

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université 8 Mai 1945 Guelma



Faculté des sciences et de la technologie
Département Electronique et télécommunications
Laboratoire de domiciliation : Laboratoire de Contrôle Avancé LABCAV

THÈSE
EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME DE
DOCTORAT EN 3^{ème} CYCLE

Domaine : Science et Technologies Filière : Electronique
Spécialité : Contrôle Avancé

Présentée par

LAIFA Sami

Intitulée

**Contribution à la synthèse des lois de commande à retour
fractionnaire pour les systèmes multivariables.**

Soutenue le : **02/03/2023**

Devant le Jury composé de :

Nom et Prénom	Grade			
BOUDJEHEM Djalil	Professeur	Univ. 8 Mai 1945 Guelma		Président
BOUDJEHEM Badreddine	Professeur	Univ. 8 Mai 1945 Guelma		Encadreur
BELMEGUENAI Aissa	Professeur	Univ. 20 Août 1955 Skikda		Examineur
ELAGGOUN Fateh	Professeur	Univ. 8 Mai 1945 Guelma		Examineur

Année Universitaire : 2022-2023

Remerciements:

Tout d'abord, je remercie "**ALLAH**" miséricordieux de m'avoir donné le courage, la patience et la foi qui m'ont permis de réaliser et de finir ce travail dans cette thèse.

Ensuite, je tiens à remercier mon directeur de thèse, **Pr. Boudjehem Badreddine** de l'Université 8 mai 1945 Guelma, pour la grande confiance qu'il m'a accordé, ainsi que pour avoir fait de son mieux pour développer ma thèse, sans oublier également ses conseils constants à mon égard, son encadrement efficace et sa grande patience. "**Pour moi, je vous serai toujours reconnaissant pour votre coopération effective et vos efforts sincères.**"

Je tiens à remercier Également le président de Laboratoire de Contrôle Avancé (LABCAV) **Pr. Boudjehem Djalil**, de l'Université 8 mai 1945 Guelma pour l'honneur qu'il me fait en présidant le jury au but d'évaluer ce travail.

Je voudrais remercier les membres du jury d'avoir accepté d'examiner et d'évaluer ce travail:

- **Pr. Belmeguenai Aissa Professeur, l'Université 20 Août 1955 Skikda.**
- **Pr. Elaggoun Fateh Professeur, l'Université 8 mai 1945 Guelma.**

Je tiens également à remercier chaleureusement tous les membres du Laboratoire LABCAV de l'Université 8 mai 1945 Guelma.

Je tiens à exprimer mes sincères remerciements à mes parents pour leurs encouragements et leur soutien pour atteindre ce niveau.

Merci à tous mes amis, à toute ma famille, merci beaucoup à vous tous.

Nous remercions avec sincérité toutes les personnes qui ont nous contribué de près ou de loin à réussir ce travail.

Nos vives salutations.

LAIFA SAMI

الملخص:

تُظهر الأنظمة متعددة المتغيرات درجة تعقيد أعلى من النظام أحادي المتغير بسبب الاقتران القوي بين متغيرات الإدخال والإخراج ، مما يجعل تطبيق تقنيات نظرية التحكم في النظام متعدد المتغيرات أمرًا صعبًا أو مستحيلًا. من ناحية أخرى ، تم تطبيق مفهوم حساب التفاضل والتكامل الجزئي بنجاح للتحكم في الأنظمة أحادية المتغير. وهذا يشجع الباحثين على التفكير في إدخال هذا المفهوم إلى الأنظمة الكبيرة ذات المدخلات والمخرجات المتعددة. ومع ذلك ، لا يزال البحث في هذا المجال في مرحلة مبكرة جدًا. في هذا السياق ، تتمحور المقترحات الرئيسية للأطروحة حول العناصر التالية:

- نقترح تقنية لتركيب وحدات التحكم بالترتيب الكسري بناءً على خوارزميات التحسين ، ولا سيما خوارزمية تحسين حشد الجسيمات (PSO) للأنظمة المربعة متعددة المتغيرات مع فصل مبسط بهدف القضاء على التفاعلات بحيث يتم التحكم في المدخلات والمخرجات بشكل مستقل.
- نقترح طريقتين للتركيب التحليلي لوحدات التحكم ذات الترتيب الكسري: الطريقة الأولى تعتمد على التحكم في النموذج الداخلي (IMC). الطريقة الثانية تعتمد على هيكل توقع سميث (SP).

- من أجل فرض سلوك كسري على هذه الأنظمة ، نستخدم وظيفة Bode المثالية كنموذج تحويل مرجعي مغلق الحلقة لكل حلقة مستقلة. هيكل القيادة لها يعادل هيكل SP. كما أنه يساوي وظيفة نقل مرشح السببية في حالة التحكم المستند إلى IMC.

بالنسبة للأنظمة المنفصلة ذات الترتيب العالي ، يتم تقريبها من نوع نماذج الترتيب الكسري (NIOPTD-I و NIOPTD-II).

نستخدم تقنية التوليف المباشر لتحديد معلمات وحدات التحكم الكسرية. تظهر النتائج التي تم الحصول عليها قدرة تقنيات التحكم المقترحة على تقوية نظام التحكم ، للقضاء على تأثير التأخير. أنها توفر قوة أفضل للوضاء والاضطرابات مقارنة بالطرق التقليدية الأخرى.

الكلمات المفتاحية: عامل الترتيب الجزئي ، نظام التحكم الجزئي ، الأنظمة متعددة المتغيرات ، الفصل ، النمذجة ، التوليف.

Abstract

Multivariable systems exhibit a higher degree of complexity than a single-variable system due to the strong coupling between the input and output variables, which makes the application of multivariable system control theory techniques difficult or impossible. On the other hand, the concept of fractional calculus has been successfully applied for the control of monovariable systems. This encourages researchers to consider introducing this concept to large systems of multiple inputs and outputs. However, research in this area is still at a very early stage. In this context, the main proposals of the thesis revolve around the following elements:

- We propose a technique for the synthesis of fractional order controllers based on the optimization algorithms, in particular the Particle Swarm Optimization (PSO) algorithm for square multivariate systems with simplified decoupling with the aim of eliminate interactions so that inputs and outputs are controlled independently.

- We propose two methods of analytical synthesis of fractional order controllers: the first method is based on the internal model control (IMC). The second method based on the Smith predictor (SP) structure.

- In order to impose a fractional behavior on these systems, we use Bode's ideal function as a closed-loop reference transfer model for each independent loop. The command structure is equivalent to that of SP. It is also equal to the causality filter transfer function in the case of IMC-based control.

For high order decoupled systems, they are approximated to type fractional order models (NIOPTD-I and NIOPTD-II). We use the technique of direct synthesis to determine the parameters of the fractional controllers. The results obtained show the ability of the proposed control techniques to strengthen the control system, to eliminate the delay effect. They provide better robustness to noise and disturbances compared to other conventional methods.

Keywords: Fractional order operator, fractional control system, multivariable systems, decoupling, modeling, synthesis.

Résumé :

Les systèmes multivariables présente un degré de complexité plus élevé qu'un système monovariables en raison du fort couplage entre les variables d'entrée et de sortie, ce qui rend l'application des techniques de la théorie de commande des systèmes multivariables difficile ou impossible. D'autre part, le concept de calcul fractionnaire a été appliqué avec succès pour la commande des systèmes monovariable. Ce qui encourage les chercheurs à penser d'introduire ce concept aux larges systèmes de plusieurs entrées et de sortie. Cependant, la recherche dans ce domaine est encore à un stade très précoce. Dans ce contexte, les principales propositions de la thèse s'articulent autour des éléments suivants :

- Nous proposons une technique de synthèse des contrôleurs d'ordre fractionnaire basée sur les algorithmes d'optimisation, en particulier l'algorithme d'optimisation d'essaim de particules (PSO) pour les systèmes multivariables carrés avec découplage simplifiée dans le but d'éliminer les interactions afin que les entrées et les sorties soient contrôlées indépendamment.

- Nous proposons deux méthodes de synthèse analytique des contrôleurs d'ordre fractionnaire: la première méthode est basée sur la commande à modèle interne (IMC). La deuxième méthode basée sur la structure de prédicteur de Smith (SP).

- Afin d'imposer un comportement fractionnaire à ces systèmes, nous utilisons la fonction idéale de Bode comme modèle de transfert de référence en boucle fermée pour chaque boucle indépendante. La structure de commande est équivalente à celle de SP. Elle est également égale à la fonction de transfert de filtre de causalité dans le cas d'une commande basée sur IMC.

Pour les systèmes découplés d'ordre élevé, ils sont approximé aux modèles d'ordre fractionnaires de type (NIOPTD-I et NIOPTD-II). Nous utilisons la technique de synthèse directe pour déterminer les paramètres des contrôleurs fractionnaires. Les résultats obtenus montrent la capacité des techniques de commande proposées à renforcer le système de commande, à éliminer l'effet de retard. Ils assurent une meilleure robustesse au bruit et aux perturbations en comparaison par les autres méthodes classique.

Mots-clés : Operateur d'ordre fractionnaire, système de commande fractionnaire, systèmes multivariable, découplage, modélisation, synthèse.

Tables des matières :

Introduction générale:	1
Chapitre 1 : Calcul fractionnaire et équation différentielle	6
1.1 Introduction :	6
1.2 Calcul fractionnaire :	6
1.2.1 L'opérateur intégro-différentiel d'ordre fractionnaire.....	6
1.2.1.1 Définition de Grunwald-Letnikov (G-L).....	7
1.2.1.2 Définition de Caputo	7
1.2.1.3 Définition de Riemann-Liouville (R-L)	8
1.2.2 Transformations de Laplace de la dérivée d'ordre fractionnaire.....	8
1.2.2.1 Définition 1:.....	8
1.2.2.2 Définition 2:.....	8
1.2.3 Propriétés de la transformée de Laplace	9
1.3 Applications du calcul fractionnaire.....	10
1.4 Approximation des opérateurs d'ordre fractionnaires	11
1.4.1 Méthode d'approximation d'Oustaloup.....	11
1.4.1.1 Approximation de l'intégrateur d'ordre fractionnaire $\frac{1}{s^\lambda}$	12
1.4.1.2 Approximation de dérivateur d'ordre fractionnaire s^μ	12
1.4.2 Approximation avec la représentation diffusive	13
1.4.2.1 Représentation au moyen de la transformation de Laplace	13
1.4.2.2 Approximation numérique d'un intégrateur $s - \lambda$	14
1.4.2.3 Approximation numérique d'un dérivateur s^μ	15
1.5 Modèles et représentations des systèmes d'ordre fractionnaire	16
1.5.1 Equation différentielle d'ordre fractionnaire.....	16
1.5.2 Fonction de transfert fractionnaire.....	17
1.5.3 Représentation d'état fractionnaire	17
1.6 Fonction de transfert idéal de Bode.....	18
1.6.1 Modèle de référence dans le domaine temporel	20
1.6.2 Modèle de référence dans le domaine fréquentiel	22
1.7 Les Contrôleurs d'ordre non entier (Contrôleur fractionnaire).....	23
1.7.1 Contrôleur PI d'ordre fractionnaire	23
1.7.2 Contrôleur PD d'ordre fractionnaire PD^μ	24
1.7.3 Contrôleur PID d'ordre fractionnaire	24
1.7.4 Avantages des contrôleurs PID d'ordre fractionnaire.....	26
1.8 Conclusion :	26
Chapitre 2: Etude des systèmes multivariables	27

2.1	Introduction.....	27
2.2	Types et méthodes d'analyse des interactions :.....	27
2.2.1	Analyse des interactions par la méthode de RGA (Relative Gain Array)	29
2.2.2	Calcul du RGA pour un système (2x2) :	29
2.2.3	Interprétation de la matrice RGA.....	30
2.2.3.1	Exemple1	31
2.2.3.2	Exemple2.....	31
2.2.3.3	Exemple3.....	31
2.2.4	Stabilité de la structure de commande sélectionnée.....	32
2.3	Découplage des systèmes multivariables (2x2).....	32
2.3.1	Découplage idéal	34
2.3.2	Découplage simplifié	35
2.3.3	Découplage inversé.....	37
2.3.4	Découplage statique:.....	38
2.4	Découplage des systèmes multivariables (3x3).....	39
2.5	Conception des correcteurs conventionnelle (PI/PID) des systèmes découplés.....	39
2.5.1	Modélisation des systèmes découplés par une fonction de transfert d'ordre entier	40
2.5.1.1	Méthodes de Wang.....	40
2.5.2	Méthodes de synthèse du régulateur PI/PID décentralisés	41
2.5.2.1	Méthode NDT.....	42
2.5.2.2	Méthode SIMC	42
2.5.2.3	Méthode GPMs.....	42
2.5.2.4	Commande par modèle interne (Internal Model Control).	42
2.6	Application :	43
2.7	Conclusion:	46

Chapitre 3 : Synthèse optimale des contrôleurs fractionnaires pour les systèmes multivariables 47

3.1	Introduction:.....	47
3.2	Optimisation par essaim particulaire (PSO) :.....	47
3.2.1	Principe de fonctionnement de PSO	48
3.2.2	Optimisation des paramètres optimaux du contrôleur fractionnaire	49
3.3	Procédures de conception pour les systèmes multivariables	50
3.3.1	Premier cas (un système à deux entrées et deux sorties (2x2)).....	50
3.3.2	Deuxième cas (un système à trois entrées et trois sorties (3x3))	52
3.4	Application et Simulation	53
3.4.1	Application aux systèmes réels (Modèle linéaires de la colonne de distillation) :	53
3.4.1.1	Synthèse des régulateurs PI décentralisés par les méthodes classique NDT et SIMC:.....	54
3.4.1.2	Synthèse optimal des régulateurs PI d'ordre fractionnaire décentralisés par la méthode	

proposée	55
3.4.1.3 Comparaison des différents régulateurs PI décentralisés	56
3.4.1.4 Tests des changements de consignes.....	59
3.4.2 Application aux systèmes réels (3x3)	60
3.5 Conclusion	63
Chapitre 4: Synthèse des contrôleurs fractionnaires pour les systèmes multivariables basée sur la méthode de commande IMC	64
4.1 Introduction:.....	64
4.2 Synthèse par l'approche de la commande à modèle interne (IMC) pour les systèmes SISO	64
4.2.1 Commande par modèle interne:.....	64
4.2.2 Synthèse du contrôleur IMC pour le système stable:.....	66
4.2.3 Synthèse des contrôleurs IMC-PID-FOF/ IMC-FOPID-FOF	67
4.2.3.1 Cas d'un système décrit par un modèle rationnel du premier ordre à retard (FOPDT):88	
4.2.3.2 Cas d'un système décrit par un modèle d'ordre non entier à retard de type I (NIOPTD-I)	70
4.2.4 Exemple d'illustration.	72
4.3 Synthèse par l'approche de la commande IMC pour les systèmes (MIMO)	73
4.3.1 La commande IMC avec découplage inversé.....	74
4.3.1.1 Etape 1: Modélisation des systèmes découplée par un modèle de type I (NIOPTD-I):75	
4.3.1.2 Etape 2: Synthèse du contrôleur multi-boucle fractionnaire IMC-FOPI-FOF	76
4.3.1.3 Etape 3: l'implémentation	77
4.4 Simulation et Application	78
4.5 Conclusion	84
Chapitre 5: Synthèse des contrôleurs PID fractionnaires pour les systèmes SISO/MIMO basée sur schéma du prédicteur desmith(SP)85	
5.1 Introduction:.....	85
5.2 Synthèse du contrôleur basé sur l'approche de prédicteur de Smith (SP) pour les systèmes (SISO)	85
5.2.1 Principe de Prédicteur de Smith	85
5.2.2 Synthèse des contrôleurs SP-PID-FOF/ SP-FOPID-FOF	87
5.2.2.1 Cas d'un système décrit par un modèle rationnel du premier ou deuxième ordre à retard (FOPDT/SOPDT).....	87
5.2.2.2 Cas d'un système décrit par un modèle d'ordre non entier à retard de type I ou II (NIOPTD-I/NIOPTD-II)	88
5.3 Synthèse du contrôleur basé sur l'approche de prédicteur de Smith (SP) pour les systèmes MIMO:	89
5.3.1 Prédicteur de Smith (SP) avec découplage simplifié.	90
5.3.2 Modélisation des systèmes découplée.....	91
5.3.3 Synthèse du contrôleur d'ordre fractionnaire (SP-FOPID-FOF):	93
5.4 Simulation et Application	94

5.4.1	Application aux systèmes monovariante (SISO)	94
5.4.2	Application aux systèmes multivariante (MIMO)	99
5.5	Conclusion	106
Conclusion générale:		107

Liste des figures:

Figure 1-1: Applications du calcul fractionnaire	10
Figure 1-2: Applications de FC sur les Systèmes Dynamiques.....	11
Figure 1-3: Diagramme de Bode d'un intégrateur d'ordre fractionnaire approché par méthode d'Oustaloup	12
Figure 1-4: Diagramme de Bode d'un dérivateur d'ordre fractionnaire approché par méthode d'Oustaloup	13
Figure 1-5: Diagramme de Bode d'un intégrateur d'ordre fractionnaire approché par représentation diffusive.	15
Figure 1-6: Diagramme de Bode d'un dérivateur d'ordre fractionnaire approché par représentation diffusive.	15
Figure 1-7: Boucle de commande idéale de Bode.	18
Figure 1-8: Réponse fréquentielle de la fonction idéale de Bode en boucle	19
Figure 1-9: Réponses indicielles de la fonction idéale de Bode en boucle fermée pour $w_{cg} = 1$ et différentes valeurs de β	20
Figure 1-10: Dépassement M_p en fonction de β	21
Figure 1-11: Temps de réponse (t_s) en fonction de β	21
Figure 1-12: Possibilités des contrôleurs à trois actions	25
Figure 1-13: Structure de contrôleur $PI^\lambda D^\mu$ fractionnaire.....	25
Figure 1-14: Système de commande d'ordre fractionnaire en boucle fermée.	26
Figure 2-1: Système multivariable.....	28
Figure 2-2: Commande Décentralisée.....	28
Figure 2-3: Système multivariable 2x2 avec découplage.....	33
Figure 2-4: Schéma fonctionnel d'un système multivariable 2x2 découplée par Découplage simplifié	35
Figure 2-5: Systèmes TITO découplés.....	36
Figure 2-6: Un schéma fonctionnel d'un système multivariable 2x2 découplée par Découplage inversé.	38
Figure 2-7: Commande décentralisé d'un système découplé.....	43
Figure 2-8: Réponses indicielles du système contrôlé (Système MIMO 2×2) avec les contrôleurs classiques	45
Figure 2-9: Signaux de commande classiques appliqués au système multivariable.	46
Figure 3-1: Organigramme de l'algorithme de PSO utilisé.....	49
Figure 3-2: Principe de l'optimisation par algorithme PSO.	49
Figure 3-3: Principe d'ajustement des paramètres du régulateur PI d'ordre fractionnaire par	

l'algorithme PSO.	50
Figure 3-4: Principe d'ajustement des paramètres d'un régulateur PI d'ordre fractionnaire pour un système 3x3	52
Figure 3-5: boucles décomposées d'un système ayant trois entrées et trois sorties (3×3).	53
Figure 3-6: Structure de système de commande par contrôleur PI d'ordre fractionnaire.	55
Figure 3-7: Réponses indicielles de la première sortie (Y1) du système de commande avec les régulateurs PI fractionnaire (FO-PI) et PI classique (NDT et SIMC).	57
Figure 3-8: Réponses indicielles du première sortie (Y2) du système de commande avec les régulateurs PI fractionnaire (FO-PI) et PI classique (NDT et SIMC).	58
Figure 3-9: Simulations du système contrôlé avec changements de consignes : une consigne de 50 est appliquée sur R1, a l'instant t=0 minute. et Une consigne de 70 est appliquée sur R2, a l'instant t=0 minute.	59
Figure 3-10: Simulations du système contrôlé avec changements de consignes : une consigne de 50 est appliquée sur R1, a l'instant t=0 minute. et une consigne de 70 est appliquée sur R2, a l'instant t=0 minute.	59
Figure 3-11: Processus multivariable à trois entrées et trois sorties	60
Figure 3-12: Les Réponses indicielle du système contrôlé: (a) une consigne de 1 est appliquée sur Y1, a l'instant t=0 s. (b) une consigne de 1 est appliquée sur Y2, a l'instant t=100s. (c) une consigne de 1 est appliquée sur Y3, a l'instant t=200 s.	62
Figure 4-1: Schéma de commande par modèle interne (IMC)	65
Figure 4-2: Schéma de commande classique à retour unitaire.	66
Figure 4-3: Démarches à suivre pour la synthèse des contrôleurs fractionnaires pour les systèmes d'ordre élevé.....	71
Figure 4-4: Réponses indicielles du système d'ordre entier supérieur et le modèle NIOPDT-I	72
Figure 4-5: Réponse indicielle du système commandé pour différentes valeurs du paramètre wc	73
Figure 4-6: Réponse indicielle du système commandé pour différentes valeurs du paramètre φm	73
Figure 4-7: Commande multi-boucle par modèle interne	74
Figure 4-8: Modélisation des systèmes découplée à modèles d'ordre non entier à retard de type I (NIOPTD-I)	76
Figure 4-9: Structure général de la commande multi-boucle classique.	77
Figure 4-10: Réponse indicielle en boucle ouverte de la fonctions de transfert du chaque système découplée réel et de son model approximation (NIOPTD-I).....	79
Figure 4-11: Réponse indicielle du système TITO en boucle fermée avec différentes méthodes de réglage.	81
Figure 4-12: Les signaux de commande appliquées.	82
Figure 5-1: Structure fonctionnelle du prédicteur de Smith.	86
Figure 5-2: Schéma équivalent du prédicteur de Smith.	86

Figure 5-3: Schéma bloc de commande du système en boucle fermée désiré.....	87
Figure 5-4: Démarches à suivre pour la synthèse de contrôleurs d'ordre fractionnaires basé sur l'approche de prédicteur de Smith (SP) pour les systèmes d'ordre supérieur.	89
Figure 5-5: Structure générale du prédicteur de Smith pour le système TITO avec découplage simplifié.	90
Figure 5-6: Les boucles indépendantes résultantes.....	91
Figure 5-7:Le schéma fonctionnelle de la modélisation les systèmes découplée à modèles fractionnaires équivalents (NIOPTD-II).	93
Figure 5-8: Réponse indicielle : ---Processus réel, ---modèle d'ordre non entier parfait (NIOPTD-II) proposé, --- modèle d'ordre entier parfait (SOPDT[131]).	95
Figure 5-9: Réponses indicielles du Premier système contrôlé (système SISO) avec le contrôleur proposé et celles données dans [130].	96
Figure 5-10: Les réponses indicielles : ---Processus réel, ---modèle d'ordre réduit (NIOPTD-II) proposé, --- modèle d'ordre réduit (SOPDT[131]) proposé par Wang.	98
Figure 5-11: Réponses indicielles du deuxième système contrôlé (système SISO) avec le contrôleur proposé et celles données dans [130].	99
Figure 5-12: La réponse indicielle des systèmes découplés original et leurs modèles d'ordre fractionnaire équivalents NIOPTD-II.	101
Figure 5-13: Réponses indicielles du système contrôlé (système 2×2) avec le contrôleur proposé et ceux donnés dans [95].	103
Figure 5-14: Réponses indicielles en boucle fermée du système contrôlé avec différentes valeurs désiré de $M_p\%$ et $T_s 2\%$	104

Liste des Tables:

Tableau 3-1: Les paramètres de régulateur PI par la méthode NDT.	54
Tableau 3-2: Les paramètres de régulateur PI par la technique SIMC.	55
Tableau 3-3: Paramètres initiaux de l'algorithme.....	56
Tableau 3-4: Les paramètres de régulateur $PI\lambda$ fractionnaire par la technique de synthèse optimale propose avec le critère IAE.	56
Tableau 3-5: Les caractéristiques de la réponse temporelle du système commandé.....	57
Tableau 3-6: Paramètres optimaux du régulateur FO-PI décentralisé ainsi que ceux du méthodes réglage précédentes.....	61
Tableau 4-1: Les contrôleurs multi-boucles résultants avec différentes méthodes de réglage.....	80
Tableau 4-2: Résultats de l'analyse des performances du système en boucle fermée dans le domaine temporel.	83
Tableau 5-1: Les paramètres initiaux pour exécuter l'algorithme PSO dans la phase de modélisation (Cas d'un système monovariable):	94
Tableau 5-2: L'analyse les performances de la réponse indicielle par le contrôleur proposé et ceux donnés dans [130-131]:	97
Tableau 5-3: Les paramètres initiaux pour exécuter l'algorithme proposé dans la phase de modélisation (Cas d'un système multivariable):.....	100
Tableau 5-4: Indices de performance et spécifications de domaine temporel:	103
Tableau 5-5: Les paramètres des contrôleurs proposés en fonction des valeurs imposées du modèle de référence.....	105

Liste d'abréviations:

- FC: Fractional calculus
- MIMO : Multiple Input, Multiple Output.
- TITO: Two Input–Two Output.
- SISO : Single Input, Single Output.
- NI : Niderlinks Index.
- RGA : Relative Gain Array.
- IMC : internal model control
- SP: Smith Predictor.
- FOF : Fractional-order filter.
- FOPI: Fractional order proportional integral.
- FOPID: Fractional-order proportional-integral-derivative.
- NIOPTD-I : One non-integer-order plus time delay.
- NIOPTD-II: Two non-integer-order plus time delay.
- FOPTD: First Ordre Plus Time Delay.
- SOPTD: Second Ordre Plus Time Delay.
- PSO: Particle Swarm Optimization.
- NDT: Non-Dimensional Tuning method.
- SIMC: Simplified Internal Model Control.
- BLT: Biggest log modulus tuning.
- GPMs: Gain and phase margin specifications.
- IAE: Integral Absolute Error.
- ISE: Integral Squared Error.
- ITAE: Integral Time multiplied by Absolute Error.
- ITSE: Integral Time Square Error.

Introduction générale:

Les systèmes multivariable (système à plusieurs entrées et plusieurs sorties interconnectées entre elles) présente un degré de complexité plus élevé qu'un système monovariante (système à une seule entrée et une seule sortie) ce qui rend l'application des techniques de la théorie de commande des systèmes multivariable difficile ou impossible à cause de l'interconnexion entre les entrées et les sorties.

Le principal défi pour les chercheurs est d'améliorer les performances du contrôle des processus MIMO et, si possible, d'éliminer l'impact de ces interactions. Parmi les solutions proposées pour résoudre ces problèmes, il est nécessaire l'analyse des interactions comme première étape [1]. Cette démarche permet de quantifier ou bien évaluer le degré des interactions dans un système multivariable, afin d'exprimer les difficultés créées par les éléments du couplage. Différentes méthodes d'analyse des interactions ont été développées [2] qui nous donne la meilleure configuration de commande où les interactions sont moins importantes.

Dans la littérature, la méthode des gains relatifs (Relative Gain Array, RGA) proposée par Bristol en 1966 [1] est considérée comme une référence de base pour évaluer le niveau d'interaction entre les boucles des systèmes MIMO, Vu la simplicité de calcul, cette méthode est souvent utilisée dans l'industrie en association avec l'indice de Niederlinski [3].

A l'étape d'analyse de l'interaction, si le niveau d'interaction est négligeable, le problème est résolu. Mais si le niveau d'interaction est élevé ou indésirable, dans ce cas les interactions dans le système doivent être affaiblies en réalisant un ensemble de synthèses mono variables en introduisant un découpeur [4-5-6] entre le processus qui doit être contrôlé et le contrôleur. De sorte que les entrées et les sorties soient contrôlées indépendamment. Cette dernière technique de commande est la plus utilisée en industrie, vu la simplicité d'implémentation et de l'entretien, ainsi que les performances qu'on peut atteindre en s'intéressant aux performances des boucles individuelles. Cette technique est appelée la commande décentralisée ou la commande multiboucles [6-7].

D'un autre côté et du point de vue commande, les contrôleurs PID classiques ont fait des progrès acceptables dans le contrôle des processus industriels. Ils sont considérés comme l'option la plus populaire et la plus utilisée en raison de leur simplicité et de leur facilité d'utilisation. Cependant, les contrôleurs PID ne peuvent pas toujours atteindre les spécifications souhaitées, Ces derniers temps, l'utilisation du calcul fractionnaire s'est développée dans plusieurs domaines par les chercheurs a fait apparaitre deux nouveaux

concepts dans la théorie de la commande des systèmes à savoir : la commande d'ordre fractionnaire (COF) et les systèmes d'ordre fractionnaire (SOF).

En 1990, [Podlubny \[8\]](#) a introduit de nouveaux contrôleurs PID d'ordre fractionnaire noté $PI^{\nu}D^{\mu}$ qui incluent des opérateurs de dérivation et d'intégration d'ordre fractionnaire sont une extension des contrôleurs PID classiques.

Cependant, les méthodes de synthèse de lois de commande d'ordre fractionnaire s'avère très complexe car ils possèdent cinq paramètres à régler ou à calculer. Nombreux travaux de recherche et solutions ont été proposés pour développer des techniques de synthèse des contrôleurs fractionnaire, soit des méthodes optimales [\[9\]](#) basées sur les algorithmes génétiques et soit des méthodes analytiques pour la commande des systèmes monovariabiles d'ordre entier [\[10\]](#).

Récemment, Cette dernière méthodes de synthèse est la plus développé en industrie, en particulier le nouveau type de contrôleurs introduit par [Bettayeb et Mansouri \[11, 12\]](#), en combinant entre la commande à modèle interne (IMC) et la commande CRONE (Commande Robuste d'Ordre Non Entier) basée sur la fonction idéale de Bode imposée à la boucle fermée comme un modèle de référence (filtre de robustesse) pour la synthèse du contrôleur d'ordre fractionnaire en utilisant le principe de la commande IMC. Le nouveau contrôleur résultant de l'équivalence entre la structure de commande par modèle interne IMC et la structure classique à retour unitaire peut être décomposé en un contrôleur PID d'ordre fractionnaire cascadié avec un filtre d'ordre fractionnaire.

De plus, dans le cas les systèmes monovariabiles contient un temps de retard important, différentes stratégies de contrôle appropriées sont utilisées. La meilleure d'entre elles est la stratégie de synthèse analytique de prédicteur de Smith (SP) a été adopté par [Marzieh Safaei et Saeed Tavakoli \[13\]](#), qui vise à combiner entre commande du prédicteur de Smith (SP) et la commande CRONE basée sur le choix du modèle de référence. Le nouveau contrôleur résultant peut être décomposé en un contrôleur PID d'ordre entier cascadié avec un filtre d'ordre fractionnaire.

Le concept de calcul fractionnaire a été appliqué avec succès pour la commande des systèmes monovariabiles. Ce qui encourage les chercheurs à penser d'introduire ce concept aux larges systèmes de plusieurs entrées et de sortie. Cependant, en se référant à la littérature, nous constatons que la commande d'ordre fractionnaire des systèmes multivariabiles n'a pas été suffisamment discutée, car on peut dire que la recherche dans ce domaine est encore à un stade très précoce.

Le travail présenté dans cette thèse s'inscrit dans le cadre du développement de stratégies

appropriées pour la conception de contrôleurs d'ordre fractionnaires pour les systèmes multivariables carrés (les systèmes à plusieurs entrées et plusieurs sorties carrés.). L'objectif consiste à proposer des méthodes efficaces de synthèse du contrôleur d'ordre fractionnaire avec une facile implémentation et meilleure description de comportement du système en boucle fermée. Dans ce contexte, nous proposons dans notre contribution deux nouvelles méthodes de synthèse des contrôleurs d'ordre fractionnaires à savoir, les méthodes de synthèse optimale et les méthodes de synthèse analytique pour les systèmes multivariables.

Cette thèse est décomposée en cinq chapitres organisés comme suit :

-Le chapitre 1 introduit les notions mathématiques de base du calcul fractionnaire et des opérateurs d'ordre fractionnaires, et aussi la transformée de Laplace des dérivées et intégrales d'ordre fractionnaire. Nous allons aussi présenter quelques méthodes de réalisation des opérateurs d'ordre fractionnaire par les d'approximation numérique par exemple l'approximation basé sur la représentation diffusive, appuyée par des exemples de simulations.

-Dans le chapitre 2, nous commençons par résoudre le problème des interactions pour les systèmes multivariables, après avoir analysé et quantifié ces interactions par la méthode RGA, nous présentons trois différentes techniques de découplage pour affaiblir ou éliminer l'effet des interactions et sont: le découplage inversé, le découplage simplifié et le découplage idéal. Ainsi, le nouveau schéma de commande pour la commande des systèmes MIMO appelé la commande décentralisée et cela garantit les performances et les robustesses désirées car les entrées et les sorties sont contrôlées indépendamment.

-Le chapitre 3 portera sur l'application de la méthode de synthèse optimale proposée pour les contrôleurs PI d'ordre fractionnaire (FO-PI) décentralisé par un algorithme génétique est implémenté sur un modèle réel de la colonne de distillation binaire [14-15]. La fonction de transfert non standard des opérateurs d'ordre fractionnaire est réalisée au moyen d'une approche diffusive. Cette approche est réalisée pour la première fois sur les systèmes multivariables. Une discussion des résultats obtenus révélera les améliorations avec celles obtenues grâce à l'utilisation du régulateur PID classique. Pour prouver l'efficacité de la méthode de synthèse proposée, une seconde simulation est réalisée sur un système MIMO de trois entrées et trois sorties (3x3).

-Le chapitre 4 traite de la synthèse analytique proposée de commande fractionnaire pour les

systemes multivariables de deux entrée et de deux sortie (systèmes TITO). Nous avons proposé une manière d'étendre la structure de commande par modèle interne IMC pour les systèmes SISO pour inclure à la commande des systèmes multivariables avec amélioration les performances du système en boucle fermée. L'effet de toutes les boucles est considéré comme une perturbation sur la boucle de commande considérée, d'où l'idée d'utiliser découplage , pour séparer les interactions entre les variables du système TITO et l'obtention les boucles indépendantes (systèmes découplées de type SISO). tandis que l'étape suivante est une étape de modélisation dans laquelle les boucles indépendantes sont approximée avec des nouveaux modèles d'ordre fractionnaire a été proposé de type I et II [16-17] et est appelé: modèle d'ordre non entier plus un temps de retard de type I ou II (NIOPTD-I et NIOPTD-II). Après ces étapes, les méthodes de synthèse du contrôleur d'ordre fractionnaire précédent basé sur la commande de IMC deviennent réalisables et appliquée à chaque boucle séparément. Nous utilisons également la la fonction idéale de Bode en boucle fermée dans la domaine fréquentiel comme modèle de référence dans la synthèse du contrôleur IMC-FOF-FOPI multi-boucle d'ordre fractionnaire.

-Le chapitre 5, Englobera nos contributions le travail sur le développement de la synthèse des contrôleurs d'ordre fractionnaires à partir de modèles d'ordre entier avec retard vers des modèles d'ordre non entier à retard dans un schéma de Prédicteur de Smith. Dans ce contexte, nous proposons un modèle d'ordre fractionnaire de type II qui est équivalent aux les systèmes entiers d'ordre élevé comme première étape, dans notre prochaine étape nous utilisons la structure de la fonction de transfert idéal de Bode en boucle fermée comme structure équivalente au schéma de prédicteur de smith. Le nouveau contrôleur résultant peut être décomposé en un contrôleur PID d'ordre fractionnaire cascadié avec un filtre d'ordre fractionnaire. Nous appliquons la approche de la synthèse directe qui permet d'obtenir les paramètres du contrôleur FOPID directement en utilisant les paramètres des modèles d'ordre fractionnaire. et les paramètres du filtre d'ordre fractionnaire sont facilement obtenus en utilisant les formules des spécifications désiré du domaine temporel de la fonction de transfert idéal de Bode en utilisé comme modèle de référence. A la fin du chapitre, le schéma de commande proposé est implémenté dans les systèmes monovariables avec un retard et sera généralisé dans les systèmes complexes (MIMO) de deux entrée et de deux sortie à retard, pour lequel nous montrerons l'efficacité du notre contribution, et la robustesse des lois de commande proposées qui élimineront l'effet du retard aux les systèmes commandé. L'approche de synthèse que nous proposons a été réalisée avec succès pour la première fois

dans les systèmes monvariables ou multivariables.

Finalement, nous terminerons notre travail par une conclusion générale et des perspectives potentielles de travaux futurs seront présentées à la fin du manuscrit de thèse.

Contribution de la thèse

Ce travail de recherche comme notre contribution au développement de stratégies de commande a donné lieu aux publications et communications suivantes :

1. Laifa Sami, and Boudjehem Badreddine, “A New Design Method for Fractional Order Proportional Integral (FO-PI) Controller of 3x3 Multivariable Systems”, **Algerian Journal of Signals and Systems**, Vol. 5, Issue 1, March 2020. pp: 73-78. DOI:<https://doi.org/10.51485/ajss.v5i1.99>.
2. Laifa Sami., Boudjehem Badreddine.,and Gasmi Hamza,. (2021). Design Fractional Order PI Controller with Decoupler for MIMO Process Using Diffusive Representation. In: Bououden, S., Chadli, M., Ziani, S., Zelinka, I. (eds) Proceedings of the 4th International Conference on Electrical Engineering and Control Applications. ICEECA 2019. **Lecture Notes in Electrical Engineering**, vol 682. Springer, Singapore. https://doi.org/10.1007/978-981-15-6403-1_23.
3. Laifa Sami, Boudjehem Badreddine, Boudjehem Djalil (2020) Analytical design of multi-loop fractional IMC-pid-filter controllers for mimo system using equivalent niopdt models. **Wseas Trans Syst Control** 15:383–393. <https://doi.org/10.37394/23203.2020.15.40>.
4. Laifa Sami., Boudjehem Badreddine.,and Gasmi Hamza,. Direct synthesis approach to design fractional PID controller for SISO and MIMO systems based on Smith predictor structure applied for time-delay non integer-order models. **Int. J. Dynam. Control** 10, 760–770 (2022). <https://doi.org/10.1007/s40435-021-00831-2>.

1.1 Introduction :

Les systèmes d'ordre fractionnaire sont généralement décrits par des équations différentielles d'ordre non entier, qui modélisent réellement le comportement des systèmes physiques car ils donnent des modèles plus précis. Malgré l'énorme quantité de résultats publiés sur les équations différentielles fractionnaires et les systèmes dynamiques, nous pensons qu'il reste encore de nombreux problèmes ouverts. En effet, la théorie et l'application de ces systèmes sont encore des domaines de recherche très actifs car ils ont une longue mémoire (comportement héréditaire).

L'objectif principal de ce chapitre est de présenter certaines bases théoriques des calcul fractionnaire pour le développement de la commande des systèmes dynamiques, tout en rappelant les principales définitions et propriétés des opérateurs d'ordre fractionnaire et leurs approximations qui existent.

1.2 Calcul fractionnaire :

Le calcul fractionnaire (CF) est une variante du calcul différentiel dans laquelle les intégrales et les dérivées sont d'ordre fractionnaire. Il peut être mis en œuvre pour des systèmes dynamiques qui ont été modélisés à la fois par des équations d'ordre entier et d'ordre fractionnaire. Le calcul fractionnaire a suscité un intérêt considérable dans la recherche récente et a trouvé diverses applications, notamment dans les systèmes de contrôle. La modélisation d'un système en ordre fractionnaire permet d'obtenir de meilleures performances par rapport à son modèle en nombre entier. Le modèle d'ordre entier est lui-même une approximation d'un modèle FO équivalent. La mise en œuvre d'un modèle fractionnaire est comparativement complexe, mais elle permet d'améliorer les performances telles que la robustesse, la stabilité transitoire, le filtrage du bruit et le rejet des perturbations. La conception d'un contrôleur pour un système donné est un autre problème majeur, et les contrôleurs d'ordre fractionnaire (FO) ont démontré des performances louables même dans ce domaine. Les contrôleurs PID d'ordre fractionnaire (FOPID) ont été mentionnés pour la première fois dans les travaux de Podlubny [18, 19,20] dans lesquels un intégrateur et un différentiateur FO sont conçus pour un système d'ordre fractionnaire.

1.2.1 L'opérateur intégro-différentiel d'ordre fractionnaire

Le calcul fractionnaire est une généralisation de l'intégration et de la différentiation à l'opérateur fondamental d'ordre fractionnaire aD_t^α où a et t sont des limites de l'opération. L'opérateur intégro-différentiel continu est défini par : [20]

$${}_a D_t^\alpha = \begin{cases} \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} \alpha > 0 \\ 1 & \alpha = 0 \\ \int_a^t (d\tau)^\alpha \alpha < 0 \end{cases} \quad (1.1)$$

où $\alpha \in R$ est l'ordre de l'opération.

Il existe de nombreuses définitions du calcul fractionnaire. Les trois définitions suivantes sont largement utilisées dans le domaine des systèmes de contrôle [21].

1.2.1.1 Définition de Grunwald-Letnikov (G-L)

La définition de Grunwald-Letnikov (G-L) est exprimée comme suit:

$${}_a D_t^\alpha f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\alpha} \sum_{j=0}^{\lfloor \frac{t-a}{h} \rfloor} (-1)^j \binom{\alpha}{j} f(t-jh) \quad (1.2)$$

où, $\lfloor \frac{t-a}{h} \rfloor$ est la partie entière et a et t sont les limites de l'opérateur, n est le nombre entier qui satisfait à la condition $n-1 < \alpha < n$ et la valeur du coefficient binomial est donnée par:

$$\binom{\alpha}{j} = \frac{\Gamma(\alpha+1)}{\Gamma(j+1)\Gamma(\alpha-j+1)} \quad (1.3)$$

La fonction Gamma utilisée dans l'équation ci-dessus peut être définie par l'équation suivante:

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt, \mathcal{R}(Z) > 0 \quad (1.4)$$

La définition GL (Grunwald-Letnikov) est utilisée pour les évaluations numériques. Cette définition est très bénéfique pour obtenir une solution numérique des équations différentielles fractionnaires [22].

1.2.1.2 Définition de Caputo

La définition de Caputo est surtout populaire dans les applications d'ingénierie [23], car elle est directement liée au type des conditions initiales et au type de la dérivée fractionnaire. Comme l'indique I. Podlubny [18], cette définition autorise des conditions initiales telles que $y(0)$, $y'(0)$, et non des conditions fractionnaires telles que $y^{0.5}(0)$. De plus, la dérivation fractionnaire de Caputo de la constante est bornée. Elle est définie par

$${}_{t_0} D_t^\alpha = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \int_{t_0}^t \frac{f^n(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-n+1}} d\tau \quad (1.5)$$

où, n est un entier qui satisfait la condition $n-1 < \alpha < n$, α est un nombre réel et t_0 et t sont les limites d'intégration.

La définition de RL sert une notation générale de la dérivée générale, tandis que la dérivée de

Caputo est une notation générale de la différenciation de manière classique [19].

1.2.1.3 Définition de Riemann-Liouville (R-L)

Liouville a défini la dérivée d'ordre arbitraire comme une série infinie. L'inconvénient est que l'ordre doit être limité aux seules valeurs pour lesquelles la série converge. Il a appliqué cette théorie à la théorie du potentiel, et a été le premier à tenter de résoudre des équations différentielles par des opérateurs fractionnaires. Riemann a utilisé la généralisation d'une série de Taylor pour dériver une formule relative à l'intégration d'un nombre arbitraire.

Il est défini comme suit

$${}_{t_0}D_t^\alpha = D^n I^{n-\alpha} f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \left(\frac{d}{dt}\right)^n \int_{t_0}^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-n+1}} dt \quad (1.6)$$

où, n est un entier qui satisfait la condition $n-1 < \alpha < n$, α est un nombre réel, I est l'opérateur intégral et t_0 et t sont les limites d'intégration.

La définition de RL pour l'intégrale et la dérivée fractionnaire est appropriée pour trouver la solution analytique de fonctions simples comme e^t , t^b , $\cos(t)$ [24].

1.2.2 Transformations de Laplace de la dérivée d'ordre fractionnaire

La transformée de Laplace de la fonction $f(t)$ est la fonction $F(s)$ de la variable complexe s définie par :

$$F(s) = L[f(t)] = \int_0^\infty e^{-st} f(t) dt \quad (1.7),$$

Pour l'existence de l'intégrale (1.7), nous avons besoin de définir la fonction d'ordre exponentielle.

1.2.2.1 Définition 1:

Une fonction f est d'ordre exponentiel si il existe des constantes $M > 0$ de sorte que pour certains $T \geq 0$,

$$|f(t)| \leq M e^{at}, t \geq T \quad (1.8)$$

Pour l'existence de l'intégrale (1.7), on a ce théorème.

1.2.2.2 Définition 2:

Si f est continue par morceaux sur $[\infty; 1)$ et d'ordre exponentiel a , alors la transformée de Laplace $L(f(t))$ existe pour $Re(s) > a$ et converge absolument.

Afin d'appliquer la transformée de Laplace à des problèmes physiques, il est nécessaire d'invoquer la transformée inverse. si $L(f(t)) = F(s)$, alors la transformée de Laplace inverse est notée par

$$L^{-1}[F(s)] = f(t), t \geq 0 \quad (1.9)$$

Qui renvoie la transformée de Laplace d'une fonction à la fonction d'origine et est définie par:

$$f(t) = L^{-1}[f(s)] = \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} e^{st} F(s) ds, \quad c = \text{Re}(s) > c_0 \quad (1.10)$$

où c_0 se trouve dans le demi-plan droit de la convergence absolue de l'intégrale de Laplace.

1.2.3 Propriétés de la transformée de Laplace

Nous mentionnons ci-dessus certaines propriétés de la transformée de Laplace dont nous aurons besoin plus tard.

- La transformée de Laplace est une cartographie linéaire, c'est-à-dire pour toutes les fonctions f et g admettant des transformées de Laplace et pour tous les réels α et β :

$$L(\alpha f(t) + \beta g(t)) = \alpha L(f(t)) + \beta L(g(t)) \quad (1.11)$$

- Sous les mêmes conditions, nous avons

$$L((f * g)(t)) = L(f(t))L(g(t)) \quad (1.12)$$

où $*$ désigne le produit de convolution défini par

$$(f * g)(t) = \int_0^t f(t - \tau) g(\tau) d\tau = \int_0^t g(t - \tau) f(\tau) d\tau \quad (1.13)$$

avec f et g sont des fonctions continues sur $[0, \infty)$.

- Une autre propriété utile dont nous avons besoin est la transformée de Laplace de la dérivée d'un nombre entier d'ordre n d'une fonction $f(t)$:

$$L(f^{(n)}(t)) = s^n F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^{n-k-1} f^{(k)}(0) = s^n F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^k f^{(n-k-1)}(0) \quad (1.14)$$

où $F(s) = L(f(t))$.

Pour l'instant, nous allons donner la transformée de Laplace de la dérivée fractionnaire d'ordre $\alpha > 0$ vue précédemment.

- L'écriture de l'intégrale fractionnaire d'ordre $\alpha > 0$ (1.1) comme produit de convolution:

$$I^\alpha f(t) = \frac{t^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} * f(t) \quad (1.15)$$

- Définition de Riemann-Liouville

L'expression de la transformée de Laplace de la dérivée fractionnelle de Riemann-Liouville de d'ordre $a > 0$ est donnée par:

$$L(D^\alpha f(t)) = s^\alpha F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^k [{}^{RL}D^{\alpha-1-k} f(t)]_{t=0} \quad (1.16)$$

Où s représente la variable de Laplace et $n - 1 < \alpha < n$

- **Définition de Caputo**

$$L[{}_0D_t^\alpha f(t)] = s^\alpha F(S) - \sum_{k=0}^{n-1} s^{\alpha-k-1} f^{(k)}(0), \quad n-1 < \alpha < n \quad (1.17)$$

- **Définition de Grunwald-Letnikov (G-L)**

$$L[{}_0D_t^\alpha f(t)] = s^\alpha F(S) \quad (1.18)$$

En utilisant la formule de la transformée de Laplace de la convolution (1.12) on obtient la transformée de Laplace de l'intégrale de Riemann-Liouville et celle de Grunwald-Letnikov :

$$\mathcal{L}\left\{{}_0I_t^\alpha f(t) = \frac{F(s)}{s^\alpha}, \alpha > 0\right\} \quad (1.19)$$

Ou s représente la variable de Laplace et $n-1 < \alpha < n$

1.3 Applications du calcul fractionnaire

La CF est applicable dans diverses applications, dans presque tous les domaines de la science et de l'ingénierie, comme l'illustre la figure 1.1.

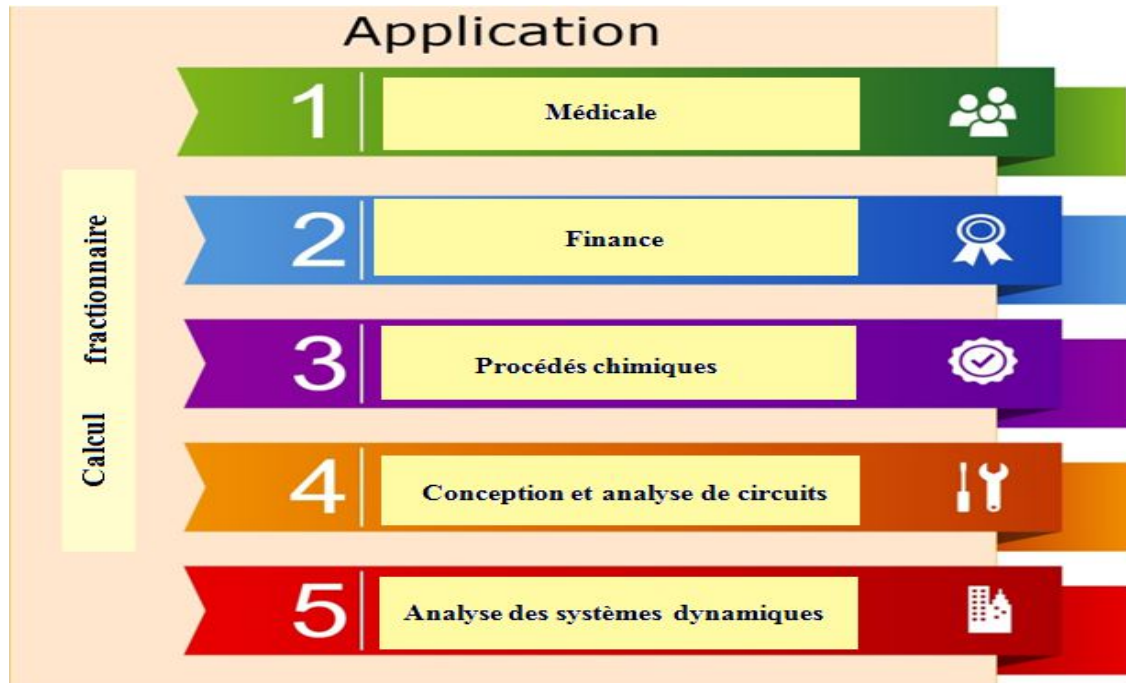


Figure 1-1: Applications du calcul fractionnaire

Par exemple, les applications de CF sur les systèmes dynamiques peuvent être classées comme illustré dans la Figure 1.2

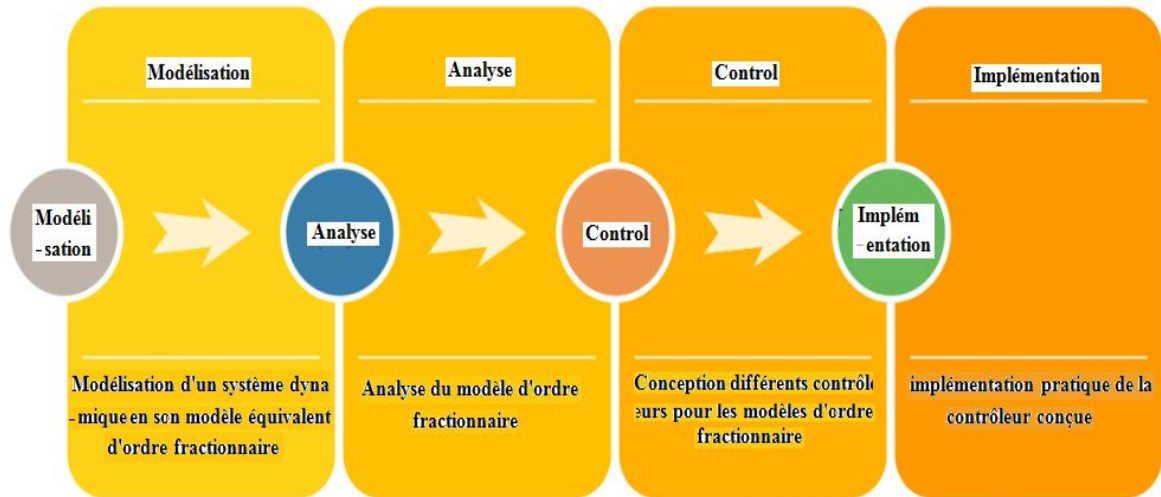


Figure 1-2: Applications de FC sur les Systèmes Dynamiques

1.4 Approximation des opérateurs d'ordre fractionnaires

La simulation d'un Opérateurs d'ordre fractionnaire " s^ν et $s^{-\mu}$ " est dans la plupart des cas très compliquée [25-26]. Plusieurs techniques, permettant de simuler les opérateurs d'ordre fractionnaire, ont été développées dans la littérature. La plupart d'entre elles sont basées sur l'approximation dans le domaine " s " de la fonction irrationnel (d'ordre non entier) de l'opérateur par une fonction rationnel (d'ordre entier). Ces techniques consistent à calculer la sortie du système en utilisant un modèle rationnel continu équivalent à l'aide d'une représentation spéciale, [27]. Elles sont appelées des approximations analogiques ou des approximations du domaine fréquentiel [28]. Parmi ces méthodes on peut trouver :

- La méthode de Carlson
- La méthode de Matsuda
- La méthode de Charef
- La méthode EFC (Expansion Fractionnaire Continue)
- La méthode d'Oustaloup
- La Méthode diffusive

Par conséquent, dans le troisième chapitre de cette thèse, nous choisisons la méthode diffusive pour approximer des opérateurs d'ordre fractionnaire pour la commande décentralisée proposée des systèmes multi variable, Mais dans les quatrième et cinquième chapitres, nous choisisons la méthode d'Oustaloup qui est plus largement utilisée dans l'industrie.

1.4.1 Méthode d'approximation d'Oustaloup

Cette méthode est basée sur l'approximation, en temps continu, de la fonction transfert irrationnel de l'opérateur d'ordre fractionnaire s^ν à une fonction transfert rationnel. Cette approximation utilise une distribution récursive de N zéros, et N pôles se trouvant dans la bande de fréquence $[w_b, w_h]$,

L'approximation par la méthode d'Oustaloup de l'opérateur fractionnaire s^ν est donnée par [29-30]:

$$G(s) = s^\mu \cong s^\mu_{[w_b, w_h]} \cong K \prod_{i=1}^N \frac{s + w_i'}{s + w_i} \quad , \quad \mu \in \mathcal{R} \quad (1.20)$$

avec : $N = \text{approximation d'ordre}$

Où: le gain, les pôles et les zéros peuvent être calculés respectivement à partir de :

$$K = \text{Gain} = w_h^\mu \quad (1.21)$$

$$w_i' = \text{Zéros} = w_b \left(\frac{w_h}{w_b} \right)^{\frac{i+N+\frac{1}{2}(1-\mu)}{2N+1}} \quad (1.22)$$

$$w_i = \text{Pôles} = w_b \left(\frac{w_h}{w_b} \right)^{\frac{i+N+\frac{1}{2}(1+\mu)}{2N+1}} \quad (1.23)$$

1.4.1.1 Approximation de l'intégrateur d'ordre fractionnaire $\frac{1}{s^\lambda}$

Nous avons choisis un ordre d'intégration $\lambda = 0.5$, et la bande de fréquence $[w_b = 10^{-6}, w_h = 10^6]$, avec des changements dans le nombre de pôles ($N = 4, N = 6$ et $N = 20$) Nous obtenons les résultats suivants :

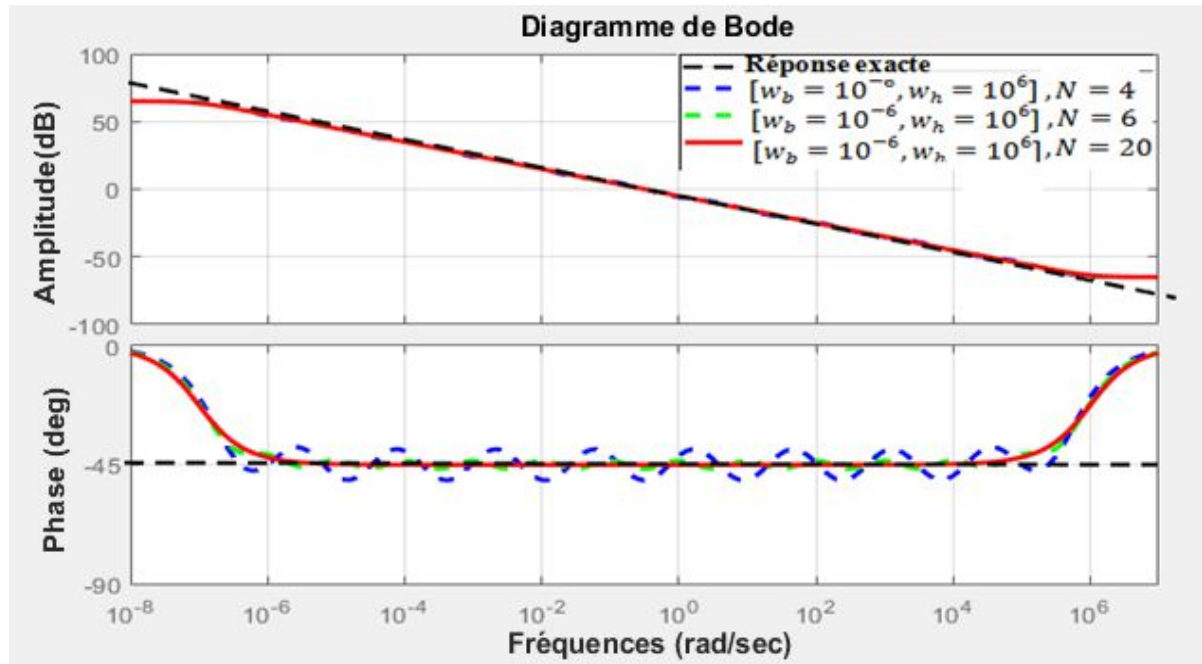


Figure 1-3: Diagramme de Bode d'un intégrateur d'ordre fractionnaire approché par méthode d'Oustaloup.

1.4.1.2 Approximation de dérivateur d'ordre fractionnaire s^μ

Nous avons choisis un ordre de dérivateur $\mu = 0.5$ et la bande de fréquence $[w_b =$

$10^{-6}, w_h = 10^6]$, avec des changements dans le nombre de pôles ($N = 4, N = 6$ et $N = 20$) Nous obtenons les résultats suivants :

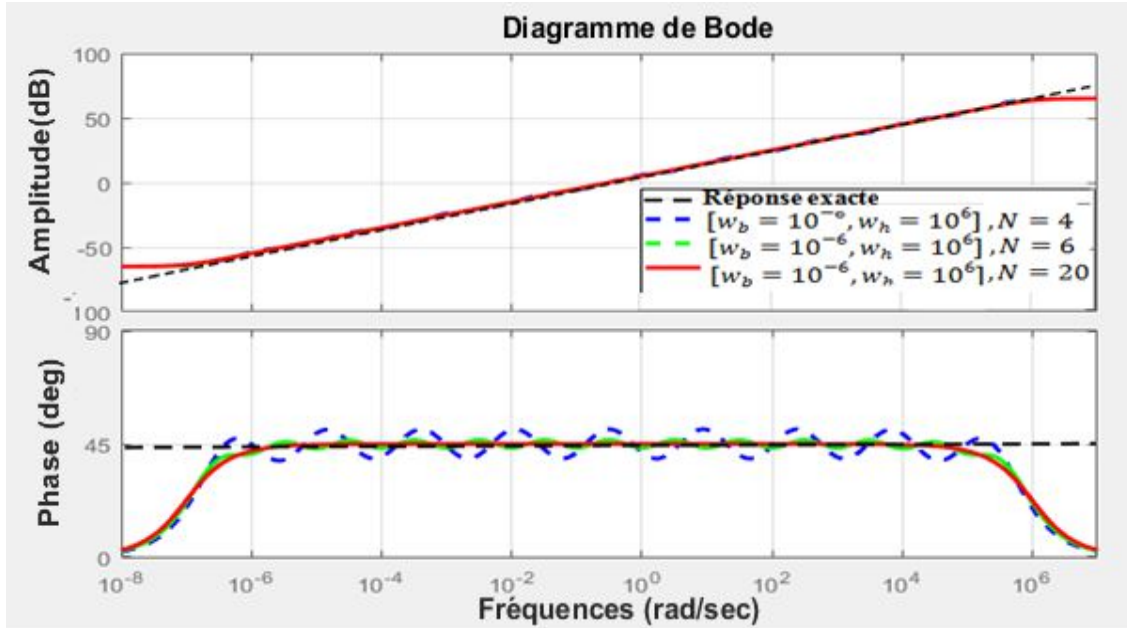


Figure 1-4:Diagramme de Bode d'un dérivateur d'ordre fractionnaire approché par méthode d'Oustaloup.

On remarque que pour un bon choix de paramètres d'approximation on obtient une meilleure approximation d'opérateurs d'ordre fractionnaire, le gain et la phase sont très proches du gain et de la phase idéaux.

1.4.2 Approximation avec la représentation diffusive

Le principe fondamental de la représentation diffusive est permet d'exprimer une grande variété d'opérateurs intégr-différentielles d'ordre fractionnaire causaux de façon non héréditaire par des systèmes linéaires dynamiques entrée-sortie de nature diffusive. Etant donnée $H(s)$ la fonction de transfert (non rationnelle) associée à l'opérateur causal de convolution $H\left(\frac{d}{dt}\right)$ la réalisation diffusive canonique de cet opérateur est exprimée, lorsqu'elle existe, par la réalisation d'état :

$$\begin{cases} \partial_t \psi(\xi, t) = -\xi \psi(\xi, t) + u(t), & \psi(\xi, t) = 0, & \xi \in \mathcal{R}^- \\ y(t) = \int_0^{+\infty} \mu(t, \xi) \psi(\xi, t) d\xi \end{cases} \quad (1.24)$$

Où $\mu(\xi)$ est appelée représentation diffusive de $H(s)$

1.4.2.1 Représentation au moyen de la transformation de Laplace

La représentation diffusive $\mu(\xi)$ d'un opérateur pseudo-différentiel à temps invariant de symbole $H(s)$ est définie, lorsqu'elle existe [31-32-33-34-35-36], comme solution de l'équation intégrale :

$$H(s) = \int_0^{+\infty} \frac{\mu(\xi)}{s+\xi} d\xi \quad (1.25)$$

L'équation (1.25) est la fonction de transfert associée à la représentation diffusive. En d'autres termes, $\mu(\xi)$ La représentation est obtenue directement par la transformation de Laplace inverse de la réponse impulsionnelle $h(t)$ La représentation diffusive est donc une utilisation "à contre sens" de la transformée de Laplace dans laquelle t joue le rôle de la variable de Laplace :

Représentation diffusive $\mu(\xi) \xrightarrow{\mathcal{L}_\xi}$ réponse impulsionnelle $h(t) \xrightarrow{\mathcal{L}_t}$ Symbole $H(s)$

$$\mu(\xi) \xrightarrow{\mathcal{L}_\xi} h(t) \xrightarrow{\mathcal{L}_t} H(s) ; \text{Où: } h(t) = \mathcal{L}(\mu(\xi)) = \int_0^\infty \mu(\xi) e^{-\xi t} ; \mu(\xi) = \mathcal{L}^{-1}(h(t)) \quad (1.26)$$

Par exemple le symbole diffusif de l'intégrateur fractionnaire de l'ordre γ :

$$H\left(\frac{\partial}{\partial t}\right) \text{ où } H(s) = \frac{1}{s^\lambda} \text{ for } 0 < \lambda < 1 \quad (1.27)$$

Le symbole diffusif est exprimé par [37] :

$$\mu(\xi) = \xi^{-\lambda} \frac{\sin(\lambda\pi)}{\pi} \quad \xi > 0 \text{ où } \alpha \text{ est l'ordre d'intégration.}$$

Et la réalisation diffusive du contrôleur $PI^\lambda D^\mu$ fractionnaire avec l'entrée u et la sortie y peut s'exprimer par [9]:

$$\begin{aligned} \partial_t \psi(\xi, t) &= -\xi \psi(\xi, t) + u(t) \\ y(t) &= \int_0^{+\infty} v(\xi) \psi(\xi, t) d\xi \end{aligned} \quad (1.28)$$

La fonction de transfert du contrôleur $PI^\lambda D^\mu$ fractionnaire au moyen d'une représentation diffusive est:

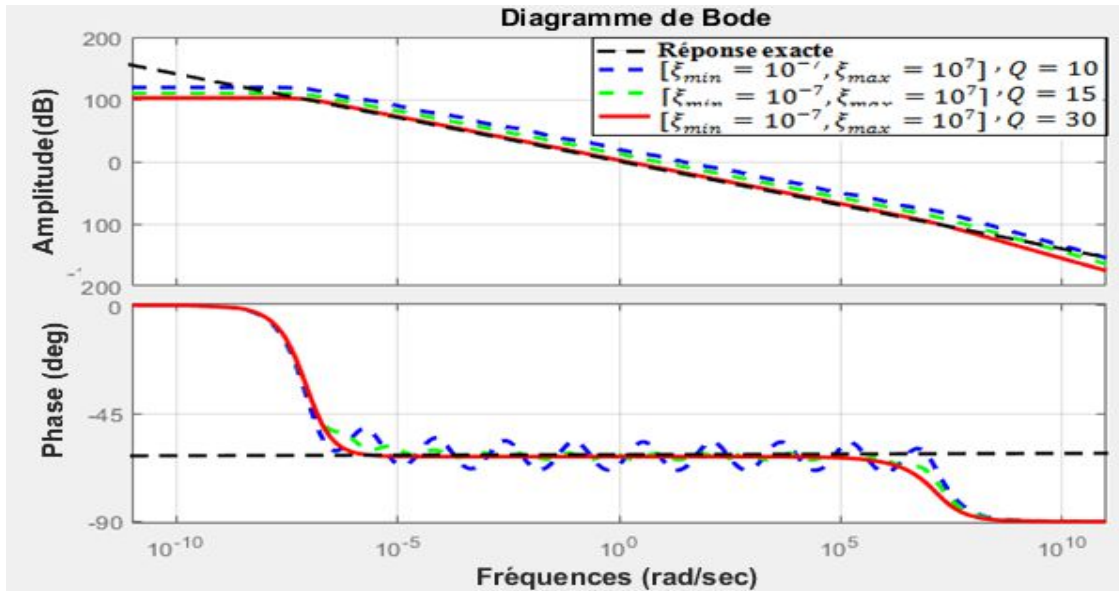
$$C(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{v(\xi)}{p + \xi} d\xi \quad (1.29)$$

Où v la représentation diffusive sait comme suit:

$$v(\xi) = K_p \left(\delta(\xi) + \frac{1}{T_i} \frac{\sin(\lambda\pi)}{\pi} \xi^{-\lambda} + T_d \frac{\sin(\mu\pi)}{\pi} \xi^\mu \right) \quad (1.30)$$

1.4.2.2 Approximation numérique d'un intégrateur $s^{-\lambda}$

Nous avons choisis un ordre d'intégration $\lambda = 0.7$, la bande d'approximation [$\xi_{min} = 10^{-7}$, $\xi_{max} = 10^7$] , avec des changements dans le nombre de pôles ($Q = 10$, $Q = 15$, $Q = 30$), Nous obtenons les résultats suivants :

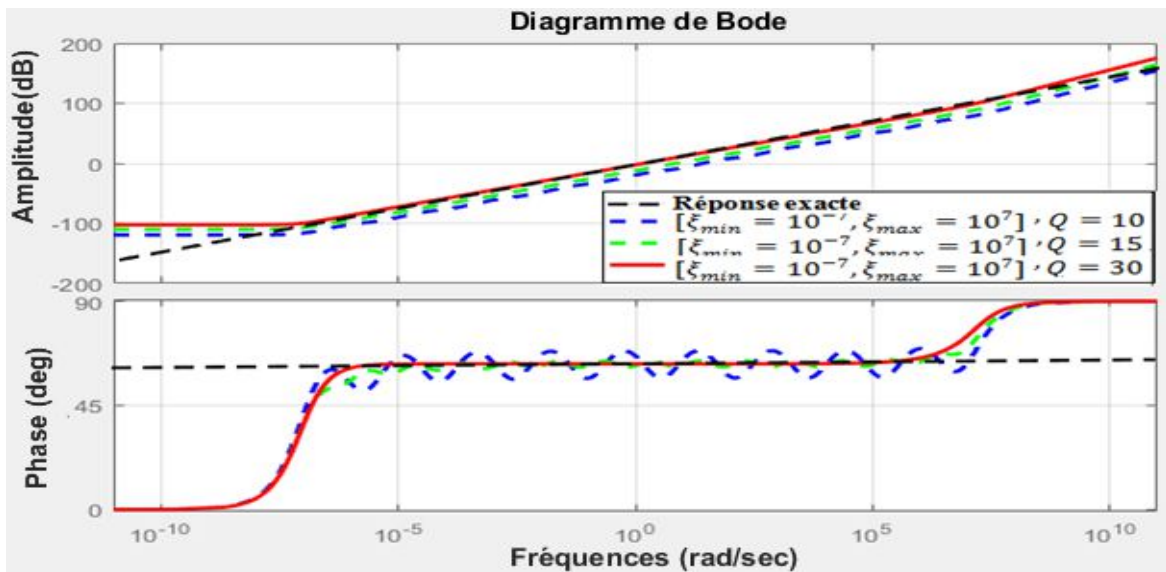


$$\xi_{min} = 10^{-7}, \xi_{max} = 10^7, \lambda = 0.7 \text{ et } Q = 10; Q = 15; Q = 30.$$

Figure 1-5:Diagramme de Bode d'un intégrateur d'ordre fractionnaire approché par représentation diffusive.

1.4.2.3 Approximation numérique d'un dérivateur s^μ

Nous avons choisis un ordre dérivation $\mu = 0.7$, et la bande d'approximation $[\xi_{min} = 10^{-7}, \xi_{max} = 10^7]$, avec des changements dans le nombre de pôles ($Q = 10, Q = 15, Q = 30$), Nous obtenons les résultats suivants :



$$\xi_{min} = 10^{-7}, \xi_{max} = 10^7, \mu = 0.7 \text{ et } Q = 10; Q = 15; Q = 30.$$

Figure 1-6:Diagramme de Bode d'un dérivateur d'ordre fractionnaire approché par représentation diffusive.

Les figures obtenues montrent que la représentation diffusive proposée assure une bonne approximation de l'intégrateur d'ordre fractionnaire car un bon choix de paramètres d'approximation garantie une bonne approximation dans un bande qui dépend des pulsations de système. On remarque que pour $\xi_{min} = 10^{-7}$, $\xi_{max} = 10^7$, $\mu = 0.7$ et $Q = 30$ on obtient une meilleure approximation de dérivateur fractionnaire d'ordre $\mu = 0.7$ le gain et la phase sont très proches du gain et de la phase idéaux (+14 dB et +63°).

1.5 Modèles et représentations des systèmes d'ordre fractionnaire

Le système d'ordre fractionnaire est généralement représenté par des modèles d'ordre non entiers. Il existe trois modèles d'ordre fractionnaire qui peuvent décrire le système dynamique en temps continu comme suit: Soit par l'équation différentielle d'ordre fractionnaire généralisée, ou, par représentation d'état fractionnaire ou bien, par fonction de transfert fractionnaire:

1.5.1 Equation différentielle d'ordre fractionnaire

Dans ce qui suit, nous nous concentrerons uniquement sur la représentation en temps continu. Les équations différentielles d'ordre fractionnaire d'un système dynamique en temps continu peuvent s'écrire comme suit

$$H(D^{\alpha_0 \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_N})(y_1, y_2, \dots, y_l) = G(D^{\beta_0 \beta_1 \beta_2 \dots \beta_M})(u_1, u_2, \dots, u_k) \quad (1.31)$$

Avec : où y_i, u_i fonctions du temps représentatives des sorties et des entrées respectivement du système décrit par (1.31).

$H(\cdot), G(\cdot)$ sont des combinaisons (pas nécessairement linéaires) de lois de l'opérateur dérivé d'ordre fractionnaire et $\alpha_i, \beta_j > 0$ sont des dérivées d'ordre fractionnaire relatives respectivement à la sortie et à l'entrée du système.

Pour les systèmes monovariabiles linéaires invariants SISO LTI FOS dans le temps, l'équation (1.31) devient :

$$H(D^{\alpha_0 \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_N})y(t) = G(D^{\beta_0 \beta_1 \beta_2 \dots \beta_M})u(t) \quad (1.32)$$

On pose :

$$\begin{cases} H(D^{\alpha_0 \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_N}) = \sum_{k=0}^n a_k D^{\alpha_k} \\ G(D^{\beta_0 \beta_1 \beta_2 \dots \beta_M}) = \sum_{k=0}^m b_k D^{\beta_k} \end{cases} \quad , \text{et } a_k, b_k \in \mathbb{R} \quad (1.33)$$

Finalement on obtient l'équation différentielle d'ordre fractionnaire :

$$a_n D^{\alpha_n} y(t) + a_{n-1} D^{\alpha_{n-1}} y(t) + \dots + a_0 D^{\alpha_0} y(t) = b_m D^{\beta_m} u(t) + a_{m-1} D^{\beta_{m-1}} u(t) + \dots + b_0 D^{\beta_0} u(t) \quad (1.34)$$

Selon la relation entre les ordres de dérivation fractionnaire de l'équation différentielle (1.34), on distingue deux types du système d'ordre fractionnaire:

- Les systèmes d'ordre commensurables

- Les systèmes d'ordre rationnels

1.5.2 Fonction de transfert fractionnaire

En appliquant la transformée de Laplace de l'équation (1.34) avec des conditions initiales nulles, les représentations entrée-sortie des systèmes d'ordre fractionnaire peuvent être obtenues. Dans le cas des modèles continus, un système d'ordre fractionnaire sera donné par une fonction de transfert de la forme:

$$G(S) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_m s^{\beta_m} + b_{m-1} s^{\beta_{m-1}} + \dots + b_0 s^{\beta_0}}{a_n s^{\alpha_n} + a_{n-1} s^{\alpha_{n-1}} + \dots + a_0 s^{\alpha_0}} \quad (1.35)$$

Comme on peut le voir dans les équations précédentes, un système d'ordre fractionnaire a une fonction de transfert d'ordre irrationnel dans le domaine de Laplace. Pour cette raison, on peut dire qu'un système d'ordre fractionnaire a une mémoire illimitée, et évidemment les systèmes d'ordre entier ne sont que des cas particuliers.

Dans le cas d'un système d'ordre commensurable, la fonction de transfert en temps continu est donnée par

$$G(s) = \frac{\sum_{k=0}^n b_k (s^\alpha)^k}{\sum_{k=0}^m a_k (s^\alpha)^k} \quad (1.36)$$

qui peut être considérée comme une fonction pseudo-rationnelle, $H(\lambda)$, de la variable $\lambda = s^\alpha$, D'où on peut considérer la fonction rationnelle $H(\lambda)$ du variable $\lambda = s^\alpha$ est :

$$H(\lambda) = \frac{\sum_{k=0}^n b_k \lambda^k}{\sum_{k=0}^m a_k \lambda^k} \quad (1.37)$$

Dans cette thèse, le comportement des systèmes fractionnaires étudiés sera abordé par des modèles commensurables avec les propriétés de linéarité et d'invariance en temps continu où la dérivée fractionnaire de Caputo est appropriée.

1.5.3 Représentation d'état fractionnaire

Pour les systèmes d'ordre fractionnaire commensurables, des critères puissants ont été proposés. En utilisant l'hypothèse l'ordre commensurable, le système de l'équation (1.36) admet également une représentation de type espace d'état.

Dans ce contexte, Le modèle d'état d'un système d'ordre fractionnaire linéaire, continu invariant multivariable, s'écrit sous la forme :

$$\begin{cases} D^{(\alpha)}x(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (1.38)$$

Avec : avec $u \in R, y \in R, \alpha \in R^+$; le vecteur d'ordre fractionnaire est :

$$(\alpha) = [\alpha_0 \quad \alpha_1 \quad \dots \quad \alpha_n]^T \quad (1.39)$$

et

$$D^{(\alpha)}x = [D^{\alpha_1}x_1 \quad D^{\alpha_2}x_2 \quad \dots \quad D^{\alpha_n}x_n]^T \quad (1.40)$$

Dans le cas particulier du système d'ordre commensurable à celle du système d'ordre entier par l'utilisation de l'opérateur D^α et la définition :

$$D^{(\alpha)}x_k = x_{k+1} \quad k = 1, 2 \dots n - 1 \quad (1.41)$$

En utilisant la transformée de Laplace de l'équation différentielle de l'équation (1.38), la fonction de transfert correspondante peut être exprimée sous la forme :

$$G(s) = C[(s^\alpha I_n - A)^{-1}]B \quad (1.42)$$

1.6 Fonction de transfert idéal de Bode

Bode [38] a été le premier qui a proposé une fonction de transfert en boucle ouverte d'un système asservi à retour unitaire garantissant la propriété de l'iso-amortissement. Cette fonction connue sous le nom de fonction de Bode idéale est donnée par :

$$L_B(s) = \left(\frac{w_c}{s}\right)^\beta = \frac{1}{\tau_c s^\beta} \quad \beta \in \mathbb{R}. \quad (1.43)$$

Où: τ_c constante de temps, w_c est la fréquence de coupure désirée et le paramètre β la pente de la caractéristique idéale du gain. En fait, la fonction de transfert $L(s)$ est un intégrateur d'ordre fractionnaire pour $\beta > 0$. Les diagrammes de Bode de $L_B(s)$ ($1 < \beta < 2$) sont très simple (figure 1.8). La courbe d'amplitude est une ligne droite de pente constante $-20\beta \text{ dB / dec}$, et la courbe de phase est un trait horizontal à $-\beta\pi/2$ rads. La courbe de Nyquist se réduit à une ligne droite passant par l'origine avec $\arg L_B(jw) = -\beta\pi/2 \text{ rad}$.

Maintenant considérons le système à retour unitaire représenté sur la figure 1.7. avec $L_B(s)$ est la fonction de transfert idéal de Bode. Ce choix de $L_B(s)$ donne un système en boucle fermée avec la propriété souhaitable d'être peu sensible à la variation du gain.

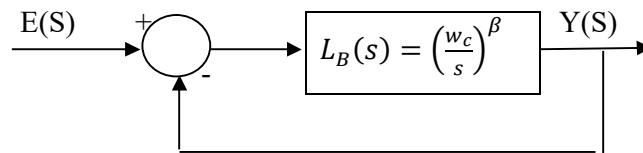


Figure 1-7: Boucle de commande idéale de Bode.

La fonction de transfert en boucle fermée :

$$H(s) = \frac{Y(s)}{E(s)} = \frac{L_B(s)}{1+L_B(s)} = \frac{1}{1+(\frac{s}{w_c})^\beta} = \frac{1}{1+\tau_c s^\beta} \quad \text{avec } K = w_c^\beta \quad (1.44)$$

(Pour : $1 < \beta < 2$ en à un système d'ordre fractionnaire oscillatoire).

Ce système à la propriété de robustesse, en termes d'invariance sous changement d'échelle de fréquence .

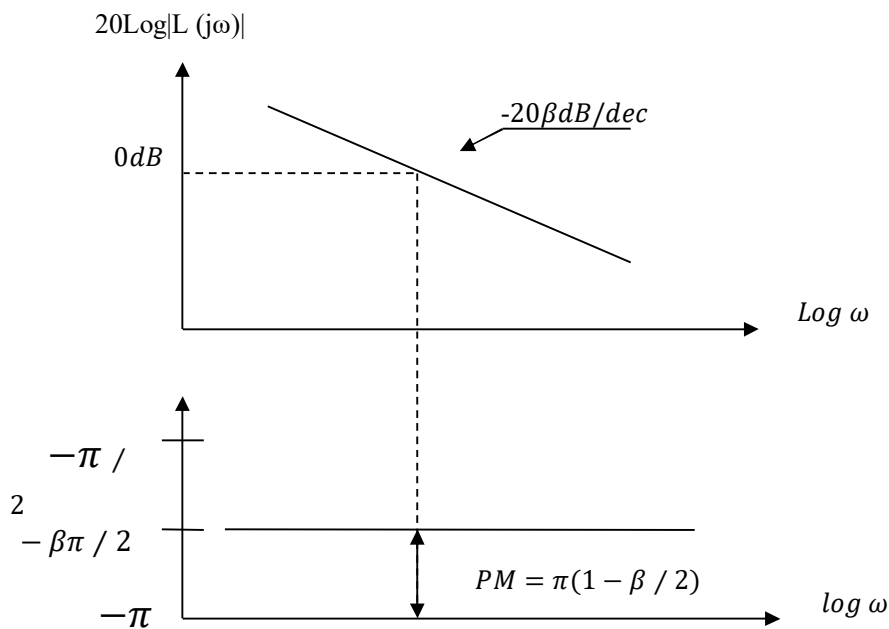


Figure 1-8: Réponse fréquentielle de la fonction idéale de Bode en boucle
 Les caractéristiques générales de la fonction de transfert de Bode sont les suivantes [39] :

a) En boucle ouverte :

- Gain : une pente constante de $-20\beta\text{dB/dec}$.
- Fréquence de coupure : une fonction de K .
- Phase : ligne horizontale de $-\beta \frac{\pi}{2}$
- Nyquist : ligne droite avec un argument de $-\beta \frac{\pi}{2}$.

b) En boucle fermée avec retour unitaire :

- La marge du gain est infinie.
- La marge de phase est constante : $\varphi_a = \beta \left(1 - \frac{\beta}{2}\right)$; elle dépend seulement de β .
- La valeur maximale de la fonction de sensibilité $S(s)$.

$$S(s) = \max \left| \frac{1}{1 + L_B(j\omega)} \right| = \frac{1}{\sin\left(\frac{\beta\pi}{2}\right)} \quad 1 \leq \beta < 2 \quad (1.45)$$

Le comportement dynamique d'un système en boucle fermée dépend de son comportement en boucle ouverte. De ce fait, la boucle fermée résultante, dans le cadre d'une configuration typique à retour unitaire préserve la caractéristique de robustesse de la fonction idéale de

Bode. Pour cette raison, ce système est considéré comme un modèle de référence par plusieurs stratégies de commande. Afin de pouvoir fixer les paramètres de ce modèle de référence en fonction de la dynamique désirée, une étude de la fonction idéale de Bode dans différents domaines est nécessaire.

1.6.1 Modèle de référence dans le domaine temporel

La réponse indicielle de la fonction idéale de Bode en boucle fermée est donnée par [40] :

$$Y(t) = L^{-1} \left(\frac{w_{cg}^\beta}{s^\beta + w_{cg}^\beta} \cdot \frac{1}{s} \right) = 1 - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-w_{cg}t)^\beta}{\Gamma(1-\beta n)} = 1 - E_\beta \left(-(w_{cg}t)^\beta \right) \quad (1.46)$$

Où L^{-1} est la transformée de Laplace inverse et $E_\beta(x)$ est la fonction Mittag-Leffler pour le cas $1 < \beta < 2$.

La figure 1.5. montre les réponses indicielles de l'équation (1.46) pour $w_{cg} = 1$ et différentes valeurs de β [(voir à [40-13]).]. Comme nous l'avons vu, la réponse indicielle devient plus oscillatoire lorsque le dépassement augmente de β .

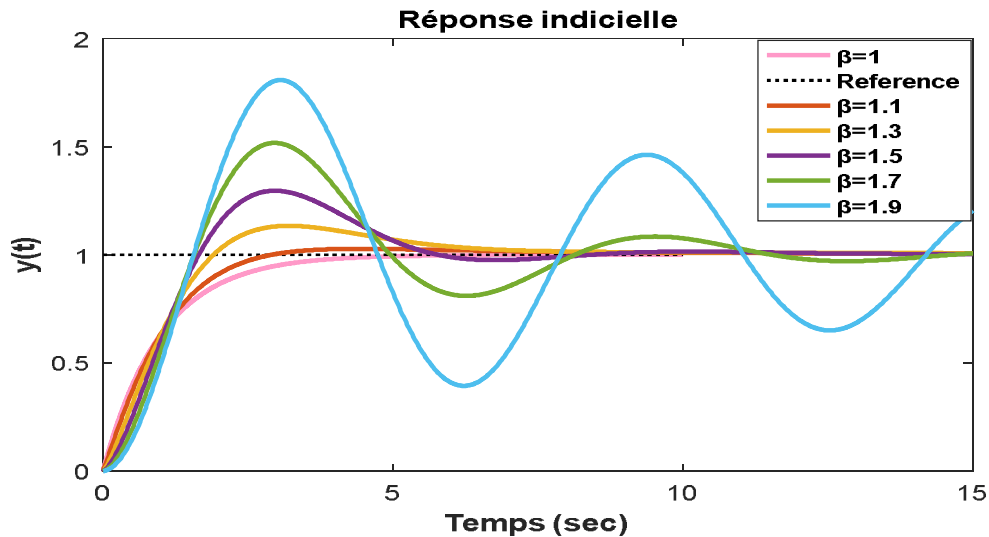


Figure 1-9: Réponses indicielles de la fonction idéale de Bode en boucle fermée pour $w_{cg} = 1$ et différentes valeurs de β .

D'autres auteurs tels Manabe [41] et Barbosa [40], ont proposé d'autres méthodes qui aboutissent à une expression donnant la valeur du dépassement, plus simple. Il suffit de tracer les valeurs numériques du dépassement pour différentes valeurs de β , comme le montre la figure (1.10). Ensuite la courbe ainsi obtenue est approximée par un polynôme d'ordre 2 en utilisant la fonction "cftool" de Matlab. Le polynôme obtenu est donné par l'équation (1.47) avec une somme de l'erreur quadratique moyenne d'approximation (MSE) de 2×10^{-4} .

$$M_p(\%) = 73.9(\beta^2 - 1.6793\beta + 0.6756) \quad 1 \leq \beta \leq 1.5 \quad (1.47)$$

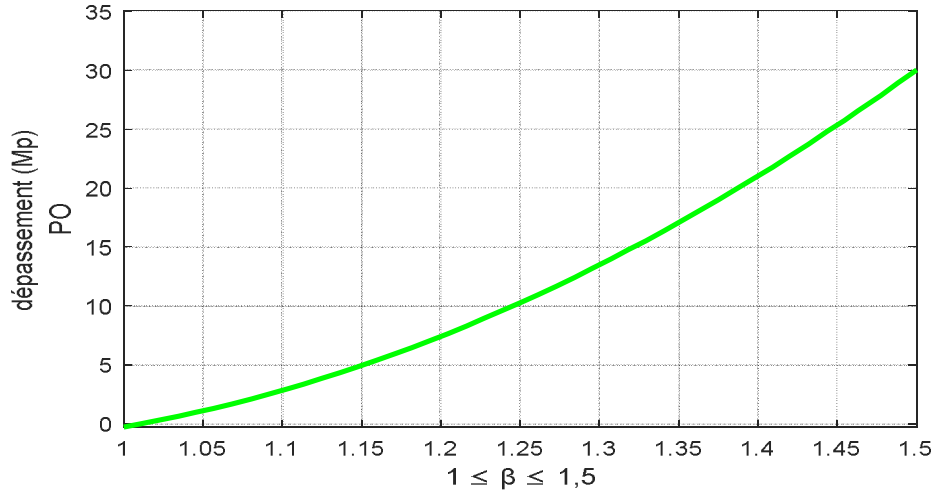


Figure 1-10: Dépassement M_p en fonction de β

La même procédure est appliquée pour avoir l'expression du temps de réponse, en traçant $t_s(2\%) \times \omega_{cg}$ et $t_s(5\%) \times \omega_{cg}$ pour différentes valeurs de β (Figure 1.11), les deux courbes obtenues sont approximées et donnent lieu aux expressions suivantes [13]:

$$t_s(2\%) \times \omega_{cg} = \begin{cases} \frac{0.7885\beta - 0.2693}{\beta - 0.8673} & 1 \leq \beta \leq 1.078 \\ \frac{3.003\beta - 2.981}{\beta^2 - 2.012\beta + 1.056} & 1.078 < \beta \leq 1.486 \end{cases} \quad (1.48)$$

$$t_s(5\%) \times \omega_{cg} = \begin{cases} \frac{0.812\beta - 0.2036}{\beta - 0.8007} & 1 \leq \beta \leq 1.15 \\ \frac{7.156\beta - 7.9}{\beta^2 - 1.303\beta + 0.2578} & 1.15 < \beta \leq 1.5 \end{cases} \quad (1.49)$$

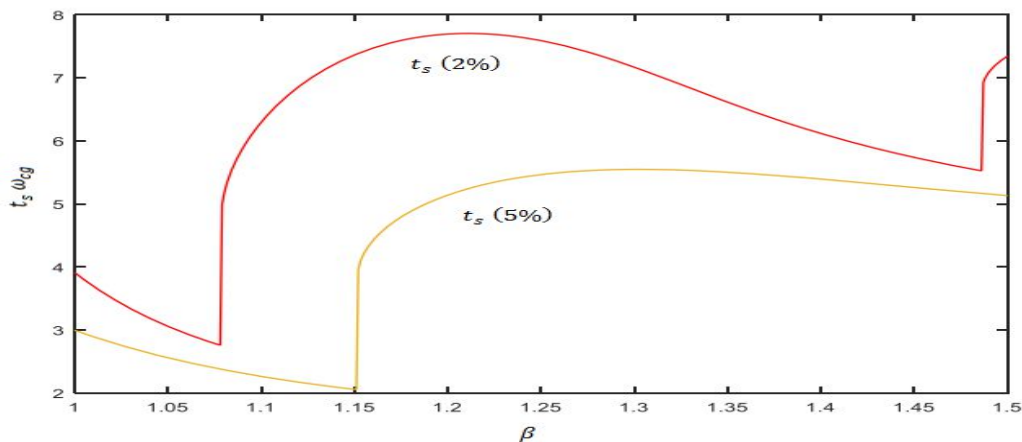


Figure 1-11: Temps de réponse (t_s) en fonction de β

Remarque:

- Si les performances désirées sont spécifiées dans le domaine temporel le paramètre β , peut être déduit approximativement à partir du dépassement M_p désiré.

- La valeur approximative de T_c peut être déduite à partir des équations (1.48), (1.49) en fonction de la valeur de temps de réponse T_r désiré.
- il a proposé que le contrôleur soit conçu de sorte que la fonction de transfert de la boucle de commande soit équivalente à la "fonction idéale de Bode».

1.6.2 Modèle de référence dans le domaine fréquentiel

Cependant, afin de faciliter la synthèse du contrôleur en utilisant les caractéristiques dans le domaine fréquentiel de la fonction idéale de Bode, nous utilisons une nouvelle écriture de la fonction idéale pour Bode est proposée par Batayeb, M et Mansouri [11-12], qui est la suivante:

$$L_B(s) = \left(\frac{w_c}{s}\right)^{\gamma+1} = \frac{1}{\tau_c s^{\gamma+1}}, 0 < \gamma < 1, \quad \text{Où: } \gamma = \beta - 1 \text{ et } w_c = \frac{1}{\tau_c s^{\gamma+1}} \quad (1.50)$$

La fonction de transfert en boucle fermée est :

$$H(s) = \frac{Y(s)}{E(s)} = \frac{L_B(s)}{1 + L_B(s)} = \frac{1}{1 + \left(\frac{s}{w_c}\right)^{\gamma+1}} = \frac{1}{1 + \tau_c s^{\gamma+1}} \quad (1.51)$$

Où: $w_c = \frac{1}{\tau_c s^{\gamma+1}}$

Les caractéristiques fréquentielles de la fonction idéale de Bode sont obtenues en posant $s = jw$.

Le module et l'argument sont respectivement donnés par :

$$|L_B(jw)|_{dB} : \quad 20 \log \left| \frac{1}{\tau_c (jw)^{\gamma+1}} \right| = -20(\gamma + 1) \log \left(\frac{w_c}{w} \right) \quad (1.52)$$

$$\phi(L_B(jw))_{rad} : \quad arg \left(\frac{1}{(jw)^{\gamma+1}} \right) = -(\gamma + 1) \frac{\pi}{2} \quad (1.53)$$

Le dépassement de sa réponse indicielle dépend du paramètre γ , et la rapidité de la réponse dépend de la valeur de la constante de temps τ_c . Ces deux paramètres peuvent être fixés comme suit :

La marge de phase ϕ_m est donnée par:

$$\phi_m = \pi + arg \left(\frac{1}{(jw)^{\gamma+1}} \right) \quad (1.54)$$

En remplaçant $\phi(L_B(jw))_{rad}$ par son expression donnée par l'équation (1.52) et en tenant compte de la relation $(\gamma + 1)$, on obtient :

$$\phi_m = \pi - (\gamma + 1) \frac{\pi}{2} \quad (1.55)$$

La valeur de γ peut être déduite facilement de l'équation (1.55), elle est donnée par :

$$\gamma = \frac{\pi - \phi_m}{\pi/2} - 1 \quad (1.56)$$

La valeur de τ_c peut être déduite facilement de l'équation (1.50), elle est donnée par :

$$\tau_c = \frac{1}{\omega_c^{\gamma+1}} \quad (1.57)$$

Remarque:

- Si les performances désirées sont spécifiées dans le domaine fréquentiel le paramètre γ , peut être déduit approximativement à partir du marge de phase ϕ_m désiré.
- La valeur approximative de τ_c peut être déduite à partir des équations (1.56), (1.57) en fonction de la fréquence de coupure ω_c désiré.
-

1.7 Les Contrôleurs d'ordre non entier (Contrôleur fractionnaire)

Le régulateur PID, appelé aussi correcteur PID (proportionnel, intégral, dérivé) est utilisé depuis plusieurs décennies dans les industries pour des applications de contrôle de processus [42]. La raison de leur grande popularité réside dans la simplicité de la conception et les bonnes performances, notamment le faible pourcentage de dépassement et le petit temps de stabilisation. Le régulateur PID d'ordre fractionnaire est une extension du contrôleur PID classique. Il est moins sensible aux changements des paramètres d'un système commandé, ce qui donne une amélioration de la robustesse.

1.7.1 Contrôleur PI d'ordre fractionnaire

Il est de deux types,

- PI^λ

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s^\lambda} \quad (1.58)$$

L'autre forme de PI^λ est

$$C(s) = K_1 \left(1 + \frac{K_2}{s^\lambda} \right) \quad (1.59)$$

(1.58) et (1.59) sont liés comme suit : $K_p = K_1$, $K_2 = K_1 \cdot K_i$

Ces deux formes de contrôleur PI^λ sont utilisées dans cette thèse.

- $[PI]^\lambda$

$$C(s) = \left(K_p + \frac{K_i}{s} \right)^\lambda \quad (1.60)$$

L'autre forme de $[PI]^\lambda$ est :

$$C(s) = K_1 \left(1 + \frac{K_2}{s}\right)^\lambda \quad (1.61)$$

(1.60) et (1.61) sont liés comme suit : $K_p = K_1^{\frac{1}{\lambda}}$, $K_2 = K_1^{\frac{1}{\lambda}} \cdot K_i$

Où, $\lambda > 0$; $K_p, K_i, \in \mathbb{R}$.

Pour $\lambda = 1$, (1.58) et (1.60) représentent un contrôleur PI entier,

1.7.2 Contrôleur PD d'ordre fractionnaire PD^μ

Il est de deux types,

- PD^μ

$$C(s) = K_p + K_d s^\mu \quad (1.62)$$

L'autre forme de PD^μ est :

$$C(s) = K_1(1 + K_2 s^\mu) \quad (1.63)$$

(1.62) et (1.63) sont liés comme suit : $K_p = K_1, K_d = K_1 \cdot K_2$.

- $[PD]^\mu$

$$C(s) = (K_p + K_d s)^\mu \quad (1.64)$$

L'autre forme de PD^μ est :

$$C(s) = K_1(1 + K_2 s)^\mu \quad (1.65)$$

(1.64) et (1.65) sont liés comme suit: $K_p = K_1^\mu, K_d = K_1^{\frac{1}{\mu}} \cdot K_2$.

où, $\mu > 0$; $K_p, K_d, \in \mathbb{R}$.

Pour $\mu = 1$, (1.62) et (1.64) représentent un contrôleur PD entier, $C(s) = K_p + K_d s$

1.7.3 Contrôleur PID d'ordre fractionnaire

- $PI^\lambda D^\mu$

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s^\lambda} + K_d s^\mu \quad (1.66)$$

L'autre forme de $PI^\lambda D^\mu$ est :

$$C(s) = K_1 \left(1 + \frac{K_2}{s^\lambda} + K_3 s^\mu\right) \quad (1.67)$$

(1.66) et (1.67) liés comme suit: $K_p = K_1, K_i = K_1 \cdot K_2$ et $K_d = K_1 \cdot K_3$.

Ces deux formes de contrôleur $PI^\lambda D^\mu$ sont utilisées dans cette thèse.

Où, $\lambda > 0, \mu > 0$; $K_p, K_i, K_d, \in \mathbb{R}$.

Pour $\lambda = 1$ et $\mu = 1$, (1.66) représentent un contrôleur PID entier, $C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s$

Suivant la variation de ces deux paramètres (λ et μ), on peut distinguer différentes possibilités des contrôleurs d'ordre fractionnaires (figure.1.12).

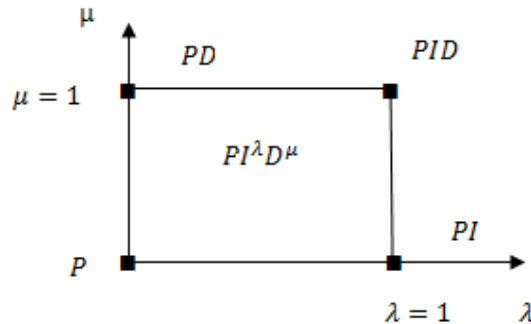


Figure 1-12:Possibilités des contrôleurs à trois actions

- Si $\lambda = 1$ et $\mu = 1$, alors c'est un contrôleur PID classique.
- Si $\lambda = 0$ et $\mu = 1$, alors c'est un contrôleur PD classique.
- Si $\lambda = 1$ et $\mu = 0$, alors c'est un contrôleur PI classique.
- Si $\lambda = 0$ et $\mu = 0$, alors c'est un contrôleur P classique.

La structure générale d'un contrôleur PID d'ordre fractionnaire est illustrée à la Figure. (1.13).

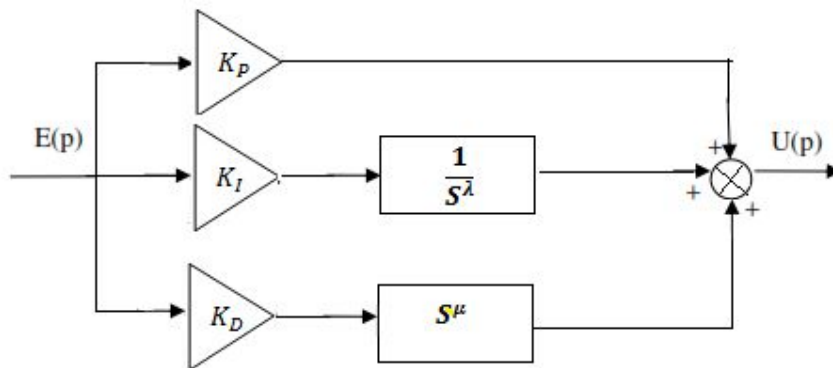


Figure 1-13:Structure de contrôleur $PI^\lambda D^\mu$ fractionnaire.

Dans le régulateur PID d'ordre fractionnaire (FOPID), les opérateurs d'intégration et de dérivation I et D sont généralement d'ordre fractionnaire. Par conséquent, en plus de réglage des coefficients K_p, K_i et K_d , nous devons également de réglage deux autres paramètres, à savoir l'ordre d'intégration fractionnaire λ ainsi que l'ordre dérivée fractionnaire μ .

La figure 1.14 illustre la structure générale d'un système en boucle fermée, dans lequel un contrôleur PID fractionnaire est utilisé. Les contrôleurs fractionnaires ont deux paramètres de plus que le contrôleur PID conventionnel, ainsi deux spécifications supplémentaires peuvent être satisfaites, ce qui améliore la performance du système global. On peut s'attendre à ce que

le contrôleur $PI^\lambda D^\mu$ puisse améliorer la performance du système.

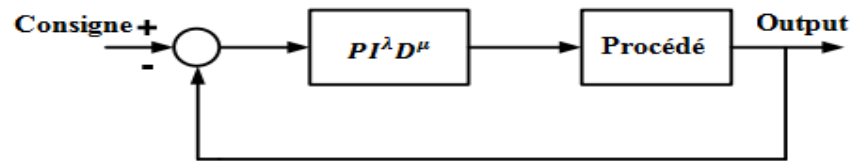


Figure 1-14: Système de commande d'ordre fractionnaire en boucle fermée.

1.7.4 Avantages des contrôleurs PID d'ordre fractionnaire

Les caractéristiques d'un contrôleur PID fractionnel sont résumées ci-dessous :

- Cinq spécifications différentes peuvent être atteintes, ce qui n'est pas possible dans le cas du contrôleur PID classique ce qui donne une grande flexibilité.
- Le contrôleur PID fractionnaire peut facilement atteindre la propriété d'iso-amortissement, par rapport au contrôleur PID classique.
- Pour les systèmes d'ordre supérieur, les performances du contrôleur PID classique se détériorent, tandis que le contrôleur PID fractionnaire fournit de meilleurs résultats.
- Pour un système à long retard, un contrôleur PID fractionnaire fournit de meilleurs résultats que le contrôleur PID.
- Un contrôleur PID classique offre une stabilité moins robuste, alors que le contrôleur PID fractionnel est plus robuste et stable.
- Généralement, un système non linéaire est linéaire à différents points de fonctionnement, et les contrôleurs sont conçus pour différents points de fonctionnement, alors qu'un seul contrôleur PID fractionnaire est suffisant pour un système non linéaire [43].

1.8 Conclusion :

Nous avons présenté dans ce chapitre quelques définitions de base pour l'intégration et la dérivation d'ordre fractionnaire, ainsi que sa représentation dans le domaine de Laplace. Nous avons introduit le concept du système d'ordre fractionnaire et les contrôleurs PID d'ordre fractionnaire. Nous avons présenté différentes méthodes d'approximation des opérateurs d'ordre fractionnaire (méthode d'Oustaloup et la représentation diffusive). La qualité de l'approximation d'opérateurs fractionnaires dépend du choix des paramètres de l'approximation numérique.

2.1 Introduction

Le phénomène d'interactions (ou: couplages) entre les variables d'entrée et de peut être considéré comme la principale caractéristique qui distingue les systèmes multivariables des systèmes monovariables sortie [44-45-46-47]. Ces interactions peuvent être vus comme l'effet de plusieurs entrées sur une même sortie, ou l'effet d'une entrée sur de plusieurs sorties. En effet, l'analyse des interactions est une première étape très importante pour évaluer le niveau des interactions dans un système multivariable [1-48]. Ensuite, différents structures de commande sont proposés soit par la généralisation des techniques des systèmes SISO [49-50] ou bien élaborer des schémas de commande spécifiques aux systèmes MIMO telles que la commande par découplage (ou: commande décentralisée) [51-52] et la commande multivariable (ou: commande centralisée). Le schéma de commande pour commander les systèmes MIMO vise à éliminer, si possible, où réduire l'influence de ces interactions sur les performances du système en boucle fermée, pour rendre les entrées et les sorties indépendante ce qui garantit les performances et les robustesses désirées.

Dans ce chapitre, nous commençons par définir et illustrer le phénomène des interactions dans un système multivariable. Ensuite, les méthodes de découplage des systèmes multivariables les plus rencontrées dans la littérature (à deux/trois entrées et à deux/trois sorties (2x2) et (3x3)). Nous présentons les différentes approches de conception des correcteurs conventionnelle (PI/PID) des systèmes découplés lorsqu'ils sont contrôlés par la structure de commande multi-boucle (decentralized). Le chapitre se termine par un aperçu sur la synthèse du régulateur PI/PID décentralisés.

2.2 Types et méthodes d'analyse des interactions :

Les systèmes multivariables peuvent être considérés comme des systèmes avec plusieurs entrées (u_1, u_2, \dots, u_n) et plusieurs sorties (y_1, y_2, \dots, y_m) [53-54-47] comme le montre la figure (2.1).

Les interactions ou couplages peuvent être vus comme l'influence d'une entrée (références, commandes ou perturbations) sur plusieurs sorties, ou bien l'influence de plusieurs entrées (références, commandes ou perturbations) sur une même sortie.

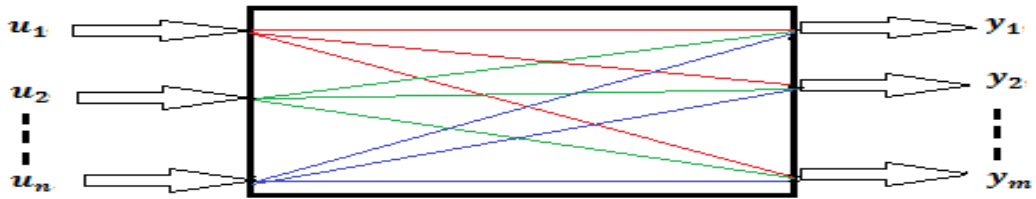


Figure 2-1:Système multivariable

Dans le cadre de cette thèse, seuls les systèmes carrés seront considérés, c'est-à-dire que le nombre d'entrées est égal au nombre de sorties ($n = m = p$).

Pour un système multivariable à deux entrées et deux sorties (2x2), le schéma de commande multivariable est illustré par la figure 2.2. Le procédé $G(s)$ est commandé par deux régulateurs monovariabes $C_{11}(s)$ et $C_{22}(s)$.

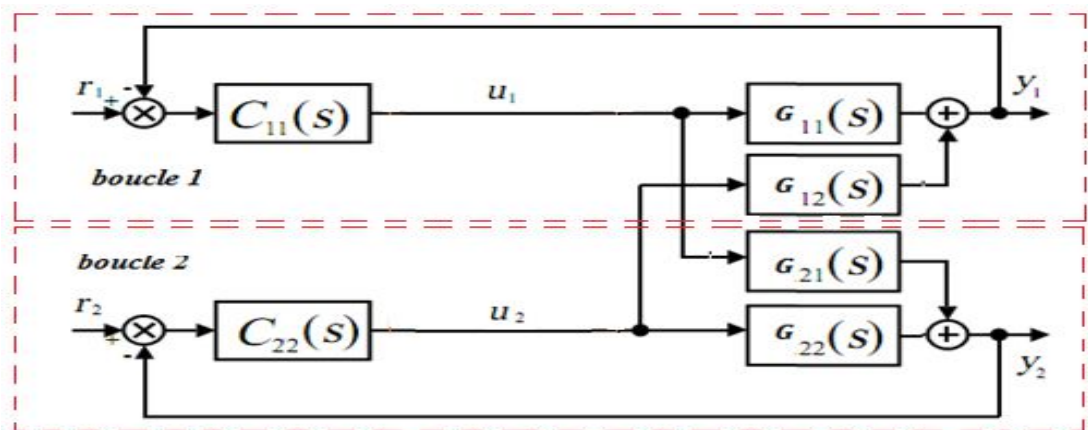


Figure 2-2:Commande Décentralisée

L'analyse des interactions permet également d'estimer s'il est nécessaire de prendre en compte les interactions durant la synthèse des correcteurs monovariabes (synthèse multiboucle) ou non (synthèse monoboucle).

Les objectifs d'une analyse des interactions sont donc multiples :

- Choix de la stratégie de commande.
- Choix de la configuration commandes-sorties dans le cas de la commande décentralisée.
- Choix de la stratégie de réglage des correcteurs dans le cas de la commande décentralisée.

Pour un système multivariable qui comprend m boucles, on aura $m!$ configurations possibles dont une seule est prise en considération. Plusieurs méthodes d'analyse des interactions ont été développées permettant de choisir la meilleur connexion et/ ou de juger le niveau d'interaction entre les boucles de régulation [55-56-57].

2.2.1 Analyse des interactions par la méthode de RGA (Relative Gain Array)

Bristol [1-58] a développé une technique organisée pour l'étude des problèmes d'interactions de boucles de contrôle du processus multivariables basée sur la théorie d'un gain relatif. Pour un processus MIMO avec « n » variables, le RGA (λ_{ij}) entre la variable contrôlée « y_i » et la variable manipulée « u_j » est défini comme le rapport de deux gains en régime permanent s'exprime comme suit :

$$\lambda_{ij} = \frac{\left(\frac{\partial y_i}{\partial u_j}\right)_u}{\left(\frac{\partial y_i}{\partial u_j}\right)_y} = \frac{\text{le gain statique boucle ouverte}}{\text{le gain statique en boucle fermée}}, \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, n \quad (2.1)$$

dans l'équation. (2.1), le symbole $\left(\frac{\partial y_i}{\partial u_j}\right)_u$ est la dérivée partielle qui est calculée avec toutes les variables manipulées sauf que u_j est constant. Par conséquent, ce terme est le gain en boucle ouverte (ou gain statique) entre y_i et u_j , qui correspond aux éléments de la matrice de gain k_{ij} . De même, $\left(\frac{\partial y_i}{\partial u_j}\right)_y$ est évalué avec toutes les variables de sortie (contrôlées) à l'exception de y_i qui reste constant. Ceci peut être réalisé en pratique en ajustant les autres variables d'entrée (manipulées) en utilisant d'une procédure de contrôle intégrée. En conséquence, $\left(\frac{\partial y_i}{\partial u_j}\right)_u$ peut être obtenu comme un gain en boucle fermée indiquant l'effet de u_j sur y_i tandis que toutes les autres variables définies sont maintenues constantes. Il est pratique d'organiser le gain relatif sous forme de matrice également connu sous le nom de La matrice des gains relatifs (RGA) qui est donné par l'équation. (2.2).

$$\lambda = \begin{pmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \dots & \lambda_{1n} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \dots & \lambda_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \lambda_{n1} & \lambda_{n2} & \dots & \lambda_{nn} \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

2.2.2 Calcul du RGA pour un système (2x2) :

pour un système (2x2), supposons que le modèle devienne linéaire et que les expressions correspondant à la sortie soient les suivantes :

$$\begin{cases} \mathcal{Y}_1 = K_{11}u_1 + K_{12}u_2 \\ \mathcal{Y}_2 = K_{21}u_1 + K_{22}u_2 \end{cases} \quad (2.3)$$

où K_{ij} signifie le gain statique déterminé entre y_i et u_j . Ce modèle peut être écrit plus efficacement en notation de matrices comme :

$$y = [K]u \quad (2.4)$$

Pour les systèmes stables, le gain statique du modèle est,

$$K = G_p(s) \Big|_{s=0} \quad (2.5)$$

Le gain relatif (λ_{11}) entre y_1 et u_1 est calculé comme suit :

$$\left(\frac{\partial y_1}{\partial u_1}\right)_{u_2} = K_{11} \quad (2.6)$$

$$\left(\frac{\partial y_1}{\partial u_1}\right)_{y_2} = K_{11} \left(1 - \frac{K_{12}K_{21}}{K_{11}K_{22}}\right) \quad (2.7)$$

$$\lambda_{11} = \frac{1}{1 - \left(\frac{K_{12}K_{21}}{K_{11}K_{22}}\right)} \quad (2.8)$$

les autres éléments de gain relatif sont effectivement calculés pour le cas 2×2 comme suit :

$$\lambda_{12} = \lambda_{21} = 1 - \lambda_{11} \quad \text{and} \quad \lambda_{22} = \lambda_{11} \quad (2.9)$$

Par conséquent, l'ensemble des gains relatifs pour une trame 2×2 peut être symétrique et donné comme suit :

$$\lambda = \begin{pmatrix} \lambda_{11} & 1 - \lambda_{11} \\ 1 - \lambda_{11} & \lambda_{11} \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

Cette équation nous permet de constater que la somme algébrique des éléments de la matrice λ_{ij} le long d'une ligne i ou d'une colonne j est égale à l'unité.

Pour les systèmes avec plus de variables (de dimension plus grande que 2×2), l'ensemble des gains relatifs peut être déterminé à partir de l'expression,

$$\Lambda = K \otimes H \quad (2.11)$$

où « K » est le gain statique , « \otimes le produit de Hadamard » et spécifie le produit élément par élément.

$$\lambda_{ij} = K_{ij}H_{ij}.$$

« K_{ij} » est l'élément (i, j) de K et « K_{ij} » est l'élément (i, j) de $H = (K^{-1})^T$. Par conséquent, le RGA est calculé comme suit :

$$\Lambda = K \otimes (K^{-1})^T \quad (2.12)$$

Il est à noter que pour des matrices non-carrées, K est remplacée par son pseudo inverse.

2.2.3 Interprétation de la matrice RGA

La matrice RGA peut être utilisée comme un guide conduisant à un choix des paires des entrées-sorties où l'effet des interactions entre les différentes variables caractérisant un système est minimale. L'examen des valeurs de ces éléments permet de donner une information sur le niveau d'interaction entre ces variables. L'interprétation des valeurs ($\lambda_{ij}; i = j$) peut être classée selon les catégories suivantes :

- ✓ Si les éléments de la diagonale de la RGA ($\lambda_{ij}; i = j$) sont proches de 1, alors le niveau d'interaction dans le système est très faible, dans le cas contraire les interactions sont fortes.
- ✓ Si les éléments de la RGA sont très grands, cela signifie que le système est très sensible à de

faibles variations (erreurs) et donc absolument difficile à contrôler.

Les cas suivants peuvent se présenter [59]:

- 1) $\lambda_{ij} = 1$: Il n'y a aucune couplage entre les variables du système. Ou l'interaction n'est pas dans les deux directions .
- 2) $\lambda_{ij} = 0$: indique qu'il n'y a aucun effet de l'entrée u_j sur la sortie y_i .
- 3) $0.5 < \lambda_{ij} < 1$: Malgré la présence de l'interaction entre les boucles de régulation correspondantes, cette sélection est préférable car elle réduit au minimum les interactions.
- 4) $\lambda_{ij} = 0.5$: Il y a un niveau important d'interaction. Les autres boucles de régulation ont le même effet de l'entrée u_j sur la sortie y_i .
- 5) $\lambda_{ij} > 1$: Il existe un fort couplage entre les boucles de régulation, il doit donc être affaibli. L'instabilité peut se produire si λ_{ij} est trop élevé. il n'est pas recommandé de contrôler y_i avec u_j .
- 6)) $\lambda_{ij} < 0$: il y a de fortes interactions, la réponse de la boucle correspondante peut changer de sens de variation (système à réponse inverse), si les autres boucles sont fermées. En plus la boucle elle-même peut être instable ou le système global devient instable si jamais la boucle considérée s'ouvre, d'où le couple correspondant ne doit pas être choisi dans la configuration de commande.

2.2.3.1 Exemple1

$$K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1.5 \\ 1.5 & 2 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

La matrice RGA est déterminée par l'équation (2.12).

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 2.29 & -1.29 \\ -1.29 & 2.29 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

L'appariement recommandé est y_1 avec u_2 et y_2 avec u_1 .

2.2.3.2 Exemple2

$$K = \begin{bmatrix} -2 & 1.5 \\ 1.5 & 2 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 0.64 & 0.36 \\ 0.36 & 0.64 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

L'appariement recommandé est y_1 avec u_1 et y_2 avec u_2 .

2.2.3.3 Exemple3

La matrice de gain à l'état stationnaire pour un système 3x3 est donnée par :

$$K = \begin{bmatrix} -2 & 1.5 & 1 \\ 1.5 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 1.5 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

La matrice $H = (K^{-1})^T$ peut être trouvée comme suit:

$$H = (K^{-1})^T = \begin{bmatrix} -2 & 1.5 & 1 \\ 1.5 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 1.5 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

la matrice de gain relatif est donnée par :

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 0.7442 & 1.1860 & -0.9302 \\ -0.9302 & 0.7442 & 1.1860 \\ 1.1860 & -0.9302 & 0.7442 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

L'appariement recommandé est y_1 avec u_3 , y_2 avec u_2 et y_3 avec u_1 . parmi les six configurations possibles.

2.2.4 Stabilité de la structure de commande sélectionnée

Même si la méthode RGA est habituellement suffisante dans la plupart des cas, elle ne considère pas la stabilité de la structure de contrôle qui en résulte. Ainsi, pour analyser cette stabilité, l'Indice de Niederlinski (NI) est un moyen souvent utilisé [3]. Une valeur négative de cette indice indique une instabilité dans la boucle de commande [3]. Son expression est donnée par l'équation suivante :

$$NI = \frac{\det[G(0)]}{\prod_{i=1}^n g_{ii}(0)} < 0 \quad (2.20)$$

L'objectif des deux analyses (RGA et NI) est de déterminer quantitativement la combinaison qui permet de donner un couplage optimal entre les variables d'un processus donné. Ce couplage optimal peut être obtenu à partir des deux règles suivantes :

Règle 1 : L'élément positif de la matrice RGA les plus proches de l'unité devrait avoir l'appariement des variables manipulées et contrôlées qui leur correspondent.

Lorsque l'indice NI est grand, cela implique que le système est moins découplé.

Règle 2 : Si l'indice NI est négatif, tout appariement entre les entrées-sorties du système est inacceptable.

2.3 Découplage des systèmes multivariables (2x2)

Lorsque les interactions analysées par l'approche RGA indiquent qu'il existe des interactions fortes entre les boucles de régulation, dans ce cas la commande décentralisée n'apporte pas de réponses appropriées. Pour surmonter ce problème dans le système de commande MIMO, il est souvent préférable d'utiliser une autre procédure qui élimine complètement les effets de l'interaction de la boucle est appelée : le découplage [60-61-62-63-64]. Ce qui nous permet le passage d'une synthèse multivariable à un ensemble de synthèses monovariabiles pour déterminer séparément les paramètres du contrôleur pour les

boucles découplées [59]. Le présent schéma (figure 2.3) montre la structure générale de la conception du découplage pour un système multivariable ayant deux entrées et deux sorties.

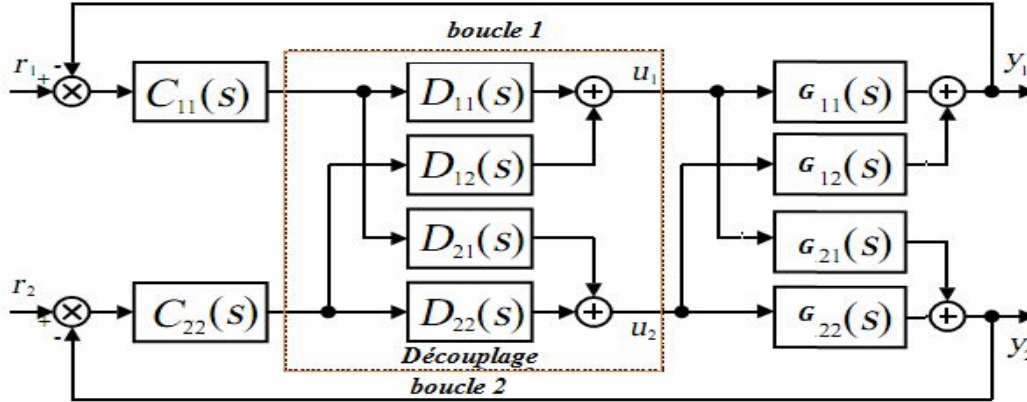


Figure 2-3: Système multivariable 2x2 avec découplage

La figure. 2.3 montre un système de contrôle de découplage pour un procédé multivariable 2x2. Les variables r_1 et r_2 sont les points de consigne, c_1 et c_2 sont les sorties du contrôleur, u_1 et u_2 sont les variables manipulées et y_1 et y_2 sont les sorties du processus.

En insérant la matrice de transfert de découplage (s), entre le système MIMO (2×2) et le contrôleur, tel que $D(s)$ en série avec $G(s)$, il en produit une matrice de transfert $Q(s)$ diagonale, Ou en d'autres termes, il en résulte deux boucles découplées.

Les éléments diagonaux résultants de $Q(s) = G(s)D(s) = \text{diag}(q_{11}(s), q_{22}(s))$ sont :

$$Q(s) = G(s)D(s) = \begin{bmatrix} q_{11}(s) & 0 \\ 0 & q_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

où: Les matrices de transfert $G(s)$ et $D(s)$ sont définies par les équations (2.22) et (2.23), respectivement :

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

et

$$D(s) = \begin{bmatrix} D_{11}(s) & D_{12}(s) \\ D_{21}(s) & D_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Les systèmes découplés ($q_{11}(s), q_{22}(s)$) peuvent être contrôlés à l'aide des contrôleurs de boucles indépendants (ou contrôleurs diagonaux) appelés : contrôleurs décentralisés.

La matrice de transfert $C(s)$ du contrôleur est diagonale et donnée comme suit :

$$C(s) = \begin{bmatrix} C_{11}(s) & 0 \\ 0 & C_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Trois techniques de découplage d'un système multivariable sont dérivées de ce principe (Shinsky, 1996 [65]):

- Découpleur idéal,

- Découpleur simplifié,
- Découpleur inversé

où le calcul de la matrice de transfert $D(s)$ joue un rôle primordial dans le découplage d'un procédé multivariable.

2.3.1 Découplage idéal

La substitution des équations (2.22 et 2.23) dans l'équation (2.21) conduit à :

$$D(s) = G(s)^{-1} Q(s) = \frac{adj(G(s))}{det(G(s))} \begin{bmatrix} q_{11}(s) & 0 \\ 0 & q_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

où: $adj(G(s))$ et $det(G(s))$ désignent respectivement l'adjoint et le déterminant de la matrice

$G(s)$ donnés par :

$$adj(G(s)) = \begin{bmatrix} G_{22}(s) & -G_{12}(s) \\ -G_{21}(s) & G_{11}(s) \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

$$det(G(s)) = G_{11}(s)G_{22}(s) - G_{12}(s)G_{21}(s) \quad (2.27)$$

La substitution des équations (2.26 et 2.27) dans l'équation (2.25) donne :

$$D(s) = G(s)^{-1} Q(s) = \frac{1}{G_{11}(s)G_{22}(s) - G_{12}(s)G_{21}(s)} \begin{bmatrix} G_{22}(s)q_{11}(s) & -G_{12}(s)q_{22}(s) \\ -G_{21}(s)q_{11}(s) & G_{11}(s)q_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

On peut réécrire l'équation (2.28) comme suit :

$$D(s) = \begin{bmatrix} \frac{G_{22}(s)q_{11}(s)}{G_{11}(s)G_{22}(s) - G_{12}(s)G_{21}(s)} & \frac{-G_{12}(s)q_{22}(s)}{G_{11}(s)G_{22}(s) - G_{12}(s)G_{21}(s)} \\ \frac{-G_{21}(s)q_{11}(s)}{G_{11}(s)G_{22}(s) - G_{12}(s)G_{21}(s)} & \frac{G_{11}(s)q_{22}(s)}{G_{11}(s)G_{22}(s) - G_{12}(s)G_{21}(s)} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Les éléments $G_{11}(s)$, $G_{12}(s)$, $G_{21}(s)$ et $G_{22}(s)$ de l'équation (2.28), qui représentent les fonctions de transfert du procédé, sont supposés connus. Les seuls éléments inconnus sont $q_{11}(s)$ et $q_{22}(s)$. Ils représentent la dynamique désirée du système découplé.

Dans ce type de découplage, puisque $Q(s)$ est une matrice de transfert diagonale, le choix logique pour les composantes de $Q(s)$ est $Q_{11}(s) = G_{11}(s)$ et $Q_{22}(s) = G_{22}(s)$. Avec ce choix, appelé découplage idéal, conduit d'obtenir une matrice de transfert diagonale simple où les boucles entrées-sorties sont totalement indépendantes. Les éléments des contrôleurs diagonaux $C_{11}(s)$ et $C_{22}(s)$ sont réglés indépendamment et respectivement en fonction des fonctions de transfert $Q_{11}(s)$ et $Q_{22}(s)$ du système découplé. Un avantage d'une conception du découplage idéal est que les contrôleurs $C(s)$ peuvent être réglés facilement et indépendamment du fait que l'une ou l'autre boucle soit en mode automatique ou manuel. Cependant, cette technique est conduite souvent à des expressions complexes de $D(s)$, qui

peuvent être difficiles à réaliser.

2.3.2 Découplage simplifié

Une seconde technique de découplage, appelée « découplage simplifié » donnée par Luyben [66] qui facilite sa réalisation, est largement utilisée dans la littérature. Elle consiste à sélectionner le découpleur comme suit :

$$D(s) = \begin{bmatrix} 1 & D_{12}(s) \\ D_{21}(s) & 1 \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

La figure 2.4 montre l'utilisation de la structure de découplage simplifié d'un système multivariable:

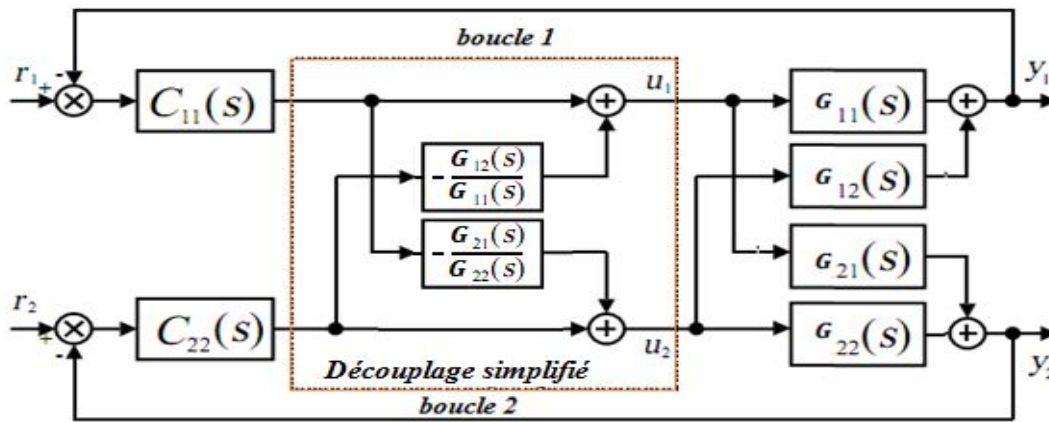


Figure 2-4:Schéma fonctionnel d'un système multivariable 2x2 découpée par Découplage simplifié

A partir des équations (2.21) et (2.31), les éléments des matrices de transfert $D(s)$ et $G(s)$ sont calculés comme suit :

$$Q(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & D_{12}(s) \\ D_{21}(s) & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{11}(s) & 0 \\ 0 & q_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

L'équation (2.31) permet d'obtenir l'ensemble d'équations suivantes :

$$G_{11}(s) + G_{12}(s)D_{21}(s) = Q_{11}(s) \quad (2.32)$$

$$G_{11}(s)D_{12}(s) + G_{12}(s) = 0 \quad (2.33)$$

$$G_{21}(s) + G_{22}(s)D_{21}(s) = 0 \quad (2.34)$$

$$G_{21}(s)D_{12}(s) + G_{22}(s) = Q_{22}(s) \quad (2.35)$$

On peut dériver les expressions $D_{12}(s)$ et $D_{21}(s)$, des équations (2.33) et (2.34) respectivement comme suit :

$$D(s) = \begin{bmatrix} 1 & D_{12}(s) \\ D_{21}(s) & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{G_{12}(s)}{G_{11}(s)} \\ -\frac{G_{21}(s)}{G_{22}(s)} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Alors la matrice de transfert du système découplé est :

$$Q(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) - \frac{G_{12}(s)G_{21}(s)}{G_{22}(s)} & 0 \\ 0 & G_{22}(s) - \frac{G_{21}(s)G_{12}(s)}{G_{11}(s)} \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Ce choix facilite la réalisation du découpleur simplifié, mais la matrice de transfert du système découplé $Q(s)$ obtenue est complexe puisque ses éléments sont la somme de fonctions de transfert. Le réglage du contrôleur peut donc être difficile. Il est alors souvent suggéré d'approximer les éléments diagonaux par des fonctions de transfert plus simple pour faciliter le réglage des contrôleurs indépendants.

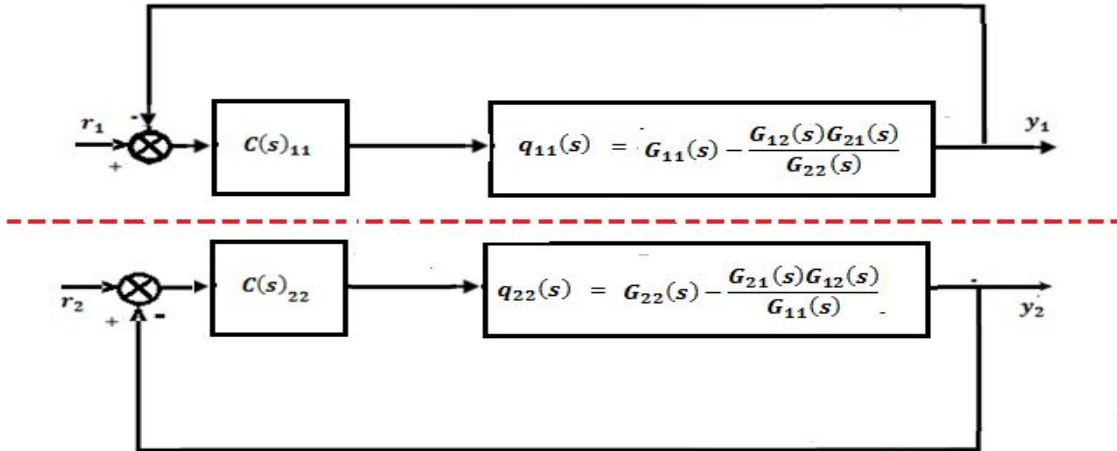


Figure 2-5: Systèmes TITO découplés

Le processus donné $G(s)$ est découplé à l'aide de la matrice de découplage simplifiée. Pour concevoir la matrice de découplage, deux cas sont considérés ici.

Cas 1 : Si Les éléments hors diagonale de $G(s)$ n'ont pas de pôles RHP (right-half-plane (RHP) poles) et les éléments diagonaux de $G(s)$ n'ont pas de zéros RHP (right-half-plane (RHP) zeros), La matrice de découplage simplifié est:

$$D(s) = \begin{bmatrix} v_1(s) & D_{12}(s)v_2(s) \\ D_{21}(s)v_1(s) & v_2(s) \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

Où:

$$v_1(s) = \begin{cases} 1 & \tau_{21} \geq \tau_{22} \\ e^{(\tau_{21}-\tau_{22})s} & \tau_{21} < \tau_{22} \end{cases}$$

$$v_2(s) = \begin{cases} 1 & \tau_{12} \geq \tau_{11} \\ e^{(\tau_{12}-\tau_{11})s} & \tau_{12} < \tau_{11} \end{cases} \quad (2.39)$$

$$D_{12}(s) = -\frac{g_{12}(s)}{g_{11}(s)} e^{-(\tau_{12}-\tau_{11})s}$$

$$D_{21}(s) = -\frac{g_{21}(s)}{g_{22}(s)} e^{-(\tau_{21}-\tau_{22})s}$$

Cas 2 : Si Les éléments diagonaux n'ont pas de pôles RHP et les éléments hors diagonale n'ont pas de zéros RHP de $G(s)$. La matrice de découplage simplifié dans ce cas est:

$$D(s) = \begin{bmatrix} D_{11}(s)v_3(s) & v_3(s) \\ v_4(s) & D_{22}(s)v_4(s) \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

Où:

$$v_3(s) = \begin{cases} 1 & \tau_{22} \geq \tau_{21} \\ e^{(\tau_{22}-\tau_{21})s} & \tau_{22} < \tau_{21} \end{cases}$$

$$v_4(s) = \begin{cases} 1 & \tau_{11} \geq \tau_{12} \\ e^{(\tau_{11}-\tau_{12})s} & \tau_{11} < \tau_{12} \end{cases} \quad (2.41)$$

$$D_{11}(s) = -\frac{g_{22}(s)}{g_{21}(s)} e^{-(\tau_{22}-\tau_{21})s}$$

$$D_{22}(s) = -\frac{g_{11}(s)}{g_{12}(s)} e^{-(\tau_{11}-\tau_{12})s}$$

2.3.3 Découplage inversé

Shinskey [65] a proposé une technique de découplage intéressante appelée découplage inverse. Cette technique consiste à modifier la structure de découplage idéal de la [figure 1](#). D'après cette figure et en tenant compte l'équation (2.29), lorsque $Q_{11}(s) = G_{11}(s)$ et $Q_{22}(s) = G_{22}(s)$, la relation entre les sorties U_i du contrôleurs et les sorties U_i^* du réseau de découplage est donnée par :

$$\begin{bmatrix} U_1^* \\ U_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{G_{22}(s)q_{11}(s)}{G_{11}(s)G_{22}(s) - G_{12}(s)G_{21}(s)} & \frac{-G_{12}(s)q_{22}(s)}{G_{11}(s)G_{22}(s) - G_{12}(s)G_{21}(s)} \\ \frac{-G_{21}(s)q_{11}(s)}{G_{11}(s)G_{22}(s) - G_{12}(s)G_{21}(s)} & \frac{G_{11}(s)q_{22}(s)}{G_{11}(s)G_{22}(s) - G_{12}(s)G_{21}(s)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

Finalement, les éléments de la matrice de transfert de découplage inversé sont

$$U_1^* = U_1 - U_2^* \frac{G_{12}(s)}{G_{11}(s)} \quad (2.43)$$

$$U_2^* = U_2 - U_1^* \frac{G_{21}(s)}{G_{22}(s)} \quad (2.44)$$

la structure de découplage inversé et indiqué par les équations (2.43) et (2.44) peut être représenté comme l'illustre [la figure 2.6](#).

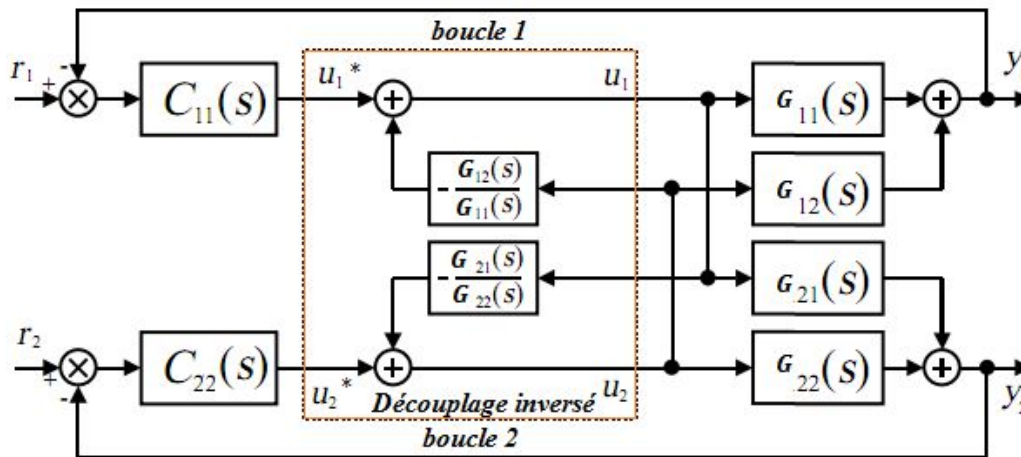


Figure 2-6: Un schéma fonctionnel d'un système multivariable 2x2 découpée par Découplage inversé.

La structure de découplage inversé évite les inconvénients de découplage conventionnel. La structure de découpleur inversé est simple, le système découplé obtenu est simple et la synthèse du contrôleur sera aussi simple.

Malgré les avantages de la technique du découplage inversé, le découpleur ne soit réalisable que lorsque ses éléments soient propres et stables. Selon que le système à découpler présente ou pas des temps de retard et/ou à non-minimum de phase, le calcul direct des termes $\frac{G_{12}(s)}{G_{11}(s)}$ et $\frac{G_{21}(s)}{G_{22}(s)}$ peut conduire à un découpleur avec des éléments ayant des pôles instables. Ainsi, pour faire face à ce genre de situation, des mesures essentielles de stabilité et de réalisation du découpleur doivent donc être prises.

2.3.4 Découplage statique:

Il n'est pas toujours possible d'obtenir un découpleur stable. Dans ce cas, il existe d'autres manières alternatives de résoudre ce problème de stabilité. Parmi eux, il y a le découplage statique qui est donné par les équations suivantes [67] :

$$D_{12}(s) = -\lim_{s \rightarrow 0} \frac{G_{12}(s)}{G_{11}(s)} \quad (2.45)$$

$$D_{21}(s) = -\lim_{s \rightarrow 0} \frac{G_{21}(s)}{G_{22}(s)} \quad (2.46)$$

Parmi les avantages du découpleur statique, on peut citer entre autres : la possibilité de sa réalisation et la facilité de sa mise en œuvre pratique.

2.4 Découplage des systèmes multivariables (3x3)

On considère la matrice de fonction transfert suivante d'un système ayant trois entrées et trois sorties [68-69-58] :

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) & G_{13}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) & G_{23}(s) \\ G_{31}(s) & G_{32}(s) & G_{33}(s) \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

Le cofacteur de $F(s) = (\text{adj}G_p(s))^T$ et la matrice de découplage correspondante sont obtenus comme :

$$F(s) = \begin{bmatrix} F_{11}(s) & F_{12}(s) & F_{13}(s) \\ F_{21}(s) & F_{22}(s) & F_{23}(s) \\ F_{31}(s) & F_{32}(s) & F_{33}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (G_{33}(s)G_{22}(s) - G_{32}(s)G_{23}(s)) & -(G_{33}(s)G_{21}(s) - G_{31}(s)G_{23}(s)) & -(G_{31}(s)G_{22}(s) - G_{32}(s)G_{21}(s)) \\ -(G_{33}(s)G_{12}(s) - G_{32}(s)G_{13}(s)) & (G_{33}(s)G_{11}(s) - G_{31}(s)G_{13}(s)) & -(G_{32}(s)G_{11}(s) - G_{31}(s)G_{12}(s)) \\ -(G_{11}(s)G_{11}(s) - G_{11}(s)G_{11}(s)) & -(G_{11}(s)G_{11}(s) - G_{11}(s)G_{11}(s)) & (G_{11}(s)G_{11}(s) - G_{11}(s)G_{11}(s)) \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

$$D(s)_{\text{simplifié}} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{F_{21}(s)}{F_{22}(s)} & \frac{F_{31}(s)}{F_{33}(s)} \\ \frac{F_{12}(s)}{F_{11}(s)} & 1 & \frac{F_{32}(s)}{F_{33}(s)} \\ \frac{F_{13}(s)}{F_{11}(s)} & \frac{F_{23}(s)}{F_{22}(s)} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & D_{12}(s) & D_{13}(s) \\ D_{21}(s) & 1 & D_{23}(s) \\ D_{31}(s) & D_{32}(s) & 1 \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Les éléments du découpleur sont :

$$\begin{aligned} D_{12}(s) &= -\frac{G_{33}(s)G_{12}(s) - G_{32}(s)G_{13}(s)}{G_{33}(s)G_{11}(s) - G_{31}(s)G_{13}(s)}; & D_{13}(s) &= -\frac{G_{22}(s)G_{13}(s) - G_{23}(s)G_{12}(s)}{G_{22}(s)G_{11}(s) - G_{21}(s)G_{12}(s)} \\ D_{21}(s) &= -\frac{G_{33}(s)G_{13}(s) - G_{31}(s)G_{23}(s)}{G_{33}(s)G_{22}(s) - G_{32}(s)G_{23}(s)}; & D_{23}(s) &= -\frac{G_{23}(s)G_{11}(s) - G_{21}(s)G_{13}(s)}{G_{22}(s)G_{11}(s) - G_{21}(s)G_{12}(s)} \\ D_{31}(s) &= -\frac{G_{31}(s)G_{22}(s) - G_{32}(s)G_{21}(s)}{G_{33}(s)G_{22}(s) - G_{32}(s)G_{23}(s)}; & D_{32}(s) &= -\frac{G_{32}(s)G_{11}(s) - G_{31}(s)G_{12}(s)}{G_{33}(s)G_{11}(s) - G_{31}(s)G_{13}(s)} \end{aligned}$$

2.5 Conception des correcteurs conventionnelle (PI/PID) des systèmes découplés

La conception du contrôle des systèmes multivariable est généralement divisée en deux types : la commande centralisé et le la commande décentralisé [70-71-72-73-74]. La commande décentralisée est la plus utilisé dans l'industrie, vu sa simplicité de mise en œuvre, sa robustesse et son flexibilité. Ainsi les performances peuvent être obtenues en se concentrant sur les performances des boucles individuelles.

Parmi ces avantages, on peut citer :

1. la simplicité de mise en œuvre pratique et d'entretien,
2. le maintien de la stabilité dans le cas où l'une des boucles se trouve coupée (défaillance d'un capteur ou d'un actionneur),

3. la non-propagation de la perturbation, agissant sur une sortie, dans le système,
4. la possibilité d'application des techniques de commande utilisées en monovariante et les performances qu'on peut atteindre en s'intéressant aux performances de chaque boucle indépendamment de l'autre,

La conception des contrôleurs décentralisés nécessite également le réglage des paramètres de ces contrôleurs. Ce réglage se fait d'une façon indépendante d'une boucle de régulation à l'autre, permettant de contrôler les entrées et sorties de manière indépendante. Si les systèmes découplés sont d'ordre élevé dans ce cas, il est difficile de concevoir directement les contrôleurs pour les éléments diagonaux de matrice (s) . Et donc, plusieurs techniques différentes ont été proposées pour approximer les éléments diagonaux $((Q_{11}(s), Q_{22}(s)))$ par des modèles du premier ou deuxième ordre avec retard (FOPDT/SOPDT) [75-76-7].

où: FOPTD (en anglais : First Ordre Plus Time Delay), SOPTD (en anglais : Second Ordre Plus Time Delay).

2.5.1 Modélisation des systèmes découplés par une fonction de transfert d'ordre entier

2.5.1.1 Méthodes de Wang

Dans cette section, la fonction de transfert exprimée dans le domaine de Laplace de tels modèles $G_M(s)_{ii}$ de chaque élément $Q(s)_{ii}$ de $Q(s)$ s'écrit [77-78]:

$$G_M(s)_{ii} = \frac{K_{ii}}{T_{ii}s + 1} e^{-L_{ii}s} \quad i = 1, 2. \quad (2.50)$$

où: K_{ii} est le gain du modèle; L_{ii} est le temps de retard et T_{ii} est la constante de temps. Trois paramètres inconnus (K_{ii} , L_{ii} et T_{ii}) dans l'équation. (2.50), qui doit être spécifiée, afin d'obtenir le modèle FOPDT de $Q(s)_{ii}$. Dans cette section, un modèle FOPDT a été obtenu sur la base de la réponse en fréquence appropriée en deux points, $\omega = 0$ et $\omega = \omega_{cii}$ où ω_{cii} est la fréquence d'intersection de phase [78].

$$\begin{cases} G_M(0)_{ii} = Q_{ii}(0) \\ |G_M(j\omega_{cii})| = |Q_{ii}(j\omega_{cii})| \\ \angle G_M(j\omega_{cii}) = \angle Q_{ii}(j\omega_{cii}) \end{cases} \quad (2.51)$$

En conséquence, les paramètres du modèle FOPDT peuvent être calculés en utilisant

$$\begin{cases} K_{ii} = Q_{ii}(0) \\ T_{ii} = \sqrt{\frac{K_{ii}^2 - |Q_{ii}(j\omega_{cii})|^2}{|Q_{ii}(j\omega_{cii})|^2 \omega_{cii}^2}} \\ L_{ii} = \frac{\pi + \tan^{-1}(-\omega_{cii} T_{ii})}{\omega_{cii} T_{ii}} \end{cases} \quad (2.52)$$

2.5.2 Méthodes de synthèse du régulateur PI/PID décentralisés

La stratégie de réglage des correcteurs monovariables (ou synthèse monoboucle de correcteurs PI/PID) est importante dans le cas d'une stratégie décentralisée. Divers types de méthodes classiques de synthèse monoboucle permettent le réglage de correcteurs PI/PID. Les principales sont les méthodes heuristiques [79-80], les méthodes analytiques [81-82], les méthodes d'optimisation [83-84] et les méthodes de modelage [85-86].

La plupart des méthodes de synthèse multiboucles s'appuient sur des méthodes de synthèse monoboucle de correcteurs PI/PID.

On distingue quatre types de synthèse multiboucle :

- Les méthodes indépendantes [87-88].
- Les méthodes séquentielles ou itératives [89-90].
- Les méthodes dites simultanées [91-92].
- Les méthodes de detuning [93-94].

Cependant, les performances résultantes peuvent être médiocres car les méthodes manquent d'informations détaillées sur la dynamique du contrôleur dans d'autres boucles. Toutes les méthodes de synthèse multiboucles disponibles dans la littérature ont tenté de surmonter l'interaction entre les boucles. Le réglage des paramètres du contrôleur d'une boucle affecte les performances des autres et conduit parfois à une instabilité de l'ensemble du système. Pour des performances stables, de nombreux contrôleurs décentralisés industriels sont réglés de manière lâche, ce qui entraîne un mauvais fonctionnement et des coûts énergétiques plus élevés. Un autre moyen possible de surmonter cette difficulté et d'utiliser les méthodes de conception SISO est de construire des boucles individuelles équivalentes à l'aide d'un découpleur. Les contrôleurs PI/PID décentralisés avec découpleur sont le choix le plus courant pour les systèmes (2x2).

Dans cette approche, plusieurs méthodes de réglage pour les contrôleurs PI/PID

décentralisés pour les système multivariables basées sur le découpleur ont été proposées, parmi lesquelles:

2.5.2.1 Méthode NDT

Les paramètres du régulateur PI par la méthode NDT ((Non-Dimensional Tuning method [95 NDT]) sont déterminés en fonction des paramètres du modèle obtenu dans l'équation (2.50), comme indiqué

$$K_{pii}K_{ii} = \frac{T_{ii}}{2L_{ii}} + \frac{1}{14} \quad (2.53)$$

$$\frac{T_{Iii}}{T_{ii}} = \min\left(1 + \frac{1}{7}\frac{L_{ii}}{T_{ii}}, 9\frac{L_{ii}}{14}\right) \quad (2.54)$$

2.5.2.2 Méthode SIMC

Les paramètres du régulateur PI par la méthode SIMC (Simplified Internal Model Control [96 SIMC]) sont:

$$K_{pii} = \left[\frac{1}{K_{ii}} \frac{T_{ii}}{T_{cii} + L_{ii}} \right] \quad (2.55)$$

$$T_{Iii} = \min(T_{ii}, 4(T_{cii} + L_{ii})) \quad (2.56)$$

Pour plus de détails sur les méthodes de conception NDT et SIMC (voir dans [95-96]).

2.5.2.3 Méthode GPMs

Les paramètres du régulateur PI par la méthode de synthèse GPMs (gain and phase margin specifications [77]) sont données par :

$$K_{pii} = \frac{w_{pii}T_{ii}}{A_{mii}K_{ii}} \quad (2.57)$$

$$T_{Iii} = \left(2w_{pii} - \frac{4w_{pii}^2L_{ii}}{\pi} + \frac{1}{T_{ii}} \right)^{-1} \quad (2.58)$$

et:

$$w_{pii} = \frac{A_{mii}\phi_{mii} + \frac{1}{2}\pi(A_{mii} - 1)}{(A_{mii}^2 - 1)L_{ii}} \quad (2.59)$$

où: K_{pii} , T_{ii} , L_{ii} les Paramètres du modèle obtenu dans l'équation (2.50), A_{mii} et ϕ_{mii} les valeurs désirées de marges de gain et de phase respectivement.

2.5.2.4 Commande par modèle interne (Internal Model Control).

Les paramètres du régulateur PI sont [97]:

$$K_{pii} = \frac{2T_{ii} + L_{ii}}{2K_{ii}(L_{ii} + \beta)} \quad (2.60)$$

$$K_{Iii} = \frac{1}{K_{ii}(L_{ii} + \beta)} \quad (2.61)$$

Le paramètre β devrait satisfaire : $\beta > 0.2 T_{ii}$ et $\beta > 0.25L_{ii}$.

2.6 Application :

On considère la matrice de fonction transfert d'un modèle de la colonne de distillation présentée par Wood et Berry (1973[98]) ayant deux entrées et deux sorties (2x2) est écrit sous la forme :

$$G(s) = \begin{bmatrix} 12.8e^{-1s} & -18.9e^{-3s} \\ \frac{16.7s+1}{6.6e^{-7s}} & \frac{21s+1}{-19.4e^{-3s}} \\ 10.9s+1 & 14.4s+1 \end{bmatrix}$$

Les éléments de la matrice RGA et la valeur de l'indice NI sont :

$$RGA(G(0)) = \begin{bmatrix} 2.0094 & -1.0094 \\ -1.0094 & 2.0094 \end{bmatrix}, \quad NI=0.4977$$

Nous observons à partir de l'analyse de la matrice RGA et de la valeur de NI que le meilleur appariement recommandé est (u_1-y_1) et (u_2-y_2) .

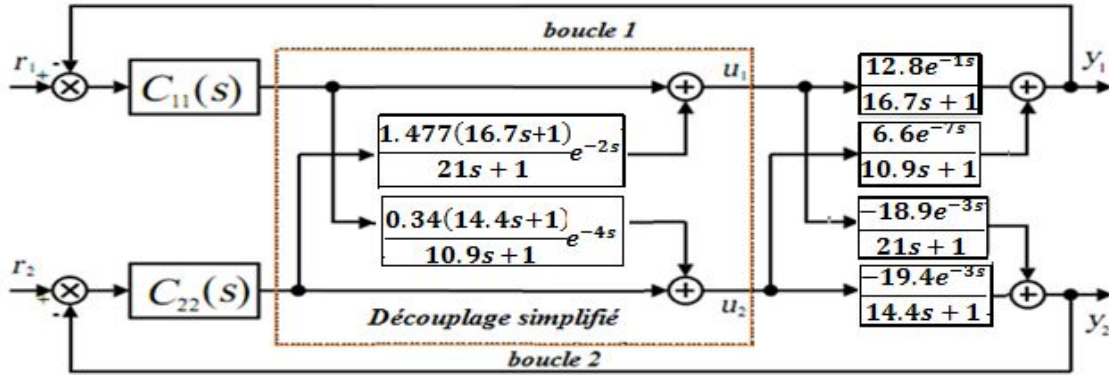


Figure 2-7: Commande décentralisé d'un système découplé

La matrice de fonction de transfert du découplage simplifié déterminé à l'aide de l'Eq. (2.30) est:

$$D_1(s) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1.477(16.7s+1)e^{-2s}}{21s+1} \\ \frac{0.34(14.4s+1)e^{-4s}}{10.9s+1} & 1 \end{bmatrix}$$

Les éléments diagonaux résultants de $Q(s) = F(s)D(s) = \text{diag}(q_{11}(s), q_{22}(s))$ sont :

$$q_{11}(s) = \frac{12.8e^{-s}}{16.7s+1} - \frac{6.43(14.4s+1)e^{-7s}}{(10.9s+1)(21s+1)}$$

$$q_{22}(s) = \frac{-19.4e^{-s}}{14.4s+1} + \frac{9.745(16.7s+1)e^{-9s}}{(10.9s+1)(21s+1)}$$

Ainsi, en utilisant l'équation (2.66), Les modèles FOPDT réduits de $h_{11}(s), h_{22}(s)$ sont les suivants :

$$G_{M1 \text{ FOPDT}}(s) = \frac{6.37}{5.411s+1} e^{-1.065s}$$

$$G_{M2\ FOPDT}(s) = \frac{-9.655}{4.684s + 1} e^{-2.157s}$$

Les paramètres de régulateur PI par la méthode NDT:

$$C(s)_{NDT-PI} = \begin{bmatrix} 0.41 + \frac{0.074}{s} & 0 \\ 0 & -0.12 - \frac{0.024}{s} \end{bmatrix}$$

Les paramètres de régulateur PI par la méthode BLT:

$$C(s)_{BLT-PI}(s) = \begin{bmatrix} 0.375 + \frac{0.045}{s} & 0 \\ 0 & -0.075 - \frac{0.003}{s} \end{bmatrix}$$

Les paramètres des régulateurs PI et PID par la méthode GPMs sont donnés respectivement :

$$G_{cMaghade,P-PI}(s) = \begin{bmatrix} 0.4867 + \frac{0.0881}{s} & 0 \\ 0 & -0.1567 - \frac{0.0304}{s} \end{bmatrix}$$

et

$$G_{cMaghade,P-PID}(s) = \begin{bmatrix} \frac{0.9733 + \frac{0.0881}{s} + 2.6887s}{5.522s + 1} & 0 \\ 0 & \frac{-0.3134 - \frac{0.0304}{s} - 0.8070s}{5.1499s + 1} \end{bmatrix}$$

Les paramètres de régulateur PI par la méthode SIMC:

$$C(s)_{SIMC-PI} = \begin{bmatrix} 0.3988 + \frac{0.0737}{s} & 0 \\ 0 & -0.1125 - \frac{0.0240}{s} \end{bmatrix}$$

Les paramètres de régulateur PI par la méthode IMC:

$$C(s)_{IMC-PI}(s) = \begin{bmatrix} 0.3054 + \frac{0.0177}{s} & 0 \\ 0 & -0.0863 - \frac{0.0054}{s} \end{bmatrix}$$

Le temps de simulation totale estimée est 200 secondes. Un échelon unitaire est introduit aux instants $t=0$ et $t=100$ pour les références des boucles respectivement (u_1-y_1) et (u_2-y_2) . Les résultats de la simulation sont présentés dans [la Figure. 2.8](#).

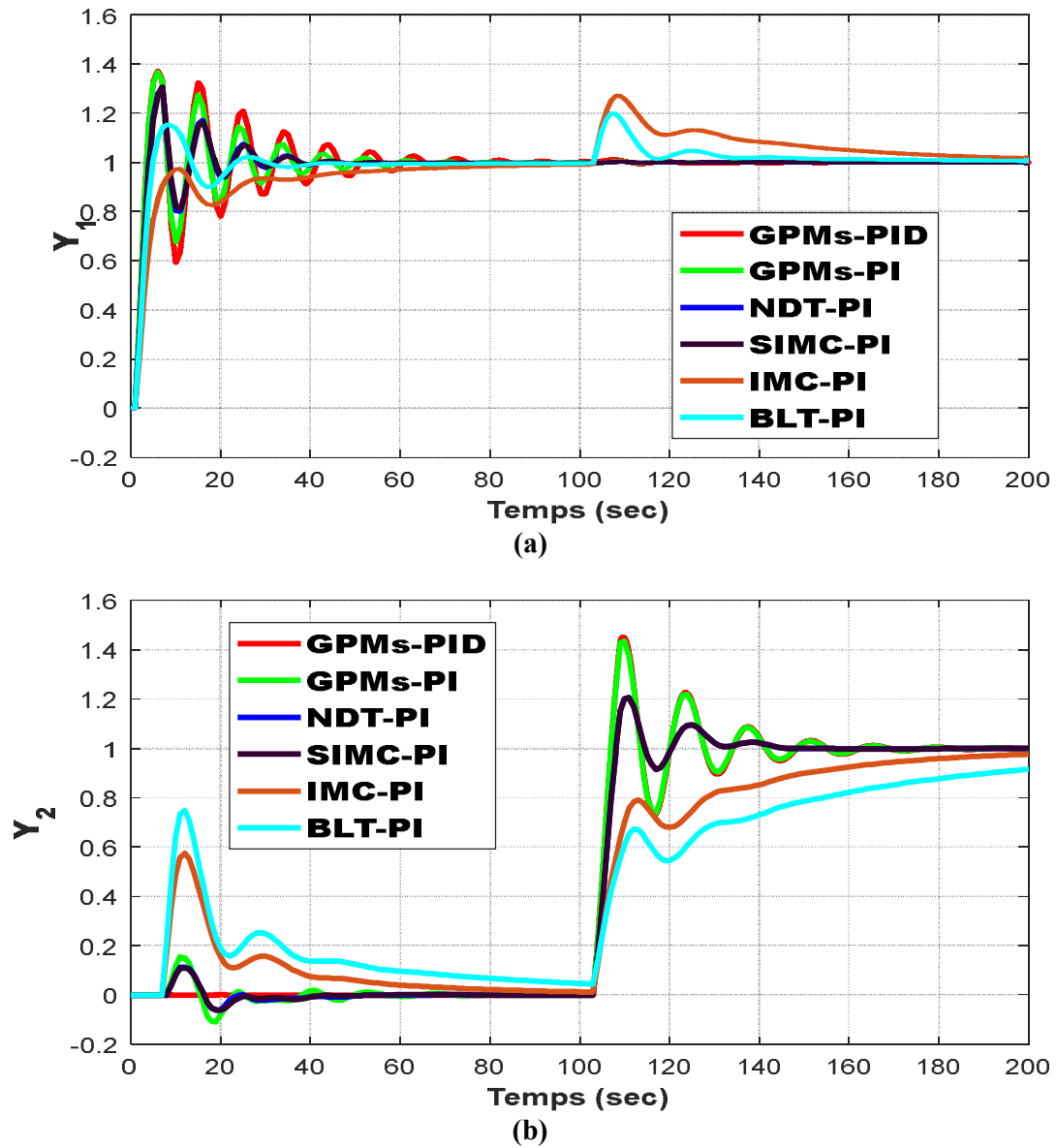
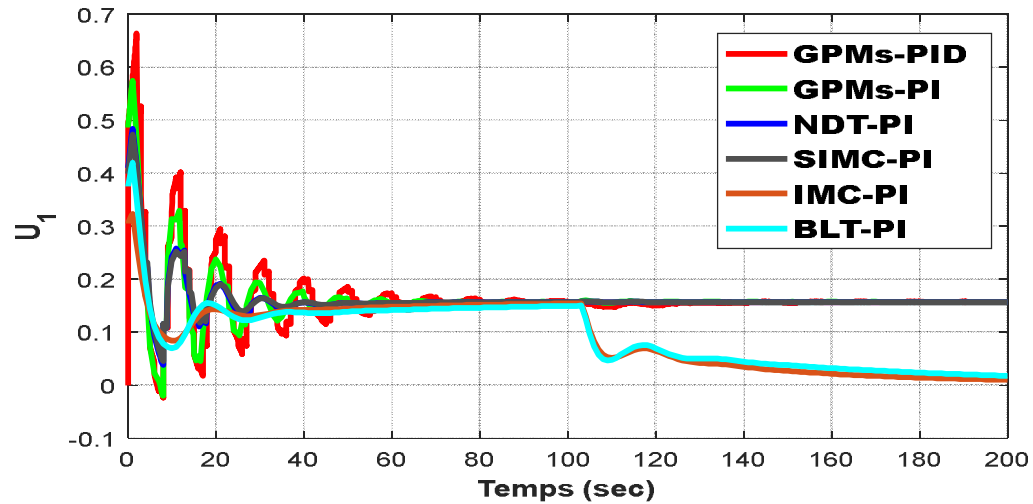
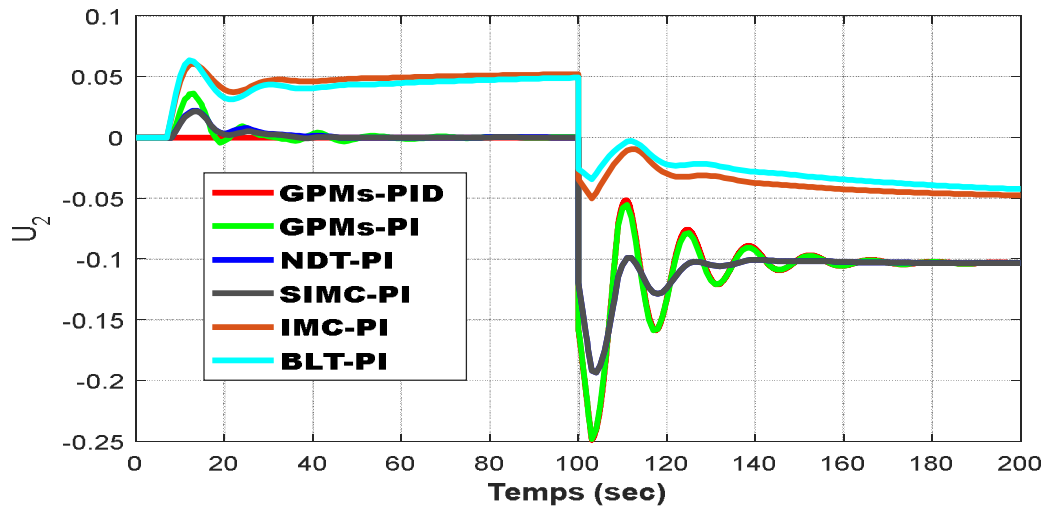


Figure 2-8:Réponses indicielles du système contrôlé (Système MIMO 2×2) avec les contrôleurs classiques

La figure 2.9 montre les signaux de commande appliqués au système étudié



(a)



(b)

Figure 2-9: Signaux de commande classiques appliqués au système multivariable.

2.7 Conclusion:

Dans ce chapitre, Une étude générale des systèmes multivariable a été présentée, en commençant par l'identification des techniques permettant de surmonter les problèmes d'interférence entre les entrées et les sorties dans les boucles de régulation, puis nous avons présenté les trois méthodes de découplage les plus répandues dans la littérature (découplage simplifiée, découplage inversé et idéal) des systèmes multivariable de type 2×2 et 3×3 . Plusieurs méthodes de synthèse des contrôleurs PI décentralisés classique combinés avec découplage simplifiée ont été utilisés commander la colonne de distillation comme exemple d'application.

Chapitre 3 : Synthèse optimale des contrôleurs fractionnaires pour les systèmes multivariables

3.1 Introduction:

Le but de ce chapitre est de trouver des techniques plus efficaces et optimales pour déterminer les paramètres du contrôleur d'ordre fractionnaire afin d'imposer les performances désirées aux système multivariables carrée. Nous avons utilisé les algorithmes d'optimisation d'essais particulaires (PSO: Particle Swarm Optimization) pour déterminer les paramètres optimaux en minimisant une fonctionnelle du coût en fonction de l'erreur de type ISE, IAE et ITAE.

3.2 Optimisation par essaim particulaire (PSO) :

L'optimisation par essaim particulaire (PSO), est un algorithme évolutionnaire qui utilise une population de solutions candidates pour développer une solution optimale au problème. Cet algorithme a été proposé par Russel Eberhart (ingénieur en électricité) et James Kennedy (socio-psychologue) en 1995 [99] Il s'inspire à l'origine du monde du vivant, plus précisément du comportement social des animaux évoluant en essaim, tels que les bancs de poissons et les vols groupés d'oiseaux.

Dans l'algorithme PSO de base, chaque particule i a deux équations de base qui sont la mise à jour de la vitesse et la mise à jour de la position comme présenté ci-dessous [99-100] :

- La vitesse :

$$V_{ij}(t) = w.V_{ij}(t_1 - 1) + c_1 r_1 (P_{ijbest}(t - 1) - X_{ij}(t - 1)) + c_2 r_2 (G_{ijbest}(t - 1) - X_{ij}(t - 1)) \quad (3.1)$$

avec : $j \in \{1 \dots D\}$, $i \in \{1 \dots P\}$

- La position :

$$X_{ij}(t) = X_{ij}(t_1 - 1) + V_{ij}(t)j \in \{1 \dots D\} \quad (3.2)$$

Où:

$V_{ij}(t_1 - 1)$: est la vitesse actuelle de la particule.

$V_{ij}(t)$: est la vitesse mise à jour de la particule.

$X_{ij}(t_1 - 1)$: est la position actuelle de la particule,

$X_{ij}(t)$: est la position mise à jour de la particule.

r_1 et r_2 : sont des nombres aléatoires compris entre $\{0,1\}$.

c_1 : est le coefficient cognitif (généralement 2,0) et c_2 : est le coefficient social (typiquement 1,8).

w : est le coefficient de masse d'inertie (généralement 0,7).

Le coefficient d'inertie peut être variable selon [101-102] :

$$w = w_{max} - \left(\frac{w_{max} - w_{min}}{k_{max}} \right) \times k \quad (3.3)$$

où: k_{max} , k sont respectivement le nombre maximum des itérations et le nombre d'itération courante. w_{max} , w_{min} sont respectivement les coefficients minimum et maximum d'inertie.

3.2.1 Principe de fonctionnement de PSO

La position de la particule est mise à jour en utilisant sa position et sa vitesse actuelles. La mise à jour de la vitesse est basée sur la meilleure position de particule mémorisée (meilleure position locale) et la meilleure position de ses voisins (meilleure position globale), de sorte que les ajustements de position de chaque particule seront basés sur l'apprentissage historique de sa trajectoire et des meilleures positions voisines.

Soit $f(x)$ la fonction objective à optimiser (fitness) et n le nombre de particules. Les étapes essentielles de l'optimisation par PSO sont présentées par l'algorithme suivant :

Etape 1 : initialiser une population de particules et de vitesses d'une façon aléatoire, uniformément réparties à l'intérieur de l'espace de recherche D prédéterminé, et fixer le critère d'arrêt.

Etape 2 : évaluer la fonction objective, pour chaque particule.

Etape 3 : mise à jour de la vitesse : à chaque itération, les vitesses de toutes les particules sont mises à jour selon l'équation (3.1). Si la nouvelle valeur de vitesse de particule excède les limites prédéterminées, appliquer la stratégie de confinement de la vitesse.

Etape 4 : mise à jour de la position : à chaque itération, les positions de toutes les particules sont mises à jour selon l'équation (3.2).

Etape 5 : mise à jour du coefficient d'inertie : à chaque itération, le coefficient d'inertie est mis à jour selon une loi décroissant de l'équation (3.3).

Etape 6 : mise à jour des meilleures particules : à chaque itération, mettre à jour la meilleure position atteinte personnellement (P_{best}) et la meilleure position atteinte par l'essaim (G_{best}) lorsque la condition est remplie.

Etape 7 : vérifier le critère d'arrêt : répéter les étapes 3 à 6 jusqu'à ce que le critère d'arrêt (nombre maximum d'itérations atteint) soit satisfait.

L'organigramme de la norme PSO est présenté par la **Figure 3-1**.

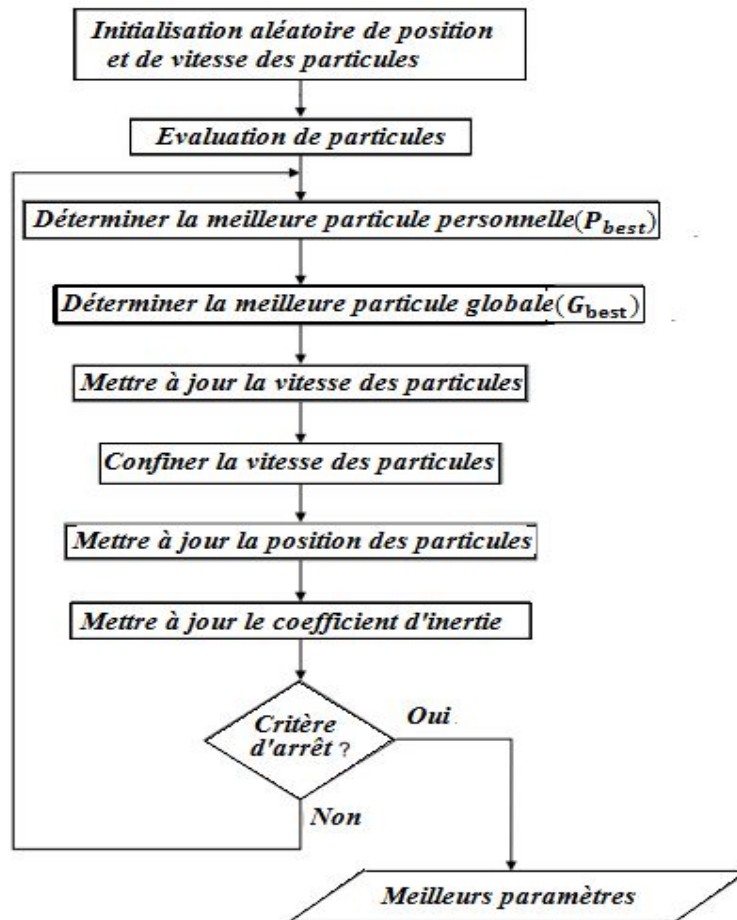


Figure 3-1: Organigramme de l'algorithme de PSO utilisé.

3.2.2 Optimisation des paramètres optimaux du contrôleur fractionnaire

Le principe générale de notre recherche est de trouver des valeurs optimaux pour les paramètres du contrôleur PID d'ordre fractionnaire par l'algorithmes d'optimisation PSO, un problème d'optimisation est formulé en utilisant les formules d'erreur suivant : ISE, IAE et ITAE, La [Figure 3-2](#) montre la structure générale de la méthode proposée.

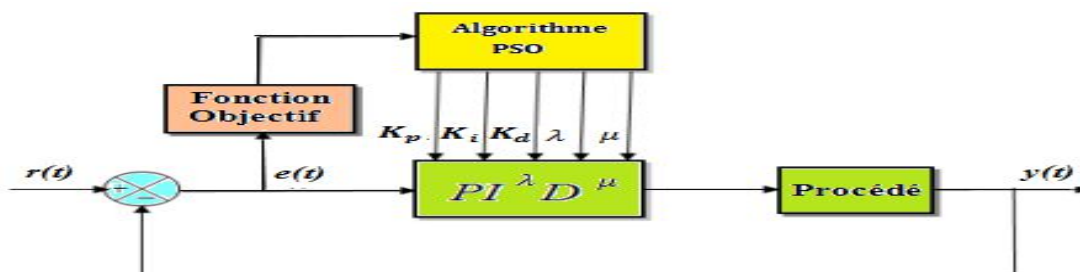


Figure 3-2: Principe de l'optimisation par algorithme PSO.

Les cinq paramètres $K_p, K_i, K_d, \lambda, \mu$ sont recherchés et dans le domaine de stabilité et ceci en

faisant le choix selon un critère d'optimisation J définie par [103] :

$$J = \begin{cases} J_{ISE}(K_p, K_i, K_d, \lambda, \mu) = \int_0^{\infty} e(t)^2 dt \\ J_{IAE}(K_p, K_i, K_d, \lambda, \mu) = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \\ J_{ITAE}(K_p, K_i, K_d, \lambda, \mu) = \int_0^{\infty} t|e(t)| dt \\ J_{ITSE}(K_p, K_i, K_d, \lambda, \mu) = t \int_0^{\infty} e(t)^2 dt \end{cases} \quad (3.4)$$

3.3 Procédures de conception pour les systèmes multivariables

Dans notre travail, l'algorithme PSO est utilisé pour déterminer les paramètres optimaux des correcteurs PI d'ordre fractionnaire décentralisé.

3.3.1 Premier cas (un système à deux entrées et deux sorties (2x2))

Pour système de deux entrées et deux sorties (2x2), illustré à la **Figure 3-3**.

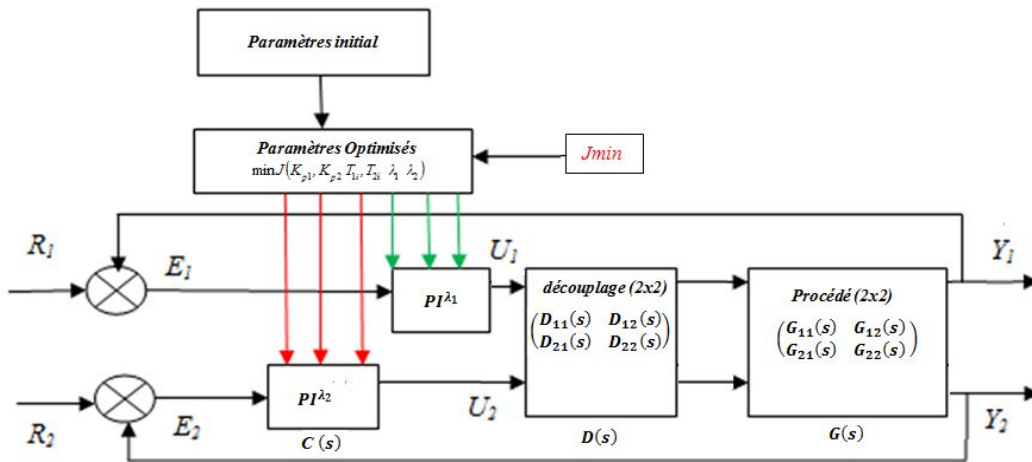


Figure 3-3:Principe d'ajustement des paramètres du régulateur PI d'ordre fractionnaire par l'algorithme PSO.

Les systèmes découplés sont contrôlés par deux contrôleurs PI fractionnaires PI^{λ_1} et PI^{λ_2} (**Figure 3.3**). Les fonctions de transfert des deux contrôleurs sont données par les équations(3.5 et 3.6). La réalisation diffusive de chaque contrôleur peut être exprimée comme suit.

$$FO - PI_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{v_1(\xi)}{p + \xi} d\xi \quad (3.5)$$

$$FO - PI_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{v_2(\xi)}{p + \xi} d\xi \quad (3.6)$$

Nos objectifs sont de définir les six paramètres optimaux $(K_{p1}, T_{i1}, K_{p2}, T_{i2}, \lambda_1, \lambda_2)$ des contrôleurs PI fractionnaires décentralisés dans la région de stabilité et ceci en faisant le choix selon un critère

d'optimisation J_{min} définie par:

$$J_{IAE,ISE,ITAE}(K_{p1}, T_{i1}, K_{p2}, T_{i2}, \lambda_1, \lambda_2) = \int_0^{\infty} f(e(t))dt \quad (3.7)$$

Cette fonctionnelle est constituée des indices de performances de type ISE, IAE et ITAE .

✓ **Critère Integral of Square Error (ISE)** : représente l'intégrale de l'erreur quadratique.

Le critère de performance est présenté par la formule suivante :

$$ISE = \int_0^{\infty} e(t)^2 dt \quad (3.8)$$

✓ **Critère Integral of Absolute Error (IAE)** : représente l'intégrale de l'erreur absolue.

Le critère de performance est présenté par la formule suivante :

$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \quad (3.9)$$

✓ **Critère Integral Time multiplied by Absolute Error (ITAE)** : représente l'intégrale de l'erreur absolue multipliée par le temps.

Le critère de performance est présenté par la formule suivante :

$$ITAE = \int_0^{\infty} t|e(t)|dt \quad (3.10)$$

La formulation mathématique de problème d'optimisation est basée sur l'approximation des fonctions de transferts irrationnelles des correcteurs fractionnaires par sa représentation diffusive implémentée dans Simulink/MATLAB.

Les étapes pour déterminer les paramètres des contrôleurs PI fractionnaires peuvent être résumées comme suit :

1. Implémenter le système de contrôle de feedback du système contrôlé avec un contrôleur PI fractionnaire dans Matlab/Simulink, y compris la réalisation diffusive de l'opérateur fractionnaire via le modèle Simulink.
2. Sélectionnez la fonction *PSO* appropriée de la boîte à outils d'optimisation Matlab pour minimiser la fonction objectif .
3. La méthode de réglage non dimensionnel basée sur la marge de stabilité (NDT) [95] est utilisée pour déterminer les paramètres initiaux des contrôleurs.
4. Calculez l'erreur (IAE, ISE et ITAE).

Plusieurs méthodes d'optimisations ont été proposées dans la littérature, et ont prouvé leur efficacité dans différents domaines d'application. Nous nous intéressons dans ce chapitre à une méthode méta heuristique, l'optimisation par essai particulière (PSO).

3.3.2 Deuxième cas (un système à trois entrées et trois sorties (3x3))

Pour un système multivariable de trois entrées et trois sorties (3x3) avec simplifiés découplage, illustré à la [Figure 3-4](#).

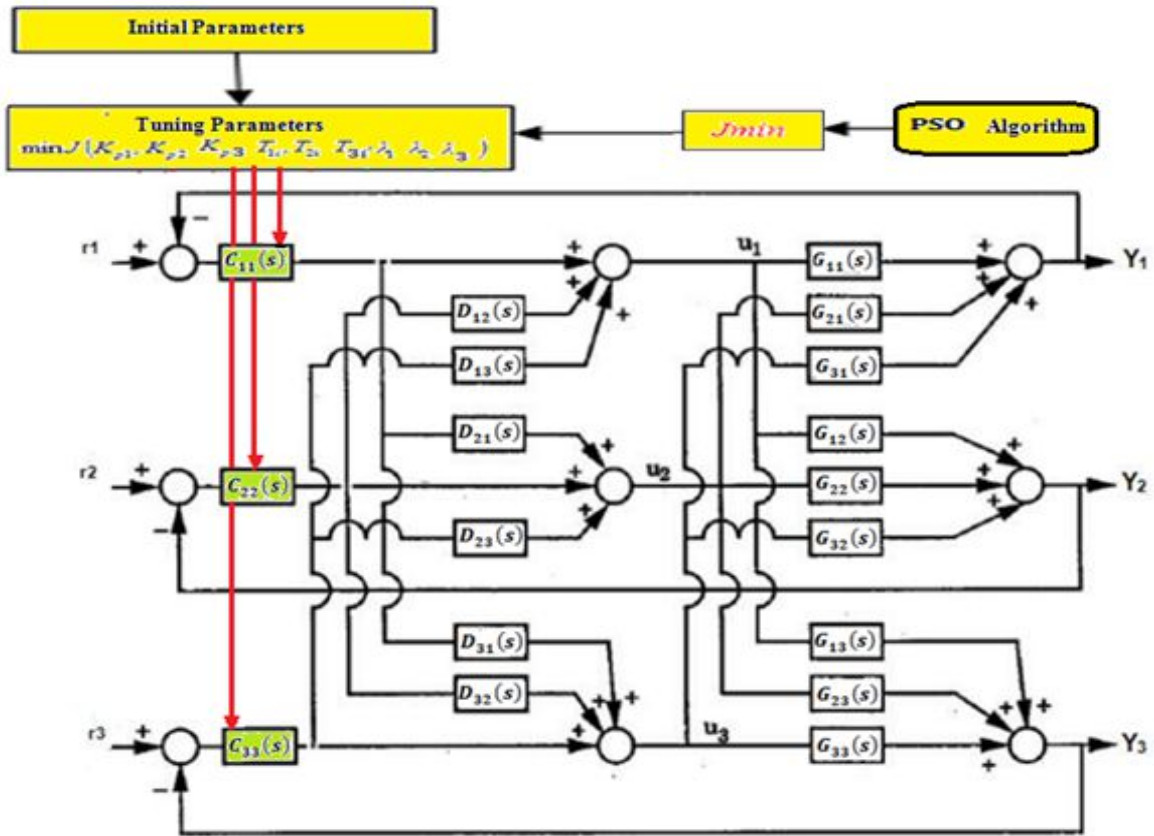


Figure 3-4: Principe d'ajustement des paramètres d'un régulateur PI d'ordre fractionnaire pour un système 3x3

Les boucles indépendantes découplées sont représentées sur la [Figure 3-5](#).

Les boucles décomposées sont contrôlées par trois contrôleurs PI d'ordre fractionnaires PI^{λ_1} et PI^{λ_2} et PI^{λ_3} . Les fonctions de transfert des trois contrôleurs sont données par l'équation (3.11) comme suit:

$$\mathbf{C}(s)_{11} = K_{p1} \left(1 + \frac{1}{T_{i1}} s^{-\lambda_1} \right), \mathbf{C}(s)_{22} = K_{p2} \left(1 + \frac{1}{T_{i2}} s^{-\lambda_2} \right), \mathbf{C}(s)_{33} = K_{p3} \left(1 + \frac{1}{T_{i3}} s^{-\lambda_3} \right) \quad (3.11)$$

La matrice de transfert $\mathbf{C}(s)_{ij}$ du contrôleur est diagonale et donnée comme suit :

$$C(s)_{ij} = \begin{bmatrix} C(s)_{11} & 0 & 0 \\ 0 & C(s)_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C(s)_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{p1} \left(1 + \frac{1}{T_{i1}} s^{-\lambda_1} \right) & 0 & 0 \\ 0 & K_{p2} \left(1 + \frac{1}{T_{i2}} s^{-\lambda_2} \right) & 0 \\ 0 & 0 & K_{p3} \left(1 + \frac{1}{T_{i3}} s^{-\lambda_3} \right) \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

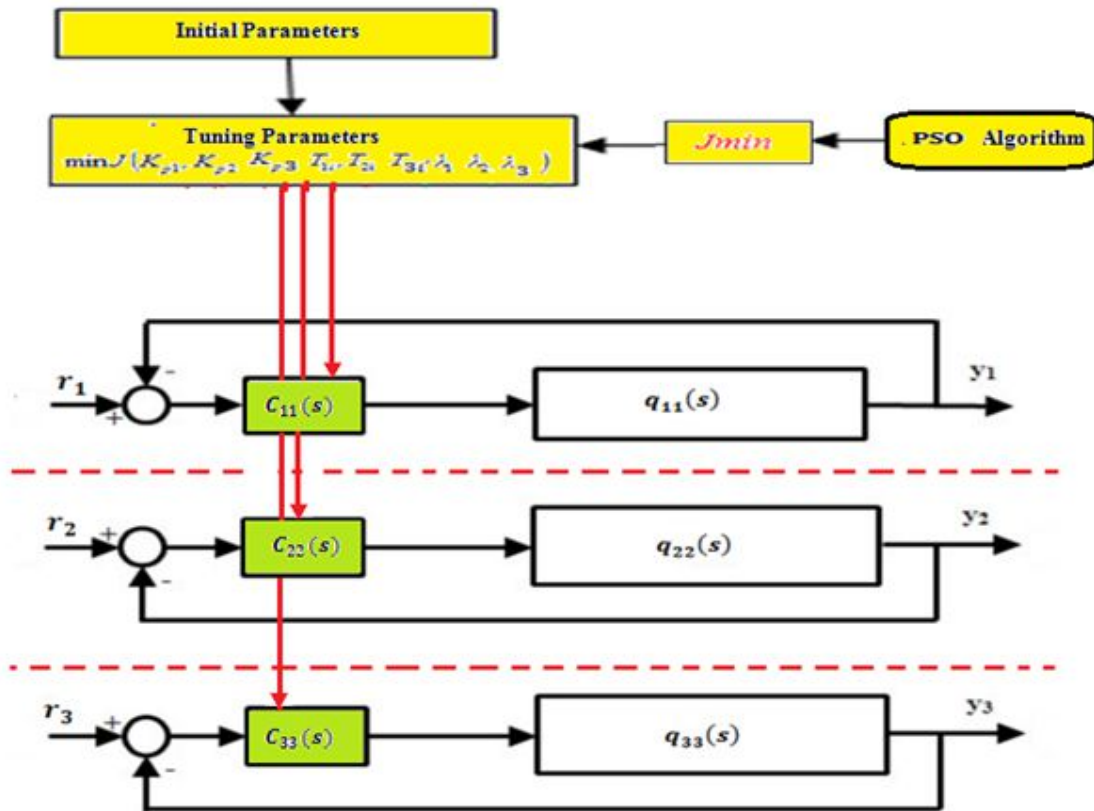


Figure 3-5: boucles décomposées d'un système ayant trois entrées et trois sorties (3×3).

Il s'agit de la recherche des neuf paramètres $K_{p1}, T_{i1}, K_{p2}, T_{i2}, K_{p3}, T_{i3}, \lambda_1, \lambda_2$ et λ_3 des trois contrôleurs PI fractionnaires décentralisé dans la région de stabilité et ceci en faisant le choix selon un critère d'optimisation J .

3.4 Application et Simulation

3.4.1 Application aux systèmes réels (Modèle linéaires de la colonne de distillation) :

Le modèle mathématique identifié par Vinaya et Arasude colonne de distillation binaire d'usine pilote [104] est exprimé par la matrice de transfert suivante (system multivariable ou MIMO: de deux entrées et de deux sorties) :

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{-0.13e^{-0.03s}}{1.14s + 1} & \frac{0.18e^{-0.03s}}{0.64s + 1} \\ \frac{-0.34e^{-1.22s}}{1.23s + 1} & \frac{0.18e^{-0.03s}}{0.32s + 1} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

- **Application de découplage simplifié:**

Le calcul des deux termes de découpleur D_{12} et D_{21} pour le système multivariable de la colonne de distillation, on trouve :

$$D(s) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1.3846(1.14s + 1)}{0.64s + 1} \\ \frac{1.888(0.32s + 1)e^{-1.19s}}{1.23s + 1} & 1 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Les éléments diagonaux résultants de $H(s) = G(s)D(s) = \text{diag}(h_{11}(s), h_{22}(s))$ sont :

$$H(s) = \begin{bmatrix} h_{11}(s) & 0 \\ 0 & h_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

où:

$$h_{11}(s) = \frac{-0.13e^{-0.03s}}{1.14s + 1} + \frac{0.3398(0.32s + 1)e^{-1.22s}}{(0.64s + 1)(1.23s + 1)} \quad (3.16)$$

$$h_{22}(s) = \frac{0.18e^{-0.03s}}{0.32s + 1} + \frac{0.47076(1.14s + 1)e^{-1.22s}}{(1.23s + 1)(0.64s + 1)} \quad (3.17)$$

3.4.1.1 Synthèse des régulateurs PI décentralisés par les méthodes classique NDT et SIMC:

Dans ce chapitre, nous sommes appelés à faire une comparaison de les méthodes NDT et SIMC, qui sont les méthodes les plus populaire pour le réglage du contrôleur PI décentralisé.

Les fonctions de transfert des modèles du premier ordre avec retard, qui sont équivalentes aux systèmes découplées sont [104]:

$$Q_{11 \text{ FOPDT}}(s) = \frac{0.21}{1.35s + 1} e^{-2s} \quad (3.18)$$

et

$$Q_{11 \text{ FOPDT}}(s) = \frac{-0.29}{0.735s + 1} e^{-1.545s} \quad (3.19)$$

✓ Les paramètres du régulateur PI par la méthode NDT sont:

$$K_{pii}K_{ii} = \frac{T_{ii}}{2L_{ii}} + \frac{1}{14} \quad (3.20)$$

$$\frac{T_{Iii}}{T_{ii}} = \min\left(1 + \frac{1}{7} \frac{L_{ii}}{T_{ii}}, 9 \frac{L_{ii}}{14}\right) \quad (3.21)$$

Tableau 3-1: Les paramètres de régulateur PI par la méthode NDT.

	Proportionnel K_{pii}	Gain d'intégral K_{Iii}
Boucle 1	1.9473	1.19
Boucle 2	-1.0665	-1.116

✓ Les paramètres du régulateur PI par la technique SIMC sont:

$$K_{pii} = \left[\frac{1}{K_{ii}} \frac{T_{ii}}{T_{cii} + L_{ii}} \right] \quad (3.22)$$

$$T_{Iii} = \min(T_{ii}, 4(T_{cii} + L_{ii})) \quad (3.23)$$

Pour plus de détails sur les méthodes de conception NDT et SIMC (voir dans [95-104]).

Tableau 3-2: Les paramètres de régulateur PI par la technique SIMC.

	Proportionnel K_{pii}	Gain d'intégral K_{Iii}
Boucle 1	1.6071	1.1904
Boucle 2	-0.8202	-1.116

3.4.1.2 Synthèse optimal des régulateurs PI d'ordre fractionnaire décentralisés par la méthode proposée

Les contrôleurs PI^{λ_1} , PI^{λ_2} décentralisé est placé en cascade avec la fonction de transfert du système multivariable (2×2) avec découplage simplifié donné par le bloc de diagramme dans la Figure 3-6.

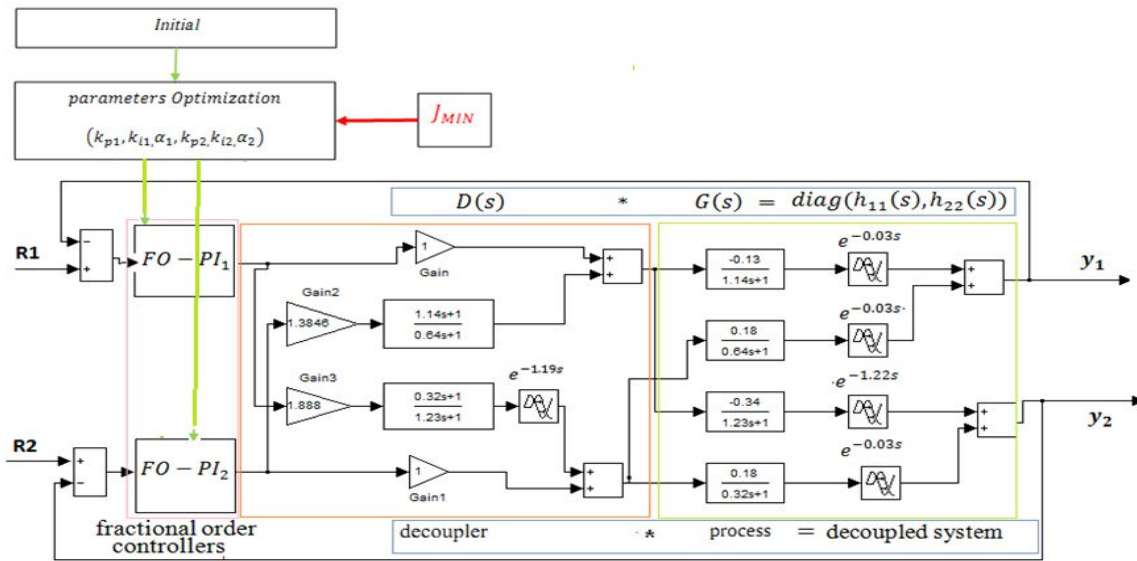


Figure 3-6: Structure de système de commande par contrôleur PI d'ordre fractionnaire.

Les paramètres initiaux de l'algorithme PSO utilisés pour optimiser les paramètres des contrôleurs sont donnés dans le tableau 3.3:

Tableau 3-3: Paramètres initiaux de l'algorithme

Paramètres	$FO - PI_1$ Fractionnaire	$FO - PI_2$ Fractionnaire
Taille de la population	20	20
nombre maximum d'itérations	120	120
Nombre de particules	6	10
Limite inférieure et limite supérieure des variables	$-5 \leq K_{P1}, K_{I1} \leq 5$ $0 < \lambda_1 \leq 2$ α_1 est ordre d'intégration	$-5 \leq K_{P2}, K_{I2} \leq 5$ $0 < \lambda_2 \leq 2$ α_2 est ordre d'intégration
Coefficient cognitif C_1	1.5	1.5
coefficient social C_2	2	2
Coefficient d'inertie W	1	1

L'objectif de cette partie est d'appliquer la stratégie d'optimisation PSO dont le but est de calculer des paramètres $(K_{P1}, K_{I1}, K_{P2}, K_{I2}, \lambda_1, \lambda_2)$ optimaux d'une commande décentralisée.

Les paramètres optimaux du régulateur PI^α fractionnaire obtenus par l'algorithme de PSO avec le critère IAE sont donnés dans le [Tableau 3.4](#).

Tableau 3-4: Les paramètres de régulateur PI^λ fractionnaire par la technique de synthèse optimale proposée avec le critère IAE.

	Proportionnel K_{Pii}	Gain d'intégral K_{Iii}	$\lambda_{1,2}$
Boucle 1	1.9278	0.010479	0.13567
Boucle 2	-0.9786	-0.01038	1.1451

3.4.1.3 Comparaison des différents régulateurs PI décentralisés

Les performances du contrôleur PI d'ordre fractionnaire proposé [14] sont comparées avec celles obtenues par les contrôleurs PI classiques tels que NDT-PI [95-104] et SIMC-PI [104-105], sont discutées à l'aide de MATLAB/Simulink.

Les résultats des performances (IAE, ISE, ITAE, dépassement (%) et Temps de Réponse (sec)) obtenus par les deux contrôleurs (d'ordre fractionnaire et contrôleurs PI classiques) ont été organisés dans le [Tableau 3.5](#).

Nous comparerons les performances du système de commande avec les deux contrôleurs: le contrôleur PI classique (NDT-PI et SIMC-PI) et le contrôleur PI d'ordre fractionnaire.

Tableau 3-5: Les caractéristiques de la réponse temporelle du système commandé

Performances	Entrée (u)-Sortie (y)	Les méthodes de réglage		
		Méthode Proposée	Méthodes classiques	
		FO-PI	NDT-PI	SIMC-PI
IAE	u_1-y_1	5.123	5.946	6.375
	u_2-y_2	3.55	3.951	4.431
ISE	u_1-y_1	4.561	4.797	4.945
	u_2-y_2	3.725	3.948	4.063
ITAE	u_1-y_1	15.06	23.22	28.55
	u_2-y_2	6.14	8.134	11.44
Dépassement (%)	u_1-y_1	6.2	26	27.42
	u_2-y_2	5.01	23.2	23.95
Temps de Réponse (sec)	u_1-y_1	8.02	15.12	17.15
	u_2-y_2	7.45	8.11	8.54

Les figures 3.7 et 3.8 présentent les réponses indicielles des deux boucle (Y_1 : 1^{ère} boucle et Y_2 : 2^{ème} boucle) du système de commande en boucle fermée :

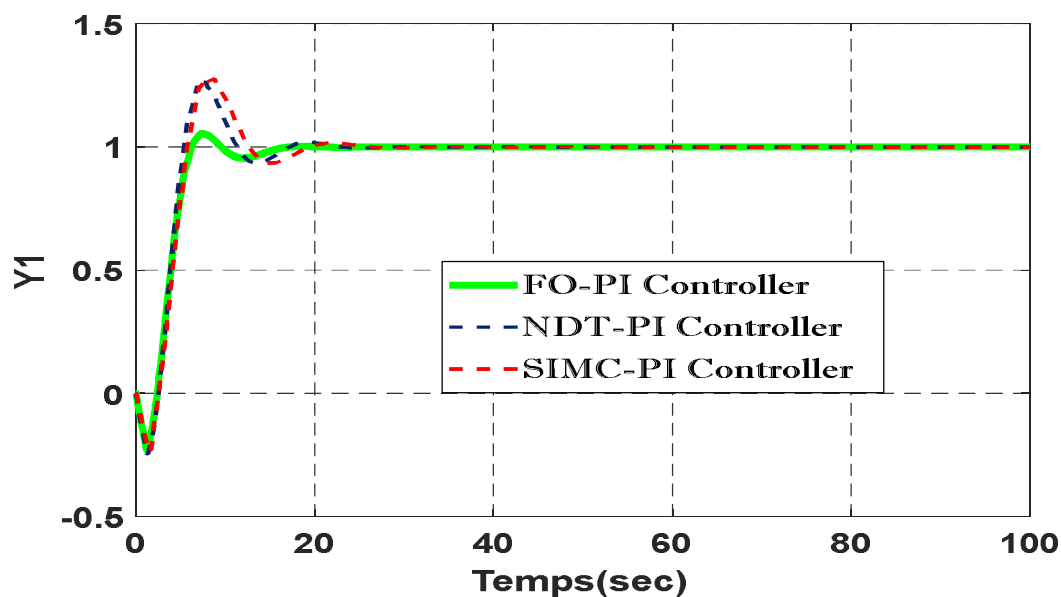


Figure 3-7: Réponses indicielles de la première sortie (Y_1) du système de commande avec les régulateurs PI fractionnaire (FO-PI) et PI classique (NDT et SIMC).

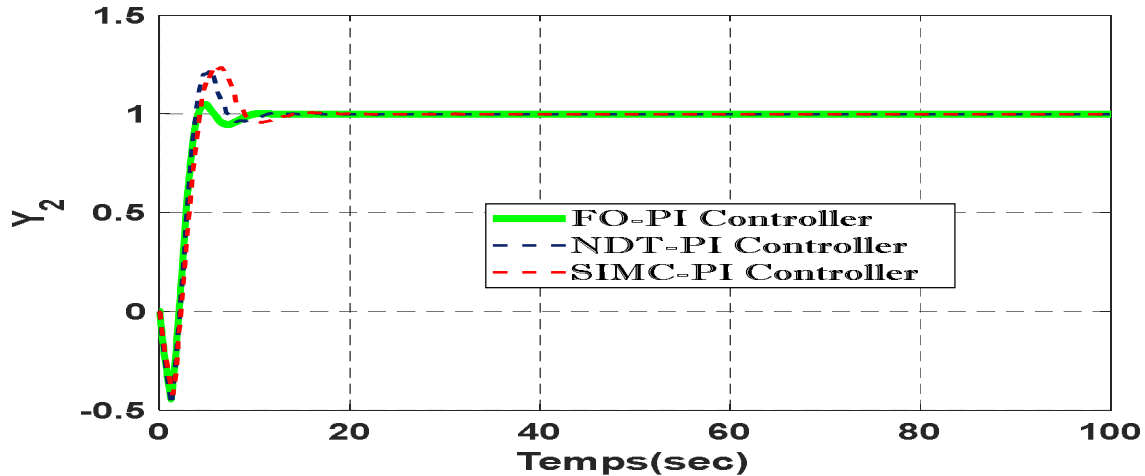


Figure 3-8:Réponses indicielles du première sortie (Y_2) du système de commande avec les régulateurs PI fractionnaire (FO-PI) et PI classique (NDT et SIMC).

Pour démontrer l'efficacité de la méthode de conception proposée, nous comparons nos résultats avec ceux obtenus à l'aide des contrôleurs PI classiques (NDT-PI et SIMC-PI) sont donnés comme suit :

- D'après les résultats obtenus dans les deux figures (3.7 et 3.8) et le Tableau 3.5, On peut déduire que l'algorithme de PSO est très efficace pour optimiser le contrôleur PI fractionnaire qui assure d'excellent comportement fractionnaires du système multivariable avec des performances de contrôle très satisfaisantes.
- Le temps de réponse obtenu par les réponses temporelles du système commandé par le contrôleur PI d'ordre fractionnaire est plus petit que celui obtenu par le contrôleur PI classique (NDT-PI and SIMC-PI) avec les trois cas des critères intégraux (ISE, IAE et ITAE).
- On note également que les différents indices de performance (IAE, ISE, ITAE) en tant que fonctions objectifs, avec le contrôleur PI d'ordre fractionnaire donnent des résultats très bons et supérieurs par rapport aux régulateurs classiques (NDT-PI et SIMC-PI), voir Tableau 3.5.
- Le contrôleur proposé avec le découplage simplifié est plus sécurisé car le dépassement est presque nul, on peut voir ici sa robustesse, les résultats de simulations montrent l'efficacité également l'utilisation de découplage simplifié en terme de rejet de perturbation et d'atténuation les interactions entre les entrées/sorties du système commandé et les performances supérieures du contrôleur PI fractionnaire (FO-PI).
- Malgré la complexité de la structure du contrôleur PI fractionnaire qui a offert en vérité de la flexibilité, les résultats obtenus ont été très satisfaites et l'algorithme de PSO utilisé dans l'optimisation des paramètres du contrôleur PI fractionnaire est très efficace et donne des bons résultats. On peut donc dire que la performance de contrôleur PI fractionnaire a surpassé le contrôleur PI classique ce qu'il lui permet d'ajouter des spécifications additionnelles.

3.4.1.4 Tests des changements de consignes

Dans cette partie, plusieurs tests des changements de consignes ont été faits. Les résultats de simulations des réponses temporelles en boucles fermées pour procédé MIMO seront présentés avec :

- Dans la première simulation, la valeur désirée de consigne pour la première sortie est 50. et la valeur désirée de consigne pour la deuxième sortie est 70.

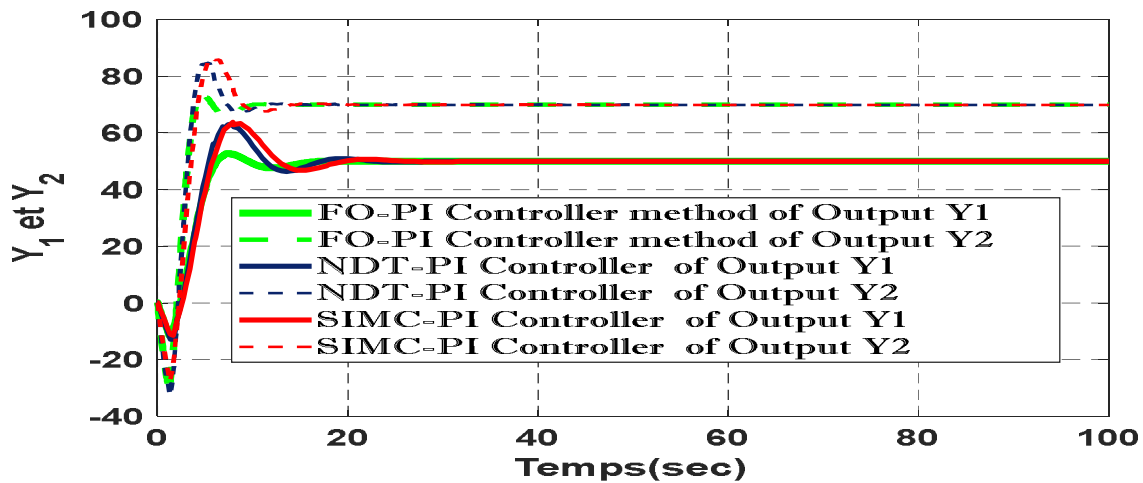


Figure 3-9: Simulations du système contrôlé avec changements de consignes : une consigne de 50 est appliquée sur R_1 , a l'instant $t=0$ minute. et Une consigne de 70 est appliquée sur R_2 , a l'instant $t=0$ minute.

- Dans la deuxième simulation, la valeur désirée de consigne pour la première sortie est 64. et la valeur désirée de consigne pour la deuxième sortie est 74.

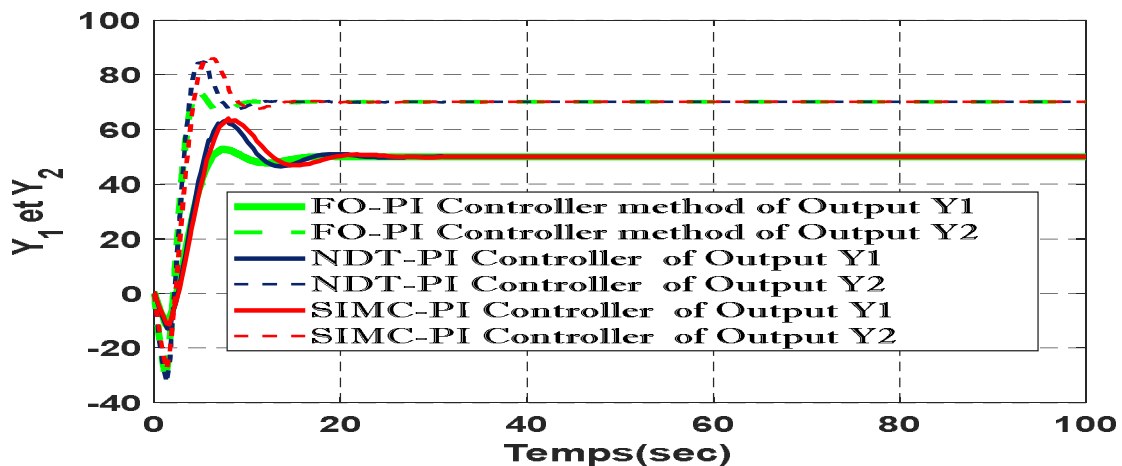


Figure 3-10: Simulations du système contrôlé avec changements de consignes : une consigne de 50 est appliquée sur R_1 , a l'instant $t=0$ minute. et une consigne de 70 est appliquée sur R_2 , a l'instant $t=0$ minute.

D'après les Figures (3-9 et 3-10), on remarque que nous avons obtenus les meilleures performances du système contrôlé avec contrôleur PI d'ordre fractionnaire et n'observe aucune changement dépassement, ainsi qu'un temps de réponse court malgré des changements de consignes désirées. On peut dire que l'utilisation du contrôleur PI d'ordre fractionnaire décentralisé basé sur l'approche diffusive avec découpleur offre des bonnes performances et robustesse.

On a confirmé dans notre thèse l'efficacité de la commande d'ordre fractionnaire décentralisé FOPI appliquée sur le modèle de la colonne de distillation W.B (système MIMO) à travers les changements de consignes.

3.4.2 Application aux systèmes réels (3x3)

Considérons un processus multivariable à trois entrées et trois sorties donné par la Figure 3.11

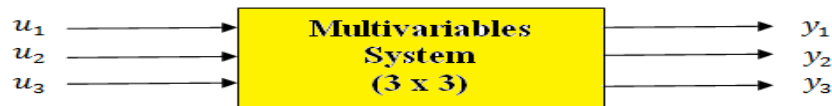


Figure 3-11:Processus multivariable à trois entrées et trois sorties

Dans étude de simulation, nous considérons la fonction de transfert d'un processus multivariable 3x3 donné par [106-107-108] comme suit,

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{0.66}{6.7s+1}e^{-2.6s} & \frac{-0.61}{8.4s+1}e^{-3.5s} & \frac{-0.0049}{9.06s+1}e^{-6s} \\ \frac{1.11}{3.25s+1}e^{-6.5s} & \frac{-2.36}{5s+1}e^{-3s} & \frac{-0.01}{7.09s+1}e^{-1.2s} \\ \frac{-34.68}{8.15s+1}e^{-9.2s} & \frac{46.2}{10.9s+1}e^{-9.4s} & \frac{0.87(11.61s+1)}{(3.89s+1)(18.8s+1)}e^{-1s} \end{bmatrix}$$

la matrice de découplage correspondante sont obtenus comme :

$$D(s) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{0.7278(20.463s+1)}{(17.938s+1)}e^{-1.437s} & 0.0048e^{-0.203s} \\ \frac{0.352e^{-0.159s}}{23.238(18.29s+1)}e^{-7.2209s} & 1 & -0.0028 \\ \frac{1}{(17.2719s+1)}e^{-7.2209s} & \frac{-26.457(4.128s+1)}{(14.521s+1)}e^{-6.4305s} & 1 \end{bmatrix}$$

Les éléments de la matrice RGA et la valeur de l'indice NI sont :

$$RGA = \begin{bmatrix} 1.96 & -0.66 & -0.30 \\ -0.67 & 1.89 & -0.22 \\ -0.29 & -0.23 & 1.52 \end{bmatrix} \text{ et } NI = 0.4006$$

L'appariement recommandé est y_1 avec u_1 , y_2 avec u_2 et y_3 avec u_3 . parmi les six configurations possibles.

Dans cet exemple, nous sommes appelés à faire une comparaison des méthodes BLT (Biggest Log-modulus Tuning) [106], Lee et al. (2004)[107] et CMAES-FOPI (2014) [108], qui sont les méthodes les plus populaire pour le réglage du contrôleur PI décentralisé.

Les paramètres optimisés des contrôleurs fractionnaires FO-PI obtenus par la méthode proposée sont organisés respectivement dans le [Tableau 3.6](#).

Tableau 3-6: Paramètres optimaux du régulateur FO-PI décentralisé ainsi que ceux du méthodes réglage précédentes.

Méthodes de réglages	Paramètres du contrôleur									
	K_{P1}	K_{P2}	K_{P3}	K_{I1}	K_{I2}	K_{I3}	μ_1	μ_2	μ_3	critère de performance IAE
OR Column										
Proposed PSO-FOPI controller	0.00017	-0.093	4.99	0.195	-0.112	2.407	0.9997	0.9758	0.998	48.3268
BLT (Luyben, 1986)[106]	1.510	-0.295	2.63	0.092	-0.016	0.397	-	-	-	343.76
Lee et al. (2004)[107]	0.593	-0.124	3.22	0.172	-0.043	0.42	-	-	-	280.36
CMAES-FOPI (2014)[108]	-0.3663	-0.6279	4.999	0.2178	-0.1456	4.9998	0.92061	0.9886	0.7971	61.0379

La figure 3.12 (a,b,c) montre la réponse indicielle des première, deuxième et troisième sorties (Y_1, Y_2, Y_3) du système contrôlé avec des contrôleurs fractionnaires et classiques décentralisés.

La modélisation et la simulation de processus multivariables de grandes dimensions sont très difficiles ou peu pratiques en raison des fortes interactions entre les entrées et les sorties du processus. Les chercheurs ont toujours eu recours à l'élimination des effets de ces interactions en concevant des dispositifs de découplage adaptés, transformant ainsi le processus en boucles indépendantes. Dans notre recherche présentée, cela a été réalisé, et nous pouvons résumer nos résultats comme suit :

- ❖ La technique de réglage des paramètres des contrôleurs PSO-FOPI basée sur la méthode d'optimisation PSO est plus supérieure que les méthodes mentionnées ci-dessus sont obtenues à partir de la littérature existante.
- ❖ Des changements de consigne ont été introduits séquentiellement dans les boucles individuelles (Une variation de consigne de 0 à 1, est appliquée sur r_1 , à l'instant $t=0$ s. Une variation de consigne de 0 à 1, est appliquée sur r_2 , à l'instant $t=200$ s. Une variation de consigne de 0 à 1, est appliquée sur r_3 , à l'instant $t=400$ s.)
- ❖ La performance supérieure du contrôleur proposé est apparente dans la [Figure 3-11](#) et le [Tableau 6](#).
- ❖ Les résultats des réponses de sortie du contrôleur PSO-FOPI proposé avec le critère IAE était plus favorable par rapport aux régulateurs PI conventionnels.

L'efficacité et l'applicabilité des contrôleurs SPO-FOPI proposés pour la colonne de distillation Ogunnaike et Ray (OR) (procédé multivariable complexe de trois entrées et trois sorties) ont été démontrées, bien que la mise en œuvre soit difficile.

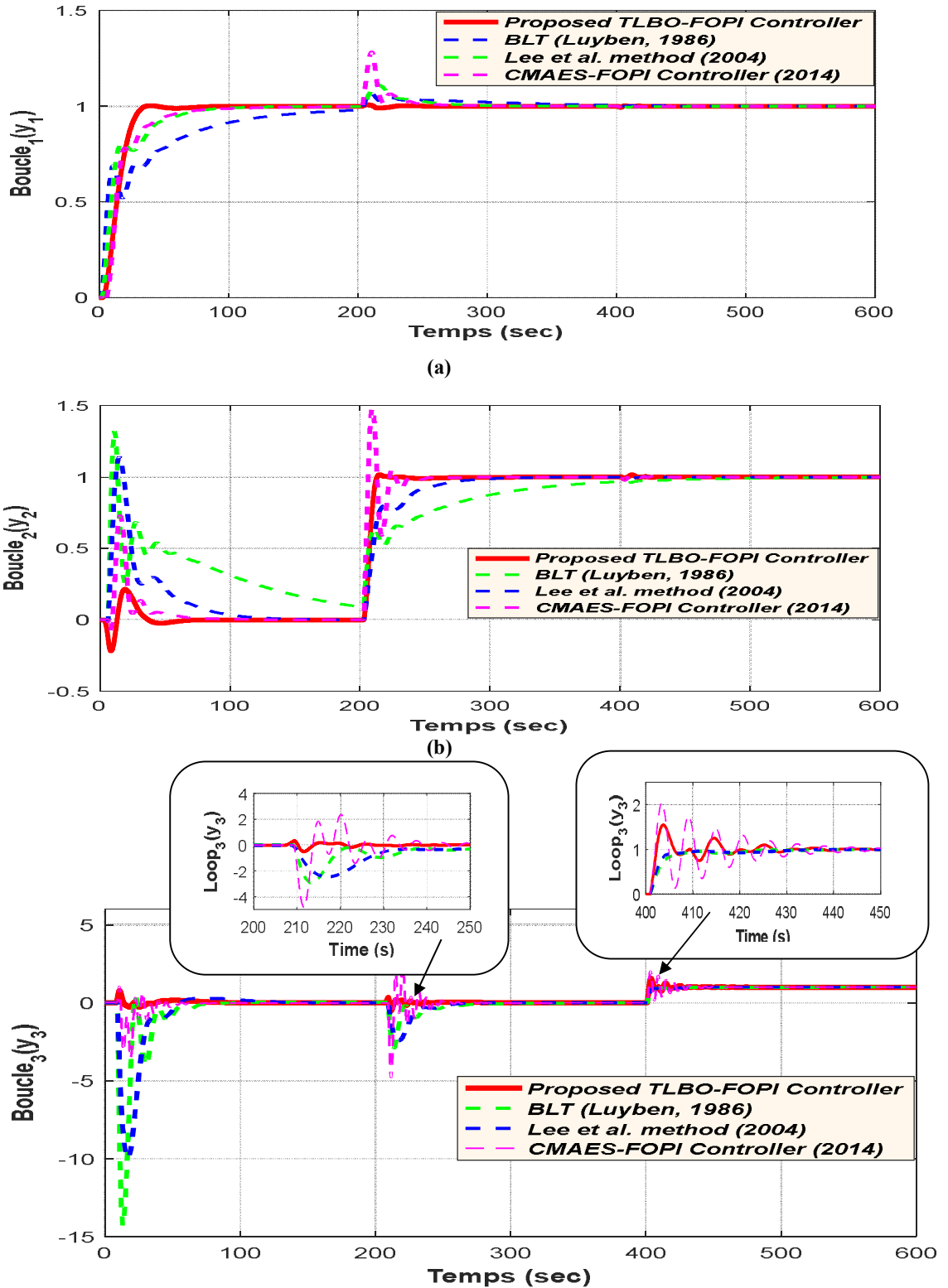


Figure 3-12: Les Réponses indicielle du système contrôlé: (a) une consigne de 1 est appliquée sur Y_1 , a l'instant $t=0$ s. (b) une consigne de 1 est appliquée sur Y_2 , a l'instant $t=100$ s. (c) une consigne de 1 est appliquée sur Y_3 , a l'instant $t=200$ s.

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons résolu le problème de réglage optimal des paramètres de contrôleur PI d'ordre fractionnaire pour les systèmes MIMO en utilisant l'algorithme PSO. Les interactions ont été minimisées par la procédure de conception proposée du contrôleur avec de découplage. La conception du contrôleur PSO-FOPID a été étudiée en l'appliquant aux processus de colonne de distillation (Type: processus 2x2 et 3x3) pour obtenir les performances souhaitées . Les résultats de simulation de la méthode proposée et de diverses méthodes (NDT-PI and SIMC-PI) sont comparés par la vérification des normes de performance du contrôleur. Cette méthode donne un meilleur suivi du point de consigne et rejette rapidement les perturbations par des interactions minimales dans les boucles individuelles du système MIMO. On peut dire que les performances du régulateur PI d'ordre fractionnaire basé sur l'approche diffusive sont nettement supérieures aux performances des régulateurs PI classiques.

Chapitre 4: Synthèse des contrôleurs fractionnaires pour les systèmes multivariables basée sur la méthode de commande IMC.

4.1 Introduction:

Généralement la synthèse de lois de commande pour les systèmes d'ordre élevé mène à des contrôleurs plus complexes, ce qui n'est pas souhaité en domaine pratique. Car concevoir de tels contrôleurs est en réalité très coûteux du point de vue économique. Alors, pour résoudre ce problème, on a recours à des méthodes de simplification des systèmes d'ordre élevé en structures simples (modèles simples) et avec un ordre réduit, à travers lesquelles il est possible synthétiser les contrôleurs. Et dans ce contexte, le choix d'une méthode appropriée pour synthétiser les contrôleurs est très important pour obtenir les performances désirées et assurer la stabilité et la robustesse de la commande. Le choix d'une structure de commande par modèle interne (IMC) est l'une des meilleures structures de commande qui permettent d'atteindre ces objectifs.

Récemment, l'attention est accordée à la synthèse d'une loi de commande d'ordre non entier basé sur la structure de commande par modèle interne (IMC) pour les systèmes monovariables, par exemple Bettayeb et Mansouri [109-11] obtient un nouveau type de contrôleurs appelé " contrôleur PID classique avec un filtre d'ordre fractionnaire " (en anglais appelé "FOF-PID Controller") [12-110] .

Dans ce chapitre, nous présentons le principe de la commande par modèle interne ainsi que la méthode de synthèse du contrôleur pour la commande des systèmes monovariante stable. Nous proposons une structure de commande par modèle interne (IMC) qui permet la synthèse de contrôleur d'ordre fractionnaire pour les systèmes multivariable. La méthode proposée est appliquée au système TITO avec decoupleur inversé.

4.2 Synthèse par l'approche de la commande à modèle interne (IMC) pour les systèmes SISO

4.2.1 Commande par modèle interne:

Ces dernières années, la méthode de commande par modèle interne (IMC) a acquise un intérêt croissant, en raison de la simplicité de synthèse des contrôleurs et la robustesse inhérente à sa structure qu'elle offre [112-113]. La simplicité de cette approche réside dans le fait qu'il n'existe qu'un seul paramètre à régler, directement, lié à la constante de temps en

boucle fermée définie par l'utilisateur. La méthode par IMC regroupe les avantages de la boucle ouverte qui se présentent par la facilité de la synthèse du contrôleur et la possibilité de tenir compte de la robustesse et de pouvoir traiter les procédés avec retard, et les avantages de la boucle fermée qui sont la possibilité d'obtenir une erreur statique nulle en régime permanent avec des consignes de type échelon en présence de perturbations ainsi que des erreurs de modélisations du procédé à contrôler.

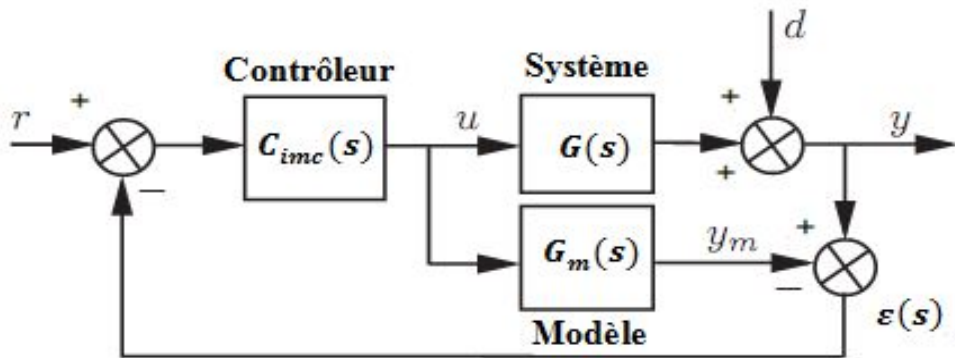


Figure 4-1: Schéma de commande par modèle interne (IMC)

La figure 4-1 représente la structure de commande par modèle interne, où $G(s)$ représente la fonction de transfert du système à commander, et son modèle est donné par la fonction de transfert $G_m(s)$. Dans cette structure de commande $r(s)$ représente le signal de référence qui est comparé à la l'écart $\varepsilon(s)$ entre la sortie réelle $y(s)$ et la sortie mesurée où $y_m(s)$: $\varepsilon(s) = y(s) - y_m(s)$, la différence est introduite à l'entrée du contrôleur $C_{imc}(s)$ dont la sortie est l'entrée du système $g(s)$ et de son modèle $g_m(s)$ ce qui permet à ce schéma de prendre en compte des erreurs de modélisation, la grandeur de perturbation $d(s)$ est ajoutée à la sortie du procédé.

Remarque :

Ainsi, dans le cas parfait où $(d(s) = 0)$ c.-à-d. le système n'est pas affecté par les perturbations. Et aussi $\varepsilon(s) = y(s) - y_m(s) = 0$ c.-à-d. que la sortie du modèle $G_m(s)$ représente parfaitement le système $G(s)$ cette structure de commande devient simplement une structure de commande en boucle ouverte (le contrôleur fonctionne en boucle ouverte).

D'après le schéma de la Figure 4-2, la sortie $y(s)$ peut être exprimée en fonction de la perturbations $d(s)$ et la référence $r(s)$ par :

$$y(s) = \frac{G(s)C_{imc}(s)}{1 + C_{imc}(s)[G(s) - G_m(s)]} r(s) + \frac{1 - C_{imc}(s)G_m(s)}{1 + C_{imc}(s)[G(s) - G_m(s)]} d(s) \quad (4.1)$$

La Figure 4-2 représente la commande classique à retour unitaire.

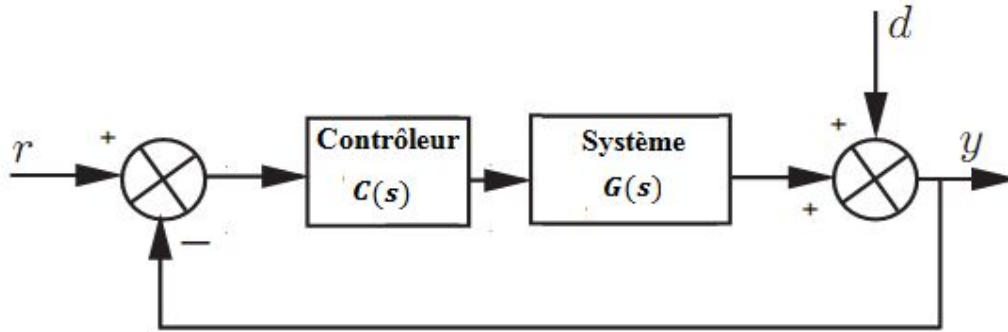


Figure 4-2:Schéma de commande classique à retour unitaire.

La sortie $y(s)$ dans le cas d'une commande en boucle fermée classique illustrée à la Figure 4-2 est donnée par

$$y(s) = \frac{G(s)C(s)}{1 + G(s)C(s)} r(s) + \frac{1}{1 + G(s)C(s)} d(s) \quad (4.2)$$

On peut définir la relation entre le contrôleur classique $C(s)$ et le contrôleur à modèle interne $C_{imc}(s)$ à travers les relations (4.1) et (4.2).

$$\begin{cases} C(s) = \frac{C_{imc}(s)}{1 - G_m(s)C_{imc}(s)} & \dots \dots \dots (1) \\ C_{imc}(s) = \frac{C(s)}{1 + G_m(s)C(s)} & \dots \dots \dots (2) \end{cases} \quad (4.3)$$

Les relations de l'équation (4.3) permettent de passer de la commande à modèle interne à la commande classique et vice versa. Par conséquent, les performances qui peuvent être obtenues en utilisant un contrôleur à modèle interne ne sont, a priori, ni moins bonne, ni meilleures que celles obtenues en utilisant un contrôleur classique, puisque ces deux structure sont équivalentes.

4.2.2 Synthèse du contrôleur IMC pour le système stable:

Si nous supposons que $G_m(s) = G(s)$ signifie que le modèle représente parfaitement le système, alors l'équation (4.1) devient

$$y(s) = G(s)C_{imc}(s) r(s) + (1 - C_{imc}(s)G_m(s)) d(s) \quad (4.4)$$

La synthèse du contrôleur IMC se réalise en deux étapes [112-113]:

Etape 1 : La synthèse du contrôleur $C_{imc}(s)$ est simple, elle utilise le principe de la commande en boucle ouverte. Néanmoins, à cause de l'inversion du modèle, lorsque $G_m(s)$ possède un retard ou des zéros instables il est factorisé en deux parties inversible et non inversible selon :

$$G_m(s) = G_m^+(s)G_m^-(s) \quad (4.5)$$

Où: $G_m^+(s)$ est la partie non inversible de $G_m(s)$, et inclut les zéros instables et l'élément retard. En plus le gain statique de ce transfert doit être égal à 1 ($G_m^+(0) = 1$). Le reste de la fonction de transfert $G_m(s)$, est $G_m^-(s)$ qui s'appelle la partie inversible. C'est cette partie qui est utilisée pour calculer le contrôleur $C_{imc}(s)$.

Etape 2 : la fonction de transfert du contrôleur $C_{imc}(s)$ est donné par :

$$C_{imc}(s) = \frac{1}{G_m^-(s)} f(s) \quad (4.6)$$

Le filtre $f(s)$ représente la fonction de transfert désirée du système en boucle fermée, appelé aussi "filtre de robustesse" par Morari [112-113]. Il est généralement choisi égal à :

$$f(s) = \frac{1}{(1 + \tau_c)^r} \quad (4.7)$$

Où: τ_c étant la constante de temps qui définit la durée du régime transitoire, et le paramètre r est un nombre entier positif, il est choisi de sorte que le contrôleur finalement obtenu soit propre et causal.

En utilisant l'équation (4.6), le contrôleur à modèle interne $C_{imc}(s)$ est calculé et en substituant dans l'équation (4.1) le contrôleur classique $C(s)$ peut être retrouvé.

4.2.3 Synthèse des contrôleurs IMC-PID-FOF/ IMC-FOPID-FOF

Afin d'imposer un comportement fractionnaire au système en boucle fermée, comme suggéré par Bettayeb et Mansouri dans leurs travaux récents [114-115-11-12]. En choisissant la fonction idéale de Bode en boucle fermée donnée par l'équation (1.29) comme filtre de robustesse lors de l'application de la méthode IMC.

Dans ce cas, et afin d'avoir en boucle fermée un comportement fractionnaire robuste, On choisit la fonction de transfert de filtre $f(s)$ d'ordre fractionnaire égal à la fonction idéale de Bode en boucle fermée. Le contrôleur résultant est appelé un IMC-PID-FOF, qui est l'abréviation du correcteur PID classique en série avec un filtre d'ordre fractionnaire (FOF) La méthode de synthèse du contrôleur IMC-PID-FOF proposée se résume en trois étapes principales [11] :

Etape 1 :

On choisit la fonction de transfert de filtre $f(s)$ égal à la fonction idéale de Bode en boucle fermée comme modèle de référence lors de la synthèse du contrôleur :

$$f(s) = G_{ref}(s) = \frac{1}{1 + \tau_c^{\alpha+1}} ; \quad 0 < \alpha < 1 \quad (4.8)$$

Ainsi si le modèle $G_m(s)$ représente parfaitement le système $G(s)$ Il est factoriser en deux

parties inversées et non réversibles, selon l'équation (4.5) avec $G_m^+(0) = 1$ pour s'assurer qu'il n'y a pas d'erreur constante.

Etape 2 :

En utilisant l'équation (4.6), la fonction de transfert du contrôleur $C_{imc}(s)$ est calculé et donné par :

$$C_{imc}(s) = \frac{1}{G_m^-(s)} f(s) = \frac{1}{G_m^-(s)} \frac{1}{1 + \tau_c \alpha + 1} \quad (4.9)$$

Les deux paramètres τ_c et α sont choisis afin de spécifier respectivement une marge de phase ϕ_m (qui est liée au dépassement) et la fréquence au gain unité ω_c (qui est liée au temps de réponse) du $f(s)$, respectivement [11-116] :

$$\alpha = \frac{\pi - \phi_m}{\pi/2} - 1 \text{ and } \tau_c = \frac{1}{\omega_c^{\alpha+1}} \quad (4.10)$$

Etape 3 :

La fonction de transfert du contrôleur équivalent $C(s)$ est donnée par

$$C(s) = \frac{1}{G_m^-(s)[1 + \tau_c \alpha + 1 - G_m^+(s)]} \quad (4.11)$$

- Dans le cas du modèle $G_m(s)$ à ordre entier, l'expression analytique du contrôleur $C(s)$ peut être mise sous forme d'un contrôleur PID d'ordre entier en cascade avec un filtre d'ordre fractionnaire (FOF), d'où la nomination du contrôleur **IMC-PID-FOF** [11].

$$C(s) = \underbrace{m(s)}_{FOF} kp \underbrace{\left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right)}_{\text{Conventional PID}} \quad (4.12)$$

- Dans le cas du modèle $G_m(s)$ à ordre non entier, l'expression analytique du contrôleur $C(s)$ peut être mise sous forme d'un contrôleur PID d'ordre fractionnaire (FOPID) en cascade avec un filtre d'ordre fractionnaire (FOF), d'où la nomination du contrôleur **IMC-FOPID-FOF** [11].

$$C(s) = \underbrace{m(s)}_{FOF} kp \underbrace{\left(1 + \frac{1}{T_i s^\lambda} + T_d s^\mu\right)}_{\text{PID Fractionnaire}} \quad (4.13)$$

4.2.3.1 Cas d'un système décrit par un modèle rationnel du premier ordre à retard (FOPDT):

Considérons maintenant le modèle rationnel (d'ordre entier) du premier ordre à retard (En anglais: The First Order Plus Dead Time (FOPDT) model) donné par la fonction du transfert suivant:

$$G_m(s) = \frac{K_m}{1 + T_m s} e^{-\theta m s} \quad (4.14)$$

Le contrôleur IMC est donné par:

$$C_{imc}(s) = \frac{1 + T_m s}{K_m} \frac{1}{1 + \tau_c s^{\alpha+1}} \quad (4.15)$$

Le contrôleur équivalent $C(s)$ est donné par:

$$C(s) = \frac{1 + T_m s}{K_m [1 + \tau_c s^{\alpha+1} - e^{-\theta m s}]} \quad (4.16)$$

Pour approximer le retard, deux méthodes d'approximation peuvent être utilisées. La première est l'approximation de Taylor de premier ordre qui permet d'avoir un contrôleur **IMC-FOF-PI** et la deuxième est l'approximation de Padé de premier ordre qui aboutit à un contrôleur **IMC-FOF-PID**

- **Approximation du retard par la formule de Taylor du premier ordre**

$$e^{-\theta m s} = 1 - \theta m s \quad (4.17)$$

En substituant le retard approximé dans l'équation (4.16), la fonction de transfert du contrôleur équivalent $C(s)$ est donnée par:

$$C(s) = \frac{1 + T_m s}{K_m [1 + \tau_c s^{\alpha+1} + \theta m s]} \quad (4.18)$$

On note qu'il peut être mise sous forme d'un contrôleur PID d'ordre entier en série avec un filtre d'ordre fractionnaire (FOF) (appelé : contrôleur **IMC-PI-FOF**) :

$$C(s) = \underbrace{\frac{1}{1 + (\tau_c / \theta m) s^\alpha}}_{\text{filtre fractionnaire FOF}} \underbrace{\frac{1}{K_m \theta m} \left(\frac{1 + T_m s}{s} \right)}_{\text{contrôleur PI classique PI}} \quad (4.19)$$

Qui peut s'écrire comme:

$$C(s) = \underbrace{\frac{1}{1 + \tau_f s^\alpha}}_{\text{filtre fractionnaire FOF}} \underbrace{K_c \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right)}_{\text{contrôleur PI classique PI}} \quad (4.20)$$

où:

$$\left\{ \begin{array}{l} K_c = \frac{T_m}{K_m \theta m} \\ T_i = T_m \\ \tau_f = \tau_c / \theta m \end{array} \right. \quad (4.21)$$

- **Approximation du retard par la formule de Padé du premier ordre**

Si on approximé le retard au selon l'approximation de Padé du premier ordre :

$$e^{-\theta m s} = \frac{1 - \frac{\theta m}{2} s}{1 + \frac{\theta m}{2} s} \quad (4.22)$$

Le contrôleur $C_{imc}(s)$ devient :

$$C_{imc}(s) = \frac{(1 + T_m s) \left(1 + \frac{\theta m}{2} s\right)}{K_m (1 + \tau_c^{\alpha+1})} \quad (4.23)$$

Et le contrôleur $C(s)$ correspondant est :

$$C(s) = \frac{(1 + T_m s) \left(1 + \frac{\theta m}{2} s\right)}{K_m \left[\tau_c^{\alpha+1} + \frac{\theta m}{2} s\right]} \quad (4.24)$$

Encore une fois, On note qu'il peut être mise sous forme d'un contrôleur PID d'ordre entier en série avec un filtre d'ordre fractionnaire (FOF) (appelé : contrôleur IMC-PID-FOF) :

$$C(s) = \underbrace{\frac{1}{1 + \frac{2\tau_c}{\theta m} s^\alpha}}_{\substack{\text{filtre fractionnaire} \\ \text{FOF}}} \underbrace{\frac{2T_m + \theta m}{K_m \theta m} \left(1 + \frac{1}{\frac{2T_m + \theta m}{2} s} + \frac{T_m \theta m}{2T_m + \theta m} s\right)}_{\substack{\text{contrôleur PID classique} \\ \text{PID}}} \quad (4.25)$$

qui peut s'écrire comme

$$C(s) = \underbrace{\frac{1}{1 + \tau_f s^\alpha}}_{\substack{\text{filtre fractionnaire} \\ \text{FOF}}} \underbrace{K_c \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right)}_{\substack{\text{contrôleur PID classique} \\ \text{PID}}} \quad (4.26)$$

où:

$$\left\{ \begin{array}{l} K_c = \frac{2T_m + \theta m}{K_m \theta m} \\ T_i = \frac{2T_m + \theta m}{2} \\ T_d = \frac{T_m \theta m}{2T_m + \theta m} \\ \tau_f = \frac{2\tau_c}{\theta m} \end{array} \right. \quad (4.27)$$

4.2.3.2 Cas d'un système décrit par un modèle d'ordre non entier à retard de type I (NIOPTD-I) :

Considérons un modèle d'ordre non entier de premier ordre plus un temps de retard (NIOPTD-I), décrit par la fonction de transfert :

$$G_M(s)^*_{NIOPTD-I} = \frac{K_m}{T_m s^\gamma + 1} e^{-\theta m s} \quad 0 < \gamma < 2 \quad (4.28)$$

Le contrôleur IMC calculé par l'équation (4.6) est donné par :

$$C_{imc}(s) = \frac{1 + T_m s^\gamma}{K_m} \frac{1}{1 + \tau_c^{\alpha+1}} \quad (4.29)$$

Le contrôleur équivalent $C(s)$ est donné par:

$$C(s) = \frac{1 + T_m s^\gamma}{K_m [1 + \tau_c^{\alpha+1} - e^{-\theta m s}]} \quad (4.30)$$

- **Approximation du retard par la formule de Taylor du premier ordre**

$$e^{-\theta ms} = 1 - \theta ms \quad (4.31)$$

En substituant le retard approximé dans l'équation (4.17), la fonction de transfert du contrôleur équivalent $C(s)$ est donnée par:

$$C(s) = \frac{1 + T_m s^\gamma}{K_m [\tau_c^{\alpha+1} + \theta ms]} \quad (4.32)$$

On note qu'il peut être mise sous forme d'un contrôleur PI d'ordre fractionnaire (**FOPI**) en série avec un filtre d'ordre fractionnaire (**FOF**), (appelé : contrôleur **IMC-FOPI-FOF**) :

$$C(s) = \underbrace{\frac{s^{\gamma-1}}{1 + (\tau_c/\theta m)s^\alpha}}_{\text{filtre fractionnaire FOF}} \underbrace{\frac{1}{K_m \theta m} \left(1 + \frac{T_m s^\gamma}{s^\gamma}\right)}_{\text{contrôleur PI classique PI}} \quad (4.33)$$

Qui s'écrit finalement sous la forme générale:

$$C(s) = \underbrace{\frac{s^{\gamma-1}}{1 + \tau_f s^\alpha}}_{\text{filtre fractionnaire FOF}} \underbrace{K_c \left(1 + \frac{1}{T_i s^\gamma}\right)}_{\text{PI d'ordre fractionnaire FOPI}} \quad (4.34)$$

Où:

$$\left\{ \begin{array}{l} K_c = \frac{T_m}{K_m \theta m} \\ T_i = T_m \\ \tau_f = \tau_c / \theta m \end{array} \right. \quad (4.35)$$

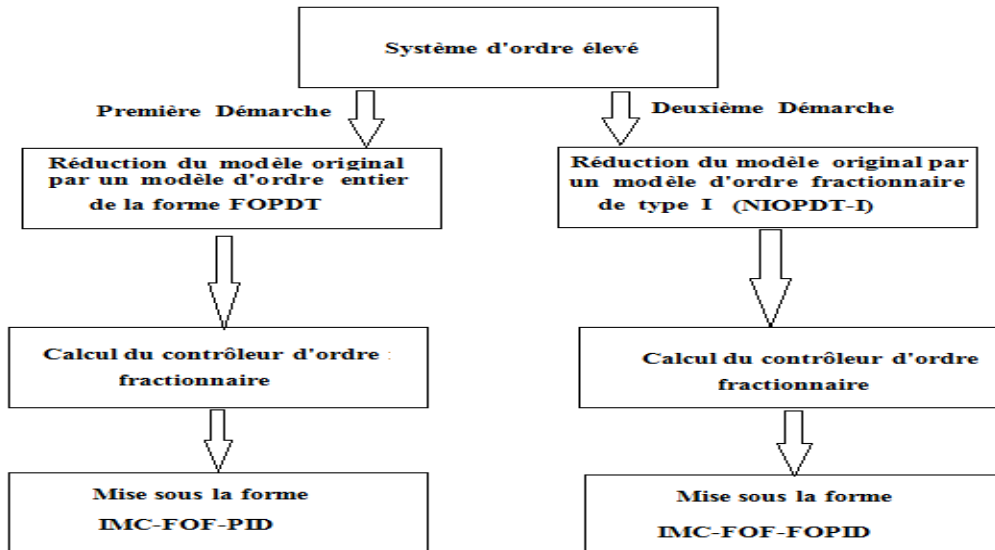


Figure 4-3:Démarches à suivre pour la synthèse des contrôleurs fractionnaires pour les systèmes d'ordre élevé

4.2.4 Exemple d'illustration.

Le système d'ordre entier supérieur suivant est utilisé dans cette simulation [117]:

$$G(s) = \frac{1}{(s + 1)(0.2s + 1)(0.04s + 1)(0.008s + 1)}$$

Le modèle NIOPDT-I pour ce système est obtenu comme:

$$G_M(s)^* = \frac{0.99932}{1.0842s^{1.0132} + 1} e^{-0.1922s}$$

Les réponses indicielles du système d'ordre entier supérieur $G(s)$ et le modèle NIOPDT-I sont illustrés à la Figure 4-4.

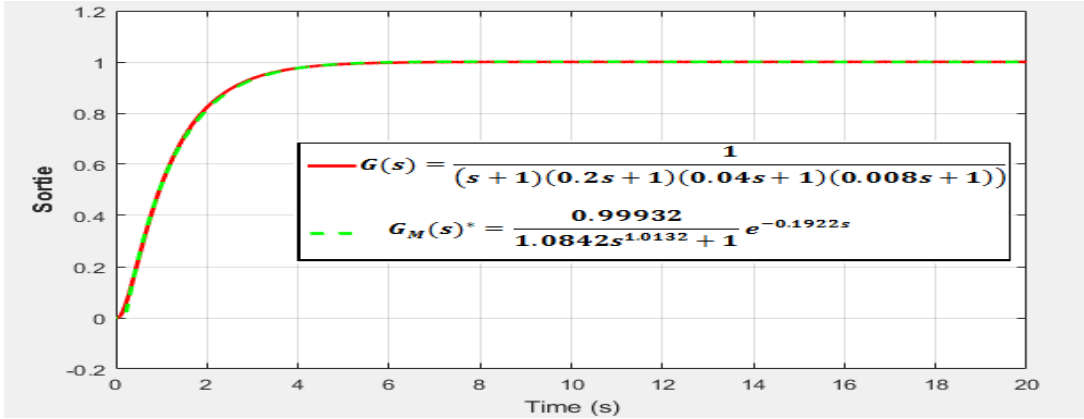


Figure 4-4: Réponses indicielles du système d'ordre entier supérieur et le modèle NIOPDT-I

Les spécifications de conception du domaine fréquentiel du système en boucle fermée sont choisies comme $\varphi_m = 80$ et $w_c = 0.4 \text{ rad/s}$.

En utilisant l'équation. (4.10), les paramètres de la fonction de transfert idéale du Bode sont trouvés comme: $\alpha = 0.1111$ et $\tau_c = 2.7679$ et donc l'équation. (4.33) qui exprime le contrôleur proposé IMC FOPI-FOF a la forme suivante :

$$C(s) = \underbrace{\frac{s^{0.132}}{1 + (2.7679/0.1922)s^{0.1111}}}_{\substack{\text{filtre fractionnaire} \\ \text{FOF}}} \underbrace{\frac{1.0842}{0.99932 * 0.1922} \left(1 + \frac{1}{1.0842s^{1.0212}}\right)}_{\substack{\text{PI d'ordre fractionnaire} \\ \text{FOPI}}}$$

Les figures 4-5 et 4-6 montrent la réponse indicielle du système commandé par IMC FOPI-FOF Controller pour différentes valeurs φ_m et w_c des paramètres du modèle de référence.

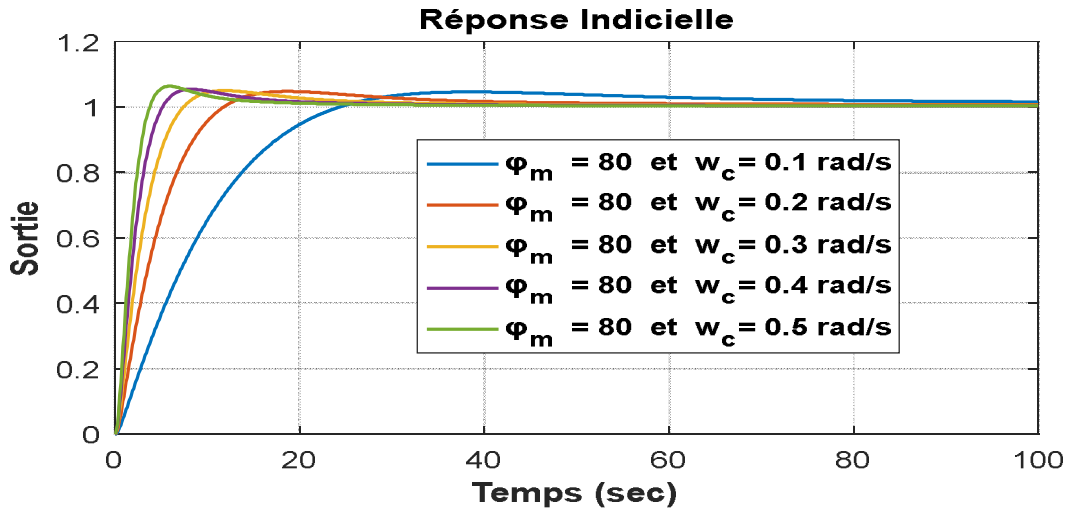


Figure 4-5:Réponse indicielle du système commandé pour différentes valeurs du paramètre w_c .

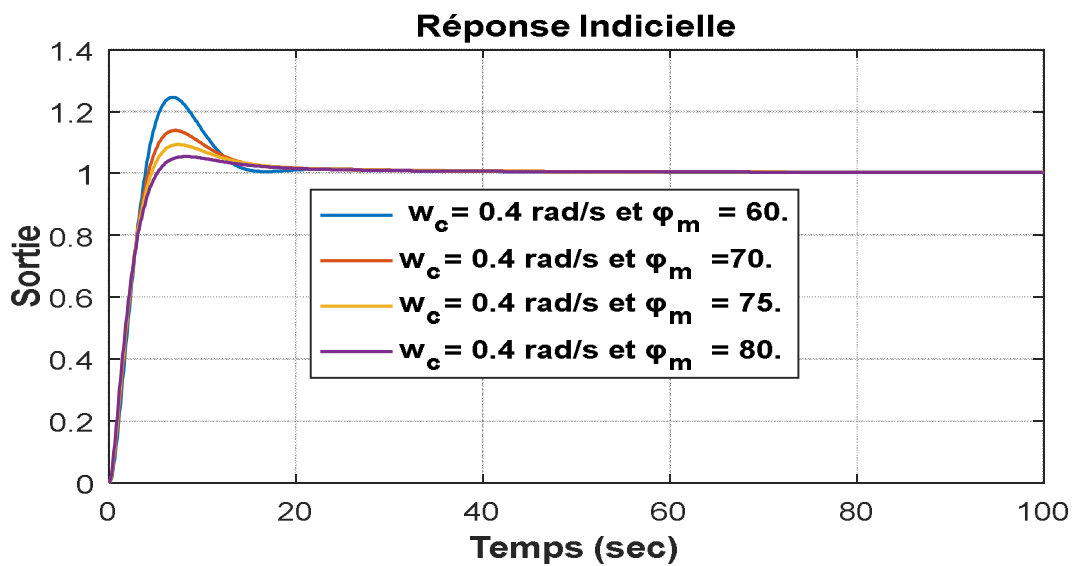


Figure 4-6:Réponse indicielle du système commandé pour différentes valeurs du paramètre φ_m .

4.3 Synthèse par l'approche de la commande IMC pour les systèmes (MIMO)

Dans cette partie, la structure de commande basée sur l'approche IMC pour les systèmes SISO sera généralisée à la commande des systèmes MIMO afin d'améliorer les performances du système en boucle fermée. L'effet de toutes les boucles est considéré comme une perturbation sur la boucle de commande considérée, d'où l'idée d'utiliser découplage, pour

séparer les interactions entre les variables du système MIMO.

4.3.1 La commande IMC avec découplage inversé

Dans notre méthode proposée, nous utilisons la technique de découplage inverse, où le système générale (système et le découplage) est directement transformé et devient un système diagonal. Dans ce cas, les techniques de synthèse des contrôleurs monovariabiles peuvent être adaptées pour la commande des sous-systèmes obtenus indépendamment l'un de l'autre.

La contribution de cette étude est d'imposer un comportement fractionnaire (commande d'ordre fractionnaire) pour les boucles de commande du système en boucle fermée. Cela se fait, en imposant le modèle de référence, pour chaque boucle, comme étant la fonction idéale de Bode en boucle fermée pour synthétiser le contrôleur IMC (IMC: Internal Model controller). Par la suite, le contrôleur équivalent dans la structure de commande multi-boucle standard, est déterminé.

Maintenant, la méthode de synthèse pour le contrôleur IMC-FOPI-FOF[16], présentée dans la section (4.2) pour la commande des systèmes monovariabiles est généralisée à chaque boucle des boucles séparées. En fin, on obtient alors un contrôleur diagonal pour le système multivariable (dite: contrôleur multi-boucle d'ordre fractionnaire)

La structure de commande multi-boucle pour un système multivariable (MIMO: de deux entrées et de deux sorties 2×2) par modèle interne est illustrée à la Figure 4-7.

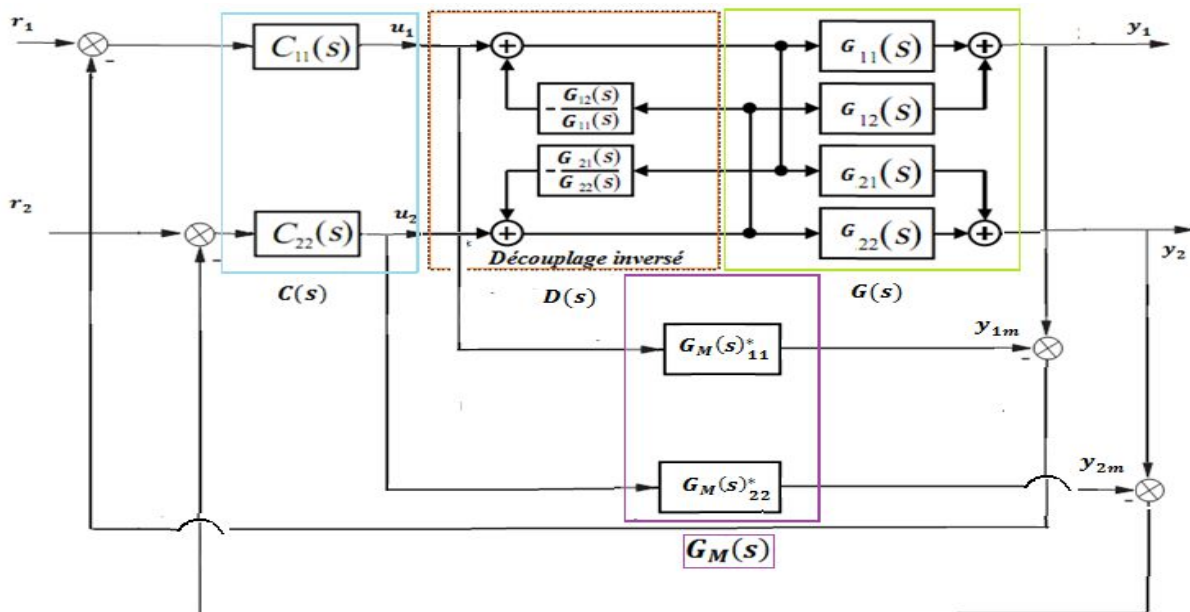


Figure 4-7: Commande multi-boucle par modèle interne

Où: Le système à contrôler et son découplage inversé sont représentés respectivement par $G(s)$ et $D(s)$. Les systèmes découplés sont représentés par $Q(s)$, et leurs modèles équivalents sont $G_M(s)$.

La méthode de la synthèse du contrôleur multi-boucle fractionnaire IMC-FOPID-FOF proposé pour un système MIMO (de deux entrées et de deux sorties, en anglais: TITO system) se réalise en trois étapes :

4.3.1.1 Etape 1: Modélisation des systèmes découplée par un modèle de type I (NIOPTD-I):

Nous concevons une technique de découplage inversé pour décomposer un processus multivariable stable en une série de sous-systèmes mono-boucle indépendants. La conception d'une matrice de transfert (s) , tel que $D(s)$ est en série avec $G(s)$ produisant une matrice de transfert $Q(s)$ diagonale.

$$Q(s) = G(s).D(s) = \begin{bmatrix} q_{11}(s) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & q_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

Les systèmes découplés $Q(s) = \text{diag}(q_{11}(s), q_{22}(s))$ sont des systèmes d'ordre élevé qui sont réduits à des modèles d'ordre fractionnaire de type I (en anglais: NIPODT-I) , a été exprimée dans l'équation (4.28) ci-dessus, où:

$$G_m(s) = G(s).D(s) = \begin{bmatrix} q_{11}(s) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & q_{22}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_m(s)_{11}^* & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & G_m(s)_{22}^* \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

avec :

$$G_m(s)_{NIOPTD-I}^* = \frac{K_{mii}}{T_{mii}s^{\gamma_{ii}} + 1} e^{-\theta_{mii}s} \quad \mathbf{0} < \gamma < 2 \quad (4.38)$$

Si $q_{11}(s) = G_{11}(s)^*$ et $q_{22}(s) = G_{22}(s)^*$ signifie que les modèles représentent parfaitement les systèmes découplés.

Dans l'étape de modélisation, les paramètres de chaque modèle sont donnés par le vecteur:

$$x_1 = [K_{m11} \ Tm_{11} \ \theta_{m11} \ \gamma_{11}] \text{ pour le premier modèle } G_m(s)_{11}^* \quad (4.39)$$

$$x_2 = [K_{m22} \ Tm_{22} \ \theta_{m22} \ \gamma_{22}] \text{ Pour le deuxième modèle } G_m(s)_{22}^*$$

Les conditions de ces paramètres optimisés sont données par :

$$\begin{cases} K_{mmin} < K_{m1,2} < K_{mmax} \\ \mathbf{0} < Tm_{1,2} < T_{mmax} \\ \mathbf{0} < \theta_{m1,2} < \theta_{mmax} \\ \mathbf{0} < \gamma_{1,2} < 2 \end{cases} \quad (4.40)$$

La fonction objectif pour la réduction de modèle basée sur l'utilisation de l'algorithme d'optimisation PSO peut être définie comme:

$$J_{min}(K_{m11}, Tm_{11}, \theta_{m11}, \gamma_{11}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_1 - \hat{y}_1)^2 \quad \text{pour le premier modèle} . \quad (4.41)$$

$$J_{min}(K_{m22}, Tm_{22}, \theta m_{22}, \gamma_{22}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_2 - \hat{y}_2)^2 \quad \text{Pour le deuxième modèle.} \quad (4.42)$$

Avec:

$$y_1 = q_{11}(s); \quad y_2 = q_{22}(s); \quad \hat{y}_1 = G_M(s)_{11}^*; \quad \hat{y}_2 = G_M(s)_{22}^*$$

La méthode de la modélisation des systèmes découplés avec des modèles d'ordre fractionnaire équivalents de type I (NIOPDT-I) peut être représentée sur la Figure 4-8. (Pour plus de détails sur la modélisation du systèmes, voir [16]).

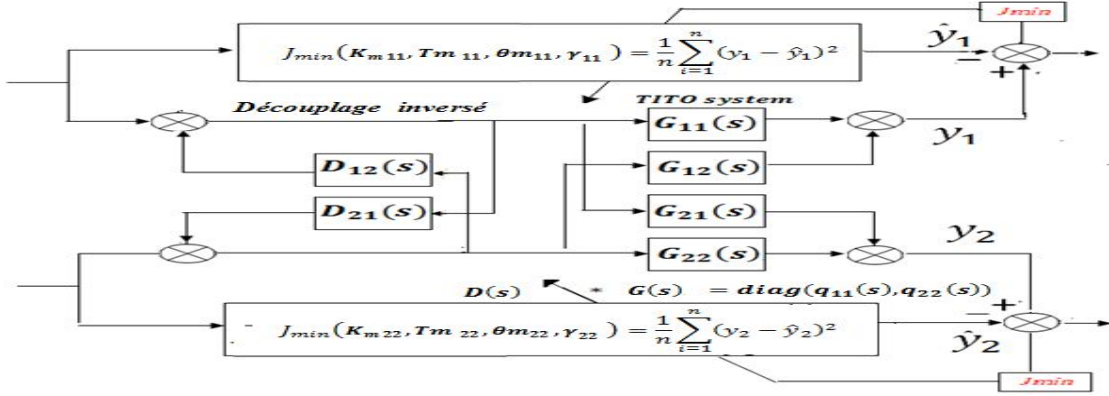


Figure 4-8: Modélisation des systèmes découplée à modèles d'ordre non entier à retard de type I (NIOPTD-I) .

Le procédé multivariable peut être contrôlé à l'aide des contrôleurs de boucles indépendants appelés: contrôleurs décentralisés (ou: Le contrôleurs multi-boucle)

4.3.1.2 Etape 2: Synthèse du contrôleur multi-boucle fractionnaire IMC-FOPI-FOF

Le contrôleur multi-boucle IMC est donné par la matrice de transfert:

$$C_{imc}(s) = \text{diag}[C_{imc}(s)_{11}, C_{imc}(s)_{22}] = \begin{bmatrix} C_{imc}(s)_{11} & 0 \\ 0 & C_{imc}(s)_{22} \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

Afin de calculer les contrôleurs IMC monovariabiles $C_{imc}(s)_{ii}$, $i = 1, 2$ on procède d'abord à factoriser chaque élément $G_m(s)_{ii}$ en deux parties : inversible et non inversible [49-118-119].

$$G_m(s)_{ii}^* = G_m^-(s)_{ii}^* G_m^+(s)_{ii}^* \quad \text{avec: } G_m^+(0)_{ii}^* = 1 \quad (4.44)$$

Chaque contrôleur de la matrice de transfert (4.43) est alors calculé comme suit :

$$C_{imc}(s)_{ii} = \frac{1}{G_m^-(s)_{ii}^*} f(s)_{ii} \quad , \quad i = 1, 2 \quad (4.45)$$

Avec: $f(s)_{ii}$ est le modèle de référence imposé à chaque boucle (u_i, y_i). Dans notre étude, on propose d'imposer un comportement fractionnaire pour chaque boucle en choisissant la fonction idéale de Bode en boucle fermée comme modèle de référence [118-49].

$$f(s)_{ii} = \frac{1}{1 + \tau_{cii} s^{\alpha_{ii} + 1}} ; 0 < \alpha_{ii} < 1 \quad (4.46)$$

Comme nous l'avons fait précédemment dans le cas des systèmes monovariabiles. Les deux paramètres τ_{cii} et α_{ii} sont choisis alors en spécifiant la marge de phase et la fréquence de coupure désirées (qui est liée au dépassement et temps de réponse respectivement) pour chaque boucle en boucle fermée :

$$\alpha_{ii} = \frac{\pi - \phi_{mii}}{\pi/2} - 1 \text{ and } \tau_{cii} = \frac{1}{\omega_{cii}^{\alpha_{ii} + 1}} \quad (4.47)$$

Le contrôleur IMC calculé par l'équation (4.45) est donné par :

$$C_{imc}(s)_{ii} = \frac{1 + G_{mii} s^{\gamma_{ii}}}{K_{mii}} \frac{1}{1 + \tau_{cii} s^{\alpha_{ii} + 1}} \quad (4.48)$$

4.3.1.3 Etape 3: l'implémentation

La figure 4-9 illustre la structure général de commande multi-boucle classique où $G(s)$ est le procédé multivariable à contrôler, il est donné par l'équation (2.1), $D(s)$ est le découplage inversé il est donné par l'équation (2.1), et $C(s)$ est le contrôleur multi-boucle d'ordre fractionnaire à déterminer, il est donné par l'équation (4.49) :

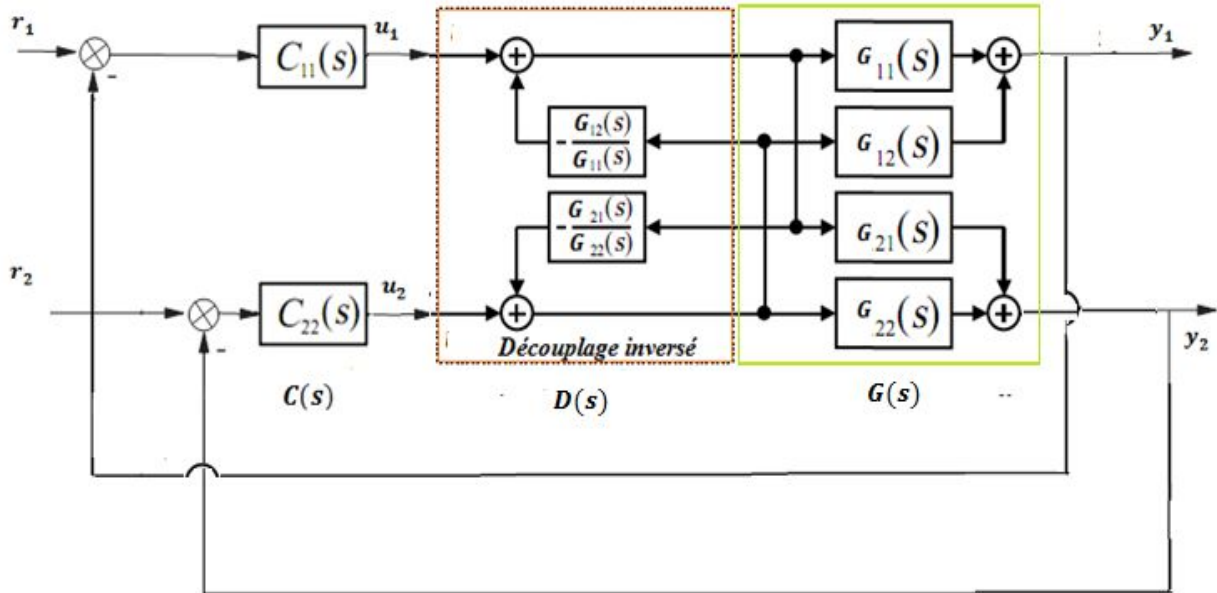


Figure 4-9: Structure général de la commande multi-boucle classique.

$$C(s) = \text{diag}[C(s)_{11}, C(s)_{22}] = \begin{bmatrix} C(s)_{11} & 0 \\ 0 & C(s)_{22} \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

L'équation (4.49) obtenue est le résultat de l'équivalence entre les deux structures de commande IMC multi -boucle et classique respectivement des figures (4.7) et (4.9),

$$C(s)_{ii} = \frac{C_{imc}(s)_{ii}}{1 - C_{imc}(s)_{ii} G_m(s)_{ii}^*} \quad (4.50)$$

Le contrôleur équivalent $C(s)_{ii}$ est donné par :

$$C(s)_{ii} = \frac{1 + G_{mii} s^{\gamma_{ii}}}{K_{mii} [1 + \tau_{cii}^{\alpha_{ii}+1} - e^{-\theta_{mii} s}]} \quad (4.51)$$

Pour le retard $e^{-\theta_{mii} s}$, on utilise une approximation de Taylor au premier ordre, et la fonction de transfert du contrôleur $C(s)_{ii}$ devient la suivante

$$C(s)_{ii} = \underbrace{\frac{s^{\gamma_{ii}-1}}{1 + (\tau_{cii}/\theta_{mii}) s^{\alpha_{ii}}}}_{\substack{\text{filtre fractionnaire} \\ \text{FOF}}} \underbrace{\frac{1}{K_{mii} \theta_{mii}} \left(\frac{1 + G_{mii} s^{\gamma_{ii}}}{s^{\gamma_{ii}}} \right)}_{\substack{\text{contrôleur PI classique} \\ \text{PI}}} \quad (4.52)$$

Le contrôleur multi-boucle à déterminer mise sous forme d'un contrôleur PI d'ordre fractionnaire (FOPI) en série avec un filtre d'ordre fractionnaire (FOF), (appelé : contrôleur multi-boucle fractionnaire IMC-FOPI-FOF).

4.4 Simulation et Application

Un exemple est présenté afin d'illustrer la méthode de synthèse du contrôleur multi-boucle proposé pour la commande du système multivariable (système de deux en entrées et deux sorties). Les performances des contrôleurs obtenus sont comparées à celles des autres contrôleurs existants dans la littérature.

$$G_1(s) = \begin{bmatrix} \frac{12.8}{16.7s + 1} e^{-s} & \frac{-18.9}{21s + 1} e^{-3s} \\ \frac{6.6}{10.9s + 1} e^{-7s} & \frac{-19.4}{14.4s + 1} e^{-3s} \end{bmatrix}$$

La matrice de gain relatif RGA et la valeur de l'indice Niederlinski N_i sont obtenues à l'aide des équations (2.10 et 2.20) respectivement :

$$RGA(G(0)) = \begin{bmatrix} 2.0094 & -1.0094 \\ -1.0094 & 2.0094 \end{bmatrix}, NI=0.4977$$

La configuration de commande appropriée est : u_1 contrôle y_1 et u_2 contrôle y_2 .

En appliquant la technique du découplage inversé pour éliminer les interactions du système.

La matrice correspondante est obtenue comme suit :

$$D_1(s) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1.477(16.7s + 1)}{21s + 1} e^{-2s} \\ \frac{0.34(14.4s + 1)}{10.9s + 1} e^{-4s} & 1 \end{bmatrix}$$

Les systèmes découplées de $Q(s) = G(s)_{2 \times 2} \times D(s)_{2 \times 2} = \text{diag}(q_{11}(s), q_{22}(s))$ sont :

$$q_{11}(s) = \frac{1}{1 - \frac{0.5017(14.4s + 1)(16.7s + 1)}{(10.9s + 1)(21s + 1)}} \left(\frac{12.8}{(16.7s + 1)} e^{-1s} - \frac{6.43(14.4s + 1)}{(21s + 1)(10.9s + 1)} e^{-7s} \right)$$

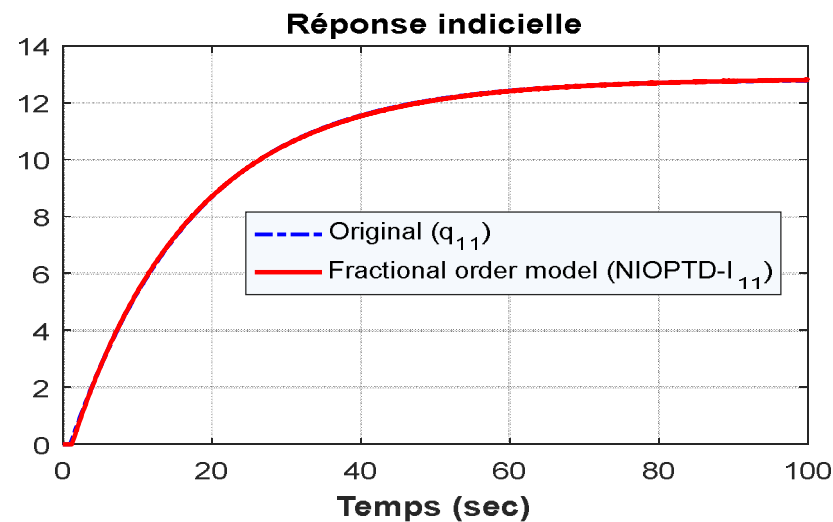
$$q_{22}(s) = \frac{1}{1 - \frac{0.5017(14.4s+1)(16.7s+1)}{(10.9s+1)(21s+1)}} \left(-\frac{19.4}{(14.4s+1)} e^{-3s} + \frac{9.7453(16.7s+1)}{(21s+1)(10.9s+1)} e^{-9s} \right)$$

Après l'étape de modélisation proposée du système découplé, les modèles d'ordre fractionnaire de type NIOPTD-I ont été obtenus comme suit :

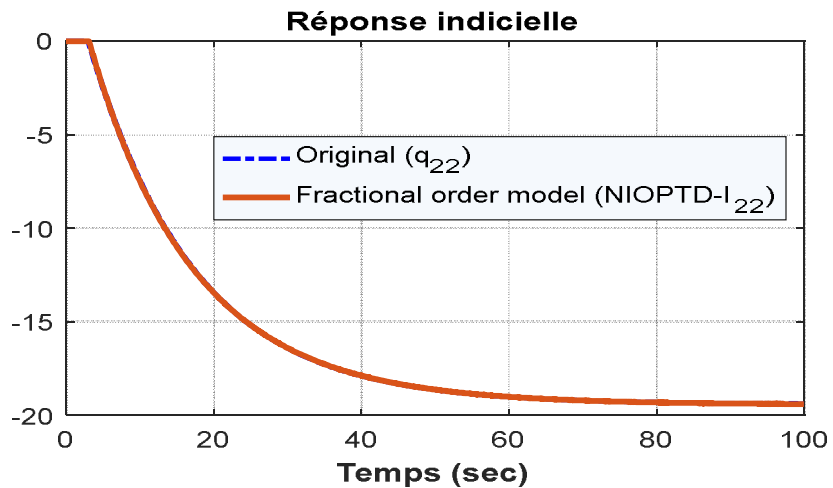
$$G_{m11}^*(s) = \frac{13.145}{15.9588s^{0.98004} + 1} e^{-1.2107s}$$

$$G_{m22}^*(s) = \frac{-19.7716}{14.1168s^{0.98897} + 1} e^{-3.1034s}$$

Les réponses indicielles sont données sur la [Figure.4.10](#). Pour évaluer l'affinité entre le modèle d'ordre réduit (modèle d'ordre fractionnaire proposé) et chaque sous-système découplé équivalent.



(a)



(b)

Figure 4-10: Réponse indicielle en boucle ouverte de la fonctions de transfert du chaque système découplée réel et de son model approximation (NIOPTD-I).

Pour cet exemple de simulation, si les valeurs souhaitées du modèle de référence en termes de fréquences de coupure et de marge de phase sont respectivement:

$$\phi_{m11} = \phi_{m22} = 81^\circ \text{ et } w_{c11} = w_{c22} = 0.4 \text{ rad/s.}$$

Et en utilisant les équations (4.46 et 4.47), nous avons trouvé les valeurs des constantes de temps : $\tau_{c11}=\tau_{c22}= 2.7399$ et les valeurs de l'ordre fractionnaire $\alpha_{11}=\alpha_{22}$ sont **0,10**. Ces valeurs sont choisies pour répondre aux spécifications souhaitées du modèle de référence en boucle fermée dans le domaine fréquentiel. Le contrôleur IMC FOPI-FOF obtenu avec cette méthode proposée est présenté dans le [tableau 4.1](#).

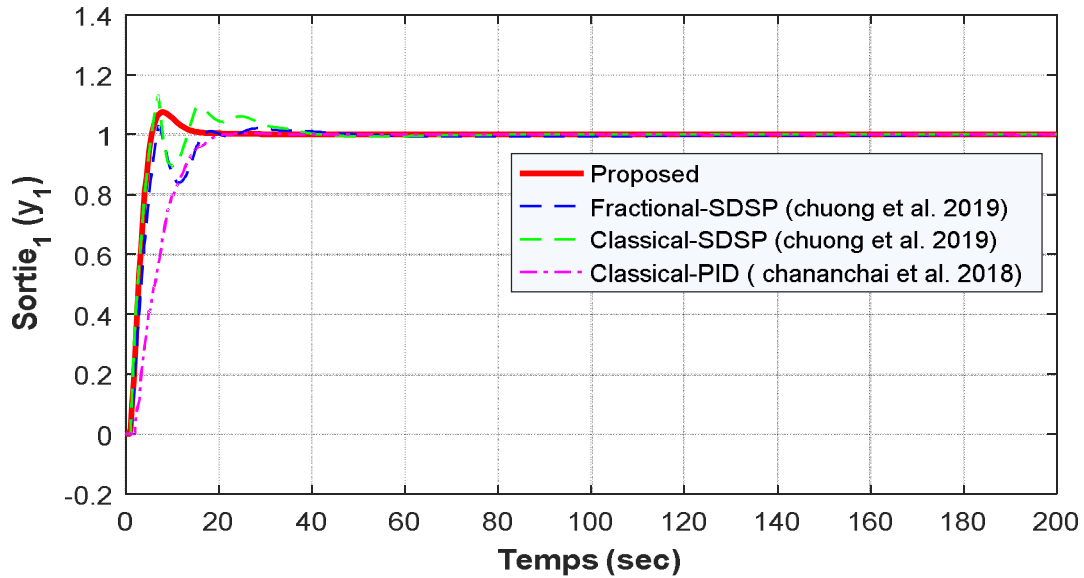
Dans ce travail, la méthode proposée est comparée aux derniers travaux avancés et aux nouveaux résultats obtenus par les chercheurs dans le domaine du contrôle des systèmes multivariables tels que les techniques proposées par [Chuong et al.\[120\]\[75\]](#) , et la méthode proposée par [Chananchai et al.\[121\]](#) . Les contrôleurs conçus par ces techniques dans [120, 75, 121] pour le même exemple de simulation sont répertoriés dans le [tableau 4.1](#).

Tableau 4-1: Les contrôleurs multi-boucles résultants avec différentes méthodes de réglage.

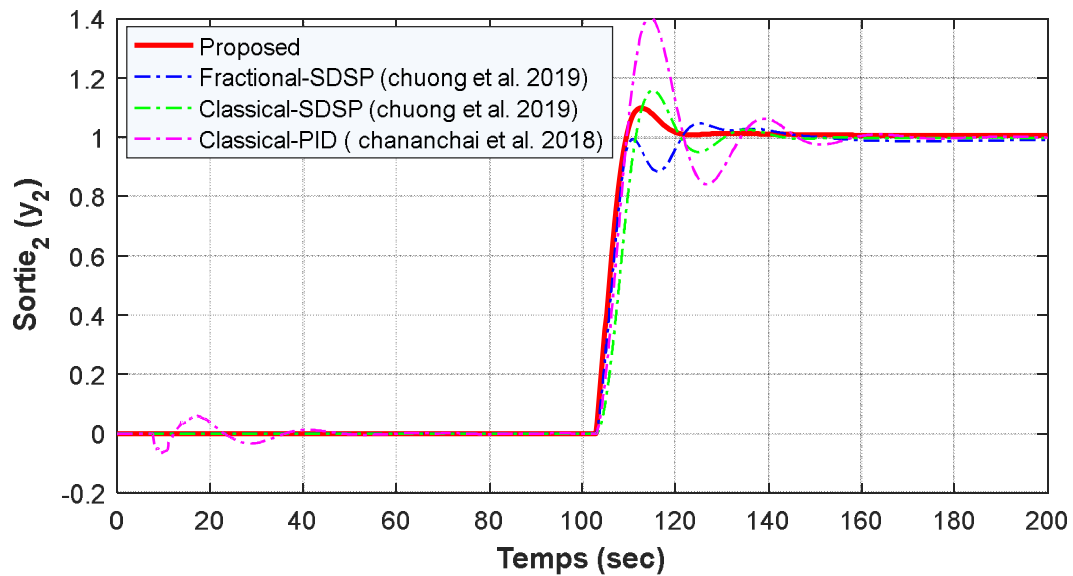
Méthode de réglage	Les contrôleurs résultants
Le contrôleur multi-boucle IMC proposé IMC FOPI-FOF [16]	$C(s)_{11} = \frac{s^{-0.01996}}{1 + 2.263s^{0.10}} 1.0027 \left(1 + \frac{1}{15.9588s^{0.98004}}\right)$ $C(s)_{22} = \frac{s^{-0.01103}}{1 + 0.88287s^{0.10}} (-0.23) \left(1 + \frac{1}{14.1168s^{0.98897}}\right)$
Fractional-SDSP Chuong et al. 2019 [120].	$C(s)_{11} = 0.2882 \frac{1}{s^{0.1286}} \left(1 + \frac{1}{7.1079s^{0.8714}}\right)$ $C(s)_{22} = -0.1212 \frac{1}{s^{0.1538}} \left(1 + \frac{1}{5.2645s^{0.8462}} + 0.6385s^{0.9418}\right) \frac{1}{1.1s + 1}$
Classical-SDSP Chuong et al. 2019 [75].	$C(s)_{22} = 2.0205 \left(1 + \frac{1}{19.5275s} + 2.1617s\right) \frac{1}{9.192s + 1}$ $C(s)_{22} = -0.330 \left(1 + \frac{1}{14.4811s} + 0.1428s\right) \frac{1}{8.274s + 1}$
Classical-PID Chananchai et al. 2018 [121].	$C(s)_{11} = \frac{(0.4609s^2 + 0.5387s + 0.0774)}{s}$ $C(s)_{22} = \frac{(-0.1213s^2 - 0.1583s - 0.0384)}{s}$ <p>with forward controllers : $G_f(s)_{11} = \frac{1}{5.9594s+1}$; $G_f(s)_{22} = \frac{1}{3.1075s+1}$</p>

Les résultats de la réponse indicielle du système en boucle fermée des deux boucles (boucle1 et

boucle2) est illustré sur la **Figure 4-11 (a et b)**, respectivement, avec un changement du point de consigne, les changements du point de consigne sont séquentiels, pour la boucle 1 à $t=0$ sec et la boucle 2 à $t=100$ sec.



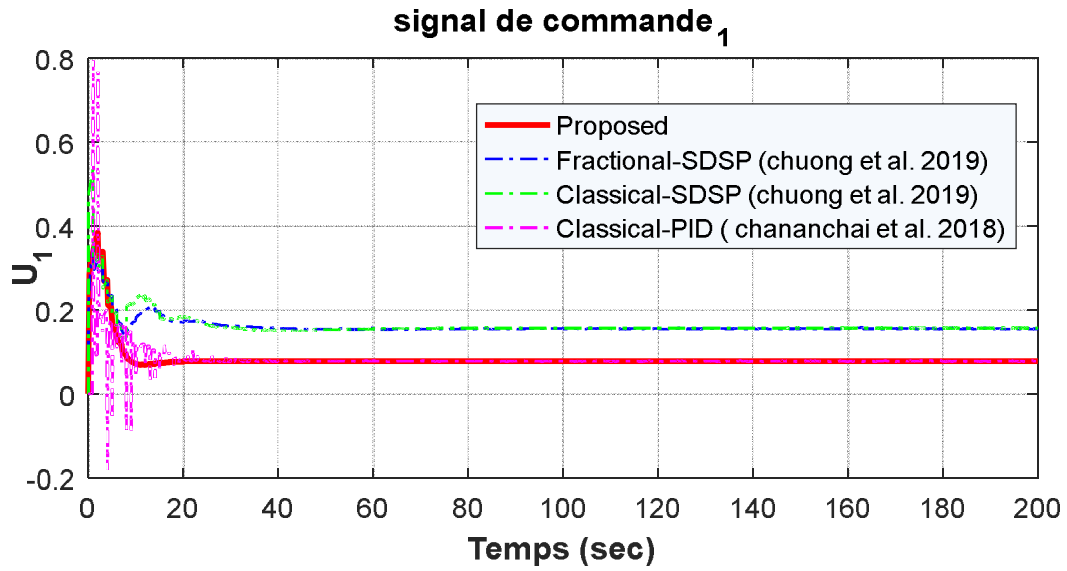
(a)



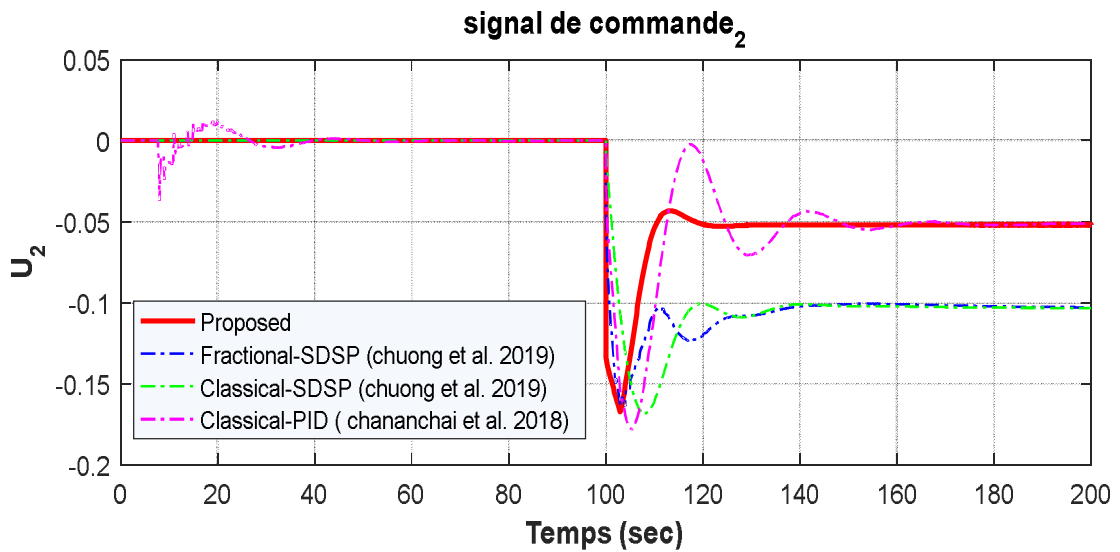
(b)

Figure 4-11:Réponse indicielle du système TITO en boucle fermée avec différentes méthodes de réglage.

La **Figure 4-12 (a et b)**, montre les signaux du contrôleur multi-boucle proposé appliqués au système commandé.



(a).



(b)

Figure 4-12: Les signaux de commande appliqués.

Afin d'évaluer les performances de la réponse de système en boucle fermée dans le domaine temporel (temps de stabilisation, dépassements, L'intégrale de la valeur absolue de l'erreur (IAE)) par les quatre méthodes, nous avons résumé dans [le Tableau 4.2](#).

Tableau 4-2:Résultats de l'analyse des performances du système en boucle fermée dans le domaine temporel.

Méthode de réglage	Temps de réponse (sec)		Dépassement (%)		IAE
	Boucle ₁ (y1 - r1)	Boucle ₂ (y2 - r2)	Boucle ₁ (y1 - r1)	Boucle ₂ (y2 - r2)	Boucle ₁ + Boucle ₂
Contrôleur IMC proposé	9.98	16.77	7.6	10.01	9.053
Fractional-SDSP (Chuong et al. 2019)	14.86	19.99	3.11	5.07	9.221
Classical-SDSP (Chuong et al. 2019)	26.14	25.32	13.09	15.89	10.963
Classical-PID (Chananchai et al. 2018)	14.92	40.82	0.52	41.03	12.08

Pour démontrer l'efficacité de la méthode de conception proposée, les réponses indicielles de la simulation sont présentées pour faire une comparaison des performances du système en boucle fermée dans le domaine temporel avec les quatre méthodes de réglage.

- Nous pouvons voir à partir de ces figures que le contrôleur multi-boucle IMC proposé (IMC FOPI-FOF) atteint une bonne performance en terme du pourcentage de dépassement (%) et du temps de stabilisation (sec) par rapport aux performances de contrôleur multi-boucles (F-SDSP et SDSP) présenté par [Chuong et al. \[120, 75\]](#) et le contrôleur décentralisée fournie par [Chananchai et al. \[121\]](#).
- En plus d'évaluer l'indice de performance en boucle fermée, l'intégrale de la valeur absolue de l'erreur (IAE) a été pris en compte, et il est observé que les performances avec le contrôleur proposé donnent de bons résultats et supérieurs par rapport aux les autres contrôleurs.
- Aussi à partir de la [Figure 4-12 \(a et b\)](#), il est clair que le contrôleur IMC fractionnaire proposé génère et donne une procédure de contrôle très fluide parmi ces méthodes et ceci est une confirmation des résultats obtenus.
- D'après l'analyse des performances du système dans le domaine fréquentielle les valeurs de la marge de phase et de fréquences de coupure obtenues sont très proches de celles spécifiées par le modèle de référence de chaque boucle.

- En tant que contribution de notre part dans cette thèse et à partir des résultats obtenus par notre méthode proposée et comparaison des performances avec les derniers travaux atteints par les chercheurs, nous avons confirmé l'efficacité et le succès de la méthode proposée malgré la difficulté de mise en œuvre sur des systèmes multivariable.
- . Nous pouvons également dire que l'utilisation du contrôleur multi-boucle IMC proposé avec un découpleur inversé pour les systèmes MIMO (2x2) en utilisant la technique proposée offre de bonnes performances et robustesse. Cela est dû à l'utilisation de la fonction de transfert idéale de Bode en boucle fermée comme modèle de référence.

4.5 Conclusion

La nouveauté dans ce chapitre, est l'approche proposée pour résoudre le problème de commande fractionnaire des systèmes multivariables, par le choix d'une structure de commande par modèle interne (IMC) de ce type de systèmes, nous avons transformés un système MIMO (2x2) en deux systèmes SISO indépendants (deux boucles indépendants) en introduisant un découplage inversé pour résoudre le problème des interactions, puis à chaque système SISO indépendant a été réduit au modèle NIOPTD-I équivalent dans le but de la conception et la commande des système. La fonction de transfert de filtre $f(s)$ égal à la fonction idéale de Bode en boucle fermée a été choisie comme modèle de référence lors de la synthèse du contrôleur. Les paramètres du contrôleur proposé (IMC-FOPI-FOF controller) sont déterminés pour satisfaire aux spécifications de fréquence de coupure et marge de phase désiré pour chaque boucle. Les résultats de la simulation montrent clairement que les spécifications du domaine temporel et l'indice de performance du réponse du système de contrôle avec le contrôleur multi-boucles IMC d'ordre fractionnaire proposé donnent une bonne performance et acceptable en comparaison avec les autre contrôleurs (F-SDSP , C-SDSP et C-PID).

Chapitre 5: Synthèse des contrôleurs PID fractionnaires pour les systèmes SISO/MIMO basée sur schéma du prédicteur de smith (SP).

5.1 Introduction:

Le temps de retard est l'un des obstacles qui conduisent à la déstabilisation du système de contrôle en boucle fermée ou, le contrôleur PID classique reste incapable d'imposer les performances désirés. Pour réduire les problèmes causés par le temps de retard dans le processus à commander, diverses stratégies de contrôle appropriées sont utilisées. Le meilleur d'entre eux est la stratégie de conception analytique de Prédicteur de Smith (SP) proposée en 1957 [122-123]. Il est également considéré aussi le schéma de contrôle le plus réussi et le plus largement utilisé pour les systèmes qui possèdent un temps de retard important.

Le rôle principal de Prédicteur de Smith (SP) est qu'il renforce le système de contrôle et que le temps de retard est éliminé de l'équation caractéristique des systèmes en boucle fermée [122-123-124-125-126-127].

Dans notre thèse, L'objectif de l'utilisation un nouveau modèle ordre fractionnaire de type II (NIOPTD-II) pour assurer une meilleure approximation des systèmes d'ordre élevé. Dans la première partie de ce chapitre, nous présentons une nouvelle structure de prédicteur de Smith (SP) proposée pour les systèmes multivariables avec découplage simplifié visant à éliminer le problème temps de retard qui caractérise ces systèmes. D'autre part, nous utilisons la fonction de transfert idéale de Bode en boucle fermée comme un modèle de référence et sa structure est équivalente à celle de SP. Dans la deuxième partie de ce chapitre, le contrôleur résultant est basé sur le principe de la synthèse directe. Appelé un: SP-FOF-FOPID contrôleur.

5.2 Synthèse du contrôleur basé sur l'approche de prédicteur de Smith (SP) pour les systèmes (SISO)

5.2.1 Principe de Prédicteur de Smith

Dans la littérature, la méthode de prédicteur de smith vise à compensé l'effet des retards dans la boucle de régulation. où le temps de retard est théoriquement éliminé de la fonction de transfert en boucle fermée. Cette stratégie utilise un modèle de processus pour prédire le comportement de système et améliorer ainsi les performances du contrôleur. La structure fonctionnelle du prédicteur de Smith est donnée dans la [figure 5.1](#).

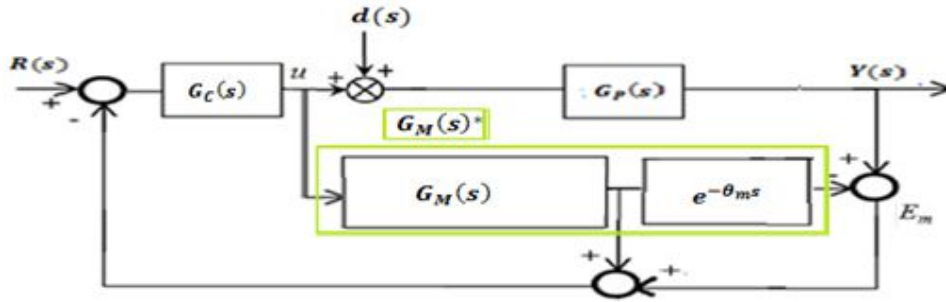


Figure 5-1:Structure fonctionnelle du prédicteur de Smith.

où: $y(s)$: est la sortie de processus; u : est le signal de commande; $R(s)$: signal de référence
 $d(s)$: est la perturbation d'entrée.
 $G(s)$ est le processus réel, $G_C(s)$ est le contrôleur d'ordre fractionnaire, $G_m(s)^*$ est le modèle parfait, il peut être défini comme suit :

$$G_M(s)^* = G_M(s)e^{-\theta_m s} \quad (5.1)$$

avec, $G_M(s)$ est la partie libre de temps de retard du modèle, et $e^{-\theta_m s}$ représente le temps de retard du modèle.

La fonction de transfert en boucle fermée est donnée par

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_C(s)G_P(s)}{1 + G_C(s)(G_M(s) + G_P(s) - G_M(s)^*)} \quad (5.2)$$

Si le modèle est parfait c'est-à-dire $G_P(s) = G_M(s)e^{-\theta_m s}$ Cela élimine la fonction du retard du dénominateur dans l'équation et se réduit à

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_C(s)G_M(s)e^{-\theta_m s}}{1 + G_C(s)G_M(s)} \quad (5.3)$$

Le schéma équivalent du prédicteur de Smith peut être représenté par figure 5.2.

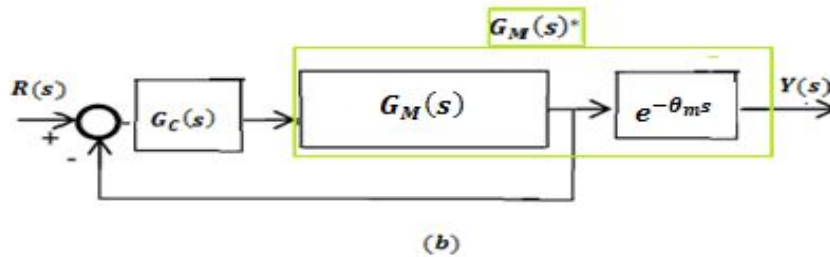


Figure 5-2:Schéma équivalent du prédicteur de Smith.

Le contrôleur peut être déterminé en utilisant l'approche de synthèse directe (DS) [17], ce qui donne :

$$G_C(s) = \frac{1}{G_M(s)} \left(\frac{\left(\frac{Y(s)}{R(s)}\right)_d}{e^{-\theta_m s} - \left(\frac{Y(s)}{R(s)}\right)_d} \right) \quad (5.4)$$

Nous utilisons dans cette étude la fonction de transfert en boucle fermée proposée par Bode.

$$\left(\frac{Y(s)}{R(s)}\right)_d = \frac{L_B(s)}{1 + L_B(s)} e^{-\theta_m s} = \frac{1}{1 + \tau_c s^\beta} e^{-\theta_m s}, \quad 1 \leq \beta < 2 \quad (5.5)$$

où: $L_B(s)$ est la fonction de transfert idéale de Bode en boucle ouverte et exprimée dans l'équation.

(5.5).

Le contrôleur $G_C(s)$ est obtenu en substituant (5.5) en (5.4).

$$G_C(s) = \frac{1}{\tau_c s^\beta G_M(s)} \quad (5.6)$$

La structure du système en boucle fermée désirée est illustrée à la figure 5.3.

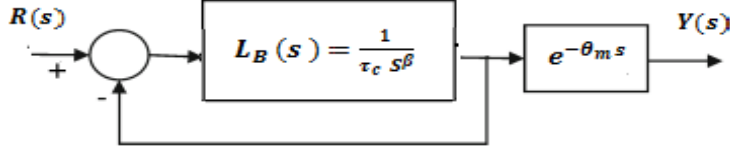


Figure 5-3: Schéma bloc de commande du système en boucle fermée désiré.

5.2.2 Synthèse des contrôleurs SP-PID-FOF/ SP-FOPID-FOF

5.2.2.1 Cas d'un système décrit par un modèle rationnel du premier ou deuxième ordre à retard (FOPDT/SOPDT)

- **Modèle du premier ordre plus un retard (FOPDT):**

On considère le modèle rationnel (d'ordre entier) du premier ordre plus un retard $G_M(s)^*$ donné par la fonction du transfert suivante :

$$G_M(s)^* = \frac{K_m}{T_m s + 1} e^{-\theta_m s} \quad (5.7)$$

En substituant l'équation (5.7) (sans délai) dans (5.6), on obtient le contrôleur $G_C(s)$ sous la forme:

$$G_C(s) = \frac{1}{\tau_c s^\beta G_M(s)} = \frac{T_m s + 1}{K_m \tau_c s^\beta} = \frac{1}{\tau_c s^{\beta-1}} \frac{T_m}{K_m} \left(1 + \frac{1}{T_m s}\right) \quad (5.8)$$

On note qu'il peut être mise sous forme d'un contrôleur PI d'ordre entier (PI) en série avec un filtre d'ordre fractionnaire (FOF), (appelé : contrôleur SP-PI-FOF) :

$$G_C(s) = F(s) \cdot \left(k_c \left(1 + \frac{1}{\tau_I s}\right)\right) \quad (5.9)$$

où: $F(s) = \frac{1}{\tau_c s^{\beta-1}}$, $k_c = \frac{T_m}{K_m}$, $\tau_I = T_m$

- **Modèle du deuxième ordre plus un retard (FOPDT):**

On considère le modèle rationnel (d'ordre entier) du deuxième ordre plus retard, $G_M(s)^*$ donné par la fonction du transfert suivante :

$$G_M(s)^* = \frac{K_m}{A s^2 + B s + 1} e^{-\theta_m s} \quad (5.10)$$

En substituant l'équation (5.10) (sans délai) à (5.6), on obtient le contrôleur $G_C(s)$ à la forme:

$$G_C(s) = \frac{1}{\tau_c s^\beta G_M(s)} = \frac{As^2 + Bs + 1}{K_m \tau_c s^\beta} = \frac{1}{\tau_c s^{\beta-1}} \cdot \left(\frac{B}{K_m} \left(1 + \frac{1}{Bs} + \frac{A}{B} s \right) \right) \quad (5.11)$$

On note qu'il peut être mise sous forme d'un contrôleur PID d'ordre entier (PID) en série avec un filtre d'ordre fractionnaire (FOF), (appelé : contrôleur SP-PID-FOF) :

$$G_C(s) = F(s) \cdot \left(k_c \left(1 + \frac{1}{\tau_I s} + \tau_D s \right) \right) \quad (5.12)$$

Où: $F(s) = \frac{1}{\tau_c s^{\beta-1}}$, $k_c = \frac{B}{K_m}$, $\tau_I = B$, $\tau_D = \frac{A}{B}$.

5.2.2.2 Cas d'un système décrit par un modèle d'ordre non entier à retard de type I ou II (NIOPTD-I/NIOPTD-II)

- **Modèle d'ordre non entier à retard de type I (NIOPTD-I):**

On considère le modèle d'ordre non entier à retard de type I, $G_M(s)^*$ donné par la fonction du transfert suivante :

$$G_M(s)^* = \frac{K_m}{T_m s^\mu + 1} e^{-\theta_m s} \quad , 0 < \mu < 2 ; \quad (5.13)$$

En substituant l'équation (5.13) (sans délai) dans (5.6), on obtient le contrôleur $G_C(s)$ à la forme:

$$G_C(s) = \frac{1}{\tau_c s^\beta G_M(s)} = \frac{T_m s^\mu + 1}{K_m \tau_c s^\beta} = \frac{1}{\tau_c s^{\beta-\mu}} \frac{T_m}{K_m} \left(1 + \frac{1}{T_m s^\mu} \right) \quad (5.14)$$

On note qu'il peut être mise sous forme d'un contrôleur PI d'ordre fractionnaire (FOPI) en série avec un filtre d'ordre fractionnaire (FOF), (appelé : contrôleur SP-FOPI-FOF) :

$$G_C(s) = F(s) \cdot \left(k_c \left(1 + \frac{1}{\tau_I s^\mu} \right) \right) \quad (5.15)$$

où: $F(s) = \frac{1}{\tau_c s^{\beta-\mu}}$, $k_c = \frac{T_m}{K_m}$, $\tau_I = T_m$

- **Modèle d'ordre non entier à retard de type II (NIOPTD- II):**

On considère le modèle d'ordre non entier à retard de type II, $G_M(s)^*$ donné par la fonction du transfert suivante :

$$G_M(s)^* = \frac{K_m}{As^{\mu_2} + Bs^{\mu_1} + 1} e^{-\theta_m s} \quad 1 < \mu_2 < 3 ; \mu_2 > \mu_1 \quad (5.16)$$

En substituant l'équation (5.16) (sans délai) dans (5.6), on obtient le contrôleur $G_C(s)$ sous la forme:

$$G_C(s) = \frac{1}{\tau_c s^\beta G_M(s)} = \frac{As^{\mu_2} + Bs^{\mu_1} + 1}{K_m \tau_c s^\beta} = \frac{1}{\tau_c s^{\beta-\mu_1}} \cdot \left(\frac{B}{K_m} \left(1 + \frac{1}{Bs^{\mu_1}} + \frac{A}{B} s^{\mu_2-\mu_1} \right) \right) \quad (5.17)$$

On note qu'il peut être mise sous forme d'un contrôleur PID d'ordre fractionnaire (FOPID) en série avec un filtre d'ordre fractionnaire (FOF), (appelé : contrôleur SP-FOPID-FOF) :

$$G_C(s) = F(s) \cdot \left(k_c \left(1 + \frac{1}{\tau_I s^\mu} + \tau_D s^\nu \right) \right) \quad (5.18)$$

où: $F(s) = \frac{1}{\tau_c s^{\beta-\mu+1}}$, $k_c = \frac{B}{K_m}$, $\tau_I = B$, $\tau_D = \frac{A}{B}$.

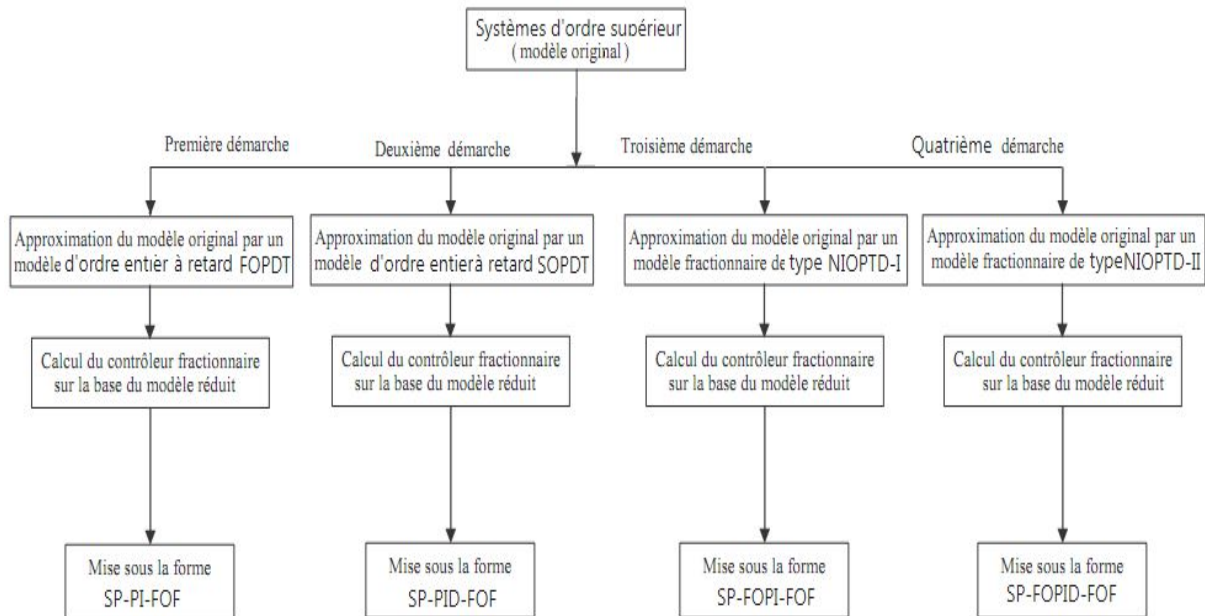


Figure 5-4: Démarches à suivre pour la synthèse de contrôleurs d'ordre fractionnaires basé sur l'approche de prédicteur de Smith (SP) pour les systèmes d'ordre supérieur.

5.3 Synthèse du contrôleur basé sur l'approche de prédicteur de Smith (SP) pour les systèmes MIMO:

Dans cette partie, la structure de commande basée sur le prédicteur de Smith (SP) pour les systèmes SISO sera généralisée à la commande des systèmes multivariables (systèmes TITO) avec temps de retard afin d'améliorer les performances du système en boucle fermée. L'effet de toutes les boucles est considéré comme une perturbation sur la boucle de commande considérée, d'où l'idée d'utiliser découplage, pour séparer les interactions entre les variables du système MIMO.

La méthode proposée est réalisée en combinaison avec des techniques de découplage qui simplifient la matrice de fonction de transfert des systèmes MIMO et abordent ensuite un schéma SP pour chaque boucle unique comme celui des systèmes SISO [17]. Le grand avantage de cette combinaison est qu'elle supprime complètement les termes de retard des éléments diagonaux de la matrice apparente découplée qui ont été approchés par des modèles d'ordre non entier plus un temps de retard de II type (NIOPTD-II). La méthode proposée est

basée sur l'approche de synthèse directe dans laquelle les contrôleurs PI/PID d'ordre fractionnaires sont conçus sur la base de la fonction de transfert idéale de Bode en boucle fermée désirées [16].

5.3.1 Prédicteur de Smith (SP) avec découplage simplifié.

Dans ce travail, la structure de prédicteur de Smith avec découplage simplifié est utilisée pour traiter les principaux problèmes des processus multivariables, par exemple les interactions entre les variables de processus et les temps de retard multiples. Après la conception du découpleur simplifié, le procédé TITO est transformé en deux systèmes SISO indépendants. Étant donné que les boucles sont indépendantes dans ce cas, la structure du prédicteur de Smith (SP) pour les systèmes SISO est appliquée avec les mêmes étapes pour chaque boucle indépendante. L'ensemble de la structure générale SP est illustré à la figure 5.5.

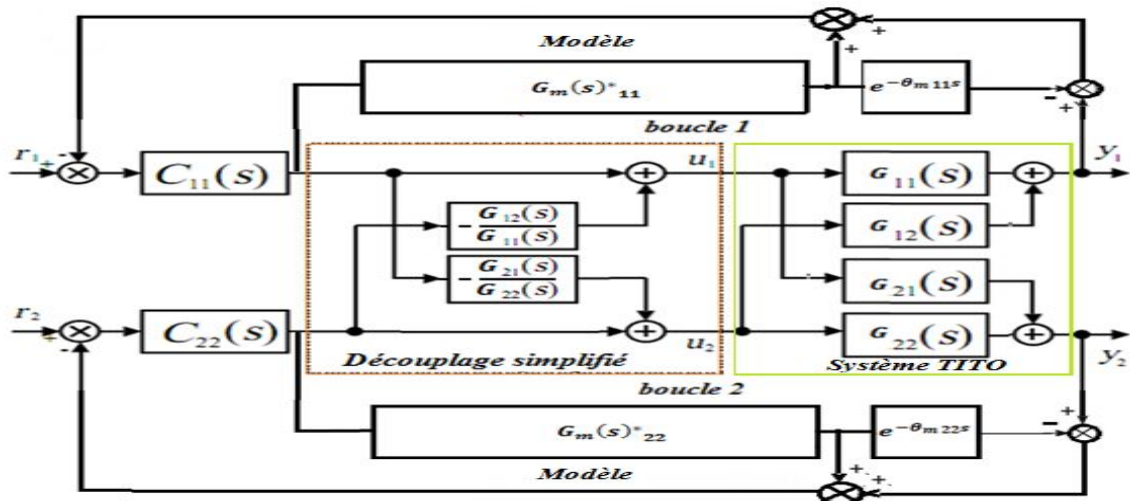


Figure 5-5: Structure générale du prédicteur de Smith pour le système TITO avec découplage simplifié.

Le découpleur convertit les systèmes TITO en deux boucles individuelles, comme illustré à la Figure 5.6.

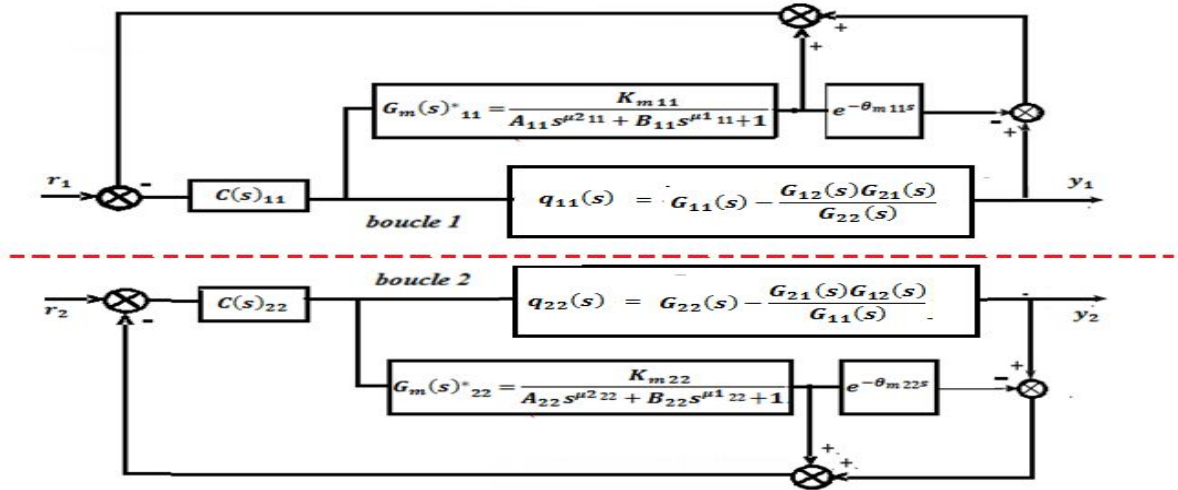


Figure 5-6: Les boucles indépendantes résultantes

Dans la Figure. 5.6, $G_m(s)^*_{11}$ et $G_m(s)^*_{22}$ sont les modèles d'ordre fractionnaires, avec:

$$Q(s) = G(s).D(s) = \begin{bmatrix} q_{11}(s) & 0 \\ 0 & q_{22}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_m(s)^*_{11} & 0 \\ 0 & G_m(s)^*_{22} \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

où: $G_m(s)^*_{11} = q_{11}(s)$ et $G_m(s)^*_{22} = q_{22}(s)$.

Les modèles d'ordre fractionnaires (les modèles de type II : NIOPD-II) sont équivalents. Pour les éléments diagonaux ont été trouvés en suivant la méthodologie proposée à la section suivante.

5.3.2 Modélisation des systèmes découplée

Les systèmes découplée résultants sont des systèmes d'ordre élevé dans ce cas , il est difficile de concevoir directement les contrôleurs pour les éléments diagonaux de matrice $Q(s)$. Et donc, plusieurs techniques différentes ont été proposées pour approximation des éléments diagonaux ($q_{11}(s), q_{22}(s)$) par des modèles du premier ou deuxième ordre avec retard (modèles d'ordre entier : FOPDT/SOPDT) [7,95]. Mais parfois ces modèles ne sont pas exacts, fiables ou satisfaisants, d'où la nécessité d'un outil puissant pour contourner les difficultés de modéliser les systèmes d'ordre élevé.

On propose d'exploiter l'approche d'algorithme d'optimisation afin d'arriver à un modèle final capable de représenter convenablement les systèmes linéaires d'ordre élevé dans ses différents domaines de control. Par conséquent, les systèmes indépendantes sont approximées en modèles d'ordre fractionnaire équivalents (modèle d'ordre non entier à retard de type II (NIOPTD-II) [117, 16, 133]). Ce modèle a été exprimée dans l'équation (5.20) ci-dessus

$$G_m(s)^*_{ii} = \frac{K_{mii}}{A_{ii}s^{\mu_{2ii}} + B_{ii}s^{\mu_{1ii}} + 1} e^{-\theta_{mii}s} \text{ où: } 1 < \mu_{2ii} < 3 ; \mu_{2ii} > \mu_{1ii}, i = 1, 2 \quad (5.20)$$

Les paramètres de chaque modèle sont donnés par le vecteur:

$x_1 = [K_{m11} \ A_{11} \ B_{11} \ \theta_{m11} \ \mu_{211} \ \mu_{111}]$ pour le premier modèle $G_M(s)^*_{11}$

(5.21)

$x_2 = [K_{m22} \ A_{22} \ B_{22} \ \theta_{m22} \ \mu_{122} \ \mu_{222}]$ pour le deuxième modèle $G_M(s)^*_{22}$

Dans l'étape de modélisation, les paramètres du modèle fractionnaires sont déterminés à partir de résoudre le problème d'optimisation proposés à l'aide de l'algorithme d'optimisation PSO.

La fonction de cout est formulée en utilisant le critère du minimum de l'erreur quadratique moyenne (MSE) $E_{m_{ii}}$, qui est donné par la valeur de l'écart entre les deux modèles du système réel $Q(s)_{ii}$, et du modèle fractionnaire proposé $G_m(s)_{ii}$.

$$J_{min}(K_{m11}, A_{11}, B_{11}, \theta_{m11}, \mu_{111}, \mu_{211}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_1 - \hat{y}_1)^2 \text{ pour le premier modèle .} \quad (5.22)$$

$$J_{min}(K_{m22}, A_{22}, B_{22}, \theta_{m22}, \mu_{122}, \mu_{222}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_2 - \hat{y}_2)^2 \text{ pour le deuxième modèle.} \quad (5.23)$$

avec:

$$y_1 = q_{11}(s); \quad y_2 = q_{22}(s); \quad \hat{y}_1 = G_M(s)^*_{11}; \quad \hat{y}_2 = G_M(s)^*_{22}$$

En outre, les paramètres du modèle fractionnaire proposés sont déterminés en résolvant le problème d'optimisation dans les conditions suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} K_{m \min} < K_{m11,22} < K_{m \max} \\ 0 < A_{11,22} < A_{\max} \\ 0 < B_{11,22} < B_{\max} \\ 0 < \theta_{m11,22} < \theta_{m \max} \\ 0 < \mu_{111,22} < 2 \\ 1 < \mu_{211,22} < 3; \text{ avec: } \mu_{2ii} > \mu_{1ii} \end{array} \right. \quad (5.24)$$

La structure de l'algorithme d'approximation est illustrée à la figure. 5.7 (pour plus de détails sur la modélisation du systèmes, voir [16]).

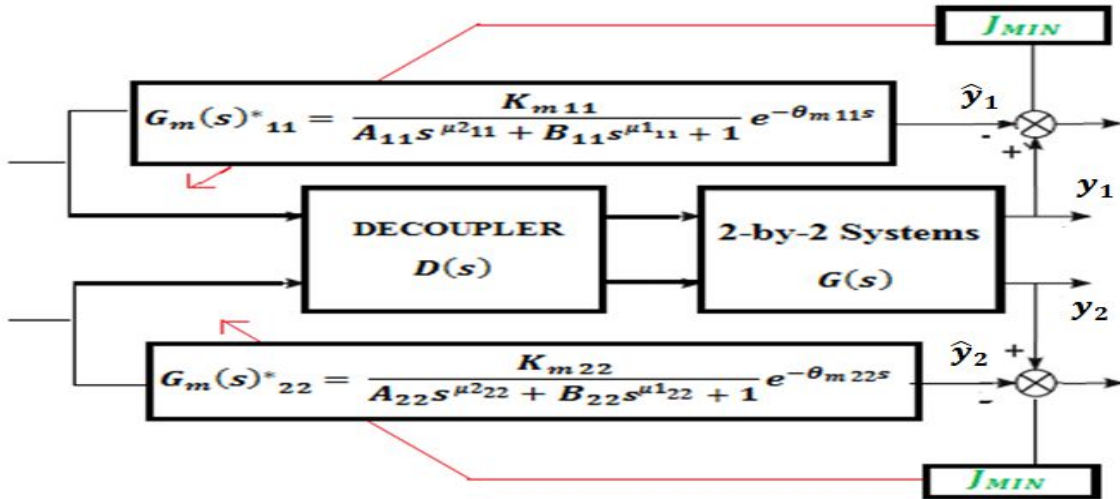


Figure 5-7: Le schéma fonctionnelle de la modélisation les systèmes découplée à modèles fractionnaires équivalents (NIOPTD-II).

5.3.3 Synthèse du contrôleur d'ordre fractionnaire (SP-FOPID-FOF):

En utilisant la structure de contrôleur mentionnée ci-dessus (Figure. 5.7), les systèmes multivariables (systèmes de deux entrées et de deux sorties, en anglais: TITO system) deviennent des systèmes multi-boucles. Pour chaque boucle, un contrôleur correspondant doit être conçu pour répondre aux exigences de ses réponses en boucle fermée. Dans cette étude, une nouvelle structure de régulateur PID fractionnaire [128, 129]. est proposée pour chaque boucle, appelée SP-FOPID-FOF qui a été mentionnée ci-dessus l'équation (5.20). Ainsi, le contrôleur principal de chaque boucle est l'équation suivante :

$$G_{ci}(s) = \frac{1}{\tau_{ci} s^{\beta i} G_{mi}(s)} = \frac{A_i s^{\mu i 2} + B_i s^{\mu i 1} + 1}{K_{mi} \tau_{ci} s^{\beta i}} = \frac{1}{\tau_{ci} s^{\beta i - \mu i 1}} \cdot \left(\frac{B_i}{K_{mi}} \left(1 + \frac{1}{B_i s^{\mu i 1}} + \frac{A_i}{B_i} s^{\mu i 2 - \mu i 1} \right) \right) \quad (5.25)$$

, avec: (i = 1; 2)

La méthode de synthèse du contrôleur SP-FOPID-FOF se réalise en trois étapes :

1-Analyse des interactions et choix de la configuration de commande :

La matrice des gains relatifs (RGA) permet d'évaluer le niveau des interactions entre les variables du système multivariable et de choisir les couples entrée/sortie.

2- Modélisation des systèmes découplée en modèles d'ordre fractionnaire équivalents de type II (NIOPTD-II).

3-Chaque paramètre de contrôleur Prédicteur de Smith SP-FOPID-FOF de l'équation (5.25) est alors calculé comme suit :

Les deux paramètres τ_{ci} et βi sont les paramètres de modèle de référence imposé à la boucle (u_i, y_i). Cependant, dans notre cas, on propose d'imposer un comportement fractionnaire pour

chaque boucle en choisissant la fonction idéale de Bode en boucle fermée comme modèle de référence [118, 119].

$$\left(\frac{Y(s)_i}{R(s)_i}\right)_d = \frac{L_B(s)_i}{1 + L_B(s)_i} e^{-\theta_{mi}s} = \frac{1}{1 + \tau_{ci}s^{\beta i}} e^{-\theta_{mi}s} \quad , \quad i = 1,2 \quad (5.26)$$

Les deux paramètres τ_{ci} et βi sont choisis alors dans le domaine temporel en spécifiant la valeurs numériques du dépassement M_p (%) ou bien le temps de réponse désirés t_s (2%) pour chaque boucle, ceci en utilisant les relations de l'équations (1.38 et 1.39) dans la section (1.8) du première chapitre.

5.4 Simulation et Application

5.4.1 Application aux systèmes monovariante (SISO)

Dans cette section, deux systèmes SISO réels plus un retard [130] seront choisis afin de valider les performances du contrôleur fractionnaire proposé (SP-FOPID-FOF) en fonction du modèle d'ordre fractionnaire de type II (NIOPDT-II) :

- **Premier cas :**

Cette fois ci, on appliquera la méthode de commande proposé de SP sur un système réel à décalage multiple SISO, défini dans [131], par la fonction de transfert suivante :

$$G_p(s) = \frac{1}{(s + 1)^{10}}$$

pour exécuter l'algorithme proposé dans la phase de modélisation, les paramètres initiaux sont sélectionnés et organisés dans le tableau suivant :

Tableau 5-1: Les paramètres initiaux pour exécuter l'algorithme PSO dans la phase de modélisation (Cas d'un système monovariante):

Paramètres	Modèle fractionnaire de type II (NIOPDT-II) [132],
Taille de la population	20
nombre maximum d'itérations	120
Nombre de particules	6
Limite inférieure et limite supérieure des variables	$-5 < K_m \leq 5$ $0 < A, B \leq 20$ $0 < \theta_m \leq 20$ $1 < \mu_2 < 3 ; 0 < \mu_1 < 2 ; \mu_2 > \mu_1$
Coefficient cognitif C_1	1.5
coefficient social C_2	2
Coefficient d'inertie W	1

Le vecteur des valeurs finales des paramètres du modèle fractionnaire obtenu est :

$$x = [K_m \ A \ B \ \theta_m \ \mu_1 \ \mu_2]$$

$$= [1 \ 10.674 \ 15.6948 \ 4.7771 \ 2.1018 \ 1.0296], \text{ pour le modèle } G_M(s)^*$$

Alors, le modèle fractionnaire de type II est le suivant:

$$G_m(s)_{proposé} = \frac{1}{10.6741s^{2.1018} + 5.6948s^{1.0296} + 1} e^{-4.7771s}$$

Où l'écart de l'erreur obtenus dans la phase de modélisation entre système réelle et le modèle est $J_{min} = 1.3 \times 10^{-6}$.

Notez que le modèle d'ordre entier ou dite un modèle de 2ème ordre avec retard (noté SOPTD [133]), proposé par Wang [131-134], pour le même système précédent, est d' défini par

$$G_m(s)_{wang} = \frac{1}{(2.43s + 0.995)(2.43s + 0.995)} e^{-5.39s}$$

Les réponses indicielles du processus réel $G_p(s)$ et le modèle fractionnaire proposé sont illustrés à la **figure. 5.8-**

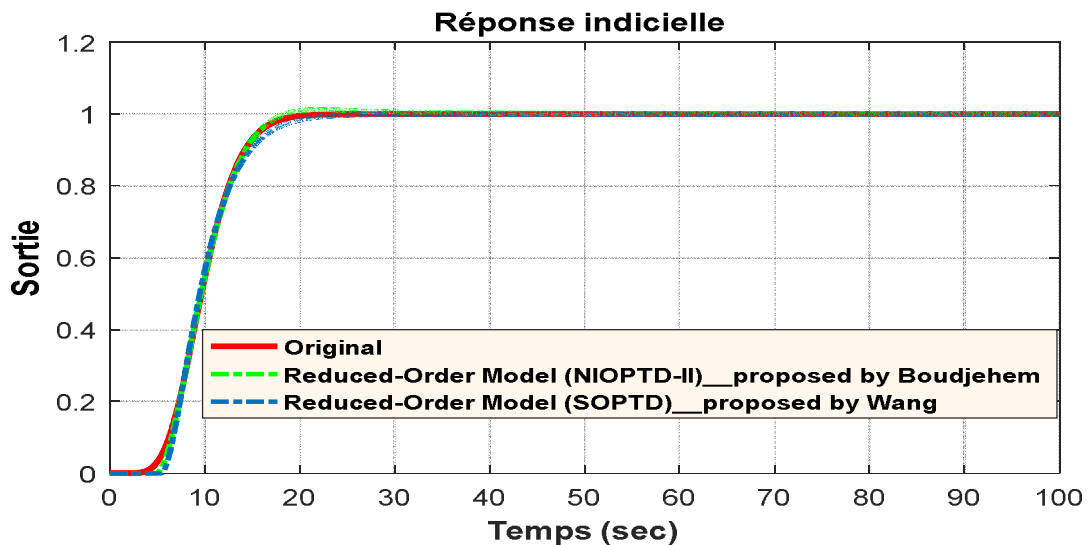


Figure 5-8:Réponse indicielle : ---Processus réel, ---modèle d'ordre non entier parfait (NIOPTD-II) proposé, --- modèle d'ordre entier parfait (SOPDT[131]).

Les valeurs désiré de M_p (%) et t_s (2%) sont 2.38% et 9.5s. respectivement. En utilisant équations (15-17). Nous obtenons les paramètres du filtre fractionnaire (τ_c et β) sont : $\tau_c = 1.7609$; $\beta = 1.088$.

Maintenant, le contrôleur de prédicteur de Smith d'ordre fractionnaire (ou prédicteur de Smith FOF-FOPID) peut être obtenu en utilisant la méthode de synthèse directe (DS) decrite dans la section 3, sous la forme:

$$G_c(s) = \frac{1}{1.7609s^{0.088}} \left(5.6948 \left(1 + \frac{1}{5.6948s^{1.0296}} + 1.8743s^{1.0722} \right) \right)$$

Les résultats obtenus sont comparés aux résultats donnés en [130].

Le contrôleur PID fractionnaire a été donné par Boudjehem et al [130]. Et il a la forme suivante:

$$C(s) = 0.2510 \left(1 + \frac{1.996}{s^{0.9567}} + 19.73s^{0.5210} \right)$$

De l'autre côté, le contrôleur classique proposé par Wang dans [131] est

$$C(s) = 0.46 \left(1 + \frac{1}{4.95s} + 1.23s \right)$$

et

$$C(s) = \frac{6.25s + 2.56}{s(s + 2.29)}$$

Le résultat de la réponse indicielle du système en boucle fermée commandé par le contrôleur SP-FOF-FOPID et ceux des techniques de Boudjehem et de Wang sont illustrés à la **figure 5.9-**

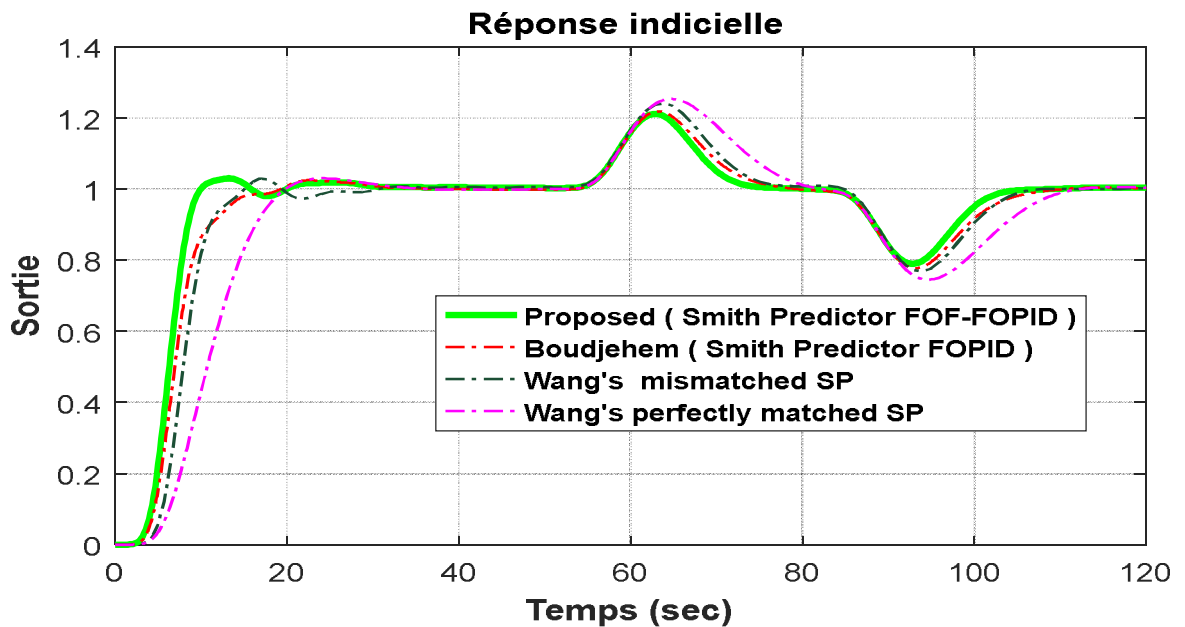


Figure 5-9:Réponses indicielles du Premier système contrôlé (système SISO) avec le contrôleur proposé et celles données dans [130].

Les meilleures valeurs des indices de performance obtenues par le contrôleur SP-d'ordre fractionnaire (prédicteur de Smith FOF-FOPID) sont comparés avec ceux donnés par Boudjehem et de Wang [130-131] dans le **Tableau 5.2.**

Tableau 5-2:L'analyse les performances de la réponse indicielle par le contrôleur proposé et ceux donnés dans [130-131]:

Méthode de réglage	Temps de réponse (secondes) T_s (2%)	Dépassement (%) M_p	IAE	ISE
Contrôleur SP-FOF-FOPID proposé	14.69	2.98	3.141	0.9244
D. boudjehem et al. [130] Contrôleur SP-FOPID	15.11	2.25	4.575	1.485
Wang et al. [131] mismatched SP-PID	23.32	2.98	3.609	1.373
Wang et al. [131] perfectly matched SP	18.88	3.068	17.93	10.07

Selon la [figure.5.9.](#) et le [tableau 5.2.](#), le contrôleur fractionnaire proposée donne des performances mieux que celles obtenus par le contrôleur FOPID proposé par boudjehem [130] et le contrôleur PID classique proposé par Wang [131] en termes de tous les indices de performance (IAE ,ISE et ITAE). D'après les données du [Tableau \(5.2\)](#), les valeurs du dépassement M_p (%) et du temps de réponse t_s (2%) obtenues sont très proches de celles spécifiées par le modèle de référence. Nous remarquons qu'il y a un meilleur rejet des perturbations de la réponse indicielle avec le contrôleur proposé contrairement aux autres contrôleurs comme le montre la [figure 5.9.](#)

- **Deuxième cas:**

Dans ce deuxième cas, la fonction de transfert avec retard pur du système réel défini dans [131-134], est:

$$G_p(s) = \frac{1}{(1+s)^5} e^{-4s}$$

Dans la phase de modélisation, le modèle d'ordre fractionnaire de type II obtenu est:

$$G_m(s)_{proposé} = \frac{1.0454}{5.6191s^{2.0156} + 3.6681s^{0.97008} + 1} e^{-5.273s}$$

où l'écart de l'erreur obtenus dans la phase de modélisation entre système réelle et le modèle est $J_{min} = 8.1539 \times 10^{-4}$

Le modèle d'ordre entier SOPDT proposé par Wang dans [131-134] est défini par :

$$G_m(s)_{wang} = \frac{1}{(1.64s + 0.999)^2} e^{-5.79s}$$

[Figure.5.10.](#) illustre les réponses indicielles du processus réel $G_p(s)$ et le modèle d'ordre

fractionnaire.

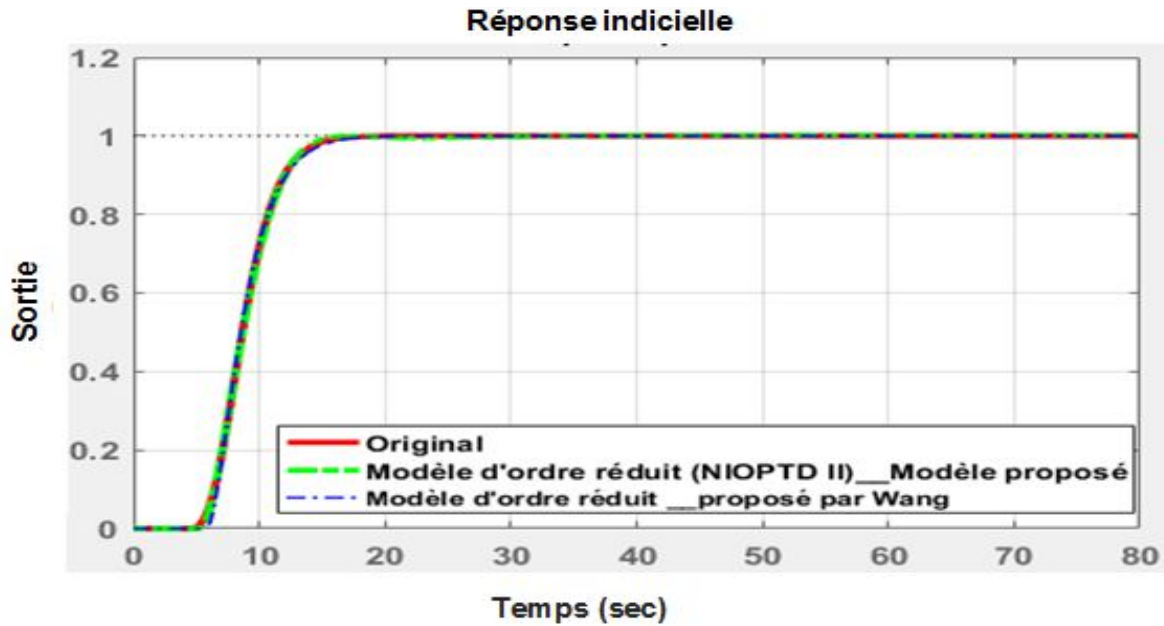


Figure 5-10: Les réponses indicielles : ---Processus réel, ---modèle d'ordre réduit (NIOPTD-II) proposé, --- modèle d'ordre réduit (SOPDT[131]) proposé par Wang.

Dans cet exemple, les valeurs souhaitées pour M_p (%) et t_s (2%) sont **2.0248%** et **5.988s**. successivement. En utilisant les équations (15-17), on obtient les paramètres du filtre fractionnaire (τ_c et β) comme suit : $\tau_c = 1.1609$; $\beta = 1.078$.

La fonction de transfert du contrôleur d'ordre fractionnaire SP-FOF-FOPID obtenu est sous la forme :

$$G_c(s) = \frac{1}{1.1609s^{0.078}} \cdot \left(3.6681 \left(1 + \frac{1}{3.6681s^{0.97008}} + 1.5318s^{1.04552} \right) \right)$$

Les résultats obtenus sont comparés aux résultats [130].

D'autre part, le contrôleur PID classique a été donné par Wang et al [130], est sous la forme suivante

$$C(s) = 1.12 \left(1 + \frac{1}{3.77s} + 0.94s \right)$$

et

$$C(s) = \frac{5.03s + 3.06}{s(s + 2.48)}$$

La figure 5.11 montre la réponse indicielle du système commandé par le contrôleur d'ordre fractionnaire proposé et ceux des techniques de Wang et al [130].

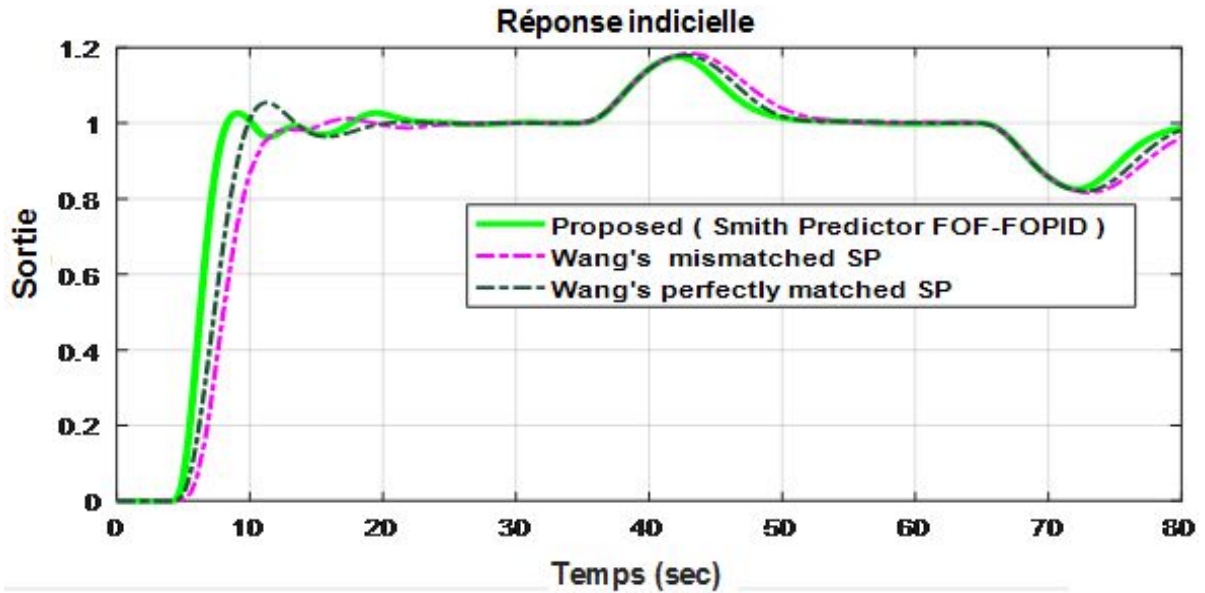


Figure 5-11:Réponses indicielles du deuxième système contrôlé (système SISO) avec le contrôleur proposé et celles données dans [130].

On remarque d'après la figure 5.11, que le contrôleur fractionnaire proposé a la capacité d'atteindre l'amélioration souhaitée par rapport aux autres contrôleurs. Ceci est traduit par l'obtention d'une réponse temporelle caractérisée par un dépassement faible $M_p(\%)$ et un temps de réponse $t_s(2\%)$ réduit. Ils sont aussi très proches de celles spécifiées par le modèle de référence.

À partir des résultats de simulation obtenus grâce à notre stratégie proposée de SP comme contribution de notre part à ce travail en le comparant avec les derniers travaux atteints par les chercheurs, nous avons confirmé l'efficacité et le succès de la méthode proposée aux systèmes SISO. Nous pouvons maintenant l'étendre pour inclure des systèmes MIMO 2x2 qui ont des difficultés à mettre en œuvre.

5.4.2 Application aux systèmes multivariable (MIMO)

Le modèle mathématique de la colonne de distillation est un système multivariable de deux entrées et de deux sorties 2x2 (A modified Alatiqi subsystem distillation column [6]), est exprimé par la matrice de transfert suivante:

$$G(s)_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} \frac{-0.51}{(32s + 1)^2(2s + 1)} e^{-7.5s} & \frac{1.68}{(28s + 1)^2(2s + 1)} e^{-2s} \\ \frac{-1.25}{(43.6s + 1)(9s + 1)} e^{-2.8s} & \frac{4.78}{(48s + 1)(5s + 1)} e^{-1.15s} \end{bmatrix}$$

La matrice des gains relatifs est obtenue à l'aide de l'équation (2.10) comme suit:

$$RGA(G(0)) = \begin{bmatrix} 7.2167 & -6.2167 \\ -6.2167 & 7.2167 \end{bmatrix}$$

En utilisant l'équation (2.20), on obtient l'indice de Niederlinski : $NI = 0,1386$.

D'après l'analyse des éléments de la RGA et comme NI est positif, la configuration de commande

appropriée est : la sortie y_1 est contrôlée par le signal de commande u_1 et la sortie y_2 est contrôlée par le signal de commande u_2 .

D'après la section 2 « De la partie : découplage des systèmes multivariable », la matrice de transfert du découpleur simplifié peut être donnée par:

$$D(s)_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{3.294(32s+1)^2}{(28s+1)^2} \\ \frac{0.262(48s+1)(5s+1)e^{-1.65s}}{(43.6s+1)(9s+1)} & e^{-5.5s} \end{bmatrix}$$

Les éléments diagonaux résultants (les systèmes découplées) de $H(s) = G(s)_{2 \times 2} \times D(s)_{2 \times 2} = \text{diag}(h_{11}(s), h_{22}(s))$ sont :

$$h_{11}(s) = \frac{-0.51e^{-7.5s}}{(32s+1)^2(2s+1)} + \frac{0.439(48s+1)(5s+1)e^{-3.65s}}{(28s+1)^2(43.6s+1)(9s+1)(2s+1)}$$

$$h_{22}(s) = \frac{4.78e^{-6.65s}}{(48s+1)(5s+1)} - \frac{4.118(32s+1)^2e^{-2.8s}}{(28s+1)^2(43.6s+1)(9s+1)}$$

Dans la phase de modélisation des systèmes découplées, les paramètres initiaux sont sélectionnés et organisés dans le tableau suivant :

Tableau 5-3: Les paramètres initiaux pour exécuter l'algorithme proposé dans la phase de modélisation (Cas d'un système multivariable):

Paramètres	Le modèle fractionnaire $G_{m11}(s)$ pour le première sous-système découplé	Le modèle fractionnaire $G_{m22}(s)$ pour le deuxième sous-système découplé
Taille de la population	20	
nombre maximum d'itérations	100	
Nombre de particules	12	
Limite inférieure et limite supérieure des variables	$-5 \leq K_{m11} \leq 5$ $0 < A_{11}, B_{11} \leq 100$ $0 < \theta_{m11} \leq 100$ $1 < \mu_2 < 3; 0 < \mu_1 < 2;$ $\mu_2 > \mu_1$	$-5 \leq K_{m22} \leq 5$ $0 < A_{22}, B_{22} \leq 100$ $0 < \theta_{m22} \leq 100$ $1 < \mu_2 < 3; 0 < \mu_1 < 2;$ $\mu_2 > \mu_1$
Coefficient cognitif C_1	1.5	
coefficient social C_2	2	
Coefficient d'inertie W	1	

Les modèles d'ordre fractionnaire de type II équivalents aux systèmes découplées ont été obtenus en suivant la méthodologie proposée dans la [section 3](#) et donnée comme suit:

$$G_{m11}(s)_{proposed} = \frac{-0.071}{34.0877s^{1.695} + 80.4603s^{1.0754} + 1} e^{-80.3059s}$$

$$G_{m 22}(s)_{proposed} = \frac{0.6624}{50.054s^{1.7618} + 76.0685s^{1.053} + 1} e^{-63.4377s}$$

Dans cette étape de modélisation, l'écart de l'erreur obtenu entre les deux systèmes réels découplés et les modèles d'ordre non entier NIOPTD-II est la suivante :

$J_{min} = 9.29 \times 10^{-3}$ pour le premier modèle et $J_{min} = 1.119 \times 10^1$ pour le deuxième modèle.

Les modèles du premier ordre avec retard (noté: FOPTD) équivalents aux systèmes découplés obtenus par la méthode de [tavakoli \[95\]](#), sont donnés par :

$$G_{m 11}(s)_{tavakoli} = \frac{-0.071}{58.761s + 1} e^{-77.24s}$$

$$G_{m 22}(s)_{tavakoli} = \frac{0.662}{77.24s + 1} e^{-61.981s}$$

Les réponses indicielles du modèle d'ordre réduit de type NIOPTD-II proposé sont données sur la [Figure 5.12](#), pour évaluer l'affinité avec réponse de chaque sous-système découplé.

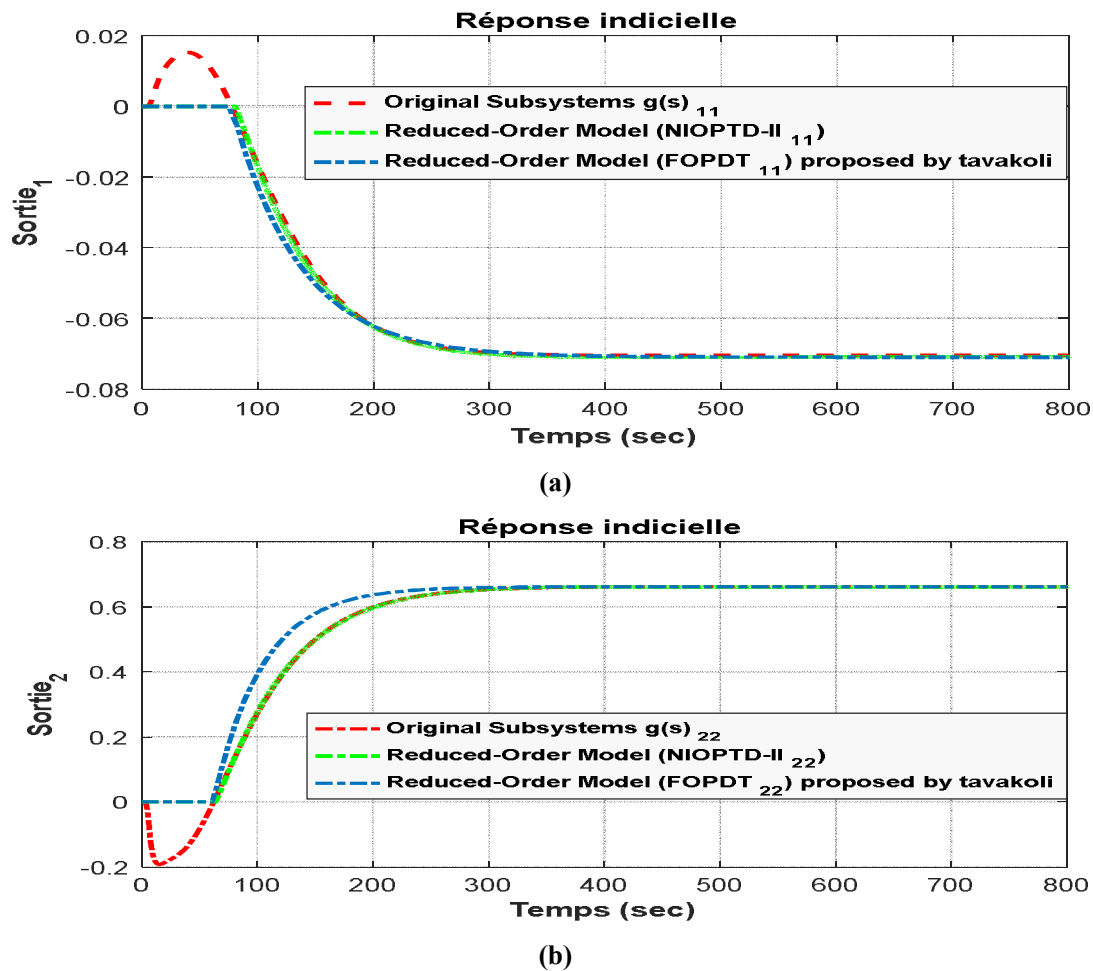


Figure 5-12: La réponse indicielle des systèmes découplés original et leurs modèles d'ordre fractionnaire équivalents NIOPTD-II.

On peut voir que les réponses indicielles du modèle NIOPTD-II sont très proches de leurs systèmes découplés équivalents. Ceci est considéré comme une indication de l'efficacité de la stratégie de l'approximation proposée.

Par ailleurs, le contrôleur PI décentralisé d'ordre entier proposé par [Tavakoli et al. \(\[95\]\)](#) basé sur l'utilisation de la méthode de réglage NDT pour les modèles FOPDT réduit, est donné par :

$$C(s)_{NDT} = \begin{bmatrix} -6.393 - \frac{0.092}{s} & 0 \\ 0 & 0.499 + \frac{0.012}{s} \end{bmatrix}$$

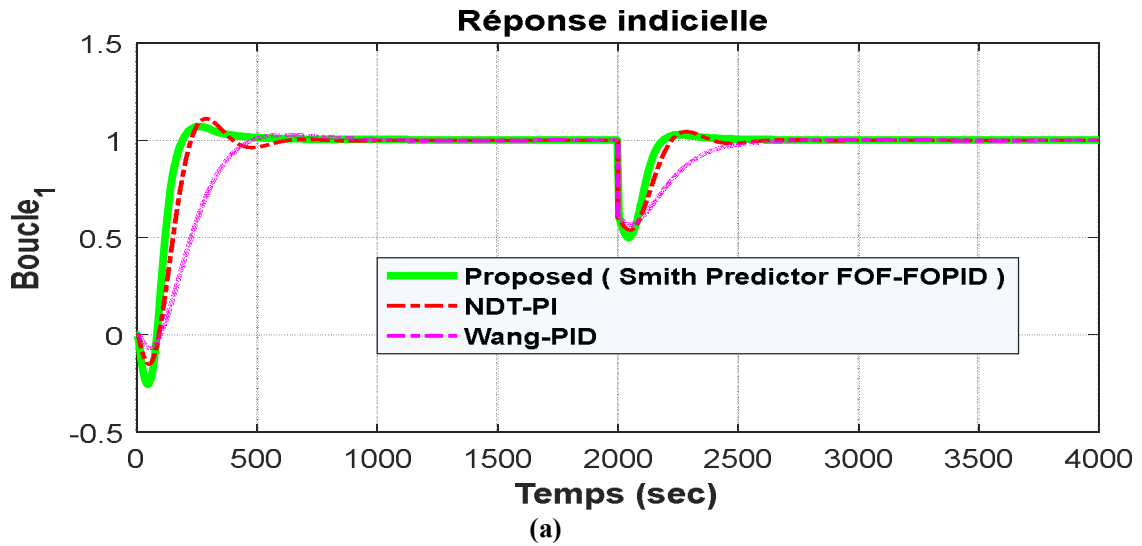
De l'autre coté, le contrôleur PID décentralisé à d'ordre entier proposé par Wang's dans [\[6\]](#) est donné par :

$$C(s)_{Wang} = \begin{bmatrix} -2.176 - \frac{0.059}{s} + 0.807s & 0 \\ 0 & 0.154 + \frac{0.005}{s} - 0.117s \end{bmatrix}$$

Les valeurs de $M_p(\%)$ et $t_s(2\%)$ imposés sont $6,1372\%$ et $450s$. En utilisant la méthode de synthèse directe (DS) décrite dans la section 3, la fonction de transfert du contrôleur de prédicteur de Smith est donné .

$$c(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{121.2919s^{0.0996}} \cdot \left(-1133.2437 \left(1 + \frac{1}{80.4603s^{1.0754}} + 0.4237s^{0.6196} \right) \right) & 0 \\ 0 & \frac{1}{121.2919s^{0.122}} \cdot \left(114.837 \left(1 + \frac{1}{76.0685s^{1.053}} + 0.6580s^{0.715} \right) \right) \end{bmatrix}$$

Les réponses indicielles du système en boucle fermée contrôlé par le contrôleur SP-fractionnaire et les contrôleurs PI/PID classiques sont illustrés dans la [Figure. 5.13](#) (boucle1 ([Figure. 5.13.a](#)) et boucle2 ([Figure. 5.13.b](#))).



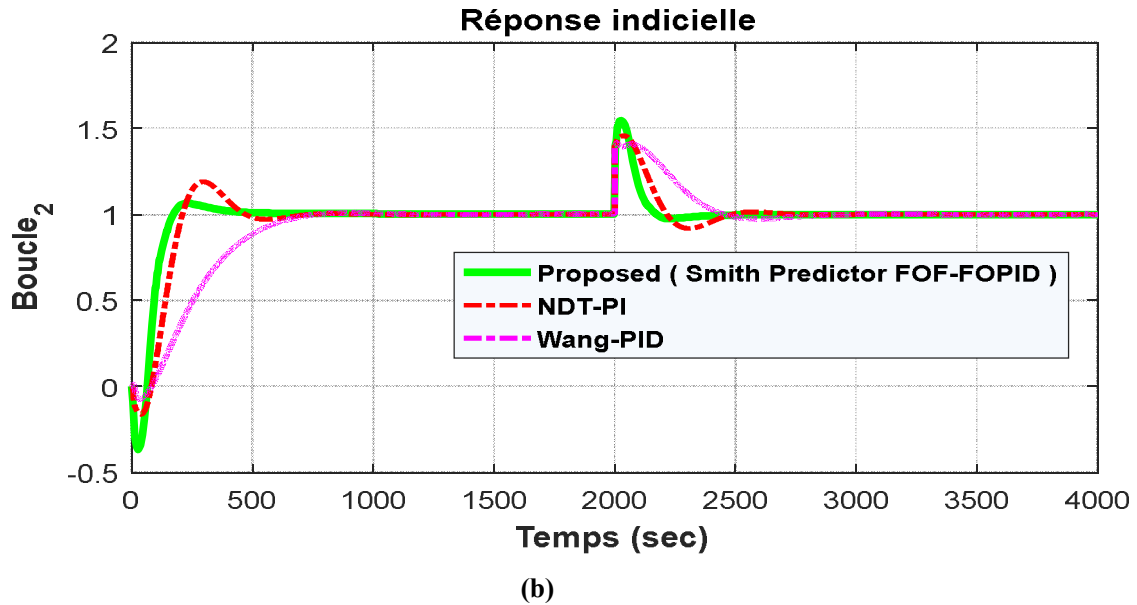


Figure 5-13:Réponses indicielles du système contrôlé (système 2×2) avec le contrôleur proposé et ceux donnés dans [95].

Les valeurs des indices de performance ISE et IAE et les spécifications dans le domaine temporel (M_p et T_s (2%)) pour les sorties contrôlées basées sur trois techniques de réglage différentes sont reportées dans le [tableau 5.4](#).

Tableau 5-4:Indices de performance et spécifications de domaine temporel:

Méthode de réglage	Entrée (u)– Sortie (y)	Temps de réponse (secondes) T_s (2%)	Dépassement M_p (%)	IAE	ISE
Contrôleur SP-FOF- FOPID proposé [17]	u_1-y_1	445.20	7.23	101.2	48.11
	u_2-y_2	404.88	6.52	95.23	54.31
Tavakoli et al. [95] NDT-PI	u_1-y_1	557	11.10	250.7	175.9
	u_2-y_2	633.06	19.05	262.7	169
Wang et al. [6] Contrôleur PID	u_1-y_1	746.3	2.73	358.5	227.7
	u_2-y_2	685.8	1.09	407.5	244.3

- À partir de la [Figure. 5.13](#) et le [tableau 5.4.](#), nous constatons que le contrôleur SP-FOF-FOPID conçu par la méthode proposée permet de donner des meilleures performances en termes de pourcentage de dépassement et de temps de réponse par rapport aux contrôleurs PI/PID classiques.

- On observe également que les valeurs des indices de performance (IAE et ISE) avec le contrôleur d'ordre fractionnaire donnent des résultats très supérieurs par rapport au contrôleur classique (C-PI).
- Il ressort de cette figure que le contrôleur proposé est plus puissant, et qu'il n'est pas affecté par les perturbations.
- On peut dire que l'utilisation d'un contrôleur SP-FOF-FOPID proposé basé sur le schéma de prédicteur de Smith pour les systèmes MIMO avec un découpleur simplifié utilisant une approche de synthèse directe offre de bonnes performances et robustesse.

Pour démontrer l'efficacité de la stratégie proposé et atteindre les spécifications dans le domaine temporel les plus exigeantes, nous avons spécifié plusieurs valeurs différentes désiré du M_p (%) et T_s (2%).

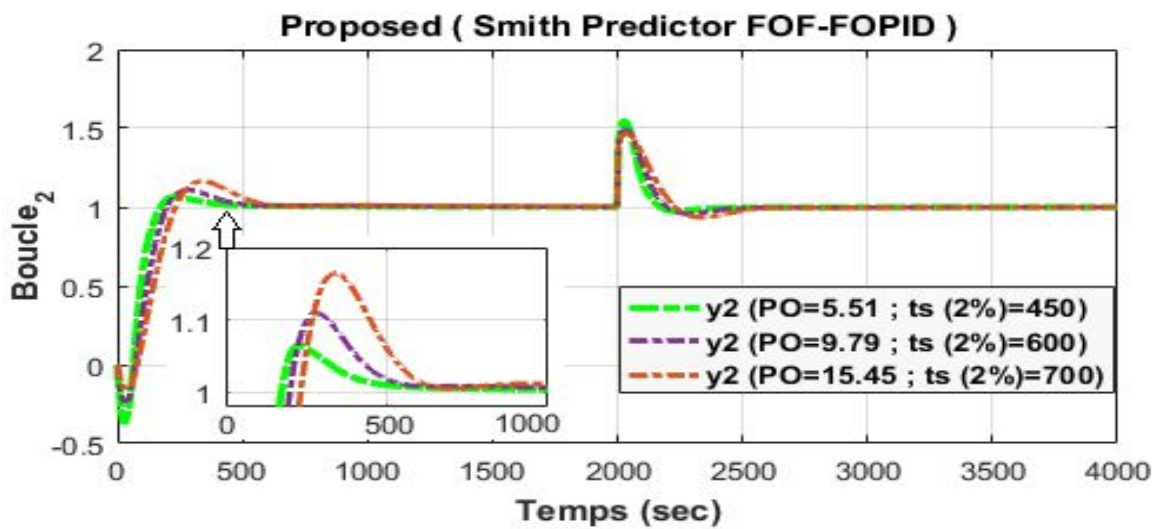
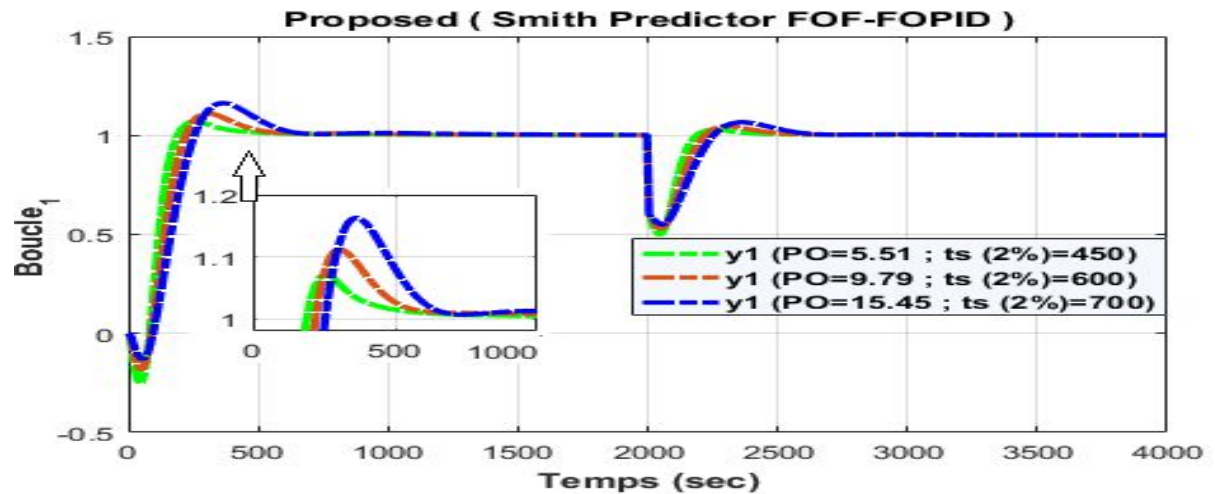


Figure 5-14: Réponses indicielles en boucle fermée du système contrôlé avec différentes valeurs désiré de M_p (%) et T_s (2%).

Le tableau suivant montre les paramètres des contrôleurs obtenus selon les valeurs imposées au modèle de référence.

Tableau 5-5: Les paramètres des contrôleurs proposés en fonction des valeurs imposées du modèle de référence.

Les valeurs imposées pour M_p (%) et T_s (2%)	Contrôleur SP-FOF-FOPID proposé de type: $G_c(s) = F(s) \cdot \left(k_c \left(1 + \frac{1}{\tau_I s} + \tau_D s \right) \right)$	
	Boucle 1	Boucle 2
$M_p = 5.51\%$ $T_s (2\%) = 450s$	$\frac{1}{117.5017s^{0.0867}} \cdot \left(-1133.2437 \left(1 + \frac{1}{80.4603s^{1.0754}} + 0.4237s^{0.6196} \right) \right)$	$\frac{1}{117.5017s^{0.1091}} \cdot \left(114.837 \left(1 + \frac{1}{76.0685s^{1.053}} + 0.6580s^{0.715} \right) \right)$
$M_p = 9.79\%$ $T_s (2\%) = 600s$	$\frac{1}{230.52489s^{0.166}} \cdot \left(-1133.2437 \left(1 + \frac{1}{80.4603s^{1.0754}} + 0.4237s^{0.6196} \right) \right)$	$\frac{1}{230.5248s^{0.1890}} \cdot \left(114.837 \left(1 + \frac{1}{76.0685s^{1.053}} + 0.6580s^{0.715} \right) \right)$
$M_p = 15.45\%$ $T_s (2\%) = 700s$	$\frac{1}{121.2919s^{0.2526}} \cdot \left(-1133.2437 \left(1 + \frac{1}{80.4603s^{1.0754}} + 0.4237s^{0.6196} \right) \right)$	$\frac{1}{121.2919s^{0.2750}} \cdot \left(114.837 \left(1 + \frac{1}{76.0685s^{1.053}} + 0.6580s^{0.715} \right) \right)$

- ❖ D'après les réponses indicielles (Figure. 5.14.a et b), nous voyons que si les valeurs désiré de M_p (%) et T_s (2%) sont petites, il en résulte de petites valeurs de τ_c et β , ce qui conduit à la réponse plus rapide du système et donne un bon rejet de la perturbations.
- ❖ Nous mentionnons également que les valeurs de filtre d'ordre fractionnaire (ou de la première partie du contrôleur proposé) que nous obtenons correspondent aux valeurs de M_p (%) et T_s (2%) imposées comme suit :
 - Si $M_p = 9,79\%$ et $T_s (2\%) = 600s$ imposé de cette manière, les valeurs de filtre d'ordre fractionnaire obtenues sont $\tau_c = 231,0137$ et $\beta = 1.242$.
 - Si $M_p = 15,45\%$ et $T_s (2\%) = 700s$ imposés comme tels, on obtient les valeurs du fractionnaires de filtre $\tau_c = 468.8246$ et $\beta = 1,328$, tout en gardant la même seconde partie (contrôleur PID fractionnaire) du régulateur proposé inchangée dans tous les cas car ses paramètres sont déterminés à partir du modèle d'ordre fractionnaire (NIOPDT-II).
 - Il est clairement démontré que cette efficacité de commande et ces améliorations ont été obtenues en satisfaisant les performances désirées aux systèmes multivariables.

- L'efficacité de l'utilisation du contrôleur proposé est évidente dans le rejet de la perturbation et de l'atténuation des interactions entre les entrées/sorties du système contrôlé.

5.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié deux problèmes d'une classe des systèmes multivariables avec retard. La méthode de commande basé sur le prédicteur de smith avec découplage simplifié développée dans ce chapitre est capable de renforcer le système de contrôle et l'élimination des effets de temps de retard et d'interférences entre les entrées et les sorties du système.

Les résultats de simulation ont montré que la stratégie de synthèse du contrôleur proposé appliquée au système monovariante SISO ainsi qu'au système complexe multivariable MIMO a prouvé son efficacité et sa robustesse par rapport aux différentes techniques de conception. Alors que les contrôleurs d'ordre fractionnaire basés sur la structure de prédicteur de Smith appliqués aux modèles d'ordre non entier ont contribué à obtenir les résultats les plus efficaces en terme de pourcentage de dépassement $M_p(\%)$ et de temps de Réponse (t_s) pour ceux introduits par d'autres méthodes.

Conclusion générale:

L'objectif principal des travaux de recherche que nous avons menés dans le cadre de cette thèse est la contribution à la synthèse des lois de commande à retour fractionnaire pour les systèmes multivariables carrés.

La première contribution de ce travail est de considérer le couplage fort qui existe entre les variables d'entrée et de sortie des systèmes multivariables comme des perturbations dans les boucles de régulation, et donc. Nous avons réduit l'influence des interactions en introduisant des techniques de découplages et en obtenant des boucles indépendantes. Dans la seconde contribution, nous nous sommes appuyés sur le développement de certaines méthodes de synthèse pour les contrôleurs d'ordre fractionnaires issus des systèmes SISO et leur adaptation aux systèmes TITO, en plus de proposer de nouvelles techniques de synthèse plus robuste et plus efficace, notamment dans le cas des systèmes MIMO stables. Les résultats obtenus de nos recherches sont organisés selon l'ordre des chapitres.

Nous avons présentés les notions de base des calcul fractionnaire, en particulier les opérateurs d'ordre fractionnaire et leurs techniques d'approximation, et Nous avons fait deux exemples de simulation de opérateurs fractionnaires approchés par la représentation diffusive. Aussi, nous avons introduit quelques notions sur le principe de la méthode CRONE basée sur la fonction idéale de Bode, et étudié le comportement de la fonction en boucle fermée résultante dans les domaines temporel et fréquentiel afin de montrer ses caractéristiques et l'avantage de l'utiliser comme un modèle de référence dans la synthèse du contrôleur d'ordre fractionnaire.

Nous avons présentées différentes méthodes des synthèses des contrôleurs classiques trouvées dans la littérature, avec des simulations faites pour voir les limites de efficacité ces techniques.

Nous avons appliqué la synthèse optimale basé sur l'algorithme d'optimisation au le modèle réel de colonne de distillation est un système de deux entrées et deux sorties (2x2) avec découplage simplifié. Nous avons également appliqué seconde simulation à un système multivariable à trois entrées et trois sorties (3x3). Enfin, nous avons conclu que l'algorithme PSO est très efficace pour optimiser les paramètres des contrôleurs PI d'ordre fractionnaire basé sur l'approximation diffusive, ce qui assure un excellent comportement du système multivariables en comparaison des contrôleurs PI classique (NDT et SIMC). Les résultats de simulation ont montré que la synthèse optimale peut être implémenté d'une façon plus efficace aux les systèmes MIMO par l'approche proposée.

Nous avons développé une stratégie de commande pour les modèles d'ordre non entier basé sur l'équivalence entre la structure de commande par modèle interne IMC et la structure classique à retour unitaire, nous avons choisi la fonction de transfert de filtre de causalité est égal à la fonction idéale de Bode en boucle fermée comme un modèle de référence. Par la suite, Le nouveau contrôleur résultant peut être décomposé en un contrôleur PID d'ordre fractionnaire cascadié avec un filtre fractionnaire. Dans la partie simulation, nous fournissons un exemple illustratif d'un système monovarié pour la stratégie de synthèse proposée, Puis nous avons étendu cette technique pour l'adapter à la première fois aux les systèmes multivariables et cela a été fait en deux étapes: le premier, nous avons séparés le système MIMO en utilisant une technique de découplage inversée qui produit deux systèmes indépendants d'ordre élevé, puis sont approximé avec des modèles d'ordre fractionnaires de type I, le deuxième étape, nous avons synthétisé le contrôleur IMC-FOF-FOPI multi-boucle d'ordre fractionnaire pour les boucle indépendants. Les résultats de la simulation ont montré que la technique de contrôle proposée est plus efficace et acceptable par rapport aux autres techniques de synthèse trouvées dans la littérature.

Afin d'améliorer les performances du schéma de prédictor de Smith (SP) en boucle fermée pour les systèmes à temps mort, nous avons proposé model d'ordre non entier de type II (NIOPTD-II) . Et eu l'idée d'utiliser la fonction de transfert idéale de Bode en boucle fermée comme un modèle de référence et sa structure est équivalente à celle de SP. Par la suite, la structure de commande basée sur le prédictor de Smith (SP) pour les systèmes SISO a été développé pour contrôler les systèmes multivariables avec des retards, Dans ce contexte, nous avons proposé une nouvelle structure de controle bien adaptée à cette but. Les résultats de la simulation ont montré que la stratégie de synthèse direct du contrôleur proposé a prouvé son efficacité et sa robustesse par rapport aux différentes méthodes de réglage existantes malgré la difficulté de contrôle du système en boucle fermée.

Les perspectives pouvant être envisagés, parmi les quels on peut citer :

- Extension de l'implémentation des stratégies de commande décentralisée d'ordre fractionnaire développées dans cette thèse aux les systèmes multivariables (de plus de deux entrée et deux sorties) et les systèmes multivariables non carrée .
- J'étendrai également cette méthodologie aux systèmes MIMO fractionnaires et chercherai des moyens appropriés pour découplés ceux systèmes.
- Le développement d'autres méthodes de synthèse des contrôleurs fractionnaire et plus adaptées aux systèmes MIMO instables.
- Contribution à la synthèse des lois de commande centralisés d'ordre fractionnaires pour les systèmes multivariables.

Références:

01. **Bristol, E .** (1966) "On a New Measure of Interaction for Multivariable Process Control," IEEE Transaction on Automation Control, Vol. 11, No. 1, pp. 133-134. <https://doi.org/10.1109/TAC.1966.1098266>
02. **AMIT, J.,** (2006). Studies on RGA Analysis for Control Configuration Selection of Decentralized Multivariable Nonlinear Chemical Processes. thèses (2006), Birla Institute of Technology and Science.
03. **Niederlinski, A.,** (1971). "A heuristic approach to the design of linear multivariable interacting control systems". Automatica, vol. 7, no.6, pp. 691-701. [https://doi.org/10.1016/0005-1098\(71\)90007-0](https://doi.org/10.1016/0005-1098(71)90007-0)
04. **Chen, P.,** et Zhang, W., (2007). "Improvement on inverted decoupling technique for a class of stable linear multivariable processes". ISA Transactions, vol. 46, pp. 199-210. <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2006.09.002>
05. **Liu, C. H.,** (1983). "General decoupling theory of multivariable process control systems", Springer-Verlag, Berlin. <https://doi.org/10.1007/BFb0041217>
06. **Wang, Q. G.,** Huang, B., & Guo, X. (2000). Auto-tuning of TITO decoupling controllers from step tests. ISA Transactions, 39(4),407–418. [https://doi.org/10.1016/S0019-0578\(00\)00028-8](https://doi.org/10.1016/S0019-0578(00)00028-8)
07. **Maghade D. K., Patre B. M.** (2012) "Decentralized PI/PID controllers based on gain and phase margin specifications for TITO processes". *ISA Transactions*, vol. 51, no. 4, pp. 550–558. doi: 10.1016/j.conengprac.2005.06. 006.
08. **Podlubny, I.,** (1999). "Fractional Order Systems and $PI^\alpha D^\mu$ Controllers", IEEE Transaction on Automatic Control, vol. 44, pp. 208-214.
09. **Boudjehem, B.,** Boudjehem, D., (2016)." Fractional PID controller design based on minimizing performance indices. IFAC-PapersOnLine 49 (9):164–168.
10. **Boudjehem, B.,** Boudjehem, D., Tebbikh, H. (2010). Analytical Design Method for Fractional Order Controller Using Fractional Reference Model. In: Baleanu, D., Guvenc, Z., Machado, J. (eds) New Trends in Nanotechnology and Fractional Calculus Applications. Springer, Dordrecht. https://doi.org/10.1007/978-90-481-3293-5_25.
11. **Bettayeb, M.,** Mansouri, R., (2014). "IMC-PID-fractional-order-filter controllers design for integer order systems, " *ISA Trans.*, Vol. 53, No. 5, pp. 1620–1628. <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2014.05.007>
12. **Bettayeb, M.,** Mansouri, R., (2014)."Fractional IMC-PID-filter controllers design for non integer order systems". *J. Process Control* 24(4), 261–271. <https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2014.01.014>
13. **Safaei, M., Tavakoli, S.** (2018). Smith predictor based fractional-order control design for time-delay integer-order systems. *Int. J. Dynam. Control* 6, 179–187. <https://doi.org/10.1007/s40435-017-0312-z>.
14. **Laifa S., Boudjehem B.,** Gasmi, H., (2021) Design Fractional Order PI Controller with Decoupler for MIMO Process Using Diffusive Representation. In: Bououden S., Chadli M., Ziani S., Zelinka I. (eds) Proceedings of the 4th International Conference on Electrical Engineering and Control Applications. ICEECA 2019. Lecture Notes in Electrical Engineering, vol 682. Springer, Singapore. https://doi.org/10.1007/978-981-15-6403-1_23.
15. **Laifa S., and Boudjehem B.,** (2021) . "A New Design Method for Fractional Order Proportional Integral (FO-PI) Controller of 3x3 Multivariable Systems", *Algerian Journal of Signals and Systems*, Vol. 5, Issue 1, March 2020. pp: 73-78. <https://doi.org/10.51485/ajss.v5i1.99>

16. **Laifa S., Boudjehem B.,** Boudjehem, D.,(2020) Analytical design of multi-loop fractional IMC-pid-filter controllers for mimo system using equivalent niopdt models. **Wseas Trans Syst Control** 15:383–393. <https://doi.org/10.37394/23203.2020.15.40>.
17. **Laifa S., Boudjehem B.,** Gasmi, H., (2022). Direct synthesis approach to design fractional PID controller for SISO and MIMO systems based on Smith predictor structure applied for time-delay non integer-order models. **Int. J. Dynam. Control** 10, 760–770. <https://doi.org/10.1007/s40435-021-00831-2>.
18. **Podlubny, I.** (1994): Fractional-order systems and fractional-order controllers. *Inst. Exp. Phys. Slovak Acad. Sci. Kosice* 12(3), 1–18 .
19. **Podlubny, I.** (1998), *Fractional Differential Equations: An Introduction to Fractional Derivatives, Fractional Differential Equations, to Methods of Their Solution and Some of Their Applications*; Academic Press: San Diego, CA, USA; Volume 198.
20. **Podlubny, I.** (1999). *Fractional Differential Equations*, Academic Press, San Diego, USA,.
21. **Oldham, K.B.** and Spanier, J. (1974). *The fractional calculus : theory and applications of differentiation and intégration to arbitrary order*. Elsevier.
22. **Petras, I.** (2012)."Tuning and implementation methods for fractional-order controllers," *Fractional Calculus and Applied Analysis*, vol. 15, no. 2, pp. 282-303, 2012. <https://doi.org/10.2478/s13540-012-0021-4>
23. **Cafagna, D.** (2007). "Fractional calculus: A mathematical tool from the past for present engineers," *IEEE Industrial Electronics Magazine*, vol. 2, no. 1, pp. 35–40. <https://doi.org/10.1109/MIE.2007.901479>
24. **Loverro, A.** (2004). "Fractional calculus: history, definitions and applications for the engineer," *Rapport technique, Univeristy of Notre Dame: Department of Aerospace and Mechanical Engineering*.
25. **Charef, A.,** Sun, H.H., Tsao, Y.Y., Onaral, B.,(1992) "Fractal System as represented by singularity function", *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol. 37, No. 9, pp. 1465-1470. <https://doi.org/10.1109/9.159595>
26. **Aoun, M.,** Malti, R., Levron, F. et A. Oustaloup.(2004). Numerical Simulations of Fractional Systems: An Overview of Existing Methods and Improvements. *Nonlinear Dyn* 38, 117–131 . <https://doi.org/10.1007/s11071-004-3750-z>.
27. **Poinot, T.,** Trigeassou , JC. (2003)."A method for modelling and simulation of fractional systems", *Signal Processing*, vol. 83, pp. 2319 – 2333,. [https://doi.org/10.1016/S0165-1684\(03\)00185-3](https://doi.org/10.1016/S0165-1684(03)00185-3)
28. **Podlubny, I.,** Petráš, I., Vinagre, B.M. et al. (2002). Analogue Realizations of Fractional-Order Controllers. *Nonlinear Dynamics* 29, 281–296. <https://doi.org/10.1023/A:1016556604320>
29. **Oustaloup A.**(1995), *La dérivation non entière : théorie, synthèse et applications*, Hermès, Paris,.
30. **Oustaloup A,** Levron F, Mathieu B, Nanot F M.(2000). Frequency-band complex noninteger differentiator: characterization and synthesis. *IEEE Transaction on Circuit and Systems-I: Fundamental Theory and Applications*, TCS-47(1):25–39. <https://doi.org/10.1109/81.817385>
31. **Montseny.G,** (1998). Diffusive representation of pseudo-differential time-operators. *ESAIM: Proc.* Vol5, pp159-175,URL: <http://www.emath.fr/proc/vol.5/>.
32. **Casenave.C,** Montseny.G, (2010). Introduction to diffusive representation. *Communications on Pure and Applied Mathematics* 18: 335-388.
33. **Montseny.G, (2000).** "Représentation diffusive : éléments et extensions", *comptes rendus du séminaire toulousain*", N°:1, pp. 55-72, LAAS-Toulouse.
34. **Montseny.G, (2004).** *Représentation diffusive*. Paris: Hermès-Science.

35. **Heleschewitz, D.** (2000). Analyse et simulation des systèmes différentiels fractionnaires et pseudo-différentiels linéaires sous représentation diffusive, Thèse de doctorat, ENST.
36. **Audounet, J.**, Matignon, D., and Montseny, G., (2000). Diffusive representations of fractional and pseudo-differential operators, in Research Trends in Science and Technology, Beirut, Lebanon, March 2000, Lebanese American University, 10 pages.
37. **Laudebat, L.**, Bidan, P., and Montseny, G. (2004). Modeling and optimal identification of pseudo differential dynamics by means of diffusive representation part I: modeling. I IEEE Transactions on Circuits and Systems, 51, 1801–1813. <https://doi.org/10.1109/TCSI.2004.834501>
38. **Fergani, N.** (2009). "Réglage de PID Fractionnaire pour une Réponse Désirée en Boucle Fermée" Mémoire de magister, université Mentouri Constantine.
39. **Vinagre BM**, Feliú V (2002) In: Proceedings: 41st IEEE conference on decision and control, Las Vegas, 9 December 2002.
40. **Barbosa RS**, Machado JAT, Ferreira IM (2004) Tuning of PID controllers based on Bode's ideal transfer function. Nonlinear Dynam 138:305–321. doi:10.1007/s11071-004-3763-7
41. **Manabe S.** (1961). The non-integer integral and its application to control systems. ETJ of Japan, vol. 6, pp 83-87.
42. **Åström, K. J., & Hägglund, T.** (1995). PID Controllers: Theory, Design, and Tuning. ISA - The Instrumentation, Systems and Automation Society.
43. **Das, S.**, Das, Sh., and Gupta, A. (2011): Fractional Order Modeling of a PHWR Under Step-Back Condition and Control of Its Global Power With a Robust $PI^\lambda D^\mu$ Controller. IEEE Transactions on Nuclear Science. vol. 58, no. 5, pp. 2431-2441. <https://doi.org/10.1109/TNS.2011.2164422>
44. **Albertos, P.**, et Sala, A., (2004). "Multivariable Control systems : An engineering approach", Springer.
45. **Khaki-Sedigh, A.**, Moaveni, B., (2009). "Control conguration selection for multivariable plants", Springer-Verlag Berlin Heidelberg. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-03193-9>
46. **Pomerleau, A.**, (1997). "La commande de procédés industriels", Editions Hermès, Paris.
47. **Skogestad, S.**, et Postlethwaite, I., (2007). "Multivariable feedback control Analysis and Design". Wiley, New York.
48. **McAvoy, T. J.**, (1983). "Interaction Analysis : Principles and applications", Research Triangle Park NC, USA.
49. **Economou, C. G.**, et Morari, M., (1986). "Internal model control : multiloop design". Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development, vol. 25, no 2, pp. 411-419. <https://doi.org/10.1021/i200033a011>
50. **Luyben, W. L.**, (1986). "Simple method for tuning SISO controllers in multivariable systems". Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development, vol 25, no 3, pp. 654-660. <https://doi.org/10.1021/i200034a010>
51. **Garrido, J.**, Vázquez, F., et Morrila, F., (2014). "Inverted decoupling internal model control for square stable multivariable time delay systems. Journal of Process Control, vol. 24, no. 11, pp. 1710-1719. <https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2014.09.003>
52. **Jin, Q. B.**, Zhao, L., Hao, F., et Liu, S.W., (2013). "Design of a multivariable internal model controller based on singular value decomposition". The Canadian Journal of Chemical Engineering, vol. 91, no 6, pp. 1103-1114. <https://doi.org/10.1002/cjce.21735>
53. **Coriou, J. P.**, (2004). "Process Control : Theory and applications", Springer- Verlag London Berlin Heidelberg. <https://doi.org/10.1007/978-1-4471-3848-8>
54. **Pomerleau, A.**, (1997). "La commande de procédés industriels", Editions Hermès, Paris.

55. **Khelassi, A.,** Maida , A. et Bouyahiaoui, C., (2001).« Analyse des Interactions dans un Système à Grande Echelle : Méthode de Décomposition en deux Sous-Systèmes Carrés ». 1^{er} Séminaire National sur le Contrôle et les Signaux (SNCS'2001) Université de Djelfa, 30 et 31 octobre 2001, Algérie.
56. **Asmar, B. N.,** Wilson , J. A. and Jones, W. E., (1997).« Interaction Analysis of a Two-Stage refrigeration Control System ». IchemE, the 1997 jubilee research event.
57. **Jensen, N.,** Fisher, D. G., and Shah, S.L. (1986). "Interaction analysis in multivariable control system," *AICHE Journal*, 32, 6, 959.<https://doi.org/10.1002/aic.690320606>
58. **Hanuma, R.N.** (2017) "Design and analysis of mimo systems using pi pid controllers with case studies" A Thesis Submitted to the Jawaharlal Nehru Technological University Anantapur DECEMBER .
59. **Tassadit, B.,** (2011).“Les techniques de découplage explicite et implicite des systèmes multivariables. Application sur un modèle d’une colonne de distillation binaire”, Thèse de Magister, Université de Boumerdès, Septembre.
60. **Postlethwaite,A.,** Skogestad, S., (1996). *Multivariable feedback control, analysis and design.* John Wiley and Sons. Chichester. New York. Brisbane. Toronto. Singapore,.
61. **Zheng, Q.,** Chen, Z.; and Gao, Z., A practical approach to disturbance decoupling control, *Control Engineering Practice*, Vol. 17, (issue 9), pp.1016-1025. 2009. <http://dx.doi.org/10.1016/j.conengprac.2009.03.005>
62. **Chen, P., Zhang,W.** (2007), Improvement on an inverted decoupling technique for a class of stable linear multivariable processes. *ISA Transactions*, 46,. <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2006.09.002>.
63. **Yue, H.,** Chai,T. (2005). *Multivariable intelligent decoupling control system and its application.* National Engineering and Technology Research Center for Metallurgic Industry Automation, North-eastern University, Shenyang, China. *Acta Automatica Sinica*, 31,.
64. **Garrido, J.,** Morilla, F. Vázquez, F. (2008), Centralized pid control by decoupling for tito processes. Dpto. de Informática y Automática. Córdoba (Spain), IEEE,.
65. **Shinskey., F.G.** (1996),*Process control systems : Application, design and adjustment.* 4th edition. New York : McGraw-Hill,. <https://doi.org/10.1002/apj.5500040312>
66. **Luyben, W.L.,** (1970). Distillation decoupling. *AICHE Journal*, 16(2), 198-203. <https://doi.org/10.1002/aic.690160209>
67. **Lee, J.;** Hyun Kim, D.; Edgar, T.F. (2005), Static decouplers for control of multivariable processes. *Wiley InterScience*,vol ,pp.7 2712–2720. <https://doi.org/10.1002/aic.10520>
68. **Truong, N.L.V.;** Lee, M.(2013). “An extended method of simplified decoupling for multivariable processes with multiple time delays. *J Chem Eng Jpn*;46(4):279–93. ., <https://doi.org/10.2316/P.2012.769-083>
69. **Hanuma Naik, R.,** Ashok Kumar, D.,and Sujatha, P., (2019)."Independent controller design for MIMO processes based on extended simplified decoupler and equivalent transfer function ".*Ain Shams Engineering Journal*,– Elsevier. <https://doi.org/10.1016/j.asej.2017.10.011>
70. **Ram, D.V.,** Chidambaram, M. (2015). Simple method of designing centralized PI controllers for multivariable 155 systems based on SSGM. *ISA Transactions.*, vol. 56, pp. 252-260 . . <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2014.11.019>
71. **Majaaz,V.S.,** Thirunavukkarasu, B.I, Shanmuga Priya, S., (2015), Centralized controller tuning for MIMO process with time delay, in *IEEE Xplorer*, 4 th International Conference on Renewable Energy Research and Applications, Palermo, Italy, 660-664. . <https://doi.org/10.1109/ICRERA.2015.7418494>

72. **Hajare V.D.**, Patre B.M. (2015), Decentralized PID controller for TITO systems using characteristic ratio assignment with an experimental application, ISA Transaction, , 59, 385-397. <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2015.10.008>
73. **Hu W**, Cai WJ, Xiao G. (2010), "Decentralized control system design for mimo processes with integrators/differentiators". Industrial & Engineering Chemistry Research, 49(24), 12521-12528. <https://doi.org/10.1021/ie1005838>
74. **Labibi B.**, Marquez H.J., Chen T. (2009)," Decentralized robust PI controller design for an industrial boiler". Journal of Process Control, 19(2), 216–230. <https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2008.04.013>
75. **Chuong VL**, Vu TNL, Truong NTN, Jung JH (2019) An analytical design of simplified decoupling smith predictors for mul- tivariabe processes. Appl Sci 9(12):2487. <https://doi.org/10.3390/app9122487>
76. **Hofreiter, M.**, Hornychova, A.,(2019)."The Use of Relay Shifting Method of Process Identification for Auto Tuning of PID Controller", International Journal of Circuits, Systems and Signal Processing, pp. 721-726, Volume 13.
77. **Dougherty D**, Cooper D. (2003). A practical multiple model adaptive strategy for single-loop MPC. Control Engineering Practice;11(4):141–59. [https://doi.org/10.1016/S0967-0661\(02\)00106-5](https://doi.org/10.1016/S0967-0661(02)00106-5)
78. **Wang QG**, Lee TH, Lin C. (2003). Relay feedback: analysis, identification and control. London: Springer;, <https://doi.org/10.1007/978-1-4471-0041-6>
79. **Ziegler J.G.**, Nichols N.B.,(1942), "Optimum settings for Automatic Controllers." Trans. ASME, Volume 64, pp.759-768,.
80. **Cohen G.H.**, Coon G.A., (1953)."Theoretical considerations of retarded control." Transactions of the ASME, Volume 65, pp. 827-834,.
81. **Branica I.**, Petrovic I, Peric N.,(2002) ."Toolkit for PID Dominant pole design." Proceedings of 9th IEEE International Conference on Electronics, Circuits and Systems, pp. 1247-1250,.
82. **Skogestad S.**, (2001)."Probably the best simple PID tuning rules in the world." Journal of Process Control, Volume 13, pp. 291-309,.
83. **Rovira A.A.**, Murill P.W., Smith C.L.,(1969). "Tuning controllers for setpoint changes." Instruments and Control Systems, Volume 42, pp. 67-69,.
84. **Lopez A.M.**, Murill P.W., Smith C.L., (1969)."Tuning PI and PID digital controllers." Instruments and Control Systems, Volume 42, pp. 89-95,.
85. **Tan K.K.**, **Wang Q.-G.**, Hang C.C., Hagglund T.J., (1999). Advances in PID Control. Springer,; <https://doi.org/10.1007/978-1-4471-0861-0>
86. **Tan W.**, (1998). "PID tuning based on loop-shaping Hinfinity control." IEE Proc. Control theory Appl., Volume 145, Issue 6, pp. 485-490,; <https://doi.org/10.1049/ip-cta:19982407>
87. **Hovd M**, Skogestad S. (1993). Improved independent design of robust decentralized controllers. J Process Control;3(1):43–51. [https://doi.org/10.1016/0959-1524\(93\)80014-3](https://doi.org/10.1016/0959-1524(93)80014-3)
88. Vu T.N.L., Lee M. (2010). Independent design of multi-loop PI/PID controllers for interacting multivariable processes. J Process Control;20(8):922–33. <https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2010.06.012>
89. **Hovd M**, Skogestad S. (1994), Sequential design of decentralized controllers. Automatica;30(10):1601–7. [https://doi.org/10.1016/0005-1098\(94\)90099-X](https://doi.org/10.1016/0005-1098(94)90099-X)
90. **Shiu SJ**, Hwang SH. (1998). Sequential design method for multivariable decoupling and multiloop PID controllers. Ind Eng Chem Res;37(1):107–19. <https://doi.org/10.1021/ie970352n>

91. **Loh AP**, Hang CC, Quek CK, Vasnani VU. (1993). Auto-tuning of multi-loop proportional-integral controllers using relay feedback. *Ind Eng Chem Res* ;32:1102–7. <https://doi.org/10.1021/ie00018a017>
92. **Shen SH**, Yu CC. (1994). Use of relay-feedback test for automatic tuning of multivariable systems. *Am Inst Chem Eng J*;40:627–46. <https://doi.org/10.1002/aic.690400408>
93. **Luyben WL**. (1986). Simple method for tuning SISO controllers in multivariable systems. *Ind Eng Chem Process Des Dev*;25(3):654–60. <https://doi.org/10.1021/i200034a010>
94. **Chien IL**, Huang HP, Yang JC. (1999). A simple multiloop tuning method for PID controllers with no proportional kick. *Ind Eng Chem Res*;38:1456–68. <https://doi.org/10.1021/ie980595v>
95. **Tavakoli, S.**, Griffin, I., & Fleming, P. J. (2006). Tuning of decentralised PI (PID) controllers for TITO processes. *Control Engineering Practice*, 14(9), 1069–1080. <https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2005.06.006>.
96. **Santhosh Kumar, P. L.**, Thirunavukkarasu, I., Selva Kumar, S., & Bhat, V. S. (2018). Decentralized pi controller with decoupler for the distillation column. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 118(Special Issue 20B), 9-14.
97. **Guillermo J. Silva**, Aniruddha Datta and S.R Bhattacharyya, (2005).“PID controllers for time-delay systems”, Editor Birkhauser Boston,. <https://doi.org/10.1007/b138796>
98. **Wood, R. K.**, Berry, M. W., (1973).“Terminal composition control of a binary distillation column”, *IChemical Engineering Science*, Vol. 28, pp. 1707-1717,. [https://doi.org/10.1016/0009-2509\(73\)80025-9](https://doi.org/10.1016/0009-2509(73)80025-9)
99. **Kennedy, J.** and Eberhart, R. (1995). “Particle swarm optimization,” *IEEE International Conference on Neural Network*, pp. 1942-1948.
100. **Clerc, M.**, (2003). « L’optimisation par essaim particulaire » Tutoriel pour OEP 2003 (partie I), Carré des Sciences, Paris,France, Octobre.
101. **Cooren,Y.**, (2008). Perfectionnement d'un algorithme adaptatif d'optimisation par essaim particulaire : application en génie médical et en électronique. Algorithme et structure de données [cs.DS]. Université Paris-Est. Français.
102. **Lalitha, M. Padma**, VC Veera Reddy, and V. Usha. (2010). “Optimal DG placement for minimum real power loss in radial distribution systems using PSO,” *Journal of Theoretical and Applied Information Technology*, pp. 107- 116,.
103. **Nekoui, M. A.** Khameneh, and M. H. Kazemi, (2010). "Optimal design of PID controller for a CSTR system using particle swarm optimization," *Proceedings of 14th International Power Electronics and Motion Control Conference EPE-PEMC 2010*, pp. T7-63-T7-66, <https://doi.org/10.1109/EPEPEMC.2010.5606563>.
104. **P. L. Santhosh Kumar.**, S. Selva Kumar , I. Thirunavukkarasu , V. S. Bhat ,(2018). Decentralized PI controllers with decoupler for the distillation column. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*. Volume 118 No. 20, 9-14.
105. **Skogestad S.**, (2003). Simple analytic rules for model reduction and PID controller tuning. *Journal of Process Control*, vol. 13, 291-309 ,july. [https://doi.org/10.1016/S0959-1524\(02\)00062-8](https://doi.org/10.1016/S0959-1524(02)00062-8)
106. Ogunnaike, B. A., J. P. Lemaire, M. Morari, W. H. Ray, “Advanced Multivariable Control of a Pilot Plant Distillation Column,” *AIChE J.*,29, 225 (1983). <https://doi.org/10.1002/aic.690290417>
107. **Lee, M.**, K. Lee, C. Kim and J. Lee; “Analytical Design of Multi-Loop PID Controllers for Desired Closed-Loop Responses,” *AIChE J.*, 50, 1631–1635 (2004). <https://doi.org/10.1002/aic.10166>.

108. **Sivananithaperumal, S.;** Baskar, S. Design of multivariable fractional order PID controller using covariance matrix adaptation evolution strategy. *Arch. Control Sci.* 2014, 24, 235–251. doi:10.2478/acsc-2014-0014.
109. **Bettayeb, M.,** Silverman, L. M., et Safonov, M. G. (1980). Optimal approximation of continuous-time systems. In *Decision and Control including the Symposium on Adaptive Processes*, 19th IEEE Conference on Vol. 19, pp. 195–198. <https://doi.org/10.1109/CDC.1980.271777>
110. **Bettayeb M.,** Mansouri R., Al-Saggaf U.M et Mustafa Mehdi I. (2017). Smith Predictor Based Fractional-Order-Filter PID Controllers Design For Long Time Delay Systems. *Asian Journal of Control*, vol. 19, n° 2, pp. 1-12. <https://doi.org/10.1002/asjc.1385>
111. **Oustaloup A.,** Sabatier J and Mareau X. (1998). From fractal robustness to the CRONE approach. In *Proceedings, ESAIM*, Vol. 5, pp. 177-192.
112. **Morari, M.** and E. Zafriou, (1989). *Robust Process Control*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.
113. **Rivera, D.E.,** M. Morari and S. Skogestad, (1986). "Internal Model Control. 4. PID Controller Design," *Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev.*, 25, 252-265.
114. **Amoura, K.,** Mansouri, R., Bettayeb, M., et Al-Saggaf, U. M., (2016). "Closed-loop step response for tuning PID-fractional-order-filter controllers". *ISA Transactions*, vol. 64, pp. 247-257. <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2016.04.017>
115. **Titouche, K.,** Mansouri, R., Bettayeb, M., et Al-Saggaf, U. M. (2016). "Internal Model Control Proportional Integral Derivative-Fractional-Order Filter Controllers Design for Unstable Delay Systems". *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 138, n°2, pp. 451-461. <https://doi.org/10.1115/1.4032131>
116. **Amoura, K.,** (2018). "Contribution à la synthèse de contrôleurs fractionnaires d'ordre réduit pour la commande des systèmes de grande dimension". Thèse de Doctorat. Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, Algérie.
117. **Das .S,** Saha. S, Das. Sh ,and Gupta A (2011), "On the selection of tuning methodology of FOPID controllers for the control of higher order processes". *ISA Transactions*,;50(3):376–88. <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2011.02.003>
118. **Chekari, T.,** Mansouri, R. & Bettayeb, M. (2018), IMC-PID Fractional Order Filter Multi-loop Controller Design for Multivariable Systems Based on Two Degrees of Freedom Control Scheme. *Int. J. Control Autom. Syst.* 16, 689–701. <https://doi.org/10.1007/s12555-016-0699-x>
119. **Chekari, T.,** Mansouri, R., et Bettayeb, M., (2015). "IMC-PID-Fractional-order-filter controller design for Two Input-Two Output (TITO) systems". *International Conference on Automatic control, Telecommunication and Signals (ICATS15)*, 16-18 Novembre. Annaba, Algérie.
120. **Chuong, V.L.;** Vu, T.N.L.; Truong, N.T.N.; Jung, J.H., (2019)." A Novel Design of Fractional PI/PID Controllers for Two-Input-Two-Output Processes". *Appl. Sci.*, 9(23), 5262; <https://doi.org/10.3390/app9235262>.
121. **Wutthithanyawat, C.,** Wangnipparnto, S. (2018). "Design of decentralized PID controller with the root locus method based on inverted decoupling for a TITO system." *Journal of Thai Interdisciplinary Research* 13.2.
122. **Smith, O.J.M.** (1957) Closer control of loops with deadtime," *Chem. Eng. Prog.*, vol. 53, no. 5, pp. 217–219
123. **Smith, O.J.,** (1959). "A controller to overcome dead time," *ISA Journal*, Vol. 6, pp. 28–33,

124. **Liu T, Cai YZ, Gu DY, Zhang WD** (2005) New modified Smith predictor scheme for integrating and unstable processes with time delay. *IEE Proc Control Theor Appl* 152:238–246. <https://doi.org/10.1049/ip-cta:20041232>
125. **Chen YD, Tung PC, Fuh CC** (2007) Modified Smith predictor scheme for periodic disturbance reduction in linear delay systems. *J Process Control* 17:799–804. <https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2007.03.003>
126. **Lee D, Lee M, Sung S, Lee I** (1999) Robust PID tuning for Smith predictor in the presence of model uncertainty. *J Process Control* 9:79–85. [https://doi.org/10.1016/S0959-1524\(98\)00036-5](https://doi.org/10.1016/S0959-1524(98)00036-5)
127. **De Oliveira V, Karimi A .,** (2013) Robust Smith predictor design for time-delay systems with H_∞ performance. *IFAC Proc Vol* 46:102– 107. <https://doi.org/10.3182/20130204-3-FR-4031.00012>
128. **Monje, C., Calderon, A., Vinagre, B. et al.** (2004). On Fractional PI^λ Controllers: Some Tuning Rules for Robustness to Plant Uncertainties. *Nonlinear Dyn* 38, 369–381 <https://doi.org/10.1007/s11071-004-3767-3>
129. **Jesus, I.S., Tenreiro Machado, J.A.** (2008). Fractional control of heat diffusion systems. *Nonlinear Dyn* 54, 263–282 <https://doi.org/10.1007/s11071-007-9322-2>
130. **Boudjehem D, Sedraoui M, Boudjehem B** (2013)., A fractional model for robust fractional order smith predictor. *Nonlinear Dynamics* , 73(3) , 1557–1563, <https://doi.org/10.1007/s11071-013-0885-9>
131. **Wang QG, Bi Q, Zhang Y** (2000). 'Re-design of Smith Predictor Systems for Performance Enhancement,' *ISA Transaction*, vol. 39, n 11, pp. 79-92,. [https://doi.org/10.1016/s0019-0578\(99\)00049-x](https://doi.org/10.1016/s0019-0578(99)00049-x)
132. **Li, D., Liu, L., Jin, Q., Hirasawa, K.** (2015). Maximum sensitivity based fractional IMC–PID controller design for non-integer order system with time delay. *Journal of Process Control*, 31: 17-29. <https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2015.04.001>
133. **Yang, Z., Seested, G. T.,** (2013), Time-delay system identification using genetic algorithm – part two: FOPDT/SOPDT model approximation. will appear *The 3rd IFAC Conf. on Intelligent Control and Automation Science, IFAC, Chengdu, China* (Sept. 2–4, 2013). <https://doi.org/10.3182/20130902-3-CN-3020.00117>.
134. **Zhang W, Xu X,** (2001)."Analytical Design and Analysis of Mismatched Smith Predictor", *ISA Transactions*, vol. 40, n11, pp. 133-138,. [https://doi.org/10.1016/S0019-0578\(00\)00045-8](https://doi.org/10.1016/S0019-0578(00)00045-8)