 27 |
| 2.3.2 La lame biréfringente  | 29 |
| 2.3.2.1 Lame demi-onde   | 31 |
| 2.3.2.2 Lame quart d'onde  | 32 |
| 2.3.3 Formalisme de Jones  | 34 |
| 2.3.3.1 Définition   | 34 |
| 2.3.3.2 Vecteur de Jones   | 34 |
| 2.3.3.3 Matrice de Jones   | 36 |
| 2.3.3.3 Matrice de Jones d'une lame biréfringente  | 37 |
| 2.3.4 Filtres interférentiels en polarisation  | 41 |
| 2.3.4.1 Filtre de Lyot   | 41 |
| 2.3.4.2 Filtre de Šolc   | 44 |
| <b>2.4 Conclusion</b>  | 47 |
| <b>Chapitre 3 : Synthèse de filtre biréfringent à gabarit prédéfini par la méthode de Harris</b> | 48 |
| <b>3.1 Introduction</b>  | 48 |
| 3.2.1 La réponse impulsionnelle d'une seule lame biréfringente                                   | 49 |
| 3.2.2 La réponse impulsionnelle de n lames biréfringentes  | 50 |
| <b>3.3 Spécification de la réponse désirée</b>   | 51 |
| <b>3.4 Synthèse du Filtre</b>  | 53 |
| 3.4.1 Notation   | 53 |
| 3.4.2 Détermination de la composante orthogonale bloquée D (w)                                   | 55 |

|  |    |
|--|----|
| 3.4.3 Détermination des Angles d'orientation des différents étages                               | 58 |
| <b>3.5 Conclusion</b>  | 62 |
| <b>Chapitre 4 : Synthèse de filtre biréfringent à gabarit prédéfini par la méthode de Ammann</b> | 63 |
| <b>4.1 Introduction</b>  | 63 |
| <b>4.2 Lame à cristaux liquides (LCC)</b>  | 64 |
| <b>4.3 Procédure de synthèse</b>   | 64 |
| 4.3.1 Généralité   | 64 |
| 4.3.2 Procédure  | 65 |
| 4.3.3 Détermination de la composante orthogonale bloquée D (w)                                   | 66 |
| 4.3.4 La Détermination des Paramètres $\alpha_p, b_p$ et $\mu$                                   | 68 |
| <b>4.4 Conclusion</b>  | 74 |
| <b>Chapitre 5 : Simulation</b>   | 75 |
| <b>5.1 Introduction</b>  | 75 |
| <b>5.2 Rappels sur le filtrage linéaire</b>  | 75 |
| <b>5.3 1<sup>er</sup> Réalisation (technique WDM)</b>  | 77 |
| <b>5.4 2<sup>ème</sup> Réalisation</b>   | 80 |
| <b>5.5 1<sup>er</sup> Simulation</b>   | 84 |
| <b>5.6 2<sup>ème</sup> Simulation</b>  | 90 |
| <b>5.7 Conclusion</b>  | 96 |

# Liste des figures

## Chapitre 1

|      |   |    |
|------|---|----|
| 1.1  | Schéma d'un système CPA                                       | 8  |
| 1.2  | Etireur et compresseur dans un système CPA                    | 10 |
| 1.3  | Modulation à 1 MHz du faisceau pompe par le MAO               | 11 |
| 1.4  | Dispositif miroir déformable                                  | 13 |
| 1.5  | Miroir déformable dans un system de traitement d'image        | 14 |
| 1.6  | Rôle d'un miroir déformable sur une image d'étoile floue      | 14 |
| 1.7  | Positionnement et orientation des molécules dans un smectique | 15 |
| 1.8  | Positionnement et orientation des molécules dans un nématique | 16 |
| 1.9  | Deux réseaux de cristaux liquides à 90 °                      | 17 |
| 1.10 | Cristal liquide nématique aligné parallèlement                | 17 |
| 1.11 | Mise en forme d'impulsion par Modulateur à cristaux liquides  | 18 |
| 1.12 | Vue en face d'un réseau cristaux liquides                     | 18 |
| 1.13 | Filtre biréfringent de N étages                               | 19 |

## Chapitre 2

|      |  |    |
|------|--|----|
| 2.1  | Onde lumineuse avec champ magnétique (dans le cas d'une polarisation rectiligne)       | 22 |
| 2.2  | Les états de polarisation d'une vibration lumineuse                                    | 25 |
| 2.3  | Action d'un polariseur vertical sur une lumière naturelle                              | 25 |
| 2.4  | Action d'un analyseur  | 26 |
| 2.5  | Intensité de sortie d'un analyseur   | 27 |
| 2.6  | Biréfringence visible a l'œil nue de la calcite  | 28 |
| 2.7  | Déphasage introduit dans un milieu anisotrope  | 28 |
| 2.8  | Retard temporel introduit par une lame biréfringente                                   | 30 |
| 2.9  | Action d'une lame demi-onde sur une vibration rectiligne                               | 32 |
| 2.10 | Action d'une lame quart d'onde sur une vibration rectiligne                            | 33 |
| 2.11 | Lame orientée suivant un angle $\theta = 45^\circ$ par rapport aux axes du laboratoire | 40 |
| 2.12 | Filtre de Lyot à N=3 étages  | 41 |
| 2.13 | Réponses de Lyot pour 2 ,3 et 4 lames  | 43 |
| 2.14 | Filtre de Šolc à N=4 étages  | 44 |
| 2.15 | Réponses de Solc alterné pour 2 ,3 et 4 étages   | 47 |

## Chapitre 3

|      |   |    |
|------|---|----|
| 3.1  | Configuration de base du filtre biréfringent (polariseurs rayés)                  | 48 |
| 3.2  | Réponse impulsionnelle d'une lame biréfringente                                   | 49 |
| 3.3  | Réponse impulsionnelle d'un système à deux lames                                  | 50 |
| 3.4  | Réponse impulsionnelle d'un système à n lames                                     | 50 |
| 3.5  | Cascade de lames biréfringentes de même différence de marche optique              | 51 |
| 3.6  | Réponse impulsionnelle et fonction de transfert, apériodiques et périodique       | 51 |
| 3.7  | Périodicité de la réponse du réseau pour plusieurs types de cristaux biréfringent | 52 |
| 3.8  | Pyramide des impulsions pour un réseau en deux étapes                             | 54 |
| 3.9  | Réseau optique de n étage avec les notations                                      | 55 |
| 3.10 | Axes de projection pour trouver l'angle relatif $\theta_p$                        | 58 |
| 3.11 | Axes de projection pour trouver l'angle relatif $\theta_1$                        | 59 |
| 3.12 | Axes de projection pour trouver l'angle relatif $\theta_i$                        | 60 |
| 3.13 | Orientation des axes propres des lames 2 et 3                                     | 61 |

## Chapitre 4

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 4.1 | Configuration de base du réseau biréfringent (3 étages)                 | 63 |
| 4.2 | Réseau n étage. Chaque étage contient un cristal biréfringent et un LCC | 66 |
| 4.3 | Changement de Base  | 69 |

## Chapitre 5

|      |  |    |
|------|--|----|
| 5.1  | Schéma bloc de filtrage linéaire                     | 76 |
| 5.2  | Schéma d'un system WDM                               | 77 |
| 5.3  | Gabarit d'une sortie de démultiplexeur               | 77 |
| 5.4  | Deux Gabarit Adjacent                                | 78 |
| 5.5  | Calibration au niveau d'émission                     | 78 |
| 5.6  | Spectre du signal injecté                            | 79 |
| 5.7  | Spectre d'un utilisateur                             | 79 |
| 5.8  | Spectre d'un utilisateur récupéré à la réception     | 80 |
| 5.9  | La manip de filtre de Lyot à 2 étages                | 80 |
| 5.10 | Réponse de filtre de Lyot Avec comparaison de MATLAB | 81 |
| 5.11 | Réponse de filtre de Lyot en échelle logarithmique   | 81 |
| 5.12 | La manip de filtre de Šolc à 2 étages (en éventail)  | 82 |
| 5.13 | Réponse de filtre Šolc                               | 83 |
| 5.14 | Réponse de filtre de Šolc en échelle logarithmique   | 83 |

|      |  |    |
|------|--|----|
| 5.15 | Approximation d'une fonction carrée à valeur ne moyenne nulle par la TF à 8 termes | 84 |
| 5.16 | Approximations d'une fonction triangulaire par la TF et Jones avec 8 termes        | 90 |
| 5.17 | Spectre de l'impulsion d'entrée $E_{in}(w)$  | 91 |
| 5.18 | Spectre de l'impulsion de sortie $E_{out}(w_0)$                                    | 91 |
| 5.19 | La fonction de transfert $G(w)$  | 92 |
| 5.20 | Approximation en série de Fourier de la fonction de transfert $G(w)$               | 93 |
| 5.21 | La fonction idéal et sa série de Fourier et la réponse du filtre                   | 94 |
| 5.22 | Spectre de l'impulsion de sortie $E_{out}(w)$                                      | 95 |
| 5.23 | $e_{out}(t)$ la transformé de Fourier inverse de $E_{out}(w)$                      | 96 |

# *Liste des Tableaux*

## **Chapitre 1**

- 1.1 Avantages et inconvénients des trois types de modulateurs spatiaux de lumière 18

## **Chapitre 2**

- 2.1 Indices de réfraction de quelques matériaux biréfringents 29
- 2.2 Changement de polarisation après traversée des lames  $\lambda/2$  et  $\lambda/4$  34
- 2.3 Vecteur de Jones pour différent cas de polarisation 36
- 2.4 Matrice de Jones pour différent dispositifs optiques 37

## **Chapitre 5**

- 5.1 Coefficients de Fourier et Paramètres optogéométriques du filtre à 12 étages 94

# *ACRONYMES et ABREVIATIONS*

|            |  |
|------------|--|
| CPA        | Chirped Pulse Amplification  |
| MAO        | Modulateur acousto-optique   |
| DM         | Deformable mirror  |
| WDM        | Wavelength Division Multiplexing   |
| A          | Analyseur optique  |
| BP         | Birefringent Plate   |
| Ci         | Coefficients de la fonction de transfert C(w)  |
| <i>e</i>   | épaisseur de la lame biréfringente   |
| F          | Fast axis  |
| $F_j^i$    | <i>La <math>j^{ieme}</math> impulsion de la <math>i^{ieme}</math> étage suivant l'axe rapide</i> |
| LLC        | Liquid Crystal Cell  |
| $n_e$      | Indice de réfraction suivant l'axe extraordinaire  |
| $n_o$      | Indice de réfraction suivant l'axe ordinaire   |
| P          | Polariseur optique   |
| S          | Slow axis  |
| $S_j^i$    | <i>La <math>j^{ieme}</math> impulsion de la <math>i^{ieme}</math> étage suivant l'axe Lent</i>   |
| SF         | <i>Sérier de Fourier</i>   |
| $t_f$      | <i>Le temps parcouru par l'impulsion suivant l'axe rapide</i>                                    |
| $t_s$      | <i>Le temps parcouru par l'impulsion suivant l'axe lent</i>                                      |
| $\delta n$ | La biréfringence de la lame  |

## *Introduction générale*

Les réseaux de télécommunications s'élargissent de plus en plus, ce qui engendre une augmentation remarquable des flux de données, les services de multimédias nécessite un débit énorme de transmission de ces données, ce qui à pousser les opérateurs de prendre les fibres optiques comme support de transmission, vue leur capacité supérieure comparé aux autres supports.

Les fibres optiques sont utilisées quand on transmet un débit binaire supérieur à quelques dizaines de Mbit/s sur des distances au-delà du kilomètre. Par conséquent, les liaisons terrestres et sous-marines grandes distances ainsi que les réseaux métropolitains sont entièrement en fibre optique.

Au début, les systèmes à fibres optiques étaient fondés sur les fibres multi modes et des lasers fonctionnant dans la fenêtre des longueurs d'onde des 800- 900 nm. En 1980, une nouvelle génération de fibres optiques et de lasers ont permis la mise en place de liaisons de transmission à 1,3  $\mu\text{m}$ . Un peu plus tard, une autre génération fonctionnant à 1.55 $\mu\text{m}$  est apparue avec des caractéristiques supérieures comparativement à ceux des systèmes à ondes courtes.

Les lasers émettant dans les gammes de longueurs d'onde 1.3  $\mu\text{m}$  et 1.55  $\mu\text{m}$  sont devenus des produits commercialisés et depuis, ils sont exclusivement utilisés dans les réseaux de longue et moyenne portée de transmission.

D'autre part, les systèmes à fibre optique sur tout ceux des longues distances, étés des systèmes hybrides, ce qui a poussé les chercheurs a trouvé des solutions pour aller vers des systèmes tout optiques. L'apparition des amplificateurs optiques et les filtres optiques ont été révolutionnaires dans le développement de ces réseaux de télécommunications optiques.

Le choix des filtres de longueur d'onde varie selon leurs fonctions spécifiques, ils peuvent être des développements pour des optiques intégrées planaires comme les grilles rangées de guide d'ondes, ou ils peuvent être étroitement liés à la structure d'une fibre optique elle-même telle que la fibre de Bragg ou la filtre de Fabry-Pérot.

Le présent travail de mémoire répartie sur plusieurs chapitres a pour objectif de faire la mise en forme des impulsions laser en utilisant un filtre biréfringent, ainsi que des méthodes de synthèse de ce dernier, en jouant sur les angles de rotation des lames biréfringentes.

Le 1<sup>er</sup> chapitre est dédié à la mise en forme d'une impulsion « pulse shaping », où nous allons expliquer ce qu'est une impulsion, et c'est quoi une mise en forme d'impulsion, puis nous allons évoquer quelque technique les plus utilisé du pulse shaping..

Le 2<sup>ème</sup> chapitre sera consacrer pour la structure des filtres biréfringents, dans lequel nous allons évoquer les phénomènes physiques qui sont à l'origine de la conception ainsi les différents composants constituant ce filtre avec leurs modèles mathématiques, et nous terminant le chapitre par les deux configurations de base, celle de Solc et de Lyot.

Le chapitre trois, présente les méthodes de synthèse d'un filtre biréfringent a gabarit prédéfini, qui nous permettras de faire la mise en forme des impulsions à fonction de transfert symétrique par la méthode de Harris.

Dans le quatrième chapitre, nous on reprend le même protocole du chapitre précédent seulement avec l'utilisation d'un nouveau filtre constitué de lames biréfringentes accompagnées de lames à cristaux liquides et contrôlé par l'orientation des angles des différents lames et qui traite les gabarit prédéfini de forme quelconque par la méthode de Amman

Dans le dernier chapitre nous allons faire deux réalisations au niveau de laboratoire de l'école d'ingénieur Télécom SudParis, Concernant la technologie WDM et les filtres de Lyot et Solc après nous allons nous intéresser aux deux simulations, une pour le procédé de synthèse par la méthode de Harris, et la deuxième pour l'application de mise en forme d'une impulsion gaussienne, afin d'obtenir une forme triangulaire. En utilisant la méthode de Amman.

# *Chapitre I*

## *Mise en forme des impulsions laser*

---

### *1.1 Introduction :*

La mise en forme temporelle des impulsions fait référence aux tentatives et techniques de contrôle de la forme d'onde des rayonnements électromagnétiques dans le domaine temporel. Même si la mise en forme des impulsions peut être réalisée directement en construisant les conditions du système laser impliquant le résonateur et le milieu de gain, ce choix est limité par la complexité du mécanisme laser [1,2], Par conséquent, il est plus pratique de sculpter la forme d'onde de la lumière pulsée après avoir été émise par un laser. La mise en forme temporelle des impulsions s'applique aux impulsions électromagnétiques à n'importe quelle fréquence. Toutefois, les implémentations pratiques diffèrent d'une plage de fréquence à une autre. Cela résulte de différentes échelles de temps et des problèmes rencontrés. Par exemple, les signaux à fréquence radio pulsée (RF) ont une durée d'impulsion de l'ordre de la microseconde. A cette échelle de temps, la mise en forme des impulsions est réalisable en utilisant des circuits électroniques CMOS, Cependant, dans le domaine optique, une durée d'impulsion pourrait être facilement quelques centaines de femtoseconde, La vitesse des circuits CMOS ne peut pas rattraper efficacement avec cette échelle de temps, Par conséquent, si l'échelle de temps ultrarapide présente un intérêt, la mise en forme d'impulsion temporelle utilise généralement des méthodes optiques.

### *1.2 Applications de la mise en forme des impulsions :*

Les applications qui impliquent la forme de la lumière pulsée pourraient bénéficier de la mise en forme d'impulsions, Par exemple, une commutation non linéaire, telle qu'utilisée dans le démultiplexage optique dans le domaine temporel, pourrait fonctionner avec de meilleurs taux

d'erreur si les impulsions de commande ou les impulsions de signal prennent des formes supérieures [3,4], Des impulsions ultracourtes façonnées sont également utilisées pour contrôler optiquement les transitions d'états de molécules dans un contrôle quantique cohérent où l'amplitude, la phase et la bande passante de la lumière utilisée sont cruciales. Une excellente revue sur la mise en forme des impulsions pour un contrôle cohérent peut être trouvée dans [5,6], Une autre application intéressante est la spectroscopie et l'imagerie en particulier celles impliquant des processus optiques non linéaires tels que la spectroscopie multidimensionnelle [7] et l'imagerie multiphotonique [8].

### 1.3 Laser femtoseconde :

#### 1.3.1 définition :

Un laser femtoseconde est un type de laser particulier qui produit des impulsions ultra-courtes dont la durée est de l'ordre de quelques femtosecondes à quelques centaines de femtosecondes ( $1 \text{ fs} = 10^{-15} \text{ seconde}$ ) soit de l'ordre de grandeur de la période d'une onde électromagnétique du visible. Ce type de laser est largement étudié et utilisé en recherche, dans l'industrie et dans le domaine des applications biomédicales.

#### 1.3.2 Description d'une impulsion femtoseconde :

Une impulsion femtoseconde ou ultra-brève est une oscillation sinusoïdale propagative du champ électromagnétique de fréquence éventuellement variable dans le temps, modulée en amplitude par une enveloppe dont la durée caractéristique est petite devant 1 picoseconde

En matière de densité spectrale, le spectre d'une telle impulsion est composé de très nombreuses composantes continues qui s'additionnent de façon cohérente (i.e. avec un rapport de phase fixe prédéterminé) afin de réaliser l'impulsion courte. Plus le support du spectre est large, plus les impulsions générées pourront être potentiellement courtes. Cependant, cette condition nécessaire, liée aux propriétés de la transformée de Fourier, n'est pas suffisante et le rapport des phases relatif entre chaque composante du spectre joue un rôle primordial. Si les phases de toutes les composantes spectrales sont identiques, l'impulsion à la durée minimale permise par son spectre et on dit qu'elle est limitée par transformée de Fourier

Quand l'enveloppe de l'impulsion possède une largeur de l'ordre de l'inverse de la fréquence de la porteuse, on parle d'impulsion à faible nombre de cycles. La largeur de l'impulsion reste

néanmoins forcément supérieure ou de l'ordre de la période optique, ce qui est une conséquence des équations de Maxwell qui régissent les rayonnements électro-magnétiques. La réalisation d'impulsions sub-femtosecondes ou impulsions attosecondes n'est donc réalisable qu'à des longueurs d'onde ultraviolettes

### **I.3.3 Production d'impulsions femtosecondes :**

La production d'impulsion femtoseconde par une cavité laser se fait par la technique du blocage de mode (mode-locking). Le blocage de mode peut être actif (réalisé à l'aide d'un cristal électro-optique ou acousto-optique intra-cavité) ou passif. En pratique, la grande majorité des lasers femtosecondes (en 2016) utilisent la méthode du blocage de modes passif, qui permet d'obtenir des impulsions plus courtes. Schématiquement, celle-ci consiste à favoriser dans le laser les fonctionnements à forte puissance crête. On utilise pour cela un processus non-linéaire au sein de la cavité laser qui modifie différemment le faisceau laser intra-cavité selon que la puissance est élevée ou faible. Si le laser fonctionne préférentiellement dans les conditions où l'élément non linéaire fonctionne à forte puissance crête incidente, les différents modes du laser se verrouillent en phase et on obtient un fonctionnement impulsionnel (régime dit « en mode bloqué » ou mode-locked laser en anglais).

Pour qu'un tel régime de fonctionnement soit atteint, il est essentiel qu'une impulsion femtoseconde une fois créée puisse se propager à l'identique après un tour complet de la cavité laser. À cette fin, le laseriste doit équilibrer la dispersion entre les différents constituants de la cavité laser de sorte que la dispersion totale sur un tour complet de la cavité soit quasi nulle.

Dans le domaine optique, les matériaux transparents ordinaires présentent presque tous une dispersion dite positive ou normale. Il convient donc d'ajouter des éléments réalisant une dispersion négative afin de contrebalancer ces effets. Historiquement, on a utilisé des paires de prismes ou des paires de réseaux qui réalisent de facto une dispersion négative en ajoutant des retards géométriques de certaines longueurs d'onde par rapport aux autres. Un autre dispositif permettant d'obtenir de très fortes dispersions négatives est l'interféromètre (ou étalon) de Gires-Tournois [9]. Les miroirs chirpés, utilisant des multicouches diélectriques habilement calculées permettent aujourd'hui d'obtenir des dispersions négatives de façon extrêmement compacte. Les fibres optiques à base de silice possèdent une dispersion nulle au

voisinage de  $1,5 \mu\text{m}$ , ce qui correspond au domaine de gain du milieu silice dopé Erbium. Les lasers impulsions à fibre dopés Erbium bénéficient de cette propriété. De manière générale, en optique guidée, il est possible de modifier les propriétés de dispersions par différentes techniques, en particulier celle des matériaux à cristaux photoniques. Plusieurs technologies de lasers femtosecondes utilisent ces possibilités.

L'élément non-linéaire permettant le blocage des modes réalise l'équivalent d'un absorbant saturable, qui possède des pertes à faible puissance crête mais en présente proportionnellement beaucoup moins à forte puissance optique. Cet absorbant saturable peut être réel et absorber le rayonnement plus ou moins en fonction de la puissance optique (miroir *SESAM* par exemple), ou bien effectif, en utilisant, par exemple, l'effet Kerr de polarisation ou l'effet de lentille à effet Kerr. La seconde méthode permet, en général, l'obtention d'impulsions plus courtes, alors que la première est, en principe, considérée comme plus facile à mettre en œuvre.

Le démarrage du régime à mode bloqué se fait, le plus souvent, simplement sur le bruit stochastique du laser (un début d'impulsion qui commence spontanément dans la cavité est suffisamment favorisé pour s'amplifier et établir rapidement un régime pulsé auto-stable). Les lasers utilisant le mode-locking actif ou un absorbant saturable réel sont, normalement à démarrage automatique. Les lasers utilisant un absorbant saturable effectif (très rapide) en général ne le sont pas et nécessitent un système de démarrage qui crée une perturbation induisant un pic de bruit pour démarrer. Diverses techniques permettant de favoriser le démarrage du régime impulsions pour ce type de laser sont utilisées. Une modulation d'amplitude de la pompe à la cadence de répétition du laser a, par exemple, été démontrée avec succès [10]. L'ajout d'un absorbant saturable réel lent en plus de l'absorbant saturable effectif est également communément employé [11].

#### **1.4 Technique d'amplification CPA pour les lasers femtoseconde :**

Depuis l'invention des lasers et plus encore depuis l'apparition de systèmes produisant des impulsions ultra-courtes, de nombreuses applications scientifiques ont nécessité une augmentation de l'intensité des impulsions pour réaliser des expériences d'interaction laser-matière, telles que la production de rayons X, de faisceaux d'électrons ou encore de protons.

Le système le plus simple permettant de produire des impulsions laser ultra-courtes s'appelle un "oscillateur". Il est constitué d'un milieu à gain possédant une bande d'émission spectrale large qui va augmenter la puissance de l'onde au cours de sa propagation, d'une cavité pour créer une oscillation laser résonnante, d'un système de pompage fournissant l'énergie nécessaire à l'amplification de l'onde électromagnétique et enfin, d'un coupleur de sortie. Ce dernier est généralement un miroir semi-réfléchissant permettant l'extraction hors de la cavité des impulsions laser amplifiées. Les oscillateurs ultra-courts produisent un train d'impulsions à une cadence de l'ordre de la centaine de mégahertz. Les impulsions ont une durée femto seconde et une faible énergie, typiquement quelques nano Joules ( $10^{-9}j$ ) dans le cas d'un milieu amplificateur comme le saphir dopé au titane. Les caractéristiques de ce cristal sont données dans l'article de Moulton [12] publié en 1986.

La première idée qui vient à l'esprit pour augmenter l'énergie des impulsions produites par un oscillateur est d'amplifier directement ces impulsions dans un milieu à fort gain.

Malheureusement, en augmentant l'énergie, l'intensité crête des impulsions augmente également et des effets non linéaires néfastes apparaissent.

En effet, lorsque l'intensité crête augmente, la partie non linéaire de l'indice de réfraction des milieux traversés n'est plus négligeable, ce qui entraîne une variation de l'indice avec le profil d'intensité du faisceau. L'indice de réfraction effectif s'écrit alors :

$$n = n_0 + n_2 \cdot I \quad (3.1)$$

Où  $n_0$  est l'indice de réfraction linéaire,  $n_2 \cdot I$  est l'indice de réfraction non linéaire et  $I$  est l'intensité en  $W \cdot cm^{-2}$ .

Ainsi, pour un faisceau de forme gaussienne, la partie centrale de l'impulsion qui est la plus intense voit un indice de réfraction plus important que la partie extérieure. Il se forme alors une lentille de focale variable avec l'intensité qui induit une auto-focalisation : le matériau amplificateur se comporte comme une lentille convergente, dite "lentille de Kerr", pour le faisceau qui le traverse. Ce dernier est focalisé sur le matériau avec une intensité élevée qui peut l'endommager. De plus, il se produit une distorsion du front d'onde au cours de la

propagation. Les inhomogénéités dans le profil spatial du faisceau peuvent alors créer une filamentation pouvant détruire le matériau [13].

Afin d'éviter l'apparition de ces effets non linéaires néfastes lors de l'amplification, la valeur de l'intensité crête doit rester limitée. L'intensité crête d'une impulsion laser peut s'exprimer comme suit :

$$I_c = \frac{E}{S \cdot \Delta t} \quad (3.2)$$

Où  $E$  est l'énergie de l'impulsion,  $S$  la surface du faisceau à amplifier et  $\Delta t$  sa durée.

Cette intensité, comme le montre l'équation précédente, peut être diminuée en agissant sur l'énergie, la surface du faisceau ou encore sa durée. La technique CPA que nous allons décrire agit sur la durée de l'impulsion.

C.P.A. est l'acronyme anglais de "Chirped Pulse Amplification", ce qui signifie "amplification d'impulsions à dérive de fréquence". Les différentes étapes de cette technique sont schématisées dans les figures (1.1) et (1.2). La première démonstration de la technique CPA a été faite en 1985 par D.Srickland et G.Mourou [14]. Dès lors, son application aux lasers ultra-courts a révolutionné la science des champs ultra intenses en permettant d'atteindre des puissances crêtes très importantes, impossibles à atteindre auparavant sans dommage optique.

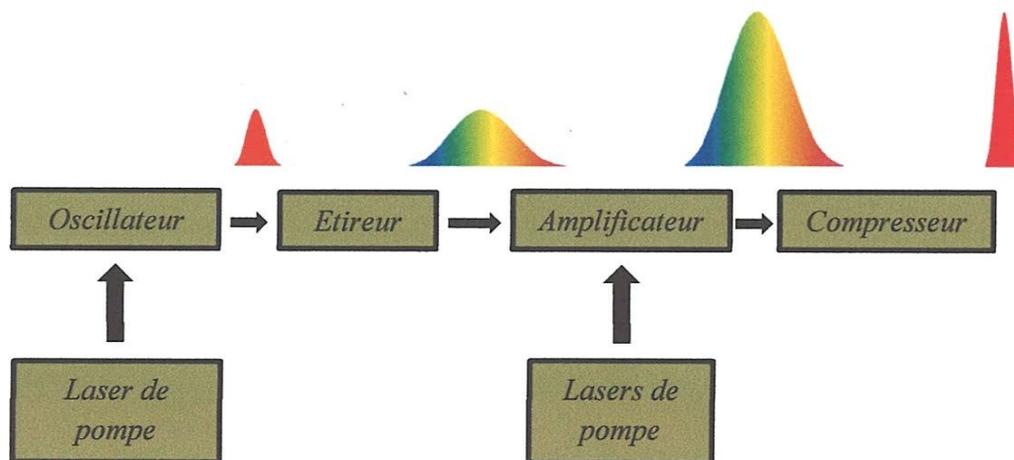


Fig.I.1 Schéma d'un système CPA

La première étape de la technique CPA consiste à étirer dans le temps d'un facteur  $10^3$  à  $10^5$  les impulsions ultra-courtes produites par un oscillateur à l'aide d'un dispositif optique appelé "étireur", qui leur applique un terme de dispersion du deuxième ordre.

On dit aussi que l'on "chirp" les impulsions. Il s'agit en fait d'un étalement spatial des différentes longueurs d'onde contenues dans le spectre des impulsions à l'aide d'un élément dispersif. Les longueurs d'onde courtes n'effectuent pas le même chemin optique que les longueurs d'onde élevées. Il existe alors un retard de propagation des différentes composantes du spectre, ce qui aboutit à un étalement temporel de celles-ci en sortie de l'étireur. L'intensité de l'impulsion est ainsi diminuée d'un facteur égal au facteur d'étirement.

Les impulsions sont ensuite amplifiées en utilisant les mêmes techniques que pour un laser standard sans créer de dommages optiques car l'intensité crête reste faible. Enfin, après amplification, les impulsions sont re-comprimées temporellement dans un "compresseur" jusqu'à une durée proche de la durée initiale par l'application d'un terme de dispersion du deuxième ordre négatif compensant celui de l'étireur. Il est important de bien accorder les caractéristiques de l'étireur et du compresseur pour retrouver une durée aussi proche que possible de la durée initiale des impulsions, tout en tenant compte des éventuelles limites de l'amplification, tel que le rétrécissement du spectre par le gain (voir la partie consacrée aux limites de la technique CPA).

La plupart des systèmes d'étirement/compression font intervenir soit des éléments à dispersion angulaire tels que des réseaux de diffraction [15] ou des prismes, soit des éléments à dispersion linéaire comme les fibres optiques. Dans les prochains paragraphes, un étireur à réseau unique ainsi que deux systèmes de compression, l'un utilisant des prismes et l'autre des réseaux [16].[17]

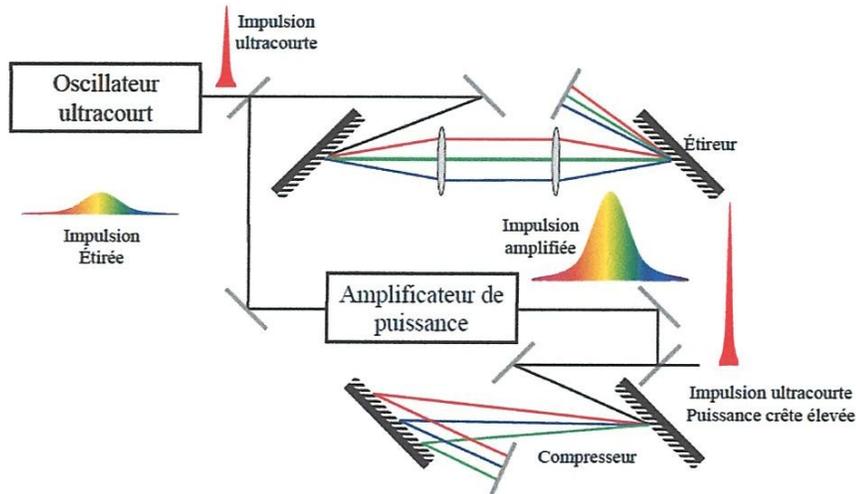


Fig.I.2 Etireur et compresseur dans un système CPA [18]

Nous venons donc de voir les deux opérations de base de mise en forme temporelle d'impulsions que sont la compression et l'étirement temporel. En ajustant la distance et l'angle entre les deux réseaux en fonction des longueurs d'ondes présentes dans le spectre, il est possible d'étirer ou de comprimer une impulsion d'un facteur 1000. Cependant des profils plus complexes qu'une simple impulsion gaussienne sont parfois utiles pour certaines applications.

### I.5 modulateurs spatiaux de lumière :

Un modulateur spatial de lumière (Spatial light modulator) est un dispositif spécial qui peut manipuler la lumière en modulant l'amplitude, la phase ou la polarisation des ondes lumineuses dans les deux dimensions de l'espace et du temps. Cela signifie que la lumière est manipulée afin d'obtenir une sortie désirée, et SLM est couramment utilisé dans les rétroprojecteurs tels que ceux utilisés dans les écoles et les salles de conférence de bureau.

Nous pouvons citer 3 types de modulateurs spatiaux de lumière :

- Modulateur à cristaux liquides
- Modulateurs acousto-optiques
- Miroirs déformables

#### I.5.1 Modulateur acousto-optiques :

##### I.5.1.1 définition:

Les modulateurs acousto-optiques (MAO ou AOM en anglais) sont des systèmes qui permettent de modifier l'intensité d'ondes lumineuses via des ondes sonores. Ces MAO sont notamment utilisés dans des lasers pour la commutation-Q (technique de lasers pulsés), pour moduler des signaux de télécommunication ou pour le contrôle de fréquence en spectroscopie. Les modulateurs acousto-optiques offrent à la fois la modulation de phase et d'amplitude.

### I.5.1.2 Principe de fonctionnement :

La propagation de l'onde acoustique dans le milieu se traduit par des variations de pression dans le milieu et donc par des variations d'indice optique du milieu, Un oscillateur piézo-électrique [19] est relié à un matériau, par exemple du verre. Un signal électrique oscillant force la cellule piézo-électrique à vibrer, ce qui crée des ondes sonores dans le verre. La lumière entrante est dispersé en dehors de la modulation périodique de l'indice résultante, et une interférence a lieu, similaire à celle créée lors d'une diffraction de Bragg. L'interaction peut être pensée comme le mélange de quatre ondes entre phonons et photons [20].

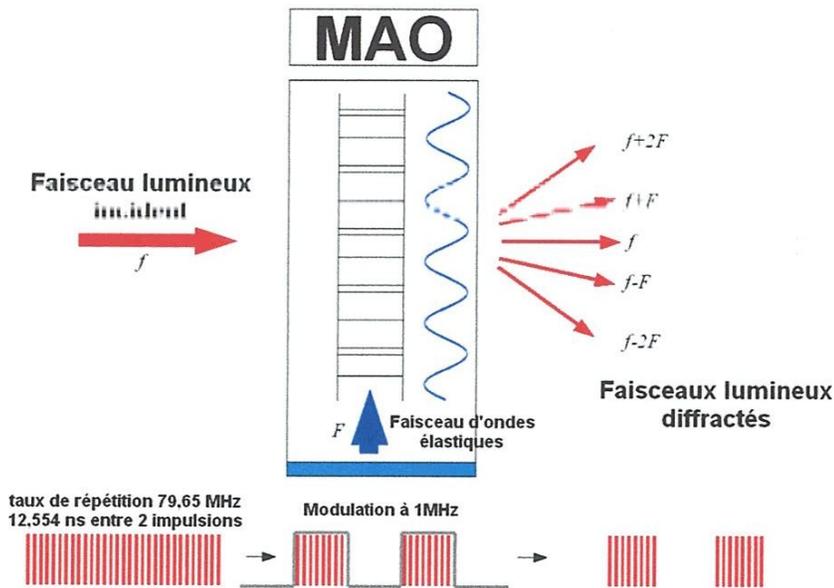


Fig.1.3 Modulation à 1 MHz du faisceau pompe par le MAO [20]

La fig.(1.3) présente un transducteur piézoélectrique émet une onde acoustique de fréquence 110 MHz, modulée à 1MHz. Lorsque l'onde est présente dans le matériau, elle modifie périodiquement la densité locale et crée un réseau d'indice optique qui va diffracter le faisceau incident selon le principe de la diffraction de Bragg. L'angle  $\theta$  correspondant à la

direction d'un faisceau diffracté en fonction de celle du faisceau incident est défini par la relation :

$$\sin(\theta) = n \frac{\lambda}{2\Lambda} \quad (3.3)$$

Avec  $n$  l'ordre de diffraction,  $\Lambda$  la longueur d'onde du faisceau pompe incident et  $\lambda$  la longueur d'onde de l'onde acoustique dans le matériau.

### **I.5.2 Miroirs déformables :**

#### **I.5.2.1 définition :**

Un miroir déformable (DM) est un composant qui réfléchit la lumière en introduisant des retards (ou des avances) optiques spatialement contrôlables sur les surfaces d'onde. Les applications sont nombreuses, allant de la microscopie à l'astronomie en passant par l'ophtalmologie ou la mise en forme d'impulsions lasers, Ceci module la phase mais pas l'amplitude.

#### **I.5.2.2 Principe de fonctionnement :**

Les composantes spectrales du faisceau d'entrée sont angulairement dispersées par le premier réseau de direction suivant la loi des réseaux en réflexion. Un rayon qui arrive sur le réseau avec un angle  $\theta_i$  est réfléchi dans une direction  $\theta_d$  qui dépend de la longueur d'onde :

$$\sin \theta_d + \sin \theta_i = -m \frac{\lambda}{\Lambda} \quad (3.4)$$

Où  $\theta_i$  et  $\theta_d$  sont respectivement les angles d'incidence et d'émergence,  $\lambda$  est la longueur d'onde,  $\Lambda$  est le pas du réseau et  $m$  est l'ordre de diffraction

Le faisceau incident par le miroir sphérique arrive sur le miroir déformable, Les rayons sont alors réinjectés dans le système avec un déphasage qui nous permette d'avoir la forme des impulsions comme on le souhaite.

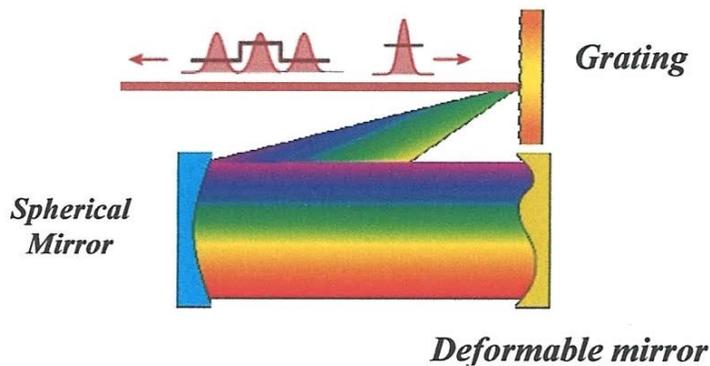


Fig.I.4 Dispositif miroir déformable

### I.5.2.3 Application en traitement d'image :

Quand on observe une étoile dans un télescope, la lumière émise par l'étoile traverse la couche de l'atmosphère terrestre et est perturbée par les variations locales de densité et de température de l'air. Il s'ensuit que l'image obtenue est floue, Pour obtenir une image de bonne résolution, une solution serait de placer le télescope sur orbite autour de la Terre afin d'éviter l'atmosphère, comme l'ont fait les programmes américains de télescope spatial Hubble et Chandra, mais cette solution est très coûteuse. Une autre solution, moins onéreuse, consiste à corriger à terre, par l'optique adaptative, l'image reçue : les perturbations que la lumière a subies dans l'atmosphère peuvent être compensées en réfléchissant la lumière sur un miroir déformable [21].

Le principe est comme suite : l'onde lumineuse arrive sur le miroir déformable et est envoyée vers l'analyseur. Ce dernier analyse les perturbations que l'onde a subies en traversant l'atmosphère. Les données sont traitées par le système de contrôle qui commande ensuite la déformation du miroir afin de minimiser les effets des perturbations atmosphériques.

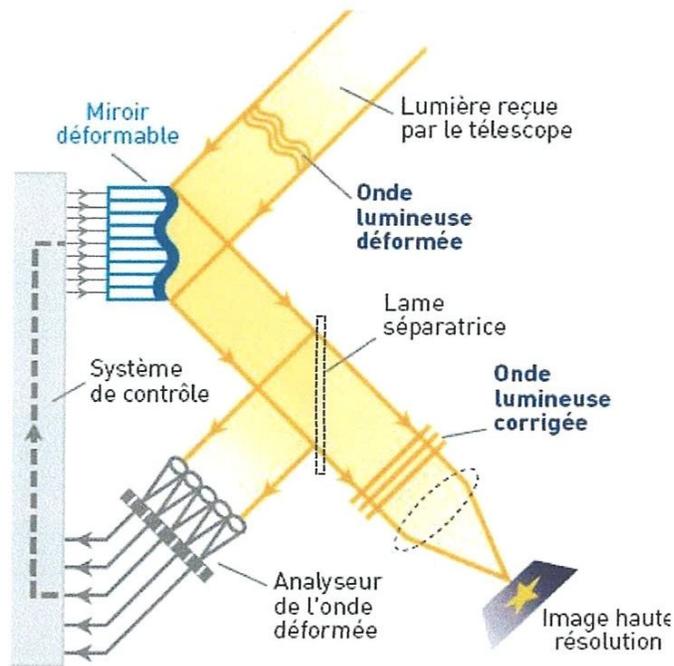


Fig.I.5 Miroir déformable dans un système de traitement d'image [22]

La fig.(1.6) nous montre l'image d'une étoile double à gauche, prise avec un télescope sans correction et à droite, avec un télescope pourvu d'un système d'optique adaptative

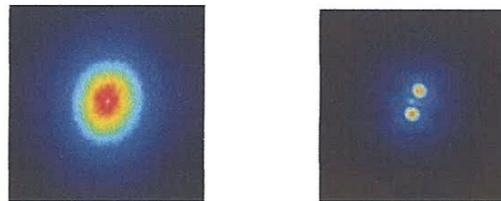


Fig.I.6 Rôle d'un miroir déformable sur une image d'étoile floue [22]

### **I.5.3 Modulateur à cristaux liquides :**

#### **I.5.3.1 définition:**

L'un des mécanismes de modulation les plus couramment utilisés aujourd'hui est le modulateur de lumière spatial électro-optique contenant des cristaux liquides en tant que matériau de modulation. Les propriétés optiques des cristaux liquides sont modifiées au moyen d'un champ électrique. Ils produisent un retard de phase (ou biréfringence) qui dépend d'une tension appliquée. Ils peuvent produire des masques de phase et d'amplitude.

#### **I.5.3.2 milieu cristal liquide :**

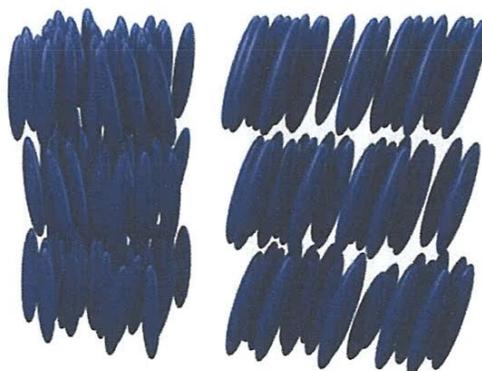
Un cristal liquide est un milieu à l'état liquide formé de molécules allongées qui peuvent s'orienter sous l'effet d'un champ électrique  $E$ . La permittivité électrique  $\epsilon$  est différente

selon que le champ est parallèle à l'axe des molécules ( $\epsilon_{//}$ ) ou perpendiculaire à ce dernier ( $\epsilon_{\perp}$ ). En général  $\epsilon_{//}$  est plus grande que  $\epsilon_{\perp}$  et les molécules ont tendance à s'aligner dans la direction du champ appliqué afin de minimiser l'énergie interne électrique. Nous allons citer d'abord les principales phases des cristaux liquides [23].

### 1.5.3 Phases des cristaux liquides :

En fonction du degré d'ordre dans lequel se trouvent les molécules, le cristal liquide peut être dans plusieurs états ou phases. Nous allons nous intéresser aux deux principales.

- **Phase smectique**: correspond à des molécules organisées en couches. Elles possèdent donc, en plus d'un ordre d'orientation, un ordre de position, de par ce fait la phase smectique est plus organisée que la phase nématique et donc davantage proche de l'état solide cristallin. Dans ces couches, les molécules peuvent se déplacer comme dans un liquide, mais le saut d'une molécule d'une couche à une autre demande une énergie beaucoup plus élevée. Au sein de la couche, les molécules tendent à garder une orientation commune. L'ordre d'orientation entre deux couches successives n'est pas systématique, différents types de phases smectiques existent. Les molécules peuvent ainsi être perpendiculaires aux couches (smectique A) ou inclinées par rapport au plan des couches (smectique C), posséder ou non des ordres de liaison ou de position à l'intérieur des couches



*Fig.1.7 Positionnement et orientation des molécules dans un smectique. À gauche, un smectique A et à droite un smectique C [24]*

- **Phase nématique**: est la mésophase la plus proche du liquide isotrope. Les molécules possèdent uniquement un ordre d'orientation. La transition de phase liquide isotrope-nématique est caractérisée par ce paramètre d'ordre : l'orientation moyenne des

molécules. Il ne faut pas imaginer les molécules figées comme dans un cristal, elles diffusent comme dans un liquide mais conservent globalement une direction unique



*Fig.1.8 Positionnement et orientation des molécules dans un nématique [24]*

#### **I.5.3.4 *Lame à cristaux liquides (LCC) :***

Les LCCs se comportent essentiellement comme de très petites lames biréfringentes. L'une des caractéristiques majeures des cristaux liquides tout comme les substances cristallines est la biréfringence. La biréfringence est la propriété optique induite par un matériau où la lumière se propage de manière anisotrope. C'est-à-dire que l'indice de réfraction du milieu, et donc la vitesse de propagation de la lumière changent selon la direction de polarisation du rayon le traversant. Cette propriété est caractéristique des matériaux anisotropes et donc des cristaux, mais aussi des cristaux liquides malgré leur aspect fluide, alors on peut dire que les LCC contiennent deux axes, axes rapide et lent

#### **I.5.3.5 *Principe de fonctionnement :***

Les modulateurs à cristaux liquides (LCM) sont constitués de l'un de l'autre. Le premier réseau fait pivoter la polarisation de la lumière dans une direction et la seconde dans la direction opposée. La rotation de la même quantité (dans des directions opposées) donne une modulation de phase seulement. En tournant l'un plus que l'autre, on obtient une modulation d'amplitude et de phase de la lumière.

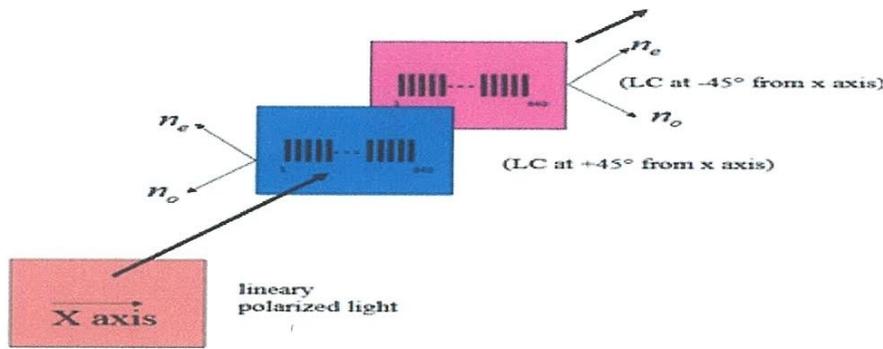


Fig.I.9 Deux réseaux de cristaux liquides à 90 °

Si la lumière entre dans une molécule de cristal liquide avec son axe de polarisation parallèle à l'axe lent de la molécule, ce rayon extraordinaire sera ralenti; les rayons se déplacent plus rapidement lorsque l'axe de polarisation est perpendiculaire à l'axe lent. Par conséquent, la modulation de phase se produit lorsque la molécule de cristal liquide est inclinée par rapport à l'axe de polarisation de la lumière entrante parallèle à l'axe lent perpendiculaire à l'axe lent.

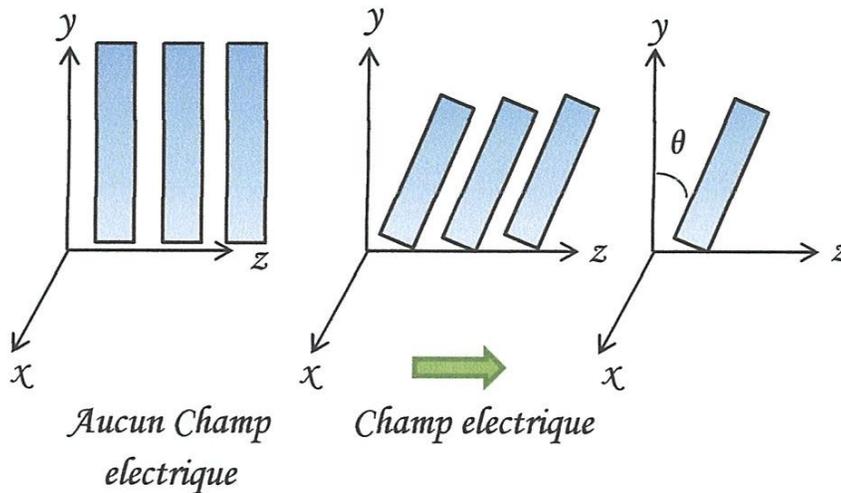


Fig.I.10 Cristal liquide nématique aligné parallèlement

Ceci peut être vu dans le cristal liquide nématique aligné en parallèle, où les molécules commencent dans une position verticale, puis basculent vers la direction du champ électrique d'un angle  $\theta$  dans le plan longitudinal (y-z). Plus le champ électrique est fort, plus l'angle d'inclinaison augmente dans la direction de l'axe de propagation, et plus la phase est modulée.

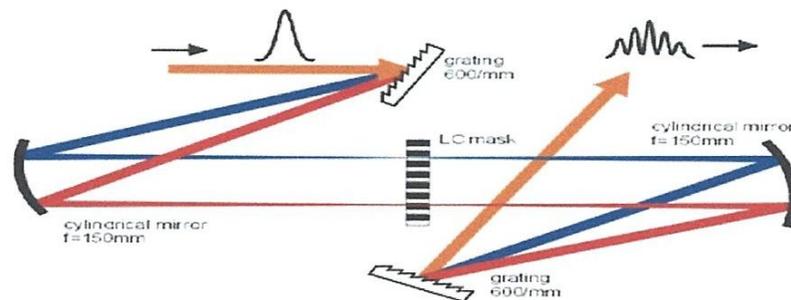


Fig.I.11 Mise en forme d'impulsion par Modulateur à cristaux liquides

L'inconvénient majeur de cette technique est Les pixels qui limitent la résolution de la modulation. La largeur finie couvre une gamme de longueurs d'onde, réduisant la fidélité de la mise en forme. Les espaces morts (espaces entre les électrodes) ajoutent des artefacts au train d'impulsions

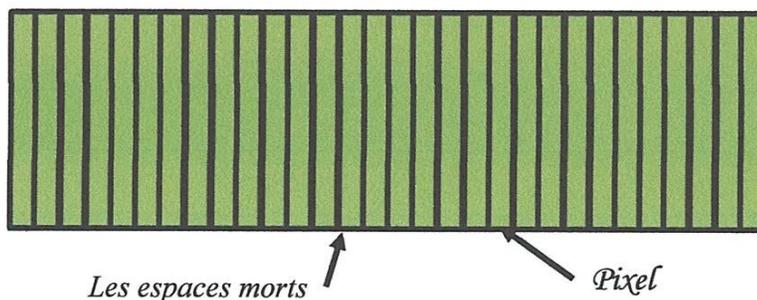


Fig.I.12 Vue en face d'un réseau cristaux liquides

• **Comparaison :**

|                      | <i>Liquid-Crystal Arrays</i>         | <i>Acousto-Optic Modulators</i>  | <i>Deformable Mirrors</i>                          |
|----------------------|--------------------------------------|--|--|
| <i>Avantages</i>     | - Modulation de phase et d'amplitude | - Modulation de phase et d'amplitude<br>- Pas d'espaces morts<br>- Petits pixels | - Pas d'espace mort<br>- Efficace                  |
| <i>inconvénients</i> | - Des Pixels avec des espaces morts  | - Inefficace   | - Grands pixels<br>- Modulation de phase seulement |

Tableau II.1 Avantages et inconvénients des trois types de modulateurs spatiaux de lumière

### I.6 La technologie des cristaux biréfringents :

Nous retrouvons aussi les technologies connues sous le nom (Passive Pulse Stacking Techniques), qui ont été utilisées pour la mise en forme d'impulsions laser de quelques picosecondes, à base des lignes à retard [25], sur un ensemble de cristaux biréfringents orientés de manière appropriée [26] [27]. Dans ce qui suit nous allons nous intéresser à la technologie basée sur les cristaux biréfringents pour la mise en forme d'impulsions optique temporelle, La Figure I 5 illustre le principe de fonctionnement de la technologie des cristaux biréfringents [27]

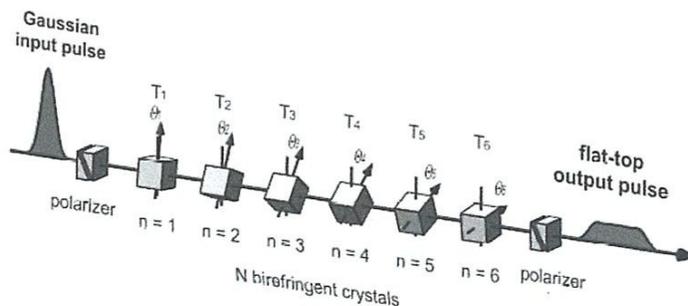


Fig.I.13 Filtre biréfringent de N étages

La Figure ci-dessus, illustre l'architecture d'un filtre biréfringent avec des angles d'orientations arbitraires, dédiée à la mise en forme d'impulsions laser. Le principe de fonctionnement est simple, l'impulsion d'entrée courte de forme gaussienne est divisée en plusieurs sous impulsions mutuellement retardées en raison de la biréfringence des cristaux.

D'autre part, ces impulsions courtes décalées interfèrent au niveau du polariseur de sortie du filtre pour former l'impulsion désirée. Les déphasages introduits par les différents cristaux sont obtenus par effet thermo-optique. Nous notons que la forme d'impulsion de sortie n'est pas figée pour cette technologie, ce qui donne une grande liberté pour le choix de la forme d'impulsion désirée. La technologie des cristaux biréfringents peut être utilisée aussi pour la compensation de la dispersion de mode de polarisation (PMD).

### ***I.7 Conclusion :***

Dans ce chapitre, nous avons abordé le concept de la mise en forme d'impulsions laser et ses technologies d'implémentations les plus utilisées, dont le but est de montrer, la nécessité de la fonction de filtrage dans ce type d'application, le besoin en filtres dont la forme de la fonction de transfert peut avoir une allure quelconque ne cesse de se faire sentir.

Ce besoin sera satisfait par d'autre type de filtres qui sont les filtres biréfringents utilisant des lames biréfringents associées à des lames à cristaux liquides. Leur principe de fonctionnement est basé sur l'interférence en lumière polarisée. Ces filtres qui font l'objet de ce travail de magister seront développés dans le chapitre suivant.

# *Chapitre II*

## *Filtres*

### *biréfringents*

---

#### *II.1 Introduction :*

Comme cité précédemment, ce chapitre sera dédié aux principes de base des filtres interférentiels en polarisation. Dans un souci pédagogique, et dans l'optique d'attirer l'attention de lecteurs sans connaissances particulières sur ce type de filtres, nous allons essayer d'atteindre notre but en commençant par les définitions les plus élémentaires, et surtout en détaillant les points que nous jugerons pertinents pour la suite de notre étude. Ce chapitre portera par conséquent sur la nature de la lumière, la définition de la polarisation, mais aussi sur les milieux anisotropes, dont une grande partie détaillera les cristaux liquides, la propagation de la lumière à travers ces milieux et enfin l'application au filtrage

#### *II.2 Notion de polarisation de la lumière :*

##### *II.2.1 Définition :*

La polarisation est une propriété de la lumière. Cette dernière est une onde électromagnétique se déplaçant dans le vide à la vitesse  $c=299\,792\,458\text{ m/s}$  Elle est composée d'un champ électrique (noté généralement  $E$ ) et d'un champ magnétique (noté  $B$ ), orthogonaux. À travers les équations de Maxwell, les champs  $E$  et  $B$  sont liés, la connaissance de l'un suffit pour

connaître l'autre on considère donc uniquement le champ électrique  $E$  perpendiculaire à la direction de propagation [28].

Une onde électromagnétique plane se définit notamment par sa direction de propagation. Le plan perpendiculaire à la direction de propagation est appelé le plan d'onde, c'est dans le plan d'onde qu'évolue le champ  $E$ . À chaque instant, le champ  $E$  a une amplitude et une direction différente dans le plan d'onde. Dit autrement, si l'onde se propage en direction de l'observateur ce dernier verra le champ  $E$  former différents motifs dans le plan d'onde pendant son évolution temporelle. C'est cela qui va définir la polarisation de l'onde.

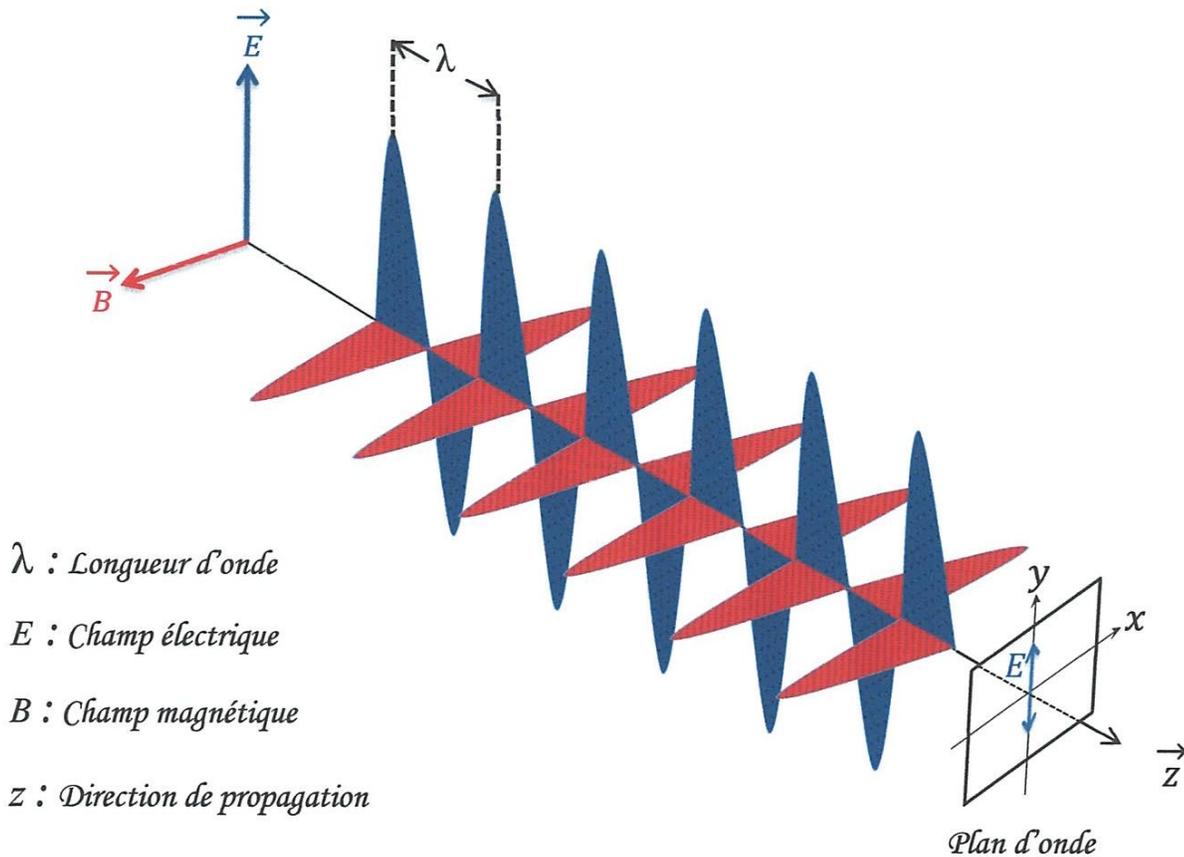


Fig.II.1 Onde lumineuse avec champ magnétique (dans le cas d'une polarisation rectiligne).

### II.2.2 Etats de polarisation et représentation algébrique :

Déduisons maintenant, à partir de la définition l'expression de la courbe de l'état de polarisation de la lumière. Supposons le plan (xyz) où la direction de propagation est selon  $z$ . Par définition, selon Fresnel, le vecteur champ électrique d'une onde plane monochromatique s'écrit en représentation complexe [29]

$$E(z, t) = \text{Re}[A \cdot e^{i(\omega t - kz)}] \quad (2.1)$$

où

$A$  : vecteur complexe se trouvant sur le plan transverse (xy), est défini par,

$$A = A_x \cdot e^{i \cdot \varphi_x} + A_y \cdot e^{i \cdot \varphi_y} \quad (2.2)$$

$\omega$ : pulsation

$k$  : module de vecteur d'onde

Considérons maintenant la nature de la courbe décrite par l'extrémité du vecteur champ électrique de l'onde. Les coordonnées de cette courbe, évoluant dans le temps, sont alors

$$\begin{cases} E_x = A_x \cdot \cos(\omega t - kz + \varphi_x) \\ E_y = A_y \cdot \cos(\omega t - kz + \varphi_y) \end{cases} \quad (2.3)$$

En posant  $z=0$  et en changeant l'origine du temps, nous pouvons alors écrire,

$$\begin{cases} E_x = A_x \cdot \cos(\omega t) \\ E_y = A_y \cdot \cos(\omega t + \varphi) \end{cases} \quad (2.4)$$

Où  $\varphi = \varphi_y - \varphi_x$

D'après la transformation trigonométrique suivante :

$$\cos(a + b) = \cos(a) \cdot \cos(b) - \sin(a) \cdot \sin(b) \quad (2.5)$$

L'expression (2.4) devient :

$$\begin{cases} \frac{E_x}{A_x} = \cos(\omega t) \\ \frac{E_y}{A_y} = \cos(\omega t) \cdot \cos(\varphi) - \sin(\omega t) \cdot \sin(\varphi) \end{cases} \quad (2.6)$$

Remplacent  $\frac{E_x}{A_x}$  dans la 2<sup>em</sup> équation

$$\frac{E_y}{A_y} - \frac{E_x}{A_x} \cos(\varphi) = - \sin(\omega t) \cdot \sin(\varphi) \quad (2.7)$$

d'où

$$\left(\frac{E_y}{A_y}\right)^2 + \left(\frac{E_x}{A_x}\right)^2 \cos^2(\varphi) - 2 \frac{E_x E_y}{A_x A_y} \cos(\varphi) = \sin^2(\omega t) \cdot \sin^2(\varphi) \quad (2.8)$$

D'après la transformation trigonométrique suivante :

$$\cos^2(x) = 1 - \sin^2(x) \quad (2.9)$$

L'équation (2.7) devient :

$$\left(\frac{E_y}{A_y}\right)^2 + \left(\frac{E_x}{A_x}\right)^2 - 2 \frac{E_x E_y}{A_x A_y} \cos(\varphi) = \sin^2(\varphi) [\sin^2(\omega t) + \left(\frac{E_x}{A_x}\right)^2] \quad (2.10)$$

D'après l'équation (2.6) et (2.9) on obtient :

$$\left(\frac{E_y}{A_y}\right)^2 + \left(\frac{E_x}{A_x}\right)^2 - 2 \frac{E_x E_y}{A_x A_y} \cos(\varphi) = \sin^2(\varphi) \quad (2.11)$$

La nature de la polarisation de l'onde lumineuse est déduite à partir de cette équation. Celui-ci décrit clairement une ellipse dans le cas général, la polarisation est alors elliptique. Quelques cas particuliers, appelés aussi états fondamentaux, relatifs à des valeurs spécifiques de la phase  $\varphi$  sont cependant à noter. Dans le paragraphe qui suit sont présentés les différents cas particuliers résultants des valeurs particulières que prend la phase de l'onde lumineuse

Les différents états de polarisation d'une onde lumineuse se résument, sur trois états fondamentaux. Les points qui vont suivre les présentent, montrant les différences de phase correspondantes et les courbes décrites par le vecteur champ électrique.

- **$\varphi$  est un multiple de  $\pi$**

Dans ce cas, l'équation (2.11) devient :

$$E_y = \pm \frac{A_y}{A_x} E_x \quad (2.12)$$

La polarisation est alors rectiligne, voir fig(2.2.a).

- **$\varphi$  est un multiple impaire de  $\pi / 2$**

Dans ce cas, l'équation suivante est obtenue,

$$\left(\frac{E_y}{A_y}\right)^2 + \left(\frac{E_x}{A_x}\right)^2 = 1 \quad (2.13)$$

Le troisième terme du premier membre de l'équation (2.11), appelé "terme croisé", s'annule. La polarisation est alors elliptique avec une particularité les axes de l'ellipse sont confondus

avec ceux du plan  $xOy$  fig.(2.2.b). Si les amplitudes des deux composantes de l'onde sont égales ( $A_y = A_x$ ), alors la polarisation devient circulaire fig.(2.2.c)

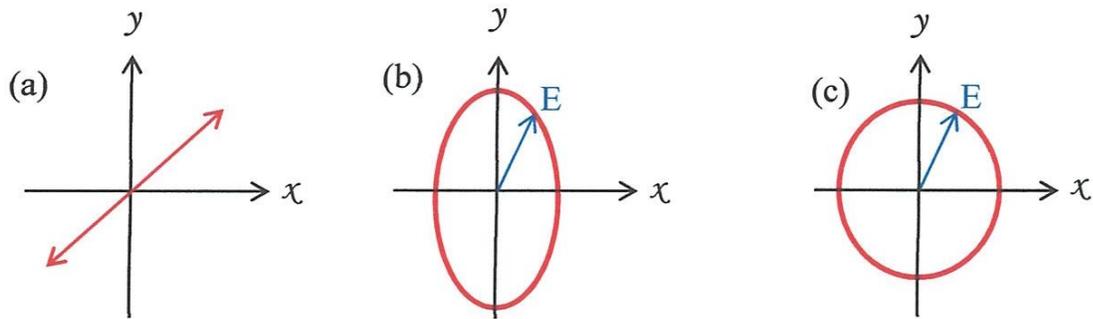


Fig.II.2 Les états de polarisation d'une vibration lumineuse : (a) rectiligne, (b) elliptique et (c) circulaire

### II.2.3 Polariseur et Analyseur :

Un polariseur transforme de la lumière non polarisée ou naturelle en une lumière polarisée linéairement. Il est caractérisé par son axe de transmission. Si la direction du vecteur champ électrique  $\vec{E}$  de l'onde lumineuse est parallèle à son axe de transmission, celle-ci est transmise. Si non, elle est bloquée. Donc un polariseur transmet un état de polarisation et bloque l'état de polarisation orthogonal, dans le cas idéal. Cependant en pratique on a toujours une fraction de l'état orthogonal qui est transmise.

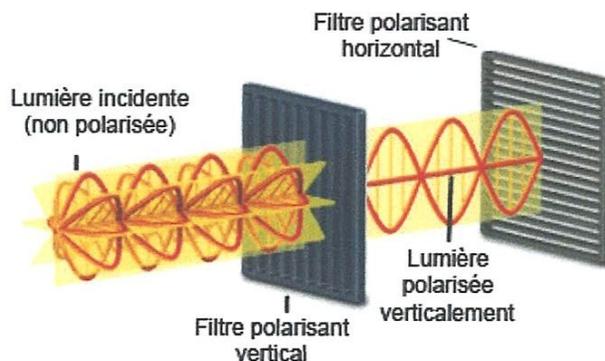
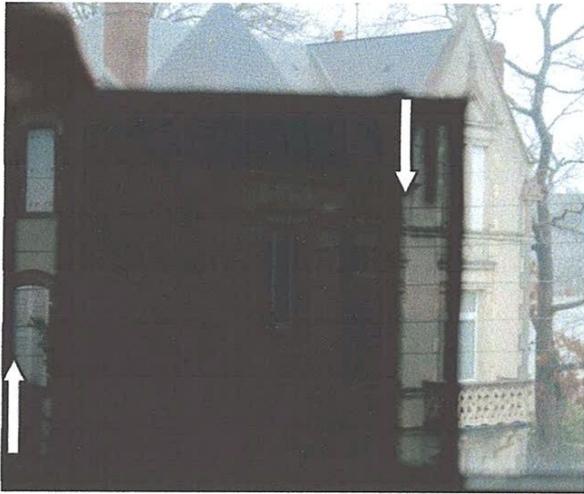


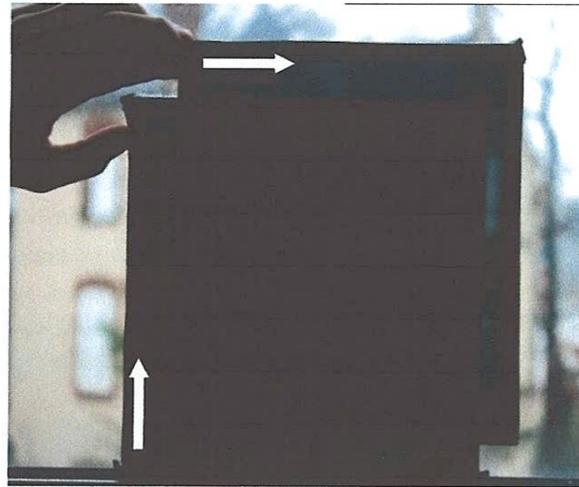
Fig.II.3 Action d'un polariseur vertical sur une lumière naturelle [30]

Tout polariseur rectiligne peut servir d'analyseur, et inversement. En d'autres termes, il y a bien une différence de fonction entre polariseur et analyseur, mais pas de différence de nature.

En fait, un analyseur est tout simplement un dispositif exactement identique à un polariseur mais dont le but est d'agir sur une onde déjà polarisée



Polariseur et analyseur parallèles



Polariseur et analyseur perpendiculaires

Fig.II.4 Action d'un analyseur [31]

### II.2.4 Loi de Malus :

Supposons qu'une onde plane polarisée rectilignement passe par un polariseur. On note  $\theta$  l'angle que fait cette polarisation avec l'axe du polariseur. L'onde sortante est alors polarisée selon l'axe du polariseur, mais elle est atténuée par un certain facteur : si l'on note  $I_0$  et  $I$  les intensités incidente et sortante, alors la loi de Malus s'écrit :

$$I = I_0 \cdot \cos^2(\theta) \quad (2.14)$$

Cette loi a quelques conséquences importantes :

- Si la polarisation de l'onde incidente est dans la même direction que l'axe du polariseur, alors toute l'intensité lumineuse est transmise ( $\theta = 0$ )
- Si la polarisation de l'onde incidente est orthogonale à l'axe du polariseur, alors il n'y a pas d'onde sortante ( $\theta = 90^\circ$ ) Dans ce cas, on dit que le polariseur est « croisé ».
- Si l'onde incidente n'est pas polarisée, c'est-à-dire qu'elle est constituée de toutes les polarisations possibles, alors en effectuant la moyenne de  $I$ , on obtient  $I = I_0 / 2$ , la moitié de l'intensité passe. C'est ce que l'on observe en regardant une lampe à travers un polariseur.

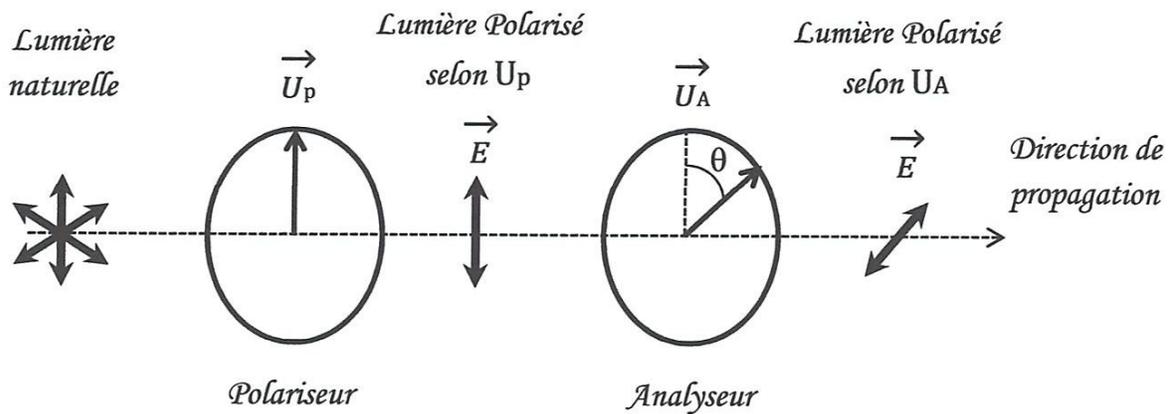


Fig.II.5 Intensité de sortie d'un analyseur qui fait un angle  $\theta$  par rapport aux axes du laboratoire

### II.3 Biréfringence :

#### II.3.1 Définition :

L'anisotropie est la propriété d'être dépendant de la direction. Quelque chose d'anisotrope pourra présenter différentes caractéristiques selon son orientation, du point de vue de la propagation d'une onde électromagnétique, un milieu anisotrope, appelé aussi milieu biréfringent, est un milieu dans lequel la polarisation induite dépend de la direction du champ électrique appliqué, ce qui entraîne que la polarisation et le champ appliqué ne sont pas forcément parallèles

La biréfringence est une propriété de certains cristaux transparents anisotropes qui ont la propriété de décomposer la lumière en deux rayons de polarisation croisée. Cette double réfraction est due au fait qu'il existe dans le cristal une direction particulière (axe de biréfringence) où l'indice  $n_e$  dit indice extraordinaire est différent de l'indice dans les directions perpendiculaires  $n_o$  dit indice ordinaire. Le rayon extraordinaire est polarisé dans le plan contenant l'axe de biréfringence et le rayon ordinaire perpendiculairement à l'axe [34]. La biréfringence est la valeur sans dimension :

$$\delta_n = n_e - n_o \quad (2.15)$$

Si  $\Delta_n$  est supérieur à zéro, le matériau est dit à biréfringence positive.

Si  $\Delta_n$  est inférieur à zéro, le matériau est dit à biréfringence négative.

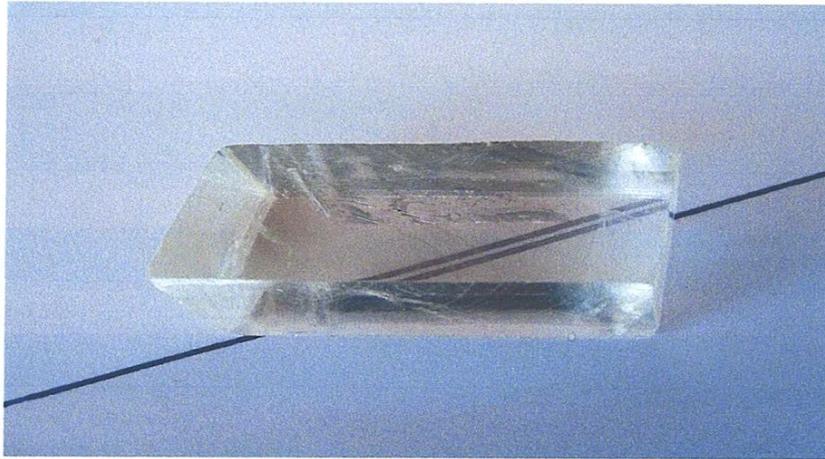


Fig.II.6 Biréfringence visible a l'œil nue de la calcite [32]

On constate que deux ondes polarisé selon  $O_x$  et  $O_y$ , orthogonales à la direction de propagation, se propagent donc à des vitesses différentes  $V_{\phi,x}$  et  $V_{\phi,y}$  tell que :

$$V_{\phi,x} = \frac{c}{n_o} ; V_{\phi,y} = \frac{c}{n_e} \quad (2.16)$$

C : Vitesse de la lumière dans le vide.

Comme les vibrations selon  $O_x$  et  $O_y$  se propagent avec des vitesses différentes elles sont déphasées après la traversée de la lame

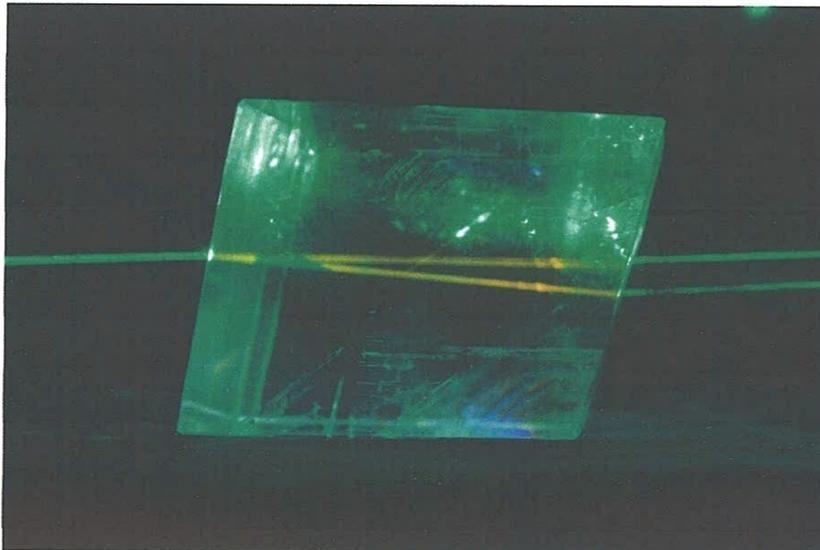


Fig.II.7 Déphasage introduit dans un milieu anisotrope [33]

Le tableau suivant donne quelques indices de matériaux biréfringents à  $\lambda \sim 590$  nm

| Matériel   | $n_e$  | $n_o$  | $\delta n$ | Matériel                                | $n_e$ | $n_o$ | $\delta n$ |
|--|--------|--------|------------|---|-------|-------|------------|
| barium borate<br>BaB <sub>2</sub> O <sub>4</sub>                       | 1.5534 | 1.6776 | -0.1242    | ruby Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>     | 1.762 | 1.770 | -0.008     |
| beryl Be <sub>3</sub> Al <sub>2</sub> (SiO <sub>3</sub> ) <sub>6</sub> | 1.557  | 1.602  | -0.045     | rutile TiO <sub>2</sub>                 | 2.903 | 2.616 | +0.287     |
| calcite CaCO <sub>3</sub>  | 1.486  | 1.658  | -0.172     | sapphire Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> | 1.760 | 1.768 | -0.008     |
| ice H <sub>2</sub> O   | 1.313  | 1.309  | +0.004     | silicon carbide SiC                     | 2.693 | 2.647 | +0.046     |
| lithium niobate<br>LiNbO <sub>3</sub>                                  | 2.187  | 2.272  | -0.085     | tourmaline (complex<br>silicate)        | 1.638 | 1.669 | -0.031     |
| magnesium fluoride<br>MgF <sub>2</sub>                                 | 1.385  | 1.380  | +0.006     | zircon, high ZrSiO <sub>4</sub>         | 2.015 | 1.960 | +0.055     |
| quartz SiO <sub>2</sub>  | 1.553  | 1.544  | +0.009     | zircon, low ZrSiO <sub>4</sub>          | 1.967 | 1.920 | +0.047     |

Tableau II.1 Indices de réfraction de quelques matériaux biréfringents

### II.3.2 La lame biréfringence :

Une lame biréfringent (ou lame à retard de phase) est une lame mince taillée dans un matériau anisotrope. Ces lames présentant deux directions orthogonales particulières ( $\vec{S}$  et  $\vec{F}$ ) appelées lignes neutres (ou axes optiques)  $\vec{F}$  est l'axe rapide et  $\vec{S}$  l'axe lent

Une onde plane progressive monochromatique polarisée rectilignement suivant  $\vec{S}$  ou  $\vec{F}$  conserve sa polarisation après traversée de la lame, pour chaque direction, le milieu est isotrope mais avec des indices optiques différents (milieu biréfringent), Pour une polarisation quelconque à l'entrée, les deux composantes  $E_x$  et  $E_y$  de l'onde émergente n'ont pas le même déphasage que celles de l'onde incidente, alors la lame est capable de modifier la polarisation de la lumière par le déphasage introduit ,le schéma suivant nous montre le déphasage temporelle de la lame sur une onde polarisée rectilignement

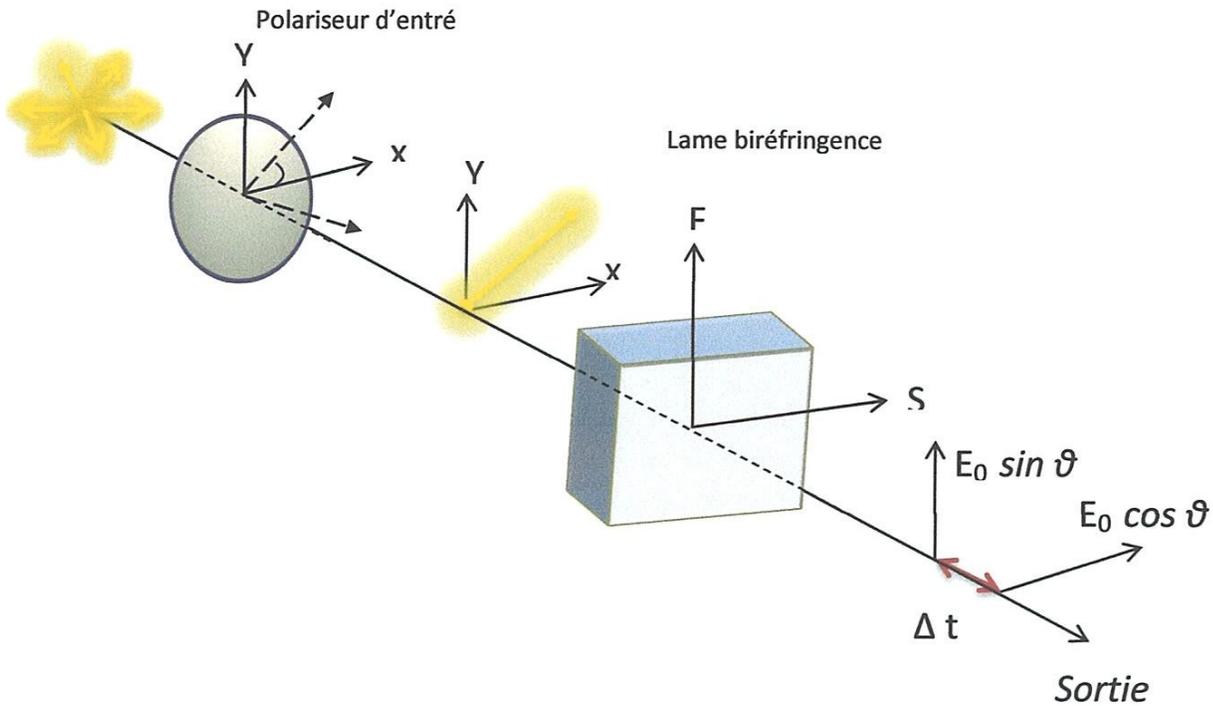


Fig.II.8 Retard temporel introduit par une lame biréfringente

On peut montrer que le déphasage exprimant le retard d'une composante par rapport à l'autre par les étapes suivante :

Si le champ électrique de l'onde incidente sur la face d'entrée de la lame à retard est de la forme

$$\begin{aligned} E_x &= E_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\omega t - kz) \\ E_y &= E_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\omega t - kz) \end{aligned} \quad (2.17)$$

Après la traversée de la lame, le champ est devenu :

$$\begin{aligned} E_x &= E_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos[\omega(t + t_e) - k(z + e)] \\ E_y &= E_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos[\omega(t + t_o) - k(z + e)] \end{aligned} \quad (2.18)$$

Tell que :

$$\begin{aligned} t_o &= \frac{e}{v_o} = \frac{n_o \cdot e}{v_o} \\ t_e &= \frac{e}{v_e} = \frac{n_e \cdot e}{v_e} \end{aligned} \quad (2.19)$$

soit :

$$\Delta\varphi = (\omega \cdot t_e - k \cdot e) - (\omega \cdot t_o - k \cdot e)$$

$$= w. (te - to) \quad (2.20)$$

Alors

$$\Delta_{\varphi} = w. e. \frac{(ne - no)}{c} \quad (2.21)$$

Ainsi, le retard de phase entre les deux coordonnées du champ est devenu :

$$\Delta_{\varphi} = \frac{2.\pi .\delta n. e}{\lambda} \quad (2.22)$$

où

$\delta n$  : représente la biréfringence de la lame

$e$  : épaisseur de la lame

Alors le retard temporel est :

$$\Delta t = \frac{e.(ne - no)}{c} \quad (2.23)$$

### II.3.2.1 Lamme demi-onde :

Une lame demi-onde est un type de lame à retard, un instrument d'optique permettant de modifier l'état de polarisation de la lumière, elle permet d'introduire un retard de phase de la lumière de  $\lambda/2$  entre les deux axes de biréfringence c'est-à-dire en général  $\Delta_{\varphi} = (2p + 1)\pi$  avec  $p$  un entier positif, négatif ou nul.

En supposant l'onde incidente à polarisation rectiligne, et en posant, pour alléger l'écriture, que la valeur commune de ses phases est nulle, nous avons :

$$\begin{aligned} E_x &= E_0. \cos(\alpha). \cos(\omega t - kz) \\ E_y &= E_0. \sin(\alpha). \cos(\omega t - kz) \end{aligned} \quad (2.24)$$

Dans ces conditions, les composantes de la vibration émergente sont :

$$\begin{aligned} E_x &= E_0. \cos(\alpha). \cos(\omega t - kz) \\ E_y &= E_0. \sin(\alpha). \cos(\omega t - kz - (2p + 1)\pi) \end{aligned} \quad (2.25)$$

Pour  $p=0$

$$E_x = E_0. \cos(\alpha). \cos(\omega t - kz)$$

$$E_y = -E_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\omega t - kz) \quad (2.26)$$

Les vibrations  $E_x$  et  $E_y$  qui étaient en phase à l'entrée sont en opposition à la sortie. Leur composition donne encore une vibration rectiligne symétrique de la vibration incidente par rapport aux lignes neutres. La "rotation" est de  $2\alpha$

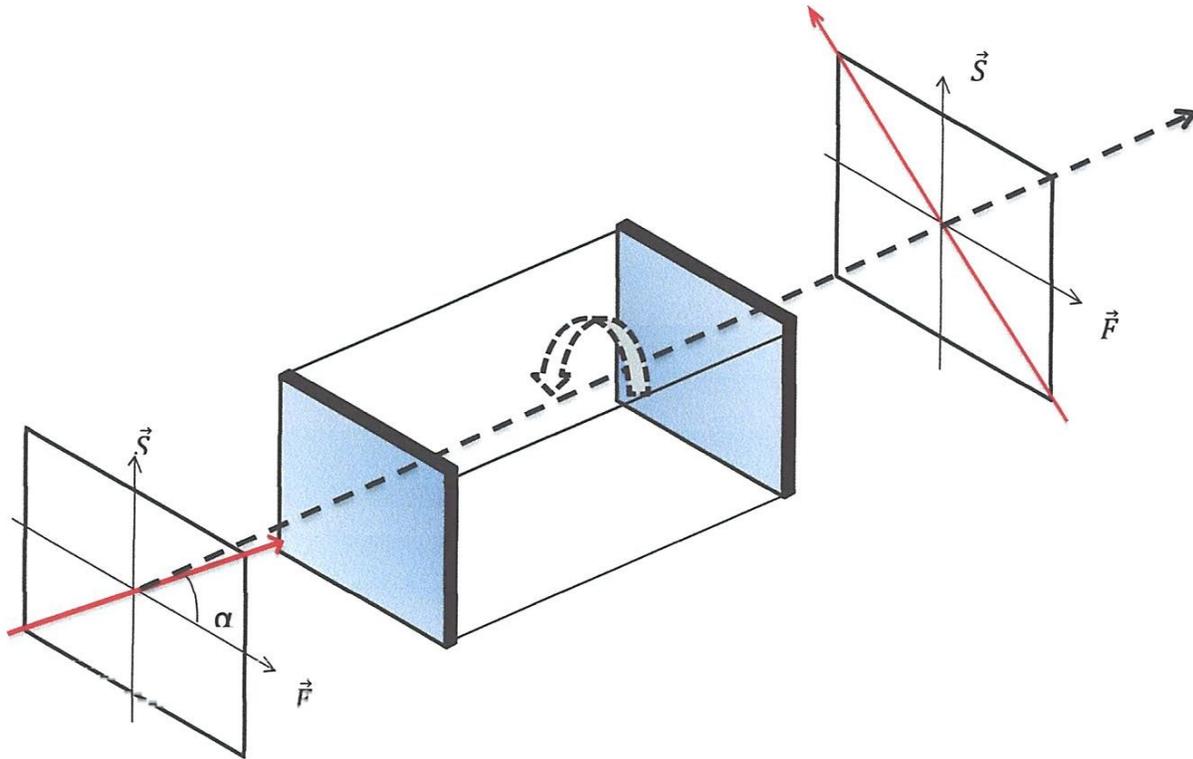


Fig.II.9 Action d'une lame demi-onde sur une vibration rectiligne

On notera que les lames onde et demi-onde sont les seules qui attaquées par une lumière incidente rectiligne donnent une lumière émergente rectiligne, que l'on peut donc éteindre avec l'analyseur

### II.3.2.2 Lame quart d'onde:

Une lame quart d'onde est une lame cristalline qui produit, entre les deux vibrations privilégiées parallèles à ses lignes neutre une différence de marche d'un quart de longueur d'onde c'est-à-dire en général  $\Delta\varphi = (2p + 1) \frac{\pi}{2}$ , avec  $p$  un entier positif, négatif ou nul

En supposant toujours que l'onde incidente est à polarisation rectiligne, et en posant, pour alléger l'écriture, que la valeur commune de ses phases est nulle, les expressions des composantes de la vibration émergente sont :

$$\begin{aligned}
 E_x &= E_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\omega t - kz) \\
 E_y &= E_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos\left(\omega t - kz - (2p + 1)\frac{\pi}{2}\right)
 \end{aligned}
 \tag{2.27}$$

Pour  $p = 0$  :

$$\begin{aligned}
 E_x &= E_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\omega t - kz) \\
 E_y &= E_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos\left(\omega t - kz - \frac{\pi}{2}\right)
 \end{aligned}
 \tag{2.28}$$

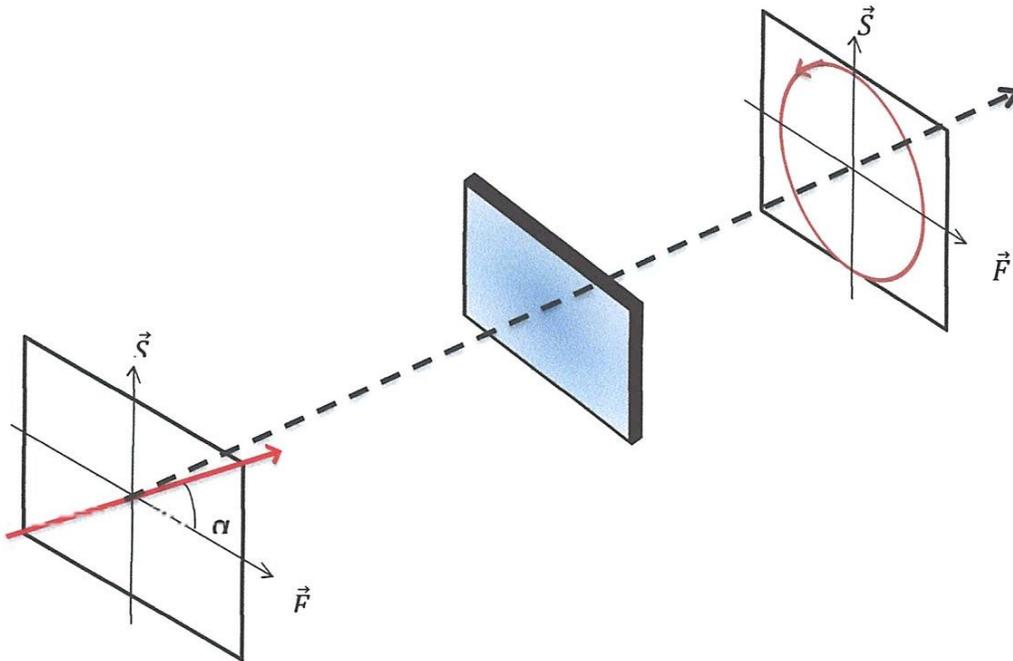


Fig.II.10 Action d'une lame quart d'onde sur une vibration rectiligne

Une lame quart d'onde permet donc de transformer une vibration rectiligne en une vibration circulaire, droite ou gauche selon les valeurs du déphasage  $\Delta\varphi$  et de l'angle  $\alpha$ . C'est là sa principale utilisation

Les deux tableaux suivant donnent tous les cas possible pour la lame  $\lambda/2$  et  $\lambda/4$

| État de polarisation |               | État de polarisation |               |
|----------------------|---------------|----------------------|---------------|
| Avant la lame        | Après la lame | Avant la lame        | Après la lame |
|                      |               |                      |               |
|                      |               |                      |               |
|                      |               |                      |               |

Tableau II.2 Changement de polarisation après traversée des lames  $\lambda/2$  et  $\lambda/4$  [35]

### II.3.3 Formalisme de Jones :

#### II.3.3.1 Définition :

Le formalisme de Jones [36] est un formalisme matriciel permettant de décrire l'état de polarisation de la lumière, ou de manière générale d'une onde électromagnétique, et son évolution à travers un système optique. Ce formalisme doit son nom à son inventeur Robert C. Jones qui le définit en 1941. Dans ce formalisme, on représente la lumière polarisée par un vecteur de Jones et les éléments optiques linéaires sont représentés par des matrices de Jones. Le vecteur de Jones de la lumière en sortie du système est donné par le produit de la matrice de Jones du système par le vecteur de Jones de la lumière d'entrée [34]

#### II.3.3.2 Vecteur de Jones :

Tout signal polarisé pur en un point  $M(z)$  d'un axe peut être représenté par une somme de deux états dans la base  $(\vec{i}, \vec{j})$  :

$$\vec{E} = Ax \cdot e^{i(kz - \omega t + \delta x)} \vec{i} + Ay \cdot e^{i(kz - \omega t + \delta y)} \vec{j} \quad (2.29)$$

Forme matricielle :

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_x e^{i(kz-\omega t+\delta x)} \\ A_y e^{i(kz-\omega t+\delta y)} \end{bmatrix} \\ &= e^{i(kz-\omega t)} \begin{bmatrix} A_x e^{i\delta x} \\ A_y e^{i\delta y} \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (2.30)$$

où

$$V = \begin{bmatrix} A_x e^{i\delta x} \\ A_y e^{i\delta y} \end{bmatrix}\quad (2.31)$$

V est le vecteur de Jones le plus général pour une lumière entièrement polarisée.

L'intensité du signal est donnée par:

$$I = E \cdot E^* = \begin{bmatrix} A_x e^{i\delta x} \\ A_y e^{i\delta y} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_x e^{-i\delta x} \\ A_y e^{-i\delta y} \end{bmatrix} = A_x^2 + A_y^2\quad (2.32)$$

C'est le carré du module de E

Pour un état de polarisation rectiligne orienté suivant l'angle  $\theta$  par rapport à l'axe Ox, son vecteur de Jones normalisé, dans le repère Oxy, est :

$$V = \begin{bmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{bmatrix}\quad (2.33)$$

On peut lui associé son état orthogonal, qui est rectiligne et polarisé suivant la direction  $\theta+\pi/2$  par rapport à l'axe Ox . Son vecteur de Jones est tel que :

$$V = \begin{bmatrix} -\sin\theta \\ \cos\theta \end{bmatrix}\quad (2.34)$$

Le tableau suivant donne des exemples de vecteurs de Jones normés

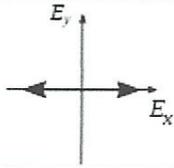
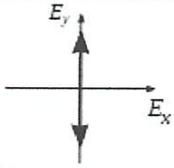
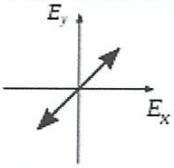
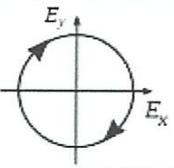
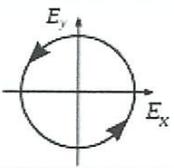
| Polarisation                                       | Vecteur de Jones correspondant                             | Représentation  |
|--|--|---|
| Rectiligne selon l'axe x                           | $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$                     |   |
| Rectiligne selon l'axe y                           | $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$                     |   |
| Rectiligne selon l'axe à 45° par rapport à l'axe x | $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  |   |
| Circulaire droite                                  | $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$ |   |
| Circulaire gauche                                  | $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$  |  |

Tableau II.3 Vecteur de Jones pour différents cas de polarisation [35]

### II.3.3.3 Matrice de Jones :

Les dispositifs optiques modifiant l'état de polarisation, polariseurs, déphaseurs, ... peuvent être représentés par des opérateurs linéaires ayant deux vecteurs propres orthogonaux associés à deux valeurs propres, appelée matrice de Jones du dispositif.

#### Exempl :

Polariseur linéaire horizontal :

Il laisse passer une lumière horizontale

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ d'où } a=1 \text{ et } b=0$$

Il éteint complètement une lumière verticale

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ d'où } c=0 \text{ et } b=0$$

Finalement la matrice de Jones s'écrit :  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

De la même manière le tableau suivant donne des exemples de matrices de Jones

| Système optique                              | Matrice de Jones correspondant   |
|--|--|
| Polariseur avec axe horizontal               | $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$   |
| Polariseur avec axe vertical                 | $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$   |
| Polariseur avec axe incliné à $\pm 45^\circ$ | $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \pm 1 \\ \pm 1 & 1 \end{pmatrix}$   |
| Polariseur incliné d'un angle $\varphi$      | $\begin{pmatrix} \cos^2 \varphi & \cos \varphi \sin \varphi \\ \sin \varphi \cos \varphi & \sin^2 \varphi \end{pmatrix}$ |
| Polariseur circulaire gauche                 | $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -i \\ i & 1 \end{pmatrix}$  |
| Polariseur circulaire droite                 | $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix}$  |

Tableau II.4 Matrice de Jones pour différents dispositifs optiques

Si un système optique est tourné autour de l'axe optique d'un angle  $\theta$ , la matrice de Jones pour le système tourné  $M(\theta)$  est obtenue à partir de la matrice du système non tourné  $M$  par la transformation :

$$M(\theta) = R(\theta) \cdot M \cdot R(-\theta) \quad (2.35)$$

Où

$$R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

$R(\theta)$  s'appelle la matrice de rotation

### II.3.3.4 Matrice de Jones d'une lame biréfringence :

On considère une vibration lumineuse incidente ayant l'état de polarisation représenté par le vecteur de Jones suivant :

$$V = \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

où  $V_x$  et  $V_y$  sont deux nombre complexes. Pour déterminer comment la lumière se propage dans cette lame à retard, on a besoin de décomposer la lumière en combinaison linéaire des deux ondes « lente » et « rapide » du cristal. Ceci est effectué par la transformation des coordonnées suivante :

$$\begin{bmatrix} V_s \\ V_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

$V_s$  est la composante lente du vecteur de polarisation  $V$ , tandis que  $V_f$  en est la composante rapide

Soit  $n_s$  et  $n_f$  les indices de réfraction des composantes lente et rapide. L'état de polarisation du rayon émergent exprimé dans le système de coordonnées  $(Osf)$  est donnée par

$$\begin{bmatrix} V_{s'} \\ V_{f'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-jns(\frac{w}{c})e} & 0 \\ 0 & e^{-jnf(\frac{w}{c})e} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_s \\ V_f \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

Le terme  $e^{-jns(\frac{w}{c})e}$  peut s'écrire comme suite :

$$\begin{aligned} e^{-jns(\frac{w}{c})e} &= e^{-j\frac{w.e(2ns+nf-nf)}{2c}} \\ &= e^{-j\frac{w.e(ns+nf)}{2c}} \cdot e^{-j\frac{w.e(ns-nf)}{2c}} \\ &= e^{-j\Gamma} \cdot e^{-\frac{j\varphi}{2}} \end{aligned} \quad (2.40)$$

Le terme  $\varphi$  s'appelle le retard de phase et  $\Gamma$  est le changement de phase absolu.

La même chose pour le terme  $e^{-jnf(\frac{w}{c})e}$  Alors, l'équation !!! peut être écrite avec les grandeurs  $\varphi$  et  $\Gamma$  comme suit :

$$\begin{bmatrix} Vs' \\ Vf' \end{bmatrix} = e^{-j\Gamma} \begin{bmatrix} e^{-j\frac{\varphi}{2}} & 0 \\ 0 & e^{j\frac{\varphi}{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Vs \\ Vf \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

Le vecteur de Jones de l'état de polarisation du rayon émergent exprimé dans le système de coordonnées x, y est donné par la transformation inverse du système de coordonnées S, F :

$$\begin{bmatrix} Vx' \\ Vy' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Vs' \\ Vf' \end{bmatrix} = R(-\theta) \begin{bmatrix} Vs' \\ Vf' \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

Par combinaison des équations (2.35), (2.36) et (2.42) on peut écrire la transformation due à la lame retardatrice comme suit :

$$\begin{bmatrix} Vx' \\ Vy' \end{bmatrix} = R(-\theta) \cdot W_0 \cdot R(\theta) \begin{bmatrix} Vx \\ Vy \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

$W_0$  est la matrice de Jones de la lame à retard exprimée dans le système de coordonnées propre Osf telle que:

$$W_0 = e^{-j\Gamma} \begin{bmatrix} e^{-j\frac{\varphi}{2}} & 0 \\ 0 & e^{j\frac{\varphi}{2}} \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

Le facteur  $e^{-j\Gamma}$  peut être négligé si l'on s'intéresse au calcul des intensités et si les effets des interférences ne sont pas importants ou observables.

**Exmpl :**

Si la lame à retard est orientée suivant un angle  $\theta = 45^\circ$  et la vibration incidente est polarisée suivant Ox

$$V = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

**1<sup>er</sup> étape :** on cherche la matrice de jones de la lame dans le cas générale

$$\begin{aligned} W &= R(-\theta)W_0R(\theta) \\ &= \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-j\varphi/2} & 0 \\ 0 & e^{j\varphi/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos^2\theta e^{-\frac{j\varphi}{2}} + \sin^2\theta e^{+\frac{j\varphi}{2}} & \cos\theta \cdot \sin\theta \cdot e^{-\frac{j\varphi}{2}} - \sin\theta \cdot \cos\theta \cdot e^{+\frac{j\varphi}{2}} \\ \cos\theta \cdot \sin\theta \cdot e^{-\frac{j\varphi}{2}} - \sin\theta \cdot \cos\theta \cdot e^{+\frac{j\varphi}{2}} & \cos^2\theta e^{+\frac{j\varphi}{2}} + \sin^2\theta e^{-\frac{j\varphi}{2}} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Si la lame est demi-onde  $\varphi = \pi$

$$\begin{aligned}
 W &= R(-45^\circ) \begin{pmatrix} e^{-j\frac{\pi}{2}} & 0 \\ 0 & e^{+j\frac{\pi}{2}} \end{pmatrix} R(45^\circ) \\
 &= \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -j & 0 \\ 0 & j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 0 & -j \\ -j & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Le vecteur émergent  $V'$  est donné par :

$$V' = W \cdot V = \begin{bmatrix} 0 & -j \\ -j & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = -j \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

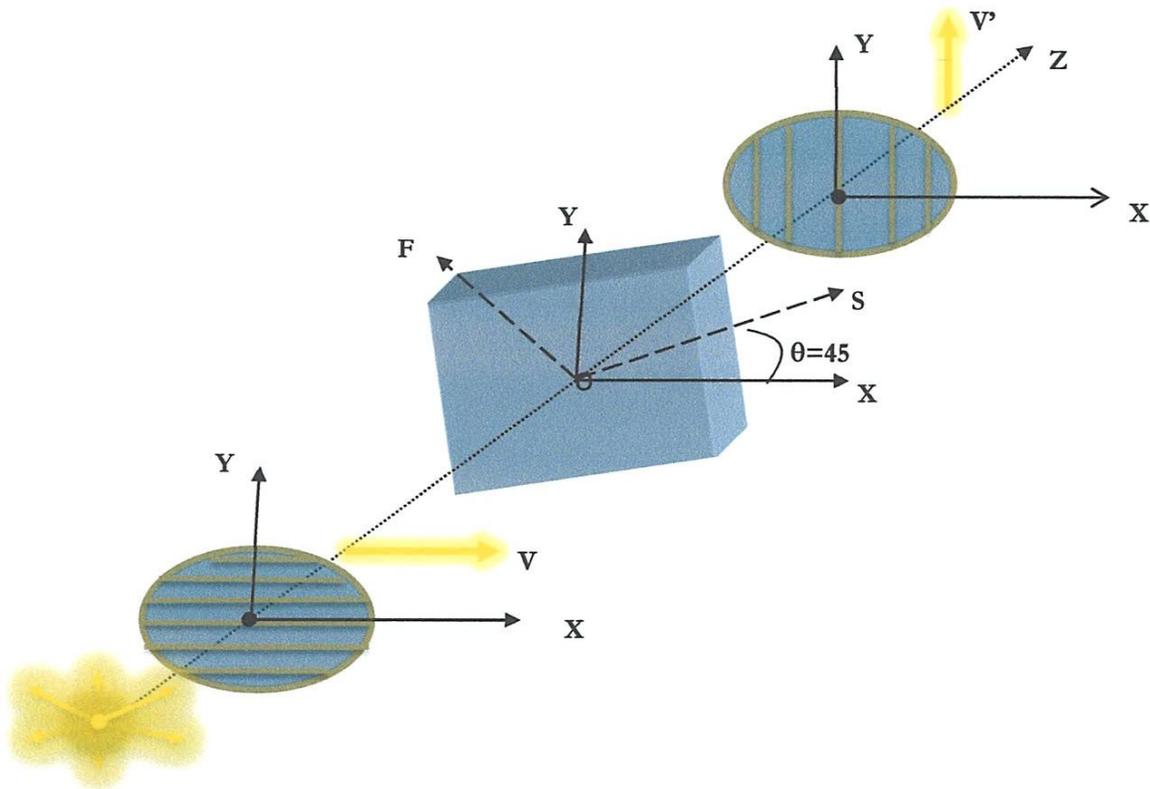


Fig.II.11 lame orientée suivant un angle  $\theta = 45^\circ$  par rapport aux axes du laboratoire

La vibration émergente est polarisée rectilignement suivant  $Oy$ , c'est ce qu'on a prouvé précédemment.

### II.3.4 Filtres interférentiels en polarisation :

Les filtres interférentiels en polarisation sont, comme leur nom l'indique, des filtres basés sur les interférences entre ondes lumineuses polarisées. En utilisant leur seconde dénomination: les filtres biréfringents, le mot biréfringent apparaît et met en évidence le fait que ces filtres utilisent des lames biréfringentes. Après avoir présenté les lames biréfringentes dans la partie précédente, il serait intéressant de voir, avant d'entamer la partie filtrage, ce qu'est une interférence en polarisation.[37] Pour ce faire, nous allons tout simplement construire un interféromètre à polarisation basé sur une lame biréfringente

#### II.3.4.1 Filtre de Lyot :

Cette structure quant à elle, définie par B. Lyot, en 1944 [38], repose sur un principe basé sur la succession d'interféromètres à deux ondes. Chaque interféromètre est constitué d'une lame biréfringente onde, placée entre polariseurs parallèles. Les axes propres de la lame sont orientés à  $45^\circ$  des axes des polariseurs. Les lames biréfringentes qui constituent les interféromètres successifs sont caractérisées par des épaisseurs géométriques multiples, et se définissent par la relation  $2^{N-1}$ , où  $N$  représente le nombre d'étages de la structure. La fig.(2.12) illustre une configuration Lyot à trois étages

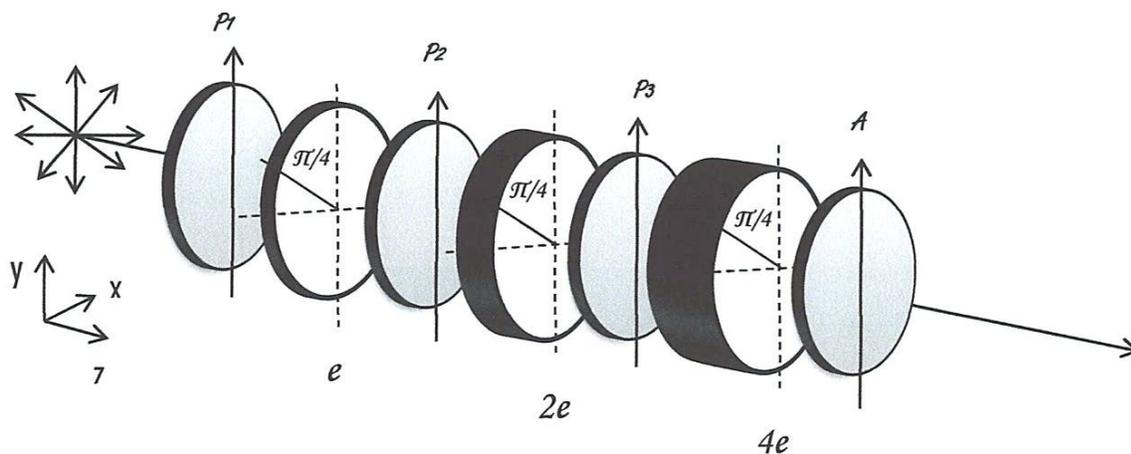


Fig.II.12 Filtre de Lyot à  $N=3$  étages

Nous allons à présent démontrer analytiquement, en utilisant le formalisme de Jones, la fonction d'intensité de ce filtre. La matrice de Jones d'une lame biréfringente onde, d'épaisseur  $e$ , dans son propre repère, est donnée par :

$$M = \begin{bmatrix} e^{j\frac{\varphi}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-j\frac{\varphi}{2}} \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

où  $\varphi$  est définie par la relation (2.22), la différence de marche optique dans ce cas est  $\Delta = k\lambda$  où  $k$ , étant un entier positif, représente l'ordre d'interférence du filtre. Ce sens physique de  $k$  est très important à souligner, et nous y reviendrons plus tard dans ce manuscrit. En outre, dans le repère  $Oxyz$ , en introduisant les matrices de rotation avec un angle  $\alpha = \pi/4$ , la matrice de la lame est :

$$M_{\lambda}^e = R\left(-\frac{\pi}{4}\right) \cdot M_{\lambda} \cdot R\left(\frac{\pi}{4}\right) = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) & \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \\ \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) & \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

Celles des lames d'épaisseurs (2.e) et (4.e) en sont déduites, et sont données respectivement par :

$$M_{\lambda}^{2e} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & \sin(\varphi) \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{bmatrix}; \quad M_{\lambda}^{4e} = \begin{bmatrix} \cos(2\varphi) & \sin(2\varphi) \\ \sin(2\varphi) & \cos(2\varphi) \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

Etant donnée l'orientation des polariseurs intermédiaires, d'entrée et de sortie, le vecteur de Jones normalisé de l'onde incidente après le polariseur d'entrée, et les matrices des autres polariseurs sont données respectivement par :

$$V = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad P_y = A_y = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

Le vecteur de Jones de l'onde émergente s'exprime alors par :

$$V' = A_y \cdot M_{\lambda}^{4e} \cdot P_y \cdot M_{\lambda}^{2e} \cdot P_y \cdot M_{\lambda}^e \cdot V = \begin{bmatrix} 0 \\ \cos(2\varphi) \cdot \cos(\varphi) \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Par conséquent, la transmission en intensité normalisée du filtre de Lyot est :

$$I_L^{3N} = \cos(2\varphi) \cdot \cos(\varphi) \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \quad (2.50)$$

Il est important de souligner que cette écriture, une multiplication entre des fonctions cosinus, met en évidence le principe physique du filtre de Lyot, celui-ci étant constitué d'une

succession d'interféromètres. D'autre part, les maximums d'intensité de cette fonction de transmission correspondent aux longueurs d'onde pour lesquelles les lames biréfringentes sont ondes, soit :

$$I_L^{3N} = \cos^2(4.\pi) . \cos^2(2.\pi) . \cos^2(\pi) \quad (2.51)$$

D'une manière générale, l'intensité normalisée à la sortie d'un filtre de Lyot, en fonction du déphasage  $\varphi$  et le nombre de lames  $N$ , est donnée par [39] :

$$I_L = I_0 \cdot \frac{\text{Sin}(2^N \frac{\varphi}{2})}{2^L \text{Sin}(\frac{\varphi}{2})} \quad (2.52)$$

Son intervalle spectral libre et sa bande passante sont donnés, respectivement, par [39] :

$$ISL_L = \frac{\lambda^2}{\Delta} \quad (2.53)$$

$$BP_L = \frac{\lambda^2}{\Delta \cdot 2^N} \quad (2.54)$$

Pour ces deux équations, la différence de marche optique  $\Delta$  est celle de l'interféromètre élémentaire et donc celle introduite par l'étage d'épaisseur  $e$ . Traçons maintenant la fonction de transmission de ce filtre, pour différentes valeurs du nombre d'étages

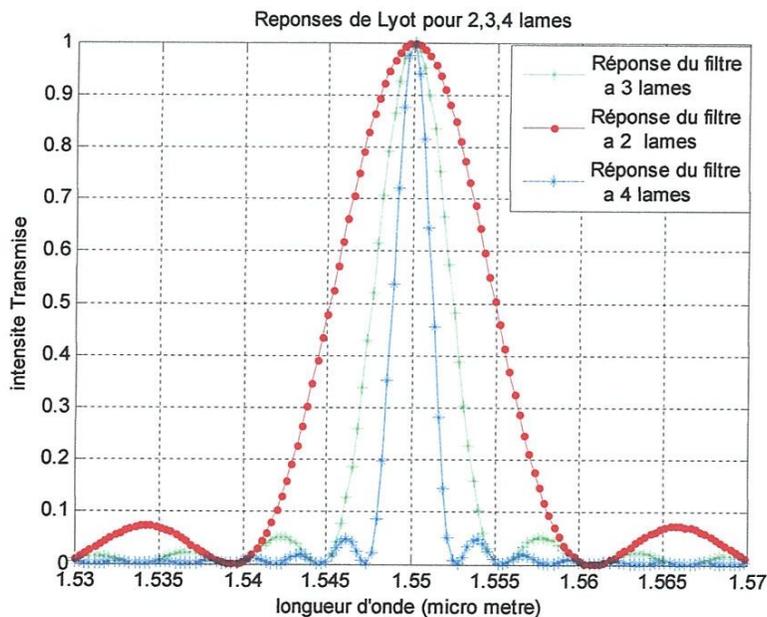


Fig.II.13 Réponses de Lyot pour 2 ,3 et 4 lames

La fig.(2.13) montrent que les paramètres caractéristiques du filtre sont fonctions du nombre d'étages. En effet si le nombre d'étages augmente, le spectre des lames placées entre polariseurs parallèles est donné par le produit de chacune des lames, et par conséquent la bande passante devient de plus en plus petite alors que la finesse augmente. D'autre part, le niveau des lobes secondaires devient de plus en plus faible. Par conséquent, on élimine, ou du moins on réduit, les perturbations induites par les canaux adjacents.

### II.3.4.2 Filtre de Šolc :

Cette structure biréfringente, réalisée comme son nom l'indique par Šolc en 1965 [40], est basée essentiellement sur la polarisation de l'onde. Sa première configuration, dite alternée, consiste en un ensemble de  $N$  lames placées entre polariseur et analyseur croisés. Les azimuts de ces lames sont orientés alternativement à  $(+\alpha)$  et  $(-\alpha)$  par rapport à l'axe du polariseur d'entrée fig.(2.14). Les lames utilisées sont des lames demi-onde à la longueur d'onde de transmission

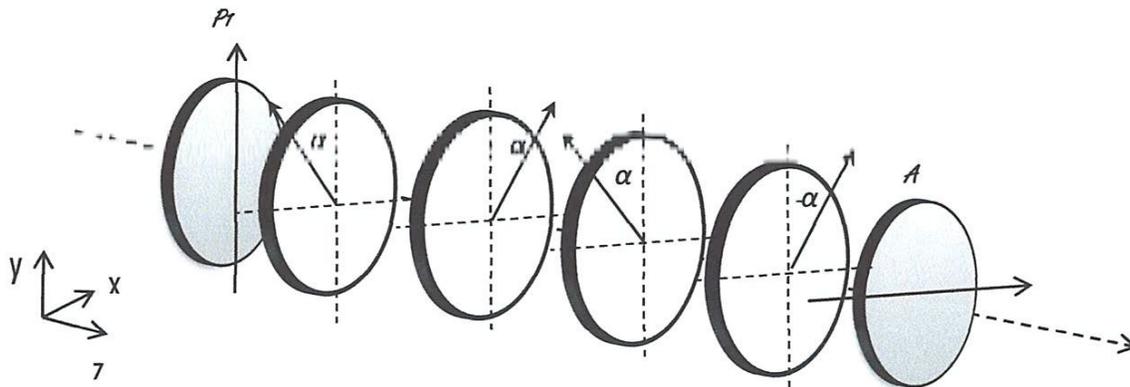


Fig.II.14 Filtre de Šolc à  $N=4$  étages

L'angle  $\alpha$  est fonction du nombre de lames  $N$  du filtre, et est donné par la relation  $\alpha = \frac{\pi}{4.N}$ . Il est à noter par ailleurs que ce filtre est un filtre convertisseur de polarisation, où pour une onde incidente polarisée rectilignement suivant l'axe  $Oy$ , nous obtenons une onde émergente polarisée rectilignement suivant l'axe  $Ox$ .

Procédons maintenant au calcul de la fonction de transmission d'un tel filtre. La démarche analytique consiste à utiliser le formalisme de Jones pour le calcul de la répartition de l'onde transmise par ce dispositif.

En utilisant la définition de la matrice de Jones d'une lame biréfringente donnée par l'équation (2.45)

$$M_{\frac{\lambda}{2}} = \begin{bmatrix} e^{j\frac{\pi}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-j\frac{\pi}{2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j & 0 \\ 0 & -j \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

Si  $R(\alpha)$  est la matrice de rotation définie par (2.36) dans le repère  $Oxyz$  du laboratoire, la matrice caractéristique de la lame orientée à  $(+\alpha)$  s'écrit :

$$M_{\frac{\lambda}{2}}^{+\alpha} = R(-\alpha) \cdot M_{\frac{\lambda}{2}} \cdot R(\alpha) = \begin{bmatrix} j \cdot \cos(2\alpha) & j \cdot \sin(2\alpha) \\ j \cdot \sin(2\alpha) & -j \cdot \cos(2\alpha) \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

Alors, la matrice caractéristique de la lame orientée à  $(-\alpha)$  est donnée par :

$$M_{\frac{\lambda}{2}}^{-\alpha} = \begin{bmatrix} j \cdot \cos(2\alpha) & -j \cdot \sin(2\alpha) \\ -j \cdot \sin(2\alpha) & -j \cdot \sin(2\alpha) \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

Le vecteur de Jones de l'onde émergente de la structure est alors :

$$V' = A \cdot M_{\frac{\lambda}{2}}^{-\alpha} \cdot M_{\frac{\lambda}{2}}^{+\alpha} \cdot M_{\frac{\lambda}{2}}^{-\alpha} \cdot M_{\frac{\lambda}{2}}^{+\alpha} \cdot V \quad (2.58)$$

Où  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$  est la matrice caractéristique de l'analyseur, orienté suivant l'axe  $Ox$ , et  $V = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$  le vecteur de Jones normalisé de la vibration incidente. Nous obtenons le vecteur suivant, pour l'onde émergente

$$V' = \begin{bmatrix} \sin(8\alpha) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

L'intensité en est déduite, et s'écrit, en utilisant l'équation (2.32) :

$$M_S^{4N} = I_0 \cdot \sin^2(8\alpha) \quad (2.60)$$

Il existe bien évidemment d'autres méthodes de calcul pour cette intensité. Elle est notamment donnée d'une façon plus générale, en fonction du nombre d'étages  $N$  du filtre, par la relation []

$$I_{\xi} = I_0 \cdot \left| \tan(2\alpha) \cdot \cos(\chi) \cdot \frac{\sin(N\chi)}{\sin(\chi)} \right|^2 \quad (2.61)$$

Où  $\cos(\chi) = \cos(2\alpha) \cdot \sin\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right)$ .

Un tel filtre est caractérisé par des performances particulières. Comme pour toute fonction de filtrage, la principale performance est la finesse du filtre, qui est le rapport entre l'intervalle spectral libre (ISL ou FSR, Free Spectral Range) et la bande passante (BP ou FWHM, Full Width at Half Maximum) du filtre. Il vient la relation suivante :

$$F_{\xi} = \frac{ISL_{\xi}}{BP_{\xi}} \quad (2.62)$$

Où l'intervalle spectrale libre et la bande passante sont donnés respectivement par :

$$ISL_{\xi} = \frac{\lambda^2}{\Delta} \quad (2.63)$$

$$BP_{\xi} = 1.60 \cdot \frac{\lambda_k}{2.k.N} \quad (2.64)$$

Où  $k$  est un entier positif et représente l'ordre d'interférence.

Notons qu'il existe une autre caractéristique très importante du filtre dont nous parlerons ultérieurement. Celle-ci concerne le ratio entre le lobe principal de la fonction de filtrage, qui consiste en la longueur d'onde de transmission, et le premier lobe secondaire. Ce ratio est appelé contraste de la structure.

La fonction de transmission normalisée du filtre en fonction de la différence de phase pour différentes valeurs de  $N$ , est illustrée sur la figure ci-dessous

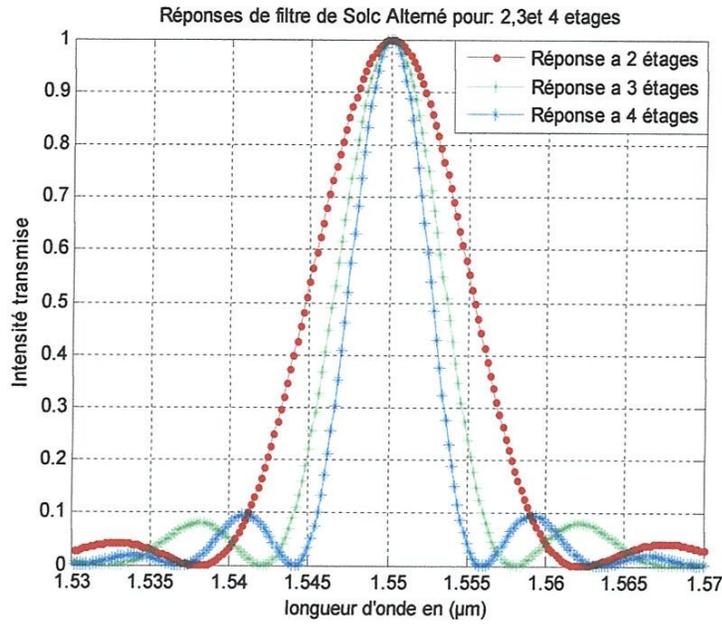


Fig.II.15 Réponses de Solc alterné pour 2 ,3 et 4 étages

La seconde configuration de Šolc, dite en éventail [40] ; utilise des lames biréfringentes ondes, placées entre polariseur et analyseur parallèles. Ces lames sont orientées à des angles  $\alpha, 3\alpha, 5\alpha \dots (2N-1)\alpha$  par rapport à l'axe du polariseur d'entrée. A la différence de la première, cette configuration ne convertit pas la polarisation de l'onde, et par conséquent, l'onde émergente possède la même polarisation que l'onde incidente. Etant donné que notre intérêt ne porte pas sur cette configuration, nous ne nous y attarderons pas.

#### II.4 Conclusion:

Le filtre de Šolc et celui du Lyot, comme les autres filtres optiques, trouvent des applications dans les réseaux optiques. Cependant, eux aussi présentent des fonctions de transmission particulières qui ont une forme 'figée', alors que plusieurs applications dans les réseaux modernes nécessitent des filtres dont la fonction de transmission peut changer en fonction du besoin. Les filtres qui sont des candidats potentiels pour répondre à ces nouvelles exigences sont des filtres biréfringents à gabarit prédéfini. Ces filtres feront l'objet du chapitre suivant.

# Chapitre III

## Synthèse de filtre biréfringent à gabarit prédéfini par la méthode de Harris

### III.1 Introduction :

S. E. Harris était un chercheur au département de génie électrique de l'université de Stanford, dans l'Etat de Californie, aux Etats Unis. En 1964, il a présenté une procédure de synthèse d'un réseau biréfringent ayant une fonction de transfert arbitraire. La configuration de base du réseau contient  $n$  lames biréfringentes de même type et de même épaisseur, en cascade entre deux polariseurs [37]. Elle est représentée par la figure (III.1). Les lames sont taillées de sorte que leur axe optique soit perpendiculaire à leur épaisseur

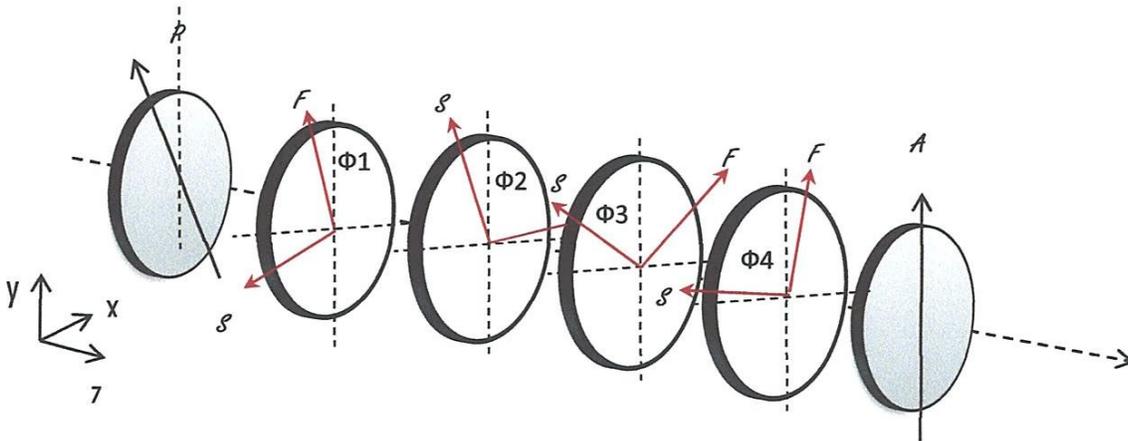


Fig.III.1 Configuration de base du filtre biréfringent (polariseurs rayés)

Bien que la figure (III.1) montre un réseau à 4 étages, le nombre d'étages n'est pas limité. Toute fonction de transfert pourra être réalisée. L'essentiel est qu'elle soit périodique et que

sa réponse impulsionnelle soit réelle et causale. Les variables à déterminer par la procédure de synthèse sont les angles dont les lames doivent être orientées et l'angle du polariseur de sortie (analyseur). En choisissant convenablement les valeurs de ces variables, il est possible, en théorie, de synthétiser toute fonction de transfert voulue, respectant les deux conditions précitées. Les lames biréfringentes utilisées peuvent être uni-axiales ou bi-axiales. Mais pour rendre la synthèse plus simple, celles uni-axiales sont considérées.

Dans ce chapitre, on présente une étude détaillée de la configuration de base et la méthode de synthèse permettant de réaliser un filtre biréfringent qui répond à un besoin particulier à partir d'un empilement de lames biréfringentes. La méthode de Harris [41] est basée sur l'approche temporelle et consiste à utiliser les angles d'orientation des différentes lames afin de contrôler la réponse impulsionnelle du filtre. Ce contrôle permettra de réaliser des fonctions de transfert quelconques

### III.2.1 La réponse impulsionnelle d'une seule lame biréfringente :

Pour savoir à quoi est lié le gabarit de la fonction de filtrage il faut connaître la réponse impulsionnelle du dispositif. Nous allons voir notamment ce qui varie dans la réponse impulsionnelle d'un filtre, lors de la variation des épaisseurs optiques des lames qui le composent. La figure ci-dessous illustre la réponse impulsionnelle d'une lame biréfringente

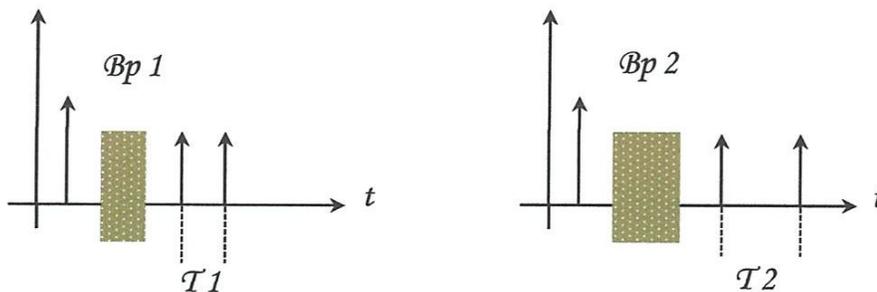


Fig.III.2 Réponse impulsionnelle d'une lame biréfringente

Le résultat de la figure.3.2 est obtenu pour une lame biréfringente dont les axes propres sont orientés à  $45^\circ$  au polariseur définissant la polarisation de l'onde incidente, ce qui explique l'amplitude des deux impulsions en sortie, alors la différence de marche optique est le responsable de déterminer le décalage temporel.

### III.2.2 La réponse impulsionnelle de n lames biréfringentes :

On s'intéresse juste aux décalages temporels des différentes impulsions et non à leurs états de polarisation.

D'abord avec deux lames d'épaisseurs différentes orientées arbitrairement sont mises en cascade, la sortie de la première lame est deux impulsions polarisées orthogonalement. Chacune de ces impulsions est incidente sur la seconde lame et produit deux impulsions supplémentaires. Ainsi la réponse impulsionnelle de deux lames biréfringentes cascades est quatre impulsions.

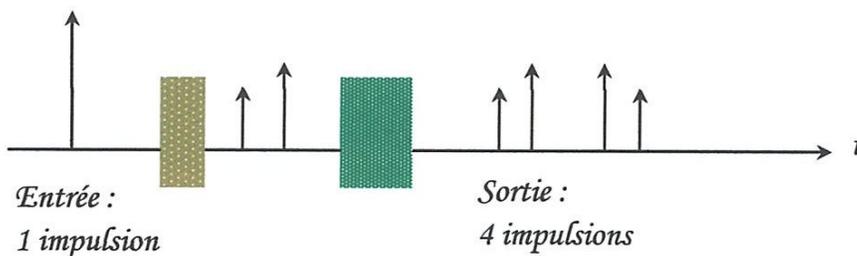


Fig.III.3 Réponse impulsionnelle d'un système à deux lames

Avec n lames, le processus continue et on aura  $2^n$  impulsions à la sortie que leur temps relatifs d'émergence sera fonction à la fois de la biréfringence et de l'épaisseur des lames employées

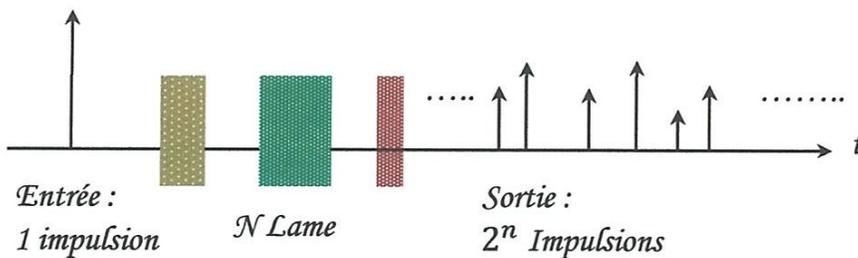


Fig.III.4 Réponse impulsionnelle d'un système à n lames

Maintenant si on met en cascade plusieurs lames biréfringentes de même différence de marche optique, la sortie se composera de  $(n+1)$  impulsions plutôt que  $2^n$ . Ces impulsions sont uniformément espacées dans le temps. La raison est vue avec l'examen de deux lames identiques. Pour celles-ci, l'impulsion qui voyage le long de l'axe rapide de la première et de l'axe lent de la seconde émergent en même temps. Elles sont combinées et à la sortie on aura 3 impulsions au lieu de 4. Et c'est à partir de ce type de configuration de lames biréfringentes qu'Harris va synthétiser son filtre

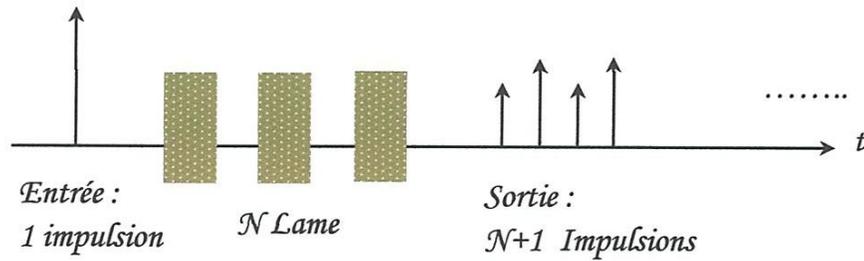


Fig.III.5 Cascade de lames biréfringentes de même différence de marche optique

### III.3 Spécification de la réponse désirée :

Voyons maintenant quel type de réponses nous pouvons réaliser et comment nous les spécifions. Comme dans la théorie des circuits à éléments localisés, une approche pratique consiste à choisir d'abord une réponse idéale, puis à l'approximer au degré nécessaire, on notera que la fonction de transfert de fréquence du réseau optique doit être périodique. Cela peut être vu facilement de la théorie de Fourier ou de la théorie de l'échantillonnage

Soient  $g(t)$  et  $G(\omega)$  la réponse impulsionnelle et la fonction de transfert d'un système. Supposons que ces deux fonctions sont continus et non périodiques

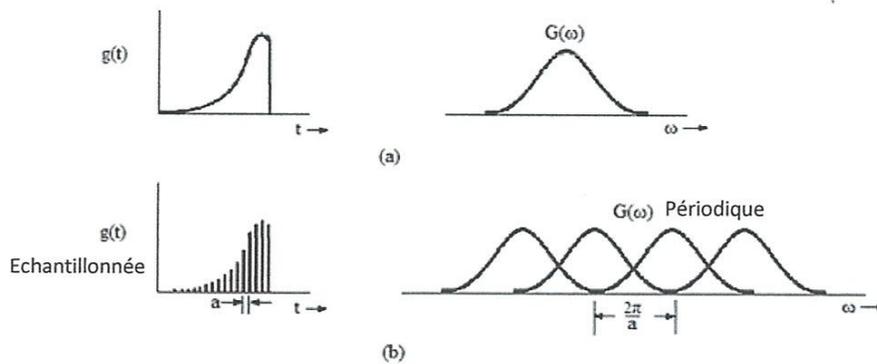


Fig.III.6 Réponse impulsionnelle et fonction de transfert, apériodiques et périodique [41]

Ensuite, supposons qu'un autre réseau a une réponse impulsionnelle  $g(t)$  échantillonnée à un taux uniforme de  $1/a$  c'est le cas pour un réseau constitué d'un ensemble de cristaux biréfringents dont l'épaisseur est telle que le temps que sépare deux impulsions successives  $t_S - t_F$  égale à  $a$  secondes. Ce réseau aura une fonction de transfert périodique comme celle montrée dans (fig.3.5) qui est l'original  $G(\omega)$  répliqué avec une période de  $2\pi/a$

la figure (3.6) montre la périodicité de la fonction de transfert qui peut être obtenue en utilisant des longueurs facilement disponibles de certains cristaux communs

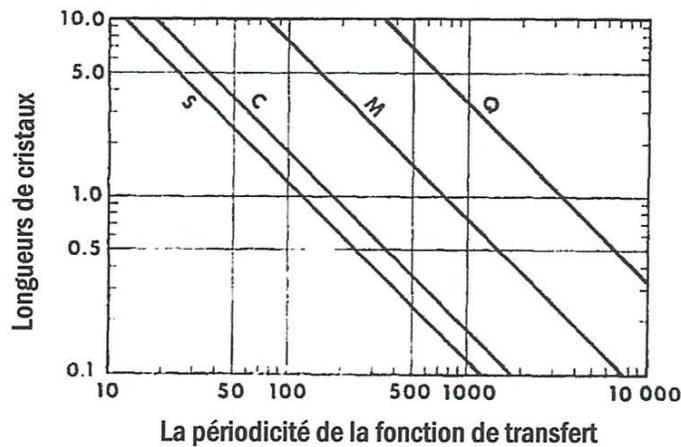


Fig.III.7 Périodicité de la réponse du réseau pour plusieurs types de cristaux biréfringent[41]

Q: quartz,  $\Delta n = 0.009$ ; M: mica,  $\Delta n = 0.04$ ; C: calcite,  $\Delta n = 0.17$ ; S: sodium nitrate,  $\Delta n = 0.24$

Supposons qu'une fonction de transfert périodique désirée  $G(\omega)$  a été choisie. L'étape suivante consiste à trouver une approximation satisfaisante de  $G(\omega)$  qui peut être réalisée en utilisant le réseau optique de la figure (3.1). L'approximation est faite par une série exponentielle contenant un nombre fini de termes

$$\begin{aligned} C(\omega) &= C_0 + C_1 e^{-i\omega a} + C_2 e^{-i2\omega a} + \dots + C_n e^{-in\omega a} \\ &= \sum_{k=0}^n C_k e^{-ika\omega} \end{aligned} \quad (3.1)$$

La transformée de Fourier inverse de cette fonction ainsi approximée est la réponse impulsionnelle  $C(t)$  du filtre :

$$\begin{aligned} C(t) &= C_0 \delta(t) + C_1 \delta(t - a) + C_2 \delta(t - 2a) + \dots + C_n \delta(t - na) \\ &= \sum_{k=0}^n C_k \delta(t - ka) \end{aligned} \quad (3.2)$$

Les  $C_i$  doivent être réels (puisque l'on traite le cas de filtres à coefficients réels). Et pour qu'il en soit ainsi, la fonction de transfert désirée doit être symétrique. Cela s'explique par le fait que :

- Les coefficients de la série de Fourier d'une fonction paire (symétrique par rapport à l'axe des ordonnées) sont toujours des réels purs.

La question qui se pose est : quand est-il des fonctions impaires (symétriques par rapport à l'origine du repère) dont les coefficients de la série de Fourier sont toujours des imaginaires purs ?

- Pour elles :  $C_i = jx = xe^{j\frac{\pi}{2}}$ . En multipliant par  $e^{-j\frac{\pi}{2}}$  qui peut être interpréter comme un simple retard qui n'altère en rien, les  $C_i$  deviennent des réels purs.

On conclue alors que les fonctions impaires peuvent aussi être réalisables par cette méthode de synthèse.

Il est donc clair pourquoi une série exponentielle est utilisée pour approximer la fonction de transfert désirée. La série exponentielle a une transformée de Fourier consistant en une réponse impulsionnelle uniformément espacée de notre réseau optique. S'ils sont  $n + 1$  termes dans  $C(w)$  « comme dans Eq (3.1) », un réseau optique de  $n$  étage est requis

Le nombre de lames nécessaires dépend de la nature de la fonction spectrale qu'on cherche à approcher, ainsi que de la précision de l'approximation désirée

### III.4 Synthèse du Filtre :

#### III.4.1 Notation :

L'objet du procédé de synthèse est de trouver les  $n$  angles des lames biréfringentes et l'angle du polariseur de sortie qui donnent la fonction de transfert désirée  $C(\omega)$ . Les  $C_i$  des équations (3.1) et (3.2) peuvent avoir n'importe quelle valeur, à condition qu'ils soient réels.

Avant de traiter les  $\phi$  de la Fig. (3.1), il est plus pratique de résoudre les angles relatifs (les angles relatifs additionnels mesurés à partir du composant précédent) des cristaux et du polariseur de sortie. Par conséquent nous définissons :

$$\begin{aligned}\theta_1 &= \Phi_1 \\ \theta_2 &= \Phi_2 - \Phi_1 \\ \theta_3 &= \Phi_3 - \Phi_2 \\ &\vdots \\ \theta_n &= \Phi_n - \Phi_{n-1} \\ \theta_p &= \Phi_p - \Phi_n\end{aligned}\tag{3.3}$$

$\Phi_1, \dots, \Phi_n$  étant les angles des différentes lames, et  $\Phi_p$  l'angle de l'analyseur.

Les grandeurs des impulsions composant (le train d'impulsions émis par le réseau) sont notées  $C_i$  de Eq (3.1) et (3.2). Il est également nécessaire de décrire quantitativement les trains d'impulsions qui se produisent entre les différents étages de réseau, pour les définir nous

devons avoir des informations sur les amplitudes des impulsions individuelles. On sache que  $C(t)$  est polarisée parallèlement à l'axe de transmission du polariseur de sortie, le train d'impulsions qui part l'un des cristaux biréfringents sur son chemin vers la sortie a des composants polarisés parallèles à la fois sur les axes lent et rapide du lame . Ce point souligne une différence fondamentale entre les procédures de synthèse décrites ici et les procédures de synthèse conventionnelles dans d'autres domaines. En effet, nous ne devons pas concerné seulement de la variation temporelle du signal, mais aussi de sa polarisation lors de son passage dans le réseau.

Les notations employées dans l'identification des impulsions sont illustrées ci-après dans le cas simple de deux lames placées entre deux polariseurs

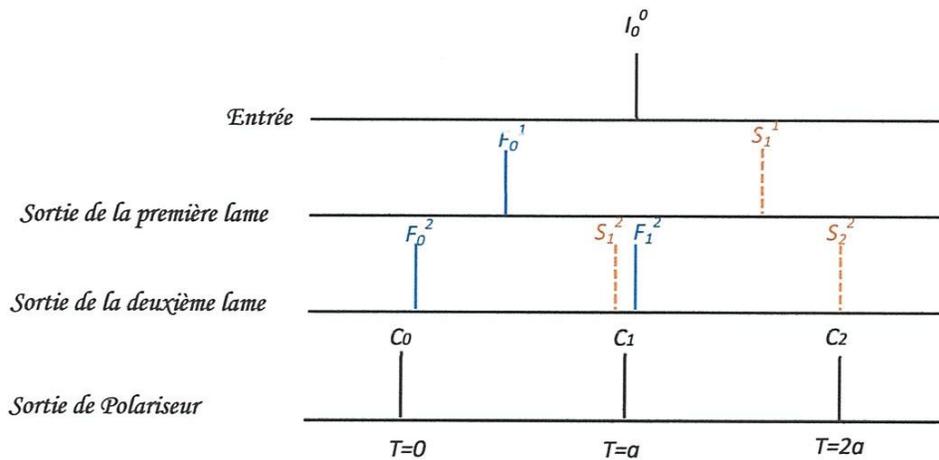


Fig.III.8 Pyramide des impulsions pour un réseau en deux étapes.

La sortie résultante du deuxième cristal biréfringent contient des composants polarisés dans les directions S et F de ce cristal

$$F^2(t) = F_0^2\delta(t) + F_1^2\delta(t - a) \quad (3.4)$$

$$S^2(t) = S_1^2\delta(t - a) + S_2^2\delta(t - 2a) \quad (3.5)$$

$S$  : signifie que l'impulsion émise est parallèle à l'axe lent

$F$  : signifie que l'impulsion émise est parallèle à l'axe rapide.

L'indice : indique le temps d'occurrence des impulsions

L'exposant : indique l'ordre de la lame (dans ce cas, le 2 signifie la sortie de la deuxième lame).

Ainsi la première impulsion, émise à  $t = 0$ , possède l'indice 0. Les deux impulsions suivantes, émises à  $t = a$ , ont pour indice 1 et ainsi de suite. On note, en particulier, que  $S_0^2$  et  $F_2^2$  sont nuls.

Les impulsions sont uniformément espacées dans le temps, alors au lieu d'écrire le train d'impulsions sur la forme des équations (3.4) et (3.5) on les écrit de la façon  $F_0^2, F_1^2, S_1^2$  et  $S_2^2$

La figure ci-dessous récapitule l'ensemble de ces notations

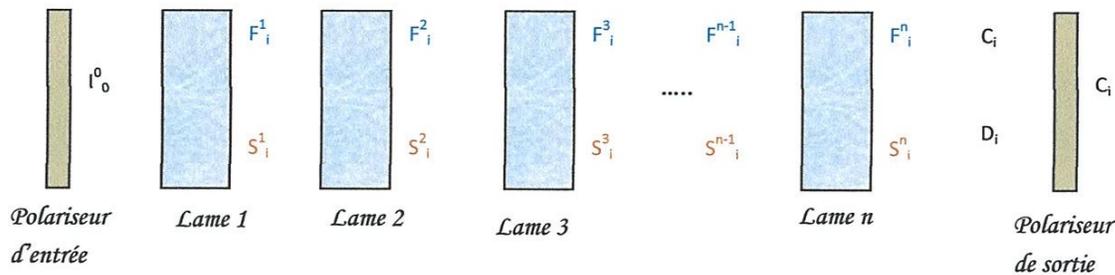


Fig.III.9 Réseau optique de  $n$  étage avec les notations

La composante polarisée orthogonalement à l'axe de transmission du polariseur de sortie sera bloqué par ce dernier, ce signal et son ensemble d'impulsions correspondant sont notés  $D(\omega)$  et  $D_i$  respectivement, la première étape de synthèse est de déterminer ce signal et ses coefficients

### III.4.2 Détermination de la composante orthogonale bloquée $D(\omega)$ :

Nous commençons en supposant que  $C(\omega)$  et en conséquence les  $C_i$  désirés des équations (3.1) et (3.2) ont été choisis. Nous devons, après, trouver le signal orthogonal, c'est-à-dire le signal  $D(\omega)$  qui est arrêté par l'analyseur, comme les lames sont supposées sans pertes, et en vertu du principe de conservation d'énergie (voir annexe) et d'après le pyramide des impulsions Fig (3.7) il convient de noter que la première impulsion se propage selon l'axe rapide et la dernière selon l'axe lent et  $F_i^i = S_0^i = 0$  ( c'est-à-dire la dernière impulsion rapide et la première impulsion lente sont nulles ) d'après ce principe on peut écrire :

$$|D(\omega)|^2 = D(\omega).D^*(\omega) = (I_0^0)^2 - C(\omega).C^*(\omega) \quad (3.6)$$

Les deux côtés de cette équation doivent être non négatifs pour toutes les fréquences, et, en conséquence, pour que l'équation soit valide,  $(I_0^0)^2$  doit être choisie plus grande que la valeur maximum de  $C(\omega).C^*(\omega)$ .

Tant que  $(I_0^0)^2$  dépasse cette valeur, son choix est arbitraire. Cependant, il sera généralement souhaitable de choisir  $(I_0^0)^2$  égal à la valeur maximum de  $C(\omega).C^*(\omega)$ , puisque ceci assure la transmission de 100% à la fréquence à laquelle ce maximum se produit

A partir du carré du module de  $D(\omega)$ , il est possible de calculer la réponse impulsionnelle et trouver les coefficients  $D_i$  en s'appuyant sur la méthode suivante développée par *Pegis*[42]

Supposons qu'on nous donne le semi-défini positif :

$$|D(\omega)|^2 = A_0 + 2A_1 \cos(a\omega) + \dots + 2A_n \cos(na\omega) \quad (3.9)$$

Il est possible de réécrire l'équation (3.7) sous la forme :

$$|D(\omega)|^2 = A_n e^{jna\omega} + A_{n-1} e^{j(n-1)a\omega} + \dots + A_1 e^{ja\omega} + A_0 + A_1 e^{-ja\omega} + \dots + A_{n-1} e^{-j(n-1)a\omega} + A_n e^{-jna\omega} \quad (3.8)$$

Il faut noter que les zéros de cette équation apparaissent en paires réciproques. Cette même équation (3.8) peut être factorisée ainsi :

$$|D(\omega)|^2 = (D_n e^{jna\omega} + D_{n-1} e^{j(n-1)a\omega} + \dots + D_1 e^{ja\omega} + D_0). (D_0 + D_1 e^{-ja\omega} + \dots + D_{n-1} e^{-j(n-1)a\omega} + D_n e^{-jna\omega}) \quad (3.9)$$

Les  $D_i$  ne sont pas uniques, il en existe  $2^{n+1}$  ensembles possibles.

Comme  $|D(\omega)|^2$  est toujours positif et pair, on peut l'écrire sous la forme :

$$|D(\omega)|^2 = D(\omega).D^*(\omega) \quad (3.10)$$

La comparaison de (3.9) avec (3.10) montre qu'une solution existe pour (3.10) si les  $D_i$  de l'équation (3.9) sont strictement réels.

La méthode permettant d'obtenir les  $D_i$  est attribuée à *Pegis* [42]. Elle sera exposée dans ce qui suit :

On part de l'expression de  $|D(w)|^2$  donnée par (3.8) et avec un changement de variable  $x = e^{j\omega w}$  on peut écrire :

$$A_n \cdot x^n + A_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots + A_1 \cdot x^1 + A_0 + A_1 \cdot x^{-1} + \dots + A_{n-1} \cdot x^{-(n-1)} + A_n \cdot x^{-n} \quad (3.11)$$

Cette équation (3.12) est mise sous la forme :

$$B_n \cdot (x + x^{-1})^n + B_{n-1} \cdot (x + x^{-1})^{n-1} + \dots + B_1 \cdot (x + x^{-1}) + B_0 = 0 \quad (3.12)$$

En effectuant le changement de variable suivant :

$$Y = (x + x^{-1}) \quad (3.13)$$

L'équation (3.12) devient :

$$B_n \cdot Y^n + B_{n-1} \cdot Y^{n-1} + \dots + B_1 \cdot Y^1 + B_0 = 0 \quad (3.14)$$

La résolution de cette équation donnera  $n$  racines notées  $y_1, y_2, \dots, y_n$  et par l'utilisation de l'équation (3.13), pour tous les  $y_i$ , on arrive à déterminer les paires réciproques de racines à savoir

$$\begin{aligned} & (x_1, \frac{1}{x_1}) \\ & (x_2, \frac{1}{x_2}) \\ & \cdot \\ & \cdot \\ & (x_n, \frac{1}{x_n}). \end{aligned} \quad (3.15)$$

Ensuite, construire toutes les équations possibles ayant des coefficients réels  $d_i$  en utilisant une racine de chaque ligne de Eq (3.15) par exemple :

$$(x - x_1) \left(x - \frac{1}{x_2}\right) (x - x_3) \dots (x - x_n) = x^n + d_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots + d_1 \cdot x^1 + d_0 \quad (3.16)$$

Les coefficients  $D_i$  recherchés étant proportionnels aux  $d_i$  selon :

$$D_i = q \cdot d_i \quad (3.17)$$

Où la quantité  $q$  vérifie l'équation :

$$q^2(d_0^2 + d_1^2 + \dots + d_n^2) = A_0 \quad (3.18)$$

Et en substituant cette valeur dans Eq (3.17), nous obtenons les  $D_i$

Le nombre d'ensembles de  $D_i$  réels dépend du nombre de racines complexes  $y_i$ . Si  $m$  est le nombre de racines  $y_i$  qui sont complexes, alors il existe  $2^{(n-\frac{1}{2}m+1)}$  ensembles (réels) possibles de  $D_i$ .

Une fois que  $(I_0^0)^2$  a été choisi,  $D(\omega)$  est calculé et écrit sous la forme :

$$D(\omega) = D_0 + D_1 e^{-i\alpha\omega} + D_2 e^{-i2\alpha\omega} + \dots + D_n e^{-in\alpha\omega} = \sum_{k=0}^n D_k e^{-ik\alpha\omega} \quad (3.19)$$

La réponse impulsionnelle orthogonale correspondante est donc :

$$\begin{aligned} D(t) &= D_0 \delta(t) + D_1 \delta(t - a) + D_2 \delta(t - 2a) + \dots + D_n \delta(t - na) \\ &= \sum_{k=0}^n D_k \delta(tka) \end{aligned} \quad (3.20)$$

### III.4.3 Détermination des Angles d'orientation des différents étages :

Le couple de coefficients  $C_i$  et  $D_i$ , tout en donnant une description complète entre entrée et sortie du polariseur de sortie, représente en même temps la sortie de la dernière lame ( $n^{\text{ième}}$ ) et il convient de transformer cette sortie et de faire sa projection sur le système d'axes principaux de la dernière lame.

Par projection, à l'aide de la fig (3.9), nous pouvons écrire sous forme matricielle, cette sortie en fonction des  $C_i$  et  $D_i$

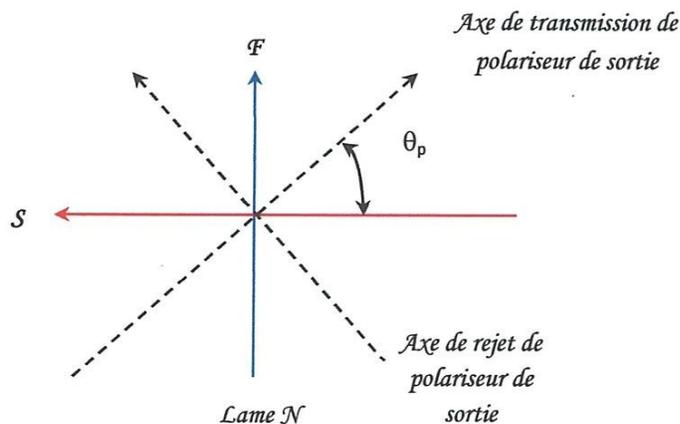


Fig.III.10 Axes de projection pour trouver l'angle relatif  $\theta_p$

Par la technique de changement de base et de projection (voir Annexe ) on obtient :

$$\begin{bmatrix} F_i^n \\ S_i^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\theta_p & -\cos\theta_p \\ \cos\theta_p & \sin\theta_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_i \\ D_i \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

$\theta_p$  est l'angle relatif de l'analyseur par rapport à la dernière lame.

Comme cité précédemment, on a :

$$F_n^n = S_0^n = 0 . \quad (3.22)$$

En utilisant l'équation (3.21), nous voyons que l'équation (3.22) sera satisfaite si :

$$F_n^n = C_n \sin\theta_p - D_n \cos\theta_p = 0 \leftrightarrow \tan\theta_p = \frac{D_n}{C_n} \quad (3.23)$$

De même :

$$S_0^n = 0 \leftrightarrow \tan\theta_p = -\frac{C_0}{D_0} \quad (3.24)$$

Alors :

$$C_0 C_n + D_0 D_n = 0 \quad (3.25)$$

Condition déjà satisfaite via la conservation d'énergie.

Ainsi en employant l'équation (3.24) et (3.23), l'angle du polariseur final est déterminé. Puis, en substituant cette valeur de  $\theta_p$  dans l'équation (3.21), on obtient les  $F_i^n$  et les  $S_i^n$ , la sortie le long des axes lent et rapide de la dernière lame.

On doit maintenant trouver les angles de rotation des n lames

Pour la première lame :

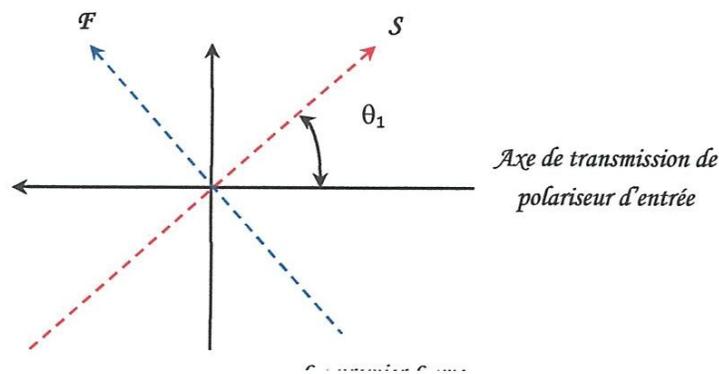


Fig.III.11 Axes de projection pour trouver l'angle relatif  $\theta_1$

Par projection à l'aide de la fig (III.10), on parvient à relier la sortie de la 1<sup>ère</sup> lame à son entrée qui est l'impulsion incidente  $I_0^0$ .

On a donc :

$$\begin{bmatrix} F_0^1 \\ S_1^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\theta_1 \\ \cos\theta_1 \end{bmatrix} [I_0^0] \quad (3.26)$$

Pour les autres lames :

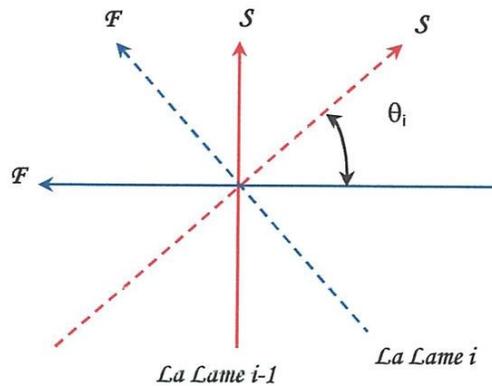


Fig.III.12 Axes de projection pour trouver l'angle relatif  $\theta_i$

Pour la deuxième lame on aura :

$$\begin{bmatrix} F_0^2 \\ F_1^2 \\ S_1^2 \\ S_2^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & 0 \\ 0 & -\sin\theta_2 \\ \sin\theta_2 & 0 \\ 0 & \cos\theta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_0^1 \\ S_1^1 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Pour la troisième lame on aura :

$$\begin{bmatrix} F_0^3 \\ F_1^3 \\ F_2^3 \\ S_1^3 \\ S_2^3 \\ S_3^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_3 & -\sin\theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin\theta_3 \\ \sin\theta_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin\theta_3 & \cos\theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\theta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_0^2 \\ F_1^2 \\ S_1^2 \\ S_2^2 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Ainsi pour la  $i^{\text{ème}}$  lame on aura :

$$\begin{bmatrix} F_0^i \\ F_1^i \\ F_2^i \\ \dots \\ \dots \\ S_{i-3}^i \\ S_{i-2}^i \\ S_{i-1}^i \\ S_1^i \\ S_2^i \\ S_3^i \\ \dots \\ \dots \\ S_{i-2}^i \\ S_{i-1}^i \\ S_i^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_i & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta_i & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\sin\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -\sin\theta_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -\sin\theta_i \\ \sin\theta_i & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin\theta_i & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin\theta_i & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \cos\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \cos\theta_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \cos\theta_i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_0^{i-1} \\ F_1^{i-1} \\ F_2^{i-1} \\ \dots \\ \dots \\ F_{i-3}^{i-1} \\ F_{i-2}^{i-1} \\ S_1^{i-1} \\ S_2^{i-1} \\ S_3^{i-1} \\ \dots \\ \dots \\ S_{i-2}^{i-1} \\ S_{i-1}^{i-1} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

• Exemple :

A travers cet exemple, on illustre le processus de calcul des entrées et de l'angle d'orientation d'un des étages du filtre. Prenons le cas de la troisième lame.

Les sorties au niveau de la troisième lame étant connues ( $F_1^3, S_1^3$ ) et on cherche à déterminer  $\theta_3$  et les entrées ( $F_0^2, S_1^2$ ). Plus précisément, à partir de  $F_0^3, F_1^3, F_2^3, S_1^3, S_2^3, S_3^3$  il faut déterminer  $\theta_3$  ainsi que les  $F_0^2, F_1^2, S_1^2, S_2^2$ .

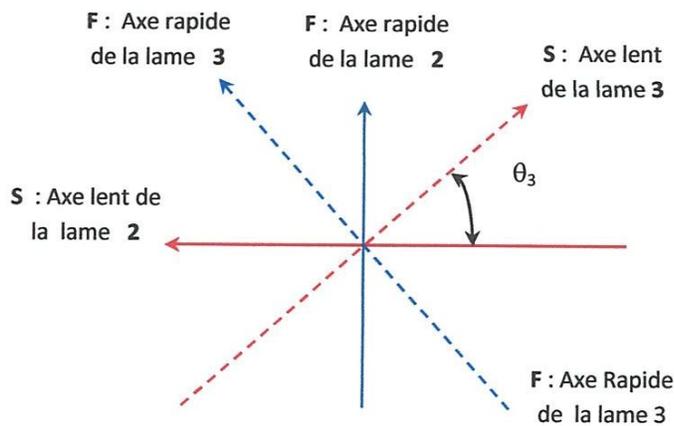


Fig.III.13 Orientation des axes propres des lames 2 et 3

La projection de la sortie sur les axes propres de la lame 2 donne le système d'équations (3.28), Pour que ce système d'équations non homogènes possède une solution, il faut que le rang de la matrice de coefficients soit égal au rang de la matrice étendue (matrice de coefficients plus une colonne supplémentaire de  $F_i^3$  et  $S_i^3$ ). Pour satisfaire cette condition, il faut avoir :

$$\tan(\theta_3) = -\frac{F_2^3}{S_3^3} \quad (3.30)$$

L'équation (3.30) donne l'angle d'orientation de la lame 3. Le calcul des entrées se fera par les formules données en *annexe*. Et d'une manière générale pour l'étage d'ordre  $i$ , son angle d'orientation se calcule via l'équation :

$$\tan(\theta_i) = -\frac{F_{i-1}^i}{S_i^i} \quad (3.31)$$

La détermination des différents angles d'orientation achève la caractérisation du filtre pouvant répondre à un gabarit prédéfini.

### **III.5 Conclusion:**

Dans ce chapitre, on a vu la procédure de synthèse qui nous a permis de trouver la réponse de notre filtre biréfringent grâce à une approche dans le domaine temporel, de ce fait il est possible, avec de telles structures, de réaliser des filtres à gabarits prédéfinis.

En effet, la réponse impulsionnelle de tels filtres peut être contrôlée par l'orientation des angles des différents éléments de la structure. Ceci offre un degré de liberté supplémentaire pour la réalisation de filtres à fonction de transfert symétrique.

Le chapitre suivant sera consacré à la présentation d'un algorithme de synthèse plus générale basé sur des lames biréfringentes associées à des lames à cristaux liquides et qui permet de traiter des fonctions de transferts de formes quelconques.

# Chapitre IV

## Synthèse de filtre biréfringent à gabarit prédéfini par la méthode de Amman

### IV.1 Introduction :

La première partie a rapporté une procédure de synthèse d'un réseau biréfringent ayant une transmittance d'amplitude prescrite. La transmittance désirée  $C(\omega)$  a été écrite comme  $C(\omega) = C_0 + C_1 e^{-i\omega a} + C_2 e^{-i2\omega a} + \dots + C_n e^{-in\omega a}$  (4.1) où les  $C_i$  pouvait être arbitrairement tant que chacun était réel. La procédure de synthèse de cette partie de Amman [43] est une généralisation de la procédure de la première et permettent la réalisation de  $C(\omega)$  ayant des coefficients complexe. Le réseau résultant est constitué d'un  $n$  étage entre un polariseur d'entrée et d'un analyseur sortie, chaque étage contenant un cristal biréfringent mais chacune est accompagnée d'une lame à cristaux liquides (Liquid Crystal Cell, LCC). Aussi, le polariseur de sortie est précédé d'une lame à cristaux liquides.

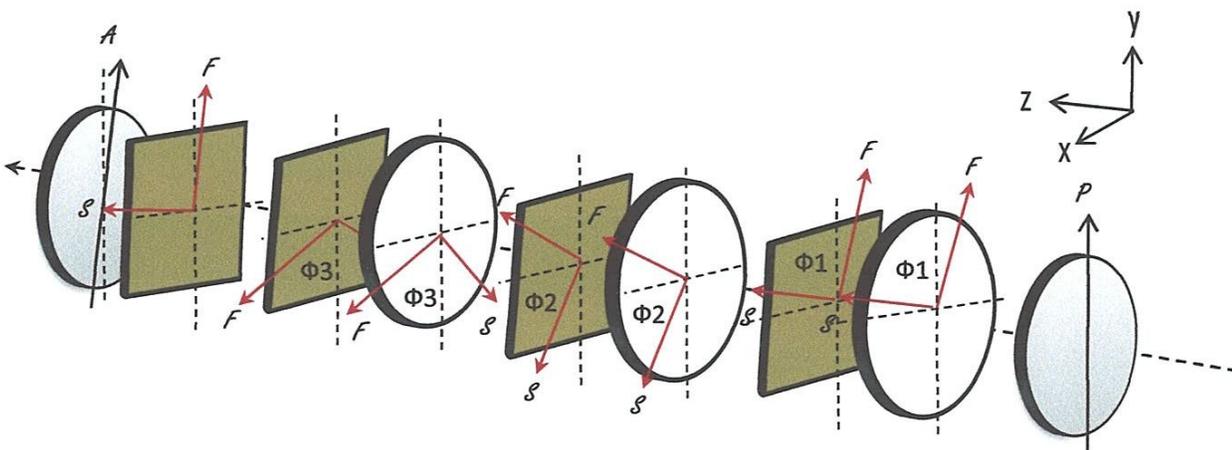


Fig.IV.1 Configuration de base du réseau biréfringent (3 étages) obtenue à partir de la procédure de ce chapitre

## IV.2 Lamé à cristaux liquides (LCC) :

Les LCCs se comportent essentiellement comme de très petites lames biréfringentes. Une LCC introduit une différence de phase de  $b$  radians (où  $0 < b < 2\pi$ ) entre les axes lents ( $S$ ) et les axes rapides ( $F$ ) des lames qui constituent le filtre biréfringent. On suppose que cette différence de phase soit indépendante de la fréquence  $\omega$  ; ceci est approximativement acceptable pour les cas que nous traitons ici. Alors, l'impulsion qui passe à travers la LCC et polarisée dans la direction de l'axe  $S$ , est affectée du terme  $e^{-ib}$ , tandis que l'impulsion qui est polarisée suivant l'axe rapide  $F$ , est la même que celle obtenue dans le chapitre 3

## IV.3 Procédure de synthèse :

### IV.3.1 Généralité :

Les notations, les approximations et certaines informations utilisées ici sont les mêmes que celles décrites dans le chapitre précédent.

Nous supposons que le filtre biréfringent est sans perte, c'est-à-dire que l'énergie doit-être conservée en tout point situé entre les éléments du filtre entre les polariseurs d'entrée et de sortie ; La conservation de l'énergie impose certaines restrictions importantes aux axes  $F_i$  et  $S_i$ , et sur le  $C_i$  et  $D_i$  (voir Annexe), il est pratique aussi de traiter les angles relatifs ( $\theta_i$ ) des étages au lieu des angles absolus ( $\Phi_i$ ).

$$\begin{aligned}\theta_1 &= \Phi_1 \\ \theta_2 &= \Phi_2 - \Phi_1 \\ \theta_3 &= \Phi_3 - \Phi_2 \\ &\vdots \\ \theta_n &= \Phi_n - \Phi_{n-1} \\ \theta_p &= \Phi_p - \Phi_n\end{aligned}\tag{4.2}$$

L'objet de la procédure de synthèse est de trouver les  $n$  angles des lames biréfringentes, le retard introduit par les compensateurs optiques (LCC)  $n + 1$  et l'angle de polariseur de sortie qui se traduisent par la transmittance d'amplitude souhaitée  $C(\omega)$ ,  $2n + 2$  paramètres de réseau sont à déterminer. Cela correspond au nombre de quantités dans  $C(\omega)$  que nous sommes libres de choisir, car nous pouvons spécifier les parties réelles et imaginaires des  $n + 1$  coefficients  $C_i$ . La longueur  $L$  des lames (tous les cristaux ont la même longueur) sont déterminés par la périodicité de la transmittance d'amplitude désirée

### IV.3.2 Procédure :

Comme mentionné précédemment, une approche utile au problème de synthèse est de considérer la réponse impulsionnelle du réseau. Puisque la transformée de Fourier inverse de la transmittance d'un réseau donne sa réponse impulsionnelle, on l'obtient en prenant la transformée de Fourier inverse de Eq. (4.1), la réponse impulsionnelle du réseau de fig (4.1) :

$$C(t) = C_0\delta(t) + C_1\delta(t - a) + C_2\delta(t - 2a) + \dots + C_n\delta(t - na) \quad (4.3)$$

Ainsi la réponse impulsionnelle de notre réseau consiste en une série d'impulsions équidistantes dont les amplitudes sont données par les  $C_i$ . Puisque les  $C_i$  sont complexes, la réponse impulsionnelle est également complexe.

Dans la synthèse, nous commençons par le  $C(\omega)$  désiré comme indiqué par l'équation (4.1), ceci équivaut à prescrire la réponse impulsionnelle  $C(t)$  du réseau. Nous passons ensuite de la dernière composante du réseau (le polariseur de sortie) à la première (le polariseur d'entrée), en calculant les trains d'impulsions qui existent à tous les points intermédiaires. Les zones des impulsions individuelles de ces trains sont notées  $F_i^j$  et les  $S_i^j$  de la fig.(4.4), où les impulsions  $F_i^j$  sont polarisées le long de l'axe rapide du cristal (jth) précédent et les impulsions  $S_i^j$  sont polarisées le long de l'axe lent. Au cours du calcul de ces trains d'impulsions, les angles des lames, les retards du compensateur(LCC) et l'angle du polariseur de sortie sont déterminés

Supposons que  $C(\omega)$  et les  $C_i$  de l'équation (4.1) et (4.3) désirés ont été choisis. Il faut ensuite trouver le signal  $D(\omega)$  qui est polarisé perpendiculairement à  $C(\omega)$  et donc arrêté par le polariseur de sortie. Puisque le réseau est sans perte (entre polariseur d'entrée et de sortie) l'énergie du signal entrant dans le premier cristal doit être la somme de l'énergie dans  $C(\omega)$  et  $D(\omega)$  de la sortie. Sous forme d'équation, cela donne :

$$C(\omega).C^*(\omega) + D(\omega).D^*(\omega) = (I_0^0)^2 \quad (4.4)$$

Où  $(I_0^0)^2$  est l'impulsion qui est incidente sur le premier cristal. Réécrire cela, nous avons :

$$D(\omega).D^*(\omega) = (I_0^0)^2 - C(\omega).C^*(\omega) \quad (4.5)$$

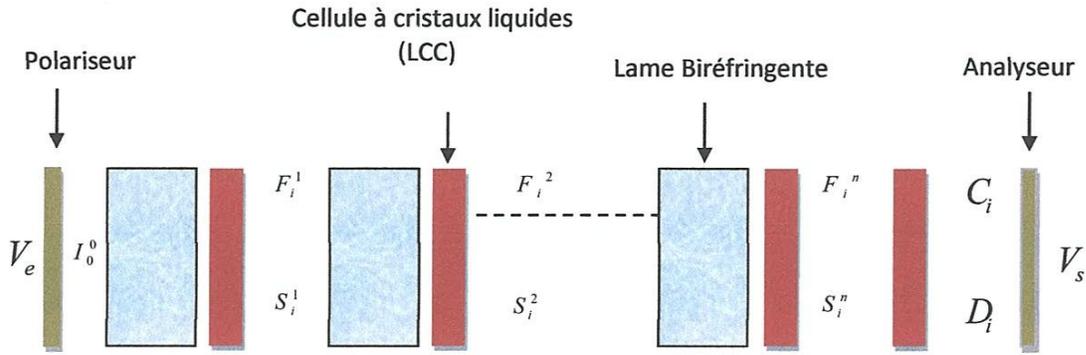


Fig.IV.3 Réseau n étage. Chaque étage contient un cristal biréfringent et un LCC

Nous sommes maintenant prêts à choisir une valeur pour  $(I_0^0)^2$ . Le côté gauche de eq (4.5) doit être non négatif pour toutes les fréquences; après le choix de  $(I_0^0)^2$  on peut calculer  $D(\omega)$  à partir de  $D(\omega)$ ,  $D^*(\omega)$  en utilisant la méthode suivante.

### IV.3.3 Détermination de la composante orthogonale bloquée $D(\omega)$ :

La différence entre cette méthode et la première c'est que nous commençons maintenant avec  $C(\omega)$  contient des  $C_i$  complexe, et la valeur complexe de  $D_i$  peut maintenant être tolérée dans  $D(\omega)$ .

Nous commençons par le polynôme semi-défini positif :

$$|D(\omega)|^2 = A_n e^{jna\omega} + A_{n-1} e^{j(n-1)a\omega} + \dots + A_1 e^{ja\omega} + A_0 + A_1^* e^{-ja\omega} + \dots + A_{n-1}^* e^{-j(n-1)a\omega} + A_n^* e^{-jna\omega} \quad (4.6)$$

Posons  $x = e^{ja\omega}$  et inversant l'ordre des termes, l'équation (4.6) devient :

$$A_n^* \cdot x^n + A_{n-1}^* \cdot x^{n-1} + \dots + A_1^* \cdot x^1 + A_0 + A_1 \cdot x^{-1} + \dots + A_{n-1} \cdot x^{-(n-1)} + A_n \cdot x^{-n} \quad (4.7)$$

Supposons que  $x_1$  est une racine de l'équation (4.7)

$$A_n^* \cdot x_1^n + A_{n-1}^* \cdot x_1^{n-1} + \dots + A_1^* \cdot x_1^1 + A_0 + A_1 \cdot x_1^{-1} + \dots + A_{n-1} \cdot x_1^{-(n-1)} + A_n \cdot x_1^{-n} \quad (4.8)$$

Si nous prenons maintenant le conjugué de l'équation (4.8), nous obtenons

$$A_n \cdot (x_1^*)^n + A_{n-1} \cdot (x_1^*)^{n-1} + \dots + A_1 \cdot x_1^* + A_0 + A_1^* \cdot (x_1^*)^{-1} + \dots + A_{n-1}^* \cdot (x_1^*)^{-(n-1)} + A_n^* \cdot (x_1^*)^{-n} \quad (4.9)$$

L'équation (4.7) peut se réécrire comme

$$A_n \left(\frac{1}{x_1^*}\right)^n + A_{n-1} \left(\frac{1}{x_1^*}\right)^{n-1} + \dots + A_1 \left(\frac{1}{x_1^*}\right) + A_0 + A_1^* \left(\frac{1}{x_1^*}\right)^{-1} + \dots + A_{n-1}^* \left(\frac{1}{x_1^*}\right)^{-(n-1)} + A_n^* \left(\frac{1}{x_1^*}\right)^{-n} = 0 \quad (4.10)$$

Mais, nous voyons maintenant que l'équation (4.8) et (4.10) ont des coefficients identiques, avec  $x_1$  devenant la variable dans l'équation (4.8) et  $(1/x_1^*)$  la variable dans l'équation (4.10). Ainsi, si  $x_1$  est une racine de l'équation (4.7), alors  $(1/x_1^*)$  en est aussi. Une de ces deux racines est associée avec  $D(x)$  et l'autre avec  $D(x)^*$ . D'ici nous associons la moitié des racines de l'équation (4.7) avec  $D(x)$  et l'autre moitié avec  $D(x)^*$ ,  $D(x)$  (et par conséquent  $D(w)$ ) peut alors être construit à partir de ces racines.

Pour resumer, commençons avec  $|D(w)|^2$  écrit sous la forme de l'équation (4.7). Les  $A_i$  sont en général complexes. La forme de l'équation

Réolvons les  $2n$  racines de cette équation pour. Ces racines existent toujours en paires réciproques de la forme :

$$\begin{aligned} & (x_1, \frac{1}{x_1^*}) \\ & (x_2, \frac{1}{x_2^*}) \\ & \cdot \\ & \cdot \\ & (x_n, \frac{1}{x_n^*}). \end{aligned} \quad (4.11)$$

Construire toutes les équations possibles en utilisant une racine de chaque ligne de (4.11). Un groupement possible, par exemple :

$$(x - x_1)(x - x_2) \left(x - \frac{1}{x_3^*}\right) \dots \left(x - \frac{1}{x_n^*}\right) = x^n + d_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots + d_1 \cdot x^1 + d_0 \quad (4.12)$$

Chaque différent groupement des racines donnent différentes expressions de  $D(w)$ .

Les  $D_i$  sont proportionnels aux  $d_i$ , où  $q$  est la constante de proportionnalité, qui est en générale complexe. En écrivant  $q$  sous la forme

$$q = |q|.e^{ju} \quad (4.13)$$

Nous obtenons :

$$D_i = |q|.e^{ju}.d_i = D_i'.e^{ju} \quad (4.14)$$

Avec

$$D_i' = d_i. |q|$$

La nécessité de permettre à  $q$  d'être complexe peut être vue en notant que si  $D(w)$  est une solution de l'équation (4.5), alors  $D(w).e^{ju}$  est aussi une solution.

La valeur de  $|q|$  est calculée à partir de :

$$|q|^2(d_0^*d_0 + d_1d_1^* + \dots + d_{n-1}d_{n-1}^* + 1) = A_0 \quad (4.15)$$

Cependant, pour calculer l'angle de phase  $u$ , des informations supplémentaires doivent être fournies. Les informations nécessaires sont obtenues à partir de la restriction que  $F_0^n$  doit être réel, condition qui résulte de notre formulation de la procédure de synthèse. Avec cette restriction,  $u$  est déterminé de manière unique et  $D(w)$  peut être obtenu.

Ainsi, cette la méthode nous permet de trouver  $D(w)$  à l'intérieur d'un facteur de phase multiplicatif  $e^{ju}$  nous obtenons des valeurs pour les  $D_i$ , où

$$\begin{aligned} D(w) &= e^{ju}(D_n'.e^{-jna\omega} + D_{n-1}'.e^{-j(n-1)a\omega} + \dots + D_1'.e^{-ja\omega} + D_0'). \\ &= (D_n.e^{-jna\omega} + D_{n-1}.e^{-j(n-1)a\omega} + \dots + D_1.e^{-ja\omega} + D_0) \end{aligned} \quad (4.16)$$

#### **IV.3.4 La détermination de $a_p$ , $b_p$ et $u$**

Bien que la méthode qui nous permette de déterminer la composante orthogonale bloquée  $D(w)$  nous donne la valeur du  $D'$ , elle ne détermine pas de valeur de  $u$ . La quantité  $u$  doit être déterminée d'après d'autres considérations et comme on a dit précédemment,  $u$  a une valeur qui est fixée par la manière dont la synthèse est formulée.

Maintenant, établissons une relation entre les entrées (les  $F_i^n$  et  $S_i^n$ ) et les sorties (les  $C_i$  et  $D_i$ ) de LCC finale. Rappelons que les  $F_i^n$  et  $S_i^n$  sont les composantes situées le long des axes

rapide et lent du nième étage tandis que les  $C_i$  et  $D_i$  sont les composantes situées le long des axes rapide et lent de la LCC finale

Les figures suivantes illustrent la convention adoptée par rapport à l'orientation relative entre chaque deux élément (étages) successifs :

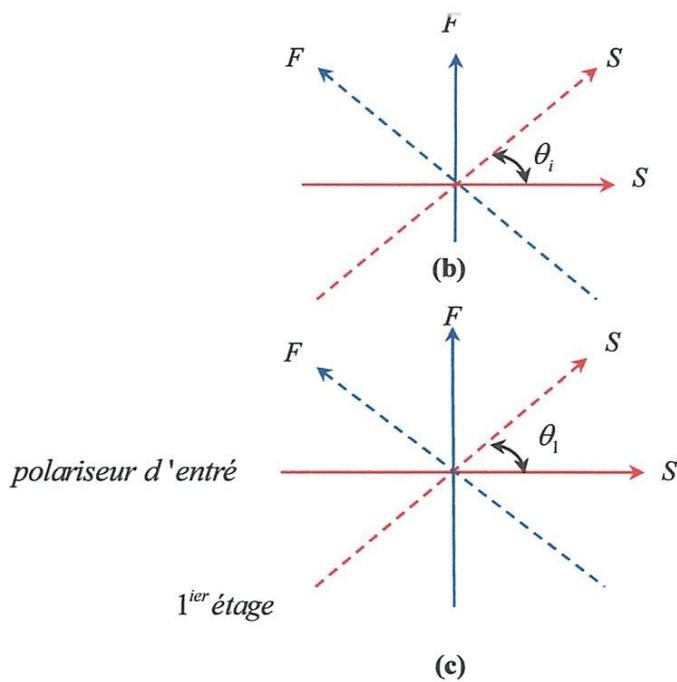
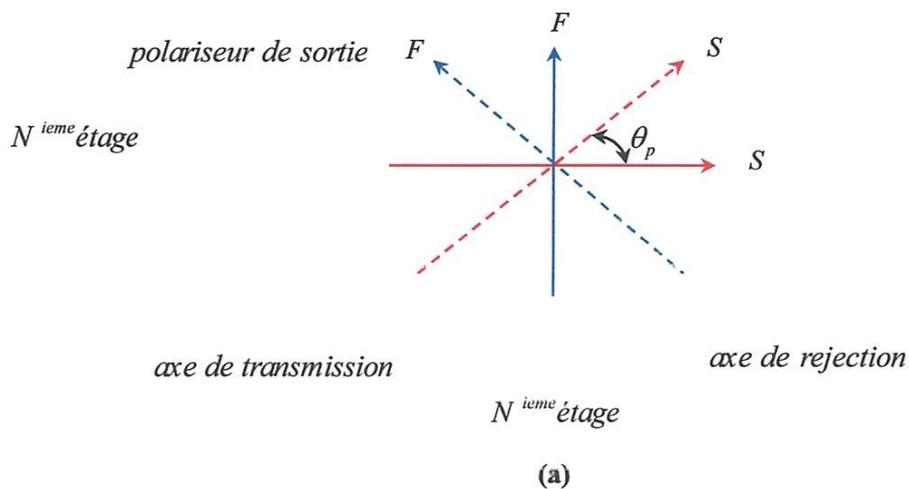


Fig.IV.4 Changement de Base

En se référant à la figure (4.4) nous trouvons :

$$\begin{bmatrix} F_i^n \\ S_i^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{jb_p} \sin \theta_p & -\cos \theta_p \\ e^{jb_p} \cos \theta_p & \sin \theta_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_i \\ e^{ju} D_i' \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Où  $\theta_p$  est l'angle relatif de la LCC finale (et aussi du polariseur de sortie), et  $b_p$  est le retard de phase introduit par cette LCC.

Nous devons ensuite déterminer les valeurs  $\mu$ ,  $\theta_p$  et  $b_p$ . Pour cela, nous dérivons et résolvons trois équations simultanées. La première de ces équations est obtenue en notant que la première impulsion du  $n^{ieme}$  étage doit avoir un amplitude réelle. Ceci est équivalent à dire que  $F_0^n$  doit être réel. Cette condition découle de notre convention qui suppose que la lumière qui passe à travers une LCC et polarisée suivant la direction  $S$  est affectée d'un terme de phase  $e^{-jb}$  tandis que la lumière polarisée suivant la direction  $F$  est n'en est pas affectée (terme de phase unité). En effet, la première impulsion sortante du  $n^{ieme}$  étage doit être polarisée le long de son axe  $F$ . Cette impulsion est le résultat de la décomposition de tous les sous composantes sur les différents axes rapides des étages précédents. Chaque sous composante sera affectée d'un terme de phase unité en passant dans la LCC et donc sera réelle

A partir de l'équation (4.17), on cherche a trouvé  $F_0^n$ .

$$F_0^n = e^{jb_p} \sin \theta_p \cdot C_i - \cos \theta_p \cdot e^{ju} D_i' \quad (4.18)$$

En plaçant les parties imaginaires du côté gauche et droit de cette équation, nous obtenons la première de nos trois équations désirées

$$0 = \sin \theta_p [Im(C_0) \cdot \cos b_p + Re(C_0) \cdot \sin b_p] - \cos \theta_p [Im(D_0) \cdot \cos u + Re(D_0) \cdot \sin u] \quad (4.19)$$

Où Im et Re représentent respectivement les parties imaginaire et réelle de la valeur en question. Les deux équations restantes sont obtenues à partir de la première et dernière impulsions du  $n^{ieme}$  étage, respectivement  $F_n^n$  et  $S_0^n$ . Nous avons  $F_n^n = S_0^n = 0$ .

Avec l'équation (4.17) nous donne :

$$e^{j(b_p - u)} \cdot \tan(\theta_p) = \frac{D_n'}{C_n} \quad (4.20)$$

$$e^{-j(b_p-u)} \cdot \tan(\theta_p) = -\frac{C_0}{D_0} \quad (4.21)$$

En prenant le conjugué complexe des deux côtés de l'équation (4.21), nous obtenons :

$$e^{j(b_p-u)} \cdot \tan(\theta_p) = -\frac{C_0^*}{D_0^*} \quad (4.22)$$

En combinant cette équation avec l'équation (4.20), nous obtenons :

$$C_n \cdot C_0^* + D_0^* \cdot D_n' = 0 \quad (4.23)$$

Cette relation est vraie si les équations (4.20) et (4.21) sont satisfaites simultanément. En notant que  $D_n' = e^{-j\mu} D_n$ , nous pouvons écrire (4.23) comme :

$$C_n \cdot C_0^* + D_0^* \cdot D_n = 0 \quad (4.24)$$

Mais l'équation (4.24) est automatiquement satisfaite à partir de la conservation d'énergie puisqu'elle est équivalente à l'équation (4.20) (voir annexe).

Puisque les  $C_i$  et  $D_i'$  sont complexes, nous pouvons réécrire (4.20) sous la forme suivante :

$$e^{j(b_p-u)} \cdot \tan(\theta_p) = \left| \frac{D_n'}{C_n} \right| e^{i\alpha_p} \quad (4.25)$$

Où dans (4.25) nous avons exprimé  $\left| \frac{D_n'}{C_n} \right|$  par son module et sa phase. Il est évident à partir de (4.25) que l'angle de rotation  $\theta_p$  du polariseur de sortie et la LCC finale devrait être choisi tel que

$$\tan(\theta_p) = \left| \frac{D_n'}{C_n} \right| \quad (4.26)$$

Par manipulations supplémentaires des équations (4.20), (4.21) et (4.22), nous obtenons :

$$\tan(b_p) = -\frac{\text{Im}(C_0)}{\text{Re}(C_0)} \quad (4.27)$$

et

$$u = b_p - \alpha_p \quad (4.28)$$

Ayant déterminé  $\alpha_p, b_p$  et  $\mu$ , nous pouvons remplacer ces valeurs dans (4.17) pour obtenir les sorties le long des axes rapide et lent du nième étage  $F_i^n$  et  $S_i^n$ . Ensuite, nous devons trouver les angles de rotation et le retard de phase des LCC des  $n$  étages du filtre

En se référant à la fig.(4.4), les notations prises pour la description des impulsions qui émergent à la sortie de chaque étage, on peut écrire

Etage 1

$$\begin{bmatrix} F_0^1 \\ S_1^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \theta_1 \\ \exp(-ib_1) \cos \theta_1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_0^0 \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

Etage 2

$$\begin{bmatrix} F_0^1 \\ F_1^1 \\ S_1^2 \\ S_2^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & 0 \\ 0 & -\sin \theta_2 \\ \exp(-ib_2) \sin \theta_2 & 0 \\ 0 & \exp(-ib_2) \cos \theta_2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} F_0^1 \\ S_1^1 \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

Etage 3

$$\begin{bmatrix} F_0^3 \\ F_1^3 \\ F_2^3 \\ S_1^3 \\ S_2^3 \\ S_3^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_3 & -\sin \theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \theta_3 \\ \exp(-ib_3) \sin \theta_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \exp(-ib_3) \sin \theta_3 & \exp(-ib_3) \cos \theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \exp(-ib_3) \cos \theta_3 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} F_0^2 \\ F_1^2 \\ S_1^2 \\ S_2^2 \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

Et en général  $i^{ième}$  étage

$$\begin{bmatrix} F_0^i \\ F_1^i \\ F_2^i \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ F_{i-3}^i \\ F_{i-2}^i \\ F_{i-1}^i \\ S_1^i \\ S_2^i \\ S_3^i \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ S_{i-2}^i \\ S_{i-1}^i \\ S_i^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_i & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta_i & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\sin\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \sin\theta_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -\sin\theta_i \\ \exp(-ib_i)\sin\theta_i & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \exp(-ib_i)\sin\theta_i & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \exp(-ib_i)\sin\theta_i & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \exp(-ib_i)\cos\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \exp(-ib_i)\cos\theta_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \exp(-ib_i)\cos\theta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_0^{i-1} \\ F_1^{i-1} \\ F_2^{i-1} \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ F_{i-3}^{i-1} \\ F_{i-2}^{i-1} \\ S_1^{i-1} \\ S_2^{i-1} \\ S_3^{i-1} \\ S_4^{i-1} \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ S_{i-2}^{i-1} \\ S_{i-1}^{i-1} \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

Maintenant, Nous connaissons la sortie  $F_i^n$  et  $S_i^n$  et nous souhaitons trouver  $\theta_n, b_n$ , et l'entrée.

Comme discuté en détail dans le chapitre 3, à partir d'une entrée et une sortie donnée on a :

$$e^{jb_p} \cdot \tan(\theta_p) = -\frac{F_{n-1}^n}{S_n^n} = \left| \frac{F_{n-1}^n}{S_n^n} \right| \cdot e^{j\alpha_n} \quad (4.33)$$

et

$$F_0^{j*} \cdot F_{j-1}^j + S_1^{j*} \cdot S_j^j = 0 \quad (4.34)$$

qui donne :

$$b_j = \alpha_j \quad (4.35)$$

et

$$\tan(\theta_j) = \left| \frac{F_{j-1}^j}{S_j^j} \right| \quad (4.36)$$

L'équation (4.34) est toujours automatiquement satisfaite par la conservation de l'énergie (voir annexe).

- **Note :**

Si  $\alpha_j = 0$  une (LCC) n'est pas nécessaire (en théorie) pour cet étage particulier. En plus, si  $\alpha_j = \pi$ , une solution alternative de l'équation (4.33) est

$$b_j = 0 \quad (4.37)$$

et

$$\tan(\theta_j) = -\left| \frac{F_{j-1}^j}{S_j} \right| \quad (4.38)$$

Dès lors, à chaque fois que  $\alpha_j = \pi$ , alors les équations (4.37) e (4.38), plutôt que (4.35) et (4.36), devraient être utilisées pour déterminer  $b_j$  et  $\alpha_j$

A ce stade, nous avons toutes les informations nécessaires pour synthétiser un filtre biréfringent.

#### **IV.4 Conclusion:**

Dans ce chapitre nous avons exposé un algorithme de synthèse plus générale que celui présenté au chapitre 3 et qui nous permet de traiter des fonctions de transfert de forme quelconque en jouant sur les angles d'orientation et les déphasages introduits par les lames à cristaux liquides (LCCs). Ces LCCs sont les éléments responsables de la forme complexe des impulsions. L'ajout des lames à cristaux liquides offre un nouveau degré de liberté pour synthétiser des fonctions de transfert de forme quelconque

# Chapitre V

## Réalisation et Simulation

---

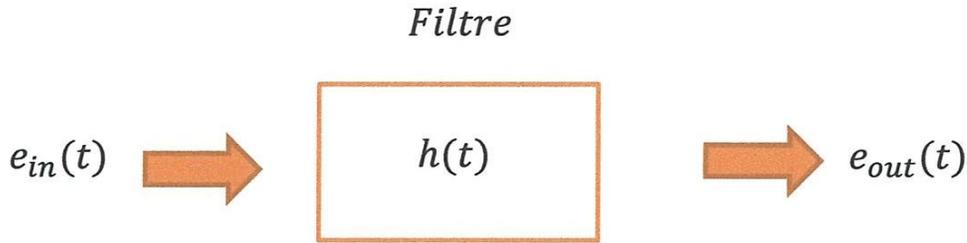
### V.1 Introduction :

Avant de commencer, nous devons clarifier que pour faire la mise en forme des impulsions laser la présence de filtrage est obligatoire, d'après ce principe nous pouvons diviser ce chapitre en quatre parties, la première partie est basée sur la technique WDM qui nous permet de voir la fonction de filtrage par un gabarit fixe, la 2<sup>ème</sup> partie a le même principe de ce dernier mais cette fois on utilise des lames biréfringentes pour construire un filtre de Lyot et Šolc, la 3<sup>ème</sup> partie montre un exemple de calcul qui illustre la procédure de synthèse par la méthode de Harris avec un gabarit rectangulaire qui est symétrique, la 4<sup>ème</sup> partie décrit l'algorithme de Synthèse par la méthode de Amman, essayons de faire l'adaptation de quelque type des lasers femtosecond.

Tous les résultats obtenus ont été pris au laboratoire de l'école d'ingénieur Télécom SudParis

### V.2 Rappels sur le filtrage linéaire :

L'objectif à atteindre est donc de mettre en forme une impulsion laser. La première idée qui vient à l'esprit est de tailler cette impulsion directement dans le domaine temporel. Cependant, à de telles échelles de temps, les modulateurs de lumière sont trop lents. Les techniques actuelles sont donc basées sur le fait que ces impulsions sont modélisées par la transformée de Fourier. Ainsi, modifier le spectre d'une impulsion revient à modifier sa forme temporelle.



*Fig.V.1 Schéma bloc de filtrage linéaire*

L'idée du "pulse shaping" est basée sur le principe classique du filtrage linéaire et obéit par conséquent aux mêmes lois de la physique des systèmes linéaires Fig.(5.1) Considérons une impulsion  $e_{in}(t)$  excitant un filtre de réponse impulsionnelle  $h(t)$ . Le signal  $e_{out}(t)$  obtenu en sortie est donné par le produit de convolution suivant :

$$e_{out}(t) = h(t) * e_{in}(t) = \int h(\tau).e_{in}(t - \tau).d\tau \quad (5.1)$$

Cette expression se traduit dans le domaine spectral par un simple produit des transformées de Fourier de l'impulsion d'entrée et de la fonction de transfert du filtre :

$$E_{out}(\omega) = H(\omega).E_{in}(\omega) \quad (5.2)$$

La fonction de transfert du filtre peut aussi être définie par une transmittance  $T(\omega)$  modifiant uniquement l'intensité spectrale, et un terme de phase pur  $\Psi(\omega)$  :

$$H(\omega) = T(\omega). \exp(j\Psi(\omega)) \quad (5.3)$$

Dans la pratique, le signal d'entrée étant parfaitement défini temporellement donc spectralement ce sont ces deux paramètres qu'il faut déterminer afin d'obtenir l'impulsion de sortie voulue :

$$T(\omega) = \left\| \frac{E_{out}(\omega)}{E_{in}(\omega)} \right\| \quad (5.4)$$

et

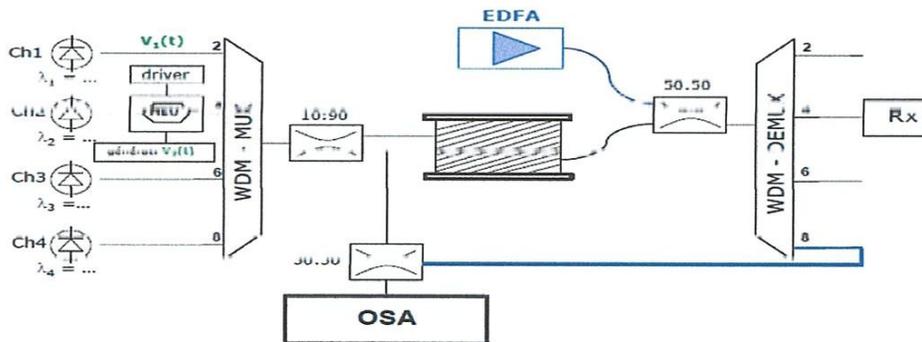
$$\Psi(\omega) = \arg\left(\frac{E_{out}(\omega)}{E_{in}(\omega)}\right) \quad (5.5)$$

Cette étape est la plus facile à réaliser, surtout depuis les progrès réalisés par le calcul numérique qui donne des résultats proches du calcul analytique. Cependant, la conception du filtre n'est pas toujours immédiate voire technologiquement possible dans certains cas : le filtre calculé peut aboutir à une modulation d'amplitude et de phase alors que le modulateur

utilisé n'effectue qu'un de ces deux types de modulations. La partie suivante introduit le dispositif de base des techniques actuelles de mise en forme temporelle d'impulsions lasers permettant de générer des profils d'impulsions quelconques

### V.3 1<sup>er</sup> Réalisation (technique WDM) :

Le multiplexage en longueur d'onde, souvent appelé WDM (Wavelength Division Multiplexing en anglais), est une technique utilisée en communication optique qui permet d'augmenter le débit sur une fibre optique en faisant circuler plusieurs signaux de longueurs d'onde différentes sur une seule fibre, en les mélangeant à l'entrée à l'aide d'un multiplexeur (Mux) et en les séparant à la sortie au moyen d'un démultiplexeur (deMux).



➤ *démultiplexeur*

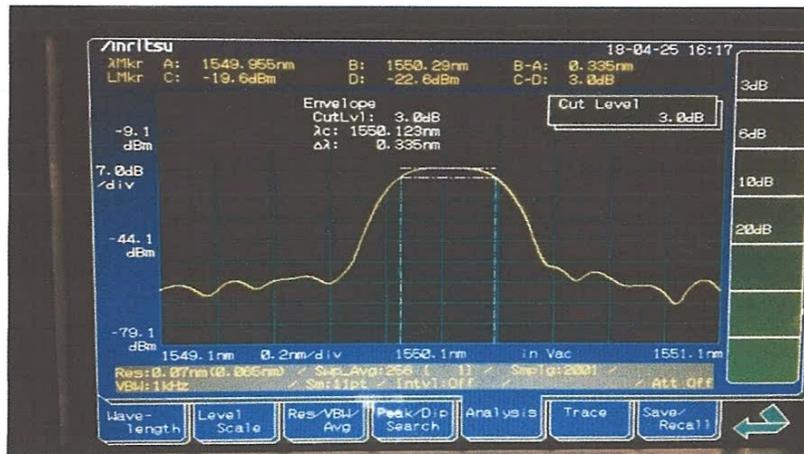


Fig.V.3 Gabarit d'une sortie de démultiplexeur

1. La longueur d'onde centrale : 1550.123 nm
2. FWHM (La bande passante à -3db) : 0.355 nm
3. SMSR (contraste) : 34.89 dBm
4. La bande passante à 1 dB (la zone qui est plate) : 0.25 nm

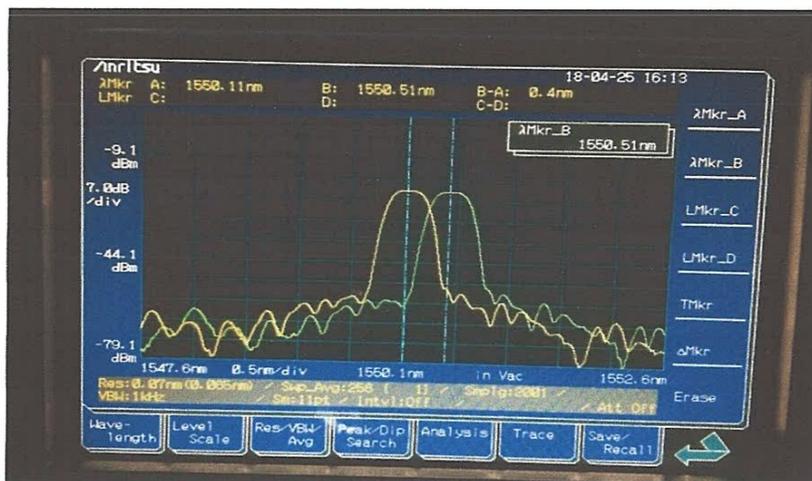


Fig.V.4 Deux Gabarit Adjacent

1. La longueur d'onde centrale de 1<sup>er</sup> Gabarit : 1550.11 nm
2. La longueur d'onde centrale de 2<sup>eme</sup> Gabarit . 1550.51 nm
3. Espacement entre les deux Gabarit : 0.4 nm

Les longueurs d'ondes au niveau d'émissions doivent être à l'intérieur de ces Gabarit, alors la Calibration est nécessaire.

➤ *multiplexeur*

| CH | Type | $\lambda$ (nm) | P (dBm)  | Info  |
|----|------|----------------|----------|-------|
| 1  | TLS  | 1549.865       | Disabled | 19314 |
| 2  | TLS  | 1550.715       | +86.82   | 18254 |
| 3  | TLS  | 1551.464       | Disabled | 17321 |
| 4  | TLS  | 1552.275       | Disabled | 16311 |

Fig.V.5 Calibration au niveau d'émission

A la partie d'émission on a 4 longueurs d'onde, si l'un de ces dernier n'est pas bien calibré on ne peut pas les recevoir à la réception. Ceux-ci ont été choisis de la littérature pour assurer une transmission optimum du signal

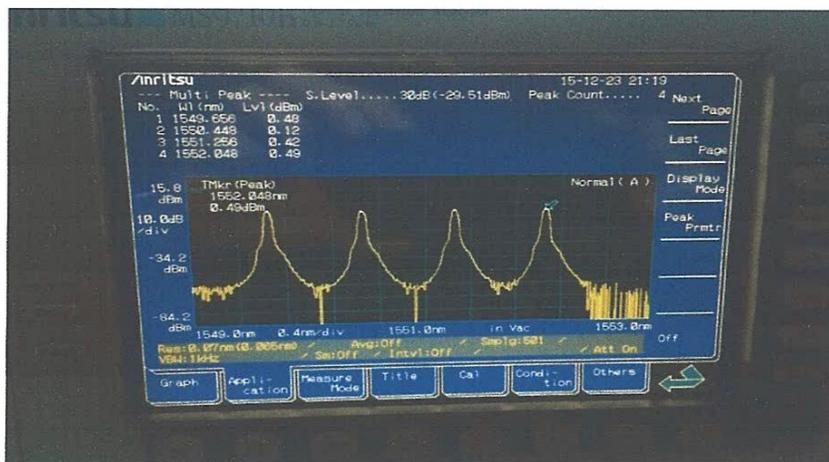


Fig.V.6 Spectre du signal injecté

➤ Caractérisation des émetteurs

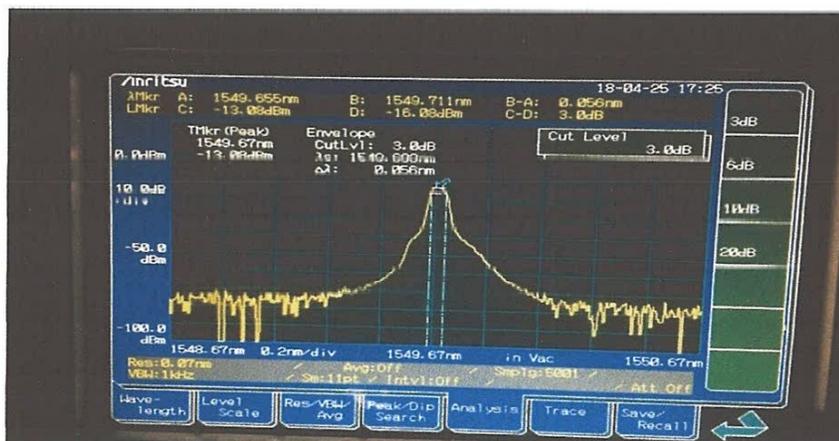


Fig.V.7 Spectre d'un utilisateur

1. La longueur d'onde centrale : 1549.67 nm
2. Largeur de raie laser : 0.056 nm
3. La puissance optique émise : 6.03 dBm
4. Espacement entre canaux : 0.4 nm
5. SMSR : 55.64 dBm

➤ Après la transmission

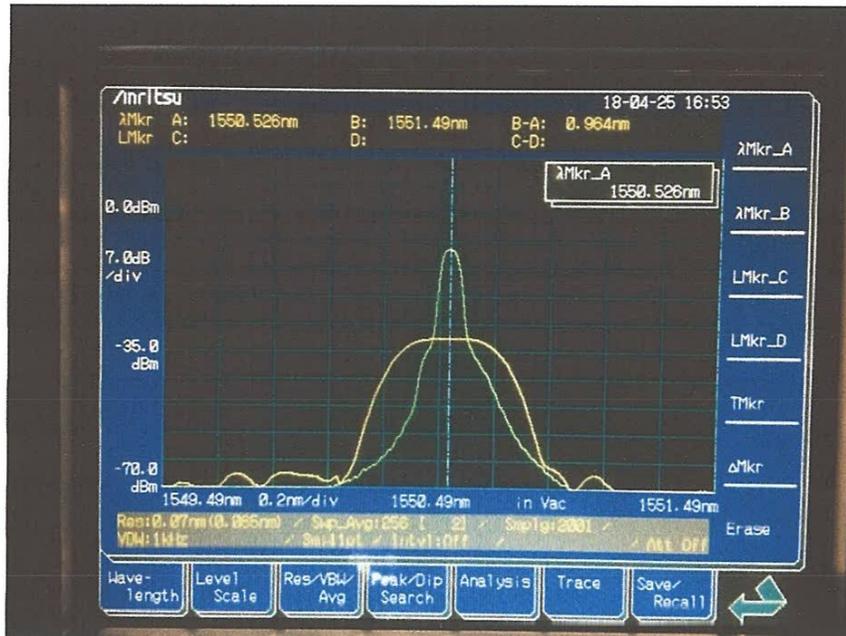


Fig.V.8 Spectre d'un utilisateur récupéré à la réception

D'après la fig.(5.8), nous voyons l'utilité de filtrage à la réception et la forme de son gabarit, le démultiplexeur va donc pouvoir récupérer l'intégralité d'un signal qui avait été multiplexé.

**V.4 2<sup>em</sup> Réalisation :**

➤ *Filtre de Lyot :*

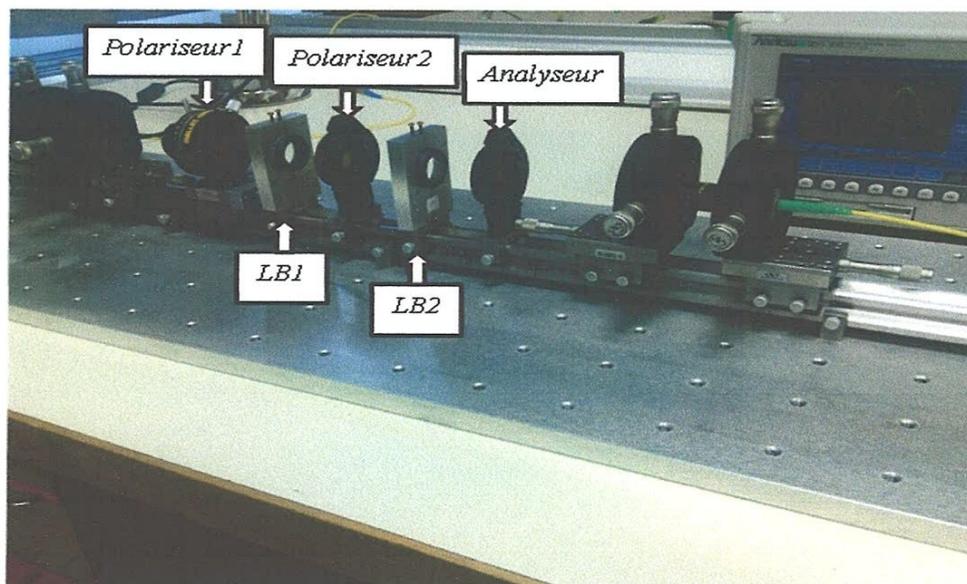


Fig.V.9 La manip de filtre de Lyot à 2 étages

Comme il est indiqué dans le chapitre 2 On considère une série de 3 polariseurs d'axes parallèles et 2 lames cristallines, les caractéristiques sont :

1. Les 3 polariseurs sont parallèles à l'axe de laboratoire
2. Les 2 lames sont à 45 degré par rapport au l'axe de laboratoire
3. L'épaisseur de la première lame  $e= 4.444$  mm et la deuxième  $2e= 8.888$  mm
4. Les deux lames ont la mémé biréfringence
5. La longueur d'onde centrale : 1562.73 nm
6. Energie fournie par EDFA : 17 dBm

➤ Résultat :

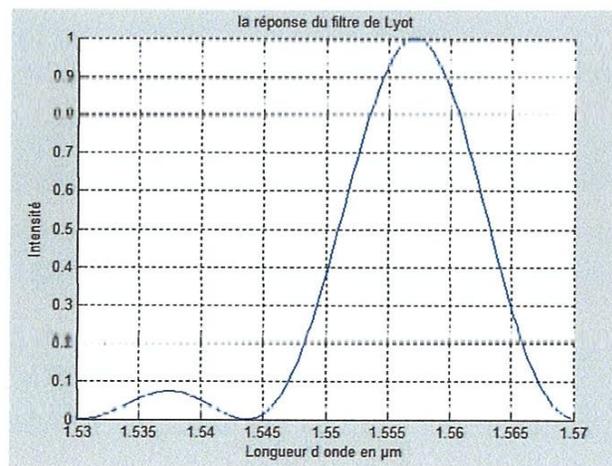
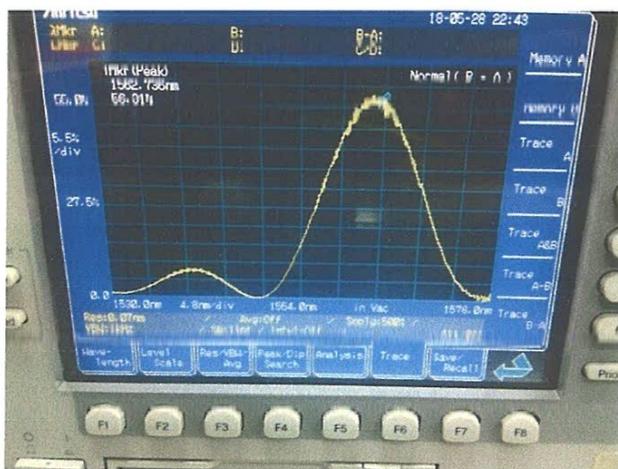


Fig.V.10 Réponse de filtre de Lyot Avec comparaison de résultats de simulation obtenus à partir de MATLAB

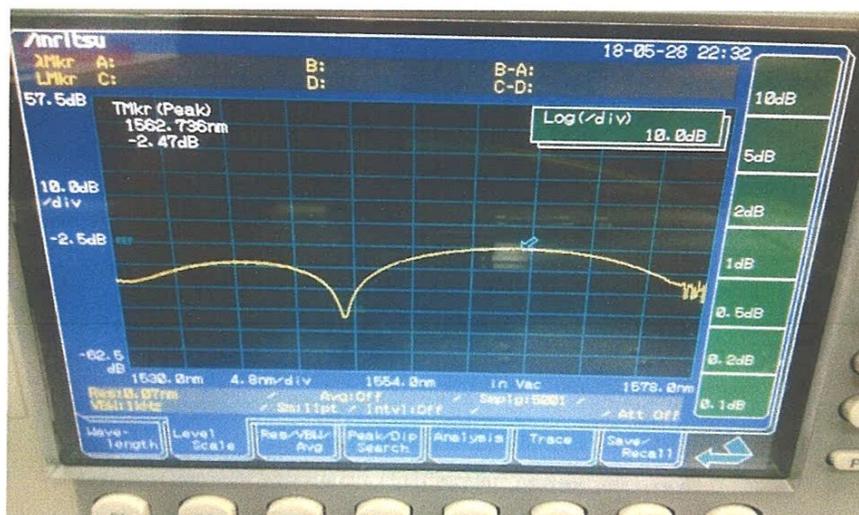
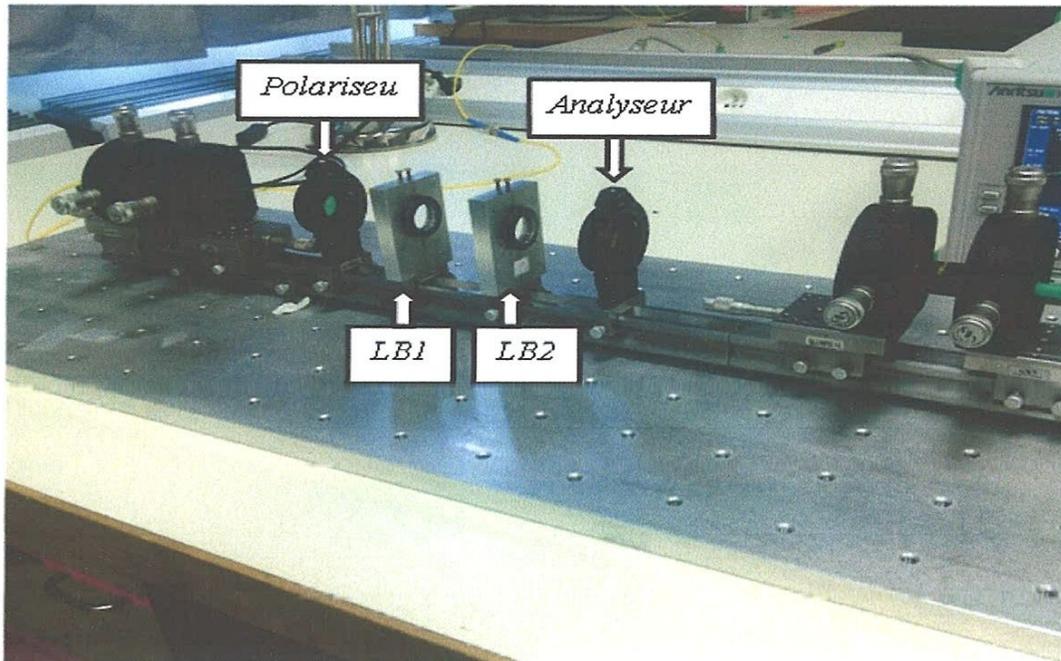


Fig.V.11 Réponse de filtre de Lyot en échelle logarithmique

➤ *Filtre de Šolc :*



*Fig.V.12 La manip de filtre de Šolc à 2 étages (en éventail)*

Les caractéristiques sont :

1. Les 2 polariseurs sont parallèles à l'axe de laboratoire
2. La premier lame est à 45 degré et la deuxième à -45 degré par rapport au l'axe de laboratoire
3. L'épaisseur est identique pour les 2 lames  $e = 4.444$  mm
4. Les deux lames ont la même biréfringence
5. La longueur d'onde centrale : 1561.008 nm
6. Energie fournie par EDFA : 17 dBm

➤ Résultat :

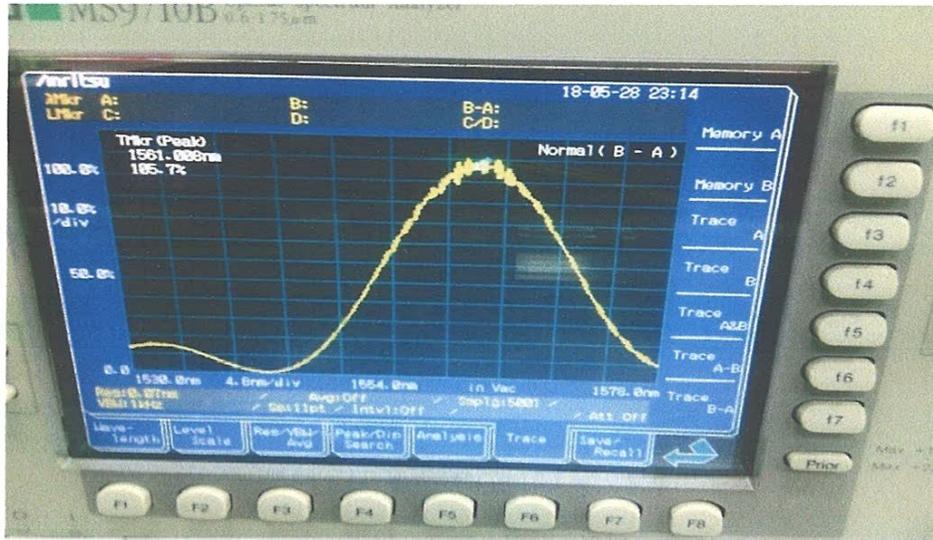


Fig.V.13 Réponse de filtre Šolc

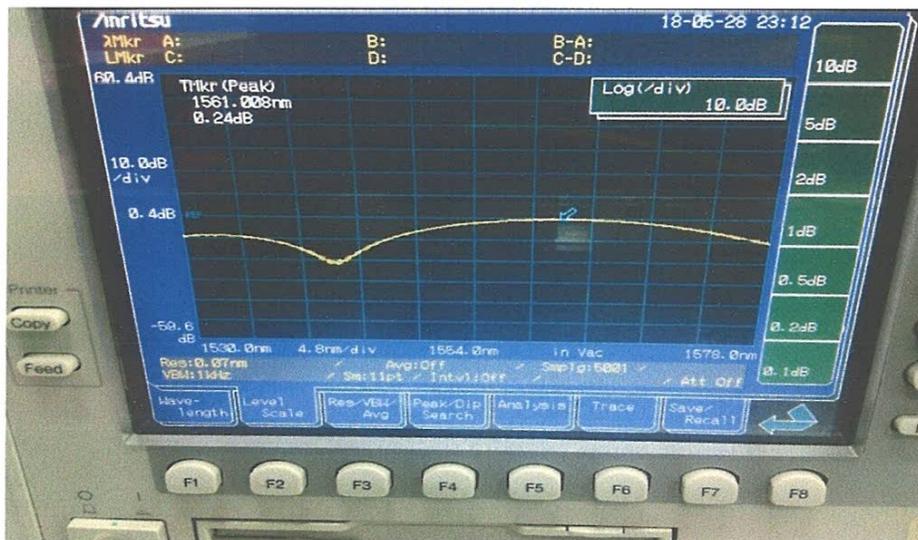


Fig.V.14 Réponse de filtre de Šolc en échelle logarithmique

**V.5 1<sup>er</sup> simulation :**

L'exemple de calcul suivant illustre cette procédure de synthèse de Harris. Supposons que la fonction de transfert idéale  $G(w)$  que nous souhaitons approximer est :

$$G(w) \begin{cases} 1 & w \in \left[ \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right] \\ -1, & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Il faut d'abord approximer  $G(w)$  par une exponentielle finie. Une série contenant huit termes sera utilisée, le nombre de termes est arbitraire, mais dans le cas de notre fonction, sept termes donnent une approximation satisfaisante. Pour cet exemple, l'approximation de Fourier est utilisée pour trouver les coefficients de la série bien qu'il y ait d'autres approximations qui put être utilisées.

L'approximation de la série de Fourier exponentielle nous donne :

$$K(w) = 0.0909 e^{-7i\omega a} - 0.1273 e^{-5i\omega a} + 0.2122 e^{-i3\omega a} - 0.6366 e^{-i\omega a} - 0.6366 e^{i\omega a} + 0.2122 e^{i3\omega a} - 0.1273 e^{5i\omega a} + 0.0909 e^{7i\omega a} \quad (5.6)$$

$K(w)$  est tracé dans fig (5.15). Notez que cette approximation est la fonction de transfert d'un réseau non causal

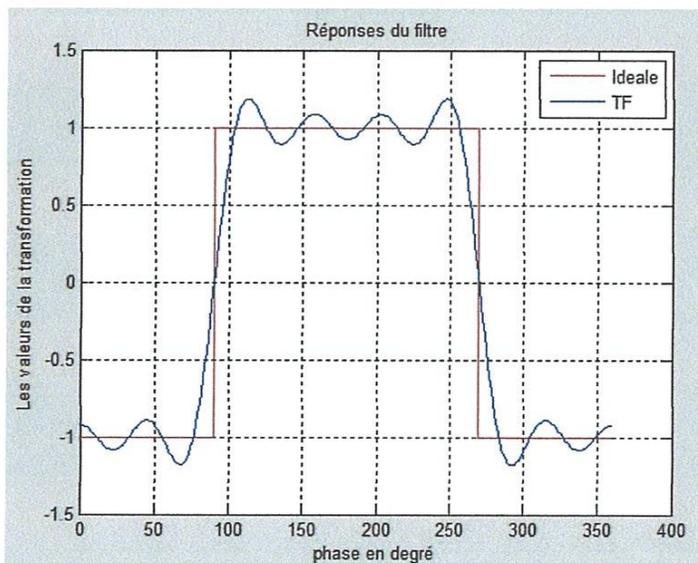


Fig. V.15: Approximation d'une fonction carrée à valeur moyenne nulle par la TF à 8 termes

Il est souvent plus pratique de calculer d'abord la fonction d'approximation sous une forme non causale comme Eq. (5.6), puis de rendre la fonction causale. Nous pouvons mettre  $k(\omega)$  causale en la multipliant par  $e^{-i7\omega a}$  qui donne :

$$C(\omega) = e^{-i7\omega a} \cdot K(\omega) = 0.0909 - 0.1273.e^{-2i\omega a} + 0.2122.e^{-4i\omega a} - 0.6366.e^{-6i\omega a} - 0.6366.e^{-i\omega 8a} + 0.2122.e^{-i10\omega a} - 0.1273.e^{-12i\omega a} + 0.0909.e^{-14i\omega a} \quad (5.7)$$

On pose  $b=2a$  l'équation (5.7) devient :

$$C(\omega) = 0.0909 - 0.1273.e^{-i\omega b} + 0.2122.e^{-i2\omega b} - 0.6366.e^{-i3\omega b} - 0.6366.e^{-i\omega 4b} + 0.2122.e^{-i5\omega b} - 0.1273.e^{-6i\omega b} + 0.0909.e^{-7i\omega b}$$

Nous devons maintenant calculer  $D(\omega)$  à partir de l'équation (3.6) nous avons :

$$\begin{aligned} |D(\omega)|^2 &= D(\omega) \cdot D^*(\omega) = (I_0^0)^2 - C(\omega) \cdot C^*(\omega) \\ &= (I_0^0)^2 - 0.9496 - 0.0579 \cos(\omega a) + 0.0695 \cos(2\omega a) - 0.0913 \\ &\quad \cos(3\omega a) + 0.1698 \cos(4\omega a) - 0.0548 \cos(5\omega a) + 0.0232 \cos(6\omega a) - 0.0083 \\ &\quad \cos(7\omega a) \end{aligned} \quad (5.8)$$

La valeur  $(I_0^0)^2$  de l'impulsion d'entrée doit maintenant être choisie pour obtenir  $|D(\omega)|^2$ , elle peut avoir une valeur réelle tant que  $(I_0^0)^2$  est plus grande que la valeur maximale de  $C(\omega) \cdot C^*(\omega)$ . On prend  $(I_0^0)^2 = 1.43$  l'équation (5.8) devient :

$$\begin{aligned} |D(\omega)|^2 &= 0.4804 - 0.0579 \cos(\omega a) + 0.0695 \cos(2\omega a) - 0.0913 \cos(3\omega a) + 0.1698 \\ &\quad \cos(4\omega a) - 0.0548 \cos(5\omega a) + 0.0232 \cos(6\omega a) - 0.0083 \cos(7\omega a) \end{aligned} \quad (5.9)$$

Nous allons maintenant utiliser la méthode qui nous permet de Déterminer de la composante orthogonale bloquée  $D(\omega)$ , de l'équation (3.11) on a :

$$\begin{aligned} -0.00415 \cdot x^{-7} + 0.0116 \cdot x^{-6} - 0.0274 \cdot x^{-5} + 0.0849 \cdot x^{-4} - 0.04565 \cdot x^{-3} + 0.03475 \cdot x^{-2} - 0.0285 \\ \cdot x^{-1} + 0.4804 - 0.02895 \cdot x^1 + 0.03475 \cdot x^2 - 0.04565 \cdot x^3 + 0.0849 \cdot x^4 - 0.0274 \cdot x^5 + \\ 0.0116 \cdot x^6 - 0.00415 \cdot x^7 = 0 \end{aligned} \quad (3.37)$$

Nous souhaitons ensuite mettre Eq.(5.9) sous la forme de (3.12), pour déterminer les  $B_i$  nous faisons correspondre les coefficients de Eq.(3.11) et Eq.(3.12) qui donne :

$$\begin{aligned}
 B_7 &= A_7 & &= -0.00415 \\
 B_6 &= A_6 & &= +0.0116 \\
 B_5 &= A_5 - 7A_7 & &= + 0.00165 \\
 B_4 &= A_4 - 6A_6 & &= +0.0153 \\
 B_3 &= A_3 - 5A_5 + 14A_7 & &= + 0.0335 \\
 B_2 &= A_2 - 4A_4 + 9A_6 & &= -0.20045 \\
 B_1 &= A_1 + 5A_5 - 3A_3 - 7A_7 & &= 0 \\
 B_0 &= A_0 - 2A_2 + 2A_4 - 2A_6 & &= + 0.3174
 \end{aligned}$$

En les substituant dans (3.12) avec  $Y = (x + x^{-1})$  on trouve :

$$\begin{aligned}
 0.3174 - 0.20045y^2 + 0.0335.y^3 + 0.0153.y^4 + 0.00165.y^5 + 0.0116.y^6 - \\
 0.00415.y^7 = 0
 \end{aligned} \tag{5.10}$$

Les racines de (5.10) est :

$$\begin{aligned}
 y_1 &= -0.2460 + 2.1598i ; & y_2 &= -0.2460 - 2.1598i \\
 y_3 &= 1.4992 + 0.5386i ; & y_4 &= 1.4992 - 0.5386i \\
 y_5 &= -1.4230 + 0.1174i ; & y_6 &= -1.4230 - 0.1174i \\
 y_7 &= 3.1397
 \end{aligned} \tag{5.11}$$

De l'équation (3.13) les  $x_i$  correspondants sont :

$$\begin{aligned}
 x_1 &= -0.2134 + 2.5493i ; & x_2 &= -0.2134 - 2.5493i \\
 x_3 &= 1.0144 + 1.0314i ; & x_4 &= 1.0144 - 1.0314i \\
 x_5 &= -0.7705 + 0.7663i ; & x_6 &= -0.7705 - 0.7663i \\
 x_7 &= 2.7799 \\
 x_1^{-1} &= -0.0326 - 0.3895i ; & x_2^{-1} &= -0.0326 + 0.3895i \\
 x_3^{-1} &= 0.4847 - 0.4928i ; & x_4^{-1} &= 0.4847 + 0.4928i \\
 x_5^{-1} &= -0.6525 - 0.6489i ; & x_6^{-1} &= -0.6525 + 0.6489i \\
 x_7^{-1} &= 0.3597
 \end{aligned} \tag{5.12}$$

Comme il y a six racines complexes dans Eq (5.12), il y aura 64 ensembles réels de  $D_i$  qui peuvent être obtenus en multipliant les facteurs  $(x - x_i)$  de diverses façons. Trente-deux de ces ensembles sont simplement les négatifs des trente-deux, considérer l'ensemble qui construire le polynôme suivant :

$$(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4)(x - x_5)(x - x_6)(x - x_7).$$

En effectuant la multiplication indiquée, nous obtenons :

$$x^7 - 2.8409x^6 + 6.65315x^5 - 20.324x^4 + 10.1839x^3 - 4.0522x^2 - 1.84434x - 44.9612 \quad (5.13)$$

Comme indiqué par Eq (3.17), un ensemble de  $D_i$  est proportionnel aux coefficients de ce polynôme

$$\begin{aligned} D_0 &= -44.9612q ; D_1 = -1.84434q \\ D_2 &= -4.0522q ; D_3 = +10.1839q \\ D_4 &= -20.324q ; D_5 = +6.65315q \\ D_6 &= -2.8409q ; D_7 = q \end{aligned} \quad (5.14)$$

La valeur de  $q$  est différente pour chaque ensemble de  $D_i$ ; Pour l'ensemble ci-dessus  $q$  se trouve à partir de Eq (3.18)

$$q = 0.0136$$

En substituant cette valeur dans l'équation (5.14), nous trouvons qu'un ensemble de  $D_i$  est:

$$\begin{aligned} D_0 &= -0.6098 ; D_1 = -0.0250 \\ D_2 &= -0.0549 ; D_3 = 0.1381 \\ D_4 &= -0.2757 ; D_5 = 0.0902 \\ D_6 &= -0.0385 ; D_7 = 0.0136 \end{aligned} \quad (5.15)$$

Maintenant on calcule l'angle relatif de l'analyseur par rapport à la dernière lame, d'après l'équation (3.23) on a :

$$\begin{aligned} \tan \theta_p &= \frac{D_7}{C_7} = \frac{0.0136}{0.0909} \\ &= 0.0214 \implies \theta_p = \Phi_p - \Phi_7 = 8.5^\circ \end{aligned} \quad (5.16)$$

Avec la relation (3.21), on détermine les valeurs des  $F_i^S$  et  $S_i^S$  soit :

- 7<sup>ème</sup> lame :

$$\begin{bmatrix} F_0^7 \\ F_1^7 \\ F_2^7 \\ F_3^7 \\ F_4^7 \\ F_5^7 \\ F_6^7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.6166 \\ 0.0060 \\ 0.0856 \\ -0.2305 \\ 0.1787 \\ -0.0580 \\ 0.0193 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} S_1^7 \\ S_2^7 \\ S_3^7 \\ S_4^7 \\ S_5^7 \\ S_6^7 \\ S_7^7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.1296 \\ 0.2018 \\ -0.6093 \\ -0.6703 \\ 0.2232 \\ -0.1316 \\ 0.0920 \end{bmatrix}$$

- 6<sup>ème</sup> lame :

$$\begin{bmatrix} F_0^6 \\ F_1^6 \\ F_2^6 \\ F_3^6 \\ F_4^6 \\ F_5^6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.6300 \\ -0.0357 \\ 0.2091 \\ -0.0877 \\ 0.1290 \\ -0.0296 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} S_1^6 \\ S_2^6 \\ S_3^6 \\ S_4^6 \\ S_5^6 \\ S_6^6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1987 \\ -0.5786 \\ -0.7034 \\ 0.2552 \\ -0.1407 \\ 0.0940 \end{bmatrix}$$

- 5<sup>ème</sup> lame :

$$\begin{bmatrix} F_0^5 \\ F_1^5 \\ F_2^5 \\ F_3^5 \\ F_4^5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.6606 \\ -0.2081 \\ -0.0121 \\ -0.0069 \\ 0.0807 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} S_1^5 \\ S_2^5 \\ S_3^5 \\ S_4^5 \\ S_5^5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5411 \\ -0.7337 \\ 0.2697 \\ -0.1730 \\ 0.0985 \end{bmatrix}$$

- 4<sup>ème</sup> lame :

$$\begin{bmatrix} F_0^4 \\ F_1^4 \\ F_2^4 \\ F_3^4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8540 \\ 0.3040 \\ -0.1803 \\ 0.1043 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} S_1^4 \\ S_2^4 \\ S_3^4 \\ S_4^4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.6995 \\ 0.2010 \\ -0.1382 \\ 0.1274 \end{bmatrix}$$

- 3<sup>ème</sup> lame :

$$\begin{bmatrix} F_0^3 \\ F_1^3 \\ F_2^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.1039 \\ 0.1078 \\ -0.0519 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} S_1^3 \\ S_2^3 \\ S_3^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3481 \\ -0.2212 \\ 0.1646 \end{bmatrix}$$

- 2<sup>ème</sup> lame :

$$\begin{bmatrix} F_0^2 \\ F_1^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.1574 \\ 0.0363 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} S_1^2 \\ S_2^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.2433 \\ 0.1726 \end{bmatrix}$$

- 1<sup>ère</sup> lame :

$$[F_0^1] = [1.1827]$$

$$[S_1^1] = [0.1764]$$

Les angles relatifs sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \tan\theta_7 &= -\frac{F_6^7}{S_7^7} = -\frac{0.0193}{0.0920} \\ &= -0.2072 \Rightarrow \theta_7 = \Phi_7 - \Phi_6 = -11.84^\circ \end{aligned} \quad (5.17)$$

De la même manière, on trouve les différents  $\theta_i$  soit :

$$\theta_6 = \Phi_6 - \Phi_7 = 0.3055 \text{ rad, soit un angle de } 17.50^\circ.$$

$$\theta_5 = \Phi_5 - \Phi_4 = -0.6863 \text{ rad, soit un angle de } -39.32^\circ.$$

$$\theta_4 = \Phi_4 - \Phi_3 = -0.6863 \text{ rad, soit un angle de } -39.32^\circ.$$

$$\theta_3 = \Phi_3 - \Phi_2 = 0.3055 \text{ rad, soit un angle de } 17.50^\circ.$$

$$\theta_2 = \Phi_2 - \Phi_1 = -0.2072 \text{ rad, soit un angle de } -11.87^\circ.$$

$$\theta_1 = \Phi_1 = -1.4228 \text{ rad, soit un angle de } -81.52^\circ.$$

Les angles de chaque lame sont :

$$\Phi_1 = -1.4228 \text{ rad, soit un angle de } -81.52^\circ.$$

$$\Phi_2 = -1.6300 \text{ rad, soit un angle de } -93.39^\circ.$$

$$\Phi_3 = -1.3245 \text{ rad, soit un angle de } -75.88^\circ.$$

$$\Phi_4 = -2.0107 \text{ rad, soit un angle de } -115.20^\circ.$$

$$\Phi_5 = -2.6970 \text{ rad, soit un angle de } -154.52^\circ.$$

$$\Phi_6 = -2.3915 \text{ rad, soit un angle de } -137.02^\circ.$$

$$\Phi_7 = -2.5987 \text{ rad, soit un angle de } -148.89^\circ.$$

$$\Phi_p = -2.4507 \text{ rad, soit un angle de } -140.41^\circ \text{ qui est l'angle de l'analyseur.}$$

L'application de la méthode de Jones [42] en utilisant les valeurs des angles obtenus, permet de déterminer la fonction de transfert de ce filtre. Par simulation, on obtient la figure suivante.

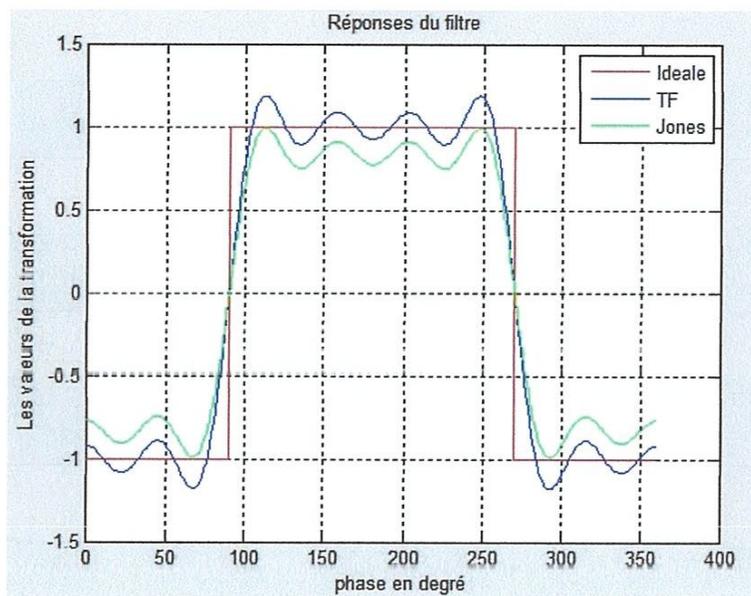


Fig. V.16 Approximations d'une fonction triangulaire par la TF et Jones avec 8 termes.

A partir de la fig (3.10), on remarque que le formalisme de Jones donne une bonne approximation de la réponse de filtre à partir des angles obtenu par l'algorithme de synthèse.

### V.6 2<sup>em</sup> simulation :

Dans cette simulation, nous allons effectuer la mise en forme d'une impulsion gaussienne pour la rendre triangulaire à la sortie du filtre biréfringent. Pour cela nous allons d'abord déterminer la fonction de transfert qui nous assure cette mise en forme puis synthétiser le filtre afin d'obtenir ses paramètres opto-géométriques.

Nous avons l'expression de l'impulsion d'entrée gaussienne, avec sa transformée de Fourier donnée par :

$$E_{out}(\omega) = e^{-0.5(w-w_0)} \quad (5.18)$$

L'expression du spectre de l'impulsion triangulaire qui est l'impulsion désirée est :

$$E_{out}(\omega) = \text{sinc}(\omega - \omega_0)^2 \quad (5.19)$$

Avec :  $\omega$  : est la pulsation

$\omega_0$  : est la pulsation central.

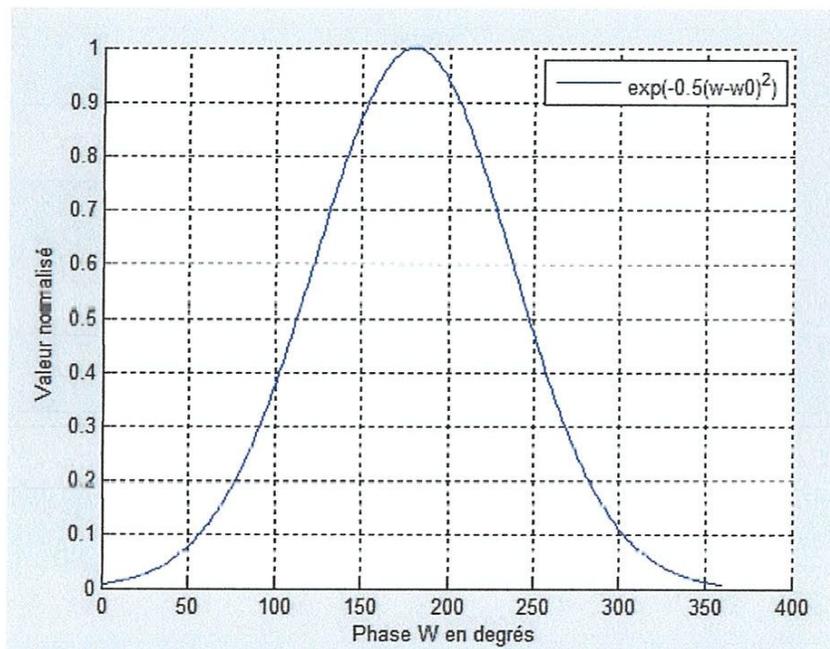


Fig. V.17 Spectre de l'impulsion d'entrée  $E_{in}(\omega)$

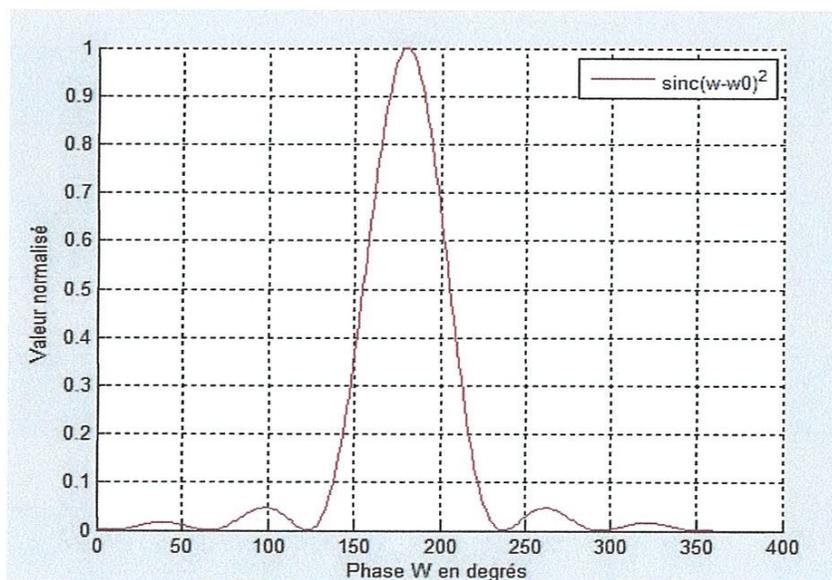


Fig. V.18 Spectre de l'impulsion de sortie  $E_{out}(\omega)$

La fonction de transfert sera alors :

$$G(\omega) = \frac{E_{out}(\omega)}{E_{in}(\omega)} \quad (5.20)$$

$$G(\omega) = \frac{\text{sinc}(w-w_0)^2}{e^{-0.5(w-w_0)}} = \text{sinc}(w - w_0)^2 \cdot e^{0.5(w-w_0)} \quad (5.21)$$

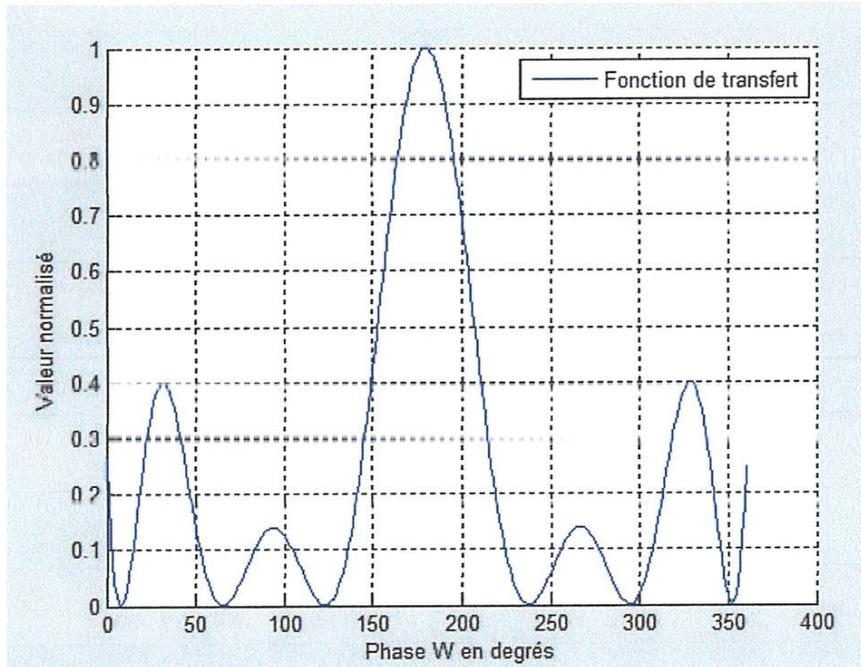


Fig. V.19 La fonction de transfert  $G(w)$

Après avoir obtenu la fonction de transfert, nous allons maintenant synthétiser le filtre en utilisant la méthode de Amman. Nous commençons alors par l'approximation en série de fourrier de  $G(w)$  afin d'obtenir les Coefficients de Fourier.

En traçant la courbe de la série de Fourier, nous obtenant une courbe qui est superposée à celle de la fonction de transfert idéale comme on peut le voir sur la fig.(5.18)

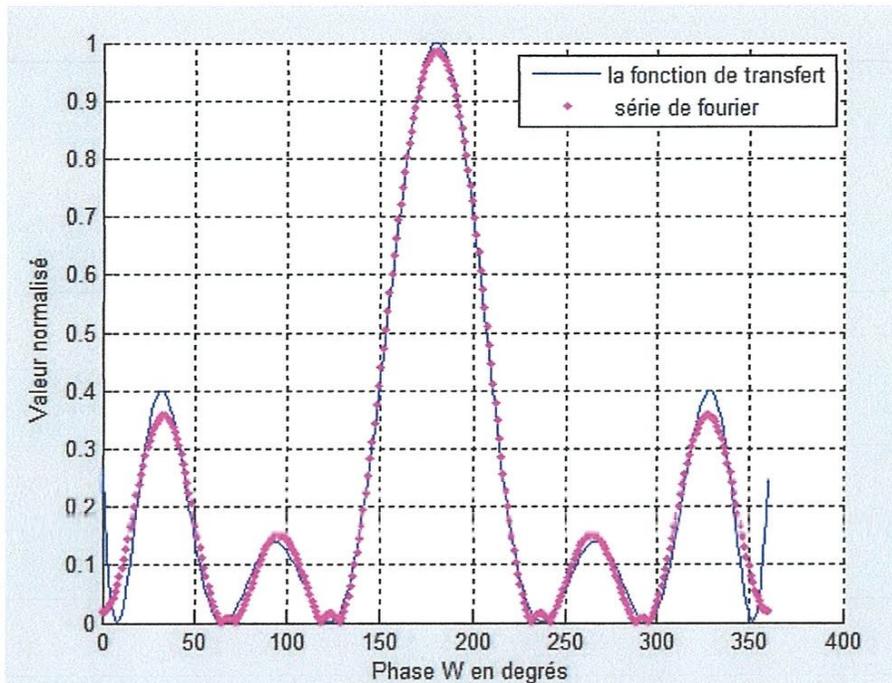


Fig. V.20 Approximation en série de Fourier de la fonction de transfert  $G(w)$

Nous obtenons alors les coefficients comme suit :

$$\begin{aligned}
 C(\omega) = & (-0.0331 + 0.0000i) + (-0.0648 + 0.0000i)e^{-i\omega\Delta t} + (0.0384 + \\
 & 0.0000i)e^{-i2\omega\Delta t} + (-0.0873 + 0.0000i)e^{-i3\omega\Delta t} + (0.1242 + 0.0000i)e^{-i4\omega\Delta t} + \\
 & (-0.0894 + 0.0000i)e^{-i5\omega\Delta t} + 0.2418 e^{-i6\omega\Delta t} - (0.0894 + 0.0000i)e^{-i7\omega\Delta t} - \\
 & (0.1242 + 0.0000i)e^{-i8\omega\Delta t} - (0.0873 + 0.0000i)e^{-i9\omega\Delta t} - (0.0384 + \\
 & 0.0000i)e^{-i10\omega\Delta t} - (0.0648 + 0.0000i)e^{-i11\omega\Delta t} - (0.0331 + 0.0000i)e^{-i12\omega\Delta t}
 \end{aligned}$$

Les parties imaginaires sont toutes nulles parce que la fonction de transfert est symétrique.

En appliquant l'algorithme de Amman, on trace la réponse du filtre

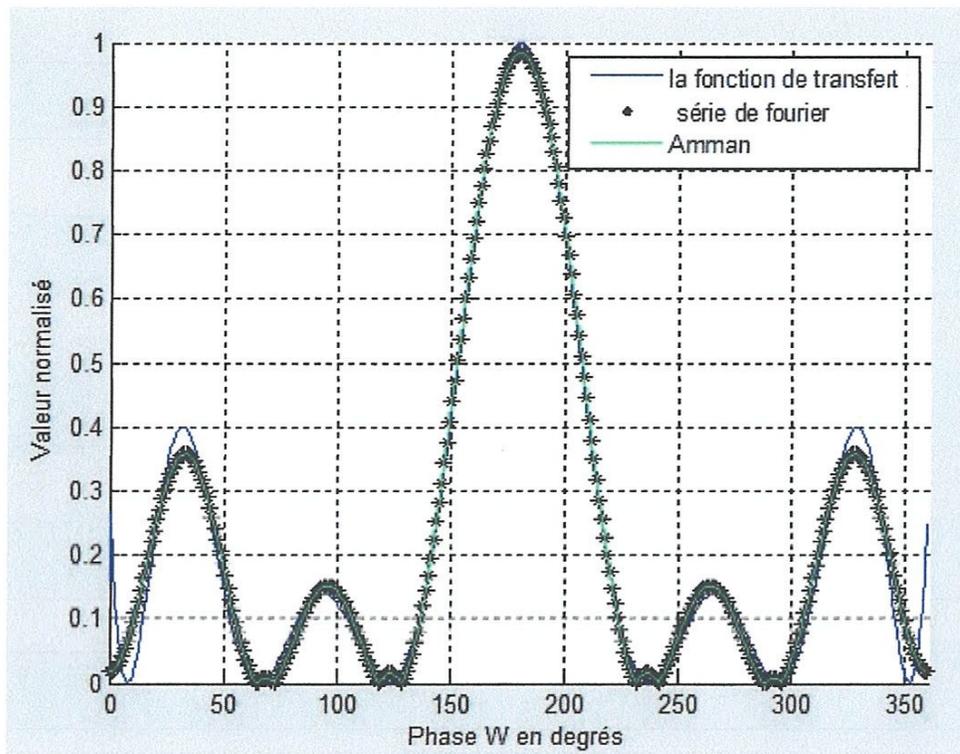


Fig. V.21 la fonction idéal et sa série de Fourier et la réponse du filtre

| Coefficient $C_i$ | Aangles absolus<br>(En degré)<br>$\varphi_i : \varphi_1 \rightarrow \varphi_p$ | Déphasage introduit par<br>chaque (LCC)<br>$b_i : b_1 \rightarrow b_p$<br>(en radian) |
|-------------------|--|---|
| -0.0331           | 87.8344  | -3.1416   |
| -0.0648           | 91.5815  | 3.1416  |
| 0.0384            | 94.4864  | 3.1416  |
| -0.0873           | 101.1958   | 3.1416  |
| 0.1242            | 111.3944   | 3.1416  |
| -0.0894           | 120.5961   | 3.1416  |
| 0.2418            | 139.0740   | 3.1416  |
| -0.0894           | 148.2814   | 3.1416  |
| 0.1242            | 158.4743   | 3.1416  |
| -0.0873           | 165.1894   | -3.1416   |
| 0.0384            | 168.0886   | 3.1416  |
| -0.0648           | 171.8357   | 0   |
| -0.0331           | 174.0015   | 0   |

Tableau IV.1 Coefficients de Fourier et Paramètres optogométriques du filtre à 12 étages

- **Discussion**

Après avoir paramétré le filtre, et obtenu la fonction de transfert désirée, on va voir ce que le filtre nous donne en sortie en multipliant  $E_{in}(\omega)$  avec la réponse du filtre synthétisé. Le résultat est bien un spectre de forme  $\text{sinc}^2$  (voir figure (V.20)), qui représente le spectre d'une impulsion temporelle en sortie de forme triangulaire comme le montre la figure (IV.21), ce qui nous montre que notre filtre a bien mis en forme l'impulsion à son entrée.

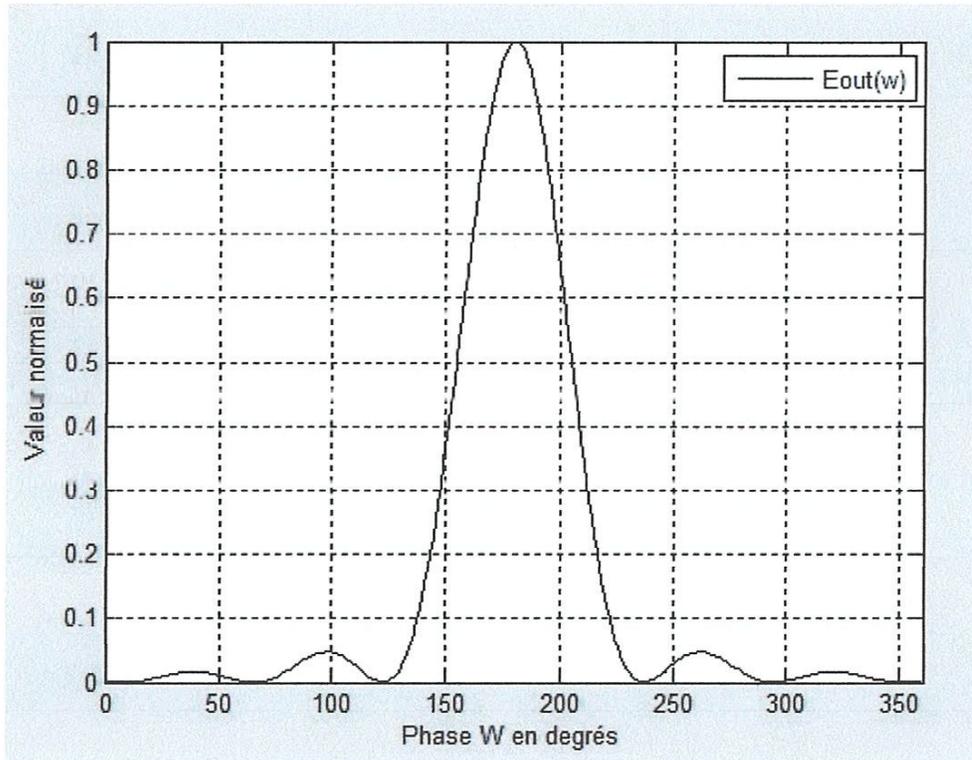


Figure V.22 Spectre de l'impulsion de sortie  $E_{out}(w)$

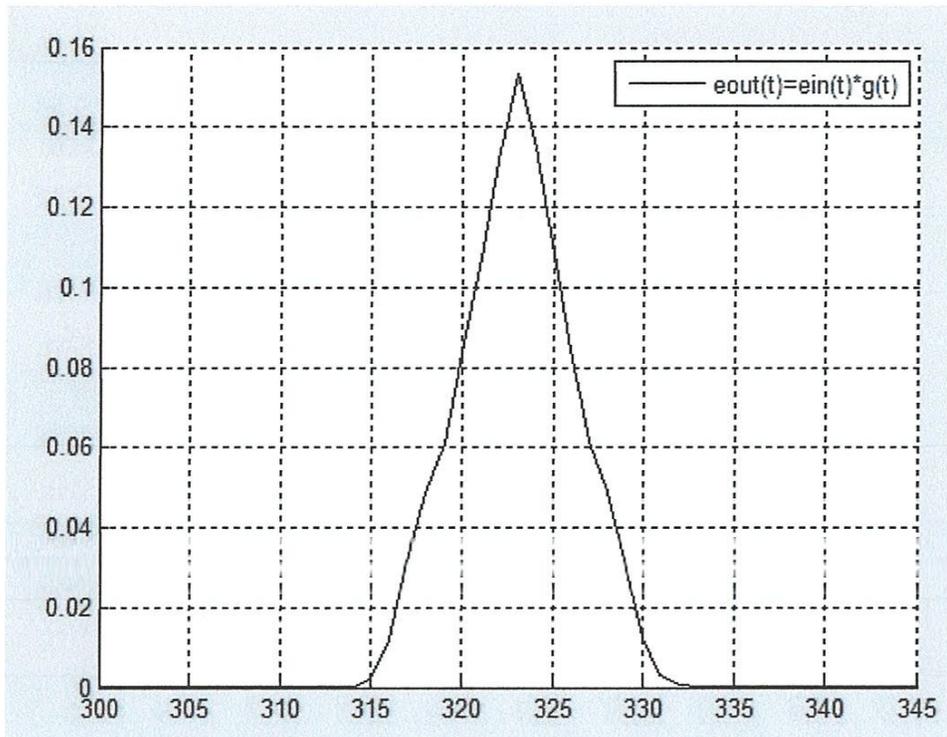


Figure V.21  $eout(t)$  la transformé de Fourier inverse de  $Eout(w)$

### V.7 Conclusion :

La mise en forme des impulsions laser est faisable grâce au filtre biréfringent. Après avoir obtenu la fonction de transfert et synthétisé le filtre et le paramétrer, on a réussi à établir cette fonction de mise en forme.

### **Conclusion générale**

Ce travail a été introduit dans le cadre de ce que connaît le monde de transmissions de l'information suite à la croissance rapide des réseaux optiques, et la nécessité d'avoir des dispositifs dans le réseau, qui peuvent permettre l'exploitation des performances offertes par la fibre optique. Un des dispositifs clés dans le réseau, et par lequel un maximum d'informations transite, est la fibre optique.

Dans ce contexte, nous avons exposé dans le premier chapitre ce que c'est une mise en forme d'impulsion laser, puis nous avons expliqué brièvement le filtrage linéaire qui est important pour la fonction de mise en forme, et nous avons cité quelques techniques de pulse shaping. Dans le deuxième chapitre, nous commençons par expliquer les phénomènes physiques clés qui régissent la technique de filtrage optique et nous exposons le modèle mathématique et physique pour les éléments constituant les filtres biréfringents, nous analysons les deux configurations de base de ces filtres, celle de Lyot et la configuration de Solc.

Le troisième et le quatrième chapitre traite deux algorithmes de synthèse des filtres biréfringents à gabarit prédéfini, l'algorithme de Harris, et celui de la méthode développée par Amman. Nous avons fini ce mémoire par un Cinquième chapitre, dans lequel on a fait une simulation d'une mise en forme d'une impulsion de forme gaussienne pour la rendre triangulaire, en utilisant la méthode de Amman expliqué dans le chapitre qui précède, ce qui prouve que cette famille de filtre est capable de mettre en forme les impulsions laser, cette application qui est importante dans l'optique des lasers et qui trouve tout son intérêt dans beaucoup de domaines

# Références

---

- [1] L. M. Frantz and J. S. Nodvik, "Theory of Pulse Propagation in a Laser Amplifier," *Journal of Applied Physics*, vol. 34, no. 8, pp. 2346-2349, 1963.
- [2] J. Midwint, "Theory of Q-Switching Applied to Slow Switching and Pulse Shaping for Solid State Lasers," *British Journal of Applied Physics*, vol. 16, no. 8, pp. 1125-1133, 1965.
- [3] R. Slavik, L. Oxenlowe, M. Galili, H. Mulvad, Y. Park, J. Azana, and P. Jeppesen, "Demultiplexing of 320-Gb/s OTDM data using ultrashort at-top pulses," *IEEE PHOTONICS TECHNOLOGY LETTERS*, vol. 19, no. 22, pp. 1855-1857, 2007.
- [4] L. Oxenlowe, R. Slavik, M. Galili, H. Mulvad, A. Clausen, Y. Park, J. Azana, and P. Jeppesen, "640 Gb/s timing jitter-tolerant data processing using a longperiod\_fiber-grating-based at-top pulse shaper," *IEEE Journal on Selected Topics in Quantum Electronics*, vol. 14, no. 3, pp. 566-572, 2008.
- [5] D. Goswami, "Optical pulse shaping approaches to coherent control," *Physics Reports*, vol. 374, pp. 385-481, 2003.
- [6] K. Ohmori, "Wave-packet and coherent control dynamics," *Annual review of physical chemistry*, vol. 60, pp. 487-511, 2009.
- [7] S.-H. Shim and M. T. Zanni, "How to turn your pump-probe instrument into a multidimensional spectrometer: 2D IR and Vis spectroscopies via pulse shaping," *Physical Chemistry Chemical Physics*, vol. 11, no. 5, pp. 748-761, 2009.
- [8] Y. Silberberg, "Quantum Coherent Control for Nonlinear Spectroscopy and Microscopy," *Annual review of physical chemistry*, vol. 60, pp. 277-292, 2009.
- [9] François Gires et Pierre Tournois, « Interféromètre utilisable pour la compression d'impulsions lumineuses modulées en fréquence », *C.R. Hebd. Séances Acad. Sci.*, vol. 258, no 5, 22 juin 1964, p. 6112–6115
- [10] Richard Ell, Gregor Angelow, Wolfgang Seitz, Max Lederer, Heinz Huber, Daniel Kopf, Jonathan Birge et Franz Kärtner, « *Quasi-synchronous pumping of modelocked few-cycle Titanium Sapphire lasers* », *Opt. Express*, vol. 13, n° 23, 14 novembre 2005, p. 9292-9298

- [11] Site Internet : [https://fr.wikipedia.org/wiki/Laser\\_femtoseconde](https://fr.wikipedia.org/wiki/Laser_femtoseconde)
- [12] P. Moulton, "Spectroscopic and laser characteristics of Ti :Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>", J. Opt. Soc. Am.B, vol. 3, p. 125, (1986).
- [13] C. Leblanc, Principes et réalisation d'une source laser terawatt femtoseconde basée sur le saphir dopé au titane. Caractérisation des impulsions produites et démonstration du régime d'intensité au niveau de  $10^{18} \text{W/cm}^2$ . PhD thesis, Ecole Polytechnique, (1993).
- [14] D. Strickland and G. Mourou, "Compression of amplified chirped optical pulses," Opt.Comm., vol. 56, no. 3, p. 219, (1985).
- [15] O. E. Martinez, "Design of high-power ultrashort pulse amplifiers by expansion and recompression," IEEE J. Quantum Elect., vol. QE-23, no. 8, p. 1385, (1987).
- [16] E. B. Treacy, "Optical pulse compression with diffraction gratings," IEEE J. Quantum Elect., vol. QE-5, no. 9, p. 454, (1969).
- [17] Amandine Renault " Etude et réalisation de la pré-amplification d'impulsions à dérive de fréquence par amplification paramétrique optique " p 8-11 (2011)
- [18] Ambre Nelet " Le façonnage d'impulsions ultracourtes par amplification paramétrique optique à dérive de fréquence " p 22 (2009)
- [19] Site Internet : <https://fr.wikipedia.org/wiki/Piézoélectricité>
- [20] Site Internet : [https://fr.wikipedia.org/wiki/Modulateur\\_acousto-optique](https://fr.wikipedia.org/wiki/Modulateur_acousto-optique)
- [21] Site Internet : <http://apicoleo.lescigales.org/Optique.html>
- [22] Site Internet : <http://oussama.bellimam.free.fr/Espace3.htm>
- [23] HALASSI Abdel Rezzaq, "Contribution à l'Etude des Filtres à interférences en Polarisation : Synthèse des Filtres à gabarits prédéfinis pour les réseaux de Télécommunications Optiques, Thèse de Magisters Université 8 Mai 1945;Guelma,2012
- [24] Site Internet : [https://fr.wikipedia.org/wiki/Cristal\\_liquide](https://fr.wikipedia.org/wiki/Cristal_liquide)
- [25] H. E. Bates, R. R. Alfano, N. Schiller, "Picosecond pulse stacking in calcite", Appl. Opt, Vol. 18, pp. 947-949, 1979.
- [26] S. Zhou, D. Ouzounov, H. Li, I. Bazarov, B. Dunham, C. Sinclair, F.W. Wise, " Efficient temporal shaping of ultrashort pulses with birefringent crystals", Appl. Opt, Vol. 46, pp. 8488-8492, 2007.

- [27] I. Will, G. Klemz, "Generation of flat-top picosecond pulses by coherent pulse stacking in a multi crystal birefringent filter", *Optics Express*, Vol. 16, n°. 19, pp. 14922- 14937, 2008.
- [28] Site Internet : [www.sesp.esep.pro/fr/pages\\_polarisation/polarisation-types.html](http://www.sesp.esep.pro/fr/pages_polarisation/polarisation-types.html)
- [29] Djalal Falih Bendimerad, "Contribution à l'étude et à la mise en oeuvre de fonction de filtrage pour les brasseurs optiques dédiés au traitement multi-longueurs d'onde ", Université Abou Bekr Belkaid de Tlemcen, 2012
- [30] Site Internet : [www.phymain.unisciel.fr/voir-a-travers-une-vitre-malgre-le-reflet/](http://www.phymain.unisciel.fr/voir-a-travers-une-vitre-malgre-le-reflet/)
- [31] Site Internet : [www.rennes.udppc.asso.fr/IMG/pdf/dossier46.pdf](http://www.rennes.udppc.asso.fr/IMG/pdf/dossier46.pdf)
- [32] Site Internet : [www.geoforum.fr/gallery/image/7309-calcite-ou-spath-dislande/](http://www.geoforum.fr/gallery/image/7309-calcite-ou-spath-dislande/)
- [33] Site Internet : <http://crm2.univ-lorraine.fr/lab/fr/animation-scientifique/>
- [34] Gilbert Gastebois, "Biréfringence et Activité optique" PDF : [gilbert.gastebois.pagesperso-orange.fr/java/birefringence/theorie\\_birefringence.htm](http://gilbert.gastebois.pagesperso-orange.fr/java/birefringence/theorie_birefringence.htm)
- [35] Site Internet : [https://fr.wikipedia.org/wiki/Lame\\_à\\_retard](https://fr.wikipedia.org/wiki/Lame_à_retard)
- [36] R.C.Jones, *J.Opt.Soc.Am.* Vol 31, N° 488, 1941.
- [37] GUEYE Mbaye, TINE Oumar, " FILTRES OPTIQUES À REPONSE IMPULSIONNELLE FINIE (RIF), FILTRES À COEFFICIENTS REELS " Université 8Mai 1945 – Guelma, Diplôme de Master Académique
- [38] B. Lyot, «The Birefringent Filter and its Application in Solar Physics,» *Ann. Astrophys.* vol.7, pp. 31-36, 1944.
- [39] A. Yariv et P. Yeh, *Optical Waves in Crystals*, John Wiley & Sons Inc., 1984.
- [40] I. Solc, «Birefringent Chain Filters,» *Journal of Optical Society of America*, vol. 55, pp. 621-625, 1965.
- [41] S. E. Harris, E. O. Ammann et I. C. Chang, «Optical Network Synthesis Using Birefringent Crystals. I. Synthesis of Lossless Networks of Equal-Length Crystals,» *Journal of Optical Society of America*, vol. 54, n° 110, pp. 1267-1279, 1964.
- [42] R. J. Pegis, «An Exact Design Method for Multilayer Dielectric Films,» *Journal of Optical Society of America*, vol. 51, n° 111, pp. 1255-1264, 1961.
- [43] E. O. Ammann, J. M. Yarborough, "Optical Network Synthesis Using Birefringent Crystals. V. Synthesis of Lossless Networks Containing Equal-Length Crystals and Compensators\*", *Journal of the Optical Society of America*, Vol 56, N° 12, 1966

**Annexe 3 : condition de conservation d'énergie**

Dans cette annexe, les restrictions posées sur les  $F_i, S_i$  (et sur les  $C_i$  et  $D_i$ ), sont tirées de la conservation de l'énergie. considérations un ième étage du filtre de la *Figure 4.1*, puisque le filtre est sans perte, l'énergie située à la sortie de l'axe rapide plus l'énergie située à la sortie de l'axe lent du ième étage doit être égale à l'énergie incidente sur le premier étage .

Mathématiquement cela donne :

$$F^i(w)F^{i*}(w) + S^i(w)S^{i*}(w) = (I_0^0)^2 \quad (3.1)$$

Si nous écrivons à partir de l'équation (B1), les relations entre les énergies correspondant à chaque impulsion, nous obtenons les équations suivantes :

$$F_0^{i*}F_0^i + F_1^{i*}F_1^i + \dots + F_{i-1}^{i*}F_{i-1}^i + S_1^{i*}S_1^i + S_2^{i*}S_2^i + \dots + S_i^{i*}S_i^i = (I_0^0)^2 \quad (3.2)$$

$$F_0^{i*}F_1^i + F_1^{i*}F_2^i + \dots + F_{i-2}^{i*}F_{i-1}^i + S_1^{i*}S_2^i + S_2^{i*}S_3^i + \dots + S_{i-1}^{i*}S_i^i = 0 \quad (3.3)$$

$$F_0^{i*}F_2^i + F_1^{i*}F_3^i + \dots + F_{i-3}^{i*}F_{i-1}^i + S_1^{i*}S_3^i + S_2^{i*}S_4^i + \dots + S_{i-2}^{i*}S_i^i = 0 \quad (3.4)$$

.....

$$F_0^{i*}F_{i-1}^i + S_1^{i*}S_i^i = 0 \quad (3.5)$$

De même pour C(w) et D(w) dont les équations sont :

$$C_0^*C_0 + C_1^*C_1 + C_2^*C_2 + \dots + C_n^*C_n + D_0^*D_0 + D_1^*D_1 + \dots + D_n^*D_n = (I_0^0)^2 \quad (3.6)$$

$$C_0^*C_1 + C_1^*C_2 + C_2^*C_3 + \dots + C_{n-1}^*C_n + D_0^*D_1 + D_1^*D_2 + \dots + D_{n-1}^*D_n = 0 \quad (3.7)$$

$$C_0^*C_2 + C_1^*C_3 + C_2^*C_4 + \dots + C_{n-2}^*C_n + D_0^*D_2 + D_1^*D_3 + \dots + D_{n-2}^*D_n = 0 \quad (3.8)$$

.....

.....

$$\dots C_0^*C_n + D_0^*D_n = 0 \quad (3.9)$$

*Annexe 4: calcul de l'entrée d'une lame en fonction de la sortie*

Cette annexe nous donne une méthode systématique et rapide pour calculer les entrées de chaque étage du filtre, seules les sorties sont connues. Cela est simplement une procédure formulée pour déterminer les  $F^{j-1}, S^{j-1}$  dans la forme polaire :

$$F_{j-1}^j = |F_{j-1}^j| \cdot e^{if_{j-1}^j} \quad (4.1)$$

$$S_{j-1}^j = |S_{j-1}^j| \cdot e^{is_{j-1}^j} \quad (4.2)$$

En utilisant ces définitions, nous trouvons les expressions pour les  $F^{j-1}$  et  $S^{j-1}$  dans les formes matrices suivantes :

$$\begin{bmatrix} F_0^{j-1} \\ F_1^{j-1} \\ \cdot \\ \cdot \\ F_{j-1}^{j-1} \end{bmatrix} = \frac{e^{-is_j^j}}{\sqrt{|F_{j-1}^j|^2 + |S_j^j|^2}} \cdot \begin{bmatrix} F_0^j & S_1^j \\ F_1^j & S_2^j \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ F_{j-1}^j & S_j^j \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} S_j^j \\ -F_{j-1}^j \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$$\begin{bmatrix} S_0^{j-1} \\ S_1^{j-1} \\ \cdot \\ \cdot \\ S_{j-1}^{j-1} \end{bmatrix} = \frac{e^{ib_j} \cdot e^{is_j^j}}{\sqrt{|F_{j-1}^j|^2 + |S_j^j|^2}} \cdot \begin{bmatrix} F_0^j & S_1^j \\ F_1^j & S_2^j \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ F_{j-1}^j & S_j^j \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_{j-1}^{j*} \\ S_j^{j*} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$