

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université 8 Mai 1945 Guelma



Faculté : Sciences et Technologie
Département : Génie Mécanique
Laboratoire de domiciliation : Laboratoire de Mécanique et structures (LMS)

THÈSE
EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME DE
DOCTORAT EN 3^{ème} CYCLE

Domaine : **Sciences et Technologie** Filière : **Génie Mécanique**
Spécialité : Génie Mécanique et Matériaux Avancés

Présentée par

HAMEL Reda

Intitulée

**Comportement poro-élasto-hydrodynamique des paliers de moteurs à
combustion interne lubrifiés par des nanofluides.**

Soutenue le : 22 Mai 2024

Devant le Jury composé de :

Nom et Prénom	Grade	Etablissement	Qualité
Mr ELLAGOUNE Salah	Professeur	Université 8 Mai 1945 Guelma	Président
Mr LAHMAR Mustapha	Professeur	Université 8 Mai 1945 Guelma	Rapporteur
Mr BOU-SAÏD Benyebka	Professeur	INSA-Lyon	Examinateur
Mr SARI Mohamed Rafik	Professeur	Université Badji Mokhtar Annaba	Examinateur
Mr MOUASSA Ahcene	Professeur	Université 8 Mai 1945 Guelma	Examinateur
Mr BOUCHERIT Hamid	Professeur	Université 8 Mai 1945 Guelma	Examinateur

Année Universitaire : 2023-2024

AVANT-PROPOS

Je tiens tout d'abord à remercier ALLAH le tout-puissant de nous avoir donné la force et le savoir de réaliser ce modeste travail.

Le travail présenté dans ce mémoire est le résultat de la préparation d'une thèse de doctorat LMD au sein du Laboratoire de Mécanique & Structures (LMS) de l'Université 8 mai 1945 Guelma.

Je voudrais remercier tout spécialement Monsieur Mustapha LAHMAR, Professeur à l'Université 8 mai 1945 Guelma, pour le suivi de cette étude. Sa grande capacité d'analyse et de synthèse, son expérience des phénomènes de lubrification hydrodynamique, de la programmation numérique mais aussi sa disponibilité m'ont été d'une grande aide tout au long de ma thèse.

Je suis extrêmement sensible à l'honneur que me fait Monsieur Benyebka BOUSAÏD, Professeur à l'INSA de Lyon et Chercheur au Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structures (LaMCoS) pour l'intérêt qu'il porte à ce travail en acceptant de faire partie du jury de cette thèse.

J'adresse également mes sincères remerciements à Messieurs Abderrezak BEZAZI & Smaïl BOUTABBA Professeurs et Chercheurs au département de Génie Mécanique, Université 8 Mai 1945 Guelma, pour leur aide administrative précieuse en tant que responsables du CFD.

Que Monsieur Salah ELLAGOUNE, Professeur à l'Université 8 mai 1945 de Guelma trouve ici l'expression de toute ma gratitude de bien vouloir accepter de présider le jury de cette thèse.

Je suis extrêmement sensible à l'honneur que me fait Monsieur Hamid Boucherit, Professeur à l'Université 8 mai 1945 Guelma en acceptant d'examiner ce travail.

Il m'est particulièrement agréable de remercier, Mohamed Rafik SARI, Professeur à l'Université Badji Mokhtar Annaba, d'avoir bien voulu s'intéresser à cette étude et d'avoir accepté d'examiner ce travail.

Je voudrais remercier aussi Monsieur Ahcène MOUASSA, Professeur à l'Université 8 mai 1945 Guelma en acceptant d'examiner ce travail.

J'adresse ma profonde reconnaissance à tous les membres, les thésards, et les techniciens du Laboratoire de Mécanique et Structures (LMS) de l'Université 8 mai 1945 Guelma, et à sa tête Monsieur le Professeur Nouredine OUELAA, directeur du laboratoire.

Enfin, je tiens à remercier les personnes qui comptent le plus pour moi auxquels je dédie ce travail : ma mère celle qui a le plus cru en moi et encouragé pour aller plus loin dans mes études, à qui je dois tout, sans oublier mon défunt père. Un grand merci à mes sœurs pour leur soutien et leur encouragement, sans vous je ne serai pas arrivé

Résumé

Les nanolubrifiants sont des fluides contenant des particules de taille nanométrique communément appelées nanoparticules (NPs) lubrifiantes. Ces fluides, utilisés comme lubrifiants liquides efficaces dans les turbomachines et les moteurs thermiques à piston alternatifs modernes, sont des suspensions de nanoparticules dans un liquide de base (solvant) ou un lubrifiant totalement formulé.

Dans ce travail, les effets combinés de la taille caractéristique et de la concentration des NPs Inorganiques de bisulfures métalliques type Fullerène (IF-WS₂, IF-MoS₂) sur le comportement dynamique non linéaire d'un palier principal de vilebrequin de moteur thermique alternatif soumis à un torseur de force quelconque sont étudiés théoriquement à l'aide de la théorie du micro-continuum de V. K. Stokes.

Depuis leur synthèse pour la première fois en 1992, ces NPs ont connu un intérêt croissant du fait de leurs propriétés tribologiques remarquables par rapport aux additifs moléculaires traditionnels et de leur excellent pouvoir de lubrification en régime limite lorsque le régime de lubrification hydrodynamique n'est pas encore établi.

L'écoulement du nanolubrifiant dans le palier est décrit par l'équation de Reynolds modifiée dont l'inconnue est la pression hydrodynamique incluant la taille et la concentration des NPs ainsi que la poroélasticité du revêtement de surface supposé mince en utilisant l'approximation de Morgan-Cameron et un modèle élastique analytique simplifié.

Pour un torseur de force quelconque, la distribution de pression hydrodynamique, les vitesses d'écrasement du film et les vitesses angulaires de mésalignement sont déterminées simultanément en résolvant l'équation de Reynolds discrétisée par la méthode des différences finies centrées couplée aux équations de mouvement du tourillon avec la méthode itérative de Newton-Raphson amortie pour chaque angle de rotation du vilebrequin. Les trajectoires décrites par l'axe du tourillon dans trois sections du palier ainsi que les angles de mésalignement dynamique sont déduits des vitesses au moyen d'un schéma de Runge-Kutta.

Selon les résultats obtenus, les effets combinés de la taille et de la concentration de NPs sur le comportement dynamique d'un palier de vilebrequin compliant chargé dynamiquement et fonctionnant avec un mésalignement dynamique sont significatifs et ne peuvent pas être négligés.

Mots clés

Moteur thermique, Palier de vilebrequin, Torseur de force, Mésalignement dynamique, Couple des contraintes, Nanolubrifiant, Nanoparticule lubrifiante, Fullerènes inorganiques, Equation de Reynolds modifiée, Loi de Darcy modifiée, Modèle de viscosité de Krieger-Dougherty, Approximation de Morgan-Cameron, Modèle Couche Élastique Mince, Méthode des différences finies, Algorithme de Newton-Raphson amorti, Revêtement poro-élastique mince.

العنوان

السلوك الهيدروديناميكي المسامي لمعامل محركات الاحتراق الداخلي المزيّنة بالموانع النانوية

مستخلص

موانع التزييت النانوية هي سوائل تحتوي على جزيئات بحجم نانومتري تسمى عادة الجسيمات النانوية تُستخدم هذه الموانع كمواد تزييت سائلة فعالة في الماكينات التوربينية والمحركات الحرارية ذات المكبس الترددي، وهي عبارة عن عوالق من الجسيمات النانوية في سائل أساسي (مذيب) أو زيت كامل التركيب. في هذا العمل، تم دراسة التأثيرات للحجم المميز وتركيز الجسيمات النانوية غير العضوية لثاني كبريتيدات المعدن ذات هيكل كروي ($IF-MoS_2$ ، $IF-WS_2$) على السلوك الديناميكي غير الخطي للمحمل الرئيسي لعمود مرفقي لمحرك حراري متردد خاضع لقوى وعزوم خارجية باستخدام نظرية الوسائط المستمرة الدقيقة لـ "فيجاي كومار سوكس". منذ انشائها لأول مرة في عام 1992، شهدت هذه الجسيمات النانوية اهتمامًا متزايدًا نظرًا لخصائصها التريبولوجية (الاحتكاكية) الرائعة مقارنة بالمضافات الجزيئية التقليدية وقوة التشحيم الممتازة أثناء التشحيم الحدي قبل بلوغ ميكانيزم التشحيم الهيدروديناميكي.

يتم وصف تدفق مادة التشحيم النانوية في المحمل بواسطة معادلة "رينولدز" المعدلة حيث مجهولها الأساسي هو الضغط الهيدروديناميكي اخذين بعين الاعتبار حجم وتركيز العوالق النانوية بالإضافة إلى نفاذية الطبقة السطحية الرقيقة باستخدام تقريب "كامرون-مورغان" كما أخذ بالحسبان في النموذج المقترح مرونة الطبقة الرقيقة من خلال نموذج تحليلي مبسط.

يتم حساب حقل الضغط الهيدروديناميكي وسرعات ضغط الفيلم الزيتي وسرعات الزاوية للآتوازي في آن واحد عن طريق الحل الرقمي لمعادلة "رينولدز" المقترنة مع معادلات حركة العمود الدوار باستعمال خوارزمية التكرارية لـ "نيوتن رافسون" التي تحوي معامل استرخاء وذلك لكل زاوية دوران للعمود المرفقي. يتم استخلاص المدارات المنجزة من طرف محور العمود الدوار في ثلاثة مستويات من المحمل بالإضافة إلى زوايا الآتوازي الديناميكية بعد حساب السرعات باستخدام طريقة "رونج كوتا".

وفقًا للنتائج التي تم الحصول عليها، فإن التأثيرات لحجم وتركيز العوالق النانوية على السلوك الهيدروديناميكي لمحمل العمود المرفقي الذي يعمل مع اختلال محوري ديناميكي معتبرة ولا يمكن إهمالها.

الكلمات المفتاحية

المحرك الحراري، محمل العمود المرفقي، القوى و العزوم المطبقة ، الآتوازي الديناميكي، موانع التزييت النانوية ، عوالق الجسيمات النانوية الغير عضوية، معادلة رينولدز المعدلة، قانون دارسي المعدل، نموذج اللزوجة كريجر دوجيرتي، تقريب مورجان كامرون، نموذج الطبقة المرنة الرقيقة، خوارزمية نيوتن رافسون المسترخية ، طبقة مسامية مرنة رقيقة.

Title:**Poroelastohydrodynamic behaviour of internal combustion engines journal bearings lubricated with nanofluids****Abstract**

Nanolubricants are fluids containing nanometric particles commonly called lubricating nanoparticles (NPs). These fluids, used as efficient liquid lubricants in rotating and reciprocating machineries, are suspensions of NPs dispersed in a base liquid (solvent) or a fully formulated lubricant.

In this work, the combined effects of the characteristic size and concentration of inorganic NPs of metal disulfides such as Fullerenes (IF-WS₂, IF-MoS₂) on the nonlinear dynamic behavior of an internal combustion engine main crankshaft bearing subjected to an arbitrary force torsor are theoretically investigated using the V. K. Stokes micro-continuum theory.

Since their synthesis for the first time in 1992, these NPs have known an increasing interest due to their remarkable tribological properties compared to traditional molecular additives and their excellent lubricating power especially under the boundary lubrication regime when the hydrodynamic regime is not yet established.

The flow of the nanolubricant in the bearing is described by the modified Reynolds equation including the size and concentration of the NPs as well as the poroelasticity of the surface coating assumed to be relatively thin using the Morgan-Cameron approximation and a simplified analytical elastic model.

For an arbitrary force torsor, the hydrodynamic pressure distribution, the squeeze film velocities and the misalignment angular velocities are determined simultaneously by solving the Reynolds equation discretized by the finite difference method coupled with the journal's dynamic equations using the damped iterative Newton-Raphson algorithm for each crankshaft rotation angle.

The trajectories described by the journal axis in three sections of the bearing (front, rear, and mid-plane) as well as the dynamic misalignment angles are deduced from the velocities by means of the Runge-Kutta scheme.

According to the obtained relevant results, the combined effects of size and concentration of NPs on the dynamic behavior of a dynamically loaded crankshaft bearing operating with dynamic misalignment are significant and cannot be overlooked.

Keywords

Heat engine, Crankshaft bearing, Force torsor, Dynamic misalignment, Couple stresses, Nanolubricant, Lubricating nanoparticle, Inorganic Fullerenes, Modified Reynolds equation, Modified Darcy's law, Krieger-Dougherty viscosity model, Morgan-Cameron approximation, Thin Elastic Layer Model, Finite Difference Method, Damped Newton-Raphson algorithm, Thin poro-elastic coating.

Sommaire

AVANT-PROPOS.....	3
Résumé.....	4
Introduction générale et Etat de l'art.....	1
Références	11
Chapitre I.....	14
Caractérisation rhéologique et modélisation de l'écoulement des nanolubrifiants moteurs.....	14
I.1 Introduction	14
I.2 Mécanismes de lubrification à haute et basse pression dans les différents contacts dans l'attelage mobile	15
I.3 Solutions technologiques permettant de réduire le frottement dans un moteur	18
I.4 Fonctions et composition d'un lubrifiant moteur traditionnel	19
I.4.1. Les bases.....	20
I.4.2. Les additifs	20
I.5 Les nanolubrifiants ou les nanoparticules lubrifiantes.....	23
I.6 Propriétés thermo-physiques des nanofluides.....	28
I.6.1. Viscosité dynamique effective des nanolubrifiants	28
I.6.2 Chaleur spécifique des nanolubrifiants	32
I.6.3 Conductivité thermique	34
I.6.4 Masse volumique.....	36
I.7.1 Eléments de la théorie du micro-continuum de V. K. Stokes	39
I.7.1.1 Equations générales	39
I.7.1.2 Equations de la mécanique des films minces : Analyse dimensionnelle.....	43
I.8 Conclusion.....	45
Références bibliographiques du chapitre	47
Chapitre II	
Analyse cinématique et dynamique du système Piston-bielle-vilebrequin d'un moteur thermique.....	49

II.1 Introduction	49
II.2 Modèle cinématique du système vilebrequin-bielle-piston.....	50
<i>II.2.1. Description du modèle et mise en place des repères</i>	<i>50</i>
<i>II.2.2. Expressions des vitesses angulaires</i>	<i>53</i>
<i>II.2.3 Expressions des vitesses des points A, G₂ et B.....</i>	<i>53</i>
<i>II.2.4 Expressions des accélérations angulaires des points G₂ et B de la bielle.....</i>	<i>54</i>
II.3 Etude dynamique : Efforts dans les liaisons entre le vilebrequin, la bielle, et le piston	55
<i>II.3.1 Hypothèse et données</i>	<i>55</i>
<i>II.3.2. Equations dynamiques du piston (4).....</i>	<i>56</i>
II.3.3. Equations dynamiques pour l'axe du piston (3)	57
II.3.4. Equations dynamiques de la bielle (2).....	57
II.3.5. Equations dynamiques pour le vilebrequin (1).....	59
II.4 Validation & détermination des diagrammes de charge d'un moteur à allumage commandé 4 temps.....	61
<i>II.4.1 Validation du modèle cinématique et dynamique</i>	<i>61</i>
<i>II.4.2 Application du modèle au calcul des diagrammes de charge d'un moteur multicylindre Peugeot pour l'analyse dynamique des paliers hydrodynamiques.</i>	<i>69</i>
II.5. Conclusion	75
Référence	76
CHAPITRE III.....	77
Modélisation du comportement poro-élastique des revêtements de surface dans les paliers principaux de vilebrequin.....	77
III.1 Introduction.....	77
III.2. Formulation variationnelle.....	78
III.3. Approximations par éléments finis	80
<i>III.3.1. Cas d'un problème tridimensionnel en coordonnées cartésiennes.....</i>	<i>83</i>
<i>III.3.2. Cas d'un problème tridimensionnel en coordonnées cylindriques</i>	<i>87</i>

III.4. Evaluation des matrices élémentaires : Quadrature de Gauss-Legendre.....	89
III.5 Formulation globale.....	92
III.6 Model couche élastique mince : Expression du facteur de compliance \mathcal{L}.....	93
III.7. Caractérisation des revêtements poreux.....	96
III.8. Modèles d'écoulement en milieux poreux.....	98
<i>III.8.1. Modèle de Darcy classique</i>	<i>98</i>
<i>III.8.2. Modèle de Darcy – Brinkman.....</i>	<i>99</i>
<i>III.8.3. Modèle de Darcy-Forchheimer</i>	<i>100</i>
<i>III.8.4. Modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer.....</i>	<i>100</i>
III.9. Conclusion	101
III.10 Références	101
Chapitre IV.....	103
Théorie des paliers de vilebrequin mésalignés lubrifiés en régime poro- élastohydrodynamique par des nanofluides polaires	103
IV.1. Introduction.....	103
IV.2. Géométrie du palier de ligne principal avec défaut de mésalignement	104
IV.3. Dérivation de l'équation de Reynolds modifiée non Newtonienne.....	105
<i>IV.3.1 Equations de mouvement du nanofluide selon la théorie du micro-continuum de V. K. Stokes pour une écoulement en film mincefluide con.....</i>	<i>105</i>
IV.4. Conditions limites associées à l'équation de Reynolds modifiée	113
IV.5. Caractéristiques hydrodynamiques du palier poreux.....	113
IV.5.1. Capacité de charge et angle de calage.....	113
IV.5.2. Force de frottement visqueux.....	114
IV.5.3. Coefficient de frottement	114
IV.5.4. Débit de fuite	115
IV.6. Conclusion.....	116
IV.7. Références bibliographiques du chapitre IV.....	117

CHAPITRE V	119
Stratégie numérique de résolution et étude paramétrique	119
V.1 Introduction	119
V.2 Formulation mathématique du problème PEHD	120
<i>V.2.1 Équation de Reynolds modifiée et conditions aux limites</i>	120
<i>V.2.2 Modèle de viscosité des nanolubrifiants</i>	122
<i>V.2.3 Équilibre des forces et orbites du centre de masse du tourillon</i>	123
V.3 Traitement numérique des équations gouvernantes	125
V.4. Caractéristiques hydrodynamiques dans le cas mésaligné où le glissement à l'interface fluide-revêtement est négligé $\alpha b = 0$	133
<i>V.4.1 Débit de fuite latérale</i>	133
V.5. Procédure de résolution du problème de lubrification PEHD inverse pour les paliers lisses dynamiquement chargés fonctionnant avec un mésalignement dynamique	135
V.6. Résultats et interprétations	137
<i>V.6.1. Validation du code de calcul</i>	137
<i>V.6.2. Etude paramétrique</i>	141
<i>V.6.2.1. Effets du mésalignement dynamique</i>	141
<i>V.6.2.2. Effets de la taille caractéristique des NPs ou des agrégats de NPs</i>	146
<i>V.6.2.3. Effets de la concentration des NPs</i>	147
<i>V.6.2.4. Effets de la poroélasticité du revêtement de surface</i>	149
V.7. Conclusions	151
V.8. Références	154
Conclusion générale	155
Annexe A	161
Annexe B	162
Principales notations utilisées	165
Abbreviations & Acronyms :	167

Repères :	167
Liste des figures	168
Publications	172

Introduction générale et Etat de l'art

De nos jours, les exigences de l'industrie automobile sont de plus en plus importantes. Chaque nouvelle génération de moteurs thermiques nécessite une formulation de fluides lubrifiants plus performants et plus efficaces en termes de réduction d'usure et de frottement. La tendance actuelle dans la conception des moteurs modernes est d'optimiser leurs caractéristiques de fonctionnement en termes de puissance, de consommation de carburant et surtout de respect des normes environnementales de plus en plus strictes. Parmi les conséquences de ces exigences figure la sévérité des contraintes auxquelles sont soumis les différents organes du moteur tel que l'attelage mobile, ce qui se traduit par une augmentation des frottements indésirables surtout pendant les phases de démarrage et d'arrêt du moteur. Il est bien connu que le frottement est l'une des principales causes de perte de rendement dans un moteur à combustion interne à piston alternatif. En effet, de 10 à 20% de la puissance contenue dans le carburant moteur est absorbée par la puissance mécanique qui est dissipée par frottement [1]. À cet égard, les raffineurs de pétrole et les fabricants de lubrifiants moteurs doivent être en mesure de formuler des huiles lubrifiantes répondant à des spécifications de plus en plus strictes telles que les normes environnementales, mais également efficaces en termes de réduction des frottements et de l'usure des pièces mobiles.

Pour réduire les frottements dans un moteur, deux solutions technologiques peuvent être envisagées. La première solution consiste à traiter les surfaces actives de contact en déposant des revêtements tels que des couches minces de carbone amorphe (DLC : Diamond-Like Carbon), de métaux blancs à base de plomb ou d'étain (Babbitts), et de polyétherétherkétone (composites PEEK) dont les propriétés réductrices de frottement et d'usure se sont avérées très intéressantes [2]. L'inconvénient majeur de ce genre de solution réside dans la difficulté voire l'impossibilité de déposer de tels revêtements dans certaines zones géométriquement complexes du moteur.

La deuxième solution concerne le choix d'un lubrifiant plus performant avec des propriétés physico-chimiques et rhéologiques autres que sa viscosité. Il s'agit alors de formuler des lubrifiants en ajoutant des additifs (ou dopes) au lubrifiant de base qui peuvent agir lorsque le film lubrifiant n'est plus assez épais pour éviter les risques destructeurs de contact direct métal-métal entre les surfaces rugueuses contiguës au film.

A cet effet, l'ajout d'adjuvants anti-usure au lubrifiant de base constitue une solution technologique pour permettre la réduction du frottement et des taux d'usure notamment en régimes de lubrification mixte et limite rencontrés pendant les phases de démarrage et d'arrêt des moteurs thermiques alternatifs.

Il est à noter que les additifs à action tribologique tels que les additifs moléculaires anti-usure actuellement utilisés dans la formulation des huiles moteurs multigrades traditionnelles sont des composés organiques à base de soufre et de phosphore. Ces deux composés sont à l'origine de la dégradation des systèmes de traitement des gaz des véhicules et sont remis en cause par les normes anti-pollution instaurées par plusieurs pays. La substitution de ces molécules par des nanoparticules (NPs) lubrifiantes permettra la formulation de nanofluides lubrifiants dits tout simplement nanolubrifiants plus performants et plus respectueux des normes environnementales de plus en plus strictes.

Du point de vue chimique, la nocivité des émissions de soufre et de phosphore dont les deux molécules MoDTC et ZnDTP sont à l'origine ainsi que l'inefficacité à froid de ces deux molécules ont récemment mobilisé d'importantes recherches sur le développement de nouvelles alternatives à ces molécules qui doivent respecter les normes environnementales et présentent des propriétés tribologiques remarquables. Ces recherches ont conduit à une nouvelle approche nano-technologique complètement révolutionnaire dans le monde des additifs lubrifiants à travers le développement d'une nouvelle famille d'additifs de type nanoparticules lubrifiantes. Il a été montré que certains de ces nanomatériaux lorsqu'ils sont utilisés en dispersion dans une huile de base ou une huile complètement formulée ont parfois des performances lubrifiantes (pouvoirs lubrifiants) nettement supérieures à celles des huiles avec additifs moléculaires traditionnels [3-5]. Par ailleurs, les nanoparticules s'avèrent plus inertes chimiquement que les additifs moléculaires traditionnels et donc potentiellement moins nocives pour l'environnement. Ainsi, l'utilisation des nanotechnologies dans le cadre d'applications tribologiques (lubrification) suscite actuellement un intérêt croissant. Cet intérêt s'est traduit par un développement important des techniques de synthèse de nanomatériaux permettant le développement de nano-objets de différentes structures (fullerènes, oignons, nanotubes, etc.) et de différentes natures (métalliques, oxydes, carbonés, etc.). De nombreuses études sur le pouvoir lubrifiant et les propriétés tribologiques

(frottement et usure) de ces nano-objets dispersés dans une base lubrifiante ou un lubrifiant complètement formulé ont montré des réductions substantielles de l'usure au fur et à mesure que des nanoparticules étaient ajoutées. Selon [Chen et al \[6\]](#), les nanotubes de carbone multicouches dispersés dans l'huile réduisent la friction de 10 % et l'usure de 30 % par rapport à la base lubrifiante.

D'autre part, les fullerènes inorganiques faits de bisulfures métalliques IF-MoS₂ et IF-WS₂, synthétisés pour la première fois en 1992 par Tenne et al [\[7\]](#), peut réduire la friction et l'usure jusqu'à 70 % par rapport à la base lubrifiante [\[8,9\]](#).

Du point de vue tribologique, les fullerènes sont alors le système de NPs le plus intéressant et ils peuvent être utilisés comme substituts potentiels aux additifs de lubrification moléculaires actuellement utilisés car ces derniers sont des polluants environnementaux et moins efficaces en service dans certaines conditions spécifiques. En effet, le MoS₂ et le WS₂ agissent comme un troisième corps dans des contacts lubrifiés devenant essentiellement comme de minuscules roulements à billes microscopiques réduisant ainsi le frottement indésirable entre les deux surfaces métalliques en contact comme illustré en [figure 1](#).



Fig. 1 : Représentation d'un contact rugueux lubrifié par un fluide avec des NPs de type fullerène

De nombreuses questions clés ont été abordées telles que les mécanismes de lubrification impliqués ainsi que l'influence de la concentration, de la taille, de la forme (sphériques ou quasi-sphériques), de la structure, de la morphologie (NPs creuses ou pleines), et de l'agrégation des NPs sur le comportement rhéologique du nanolubrifiant [\[10\]](#). Des études

rhéologiques expérimentales ont montré que les nanolubrifiants (huile de base + nano-additifs ou huile complètement formulée + nano-additifs) ont incontestablement un comportement rhéologique non Newtonien et que leur écoulement ne peut être décrit par la théorie classique de la mécanique des milieux continus qui néglige la taille des particules [11]. Cela nécessite l'utilisation de théories alternatives du continuum qui décrivent avec précision le comportement hydrodynamique des nanolubrifiants dans le jeu du palier en tenant compte des effets de la concentration et de la taille des NPs. Parmi ces théories, la théorie du micro-continuum de Vijay Kumar Stokes [12-14] a été appliquée avec succès à ce type de fluides par un certain nombre d'auteurs et les analyses théoriques effectués dans le cas de paliers lisses ont révélé une augmentation de la capacité de charge et une amélioration de la stabilité dynamique de ces paliers [15-20].

A notre connaissance, très peu de travaux de recherche ont été menés pour étudier le comportement dynamique des paliers lisses fonctionnant avec des lubrifiants à base de NPs. Prabhakaran et al [21] ont montré, pour une excentricité de fonctionnement donnée, que l'ajout de NPs dans un lubrifiant complètement formulé disponible dans le marché peut améliorer la viscosité du lubrifiant et modifier à son tour les performances du palier en régimes permanent et transitoire telles que la capacité de charge, l'angle de calage, le débit de fuite latérale, les coefficients dynamiques de raideur et d'amortissement, et la fréquence critique de tourbillonnement (whirling).

Prabhakaran et al [22] ont étudié les caractéristiques statiques en termes de capacité de charge, de force de frottement, de débit de fuite latérale et d'angle de calage à l'aide d'approches de fluides iso-visqueux et thermo-visqueux pour différentes valeurs de l'excentricité relative et divers lubrifiants contenant différentes NPs (CuO, CeO₂, et Al₂O₃). Ils ont constaté que pour le cas thermo-visqueux à des valeurs d'excentricité élevées, l'ajout de NPs produit un effet significatif sur les performances hydrodynamiques du système. La capacité de charge et la force de frottement du palier augmentent avec l'augmentation de la concentration de NPs pour les cas isovisqueux et thermo-visqueux. Ils ont également constaté que le débit de fuite calculé à l'extrémité du palier et l'angle de calage diminuent avec l'augmentation de la concentration de NPs dans les lubrifiants iso-visqueux et les lubrifiants nano-additivés. Notons que la diminution de l'angle de calage joue un rôle positif vis-à-vis de la stabilité dynamique du système.

Shenoy et al [23] ont analysé les effets de CuO, TiO₂ et les additifs de NPs de nano-diamant dans l'huile moteur SAE 30 sur les caractéristiques statiques d'un palier fluide réglable de l'extérieur. Les résultats obtenus ont été prédits dans le cas d'un palier ayant des réglages radiaux et d'inclinaison négatifs et fonctionnant avec une huile moteur SAE dopée de TiO₂. Les NPs ont montré que la capacité de charge était respectivement plus élevée d'environ 23 % et 35 % que celle obtenue pour l'huile moteur SAE sans nano-additifs rajoutés et l'huile de base pure. De plus, la force de friction d'un palier à film fluide réglable de l'extérieur a augmenté d'environ 25 % pour l'huile moteur SAE sans NPs par rapport à la même huile mélangée avec des additifs de NPs TiO₂.

Kalakada et al [24] ont étudié les caractéristiques statique des paliers thermohydrodynamiques fonctionnant avec des nanolubrifiants (lubrifiants contenant une concentration en poids (pondérale) de NPs). Le lubrifiant et les NPs utilisés sont SAE 15W40, oxyde de cuivre (CuO), oxyde de cérium (CeO₂), et oxyde d'aluminium (Al₂O₃). Leur étude s'est concentrée sur la répartition de la pression et de la température à travers le film lubrifiant dans le palier lisse ainsi que les caractéristiques statiques. Ils ont découvert que l'ajout de NPs augmente la capacité de charge du palier lisse quelque soit l'excentricité de fonctionnement, en particulier dans le cas thermo-visqueux et à des valeurs élevées de l'excentricité relative. Ils ont également constaté que la force de frottement augmente avec l'augmentation de la concentration de NPs pour les deux cas isotherme et thermo-visqueux. Cependant, le débit de fuite latérale et l'angle de calage diminuent avec la concentration de NPs dans les deux cas simulés et en particulier pour des excentricités de fonctionnement plus élevées.

Binu et al [25] ont présenté une étude théorique sur les caractéristiques statiques d'un palier lisse fonctionnant avec un nanolubrifiant à base de TiO₂ en considérant un modèle de viscosité variable. Les viscosités de cisaillement prévues du nanolubrifiant à base de TiO₂ pour différentes fractions volumiques et tailles de particules d'agrégats ont été obtenus à l'aide du modèle de Krieger – Dougherty modifié et se sont avérés en bon accord avec les viscosités de cisaillement expérimentales. Il est utile de souligner que ce modèle de viscosité sera adopté dans notre recherche. L'équation de Reynolds modifiée tenant compte de la variation viscosité-fraction volumique de Krieger – Dougherty et les effets de couples des contraintes des nano-additifs TiO₂ ou de la taille caractéristique des NPs.

Les résultats obtenus révèlent une amélioration de la capacité de charge de 45 % par comparaison aux huiles moteurs ordinaires, pour les paliers lisses fonctionnant avec des nanolubrifiants contenant des nano-additifs TiO_2 à une fraction volumique de 0,01 et un paramètre de couple de contrainte, $\tilde{l} = \frac{l}{c}$, de 0.03108, ce qui correspond à une taille moyenne d'agrégat TiO_2 de 777 nm. L'analyse a également révélé une augmentation de 40 % de la force de frottement pour les paliers lisses utilisant des nanolubrifiants à base de TiO_2 par rapport à l'huile moteur ordinaire.

Sadabadi et al [26] ont utilisé l'approche de simulation CFD (Computational Fluid Dynamics) pour modéliser l'effet du nanolubrifiant sur la capacité de charge des paliers industriels fortement chargés. Des NPs Inorganiques de type Fullerène WS_2 (bisulfure de tungstène) ont été utilisées comme additifs à l'huile industrielle synthétique de base avec différents pourcentages de fraction pondérale. Les résultats obtenus ont montré que la capacité de charge du palier lisse peut être améliorée jusqu'à environ 20 % en utilisant une concentration de 5 % wt de IF- WS_2 . De plus, les images SEM (microscopie électronique) ont montré que la forte tendance à l'agrégation des NPs WS_2 limite l'application des nanolubrifiants à des fractions pondérales supérieures à 6.0 % wt.

Plus récemment, Kadhim et al ont analysé les performances TEHD des paliers lisses avec des NPs Al_2O_3 avec différentes fractions volumiques en utilisant l'interaction fluide-structure avec la technique CFD [27]. Les résultats pertinents obtenus ont montré que l'utilisation de 5 % de NPs Al_2O_3 augmente l'épaisseur minimale du film d'huile d'environ 18 %, et diminue légèrement la température maximale dans le film d'huile par comparaison à une huile de base pure.

Dang et al [28] ont étudié les performances thermiques statiques d'un palier elliptique lubrifié avec des huiles minérales à base de NPs à différentes excentricités et vitesses de fonctionnement. Deux types de NPs CuO et TiO_2 avec 0.5, 1.0 et 2.0 poids. Des concentrations en % ont été ajoutées séparément dans trois classes de viscosités différentes d'huiles. Ils ont constaté que la pression maximale et la capacité de charge augmentaient avec l'ajout de NPs et que cette augmentation était plus prononcée à des concentrations plus élevées de NPs et à des huiles ayant un grade de viscosité plus élevé.

Gundarneeeya et Vakharia [29] ont mené un excellent travail expérimental en utilisant un banc d'essai de coussinets pour étudier l'analyse des performances d'un coussinet

fonctionnant avec des nanolubrifiants formulés en ajoutant des NPs TiO_2 , CuO et Al_2O_3 comme additifs lubrifiants dans l'huile ISO VG 46. Les résultats expérimentaux ont révélé une augmentation de la pression maximale et de la capacité de charge du palier lisse en ajoutant des NPs à l'huile de base, en particulier pour des fractions volumiques plus élevées de NPs.

Bangotra et Sharma [30] ont étudié l'impact du défaut d'ondulation de surface sur les paramètres de performance statiques des paliers lisses hydrodynamiques fonctionnant avec des lubrifiants dopés de NPs d'oxyde de cuivre (CuO) et d'oxyde de Cérium (CeO_2). Les paramètres de performance statiques ont été calculés pour différents nombres d'ondulations et diverses amplitudes d'ondes avec des viscosités variables de nanolubrifiants en utilisant une relation entre la viscosité relative, la température et la fraction pondérale des NPs développées à partir des résultats expérimentaux. Ils ont constaté que l'ajout de tels NPs au lubrifiant augmentait sa viscosité, ce qui améliorerait encore les paramètres en régime permanent du palier ondulé, à savoir la capacité de charge et le coefficient de frottement.

Byotra et Sharma [31] ont développé un modèle d'éléments finis pour analyser l'amélioration des performances d'un coussinet en appliquant les textures en forme d'arc sur diverses régions du palier fonctionnant avec et sans nanolubrifiants. Ils ont observé que l'ajout de NPs Al_2O_3 et CuO augmentait la capacité de charge.

L'état de l'art présenté ci-dessus permet de mieux situer notre contribution scientifique par rapport aux travaux de recherche antérieurs publiés dans la littérature technique disponible. Il ressort que les études du comportement dynamique des paliers principaux de vilebrequin de moteurs à combustion interne munis de revêtements poroélastiques, soumis à un torseur de force quelconque, et fonctionnant avec des nanolubrifiants sont moins nombreuses voire très rares. Par conséquent, on estime qu'il est nécessaire de caractériser ces paliers fonctionnant en régime de lubrification PEHD en utilisant la théorie du micro-continuum de Vijay Kumar Stokes [12-14] qui prend en compte la taille caractéristique des NPs ou des agglomérats de NPs dans la mesure où celle-ci est ignorée lors de l'utilisation de la théorie classique du continuum. L'utilisation de cette théorie, également connue dans la littérature sous le nom de théorie des fluides polaires non Newtoniens, implique des couples de contraintes et des couples de volume en plus des

forces de surface et de volume dans les équations de transport. Le caractère non Newtonien de tels fluides est notamment dû à l'asymétrie du tenseur des contraintes.

Le nanolubrifiant supposé incompressible (isovolume) et non Newtonien est alors caractérisé à l'aide de trois constantes physiques, à savoir : la masse volumique ρ_{nf} , la viscosité dynamique ou absolue μ_{nf} , et une constante responsable de la présence de couples de contraintes dans le lubrifiant notée η dont l'équation dimensionnelle est $[\eta] = MLT^{-1}$ semblable à celle de la quantité de mouvement. Les deux premières constantes dépendent naturellement de la concentration ou de la fraction volumique ϕ des nanoparticules dans le lubrifiant de base. Il faudra alors utiliser des lois de variation de ces constantes avec la concentration telles que la loi de Krieger-Dougherty [32,33] actuellement utilisée avec succès dans la littérature pour le calcul de la viscosité dynamique effective du nanolubrifiant.

Dans l'étude paramétrique, nous introduisons un nouveau paramètre noté, l , tel que :

$l = \sqrt{\frac{\eta}{\mu}}$ dont l'équation dimensionnelle est $[l] = L$. Ce nouveau paramètre, responsable de la propriété des couples de contraintes, peut être considéré comme la taille ou le diamètre caractéristique des NPs de bisulfures métalliques de type Fullerènes (IF-MoS₂ & IF-WS₂) ou des agglomérats de NPs de Fullerènes.

Le rapport de thèse de Doctorat présentant cette recherche comprend cinq chapitres.

Le premier chapitre représente une revue bibliographique générale portant sur les différents régimes de lubrification rencontrés dans un moteur thermique, les solutions technologiques envisagées en vue de réduire le frottement et le taux d'usure au niveau des différentes liaisons lubrifiées au moyen des revêtements de surface et/ou par le choix d'huiles lubrifiantes dopées par des additifs moléculaires traditionnels ou de nano-additifs (NPs lubrifiantes) en vue d'améliorer leurs performances tribologiques. Nous présentons également dans ce chapitre, les propriétés thermophysiques des nanofluides tels que la viscosité dynamique, la chaleur spécifique, la conductivité thermique, et la masse volumique ainsi que les différents modèles décrivant leurs variations avec la fraction volumique ou la concentration en NPs. Ce chapitre se termine par une caractérisation rhéologique des nanolubrifiants et une modélisation de leur écoulement en utilisant la théorie du micro-continuum de Vijay Kumar Stokes au lieu de la théorie de la mécanique des milieux continus classique qui néglige la taille et la concentration des particules rajoutées à l'huile de base.

Le deuxième chapitre est consacré au calcul des diagrammes de charges dans les différentes liaisons cinématiques de l'attelage mobile d'un moteur à combustion interne à travers l'analyse cinématique et dynamique du système piston-bielle-vilebrequin. Ces diagrammes servent comme des données dans la caractérisation des paliers de tête de bielle, de pied de bielle, et de vilebrequin du système sur tout le cycle thermodynamique du moteur.

Dans le troisième chapitre, nous avons jugé utile de présenter, dans un premier temps et de façon détaillée, la méthode des éléments finis des déplacements (MEF 3-D) (stiffness method) en coordonnées cartésiennes et cylindriques pour valider le modèle analytique simplifié dénommé dans la présente thèse « Modèle Couche Elastique Mince » dans le cas de revêtements poroélastiques constitués de matériaux compressibles et quasi-incompressibles et ce pour différentes valeurs de l'épaisseur relative du revêtement. La seconde partie du chapitre est dévolue à la caractérisation des milieux poreux et à la modélisation des écoulements de fluides Newtoniens dans ces milieux à l'aide des modèles de Darcy classique, Darcy-Brinkmann, Darcy-Forschheimer, et Darcy-Brinkmann-Forschheimer. Comme le nanolubrifiant est considéré comme un fluide non Newtonien, nous avons adopté la loi de Darcy modifiée impliquant un coefficient de pénétration (percolation) pour prendre en considération la taille caractéristique des NPs dispersées dans le lubrifiant de base.

Le quatrième chapitre est consacré à la présentation détaillée de la théorie de lubrification poro-élastohydrodynamique (PEHD) par films minces appliquée à un palier de ligne principal fonctionnant avec un défaut de mésalignement dynamique. Dans ce chapitre, nous dérivons une forme modifiée de l'équation de Reynolds non Newtonienne à partir des lois de conservation de la quantité de mouvement et de la masse d'un fluide polaire à couples de contraintes en considérant d'une part les conditions de glissement à l'interface film fluide-revêtement de Joseph-Beavers et d'autre part l'approximation de Morgan-Cameron pour intégrer directement la perméabilité du revêtement de surface dans le modèle PEHD proposé et d'éviter ainsi les problèmes numériques inhérents au couplage des équations de Reynolds et de Darcy (3-D) modifiées. Pour les calculs élastohydrodynamiques, le problème d'interaction fluide-structure est décrit par l'équation de Reynolds modifiée couplée avec l'équation géométrique du film dont l'expression comprend les termes relatifs au mésalignement et à l'élasticité du revêtement de surface. Ce chapitre s'achève par une présentation des relations permettant la caractérisation

hydrodynamique de tel palier (débit de fuite, couple de frottement, puissance dissipée, ...).

Le cinquième et dernier chapitre est réservé à la présentation de la stratégie numérique adoptée pour la résolution du problème de lubrification PEHD décrit par les équations couplées suivantes :

- l'équation de Reynolds non Newtonienne modifiée qui est une équation aux dérivées partielles à caractère non linéaire ;
- les quatre équations de mouvement du tourillon de vilebrequin écrites en termes de vitesses d'écrasement du film et de vitesses angulaires de mésalignement avec prise en considération des forces et des moments d'inertie qui sont des équations différentielles ordinaires ;
- l'équation géométrique du film tenant compte de l'élasticité du revêtement de surface, des déplacements et des angles de mésalignement de l'axe du tourillon.

L'équation de Reynolds modifiée qui n'admet pas de solution analytique est d'abord écrite sous forme de résidu puis discrétisée par la méthode des différences finies en utilisant deux molécules de calcul à cinq et neuf points.

Le problème de couplage (fortement non linéaire) est résolu à l'aide de l'algorithme itératif de Newton-Raphson amorti en vue de déterminer le champ de pression hydrodynamique dans le film lubrifiant, les vitesses d'écrasement du film, et les vitesses angulaires de mésalignement. A partir de ces vitesses, les déplacements de l'axe du tourillon et les angles de mésalignement sont déduits au moyen d'un schéma d'Euler modifié ou Runge-Kutta d'ordre deux et ce pour un cycle moteur complet.

Ce chapitre se termine par une étude de validation du modèle PEHD proposé puis une étude paramétrique en vue de mettre en évidence les effets combinés de la taille et la concentration des NPs et de la poroélasticité du revêtement sur le comportement dynamique du palier de ligne principal de vilebrequin fonctionnant avec et sans défaut de mésalignement dynamique. Enfin, les différents résultats obtenus par le code de calcul élaboré y sont interprétés et discutés.

Une conclusion générale est présentée à la fin de ce manuscrit permettant de faire une récapitulation de l'essentiel du travail mené dans le cadre de cette thèse ainsi que les résultats obtenus suivie de quelques prolongements possibles du présent travail.

Références

- [1] TUNG, Simon C.; MCMILLAN, Michael L. **Automotive tribology overview of current advances and challenges for the future**. Tribology International, 2004, 37.7: 517-536.
- [2] ERDEMIR, Ali; DONNET, Christophe. **Tribology of diamond-like carbon films: recent progress and future prospects**. Journal of Physics D: Applied Physics, 2006, 39.18: R311.
- [3] L. Joly-Pottuz, J.M. Martin, F. Dassenoy, C. Schuffenhauer, R. Tenne, Fleischer, **Inorganic fullerene-like NPs as new lubricant additives**, Washington, USA, WTC 2005
- [4] L. Joly-Pottuz, **Lubricant NPs with closed structure, PhD thesis (French)**, Université de Lyon, Ecole Centrale de Lyon, France, 2005
- [5] I. Lahouij, **Lubrication mechanisms of inorganic fullerene-like NPs: multi-scale approach**, PhD thesis (French), Université de Lyon, Ecole Centrale de Lyon, 2012
- [6] Chen, C. S., Chen, X. H., Hu, J. M., Zhang, H., Li, W. H., Xu, L. S., & Yang, Z. **Effect of multi-walled carbon nanotubes on tribological properties of lubricant**. Transactions of Nonferrous Metals Society of China, 15, 300-305. (2005).
- [7] Tenne, R., Margulis, L., Genut, M. E., & Hodes, G. **Polyhedral and cylindrical structures of tungsten disulphide**. Nature, 360(6403), 444-446. (1992).
- [8] Cizaire, L., Vacher, B., Le Mogne, T., Martin, J. M., Rapoport, L., Margolin, A., & Tenne, R. (2002). **Mechanisms of ultra-low friction by hollow inorganic fullerene-like MoS₂ nanoparticles**. Surface and coatings technology, 160(2-3), 282-287.
- [9] Joly-Pottuz, L., Dassenoy, F., Belin, M., Vacher, B., Martin, J. M., & Fleischer, N. (2005). **Ultralow-friction and wear properties of IF-WS₂ under boundary lubrication**. Tribology letters, 18(4), 477-485.
- [10] Jason, Y. J. J., How, H. G., Teoh, Y. H., & Chuah, H. G.. **A study on the tribological performance of nanolubricants**. Processes, 8(11), 1372, (2020).
- [11] Chen H., Ding Y., Tan C., **Rheological behaviour of nanofluids**, New Journal of Physics, 9, 367, 2007.
- [12] V. K. Stokes, **Theories of fluids with microstructure: An introduction**, Springer Berlin Heidelberg, 1984.
- [13] V. K. Stokes, **Couple-stresses in fluids**, Physics of fluids,9, 1709-1715, 1966.

- [14] R. Ali Hadjesfandiari, A. Hadjesfandiari, **Skew-symmetric couple-stress fluid mechanics**, Acta Mech. 226, 2014.
- [15] Lin J. R. **Effects of couple stresses on the lubrication of finite journal bearings**, Wear, 206, 171-178, 1997
- [16] Mokhiamer U. M., Crosby W. A., El Gamal H. A., **A study of a journal bearing lubricated by fluids with couple stress considering the elasticity of the liner**, Wear, 224, 194-201, 1999.
- [17] Lahmar Mustapha, **Elastohydrodynamic analysis of double-layered journal bearings lubricated with couple stress fluids**, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, 219,2, 145-165, 2005.
- [18] LAHMAR, Mustapha et BOU-SAÏD, Benyebka. **Couple stress effects on the dynamic behavior of connecting rod bearings in both gasoline and diesel engines**. Tribology transactions, vol. 51, no 1, p. 44-56, 2008.
- [19] BOUCHERIT, Hamid, LAHMAR, Mustapha, et BOU-SAÏD, Benyebka. **Misalignment effects on steady-state and dynamic behaviour of compliant journal bearings lubricated with couple stress fluids**. Lubrication Science, vol. 20, no 3, p. 241-268, 2008.
- [20] Lahmar M., Ellagoune S., and Bou-Saïd B. **Elastohydrodynamic lubrication analysis of a compliant journal bearing considering static and dynamic deformations of the bearing liner**. Tribology Transactions, 53(3), 349-368 (2010).
- [21] K. Prabhakaran Nair, Mohammed Shabbir Ahmed, and Saed Thamer Al-qahtani, **Static and dynamic analysis of hydrodynamic journal bearing operating under nanolubricants**, Int. J. Nanoparticles, Vol. 2, Nos. 1/2/3/4/5/6, 2009.
- [22] Nair, K. Prabhakaran, Rajendra Kumar, P. K., et Babu, K. Sreedhar. **Thermohydrodynamic analysis of journal bearing operating under nanolubricants**. In : International Joint Tribology Conference, p. 17-21, 2011.
- [23] SHENOY, B. S., BINU, K. G., PAI, R., et al. **Effect of nanoparticles additives on the performance of an externally adjustable fluid film bearing**. Tribology International, 2012, vol. 45, no 1, p. 38-42.
- [24] KALAKADA, Sreedhar Babu, KUMARAPILLAI, Prabhakaran Nair Nair, et PK, Rajendra Kumar. **Static characteristics of thermohydrodynamic journal bearing operating under lubricants containing nanoparticles**. Industrial Lubrication and Tribology, 2015.
- [25] BINU, K. G., SHENOY, B. S., RAO, D. S., et al. **Static characteristics of a fluid film bearing with TiO₂ based nanolubricant using the modified Krieger–Dougherty viscosity model and couple stress model**. Tribology International, 2014, vol. 75, p. 69-79.

- [26] SADABADI, Hamid et SANATI NEZHAD, Amir. **Nanofluids for performance improvement of heavy machinery journal bearings: A simulation study**. *Nanomaterials*, 2020, vol. 10, no 11, p. 2120.
- [27] KADHIM, Zainab H., AHMED, Saba Y., et ABASS, Basim A. **CFD analysis of nano-lubricated journal bearing considering variable viscosity and elastic deformation effects**. *Diagnostyka*, 2022, vol. 23, no 1.
- [28] R.K. Dang, A. Chauhan, S. Dhama, **Static thermal performance evaluation of elliptical journal bearings with nanolubricants**, *J. Eng. Tribol. Part J.* 235,1–13 (2020)
- [29] T.P. Gundarneeeyya, D.P. Vakharia, **Performance analysis of journal bearing operating on nanolubricants with TiO₂, CuO, and Al₂O₃ nanoparticles as lubricant additives**, *Mater. Today: Proc.* (2021) <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2021.02.350>
- [30] A. Bangotra, S. Sharma, **Impact of surface waviness on the static performance of journal bearing with CuO and CeO₂ NPs in the lubricant**, *Ind. Lubric. Tribol.* 74, 853–867 (2022)
- [31] D. Byotra, S. Sharma, **Performance analysis of textured journal bearings operating with and without NPs in the lubricant**, *Ind. Lubric. Tribol.* (2022)
- [32] KRIEGER, Irvin M. et DOUGHERTY, Thomas J. **A mechanism for non-Newtonian flow in suspensions of rigid spheres**. *Transactions of the Society of Rheology*, 1959, vol. 3, no 1, p. 137-152.
- [33] MAHBUBUL, I. M., SAIDUR, Rahman, et AMALINA, M. A. **Latest developments on the viscosity of nanofluids**. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2012, vol. 55, no 4, p. 874-885.

Chapitre I

Caractérisation rhéologique et modélisation de l'écoulement des nanolubrifiants moteurs

I.1 Introduction

Les nanolubrifiants sont des fluides contenant des particules de taille nanométriques communément appelées nanoparticules. Ces fluides, utilisés comme lubrifiants liquides dans les organes de supportage tels que les paliers radiaux et les butées axiales de turbomachines et de moteurs à combustion interne, sont des suspensions de nanoparticules dans un fluide de base dénommé solvant. Les nanoparticules rajoutées au fluide de base sont généralement constituées de métaux, d'oxydes, de carbures ou de nanotubes de carbone. Les fluides de base courants comprennent l'eau et l'huile dont le comportement rhéologique est Newtonien.

Les travaux de recherche récents ont montré que l'ajout de nanomatériaux tels que le cuivre (Cu), le graphène, le bisulfure de molybdène (MoS_2), les nanotubes et les oignons de carbone dont les performances tribologiques ont été démontrées améliore principalement la conductivité thermique et les propriétés anti-usure des huiles de base d'origine minérale ou synthétique. En effet, le MoS_2 et le graphène agissent comme un troisième corps (third body) devenant essentiellement comme de minuscules roulements à billes microscopiques permettant ainsi de réduire le frottement entre les deux surfaces métalliques en contact du tribo-système **figure I.1**.

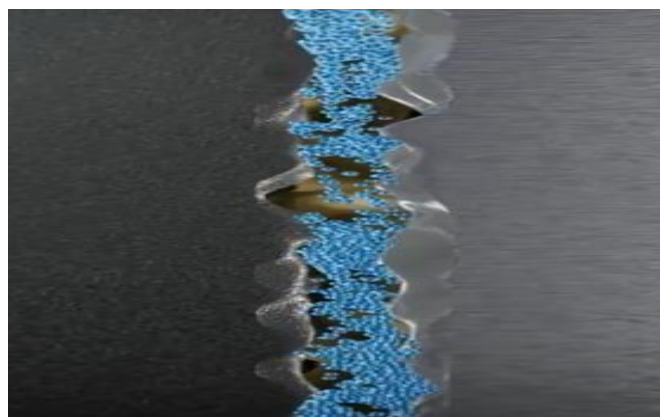


Fig. I. 1: Représentation d'un contact rugueux lubrifié par un nanofluide

Les nanoparticules (NPs) suscitent un intérêt croissant des industriels et plus particulièrement des tribologues au cours des deux dernières décennies. Des investigations approfondies menées ces dernières années sur le sujet ont révélé les propriétés lubrifiantes remarquables de certaines nanoparticules. Cela en fait des substituts potentiels pour remplacer les additifs ou les dopes moléculaires actuellement utilisés dans la formulation des huiles moteurs multigrades, d'autant plus que ces derniers sont connus d'être polluants et moins efficaces en service dans certaines conditions spécifiques.

D'autre part, de nombreuses questions clés ont été abordées telles que les mécanismes de lubrification mis en jeu ainsi que l'influence de la concentration, la taille, la structure, et la morphologie des nanoparticules sur les propriétés de lubrification et les performances des lubrifiants formulés.

Enfin, des études rhéologiques expérimentales affirment que les nanolubrifiants (huile de base+nanoparticules) ont un comportement non-Newtonien et leur écoulement ne peut être décrit par la théorie des milieux continus classique qui néglige la taille des particules.

I.2 Mécanismes de lubrification à haute et basse pression dans les différents contacts dans l'attelage mobile

Pour assurer le bon fonctionnement du moteur à combustion interne, on doit alors utiliser des lubrifiants dont la fonction principale est d'une part de limiter les mécanismes d'usure indésirable engendrés par les contacts métal-métal surtout pendant les phases de démarrage et d'arrêt des machines, et d'autre part de réduire les pertes d'énergie d'origine mécanique [figure I.2](#).

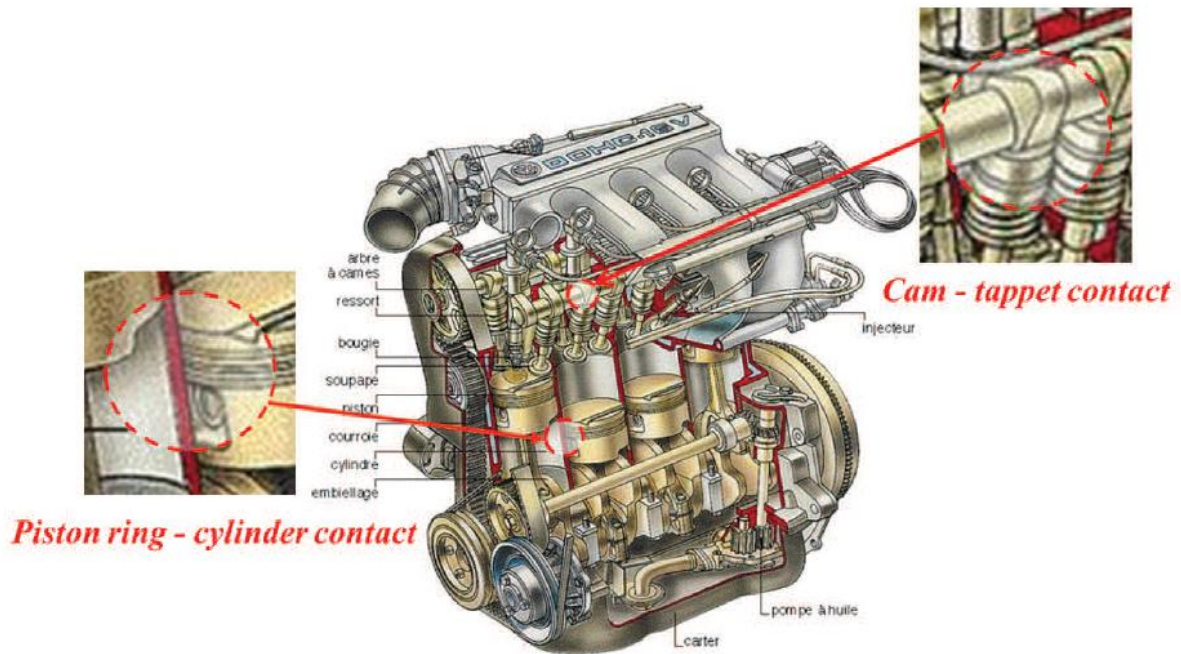


Fig. I.2 : Attelage mobile d'un moteur à combustion interne

En fonction des conditions de fonctionnement d'un contact ou triplet tribologique lubrifié, on rencontre deux principaux régimes de lubrification :

- les régimes de lubrification fluide sans contact métallique (c'est-à-dire les surfaces métalliques en mouvement relatif sont complètement séparées) dont l'un est à basse pression et l'autre à haute pression appelés régimes hydrodynamique et élasto-hydrodynamique EHD,
- le régime limite (boundary lubrication) avec contact métallique rencontré surtout pendant le démarrage et l'arrêt du moteur.

Ces différents régimes de lubrification sont présentés dans le diagramme de Stribeck (**figure I.3**) donnant l'évolution du coefficient de frottement μ en fonction du nombre adimensionnel de Hersey. La même figure indique dans quel régime sont lubrifiés les différents organes mobiles du moteur.

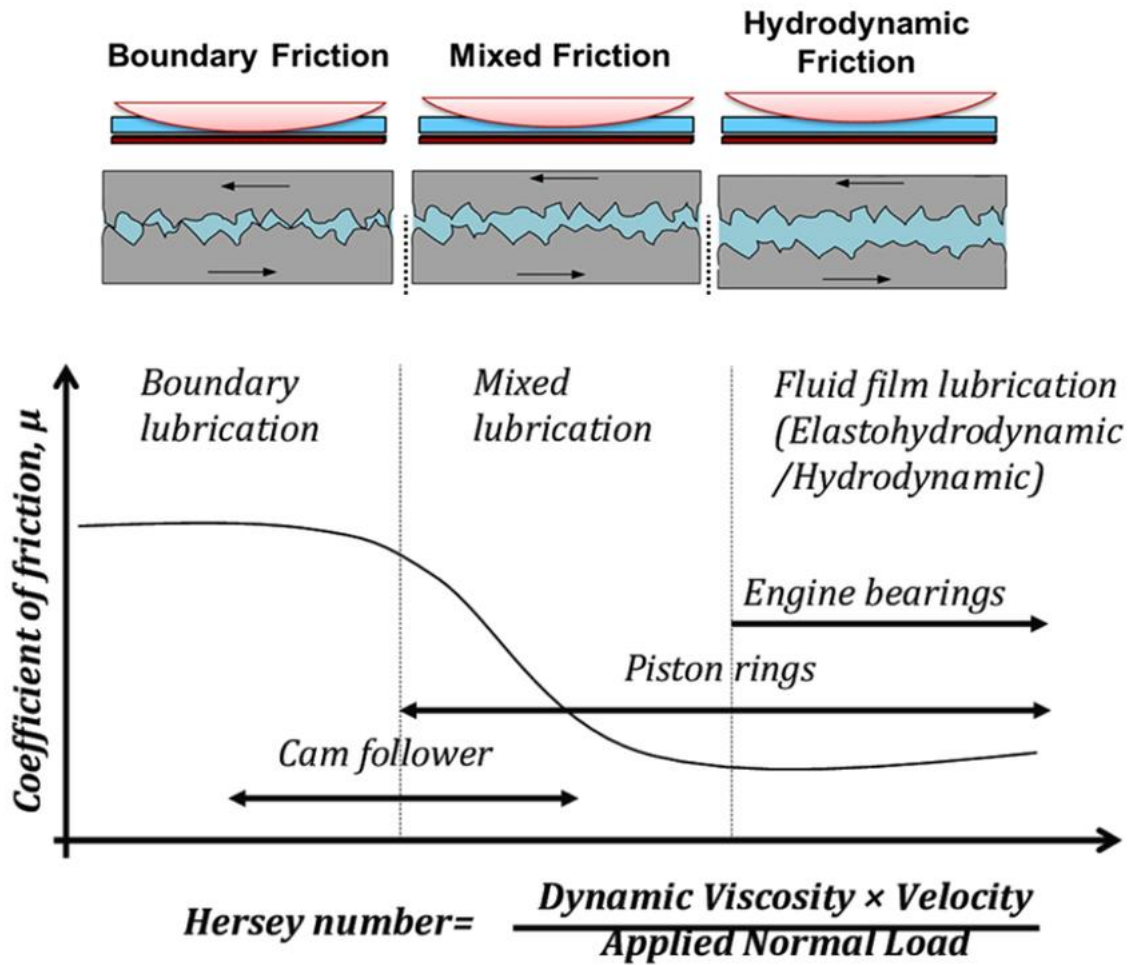


Fig. I.3 : Diagramme de Stribeck illustrant les différents régimes de lubrification à basse et haute pression rencontrés dans un moteur thermique alternatif

On peut affirmer que les différents paliers lisses de l'embellage (paliers de tête et de pied de bielle, et paliers principaux de vilebrequin) fonctionnent en régime de lubrification hydrodynamique pour lequel la pression engendrée dans le film lubrifiant est basse, et la viscosité du lubrifiant est la propriété essentielle pour l'établissement de ce régime par la formation et le maintien d'un film d'huile relativement épais. Les contacts hertziens rencontrés dans les cames, les engrenages, et les roulements sont en régime de lubrification élasto-hydrodynamique (EHL), régime qui se caractérise par une déformation élastique voire plastique des surfaces métalliques formant le contact et une augmentation considérable de la viscosité du lubrifiant dues aux fortes pressions de contact (quelques giga-pascals) pour former un film très résistant mais très mince.

Le régime de lubrification limite est surtout rencontré pendant les phases de démarrage et d'arrêt du moteur dans le cas des contacts à basse pression. C'est pendant ce régime que l'usure est importante car l'épaisseur du film est proche de zéro et la charge appliquée est principalement supportée par les aspérités présentes à la surface des deux solides en contact comme il est illustré sur la [figure I.2](#). Le lubrifiant a pour rôle d'évacuer la chaleur et de réduire le frottement par l'adsorption des additifs d'onctuosité sur les surfaces métalliques en formant une couche moléculaire de quelques nanomètres d'épaisseur appelée epilamen. Les valeurs du coefficient de frottement sont généralement élevées et dépendent des propriétés physico-chimiques des surfaces et des molécules adsorbées. Dans le cas des contacts à haute pression (contacts hertziens), on parlera plutôt de régime Extrême Pression (EP) au lieu du régime limite.

Enfin, les différents organes du moteur peuvent être lubrifiés en régime mixte, régime intermédiaire ou de transition entre le régime limite (ou EP) et le régime fluide (hydrodynamique ou élastohydrodynamique). Ce régime est caractérisé par la présence simultanée dans une même zone d'une portance hydrodynamique ou EHL et des contacts métal-métal entre les aspérités. C'est le cas des contacts segment-chemise rencontrés au voisinage des points morts haut et bas (PMH et PMB). Les régimes limite et mixte ou EP et mixte pour les contacts hertziens sont de plus en plus rencontrés en raison des conditions de fonctionnement de plus en plus sévères des moteurs thermiques modernes.

I.3 Solutions technologiques permettant de réduire le frottement dans un moteur

On a vu qu'en fonction des conditions de fonctionnement du contact différents régimes de lubrification pouvaient être rencontrés dans un moteur. En régime de lubrification fluide (hydrodynamique ou EHL), la séparation des surfaces antagonistes est assurée à l'aide de la formation d'un film lubrifiant dont l'épaisseur minimale est une fonction croissante de la viscosité du lubrifiant. Cependant, la force de frottement calculée à partir de l'intégration des contraintes de cisaillement sur la surface du contact est proportionnelle à la viscosité du lubrifiant. Par conséquent, une réduction de la viscosité du lubrifiant est indispensable pour réduire les pertes de puissance dues au frottement dans les régimes de lubrification fluide. En revanche, cette réduction de viscosité conduit à une diminution des épaisseurs minimales des films lubrifiants rendant les conditions de fonctionnement

des contacts plus sévères ce qui favorise l'établissement des régimes de lubrification mixte et limite.

En régimes mixte et limite, la viscosité de l'huile toute seule ne suffit plus pour empêcher l'apparition des contacts métal-métal générant un frottement élevé et ainsi une usure rapide des mécanismes. Deux solutions peuvent alors être envisagées pour éviter la défaillance par grippage des mécanismes lubrifiés :

La première solution consiste à traiter les surfaces actives du contact par le dépôt de revêtements comme les couches minces de carbone amorphe (DLC : Diamond-Like Carbon) et les métaux blancs à base de plomb ou d'étain (Babbitts) dont les propriétés réductrices de frottement et d'usure se sont avérées très intéressantes.

La seconde solution concerne le choix d'un lubrifiant plus performant possédant des propriétés physico-chimiques autres que sa viscosité. Il s'agit alors de formuler des lubrifiants en rajoutant au lubrifiant de base des additifs (ou dopes) qui peuvent agir lorsque le film lubrifiant n'est plus suffisamment épais pour éviter les risques destructeurs des contacts directs entre les aspérités des surfaces frottantes.

I.4 Fonctions et composition d'un lubrifiant moteur traditionnel

Les lubrifiants ont pour rôle d'assurer le bon fonctionnement des mécanismes en s'intercalant entre les surfaces en mouvement relatif. Ils assurent la tenue mécanique, diminuent les résistances dues aux frottements et limitent ainsi l'usure des pièces en mouvement. Ils assurent aussi d'autres fonctions telles que l'évacuation de la chaleur, l'étanchéité ainsi que la protection contre l'oxydation et la corrosion.

Ces diverses fonctions ainsi que les conditions de plus en plus sévères auxquelles ces huiles sont soumises dans les moteurs rendent la formulation d'un lubrifiant extrêmement complexe.

Les lubrifiants moteurs actuels ou traditionnels se composent généralement d'un mélange de bases minérales ou synthétiques et d'additifs (ou dopes) dont la teneur ne dépasse pas 30%.

Les huiles moteurs peuvent contenir jusqu'à vingt additifs leur permettant d'accomplir plusieurs fonctions. Les additifs jouent le rôle d'appoint aux huiles de base en apportant des propriétés supplémentaires que les huiles de base ne possèdent pas.

1.4.1. Les bases

On distingue deux grandes familles d'huile de base :

- les **huiles minérales** d'origine pétrolière obtenues à partir de la distillation du pétrole brut (crude oil). Les huiles de base minérales se classent en deux catégories suivant la composition du pétrole brut de départ : les bases à structures paraffiniques formés d'hydrocarbures saturés à chaîne droite constituent la première catégorie. Ces bases présentent une grande stabilité à l'oxydation et possèdent un indice de viscosité (VI) élevé de l'ordre de 100. Cependant le haut poids moléculaire de certaines chaînes facilite la cristallisation de l'huile dès la température ambiante. Les isoparaffiniques qui possèdent un VI (Viscosity Index) moins élevé ne présentent pas cet inconvénient. Les bases à structure naphénique, formées de noyaux cycliques, font partie de la seconde catégorie. Ces bases sont moins stables à l'oxydation et présentent un VI plus faible de l'ordre de 50. Elles possèdent néanmoins d'excellentes caractéristiques à basse température.
- les **bases synthétiques** sont obtenues par synthèse chimique de composants provenant de la pétrochimie, la carbochimie, la lipochimie, et la chimie minérale tels que : oléfines, aromatiques, alcools, acides, composés halogènes, phosphorés, etc. Ces bases offrent des performances supérieures à celles des huiles de base minérales, à savoir : meilleure tenue thermique, plus grande résistance à l'oxydation, VI plus élevé.

Notons qu'il existe une très grande variété de bases synthétiques. Les plus utilisées dans le domaine de l'automobile sont les hydrocarbures de synthèse (en grande majorité des Polycristallines ou PAO), les esters, et les polyglycols. Les PAO constituent la plus importante famille d'hydrocarbures de synthèse. Ce sont des produits entièrement isoparaffiniques ne contenant ni impuretés, ni composés aromatiques. Le terme PAO est suivi d'un nombre entier indiquant la viscosité cinématique exprimée en [cSt] ou [mm²/s] à 100 °C (PAO4, PAO6, ...).

1.4.2. Les additifs

Ce sont des produits organiques, minéraux ou organométalliques ayant pour mission de renforcer et/ou de compléter les propriétés de la base. Un additif appelé aussi dans la

littérature technique dope ou adjuvant peut avoir plusieurs fonctions. Pour répondre aux cahiers des charges des constructeurs, divers additifs ont été mis au point :

- **Les anti-oxydants** (composés phénoliques, phénates, amines aromatiques, ZnDTP) permettent aux huiles de résister à l'oxydation et de prolonger ainsi leur durée de vie.
- **Les détergents** (sels organo-solubles, alcalino-terreux, sulfonâtes, les phénates, salicylates de calcium et de magnésium) : ils assurent un bon état de propreté des pièces. Ces additifs possèdent un pH basique ou neutre pour prévenir la formation des dépôts à chaud sur les surfaces et pour maintenir la propreté des circuits de graissage.
- **Les dispersants** (les alkénylsuccinimides et les esters succiniques) : Ce sont des produits entièrement organiques qui comportent une tête polaire et une chaîne lipophile). Ils servent à mettre en suspension dans l'huile des impuretés solides (suies, poussières, débris métalliques provenant de l'usure) formées au cours du fonctionnement du moteur. Ces composés agissent en empêchant les résidus solides de s'agglomérer.
- **Les anti-mousses** (produits à base de silicones de très hautes masses molaires, insolubles dans l'huile) : Ils permettent d'éviter le moussage du lubrifiant à cause de la présence des dispersants et détergents.
- **Les anti-corrosions** : Ils forment un film protecteur de passivation contre la corrosion acide provenant des gaz de combustion.
- **Les améliorants de VI** (polyméthacrylates d'alkyles (PMA) de masses molaires élevées et des copolymères d'oléfines (OCP)) : Ces additifs épaississent le lubrifiant quand la température augmente. Cela remédie partiellement à la chute de viscosité due à l'élévation de la température sans trop perturber le comportement rhéologique à basse température.
- **Les abaisseurs de point d'écoulement** (polyméthacrylates (PMA) de faibles masses molaires) : le point d'écoulement correspond à la température minimale pour laquelle l'huile coule encore. Ces additifs servent à perturber le processus de cristallisation des paraffines contenues dans l'huile de base. Il en résulte une meilleure fluidité du lubrifiant aux basses températures.
- **Les additifs extrêmes pressions (EP)** : ils protègent les surfaces contre l'usure adhésive dans les conditions tribologiques très sévères (contacts hertziens). Les

molécules les plus utilisées sont les dérivés organométalliques du molybdène et certains dérivés d'acide gras, des molécules phosphorées soufrées, et les borates.

- **Les additifs à action tribologique** : ils améliorent les propriétés réductrices du frottement et les propriétés anti-usure de l'huile ce qui permet d'accroître la longévité du moteur. Les organes du moteur concernés par ces additifs fonctionnent dans des conditions de lubrification mixte-limite où le film lubrifiant est trop mince pour éviter l'usure rapide des pièces en contact. C'est le cas des contacts segment- chemise & came-poussoir.

La **figure I.4** donne une idée sur la composition chimique moyenne d'une huile moteur traditionnelle.

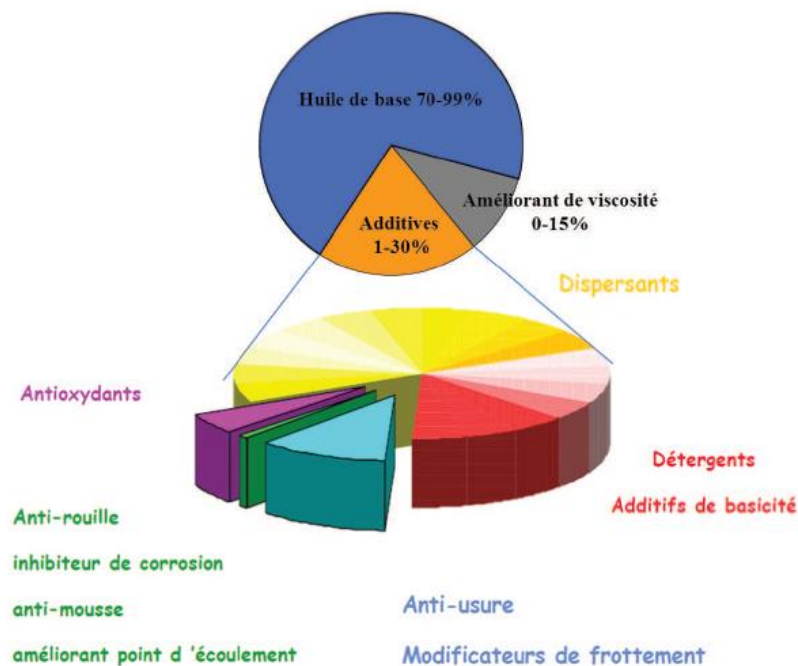


Fig. I.4 : Composition chimique d'un lubrifiant moteur traditionnel [Doc. Total]

Les **additifs à action tribologique** actuellement commercialisés sont des composés organiques à base de soufre et de phosphore. Les dithiocarbamate de molybdène (MoDTC) et le dialkyldithiophosphate de zinc (ZnDTP) figurent parmi les additifs les plus utilisés et les plus performants en termes de réduction du frottement et de l'usure.

Leur mode d'action est principalement basé sur des réactions chimiques induites par la température et la pression. Cela signifie que ces additifs nécessitent une période d'induction au démarrage avant de devenir actifs.

Le **MoDTC** doit ses propriétés tribologiques à son aptitude à former dans le contact des feuillets lamellaires de MoS₂ (bisulfure de molybdène) dont la structure est hexagonale. Il agit après adsorption sur les surfaces par décomposition thermique et tribo-chimique. Ce composé nécessite malheureusement une température minimale de fonctionnement en dessous de laquelle il perd son efficacité. Le frottement induit non seulement la formation du MoS₂ mais aussi la formation de radicaux très réactifs vis-à-vis de l'environnement ainsi que des particules indésirables de MoO₃ relativement abrasive pour les surfaces du contact. La dégradation de ces structures au cours du temps donne des composés solides et des émissions gazeuses soufrées tels que H₂SO₄, SO₂, H₂S extrêmement nocives aussi bien pour l'environnement que pour la santé humaine.

Le **ZnDTP** est utilisé comme additif anti-usure, anti-oxydant, et EP depuis longtemps. Il agit sur les surfaces métalliques en formant un film protecteur d'une centaine de nanomètres d'épaisseur dénommé «tribofilm». Ce tribofilm sacrificiel disparaît au cours de la sollicitation tribologique (frottement) pour protéger le contact de l'usure abrasive. Notons que les propriétés morphologiques, chimiques, structurales, et mécaniques du tribofilm de ZnDTP ont fait l'objet de nombreuses investigations. Ce tribofilm déposé sur un substrat métallique est composé principalement de polyphosphates mixtes de fer et de zinc et se présente sous forme amorphe. Le mécanisme d'action de cet additif est extrêmement complexe et fait l'objet de nombreuses études et ce depuis quelques décennies.

On peut conclure que les **additifs à action tribologique** appelés aussi dans la littérature technique **additifs anti-usure** actuellement utilisés dans la formulation des huiles moteurs sont des composés organiques à base de soufre et de phosphore. Ces deux composés sont à l'origine de la détérioration des systèmes de traitement de gaz dans les véhicules et sont mis en cause par les normes anti-pollution. La substitution de ces molécules par des **nanoparticules lubrifiantes** permettra de formuler des **nanofluides** lubrifiants ou tout simplement **nanolubrifiants** plus performants et plus respectueux des normes environnementales de plus en plus strictes.

1.5 Les nanolubrifiants ou les nanoparticules lubrifiantes

La nocivité des émissions soufrées et phosphorées dont les deux molécules **MoDTC** et **ZnDTP** sont à l'origine ainsi que l'inefficacité à froid de ces deux molécules ont mobilisé récemment des recherches importantes portant sur le développement de nouvelles alternatives à ces molécules qui devraient respecter les normes environnementales et

possèderaient des propriétés tribologiques remarquables au moins équivalentes à celles des additifs actuellement utilisés. Ces recherches ont conduit à une nouvelle approche nanotechnologique complètement révolutionnaire dans le monde des additifs de lubrification par le développement d'une nouvelle famille d'additifs de type nanoparticulaires. Il a été montré que certains de ces nanomatériaux lorsqu'ils sont utilisés en dispersion comme additifs de lubrification possèdent des performances lubrifiantes parfois nettement supérieures à celles des additifs traditionnels. De plus, les nanoparticules s'avèrent être plus inertes chimiquement que les additifs moléculaires traditionnels et donc potentiellement moins nocifs pour l'environnement.

Les nanotechnologies représentent aujourd'hui un domaine de recherche scientifique et technique en plein essor. A l'échelle mondiale, les nanotechnologies suscitent de plus en plus d'intérêt et sont en voie de constituer le noyau de la prochaine révolution industrielle. Ainsi, l'utilisation des nanotechnologies dans le cadre des applications tribologiques (lubrification) connaît actuellement un intérêt croissant. Cet intérêt s'est traduit par un développement substantiel des techniques de synthèse des nanomatériaux (figure I.5) permettant la mise au point de nano-objets de différentes structures (fullerènes, oignons, nanotubes, ...) et de différentes natures (métalliques, oxydes, carbonées, ...) figure I.6.

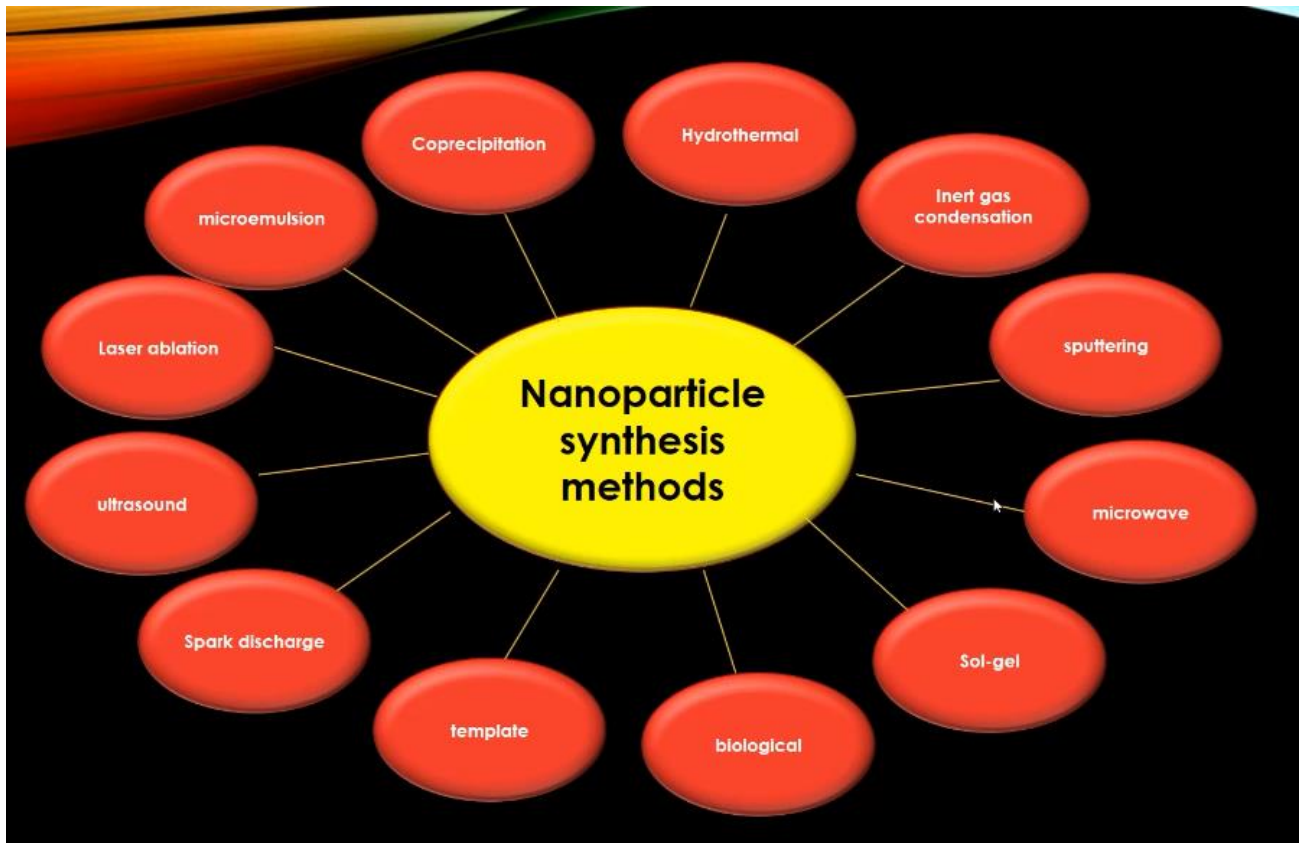


Fig. I.5 : Différentes techniques de synthèse des nanoparticules

- Carbon-Based Nanoparticles
- Ceramic Nanoparticles
- Metal Nanoparticles
- Semiconductor Nanoparticles
- Polymeric Nanoparticles
- Lipid-Based Nanoparticles

Carbon Nanoparticles

- Graphene, carbon nanotubes (CNT), and fluorescent carbon quantum dots (CQDs) pertain to carbon materials family
- electrical conductivity, heat conductivity, and mechanical properties
- Drug and gene delivery, Bioimaging, Energy storage

Polymeric Nanoparticles

Polymeric nanoparticles (PNPs) are defined as particulate dispersions or solid particles with size in the range of 10-1000nm. There has been a considerable research interest in the area of drug delivery using particulate delivery systems as carriers for small and large molecules.

Metal Nanoparticles

ZnO, TiO₂, Fe, Iron Oxides, Alumina , ...

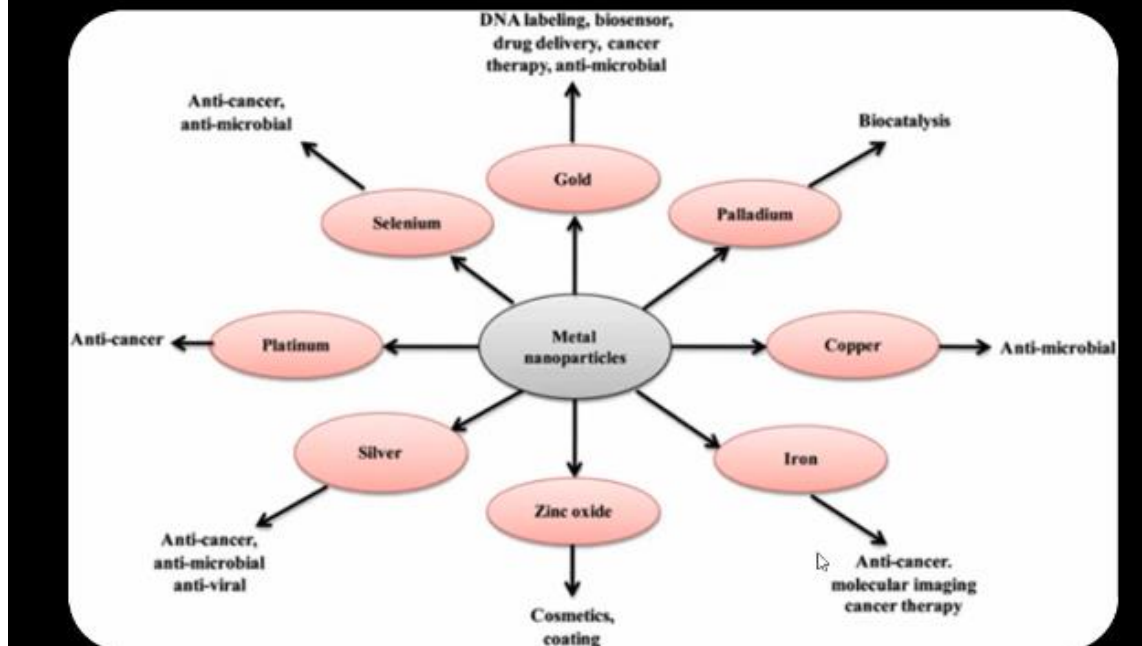


Fig. I.6 : Différentes structures et natures des nano-objets synthétisés

Les nombreuses études portant sur les propriétés tribologiques (frottement et usure) de ces nano-objets en dispersion dans une base lubrifiante (le solvant) ont mis en évidence des réductions essentiellement d'usure lorsque des nanoparticules de NiMoO₂S₂ (13 nm de diamètre), de Cu (100 nm de diamètre), ZnS (3 nm de diamètre), de TiO₂ (5 nm de diamètre) étaient ajoutées à des bases lubrifiantes.

Un intérêt croissant a également été observé pour les propriétés lubrifiantes des différentes variantes de **nanomatériaux à base de carbone** (nanofeuillets de graphite, fullerènes de carbone, oignons de carbone, feuillet de graphène, nanotubes de carbone mono ou multi-feuillets, ...) communément connus pour leurs propriétés électroniques, optiques, et mécaniques. Selon **Chen et al. [1]**, les nanotubes de carbone multi-feuillets dispersés dans l'huile permettent de réduire le frottement de 10% et l'usure de 30% par rapport à la base lubrifiante.

Les différentes formes de bisulfures métalliques ont également suscité l'intérêt des chercheurs en particulier la structure lamellaire du bisulfure de molybdène (2H-MoS₂) employé depuis longtemps comme lubrifiant solide pour ses bonnes propriétés

réductrices de frottement. Ajoutés à une base lubrifiante, les 2H-MoS₂ réduisent le frottement mais présentent certains inconvénients en l'occurrence ils sont très sensibles à l'oxydation et ont une taille assez importante (diamètre > 500 nm). La structure lamellaire du bisulfure de tungstène (2H-WS₂) possède des propriétés similaires aux 2H-MoS₂. Pour remédier aux défauts inhérents aux structures lamellaires des bisulfures métalliques et par analogie au carbone qui peut former des structures fermées de type fullerènes et nanotubes, Tenne [2] en 1992 a pu synthétiser le même type de structure fermé avec les déchalcogénures métalliques qui sont des composés lamellaires. Ces composés sont soit des nanoparticules appelées les fullerènes inorganiques de bisulfures métalliques (en anglais, Inorganic Fullerene-like nanoparticles (IF)), soit des nanotubes appelés les nanotubes inorganiques de bisulfures métalliques (en anglais, Inorganic NanoTube (INT)).

Dispersés dans une base lubrifiante, ces systèmes possèdent des propriétés tribologiques supérieures à leur structure lamellaire correspondante ainsi qu'à tous les autres systèmes cités précédemment. En particulier, les fullerènes IF-MoS₂ et IF-WS₂ peuvent réduire jusqu'à 70% le frottement et l'usure par rapport à la base lubrifiante seule. C'est de loin le système nanoparticulaire le plus intéressant pour les applications tribologiques et un candidat sérieux comme alternative aux additifs de lubrification moléculaires actuellement utilisés.

La figure I.7 présente un schéma 3-D d'une particule IF-MoS₂ dont la taille varie de 10 à 150 nm ressemblant à des oignons.

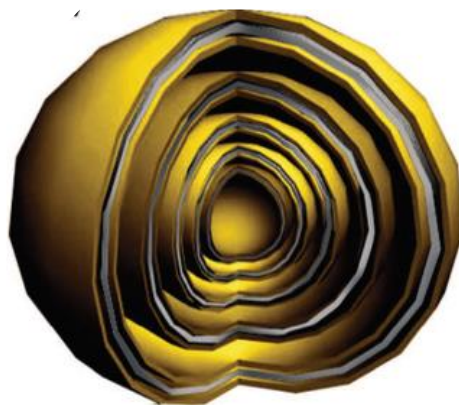


Fig. I.7 : Représentation 3-D d'une microstructure (particule IF-MoS₂)

I.6 Propriétés thermo-physiques des nanofluides

L'ajout des nanoparticules à la base lubrifiante affecte de façon significative certaines propriétés thermo-physiques des nanofluides ou nanolubrifiants telles que la viscosité dynamique, la conductivité thermique, la capacité calorifique, et la masse volumique.

I.6.1. Viscosité dynamique effective des nanolubrifiants

La théorie des suspensions diluées dont les prémices remontent à 1906 avec les résultats des travaux de recherche d'Einstein, qui furent ensuite largement repris et modifiés par de nombreux chercheurs. Les modèles permettant de calculer la viscosité effective en fonction de la fraction volumique (ou la concentration) ϕ_v les plus simples et les plus utilisés dans la littérature technique sont :

- *Modèle d'Einstein*

Les travaux d'Einstein en rhéologie portent sur les suspensions très diluées de sphères rigides, de concentration volumique ϕ_v , dans un fluide de base (solvant) newtonien de viscosité dynamique μ_{fb} . Einstein [3]

fut le premier à calculer l'évolution de la viscosité effective μ_{nf} d'une suspension (nanofluide) diluée en fonction de la fraction volumique des particules solides, il propose la formule valable pour tout type d'écoulement du fluide mais pour une faible concentration volumique ($\phi_v < 1\%$):

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_{bf}} = 1 + [\eta]\phi \quad (I.1)$$

où : μ_{nf} est la viscosité effective du fluide de suspension, μ_{bf} est la viscosité du fluide de base, ϕ_v est la fraction volumique des nanoparticules lubrifiantes dans le lubrifiant de base, et $[\eta]$ est la viscosité intrinsèque, dont la valeur typique pour les suspensions mono-dispersées de sphères dures est de 2,5.

Il est à noter que la formule d'Einstein a été vérifiée expérimentalement et est considérée satisfaisante pour des suspensions très diluées de particules sphériques (browniennes ou non browniennes), typiquement pour des concentrations volumiques inférieures à 1% [3]

. Il y a lieu de noter aussi que le modèle d'Einstein ne tient pas compte des effets de la taille des particules et des interactions inter-particules.

- *Modèle de Brinkman*

La formule établie par Brinkman en 1952 [4] complète le modèle d'Einstein jusqu'à une concentration inférieure à 4% :

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_{bf}} = \frac{1}{(1-\phi_v)^{2,5}} \quad (I.2)$$

Cette relation décrit une évolution non linéaire de la viscosité dynamique effective du nanofluide avec la concentration volumique mais ne tient pas compte de la collision entre les particules. L'écoulement autour de chaque particule est en fait influencé par la présence éventuelle d'autres particules à proximité et par les collisions entre les particules.

- *Modèle de Batchelor et Green*

En 1972, Batchelor et Green [5] ajoutent à la formule d'Einstein un terme quadratique pour tenir compte du mouvement brownien des particules, la formule d'Einstein devient alors :

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_{bf}} = 1 + 2,5\phi_v + 6,2\phi_v^2 \quad (I.3)$$

- *Modèle de Ball et Richmond*

En 1980, Ball et Richmond [6] modifient le modèle de Batchelor et Green en faisant intervenir une concentration maximale admissible ($\phi_m \approx 0,64$ pour des sphères dans le solvant) :

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_{bf}} = \left(1 - \frac{\phi_v}{\phi_m}\right)^{-2,5 \phi_m} \quad (I.4)$$

- *Modèle de Phan-Thien et Pham*

Phan-Thien et Pham [6], en 1987 proposent une expression plus complexe de la viscosité du fluide suspendant qui est donnée par la formule suivante :

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_{bf}} = (1 - \phi_v)^{-2,5} \quad (I.5)$$

- *Modèle de Krieger-Dougherty*

Pour calculer la viscosité effective de la suspension, Krieger-Dougherty en 1956 [7]

ont dérivé une équation pour la viscosité dynamique couvrant toute la gamme de fractions volumiques dans le fluide de base (solvant):

$$\mu_{nf} = \mu_{bf} \left(1 - \frac{\phi_v}{\phi_m}\right)^{-[\bar{\eta}]\phi_m} \quad (I.6)$$

La fraction maximale (ϕ_m) de tassement de particules qui varie de 0,495 à 0,54 dans des conditions de repos, vaut environ 0,605 à des taux de cisaillement élevés.

Le Modèle de Krieger-Dougherty est efficace pour estimer la viscosité dynamique effective des nanofluides (ou nanolubrifiants) sans présence des agglomérats.

Remarque :

Les résultats publiés dans la littérature concernant les suspensions de nanoparticules de géométrie sphérique ou non démontrent que les modèles de viscosité précédents peuvent être mis en défaut et sont souvent insuffisants pour expliquer les fortes augmentations de la viscosité des nanofluides avec la concentration en nanoparticules, et ce pour des solutions diluées ou plus concentrées. Outre cela, les écarts observés entre les résultats expérimentaux et théoriques augmentent avec la concentration des suspensions. Cette disparité peut être expliquée par la présence des agrégats formés par l'union de particules en suspension comme il est illustré dans la [figure I.8](#). Ceci provoque bien évidemment une variation de la taille et de la concentration effective des nanoparticules.

Pour tenir compte de la présence des agrégats, certains chercheurs proposent alors de remplacer la concentration volumique réelle ϕ par une concentration effective d'agrégats en introduisant la notion de dimension fractale. L'introduction de cette notion a permis de développer des modèles décrivant les phénomènes d'agrégation dans les écoulements.

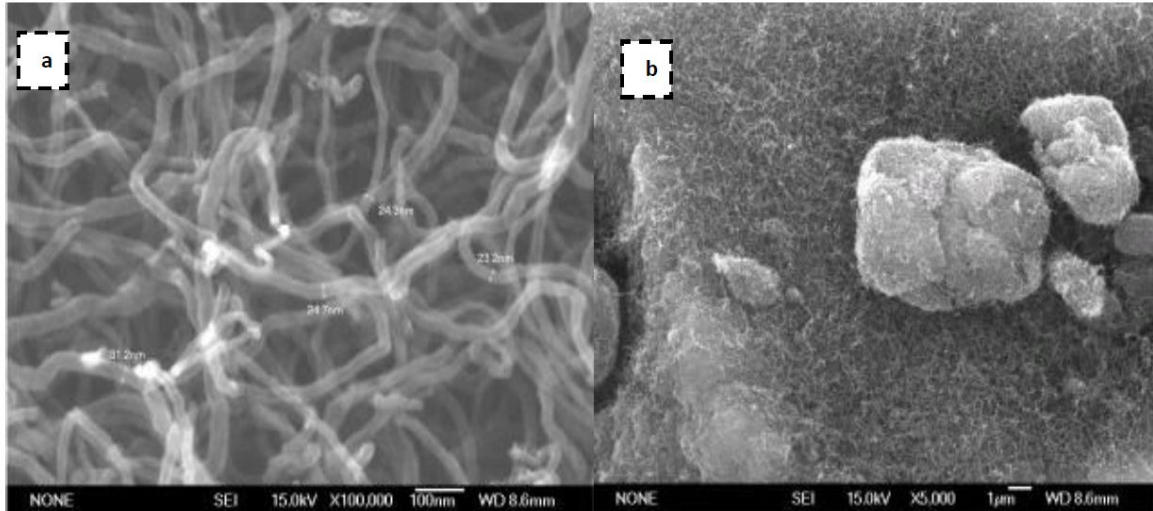


Fig. I.8 : (a) NTC dispersés ; (b) NTC agglomérés

Les variations typiques de la viscosité relative μ_{nf}/μ_{bf} avec la fraction volumique ϕ_v sont présentées sur la **figure I.9** en utilisant la relation de Krieger-Dougherty et le modèle classique d'Einstein.

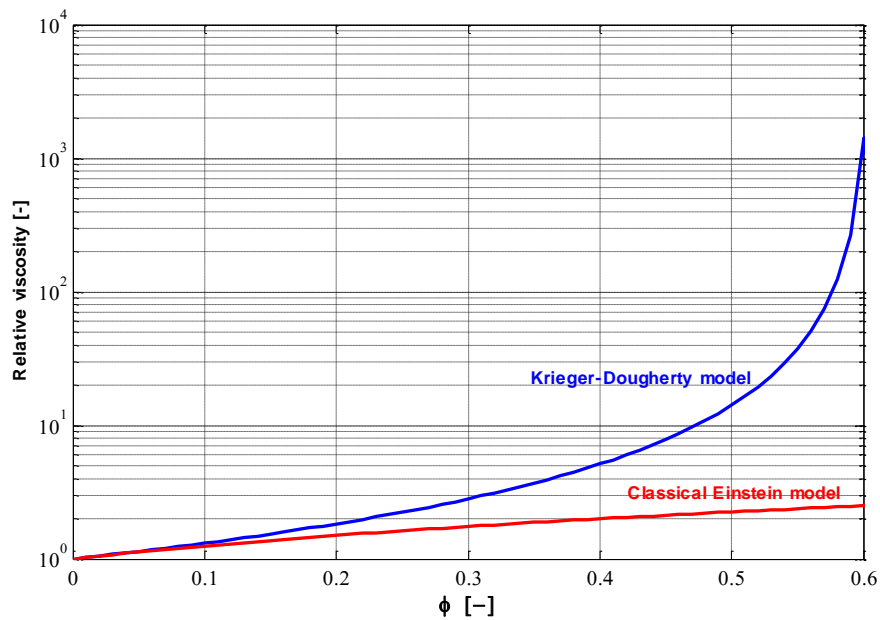


Fig. I.9 : Comparaison du modèle de viscosité de Krieger-Dougherty avec le modèle de viscosité conventionnel d'Einstein pour une plage de fractions volumiques.

La **figure I.10** donne la variation typique de la viscosité dynamique d'un nanofluide composé de MWCNT dispersés dans de l'huile de silicone montrant une forte diminution de la viscosité due à l'ajout d'Hexaméthylsiloxane (HMDS) comme surfactant notamment à faible température.

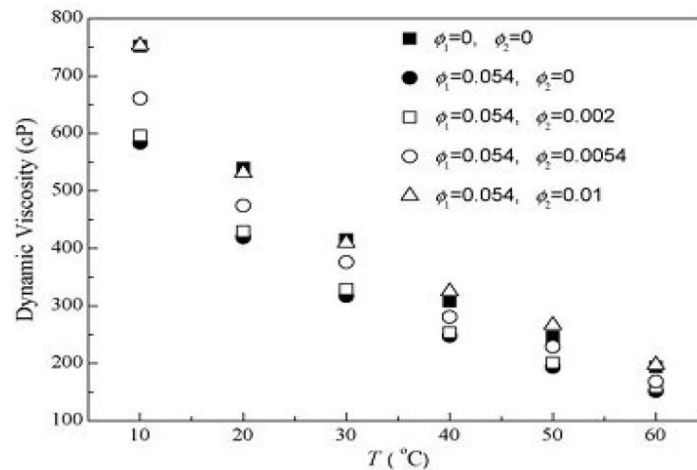


Fig. I.10 : Effets de la température sur la viscosité d'un nanofluide ($\phi_1 =$ concentration en HMDS; $\phi_2 =$ concentration en MWCNT)

1.6.2 Chaleur spécifique des nanolubrifiants

La conductivité thermique et la viscosité dynamique sont les deux propriétés thermophysiques les plus étudiées dans le cas des nanofluides. La chaleur spécifique des nanofluides, quant à elle, est très rarement étudiée surtout sur le plan expérimental.

La chaleur spécifique ou la capacité thermique massique, notée C_p et exprimée en [J/kg.K] dans le système SI, est définie thermodynamiquement par la quantité d'énergie à apporter pour élever d'un degré Kelvin la température de l'unité de masse d'une substance. Incorporée dans l'équation d'énergie (premier principe de conservation), la chaleur spécifique nécessite alors d'être déterminée d'une manière rigoureuse. Il a été constaté que l'ajout des nanotubes de carbone (CNT) se traduit généralement par une diminution relative de la chaleur spécifique du nanofluide due à la chaleur spécifique plus faible des CNT (Carbon NanoTubes) comparée à celle du fluide de base.

La plupart des études effectuées dans la littérature utilise le modèle basé sur la loi de mélange d'une suspension homogène défini par l'équation suivante pour déterminer la chaleur spécifique des nanofluides :

$$C_{p,nf} = \phi_v C_{p,np} + (1 - \phi_v)C_{p,bf} \quad (I.7)$$

Notons qu'il existe un autre modèle fondé sur l'hypothèse d'équilibre thermique entre les particules et le fluide de base dont l'expression est :

$$C_{p,nf} = \frac{\phi_v (\rho C_p)_{np} + (1 - \phi_v)(\rho C_p)_{bf}}{\phi_v \rho_{np} + (1 - \phi_v)\rho_{bf}} \quad (I.8)$$

En 2010, Zhou et al. [8] ont mesuré expérimentalement la chaleur spécifique d'un nanofluide à base de nanoparticules d'oxyde de cuivre dispersées dans de l'eau. D'après leurs résultats, la chaleur spécifique décroît progressivement avec la concentration volumique. Ils ont montré que la loi de mélange (premier modèle) ne permet pas de modéliser la chaleur spécifique dans le cas des nanofluides étudiés et que le deuxième modèle est mieux adapté pour le calcul de la chaleur spécifique. Ce résultat a été confirmé expérimentalement à l'aide d'un calorimètre différentiel à balayage. En 2012, Kumaresan et Velraj [9] ont montré expérimentalement pour un nanofluide composé de MWCNT (Multi-Walled Carbon NanoTube) (figure I.11) dispersés dans un mélange d'éthylène glycol et d'eau (70% EG/30% eau) que le deuxième modèle permettait de reproduire leurs résultats expérimentaux avec une erreur relative de l'ordre de 8% pour une fraction volumique $\phi_v = 0,15\%$, et de l'ordre de 3% pour $\phi_v = 0,45\%$. La figure I.12 présente l'évolution de la chaleur spécifique en fonction de la température pour différentes valeurs de la fraction volumique des NTC.

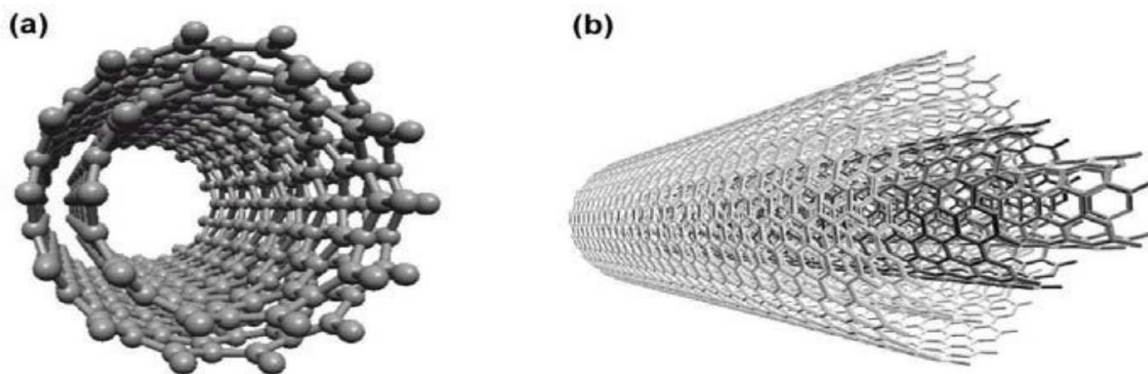


Fig. I.11 : (a) Nanotube bi-parois (DWCNT) ; (b) Nanotube multi-parois (MWCNT)

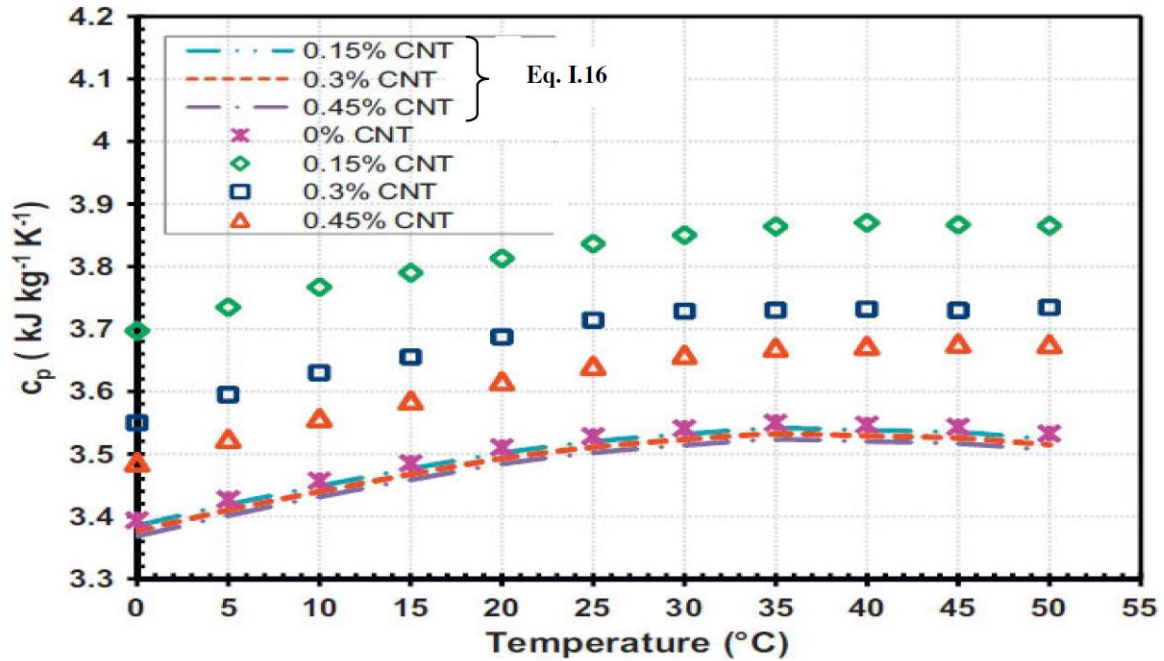


Fig. I.12 : Evolution de la chaleur spécifique avec la température pour diverses valeurs de la concentration en CNT

1.6.3 Conductivité thermique

La conductivité thermique, notée λ en [W/m.K] dans le système international, est la capacité d'un matériau de conduire ou de transmettre de la chaleur. C'est une propriété thermique très importante surtout lorsqu'il s'agit de fluides caloporteurs. La synthèse des nanofluides répond au besoin d'améliorer et d'amplifier la conductivité thermique des liquides.

Il existe plusieurs modèles théoriques permettant d'estimer, sous certaines conditions, la conductivité thermique des suspensions. Nous présenterons dans cette partie les modèles les plus utilisés dans le cas des nanofluides.

- *Modèle de Maxwell*

En 1881, Maxwell [10] fut le premier à dériver un modèle pour estimer la conductivité thermique d'une suspension contenant des particules :

$$\frac{\lambda_{nf}}{\lambda_{fb}} = \frac{\lambda_{np} + 2\lambda_{fb} - 2\phi_v(\lambda_{fb} - \lambda_{np})}{\lambda_{np} + 2\lambda_{fb} + 2\phi_v(\lambda_{fb} - \lambda_{np})} \quad (I.9)$$

où λ_{nf} , λ_{fb} , et λ_{np} représentent respectivement la conductivité thermique, en (W/m.K), du nanofluide, du fluide de base, et des nanoparticules. ϕ_v représente la fraction volumique des nanoparticules. Le modèle de Maxwell est satisfaisant pour les suspensions contenant des particules sphériques de concentrations volumiques relativement faibles mais ne tient pas compte de l'effet de la taille ni de la forme des particules. Il est à noter aussi que l'effet des interactions inter-particules est négligé dans ce modèle.

- *Modèle de Bruggeman*

Le modèle de Bruggeman [11] complète celui de Maxwell pour des concentrations volumiques relativement élevées :

$$\phi_v \left(\frac{\lambda_{np} - \lambda_{nf}}{\lambda_{np} + 2\lambda_{nf}} \right) + (1 - \phi_v) \left(\frac{\lambda_{fb} - \lambda_{nf}}{\lambda_{fb} + 2\lambda_{nf}} \right) = 0 \quad (I.10)$$

Ce modèle ne tient compte ni de la taille des particules ni de leur forme.

- *Modèle de Hamilton & Crosser*

Le modèle de Hamilton-Crosser proposé en 1962 [12] est une extension du modèle de Maxwell, qui tient compte de la forme des particules. En effet, pour prendre en compte la non-sphéricité des particules (cas des NTC), ce modèle intègre un facteur géométrique appelé sphéricité, et noté Ψ , faisant référence à la géométrie sphérique. Ce coefficient est défini comme étant le rapport de l'aire d'une sphère de même volume que la particule sur l'aire de cette même particule.

$$\frac{\lambda_{nf}}{\lambda_{fb}} = \frac{\lambda_{np} + (n-1)\lambda_{fb} - (n-1)(\lambda_{fb} - \lambda_{np})\phi_v}{\lambda_{np} + (n-1)\lambda_{fb} + (n-1)(\lambda_{fb} - \lambda_{np})\phi_v} \quad (I.11)$$

n est un facteur de forme empirique donné par : $n = \frac{3}{\Psi}$

Ce modèle peut être utilisé lorsque la conductivité thermique des particules est au moins 100 fois plus élevée que celle du fluide de base.

La conductivité thermique des nanofluides à base de NTC a fait l'objet de plusieurs études depuis les résultats expérimentaux de Choi et al. en 1995 [13] qui montrent une augmentation de la conductivité thermique pouvant atteindre jusqu'à 160% à faible concentration volumique (1%). Une augmentation significative de la conductivité thermique des nanofluides par rapport à celle prédite par les modèles classiques

présentés ci-dessus a souvent été observée. En 2007, Wang et al. [14] ont compilé des résultats expérimentaux de la conductivité thermique de nanofluides à base de NTC issus de plusieurs équipes de recherche (figure I.13).

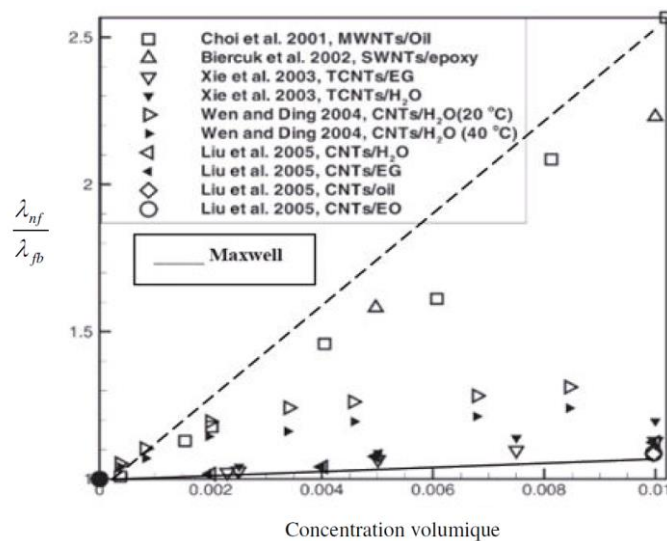


Fig. I.13 : Evolution de la conductivité thermique relative pour des suspensions à base de nanotubes de carbone d'après Wang et al [14].

La figure I.13 représente l'évolution de la conductivité thermique relative de nanofluides à base de NTC en fonction de la concentration volumique. Les résultats de cette figure montrent une amélioration de la conductivité thermique des nanofluides par rapport aux fluides de base en fonction de la fraction volumique, mais également une grande dispersion des valeurs expérimentales de la conductivité thermique. Les résultats nous montrent aussi que le modèle de Maxwell représenté par la courbe en trait continu ne permet pas de reproduire les points expérimentaux, les valeurs prédites par ce modèle sont très faibles.

1.6.4 Masse volumique

La masse volumique des nanofluides est proportionnelle à la fraction volumique en particules et augmente avec l'ajout des nanoparticules. Dans la littérature, et en l'absence de résultats expérimentaux, la masse volumique des nanofluides est souvent calculée à partir de la loi de mélange dans laquelle, comme pour la chaleur spécifique, le nanofluide est supposé homogène.

$$\rho_{nf} = \phi_v \rho_{np} + (1 - \phi_v) \rho_{fb} \quad (I.12)$$

En 2012, Kumaresan et Velraj [15] ont mené une étude expérimentale sur la masse volumique d'une solution composée de MWCNT dispersés dans un mélange d'eau et d'éthylène glycol (30/70) et stabilisés par du SDBS (figure I.14). D'après leurs résultats, la masse volumique du nanofluide croît avec la fraction volumique des particules, et la déviation entre la loi de mélange et les mesures expérimentales est de l'ordre de 0.4% pour la fraction volumique 0.15%, de 0.9% pour 0.3% , et de 1% pour 0.45%.

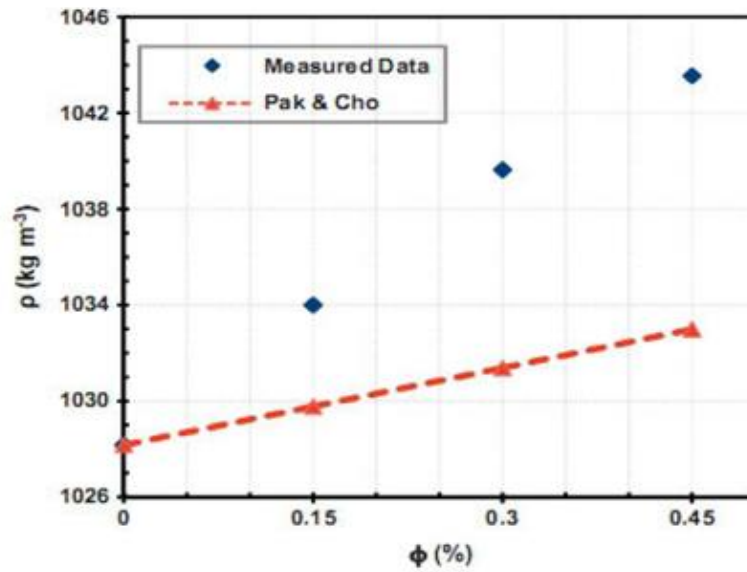


Fig. I.14 : Evolution de la masse volumique avec la fraction volumique de MWCNT dispersés dans un mélange d'eau et d'éthylène glycol

I.7 Caractérisation rhéologique et modèle d'écoulement des nanolubrifiants

Les études expérimentales [16, 17] ont montré qu'une huile de base mélangée à des additifs moléculaires ou des nanoparticules améliore sensiblement les propriétés de lubrification et diminue ainsi le frottement et l'usure surtout pendant les phases de démarrage et d'arrêt des machines.

Dans ce paragraphe, on s'intéresse à la modélisation de l'écoulement des nanofluides en se basant sur la théorie du micro-continuum de Vijay Kumar Stokes [18, 19, 20] qui prend en considération la taille caractéristique des nanoparticules en écoulement dans la mesure où cette dernière est négligée lorsque l'on utilise la théorie des milieux continus classique. L'emploi de cette théorie dite aussi théorie des fluides polaires fait intervenir

les couples de contraintes et les couples de volume en plus des forces de surface et de volume dans les équations de transport.

Ce modèle qui tient compte des effets polaires sous forme de couples de contraintes et de couples de volume est inspiré des travaux théoriques des frères Cosserat [21] pour des milieux élastiques polaires. L'action d'une particule solide sur son voisinage est alors représentée par le vecteur des contraintes $\vec{t} = t_i \vec{e}_i = T_{ji} n_j \vec{e}_i$ et le vecteur des couples de contraintes $\vec{m} = m_i \vec{e}_i = M_{ji} n_j \vec{e}_i$ figures I.15 et I.16. T_{ji} et M_{ji} étant respectivement les tenseurs des contraintes et des couples de contraintes antisymétriques.

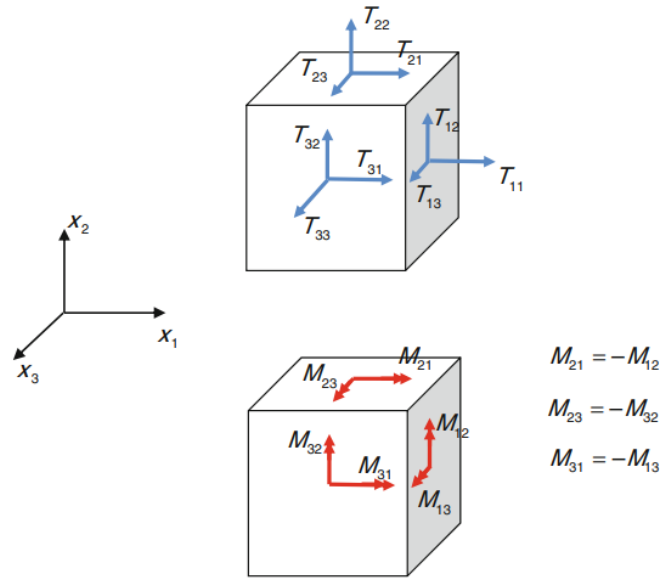


Fig. I. 15 :Représentation des composantes des tenseurs des contraintes $\bar{\bar{T}} = T_{ji} \vec{e}_i \otimes \vec{e}_j$ et des couples de contraintes $\bar{\bar{M}} = M_{ji} \vec{e}_i \otimes \vec{e}_j$ antisymétriques

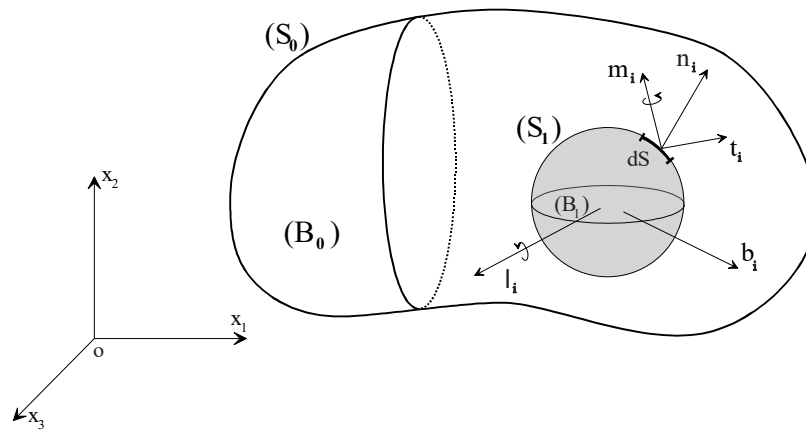


Fig. I. 16 :Représentation des vecteurs contraintes $t_i = T_{ji} n_j$, couples de contraintes $m_i = M_{ji} n_j$, forces de volume b_i , et couples de volume ℓ_i agissant sur l'élément de volume (B_1) de surface (S_1)

Le nanolubrifiant supposé incompressible ou isovolume et non Newtonien est alors caractérisé à l'aide de trois constantes physiques, à savoir : la masse volumique ρ_{nf} , la viscosité dynamique ou absolue μ_{nf} , et une nouvelle entité responsable de la présence des couples de contraintes dans le lubrifiant notée η . Les deux premières constantes dépendent naturellement de la concentration ou de la fraction volumique des nanoparticules dans le lubrifiant de base ϕ_v comme il a été mentionné dans le paragraphe précédent. Il y a lieu alors d'utiliser des lois de variation de ces constantes avec la concentration pour le calcul de la viscosité dynamique effective du nanolubrifiant μ_{nf} .

1.7.1 Eléments de la théorie du micro-continuum de V. K. Stokes

1.7.1.1 Equations générales

Lorsque les forces du volume b_i et les couples de volume ℓ_i par unité de masse du continuum sont considérés [figure I.16](#), le mouvement du fluide à couple de contraintes compressible isotrope et homogène est régi par les équations suivantes:

- Equation de continuité

Considérons une partie arbitraire d'un continuum (milieu fluide compressible) occupant un volume fixe (V) délimité par la surface (S) à la configuration actuelle à l'instant t . L'équation de continuité globale est :

$$\int_S \rho v_i n_i dS + \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV = 0 \quad (I.13)$$

où ρ est la masse volumique du continuum et v_i le champ de vitesse du continuum en coordonnées cartésiennes. En appliquant le théorème de la divergence de Gauss-Ostrogradsky ($\int_S \rho v_i n_i dS = \int_V \rho v_{i,i} dV$), et en remarquant que le volume (V) est arbitraire, on obtient la forme différentielle ou locale de l'équation de continuité :

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho v_{i,i} = 0 \quad (I.14)$$

où $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_j \frac{\partial}{\partial x_j}$ représente l'opérateur de dérivation matérielle ou particulaire ou encore totale, et $i, j = 1, 2, 3$

- Equations de mouvement :

Les équations de bilan de mouvement linéaire et angulaire sont :

- Conservation de la quantité de mouvement :

$$\int_S t_i^{(n)} dS + \int_V \rho b_i dV = \frac{D}{Dt} \int_V \rho v_i dV \quad \text{avec} \quad t_i^{(n)} = T_{ji} n_j \quad (I.15-a)$$

ou

$$\int_S \vec{t}(M, \vec{n}) dS + \int_m \vec{b} dm = \frac{D}{Dt} \int_m \vec{v} dm \quad (\text{I.15-b})$$

$$\text{avec } dm = \rho dV; \vec{t}(M, \vec{n}) = \bar{\bar{T}}(M, \vec{n}) \vec{n}(M)$$

- Conservation du moment de la quantité de mouvement :

$$\int_S (\varepsilon_{ijk} x_j t_k^{(n)} + m_i^{(n)}) dS + \int_V (\varepsilon_{ijk} x_j \rho b_k + \rho c_i) dV = \frac{D}{Dt} \int_V \rho \varepsilon_{ijk} x_j v_k dV \quad (\text{I.16-a})$$

$$\int_S (\overline{\mathbf{OM}} \times \vec{t}(M, \vec{n}) + \vec{m}) dS + \int_m (\overline{\mathbf{OM}} \times \vec{b} + \vec{\ell}) dm = \frac{D}{Dt} \int_m \overline{\mathbf{OM}} \times \vec{v} dm \quad (\text{I.16-b})$$

où $t_i^{(n)} = T_{ji} n_j$ et $m_i^{(n)} = M_{ji} n_j$ sont respectivement des vecteurs de force et de moment de traction. Les forces de surface et les couples sont ensuite respectivement représentés par des tenseurs du second ordre non-symétriques T_{ji} et des couples de contraintes M_{ji} , ε_{ijk} étant le tenseur de permutation de troisième ordre non symétrique connu sous le nom de symbole de Levi-Cevita.

$$\text{On peut montrer que : } \int_S (\overline{\mathbf{OM}} \times \vec{t}(M, \vec{n})) dS = \int_V (\overline{\mathbf{OM}} \times \overline{\mathbf{div}}(\bar{\bar{T}})) dV + \int_V \bar{\bar{\eta}} : \bar{\bar{T}} dV$$

où $\bar{\bar{\eta}} = \varepsilon_{ijk} \vec{e}_i \otimes \vec{e}_j \otimes \vec{e}_k$ est le tenseur d'orientation d'ordre trois anti-symétrique.

Remarquons que dans le cas Newtonien le terme $\int_V \bar{\bar{\eta}} : \bar{\bar{T}} dV = 0$ puisque $\bar{\bar{T}}$ est symétrique.

Le symbole : représente l'opérateur du produit doublement contracté de 2 tenseurs.

En appliquant le théorème de divergence de Gauss-Ostrogradsky pour les intégrales de surface et en remarquant que le volume V est arbitraire, nous obtenons la forme différentielle des équations des mouvements linéaires et angulaires:

$$T_{ji,j} + \rho b_i = \rho \frac{Dv_i}{Dt} \quad \text{ou} \quad \overline{\mathbf{div}}(\bar{\bar{T}}) + \rho \vec{b} = \rho \frac{D\vec{v}}{Dt} \quad (\text{I.17})$$

$$M_{ji,j} + \varepsilon_{ijk} T_{jk} + \rho c_i = 0 \quad \text{ou} \quad \overline{\mathbf{div}}(\bar{\bar{M}}) + \rho \vec{\ell} + \bar{\bar{\eta}} : \bar{\bar{T}} = \vec{0} \quad (\text{I.18})$$

où $M_{ji} = -8\eta K_{ji} = 8\eta K_{ij} = 4\eta(\omega_{i,j} - \omega_{j,i})$ puisque $K_{ij} = \omega_{[i,j]} = \frac{1}{2}(\omega_{i,j} - \omega_{j,i})$ qui est le tenseur de courbure antisymétrique, et $\bar{\bar{T}} = T_{ji} \vec{e}_i \otimes \vec{e}_j$ et $\vec{b} = b_i \vec{e}_i$ sont respectivement le tenseur des contraintes dans le film fluide et la densité massique de forces.

Les matrices représentatives des tenseurs des contraintes et des couples de contraintes sont :

$$[T_{ji}] = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad [M_{ji}] = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & M_{12} & M_{13} \\ -M_{12} & 0 & M_{23} \\ -M_{13} & -M_{23} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{avec } M_{11} = M_{22} = M_{33} = 0; M_{12} = 2\eta \left(\frac{\partial^2 v_1}{\partial x_1 \partial x_3} - \frac{\partial^2 v_3}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2 v_3}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 v_2}{\partial x_2 \partial x_3} \right);$$

$$M_{13} = 2\eta \left(-\frac{\partial^2 v_3}{\partial x_2 \partial x_3} + \frac{\partial^2 v_2}{\partial x_3^2} + \frac{\partial^2 v_2}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2 v_1}{\partial x_1 \partial x_2} \right); M_{23} = 2\eta \left(-\frac{\partial^2 v_1}{\partial x_3^2} + \frac{\partial^2 v_3}{\partial x_1 \partial x_3} + \frac{\partial^2 v_2}{\partial x_1 \partial x_2} - \frac{\partial^2 v_1}{\partial x_2^2} \right).$$

En lubrification par films minces, on peut montrer à travers une analyse dimensionnelle que $M_{12} \approx -2\eta \frac{\partial^2 v_3}{\partial x_2^2}$ ou encore en utilisant la notation classique $M_{xy} \approx -2\eta \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$.

Dans les équations ci-dessus, la virgule indique la différentiation partielle par rapport aux coordonnées spatiales ou eulériennes ($\omega_{i,j} = \frac{\partial \omega_i}{\partial x_j}$, etc.).

Le vecteur tourbillon (ou vortex vector) ω_i dual du tenseur tourbillon non symétrique Ω_{ij} est défini par :

$$\omega_i = \frac{1}{2}\varepsilon_{ijk} v_{k,j} = \frac{1}{2}\varepsilon_{ijk}\Omega_{kj} \quad \text{ou } \vec{\omega} = \frac{1}{2}\nabla \times \vec{v} \quad (\text{I.19})$$

Le bilan d'énergie basé sur la première loi de la thermodynamique polaire du continuum est

$$\frac{D}{Dt} \int_V \frac{1}{2}\rho v_i v_i dV + \frac{D}{Dt} \int_V \rho e dV = \int_S t_i^{(n)} v_i dS + \int_S m_i^{(n)} \omega_i dS + \int_V \rho b_i v_i dV + \int_V \rho c_i \omega_i dV - \int_S q_i n_i dS + \int_V \rho s dV \quad (\text{I.20})$$

où e est l'énergie interne par unité de masse, $q_i = -k \frac{\partial T}{\partial x_i}$ est le vecteur du flux de chaleur, et s est la source de chaleur par unité de masse.

Cette équation montre que le taux de variation de l'énergie totale du système en volume V est équivalent à la puissance des forces et des couples externes, de la chaleur générée et de la chaleur introduite.

La forme différentielle de l'équation d'énergie est

$$\rho \frac{De}{Dt} = T_{ji} D_{ij} + M_{ji} K_{ij} - q_{i,i} + \rho s \quad (\text{I.21})$$

où $D_{ij} = \frac{1}{2}(v_{i,j} + v_{j,i})$ est le tenseur des taux de déformation symétrique, et $q_i = -k T_{,i}$ est la loi de Fourier. k et T étant respectivement la conductivité et la température du fluide.

Les termes $\Phi_1 = T_{ji} D_{ij} = T_{(ji)} D_{ij}$ et $\Phi_2 = M_{ji} K_{ij}$ sont respectivement appelés puissance de force de contraintes et couple de contraintes par unité de volume.

Pour un milieu sans source, l'équation d'énergie (I.21) peut être réécrite comme suit:

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = \beta T \frac{Dp}{Dt} + \nabla \cdot (k \nabla T) + \Phi \quad (\text{I.22})$$

$$\text{où } \Phi = \lambda D_{kk} D_{pp} + 2\mu D_{ij} D_{ij} + 16\eta K_i K_i \quad (\text{I.23})$$

et $K_i = \frac{1}{2}\varepsilon_{ijk}\omega_{k,j} = \frac{1}{2}\varepsilon_{ijk}K_{kj} = \frac{1}{2}\Omega_{ji,j} = \frac{1}{4}v_{k,ki} - \frac{1}{4}\nabla^2 v_i = \frac{1}{4}v_{k,ki} - \frac{1}{4}v_{i,jj}$ est le vecteur du taux de courbure moyen.

C_p et $\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$ sont respectivement la chaleur spécifique et la dilatation thermique du fluide à pression constante.

- **Equation constitutive :**

Nous pouvons démontrer que le tenseur de contraintes total peut être écrit ainsi:

$$T_{ji} = \underbrace{-p\delta_{ij} + \lambda D_{kk}\delta_{ij} + 2\mu D_{ij}}_{\text{Partie symétrique}} + \underbrace{2\eta\nabla^2\Omega_{ji}}_{\text{Partie anti-symétrique}} \quad (\text{I.24})$$

$$\text{où } \Omega_{ji} = -\Omega_{ij} = -v_{[i,j]} = -\frac{1}{2}(v_{i,j} - v_{j,i}); \nabla^2 = \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} = \frac{\partial^2}{\partial x_r \partial x_r} = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2}$$

L'équation (I.24) peut également être écrite comme suit:

$$T_{ji} = -p\delta_{ij} + \lambda D_{kk}\delta_{ij} + 2\mu D_{ij} - 2\eta\nabla^2\Omega_{ij} = -p\delta_{ij} + \lambda v_{k,k}\delta_{ij} + \mu(v_{i,j} + v_{j,i}) - \eta\nabla^2(v_{i,j} - v_{j,i}) \quad (\text{I.25})$$

Dans le cas d'un fluide incompressible le terme $\lambda D_{kk}\delta_{ij}$ disparaît.

- **Équations de mouvement:**

Lorsque le tenseur des contraintes (I.25) est appliqué aux équations de mouvement linéaire (I.17), on obtient

$$-p_{,i} + (\lambda + \mu + \eta\nabla^2)v_{k,ki} + (\mu - \eta\nabla^2)\nabla^2 v_i + \rho b_i = \rho \frac{Dv_i}{Dt} \quad (\text{I.26})$$

Dans le cas d'un fluide incompressible ou isovolume ($\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = \frac{\partial v_k}{\partial x_k} = 0$), l'équation (I.26) se réduit à:

$$-p_{,i} + (\mu - \eta\vec{\nabla}^2)\vec{\nabla}^2 v_i + \rho b_i = \rho \frac{Dv_i}{Dt} \quad (\text{I.27-a})$$

ou en utilisant la notation vectorielle:

$$-\vec{\nabla}p + \mu\vec{\nabla}^2\vec{v} - \eta\vec{\nabla}^4\vec{v} + \rho\vec{b} = \rho \frac{D\vec{v}}{Dt} \quad (\text{I.27-b})$$

Pour un écoulement de fluide incompressible ($v_{r,r} = 0$) et en l'absence de couples de volumes, l'équation locale de la dynamique du fluide à couple de contraintes s'exprime :

$$\rho \left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j v_{i,j} \right) = -p_{,i} + \mu v_{i,rr} - \eta v_{i,rrss} \quad (\text{I.28-a})$$

ou encore :

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \overline{\text{grad}} \vec{v} \right) = -\vec{\nabla}p + \mu\vec{\nabla}^2\vec{v} - \eta\vec{\nabla}^4\vec{v} \quad (\text{I.28-b})$$

En coordonnées cartésiennes, les composantes de l'équation locale de la dynamique (I.28) s'écrivent dans le cas d'un écoulement stationnaire et isotherme :

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) - \eta \left(\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} + \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} \right) - 2\eta \left(\frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 u}{\partial y^2 \partial z^2} \right) \quad (\text{I.29})$$

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) - \eta \left(\frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 v}{\partial y^4} + \frac{\partial^4 v}{\partial z^4} \right) - 2\eta \left(\frac{\partial^4 v}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 v}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 v}{\partial y^2 \partial z^2} \right) \quad (\text{I.30})$$

$$\rho \left(u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) - \eta \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial z^4} \right) - 2\eta \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^2 \partial z^2} \right) \quad (I.31)$$

Ces équations sont écrites en adoptant la notation classique suivante pour les coordonnées d'espace et les composantes des vitesses de l'écoulement :

$$(x, y, z) \equiv (x_1, x_2, x_3) ; (u, v, w) \equiv (v_1, v_2, v_3)$$

1.7.1.2 Equations de la mécanique des films minces : Analyse dimensionnelle

Dans le cadre de la théorie des écoulements de films minces **figure I.17**, on suppose que l'épaisseur du film fluide h est très faible devant les autres dimensions du contact L ; c'est-à-dire le paramètre d'échelle $\xi = \frac{h}{L} \ll 1$. En lubrification hydrodynamique, il est de l'ordre de 10^{-3} . Une analyse dimensionnelle reposant sur le changement de variable suivant permettra de simplifier sensiblement les équations de mouvement ainsi que l'équation d'énergie :

$$\bar{x} = \frac{x}{L}, \bar{y} = \frac{y}{h}, \bar{z} = \frac{z}{L}, \bar{u} = \frac{u}{U}, \bar{v} = \frac{vL}{Uh} = \frac{v}{\xi U}, \bar{w} = \frac{w}{U}, \bar{p} = \frac{h^2}{\mu_0 UL} p, \bar{\mu} = \frac{\mu}{\mu_0}, \bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0}, \bar{\eta} = \frac{\eta}{\eta_0} \quad (I.32)$$

U est la vitesse caractéristique, et μ_0, ρ_0, η_0 sont respectivement la viscosité dynamique, la masse volumique et la constante responsable des couples de contraintes de référence.

En remplaçant ces expressions dans les équations (I.29) à (I.31), on obtient les équations de mouvement normalisées suivantes :

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} = -\xi R_e \bar{\rho} \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{z}} \right) + \bar{\mu} \left[\xi^2 \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{z}^2} \right) + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2} \right] - \left(\frac{l_0}{h} \right)^2 \bar{\eta} \left[\xi^2 \left(\frac{\partial^4 \bar{u}}{\partial \bar{x}^4} + \frac{\partial^4 \bar{u}}{\partial \bar{z}^4} \right) + \frac{\partial^4 \bar{u}}{\partial \bar{y}^4} \right] - 2 \left(\frac{l_0}{h} \right)^2 \bar{\eta} \left[\xi^4 \frac{\partial^4 \bar{u}}{\partial \bar{x}^2 \partial \bar{z}^2} + \xi^2 \left(\frac{\partial^4 \bar{u}}{\partial \bar{x}^2 \partial \bar{y}^2} + \frac{\partial^4 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2 \partial \bar{z}^2} \right) \right] \quad (I.33)$$

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{y}} = \xi^2 \left\{ -\xi R_e \bar{\rho} \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} + \bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{z}} \right) + \bar{\mu} \left[\xi^2 \left(\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{z}^2} \right) + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{y}^2} \right] - \left(\frac{l_0}{h} \right)^2 \bar{\eta} \left[\xi^2 \left(\frac{\partial^4 \bar{v}}{\partial \bar{x}^4} + \frac{\partial^4 \bar{v}}{\partial \bar{z}^4} \right) + \frac{\partial^4 \bar{v}}{\partial \bar{y}^4} \right] - 2 \left(\frac{l_0}{h} \right)^2 \bar{\eta} \left[\frac{\partial^4 \bar{v}}{\partial \bar{x}^2 \partial \bar{z}^2} + \xi^2 \frac{\partial^4 \bar{v}}{\partial \bar{x}^2 \partial \bar{y}^2} + \frac{\partial^4 \bar{v}}{\partial \bar{z}^2 \partial \bar{y}^2} \right] \right\} \quad (I.34)$$

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{z}} = -\xi R_e \bar{\rho} \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{y}} + \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{z}} \right) + \bar{\mu} \left[\xi^2 \left(\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{z}^2} \right) + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{y}^2} \right] - \left(\frac{l_0}{h} \right)^2 \bar{\eta} \left[\xi^2 \left(\frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial \bar{x}^4} + \frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial \bar{z}^4} \right) + \frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial \bar{y}^4} \right] - 2 \left(\frac{l_0}{h} \right)^2 \bar{\eta} \left[\xi^4 \frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial \bar{x}^2 \partial \bar{y}^2} + \xi^2 \left(\frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial \bar{x}^2 \partial \bar{z}^2} + \frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial \bar{z}^2 \partial \bar{y}^2} \right) \right] \quad (I.35)$$

On remarque que l'analyse dimensionnelle des équations de mouvement fait apparaître des nombres adimensionnels tels que le nombre de Reynolds local de l'écoulement

$$R_e = \rho_0 \frac{Uh}{\mu_0} \text{ et la longueur caractéristique des nano-additifs } l_0 = \sqrt{\frac{\eta_0}{\mu_0}}.$$

En négligeant les termes multipliés par ξ^2 et ξ^4 , on trouve :

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} = -\xi R_e \bar{\rho} \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{z}} \right) + \bar{\mu} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2} - \left(\frac{l_0}{h} \right) \bar{\eta} \frac{\partial^4 \bar{u}}{\partial \bar{y}^4} \quad (\text{I.36})$$

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{y}} = 0 \quad (\text{I.37})$$

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{z}} = -\xi R_e \bar{\rho} \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{y}} + \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{z}} \right) + \bar{\mu} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{y}^2} - \left(\frac{l_0}{h} \right) \bar{\eta} \frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial \bar{y}^4} \quad (\text{I.38})$$

Pour $\xi R_e \ll 1$, souvent rencontré en lubrification, les termes d'inertie disparaissent :

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} = \bar{\mu} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2} - \left(\frac{l_0}{h} \right) \bar{\eta} \frac{\partial^4 \bar{u}}{\partial \bar{y}^4} \quad (\text{I.39})$$

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{y}} = 0 \quad (\text{I.40})$$

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{z}} = \bar{\mu} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{y}^2} - \left(\frac{l_0}{h} \right) \bar{\eta} \frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial \bar{y}^4} \quad (\text{I.41})$$

Le retour aux variables dimensionnelles permet d'avoir les équations suivantes :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \eta \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} \quad (\text{I.42})$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (\text{I.43})$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \eta \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \quad (\text{I.44})$$

En l'absence des forces d'inertie, l'équation (I.43) indique que la pression p est constante suivant l'épaisseur du film. Elle ne dépend donc que des variables d'espace x et z .

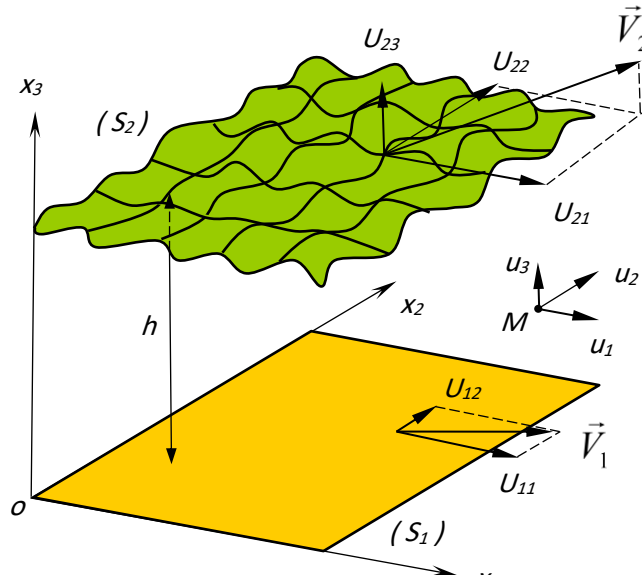


Fig. I. 17 : Géométrie et cinématique d'un contact hydrodynamique de longueur et largeur caractéristiques L (h étant l'épaisseur de film séparant les deux surfaces).

I.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une synthèse bibliographique portant essentiellement sur les solutions technologiques permettant de réduire le frottement et l'usure en vue d'améliorer le rendement des moteurs thermiques alternatifs, la caractérisation physique et rhéologique des nanolubrifiants ainsi que la modélisation de leur écoulement. Il ressort que la meilleure solution technologique utilisée pour réduire le frottement dans un moteur à combustion en régime limite est l'emploi soit d'un lubrifiant moteur totalement formulé ou d'une huile de base auxquels on doit rajouter des nano-additifs en bisulfures métalliques appelés fullerènes inorganiques de type IF-MoS₂ ou IF-WS₂. Le choix de telles NPs est motivé par leur pouvoir lubrifiant supérieur à celui de tous les autres nanomatériaux testés en régime de lubrification limite ainsi qu'à celui des additifs moléculaires traditionnels. En effet, il a été montré que les fullerènes inorganiques permettent de réduire au maximum le coefficient de frottement et le taux d'usure [22]. En régime limite (phases de démarrage et arrêt), leur pouvoir lubrifiant s'explique soit par l'exfoliation de leur structure en une structure lamellaire conduisant à la libération de feuillets lubrifiants de MoS₂ ou WS₂ qui adhèrent aux surfaces métallique frottantes pour former un film protecteur, ou le roulement ou le glissement **figure I.18**.

Notons que le mécanisme de lubrification en régime limite dans le cas où ces NPs sont dispersées dans une huile de base ou dans un lubrifiant totalement formulé reste toujours un sujet de recherche.

Il a été montré dans la littérature que la viscosité du nanolubrifiant peut être sensiblement affectée par la concentration en NPs. Plusieurs lois ont été proposées dans la littérature pour le calcul de la viscosité effective du nanolubrifiant parmi lesquelles nous avons choisi la loi de Krieger-Dougherty. Par comparaison au modèle linéaire d'Einstein, le modèle de viscosité de Krieger-Dougherty reste valide tant que les concentrations ou fractions volumiques sont inférieures à 60 %. De plus, il a fait l'objet de validation expérimentale par Binu et al [25](Cf. Introduction générale et Etat de l'art).

La présence des NPs dans le fluide lubrifiant affecte le comportement rhéologique de celui-ci à cause de l'existence inévitable des couples de contraintes au sein du fluide. La prise en considération de ces derniers requiert l'emploi de la théorie du continuum de V.

K. Stokes au lieu de la théorie de la mécanique des milieux continus classique qui néglige la taille des particules ou des agrégats dans le cas des fortes concentrations.

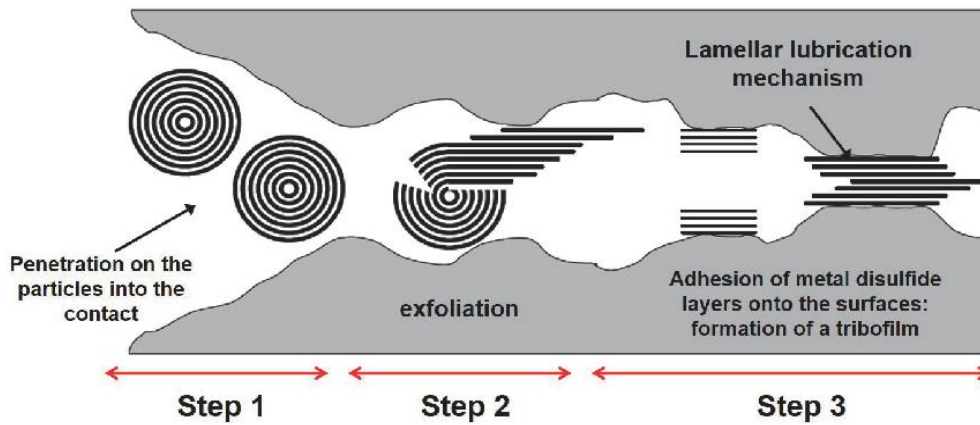


Fig. I. 18 : Présentation schématique des mécanismes de lubrification des fullerènes par exfoliation.

Références bibliographiques du chapitre

- [1] CHEN, C. S., CHEN, X. H., XU, L. S., et al. **Modification of multi-walled carbon nanotubes with fatty acid and their tribological properties as lubricant additive**. Carbon, 2005, vol. 43, no 8, p. 1660-1666.
- [2] TENNE, Reshef, MARGULIS, L., GENUT, M. ea, et al. **Polyhedral and cylindrical structures of tungsten disulphide**. Nature, 1992, vol. 360, no 6403, p. 444-446.
- [3] Einstein A., **Eine neue Bestimmung der Moleküldimensionen**, Annalender Physik 19 (1906) 289–306.
- [4] Brinkman H. C., **The viscosity of concentrated suspensions and solutions**. J Chem.Phys., 20 (1952), 571–581
- [5] Batchelor G., **The effect of Brownian motion on the bulk stress in a suspension of spherical particles.**, J. of Fluid Mech., 83 (1977), 97-117
- [6] Tanner R. **Engineering Rheology**, Oxford Engineering Science Series. 2nd ed. 2000
- Bird RB, Armstrong RC, Hassager O. **Dynamics of polymeric liquids: fluid mechanics**, John Wiley & Sons Edition. Vol.1, 1987.
- Thomas DG. **Transport characteristics of suspension: a note on the viscosity of Newtonian suspensions of uniform spherical particles**. J Colloid Sci. 1965;20:267-277.
- [7] Krieger I. M., Dougherty T.J., **A mechanism for non-Newtonian flow in suspension of rigid spheres**, J. Trans. Soc. Rheol. 3 (1959) 137e152
- [8] Zhou L. P., Wang B. W., Peng X. F., Du X. Z., Yang Y. P., **On the specific heat capacity of CuO Nanofluid**, Advances in Mechanical Engineering, ID 1712085, 2010.
- [9] Kumaresan V., Velraj R., Das S. K., **Convective heat transfer characteristics of secondary refrigerant based CNT nanofluids in a tubular heat exchanger**, International Journal of Refrigeration, 35 (2012), 2287-2296.
- [10] Maxwell J. C, **A Treatise on Electricity and Magnetism**, Clarendon Press, Oxford,UK, second edition (1881).
- [11] Bruggeman G., **Calculation of Various Physics Constants in Heterogeneous Substances I Dielectricity Constants and Conductivity of Mixed Bodies from Isotropic Substances**, Annalen der Physik, Vol. 416, No. 7, 1935, pp.636-664.doi:10.1002/andp.19354160705

- [12] Hamilton R. L., Crosser O.K., **Thermal conductivity of heterogeneous two-component systems**, Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals, 1/3 (1962),187-191.
- [13] Choi S.U.S., Eastman J. H., **Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles, Developments Applications of Non -Newtonians Flows**, American society of Mechanical Engineers, 66 (1995), 99-105.
- [15]Wang X.Q., Mujumdar A.S., **Heat transfer characteristics of nanofluids: a review**, International Journal of Thermal Sciences 46 (2007) 1-19.
- [14]Wang X.Q., Mujumdar A.S., **Heat transfer characteristics of nanofluids: a review**, International Journal of Thermal Sciences 46 (2007) 1-19.
- [15] Kumaresan V., Velraj R., Das S. K., **Convective heat transfer characteristics of secondary refrigerant based CNT nanofluids in a tubular heat exchanger**, International Journal of Refrigeration, 35 (2012), 2287-2296.
- [16] D. R. Oliver, **Load enhancement effects due to polymer thickening in a short model journal bearing**, Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, Vol. 30, No. 2-3, pp. 185-196. (1988)
- [17] W. Scott and P. Suntiawattana, **Effect of oil additives on the performance of a wet friction clutch material**, Wear, Vol. 181, pp. 850-855. (1995)
- [18] V. K. Stokes, **Couple stresses in fluids**, the physics of fluids, Vol. 9, No. 9, pp. 1709-1715. (1966)
- [19] Vijay Kumar Stokes, **Theories of fluids with microstructures: An introduction**, Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York Tokyo. (1984)
- [20] T. Ariman, M. A. Turk, and N. D. Sylvester, **Applications of microcontinuum fluid mechanics**, International Journal of Engineering Science, Vol. 12, No. 4, pp. 273-293. (1974)
- [21] Eugène Cosserat, François Cosserat, **Théorie des corps déformables**, Librairie Hermann. (1909)
- [22] Lahouij I., **Mécanismes de lubrification des nanoparticules à structure Fullerène : Approche multi-échelle**, Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lyon, 2012.

Chapitre II

Analyse cinématique et dynamique du système Piston-bielle-vilebrequin d'un moteur thermique

II.1 Introduction

Dans un moteur à combustion interne, la combinaison de pièces mécaniques, qui permet de transformer la force exercée par la combustion des gaz en mouvement de rotation entraînant la rotation des roues du véhicule, est appelée «la partie mobile». Cela comprend les pistons, les axes de piston, les paliers de tête et pied de bielle, les bielles et le vilebrequin. Du fait de leur faible masse, ces éléments de liaison n'influencent guère les efforts créés par la partie mobile. La bielle est constituée d'un ensemble d'objets solides assemblés: corps de bielle, chapeau, paliers ou coussinets, vis et rondelles avec éventuellement des écrous. On supposera qu'il n'y a pas de mouvement entre ces différents éléments de la bielle.

L'objectif de ce chapitre est de déterminer les relations cinématiques entre les éléments de l'attelage mobile et les forces impliquées dans les différentes liaisons ou couples cinématiques (bloc moteur-tourillon de vilebrequin, maneton de vilebrequin-tête de bielle, axe du piston-pied de bielle, cylindre ou chemise-piston). Bien que ces éléments soient constitués de matériaux élastiques susceptibles de se déformer sous l'effet de la transmission des forces de pression des gaz et d'inertie, nous supposons par hypothèse qu'ils seront considérés dans cette analyse comme indéformables.

Les liaisons entre les éléments de la partie mobile sont généralement réalisées avec des paliers lisses. Ceux-ci nécessitent une couche de film lubrifiant suffisamment visqueuse pour assurer un bon fonctionnement. Les centièmes de millimètre supplémentaires occupés par la couche contribuent à la mobilité générale de la liaison et à la mobilité supplémentaire de très faibles amplitudes. Cette mobilité supplémentaire notable complique considérablement le modèle cinématique de la partie mobile.

Le but de ce chapitre est de donner le contexte nécessaire aux calculs des forces de liaison dans les différents repères fixe et mobile liés aux éléments du système, à savoir : le bloc moteur ou cylindre, le vilebrequin, la bielle, l'axe du piston, et le piston). Pour cela,

un modèle cinématique et dynamique où les liaisons sont réduites à leur mobilité plane suffit pour obtenir des résultats avec la précision souhaitée.

Dans toute cette analyse, nous adopterons les hypothèses suivantes :

- les efforts de pesanteur sont négligeables devant les efforts dus aux gaz ;
- les contacts sont supposés ponctuels et sans frottement ;
- les éléments mécaniques sont géométriquement parfaits et symétriques.

II.2 Modèle cinématique du système vilebrequin-bielle-piston

L'étude cinématique de l'attelage mobile d'un moteur à combustion interne (MCI) est nécessaire en premier lieu en vue de déterminer les relations entre le déplacement ou la course du piston $X(t)$, sa vitesse $\dot{X}(t)$, et son accélération $\ddot{X}(t)$ en fonction de l'angle de rotation du vilebrequin θ .

Elle est aussi nécessaire pour le calcul des variations de volume de la cylindrée qui résultent du déplacement du piston et également pour les calculs relatifs à la détermination des efforts, à la résistance des organes, et à l'équilibrage des forces d'inertie.

II.2.1. Description du modèle et mise en place des repères

La partie mobile examinée est supposée être celle d'un moteur thermique monocylindre composé de cinq corps indéformables numérotés de 0 à 4 comme suit:

- 0: le bloc moteur;
- 1: le vilebrequin avec le centre de rotation O et le centre de masse G_1
- 2: la bielle AB avec le centre de masse G_2 ;
- 3: l'élément couplant la bielle et le piston;
- 4: le piston.

Le plan du mécanisme est constitué d'une chaîne cinématique fermée située dans un plan cartésien $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$. Seule la mobilité de base des liaisons entre ces corps solides sera considérée comme suit :

- L_{01} : liaison pivot entre le bloc moteur et le vilebrequin de centre O et d'axe $O\vec{z}_0$;
- L_{12} : liaison pivot entre le vilebrequin et la bielle de centre A et d'axe $A\vec{z}_0$;
- L_{23} : liaison pivot coulissante entre la bielle et l'axe du piston avec le centre B et

l'axe $B\vec{z}_0$;

- L_{34} : liaison pivot entre l'axe du piston et le piston avec le centre B et l'axe $B\vec{z}_0$;

L_{04} : liaison linéaire annulaire entre le bloc moteur (chemise) et le piston

- avec le centre O et l'axe $D\vec{x}_0$.

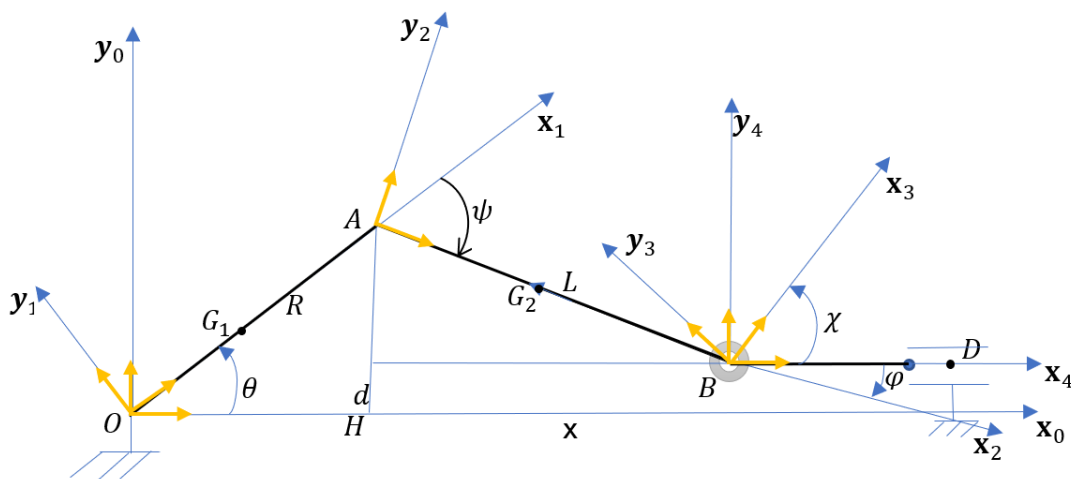
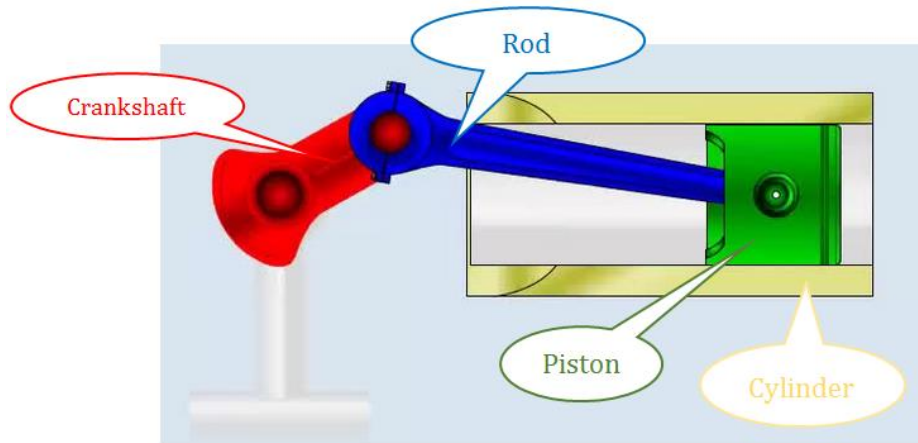


Fig. II. 1: Modèle cinématique du mécanisme

La **figure II.1** montre le schéma cinématique de ce modèle. Sur cette figure, nous pouvons voir les bases B_i et les différents paramètres utilisés. Pour simplifier la notation, les vecteurs de base utilisent les mêmes notations que les axes des repères. Par exemple, le repère \mathcal{R}_0 du bloc moteur a le point O comme origine et les axes $O\vec{x}_0$, $O\vec{y}_0$, et $O\vec{z}_0$. La base de ce repère est constituée des vecteurs orthonormés \vec{x}_0 , \vec{y}_0 et \vec{z}_0 . Par convention, les entités vectorielles sont représentées en caractère gras aussi bien dans le texte que dans les illustrations.

Les référentiels et les bases sont définis comme suit:

- $\mathcal{R}_0 \equiv \{O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0\}$: repère lié au bloc moteur;
- $\mathcal{R}_1 \equiv \{O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0\}$: repère lié au vilebrequin;
- $\mathcal{R}_2 \equiv \{A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0\}$: repère lié à la bielle;
- $\mathcal{R}_3 \equiv \{B, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0\}$: repère lié au pied de bielle;
- $\mathcal{R}_4 \equiv \{B, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_0\} \equiv (B, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$: repère lié au piston;
- $B_i \equiv (\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_0)$: bases des repères \mathcal{R}_i ; $i = 0,1,2,3,4$

Les paramètres géométriques utilisés dans cette analyse sont les suivants :

- R : le rayon du vilebrequin;
- a : distance du centre O au centre de masse du vilebrequin G_1 ;
- $L=AB$: longueur de bielle;
- $k = AG_2/L$: position relative au point G_2 de la bielle;
- d : défaut d'alignement entre l'axe du cylindre et le centre du vilebrequin.
- θ : angle de vilebrequin (\vec{x}_0, \vec{x}_1) par rapport au bloc moteur;
- ψ : angle de bielle (\vec{x}_1, \vec{x}_2) par rapport au vilebrequin;
- φ : angle de bielle (\vec{x}_0, \vec{x}_2) par rapport au bloc moteur;
- χ : angle (\vec{x}_0, \vec{x}_3) de l'axe de pied de bielle par rapport au bloc moteur;
- X : position de l'axe du piston par rapport au centre du vilebrequin.

A l'exception de l'angle χ de l'axe du piston qui est indépendant, les autres paramètres sont liés géométriquement les uns aux autres par les relations suivantes :

$HA = R \sin \theta = d - L \sin \varphi$ qui est la relation cinématique fondamentale du système bielle-manivelle, $X = R \cos \theta + L \cos \varphi$; $\varphi = \theta + \psi$.

En posant $\bar{R} = \frac{R}{L}$ et $\bar{d} = \frac{d}{L}$, les équations suivantes peuvent être dérivées :

$$\sin \varphi = \bar{d} - \bar{R} \sin \theta \quad (\text{II.1})$$

$$\cos \varphi = \sqrt{1 - (\bar{d} - \bar{R} \sin \theta)^2} \quad (\text{II.2})$$

$$\varphi = \arcsin (\bar{d} - \bar{R} \sin \theta) \quad (\text{II.3})$$

$$X = L \left(\frac{R}{L} \cos\theta + \cos\varphi \right) = L \left[\bar{R} \cos\theta + \sqrt{1 - (\bar{d} - \bar{R} \sin\theta)^2} \right] \quad (\text{II.4})$$

pour lesquels le paramètre θ qui est l'angle de rotation du vilebrequin dépend du temps t

II.2.2. Expressions des vitesses angulaires

On assume que le vilebrequin tourne à une vitesse angulaire constante $\omega = \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}$. Cette vitesse sera le paramètre cinématique d'entrée utilisé pour étudier les propriétés hydrodynamiques des paliers principaux de vilebrequin.

Pour le palier de tête de bielle, on utilise la vitesse angulaire $\dot{\psi}$. La différentiation de l'équation (II.3) par rapport au temps donne :

$$\dot{\psi} = \frac{-\bar{R} \omega \cos\theta}{\sqrt{1 - (\bar{d} - \bar{R} \sin\theta)^2}} = \frac{-\bar{R} \omega \cos\theta}{\cos\varphi} \quad (\text{II.5})$$

La vitesse angulaire $\dot{\psi}$ peut alors être exprimée comme suit :

$$\dot{\psi} = \omega \left[\frac{\bar{R} \cos\theta}{\sqrt{1 - (\bar{d} - \bar{R} \sin\theta)^2}} - 1 \right] = \omega \left(\frac{\bar{R} \cos\theta}{\cos\varphi} - 1 \right) \quad (\text{II.6})$$

II.2.3 Expressions des vitesses des points A, G₂ et B

La relation de vitesse entre les points des corps indéformables nous permet de calculer les vitesses des différents points du mécanisme

$$\vec{V}_{01}(A) = R\omega \vec{y}_1 \quad (\text{II.7})$$

$$\vec{V}_{02}(G_2) = R\omega \left[\vec{y}_1 - \frac{k \cos\theta}{\cos\varphi} \vec{y}_2 \right] \quad (\text{II.8})$$

$$\vec{V}_{02}(B) = R\omega (-\sin\theta + \tan\varphi \cos\theta) \vec{x}_0 \quad (\text{II.9})$$

Les vecteurs de base \vec{y}_1 et \vec{y}_2 peuvent être facilement exprimés dans la base B_0 :

$$\vec{y}_1 = -\sin\theta \vec{x}_0 + \cos\theta \vec{y}_0$$

$$\vec{y}_2 = -\sin\varphi \vec{x}_0 + \cos\varphi \vec{y}_0$$

Ce qui donne

$$\vec{V}_{02}(G_2) = R\omega [(-\sin\theta + k \tan\varphi \cos\theta) \vec{x}_0 + (1 - k) \cos\theta \vec{y}_0] \quad (\text{II.10})$$

À l'aide des équations (II.1) et (II.2), les vitesses peuvent être exprimées en fonction d'un seul paramètre θ qui est l'angle de rotation du vilebrequin.

Dans la plupart des moteurs, le piston est aligné avec le centre du vilebrequin, de sorte que le défaut de mésalignement d devient zéro. Dans ce cas, la vitesse angulaire $\dot{\varphi}$ peut s'écrire :

$$-\dot{\varphi} = \frac{-\bar{R}\omega \cos\theta}{\sqrt{1-\bar{R}^2 \sin^2\theta}} \quad (\text{II.11})$$

et les vitesses des points G_2 et B peuvent être exprimées comme suit :

$$\vec{V}_{02}(G_2) = R\omega \left[-\left(1 + k \frac{\bar{R}\cos\theta}{\sqrt{1-\bar{R}^2 \sin^2\theta}}\right) \sin\theta \vec{x}_0 + (1-k)\cos\theta \vec{y}_0 \right] \quad (\text{II.12})$$

$$\vec{V}_{02}(B) = -R\omega \sin\theta \left[1 + \frac{\bar{R}\cos\theta}{\sqrt{1-\bar{R}^2 \sin^2\theta}} \right] \vec{x}_0 \quad (\text{II.13})$$

II.2.4 Expressions des accélérations angulaires des points G_2 et B de la bielle

À partir de l'équation (II.5), l'accélération angulaire $\ddot{\varphi}$ peut être obtenue par la relation suivante :

$$\ddot{\varphi} = \frac{\bar{R}}{\cos\varphi} \left[-\dot{\omega} \cos\theta + \omega^2 \frac{(\cos^2\varphi \sin\theta + \bar{R}\cos^2\theta \sin\varphi)}{\cos^2\varphi} \right] \quad (\text{II.14})$$

D'après (II.9) et (II.10), les équations décrivant l'accélération des points G_2 et B peuvent être dérivées comme suit :

$$\begin{aligned} \vec{\Gamma}(G_2/\mathcal{R}_0) &= R\dot{\omega} [(-\sin\theta + k \tan\varphi \cos\theta)\vec{x}_0 + (1-k)\cos\theta \vec{y}_0] \\ &+ R\omega^2 \left[\left(-\cos\theta - k \tan\varphi \sin\theta - k\bar{R} \frac{\cos^2\theta}{\cos^3\varphi}\right) \vec{x}_0 - (1-k)\sin\theta \vec{y}_0 \right] \end{aligned} \quad (\text{II.15})$$

$$\Gamma(B/\mathcal{R}_0) = R \left[\dot{\omega}(-\sin\theta + \tan\varphi \cos\theta) + \omega^2 \left(-\cos\theta - \tan\varphi \sin\theta - \bar{R} \frac{\cos^2\theta}{\cos^3\varphi}\right) \right] \vec{x}_0 \quad (\text{II.16})$$

Lorsque le vilebrequin tourne à une vitesse angulaire constante ω , ces équations peuvent être réduites à :

$$\ddot{\varphi} = \bar{R}\omega^2 \frac{\cos^2\varphi \sin\theta + \bar{R}\cos^2\theta \sin\varphi}{\cos^3\varphi} \quad (\text{II.17})$$

$$\vec{\Gamma}(G_2/\mathcal{R}_0) = R\omega^2 \left[\left(-\cos\theta - k \tan\varphi \sin\theta - k\bar{R} \frac{\cos^2\theta}{\cos^3\varphi}\right) \vec{x}_0 - (1-k)\sin\theta \vec{y}_0 \right] \quad (\text{II.18})$$

$$\vec{\Gamma}(B/\mathcal{R}_0) = \ddot{\varphi} \vec{x}_0 = R\omega^2 \left(-\cos\theta - \tan\varphi \sin\theta - \bar{R} \frac{\cos^2\theta}{\cos^3\varphi}\right) \vec{x}_0 \quad (\text{II.19})$$

Dans ces conditions, on définit trois torseurs cinématiques :

- Pour le vilebrequin (1)

$$[\mathbf{T}_{1/0}]_O = \begin{cases} \vec{\omega}_{1/0} = \omega \vec{z}_0 \\ \vec{v}_{O \in 1/0} = \vec{0} \end{cases}$$

- Pour la bielle (2)

$$[\mathbf{T}_{2/0}]_B = \begin{cases} \vec{\omega}_{2/0} = \dot{\phi} \vec{z}_0 \\ \vec{v}_{B \in 2/0} = \dot{X} \vec{x}_0 \end{cases}$$

- Pour la bielle par rapport au vilebrequin :

$$[\mathbf{T}_{2/1}]_A = [\mathbf{T}_{2/0}]_A - [\mathbf{T}_{1/0}]_A, \text{ soit : } [\mathbf{T}_{2/1}]_A = \begin{cases} (\dot{\phi} - \omega) \vec{z}_0 \\ \vec{v}_{A \in 2/1} = \vec{0} \end{cases}$$

$$\text{Les conditions de contact en A et B sont : } \begin{cases} \vec{v}_{A \in 1/0} = \vec{v}_{A \in 2/0} \\ \vec{v}_{B \in 2/0} = \dot{X} \vec{x}_0 \end{cases}$$

La relation cinématique entre les vitesses, par rapport au repère fixe \mathfrak{R}_0 , des points O et A du vilebrequin supposé indéformable s'écrit :

$$\vec{v}_{A \in 1/0} = \vec{v}_{O \in 1/0} + \overrightarrow{AO} \times \vec{\omega}_{1/0}, \text{ soit :}$$

$$\vec{v}_{A \in 1/0} = \vec{0} - R \vec{x}_1 \times \omega \vec{z}_1 = R\omega \vec{y}_1$$

où le symbole \times indique le produit vectoriel.

De même, la relation entre les vitesses des points A et B de la bielle, s'écrit :

$$\begin{aligned} \vec{v}_{A \in 2/0} &= \vec{v}_{B \in 2/0} + \overrightarrow{AB} \times \vec{\omega}_{2/0} \\ &= \dot{X} \vec{x}_0 + L \vec{x}_2 \times \dot{\phi} \vec{z}_2 = \dot{X} \vec{x}_0 - L\dot{\phi} \vec{y}_2 \end{aligned}$$

II.3 Etude dynamique : Efforts dans les liaisons entre le vilebrequin, la bielle, et le piston

II.3.1 Hypothèse et données

Cette étude, qui complète l'étude cinématique, est basée sur la détermination des efforts exercés sur l'ensemble de pièces formant l'embellage. Elle a pour but de déterminer les différentes valeurs des actions mutuelles existantes entre les différents organes.

Le modèle monocylindre défini dans la section II.1 est toujours considéré. On supposera que le paramètre d'entrée du point de vue des efforts est la pression instantanée exercée

par les gaz sur la face supérieure du piston. Cette pression varie continuellement tout au long du cycle thermodynamique du moteur. Le mouvement du piston, qui résulte de cette pression, est transmis dans toute la partie mobile de l'attelage. En raison de sa grande inertie, le vilebrequin est supposé tourner à vitesse angulaire constante, rendant les équations (II.17) à (II.19) valides.

Le poids des éléments est supposé négligeable par rapport aux autres forces agissant sur divers éléments du mécanisme. D'autre part, les forces de frottement entre le piston et le cylindre, que ce soit au niveau du segment ou de la jupe du piston ne sont pas prises en considération.

Le référentiel \mathfrak{R}_0 est supposé galiléen. L'accélération du bloc moteur par rapport à ce référentiel n'est pas prise en compte.

Pour les études des propriétés hydrodynamiques des paliers du MCI, des équations dynamiques générales sont dérivées pour déterminer les forces agissant dans chaque liaison. Ces forces sont exprimées en composantes suivant \vec{x}_0 et \vec{y}_0 . La composante suivant \vec{z}_0 des efforts résultants n'est pas pertinente pour l'étude des paliers, c'est pourquoi dans la suite de la description elle ne sera pas considérée. Seules les équations utilisées pour déterminer les forces de liaison sont données.

Les paramètres de masse donnés sont les suivants:

- m_1 : masse du vilebrequin;
- m_2 : masse de la bielle;
- m_3 : masse de l'axe du piston;
- m_4 : masse du piston;
- I_2 : moment d'inertie de la bielle par rapport à l'axe $G\vec{z}_0$
- I_3 : moment d'inertie de l'axe du piston par rapport à l'axe $B\vec{z}_0$

II.3.2. Equations dynamiques du piston (4)

Bilan des forces extérieures appliquées sur le piston (4):

- $\vec{F}_g = -p_g S \vec{x}_0$: force des gaz où p_g est la pression des gaz et S est la surface du piston;
- $\vec{F}_{0 \rightarrow 4} = Y_{04} \vec{y}_0$: force exercée par le cylindre sur le piston perpendiculairement à la direction du déplacement du piston;
- $\vec{F}_{3 \rightarrow 4} = -X_{43} \vec{x}_0 - Y_{43} \vec{y}_0$: force exercée par l'axe sur le piston

Application du principe fondamental de la dynamique (loi de Newton) :

$$m_4 \vec{\Gamma}(B/\mathcal{R}_0) = \vec{F}_g + \vec{F}_{0 \rightarrow 4} + \vec{F}_{3 \rightarrow 4}$$

La projection de l'équation vectorielle ci-dessus dans la base B_0 donne:

$$\begin{cases} m_4 \ddot{X} = -p_g S - X_{43} \\ 0 = Y_{04} - Y_{43} \end{cases} \quad (\text{II.20})$$

II.3.3. Equations dynamiques pour l'axe du piston (3)

Bilan des forces et moments extérieurs appliqués sur l'axe du piston (3):

- $\vec{F}_{4 \rightarrow 3} = -X_{43} \vec{x}_0 - Y_{43} \vec{y}_0$: force exercée par le piston sur l'axe;
- $\vec{F}_{2 \rightarrow 3} = -X_{23} \vec{x}_0 - Y_{23} \vec{y}_0$: force exercée par la tige (bielle) sur l'axe;
- $\vec{M}_{4 \rightarrow 3}(B) \cdot \vec{z}_0 = M_{43}$: moment de frottement exercé par le piston sur l'axe;
- $\vec{M}_{2 \rightarrow 3}(B) \cdot \vec{z}_0 = M_{23}$: moment de frottement exercé par la tige (bielle) sur l'axe.

Application du principe fondamental de la dynamique (loi de Newton) :

$$m_3 \vec{\Gamma}(B/\mathcal{R}_0) = \vec{F}_{4 \rightarrow 3} + \vec{F}_{2 \rightarrow 3}$$

$$I_3 \ddot{\chi} \vec{z}_0 = \vec{M}_{4 \rightarrow 3}(B) + \vec{M}_{2 \rightarrow 3}(B)$$

qui peut être combiné comme suit:

$$\begin{cases} m_3 \ddot{X} = X_{43} + X_{23} \\ 0 = Y_{43} + Y_{23} \\ I_3 \ddot{\chi} = M_{43} + M_{23} \end{cases} \quad (\text{II.21})$$

II.3.4. Equations dynamiques de la bielle (2)

Bilan des forces et moments extérieurs

- $\vec{F}_{3 \rightarrow 2} = -X_{23}\vec{x}_0 - Y_{23}\vec{y}_0$: force exercée par l'axe sur la bielle;
- $\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = X_{12}\vec{x}_0 + Y_{12}\vec{y}_0$: force exercée par le vilebrequin sur la bielle;
- $\vec{M}_{3 \rightarrow 2}(B) \cdot \vec{z}_0 = -M_{23}$: moment de frottement exercé par l'axe sur la bielle;
- $\vec{M}_{1 \rightarrow 2}(A) \cdot \vec{z}_0 = M_{12}$: moment de frottement exercé par le vilebrequin sur la bielle.

Le torseur des forces au point A s'écrit alors : $[\mathbf{T}]_A = \left\{ \begin{array}{c} \vec{F}_A \\ \vec{M}_A \end{array} \right\}_A$

La liaison est du type pivot, donc : $\vec{F}_A \cdot \vec{z}_0 = 0$ et $\vec{M}_A \cdot \vec{z}_0 = 0$

Les pièces en mouvement étant géométriquement parfaites, la bielle ne transmet pas de moment au maneton du vilebrequin.

Le torseur des actions mécaniques au point A se résume donc à :

$$\vec{F}_A = \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ 0 \end{bmatrix}_{\mathfrak{R}_0} \text{ et } \vec{M}_A = \vec{0}$$

Le torseur au point B s'écrit : $[\mathbf{T}]_B = \left\{ \begin{array}{c} \vec{F}_B \\ \vec{M}_B \end{array} \right\}_B$

La liaison est du type pivot, donc : $\vec{F}_B \cdot \vec{z}_0 = 0$ et $\vec{M}_B \cdot \vec{z}_0 = 0$.

Les pièces en mouvement étant géométriquement parfaites, l'axe du piston ne transmet pas de moment à la bielle ; le torseur des actions mécaniques au point B se résume donc à : $\vec{F}_B =$

$$\begin{bmatrix} X_B \\ Y_B \\ 0 \end{bmatrix}_{\mathfrak{R}_0} \text{ et } \vec{M}_B = \vec{0}.$$

Application du principe fondamental de la dynamique :

$$m_2 \vec{\Gamma}(G_2/\mathfrak{R}_0) = \vec{F}_{3 \rightarrow 2} + \vec{F}_{1 \rightarrow 2}$$

$$I_2 \ddot{\varphi} \vec{z}_0 = \vec{M}_{3 \rightarrow 2}(B) + \vec{G}_2 \vec{B} \times \vec{F}_{3 \rightarrow 2} + \vec{M}_{1 \rightarrow 2}(A) + \vec{G}_2 \vec{A} \times \vec{F}_{1 \rightarrow 2}$$

Soit :

$$\begin{cases} m_2 R \omega^2 \left(-\cos \theta - k \tan \varphi \sin \theta - k \bar{R} \frac{\cos^2 \theta}{\cos^3 \varphi} \right) = -X_{23} + X_{12} \\ -m_2 (1 - k) R \omega^2 \sin \theta = -Y_{23} + Y_{12} \\ I_2 \ddot{\varphi} = -M_{23} + M_{12} - L[(1 - k)Y_{23} + kY_{12}] \cos \varphi + L[(1 - k)X_{23} + kX_{12}] \sin \varphi \end{cases} \quad (\text{II.22})$$

Il y a sept composantes de force de liaison et trois composantes de moment dans les

équations (II.20)-(II.22). Les inconnues liées à l'accélération angulaire de l'axe χ doivent être ajoutées à ces inconnues, donnant un total de 11 inconnues dans huit équations. Les moments M_{12} , M_{23} et M_{43} liés au frottement visqueux ne peuvent être déterminés qu'en effectuant des calculs hydrodynamiques.

Pour résoudre ce problème, la première possibilité est de supposer que le frottement visqueux a un effet négligeable sur les calculs de la composante de force de liaison. En supposant que M_{12} , M_{23} , et M_{43} sont nuls, l'accélération angulaire de l'axe χ doit également être nulle. Cela laisse sept inconnues dans sept équations.

Si l'on suppose que les moments de frottement visqueux ne sont pas négligeables, un modèle hydrodynamique plus compliqué doit être créé afin d'incorporer les équations (II.20)-(II.22).

II.3.5. Equations dynamiques pour le vilebrequin (1)

Bilan des forces extérieures

- $\vec{F}_{0 \rightarrow 1} = -X_{10}\vec{x}_0 - Y_{10}\vec{y}_0$: force exercée par le bloc moteur sur le vilebrequin;
- $\vec{F}_{2 \rightarrow 1} = -X_{12}\vec{x}_0 + Y_{12}\vec{y}_0$: force exercée par la bielle sur le vilebrequin.

Application du principe fondamental :

- $m_1 \vec{\Gamma}(G_1/\mathcal{R}_0) = \vec{F}_{0 \rightarrow 1} + \vec{F}_{2 \rightarrow 1}$

qui peut être projetée comme suit :

$$\begin{cases} -m_1 a \omega^2 \cos \theta = -X_{10} - X_{12} \\ -m_1 a \omega^2 \sin \theta = -Y_{10} - Y_{12} \end{cases} \quad (\text{II.23})$$

Si l'on suppose que le vilebrequin est statiquement équilibré, cela signifierait que le centre de masse est situé sur l'axe $O\vec{Z}_0$ et les équations deviennent alors :

$$\begin{cases} 0 = -X_{10} - X_{12} \\ 0 = -Y_{10} - Y_{12} \end{cases} \quad (\text{II.24})$$

II.3.6 Efforts pour des liaisons sans friction

Si le frottement visqueux est ignoré, le système permettant de calculer les diagrammes de charge dans le repère lié au bloc moteur \mathfrak{R}_0 peut être réduit aux cinq équations suivantes :

$$\begin{cases} X_{43} = -m_4\ddot{X} - p_g S \\ X_{43} + X_{23} = m_3\ddot{X} \\ X_{23} - X_{12} = m_2 R \omega^2 K' \\ Y_{23} - Y_{12} = m_2 (1 - k) R \omega^2 \sin \theta \\ [(1 - k)X_{23} + kX_{12}] \sin \varphi - [(1 - k)Y_{23} + kY_{12}] \cos \varphi = \frac{I_2}{L} \ddot{\varphi} \end{cases} \quad (\text{II.25})$$

où : $K' = \cos \theta + k \tan \varphi \sin \theta + k\bar{R} \frac{\cos^2 \theta}{\cos^3 \varphi}$

Si m_{34} représente la somme totale de la masse du piston et de la masse de l'axe ; c'est-à-dire : $m_{34} = m_3 + m_4$

La solution du système (II.25) est alors

$$\begin{cases} X_{43} = -m_4\ddot{X} - p_g S \\ X_{23} = m_{34}\ddot{X} + p_g S \\ X_{12} = -m_2 R \omega^2 K' + m_{34}\ddot{X} + p_g S \\ Y_{23} = k m_2 R \omega^2 [(1 - k) \sin \theta - K' \tan \varphi] + (m_{34}\ddot{X} + p_g S) \tan \varphi - \frac{I_2}{L \cos \varphi} \ddot{\varphi} \\ Y_{12} = -m_2 R \omega^2 [(1 - k)^2 \sin \theta + k K' \tan \varphi] + (m_{34}\ddot{X} + p_g S) \tan \varphi - \frac{I_2}{L \cos \varphi} \ddot{\varphi} \end{cases} \quad (\text{II.26})$$

Les forces d'interaction entre les éléments de l'attelage mobile, exprimées dans la base (\mathbf{B}_0) , sont donc :

$$\vec{\mathbf{F}}_{1 \rightarrow 0} \begin{cases} m_2 R \omega^2 K' - m_{34}\ddot{X} - p_g S = X_{10} \\ m_2 R \omega^2 [(1 - k)^2 \sin \theta + k K' \tan \varphi] - (m_{34}\ddot{X} + p_g S) \tan \varphi + \frac{I_2}{L \cos \varphi} \ddot{\varphi} = Y_{10} \end{cases} \quad (\text{II.27})$$

$$\vec{\mathbf{F}}_{1 \rightarrow 2} \begin{cases} -m_2 R \omega^2 K + m_{34}\ddot{X} + p_g S \\ -m_2 R \omega^2 [(1 - k)^2 \sin \theta + k K' \tan \varphi] + (m_{34}\ddot{X} + p_g S) \tan \varphi - \frac{I_2}{L \cos \varphi} \ddot{\varphi} \end{cases} \quad (\text{II.28})$$

$$\vec{\mathbf{F}}_{2 \rightarrow 3} \begin{cases} m_{34}\ddot{X} + p_g S \\ k m_2 R \omega^2 [(1 - k) \sin \theta - K' \tan \varphi] + (m_{34}\ddot{X} + p_g S) \tan \varphi - \frac{I_2}{L \cos \varphi} \ddot{\varphi} \end{cases} \quad (\text{II.29})$$

$$\vec{\mathbf{F}}_{4 \rightarrow 3} \begin{cases} -m_4\ddot{X} - p_g S \\ -k m_2 R \omega^2 [(1 - k) \sin \theta - K' \tan \varphi] - (m_{34}\ddot{X} + p_g S) \tan \varphi + \frac{I_2}{L \cos \varphi} \ddot{\varphi} \end{cases} \quad (\text{II.30})$$

Pour les calculs des paliers hydrodynamiques, les forces doivent être projetées dans la base appropriée. Par exemple, la force $\vec{\mathbf{F}}_{1 \rightarrow 2}$ se divise en composantes en utilisant la base B_2 liée à la bielle :

$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2/B_2} = \begin{Bmatrix} X_{12/B_2} \\ Y_{12/B_2} \end{Bmatrix}$$

$$= \begin{Bmatrix} -m_2 R \dot{\theta}^2 (K \cos \varphi (1 + k \tan^2 \varphi) + (1 - k)^2 \sin \theta \sin \varphi) + \frac{m_{34} \ddot{X} + p_g S}{\cos \varphi} - \frac{I_2}{L} \ddot{\varphi} \tan \varphi \\ (1 - k) m_2 R \dot{\theta}^2 (K \sin \varphi - (1 - k) \sin \theta \cos \varphi) - \frac{I_2}{L} \ddot{\varphi} \end{Bmatrix}$$

II.4 Validation & détermination des diagrammes de charge d'un moteur à allumage commandé 4 temps

II.4.1 Validation du modèle cinématique et dynamique

Pour valider l'étude cinématique et dynamique de l'attelage mobile présentée en détails dans les paragraphes précédents, nous prendrons en exemple un moteur monocylindre quatre temps à allumage commandé (cylindrée=2155 cc ou cm³, Course du piston=81.6 mm) dont les caractéristiques sont reportées dans le **Tableau II.1** [1] :

Tableau II. 1: Données du moteur thermique étudié [1]

Paramètres	Symboles	Valeurs	Unités
Rayon du vilebrequin	R	0.0408	[m]
Diamètre du piston	D	0.0917	[m]
Surface du piston	$S = \frac{\pi D^2}{4}$	6604.33E-6	[m ²]
Défaut d'alignement	d	0.	[m]
Longueur de bielle	L	0.137	[m]
Position relative du centre de masse de la bielle	$k = AG_2/L = \left(1 - \frac{m_A}{m_2}\right)$ $AG_2 = L \left(1 - \frac{m_A}{m_2}\right)$	0.21898	[-]
Masse totale de la bielle	$m_2 = m_A + m_B$	0.919	[kg]
Moment d'inertie de la bielle (G z ₀)	$I_2 = m_A (AG_2)^2 + m_B (L - AG_2)^2$	0.003486	[kg.m ²]
Masse totale du piston et de l'axe	$m_3 + m_4$	0.690	[kg]
Masse de tête de bielle	m_A	0.720	[kg]
Masse de pied de bielle	m_B	0.199	[kg]
Vitesse de rotation du vilebrequin	N	3200.	[rpm]
Pas angulaire du vilebrequin	$\Delta\theta$	1.	[degrés]

Les calculs seront faits pour le régime $N=3200 \text{ rpm}$ correspondant à la vitesse de rotation du vilebrequin (manivelle) et pour un pas angulaire du vilebrequin $\Delta\theta = 1^\circ$.

Rappelons que dans toute l'étude dynamique, on a adopté les hypothèses suivantes :

- on néglige les efforts de pesanteur face aux efforts des gaz,
- on suppose que les contacts au niveau des liaisons sont ponctuels et sans frottement,
- on suppose que les éléments mécaniques (bielles, pistons, axes de piston, etc.) sont géométriquement parfaits et symétriques.

Pour trouver une solution au système d'équations (II.25), il faut connaître la masse totale de la bielle m_2 , la position du centre d'inertie G_2 et le moment d'inertie de la bielle I_2 par rapport à l'axe passant par G_2 . Si la bielle existe physiquement, on peut procéder par pesée et pendulage.

La bielle assemblée est composée du corps de bielle avec sa bague de pied de bielle, du chapeau de bielle, des deux demi-coussinets de tête de bielle, des deux vis et des deux écrous dont la masse totale est : $m_2=0.919 \text{ kg}$.

Les masses de la tête de bielle $m_A=0.720 \text{ kg}$ et du pied de bielle $m_B=0.199 \text{ kg}$ sont déterminées par pesée. On doit vérifier que $m_A+m_B=m_2$, puis, par calcul on détermine la position du centre d'inertie de la bielle :

$$m_A L = m_2 L_1, \text{ soit } L_1 = 107 \text{ mm}.$$

Le moment d'inertie de la bielle I_2 sur l'axe z par rapport à son centre d'inertie est déterminé par pendulage autour du point B' (figure II. 2).

Si on prend la précaution de donner à la bielle de petites oscillations, on peut utiliser la formule donnant la période d'un pendule pesant pour trouver le moment d'inertie de la bielle sur l'axe z par rapport au point B'. Le pendule exécute 77 oscillations en 1 minute [1], la période est alors : $T=60/77=0.7792 \text{ s}$. La période du pendule pesant s'exprime par :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_{B'}}{m_2 g L_1'}} \text{ ce qui donne } I_{B'} = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 m_2 g L_1' = 0.0165 \text{ kg.m}^2.$$

Pour ramener le moment d'inertie au centre d'inertie G_2 , on utilise la formule de Huygens : $I_{G_2 z} = I_{B'} - m_2 L_1'^2 = 0.003486 \text{ kg.m}^2$

Enfin, il nous reste à connaître la masse du piston assemblé. Il se compose du piston nu ou jupe, de l'axe de piston, des joncs d'arrêt d'axe et de la segmentation : $m_{piston} = 0.690 \text{ kg}$

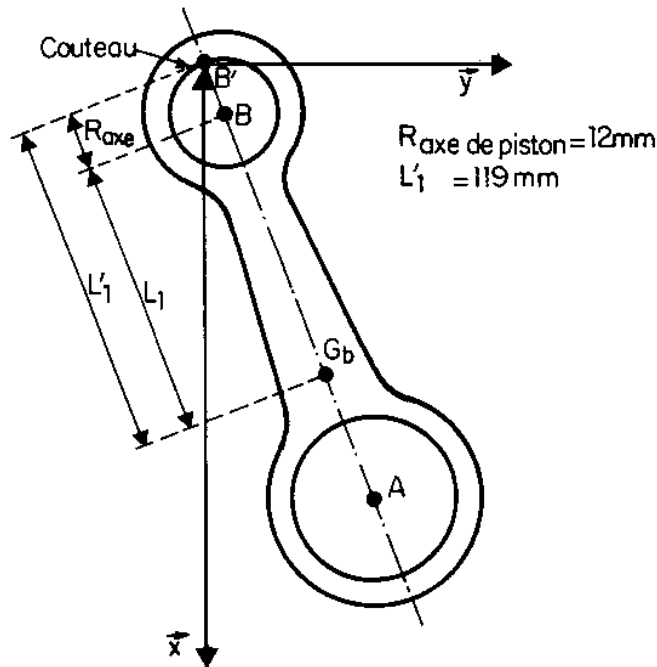


Fig. II. 2: Méthode de mesure du moment d'inertie de la bielle par pendulage

Le diagramme de pression instantanée relevée dans le cylindre du moteur en fonction de l'angle de rotation du vilebrequin est représenté sur la [figure \(II.3\)](#) pour un régime de fonctionnement du moteur, $N=3200 \text{ rpm}$. Ce diagramme a été obtenu par digitalisation et interpolation par splines cubiques de la courbe de pression présentée dans la référence [\[1\]](#). Ce diagramme présente un pic de pression de 4.7 MPa pour un angle de vilebrequin de 380 degrés à partir du point mort haut (TDC).

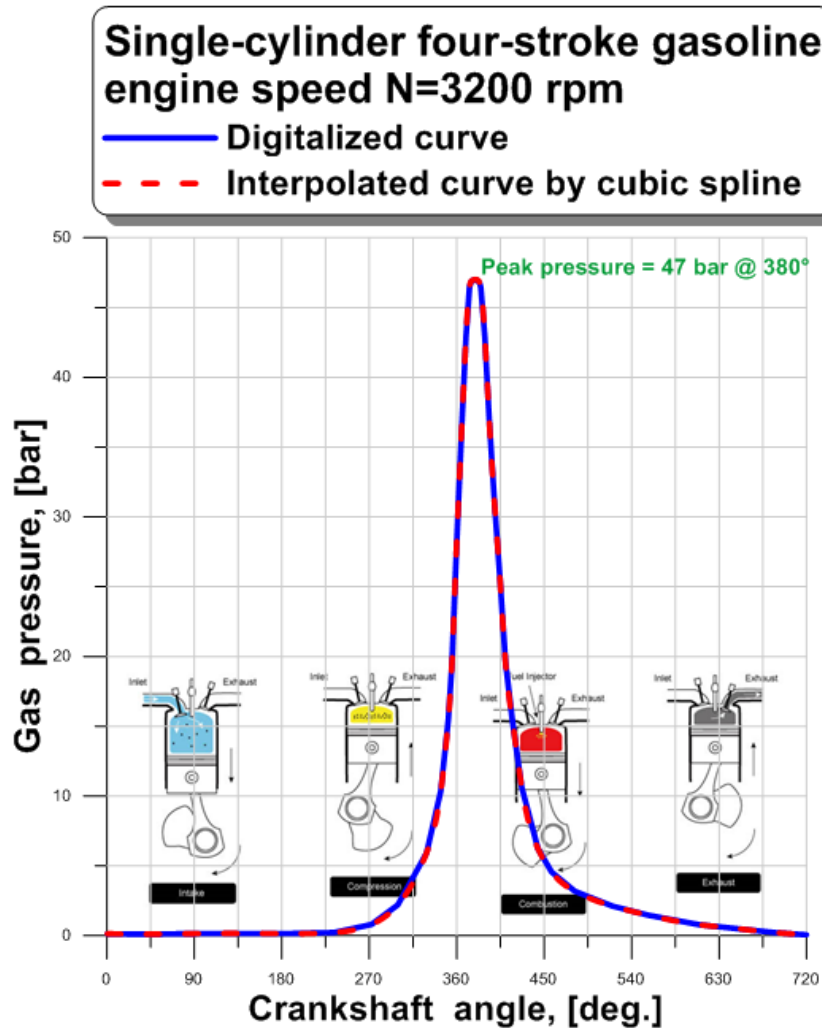


Fig. II. 3: Diagramme de la pression dans le cylindre d'un moteur à allumage commandé mesurée avec des capteurs de pression piézoélectriques à haute température.

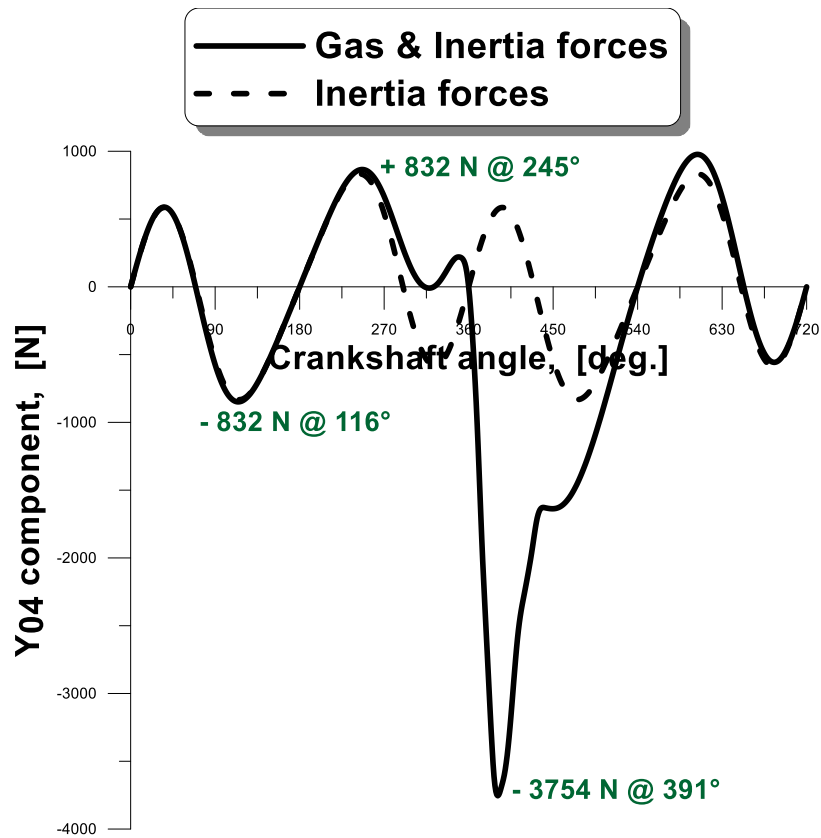
Sur la [figure II.4](#), on représente l'évolution de l'effort latéral de la chemise sur la jupe du piston, Y_{04} , en fonction de l'angle de rotation du vilebrequin θ pour $N=3200$ rpm à pleine charge (effets combinés d'inertie et d'explosion) et sans charge (prise en considération de l'effet d'inertie seulement).

A pleine charge, l'effort est périodique de période 4π et se compose de deux efforts :

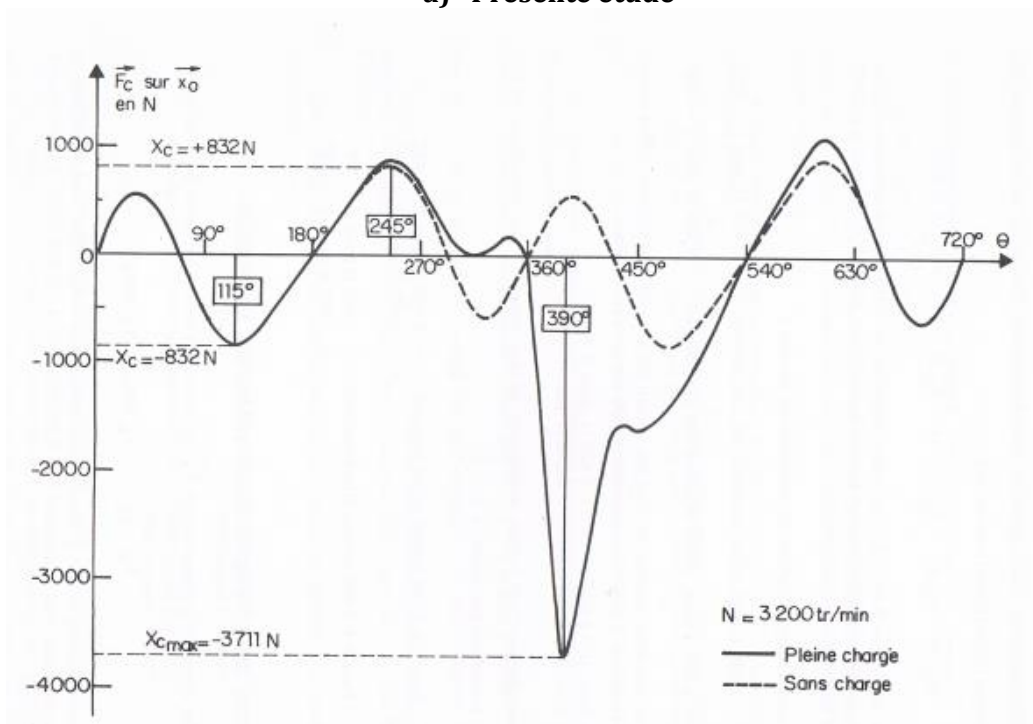
- l'effort dû aux gaz de période 4π ;
- l'effort dû aux inerties de période 2π , symétrique par rapport à $\theta = \pi$.

On trouve que l'effort maximal (dû aux gaz) vaut environ $Y_{04} = -3754$ N pour $\theta = 391^\circ$. Ce qui donne une erreur relative de 1.16 %.

Sans charge : C'est l'effort uniquement dû aux inerties, de période 2π , symétrique par rapport à $\theta = \pi$. On trouve pour le même résultat que celui de [\[1\]](#) ; c'est-à-dire $Y_{04} = \pm 832$ N.



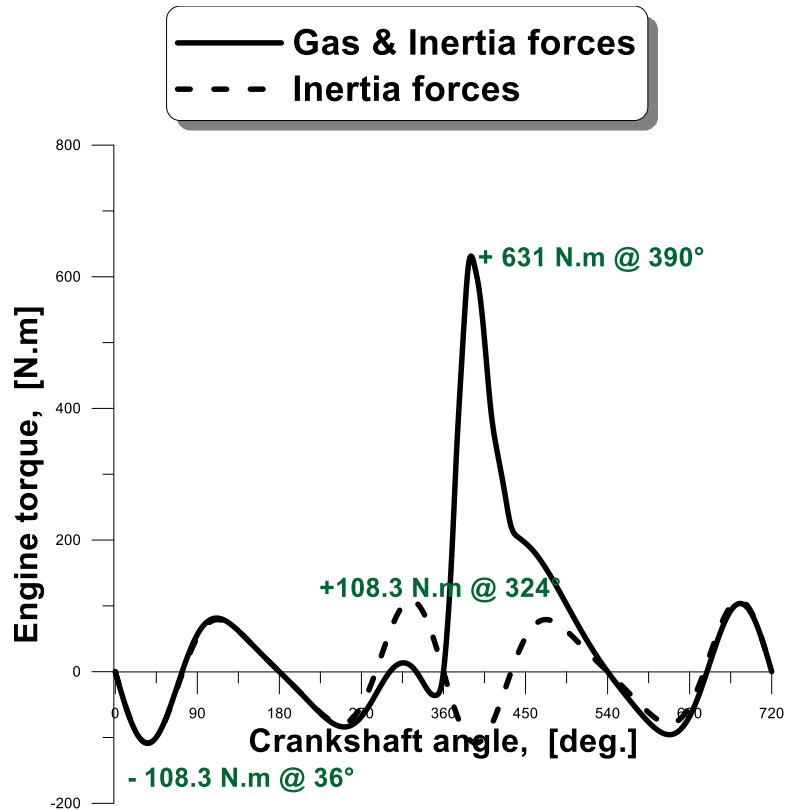
a) Présente étude



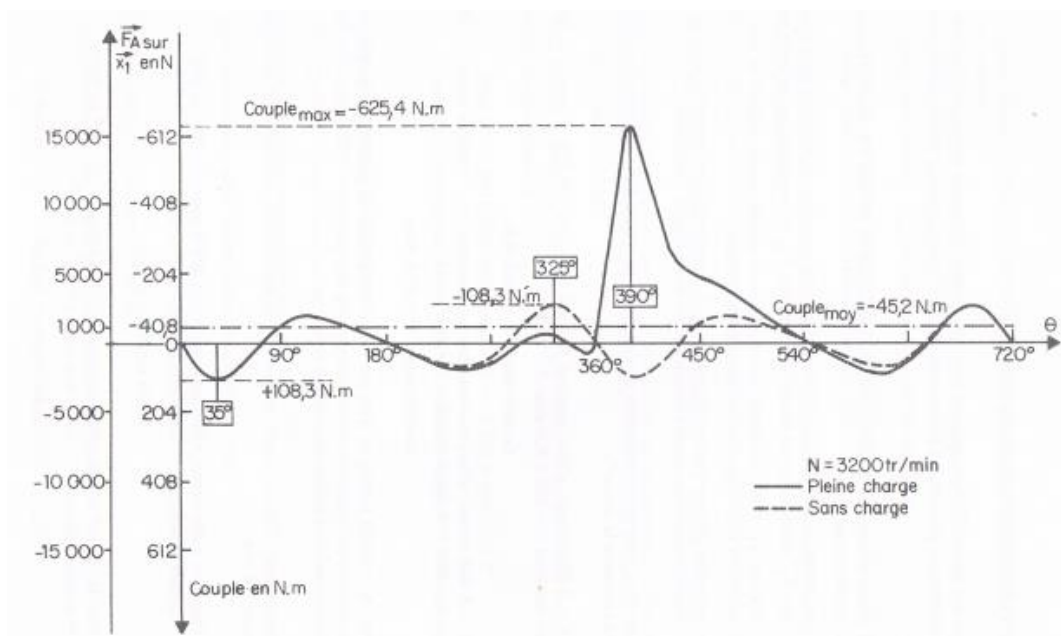
b) Résultats publiés dans [Swoboda, 1]

Fig. II. 4 : Variations de l'effort latéral du cylindre sur la jupe de piston dans la base (B_0) liée au bloc moteur en fonction de l'angle de vilebrequin du moteur monocylindre.

La **figure II.5** représente les évolutions du couple moteur en fonction de l'angle de rotation du vilebrequin calculées par le programme d'analyse cinématique et dynamique développé et celles publiées dans la référence [1]. Par définition, le couple moteur est le produit de l'effort appliqué par la bielle sur le maneton, $\vec{F}_{2 \rightarrow 1}$, dirigé suivant l'axe \vec{y}_1 par le rayon R du vilebrequin (manivelle). On constate une bonne concordance entre les résultats de calcul et ceux issus de la littérature et ce à plein charge et sans charge (écart relatif inférieur à 1%). D'autre part, on rappelle que le modèle cinématique et dynamique du mécanisme bielle-manivelle-piston néglige ou ignore, par hypothèse, les frottements visqueux au niveau des différentes liaisons. Ceci peut être justifié par le fait que la valeur moyenne du couple moteur sur un cycle moteur est nettement plus élevée que les couples de frottement visqueux calculés au niveau des paliers (liaisons lubrifiées).



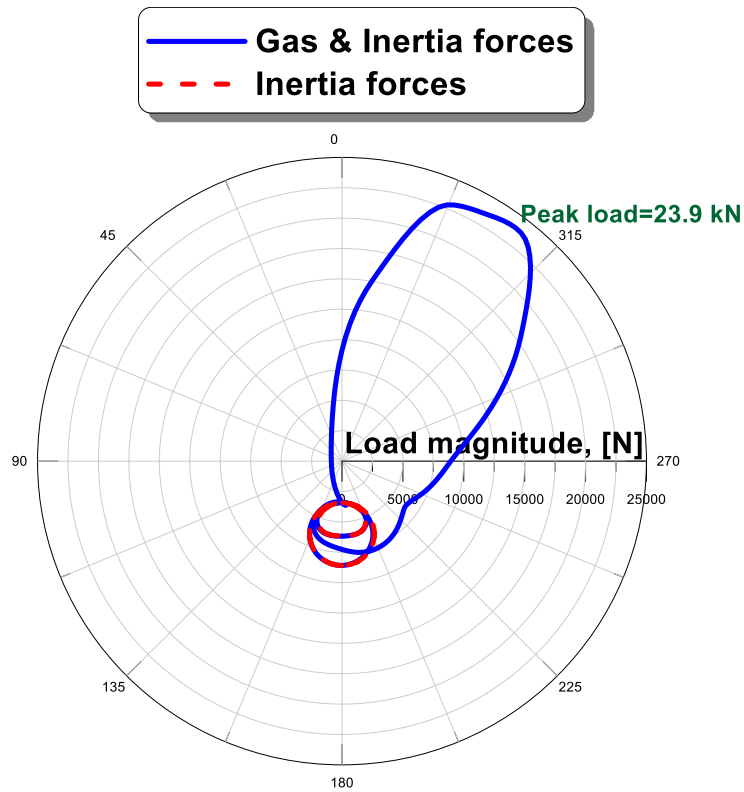
a)Présente étude



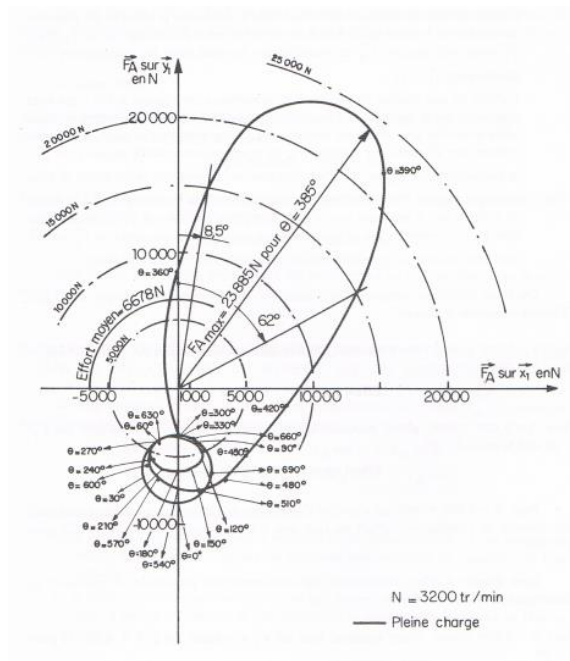
b) Résultats publiés dans [1]

Fig. II. 5: Variations du couple moteur en fonction de l'angle de rotation du vilebrequin du moteur monocylindre 4 temps

La **figure II.6** donne une validation supplémentaire de notre code de calcul. En effet, l'écart relatif constaté entre les résultats est inférieur à 1 %. Ceci reflète la fidélité du modèle cinématique et dynamique de l'attelage mobile adopté.



a)Présente étude



b) Résultats publiés dans [Swoboda, 1]

Fig. II. 6: Représentation polaire de l'action de la bielle sur le maneton calculée dans la base (**B₁**) liée au vilebrequin.

II.4.2 Application du modèle au calcul des diagrammes de charge d'un moteur multicylindre Peugeot pour l'analyse dynamique des paliers hydrodynamiques

Dans ce paragraphe, nous allons déterminer les diagrammes de charge appliqués à la bielle pour un moteur quatre cylindres en ligne dont les caractéristiques sont données dans le **tableau II.2**. Les diagrammes de pression instantanée relevés dans un cylindre du moteur sont donnés pour deux régimes de fonctionnement du moteur ($N=3000$ et 6000 rpm ou *tr/min*) **figure II-7**. Pour les deux régimes, les pics de pression valent 5.4 et 6.3 MPa et correspondent respectivement à un angle de vilebrequin de 360 degrés. L'angle zéro du vilebrequin (TDC ou PMH) correspond au début de la phase d'admission (intake).

Tableau II. 2: Données du moteur thermique étudié

Paramètres	Symboles	Valeurs	Unités
Rayon du vilebrequin	R	0.044	[m]
Diamètre du piston	D	0.083	[m]
Surface du piston	$S = \frac{\pi D^2}{4}$	0.00541	[m ²]
Défaut d'alignement	d	0.	[m]
Longueur de bielle	L	0.143	[m]
Position relative du centre de masse de la bielle	$k=AG_2/L=\left(1 - \frac{m_A}{m_2}\right)$ $AG_2 = L\left(1 - \frac{m_A}{m_2}\right)$	0.24964	[-]
Masse de la bielle	$m_2 = m_A + m_B$	0.693	[kg]
Moment d'inertie de la bielle(G z ₀)	$I_2 = m_A(AG_2)^2 + m_B(L - AG_2)^2$	0.002655	[kg.m ²]
Masse du piston et de l'axe	$m_3 + m_4$	0.550	[kg]
Masse de tête de bielle	m_A	0.520	[kg]
Masse de pied de bielle	m_B	0.173	[kg]
Vitesse de rotation du vilebrequin	N	3. & 6.	[krpm]
Pas angulaire du vilebrequin	$\Delta\theta$	5.	[degrés]

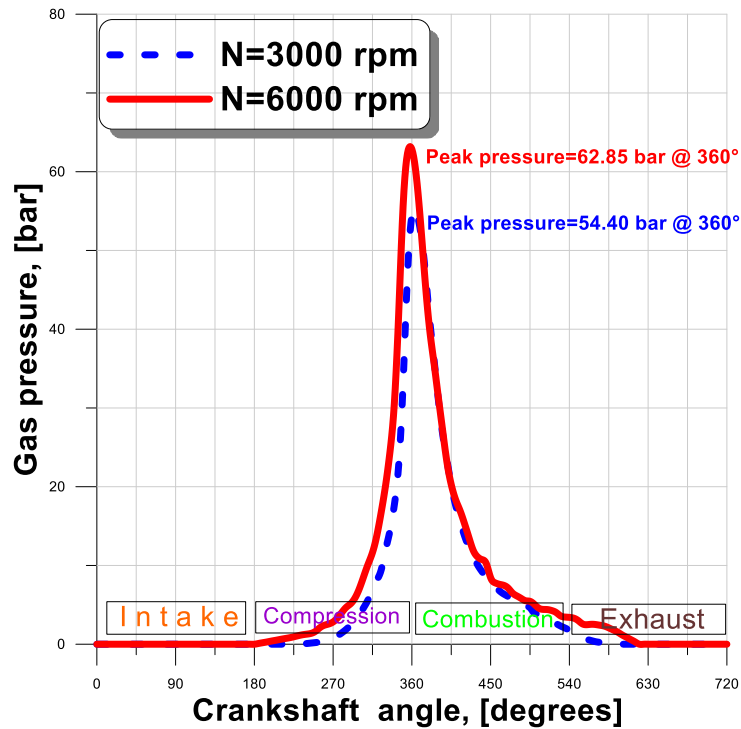


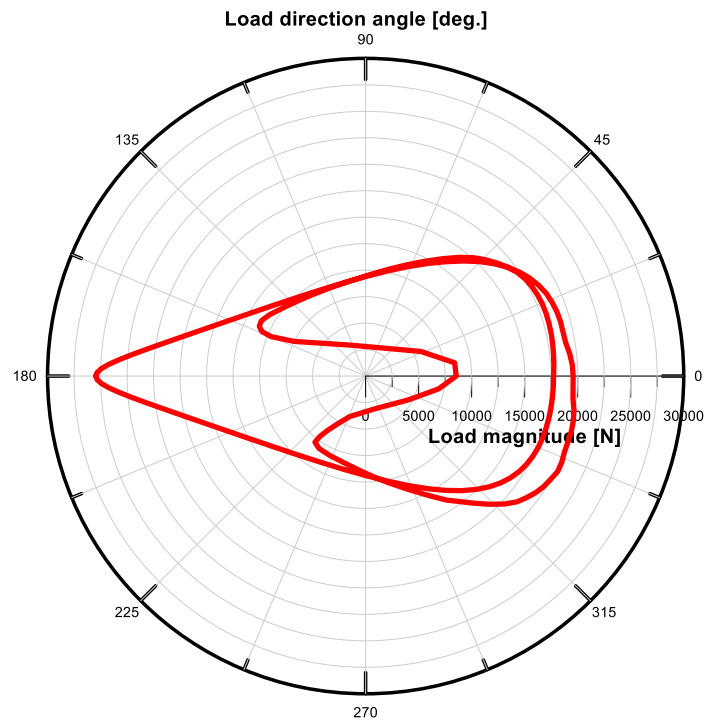
Fig. II. 7: Signaux de pression des gaz relevés dans la chambre de combustion

Dans les figures (II-8) à (II-10), nous représentons les diagrammes de charge polaires du maneton de vilebrequin sur la bielle avec prise en considération des effets d'inertie et d'explosion pour les deux régimes de fonctionnement du moteur $N=3000$ et 6000 rpm. Ces figures montrent que l'effort maximal pour $N=3000$ rpm est essentiellement dû à l'explosion dont la valeur est de 23.5 kN obtenue pour un angle de vilebrequin de 360 degrés. Ce pic de charge correspond bien évidemment au pic de pression relevé dans le cylindre (Figure II.7).

Pour une vitesse de rotation du vilebrequin plus importante ($N=6000$ rpm), les effets d'inertie deviennent naturellement prépondérants (valeur maximale égale à 25.31 kN) et doivent être pris en considération dans les calculs.

Le but essentiel de la représentation polaire est d'indiquer l'effort maximal et sa direction, ce qui permet au constructeur de déterminer convenablement la position des trous d'alimentation en lubrifiant sur le maneton pour la lubrification du coussinet de tête de bielle. D'autre part, la connaissance de ces diagrammes de charge exprimés dans les différents repères, nous permet également d'étudier le comportement dynamique des paliers de moteur.

— Engine speed N=6000 rpm



— Engine speed N=3000 rpm

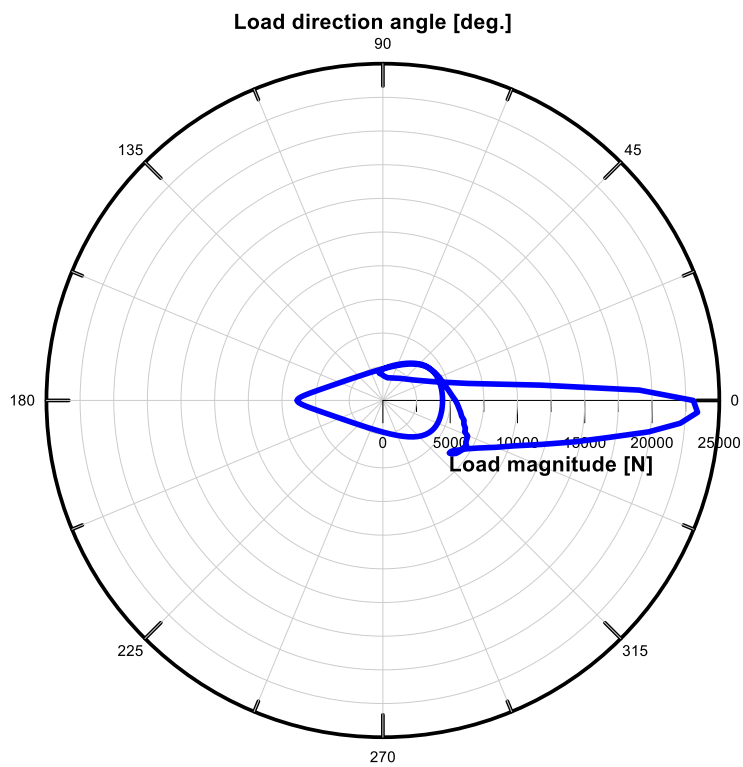


Fig. II. 8: Action du maneton de vilebrequin sur la tête de bielle dans la base (B_0)

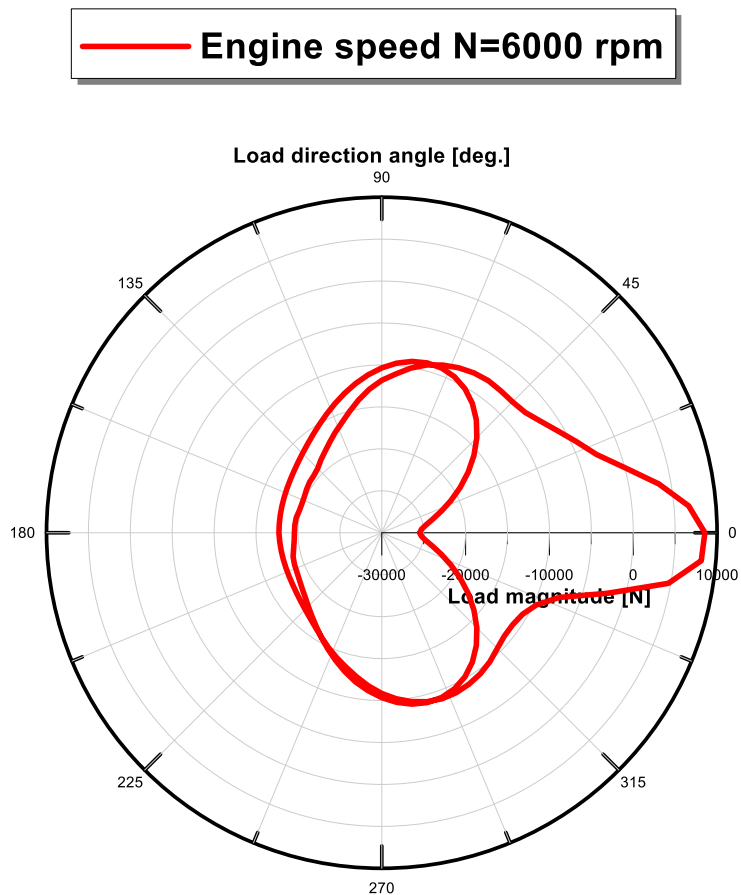
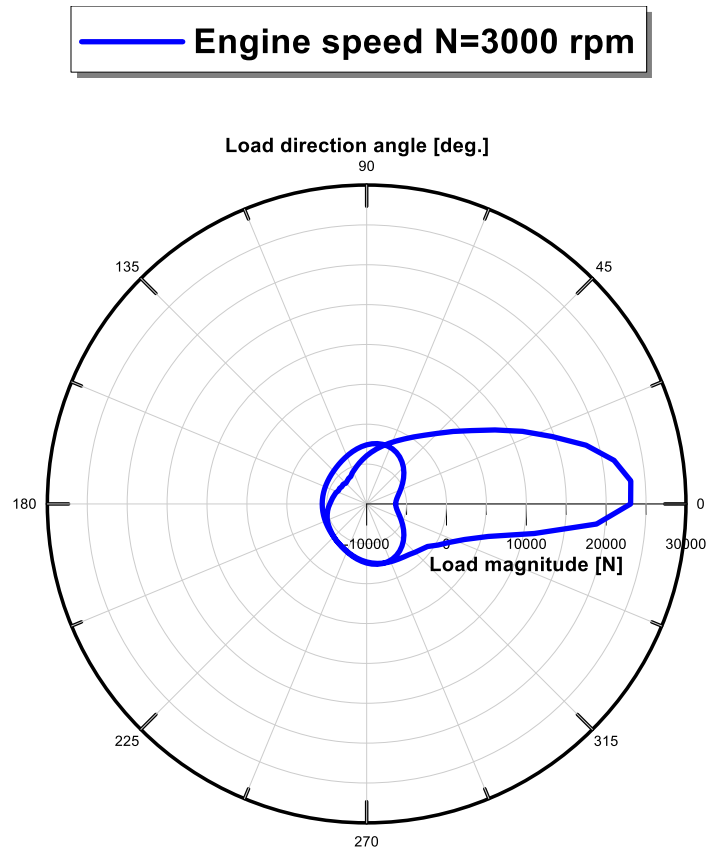


Fig. II. 9: Action du maneton de vilebrequin sur la tête de bielle dans la base (B_1)

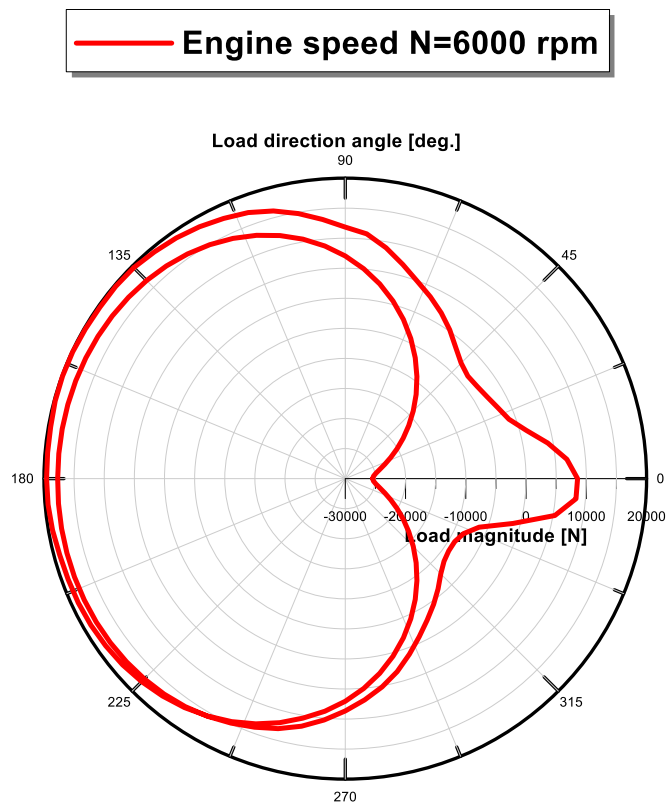
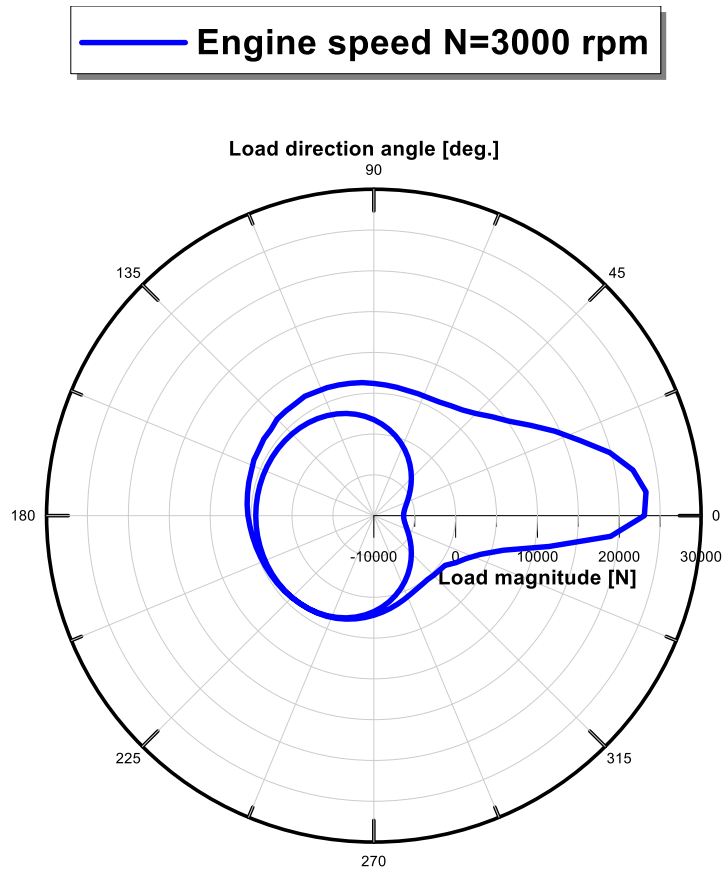


Fig. II. 10: Action du maneton de vilebrequin sur la tête de bielle dans la base (B_2)

La **figure (II-11)** illustre, sous forme polaire, l'action du bloc moteur sur le palier de ligne principal dans la base (B_0) pour $N=3000$ & 6000 rpm. Le vilebrequin est supposé statiquement équilibré. Lorsque le régime du moteur augmente, l'effet d'inertie augmente évidemment l'amplitude de la charge.

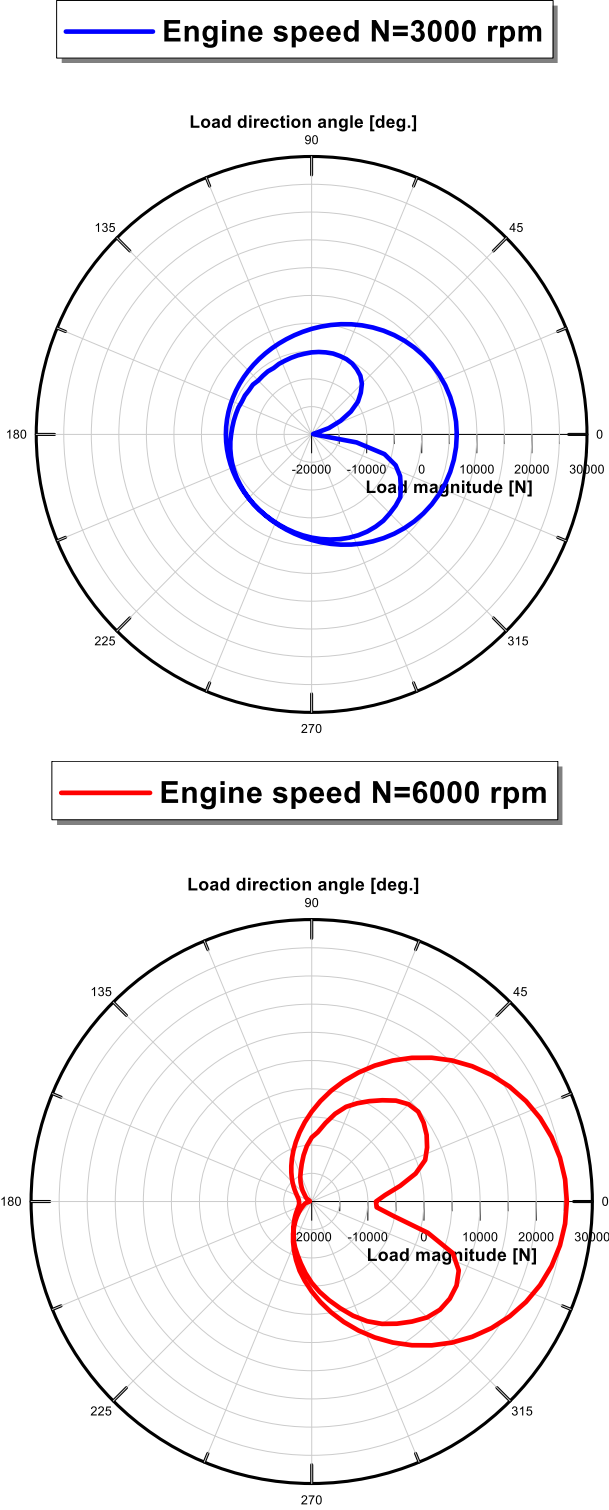


Fig. II. 11: Action du bloc moteur sur le palier principal de vilebrequin dans la base (B_0)

La **figure II.12** représente les variations du couple moteur en fonction de l'angle de vilebrequin pour deux régimes de fonctionnement du moteur $N=3000$ et 6000 rpm. On constate que pour le moteur 4 cylindres en ligne, le couple moteur engendré par un cylindre est de périodicité 4π pour les deux régimes de fonctionnement. D'autre part, les pics des deux couples se produisent à des angles de rotation du vilebrequin différents.

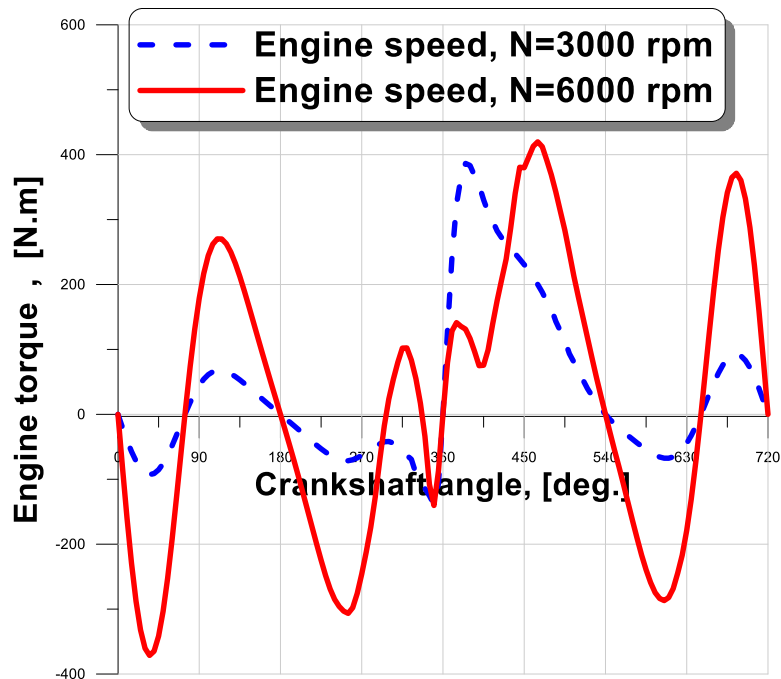


Fig. II. 12 : Variations du couple moteur pour un cycle thermodynamique du moteur complet

II.5. Conclusion

L'analyse cinématique et dynamique du système bielle-manivelle-piston nous a permis d'aboutir à un système de cinq équations algébriques à cinq inconnues.

La résolution de ce système permet de déterminer l'ensemble des efforts appliqués aux différentes liaisons des éléments constituant le système. Cette résolution n'est possible que si le signal de pression des gaz dans la chambre de combustion du moteur est préalablement déterminé. Nous devons souligner aussi que la connaissance des diagrammes de charge est nécessaire pour l'étude du comportement dynamique des paliers de tête de bielle, des paliers de pied de bielle, et des paliers principaux de vilebrequin.

Afin de valider notre modèle cinématique et dynamique de l'attelage mobile et de mettre en évidence l'influence des effets d'inertie dans le moteur, nous avons comparé les diagrammes de charge réels (effets d'inertie et d'explosion des gaz) d'un moteur monocylindre de Swoboda tournant à $N=3200 \text{ rpm}$ avec ceux déterminés en ignorant les effets d'explosion (pression des gaz nulle).

Les diagrammes de charge obtenus dans le cas d'un moteur multicylindre Peugeot pour deux vitesses de rotation $N=3000 \text{ \& } 6000 \text{ rpm}$ confirment l'importance des effets d'inertie qui ne doivent pas être négligés ou ignorés notamment pour les moteurs tournant à des vitesses de rotation élevées tels que les moteurs suralimentés munis de turbocompresseurs. Ces diagrammes servent comme des données pour l'analyse dynamique des différents paliers du système.

II.6 Référence

[1] Swoboda B., *Mécanique des moteurs alternatifs*, Technip, Paris, 1984.

Référence additive

[2] Bonneau D., Fatu A., Souchet D., *Internal combustion engine bearings*, ISTE Wiley, New York, 2014.

CHAPITRE III

Modélisation du comportement poro-élastique des revêtements de surface dans les paliers principaux de vilebrequin

III.1 Introduction

Les revêtements de surface sont utilisés dans les paliers hydrodynamiques comme une solution technologique pour réduire le frottement et l'usure pendant les phases de démarrage et d'arrêt des machines tournantes et alternatives ont un impact non négligeable sur le comportement dynamique de tels paliers lorsqu'ils fonctionnent en régime de lubrification hydrodynamique. Ces revêtements appelés aussi régules dont l'épaisseur est relativement mince sont constitués d'alliages antifriction caractérisés par de faibles valeurs du module d'élasticité d'Young. Ainsi, les déformations élastiques engendrées par les pressions hydrodynamiques développées dans le film lubrifiant sont importantes et peuvent être parfois de l'ordre de grandeur des épaisseurs minimales du film.

L'objectif de ce chapitre est de proposer un modèle analytique dit « Modèle Couche Élastique Mince » permettant de calculer plus rapidement et avec une précision suffisante comparable à celle des éléments finis (3D) les déformations radiales à l'interface fluide-revêtement dues aux pressions hydrodynamiques exercées par le fluide sur le revêtement de surface. Dans ce modèle, on assume que la couche élastique peut être schématisée comme une juxtaposition de ressorts disposés radialement. Ce modèle peut efficacement être intégré dans des processus itératifs de calcul élastohydrodynamique (EHD) ou poro-élastohydrodynamique (PEHD) des paliers de lignes de moteurs à combustion interne dynamiquement chargés.

Pour fournir une validation de ce modèle et définir ses limites d'application, on se propose de présenter dans ce chapitre la méthode des éléments finis des déplacements (Stiffness method) considérée comme une méthode puissante et rigoureuse pour l'analyse des problèmes de structure (3-D) dans les paliers hydrodynamiques cylindriques de longueur

finie munis de revêtements élastiques ou poroélastiques. La mise en œuvre de la MEF permettra de construire la matrice de compliance de la structure du palier qui pourra être directement utilisée pour le calcul des déformations élastiques dues aux pressions hydrodynamiques par l'application du principe de superposition en élasticité linéaire.

La MEF de type déplacement utilisée pour la résolution des problèmes d'élasticité linéaire est une technique numérique d'approximation nodale par sous-domaines des déplacements élastiques. Les inconnues notées $\{U_n\}$ sont des valeurs de ces déplacements en certains points ou nœuds appelées variables nodales ou degrés de liberté (DDL). La forme variationnelle ou intégrale faible de Galerkin W définie sur le milieu continu déformable (le revêtement de surface) est ainsi représentée par une forme variationnelle dite discrétisée notée \tilde{W} qui fait intervenir les inconnues nodales $\{U_n\}$. Cette technique transforme la forme variationnelle en un système d'équations algébriques que l'on peut résoudre par les méthodes directes ou itératives.

III.2. Formulation variationnelle

La forme variationnelle du problème élasto-statique linéaire (3-D) est construite à partir de l'application du principe des travaux virtuels (PTV). En l'absence des forces de volume, elle s'écrit [1] :

- Forme tensorielle :

$$\iiint_V \delta \varepsilon_{ij} \sigma_{ij} dV = \iint_{S_f} \delta u_i f_{S_i} dS \quad ; i, j = 1, 2, 3 \quad \text{(III-1a)}$$

où les tenseurs des contraintes σ_{ij} et les variations de déformations (déformations virtuelles) sont respectivement représentés en coordonnées cartésiennes par les matrices :

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \text{Sym.} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ & & \sigma_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \text{Sym.} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ & & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \text{ et } [\delta\varepsilon] = \begin{bmatrix} \delta\varepsilon_{11} & \delta\varepsilon_{12} & \delta\varepsilon_{13} \\ \text{Sym.} & \delta\varepsilon_{22} & \delta\varepsilon_{23} \\ & & \delta\varepsilon_{33} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \delta\varepsilon_{xx} & \delta\varepsilon_{xy} & \delta\varepsilon_{xz} \\ & \delta\varepsilon_{yy} & \delta\varepsilon_{yz} \\ \text{Sym.} & & \delta\varepsilon_{zz} \end{bmatrix}$$

δu_i et f_{S_i} étant respectivement les composantes des déplacements virtuels et des forces de surface dues à la pression hydrodynamique appliquées sur la partie de la surface S_f . Cette dernière représente l'interface fluide-revêtement Figure III.1.

- Notation matricielle :

$$W = \int_V \langle \delta \varepsilon \rangle [H] \{ \varepsilon \} dV - \int_{S_f} \langle \delta u \rangle \{ f_s \} dS = 0 \quad (III-1b)$$

$\forall \{ \delta u \}$ avec $\{ \delta u \} = \{ 0 \}$ et $\{ u \} = \{ 0 \}$ sur S_u

où l'état des contraintes en un point du revêtement élastique est représenté par le vecteur :

$$\langle \sigma \rangle = \{ \sigma \}^T = \langle \sigma_{xx} \quad \sigma_{yy} \quad \sigma_{zz} \quad \sigma_{xy} \quad \sigma_{yz} \quad \sigma_{zx} \rangle$$

De la même façon, l'état de déformations en un point du revêtement élastique linéaire est représenté par la matrice des composantes du tenseur des déformations de taille (3×3). Cette matrice est symétrique et comporte donc six termes indépendants. Cet état de déformation peut également être représenté par un vecteur à six composantes :

$$\langle \varepsilon \rangle = \{ \varepsilon \}^T = \langle \varepsilon_{xx} \quad \varepsilon_{yy} \quad \varepsilon_{zz} \quad \gamma_{xy} \quad \gamma_{yz} \quad \gamma_{zx} \rangle \quad \text{tel que } \gamma_{ij} = 2\varepsilon_{ij}.$$

La partie de la surface S_u représente l'interface revêtement-substrat rigide.

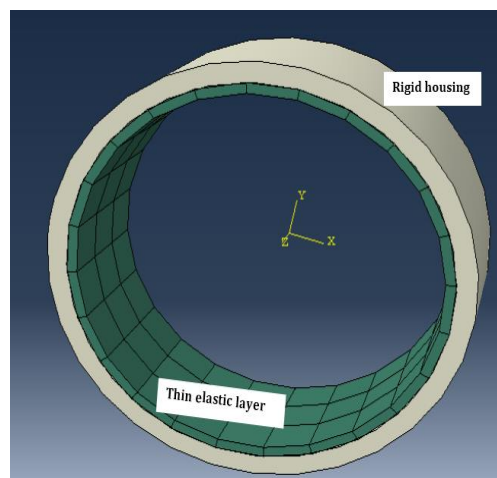


Fig. III. 1 : Schéma d'un coussinet muni d'un revêtement de surface élastique encastré dans un milieu rigide

$[H]$ est la matrice d'élasticité reliant $\{ \sigma \}$ et $\{ \varepsilon \}$ définie comme suit :

-Matériau élastique orthotrope :

Un matériau orthotrope possède deux plans orthogonaux de symétrie élastique. La matrice $[H]$ est alors définie en fonction de neuf caractéristiques mécaniques indépendantes. Dans les axes d'orthotropie, on a :

$$[H] = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & H_{22} & H_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & H_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & H_{44} & 0 & 0 \\ & & & & H_{55} & 0 \\ \text{Sym.} & & & & & H_{66} \end{bmatrix}$$

-Matériau élastique homogène et isotrope :

$$[H] = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ & & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ & & & \mu & 0 & 0 \\ & & & & \mu & 0 \\ \text{Sym.} & & & & & \mu \end{bmatrix}$$

où $\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$ et $\mu \equiv G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ sont les constantes de Lamé. E et ν étant respectivement le module d'élasticité longitudinal ou le module d'Young et le coefficient de Poisson du matériau. La constante μ est aussi appelée module de Coulomb ou module de cisaillement transversal.

Notons que l'équation intégrale (III-1a) a été dérivée à partir des équations d'équilibre (III-2) en appliquant le théorème de la divergence de Gauss-Ostrogradski :

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0 \text{ ou encore } \overrightarrow{\text{div}}(\bar{\sigma}) = \vec{0} \text{ dans le continuum } (V) \subset \mathbb{R}^3 \quad (\text{III-2})$$

où $\bar{\sigma} = \sigma_{ij} \vec{e}_i \otimes \vec{e}_j$ est le tenseur des contraintes d'ordre deux symétrique.

III.3. Approximations par éléments finis

Selon le principe de la MEF, le volume (V) est découpé en N_e éléments volumiques V^e comme il est illustré sur la figure (III-2) tels que :

$$V = \bigcup_{e=1}^{N_e} V^e ; W = \sum_{e=1}^{N_e} W^e = 0 \quad (\text{III-3})$$

où : W^e et W sont les formes variationnelles élémentaire et globale.

Chaque élément comprend n_e nœuds géométrique ou d'interpolation et le domaine discret, obtenu après maillage, contient n nœuds au total.

La géométrie de chaque élément V^e est représentée en utilisant les coordonnées paramétriques (ξ, η, ζ) par :

- En coordonnées cartésiennes

$$\begin{Bmatrix} x^e(\xi) \\ y^e(\xi) \\ z^e(\xi) \end{Bmatrix} \simeq \begin{Bmatrix} \tilde{x}^e(\xi) \\ \tilde{y}^e(\xi) \\ \tilde{z}^e(\xi) \end{Bmatrix} = [\bar{N}(\xi)] \begin{Bmatrix} x_1^e \\ y_1^e \\ z_1^e \\ \vdots \\ x_{n_e}^e \\ y_{n_e}^e \\ z_{n_e}^e \end{Bmatrix} \quad (\text{III-4a})$$

- En coordonnées cylindriques

$$\begin{Bmatrix} r^e(\xi) \\ \theta^e(\xi) \\ z^e(\xi) \end{Bmatrix} \simeq \begin{Bmatrix} \tilde{r}^e(\xi) \\ \tilde{\theta}^e(\xi) \\ \tilde{z}^e(\xi) \end{Bmatrix} = [\bar{N}(\xi)] \begin{Bmatrix} r_1^e \\ \theta_1^e \\ z_1^e \\ \vdots \\ r_{n_e}^e \\ \theta_{n_e}^e \\ z_{n_e}^e \end{Bmatrix} \quad (\text{III-4b})$$

où $\begin{Bmatrix} x^e \\ y^e \\ z^e \end{Bmatrix}$ ou $\begin{Bmatrix} r^e \\ \theta^e \\ z^e \end{Bmatrix}$ définit la position d'un point appartenant à l'élément (e) , $\xi = (\xi, \eta, \zeta)$

sont les coordonnées paramétriques ou locales de l'élément parent ou de référence V^r , et $[\bar{N}]$ est la matrice regroupant les fonctions de transformation géométrique ou fonctions de forme de l'élément parent exprimées en variables paramétriques (ξ, η, ζ) .

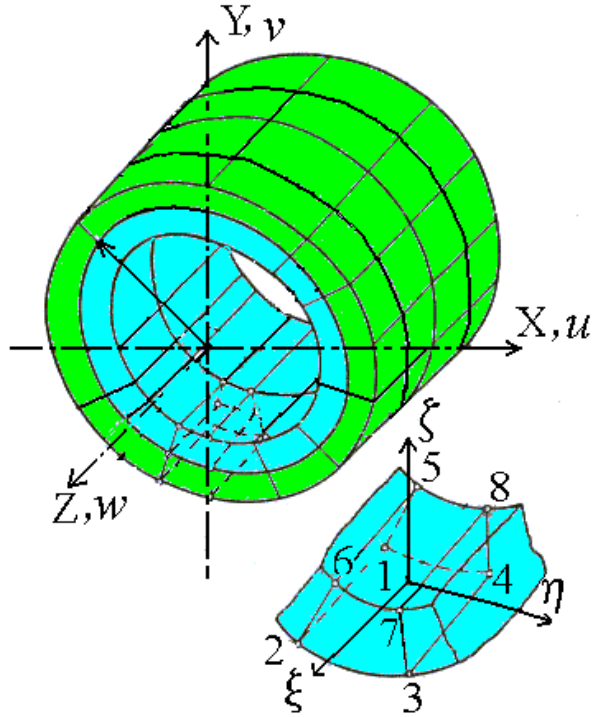


Fig. III. 2: Découpage de revêtement de surface élastique par éléments hexaédriques à huit nœuds.

Sur chaque élément, les déplacements réels $\{u^e\}$ et les variations des déplacements $\{\delta u^e\}$ en un point de l'élément sont représentés par les relations d'interpolation suivantes :

$$\{u^e(\xi)\} \approx \{\tilde{u}^e(\xi)\} = [N(\xi)]\{u_n^e\} ; \langle \delta u^e(\xi) \rangle \approx \langle \delta \tilde{u}^e(\xi) \rangle = \langle \delta u_n^e \rangle [N(\xi)]^T \quad (\text{III-5})$$

où : $\{u^e\} = \begin{pmatrix} u_x^e \\ u_y^e \\ u_z^e \end{pmatrix}$ et $\langle \delta u^e \rangle = \langle \delta u_x^e : \delta u_y^e : \delta u_z^e \rangle$ en coordonnées cartésiennes

$$\{u^e\} = \begin{pmatrix} u_r^e \\ u_\theta^e \\ u_z^e \end{pmatrix} \text{ et } \langle \delta u^e \rangle = \langle \delta u_r^e : \delta u_\theta^e : \delta u_z^e \rangle \text{ en coordonnées cylindriques.}$$

$[N]$ est cette-fois ci la matrice regroupant les fonctions d'interpolation exprimées en variables paramétriques. $\{u_n^e\}$ et $\langle \delta u_n^e \rangle$ sont des vecteurs regroupant les degrés de liberté et les variations des degrés de liberté de l'élément.

Dans le cas où les nœuds géométriques et les nœuds d'interpolation de l'élément sont confondus (élément isoparamétrique), nous avons alors :

$$[\bar{N}] \equiv [N] \tag{III-6}$$

L'approximation des déplacements $\{u^e\}$ et des variations des déplacements $\langle \delta u^e \rangle$ conduit à la discrétisation de la forme variationnelle élémentaire W^e . Soit :

$$W^e \approx \tilde{W}^e = \langle \delta u_n^e \rangle ([k_e] \{u_n^e\} - \{f_e\}) \tag{III-7}$$

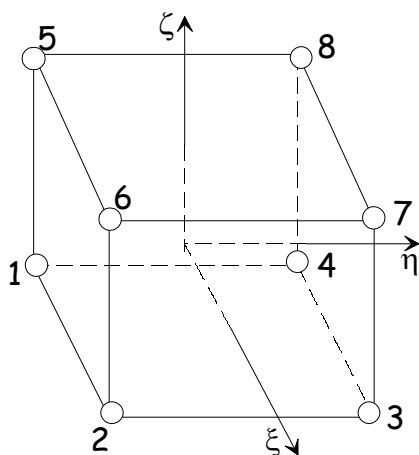
où $[k_e]$ et $\{f_e\}$ sont respectivement la matrice de rigidité élémentaire et le vecteur sollicitation élémentaire définis par :

III.3.1. Cas d'un problème tridimensionnel en coordonnées cartésiennes

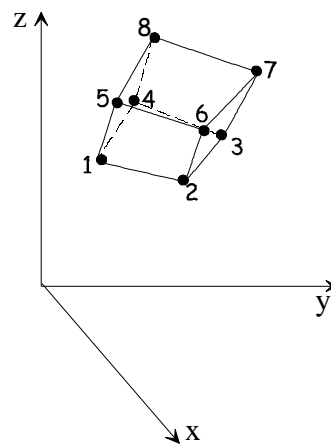
Pour ce type de problème, l'élément utilisé est l'élément hexaédrique tri-linéaire isoparamétrique à huit nœuds de classe ou continuité C^0 figure (III-3).

La base polynômiale de cet élément est : $\langle P(\xi, \eta, \zeta) \rangle = \langle 1 : \xi : \eta : \zeta : \xi\eta : \eta\zeta : \xi\zeta : \xi\eta\zeta \rangle$

Les expressions des fonctions d'interpolation et de leurs gradients sont données dans le **Tableau III.1.**



**Elément de référence
(espace de calcul)**



**Elément réel appartenant
à l'espace physique (revêtement)**

Fig. III . 3 : Élément hexaédrique à huit nœuds.

Tableau III. 1: Expressions des fonctions d'interpolation et de leurs gradients de l'élément hexaédrique à huit nœuds.

Nœud	$\frac{1}{c}\{N\}$	$\frac{1}{c}\{N_{,\xi}\}$	$\frac{1}{c}\{N_{,\eta}\}$	$\frac{1}{c}\{N_{,\zeta}\}$
1	$a_2 b_2 c_2$	$-b_2 c_2$	$-a_2 c_2$	$-a_2 b_2$
2	$a_1 b_2 c_2$	$b_2 c_2$	$-a_1 c_2$	$-a_1 b_2$
3	$a_1 b_1 c_2$	$b_1 c_2$	$a_1 c_2$	$-a_1 b_1$
4	$a_2 b_1 c_2$	$-b_1 c_2$	$a_2 c_2$	$-a_2 b_1$
5	$a_2 b_2 c_1$	$-b_2 c_1$	$-a_2 c_1$	$a_2 b_2$
6	$a_1 b_2 c_1$	$b_2 c_1$	$-a_1 c_1$	$a_1 b_2$
7	$a_1 b_1 c_1$	$b_1 c_1$	$a_1 c_1$	$a_1 b_1$
8	$a_2 b_1 c_1$	$-b_1 c_1$	$a_2 c_1$	$a_2 b_1$

avec

$$c = 1/8; a_1 = 1 + \xi; a_2 = 1 - \xi; b_1 = 1 + \eta; b_2 = 1 - \eta; c_1 = 1 + \zeta; c_2 = 1 - \zeta$$

Les matrices élémentaires s'expriment comme suit :

$$[k_e] = \iiint_{V_e} [B(x, y, z)]^T [H] [B(x, y, z)] dx dy dz$$

$$\{f_e\} = \iint_{S_f^e} [N]^T \begin{Bmatrix} f_{s_x} \\ f_{s_y} \\ f_{s_z} \end{Bmatrix} dS \quad (\text{III-8})$$

avec

$$[B(x, y, z)] = \begin{bmatrix} N_{1,x} & 0 & 0 & N_{2,x} & 0 & 0 & N_{3,x} & 0 & 0 & N_{4,x} & 0 & 0 \\ 0 & N_{1,y} & 0 & 0 & N_{2,y} & 0 & 0 & N_{3,y} & 0 & 0 & N_{4,y} & 0 \\ 0 & 0 & N_{1,z} & 0 & 0 & N_{2,z} & 0 & 0 & N_{3,z} & 0 & 0 & N_{4,z} \\ N_{1,y} & N_{1,x} & 0 & N_{2,y} & N_{2,x} & 0 & N_{3,y} & N_{3,x} & 0 & N_{4,y} & N_{4,x} & 0 \\ N_{1,x} & 0 & N_{1,z} & N_{2,x} & 0 & N_{2,z} & N_{3,x} & 0 & N_{3,z} & N_{4,x} & 0 & N_{4,z} \\ 0 & N_{1,y} & N_{1,z} & 0 & N_{2,y} & N_{2,z} & 0 & N_{3,y} & N_{3,z} & 0 & N_{4,y} & N_{4,z} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} N_{5,x} & 0 & 0 & N_{6,x} & 0 & 0 & N_{7,x} & 0 & 0 & N_{8,x} & 0 & 0 \\ 0 & N_{5,y} & 0 & 0 & N_{6,y} & 0 & 0 & N_{7,y} & 0 & 0 & N_{8,y} & 0 \\ 0 & 0 & N_{5,z} & 0 & 0 & N_{6,z} & 0 & 0 & N_{7,z} & 0 & 0 & N_{8,z} \\ N_{5,y} & N_{5,x} & 0 & N_{6,y} & N_{6,x} & 0 & N_{7,y} & N_{7,x} & 0 & N_{8,y} & N_{8,x} & 0 \\ N_{5,x} & 0 & N_{5,z} & N_{6,x} & 0 & N_{6,z} & N_{7,x} & 0 & N_{7,z} & N_{8,x} & 0 & N_{8,z} \\ 0 & N_{5,y} & N_{5,z} & 0 & N_{6,y} & N_{6,z} & 0 & N_{7,y} & N_{7,z} & 0 & N_{8,y} & N_{8,z} \end{bmatrix}$$

$$[N] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & N_3 & 0 & 0 & N_4 & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & N_3 & 0 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & N_3 & 0 & 0 & N_4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} N_5 & 0 & 0 & N_6 & 0 & 0 & N_7 & 0 & 0 & N_8 & 0 & 0 \\ 0 & N_5 & 0 & 0 & N_6 & 0 & 0 & N_7 & 0 & 0 & N_8 & 0 \\ 0 & 0 & N_5 & 0 & 0 & N_6 & 0 & 0 & N_7 & 0 & 0 & N_8 \end{bmatrix}$$

et
$$\begin{Bmatrix} f_{s_x} \\ f_{s_y} \\ f_{s_z} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p^e(\theta, z) \cos \theta^e \\ p^e(\theta, z) \sin \theta^e \\ 0 \end{Bmatrix}$$

p^e étant la pression exercée par le fluide sur l'interface fluide-revêtement et θ^e la coordonnée angulaire d'un point appartenant à la face de l'élément soumise à la pression (S_f^e).

Sur l'élément de référence V_r , les relations (III-8) prennent la forme suivante :

$$[k_e] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B(\xi)]^T [H] [B(\xi)] \det J(\xi) d\xi d\eta d\zeta$$

$$\{f_e\} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [N(\xi, \eta, \zeta = 1)]^T \begin{Bmatrix} p^e(\xi, \eta) \cos \theta^e(\xi, \eta) \\ p^e(\xi, \eta) \sin \theta^e(\xi, \eta) \\ 0 \end{Bmatrix} |J_S(\xi, \eta)| d\xi d\eta \quad (\text{III-9})$$

où $\det J$ est le déterminant de la matrice jacobienne de la transformation géométrique :

$$[J] = \begin{bmatrix} x_{,\xi} & y_{,\xi} & z_{,\xi} \\ x_{,\eta} & y_{,\eta} & z_{,\eta} \\ x_{,\zeta} & y_{,\zeta} & z_{,\zeta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle \bar{N}_{,\xi} \rangle \\ \langle \bar{N}_{,\eta} \rangle \\ \langle \bar{N}_{,\zeta} \rangle \end{bmatrix} [\{x_n\}\{y_n\}\{z_n\}]$$

Notons que la valeur du déterminant de la matrice jacobienne correspond au volume de l'élément réel (V^e) divisé par huit.

et $J_S = [(y_{,\xi}z_{,\eta} - z_{,\xi}y_{,\eta})^2 + (z_{,\xi}x_{,\eta} - x_{,\xi}z_{,\eta})^2 + (x_{,\xi}y_{,\eta} - y_{,\xi}x_{,\eta})^2]^{\frac{1}{2}}$

avec

$$\begin{aligned} \langle x_{,\xi} : y_{,\xi} : z_{,\xi} \rangle &= \langle \bar{N}_{,\xi} \rangle [\{x_n\} : \{y_n\} : \{z_n\}] \\ \langle x_{,\eta} : y_{,\eta} : z_{,\eta} \rangle &= \langle \bar{N}_{,\eta} \rangle [\{x_n\} : \{y_n\} : \{z_n\}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle \bar{N}_{,\xi}(\xi, \eta, \zeta = 1) \rangle &= \frac{1}{4} \langle 0 : 0 : 0 : 0 : -(1 - \eta) : (1 - \eta) : (1 + \eta) : -(1 + \eta) \rangle \\ \langle \bar{N}_{,\eta}(\xi, \eta, \zeta = 1) \rangle &= \frac{1}{4} \langle 0 : 0 : 0 : 0 : -(1 - \xi) : -(1 + \xi) : (1 + \xi) : (1 - \xi) \rangle \end{aligned}$$

Notons également que la valeur de J_S correspond au quart de l'aire de la face de l'élément réel S_f^e .

Pour transformer les opérateurs de dérivation ou de différentiation, nous utilisons la relation suivante :

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} j_{11} & j_{12} & j_{13} \\ j_{21} & j_{22} & j_{23} \\ j_{31} & j_{32} & j_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \\ \frac{\partial}{\partial \zeta} \end{pmatrix}$$

où $j_{\alpha\beta}$ sont les coefficients de la matrice jacobienne inverse $[j] = [J]^{-1}$.

Le vecteur sollicitation élémentaire peut aussi s'écrire sous la forme :

$$\{f_e\} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \begin{bmatrix} N_1(\xi, \eta, \zeta = 1) & 0 & 0 \\ 0 & N_1(\xi, \eta, \zeta = 1) & 0 \\ 0 & 0 & N_1(\xi, \eta, \zeta = 1) \\ N_2(\xi, \eta, \zeta = 1) & 0 & 0 \\ 0 & N_2(\xi, \eta, \zeta = 1) & 0 \\ 0 & 0 & N_2(\xi, \eta, \zeta = 1) \\ N_3(\xi, \eta, \zeta = 1) & 0 & 0 \\ 0 & N_3(\xi, \eta, \zeta = 1) & 0 \\ 0 & 0 & N_3(\xi, \eta, \zeta = 1) \\ N_4(\xi, \eta, \zeta = 1) & 0 & 0 \\ 0 & N_4(\xi, \eta, \zeta = 1) & 0 \\ 0 & 0 & N_4(\xi, \eta, \zeta = 1) \\ N_5(\xi, \eta, \zeta = 1) & 0 & 0 \\ 0 & N_5(\xi, \eta, \zeta = 1) & 0 \\ 0 & 0 & N_5(\xi, \eta, \zeta = 1) \\ N_6(\xi, \eta, \zeta = 1) & 0 & 0 \\ 0 & N_6(\xi, \eta, \zeta = 1) & 0 \\ 0 & 0 & N_6(\xi, \eta, \zeta = 1) \\ N_7(\xi, \eta, \zeta = 1) & 0 & 0 \\ 0 & N_7(\xi, \eta, \zeta = 1) & 0 \\ 0 & 0 & N_7(\xi, \eta, \zeta = 1) \\ N_8(\xi, \eta, \zeta = 1) & 0 & 0 \\ 0 & N_8(\xi, \eta, \zeta = 1) & 0 \\ 0 & 0 & N_8(\xi, \eta, \zeta = 1) \end{bmatrix} \begin{cases} p^e(\xi, \eta) \cos \theta^e(\xi, \eta) \\ p^e(\xi, \eta) \sin \theta^e(\xi, \eta) \\ 0 \end{cases} J_S(\xi, \eta) d\xi d\eta$$

avec

$$\langle N(\xi, \eta, \zeta = 1) \rangle = \frac{1}{4} (0 : 0 : 0 : 0 : (1 - \xi)(1 - \eta) : (1 + \xi)(1 - \eta) : (1 + \xi)(1 + \eta) : (1 - \xi)(1 + \eta))$$

$$p^e \approx \tilde{p}^e = \sum_{i=1}^{n_e} N_i(\xi, \eta, \zeta = 1) p_i^e = \langle N(\xi, \eta, \zeta = 1) \rangle \{p_n^e\}$$

$$\theta^e \approx \tilde{\theta}^e = \sum_{i=1}^{n_e} \bar{N}_i(\xi, \eta, \zeta = 1) \theta_i^e = \langle \bar{N}(\xi, \eta, \zeta = 1) \rangle \{\theta_n^e\}$$

III.3.2. Cas d'un problème tridimensionnel en coordonnées cylindriques

$$[k_e] = \iiint_{V_e} [B(r, \theta, z)]^T [H] [B(r, \theta, z)] r dr d\theta dz$$

$$\{f_e\} = \iint_{S_f^e} [N(\theta, z)]^T \begin{Bmatrix} f_{s_r} \\ f_{s_\theta} \\ f_{s_z} \end{Bmatrix} r d\theta dz = \iint_{S_f^e} [N(\theta, z)]^T \begin{Bmatrix} p^e \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} r d\theta dz \quad (\text{III-10})$$

avec

$$r^e(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{i=1}^8 \bar{N}_i(\xi, \eta, \zeta) r_i^e = \langle \bar{N}(\xi, \eta, \zeta) \{r_n^e\} \rangle$$

$$\theta^e(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{i=1}^8 \bar{N}_i(\xi, \eta, \zeta) \theta_i^e = \langle \bar{N}(\xi, \eta, \zeta) \{\theta_n^e\} \rangle$$

$$z^e(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{i=1}^8 \bar{N}_i(\xi, \eta, \zeta) z_i^e = \langle \bar{N}(\xi, \eta, \zeta) \{z_n^e\} \rangle$$

Les opérateurs de dérivation ou de différentiation se transforment comme suit (règle de différentiation en chaîne):

$$\frac{\partial(\dots)}{\partial r} = \frac{\partial(\dots)}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial r} + \frac{\partial(\dots)}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial r} + \frac{\partial(\dots)}{\partial \zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial r}$$

$$\frac{\partial(\dots)}{\partial \theta} = \frac{\partial(\dots)}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial \theta} + \frac{\partial(\dots)}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial \theta} + \frac{\partial(\dots)}{\partial \zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial \theta}$$

$$\frac{\partial(\dots)}{\partial z} = \frac{\partial(\dots)}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial z} + \frac{\partial(\dots)}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{\partial(\dots)}{\partial \zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial z}$$

ou encore :

$$\frac{\partial(\dots)}{\partial r} = j_{11} \frac{\partial(\dots)}{\partial \xi} + j_{12} \frac{\partial(\dots)}{\partial \eta} + j_{13} \frac{\partial(\dots)}{\partial \zeta}$$

$$\frac{\partial(\dots)}{\partial \theta} = j_{21} \frac{\partial(\dots)}{\partial \xi} + j_{22} \frac{\partial(\dots)}{\partial \eta} + j_{23} \frac{\partial(\dots)}{\partial \zeta}$$

$$\frac{\partial(\dots)}{\partial z} = j_{31} \frac{\partial(\dots)}{\partial \xi} + j_{32} \frac{\partial(\dots)}{\partial \eta} + j_{33} \frac{\partial(\dots)}{\partial \zeta}$$

$$J_s = [(\theta_{,\xi} z_{,\eta} - z_{,\xi} \theta_{,\eta})^2 + (z_{,\xi} r_{,\eta} - r_{,\xi} z_{,\eta})^2 + (r_{,\xi} \theta_{,\eta} - \theta_{,\xi} r_{,\eta})^2]^{\frac{1}{2}}$$

III.4. Evaluation des matrices élémentaires : Quadrature de Gauss-Legendre

Les coefficients des matrices élémentaires sont calculés par intégration sur la géométrie d'un élément. Lorsque les expressions à intégrer se présentent sous forme polynomiale, l'intégration peut alors être effectuée analytiquement. Dans le cas où la géométrie de l'élément réel est complexe (la matrice jacobienne est fonction de ξ, η, ζ) où lorsque les termes à intégrer ne se présentent plus sous forme polynomiale simple, on utilise des techniques d'intégration numérique telle que la quadrature de *Gauss-Legendre*.

Sur l'élément de référence, les matrices élémentaires se présentent sous la forme générale :

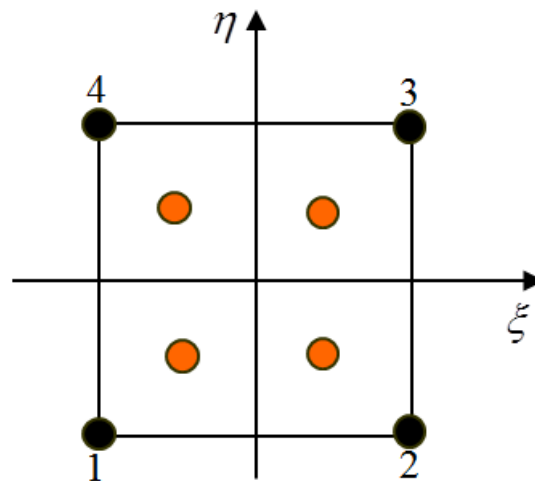
$$\begin{aligned} [k_e] &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B(\xi)]^T [H] [B(\xi)] \det J(\xi) d\xi = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [k_\xi] d\xi \\ \{f_e\} &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [N(\xi, \eta)]^T \{f_s(\xi, \eta)\} J_s(\xi, \eta) d\xi d\eta = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \{f_\xi\} d\xi d\eta \end{aligned} \quad (\text{III-12})$$

La formule d'intégration numérique de *Gauss* permet d'évaluer les matrices $[k_e]$ et $\{f_e\}$ sous la forme générale suivante :

$$\begin{aligned} [k_e] &= \sum_{i=1}^{r_1} \sum_{j=1}^{r_2} \sum_{k=1}^{r_3} W_i W_j W_k [k_\xi(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)] \\ \{f_e\} &= \sum_{i=1}^{r_1} \sum_{j=1}^{r_2} W_i W_j \{f_\xi(\xi_i, \eta_j)\} \end{aligned} \quad (\text{III-13})$$

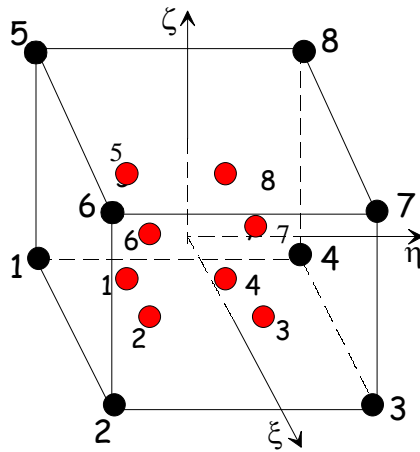
où : r_1, r_2, r_3 sont respectivement les nombres de points d'intégration dans les directions ξ, η, ζ . Le nombre total des points d'intégration est égale à $r_1 \times r_2 \times r_3$.

Les points d'intégration choisis pour l'évaluation de la matrice de rigidité élémentaire et du vecteur sollicitation élémentaire sont indiqués sur les figures (III-4) et (III-5) dans le cas de problèmes bidimensionnel et tridimensionnel.



- nœud géométrique & d'interpolation
- point d'intégration de *Gauss*

Fig. III. 4: Schéma à (2×2) points de Gauss pour le calcul de $\{f_e\}$



● nœud géométrique & d'interpolation ● point d'intégration de Gauss

Fig. III. 5: Schéma à $(2 \times 2 \times 2)$ points de Gauss pour le calcul de $[k_e]$

Les coordonnées des points d'intégration et leurs poids dans le cas d'une intégrale simple sont données dans le **Tableau III.2** :

Tableau III. 2: Valeurs des paramètres de la quadrature de Gauss à une dimension.

Nombre de points d'intégration de Gauss r	Abscisses ξ_i	Poids W_i	Degré max. des polynômes $(2r-1)$
1	0	2	1
2	$\pm \frac{1}{\sqrt{3}}$	1	3
3	$0, \pm \sqrt{\frac{3}{5}}$	$\frac{8}{9}, \frac{5}{9}$	5

III.5 Formulation globale

La technique d'assemblage permet de construire la forme intégrale globale du problème élastostatique:

$$\tilde{W} = \sum_{e \geq 1} \tilde{W}^e = 0 \quad (\text{III-14})$$

Soit :

$$\tilde{W} = \langle \delta U_n \rangle ([K] \{U_n\} - \{F\}) = 0 \quad \forall \langle \delta U_n \rangle \quad (\text{III-15})$$

avec

$$[K] = \mathbf{A} \begin{matrix} N_e \\ e=1 \end{matrix} \{k^e\}; \quad \{F\} = \mathbf{A} \begin{matrix} N_e \\ e=1 \end{matrix} \{f^e\}$$

A est l'opérateur d'assemblage ; $[K]$ est la matrice de rigidité globale ayant une structure de bande (singulière); $\{F\}$ est le vecteur sollicitation globale et $\{U_n\}$ est le vecteur regroupant tous les D.D.L. de la structure.

Après introduction des conditions aux limites sur les déplacements, le vecteur solution $\{U_n\}$ est obtenu par inversion du système d'équations algébriques linéaires suivant :

$$[K] \{U_n\} = \{F\} \quad \forall \langle \delta U_n \rangle \quad (\text{III-16})$$

La connaissance du vecteur déplacement global permet de calculer les déformations et les contraintes au centre de chaque élément en appliquant les relations déformations-déplacements et contraintes-déformations établies dans le cadre de la théorie d'élasticité linéaire (Hypothèse de Petites Perturbations). La procédure de calcul est la suivante :

pour chaque élément du maillage :

- extraire $\{u_n^e\}$ de $\{U_n\}$
- calculer les déformations et les contraintes au centre de l'élément.

L'application du principe de superposition de l'élasticité linéaire permet d'écrire :

$$u_{r_i} = \sum_{j \geq 1} \mathcal{L}_{ij} p_j \quad (\text{III.17})$$

où \mathcal{L}_{ij} sont les coefficients d'influence de la structure en (m/P_a) ou (m^3/N) déterminés pour une pression unitaire. Le coefficient d'influence \mathcal{L}_{ij} dont l'unité dans le système international est (m/Pa) correspond au déplacement radial du nœud i , u_{r_i} , dû à une pression unitaire appliquée en un nœud j ($p_j = 1 Pa$).

III.6 Model couche élastique mince : Expression du facteur de compliance \mathcal{L}

Il a été démontré [2,3] que si l'épaisseur relative du revêtement ou de la couche élastique; c'est-à-dire $\frac{t_l}{R} \ll 1$, les composantes axiale et circonférentielle des déformations sont négligeables par rapport à la composante radiale. Dans un tel cas, la déformation radiale en tout point $u_r(\theta, z)$ appartenant à l'interface fluide-revêtement peut être exprimée en terme de pression en ce point par la relation (III.18) :

$$u_r(\theta, z) = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{1-\nu} \frac{t_l}{E} p(\theta, z) \quad (\text{III.18})$$

Cette relation a été dérivée en supposant l'hypothèse de déformations planes [3].

D'après l'équation (III.18), le facteur de compliance est alors un scalaire défini par l'expression suivante :

$$\mathcal{L}_0 = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{1-\nu} \frac{t_l}{E} \quad (\text{III.19})$$

La matrice de compliance $[\mathcal{L}]$ ne contient que des coefficients non nuls dans la diagonale principale ; c'est-à-dire $\mathcal{L}_{ij} = \mathcal{L}_0 \delta_{ij}$ où δ_{ij} est le symbole de Kronecker ou le tenseur unité du second ordre $\bar{\mathbf{I}} = \delta_{ij} \vec{e}_i \otimes \vec{e}_j$. Soit :

$$u_{r_i} = \sum_{j \geq 1} \mathcal{L}_{ij} p_j = \sum_{j \geq 1} \mathcal{L}_0 \delta_{ij} p_j = \mathcal{L}_0 p_i \quad (\text{III.20})$$

où $u_{r_i} = u_r(r = R, \theta_i, z_i)$ et $p_i = p(\theta_i, z_i)$

Le facteur de compliance scalaire \mathcal{L}_0 est également défini comme le coefficient de déformation et peut être considéré comme une mesure de la flexibilité et de la compressibilité du milieu déformable puisqu'il implique le module d'Young E et le coefficient de Poisson ν .

Le modèle d'élasticité simplifié dérivé à partir de l'analyse élastique d'une coque cylindrique relativement mince de dimension finie et exprimé par l'équation (III.20) est appelé «Modèle Couche Élastique Mince» et désigné par l'acronyme MCEM ou TELM (Thin Elastic Liner Model). Il a été intégré avec succès par plusieurs auteurs [4-6] dans les simulations EHD de paliers lisses cylindriques monocouches. Par comparaison aux éléments finis, ce modèle peut être intégré directement dans l'équation géométrique du

film ce qui permet d'économiser de façon substantielle le temps de calcul et l'espace mémoire.

Cependant, ce modèle n'est qu'approximatif et on s'attend à ce qu'il soit moins précis lorsqu'il s'agit de revêtements épais constitués de matériaux incompressibles ou presque incompressibles pour lesquels le coefficient de Poisson ν dépasse 0,40 ; c'est le cas des polymères, des caoutchoucs, et des élastomères. Dans de tels cas, la MEF tridimensionnelle est plus appropriée pour générer la matrice de compliance $[\mathcal{L}]$ du revêtement élastique.

Pour confirmer la validité du MCEM, un code de calcul 3D séparé a été développé pour générer la matrice de compliance $[\mathcal{L}]$ pour une structure de forme cylindrique en se basant sur la formulation d'éléments finie (3D) en coordonnées cylindrique décrite précédemment.

Le revêtement de surface est constitué d'un matériau homogène et isotrope ayant le module d'élasticité d'Young du métal blanc à base de plomb ($E = 29GPa$) [7]. Deux valeurs du coefficient de Poisson, $\nu = 0.33$ & 0.45 , ont été sélectionnées afin d'étudier l'effet de la compressibilité du revêtement sur la précision du modèle élastique. Le nombre d'éléments hexaédriques à huit nœuds utilisés est le suivant : 2 éléments suivant l'épaisseur de la coque (direction radiale), 30 éléments dans la direction circonférentielle θ et 10 éléments dans la direction axiale du palier z .

Les coefficients de la matrice de rigidité des éléments ont été évalués à l'aide de la quadrature de Gauss-Legendre avec $(2 \times 2 \times 2)$ points d'intégration.

La comparaison entre les résultats EF (3-D) et les résultats obtenus à partir du MCEM pour un même champ de pression donné (figure III.6) confirme la précision du modèle proposé lorsque l'épaisseur de la coque t_l est très inférieure au rayon du palier R et lorsque le matériau de la coque est compressible ($\nu < 0,40$) tel qu'illustré à la figure III.7.

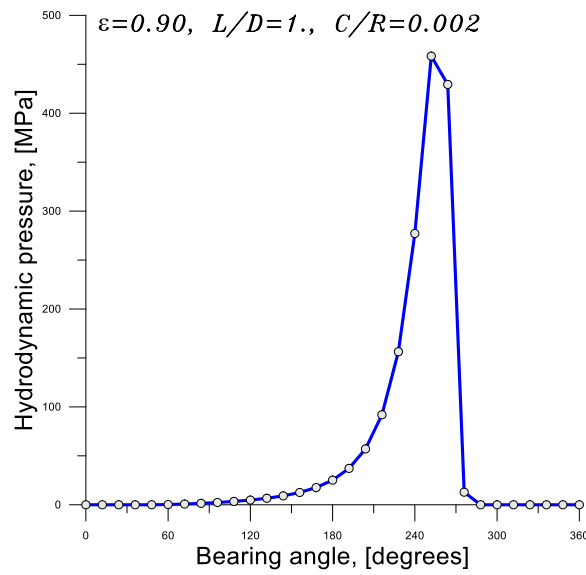


Fig. III. 6: Profil de pression hydrodynamique ou contrainte radiale ($-\sigma_{rr}$) calculé dans la section médiane du palier de dimension finie à l'interface fluide-revêtement.

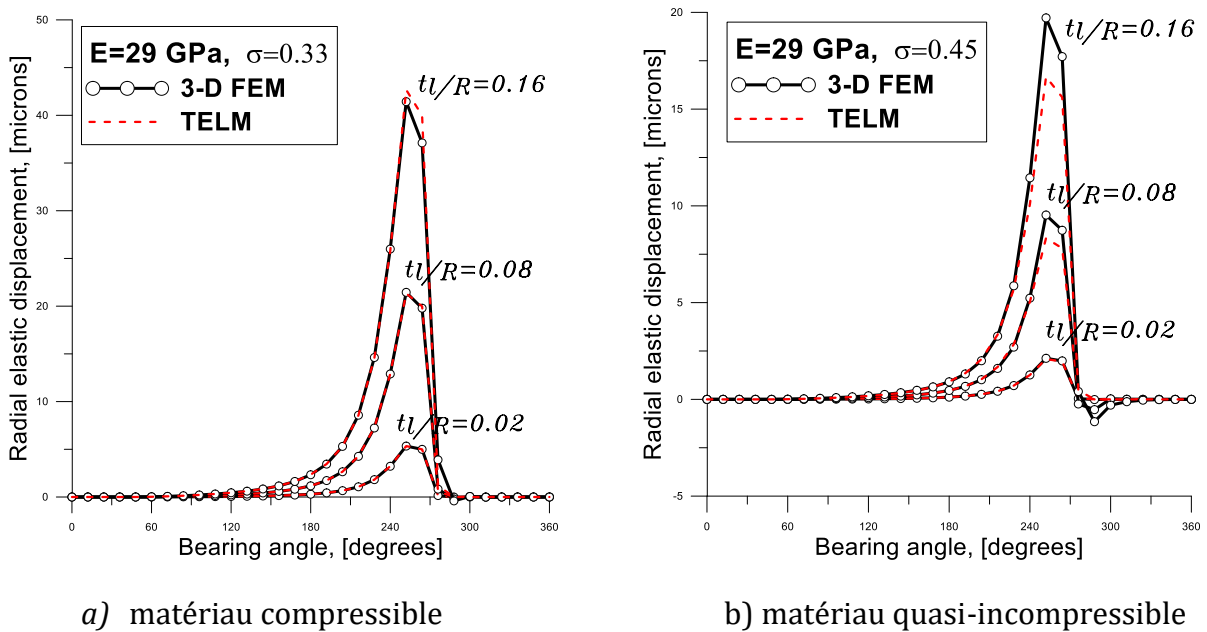


Fig. III. 7 : Comparaison du champ de déplacement radial calculé par le modèle simplifié MCEM à l'interface fluide-revêtement avec celui obtenu par éléments finis (3-D) pour différentes valeurs de l'épaisseur relative du revêtement

III.7. Caractérisation des revêtements poreux

Les paliers à coussinet poreux sont dits autolubrifiants car c'est le coussinet lui-même, qui, imbibé d'huile, joue le rôle de réservoir de lubrifiant. Ainsi, aucun système annexe n'est nécessaire pour alimenter le palier.

En régime hydrodynamique, un film d'huile sépare complètement l'arbre du coussinet. Comme dans tout palier fluide, l'arbre est excentré par rapport au coussinet sous l'effet de la charge appliquée, créant une géométrie convergente divergente ; la rotation de l'arbre entraîne une augmentation de la pression dans la partie convergente, et une diminution de celle-ci dans la partie divergente, jusqu'à une valeur limite dite pression de cavitation ou pression de vapeur saturante. On distingue dans le jeu entre l'arbre et le coussinet revêtu deux zones :

- la zone de film complet où la pression est supérieure à la pression de cavitation,
- la zone de cavitation où le film est rompu en un mélange d'huile et de gaz, et où la pression est uniformément égale à la pression de cavitation ou de vapeur saturante.

Comme illustré sur la [figure III.8](#), l'huile circule ou s'écoule circonférentiellement et axialement aussi bien dans le jeu du palier que dans le coussinet poreux dans le sens des pressions décroissantes ; c'est-à-dire de la zone de haute pression vers la zone de basse pression. Autrement dit, l'huile s'infiltré du film vers le coussinet dans la zone pressurisée (zone de pression élevée), et du coussinet vers le film dans la zone cavitée (zone de basse pression).

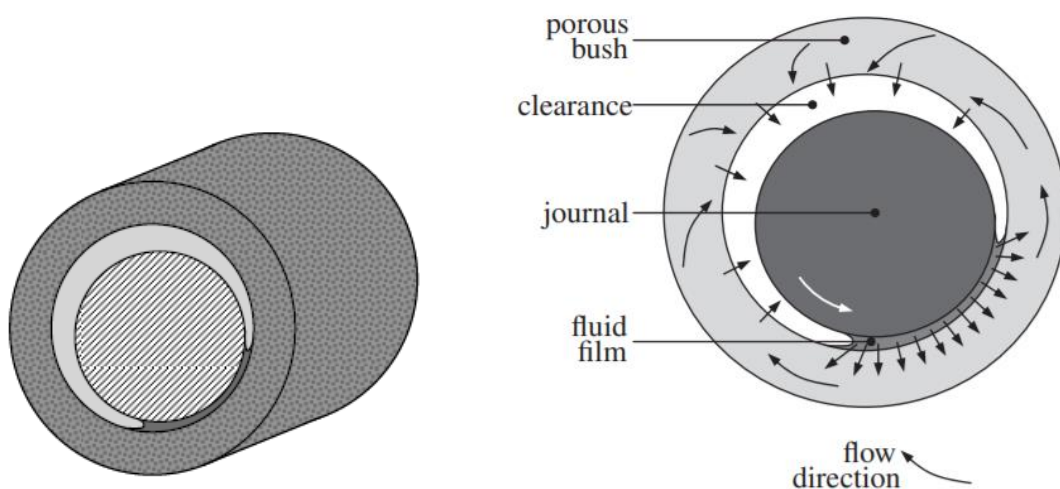


Fig. III. 8: Représentation schématique d'un palier à coussinet poreux et visualisation des lignes de courant de l'écoulement du lubrifiant dans la matrice poreuse

Les paliers à coussinet poreux s'imposent en effet chaque fois que les paliers lisses hydrodynamiques ne peuvent être utilisés par manque de place et d'accessibilité pour la lubrification périodique.

Le coussinet d'un palier poreux est réalisé par frittage (technologie des poudres), en alliages ferreux ou en bronze qui a la particularité d'être poreux.

Un milieu poreux est usuellement défini comme étant un milieu solide contenant des espaces vides, appelés aussi pores, répartis de façon ordonnée ou chaotique reliés entre eux par des canaux ou éventuellement isolés.

La matrice solide peut soit être rigide, soit être soumise à de petites déformations (poroélastique).

Un milieu poreux est caractérisé principalement par deux propriétés macroscopiques liées entre elles qui sont la porosité ε et la perméabilité k .

La porosité représente le pourcentage de vides qui peuvent être occupés par des fluides. Elle constitue un indice du volume relatif des vides dans le milieu poreux et est définie comme le rapport du volume des vides V_p au volume total du milieu poreux V_t :

$$\varepsilon = \frac{V_p}{V_t} \quad (\text{III.21})$$

Cette grandeur ne donne aucune information sur la distribution des pores. En effet, deux matériaux de même porosité peuvent avoir des propriétés physiques différentes. Un pore peut être connecté à d'autres pores interconnectés, comme il peut être isolé. Des mesures expérimentales montrent que la porosité varie de l'ordre de 0.02 à 0.98 suivant le type de matériau.

La perméabilité intrinsèque, notée k , est la capacité du milieu poreux à laisser passer le ou les fluides à l'intérieur des pores. Elle ne dépend que de la porosité et de la géométrie de la matrice solide. Elle est dimensionnellement homogène à une surface et son ordre de grandeur est donné par la section d'un pore individuel. La perméabilité est un paramètre physique qui caractérise la capacité du milieu poreux à conduire à travers lui un liquide sous un gradient de pression donné. L'équation dimensionnelle de la perméabilité est alors $[k] = L^2$ ou encore le Darcy tel que ($1 \text{ Darcy} = 0.987 \times 10^{-12} \text{ m}^2 \approx 1 \mu\text{m}^2$). Ainsi, le milieu est d'autant plus perméable que les pores sont connectés entre eux.

Il est possible d'évaluer la perméabilité k grâce à des géométries particulières du milieu, par l'intermédiaire de la porosité ε et d'une dimension caractéristique de la matrice solide à l'échelle du pore. La relation de Kozeny – Carmen [8] donne une estimation de la perméabilité k pour un milieu poreux, non consolidé, constitué d'éléments identiques de géométrie simple :

$$k = \frac{d_g^2 \varepsilon^3}{36 C_0 (1-\varepsilon)^2} \quad (\text{III.22})$$

où d_g désigne une dimension caractéristique des éléments constituant la matrice poreuse et C_0 la constante de Kozeny dépendant de la forme du volume des solides ($3.6 < C_0 < 5$).

III.8. Modèles d'écoulement en milieux poreux

Pour étudier les processus d'écoulement dans un milieu poreux, il existe différents modèles mathématiques qui utilisent des lois basiques de transfert de masse, d'énergie et de quantité de mouvement. Dans ce qui suit, on ne présentera que les modèles les plus utilisés :

III.8.1. Modèle de Darcy classique

La loi fondamentale de l'écoulement dans un milieu poreux a été établie expérimentalement par Darcy [9]. Elle s'écrit dans le cas d'un écoulement de fluide incompressible et pour un milieu homogène et isotrope sous la forme :

$$\vec{\nabla} p = -\frac{\mu}{k} \vec{v}^* \quad \text{ou encore} \quad \vec{v}^* = -\frac{k}{\mu} \vec{\nabla} p \quad (\text{III.23})$$

où \vec{v}^* est la vitesse de filtration, μ est la viscosité dynamique du fluide, k est la perméabilité du milieu poreux et p est la pression.

Le signe moins apparaissant dans la loi de Darcy (I.4) signifie que l'écoulement du fluide s'effectue dans le sens des pressions décroissantes. Il convient de noter que lorsque le milieu poreux est anisotrope, la loi de Darcy prend la forme suivante : $\vec{v}^* = -\frac{\bar{k}}{\mu} \vec{\nabla} p$ où $\bar{k} = k_{ij} \vec{e}_i \otimes \vec{e}_j$.

La loi de Darcy relie donc linéairement la vitesse de filtration et le gradient de pression interstitielle, elle découle de la linéarité des équations de Stokes. Cette relation de proportionnalité, valable pour tous les pores individuellement, se conserve si on fait une moyennisation de la vitesse et des gradients de pression sur un volume plus grand que la taille des pores.

Bien que la loi de Darcy soit largement utilisée, elle s'est avérée insuffisante. En effet, quand la vitesse de filtration augmente, on note une déviation des résultats expérimentaux par rapport à ceux obtenus par la loi de Darcy. Cette déviation est due aux effets combinés de l'inertie et de la viscosité. Ces deux effets opposent une résistance à l'écoulement du fluide. Pour tenir compte de tous ces effets, d'autres modèles ont été proposés et utilisés [10-11].

III.8.2. Modèle de Darcy – Brinkman

La loi précédente de Darcy montre que le champ de vitesse ne dépend que de la pression. Les conditions aux limites appliquées au milieu poreux portent sur la pression ou sur sa dérivée normale. Si le milieu poreux est limité par un milieu fluide en mouvement, ce dernier entraîne un écoulement dans le milieu poreux, c'est le résultat de la contrainte de cisaillement à l'interface des deux milieux. De même, lorsque le milieu poreux est partiellement limité par un milieu solide étanche, la condition adéquate est la condition d'adhérence du fluide à la paroi solide. Or, avec la loi de Darcy, il n'est pas possible d'appliquer des conditions sur la vitesse tangentielle ou sur sa dérivée.

En 1949, Brinkman [12] a étendu la loi de Darcy en introduisant un terme équivalent au terme de diffusion visqueuse dans la loi de Stokes :

$$\vec{\nabla} p = -\frac{\mu}{k} \vec{v}^* + \mu^* \vec{\nabla}^2 \vec{v}^* \quad (\text{III.24})$$

Cette équation vectorielle est connue sous le nom de la loi de Darcy – Brinkman. Le premier terme du membre droit de l'équation (1.5) est le terme de Darcy, et le second qui présente une analogie avec le terme de Laplace dans l'équation de Navier- Stokes est appelé terme de Brinkman. Bien que l'utilisation de la correction de Brinkman permette d'imposer la continuité des vitesses et des contraintes tangentielles à l'interface fluide - milieu poreux, elle fait cependant intervenir la viscosité effective μ^* du milieu poreux dont la détermination reste controversée [13-14]. La viscosité effective peut différer fortement de la viscosité μ du fluide. Valdes-Parada et al. [15] se sont intéressés à son évolution en fonction de la porosité ε . La correction de Brinkman est valide pour

des valeurs élevées de la porosité. Dans l'équation (III.24), la viscosité effective s'exprime comme le rapport de la viscosité dynamique du fluide à la porosité : $\mu^* = \frac{\mu}{\varepsilon}$.

III.8.3. Modèle de Darcy-Forchheimer

En dépit de sa large utilisation dans l'étude des écoulements dans les milieux poreux, le modèle de Darcy est mis en défaut lorsque le nombre de Reynolds de l'écoulement est très élevé. Dans ces conditions, les forces d'inertie deviennent prépondérantes et ne doivent pas être ignorées. Ce modèle a donc subi des modifications par certains auteurs dont le but est d'introduire un terme représentant l'inertie du fluide en écoulement. Parmi ces auteurs, Forchheimer a proposé le modèle suivant [10]:

$$\vec{\nabla} p^* = -\frac{\mu}{k} \vec{v}^* - \frac{\rho c_f |\vec{v}^*|}{\sqrt{k}} \vec{v}^* \quad (\text{III.25})$$

où c_f est le coefficient de traînée appelé parfois le coefficient de Forchheimer, qui n'est pas une constante universelle mais varie selon la nature du matériau poreux et la vitesse d'écoulement.

Le passage du modèle de Darcy au modèle de Darcy-Forchheimer se produit lorsqu'on arrive à un nombre de Reynolds modifié égal à 10, cette transition est caractérisée par l'apparition des premiers tourbillons dans l'écoulement.

III.8.4. Modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer

Afin d'obtenir une formulation universelle pour caractériser avec une précision suffisante les écoulements dans les milieux poreux, une autre correction a été faite en vue d'améliorer la loi décrivant les écoulements visqueux dans les milieux poreux. Cette correction, basée sur la fusion des trois modèles évoqués précédemment, a permis de dériver un modèle global et complet communément appelé loi de Darcy-Brinkman-Forchheimer. Ce modèle s'exprime par l'équation vectorielle non linéaire suivante :

$$\vec{\nabla} p^* = -\frac{\mu}{k} \vec{v}^* + \mu' \vec{\nabla}^2 \vec{v}^* - \frac{\rho c_f |\vec{v}^*|}{\sqrt{k}} \vec{v}^* \quad (\text{III.26})$$

Sous forme plus générale, l'équation (III.26) s'écrit lorsque les forces d'inertie sont prises en considération comme suit :

$$\frac{\rho}{\varepsilon} \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \overline{\text{grad}} \left(\frac{\vec{v}}{\varepsilon} \right) \right) = -\vec{\nabla} p^* - \frac{\mu}{k} \vec{v}^* + \frac{\mu}{\varepsilon} \vec{\nabla}^2 \vec{v}^* - \frac{\rho c_f |\vec{v}^*|}{\sqrt{k}} \vec{v}^* \quad (\text{III.27})$$

A notre connaissance et autant qu'on sache, cette équation vectorielle ne fut pas validée expérimentalement, d'autant plus d'après la littérature la justification de cette loi n'est pas suffisamment claire. Toutefois, elle représente une certaine analogie avec l'équation

vectorielle de Navier-Stokes et elle est très utilisée dans les simulations numériques des écoulements de fluides Newtoniens dans les milieux poreux (approches CFD).

III.9. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé et validé un modèle élastique simplifié devant être intégré dans des processus de calcul EHD ou PEHD dans les paliers principaux de vilebrequin de moteurs à combustion interne. Ce modèle permet d'éviter de construire la matrice de compliance de toute la structure du palier par l'emploi de la MEF (3-D) ce qui réduit substantiellement les efforts de calcul et l'usage des moyens de calcul plus performants aussi bien en termes de mémoires de stockage que de temps de calcul. Cependant, il a été montré que ce modèle pourrait être mis en défaut lorsque les revêtements de surface sont relativement épais et/ou lorsque le matériau constituant ces revêtements est incompressible (coefficient de Poisson $\nu \rightarrow \frac{1}{2}$). Ce modèle sera adopté dans l'analyse PEHD des paliers principaux de vilebrequin dynamiquement chargés munis de revêtements compressibles (Babbitts) constitués d'un métal blanc à base de plomb. D'autre part, le modèle d'écoulement en milieu poreux sera celui de Darcy mais sous forme modifiée en vue de prendre en considération la présence des nanoparticules dans le lubrifiant moteur. La loi de Darcy modifiée implique alors un coefficient de pénétration (percolation) noté β tel que $\beta = l^2/k$ dont la valeur s'échelonne entre 0 et 1. l étant le diamètre caractéristique de la nanoparticule ou de l'agrégation de nanoparticules.

III.10 Références

- [1] BATOZ, Jean-Louis et DHATT, Gouri. **Modélisation des structures par éléments finis: Solides élastiques**. Presses University Laval, 1990.
- [2] Lahmar Mustapha, **Elastohydrodynamic analysis of double-layered journal bearings lubricated with couple stress fluids**, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, Part J: Journal of Engineering Tribology, 219,2, 145-165, 2005.
- [3] Lahmar, Mustapha, **Modélisation du comportement élastohydrodynamique des revêtements de surface dans les paliers hydrodynamiques**, Nouvelle thèse de Doctorat de l'université de Poitiers, 1991.
- [4] Elsharkawy, Abdallah A. et Guedouar, Lotfi H. **Hydrodynamic lubrication of porous journal bearings using a modified Brinkman-extended Darcy model**. *Tribology International*, 2001, vol. 34, no 11, p. 767-777.

- [5] Elsharkawy, Abdallah A. et Guedouar, Lotfi H. **Direct and inverse solutions for elasto-hydrodynamic lubrication of finite porous journal bearings**. J. Trib., 2001, vol. 123, no 2, p. 276-282.
- [6] Kuznetsov, Evgeny et Glavatskih, Sergei. **Dynamic characteristics of compliant journal bearings considering thermal effects**. Tribology International, 2016, vol. 94, p. 288-305.
- [7] Hamrock, Bernard J., Schmidt, Steven R., et Jacobson, Bo O. **Fundamentals of fluid film lubrication**. CRC press, 2004.
- [8] P. C. Carman, **Fluid Flow through Granular Beds**, Transactions-Institution of Chemical Engineers, Vol. 15, pp. 150-166. (1937)
- [9] H. Darcy, **Les fontaines publiques de la ville de Dijon**, Victor Dalmont. (1856)
- [10] P. Forchheimer, **Wasserbewegung durch boden**, Z. Ver. Deutsch, Ing. , Vol. 45, pp. 1782-1788. (1901)
- [11] H. C. Brinkman, **A calculation of the viscous force exerted by a flowing fluid on a dense swarm of particles**, Flow, Turbulence and Combustion, Vol. 1, No. 1, pp. 27. (1949)
- [12] S. Liu and J. H. Masliyah, **Dispersion in porous media**, Handbook of porous media, CRC Press, pp. 81–140. (2005)
- [13] H. Liu, P. R. Patil, and U. Narusawa, **On Darcy-Brinkman equation: viscous flow between two parallel plates packed with regular square arrays of cylinders**, Entropy, Vol. 9, No. 3, pp. 118–131. (2007)
- [14] F. J. Valdes-Parada, J. A. Ochoa-Tapia and J. Alvarez-Ramirez, **On the effective viscosity for the Darcy-Brinkman equation**, Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, Vol. 385, No. 1, pp. 69–79. (2007)
- [15] T. S. Lundgren, **Slow flow through stationary random beds and suspensions of spheres**, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 51, No. 2, pp. 273–299. (1972)

Référence additive

Serguei (Siarhei) KUNIK, **Étude numérique et expérimentale du mécanisme de lubrification eX-Poro-HydroDynamique (XPHD)**, Thèse de Doctorat de l'université de Poitiers, 2018.

Chapitre IV

Théorie des paliers de vilebrequin mésalignés lubrifiés en régime poro-élastohydrodynamique par des nanofluides polaires

IV.1. Introduction

Les paliers poreux ou autolubrifiants ont fait l'objet de nombreux travaux de recherche tant théoriques qu'expérimentaux vu le nombre important de leurs applications dans les machines modernes. De nombreuses études ont utilisé le modèle classique de Darcy [1,2] décrit dans le chapitre précédent pour étudier l'écoulement de fluide visqueux linéaire dit aussi Newtonien dans le palier poreux. Le modèle de fluide utilisé ne prend pas en considération les effets des forces visqueuses du lubrifiant s'infiltrant à travers l'interface poreuse, qui sont à l'origine de la génération de couches limites. Beavers et Joseph [3] ont montré expérimentalement qu'un glissement de fluide peut survenir à l'interface film fluide-couche poreuse figure IV.1. Ils ont ainsi suggéré de remplacer l'effet de couche limite par des conditions de glissement appropriées. D'après la littérature technique, plusieurs auteurs ont appliqué de telles conditions pour étudier les paliers poreux indéformables lubrifiés par des fluides dont le comportement rhéologique est Newtonien [4-6].

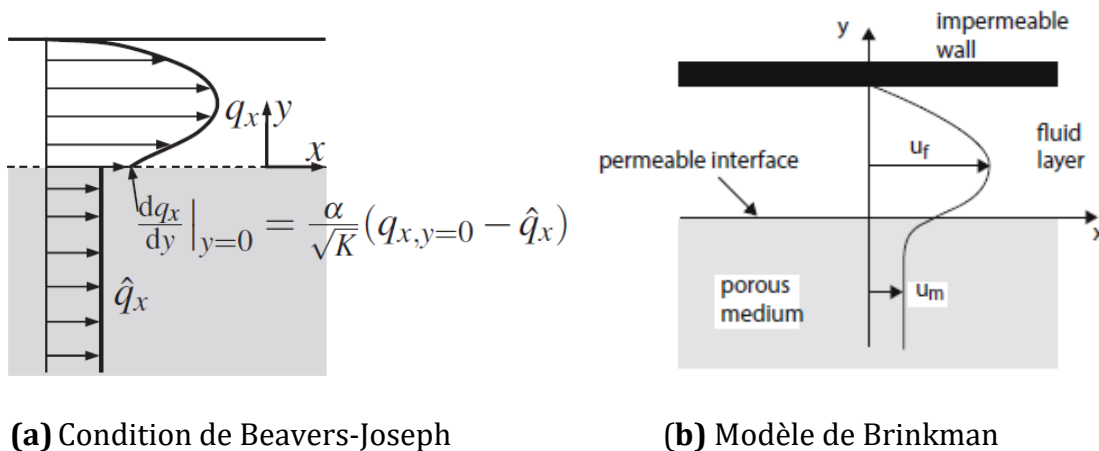


Fig. IV. 1: Profils de vitesse d'un écoulement unidirectionnel dans le film fluide et le milieu poreux saturé

IV.2. Géométrie du palier de ligne principal avec défaut de mésalignement

La **figure (IV.2)** représente les sections droites d'un palier lisse à coussinet poreux élastique et d'un palier lisse rigide ainsi que les détails géométriques relatifs au défaut de mésalignement. Le palier lisse est constitué de deux éléments communément appelés arbre et coussinet. L'arbre soumis à la charge dynamique W et le coussinet muni du revêtement poreux sont de forme cylindrique à sections circulaires et leurs surfaces sont supposées par hypothèse lisses. L'arbre ou le tourillon du vilebrequin de rayon R tourne autour de son axe avec une vitesse périphérique ou tangentielle $U = \omega R$ constante par rapport au coussinet poreux d'épaisseur t_l , de perméabilité k de module d'Young E , et de coefficient de Poisson ν . L'arbre et le coussinet poreux sont supposés être mésalignés, et séparés par un film fluide non Newtonien d'épaisseur h .

IV.3. Dérivation de l'équation de Reynolds modifiée non Newtonienne

IV.3.1 Equations de mouvement du nanofluide selon la théorie du micro-continuum de V. K. Stokes pour une écoulement en film mincefluide con

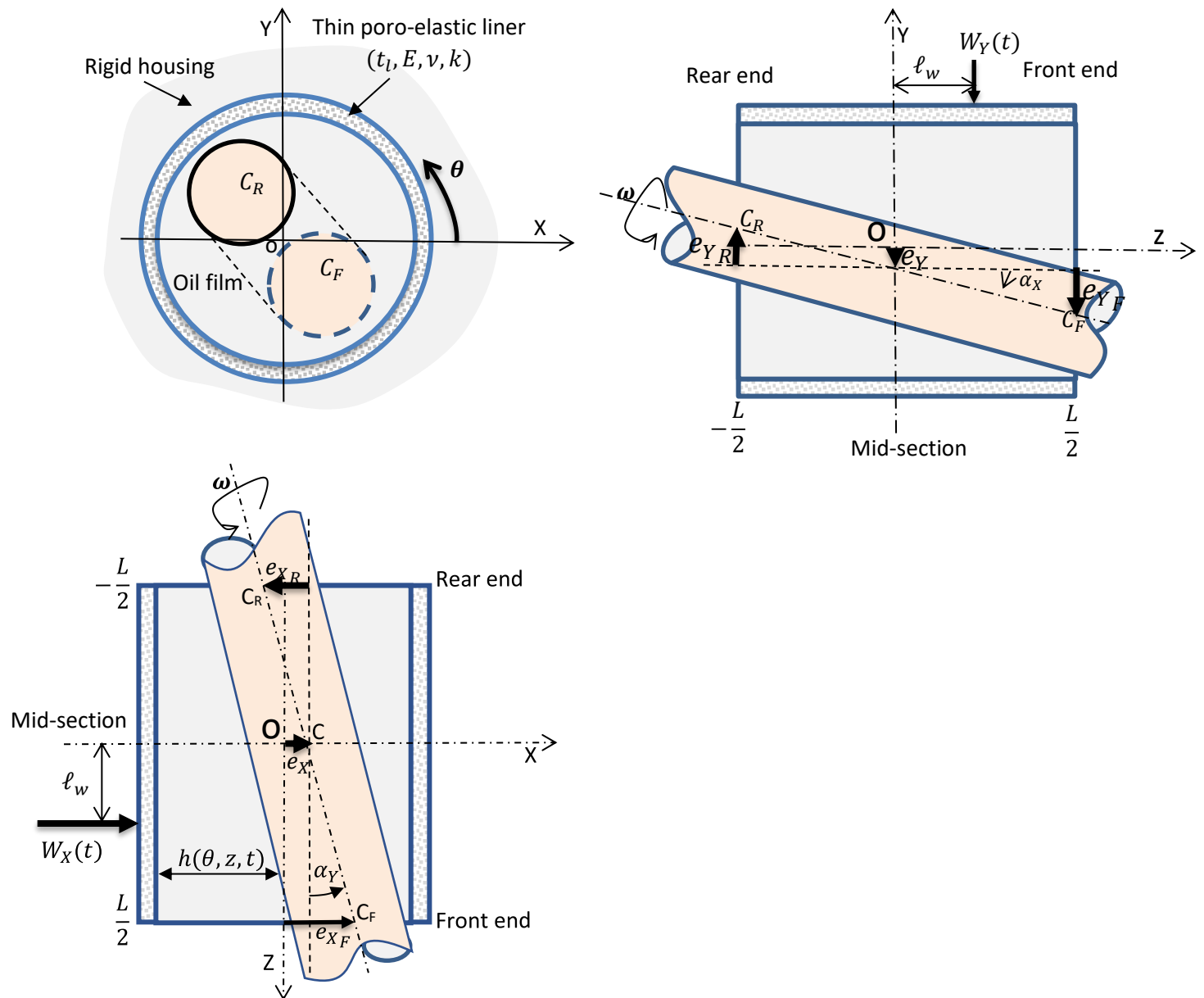


Fig. IV. 2: Configurations géométriques d'un palier principal mésaligné (5 DDL) dynamiquement chargé soumis à un torseur de force quelconque

Dans le premier chapitre, on a montré au travers une analyse dimensionnelle que dans le contexte de la mécanique des films minces visqueux, les équations de mouvement du nanolubrifiant s'écrivent :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \eta \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} \quad (\text{IV.1})$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \eta \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \quad (\text{IV.2})$$

ou encore :

$$\frac{1}{\mu} \frac{\partial p(x,z)}{\partial x} = \frac{\partial^2 u(x,y,z)}{\partial y^2} - l^2 \frac{\partial^4 u(x,y,z)}{\partial y^4} \quad (\text{IV.3})$$

$$\frac{1}{\mu} \frac{\partial p(x,z)}{\partial z} = \frac{\partial^2 w(x,y,z)}{\partial y^2} - l^2 \frac{\partial^4 w(x,y,z)}{\partial y^4} \quad (\text{IV.4})$$

où $l = \sqrt{\frac{\eta}{\mu}}$ est la taille caractéristique des nanoparticules (NPs) ou des agrégats de NPs.

L'intégration par rapport à y des 2 équations (IV.3) et (IV.4) permet d'obtenir les composantes du champ de vitesse de l'écoulement sous la forme suivante :

$$u(x, y, z) = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} y^2 + Ay + B + C \cosh\left(\frac{y}{l}\right) + D \sinh\left(\frac{y}{l}\right) \quad (\text{IV.5})$$

$$w(x, y, z) = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial z} y^2 + Ey + F + G \cosh\left(\frac{y}{l}\right) + H \sinh\left(\frac{y}{l}\right) \quad (\text{IV.6})$$

où A, B, C, D, E, F, G et H sont des constantes d'intégration.

Les dérivées premières et secondes de u et w sont :

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} y + A + \frac{C}{l} \sinh\left(\frac{y}{l}\right) + \frac{D}{l} \cosh\left(\frac{y}{l}\right)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{C}{l^2} \cosh\left(\frac{y}{l}\right) + \frac{D}{l^2} \sinh\left(\frac{y}{l}\right)$$

$$\frac{\partial w}{\partial y} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} y + E + \frac{G}{l} \sinh\left(\frac{y}{l}\right) + \frac{H}{l} \cosh\left(\frac{y}{l}\right)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{G}{l^2} \cosh\left(\frac{y}{l}\right) + \frac{H}{l^2} \sinh\left(\frac{y}{l}\right)$$

Les constantes d'intégration sont déterminées à partir des conditions limites suivantes :

- Sur la surface de l'arbre d'équation $y=h$

$$u(x, h, z) = U(x, z) = \omega R \quad (\text{IV.7-a})$$

$$v(x, h, z) = \frac{dh}{dt} = \frac{\partial h}{\partial t} + U \frac{\partial h}{\partial x} + W \frac{\partial h}{\partial z} \quad (\text{IV.7-b})$$

$$w(x, h, z) = W = 0 \quad (\text{IV.7-c})$$

$$\left. \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right|_{x,y=h,z} = 0 \quad (\text{IV.7-d})$$

$$\left. \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right|_{x,y=h,z} = 0 \quad (\text{IV.7-e})$$

Les conditions (IV.7-d) et (IV.7-e) traduisent la nullité des couples de contraintes à la surface de l'arbre ; c'est-à-dire : $-2\eta \left. \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right|_{x,y=h,z} = -2\eta \left. \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right|_{x,y=h,z} = 0$.

Les conditions (IV.7-a) et (IV.7-c) sont appelées conditions de non glissement (no slip conditions). Elles indiquent l'égalité, à la surface de l'arbre, entre la vitesse des particules de fluide et la vitesse linéaire de l'arbre.

- A l'interface film fluide-coussinet poreux d'équation $y=0$

$$u(x, 0, z) = U_b(x, z) \quad (\text{IV.8-a})$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{x,y=0,z} = \frac{\alpha_b}{\sqrt{k}} (U_b - u^*) \quad (\text{IV.8-b})$$

$$v(x, 0, z) = v^*(x, z) \quad (\text{IV.8-c})$$

$$w(x, 0, z) = W_b(x, z) \quad (\text{IV.8-d})$$

$$\left. \frac{\partial w}{\partial y} \right|_{x,y=0,z} = \frac{\alpha_b}{\sqrt{k}} (W_b - w^*) \quad (\text{IV.8-e})$$

$$\left. \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right|_{x,y=0,z} = 0 \quad (\text{IV.8-f})$$

$$\left. \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right|_{x,y=0,z} = 0 \quad (\text{IV.8-g})$$

où U_b et W_b sont respectivement les vitesses de glissement de Beavers-Joseph à l'interface film fluide-coussinet poreux suivant les directions x et z .

α_b est le coefficient de glissement de Beavers adimensionnel et k est la perméabilité du matériau constituant la couche poreuse en (m^2) supposé isotrope.

Les conditions (IV.8-f) et (IV.8-g) traduisent la nullité des couples de contraintes à l'interface due à l'absence de rotation des particules au niveau de la paroi solide ; c'est-à-dire : $-2\eta \left. \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right|_{x,y=0,z} = -2\eta \left. \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right|_{x,y=0,z} = 0$. Les équations (IV.8-a), (IV.8-b), (IV.8-d), et

(IV.8-e) représentent les conditions de glissement de Beavers-Joseph et l'équation (IV.8-c) traduit la condition de continuité de la vitesse suivant la normale à l'interface film fluide-couche poreuse. u^* , v^* , w^* sont respectivement les composantes du vecteur vitesse des particules fluides suivant les directions x , y , et z au niveau de l'interface. Ces vitesses sont calculées par la loi de Darcy modifiée suivante :

$$u^* = -\frac{k}{\mu(1-\beta)} \frac{\partial p^*}{\partial x} \quad (\text{IV.9-a})$$

$$v^* = -\frac{k}{\mu(1-\beta)} \frac{\partial p^*}{\partial y} \quad (\text{IV.9-b})$$

$$w^* = -\frac{k}{\mu(1-\beta)} \frac{\partial p^*}{\partial z} \quad (\text{IV.9-c})$$

ou encore sous forme plus condensée : $\vec{v}^* = -\frac{k}{\mu(1-\beta)} \vec{\nabla} p^*$

où $\beta = \frac{l^2}{k}$ est le paramètre de percolation (ou de pénétration) des particules dans la matrice poreuse et p^* est la pression dans le milieu poreux calculée à partir de la résolution de l'équation de Laplace (IV.10) :

$$\vec{\nabla}^2 p(x, y, z) = \frac{\partial^2 p^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p^*}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p^*}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{IV.10})$$

tels que : $0 \leq x \leq 2\pi R$; $-H \leq y \leq 0$; $-\frac{L}{2} \leq z \leq \frac{L}{2}$.

L'équation (IV.10) traduit la loi de conservation de la masse dans le milieu poreux (IV.11) ; c'est-à-dire :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v}^* = 0 \quad (\text{IV.11})$$

où $\vec{v}^* = u^* \vec{e}_x + v^* \vec{e}_y + w^* \vec{e}_z$ est le champ de vitesse de l'écoulement dans la matrice poreuse. Il convient de noter que le signe (-) apparaissant dans les équations (IV.9) provient du fait que l'écoulement du fluide dans le milieu poreux s'effectue dans le sens des pressions décroissantes. Il est à noter également que l'usage des coordonnées cartésiennes peut être justifié par la condition $t_l/R \ll 1$ où t_l/R est l'épaisseur relative de la couche ou du revêtement de surface poro-élastique. Dans le cas où cette condition n'est pas satisfaite, l'écriture de l'équation de Laplace en coordonnées cylindriques est alors nécessaire. Dans ce cas, les équations (IV.9) et (IV.10) prennent la forme suivante :

$$v_r^* = -\frac{k}{\mu(1-\beta)} \frac{\partial p^*}{\partial r} \quad (\text{IV.12-a})$$

$$v_\theta^* = -\frac{k}{\mu(1-\beta)} \frac{\partial p^*}{r \partial \theta} \quad (\text{IV.12-b})$$

$$v_z^* = -\frac{k}{\mu(1-\beta)} \frac{\partial p^*}{\partial z} \quad (\text{IV.12-c})$$

L'injection des composantes v_r^* , v_θ^* , et v_z^* dans l'équation de conservation de la masse (IV.11) écrite en coordonnées cylindriques conduit à l'équation de Laplace (IV.13) :

$$\frac{\partial^2 p^*}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p^*}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p^*}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 p^*}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{IV.13})$$

Les conditions limites liées à l'équation de Laplace (IV.10) sont :

- Dans la section médiane du palier supposé aligné ($z=0$), la pression est maximale (symétrie axiale du profil de pression) :

$$\left. \frac{\partial p^*}{\partial z} \right|_{x,y,z=0} = 0 \quad (\text{IV.14-a})$$

- Sur les bords (extrémités) du palier poreux ($z = \pm L/2$), la pression du fluide dans la matrice poreuse est prise égale à la pression atmosphérique :

$$p^*|_{x,y,z=L/2} = 0 \quad (\text{IV.14-b})$$

- Dans le cas particulier où les bords du coussinet sont étanches, la condition (IV.14-b) sera remplacée par la condition suivante :

$$\left. \frac{\partial p^*}{\partial z} \right|_{x,y,z=\pm L/2} = 0 \quad (\text{IV.14-c})$$

- Condition de périodicité de la pression :

$$p^*(\theta = 0, y, z) = p^*(\theta = 2\pi, y, z) \quad (\text{IV.14-d})$$

tel que $\theta = \frac{x}{R}$ est la coordonnée circonférentielle du palier ($0 \leq \theta \leq 2\pi$).

- Sur la surface extérieure du revêtement poreux, $y=-t_l$, la condition d'imperméabilité s'écrit :

$$\left. \frac{\partial p^*}{\partial y} \right|_{x,y=-t_l,z} = 0 \quad (\text{IV.14-e})$$

- A l'interface film fluide-couche poreuse, $y=0$, la condition de continuité de la pression est appliquée :

$$p^*|_{x,y=0,z} = p|_{x,z} \quad (\text{IV.14-f})$$

Compte tenu des conditions limites appropriées (IV.7-a), (IV.7-d), (IV.8-a) et (IV.8-f), on peut écrire :

$$U = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} h^2 + Ah + B + C \cosh\left(\frac{h}{l}\right) + D \sinh\left(\frac{h}{l}\right)$$

$$0 = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{C}{l^2} \cosh\left(\frac{h}{l}\right) + \frac{D}{l^2} \sinh\left(\frac{h}{l}\right)$$

$$U_b = B + C$$

$$0 = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{C}{l^2}$$

L'inversion de ce système permet de déterminer les quatre constantes d'intégration A, B, C, et D. Soit par conséquent :

$$u(x, y, z) = \frac{U}{h} y + U_b(x, z) \left(1 - \frac{y}{h}\right) + \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \left\{ y(y-h) + 2l^2 \left[1 - \frac{\cosh\left(\frac{h-2y}{2l}\right)}{\cosh\left(\frac{h}{2l}\right)} \right] \right\} \quad (\text{IV.15})$$

Les termes apparaissant dans le second membre de l'équation (IV.15) correspondent respectivement aux effets de cisaillement de Couette, de glissement de la particule fluide à l'interface, et de Hagen-Poiseuille (effet de pression).

La prise en considération des conditions limites (7-c), (7-e), (8-d), et (8-g) permet de trouver les constantes d'intégration E, F, G, et H, et par conséquent l'expression de la composante de la vitesse suivant z :

$$w(x, y, z) = \left(1 - \frac{y}{h}\right) W_b(x, z) + \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \left\{ y(y-h) + 2l^2 \left[1 - \frac{\cosh\left(\frac{h-2y}{2l}\right)}{\cosh\left(\frac{h}{2l}\right)} \right] \right\} \quad (\text{IV.16})$$

Dans le cas Newtonien ($l = 0$), les équations (IV.15) et (IV.16) se réduisent à :

$$u(x, y, z) = \frac{U}{h} y + U_b(x, z) \left(1 - \frac{y}{h}\right) + \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} y(y-h)$$

$$w(x, y, z) = \left(1 - \frac{y}{h}\right) W_b(x, z) + \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial z} y(y-h)$$

Les vitesses de glissement de Beavers-Joseph U_b et W_b sont obtenues en insérant les expressions analytiques de u et w (Eq. IV.15) et (Eq. IV.16) respectivement dans les équations (IV.8-b) et (IV.8-e).

La dérivation des équations (IV.15) et (IV.16) par rapport à y donne :

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{U-U_b}{h} + \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \left\{ 2y - h + 2l \frac{\sinh\left(\frac{h-2y}{2l}\right)}{\cosh\left(\frac{h}{2l}\right)} \right\} \quad (\text{IV.17-a})$$

$$\frac{\partial w}{\partial y} = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \left\{ 2y - h + 2l \frac{\sinh\left(\frac{h-2y}{2l}\right)}{\cosh\left(\frac{h}{2l}\right)} \right\} \quad (\text{IV.17-b})$$

Soit:

$$\left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{x,y=0,z} = \frac{U-U_b}{h} + \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \left\{ -h + 2l \tanh\left(\frac{h}{2l}\right) \right\}$$

$$\left. \frac{\partial w}{\partial y} \right|_{x,y=0,z} = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \left\{ -h + 2l \tanh\left(\frac{h}{2l}\right) \right\}$$

Compte tenu des équations (IV.8-b) et (IV.8-e), on trouve :

$$U_b(x, z) = \frac{1}{\alpha_b \sigma + 1} \left\{ U + \alpha_b \sigma u^*(x, 0, z) + \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \left[-h^2 + 2hl \tanh\left(\frac{h}{2l}\right) \right] \right\} \quad (\text{IV.18-a})$$

$$W_b(x, z) = \frac{1}{\alpha_b \sigma + 1} \left\{ \alpha_b \sigma w^*(x, 0, z) + \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \left[-h^2 + 2hl \tanh\left(\frac{h}{2l}\right) \right] \right\} \quad (\text{IV.18-b})$$

où $\sigma = \frac{h}{\sqrt{k}}$, $u^*(x, 0, z) = -\frac{k}{\mu(1-\beta)} \frac{\partial p}{\partial x}$, $w^*(x, 0, z) = -\frac{k}{\mu(1-\beta)} \frac{\partial p}{\partial z}$, et

$$\xi_0 = \frac{1}{\alpha_b \sigma + 1} = \frac{\sqrt{k}/\alpha_b}{h + \sqrt{k}/\alpha_b} \quad (\text{IV.19})$$

On peut montrer que les vitesses u et w de l'écoulement peuvent également s'exprimer sous la forme suivante :

$$u(x, y, z) = \frac{U}{h} [y(1 - \xi_0) + h\xi_0] + \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \left\{ (y - h) \left[y + \frac{h}{3} \xi_1 - 2l\xi_0 \tanh\left(\frac{h}{2l}\right) \right] + 2l^2 \left[1 - \frac{\cosh\left(\frac{2y-h}{2l}\right)}{\cosh\left(\frac{h}{2l}\right)} \right] \right\} \quad (\text{IV.20})$$

et

$$w(x, y, z) = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \left\{ (y - h) \left[y + \frac{h}{3} \xi_1 - 2l\xi_0 \tanh\left(\frac{h}{2l}\right) \right] + 2l^2 \left[1 - \frac{\cosh\left(\frac{2y-h}{2l}\right)}{\cosh\left(\frac{h}{2l}\right)} \right] \right\} \quad (\text{IV.21})$$

où

$$\xi_1 = \frac{3\left(\frac{2k}{1-\beta} + h\frac{\sqrt{k}}{\alpha_b}\right)}{h\left(\frac{\sqrt{k}}{\alpha_b} + h\right)} \quad (\text{IV.22})$$

Substituons les expressions analytiques de $u(x, y, z)$ et $w(x, y, z)$ (Eqs (IV.20) et (IV.21)) dans l'équation de continuité $\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0\right)$ puis intégrons cette dernière au travers l'épaisseur du film en utilisant la formule d'intégration de Leibnitz pour prendre en considération la variation de la borne supérieure de l'intégrale rappelée ci-dessous :

$$\int_0^{h(x,z,t)} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) dy = 0 \quad (\text{IV.23-a})$$

ou encore

$$\int_0^h \frac{\partial u}{\partial x} dy + \int_0^h \frac{\partial w}{\partial z} dy + v(x, h, z) - v(x, 0, z) = 0 \quad (\text{IV.23-b})$$

$$\text{avec } v(x, h, z) = \frac{dh}{dt} = \frac{\partial h}{\partial t} + U \frac{\partial h}{\partial x} + W \frac{\partial h}{\partial z} \quad \text{et} \quad v(x, 0, z) = v^*(x, z)$$

Le calcul de la 1^{ère} et de la 2^{ème} intégrales s'effectue à l'aide de la formule de Leibnitz suivante :

$$\int_{h_1(x,z,t)}^{h_2(x,z,t)} \frac{\partial F(x,y,z,t)}{\partial x} dy = \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_{h_1}^{h_2} F dy \right) - F(x, h_2, z, t) \frac{\partial h_2}{\partial x} + F(x, h_1, z, t) \frac{\partial h_1}{\partial x}$$

et

$$\int_{h_1}^{h_2} \frac{\partial F}{\partial z} dy = \frac{\partial}{\partial z} \left(\int_{h_1}^{h_2} F dy \right) - F(x, h_2, z, t) \frac{\partial h_2}{\partial z} + F(x, h_1, z, t) \frac{\partial h_1}{\partial z}$$

Soit :

$$\int_0^h \frac{\partial u}{\partial x} dy = \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_0^h u dy \right) - u(x, h, z) \frac{\partial h}{\partial x} \quad \text{avec} \quad \int_0^h u dy = Q_x(x, z) \quad \text{et} \quad u(x, h, z) = U(x, z)$$

$$\text{et} \quad \int_0^h \frac{\partial w}{\partial z} dy = \frac{\partial}{\partial z} \left(\int_0^h w dy \right) - w(x, h, z) \frac{\partial h}{\partial z} \quad \text{avec} \quad \int_0^h w dy = Q_z(x, z) \quad \text{et} \quad w(x, h, z) = W = 0$$

Tous calculs faits, on trouve les expressions des débits volumiques par unité de longueur suivantes :

$$Q_x(x, z) = \frac{Uh}{2}(1 + \xi_0) - \frac{f(h, l, k)}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (\text{IV.24-a})$$

$$Q_z(x, z) = -\frac{f(h, l, k)}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (\text{IV.24-b})$$

$$\text{où } f(h, l, k) = h^3(1 + \xi_1) - 6h^2 l \xi_0 \tanh\left(\frac{h}{2l}\right) - 12l^2 \left[h - 2l \tanh\left(\frac{h}{2l}\right)\right]$$

Par conséquent, l'équation (IV.23-a) ou (IV.23-b) devient :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{f(h, l, k)}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{f(h, l, k)}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right] = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{Uh}{2}(1 + \xi_0) \right] - v^* + \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{IV.25-a})$$

$$\text{avec } v^* = -\frac{k}{\mu(1-\beta)} \frac{\partial p^*}{\partial y} \Big|_{x, y=0, z} \quad \text{et} \quad \beta = \frac{l^2}{k} < 1$$

ou encore :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[f(h, l, k) \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[f(h, l, k) \frac{\partial p}{\partial z} \right] = 6\mu U \frac{\partial}{\partial x} [h(1 + \xi_0)] + 12 \frac{k}{1-\beta} \frac{\partial p^*}{\partial y} \Big|_{x, y=0, z} + 12\mu \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{IV.25-b})$$

L'utilisation de l'approximation de Morgan-Cameron [18] pour une couche poreuse très mince ($\frac{t_l}{R} \ll 1$) permet d'exprimer $\frac{\partial p^*}{\partial y}$ à l'interface film fluide-couche poreuse ($y=0$) comme suit :

$$\frac{\partial p^*}{\partial y} \Big|_{x, y=0, z} = -t_l \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) \quad (\text{IV.26})$$

Compte tenu de l'équation (IV.26), l'équation de Reynolds modifiée prend la forme finale suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left[h^3(1 + \xi_1) - 6h^2 l \xi_0 \tanh\left(\frac{h}{2l}\right) - 12l^2 \left(h - 2l \tanh\left(\frac{h}{2l}\right)\right) + \frac{12kH}{(1-\beta)} \frac{\partial p}{\partial x} \right] \frac{\partial p}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \left[h^3(1 + \xi_1) - 6h^2 l \xi_0 \tanh\left(\frac{h}{2l}\right) - 12l^2 \left(h - 2l \tanh\left(\frac{h}{2l}\right)\right) + \frac{12kH}{(1-\beta)} \frac{\partial p}{\partial z} \right] \frac{\partial p}{\partial z} \right\} = 6\mu U \frac{\partial}{\partial x} [h(1 + \xi_0)] + 12\mu \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{IV.27})$$

L'équation de Reynolds modifiée (IV.27) est une équation aux dérivées partielles non linéaire de type elliptique dont l'inconnue principale est la pression hydrodynamique p .

Le caractère non linéaire de l'équation de Reynolds est dû à l'élasticité de la couche poreuse. Dans ces conditions, l'équation géométrique du film s'exprime pour un palier mésaligné [Cf. Annexe A pour les détails] :

$$h(\theta, z, t) = C - e_x \cos(\theta) - e_y \sin(\theta) + z(\alpha_x \sin(\theta) - \alpha_y \cos(\theta)) + \mathcal{L}_0 p(\theta, z, t) \quad (\text{IV.28})$$

où $\frac{x}{R}$, $C = R_{\text{coussinet}} - R_{\text{arbre}}$ est le jeu radial du palier, $\varepsilon = \frac{e}{c} = \frac{\sqrt{e_x^2 + e_y^2}}{c}$ est l'excentricité

relative de fonctionnement, et $\mathcal{L}_0 = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{1-\nu} \frac{t_l}{E}$ est l'opérateur de compliance. Les

paramètres apparaissant dans l'expression de \mathcal{L}_0 sont le module d'élasticité d'Young E , le coefficient de Poisson ν , et l'épaisseur de la couche poro-élastique t_l .

Notons que lorsque le phénomène de glissement à l'interface film fluide-revêtement de surface est négligé, l'équation de Reynolds modifiée se réduit à l'équation suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left[h^3 - 12 l^2 \left(h - 2l \tanh\left(\frac{h}{2l}\right) \right) + \frac{12kH}{(1-\beta)} \right] \frac{\partial p}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \left[h^3 - 12 l^2 \left(h - 2l \tanh\left(\frac{h}{2l}\right) \right) + \frac{12kH}{(1-\beta)} \right] \frac{\partial p}{\partial z} \right\} = 6\mu U \frac{\partial h}{\partial x} + 12\mu \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{IV.29})$$

IV.4. Conditions limites associées à l'équation de Reynolds modifiée

Le champ de pression dans le film lubrifiant doit satisfaire à l'équation de Reynolds modifiée (IV.27) ou (IV.29) et les conditions limites suivantes :

- Dans la section médiane du palier aligné ($z=0$), la pression étant maximale, c.-à-d. :

$$\frac{\partial p}{\partial z} \Big|_{x,z=0,t} = 0 \quad (\text{IV.30})$$

- Sur les deux bords libres du palier ($z = \pm L/2$), la pression dans le film fluide est supposée égale à la pression atmosphérique : $p(x, z = \pm L/2, t) = 0$ (IV.31)

- Le champ de pression est supposé périodique dans la direction circonférentielle, soit : $p(2\pi R, z, t) = p(0, z, t)$ (IV.32)

- Les conditions liées à l'écoulement du fluide dans le palier sont celles de Swift-

$$\text{Stieber : } p(x_c, z, t) = \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{x_c, z, t} = \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{x_c, z, t} = 0$$

où x_c est l'abscisse de rupture du film (cavitation) qui est une inconnue supplémentaire du problème.

IV.5. Caractéristiques hydrodynamiques du palier poreux

La connaissance du champ de pression dans le film fluide permet de déterminer les performances du palier à coussinet poreux.

IV.5.1. Capacité de charge et angle de calage

Une fois la pression dans le film fluide est obtenue, la portance hydrodynamique W est déterminée par :

$$W = |\vec{W}| = \sqrt{W_\varepsilon^2 + W_\Phi^2} \quad (\text{IV.33})$$

où W_ε^2 et W_Φ^2 sont les composantes de la charge suivant la ligne des centres du palier et la normale à cette dernière :

$$W_\varepsilon = 2 \int_{z=0}^{z=L/2} \int_{\theta=0}^{\theta=\theta_c} p \cos(\theta) R d\theta dz \quad (\text{IV.34})$$

$$W_\Phi = 2 \int_{z=0}^{z=L/2} \int_{\theta=0}^{\theta=\theta_c} p \sin(\theta) R d\theta dz \quad (\text{IV.35})$$

$\theta_c = \frac{x_c}{R}$ étant l'abscisse de rupture du film.

A partir des composantes de \vec{W} , on déduit l'angle de calage du palier :

$$\Phi = \tan^{-1}\left(-\frac{W_\Phi}{W_\varepsilon}\right) \quad (\text{IV.36})$$

IV.5.2. Force de frottement visqueux

Les composantes de la force de frottement sont obtenues par intégration des contraintes de cisaillement exercées par le fluide lubrifiant sur la surface de l'arbre dont la résultante est :

$$F = |\vec{F}| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \quad (\text{IV.37})$$

où F_1 et F_2 sont les composantes de la force de frottement \vec{F} suivant les directions θ et z :

$$F_1 = 2 \int_0^{L/2} \int_0^{2\pi} \tau_{xy}|_{x,y=h,z} R d\theta dz \quad (\text{IV.38})$$

$$F_2 = 2 \int_0^{L/2} \int_0^{2\pi} \tau_{zy}|_{x,y=h,z} R d\theta dz \quad (\text{IV.39})$$

où :

$$\tau_{xy}(x, y, z) = \mu \frac{\partial u}{\partial y} - \eta \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} - l^2 \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} \right) \quad (\text{IV.40})$$

$$\tau_{zy}(x, y, z) = \mu \frac{\partial w}{\partial y} - \eta \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} - l^2 \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} \right) \quad (\text{IV.41})$$

τ_{xy} et τ_{zy} sont les contraintes de cisaillement selon les directions x et z (Cf. Annexe B).

Les couples de contraintes étant nuls à la surface de l'arbre d'équation $y=h$, on peut alors écrire compte tenu des équations (IV.20 et IV.21) :

$$\tau_{xy}|_{y=h} = \mu \frac{\partial u}{\partial y}|_{y=h} = \mu \frac{U}{h} (1 - \xi_0) + \frac{h}{2} \frac{\partial p}{\partial x} \left(1 + \frac{\xi_1}{3} \right) \quad (\text{IV.42})$$

$$\tau_{zy}|_{y=h} = \mu \frac{\partial w}{\partial y}|_{y=h} = \frac{h}{2} \frac{\partial p}{\partial z} \left(1 + \frac{\xi_1}{3} \right) \quad (\text{IV.43})$$

IV.5.3. Coefficient de frottement

Le coefficient de frottement adimensionnel peut être calculé par la relation (IV.44) :

$$C_f = \frac{F}{W} \quad (\text{IV.44})$$

IV.5.4. Débit de fuite

Le débit de fuite est obtenu par l'intégration de la composante de la vitesse axiale w (IV.21) à travers la section des deux bords libres du palier poreux. Soit :

$$Q = 2 \int_0^{2\pi R} \int_0^h w(x, y, z = \frac{l}{2}) dy dx \quad \text{avec } x = R\theta \text{ et } dx = Rd\theta \quad (\text{IV.45})$$

ou encore en utilisant la vitesse axiale moyenne : $\langle w(x, z = \frac{l}{2}) \rangle = \frac{1}{h} \int_0^h w(x, y, z = \frac{l}{2}) dy$:

$$Q = 2 \int_0^{2\pi R} h(x, z = \frac{l}{2}) \langle w(x, z = \frac{l}{2}) \rangle dx \quad (\text{IV.46-a})$$

ou encore

$$Q = 2 \int_0^{2\pi} h(\theta, z = \frac{l}{2}) \langle w(\theta, z = \frac{l}{2}) \rangle Rd\theta \quad (\text{IV.46-b})$$

avec

$$\begin{aligned} \langle w(x, z) \rangle = \frac{1}{h} \int_0^h \left\{ \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \left[(y-h) \left[y + \frac{h}{3} \xi_1 - 2l\xi_0 \tanh\left(\frac{h}{2l}\right) \right] \right. \right. \\ \left. \left. + 2l^2 \left[1 - \frac{\cosh\left(\frac{2y-h}{2l}\right)}{\cosh\left(\frac{h}{2l}\right)} \right] \right] \right\} dy = -\frac{f(h, l, k)}{12\mu h} \frac{\partial p}{\partial z} \end{aligned}$$

ou encore lorsque le glissement à l'interface fluide-revêtement est négligé :

$$\langle w(x, z) \rangle = \frac{1}{h} \int_0^h \left\{ \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \left[(y-h)y + 2l^2 \left[1 - \frac{\cosh\left(\frac{2y-h}{2l}\right)}{\cosh\left(\frac{h}{2l}\right)} \right] \right] \right\} dy = -\frac{f(h, l, k)}{12\mu h} \frac{\partial p}{\partial z}$$

tels que $0 \leq x \leq 2\pi R$; $-\frac{l}{2} \leq z \leq \frac{l}{2}$

Ce qui donne :

$$Q = -2 \int_0^{2\pi R} \frac{1}{12\mu} \left[f(h, l, k) \frac{\partial p}{\partial z} \right]_{x, z = \frac{l}{2}} dx \quad (\text{IV.47-a})$$

ou encore en utilisant la coordonnée circonférentielle $\theta = x/R$

$$Q = -2 \int_0^{2\pi} \frac{1}{12\mu} \left[f(h, l, k) \frac{\partial p}{\partial z} \right]_{\theta, z = \frac{l}{2}} Rd\theta \quad (\text{IV.47-b})$$

IV.6. Conclusion

Le but de ce chapitre était de présenter les entités de base de la théorie du micro-continuum de Vijay Kumar Stokes dans le cadre de la mécanique des films minces visqueux appliqué à un palier lisse à coussinet poroélastique fonctionnant avec un défaut de mésalignement dû à l'excentration de la charge appliquée. Par comparaison à la théorie des milieux continus classique qui néglige la taille des particules, cette théorie tient compte de la taille des nanoparticules (NPs) ou des agglomérats de NPs en écoulement. Cependant, la prise en considération des couples de contraintes entraîne une asymétrie du tenseur des contraintes. Il ressort que cette théorie, inspirée de la théorie des milieux élastiques polaires des frères Cosserat, est basée sur une véritable description du continuum du point de vue cinématique avec l'introduction des tenseurs des taux de vorticité et de courbure définie directement à partir du champ de vitesse de l'écoulement. Une équation de Reynolds modifiée a été dérivée à partir des équations de mouvement d'un fluide non Newtonien à couples de contraintes, les conditions de glissement à l'interface de Beavers-Joseph, et l'approximation de Morgan-Cameron ce qui nous a évité la résolution de l'équation de Laplace ou de Darcy (3-D) dans le coussinet poreux. A la fin du chapitre, nous avons établi les expressions des différentes caractéristiques hydrodynamiques du palier poreux, à savoir : la capacité de charge, l'angle de calage, la force de frottement, le débit de fuite, et la puissance dissipée.

N'admettant pas de solution analytique, l'équation de Reynolds modifiée (IV.29) dérivée en détails dans ce chapitre fera l'objet d'une discrétisation spatiale par différences finies dans le prochain chapitre en vue de déterminer le champ de pression hydrodynamique. La connaissance de celui-ci permettra de calculer toutes les caractéristiques du palier.

IV.7. Références

- [1] H. Darcy, **Les fontaines publiques de la ville de Dijon**, Victor Dalmont. (1856)
- [2] M. O. A. Mokhtar, M. Rafaat and G. S. A. Shawki, **Experimental investigations into the performance of porous journal bearings**, Technical report, SAE Technical Paper. (1984)
- [3] G. S. Beavers and D. D. Joseph, **Boundary conditions at a naturally permeable wall**, Journal of fluid mechanics, (1967), Vol. 30, No. 1, pp. 197–207.
- [4] J.-R. Lin and C.-C. Hwang, **Lubrication of short porous journal bearings (Use of the Brinkman-extended Darcy model)**, Wear, (1993) , Vol. 161, No. 1–2, pp. 93–104.
- [5] J.-R. Lin and C.-C. Hwang, **Hydrodynamic lubrication of finite porous journal bearings–use of the Brinkman-extended Darcy model**, International journal of mechanical sciences,(1994), Vol. 36, No. 7, pp. 631–644.
- [6] M. Trachsel, R. Pittini and J. Dual, **A combined approach to study and model the effect of viscous heating in small porous**, self-lubricating journal bearings, Tribology International, Vol. 116, No. Supplement C, (2017), pp. 199–207.
- [7] D. R. Oliver, **Load enhancement effects due to polymer thickening in a short model journal bearing**, Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, (1988), Vol. 30, No. 2–3, pp. 185–196.
- [8] W. Scott and P. Suntiawattana, **Effect of oil additives on the performance of a wet friction clutch material**, Wear,(1995), Vol. 181, pp. 850–855.
- [9] V. K. Stokes, **Couple stresses in fluids**, the physics of fluids, (1966), Vol. 9, No. 9, pp. 1709–1715.
- [10] Vijay Kumar Stokes, **Theories of fluids with microstructures: An introduction**, Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York Tokyo. (1984)
- [11] T. Ariman, M. A. Turk, and N. D. Sylvester, **Applications of microcontinuum fluid mechanics**, International Journal of Engineering Science, (1974), Vol. 12, No. 4, pp. 273–293.
- [12] Eugène Cosserat, François Cosserat, **Théorie des corps déformables**, Librairie Hermann. (1909)
- [13] N. M. Bujurke and N. B. Naduvinamani, **on the performance of narrow porous journal bearing lubricated with couple stress fluid**, Acta mechanica, (1991), Vol. 86, No. 1, pp. 179–191.

- [14] N. B. Naduvinamani, P. S. Hiremath and G. Gurubasavaraj, **Static and dynamic behaviour of squeeze-film lubrication of narrow porous journal bearings with coupled stress fluid**, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, (2001), Vol. 215, No. 1, pp. 45–62.
- [15] W. C. Mak and H. D. Conway, **The Lubrication of a Long, Porous, Flexible Journal Bearing**, Journal of Lubrication Technology, (1977), Vol. 99, No. 4, pp. 449–454.
- [16] J.-R. Lin, C.-C. Hwang, and R.-F. Yang, **Hydrodynamic lubrication of long, flexible, porous journal bearings using the Brinkman model**, Wear, (1996), Vol. 198, No. 1, pp. 156–164.
- [17] A. A. Elsharkawy and L. H. Guedouar, **Direct and inverse solutions for elastohydrodynamic lubrication of finite porous journal bearings**, Journal of tribology, (2001), Vol. 123, No. 2, pp. 276–282.
- [18] A. Cameron, V. T. Morgan and A. E. Stainsby, **Critical Conditions for Hydrodynamic Lubrication of Porous Metal Bearings**, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, (1962), Vol. 176, No. 1, pp. 761–770..

CHAPITRE V

Stratégie numérique de résolution et étude paramétrique

V.1 Introduction

Dans le modèle PEHD proposé, l'équation de Reynolds modifiée non linéaire normalisée dérivée dans le chapitre précédent est d'abord écrite sous forme résiduelle puis discrétisée par la méthode des différences finies en utilisant deux molécules de calcul différentes (stencils) à cinq et neuf points.

Pour un torseur de force arbitraire, les distributions de pression hydrodynamique et d'épaisseur de film, les vitesses d'écrasement du film et les vitesses angulaires de mésalignement sont déterminées simultanément en résolvant l'équation de Reynolds discrétisée et les équations de mouvement du vilebrequin incluant les forces d'inertie avec la méthode itérative de Newton-Raphson amortie à chaque pas d'angle de vilebrequin $\Delta\theta_c$. Les trajectoires du centre de vilebrequin (tourillon) dans trois sections du coussinet principal (frontale, médiane, et arrière) ainsi que les angles de mésalignement sont déduits des vitesses d'écrasement du film et des vitesses angulaires de mésalignement au moyen d'un schéma de Runge-Kutta d'ordre deux.

Notons que le mésalignement dynamique considéré dans la présente investigation est dû à l'application non centrale de la charge dynamique \vec{W} qui provoque donc un couple de mésalignement \vec{T} sur tout le cycle dont les composantes sont $\begin{Bmatrix} T_X(t) \\ T_Y(t) \end{Bmatrix} = \ell_w \begin{Bmatrix} W_Y(t) \\ W_X(t) \end{Bmatrix}$ où $W_X(t)$ et $W_Y(t)$ sont les composantes de l'action du bloc moteur sur les paliers de ligne exprimées dans le repère lié au bloc moteur, et ℓ_w est le bras de levier.

L'étude paramétrique porte sur les effets combinés de la taille caractéristique et de la concentration des nanoparticules inorganiques de bisulfure de tungstène de type fullerène. (IF-WS₂ NPs) ou des nanoparticules de bisulfure de molybdène (IF-MoS₂ NPs) sur le comportement dynamique non linéaire d'un palier de vilebrequin de moteur à essence soumis à un torseur de force quelconque (5 DDL) **Figure IV.2**. On suppose que le tourillon (vilebrequin) constitué d'acier forgé est infiniment rigide et que le palier ou le coussinet principal est constitué d'une couche poro-élastique mince constitué d'un

matériau à faible module d'élasticité comme les métaux blancs (Babbitts) à base de plomb fixés dans un milieu (substrat) rigide tel que défini par la norme ASTM B23- 00. Le modèle élastique simplifié (MCEM) dérivé à partir d'une approche analytique basée sur l'utilisation des potentiels complexes de Kolosov et de Muskhelishvili [1, 2] en considérant des cas asymptotiques pour un état de déformations planes est utilisé pour déterminer les déformations radiales induites par la pression hydrodynamique à l'interface fluide-revêtement. Ce modèle étendu au cas tridimensionnel a fait l'objet d'une étude de validation par rapport à la MEF (3-D) dans le troisième chapitre.

V.2 Formulation mathématique du problème PEHD

La Figure IV.2 du chapitre précédent montre les détails de la configuration géométrique du palier de ligne principal d'un MCI pour l'étude paramétrique envisagée. Le système de coordonnées (O, X, Y, Z) ou (O, X_0, Y_0, Z_0) est lié au bloc moteur dont l'origine est située au centre du palier. Le tourillon principal de forme cylindrique et de rayon R est supposé rigide et tourne à vitesse angulaire constante $\omega = \theta'_c = \frac{d\theta_c}{dt}$ autour de l'axe Z ou Z_0 .

V.2.1 Équation de Reynolds modifiée et conditions aux limites

En utilisant les hypothèses habituelles de la théorie de la lubrification par films minces et en considérant le nanolubrifiant comme un fluide isovolume, polaire à couples de contraintes, l'équation de Reynolds modifiée transitoire pour un écoulement laminaire dans le palier de tête de bielle muni d'une couche poroélastique peut être écrite comme suit :

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[G \frac{\partial p}{\partial \theta} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[G \frac{\partial p}{\partial z} \right] = 12\mu_{nf} \left[\frac{\omega}{2} \left(1 - \frac{\lambda \cos(\theta_c)}{\sqrt{1-\lambda^2 \sin^2(\theta_c)}} \right) \frac{\partial h}{\partial \theta} + \frac{\partial h}{\partial t} \right] \quad (V.1a)$$

où λ est le rapport du rayon de manivelle à l'entraxe de la bielle de l'attelage mobile.

Pour le palier principal de vilebrequin, l'équation de Reynolds modifiée (V.1a) prend la forme suivante :

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[G \frac{\partial p}{\partial \theta} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[G \frac{\partial p}{\partial z} \right] = 12\mu_{nf} \left[\frac{\omega}{2} \frac{\partial h}{\partial \theta} + \frac{\partial h}{\partial t} \right] \quad (V.1b)$$

où

$$G(h, l, k) = h^3 - 12l^2 h + 24l^3 \operatorname{Tanh} \left(\frac{h}{2l} \right) + 12 \frac{k t_l}{1-\beta} \quad (V.2)$$

l étant la taille caractéristique des NPs ou des agrégats de NPs ajoutés au lubrifiant de base.

Rappelons que le dernier terme apparaissant dans l'équation (V.2) a été incorporé en utilisant l'approximation de Morgan-Cameron afin de prendre en compte la propriété de perméabilité du revêtement de surface k .

Dans les équations (V.1) et (V.2), h est l'épaisseur du film exprimée par l'équation ci-dessous (V.3-a) en tenant compte du jeu géométrique initial, des angles de mésalignement horizontal et vertical du tourillon principal et de la déformation élastique [Annexe A] :

$$h(\theta, z, t) = C - e_x(t) \cos \theta - e_y(t) \sin \theta - z\alpha_y(t) \cos \theta + z\alpha_x(t) \sin \theta + \mathcal{L}_0 p(\theta, z, t) \quad (\text{V.3-a})$$

où $\theta \in [0, 2\pi]$ est l'angle du palier dont l'origine est située sur l'axe OX .

Le terme transitoire apparaissant dans le second membre de l'équation de Reynolds modifiée (V.1) s'exprime par la relation suivante :

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -e'_x \cos \theta - e'_y \sin \theta - z\alpha'_y \cos \theta + z\alpha'_x \sin \theta + \mathcal{L}_0 \frac{\partial p}{\partial t} \quad (\text{V.3-b})$$

\mathcal{L}_0 étant l'opérateur de compliance scalaire défini dans le troisième chapitre, et $(\circ)' = \frac{d(\circ)}{dt}$ représente la dérivée temporelle totale de l'entité (\circ) .

Dans l'équation (V.3-a), e_x et e_y sont les composantes d'excentricité de l'axe principal du tourillon dans la section médiane. Les termes e'_x , e'_y , α'_x , et α'_y apparaissant dans l'équation (V.3-b) représentent respectivement les vitesses d'écrasement du film dans les directions X et Y , et les vitesses angulaires de mésalignement autour des axes X et Y .

La pression à l'intérieur du film lubrifiant doit satisfaire à l'équation de Reynolds modifiée (V.1) et aux conditions aux limites suivantes :

$$p(\theta, z = \pm \frac{L}{2}, t) = 0 \quad \text{aux bords libres du palier} \quad (\text{V.4})$$

$$p(\theta + 2\pi, z, t) = p(\theta, z, t) ; \forall \theta \in [0, 2\pi] \quad (\text{V.5})$$

L'équation (V.5) traduit la périodicité de la pression dans la direction circonférentielle du palier.

Des conditions supplémentaires de Swift-Stieber couramment appelées conditions de Reynolds sont nécessaires pour prendre en compte le phénomène de cavitation (rupture du film fluide) survenant dans l'espace divergent du jeu de palier rempli de lubrifiant ; c'est-à-dire :

$$p(\theta = \theta_{cav}, z, t) = 0 \quad \text{et} \quad \left. \frac{\partial p}{\partial \theta} \right|_{(\theta=\theta_{cav}, z, t)} = \left. \frac{\partial p}{\partial z} \right|_{(\theta=\theta_{cav}, z, t)} = 0 \quad (\text{V.6})$$

où θ_{cav} est l'angle de cavitation à partir duquel la rupture du film se produit.

Si aucune condition de cavitation n'est prescrite, la pression obtenue à partir de l'équation de Reynolds correspond à la solution de Sommerfeld. Cette solution est physiquement irréaliste car la pression devient négative dans la partie divergente du palier.

Une fois la répartition de la pression obtenue, les composantes du torseur de force hydrodynamique en un point de la surface du tourillon principal sont évaluées par les relations suivantes :

-Forces hydrodynamiques

$$F_X(t) = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{\theta_1(t)}^{\theta_2(t)} p(-\cos\theta) R d\theta dz; \quad F_Y(t) = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{\theta_1(t)}^{\theta_2(t)} p(-\sin\theta) R d\theta dz$$

(V.7)

-Moments hydrodynamiques

$$M_X(t) = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{\theta_1(t)}^{\theta_2(t)} z p(-\sin\theta) R d\theta dz; \quad M_Y(t) = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{\theta_1(t)}^{\theta_2(t)} z p(-\cos\theta) R d\theta dz$$

V.2.2 Modèle de viscosité des nanolubrifiants

Les nanolubrifiants sont des fluides contenant des NPs telles que les fullerènes. Ces fluides non traditionnels, utilisés comme lubrifiants liquides efficaces dans les machines modernes, sont des suspensions de particules nanométriques ou d'agrégats de NPs dans un lubrifiant de base.

La viscosité effective du nanolubrifiant, μ_{nf} , est calculée à l'aide du modèle de viscosité de Krieger-Dougherty

$$\mu_{nf} = \mu_0 \left(1 - \frac{\phi}{\phi_m}\right)^{-[\eta]\phi_m} \quad (V.8)$$

où μ_0 est la viscosité du fluide de base, ϕ est la fraction volumique des fullerènes sphériques dans le fluide de base. ϕ_m est la fraction de tassement maximale des particules, qui varie de 0,495 à 0,54 dans des conditions de repos et est d'environ 0,605 pour des taux de cisaillement élevés et $[\eta]$ est la viscosité intrinsèque dont la valeur typique pour les suspensions monodisperses de sphères dures est 2,5.

La variation typique de la viscosité relative, $\frac{\mu_{nf}}{\mu_0}$, avec la fraction volumique ϕ , est présentée en [figure V.1](#) pour $\phi_m = 0,605$.

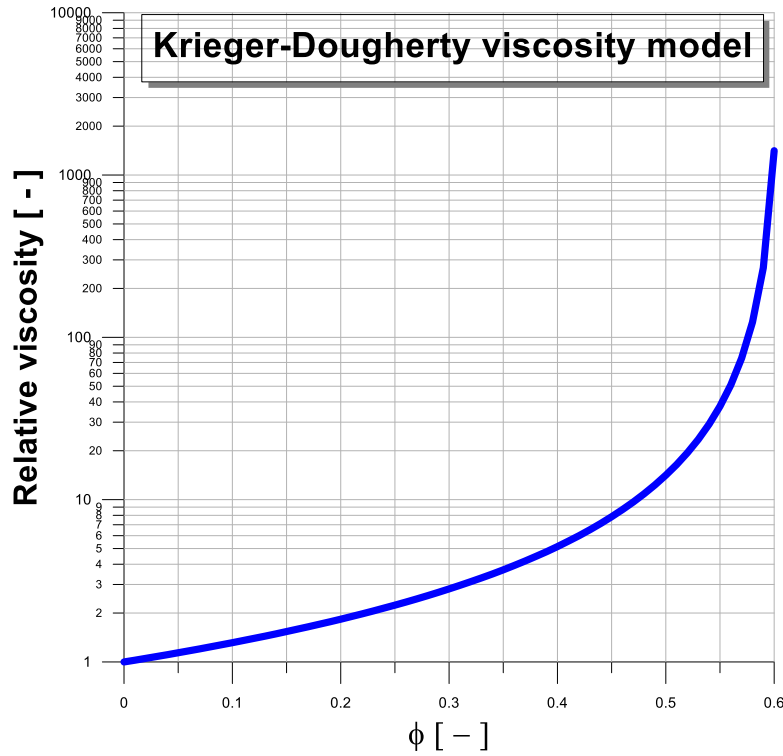


Fig. V. 1: Représentation graphique du modèle de viscosité de Krieger-Dougherty pour une plage de fractions volumiques et pour $\phi_m = 0,605$.

V.2.3 Équilibre des forces et orbites du centre de masse du tourillon

Pour un palier lisse mésaligné, soumis à un torseur de force arbitraire, les équations de mouvement sont :

$$W_X(t) + F_X(e_X(t), e_Y(t), e'_X(t), e'_Y(t), \alpha_X(t), \alpha_Y(t), \alpha'_X(t), \alpha'_Y(t)) = m_j \left(\frac{e'_X(t) - e'_X(t-\Delta t)}{\Delta t} \right) \quad (\text{V.9a})$$

$$W_Y(t) + F_Y(e_X(t), e_Y(t), e'_X(t), e'_Y(t), \alpha_X(t), \alpha_Y(t), \alpha'_X(t), \alpha'_Y(t)) = m_j \left(\frac{e'_Y(t) - e'_Y(t-\Delta t)}{\Delta t} \right) \quad (\text{V.9b})$$

$$T_X(t) + M_X(e_X(t), e_Y(t), e'_X(t), e'_Y(t), \alpha_X(t), \alpha_Y(t), \alpha'_X(t), \alpha'_Y(t)) = I_{0X} \alpha''_X + I_{0Z} \omega \alpha'_Y \quad (\text{V.9c})$$

$$T_Y(t) + M_Y(e_X(t), e_Y(t), e'_X(t), e'_Y(t), \alpha_X(t), \alpha_Y(t), \alpha'_X(t), \alpha'_Y(t)) = I_{0Y} \alpha''_Y + I_{0Z} \omega \alpha'_X \quad (\text{V.9d})$$

où $\alpha''_X = \left(\frac{\alpha'_X(t) - \alpha'_X(t-\Delta t)}{\Delta t} \right)$ et $\alpha''_Y = \left(\frac{\alpha'_Y(t) - \alpha'_Y(t-\Delta t)}{\Delta t} \right)$ sont les composantes de l'accélération angulaire autour de X et Y, $T_X = \ell_w W_Y$, $T_Y = \ell_w W_X$ sont les couples appliqués, m_j est la masse du vilebrequin affecté au palier, et I_{0X} , I_{0Y} , et I_{0Z} sont les composantes du tenseur d'inertie :

$$\begin{bmatrix} I_{0X} & 0 & 0 \\ 0 & I_{0Y} & 0 \\ 0 & 0 & I_{0Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{m_j}{12}(3R^2 + L^2) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m_j}{12}(3R^2 + L^2) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m_j R^2}{2} \end{bmatrix}$$

Les quatre équations du mouvement (V.9) ont huit inconnues, à savoir $e_X(t), e_Y(t), e'_X(t), e'_Y(t), \alpha_X(t), \alpha_Y(t), \alpha'_X(t)$, et $\alpha'_Y(t)$. Par conséquent, quatre équations supplémentaires doivent être rajoutées pour fermer le système qui sont :

$$e_X(t) = e_X(t - \Delta t) + e'_X(t)\Delta t \quad (\text{V.10a})$$

$$e_Y(t) = e_Y(t - \Delta t) + e'_Y(t)\Delta t \quad (\text{V.10b})$$

$$\alpha_X(t) = \alpha_X(t - \Delta t) + \alpha'_X(t)\Delta t \quad (\text{V.10c})$$

$$\alpha_Y(t) = \alpha_Y(t - \Delta t) + \alpha'_Y(t)\Delta t \quad (\text{V.10d})$$

Compte tenu des équations (V.10), les équations de mouvement (V.9) deviennent alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} W_X(t) + F_X(e'_X(t), e'_Y(t), \alpha'_X(t), \alpha'_Y(t)) = m_j \left(\frac{e'_X(t) - e'_X(t - \Delta t)}{\Delta t} \right) \quad (\text{V.11a}) \\ W_Y(t) + F_Y(e'_X(t), e'_Y(t), \alpha'_X(t), \alpha'_Y(t)) = m_j \left(\frac{e'_Y(t) - e'_Y(t - \Delta t)}{\Delta t} \right) \quad (\text{V.11b}) \\ T_X(t) + M_X(e'_X(t), e'_Y(t), \alpha'_X(t), \alpha'_Y(t)) = I_{0X} \left(\frac{\alpha'_X(t) - \alpha'_X(t - \Delta t)}{\Delta t} \right) + I_{0Z} \omega \alpha'_Y \quad (\text{V.11c}) \\ T_Y(t) + M_Y(e'_X(t), e'_Y(t), \alpha'_X(t), \alpha'_Y(t)) = I_{0Y} \left(\frac{\alpha'_Y(t) - \alpha'_Y(t - \Delta t)}{\Delta t} \right) + I_{0Z} \omega \alpha'_X \quad (\text{V.11d}) \end{array} \right.$$

Si le palier lisse est aligné et que les forces d'inertie sont négligées, les équations (V.11) se réduisent aux équations d'équilibre suivantes :

$$\begin{cases} W_X - F_X = 0 \\ W_Y - F_Y = 0 \end{cases} \quad (\text{V.12})$$

Le couplage de l'équation de Reynolds modifiée (V.1) et des équations de mouvement (V.11) aboutit à un système non linéaire dont les inconnues sont la pression du film fluide, les vitesses de translation instantanées de l'axe du tourillon (e'_X, e'_Y) appelées également vitesses d'écrasement du film, et les vitesses angulaires de mésalignement dynamique (α'_X, α'_Y).

La position instantanée du centre du tourillon au niveau de la section médiane du palier ($e_X(t), e_Y(t)$) ainsi que les angles de mésalignement instantanés ($\alpha_X(t), \alpha_Y(t)$) sont

ensuite calculés à partir des équations (V.10) en utilisant le schéma d'Euler modifié ou la méthode de Runge-Kutta du second ordre.

Les composantes de l'excentricité du tourillon (e_{XF}, e_{YF}) à l'extrémité frontale du palier ($z = +L/2$) et les composantes de l'excentricité du tourillon (e_{XR}, e_{YR}) en arrière du palier ($z = -L/2$) sont déterminées par les relations suivantes :

$$\begin{cases} e_{XF}(t) = e_X(t) + \frac{L}{2}\alpha_Y(t) \\ e_{YF}(t) = e_Y(t) - \frac{L}{2}\alpha_X(t) \\ e_{XR}(t) = e_X(t) - \frac{L}{2}\alpha_Y(t) \\ e_{YR}(t) = e_Y(t) + \frac{L}{2}\alpha_X(t) \end{cases} \quad (\text{V.13})$$

Sachant que $\text{Tan}(\alpha_X) \approx \alpha_X$ et $\text{Tan}(\alpha_Y) \approx \alpha_Y$ où α_X et α_Y étant les angles de mésalignement exprimés en Radians.

V.3 Traitement numérique des équations gouvernantes

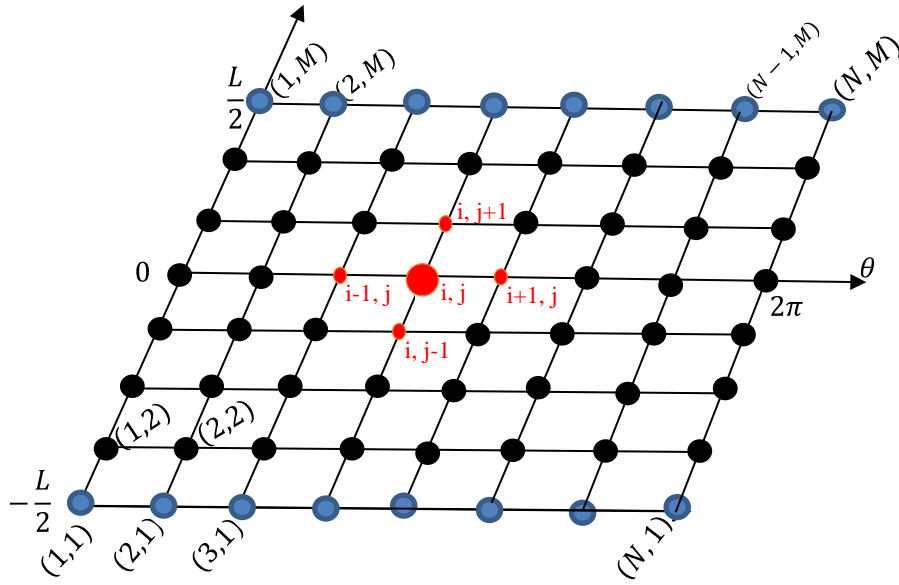
Il n'y a pas de solution analytique du problème inverse non linéaire transitoire régi par les équations (V.1) et (V.11), ainsi une approche numérique utilisant la méthode des différences finies doit être utilisée pour déterminer la distribution de pression dans le film d'huile. La **figure V.2** illustre la grille des différences finies (2-D) du milieu fluide montrant à la fois des numérotations bi-indicielle et mono-indicielle des nœuds de la grille.

Comme illustré à la **figure V.2**, la numérotation mono-indicielle utilisant l'indice global, k , attribué à chaque nœud de grille peut en fait être obtenue à partir de la numérotation bi-indicielle utilisant les indices i et j , comme suit :

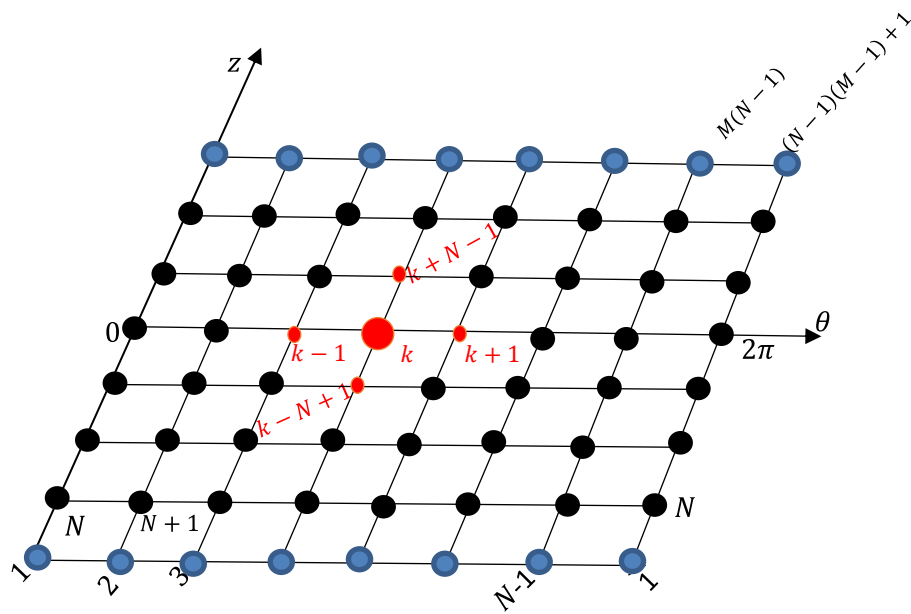
$$k = (j - 1)N + i; \quad i = 1, N \text{ et } j = 1, M \quad (\text{V.14})$$

où $k \in \{1, K\}$; N et M sont respectivement les nombres de nœuds suivant les directions circonférentielle et axiale du palier développé.

Sur la base de ce modèle de numérotation, les cinq nœuds du stencil (molécule de calcul) ont maintenant les indices $k, k - 1, k + 1, k - N + 1$, et $k + N - 1$ au lieu du nœud central (i, j) , le nœud ouest $(i - 1, j)$, le nœud est $(i + 1, j)$, le nœud sud $(i, j - 1)$, et le nœud nord $(i, j + 1)$, respectivement.



a) Double indexed node numbers



b) Single indexed node numbers $k = (j - 1)N + i$

Fig. V. 2: Grille des différences finies cartésienne orthogonale 2-D utilisée pour la discrétisation spatiale de l'équation de Reynolds modifiée (V.1)

génération mono-indicielle du numéro de nœud est qu'elle permet de générer numériquement et plus facilement la matrice Jacobienne $E_{km} = \frac{\partial f_k^{(j)}}{\partial p_m}$ comme on le verra plus tard.

Pour simplifier, nous supposons que les nœuds sont uniformément espacés dans les deux directions de l'espace θ et z tels que $\Delta\theta = \theta_{i+1} - \theta_i = \frac{2\pi}{N-1}$ et $\Delta z = z_{j+1} - z_j = \frac{L}{M-1}$ où L est la longueur du palier mesurée suivant z .

Pour résoudre le problème non linéaire, nous utilisons deux schémas de différences finies dans l'approximation de l'équation de Reynolds modifiée. L'équation (V.1b) écrite pour le palier principal de vilebrequin est d'abord normalisée puis exprimée sous forme de résidu. Soit :

$$f = \frac{\partial}{\partial\theta} \left(\tilde{G} \frac{\partial\tilde{p}}{\partial\theta} \right) + \left(\frac{R}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial\tilde{z}} \left(\tilde{G} \frac{\partial\tilde{p}}{\partial\tilde{z}} \right) - 12\tilde{\mu}(\phi) \left[\frac{1}{2} \frac{\partial\tilde{h}}{\partial\theta} + \frac{\partial\tilde{h}}{\omega\partial t} \right] \quad (\text{V.15})$$

où

$$\tilde{G}(\tilde{h}, \tilde{l}, \psi) = \tilde{h}^3 - 12\tilde{l}^2\tilde{h} + 24\tilde{l}^3 \text{Tanh} \left(\frac{\tilde{h}}{2\tilde{l}} \right) + \frac{12\psi}{1-\beta} \quad (\text{V.16})$$

$$\tilde{h} = 1 - \varepsilon_X \cos\theta - \varepsilon_Y \sin\theta + \frac{L}{c} \tilde{z} (\alpha_X \sin\theta - \alpha_Y \cos\theta) + \tilde{\mathcal{L}}_0 \tilde{p} \quad (\text{V.17})$$

$$\frac{\partial\tilde{h}}{\partial t} = \tilde{h}' = -\varepsilon'_X \cos\theta - \varepsilon'_Y \sin\theta + \frac{L}{c} \tilde{z} (\alpha'_X \sin\theta - \alpha'_Y \cos\theta) + \tilde{\mathcal{L}}_0 \frac{\partial\tilde{p}}{\partial t} \quad (\text{V.18})$$

$$\text{et } \tilde{\mu} = \frac{\mu_{nf}}{\mu_o} = \left(1 - \frac{\phi}{\phi_m} \right)^{-[\bar{\eta}]\phi_m}, \quad \frac{\partial\tilde{h}}{\partial\theta} = \varepsilon_X \sin\theta - \varepsilon_Y \cos\theta + \frac{L}{c} \tilde{z} (\alpha_X \cos\theta + \alpha_Y \sin\theta) + \tilde{\mathcal{L}}_0 \frac{\partial\tilde{p}}{\partial\theta}$$

Les autres paramètres tels que β , ψ , etc. sont définis dans la nomenclature du mémoire de thèse.

Lorsque la distribution de pression exacte est trouvée, la fonction résidu, f , est identiquement nulle. Ainsi, pour obtenir une solution numérique précise au problème PEHD inverse, la fonction résidu doit être discrétisée avec une précision suffisante.

À cette fin, les formules standards de différences centrales du second ordre sont utilisées pour approximer la fonction résidu. Pour faciliter la discrétisation, nous développons d'abord l'équation (V.15) sous la forme suivante :

$$f = \tilde{G} \frac{\partial^2\tilde{p}}{\partial\theta^2} + \frac{\partial\tilde{G}}{\partial\theta} \frac{\partial\tilde{p}}{\partial\theta} + \left(\frac{R}{L} \right)^2 \left[\tilde{G} \frac{\partial^2\tilde{p}}{\partial\tilde{z}^2} + \frac{\partial\tilde{G}}{\partial\tilde{z}} \frac{\partial\tilde{p}}{\partial\tilde{z}} \right] - 12\tilde{\mu}(\phi) \left[\frac{1}{2} \frac{\partial\tilde{h}}{\partial\theta} + \frac{1}{\omega} \frac{\partial\tilde{h}}{\partial t} \right] \quad (\text{V.19})$$

Puis, nous appliquons une approximation par différences finies centrées pour les nœuds intérieurs de la grille (i.e. $1 \leq i \leq N$, $2 \leq j \leq M - 1$) ce qui donne :

$$f_{ij} = \tilde{G}_{ij} \left[\frac{\tilde{p}_{i+1,j} - 2\tilde{p}_{i,j} + \tilde{p}_{i-1,j}}{(\Delta\theta)^2} \right] + \left(\frac{\tilde{G}_{i+1,j} - \tilde{G}_{i-1,j}}{2\Delta\theta} \right) \left(\frac{\tilde{p}_{i+1,j} - \tilde{p}_{i-1,j}}{2\Delta\theta} \right) +$$

$$\left(\frac{R}{L} \right)^2 \left\{ \tilde{G}_{ij} \left(\frac{\tilde{p}_{i,j+1} - 2\tilde{p}_{i,j} + \tilde{p}_{i,j-1}}{(\Delta\tilde{z})^2} \right) + \left(\frac{\tilde{G}_{i,j+1} - \tilde{G}_{i,j-1}}{2\Delta\tilde{z}} \right) \left(\frac{\tilde{p}_{i,j+1} - \tilde{p}_{i,j-1}}{2\Delta\tilde{z}} \right) \right\} - 12\tilde{\mu}(\phi) \left[\frac{1}{2} \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \theta} \Big|_{i,j} + \frac{1}{\omega} \frac{\partial \tilde{h}}{\partial t} \Big|_{i,j} \right]$$

(V.20)

où :

$$\tilde{G}_{ij} = \tilde{h}_{ij}^3 - 12\tilde{l}^2 \tilde{h}_{ij} + 24\tilde{l}^3 \text{Tanh} \left(\frac{\tilde{h}_{ij}}{2\tilde{l}} \right) + \frac{12\psi}{1-\beta} \quad (\text{V.21})$$

$$\tilde{h}_{ij} = 1 - \varepsilon_X \cos \theta_i - \varepsilon_Y \sin \theta_i + \frac{L}{c} \tilde{z}_j (\alpha_X \sin \theta_i - \alpha_Y \cos \theta_i) + \tilde{\mathcal{L}} \tilde{p}_{ij} \quad (\text{V.22})$$

$$\frac{\partial \tilde{h}}{\partial \theta} \Big|_{i,j} \approx \varepsilon_X \sin \theta_i - \varepsilon_Y \cos \theta_i + \frac{L}{c} \tilde{z}_j (\alpha_X \cos \theta_i + \alpha_Y \sin \theta_i) + \tilde{\mathcal{L}} \left(\frac{\tilde{p}_{i+1,j} - \tilde{p}_{i-1,j}}{2\Delta\theta} \right) \quad (\text{V.23})$$

$$\frac{\partial \tilde{h}}{\partial t} \Big|_{i,j} \approx -\varepsilon'_X \cos \theta_i - \varepsilon'_Y \sin \theta_i + \frac{L}{c} \tilde{z}_j (\alpha'_X \sin \theta_i - \alpha'_Y \cos \theta_i) + \tilde{\mathcal{L}} \left(\frac{\tilde{p}_{i,j}^{(t)} - \tilde{p}_{i,j}^{(t-\Delta t)}}{\Delta t} \right) \quad (\text{V.24})$$

La réécriture mono-indicielle de l'équation discrète (V.20) est :

-pour les nœuds intérieurs :

$$f_k = \tilde{G}_k \left[\frac{\tilde{p}_{k+1} - 2\tilde{p}_k + \tilde{p}_{k-1}}{(\Delta\theta)^2} \right] + \left(\frac{\tilde{G}_{k+1} - \tilde{G}_{k-1}}{2\Delta\theta} \right) \left(\frac{\tilde{p}_{k+1} - \tilde{p}_{k-1}}{2\Delta\theta} \right) +$$

$$\left(\frac{R}{L} \right)^2 \left\{ \tilde{G}_k \left(\frac{\tilde{p}_{k+N-1} - 2\tilde{p}_k + \tilde{p}_{k-N+1}}{(\Delta\tilde{z})^2} \right) + \left(\frac{\tilde{G}_{k+N-1} - \tilde{G}_{k-N+1}}{2\Delta\tilde{z}} \right) \left(\frac{\tilde{p}_{k+N-1} - \tilde{p}_{k-N+1}}{2\Delta\tilde{z}} \right) \right\} - 12\tilde{\mu}(\phi) \left[\frac{1}{2} \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \theta} \Big|_k + \frac{1}{\omega} \frac{\partial \tilde{h}}{\partial t} \Big|_k \right]$$

(V.25)

-pour les nœuds appartenant aux bords libres :

$$f_k = \tilde{p}_k - \tilde{p}_{amb} \quad (\text{V.26})$$

où

$$\tilde{G}_k = \tilde{h}_k^3 - 12\tilde{l}^2 \tilde{h}_k + 24\tilde{l}^3 \text{Tanh} \left(\frac{\tilde{h}_k}{2\tilde{l}} \right) + \frac{12\psi}{1-\beta} \quad ,$$

$$\tilde{h}_k(t) = 1 - \varepsilon_X(t) \cos \theta_k - \varepsilon_Y(t) \sin \theta_k + \frac{L}{c} \tilde{z}_k (\alpha_X(t) \sin \theta_k - \alpha_Y(t) \cos \theta_k) + \tilde{\mathcal{L}}_0 \tilde{p}_k(t) \quad ,$$

$$\frac{\partial \tilde{h}}{\partial \theta} \Big|_k \approx \varepsilon_X \sin \theta_k - \varepsilon_Y \cos \theta_k + \frac{L}{c} \tilde{z}_k (\alpha_X \cos \theta_k + \alpha_Y \sin \theta_k) + \tilde{\mathcal{L}}_0 \left(\frac{\tilde{p}_{k+1} - \tilde{p}_{k-1}}{2\Delta\theta} \right) \quad ,$$

$$\frac{\partial \tilde{h}}{\partial t} \Big|_k \approx -\varepsilon'_X \cos \theta_k - \varepsilon'_Y \sin \theta_k + \frac{L}{c} \tilde{z}_k (\alpha'_X \sin \theta_k - \alpha'_Y \cos \theta_k) + \tilde{\mathcal{L}}_0 \left(\frac{\tilde{p}_k^{(t)} - \tilde{p}_k^{(t-\Delta t)}}{\Delta t} \right) \quad .$$

avec $\tilde{L}_0 = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{1-\nu} C_d \tilde{t}_l$; $C_d = \frac{\mu_0 \omega \left(\frac{R}{C}\right)^3}{E}$; $\tilde{t}_l = \frac{t_l}{R}$.

Au total, nous devons résoudre K équations non linéaires où $K = NM$. A ces K équations, on doit rajouter les équations suivantes écrites également sous forme de résidu :

$$\left\{ \begin{array}{l} f_{K+1} = \tilde{F}_X + \tilde{W}_X - \frac{m_j C}{\mu_0 \omega R L \left(\frac{R}{C}\right)^2} \varepsilon''_X \\ f_{K+2} = \tilde{F}_Y + \tilde{W}_Y - \frac{m_j C}{\mu_0 \omega R L \left(\frac{R}{C}\right)^2} \varepsilon''_Y \\ f_{K+3} = \tilde{M}_X + \tilde{T}_X - \frac{m_j (3R^2 + L^2)}{12 \mu_0 \omega R L^2 \left(\frac{R}{C}\right)^2} \alpha''_X - \frac{\frac{1}{2} m_j R^2}{\mu_0 \omega R L^2 \left(\frac{R}{C}\right)^2} \alpha'_Y \\ f_{K+4} = \tilde{M}_Y + \tilde{T}_Y - \frac{m_j (3R^2 + L^2)}{12 \mu_0 \omega R L^2 \left(\frac{R}{C}\right)^2} \alpha''_Y + \frac{\frac{1}{2} m_j R^2}{\mu_0 \omega R L^2 \left(\frac{R}{C}\right)^2} \alpha'_X \end{array} \right. \quad (V.27)$$

où

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{F}_X = -\sum_{k=1}^K \tilde{p}_k \cos(\theta_k) \Delta\theta \Delta\tilde{z} ; \tilde{F}_Y = -\sum_{k=1}^K \tilde{p}_k \sin(\theta_k) \Delta\theta \Delta\tilde{z} \\ \tilde{M}_X = -\sum_{k=1}^K \tilde{p}_k \tilde{z}_k \sin(\theta_k) \Delta\theta \Delta\tilde{z} ; \tilde{M}_Y = -\sum_{k=1}^K \tilde{p}_k \tilde{z}_k \cos(\theta_k) \Delta\theta \Delta\tilde{z} \end{array} \right. \quad (V.28)$$

La molécule de calcul illustrée en **figure V.3** est utilisée pour approximer la fonction résidu, f , à partir de laquelle la matrice Jacobienne est générée. Ainsi, la forme discrète de l'équation (V.15) devient :

$$f_{ij}^{(j)} = \left[\frac{\tilde{G}_{i+\frac{1}{2},j} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} \Big|_{i+\frac{1}{2},j} - \tilde{G}_{i-\frac{1}{2},j} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} \Big|_{i-\frac{1}{2},j}}{\Delta\theta} \right] + \left(\frac{R}{L}\right)^2 \left[\frac{\tilde{G}_{i,j+\frac{1}{2}} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} \Big|_{i,j+\frac{1}{2}} - \tilde{G}_{i,j-\frac{1}{2}} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} \Big|_{i,j-\frac{1}{2}}}{\Delta\tilde{z}} \right] - 12\tilde{\mu}(\phi) \left[\frac{1}{2} \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \theta} \Big|_{i,j} + \frac{\partial \tilde{h}}{\partial t} \right] \quad (V.29)$$

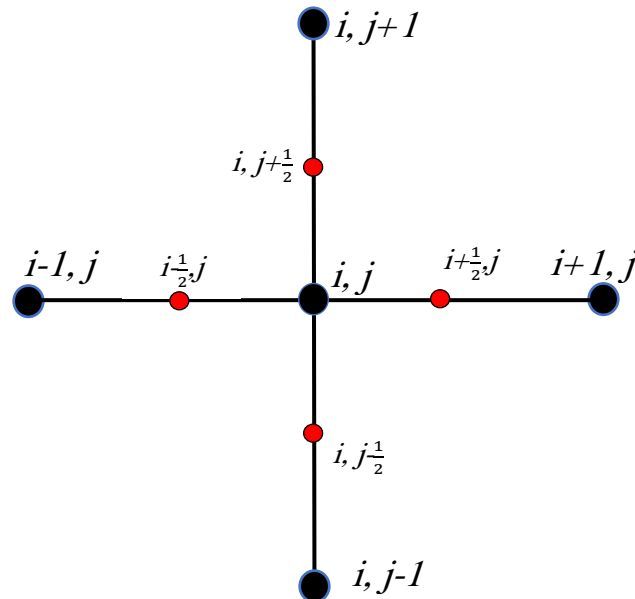


Fig. V. 3: Molécule de calcul utilisée pour la génération des coefficients de la matrice jacobienne à l'aide d'un schéma de différences finies décentré (forward scheme)

Les moyennes arithmétiques de \tilde{G} sont calculées par les relations suivantes:

$$\tilde{G}_{i+\frac{1}{2},j} = \frac{\tilde{G}_{i+1,j} + \tilde{G}_{i,j}}{2}; \tilde{G}_{i,j+\frac{1}{2}} = \frac{\tilde{G}_{i,j+1} + \tilde{G}_{i,j}}{2}; \tilde{G}_{i-\frac{1}{2},j} = \frac{\tilde{G}_{i,j} + \tilde{G}_{i-1,j}}{2}; \tilde{G}_{i,j-\frac{1}{2}} = \frac{\tilde{G}_{i,j} + \tilde{G}_{i,j-1}}{2}$$

et les gradients de pression circonférentielle et axiale sont évalués par les formules de différences finies du premier ordre (*forward scheme*):

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} \Big|_{i+\frac{1}{2},j} \approx \frac{\tilde{p}_{i+1,j} - \tilde{p}_{i,j}}{\Delta \theta}; \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} \Big|_{i-\frac{1}{2},j} \approx \frac{\tilde{p}_{i,j} - \tilde{p}_{i-1,j}}{\Delta \theta}; \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \bar{z}} \Big|_{i,j+\frac{1}{2}} \approx \frac{\tilde{p}_{i,j+1} - \tilde{p}_{i,j}}{\Delta \bar{z}}; \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \bar{z}} \Big|_{i,j-\frac{1}{2}} \approx \frac{\tilde{p}_{i,j} - \tilde{p}_{i,j-1}}{\Delta \bar{z}}$$

En utilisant la notation mono-indicielle, l'équation (V.29) s'écrit :

-pour les nœuds intérieurs :

$$f_k^{(J)} = \frac{1}{(\Delta \theta)^2} \left[\left(\frac{\tilde{G}_{k+1} + \tilde{G}_k}{2} \right) (\tilde{p}_{k+1} - \tilde{p}_k) - \left(\frac{\tilde{G}_{k-1} + \tilde{G}_k}{2} \right) (\tilde{p}_k - \tilde{p}_{k-1}) \right] + \frac{(R/L)^2}{(\Delta \bar{z})^2} \left[\left(\frac{\tilde{G}_{k+N-1} + \tilde{G}_k}{2} \right) (\tilde{p}_{k+N-1} - \tilde{p}_k) - \left(\frac{\tilde{G}_{k-N+1} + \tilde{G}_k}{2} \right) (\tilde{p}_k - \tilde{p}_{k-N+1}) \right] - 12\tilde{\mu}(\phi) \left[\frac{1}{2} \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \theta} \Big|_k + \frac{1}{\omega} \frac{\partial \tilde{h}_k}{\partial t} \right] \quad (V.30)$$

-pour les nœuds appartenant aux bords libres :

$$f_k^{(J)} = \tilde{p}_k - \tilde{p}_{amb} \quad (V.31)$$

pour $k = 1, 2, \dots, K$.

et $f_k^{(J)} = f_k$ pour $k = K + 1, K + 2, K + 3$, et $K + 4$.

La méthode de Newton-Raphson amortie est utilisée pour résoudre itérativement les équations (V.25) et (V.27). Pour cela, on pose :

$$\begin{aligned} \langle X^{(n)} \rangle &= \langle X_1 \quad ; X_2 \quad ; \dots ; X_k \quad ; \dots ; X_K \quad ; X_{K+1} \quad ; X_{K+2} \quad ; X_{K+3} \quad ; X_{K+4} \rangle \\ &= \langle \tilde{p}_1 \quad ; \tilde{p}_2 \quad ; \dots ; \tilde{p}_k \quad ; \dots ; \tilde{p}_K \quad ; \varepsilon'_X \quad ; \varepsilon'_Y \quad ; \alpha'_X \quad ; \alpha'_Y \rangle \end{aligned}$$

désignant la $n^{\text{ième}}$ solution des équations (V.25) et (V.27). Selon l'algorithme de Newton-Raphson avec facteur d'amortissement ω_{NR} , la $(n+1)^{\text{ème}}$ solution est :

$$\{X^{(n+1)}\} = \{X^{(n)}\} + \omega_{NR} \{\delta X^{(n)}\} \quad \text{où } 0 < \omega_{NR} \leq 1 \quad (V.32)$$

et

$$\begin{aligned} \langle \delta X^{(n)} \rangle &= \langle \delta X_1 : \delta X_2 : \dots : \delta X_k : \dots : \delta X_K : \delta X_{K+1} : \delta X_{K+2} : \delta X_{K+3} : \delta X_{K+4} \rangle \\ &= \langle \delta \tilde{p}_1 : \delta \tilde{p}_2 : \dots : \delta \tilde{p}_k : \dots : \delta \tilde{p}_K : \delta \varepsilon'_X : \delta \varepsilon'_Y : \delta \alpha'_X : \delta \alpha'_Y \rangle \end{aligned}$$

Le vecteur correction $\{\delta X^{(n)}\}$ est obtenu au moyen de développements en série de Taylor du premier ordre des fonctions $f_k^{(n+1)}$, et $f_{K+1}^{(n+1)}$, $f_{K+2}^{(n+1)}$, $f_{K+3}^{(n+1)}$, et $f_{K+4}^{(n+1)}$ donnée par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} f_k^{(n+1)} &= f_k^{(n)} + \delta \tilde{p}_k \frac{\partial f_k^{(n)}}{\partial \tilde{p}_k} + \delta \tilde{p}_{k-1} \frac{\partial f_k^{(n)}}{\partial \tilde{p}_{k-1}} + \delta \tilde{p}_{k+1} \frac{\partial f_k^{(n)}}{\partial \tilde{p}_{k+1}} + \delta \tilde{p}_{k-N+1} \frac{\partial f_k^{(n)}}{\partial \tilde{p}_{k-N+1}} + \\ \delta \tilde{p}_{k+N-1} \frac{\partial f_k^{(n)}}{\partial \tilde{p}_{k+N-1}} + \delta \varepsilon'_X \frac{\partial f_k^{(n)}}{\partial \varepsilon'_X} + \delta \varepsilon'_Y \frac{\partial f_k^{(n)}}{\partial \varepsilon'_Y} + \delta \alpha'_X \frac{\partial f_k^{(n)}}{\partial \alpha'_X} + \delta \alpha'_Y \frac{\partial f_k^{(n)}}{\partial \alpha'_Y} &= 0 \end{aligned} \quad (V.33a)$$

$\forall k \in$ à l'intérieur de la grille ou encore $i = 1, 2, \dots, N$ et $j = 2, 3, \dots, M - 1$.

$$\begin{cases} f_{K+1}^{(n+1)} = f_{K+1}^{(n)} + \sum_{k=1}^K \delta \tilde{p}_k \frac{\partial f_{K+1}^{(n)}}{\partial \tilde{p}_k} + \delta \varepsilon'_X \frac{\partial f_{K+1}^{(n)}}{\partial \varepsilon'_X} + \delta \varepsilon'_Y \frac{\partial f_{K+1}^{(n)}}{\partial \varepsilon'_Y} + \delta \alpha'_X \frac{\partial f_{K+1}^{(n)}}{\partial \alpha'_X} + \delta \alpha'_Y \frac{\partial f_{K+1}^{(n)}}{\partial \alpha'_Y} = 0 \\ f_{K+2}^{(n+1)} = f_{K+2}^{(n)} + \sum_{k=1}^K \delta \tilde{p}_k \frac{\partial f_{K+2}^{(n)}}{\partial \tilde{p}_k} + \delta \varepsilon'_X \frac{\partial f_{K+2}^{(n)}}{\partial \varepsilon'_X} + \delta \varepsilon'_Y \frac{\partial f_{K+2}^{(n)}}{\partial \varepsilon'_Y} + \delta \alpha'_X \frac{\partial f_{K+2}^{(n)}}{\partial \alpha'_X} + \delta \alpha'_Y \frac{\partial f_{K+2}^{(n)}}{\partial \alpha'_Y} = 0 \\ f_{K+3}^{(n+1)} = f_{K+3}^{(n)} + \sum_{k=1}^K \delta \tilde{p}_k \frac{\partial f_{K+3}^{(n)}}{\partial \tilde{p}_k} + \delta \varepsilon'_X \frac{\partial f_{K+3}^{(n)}}{\partial \varepsilon'_X} + \delta \varepsilon'_Y \frac{\partial f_{K+3}^{(n)}}{\partial \varepsilon'_Y} + \delta \alpha'_X \frac{\partial f_{K+3}^{(n)}}{\partial \alpha'_X} + \delta \alpha'_Y \frac{\partial f_{K+3}^{(n)}}{\partial \alpha'_Y} = 0 \\ f_{K+4}^{(n+1)} = f_{K+4}^{(n)} + \sum_{k=1}^K \delta \tilde{p}_k \frac{\partial f_{K+4}^{(n)}}{\partial \tilde{p}_k} + \delta \varepsilon'_X \frac{\partial f_{K+4}^{(n)}}{\partial \varepsilon'_X} + \delta \varepsilon'_Y \frac{\partial f_{K+4}^{(n)}}{\partial \varepsilon'_Y} + \delta \alpha'_X \frac{\partial f_{K+4}^{(n)}}{\partial \alpha'_X} + \delta \alpha'_Y \frac{\partial f_{K+4}^{(n)}}{\partial \alpha'_Y} = 0 \end{cases} \quad (V.33b)$$

La forme matricielle des équations (V.33a) et (V.33b) est

$$[E^{(n)}] \{ \delta X^{(n)} \} = -\{ F^{(n)} \} \quad (V.34)$$

où $[E^{(n)}]$ est la matrice Jacobienne de taille $(K + 4) \times (K + 4)$ ayant la structure générale suivante :

$$[E^{(n)}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1^{(J)}}{\partial \tilde{p}_1} & \frac{\partial f_1^{(J)}}{\partial \tilde{p}_2} & \dots & \frac{\partial f_1^{(J)}}{\partial \tilde{p}_K} & \frac{\partial f_1^{(J)}}{\partial \varepsilon'_X} & \frac{\partial f_1^{(J)}}{\partial \varepsilon'_Y} & \frac{\partial f_1^{(J)}}{\partial \alpha'_X} & \frac{\partial f_1^{(J)}}{\partial \alpha'_Y} \\ \frac{\partial f_2^{(J)}}{\partial \tilde{p}_1} & \frac{\partial f_2^{(J)}}{\partial \tilde{p}_2} & \dots & \frac{\partial f_2^{(J)}}{\partial \tilde{p}_K} & \frac{\partial f_2^{(J)}}{\partial \varepsilon'_X} & \frac{\partial f_2^{(J)}}{\partial \varepsilon'_Y} & \frac{\partial f_2^{(J)}}{\partial \alpha'_X} & \frac{\partial f_2^{(J)}}{\partial \alpha'_Y} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_K^{(J)}}{\partial \tilde{p}_1} & \frac{\partial f_K^{(J)}}{\partial \tilde{p}_2} & \dots & \frac{\partial f_K^{(J)}}{\partial \tilde{p}_K} & \frac{\partial f_K^{(J)}}{\partial \varepsilon'_X} & \frac{\partial f_K^{(J)}}{\partial \varepsilon'_Y} & \frac{\partial f_K^{(J)}}{\partial \alpha'_X} & \frac{\partial f_K^{(J)}}{\partial \alpha'_Y} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_{K+1}}{\partial \tilde{p}_1} & \frac{\partial f_{K+1}}{\partial \tilde{p}_2} & \dots & \frac{\partial f_{K+1}}{\partial \tilde{p}_K} & \frac{\partial f_{K+1}}{\partial \varepsilon'_X} & \frac{\partial f_{K+1}}{\partial \varepsilon'_Y} & \frac{\partial f_{K+1}}{\partial \alpha'_X} & \frac{\partial f_{K+1}}{\partial \alpha'_Y} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_{K+4}}{\partial \tilde{p}_1} & \frac{\partial f_{K+4}}{\partial \tilde{p}_2} & \dots & \frac{\partial f_{K+4}}{\partial \tilde{p}_K} & \frac{\partial f_{K+4}}{\partial \varepsilon'_X} & \frac{\partial f_{K+4}}{\partial \varepsilon'_Y} & \frac{\partial f_{K+4}}{\partial \alpha'_X} & \frac{\partial f_{K+4}}{\partial \alpha'_Y} \end{bmatrix}$$

et

$$\langle F^{(n)} \rangle = \langle f_1 : f_2 : \dots : f_K : f_{K+1} : f_{K+2} : f_{K+3} : f_{K+4} \rangle$$

La formule des différences finies décentrées du premier ordre est utilisée pour évaluer les coefficients de la matrice Jacobienne, c'est-à-dire :

$$E_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial X_j} = \lim_{\delta \rightarrow 0} \left(\frac{f_i(X_1, X_2, \dots, X_j + \delta, \dots, X_{K+4}) - f_i(X_1, X_2, \dots, X_j, \dots, X_{K+4})}{\delta} \right) \\ \approx \frac{f_i(X_1, X_2, \dots, X_j + \Delta, \dots, X_{K+4}) - f_i(X_1, X_2, \dots, X_j, \dots, X_{K+4})}{\Delta} \text{ tel que } i, j = 1, 2, \dots, K + 4.$$

avec $\Delta = 10^{-8}$ pour les calculs effectués en double précision (15 décimales après la virgule).

Il est à noter que pour les nœuds appartenant aux bords libres du palier (c'est-à-dire lorsque $j = 1$ et $j = M$), nous avons $\frac{\partial f_k^{(J)}}{\partial \tilde{p}_k} = 1$ en vertu de l'équation (V.31).

Pour un angle de rotation de vilebrequin θ_c , le système algébrique (V.34) est résolu ou inversé à chaque itération en utilisant la méthode d'élimination de Gauss avec pivotation partielle après une décomposition $[L][U]$ de la matrice Jacobienne augmentée $[[E] : \{-F\}]$ par l'algorithme de Crout.

V.4. Caractéristiques hydrodynamiques dans le cas mésaligné où le glissement à l'interface fluide-revêtement est négligé ($\alpha_b = 0$.)

V.4.1 Débit de fuite latérale

Le débit de fuite latérale aux bords libres du palier ($z = \pm \frac{l}{2}$) s'obtient à partir de la relation suivante:

$$Q_z = \underbrace{\left| \int_{\theta_1}^{\theta_2} h(\theta, z = \frac{l}{2}) \bar{w}(\theta, z = \frac{l}{2}) R d\theta \right|}_{Q_F} + \underbrace{\left| \int_{\theta_1}^{\theta_2} h(\theta, z = -\frac{l}{2}) \bar{w}(\theta, z = -\frac{l}{2}) R d\theta \right|}_{Q_R} \quad (V.35)$$

où $\theta_1(t)$ et $\theta_2(t)$ sont les angles délimitant la zone active du palier.

Dans l'équation ci-dessus, h est l'épaisseur du film et $\bar{w} = \frac{1}{h} \int_0^h w dy$ est la vitesse d'écoulement moyenne axiale dont l'expression est

$$\bar{w} = - \frac{h^3 - 12l^2h + 24l^3 \text{Tanh}\left(\frac{h}{2l}\right)}{12h \mu_{nf}} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (V.36)$$

La vitesse d'écoulement axiale w ainsi que la vitesse circonférentielle u sont déterminées à partir de l'intégration des équations (V.37) régissant l'écoulement du nanolubrifiant assimilé à un fluide à couples de contrainte non Newtonien dans les directions x et z (Cf. Chapitre I).

$$l^2 \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = - \frac{1}{\mu_{nf}} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (V.37a)$$

$$l^2 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = - \frac{1}{\mu_{nf}} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (V.37b)$$

dont les solutions générales sont de la forme :

$$u(x, y, z) = A_0 + A_1 y + A_2 \cosh\left(\frac{y}{l}\right) + A_3 \sinh\left(\frac{y}{l}\right) + \frac{1}{2\mu_{nf}} \frac{\partial p}{\partial x} y^2 \quad (V.38a)$$

$$w(x, y, z) = B_0 + B_1 y + B_2 \cosh\left(\frac{y}{l}\right) + B_3 \sinh\left(\frac{y}{l}\right) + \frac{1}{2\mu_{nf}} \frac{\partial p}{\partial z} y^2 \quad (V.38b)$$

En utilisant les conditions aux limites suivantes :

$$u(x, 0, z) = 0, \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, 0, z) = 0, u(x, h, z) = U_j = \omega R, \text{ and } \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, h, z) = 0 \quad (V.39a)$$

$$w(x, 0, z) = 0, \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}(x, 0, z) = 0, w(x, h, z) = 0, \text{ and } \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}(x, h, z) = 0 \quad (V.39b)$$

on trouve

$$u(x, y, z) = \underbrace{U_j \frac{y}{h}}_{\text{Couette flow}} + \underbrace{\frac{1}{2\mu_{nf}} \frac{\partial p}{\partial x} \left\{ y(y-h) + 2\ell^2 \left[1 - \frac{\text{Cosh}\left(\frac{2y-h}{2\ell}\right)}{\text{Cosh}\left(\frac{h}{2\ell}\right)} \right] \right\}}_{\text{Hagen-Poiseuille flow}} \quad (\text{V.40a})$$

$$w(x, y, z) = \underbrace{\frac{1}{2\mu_{nf}} \frac{\partial p}{\partial z} \left\{ y(y-h) + 2\ell^2 \left[1 - \frac{\text{Cosh}\left(\frac{2y-h}{2\ell}\right)}{\text{Cosh}\left(\frac{h}{2\ell}\right)} \right] \right\}}_{\text{Hagen-Poiseuille flow}} \quad (\text{V.40b})$$

sachant que $v(x, y, z) \ll u(x, y, z)$ et $w(x, y, z)$; $\frac{\partial u}{\partial y} \gg \frac{\partial u}{\partial x}$ et $\frac{\partial u}{\partial z}$; $\frac{\partial w}{\partial y} \gg \frac{\partial w}{\partial x}$ et $\frac{\partial w}{\partial z}$

V.4.2 Puissance dissipée

La puissance dissipée totale est évaluée dans la zone active du film à partir de

$$\mathcal{P} = |\mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2| \quad (\text{V.41})$$

Où

$$\mathcal{P}_1 = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_0^h \Phi_1 dy R d\theta dz + \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_0^h \Phi_2 dy R d\theta dz \quad (\text{V.42})$$

Dans l'équation (V.42), Φ_1 et Φ_2 sont les fonctions de dissipation dues respectivement à la contrainte de cisaillement et aux effets des couples de contraintes. Ces deux fonctions peuvent être définies par la théorie de la lubrification hydrodynamique comme :

$$\Phi_1 = \mu_{nf} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \approx \mu_{nf} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (\text{V.43})$$

$$\Phi_2 = l^2 \mu_{nf} \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j \partial x_j} \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_k \partial x_k} \approx l^2 \mu_{nf} \left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] \quad (\text{V.44})$$

Après intégration par rapport à y , on obtient

$$\mathcal{P}_1 = \underbrace{\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{\theta_1^*}^{\theta_2^*} \frac{\mu_{nf}(U_j)^2}{h} R d\theta dz}_{\text{Shear induced power}} + \underbrace{\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{\theta_1^*}^{\theta_2^*} \frac{F(h,l)}{12\mu_{nf}} \left[\left(\frac{\partial p}{R\partial\theta} \right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)^2 \right] R d\theta dz}_{\text{Pressure induced power}} \quad (\text{V.45})$$

$$\text{Où } F(h, l) = h^3 - 12l^2 h + 24l^3 \text{Tanh}\left(\frac{h}{2l}\right)$$

et

$$\mathcal{P}_2 = F_X \cdot e'_X + F_Y \cdot e'_Y + M_X \cdot \alpha'_X + M_Y \cdot \alpha'_Y \quad (\text{V.46})$$

V.5. Procédure de résolution du problème de lubrification PEHD inverse pour les paliers lisses dynamiquement chargés fonctionnant avec un mésalignement dynamique

Après avoir sélectionné les paramètres d'entrée du problème, pour chaque pas de temps t ou angle de rotation du vilebrequin θ_c allant de 0 à 1440 degrés correspondant à deux cycles de charge du moteur, la procédure pour obtenir une solution numérique au problème PEHD inverse est décrite comme suit :

Étape 1:

Initialiser le compteur d'itérations n à zéro, choisir les valeurs initiales de $\varepsilon_X^{(n)}, \varepsilon_Y^{(n)}, \alpha_X^{(n)}, \alpha_Y^{(n)}, \varepsilon'_X{}^{(n)}, \varepsilon'_Y{}^{(n)}, \alpha'_X{}^{(n)}, \alpha'_Y{}^{(n)}$, et la pression initiale sans dimension $\tilde{p}_k^{(n)}$ en chaque point intérieur de la grille.

Etape 2:

Construire la solution initiale $\langle X^{(n)} \rangle = \{X^{(n)}\}^T = \langle X_1^{(n)} : X_2^{(n)} : \dots : X_K^{(n)} : \dots : X_{K+1}^{(n)} : \dots : X_{K+4}^{(n)} \rangle$ tel que $X_j^{(n)} = \tilde{p}_j$ pour $j = 1, 2, \dots, K$, et

$$X_{K+1}^{(n)} = \varepsilon'_X{}^{(n)} ; X_{K+2}^{(n)} = \varepsilon'_Y{}^{(n)} ; X_{K+3}^{(n)} = \alpha'_X{}^{(n)}, \text{ et } X_{K+4}^{(n)} = \alpha'_Y{}^{(n)}.$$

Etape 3:

Calculer l'épaisseur du film sans dimension \tilde{h}_k et son taux de variation en chaque point de la grille ainsi que la viscosité effective du nanolubrifiant $\tilde{\mu}(\phi) = \frac{\mu_{nf}}{\mu_0}$.

Etape 4: Calculer les résidus $f_i^{(J)}$ et f_i pour $i = 1, 2, \dots, K + 4$.

Etape 5:

Générer la matrice Jacobienne $E_{ij} = \partial f_i^{(J)} / \partial X_j$ et résoudre le système algébrique linéaire $E_{ij} \delta X_j = -f_i$ pour δX_j tel que $i, j = 1, 2, \dots, K + 4$.

Etape 6:

Mettre à jour la solution selon la formule de récurrence de Newton-Raphson

$X_i^{n+1} = X_i^n + \omega_{NR} \delta X_i^n$ où ω_{NR} est un facteur de sous-relaxation dont la valeur est comprise entre 0 et 1 (i.e., $0 < \omega_{NR} \leq 1$), et $n = 0, 1, 2, \dots, n_{max}$.

Etape 7:

Extraire les pressions hydrodynamiques nodales \tilde{p}_k de la solution $\langle X^{n+1} \rangle$, mettre toutes les valeurs négatives de pression à zéro, et calculer les déformations radiales correspondantes $\tilde{U}_k = \sum_{m=1}^{NM} L_{km} \tilde{p}_m; k = 1, 2, \dots, NM$

Etape 8:

Vérifier la convergence de l'algorithme de Newton Raphson: $\sqrt{\sum_{i=1}^{K+4} f_i^2} < \varepsilon_{tol}$ où $\varepsilon_{tol} = 10^{-6}$. Si le test de convergence n'est pas satisfait, incrémenter le compteur d'itérations n ($n \leftarrow n + 1$), et revenir à **l'Etape 3** pour effectuer une autre itération tant que $n < n_{max}$.

Etape 9:

Extraire les vitesses du centre de tourillon et les vitesses angulaires de mésalignement $\varepsilon'_X, \varepsilon'_Y, \alpha'_X$, and α'_Y à partir de la solution $\langle X^{n+1} \rangle$ et calculer les nouvelles valeurs des composantes d'excentricité et des angles de mésalignement en utilisant le schéma d'Euler modifié ou la méthode de Runge-Kutta du second ordre, c'est-à-dire :

$$\varepsilon_X(t + \Delta t) = \varepsilon_X(t) + \Delta t \left(\frac{\varepsilon'_X(t) + \varepsilon'_X(t - \Delta t)}{2} \right)$$

et des relations similaires pour $\varepsilon_Y(t + \Delta t), \alpha_X(t + \Delta t)$, et $\alpha_Y(t + \Delta t)$ où $\Delta t = \left| \frac{\Delta \theta_c}{6 n_j} \right|$,

$\Delta \theta_c$ étant le pas d'angle de vilebrequin en [degrés], et n_j est la vitesse de rotation du moteur exprimée en [rpm].

Etape 10:

Calculer les performances hydrodynamiques instantanées du palier et stocker les résultats numériques obtenus pour le post-traitement.

V.6. Résultats et interprétations

V.6.1. Validation du code de calcul

A notre connaissance, il n'existe pas de résultats expérimentaux disponibles pour les paliers de vilebrequin fonctionnant avec un nanolubrifiant dont le comportement est non Newtonien. Par conséquent, le modèle PEHD proposé est d'abord comparé aux résultats publiés dans la littérature technique par Paranjpe et al [3], et Hirani et al [4] pour un palier principal de vilebrequin de moteur à essence utilisant un fluide Newtonien (visqueux linéaire) comme lubrifiant. Les données du palier et du lubrifiant sont reportées dans le **Tableau V.1** et le diagramme de charge pour deux cycles moteurs est représenté en **figure V.4**. Ce diagramme représente l'action du bloc moteur sur le palier principal exprimée dans la base (B_0) liée au bloc moteur. Le **Tableau V.2** donne les valeurs numériques des deux composantes de la charge pour un pas d'angle de vilebrequin $\Delta\theta_c = 10^\circ$. Pour effectuer des calculs plus précis avec un pas $\Delta\theta_c = 1^\circ$, il convient de faire une interpolation des valeurs reportées dans le **Tableau V.2** à l'aide de la méthode des splines cubiques. L'interpolation du diagramme de charge est vivement recommandée en vue de représenter fidèlement les pics de charge et d'assurer la convergence de la méthode d'Euler lors du calcul des deux déplacements instantanés, (e_x, e_y) , du centre du tourillon dans le coussinet et des deux angles de mésalignement instantanés, (α_x, α_y) , de l'axe du tourillon (Eqs V.10).

Les deux pics de la composante de la charge F_x survenant aux deux angles de vilebrequin, $\theta_c = 135$ et 255 degrés environ sont causés par l'allumage du cylindre voisin.

Tableau V. 1: Caractéristiques géométriques et conditions de fonctionnement du palier de vilebrequin principal de Paranjpe [3]

Paramètres, Symboles	Unités SI	Valeurs
Rayon de palier, $R=D/2$	m	0.036
Longueur de palier, L	m	0.021
Jeu radial, C	m	36×10^{-6}
Vitesse de tourillon, $\omega = 2\pi N_c/60$.	rad/s	523.6
Viscosité dynamique du fluide lubrifiant	Pa.s	0.00496

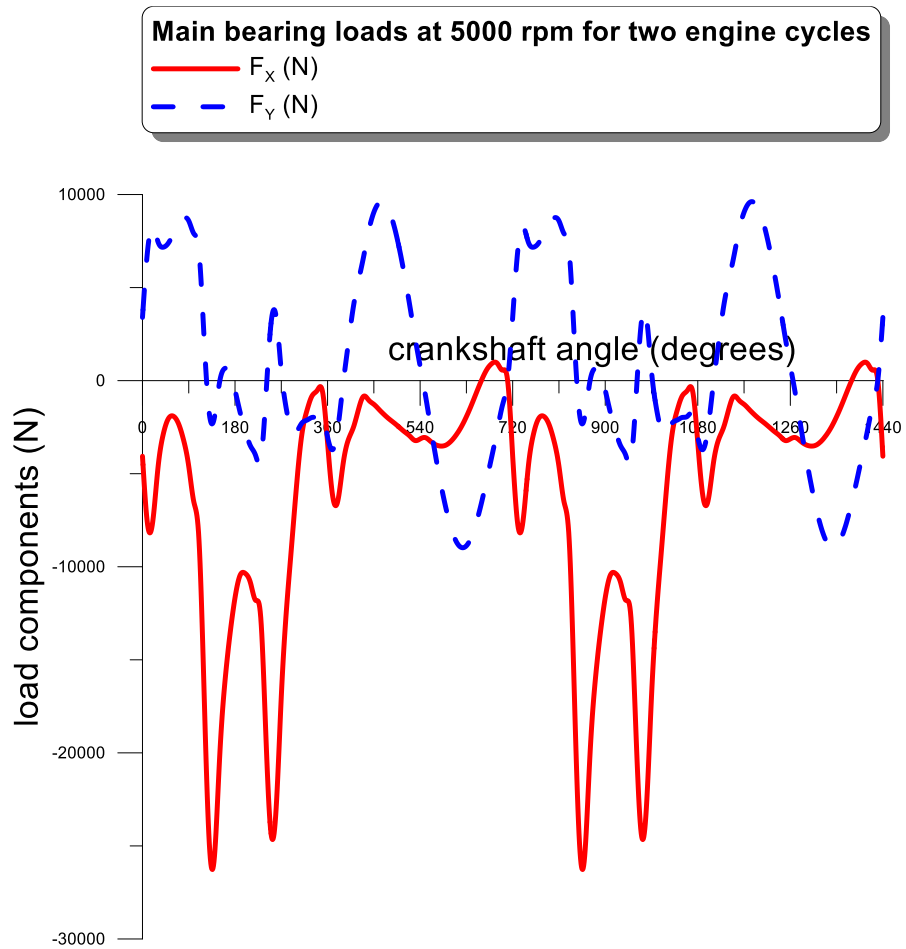


Fig. V. 4: Représentation cartésienne du chargement dynamique sur le palier principal de Paranjpe [3]

Tableau V. 2 : Valeurs numériques de la charge dynamique exercée par le bloc moteur sur le palier principal du vilebrequin pour un cycle moteur à 5000 rpm [3, 4].

Crank angle θ_c (deg.)	F_X (N)	F_Y (N)	Crank angle θ_c (deg.)	F_X (N)	F_Y (N)	Crank angle θ_c (deg.)	F_X (N)	F_Y (N)
0	3396	-4062	250	3074	-24329	500	7037	-2520
10	7003	-7750	260	3433	-22971	510	5599	-2755
20	8287	-7567	270	504	-16973	520	4011	-2979
30	7476	-4726	280	-1556	-12316	530	2329	-3217
40	7169	-2926	290	-2733	-8884	540	787	-3132
50	7379	-2060	300	-2745	-5530	550	-734	-3059
60	7890	-1909	310	-2280	-2877	560	-2412	-3254
70	8434	-2307	320	-2119	-1591	570	-4029	-3441
80	8739	-3198	330	-1975	-810	580	-5520	-3516
90	8586	-4604	340	-1914	-520	590	-6833	-3466
100	7894	-6531	350	-1827	-566	600	-7901	-3257
110	6899	-8611	360	-3031	-3331	610	-8634	-2923
120	2195	-16901	370	-3707	-6218	620	-8961	-2485
130	-1783	-24879	380	-2554	-6451	630	-8872	-1934
140	-1967	-25561	390	-228	-4506	640	-8385	-1298
150	-71	-20288	400	1926	-3206	650	-7561	-608
160	655	-16297	410	3940	-1559	660	-6489	57
170	478	-13672	420	5367	-2529	670	-5273	610
180	-509	-11663	430	6649	-840	680	-3993	929
190	-1711	-10449	440	8056	-1048	690	-2683	929
200	-2699	-10360	450	9046	-1271	700	-1336	562
210	-3508	-10859	460	9554	-1547	710	-13	44
220	-4019	-11806	470	9559	-1823	720	3396	-4062
230	-4258	-12725	480	9104	-2068			
240	-865	-19057	490	8240	-2285			

Tableau V. 3 : Résultats relatifs au palier principal de vilebrequin du moteur à essence de Paranjpe

Études antérieures et actuelles	Pic de pression (MPa)	Epaisseur minimale du film (microns)
Paranjpe et al [3] Palier rainuré, $p_s = 2.758 \times 10^5 Pa$ COMJOB (Algorithm de Conservation d'Elrod-Adams) FEJOB (Condition de Reynolds)	<u>103.3</u> 91.5	1.88 <u>1.69</u>
Hirani et al [4]	94.07	1.86
Présente étude (Runge-Kutta du second ordre)	<u>101.4</u>	<u>1.55</u>
Présente étude (schéma d'Euler explicite)	99.5	<u>1.66</u>
Ecart relatif (%)	<u>1.83</u>	<u>1.77</u>

Dans le **tableau V.3**, nous comparons les valeurs prédites de la pression maximale et de l'épaisseur minimale du film pour le cycle moteur complet avec celles publiées par Paranjpe et al [3]. On constate un faible écart relatif d'environ 1.8% entre les résultats calculés et les résultats publiés dans la référence [3] en utilisant différentes conditions aux limites pour la prise en considération de la cavitation dans le palier (**FEJOB**) & (**COMJOB**). Il est à souligner que les légers écarts observés entre les résultats peuvent être attribués aux conditions d'alimentation du palier qui n'ont pas été prises en compte dans nos calculs, en l'occurrence la pression d'alimentation ($p_s = 2.758 \times 10^5 Pa$) régnant dans la rainure semi-circconférentielle ainsi que les conditions de reformation du film lubrifiant qui nécessitent l'emploi d'un algorithme de conservation plus rigoureux.

Pour valider davantage l'exactitude de l'algorithme proposé et du code informatique élaboré, le palier de tête de bielle du moteur Diesel marin Ruston & Hornsby 6 VEB-X Mk III alimenté en lubrifiant par une rainure circconférentielle totale a été analysé en raison de la disponibilité des données relatives à ce type de palier dynamiquement chargés [5,6]. Les données relatives au moteur et au palier sont fournies ci-dessous :

Rayon de manivelle $R_1 = 0.184 m$; Longueur de bielle $L_2 = 0.782 m$; Vitesse angulaire du vilebrequin $\omega_c = -20\pi rad/s$, Longueur du demi-palier $L = 0.057 m$, Diamètre du palier $D = 2R = 0.2032 m$, jeu radial du palier $C = 82.55 \times 10^{-6} m$, viscosité dynamique du lubrifiant $\mu = 0.015 Pa.s$.

Les valeurs du pic de pression obtenues par la méthodologie numérique proposée et celles obtenues par les diverses techniques sont reportées dans le [tableau V.4](#). Les résultats montrent que la valeur du pic de pression est comparable à celle obtenue par éléments finis.

Tableau V. 4: Résultats relatifs au palier de tête de bielle du moteur Diesel Ruston & Hornsby

Études antérieure et actuelle	Pic de pression (MPa)	Ecart relatif (%)
Hirani et al [4]	34.66	3.35
Approximation du palier court de Booker [5]	35.84	0.06
Nouvelle courbe d'interpolation de Goenka [7]	34.57	3.61
Méthode des éléments finis [7]	<u>34.40</u>	4.13
Présente étude	<u>35.82</u>	-

V.6.2. Etude paramétrique

Après validation, le code a été utilisé pour étudier les effets combinés du mésalignement dynamique, de la taille et concentration des NPs, et de la poroélasticité sur les orbites stationnaires de l'axe du tourillon de vilebrequin, l'épaisseur minimale du film calculée dans les sections arrière, médiane et frontale du palier principal, le débit de fuite latérale et la perte de puissance pour un cycle moteur complet. Tous les calculs ont été effectués pour le palier principal de Paranjpe [\[3\]](#) dont le revêtement de surface est constitué d'un métal blanc (Babbitt) à base de plomb ayant les caractéristiques géométriques et élastiques suivantes : $t_l = 1\text{mm}$, $E = 29\text{ GPa}$, $\nu = 0,33$. Les résultats obtenus correspondent au même chargement dynamique que celui illustré en [figure V.4](#).

V.6.2.1. Effets du mésalignement dynamique

Nous avons effectué diverses simulations numériques dans le cas du palier mésaligné. Le mésalignement dynamique considéré est dû à l'excentration de la charge dynamique ℓ_W qui provoque donc un couple de mésalignement sur l'ensemble du cycle moteur. Les résultats graphiques sont présentés dans les [figures V.5 à V.12](#) pour le cas Newtonien ($\phi = 0.$, $l/C = 0.$) et non Newtonien, i. e. ($\phi = 0.3$, $l/C = 0.3$), et différentes valeurs du bras de levier relatif $L_W = \frac{2\ell_W}{L}$. Le cas aligné correspond à $L_W = 0$.

Les figures V.5 et V.6 montrent la comparaison des trajectoires stationnaires (en régime établi) de l'axe du tourillon pour les cas de fluide Newtonien et de fluide non Newtoniens à couple de contraintes. Aux extrémités du palier revêtu (sections arrière et frontale), l'influence du mésalignement est clairement significative. Cependant, on observe dans la section médiane du palier, des trajectoires de même forme et ce dans le cas aligné et mésaligné. D'autre part, les simulations EHD effectuées dans le cas Newtonien (figure V.5) pour $L_W = 10\%$, montrent que l'excentricité maximale de fonctionnement survient dans la section frontale du palier (figure V.5c) dont la valeur tend dangereusement vers celle du jeu radial du palier. En revanche, les calculs EHD effectués pour le même palier utilisant un nanofluide comme lubrifiant donnent des orbites plus contractées dans les trois sections et ce dans le cas aligné et mésaligné comme il est illustré sur la figure V.6. Ainsi, la présence des NPs ou des agrégats de NPs déplace l'orbite décrite par le centre de masse du tourillon vers le centre géométrique du coussinet. Ceci permet au système de fonctionner en toute sécurité.

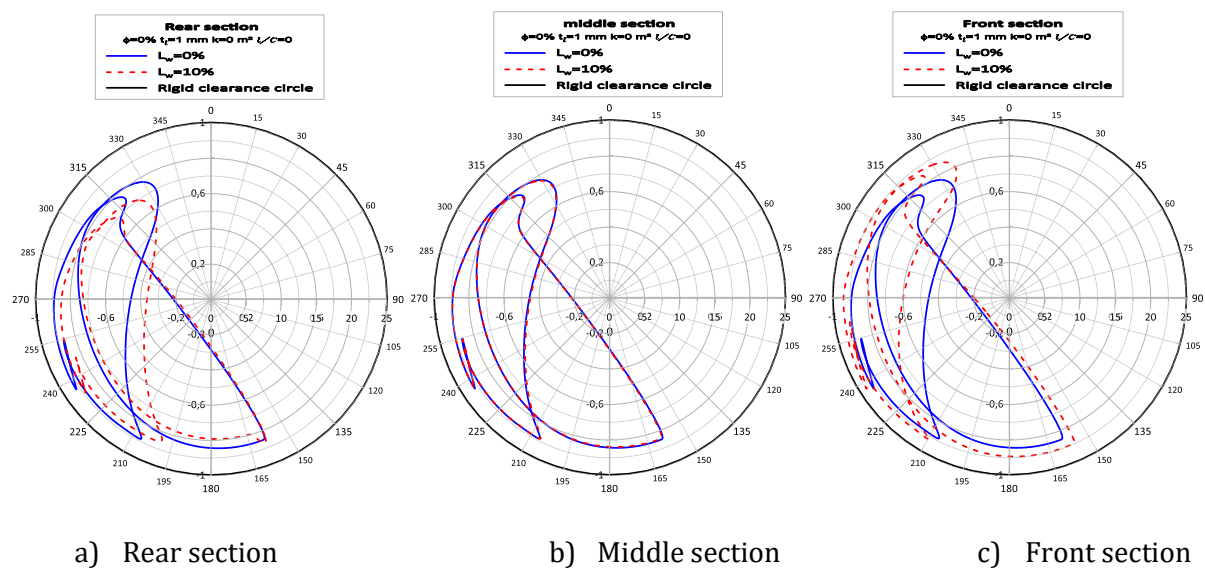


Fig. V. 5: Effets du degré de mésalignement dynamique L_W sur les orbites stationnaires du centre de vilebrequin pour le cas Newtonien.

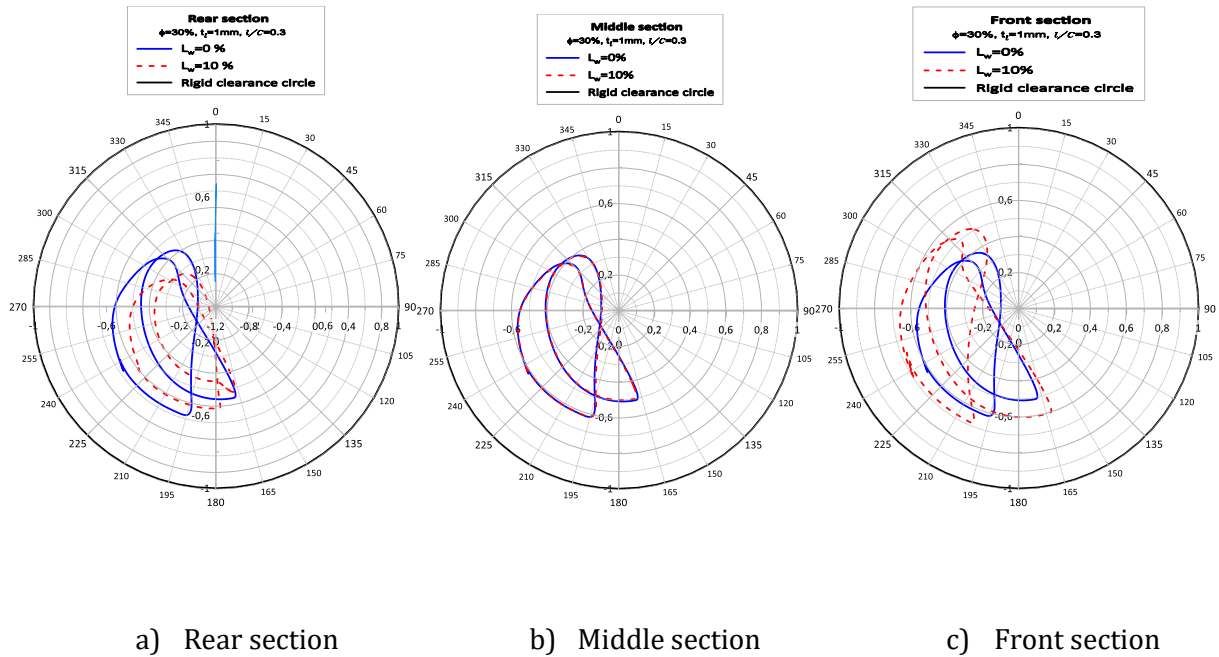


Fig. V. 6: Effets du degré de mésalignement dynamique L_W sur les orbites stationnaires du centre du tourillon pour le cas non Newtonien.

Dans le cas Newtonien et non Newtonien, l'épaisseur minimale du film se produit à l'un des bords libres du palier ; c'est-à-dire dans la section frontale comme il est montré sur les **Figures V.7 et V.8**. Ces dernières donnent les variations de l'épaisseur minimale du film en fonction de l'angle de vilebrequin pour les deux cas Newtonien et non Newtonien. Durant presque tout le cycle moteur, les valeurs de l'épaisseur minimale du film calculées dans le cas Newtonien sont plus faibles que celles prédites dans le cas non Newtonien. En effet, la valeur de l'épaisseur minimale du film calculée dans la section frontale pour un degré de mésalignement $L_W = 10\%$ vaut $1.56 [\mu\text{m}] @ \theta_c = 231^\circ$ qui est environ sept fois plus faible que celle déterminée dans le cas non Newtonien où la valeur est d'environ $10.73 [\mu\text{m}] @ \theta_c = 238^\circ$. On peut conclure que la présence de NPs ou des agrégats de NPs responsables des couples de contraintes dans le fluide lubrifiant peut éviter le contact métal-métal destructif au niveau des sections extrêmes du palier fonctionnant avec un défaut de mésalignement.

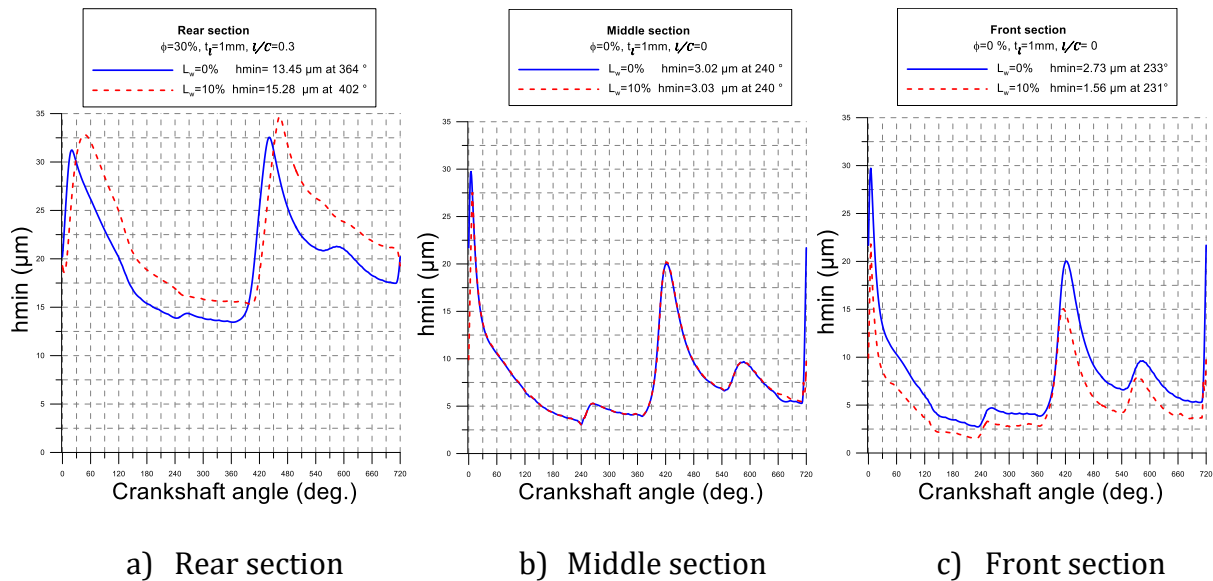


Fig. V. 7: Effets du degré de mésalignement dynamique L_W sur l'épaisseur minimale de film sur un cycle moteur pour le cas Newtonien

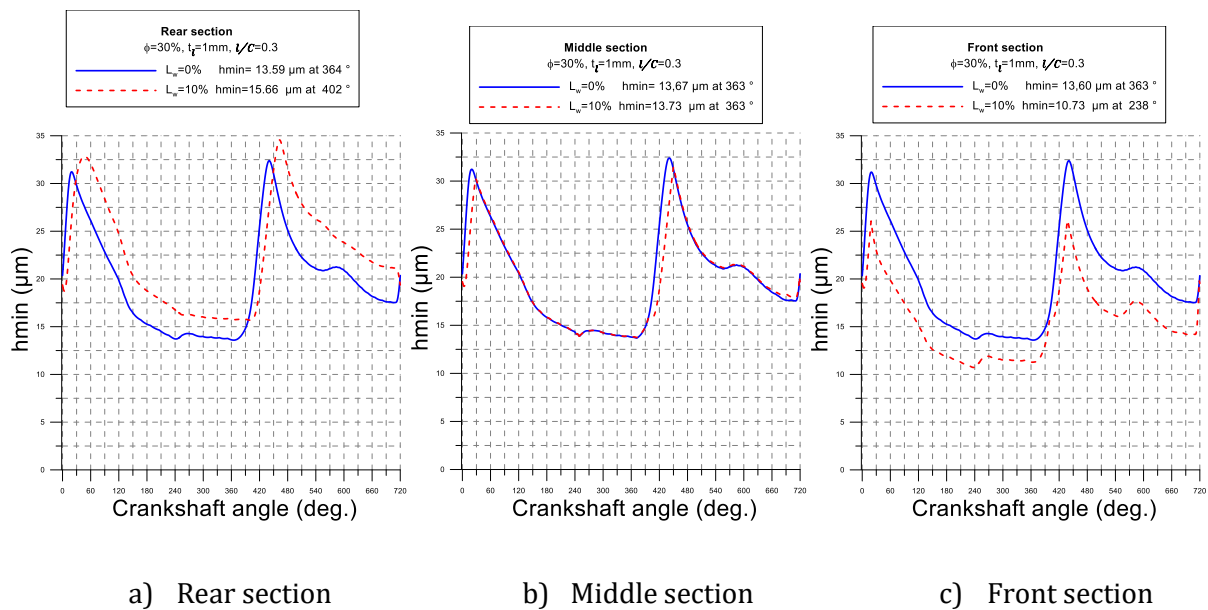


Fig. V. 8: Effets du degré de mésalignement dynamique L_W sur l'épaisseur minimale de film sur un cycle moteur pour le cas non Newtonien

Les figures V.9 à V.12 montrent qu'il n'y a pas d'influence significative du mésalignement dynamique sur le débit de fuite latéral figures V.9 et V.11, et la puissance dissipée sur tout le cycle moteur par comparaison au cas aligné figures V.10 et V.12. D'autre part, la présence des couples de contraintes (fluide additivé non Newtonien) diminue la valeur du débit de fuite moyen et augmente la puissance dissipée moyenne calculés pour un cycle moteur complet et ce à cause de la présence des couples de contraintes dus à l'existence

des NPs. Cette augmentation peut être expliquée par la superposition des effets des couples de contraintes aux effets de cisaillement dans le cas non Newtonien (nanofluide).

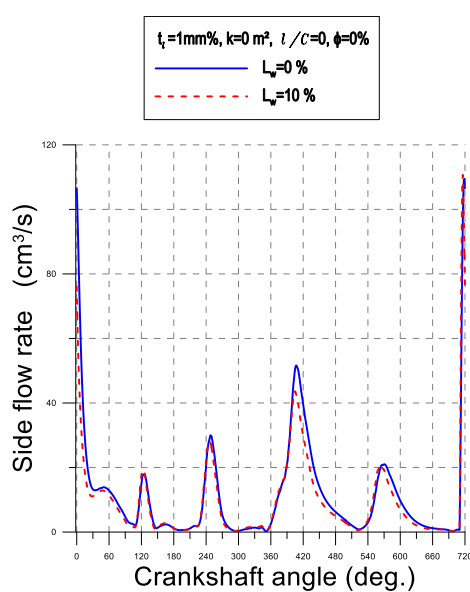


Fig. V. 9: Effets du mésalignement dynamique sur le débit de fuite latérale pour un cycle entier dans le cas Newtonien

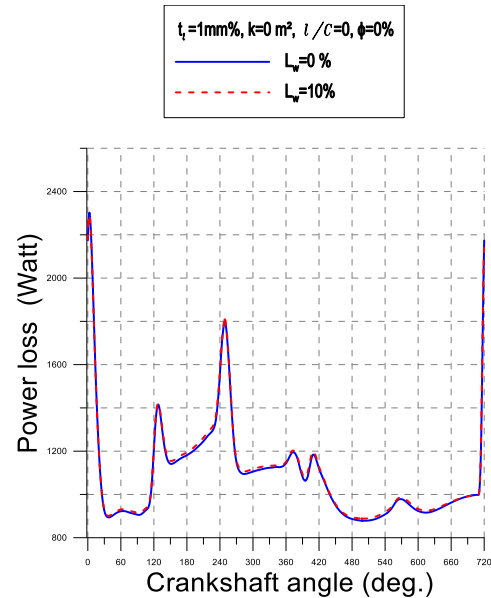


Fig. V. 10: Effets du mésalignement dynamique sur la puissance dissipée pour un cycle entier dans le cas Newtonien

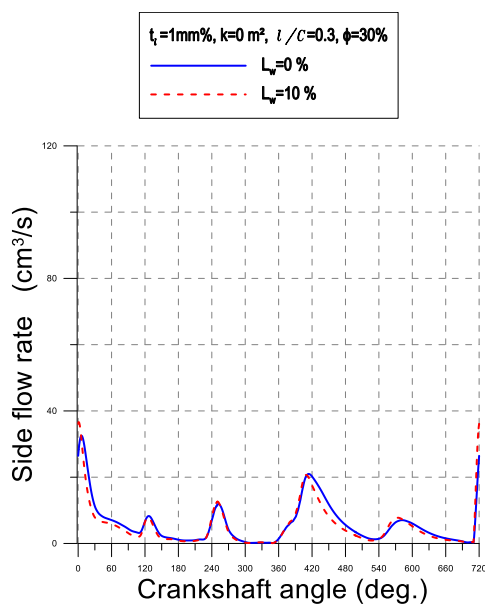


Fig. V. 11: Effets du mésalignement dynamique sur le débit de fuite latérale pour un cycle entier dans le cas non Newtonien

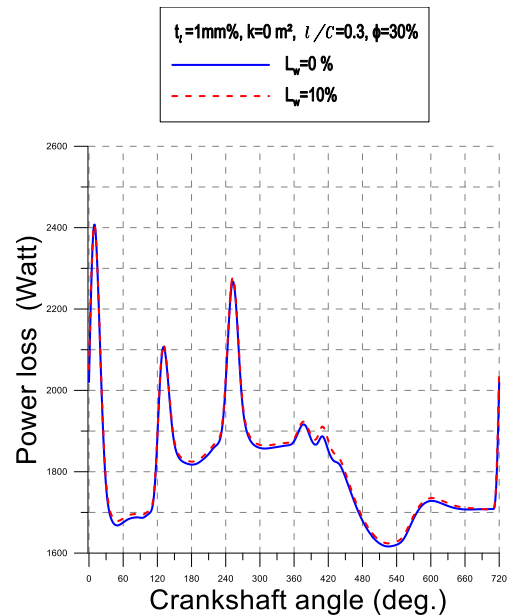


Fig. V. 12: Effets du mésalignement dynamique sur la puissance dissipée pour un cycle entier dans le cas non Newtonien

V.6.2.2. Effets de la taille caractéristique des NPs ou des agrégats de NPs

La **figure V.13** montre l'influence de la taille caractéristiques des NPs, $\frac{l}{c}$, sur les orbites du centre du tourillon pour le cas Newtonien et non Newtonien. Nous remarquons que l'augmentation de la taille caractéristique des NPs diminue les trajectoires décrites par le centre du tourillon dans les deux cas. L'ajout et l'augmentation de la taille des NPs dans un lubrifiant augmentent l'épaisseur minimale du film (**Figure V.14**). Cela déplace les orbites centrales de l'arbre vers le centre du palier. Les orbites calculées pour les différentes valeurs de la taille caractéristique des IF NPs ont les mêmes formes (courbes homothétiques).

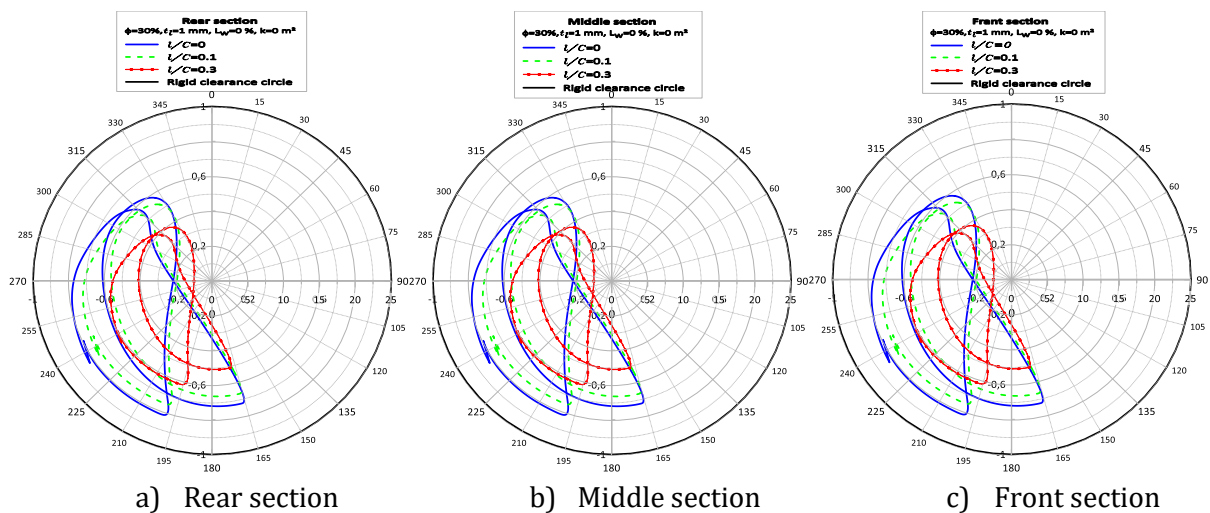


Fig. V. 13: Effets de la taille caractéristique des NPs sur les orbites stationnaires du centre du tourillon dans le cas déformable (coussinet revêtu).

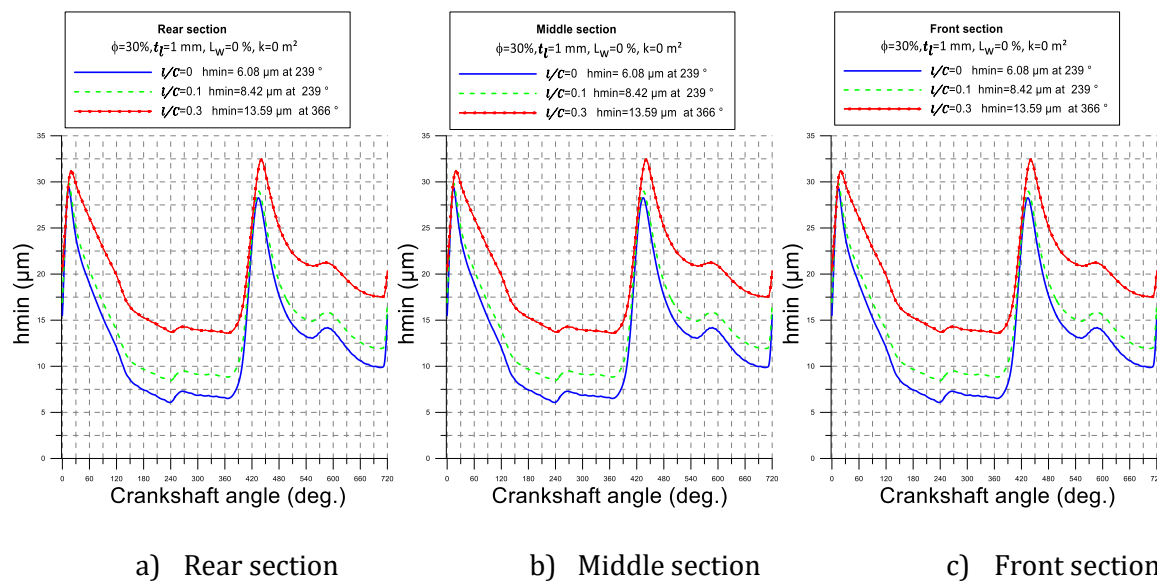


Fig. V. 14: Effets de la taille caractéristique des NPs sur les épaisseurs minimales du film dans le cas déformable (coussinet revêtu).

Les effets de la taille des NPs sur le débit de fuite et la puissance dissipée sont respectivement mis en évidence sur les figures V.15 et V.16. On observe une diminution du débit moyen et de la puissance dissipée moyenne calculés sur un cycle moteur. Il convient de noter que la diminution importante de la puissance dissipée due à la présence des NPs joue un rôle positif pour le bon fonctionnement du système en raison de la faible variation de température du fluide résultant de cette diminution. Ainsi, la viscosité du fluide ne serait pas sensiblement altérée.

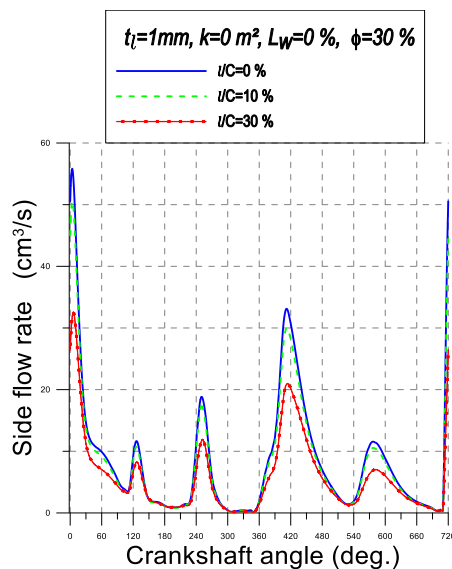


Fig. V. 15: Effets de la taille caractéristique des NPs sur le débit de fuite latérale sur un cycle moteur

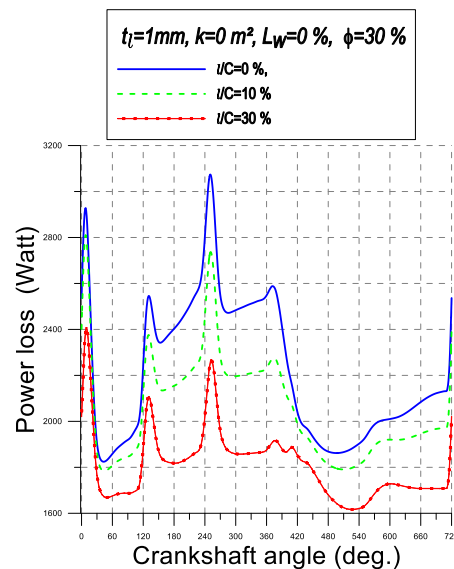


Fig. V. 16: Effets de la taille caractéristique des NPs sur la puissance dissipée sur un cycle moteur

V.6.2.3. Effets de la concentration des NPs

La figure V.17 représente dans le cas d'un palier aligné, l'influence de la concentration volumique ϕ des NPs sur les orbites stationnaires de l'axe du tourillon pour les cas Newtoniens et non Newtoniens. Nous remarquons que l'augmentation de la concentration diminue les trajectoires de l'arbre (tourillon) et fait déplacer les orbites (lieux des centres du tourillon) vers le centre géométrique du palier et ce dans les deux cas en raison de l'augmentation de la viscosité du nanolubrifiant. Ceci entraîne par conséquent une augmentation de l'épaisseur minimale du film (figure V.18). Nous constatons, par ailleurs, que les orbites calculées pour les différentes valeurs de la concentration, $\phi = 0$. pour le cas Newtonien et $\phi = 10$ et 30% pour le cas non Newtonien ont les mêmes formes (homothétiques).

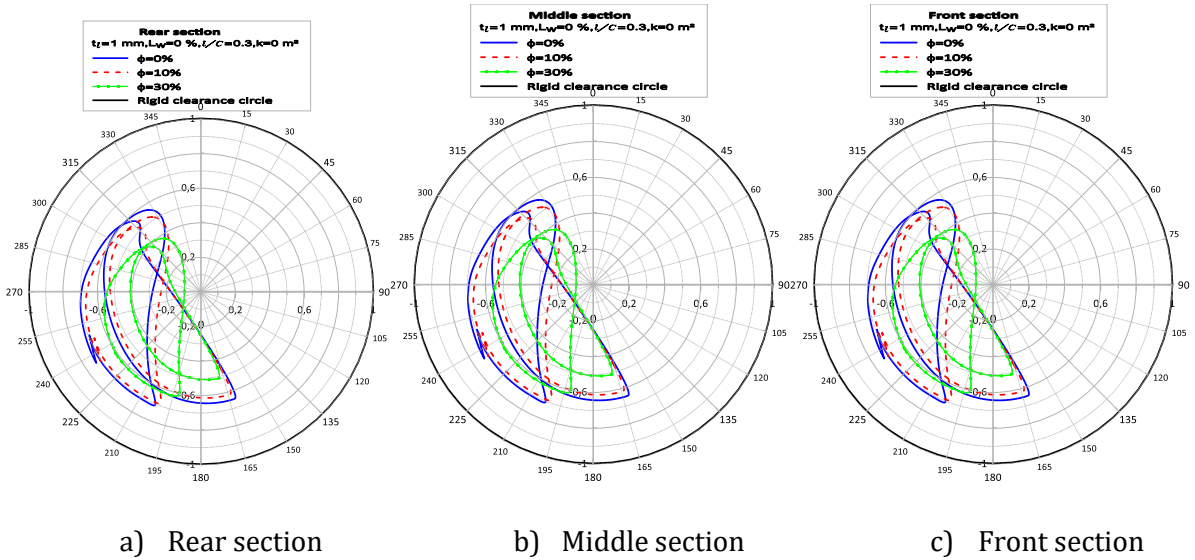


Fig. V. 17: Effets de la concentration volumique des NPs sur les orbites stationnaires du centre de vilebrequin dans le cas déformable (palier revêtu)

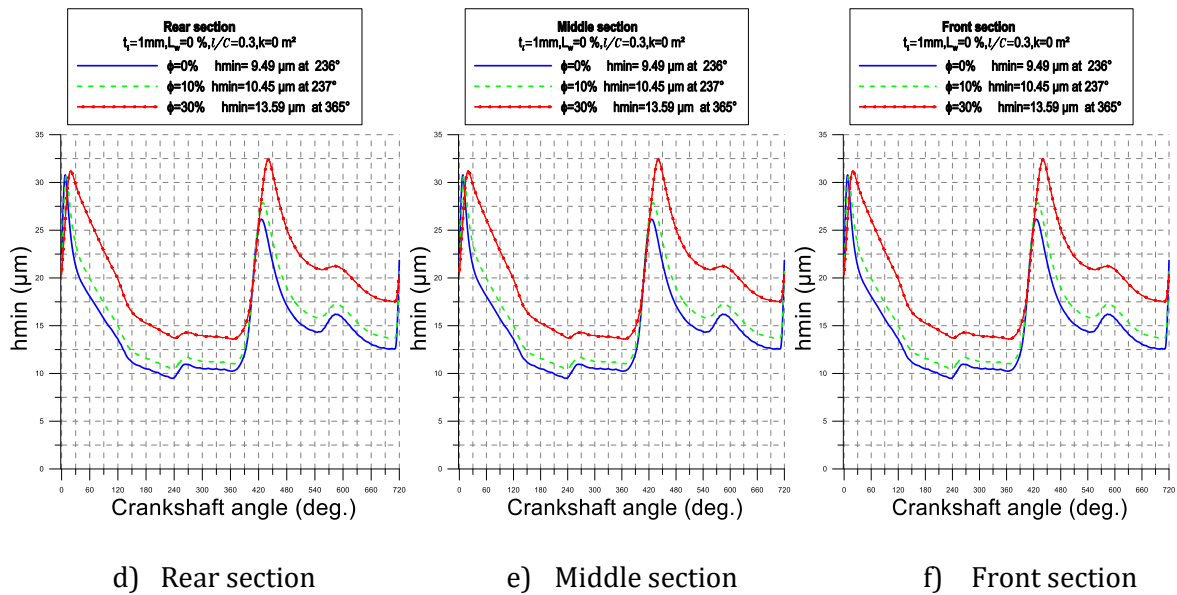


Fig. V. 18: Effets de la concentration volumique des NPs sur l'épaisseur de film minimale sur un cycle moteur dans le cas déformable (palier revêtu)

La figure V.19 montre que l'effet de la concentration des NPs sur le débit de fuite est faible sur tout le cycle. En revanche, la puissance dissipée augmente considérablement avec la concentration des NPs comme il est indiqué sur la figure V.20.

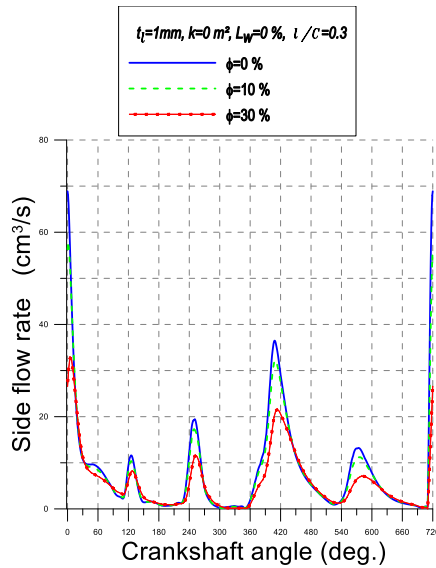


Fig. V. 19 : Effets de la concentration volumique des NPs sur le débit de fuite latérale pour un cycle moteur

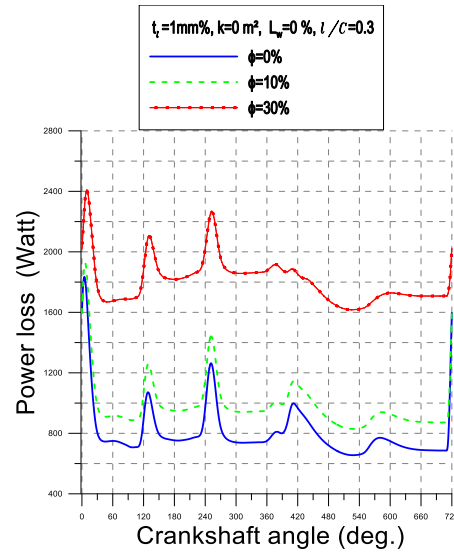


Fig. V. 20: Effets de la concentration volumique des NPs sur la puissance dissipée pour un cycle moteur

V.6.2.4. Effets de la poroélasticité du revêtement de surface

La figure V.21 représente dans le cas d'un palier aligné, l'effet de la perméabilité du revêtement de surface sur la trajectoire de l'axe du tourillon dans le palier. Lorsque l'arbre est éloigné du coussinet principal revêtu, l'effet de perméabilité n'est pas important. La pression n'est pas suffisante pour permettre au fluide de s'écouler dans la couche poreuse. Lorsque l'arbre se rapproche du coussinet, la porosité du matériau commence à jouer son rôle de régulateur de débit. Le fluide comprimé peut pénétrer dans la couche poreuse et s'écouler à l'intérieur de celle-ci.

Par comparaison au cas imperméable, la trajectoire calculée dans le cas perméable (revêtement poreux) est de taille plus grande à cause de la chute de pression dans le film lubrifiant.

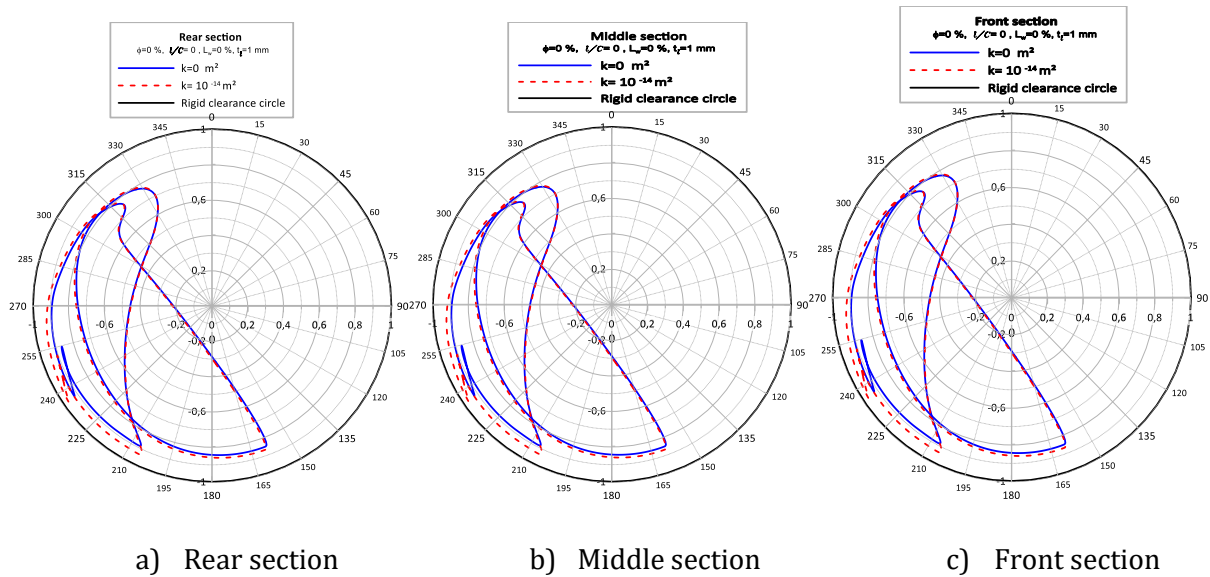


Fig. V. 21: Effets de la perméabilité du revêtement de surface sur les orbites stationnaires de l'axe du tourillon.

La **figure V.22** représente l'évolution de l'épaisseur minimale du film au cours d'un cycle moteur. Cela confirme que pour le cas du revêtement poreux, l'épaisseur minimale du film est inférieure à celle du cas imperméable. Le fluide est incompressible et offre une plus grande résistance à la compression lorsque le matériau n'est pas poreux.

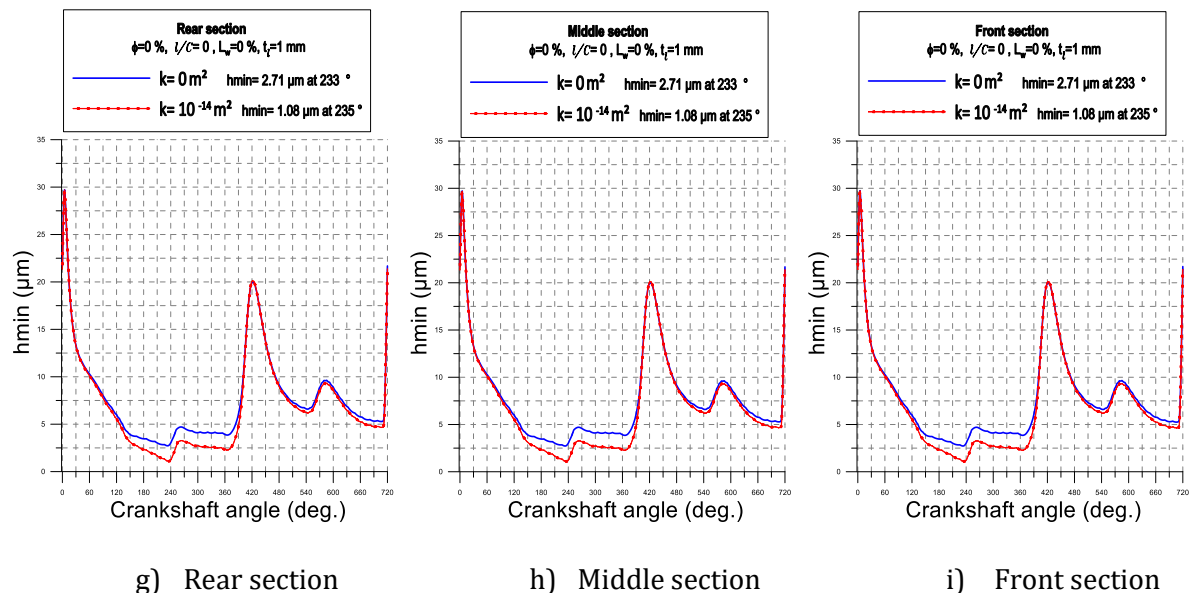


Fig. V. 22: Effets de la perméabilité du revêtement de surface sur l'épaisseur minimale du film sur un cycle moteur.

L'effet d'une couche perméable sur le débit de fuite n'est pas significatif (fig. V.23). Ceci est dû à la faible épaisseur de la couche mince (1mm) et à la pression très modérée dans cette couche. Comme les épaisseurs de film sont plus faibles dans le cas d'une couche mince perméable, les taux de cisaillement sont plus élevés et une dissipation de puissance plus élevée est ainsi observée (figure V.24).

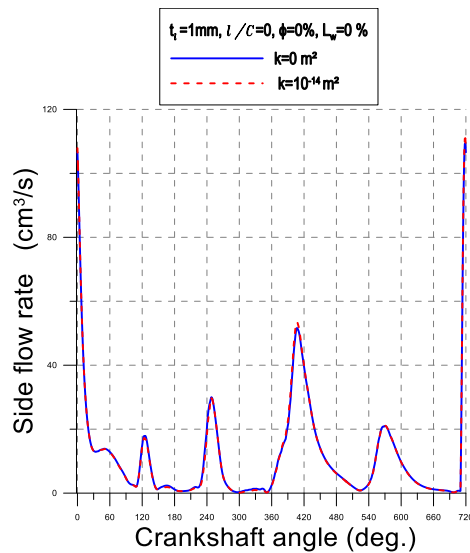


Fig. V. 23: Effets de la perméabilité du revêtement de surface sur le débit de fuite latérale sur le cycle complet.

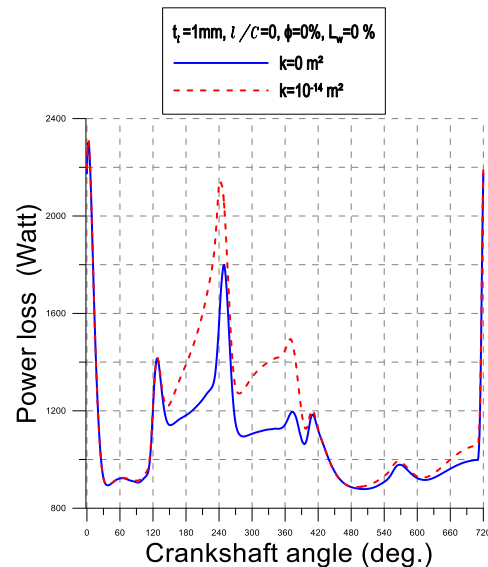


Fig. V. 24 : Effets de la perméabilité du revêtement de surface sur la puissance dissipée sur le cycle complet.

V.7. Conclusions

En se basant sur la théorie du micro-continuum de V. K. Stokes pour décrire l'écoulement des nanolubrifiants à couples de contraintes constitués d'huile de base et des nano-additifs (NPs), nous avons étudié les effets combinés de la taille caractéristique et la concentration volumique des NPs ou des agrégats de NPs sur le comportement dynamique non linéaire d'un palier principal de vilebrequin revêtu d'une couche poro-élastique soumis à un torseur de force quelconque.

Le modèle analytique de couche élastique mince (MCEM) a été utilisé pour déterminer les déformations induites par la pression à l'interface revêtement - film fluide.

La loi de Krieger-Dougherty a été incluse dans le modèle PEHD proposé pour tenir compte de la variation de la viscosité par rapport à la fraction volumique de NPs dispersées dans le lubrifiant de base.

Une équation de Reynolds modifiée transitoire a été dérivée afin de prendre en considération les effets des couples de contraintes et de la concentration résultant de la présence des NPs dans l'huile de base. La porosité du revêtement de surface mince a été introduite directement dans l'équation de Reynolds à l'aide de l'approximation de Morgan-Cameron. La prise en considération du glissement à l'interface fluide-revêtement nécessite l'emploi de conditions supplémentaires de Joseph-Beavers.

L'équation de Reynolds modifiée a été d'abord écrite sous forme de résidu puis discrétisée par la méthode des différences finies en utilisant deux molécules de calcul à cinq et neuf points.

La méthode itérative de Newton-Raphson amortie a été utilisée pour prédire la distribution de la pression hydrodynamique, les vitesses d'écrasement du film et les vitesses angulaires de mésalignement. Les déplacements du centre de vilebrequin et les angles de mésalignement ont été déduits des vitesses par le schéma de Runge-Kutta.

De cette étude paramétrique, les conclusions suivantes peuvent être tirées :

1. La présence des NPs (fluide non Newtonien) dans le lubrifiant de base produit une épaisseur de film plus élevée, des trajectoires plus contractées, diminue les pics du débit de fuite latérale et de la puissance dissipée pour un cycle moteur entier.
2. Le mésalignement dynamique produit une épaisseur de film d'huile plus faible à l'extrémité du palier (section frontale) et des trajectoires plus divergentes pour les cas Newtoniens et non Newtoniens, mais il n'a aucune influence appréciable sur le débit de fuite et la perte de puissance.
3. L'épaisseur minimale du film augmente avec la taille caractéristique des NPs. L'augmentation de ce paramètre entraîne une diminution des trajectoires de l'arbre, du débit de fuite latérale, et de la puissance dissipée.
4. L'épaisseur minimale du film et la perte de puissance augmentent avec la concentration des NPs dans le fluide de base. L'augmentation de ce paramètre conduit à une diminution des trajectoires de l'arbre et du débit de fuite latérale.

5. Dans le cas Newtonien, il a été trouvé que la porosité du revêtement de surface joue un rôle négatif vis-à-vis de l'épaisseur minimale du film par une augmentation des trajectoires du centre de vilebrequin en raison de la pénétration du fluide dans les pores. N'ayant pas d'influence significative sur le débit de fuite, la porosité affecte légèrement la valeur moyenne de la puissance dissipée.

Les résultats obtenus dans le cadre de cette étude permettent aux concepteurs de moteurs d'automobile d'améliorer davantage les performances des paliers de l'attelage mobile par un meilleur choix de lubrifiant et de matériaux pour le revêtement de surface en vue d'améliorer le rendement du MCI.

V.8. Références

- [1] Lahmar, Mustapha, **Modélisation du comportement élastohydrodynamique des revêtements de surface dans les paliers hydrodynamiques**, Nouvelle thèse de Doctorat de l'université de Poitiers, 1991.
- [2] Lahmar M., **Elastohydrodynamic analysis of double-layered journal bearings lubricated with couple stress fluids**, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, 219,2, 145-165, 2005.
- [3] PARANJPE, Rohit S. et GOENKA, Pawan K. **Analysis of crankshaft bearings using a mass conserving algorithm**. *Tribology Transactions*, 1990, vol. 33, no 3, p. 333-344.
- [4] HIRANI, H., ATHRE, K., et BISWAS, S. **Rapid and globally convergent method for dynamically loaded journal bearing design**. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, 1998, vol. 212, no 3, p. 207-214
- [5] BOOKER, J. F. **Dynamically loaded journal bearings: mobility method of solution**. *Trans. ASME, J. Basic Engng, Ser. D*, 187,537-546, 1965.
- [6] LAHMAR, Mustapha et BOU-SAÏD, Benyebka. **Couple stress effects on the dynamic behavior of connecting rod bearings in both gasoline and diesel engines**. *Tribology transactions*, 2008, vol. 51, no 1, p. 44-56
- [7] GOENKA, P. K. **Analytical curve fits for solution parameters of dynamically loaded journal bearings**, *Trans. ASME, J. tribology*, 106,421-428, 1984.

Conclusion générale

L'objectif principal du travail effectué dans le cadre de cette thèse était d'analyser théoriquement le comportement poro-élastohydrodynamique (PEHD) isotherme des paliers principaux de vilebrequin de moteurs thermiques alternatifs utilisant des nanofluides comme lubrifiants. Ces paliers, munis de revêtements de surface poroélastiques, sont soumis à un torseur de force quelconque. Il s'agissait de mettre en place un nouveau modèle de simulation numérique permettant la prise en compte des effets de la taille caractéristique et de la concentration des nanoparticules lubrifiantes dispersées dans un lubrifiant de base ou une huile complètement formulée, de la poroélasticité du revêtement de surface, et du défaut de mésalignement dynamique dû à l'excentration de la charge dynamique appliquée. Cette investigation comprend deux parties essentielles : la première partie s'intéressait à l'analyse cinématique et dynamique du mécanisme piston-bielle-vilebrequin appartenant à un moteur à combustion interne à piston alternatif basée sur la connaissance a priori du signal de pression dans la chambre de combustion et les données relatives aux différents organes de l'attelage mobile (masses, moments d'inertie, caractéristiques géométriques). Cette analyse avait pour but la détermination des diagrammes de charge dans les différentes liaisons du système ainsi que le couple moteur et ce pour un cycle moteur complet. Ces diagrammes, exprimés dans le repère fixe lié au bloc moteur ou les repères mobiles liés à la bielle ou au vilebrequin, sont exploités comme des données pour la seconde partie dédiée à l'analyse dynamique et la caractérisation des paliers principaux ou des paliers de bielle du moteur.

Dans le premier chapitre, nous avons présenté une synthèse bibliographique complétant l'état de l'art présenté dans l'introduction générale portant essentiellement sur les solutions technologiques permettant de réduire le frottement et l'usure en vue d'améliorer le rendement des moteurs thermiques alternatifs, la caractérisation physique et rhéologique des nanolubrifiants ainsi que la modélisation de leur écoulement dans le contexte de la mécanique des films minces visqueux (MFMV). Il ressort que la meilleure solution technologique utilisée pour réduire le frottement dans un moteur à combustion

en régime limite est l'emploi soit d'un lubrifiant moteur complètement formulé ou d'une huile de base auxquels on doit rajouter des nano-additifs en bisulfures métalliques appelés fullerènes inorganiques de type $IF-MoS_2$ ou $IF-WS_2$. Le choix de telles nanoparticules (NPs) a été motivé par leur pouvoir lubrifiant supérieur à celui de tous les autres nanomatériaux testés en régime de lubrification limite à des pressions de contact allant jusqu'à 2 GPa ainsi qu'à celui des additifs moléculaires traditionnels. D'autre part, il a été montré dans la littérature technique que les fullerènes inorganiques permettent de réduire au maximum le coefficient de frottement et le taux d'usure. En régime limite (phases de démarrage et arrêt du moteur), leur pouvoir lubrifiant s'explique soit par l'exfoliation de leur structure en une structure lamellaire conduisant à la libération de feuillets lubrifiants de MoS_2 ou WS_2 qui adhèrent aux surfaces métalliques frottantes pour former un film protecteur, ou par le roulement ou le glissement.

Il a été montré dans la littérature que la viscosité du nanolubrifiant peut être sensiblement affectée par la concentration en NPs. De nombreux modèles de viscosité ont été proposés dans la littérature pour le calcul de la viscosité effective du nanolubrifiant parmi lesquelles nous avons choisi la loi de Krieger-Dougherty. Par comparaison au modèle linéaire classique d'Einstein, il a été confirmé expérimentalement que le modèle de Krieger-Dougherty reste toujours valide tant que les concentrations ou fractions volumiques restent inférieures à 60 %.

La présence des NPs dans le fluide lubrifiant affecte également le comportement rhéologique de celui-ci à cause de l'existence inévitable des couples de contraintes au sein du fluide. La prise en considération de ces derniers a nécessité l'emploi de la théorie du continuum de V. K. Stokes au lieu de la théorie de la mécanique des milieux continus classique qui néglige la taille des particules ou des agrégats dans le cas des fortes concentrations.

Le modèle cinématique et dynamique du système bielle-manivelle-piston présenté en détails dans le deuxième chapitre nous a permis moyennant certaines hypothèses simplificatrices de déterminer l'ensemble des efforts appliqués aux différentes liaisons des éléments constituant le système. Cette résolution n'est possible que si le signal de pression des gaz dans la chambre de combustion du moteur est préalablement déterminé. La connaissance des diagrammes de charge est indispensable voire nécessaire pour

l'étude du comportement dynamique des paliers de tête de bielle, des paliers de pied de bielle, et des paliers principaux de vilebrequin. Ce modèle traduit en un programme MS-Fortran a été validé en comparant les résultats obtenus par le programme développé avec ceux issus de la littérature.

Les diagrammes de charge obtenus par le modèle cinématique et dynamique proposé dans le cas d'un moteur multicylindre à allumage commandé de marque Peugeot pour deux vitesses de rotation $N=3000$ & 6000 rpm confirmaient l'importance des effets d'inertie qui ne doivent pas être négligés ou ignorés notamment pour les moteurs tournant à des vitesses de rotation élevées tels que les moteurs suralimentés dotés de turbocompresseurs.

Dans le troisième chapitre, nous avons proposé et validé, à travers un programme de calcul des structures MS-Fortran développé, un modèle élastique simplifié devant être intégré dans le processus de calcul EHD ou PEHD dans les paliers principaux de vilebrequin de moteurs à combustion interne. Ce modèle permet d'éviter de construire la matrice de compliance de toute la structure du palier par l'emploi de la MEF (3-D) ce qui réduit substantiellement les efforts de calcul et l'usage des moyens de calcul plus performants aussi bien en termes de mémoires de stockage que de temps de calcul. Cependant, il a été montré que ce modèle pourrait être mis en défaut lorsque les revêtements de surface sont relativement épais et/ou lorsque le matériau constituant ces revêtements est incompressible (coefficient de Poisson $\nu \rightarrow \frac{1}{2}$). Ce modèle a été adopté avec succès dans l'analyse PEHD des paliers principaux de vilebrequin dynamiquement chargés munis de revêtements compressibles (Babbitts) constitués d'un métal blanc à base de plomb. D'autre part, le modèle d'écoulement en milieu poreux a été celui de Darcy mais sous forme modifiée en vue de prendre en considération la présence des nanoparticules dans le lubrifiant moteur. La loi de Darcy modifiée implique alors un coefficient de pénétration (percolation) noté β tel que $\beta = l^2/k$ dont la valeur s'échelonne entre 0 et 1. l étant le diamètre caractéristique de la NP ou de l'agrégation de NPs et k la perméabilité du matériau constituant le revêtement de surface.

Le but du quatrième chapitre était de présenter les entités de base de la théorie du micro-continuum de Vijay Kumar Stokes dans le cadre de la mécanique des films minces visqueux appliqué à un palier lisse à coussinet poroélastique fonctionnant avec un défaut

de mésalignement dynamique dû à l'excentration de la charge dynamique appliquée qui varie en module et en direction sur tout le cycle thermodynamique du moteur. Par comparaison à la théorie des milieux continus classique qui néglige la taille des particules, cette théorie tient compte de la taille des nanoparticules (NPs) ou des agrégats de NPs en écoulement. Cependant, la prise en considération des couples de contraintes entraîne une asymétrie du tenseur des contraintes. Il convient de souligner que cette théorie, inspirée de la théorie des milieux élastiques polaires des frères Cosserat, est basée sur une véritable description du continuum du point de vue cinématique avec l'introduction des tenseurs des taux de vorticité et de courbure définie directement à partir du champ de vitesse de l'écoulement. Une équation de Reynolds modifiée a été dérivée à partir des équations de mouvement d'un fluide non Newtonien à couples de contraintes moyennant les conditions de glissement de Beavers-Joseph à l'interface et l'approximation de Morgan-Cameron. Cette dernière nous a évité la résolution de l'équation de Darcy (3-D) dans la matrice poreuse. A la fin du chapitre, nous avons établi les expressions des différentes caractéristiques hydrodynamiques du palier poreux, à savoir : la capacité de charge, l'angle de calage, la force de frottement, le débit de fuite, et la puissance dissipée.

En se basant sur la théorie du micro-continuum de V. K. Stokes pour décrire l'écoulement des nanolubrifiants à couples de contraintes constitués d'huile de base et des nano-additifs (NPs), nous avons mis en évidence, dans le cinquième chapitre, à travers une étude paramétrique les effets combinés de la taille caractéristique et la concentration volumique des NPs ou des agrégats de NPs sur le comportement dynamique non linéaire d'un palier principal de vilebrequin revêtu d'une couche poro-élastique soumis à un torseur de force quelconque.

Le modèle analytique de couche élastique mince (MCEM) a été utilisé pour déterminer les déformations induites par la pression à l'interface revêtement -film fluide. D'autre part, la loi de Krieger-Dougherty a été incluse dans le modèle PEHD proposé pour tenir compte de la variation de la viscosité par rapport à la fraction volumique de NPs dispersées dans le lubrifiant de base.

L'équation de Reynolds modifiée, écrite en régime transitoire et en variables adimensionnelles pour un palier cylindrique, a été d'abord exprimée sous forme de résidu

puis discrétisée par la méthode des différences finies en utilisant deux molécules de calcul à cinq et neuf points.

La méthode itérative de Newton-Raphson amortie a été utilisée pour résoudre le problème de lubrification PEHD inverse en termes de distribution de la pression hydrodynamique dans le film lubrifiant, des vitesses d'écrasement du film, et des vitesses angulaires de mésalignement. Une formule permettant le passage de la numérotation bi-indicielle à la numérotation mono-indicielle des nœuds du maillage a été établie en vue de générer numériquement et à chaque itération les coefficients de la matrice Jacobienne par les différences finies décentrées (forward scheme). Notons que la génération analytique de la matrice Jacobienne est un peu pénible et nécessite beaucoup de développements mathématiques.

La portance et le moment hydrodynamiques ont été évalués par intégration numérique de la pression sur la surface du palier en utilisant les formules de Newton-Cotes (trapèzes, Simpson).

Les déplacements du centre de vilebrequin dans la section médiane du palier et les angles de mésalignement ont été déduits des vitesses par le schéma de Runge-Kutta d'ordre deux. Les déplacements du centre de vilebrequin dans les sections extrêmes du palier ont été calculés à partir des déplacements de l'axe du tourillon de vilebrequin dans la section médiane du palier à l'aide de relations géométriques appropriées.

Un code de calcul MS-Fortran 90 de paliers principaux a été ainsi développé pour l'étude paramétrique envisagée. Les conclusions tirées de cette étude sont les suivantes :

1. La présence des NPs (fluide non Newtonien) dans le lubrifiant de base produit une épaisseur de film plus élevée, des trajectoires plus contractées, diminue les pics du débit de fuite latérale et de la puissance dissipée pour un cycle moteur entier.
2. Le mésalignement dynamique produit une épaisseur de film d'huile plus faible à l'extrémité du palier (section frontale) et des trajectoires plus divergentes pour les cas Newtoniens et non Newtoniens, mais il n'a aucune influence appréciable sur le débit de fuite et la perte de puissance.

3. L'épaisseur minimale du film augmente avec la taille caractéristique des NPs. L'augmentation de ce paramètre entraîne une diminution des trajectoires de l'arbre, du débit de fuite latérale, et de la puissance dissipée.

4. L'épaisseur minimale du film et la perte de puissance augmentent avec la concentration des NPs dans le fluide de base. L'augmentation de ce paramètre conduit à une diminution des trajectoires de l'arbre et du débit de fuite latérale.

5. Dans le cas Newtonien, il a été trouvé que la porosité du revêtement de surface joue un rôle négatif vis-à-vis de l'épaisseur minimale du film par une augmentation des trajectoires du centre de vilebrequin en raison de la pénétration du fluide dans les pores. N'ayant pas d'influence significative sur le débit de fuite, la porosité affecte légèrement la valeur moyenne de la puissance dissipée.

Les résultats intéressants obtenus dans le cadre de cette investigation contribuent d'une part à la bonne compréhension du comportement PEHD des paliers principaux mésalignés revêtus fonctionnant avec des nanolubrifiants et permettent d'autre part aux concepteurs de moteurs d'automobile d'améliorer davantage les performances des paliers de l'attelage mobile par un meilleur choix de lubrifiant et de matériaux constituant les revêtements de surface en vue de réduire les frottements et d'améliorer ainsi le rendement de leurs machines.

Les perspectives pouvant être envisagées afin de parfaire la bonne compréhension de ce type de palier sont :

- Développement d'un nouveau modèle Thermo-Elastohydrodynamique (TEHD) afin de prendre en considération les effets thermiques et thermoélastiques.
- Prise en compte du phénomène de rupture de film (cavitation) à l'aide des algorithmes de conservation tel que l'algorithme $p - \theta$ d'Elrod-Adams.
- Utilisation de la méthode des volumes finis (MVF) pour la résolution de l'équation de Reynolds et de l'équation d'énergie surtout dans le cas des paliers texturés.
- Développement d'un banc d'essai de palier pour la validation du modèle TEHD ou TPEHD.

Annexe A

Equation géométrique du film fluide d'un palier cylindrique compliant

Considérons une section droite d'un palier cylindrique à section circulaire (figure A.1).

L'application de la loi des cosinus ou formule d'Al Kashi permet d'écrire :

$$(R + H)^2 = e^2 + (R + C + U)^2 - 2e(R + C + U)\cos(\gamma + (\pi - \theta)) \quad (A.1)$$

qui peut s'écrire aussi

$$(R + H)^2 = e^2 + (R + C + U)^2 + 2e(R + C + U)(\cos\gamma \cos\theta + \sin\gamma \sin\theta) \quad (A.2)$$

La division des deux membres de l'équation (A.2) par R^2 donne après simplification des termes d'ordre supérieur $\left(\left(\frac{H}{R}\right)^2, \left(\frac{e}{R}\right)^2, \left(\frac{U}{R}\right)^2, \left(\frac{C}{R}\right)^2, \frac{CU}{R^2}, \frac{eU}{R^2}, \text{ et } \frac{eC}{R^2}\right)$:

$$\frac{2H}{R} = \frac{2C}{R} + \frac{2U}{R} + \frac{2e}{R}\cos(\theta - \gamma) \quad (A.3)$$

ou

$$H = C + e\cos(\theta - \gamma) + U = C(1 + \varepsilon \cos(\theta - \gamma)) + U \quad (A.4)$$

ou encore en développant $\cos(\theta - \gamma)$:

$$H = C(1 + \varepsilon(\cos\theta \cos\gamma + \sin\theta \sin\gamma)) + U = C(1 - \varepsilon_y \cos\theta + \varepsilon_x \sin\theta) + U \quad (A.5)$$

Dans le cas du repère lié au palier de ligne du vilebrequin, l'équation géométrique du film est obtenue en faisant le changement de variable $\theta' = \theta + \frac{\pi}{2}$ où l'origine de θ' est située sur l'axe x :

$$\mathbf{H} = C \left(1 - \varepsilon_y \cos\left(\theta' - \frac{\pi}{2}\right) + \varepsilon_x \sin\left(\theta' - \frac{\pi}{2}\right)\right) + U = C(1 - \varepsilon_x \cos\theta' - \varepsilon_y \sin\theta') + U \quad (A.6)$$

Dans le cas du palier rigide, l'équation (A.6) devient : $\mathbf{H} = C(1 - \varepsilon_x \cos\theta' - \varepsilon_y \sin\theta')$.

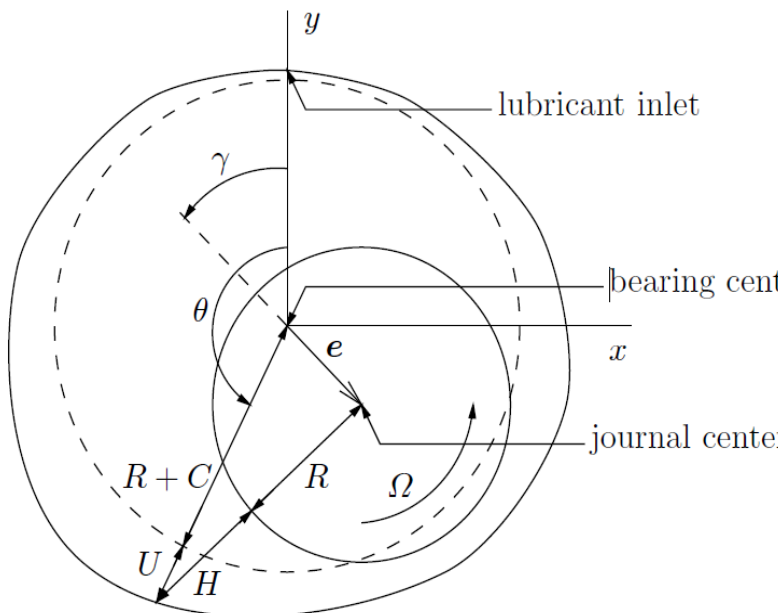


Fig. A.1: Section droite d'un palier compliant

Annexe B

Détermination des tenseurs des contraintes et des couples des contraintes dans le contexte de la lubrification par film mince

L'action de contact \vec{t} , appelée vecteur contrainte, en un point M de l'interface film fluide – coussinet, dépend uniquement du tenseur des contraintes en ce point et du vecteur normal \vec{n} (M):

$$\vec{t}(M, \vec{n}) = \sum_{i=1}^3 t_i \vec{e}_i = \sum_{i=1}^3 T_{ji}(M) n_j(M) \vec{e}_i \quad (\text{B.1})$$

n_j représente les composantes du vecteur normal unitaire en M orienté de l'interface vers le fluide (normale extérieure).

Dans le cas de l'écoulement d'un fluide incompressible ou isovolume non Newtonien à couples de contraintes, on a :

$$T_{ji} = -p\delta_{ij} + 2\mu D_{ij} - 2\eta \nabla^2 \Omega_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu(v_{i,j} + v_{j,i}) - \eta \nabla^2 (v_{i,j} - v_{j,i})$$

∇^2 étant l'opérateur de Laplace.

la matrice représentative du tenseur des contraintes s'écrit :

$$[T_{ij}] = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$$

où

$$\sigma_{xx} = -p + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\tau_{xy} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) - \eta \left(\frac{\partial^3 u}{\partial y \partial x^2} + \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 u}{\partial y \partial z^2} - \frac{\partial^3 v}{\partial x^3} - \frac{\partial^3 v}{\partial x \partial y^2} - \frac{\partial^3 v}{\partial x \partial z^2} \right)$$

$$\tau_{xz} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) - \eta \left(\frac{\partial^3 u}{\partial z \partial x^2} + \frac{\partial^3 u}{\partial z^3} + \frac{\partial^3 u}{\partial z \partial y^2} - \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} - \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} - \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial z^2} \right)$$

$$\tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \eta \left(\frac{\partial^3 v}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 v}{\partial x \partial y^2} + \frac{\partial^3 v}{\partial x \partial z^2} - \frac{\partial^3 u}{\partial y \partial z^2} - \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} - \frac{\partial^3 u}{\partial y \partial z^2} \right)$$

$$\sigma_{yy} = -p + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\tau_{yz} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) - \eta \left(\frac{\partial^3 v}{\partial z \partial x^2} + \frac{\partial^3 v}{\partial z^3} + \frac{\partial^3 v}{\partial z \partial y^2} - \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} - \frac{\partial^3 w}{\partial y \partial x^2} - \frac{\partial^3 w}{\partial y \partial z^2} \right)$$

$$\tau_{zx} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) - \eta \left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} + \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial z^2} - \frac{\partial^3 u}{\partial z \partial x^2} - \frac{\partial^3 u}{\partial z^3} - \frac{\partial^3 u}{\partial z \partial y^2} \right)$$

$$\tau_{zy} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) - \eta \left(\frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 w}{\partial y \partial x^2} + \frac{\partial^3 w}{\partial y \partial z^2} - \frac{\partial^3 v}{\partial z \partial x^2} - \frac{\partial^3 v}{\partial z^3} - \frac{\partial^3 v}{\partial z \partial y^2} \right)$$

$$\sigma_{zz} = -p + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z}$$

En remplaçant les variables réduites

$$\bar{x} = \frac{x}{L}, \bar{y} = \frac{y}{h}, \bar{z} = \frac{z}{L}, \bar{u} = \frac{u}{U}, \bar{v} = \frac{vL}{UL}, \bar{w} = \frac{w}{U}, \bar{p} = \frac{h^2}{\mu_0 UL} p, \bar{\mu} = \frac{\mu}{\mu_0}, \bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0}, \bar{\eta} = \frac{\eta}{\eta_0}$$

dans les composantes du tenseur des contraintes ci-dessus, on obtient :

$$\bar{\sigma}_{xx} = \frac{\mu_0 VL}{h^2} \left(-\bar{p} + 2\bar{\mu} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} \right)$$

$$\bar{\tau}_{xy} = \mu_0 \bar{\mu} \frac{V}{h} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} + \xi^2 \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{x}} \right) - \eta_0 \bar{\eta} \frac{V}{h^3} \left(\xi^2 \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial \bar{y} \partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial \bar{y}^3} + \xi^2 \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial \bar{y} \partial \bar{z}^2} - \xi^4 \frac{\partial^3 \bar{v}}{\partial \bar{x}^3} - \xi^2 \frac{\partial^3 \bar{v}}{\partial \bar{x} \partial \bar{y}^2} - \xi^4 \frac{\partial^3 \bar{v}}{\partial \bar{x} \partial \bar{z}^2} \right)$$

$$\bar{\tau}_{xz} = \mu_0 \bar{\mu} \frac{V}{L} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{x}} \right) - \eta_0 \bar{\eta} \frac{V}{h^3} \left(\xi^3 \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial \bar{z} \partial \bar{x}^2} + \xi^3 \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial \bar{z}^3} + \xi^2 \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial \bar{z} \partial \bar{y}^2} - \xi^3 \frac{\partial^3 \bar{w}}{\partial \bar{x}^3} - \xi \frac{\partial^3 \bar{w}}{\partial \bar{x} \partial \bar{y}^2} - \xi^3 \frac{\partial^3 \bar{w}}{\partial \bar{x} \partial \bar{z}^2} \right)$$

$$\bar{\tau}_{yx} = \mu_0 \bar{\mu} \frac{V}{h} \left(\xi^2 \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} \right) - \eta_0 \bar{\eta} \frac{V}{h^3} \left(\xi^4 \frac{\partial^3 \bar{v}}{\partial \bar{x}^3} + \xi^2 \frac{\partial^3 \bar{v}}{\partial \bar{x} \partial \bar{y}^2} + \xi^4 \frac{\partial^3 \bar{v}}{\partial \bar{x} \partial \bar{z}^2} - \xi^2 \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial \bar{y} \partial \bar{x}^2} - \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial \bar{y}^3} - \xi^2 \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial \bar{y} \partial \bar{z}^2} \right)$$

$$\bar{\sigma}_{yy} = \frac{\mu_0 VL}{h^2} \left(-\bar{p} + 2\bar{\mu} \xi^2 \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} \right)$$

$$\bar{\tau}_{yz} = \mu_0 \bar{\mu} \frac{V}{h} \left(\xi^2 \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{y}} \right) - \eta_0 \bar{\eta} \frac{V}{h^3} \left(\xi^4 \frac{\partial^3 \bar{v}}{\partial \bar{z} \partial \bar{x}^2} + \xi^4 \frac{\partial^3 \bar{v}}{\partial \bar{z}^3} + \xi^2 \frac{\partial^3 \bar{v}}{\partial \bar{z} \partial \bar{y}^2} - \frac{\partial^3 \bar{w}}{\partial \bar{y}^3} - \xi^2 \frac{\partial^3 \bar{w}}{\partial \bar{y} \partial \bar{x}^2} - \xi^2 \frac{\partial^3 \bar{w}}{\partial \bar{y} \partial \bar{z}^2} \right)$$

$$\bar{\tau}_{zx} = \mu_0 \bar{\mu} \frac{V}{L} \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{z}} \right) - \eta_0 \bar{\eta} \frac{V}{h^3} \left(\xi^3 \frac{\partial^3 \bar{w}}{\partial \bar{x}^3} + \xi \frac{\partial^3 \bar{w}}{\partial \bar{x} \partial \bar{y}^2} + \xi^2 \frac{\partial^3 \bar{w}}{\partial \bar{x} \partial \bar{z}^2} - \xi^3 \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial \bar{z} \partial \bar{x}^2} - \xi^3 \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial \bar{z}^3} - \xi^2 \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial \bar{z} \partial \bar{y}^2} \right)$$

$$\bar{\tau}_{zy} = \mu_0 \bar{\mu} \frac{V}{h} \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{y}} + \xi^2 \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{z}} \right) - \eta_0 \bar{\eta} \frac{V}{h^3} \left(\frac{\partial^3 \bar{w}}{\partial \bar{y}^3} + \xi^2 \frac{\partial^3 \bar{w}}{\partial \bar{y} \partial \bar{x}^2} + \xi^2 \frac{\partial^3 \bar{w}}{\partial \bar{y} \partial \bar{z}^2} - \xi^4 \frac{\partial^3 \bar{v}}{\partial \bar{z} \partial \bar{x}^2} - \xi^4 \frac{\partial^3 \bar{v}}{\partial \bar{z}^3} - \xi^2 \frac{\partial^3 \bar{v}}{\partial \bar{z} \partial \bar{y}^2} \right)$$

$$\bar{\sigma}_{zz} = \frac{\mu_0 VL}{h^2} \left(-\bar{p} + 2\bar{\mu} \xi^2 \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{z}} \right)$$

Après avoir négligé les termes multipliés par ξ^2, ξ^3, ξ^4 , le retour aux variables avec dimension permet d'avoir la matrice représentative du tenseur des contraintes dans le cas des écoulements de films minces :

$$[T_{ji}] = \begin{bmatrix} -p & \mu \frac{\partial u}{\partial y} - \eta \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} & 0 \\ \mu \frac{\partial u}{\partial y} + \eta \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} & -p & \mu \frac{\partial w}{\partial y} + \eta \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} \\ 0 & \mu \frac{\partial w}{\partial y} - \eta \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} & -p \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -p & \mu \frac{\partial u}{\partial y} & 0 \\ \mu \frac{\partial u}{\partial y} & -p & \mu \frac{\partial w}{\partial y} \\ 0 & \mu \frac{\partial w}{\partial y} & -p \end{bmatrix}}_{\text{Partie symétrique } T_{(ij)}} +$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\eta \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} & 0 \\ +\eta \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} & 0 & +\eta \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} \\ 0 & -\eta \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} & 0 \end{bmatrix}}_{\text{Partie anti-symétrique } T_{[ij]}}$$

(B.2)

Le vecteur normal \vec{n} à l'interface film – coussinet poreux est égal à $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ dans le système

de coordonnées cartésiennes local (x, y, z) . Le vecteur contrainte au point M s'exprime :

$$\vec{t}(M, \vec{n}) = \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} - \eta \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} \right) \vec{e}_x - p \vec{e}_y + \left(\mu \frac{\partial w}{\partial y} - \eta \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} \right) \vec{e}_z \quad (\text{B.3})$$

L'intégration de l'équation (B.3) sur la surface de l'arbre permet de calculer les actions du fluide lubrifiant sur l'arbre, à savoir la portance hydrodynamique et les forces de frottement : $\vec{R} = \int_S \vec{t}(M, \vec{n}) dS$

En procédant de la même manière pour les composantes des couples de contraintes, on obtient :

$$[M_{ji}] = \begin{bmatrix} M_{xx} & M_{xy} & M_{xz} \\ -M_{xy} & M_{yy} & M_{yz} \\ -M_{xz} & -M_{yz} & M_{zz} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0 & -2\eta \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} & 0 \\ 2\eta \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} & 0 & -2\eta \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ 0 & 2\eta \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

De même, le vecteur couple de contrainte au point M s'exprime comme suit :

$$\vec{m}(M, \vec{n}) = \sum_{i=1}^3 m_i \vec{e}_i = \sum_{i=1}^3 M_{ji} (M) n_j (M) \vec{e}_i \quad (\text{B.5})$$

$$\vec{m}(M, \vec{n}) = -2\eta \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \vec{e}_x + 0 \vec{e}_y + 2\eta \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \vec{e}_z \quad (\text{B.6})$$

Principales notations utilisées

Symboles	Définitions	Unités SI
C	Jeu radial du palier	m
E	Module d'Young du revêtement de surface	Pa
e	Excentricité de fonctionnement du palier, $= \sqrt{e_X^2 + e_Y^2}$	m
F_X, F_Y	Composantes de la charge dynamique appliquée	N
$T_X(t), T_Y(t)$	Composantes du couple dynamique appliquée	$N.m$
ℓ_w	Bras de levier (distance entre la direction de la charge et le plan de la section médiane du palier, $z=0$)	m
F	Module de la charge dynamique appliquée par le bloc moteur sur le palier principal, $= \sqrt{F_X^2 + F_Y^2}$	N
m_j	Masse du vilebrequin affectée au palier	kg
n_j	Vitesse de rotation du moteur	rpm
k	Perméabilité de la matrice poreuse	m^2
h	Épaisseur du film d'huile	m
L	Longueur du palier	m
l	Taille de la nanoparticule lubrifiante	m
p	Pression hydrodynamique	Pa
Q_z	Débit de fuite latéral	m^3/s
R	Rayon de l'arbre (tourillon)	m
t	Temps	s
Δt	Pas de temps	s
t_l	Épaisseur du revêtement de surface	m
\tilde{t}_l	Épaisseur relative du revêtement de surface $\tilde{t}_l = \frac{t_l}{R}$	/
R_1	Rayon du bras de vilebrequin (manivelle)	m
L_2	Longueur de la bielle	m
e_X, e_Y	Composantes du vecteur excentricité \vec{e} du centre de tourillon (vilebrequin) dans la section médiane du palier principal exprimées dans le repère fixe lié au bloc moteur de centre O .	m
e'_X, e'_Y	Vitesses instantanées du centre de tourillon	m/s
α'_X, α'_Y	Vitesses angulaires du mésalignement autour de X et Y	rad/s

e_{XF}, e_{YF}	Composantes du vecteur excentricité dans le plan de la section frontale du palier principal	m
e_{XR}, e_{YR}	Composantes du vecteur excentricité dans le plan de la section arrière du palier principal	m
α''_X, α''_Y	Accélérations angulaires du mésalignement autour de X et Y	rad/s^2
I_{OX}, I_{OY}, I_{OZ}	Composantes diagonales du tenseur d'inertie du tourillon	$kg.m^2$
\mathcal{L}	Opérateur de compliance	m/Pa
z	Coordonnée axiale du palier dont l'origine est située dans la section médiane du palier	m
\tilde{z}	Coordonnée axiale réduite $\tilde{z} = \frac{z}{L}$	/
ϕ	fraction volumique ou concentration des NPs de type fullerènes sphériques dans le fluide de base	
β	Coefficient de penetration ou de percolation	
ψ	Perméabilité adimensionnelle $\psi = \frac{k t_l}{c^3}$	/
ω_{NR}	Facteur de sous-relaxation dans l'algorithme de Newton-Raphson	
μ_0	viscosité dynamique du fluide de base (solvant)	$Pa.s$
$\tilde{\mu}$	Viscosité relative du nanolubrifiant $\tilde{\mu} = \frac{\mu_{nf}}{\mu_0}$	/
ρ_{nf}	Masse volumique du nanofluide	kg/m^3
μ_{nf}	Viscosité dynamique du nanofluide	$Pa.s$
\mathcal{P}	Puissance dissipée	W
ε	Excentricité relative de fonctionnement $\varepsilon = \frac{e}{c}$	/
η	constante physique responsable des couples de contraintes	$N.s$
ν	Coefficient de Poisson du revêtement de surface	
θ	Angle ou coordonnée circonférentielle du palier	rad
$\Delta\theta_c$	Pas d'angle de rotation du vilebrequin	degrés
θ_c	Angle de rotation du vilebrequin	rad
ω	Vitesse angulaire du vilebrequin, $= \frac{2\pi n_j}{60}$	rad/s

Abbreviations & Acronyms :

ASTM	: American Society for Testing and Materials
MCEM	: Modèle de couche élastique mince
IF	: Inorganic Fullerene (bisulfures métalliques)
NPs	: Nanoparticules
GS	: Gauss-Seidel
rpm	: Revolutions Per Minute
EHD	: Elasto-Hydro-Dynamique
MFMV	: mécanique des films minces visqueux
PEHD	: Poro-Elasto-Hydro-Dynamique
PEEK	: Poly-Ether-Ether-Ketone
MEF	: Méthode des éléments finis
MCI	: Moteur à Combustion Interne
CFD	: Computational Fluid Dynamics
CPU	: Central Processing Unit
TEHD	: Thermo-Elasto-Hydro-Dynamique
SAE	: Society of Automotive Engineers
PTV	: Principe des Travaux Virtuels
SEM	: Scanning Electron Microscopy
VG	: Viscosity Grade

Repères :

(x, y, z)	: Repère local servant à écrire l'équation de Reynolds modifiée.
(O, X_0, Y_0, Z_0)	: Repère lié au cylindre ou au bloc moteur de base $(\mathbf{B}_0) = (\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$
(O, X_1, Y_1, Z_1)	: Repère lié au vilebrequin de base $(\mathbf{B}_1) = (\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$
(A, X_2, Y_2, Z_2)	: Repère lié à la bielle de base $(\mathbf{B}_2) = (\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$
(B, X_3, Y_3, Z_3)	: Repère lié à l'axe du piston de base $(\mathbf{B}_3) = (\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$
(B, X_4, Y_4, Z_4)	: Repère lié au piston de base $(\mathbf{B}_4) = (\vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$

Liste des figures

Introduction générale et Etat de l'art

Fig. 1 : Représentation d'un contact rugueux lubrifié par un fluide avec des NPs de type fullerène 3

Chapitre I

Fig. 1 : Représentation d'un contact rugueux lubrifié par un fluide avec des NPs de type 3

Fig. I. 2: Représentation d'un contact rugueux lubrifié par un nanofluide 14

Fig. I.3 : Attelage mobile d'un moteur à combustion interne 16

Fig. I.4 : Diagramme de Stribeck illustrant les différents régimes de lubrification à basse et haute pression rencontrés dans un moteur thermique alternatif..... 17

Fig. I.5 : Composition chimique d'un lubrifiant moteur traditionnel [Doc. Total] 22

Fig. I.6 : Différentes techniques de synthèse des nanoparticules 25

Fig. I.7 : Différentes structures et natures des nano-objets synthétisés 26

Fig. I.8 : Représentation 3-D d'une microstructure (particule IF-MoS₂)..... 27

Fig. I.9 : (a) NTC dispersés ; (b) NTC agglomérés..... 31

Fig. I.10 : Comparaison du modèle de viscosité de Krieger-Dougherty avec le modèle de viscosité conventionnel d'Einstein pour une plage de fractions volumiques..... 31

Fig. I.11 : Effets de la température sur la viscosité d'un nanofluide ($\phi_1 =$ concentration en HMDS; $\phi_2 =$ concentration en MWCNT) 32

Fig. I.12 : (a) Nanotube bi-parois (DWCNT) ; (b) Nanotube multi-parois (MWCNT) 33

Fig. I.13 : Evolution de la chaleur spécifique avec la température pour diverses valeurs de la concentration en CNT..... 34

Fig. I.14 : Evolution de la conductivité thermique relative pour des suspensions à base de nanotubes de carbone d'après Wang et al [14]. 36

Fig. I.15 : Evolution de la masse volumique avec la fraction volumique de MWCNT dispersés dans un mélange d'eau et d'éthylène glycol 37

Fig. I. 16 : Représentation des composantes des tenseurs des contraintes $T = T_{ji} e_i \otimes e_j$ et des couples de contraintes $M = M_{ji} e_i \otimes e_j$ antisymétriques..... 38

Fig. I. 17 : Représentation des vecteurs contraintes $t_i = T_{ji} n_j$, couples de contraintes $m_i = M_{ji} n_j$, forces de volume b_i , et couples de volume ℓ_i agissant sur l'élément de volume B_1 de surface S_1 38

Fig. I. 18 :Géométrie et cinématique d'un contact hydrodynamique de longueur et largeur caractéristiques L (h étant l'épaisseur de film séparant les deux surfaces).....	44
Fig. I. 19 : Présentation schématique des mécanismes de lubrification des fullerènes par exfoliation.....	46

Chapitre II

Fig. II. 1 : Modèle cinématique du mécanisme	51
Fig. II. 2 : Méthode de mesure du moment d'inertie de la bielle par pendulage	63
Fig. II. 3 : Diagramme de la pression dans le cylindre d'un moteur à allumage commandé mesurée avec des capteurs de pression piézoélectriques à haute température.....	64
Fig. II. 4 : Variations de l'effort latéral du cylindre sur la jupe de piston dans la base (B_0) liée au bloc moteur en fonction de l'angle de vilebrequin du moteur monocylindre.....	65
Fig. II. 5 : Variations du couple moteur en fonction de l'angle de rotation du vilebrequin du moteur monocylindre 4 temps	67
Fig. II. 6 : Représentation polaire de l'action de la bielle sur le maneton calculée dans la base (B_1) liée au vilebrequin.....	68
Fig. II. 7 : Signaux de pression des gaz relevés dans la chambre de combustion.....	70
Fig. II. 8 : Action du maneton de vilebrequin sur la tête de bielle dans la base (B_0)	71
Fig. II. 9 : Action du maneton de vilebrequin sur la tête de bielle dans la base (B_1)	72
Fig. II. 10 : Action du maneton de vilebrequin sur la tête de bielle dans la base (B_2)	73
Fig. II. 11 : Action du bloc moteur sur le palier principal de vilebrequin dans la base (B_0)	74
Fig. II. 12 : Variations du couple moteur pour un cycle thermodynamique du moteur complet.....	75

Chapitre III

Fig. III. 1 : Schéma d'un coussinet muni d'un revêtement de surface élastique encastré dans un milieu rigide.....	79
Fig. III. 2 : Découpage de revêtement de surface élastique par éléments hexaédriques à huit nœuds.	82
Fig. III. 3 : Élément hexaédrique à huit nœuds.....	83
Fig. III. 4 : Schéma à 2×2 points de Gauss pour le calcul de f_e	90
Fig. III. 5 : Schéma à $2 \times 2 \times 2$ points de Gauss pour le calcul de k_e	91

Fig. III. 6: Profil de pression hydrodynamique ou contrainte radiale ($-\sigma_{rr}$) calculé dans la section médiane du palier de dimension finie à l'interface fluide-revêtement.	95
Fig. III. 7 : Comparaison du champ de déplacement radial calculé par le modèle simplifié MCEM à l'interface fluide-revêtement avec celui obtenu par éléments finis (3-D) pour différentes valeurs de l'épaisseur relative du revêtement.....	95
Fig. III. 8: Représentation schématique d'un palier à coussinet poreux et visualisation des lignes de courant de l'écoulement du lubrifiant dans la matrice poreuse	96

Chapitre IV

Fig. IV. 1: Profils de vitesse d'un écoulement unidirectionnel dans le film fluide et le milieu poreux saturé	103
Fig. IV. 2: Configurations géométriques d'un palier principal mésaligné (5 DDL) dynamiquement chargé soumis à un torseur de force quelconque.....	105

Chapitre V

Fig. V. 1: Représentation graphique du modèle de viscosité de Krieger-Dougherty pour une plage de fractions volumiques et pour $\phi m = 0,605$	123
Fig. V. 2: Grille des différences finies cartésienne orthogonale 2-D utilisée pour la discrétisation spatiale de l'équation de Reynolds modifiée (V.1)	126
Fig. V. 3: Molécule de calcul utilisée pour la génération des coefficients de la matrice jacobienne à l'aide d'un schéma de différences finies décentré (forward scheme)	129
Fig. V. 4: Représentation cartésienne du chargement dynamique sur le palier principal de Paranjpe [3].....	138
Fig. V. 5: Effets du degré de mésalignement dynamique LW sur les orbites stationnaires du centre de vilebrequin pour le cas Newtonien.	142
Fig. V. 6: Effets du degré de mésalignement dynamique LW sur les orbites stationnaires du centre du tourillon pour le cas non Newtonien.....	143
Fig. V. 7: Effets du degré de mésalignement dynamique LW sur l'épaisseur minimale de film sur un cycle moteur pour le cas Newtonien.....	144
Fig. V. 8 : Effets du degré de mésalignement dynamique LW sur l'épaisseur minimale de film sur un cycle moteur pour le cas non Newtonien.....	144
Fig. V. 9: Effets du mésalignement dynamique sur le débit de fuite latérale pour un cycle entier dans le cas Newtonien.....	145

Fig. V. 10: Effets du mésalignement dynamique sur la puissance dissipée pour un cycle entier dans le cas Newtonien.....	145
Fig. V. 11: Effets du mésalignement dynamique sur le débit de fuite latérale pour un cycle entier dans le cas non Newtonien.....	145
Fig. V. 12: Effets du mésalignement dynamique sur la puissance dissipée pour un cycle entier dans le cas non Newtonien.....	145
Fig. V. 13: Effets de la taille caractéristique des NPs sur les orbites stationnaires du centre du tourillon dans le cas déformable (coussinet revêtu).....	146
Fig. V. 14: Effets de la taille caractéristique des NPs sur les épaisseurs minimales du film dans le cas déformable (coussinet revêtu).....	146
Fig. V. 15: Effets de la taille caractéristique des NPs sur le débit de fuite latérale sur un cycle moteur.....	147
Fig. V. 16: Effets de la taille caractéristique des NPs sur la puissance dissipée sur un cycle moteur.....	147
Fig. V. 17: Effets de la concentration volumique des NPs sur les orbites stationnaires du centre de vilebrequin dans le cas déformable (palier revêtu).....	148
Fig. V. 18: Effets de la concentration volumique des NPs sur l'épaisseur de film minimale sur un cycle moteur dans le cas déformable (palier revêtu).....	148
Fig. V. 19 : Effets de la concentration volumique des NPs sur le débit de fuite latérale pour un cycle moteur.....	149
Fig. V. 20: Effets de la concentration volumique des NPs sur la puissance dissipée pour un cycle moteur.....	149
Fig. V. 21: Effets de la perméabilité du revêtement de surface sur les orbites stationnaires de l'axe du tourillon.....	150
Fig. V. 22: Effets de la perméabilité du revêtement de surface sur l'épaisseur minimale du film sur un cycle moteur.....	150
Fig. V. 23: Effets de la perméabilité du revêtement de surface sur le débit de fuite latérale sur le cycle complet.....	151
Fig. V. 24 : Effets de la perméabilité du revêtement de surface sur la puissance dissipée sur le cycle complet.....	151

Liste des tableaux

Chapitre II

Tableau II. 1: Données du moteur thermique étudié [1] 61

Tableau II. 2: Données du moteur thermique étudié 69

Chapitre III

Tableau III. 1: Expressions des fonctions d'interpolation et de leurs gradients de l'élément hexaédrique à huit nœuds..... 84

Tableau III. 2: Valeurs des paramètres de la quadrature de *Gauss* à une dimension..... 91

Chapitre v

Tableau V. 1: Caractéristiques géométriques et conditions de fonctionnement du palier de vilebrequin principal de Paranjpe [3]137

Tableau V. 2 :Valeurs numériques de la charge dynamique exercée par le bloc moteur sur le palier principal du vilebrequin pour un cycle moteur à 5000 rpm [3, 4].139

Tableau V. 3 : Résultats relatifs au palier principal de vilebrequin du moteur à essence de Paranjpe140

Tableau V. 4: Résultats relatifs au palier de tête de bielle du moteur Diesel Ruston & Hornsby141

Publications

[Journal avec comité de lecture](#)

Auteurs: Reda Hamel, Mustapha Lahmar, Benyebka Bou-Said

Intitulé de la Publication: *Elasto-hydrodynamic lubrication analysis of a porous misaligned crankshaft bearing operating with nanolubricants*

Intitulé de la Revue: *Mechanics & Industry* 24, 2 (2023)

[Congrès international](#)

International Conference on Advanced in Mechanical Engineering (ICAME), Istanbul - Turkey, December 19 - 21, 2018

Analysis of couple-stresses and piezo-viscous effects in a layered connecting-rod bearing using a global thermal approach

Hamza Bensouilah, Mustapha Lahmar, Reda Hamel, Hamid Boucherit et Ahcene Mouassa

[Congrès national](#)

My thesis in 180 seconds competition , Guelma - Algeria, 01 December 2019

PEHD behaviour of reciprocating machinery journal bearings

Reda Hamel, Mustapha Lahmar