

**République Algérienne Démocratique et Populaire**  
**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche**  
**Scientifique**

**Université 8 Mai 1945 Guelma**  
**Faculté des Sciences et Technologie**  
**Département de Génie des procédés**



**Cours**

**DISTILLATION**

**réalisé par :**

**Dr. Bouchemella Houria**

**Destiné aux étudiants :**

**2<sup>ème</sup> année Master Génie Chimique**

**Année Universitaire : 2021/2022**

## PREFACE

Le polycopié du cours de distillation est destiné aux étudiants en Master deuxième année Génie des procédés: option Génie chimique pour le semestre 3.

Pour être admis à ce cours l'étudiant doit avoir des connaissances de base en mécanique des fluides, en transfert de matière et de chaleur et en séparations thermiques isothermes.

Le cours a pour objectif de compléter les connaissances d'opérations unitaires acquise en licence.

A la fin de ce cours l'étudiant sera capable de :

- ❖ déterminer les conditions de fonctionnement limites d'une colonne de distillation binaire ainsi que multi constituants, comme le taux de reflux minimal et le nombre de plateaux minimal.
- ❖ Choisir les conditions de fonctionnement optimales de la colonne.
- ❖ Pouvoir choisir et dimensionner des colonnes de distillation en sachant choisir la position optimale du plateau alimentation, calculer le nombre théoriques de plateaux en utilisant la méthode de McCabe et Thiele ainsi que celle de Ponchon et Savarit pour le cas binaire.
- ❖ La maîtrise de l'utilisation de la méthode abrégé pour le cas des mélanges multi constituants.
- ❖ Déterminer l'efficacité globale de la colonne ainsi que l'efficacité réelle du plateau par la méthode de Murphree en phase liquide comme en phase gaz.

## *Table des matières*

<b>Liste des tableaux</b>	<b>iv</b>
<b>Liste des figures</b>	<b>iv</b>

### **Chapitre I: Rappel sur les équilibres liquide-vapeur**

I.1 Introduction	1
I.2 Thermodynamique des équilibres liquide-vapeur	1
I.3 Volatilité	2
I.3.1 Volatilité absolue	2
I.3.2 Volatilité relative	2
I.4 Equilibre liquide-vapeur des systèmes binaires	3
I.4.1 Mélange binaire idéal	3
I.4.1.1 Etude de l'équilibre liquide-vapeur à température constante et diagramme isotherme	3
I.4.1.2 Etude de l'équilibre liquide-vapeur à pression constante (isobare) et diagramme d'équilibre.	6
I.4.1.3 Règle du bras de levier	8
I.4.1.4 Diagramme composition à l'équilibre x-y	9
I.4.2 Mélanges azéotropes	10
I.4.3 Diagramme d'équilibre Enthalpie-composition H-x-y	11
Exercice d'application	12

### **Chapitre II: Distillation flash**

II.1 Introduction	14
II.2 Différents modes de distillation flash	14
II.3 Bilan de matière pour une distillation flash binaire et fraction vaporisé $\psi$ .	15
II.4 Résolution graphique du flash binaire.	15
II.5 Flash isotherme complexe	16
II.6 Point de Bulle et point de Rosée	17
II.6.1 Point de Bulle	17
II.6.2 Point de Rosée	18
II.7 Détermination des phases des courants	19
II.8 Flash en cascade	20
II.8.1 Cascade de type 1	20

II.8.2 Cascade de type 2	20
Exercice d'application	21

### **Chapitre III: Distillation des mélanges binaires**

III.1 Introduction	24
III.2 Méthode de McCabe et Thiele	25
III.2.1 Hypothèse de Lewis	25
III.2.2 Droites opératoires des sections enrichissement et épuisement	26
III.2.2.1- Bilans matières	26
III.2.2.2 Droites thermiques au plateau Alimentation	28
III.2.2.3 Détermination du nombre d'étage théoriques et localisation optimale de l'alimentation	29
III.2.2.4 Condenseur partiel et rebouilleur partiel	32
A/ Condenseur total et partiel	32
B/ Rebouilleur total et partiel	32
III.2.2.5 Cas limites: reflux total, reflux minimum	33
A/ Reflux total	33
B/ Reflux minimum	35
C/ Reflux optimal	35
III.2.2.6 Alimentations et soutirages multiples	36
A/ Cas de deux alimentations	36
B/ Cas d'un soutirage latéral	36
III.2.2.7 Efficacités Globale et Efficacité de Murphree	37
III.3 Méthode de Ponchon et Savarit	38
III.3.1 Diagramme Enthalpie-Concentration	39
III.3.2 Bilan matière et bilan enthalpique	41
III.3.2.1 Bilan matière et bilan enthalpique sur la zone d'enrichissement	41
III.3.2.2 Bilans matière et bilan enthalpique sur la zone épuisement	42
III.3.2.3 Bilans matière et bilan enthalpique sur toute la colonne	43
III.3.3 Position optimale de l'alimentation	43
III.3.4 Nombre minimum d'étages théoriques	46
III.3.5 Reflux minimum	46
III.3.6 Condenseur partiel	47
III.3.7 Cas de deux alimentations	48
Exercice d'application	49

### **Chapitre IV: Distillation discontinue**

IV.1 Introduction	53
IV.2 Equations de bilan de matière - Equation de Rayleigh	54
VI.2.1 Résolution analytique	55
VI.2.2 Résolution graphique	55
VI.3 Rectification discontinue	56
IV.3.1 Fonctionnement à reflux constant ( $R=Cste.$ )	57
IV.3.2 Fonctionnement à composition constante ( $x_D = Cste.$ )	58
Exercice d'application	59
<b>Chapitre V: Distillation de mélanges multicomposants</b>	
<b>Méthode abrégée de résolution (shortcut Method).</b>	
V.1 Introduction	61
V.2 Terminologie utilisés dans la distillation multi composants	61
V.2.1 Composants clés	61
V.2.2 Récupération fractionnelle, Rapport de division et Facteur de séparation	61
V.3 Méthode abrégée de résolution (shortcut)	62
V.3.1 Equation de Fenske pour le nombre minimum de plateaux	62
V.3.2 Equation d'Underwood pour le reflux minimum	62
V.3.3 Relation de Gilliland pour l'estimation du nombre d'étages théoriques	65
V.3.4 Position optimale du plateau alimentation	66
Exercice d'application	67

## Liste des tableaux

N <sup>o</sup>	Titres	Pages
I.1	Valeurs des constantes de l'équation d'Antoine de quelques composés.	4
I.2	Valeurs des constantes de l'équation d'Antoine du Benzène, Toluène et Cumène.	13
I.3	Valeurs des pressions de vapeur saturante et volatilités relatives.	13
II.1	Détermination des phases des courants.	20
II.2	Données d'équilibre Benzène- Toluène.	23
III.1	Données d'équilibre de l'exercice 1.	49
III.2	Spécifications des compositions vapeur et liquide.	51

## Liste des figures

N <sup>o</sup>	Titres	Pages
I.1	Organigramme de calcul des compositions liquide et vapeur cas isotherme.	5
I.2	Diagramme isotherme d'équilibre liquide-vapeur	5
I.3	Organigramme de calcul des compositions liquide et vapeur: cas isobare	7
I.4	Diagramme isobare d'un mélange binaire idéal.	7
I.5	Application du théorème de bras de levier.	8
I.6	Exemple du diagramme d'équilibre Benzène-Toluène.	9
I.7	Mélanges azéotropes à déviation positive et négative.	11
I.8	Mélanges hétéroazéotropes partiellement miscible et non miscible.	11
I.9	Diagramme enthalpie-composition du mélange Heptane-Ethylbenzene.	12
II.10	Schéma de principe d'une distillation flash.	14
II.2	Illustration graphique du flash binaire selon l'état physique de l'alimentation.	16
II.3	Algorithme de résolution de la température de Rosée	19
II.4	Cascade à trois effets.	20

II.5	Arrangement à contre-courant.	21
II.6	Schéma de principe du flash binaire Benzène/Toluène.	22
II.7	Résolution graphique du flash binaire Benzène-Toluène.	23
III.1	Schéma d'une colonne de distillation en continu.	25
III.2	Schéma des courants sortant et entrant au plateau n.	25
III.3	Distribution des courants liquide et vapeur sur le plateau alimentation:	29
III.4	Conditions thermiques sur le plateau d'alimentation.	29
III.5	Construction graphique de McCabe-Thiele et détermination du NPT.	31
III.6	Schéma d'un condenseur total et partiel.	32
III.7	Différentes configurations des rebouilleurs.	33
III.8	Construction graphique à reflux total.	34
III.9	Construction graphique à Reflux minimum	35
III.10	Représentation du reflux optimum.	36
III.11	(A) Cas de deux alimentations, (B) Cas d'un soutirage latéral.	37
III.12	Illustration de l'efficacité de Murphree en phase vapeur et en phase liquide.	38
III.13	Diagramme d'équilibre Enthalpie-Composition.	40
III.14	Construction graphique section enrichissement.	45
III.15	Construction graphique section épuisement et localisation de la droite opératoire alimentation	45
III.16	Construction graphique du nombre minimal de plateaux.	46
III.17	Construction graphique et obtention de $R_{min}$ .	47
III.18	Construction graphique-Cas d'un condenseur partiel.	48
III.19	Construction graphique avec deux alimentations.	48
III.20	Schéma de principe du mélange A et B.	49
III.21	Construction de McCabe et Thiele du binaire A et B.	51
IV.1	Schéma de la distillation différentielle (Rayleigh).	54

IV.2	Résolution graphique de l'équation de Rayleigh.	56
IV.3	Schéma d'une colonne de rectification en discontinue.	57
IV.4	Construction graphique à reflux constant pour 2 droites opératoires pour une colonne à 2 plateaux.	58
IV.5	Construction graphique à composition constante à 4 plateaux.	59
V.1	Tête de la colonne de distillation à reflux minimum.	63
V.2	Bas de la colonne de distillation à reflux minimum.	64
V.3	Relation entre le taux du reflux et le nombre théorique des plateaux.	66
V.4	Etapas de résolution en utilisant l'onglet/Données/valeurs cible dans Excel.	69



# **Chapitre I : Rappel sur les équilibres liquide-vapeur**

### I.1 Introduction

Dans les équilibres liquide-vapeur, un mélange liquide qui, à une certaine température et pression, est en équilibre avec son mélange vapeur à la même température et la même pression. Les grandeurs à déterminer sont donc la température, la pression et les compositions dans les deux phases liquide et vapeur.

### I.2 Thermodynamique des équilibres liquide-vapeur

La condition thermodynamique d'équilibre pour chaque composé est donnée par la relation suivante:

$$f_i^V(T, P, y_i) = f_i^L(T, P, x_i) \quad (\text{I.1})$$

Tel que :  $f_i^L$  : est la fugacité du composé i dans le mélange liquide et  $f_i^V$  : est la fugacité du composé i dans le mélange vapeur.

T et P : sont respectivement la température et la pression du mélange en équilibre.

$x_i$  : la fraction molaire du composant i dans la phase liquide du mélange en équilibre.

$y_i$  : la fraction molaire du composant i dans la phase vapeur du mélange en équilibre.

Le problème est de relier les deux quantités  $f_i^V$  et  $f_i^L$  à la composition du mélange en équilibre,

Dans la phase vapeur, la fugacité  $f_i^V$  est relié à la composition vapeur au moyen du coefficient de fugacité  $\phi_i^V$  qui traduit l'écart à l'idéalité tel que :

$$f_i^V = \phi_i^V y_i P_{tot} \quad (\text{I.2})$$

Pour un gaz parfait  $\phi_i^V = 1$ , dans ce cas la fugacité devient égal à la pression partielle.

Le coefficient de fugacité est normalisé tel que :  $P \rightarrow 0, \phi_i \rightarrow 1$ .

On retrouve la loi de Dalton pour un gaz parfait :

$$\phi_i^V = 1, f_i^V \equiv P_i = y_i P_{tot} \quad (\text{I.3})$$

Dans la phase liquide la fugacité  $f_i^L$  est relié à la composition du liquide au moyen du coefficient d'activité  $\gamma_i$  tel que:

$$f_i^L(T, P, x_i) = \gamma_i f_i^L(T, P) x_i \quad (\text{I.4})$$

La fugacité du liquide pure i à une certaine température T et à la pression de vapeur saturante du liquide pure est donnée par:

$$f_i^L(T, P) = P_i^{sat} \phi_i^{sat}(T, P_i^{sat}) \exp \int_{P_i^{sat}}^P \frac{v_i^L(T, P)}{RT} dP \quad (\text{I.5})$$

$\phi_i^{sat}(T, P_i^{sat}) \int_{P_i^{sat}}^P \frac{v_i^L(T, P)}{RT} dP \simeq 1$  : est le facteur de Poynting qui à des pressions

basses à modéré est égal à l'unité.

$P_i^{sat}$  : Pression de vapeur saturante du composé i.

L'équation (I.4) devient :

$$f_i^L(T, P, x_i) = \gamma_i P_i^{sat} x_i \quad (I.6)$$

En supposant que le mélange liquide est idéal ( $\gamma_i = 1$ ), l'équation (I.6) se réduit à l'équation de Raoult.

$$f_i^L(T, P, x_i) \equiv P_i = P_i^{sat} x_i \quad (I.7)$$

En réécrivant la condition d'équilibre dans (I.1) en utilisant (I.2) et (I.6)

$$\gamma_i P_i^{sat} x_i = \phi_i^V y_i P_{tot} \quad (I.8)$$

❖ En supposant que la phase liquide et la phase vapeur se comportent de façon idéal ( $\gamma_i = \phi_i^V = 1$ ), on obtient la loi de l'équilibre liquide-vapeur pour un mélange idéal.

$$P_i^{sat} x_i = y_i P_{tot} \quad (I.9)$$

❖ En supposant que la phase vapeur se comporte de façon idéal, mais la phase liquide s'écarte du comportement idéal, on obtient la loi de Raoult modifiée appliquée à un mélange en équilibre liquide-vapeur lorsque la phase liquide est réel:

$$\gamma_i P_i^{sat} x_i = y_i P_{tot} \quad (I.10)$$

❖ Plusieurs modèles existent dans la littérature pour le calcul des coefficients d'activité, on cite les plus simples:

1/ Modèle de Margules

$$\ln \gamma_1 = x_2^2 (A_{12} + 2(A_{21} - A_{12}) \cdot x_1) \quad (I.11)$$

$$\ln \gamma_2 = x_1^2 (A_{21} + 2(A_{12} - A_{21}) \cdot x_2) \quad (I.12)$$

2/ Modèle de Van Laar

$$\ln \gamma_1 = \frac{A_{12} x_2^2}{\left(\frac{A_{12} x_1 + x_2}{A_{21}}\right)^2} \quad (I.13)$$

$$\ln \gamma_2 = \frac{A_{21} x_1^2}{\left(\frac{A_{12} x_2 + x_1}{A_{21}}\right)^2} \quad (I.14)$$

$A_{12}$  : premier coefficient d'interaction de Margules/Van Laar.

$A_{21}$  : deuxième coefficient d'interaction de Margules/Van Laar.

### I.3 Volatilité

#### I.3.1 Volatilité absolue

La volatilité absolue du composé  $i$  notée  $K_i$  est la distribution de ce composé entre la phase vapeur et la phase liquide du mélange en équilibre, il dépend de la température et de la pression tel que pour le cas idéal :

$$K_i = \frac{y_i}{x_i} = \frac{P_i/P_{tot}}{P_i/P_i^{sat}} = \frac{P_i^{sat}}{P_{tot}} \quad (\text{I.15})$$

La détermination des valeurs des  $K_i$  est lue directement à partir des abaques comme l'abaque de Depriester .

### I.3.2 Volatilité relative

pour un couple de composés i et j, on définit la volatilité relative  $\alpha_{ij}$  comme:

$$\alpha_{ij} = \frac{K_i}{K_j} = \frac{y_i \cdot x_j}{y_j \cdot x_i} \quad (\text{I.16})$$

L'équation (I.16) devient pour le cas particulier d'un mélange idéal:

$$\alpha_{ij} = \frac{K_i}{K_j} = \frac{P_i^{sat}}{P_j^{sat}} \quad (\text{I.17})$$

On voit que la volatilité relative dépend directement des pressions de vapeur saturante des composés purs.

### I.4 Equilibre liquide-vapeur des systèmes binaires

Généralement, on classe la phase liquide selon le nombre de constituants et selon leurs solubilités réciproques: Ainsi on a un mélange liquide binaire ( 2 constituants), ternaire ( 3 constituants), etc. Et d'après la solubilité des mélanges on distingue les mélanges homogènes qui comprennent les mélanges idéaux et les mélanges azéotropes et les mélanges hétérogènes dont la solubilité réciproque est partielle ou nulle.

Dans ce cours on se limite à l'étude des mélanges binaires idéaux ou azéotropes.

#### I.4.1 Mélange binaire idéal:

Le système est composé de deux constituants (  $i$  ,  $j$  ) Dans ce type de système on applique les lois de Dalton et de Raoult.

Il existe deux approches selon que le système est étudié à température constante donc son évolution est tel que:  $P = f(x_i, y_i)$  ou à pression constante donc son évolution est tel que :  $T = f(x_i, y_i)$ .

#### I.4.1.1 Etude de l'équilibre liquide-vapeur à température constante et diagramme isotherme

On considère le cas isotherme, à une certaine température on doit construire deux diagrammes  $P=f(x_i)$  et  $P=f(y_i)$  sur un même graphique. Les étapes à suivre sont :

Selon la loi de Dalton et de Raoult combinés on a:

$$P_{tot} = P_i + P_j = P_i^{sat} \cdot x_i + P_j^{sat} \cdot x_j = (P_i^{sat} - P_j^{sat}) \cdot x_i + P_j^{sat} \quad (\text{I.18})$$

L'équation ci-dessus est appelée **la courbe d'ébullition** c'est l'équation d'une droite.

D'après l'équation (I.9) pour le cas idéal, on peut écrire:

$$x_i = \frac{P_{tot}}{P_i^{sat}} \cdot y_i \quad (I.19)$$

Par substitution dans l'équation (I.18), on obtient:

$$P_{tot} = (P_i^{sat} - P_j^{sat}) \cdot \frac{P_{tot}}{P_i^{sat}} \cdot y_i + P_j^{sat} \Rightarrow P_{tot} = \frac{P_i^{sat} \cdot P_j^{sat}}{P_i^{sat} - (P_i^{sat} - P_j^{sat}) \cdot y_i} \quad (I.20)$$

L'équation (I.20) donne l'évolution de la pression totale du mélange en fonction de la composition de la phase vapeur, appelée **la courbe de Rosée** c'est l'équation d'une hyperbole.

Les pressions de vapeur saturante sont données par des équations empiriques dont la plus utilisée est l'équation d'Antoine

$$\log_{10} P^{sat} = A_i - \frac{B_i}{C_i + T} ; \quad (I.21)$$

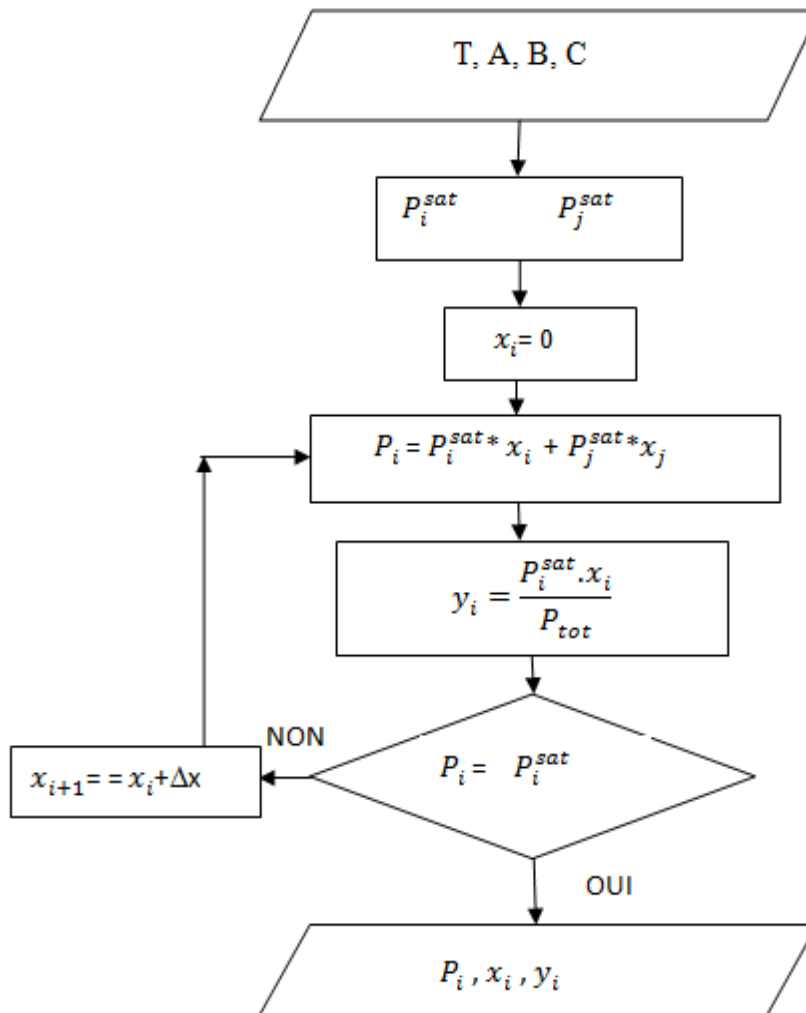
Les constantes  $A_i$ ,  $B_i$  et  $C_i$  se trouvent tabulés pour de nombreux composés, comme dans le tableau I.1 ci-dessous:

**Tableau: I.1:** Valeurs des constantes de l'équation d'Antoine de quelques composés  
P(bar), T(K) (Gmehling et al. 1977; Reid et al. 1987).

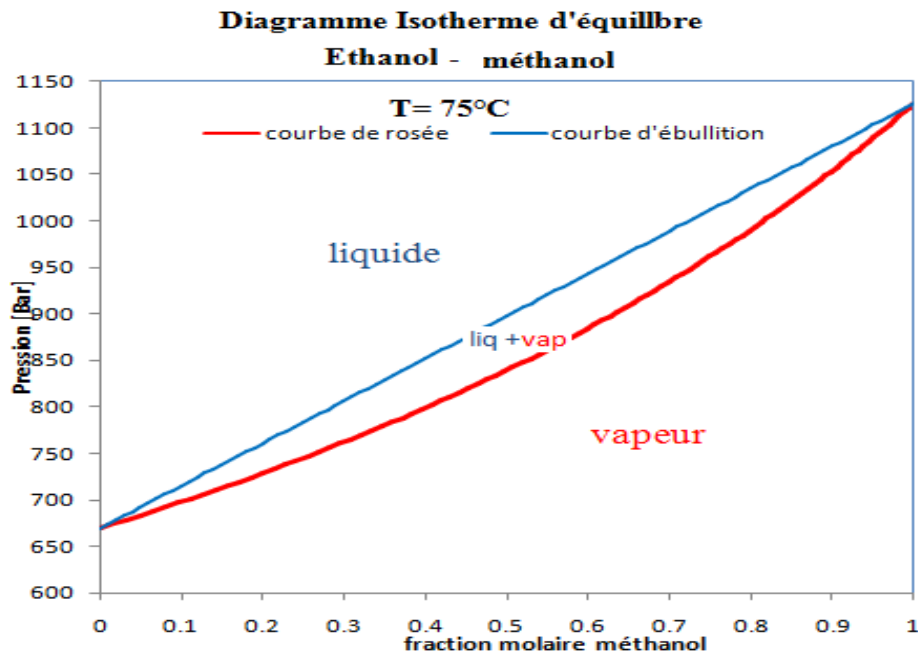
Composés	T <sub>éb</sub> (K)	A <sub>i</sub>	B <sub>i</sub>	C <sub>i</sub>	Intervalle de validité (°C)
n-Butane	272.70	9.05814	2154.897	-34.420	196-292
isobutane	261.40	9.15169	2133.243	-28.162	165-345
Méthanol	337.80	11.98705	3643.314	-33.424	288-357
Ethane	184.50	9.27428	1582.178	-13.762	145-284
Ethanol	351.50	12.05896	3667.705	-46.966	293 - 366
Eau	373.15	11.96481	3984.923	-39.724	274 - 373
Benzène	353.15	4.60362	1701.073	20.806	148.4 - 281.65

Les étapes nécessaires au calcul des diagrammes d'ébullition et de rosée sont représentées par l'organigramme présentés dans la figure I.1. Sur la figure I.2 on a

représenté le diagramme isotherme d'équilibre P-x-y du mélange binaire Ethanol/Méthanol à la température 75 °C. La courbe en rouge est la courbe de rosée alors que celle en bleu est la courbe d'ébullition. Les phases présentes sont représentées sur le diagramme.



**Figure I.1 :** Organigramme de calcul des compositions liquide et vapeur: cas isotherme



**Figure I.2:** Diagramme isotherme d'équilibre liquide-vapeur

#### I.4.1.2 Etude de l'équilibre liquide-vapeur à pression constante (isobare) et diagramme d'équilibre

L'étude de l'équilibre de façon isobare est plus important surtout dans les opérations unitaires comme la distillation. Pour étudier l'évolution de la température en fonction des compositions liquide et vapeur il faut que les expressions des pressions de vapeur saturante soient connues.

Après identification de l'intervalle de température adéquat du binaire ( $T_{éb}^i - T_{éb}^j$ ), on fait un calcul par pas du composé le moins volatil au composé le plus volatil.

Ainsi si le composé  $i$  est le plus volatil on aura:

$$T(k+1) = T_{éb}^j + \Delta T \quad (I.22)$$

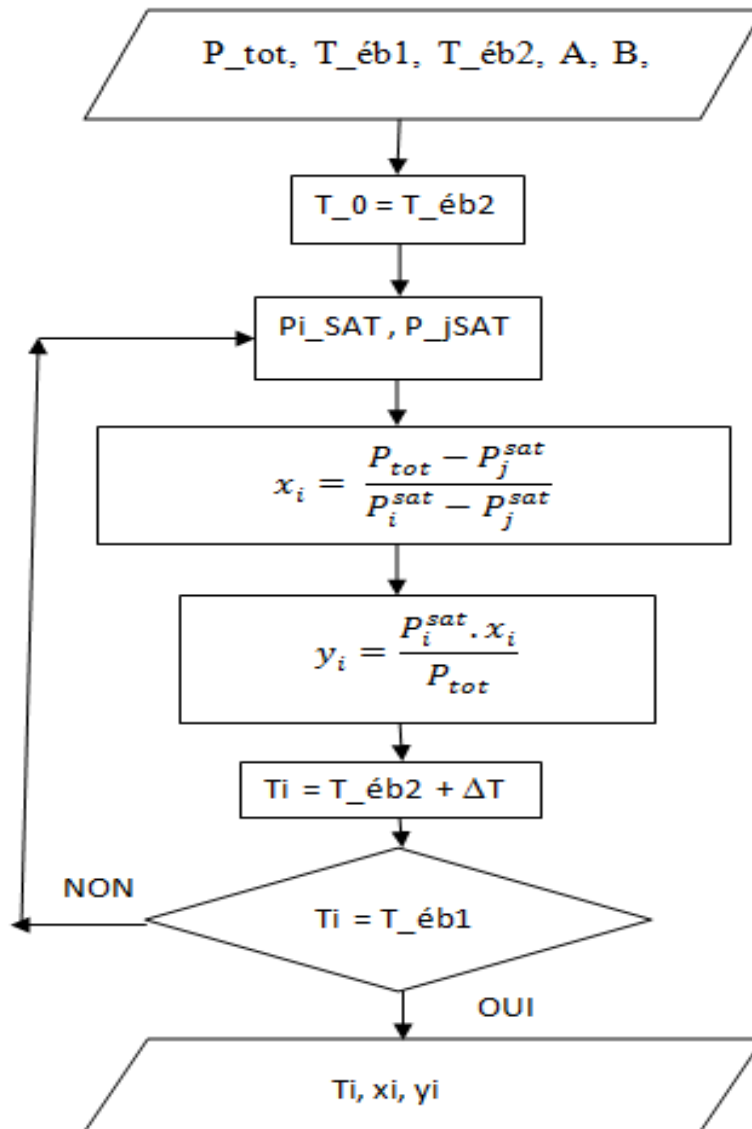
Pour chaque température on calcule les valeurs des compositions  $x_i$  et  $y_i$ :

$$\begin{cases} x_i = \frac{P_{tot} - P_j^{sat}}{P_i^{sat} - P_j^{sat}} \\ y_i = \frac{P_i^{sat} \cdot x_i}{P_{tot}} \end{cases} \quad (I.23)$$

En définitive, on obtient un profil :  $T_i = f(x_i)$  qui est la courbe d'ébullition et  $T_i = f(y_i)$  qui est la courbe de Rosée.

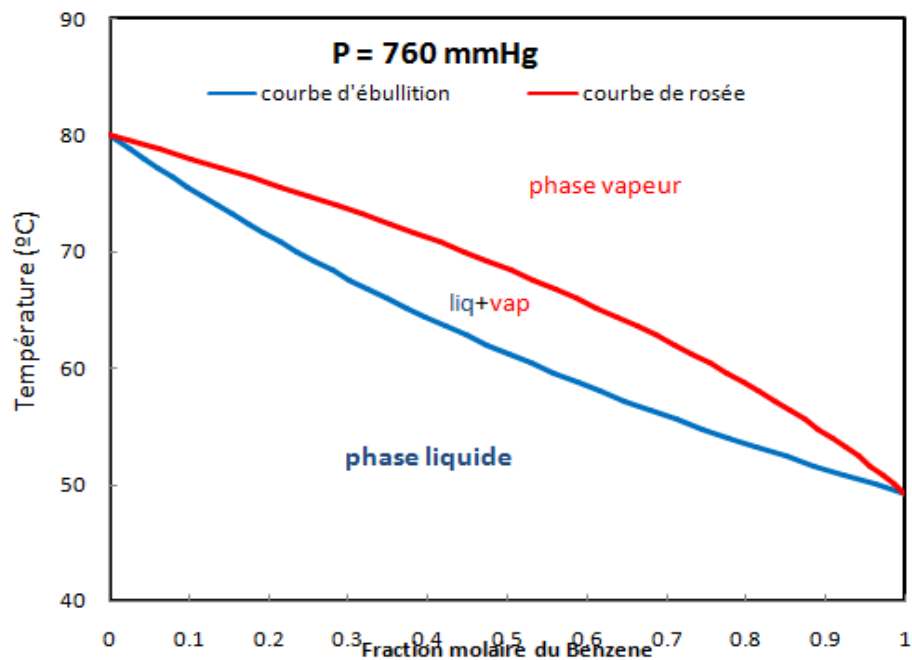
Les étapes nécessaires au calcul des courbes d'ébullition et de rosée sont représentées par l'organigramme présenté dans la figure I.3 et sur la figure I.4 on a représenté le diagramme isobare d'équilibre T-x-y du mélange binaire Ethanol/Méthanol à la

pression 760 mmHg. La courbe en rouge est la courbe de rosée alors que celle en bleu est la courbe d'ébullition. Les phases présentes sont représentées dans la figure (I.4). On note l'inversion des phases par rapport au diagramme isotherme.



**Figure I.3:** Organigramme de calcul des compositions liquide et vapeur: cas isobare





**Figure I.4 :** Diagramme isobare d'un mélange binaire idéal Ethanol-Méthanol

#### I.4.1.3 Règle du bras de levier

Si on considère un mélange de débit molaire/massique  $F$ , de composition  $z$  porté à un état d'équilibre liquide-vapeur à une certaine température et une certaine pression, soit le point  $M$  représenté sur la figure (I.5), ce mélange aura une quantité en phase vapeur  $V$ , de composition molaire  $y$  et aura une quantité en phase liquide  $L$  de composition molaire  $x$ , comme montré sur la figure ci-dessous.

En faisant le Bilan de matière globale et partiel par rapport à l'élément le plus volatil

On obtient:

A l'état stationnaire c'est-à-dire sans accumulation ni production et sans pertes

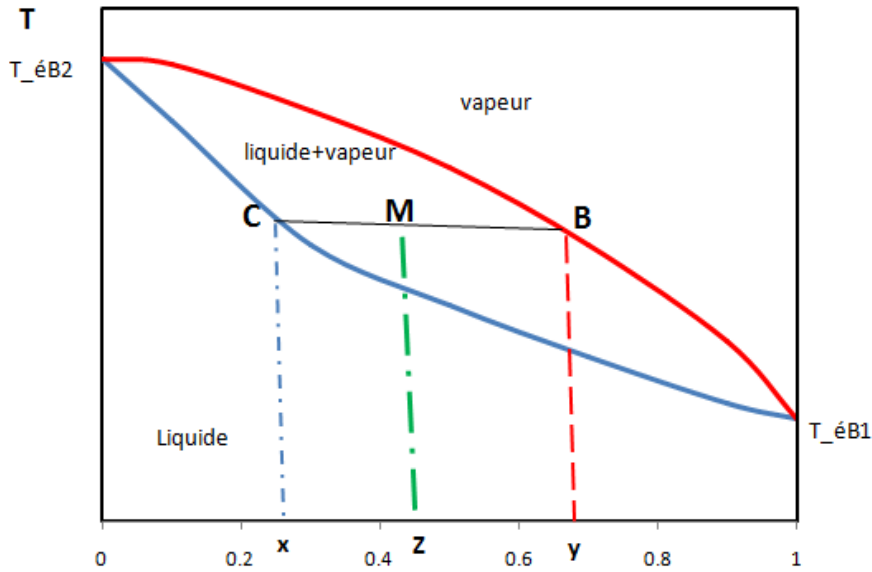
Entrée = Sortie

$$\begin{cases} F = V + L \\ F \cdot x_F = V \cdot y + L \cdot x \end{cases} \quad (\text{I.24})$$

Avec:  $F$ ,  $V$ ,  $L$  sont respectivement les débits à l'entrée et à la sortie vapeur et liquide.

$x_F$ ,  $y$ , et  $x$  sont les compositions molaire/massique à l'entrée, vapeur et liquide.

En substituant la première équation dans la deuxième équation on obtient en terme de la vapeur ( $V = F - L$ ) :



**Figure I.5:** Application du théorème de bras de levier

$$\frac{V}{F} = \frac{(z-x)}{(y-x)} = \frac{\overline{CM}}{\overline{CB}} \tag{I.25}$$

Ou encore en terme de liquide (L=F-V);

$$\frac{L}{F} = \frac{(z-y)}{(x-y)} = \frac{\overline{MB}}{\overline{CB}} \tag{I.26}$$

Et en divisant les deux équations précédentes on obtient:

$$\frac{V}{L} = \frac{\overline{CM}}{\overline{MB}} \tag{I.27}$$

C'est la relation cherchée, appelée théorème des moments chimiques représenté dans la figure (I.5), qui donne les quantités vapeur et liquide en terme des longueurs algébriques:  $\overline{CM}$  et  $\overline{MB}$ .

**I.4.1.4 Diagramme composition à l'équilibre x-y**

Dans la distillation des mélanges binaires le diagramme le plus utilisé est le diagramme composition vapeur-composition liquide ou encore diagramme x-y.

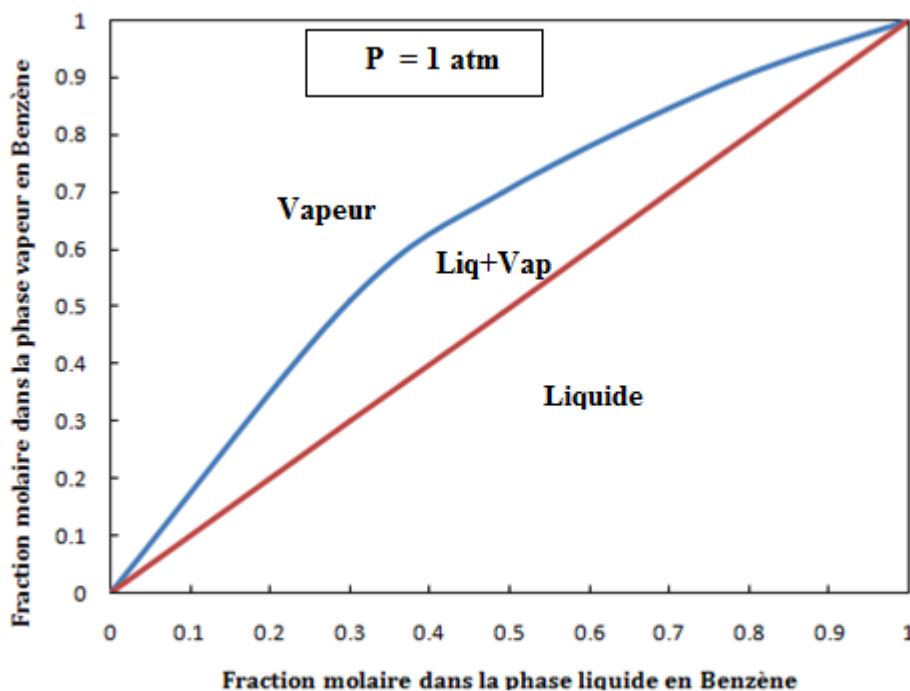
Ce diagramme est obtenu en réarrangeant l'équation (I.19) par rapport à l'élément le plus volatil (i), on obtient l'équation suivante:

$$y_i = \frac{p_i^{sat}}{P_{tot}} \cdot x_i \Rightarrow \frac{p_i^{sat}}{P_{tot}} \cdot x_i \Rightarrow \frac{p_i^{sat} / p_j^{sat}}{P_{tot} / p_j^{sat}} \cdot x_i \Rightarrow \frac{\alpha_{ij} x_i}{(p_i^{sat} \cdot x_i + p_j^{sat} \cdot (1-x_i)) / p_j^{sat}} \Rightarrow \frac{\alpha_{ij} \cdot x_i}{(\alpha_{ij} x_i + 1 - x_i)}$$

$$\Rightarrow y_i = \frac{\alpha_{ij} \cdot x_i}{1 + (\alpha_{ij} - 1) x_i} \tag{I.28}$$

Cette dernière équation donne l'évolution du système en équilibre liquide-vapeur de la composition en phase vapeur en fonction de la composition du mélange en phase liquide.

Si on considère que la volatilité relative  $\alpha_{ij}$  est indépendante de la pression et de la température et est constante dans l'intervalle de température en question, l'équation permet de tracer la courbe d'équilibre :  $y_i = f(x_i)$  qui se présente sous forme d'un demi-fuseau au dessus de la première bissectrice, comme il est montré sur la figure 1.6 qui représente la courbe d'équilibre Benzène/Toluène



**Figure I.6:** Exemple du diagramme d'équilibre Benzène-Toluène.

#### I.4.2 Mélanges azéotropes

La plus grande majorité des mélanges binaires s'écartent du comportement idéal. Ces écarts sont plus probables de se produire dans la phase liquide que dans la phase vapeur, en raison des forces d'interaction entre les molécules de structures chimiques différentes dans la phase liquide. Cet écart conduit à la formation des mélanges azéotropes.

Par définition un mélange azéotrope possède la même composition liquide et vapeur à une température, pression et composition données d'où l'incapacité de procéder à la séparation du mélange, car il se comporte comme un corps pur.

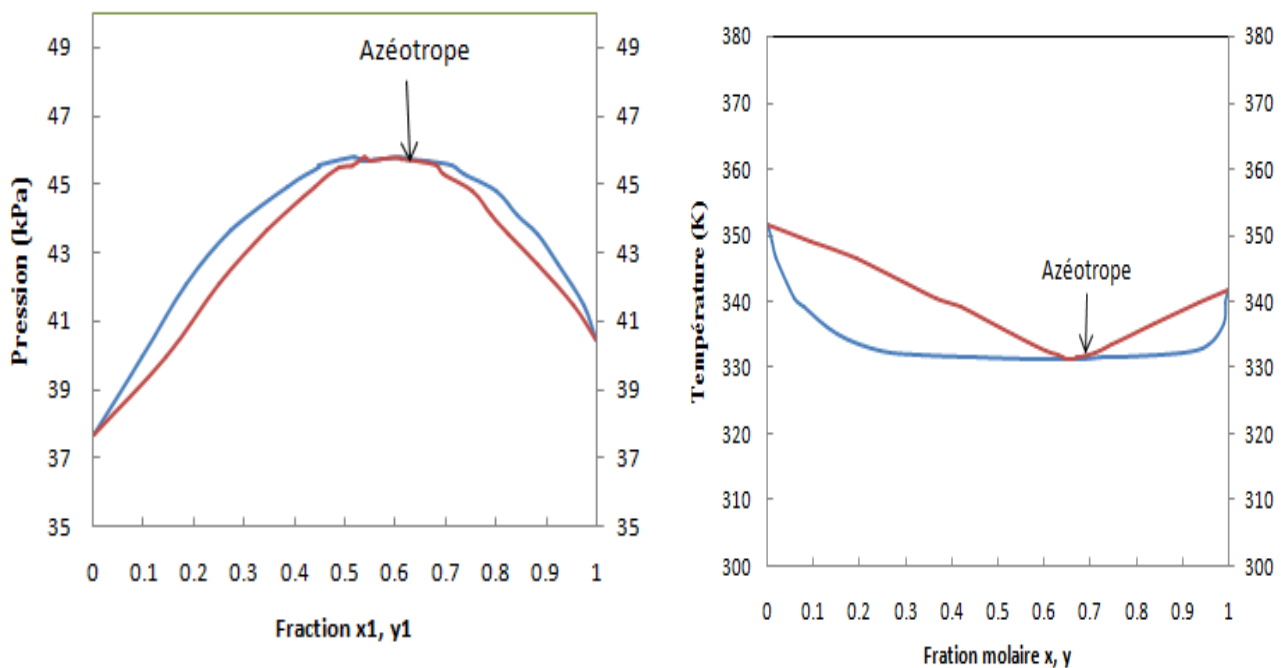
Pour modéliser ces déviations, on utilise la loi de l'équilibre liquide-vapeur (I.7).

Cet écart conduit à la formation de quatre types de mélanges :

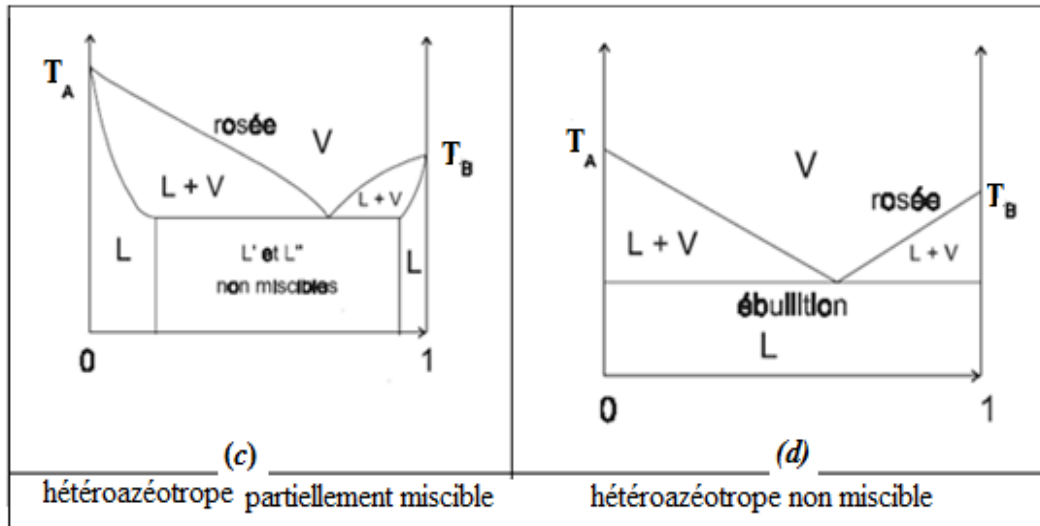
Sur la figure (I.8) on a représenté :

- Mélanges azéotrope positive : le mélange azéotrope a un point d'ébullition supérieur aux températures d'ébullition des composés purs, comme le cas du Tétrahydrofuranne / n-hexane.
- Mélanges azéotrope négative : le mélange azéotrope a un point d'ébullition inférieur aux températures d'ébullition des composés purs, comme le cas n-hexane / Ethanol.

Sur la figure (I.8) est représenté deux diagrammes des mélanges hétéroazéotropes : L'écart est fort et le mélange liquide est soit partiellement miscible, cas (c) ou non miscible, cas (d).



**Figure I.7:** Mélanges azéotropes à déviation positive du mélange Tétrahydrofuranne / n-hexane et négative du mélange hexane / Ethanol



**Figure I.8:** Mélanges hétéroazéotropes partiellement miscible et non miscible.

#### I.4.3 Diagramme d'équilibre Enthalpie-composition H-x-y

Pour les mélanges non idéaux, la chaleur latente n'est plus constante, il faut prendre en considération la chaleur de mélange. Pour ce type de mélange Ruhemann, Ponchon et Savarit ont développé des modèles graphiques basé sur l'utilisation des diagrammes d'équilibres enthalpie-composition qui couvre les deux phases liquide et vapeur en équilibre.

Afin de parvenir à tracer ce type de diagramme les données suivantes sont nécessaires:

✓ Enthalpie de mélange du liquide :

$$h_{\text{mélange}} = \sum_i^n x_i h_i + \Delta H_{\text{sol}} \quad (\text{I.29})$$

pour un mélange binaire, l'équation précédente devient :

$$h_{\text{mélange}} = x_A h_A + x_B h_B + \Delta H_{\text{sol}} \quad (\text{I.30})$$

$$h_{\text{mélange}} = x_A C_{P,A} (T - T_0) + x_B C_{P,B} (T - T_0) + \Delta H_{\text{sol}} \quad (\text{I.31})$$

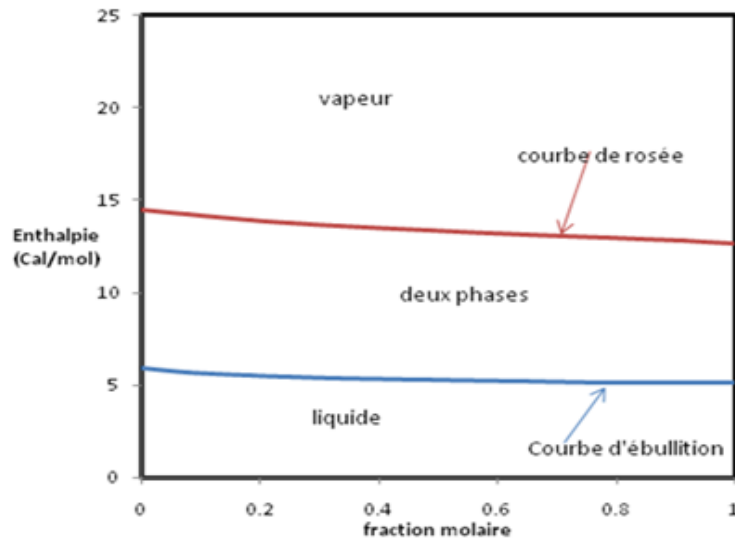
✓ Enthalpie de mélange de la vapeur :

$$H_{\text{mélange}} = h_{\text{mélange}} + \lambda_{\text{mélange}} \quad (\text{I.32})$$

pour un mélange binaire, l'équation précédente devient :

$$H_{\text{mélange}} = h_{\text{mélange}} + x_A \lambda_A + x_B \lambda_B \quad (\text{I.33})$$

A partir des données ci-dessus on obtient le diagramme d'équilibre ci-dessous pour le mélange Heptane-Ethylbenzène à la pression atmosphérique:



**Figure I.9 :** Diagramme enthalpie-composition du mélange Heptane-Ethylbenzène.

**Exercice d'application:**

100 kmol/hr d'un mélange contenant en pourcentage molaire 35% benzène et 35% toluène et 30% de Cumène, qui alimente une colonne de distillation équipé d'un condenseur total, le distillat est un liquide à son point de bulle. On considère que la solution est idéal.

1- Calculer les volatilités relatives en tête et en bas de la colonne.

**Solution:**

En tête, la colonne est équipé d'un condenseur total et le condensat est à son point de bulle, donc approximativement le distillat dépasse de peu la température d'ébullition du benzène, on l'estime à 80.5 °C. La température en bas de colonne devrait dépasser la température d'ébullition du Toluène, on l'estime à 124°C et n'arrive pas à la température d'ébullition du Cumène.

On dispose de l'équation d'Antoine pour le calcul des pressions de saturation:

$$\ln P_v^{sat} [\text{mmHg}] = A - \frac{B}{(T+c)}, \text{ avec } P [\text{mmHg}] \text{ et } T [^\circ\text{C}], \text{ pour le Cumène } T[\text{K}]$$

**Tableau I.2:** Valeurs des constantes de l'équation d'Antoine du Benzène, Toluène et Cumène.

Composés	T_éb. (°C)	A	B	C
Benzène	80	15.9037	2789.01	220.79
Toluène	110.6	16.00531	3090.78	219.14
Cumène	152.4	17.9232	4802	-

On commence par la calcul des pressions de saturation en tête et en bas de la colonne. en utilisant l'équation d'Antoine donnée plus-haut. Puis en rappelant l'équation (I.17) on calcule les volatilités relatives en prenant le toluène comme composé de référence puisque le Cumène devrait apparaître que dans le résidu (masse molaire élevée, température d'ébullition élevée).

$$\alpha_{ij} = \frac{K_i}{K_j} = \frac{P_i^{sat}}{P_j^{sat}} \quad (\text{I.17})$$

Les résultats des calculs sont donnés dans le tableau ci-dessous:

**Tableau I.3:** Valeurs des pressions de vapeur saturante et volatilités relatives.

Température (°C)	$P_A^{sat}$ [mmHg]	$P_B^{sat}$ [mmHg]	$P_C^{sat}$ [mmHg]	$\alpha_{AB} = \frac{P_A^{sat}}{P_B^{sat}}$	$\alpha_{BC} = \frac{P_B^{sat}}{P_C^{sat}}$
Tête 80.5	768.5	301	76.6	2.55	0.254
Bas 124	2495	1109	344.7	2.25	0.311

Une volatilité relative élevée signifie qu'un composant s'évapore plus facilement que l'autre, ce qui facilite la distillation, à mesure que la volatilité relative se rapproche de 1, la séparation devient plus difficile. dans le cas de cet exercice, le composé A est le plus volatil, C est le moins volatil.

## **Chapitre II : Distillation flash**



## II.1 Introduction

La distillation flash ou à l'équilibre est la méthode de séparation la plus simple et consiste en une évaporation partielle du mélange liquide porté à une certaine température et pression et ensuite l'emmener vers un état d'équilibre liquide-vapeur suivie d'une condensation totale ou non de la vapeur récupérée.

A cet effet, on utilise un appareil équivalent à un étage théorique, appelé chambre ou tambour flash ou séparateur gaz-liquide. Le flux de l'alimentation est «flashé» en l'étranglant à travers une buse ou une vanne d'où la chute de la pression. Le composant le plus volatil sera concentré dans le flux vapeur et le moins volatil dans le flux liquide. La séparation n'est généralement pas très élevée pour une seule étape d'équilibre. La figure (II-1) montre le schéma de principe d'une distillation flash.

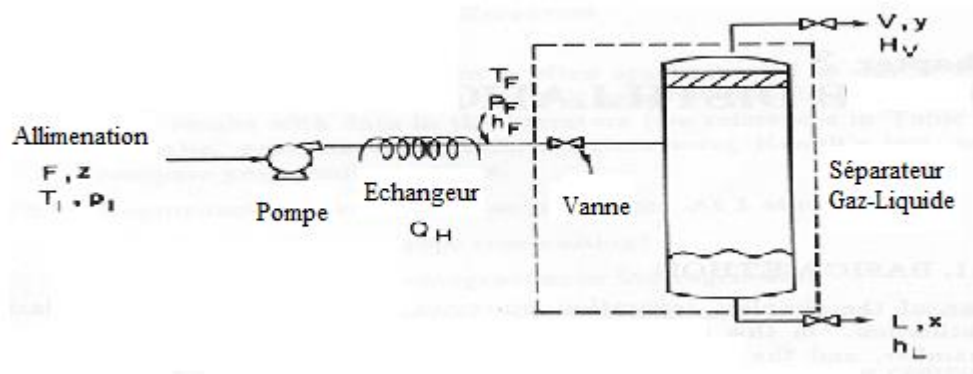


Figure II.1: Schéma de principe d'une distillation flash

## II.2 Différents modes de distillation flash

On distingue trois modes de fonctionnement de la distillation flash:

- La distillation flash isotherme: le mélange à l'alimentation est liquide puis passe dans un échangeur de chaleur où il est partiellement vaporisé pour être par la suite séparé dans le séparateur.
- La distillation flash adiabatique: le mélange à l'alimentation est liquide sous pression puis détendu dans une vanne, la chute de pression provoque une vaporisation partielle du mélange qui sera séparé dans le séparateur.
- La distillation flash par condensation partielle: le mélange à l'alimentation est vapeur qui passe par un condenseur partiel. A sa sortie on récupère un mélange liquide-vapeur qui sera séparé dans le séparateur.

**II.3 Bilan de matière pour une distillation flash binaire et fraction vaporisé  $\psi$** 

A l'état stationnaire, le Bilan matière global s'écrit:

$$F = L + V \quad (\text{II.1})$$

Avec:

$F$ : Débit molaire/massique de l'alimentation.

$L$ : Débit molaire/massique du liquide soutiré.

$V$ : Débit molaire/massique de la vapeur récupérée.

Bilan matière par rapport à l'élément le plus volatil :

$$F.Z = L.x + V.y \quad (\text{II.2})$$

Avec:

$Z$  : Fraction molaire/massique du composé la plus volatil dans l'alimentation.

$x$  : Fraction molaire/massique du composé la plus volatil dans le liquide soutiré.

$y$  : Fraction molaire/massique du composé la plus volatil dans la vapeur récupérée.

En résolvant les deux équations on obtient l'équation:

$$y = -\frac{(1-\psi)}{\psi}x + \frac{Z}{\psi} \quad (\text{II.3})$$

L'équation (II.3) est appelée la droite opératoire.

Avec:

$$\psi = \frac{V}{F} \quad (\text{II.4})$$

$\psi$  : est la fraction vaporisée.

On dispose aussi des relations d'équilibre pour le cas idéal:

$$y = K.x = \frac{p^{sat}}{p} x \quad (\text{II.5})$$

ou bien:

$$y = \frac{\alpha_{ij}x}{1+(\alpha_{ij}-1)x} \quad (\text{II.6})$$

Pour résoudre un problème de distillation flash il faut résoudre simultanément les équations (II.1), (II.3) et (II.5) ou (II.6).

**II.4 Résolution graphique du flash binaire**

La résolution graphique correspond à l'intersection de la droite opératoire (II.3) et la courbe d'équilibre (II.6) comme il est montré sur la figure (II.2).

- La droite opératoire passe par le point caractéristique :  $(Z, Z)$ . Le deuxième point varie selon la nature de l'alimentation, c'est-à-dire selon la valeur de  $\psi$ .

- Si l'alimentation est un liquide saturé (à son point de bulle), c'est-à-dire:  $F=L$  et  $V=0$ , dans ce cas  $\psi = 0$  et la pente de la droite opératoire  $\frac{(1-\psi)}{\psi}$  est infinie. La droite opératoire est une verticale parallèle à  $\overrightarrow{OY}$ .
  - Si l'alimentation est une vapeur saturée (à son point de rosée), c'est-à-dire:  $F=V$ , dans ce cas  $\psi = 1$  et la pente de la droite opératoire  $\frac{(1-\psi)}{\psi}$  est nulle. La droite opératoire devient une horizontale parallèle à l'axe  $\overrightarrow{OX}$ .
- Entre ces deux cas limites on retrouve tous les autres cas.

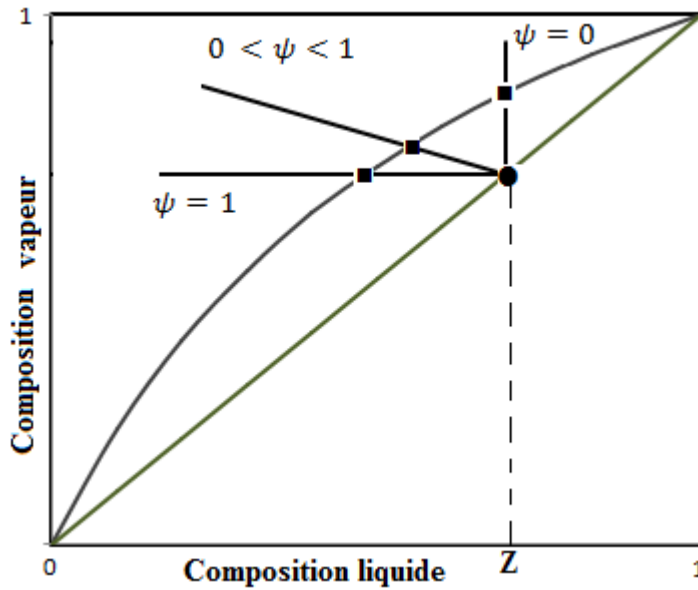


Figure II.2: Illustration graphique du flash binaire selon l'état physique de l'alimentation

### II.5 Flash isotherme complexe

Pour le cas d'une distillation complexe, le mélange qui alimente le ballon flash est formé de  $n$  constituants, on supposant que la pression et la température sont fixes et en réécrivant les équations des bilans matière global et par rapport à l'élément le plus volatil en régime stationnaire:

$$\begin{cases} F = L + V \\ F.Z_i = L.x_i + V.y_i & i = 1, \dots, n \\ y_i = K_i x_i \end{cases} \quad (II.7)$$

Avec:

$Z_i$ : Est la composition molaire/massique de l'élément le plus volatil dans le mélange à l'alimentation.

$x_i$ : Est la composition molaire/massique de l'élément le plus volatil dans le mélange liquide soutiré en bas du ballon.

$y_i$ : Est la composition molaire/massique de l'élément le plus volatil dans le mélange vapeur récupéré en tête du ballon.

Après réarrangement des équations (II.7) on obtient l'équation suivante:

$$x_i = \frac{Z_i}{1+\psi(K_i-1)} \quad (\text{II.8})$$

$$\text{En introduisant l'équation de normalisation : } \sum_{i=1}^C x_i = 1 \quad (\text{II.9})$$

l'équation (II.8) devient :

$$\sum_{i=1}^C \frac{Z_i}{1+\psi(K_i-1)} = 1 \quad (\text{II.10})$$

de la même manière, on obtient une deuxième équation de normalisation dans la phase vapeur et en tenant compte de équations (II.7), (II.8) et de l'équation de normalisation:  $\sum_{i=1}^C y_i = 1$

On obtient:

$$y_i = K_i x_i = \frac{K_i Z_i}{1+\psi(K_i-1)} \Rightarrow \sum_{i=1}^C y_i = \sum_{i=1}^C \frac{K_i Z_i}{1+\psi(K_i-1)} = 1 \quad (\text{II.11})$$

En introduisant une troisième équation de normalisation tel que:

$$\sum_{i=1}^C y_i - \sum_{i=1}^C x_i = 0 \quad (\text{II.12})$$

En substituant dans (II.12) les équations (II.10) et (II.11) on obtient:

$$\sum_{i=1}^C \frac{K_i Z_i}{1+\psi(K_i-1)} - \sum_{i=1}^C \frac{Z_i}{1+\psi(K_i-1)} = 0 \quad (\text{II.13})$$

qui peut être arrangé sous une forme appelé équation de Rocheford-Rice.

$$f(\psi) = \sum_{i=1}^C \frac{(K_i-1)Z_i}{1+\psi(K_i-1)} = 0 \quad (\text{II.14})$$

Ainsi, résoudre un problème de flash complexe revient à trouver la valeur de la fraction ( $0 \leq \psi \leq 1$ ) qui annulerait la fonction (II.14).

## II.6 Point de Bulle et point de Rosée

En considérant que le mélange à traiter est idéal, par conséquent les lois de Raoult et de Dalton sont applicables. Dans le ballon flash, il est nécessaire de connaître la température et la pression opératoires afin de savoir la coexistence ou non du mélange biphasique.

### II.6.1 Point de Bulle

Au point de bulle le mélange à distiller est un liquide saturé, dans ce cas  $\psi = 0$  et l'équation de Rocheford-Rice (II.14) devient:

$$f(0) = \sum_{i=1}^C (K_i - 1)Z_i = 0 \Rightarrow \sum Z_i - \sum K_i Z_i = 0 \Rightarrow \sum K_i Z_i = 1 \quad (\text{II.15})$$

- Si la température est connue, alors il nous est demandé d'estimer la pression à laquelle se fait la séparation:

$$\sum K_i Z_i = 1 \Rightarrow \sum \frac{P_i^{sat}}{P} Z_i = 1 \Rightarrow P_{bulle} = \sum P_i^{sat} Z_i \quad (II.16)$$

- Si la pression est connue on chercherait alors à estimer la température de bulle à laquelle s'effectue la distillation, une procédure itérative est nécessaire à la résolution de l'équation ci-dessous:

$$f(0) = \sum_{i=1}^C \left( \frac{P_i^{sat}}{P_{bulle}} - 1 \right) Z_i = 0 \quad (II.17)$$

### II.6.2 Point de Rosée

Au point de rosée le mélange à distiller est une vapeur saturée, dans ce cas  $\psi = 1$  et l'équation de Racheford-Rice (II.14) devient:

$$f(1) = \sum_{i=1}^C \frac{(K_i - 1) Z_i}{K_i} = 0 \Rightarrow \sum Z_i - \sum \frac{Z_i}{K_i} = 0 \Rightarrow \sum \frac{Z_i}{K_i} = \sum Z_i = 1 \quad (II.18)$$

L'équation du point de rosée est:

$$\sum \frac{Z_i}{K_i} = 1 \quad (II.19)$$

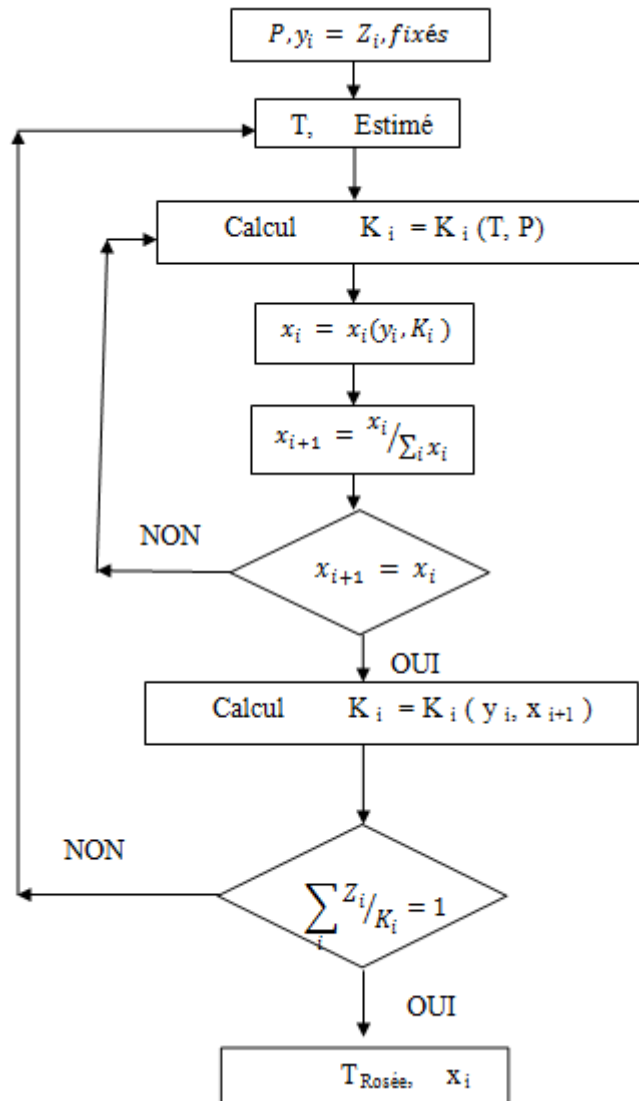
- Si la température au point de rosée est connue, la pression est donnée par:

$$\Rightarrow \sum \frac{Z_i}{\frac{P_i^{sat}}{P}} = 1 \Rightarrow P_{rosée} = \sum_i \frac{P_i^{sat}}{Z_i} \quad (II.20)$$

- Si la pression est connue alors il est demandé d'estimer la température de Rosée.

Il est donc nécessaire de résoudre par itération l'équation ci-dessous selon l'algorithme présenté dans la figure (II.2) ci-dessous:

$$f(1) = \sum_{i=1}^C \frac{\left( \frac{P_i^{sat}}{P} - 1 \right) Z_i}{\frac{P_i^{sat}}{P}} = 0 \quad (II.21)$$



**Figure II.3:** Algorithme de résolution de la température de Rosée.

### II.7 Détermination des phases des courants

Dans tout problème de distillation il est primordiale de connaître les conditions de pression et de température sous lesquelles les phases liquide et vapeur coexistent.

Un ensemble de critères qui découle des équations de bilan de matière permettent de résoudre le problème selon le tableau donné ci-dessous.

Le tableau nous indique dans quelle direction il faut varier la température ou la pression dans la résolution itérative afin d'arriver au point de bulle (liquide saturé) ou le point de rosée (vapeur saturé).

**Tableau II.1:** Détermination des phases des courants

Nature du courant	$\sum_1^C K_i Z_i$	$\sum_1^C \frac{Z_i}{K_i}$
Liquide sous refroidi	< 1	> 1
Liquide saturé	= 1	> 1
Mélange liquide+vapeur	> 1	> 1
Vapeur saturée	> 1	= 1
Vapeur surchauffée	> 1	< 1

### II.8 Flash en cascade

Généralement, une séparation issue d'une opération flash à simple effet est insuffisante à arriver à la pureté désirée (99%).

Afin de remédier à cet inconvénient on opère avec une séparation en cascade.

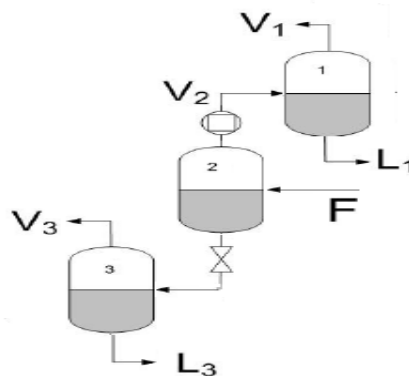
Elle est de deux types:

#### II.8.1 Cascade de type 1

Chaque courant à la sortie du premier flash (avec alimentation) est soumis à une autre séparation comme montré dans la figure II.4.

A l'entrée de chaque courant on prévoit un compression de la nouvelle vapeur et une détente du liquide afin d'obtenir un nouvel équilibre liquide-vapeur.

Ce type d'arrangement n'est pas intéressant dans la mesure où on obtient différents produits ( $V_1, L_1, V_2, L_2, V_3, L_3$ .)

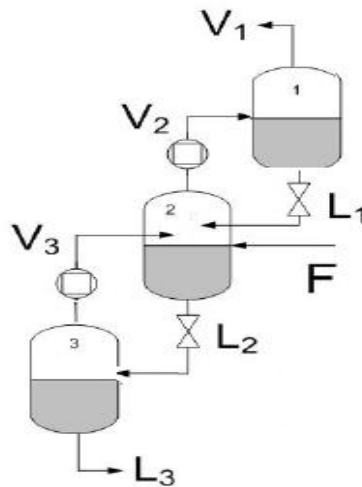


**Figure II.4:** Cascade à trois effets

#### II.8.2 Cascade de type 2 :

Dans ce type d'arrangement chaque vapeur et chaque liquide issues d'un séparateur sont chargés dans un autre séparateur.

Cet arrangement est plus intéressant dans la mesure où on obtient à la fin une seule vapeur ( $V_1$ ) et un seul liquide ( $L_3$ ), voir la figure ci-dessous.



**Figure II.5:** Arrangement à contre-courant.

**Exercice Application:**

un mélange contenant 42% mol en benzène et 60% mol en Toluène est envoyé vers un ballon flash à un débit de 20 kmol/hr et à la pression atmosphérique. Le produit liquide contient 35% mol en benzène. Calculer les quantités et les compositions en tête et en bas de la colonne. On donne la volatilité relative du benzène dans le mélange est égale à 2.5.

Questions:

- 1- Résoudre le problème d'une manière analytique et graphique.
- 2- Déduire la nature physique du mélange à séparer.
- 3- Ecrire l'équation de la droite opératoire.

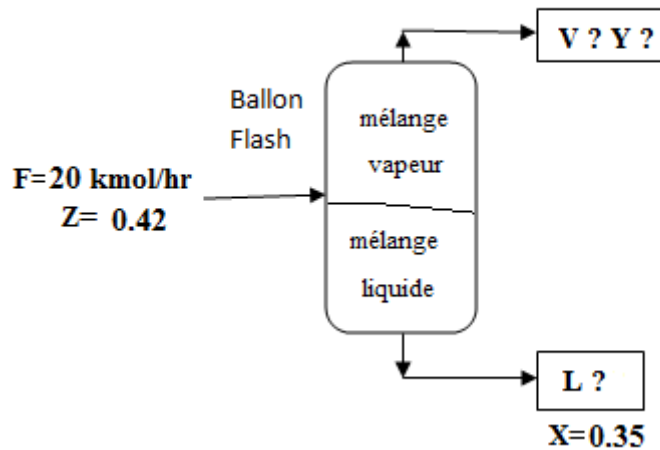
**Solution:**

**A/ Méthode analytique**

Comme on n'a pas donné aucune information sur l'état physique du mélange à séparer ainsi que la quantité vapeur récupérée, on procède la solution en faisant des bilans de matières sur le mélange en question.

1- La première étape consiste à schématiser le procédé afin que l'étudiant soit capable de comprendre ce qui est donné de ce qui est lui demander de trouver, comme il montré dans la figure ci-dessous:.





**Figure II.6:** Schéma de principe du flash binaire Benzène/Toluène.

2- La deuxième étape est l'écriture des équations de bilan de matière global et par rapport à l'élément le plus volatil qui est dans ce cas le benzène.

$$F = L + V \Rightarrow 20 = L + V \Rightarrow L = 20 - V \quad (1)$$

$$F.Z = L.x + V.y \Rightarrow 20(0.42) = L(0.35) + V.y \Rightarrow 8.4 = 0.35L + V.y$$

$$\Rightarrow 8.4 = 0.35(20 - V) + V.y \Rightarrow V = 1.4/(y - 0.35) \quad (2)$$

Comme on le constate, on obtient deux équations à 3 inconnus (L, V, Y), afin de résoudre ce problème on aurait besoin d'une troisième équation qui n'est autre que l'équation d'équilibre (II.6) en substituant la valeur de la volatilité relative :  $\alpha_{ij} = 2.5$

$$y = \frac{2.5.x}{1+(2.5-1)x} = \frac{2.5.x}{1+1.5x} \quad (3)$$

Rappelant que dans le ballon flash le mélange liquide se trouve en équilibre thermodynamique avec sa vapeur et de même les compositions vapeur et liquide à la sortie, donc :  $x=0.35$

3- En résolvant l'équation (3) on obtient la composition du mélange vapeur à la sortie

$$y = \frac{2.5 \cdot 0.35}{1 + 1.5 \cdot 0.35} = 0.572$$

4- En substituant la valeur de y dans l'équation (2), on obtient la quantité vapeur récupérée:

$$V = \frac{1.4}{y - 0.35} = \frac{1.4}{(0.572 - 0.35)} = 6.256 \text{ kmol/hr}$$

5- En substituant la valeur de V dans l'équation (1) on obtient la quantité du liquide récupérée.  $L = 20 - 6.256 = 13.744 \text{ kmol/hr}$

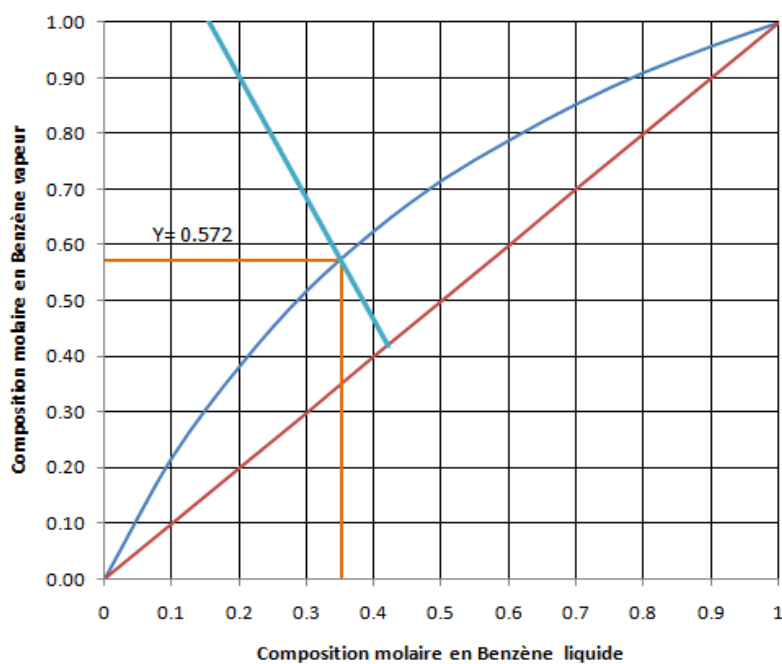
### B/ Méthode graphique

1-La première étape sera de tracer la courbe d'équilibre en utilisant l'équation d'équilibre obtenu (3) en variant la composition liquide de 0 à 1. On obtient les données ci-dessous:

**Tableau II.2:** Données d'équilibre Benzène- Toluène.

X	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Y	0	0.22	0.38	0.52	0.63	0.71	0.79	0.85	0.91	0.96	1.0

2- Localiser sur la courbe d'équilibre la composition du liquide  $x=0.35$  et lire la composition vapeur, on obtient :  $y=0.572$ .



**Figure II.7:** Résolution graphique du flash binaire Benzène-Toluène.

3- En revenant à l'équation (2) avec la valeur de la composition de la vapeur 0.572 on tire la valeur de la quantité vapeur récupérée.

$$V = 1.4 / (0.572 - 0.35) = 6.256 \text{ kmol/hr}$$

Et de même, la valeur de la quantité liquide est tiré de l'équation (1) comme précédemment.

4-  $\psi = \frac{V}{F} = \frac{6.256}{20} = 0.3128 \Rightarrow 0 < 0.3128 < 1$ , donc l'alimentation est un mélange liquide et vapeur.

5- L'équation de la droite opératoire est comme montré dans la figure ci-dessus:

$$y = -\frac{(1-\psi)}{\psi}x + \frac{Z}{\psi} = -2.196x + 1.3427.$$

## **Chapitre III : Distillation des mélanges binaires**

### III.1 Introduction

La séparation par distillation des mélanges binaires en continue s'effectue dans des colonnes en acier inoxydable. Dans ces colonnes circulent deux courants : liquide ascendant et une vapeur descendante. Ces colonnes sont équipées de plateaux perforés ou remplis de garnissage afin d'augmenter le transfert de matière et de chaleur entre les deux phases.

Sur la figure (III.1) est illustrée une colonne de distillation en continue. En haut de la colonne est installé un condenseur total/partiel muni d'un séparateur pour récupérer une partie comme distillat et une autre partie retourne à la colonne, c'est le reflux. Par définition le reflux désigne le retour d'une partie du courant du fluide, notamment du distillat, à l'état liquide en tête de colonne.

En bas de la colonne on prévoit un rebouilleur total/partiel afin de vaporiser la fraction lourde liquide et la réinjecter à la colonne c'est aussi un reflux à l'état vapeur.

Ainsi, on définit le taux de reflux en haut de la colonne et en bas de colonne comme le rapport respectivement du débit du liquide et du débit de la vapeur au débit du distillat et au débit du résidu.

Sur la colonne, on distingue deux zones: une zone au-dessus du plateau alimentation appelée zone d'enrichissement et au-dessous du plateau alimentation une zone appelée zone d'épuisement. On conçoit à affecter aux plateaux de la zone enrichissement l'indice  $n$  et ceux de la zone épuisement l'indice  $m$ .

Le plateau alimentation assure l'alimentation de la colonne en mélange à distiller.

Afin de faciliter les calculs sur de tels colonnes, on la subdivise en quatre volumes de contrôle:

Le volume de contrôle 1 qui englobe toute la colonne, c'est-à-dire, l'entrée c'est le plateau alimentation et deux sorties; le distillat et le résidu.

Le volume de contrôle 2 dans la section d'enrichissement dont l'entrée est le plateau  $n$  et la sortie c'est le distillat.

Le volume de contrôle 3 dans la section épuisement dont l'entrée est le plateau  $m$  et la sortie est le résidu.

Le volume de contrôle 4 autour du condenseur en tête de colonne.

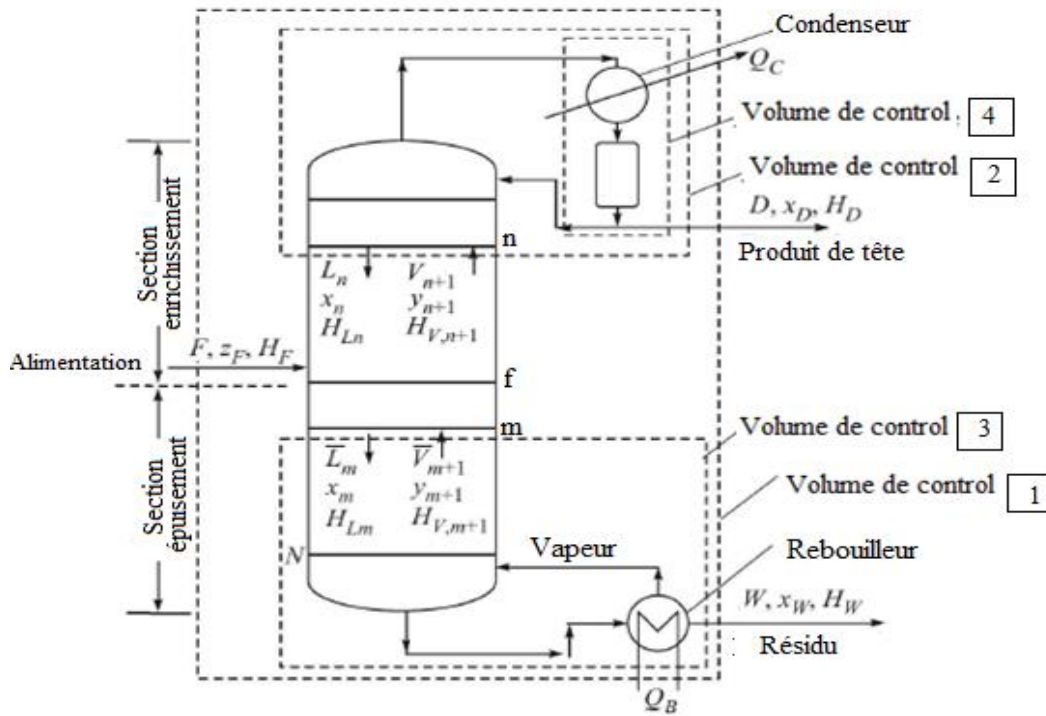


Figure III.1: Schéma d'une colonne de distillation en continu.

Les courants liquides et vapeurs qui sortent du même plateau, soit le plateau  $n$  sont en équilibre et auront le même indice, ainsi la vapeur  $V_n$  de composition  $y_n$  et le liquide  $L_n$  ayant une composition  $x_n$  sont en équilibre, par contre le courant vapeur  $V_{n+1}$  de composition  $y_{n+1}$  ascendant venant du plateau  $n+1$  et le liquide  $L_{n-1}$  de composition  $x_{n-1}$  descendant venant du plateau  $n-1$  se croisent sur le plateau  $n$  ne sont pas en équilibre comme montré sur la figure (III.2).

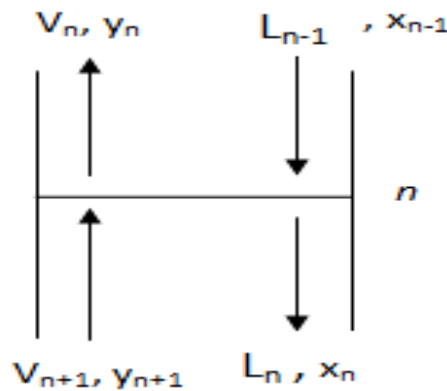


Figure III.2: Schéma des courants sortant et entrant au plateau  $n$

### III.2 Méthode de McCabe et Thiele

#### III.2.1 Hypothèse de Lewis

Pour faciliter le calcul et le contrôle de ce type d'équipement, on utilise la méthode de McCabe et Thiele qui emploie un certain nombre d'hypothèse dite de Lewis:

- La colonne est adiabatique.
- Les chaleurs de mélanges des deux composés en équilibre sont négligeables.
- Les chaleurs molaires de vaporisation des deux composés sont égales.
- L'alimentation est un liquide saturé, c'est-à-dire un mélange à son point d'ébullition.

Ce qui aura pour conséquence que la chaleur d'une vapeur condensée sur un plateau est récupérée pour vaporiser une partie du liquide. la condensation d'une mole de vapeur conduit à la vaporisation d'une mole de liquide.

Pour mener les calculs, la colonne est subdivisée en deux sections: la section d'enrichissement située au-dessus du plateau d'alimentation (f) et une section d'épuisement situé au-dessous du plateau alimentation (f).

Une conséquence directe des hypothèses de Lewis est l'égalité des débits liquides et vapeurs dans les deux sections enrichissement en leur assimilant l'indice n et épuisement en leur assimilant l'indice m:

$$L_1 = L_2 = \dots = L_{n+1} = L_n, \quad V_1 = V_2 = \dots = V_{n+1} = V_n \quad (\text{III.1})$$

$$L_1 = L_2 = \dots = L_{m+1} = L_m; \quad V_1 = V_2 = \dots = V_{m+1} = V_m \quad (\text{III.2})$$

#### III.2.2 Droites opératoires des sections enrichissement et épuisement

##### III.2.2.1- Bilans matières

On considère le volume de contrôle 2 de la section d'enrichissement en régime permanent sans accumulation:

$$\text{Bilan global : } V_{n+1} = D + L_n$$

$$\text{Bilan par rapport à l'élément le plus volatil : } V_{n+1}y_{n+1} = Dx_D + L_nx_n \quad (\text{III.3})$$

En combinant les deux équations précédente et en tenant compte des égalités dans (III.1), on obtient:

$$y_{n+1} = \frac{L_n}{V_n}x_n + \frac{D}{V_n}x_D \quad (\text{III.4})$$

A ce niveau, il convient de définir le taux du reflux qui exprime le rapport du liquide descendant à la coupe en distillat à éliminer. D'habitude, c'est le rapport du reflux externe à ne pas confondre avec le taux de reflux interne qui est le rapport du liquide

descendant de chaque étage à la vapeur qui en sort. Il est donné par l'équation ci-dessous:

$$R = \frac{L_n}{D} \quad (\text{III.5})$$

En combinant les deux équations (III.3) , (III.4) et (III.5), on obtient la droite opératoire **section enrichissement** qui passe par les points de coordonnées  $(x_D; x_D)$  et  $(0; \frac{x_D}{R+1})$ .

$$y_{n+1} = \frac{R}{R+1}x_n + \frac{x_D}{R+1} \quad (\text{III.6})$$

De même, en considérant le volume de contrôle 3 de la section d'enrichissement délimité par le plateau m à la sortie de bas de la colonne en régime permanent sans accumulation:

$$\text{Bilan global : } V_{m+1} = L_m - B$$

$$\text{Bilan par rapport à l'élément le plus volatil : } V_{m+1}y_{m+1} = L_mx_m - Bx_B \quad (\text{III.7})$$

En combinant les deux équations précédente et en tenant compte des égalités dans (III.2), on obtient:

$$y_{m+1} = \frac{L_m}{V_m}x_m - \frac{B}{V_m}x_W \quad (\text{III.8})$$

C'est la droite opératoire **section épuisement** qui passe par les points de coordonnées  $(x_W; x_W)$  et  $(0; -\frac{B}{V_m})$ .

Les deux courants dans la section enrichissement et épuisement se croisent sur le plateau alimentation (f) comme indiqué sur la figure (III.1), d'où l'égalité des équations (III.4) et (III.8).

en soustrayant et manipulant les équations (III.4) et (III.8), on aboutit à l'équation ci-dessous:

$$y_q = \frac{L_m - L_n}{V_m - V_n}x_q + \frac{F}{V_m - V_n}x_F \quad (\text{III.9})$$

C'est la droite opératoire du **plateau alimentation** qui permet de relier les débits dans les deux sections.

On définit le coefficient q comme la fraction liquide par :

$$q = \frac{(L_m - L_n)}{F} \quad (\text{III.10})$$

En faisant un bilan de matière sur le plateau alimentation afin d'obtenir une relation entre les différents débits liquide et vapeur, en considérant que l'alimentation est un liquide à son point de bulle selon les hypothèses de Lewis.

$$F + L_n + V_m = L_m + V_n \quad (\text{III.11})$$

Après réarrangement de l'équation ci-dessus on obtient:

$$\frac{(L_m - L_n)}{F} = 1 + \frac{(V_m - V_n)}{F} \Rightarrow q - 1 = \frac{(V_m - V_n)}{F} \quad (\text{III.12})$$

L'équation (III.9) devient:

$$y_q = \frac{q}{(q-1)} x_q + \frac{x_F}{(q-1)} \quad (\text{III.13})$$

L'équation ( III.13) est la droite opératoire de l'alimentation qui passe par le point  $(x_F; x_F)$  et de pente  $\frac{q}{(q-1)}$ .

### III.2.2.2 Droites thermiques au plateau Alimentation

Le coefficient  $q$  peut être relié au bilan de chaleur sur le plateau d'alimentation :

En faisant un bilan de chaleur autour du plateau alimentation il ressort:

$$FH_F + L_n H_{L_n} + V_m H_{V_m} = L_m H_{L_m} + V_n H_{V_n} \quad (\text{III.14})$$

D'après les hypothèses de Lewis on a :  $H_{L_n} = H_{L_m} = H_L$  et  $H_{V_m} = H_{V_n} = H_V$

$$FH_F + H_L(L_n - L_m) = H_V(V_n - V_m) \quad (\text{III.15})$$

En combinant l'équation ci-dessus avec l'équation (III.12) on a:

$$FH_F + H_L(L_n - L_m) = H_V(F + ((L_n - L_m))) \quad (\text{III.16})$$

Après réarrangement on a:

$$q = \frac{(L_m - L_n)}{F} = \frac{(H_V - H_F)}{(H_V - H_L)} \quad (\text{III.17})$$

L'équation obtenue (III.17) nous renseigne sur l'état physique du mélange sur le plateau alimentation et permet de relier la fraction en débits aux conditions thermiques sur le plateau alimentation, ainsi:

➤ Pour une alimentation liquide sous-refroidi:  $q > 1$ .

$$(H_V - H_F) = C_{PL}(T_{éb} - T_F) + \Delta H_{vap}, (H_V - H_L) = \Delta H_{vap}, q = 1 + \frac{C_{PL}(T_{éb} - T_F)}{\Delta H_{vap}},$$

➤ Pour une alimentation vapeur surchauffée :  $q < 1$ .

$$(H_V - H_F) = -C_{PL}(T_F - T_R), q = -\frac{C_{PL}(T_F - T_R)}{\Delta H_{vap}}.$$

➤ Pour une alimentation liquide saturé (à son point de bulle) .

$$H_F = H_L, \text{ l'équation (III.17) devient: } q = 1.$$

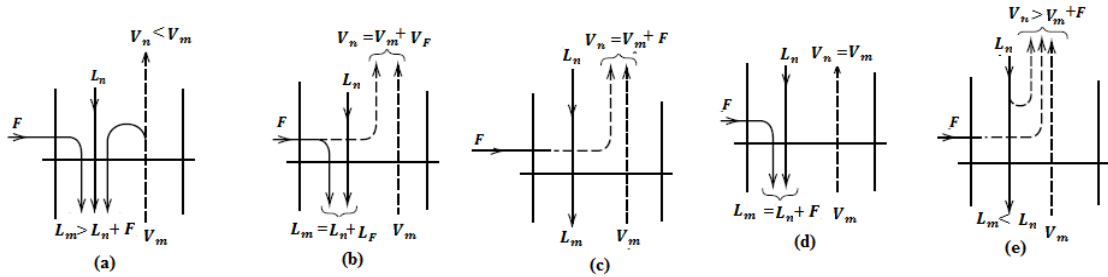
➤ Pour une alimentation vapeur saturé (à son point de rosée)

$$H_F = H_V, \text{ l'équation (III.17) devient: } q = 0.$$

➤ Pour une alimentation mélange liquide-vapeur ,  $0 < q < 1$ .

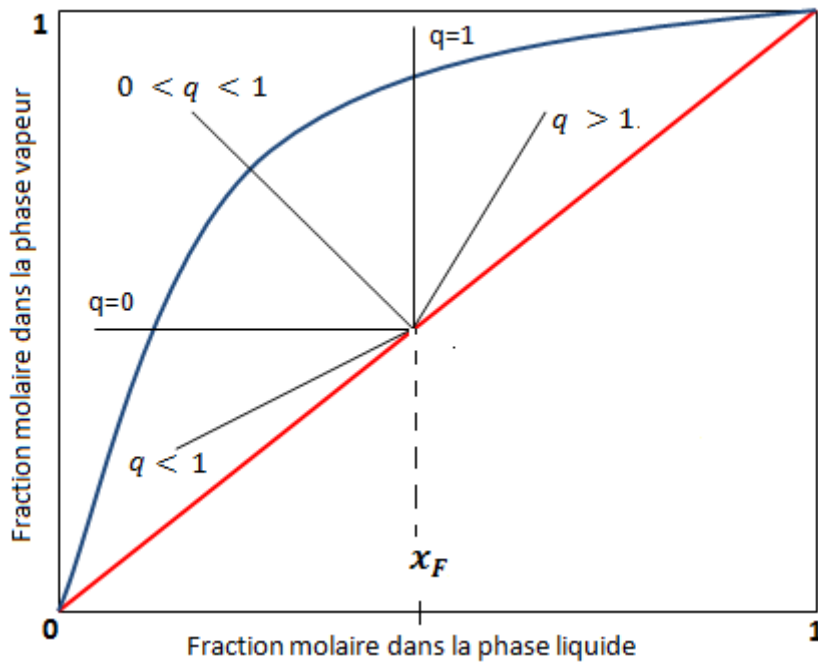


La configuration de la distribution des courants liquide et vapeur sur le plateau alimentation est donné dans la figure ci-dessous:



**Figure III.3:** Distribution des courants liquide et vapeur sur le plateau alimentation: (a) liquide sous refroidi-(b) vapeur surchauffé -(c) vapeur à son point de rosée-(d) liquide à son point de bulle-(e) vapeur surchauffée.

En connaissant toutes les conditions physiques de l'alimentation il est possible de tracer les droites opératoires selon l'équation (III.13) comme montré dans la figure III.4.



**Figure III.4:** Conditions thermiques sur le plateau d'alimentation

**III.2.2.3 Détermination du nombre d'étage théoriques et localisation optimale de l'alimentation.**

La résolution graphique selon la méthode de McCabe et Thiele pour la détermination graphique du nombre de plateaux théoriques (NPT) se fait sur un graphique où en

abscisse on représente la fraction liquide en l'élément le plus volatil et en ordonnée la fraction vapeur en l'élément le plus volatil. Sur ce graphique, on trace en premier la courbe d'équilibre, ensuite la droite opératoire de la section enrichissement qui passe par les points caractéristiques de coordonnées  $(x_D; x_D)$  et  $(0; \frac{x_D}{R+1})$ . On localise sur le graphique le point de coordonnée :  $(x_F; x_F)$  à ce niveau la connaissance des conditions thermiques de l'alimentation est indispensable afin de tracer la droite opératoire alimentation qui aura une des allure précitées dans la figure (III.4).

Le point d'intersection des deux droites opératoires: enrichissement et alimentation localise le deuxième point de la droite opératoire épuisement qui passe par le point caractéristique :  $(x_B; x_B)$ .

On obtient un graphique comme montré sur la figure (III.5) pour le cas d'une alimentation d'un mélange liquide-vapeur.

La détermination du nombre de plateau théorique (NPT) se fait par une construction en escalier à partir du point  $(x_D; x_D)$  à la courbe d'équilibre, puis en vertical jusqu'à la droite opératoire enrichissement, on continue de la même manière jusqu'à ce qu'on arrive au deuxième point caractéristique  $(x_F; x_F)$ .

L'intersection des trois droites opératoires respectivement d'enrichissement, alimentation et épuisement permet de localiser la position optimale du plateau alimentation.

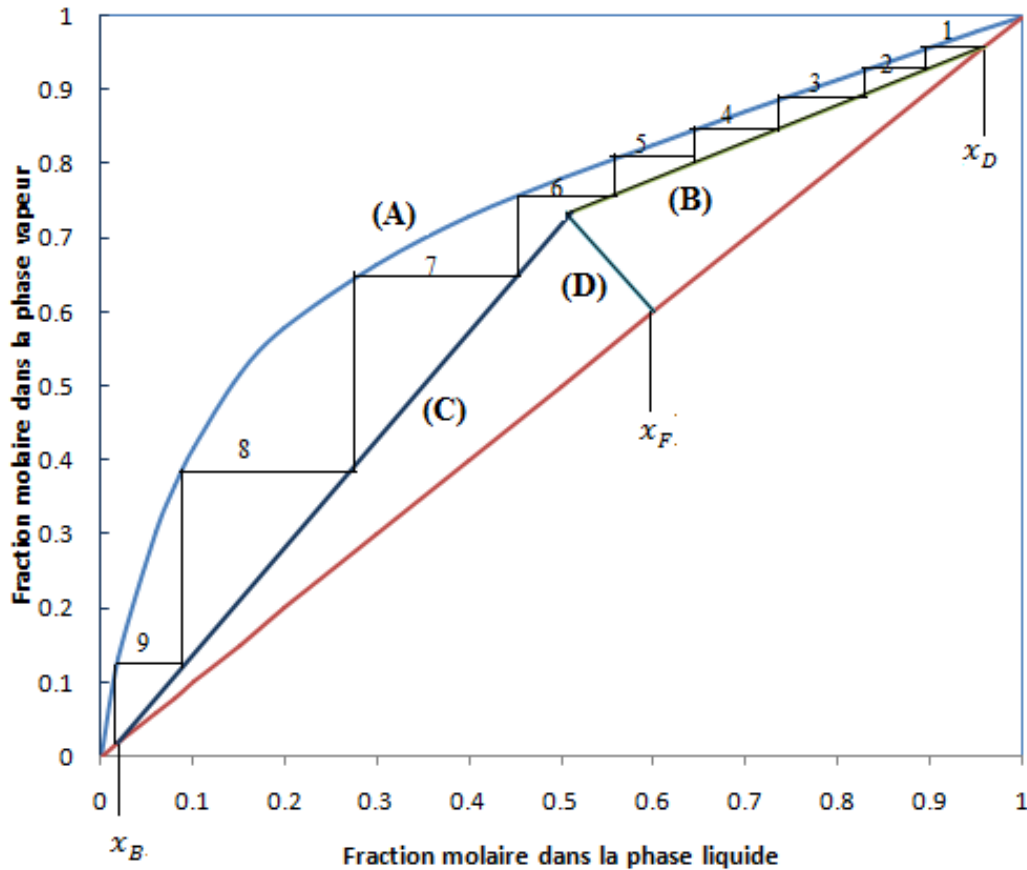
A partir de ce point la construction en escalier se fait en alternance entre la courbe d'équilibre et la droite opératoire épuisement jusqu'à ce qu'on arrive au dernier point caractéristique de notre construction à savoir le point:  $(x_B; x_B)$ .

La numérotation se fait du haut vers le bas de la colonne, comme dans la cas montré sur la figure (III.5) la zone d'enrichissement contient 6 plateaux, le sixième étant le plateau alimentation puisque il représente le point d'intersection ou encore, appelé communément point d'étranglement des droites d'enrichissement et d'épuisement. La partie épuisement de la colonne contient 3 plateaux, à savoir: 7, 8 et le 9ème plateau qui se termine à la composition en bas de la colonne  $(x_B; x_B)$ .

En tout, la construction en escalier a aboutit à un nombre de plateau théorique (NPT) égale à 9.

La position optimale du plateau alimentation devrait correspondre, pour un nombre d'étage fixe, à une séparation la plus large possible entre  $x_D$  et  $x_B$  et dans le cas où le nombre d'étage n'est pas spécifié, la position optimale, devrait correspondre au

nombre le plus petit possible en nombre d'étage pour un  $x_D$  et  $x_B$  initialement fixés. Dans les deux cas de figures cités, l'emplacement optimal devrait correspondre à des droites opératoires les plus éloignées possible de la courbe d'équilibre.



**Figure III.5:** Construction graphique de McCabe-Thiele et détermination du NPT. (A) Courbe d'équilibre-(B) courbe d'enrichissement-(C) courbe d'épuisement-(D) droite alimentation.

Cette méthode est un outil inestimable pour la résolution des problèmes de distillation en génie chimique. Le fait que les débits molaires soient constants n'est pas limitative puisque très peu de systèmes ont des chaleurs molaires de vaporisation qui diffèrent de plus de 10 %.

La méthode a cependant des limites et ne doit pas être utilisée lorsque la volatilité relative est inférieure à 1,3 ou supérieure à 5 ou encore lorsque le taux de reflux est inférieur à 1,1 fois le reflux minimum ou lorsque plus de vingt-cinq plateaux théoriques sont nécessaires. Dans ces conditions, la méthode de Ponchon et Savarit doit être utilisée.

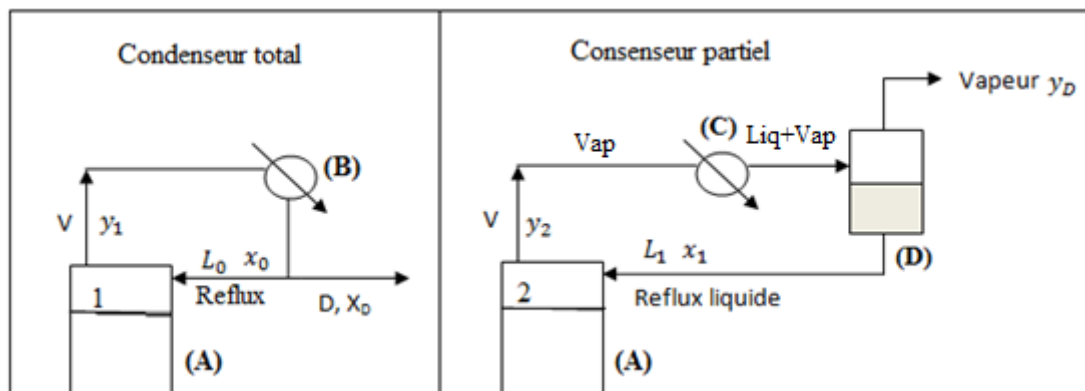
### III.2.2.4 Condenseur partiel et rebouilleur partiel

#### A/ Condenseur total et partiel

La figure ci-dessous montre la sortie à la tête de la colonne de distillation. la partie de gauche de la figure montre une colonne surmonté d'un condenseur total, dans ce cas-ci toute la vapeur qui sort de la colonne (A) sort du condenseur (B) à l'état liquide. une partie du liquide est renvoyé vers la colonne en tant que reflux, l'autre partie est récupérée comme distillat; ainsi la composition de la vapeur issu du plateau 1 est la même que celle du distillat et le reflux:

$$y_1 = x_0 = x_D$$

La partie de droite de la figure (III.6) montre la sortie à la tête d'une colonne de distillation surmonté d'un condenseur partiel qui permet de condenser que partiellement la vapeur qui sort de la tête de la colonne de distillation. A la sortie du condenseur partiel on récupère un mélange liquide-vapeur en équilibre dans le réceptacle (D) qui est un étage théorique. Le reflux retourne en tête de colonne sous forme liquide et le distillat est récupéré comme vapeur. Par conséquent, la colonne comptera (N+1) étages théoriques.



**Figure III.6:** Schéma d'un condenseur total et partiel  
(A) tête de colonne-(B) condenseur total-(C) condenseur partiel-(D) étage d'équilibre

#### B/ Rebouilleur total et partiel

La figure (III.7) montre trois types de rebouilleurs: dans la partie gauche et du milieu de la figure est représentée un rebouilleur total qui a pour fonction d'évaporer tout le liquide soutiré du bas de la colonne. On en distingue deux types:

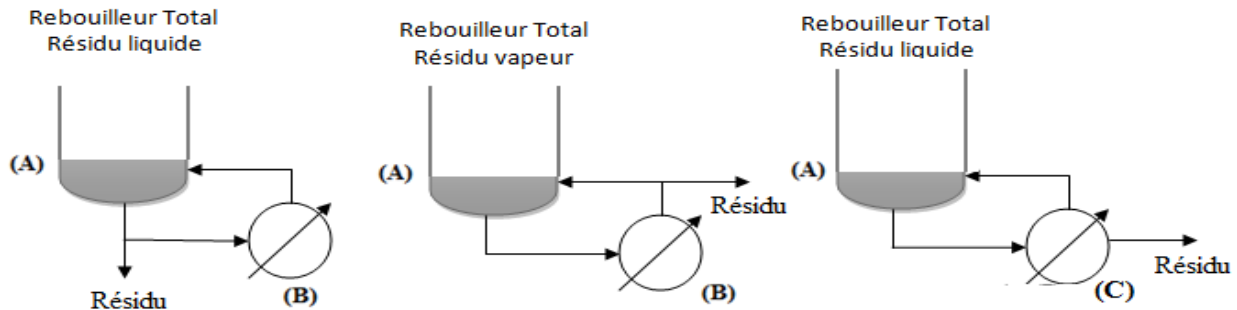
Dans le premier type le résidu est récupéré comme liquide, l'autre partie, avec un by-pass est injecté à un rebouilleur monophasique où tout le liquide est vaporisé est réinjecté en bas de la colonne.

Dans le deuxième type, en se référant à la figure ci-dessous tout le liquide qui sort du bas de la colonne est injecté à un rebouilleur total monophasique, dans ce cas le résidu est récupéré à l'état vapeur.

Par contre, un rebouilleur partiel bi-phasique permet de vaporiser partiellement le liquide qui sort du bas de la colonne.

En se référant à la figure ci-dessous, à la sortie du rebouilleur, on récupère un mélange liquide-vapeur en équilibre. La vapeur retourne en bas de la colonne comme reflux et le liquide restant est récupéré comme résidu. Ainsi un rebouilleur partiel est l'équivalent d'un étage théorique supplémentaire.

Si une colonne de distillation est équipée de  $N$  plateaux et en haut d'un condenseur partiel et en bas d'un rebouilleur partiel, le nombre de plateaux théoriques sera égale à  $N+2$ .



**Figure III.7:** Différentes configurations des rebouilleurs  
(A): Bas de colonne- (B): Rebouilleur total-(C): Rebouilleur partiel

### III.2.2.5 Cas limites: reflux total, reflux minimum

#### A/ Reflux total

On dit que la colonne fonctionne à reflux total lorsque celle-ci travaille à cycle fermé: tout le distillat est renvoyé en tête de colonne et en faisant renvoyé tout le résidu en bas de la colonne et l'alimentation de la colonne doit être arrêtée. Le reflux total permet d'obtenir le nombre minimum de plateaux  $N_{min}$ .

Les pentes de deux droites opératoires côté enrichissement et épauement deviennent égales à l'unité et se confondent à la bissectrice, la droite opératoire alimentation n'influe plus sur la construction graphique et on obtient le diagramme comme montré sur la figure (III.8) qui lui correspondrait un nombre minimal de plateaux. Le cas présenté sur la figure montre  $N_{min}$  égale à 3.

Il existe une méthode analytique pour le calcul du nombre minimal de plateau  $N_{min}$  à reflux total qui est la méthode de Fenske pour un mélange binaire, donnée par la formule ci-dessous:

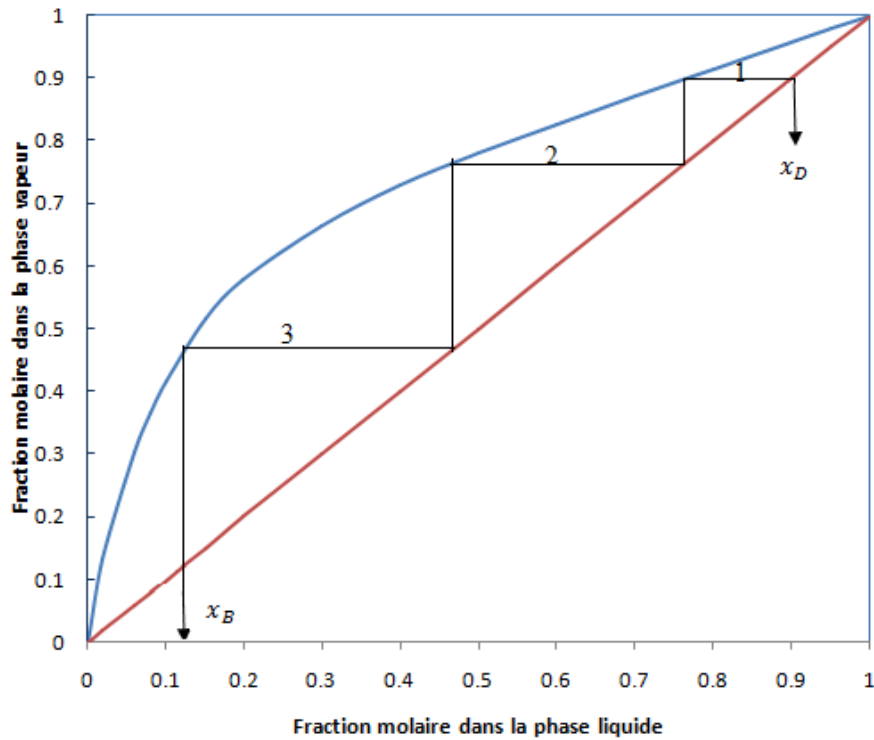
$$N_{min} + 1 = \frac{\log\left\{\left(\frac{x_a}{x_b}\right)_D \left(\frac{x_b}{x_a}\right)_B\right\}}{\log(\alpha_{moy})} \quad (\text{III.18})$$

Avec:

$\left(\frac{x_a}{x_b}\right)_D$  : est le rapport de la fraction molaire de l'élément le plus volatil  $x_a$  à la fraction molaire de l'élément le moins volatil  $x_b$  dans le distillat.

$\left(\frac{x_b}{x_a}\right)_B$  : est le rapport de la fraction molaire de l'élément le moins volatil  $x_b$  à la fraction molaire de l'élément le plus volatil  $x_a$  dans le résidu.

$\alpha_{moy}$ : est la volatilité relative moyenne des deux composés a et b.



**Figure III.8:** Construction graphique à reflux total.

**B/ Reflux minimum**

Au reflux minimum correspond un nombre infini de plateaux ce qui est économiquement défavorable. Sur le graphique, le reflux minimum correspond au point d'intersection des deux droites opératoires enrichissement et alimentation sur la courbe d'équilibre, comme montré sur la figure (III.9).

Il existe une méthode analytique pour le calcul du reflux minimum qui est la méthode d'Underwood et Fenske pour un mélange binaire, donnée par la formule ci-dessous:

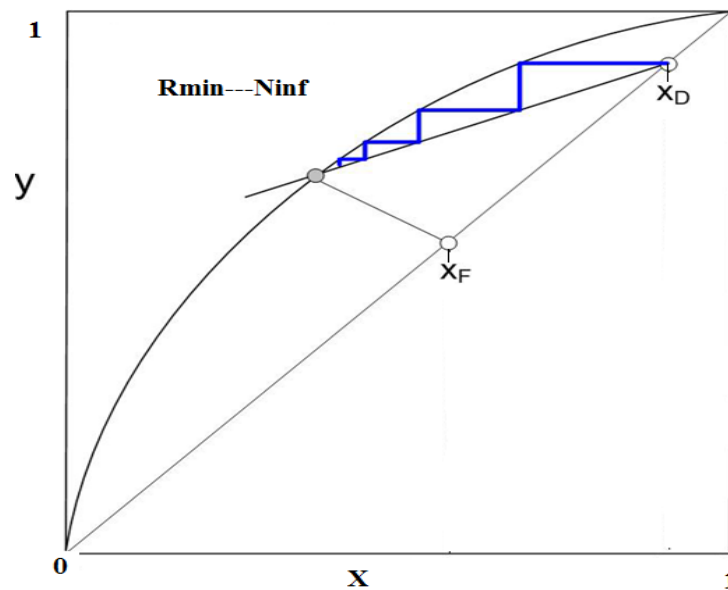
$$R_{min} = \frac{1}{\alpha - 1} \left[ \frac{x_D}{x_F} - \frac{\alpha(1-x_D)}{(1-x_F)} \right] \quad (\text{III.19})$$

Avec:

$\alpha$  : la volatilité relative des deux composés du mélange binaire.

$x_F$  : la fraction molaire de l'élément la plus volatil dans l'alimentation.

$x_D$  : la fraction molaire de l'élément la plus volatil dans le distillat.



**Figure III.9:** Construction graphique à Reflux minimum

**C/ Reflux optimal**

Le reflux optimal découle de considérations économiques : Pour un reflux minimum le nombre de plateaux devient infini et le coût de l'installation devient onéreux. Lorsque le reflux augmente le nombre de plateaux diminue et le coût fixe diminue

(équipements), mais les frais de fonctionnement de chauffage et condensation augmentent (fluides à distiller, au condenseurs et rebouilleurs).

Il existe une valeur optimal du reflux qui minimise les coûts fixes et les frais de fonctionnement comme montré sur la figure (III.10), tel que :

$$1,05R_{min} < R_{opt} < 1,5R_{min} \quad (III.20)$$

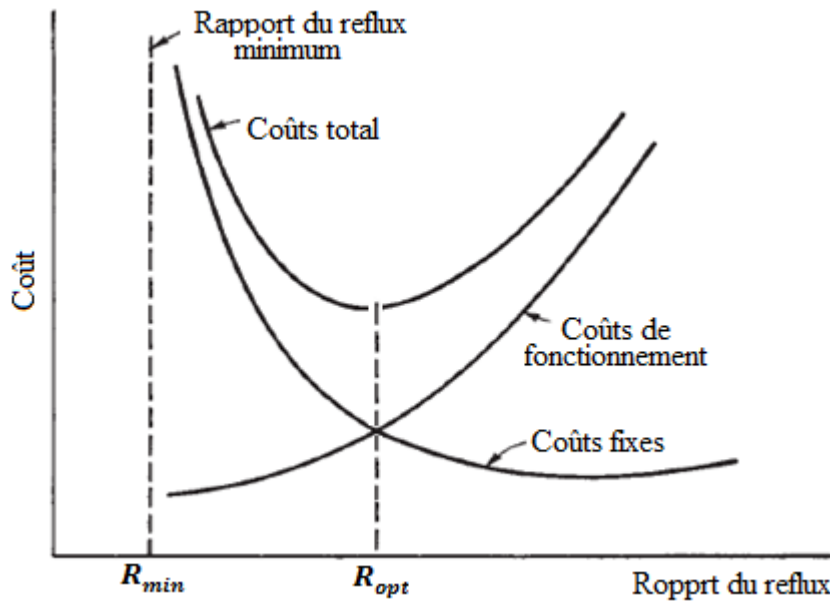


Figure III.10: Représentation du reflux optimum.

### III.2.2.6 Alimentations et soutirages multiples

#### A/ Cas de deux alimentations

Lorsque deux mélanges contiennent des compositions différentes en l'élément le plus volatil, il est judicieux d'injecter le mélange le plus riche en l'élément le plus volatil en haut de la colonne et le deuxième le moins riche du mélange en dessous du premier.

Ainsi, une troisième section est rajoutée entre la section d'enrichissement et épuisement habituels, néanmoins la construction de McCabe et Thièle reste valable, comme montré sur la figure (III.11A) où la première alimentation est une vapeur saturée et la deuxième est un liquide saturé.

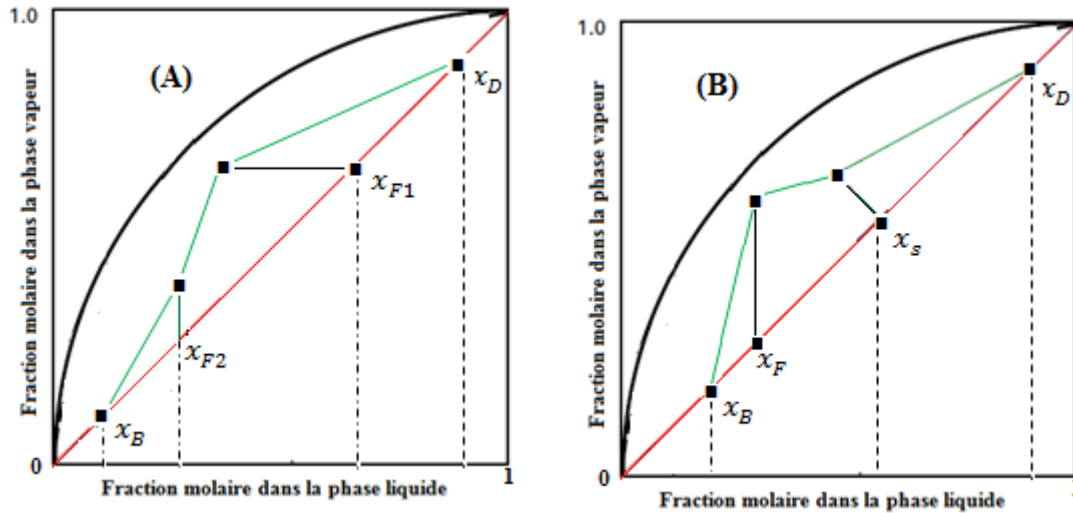
#### B/ Cas d'un soutirage latéral

Lorsqu'on souhaite récupérer du mélange à distiller, un mélange de composition  $x_s$  intermédiaires entre celle de l'alimentation et celle du distillat, tel que:  $x_F < x_s < x_D$ , on procède à un soutirage latéral et une troisième section est rajouté selon la position



où s'effectue le soutirage. La construction de McCabe et Thiele est conservée, comme montré sur la figure (III.11B) où le soutirage est un mélange liquide et vapeur et l'alimentation est un liquide saturé.

Il convient de préciser qu'on dispose dans la construction graphique de McCabe et Thiele de deux droites opératoire supplémentaires selon le cas: de l'alimentation et de soutirage qui découlent des bilans de matières appropriées à chaque cas.



**Figure III.11:** Construction graphique (A) Cas de deux alimentations, (B) Cas d'un soutirage latéral.

### III.2.2.7 Efficacités Globale et Efficacité de Murphree

L'efficacité d'une colonne est définie comme le rapport du nombre de plateaux idéal comme calculé par la méthode de McCabe et Thiele au nombre de plateaux réels.

$$E_{global} = \frac{NPT}{NPR} \quad (III.21)$$

Avec:

*NPT*: Nombre de plateaux théoriques.

*NPR*: Nombre de plateaux réels.

Généralement ce rapport qui est l'efficacité globale de la colonne représente 30% seulement, cette perte en efficacité est principalement due à la cinétique de la vitesse de l'équilibre et le régime d'écoulement sur le plateau qui ne permettent pas d'atteindre l'équilibre entre la vapeur et le liquide en contact.

Certaines équations empiriques ont été développées à partir desquelles des valeurs d'efficacité peuvent être calculées. Murphree en se basant sur les quantités de vapeur

et liquide ainsi que leurs propriétés physiques des mélanges a suggéré une efficacité qui change d'un plateau à un autre.

Par définition, l'efficacité de Murphree est le rapport de la différence des compositions entre deux plateaux consécutives à la différence de leurs compositions à l'équilibre.

Ainsi l'efficacité de Murphree d'un plateau  $n$  en phase vapeur est:

$$E_{MV} = \frac{y_n - y_{n-1}}{y_n^{eq} - y_{n-1}} \quad (III.22)$$

Avec:

$y_n^{eq}$ : est la composition de la vapeur qui serait en équilibre avec le liquide de composition  $x_n$  sortant effectivement du plateau.

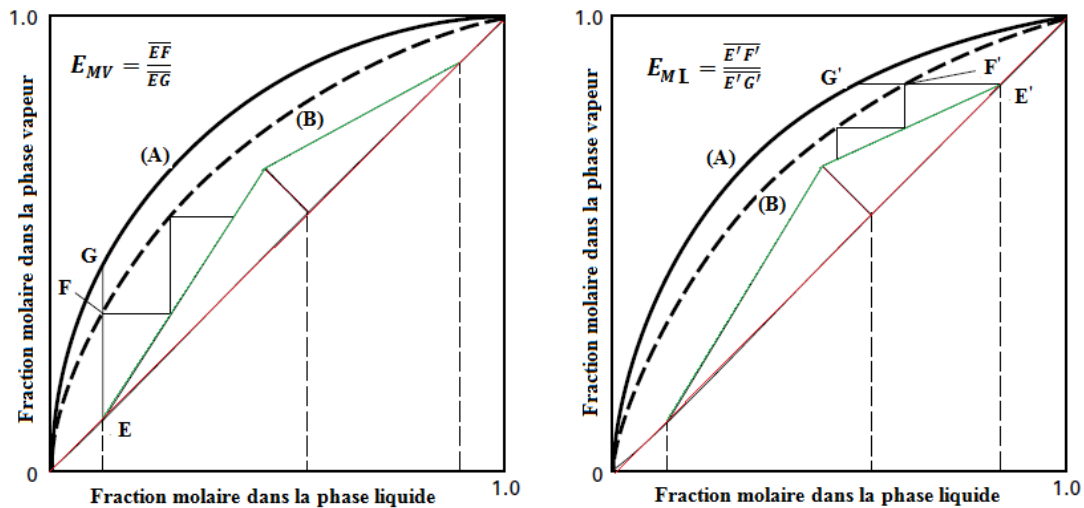
L'efficacité de Murphree dans la phase liquide d'un plateau  $n$  est donné par:

$$E_{ML} = \frac{x_n - x_{n-1}}{x_n^{eq} - x_{n-1}} \quad (III.23)$$

Avec:

$x_n^{eq}$ : est la composition du liquide qui serait en équilibre avec la composition  $y_n$  de la vapeur sortant effectivement du plateau.

La figure (III.12) illustre l'efficacité de Murphree en phase liquide et en phase vapeur.



**Figure III.12:** Illustration de l'efficacité de Murphree en phase vapeur et en phase liquide (A) : Courbe d'équilibre - (B) Courbe de pseudo-équilibre selon l'efficacité de Murphree

### III.3 Méthode de Ponchon et Savarit

La méthode de Ponchon et Savarit comme son nom l'indique a été développé par ses auteurs en 1921-1922. C'est une méthode plus rigoureuse que celle de McCabe et Thiele dans la mesure où les hypothèses simplificatrices de Lewis ne s'appliquent

plus. Pour de tel mélanges les chaleurs latentes ne sont plus constantes et dépendent de leurs compositions respectives sur chaque plateau, les chaleurs de mélange en phase liquide sont pris en considération dans les calculs. A cette situation un diagramme d'équilibre enthalpie-concentration est nécessaire en plus du digramme composition vapeur-liquide.

### III.3.1 Diagramme Enthalpie-Concentration

Dans ce cas, un changement de la composition d'une phase au cours de la distillation s'accompagne d'un changement de son enthalpie, le diagramme Enthalpie-Composition est alors indispensable, l'enthalpie molaire  $h_L$  du mélange en phase liquide, désigné intentionnellement en lettre minuscule, peut être calculé en utilisant la formule ci-dessous:

$$\begin{cases} h_L = x_A h_A + x_B h_B + \Delta H_{sol} \\ h_L = x_A C_{P,A}(T - T_{réf}) + x_B C_{P,B}(T - T_{réf}) + \Delta H_{sol} \end{cases} \quad (\text{III.24})$$

Dans la pratique, au lieu d'utiliser les chaleurs sensibles de chaque constituant à part, il est acceptable d'utiliser la moyenne de celles-ci. A une température donnée  $T$  et fraction molaire donnée  $x_A$  dans la phase liquide on utilise la formule équivalente suivante :

$$h_L = C_{P,sol} M_{moy}(T - T_{réf}) + \Delta H_{sol} \quad (\text{III.25})$$

Avec:

$h_L$  : Enthalpie molaire de la solution à la température,  $T$ , en kJ/kmol.

$C_{P,sol}$  : Chaleur spécifique de la solution, en kJ/kg. K.

$M_{moy}$  : la masse moléculaire moyenne de la solution.

$T_{réf}$  : Température de référence.

$\Delta H_{sol}$  : Chaleur de la solution à la température  $T_{réf}$ , en kJ/kmol.

Pour les calculs dans la phase vapeur, on suppose que la chaleur de mélange est négligeable. Ainsi la formule qui donne l'enthalpie de la phase vapeur  $H_V$ , désigné par une lettre majuscule, à une température  $T$  et une composition  $y$  est:

$$H_V = y_A M_A [C_{PA}(T - T_{réf}) + \Delta H_{vap,A}] + y_B M_B [C_{PB}(T - T_{réf}) + \Delta H_{vap,B}] \quad (\text{III.26})$$

avec:

$C_{PA}, C_{PB}$ : chaleurs spécifiques des composés purs A et B, en kJ/kg. K.

$\Delta H_{vap,A}, \Delta H_{vap,B}$  : chaleurs latente de vaporisation des composés purs A et B, en kJ/kg.

Le diagramme d'équilibre représentant les compositions à l'état liquide et vapeur en fonction de leurs enthalpies respectives se présente sous la forme donnée sur la figure ci-dessous :

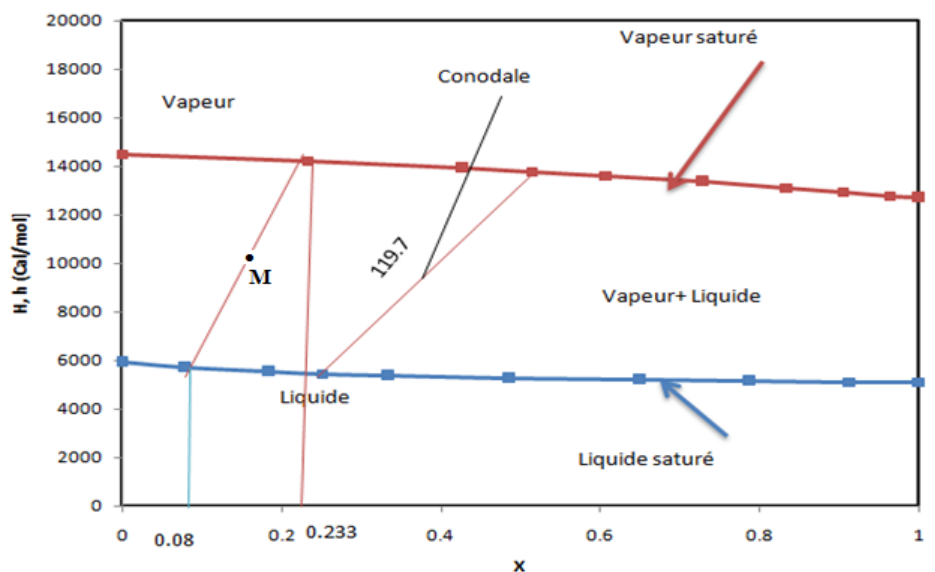
Sur l'axe des ordonnées on porte les enthalpies de mélange des phases en équilibre liquide et vapeur et sur l'axe des abscisses on porte les compositions des deux phases en équilibre liquide et vapeur. Ainsi on obtient sur un même graphique deux courbes :  $h_L = f(x_i)$  en bas et  $H_V = f(y_i)$  en haut de la première courbe.

Le diagramme contient trois phases: la phase liquide en bas de la courbe d'équilibre  $h_L = f(x_i)$ , la phase vapeur en haut de la courbe d'équilibre  $H_V = f(y_i)$  et les deux phases liquide et vapeur délimitées par les deux courbes d'équilibre.

La connexion entre deux points de la courbe correspond à un isotherme et s'appelle une conodale, ligne de conjugaison ou encore Tie-line en Anglais  $(T_i, (h_i, x_i), (H_i, y_i))$ .

La phase liquide au-dessous de la courbe  $(h_i, x_i)$  correspond à un liquide froid alors que la phase vapeur au-dessus de la courbe  $(H_i, y_i)$  correspond à une vapeur surchauffée. Les points situés sur les courbes d'équilibre liquide et vapeur correspondent respectivement à un liquide saturé et une vapeur saturée.

Par exemple le mélange représenté par le point M situé sur une conodale a pour composition liquide 0.08 et une composition vapeur 0.233.



**Figure III.13:** Diagramme d'équilibre Enthalpie-Composition

### III.3.2 Bilan matière et bilan enthalpique

#### III.3.2.1 Bilan matière et bilan enthalpique sur la zone d'enrichissement

En se référant à la figure (III.1) et en prenant en considération le volume de control 2 délimité du plateau n jusqu'à la sortie en tête de la colonne et en effectuant un bilan de matière et de chaleur autour de cette section à régime stationnaire, on obtient:

En combinant les équations de bilan de matière vu précédemment, on obtient:

$$y_{n+1}V_{n+1} = x_nL_n + (V_{n+1} - L_n)x_D \quad \Rightarrow \quad \frac{L_n}{V_{n+1}} = \frac{(x_D - y_{n+1})}{(x_D - x_n)} \quad (\text{III.27})$$

Equation de bilan de chaleur:

$$H_{n+1}V_{n+1} = h_nL_n + Dh_D + Q_C \quad (\text{III.28})$$

En réarrangeant l'équation ci-dessus, devient:

$$H_{n+1}V_{n+1} = h_nL_n + D\left(h_D + \frac{Q_C}{D}\right) \quad (\text{III.29})$$

On définit le rapport:

$$\left(h_D + \frac{Q_C}{D}\right) = Q'_D \quad (\text{III.30})$$

L'équation précédente devient en substituant D par  $(V_{n+1} - L_n)$ :

$$H_{n+1}V_{n+1} = h_nL_n + (V_{n+1} - L_n)Q'_D \quad \Rightarrow \quad \frac{L_n}{V_{n+1}} = \frac{(Q'_D - H_{n+1})}{(Q'_D - h_n)} \quad (\text{III.31})$$

A partir des équations (III.27) et (III.31) :

$$\frac{(x_D - y_{n+1})}{(x_D - x_n)} = \frac{(Q'_D - H_{n+1})}{(Q'_D - h_n)} \quad \Rightarrow \quad \frac{(Q'_D - h_n)}{(x_D - x_n)} = \frac{(Q'_D - H_{n+1})}{(x_D - y_{n+1})} \quad (\text{III.32})$$

sur le diagramme Composition-Enthalpie La partie gauche de l'équation (III.32) est la pente d'une droite qui passe par les points:  $L_n: (x_n, h_n)$  et  $D': (x_D, Q'_D)$ , alors que la partie de droite représente la pente d'une droite qui passe par les points:  $V_{n+1}: (y_{n+1}, H_{n+1})$  et  $D': (x_D, Q'_D)$  par conséquent les points :  $L_n, V_{n+1}$  et  $D'$  sont alignées et définissent la droite opératoire section enrichissement.

Le point de coordonnées  $(x_D, Q'_D)$ , noté  $D'$ , est un courant fictif définis au besoin de la construction graphique, on l'appelle communément le pôle de la section enrichissement, puisque toutes les droites opératoires dans la section enrichissement passent par ce pôle (voir le diagramme).

Le reflux dans la section enrichissement est facilement déduit à partir de l'équation (III.31), pour  $n=0$  et en rappelant que:  $h_0 = h_D$  et  $V_1 = L_0 + D$  et  $R = \frac{L_0}{D}$

$$\frac{L_0}{V_1} = \frac{(Q'_D - H_1)}{(Q'_D - h_D)} \Rightarrow \frac{V_1}{L_0} = \frac{(Q'_D - h_D)}{(Q'_D - H_1)} \Rightarrow \frac{L_0 + D}{L_0} = 1 + \frac{D}{L_0} = \frac{(Q'_D - h_D)}{(Q'_D - H_1)}$$

$$\frac{D}{L_0} = \frac{(Q'_D - h_D)}{(Q'_D - H_1)} - 1 = \frac{(H_1 - h_D)}{(Q'_D - H_1)} \Rightarrow R = \frac{L_0}{D} = \frac{(Q'_D - H_1)}{(H_1 - h_D)} = \frac{D'V_1}{DV_1} \quad (\text{III.33})$$

Si le reflux est donné, l'équation (III.33) est utilisé pour localiser le pôle de coordonnée  $(x_D, Q'_D)$  qui est situé au-dessus du point:  $(x_D, h_D)$  et au-dessus du point:  $(x_D, H_1)$  situé sur la courbe de saturation vapeur, comme montré dans la figure (III.14).

### III.3.2.2 Bilans matière et bilan enthalpique sur la zone épaissement

En se référant à la figure (III.1) et en délimitant un volume de control 3 et en effectuant un bilan de matière et de chaleur autour de cette section à régime stationnaire, en combinant les équations de bilan de matière vu précédemment, on obtient:

$$L_m x_m = V_{m+1} y_{m+1} + (L_m - V_{m+1}) x_B \Rightarrow \frac{L_m}{V_{m+1}} = \frac{y_{m+1} - x_B}{x_m - x_B} \quad (\text{III.34})$$

L'équation de bilan de chaleur s'écrit:

$$L_m h_m + Q_B = V_{m+1} H_{m+1} + B h_B \Rightarrow L_m h_m = V_{m+1} H_{m+1} + B \left( h_B - \frac{Q_B}{B} \right)$$

On définit le rapport:  $\left( h_B - \frac{Q_B}{B} \right) = Q'_B$

en substituant B par  $(L_m - V_{m+1})$  l'équation ci-dessus devient:

$$L_m h_m = V_{m+1} H_{m+1} + (L_m - V_{m+1}) Q'_B \Rightarrow L_m (h_m - Q'_B) = V_{m+1} (H_{m+1} - Q'_B)$$

$$\frac{L_m}{V_{m+1}} = \frac{(H_{m+1} - Q'_B)}{(h_m - Q'_B)} \quad (\text{III.35})$$

A partir des équations (III.34) et (III.35) :

$$\frac{y_{m+1} - x_B}{x_m - x_B} = \frac{(H_{m+1} - Q'_B)}{(h_m - Q'_B)} \Rightarrow \frac{(H_{m+1} - Q'_B)}{y_{m+1} - x_B} = \frac{(h_m - Q'_B)}{x_m - x_B} \quad (\text{III.36})$$

Le même raisonnement fait sur l'équation de la droite opératoire du côté enrichissement reste valable. Ainsi sur le diagramme Composition - Enthalpie, la partie gauche de l'équation (III.36) est la pente d'une droite qui passe par les points:

$V_{m+1} : (y_{m+1}, H_{m+1})$  et  $B' : (x_B, Q'_B)$  alors que la partie droite représente la pente d'une droite qui passe par les points:  $L_m : (x_m, h_m)$  et  $B' : (x_B, Q'_B)$ , par conséquent les points :  $V_{m+1}, L_m$  et  $B'$  sont alignées et définissent la droite opératoire section épaissement.

De même, le point de coordonnées  $B'$  est un courant fictif définis au besoin de la construction graphique, on l'appelle communément le pôle de la section épaissement,

puisque toutes les droites opératoires dans la section épauement passent par ce pôle comme représenté sur la figure (III.15).

**Remarque:**

Il est de facile de démontrer que toutes les droites opératoires pour deux courants qui se croisent sur un même plateau dans la section enrichissement ou épauement passent par le pôle .

**III.3.2.3 Bilans matière et bilan enthalpique sur toute la colonne**

Dans une colonne de distillation en continu, le passage de la section enrichissement à la section épauement se fait sur le plateau alimentation pour cette raison un développement d'une droite opératoire sur ce plateau est nécessaire.

En se référant à la figure (III.1) et en prenant le volume de control 1 et en reprenant les équations des bilans de matière donné dans la méthode de McCabe et Thiele :

$$(D + B)x_F = Dx_D + Bx_B \Rightarrow \frac{D}{B} = \frac{(x_F - x_B)}{(x_D - x_F)} \quad (III.37)$$

En effectuant un bilan de chaleur sur le volume de control 1 , on arrive à :

$$(D + B)H_F + Q_B = Dh_D + Bh_B + Q_C$$

$$(D + B)H_F = D \left( h_D + \frac{Q_C}{D} \right) + B \left( h_B - \frac{Q_B}{B} \right)$$

De ce qui précède l'équation ci-dessus est réécrite:

$$(D + B)H_F = DQ'_D + BQ'_B \Rightarrow \frac{D}{B} = \frac{Q'_B - H_F}{H_F - Q'_D} \quad (III.38)$$

En égalisant les équations (III.37) et (III.38) il ressort:

$$\frac{(x_F - x_B)}{(x_D - x_F)} = \frac{Q'_B - H_F}{H_F - Q'_D} \Rightarrow \frac{H_F - Q'_B}{(x_F - x_B)} = \frac{H_F - Q'_D}{(x_F - x_D)} \quad (III.39)$$

L'équation (III.39) représente les pentes de deux droites qui passent par les points de coordonnées:  $F: (x_F, H_F)$ ,  $D': (x_D, Q'_D)$  et  $B': (x_B, Q'_B)$ , donc ces points sont alignés et le point  $F: (x_F, H_F)$  se trouve sur la droite joignant les points  $D': (x_D, Q'_D)$  et  $B': (x_B, Q'_B)$ , c'est la droite opératoire alimentation.

**III.3.3 Position optimale de l'alimentation**

La position optimale de l'alimentation dépendra essentiellement des conditions opératoires imposés au départ: ainsi pour un nombre d'étage et des spécifications de fonctionnement donnés, la position optimale du plateau alimentation est celle qui fournira une séparation la plus large possible entre la composition du distillat et celle du résidu. Au contraire si le nombre d'étages n'est pas fixé au départ, l'emplacement

de l'alimentation optimal est celui qui nécessite le plus petit nombre d'étages pour accomplir une séparation spécifiée entre la composition distillat et celle du résidu.

sur le digramme d'équilibre enthalpie-composition, le positionnement optimal du plateau alimentation découle des considérations graphiques suivantes:

Le point  $D': (x_D, Q'_D)$  se trouve au-dessus du point  $D: (x_D, H_D)$  puisqu'ils ont la même abscisse. Dans le cas de la construction graphique donnée sur la figure ci-dessous, le point  $D: (x_D, H_D)$  se trouve en bas de la courbe d'équilibre  $h_L = f(x_i)$  dans ce cas le reflux est un liquide froid.

En rappelant l'équation (III.31) et pour  $n=0$ , il ressort que la droite  $\overline{DD'}$  coupe la courbe d'équilibre  $H_V = f(y_i)$  au point  $V_1: (y_1, H_{V1})$  puisque les points sont alignés.

En traçant la droite d'équilibre joignant  $V_1: (y_1, H_{V1})$  et  $L_1: (x_1, h_{L1})$ , on localise le point  $L_1$ . De nouveau on joint la droite  $\overline{L_1D'}$  on localise le point  $V_2: (y_2, H_{V2})$  sur la courbe d'équilibre  $H_V = f(y_i)$ . La construction continue en allant de la courbe d'équilibre à la droite opératoire ayant pour pôle le point  $D'$  et vice-versa, jusqu'en arrive sur le plateau alimentation, comme montré dans la figure (III.14).

La construction graphique dans la section épuisement et en se référant à la figure ci-dessous il ressort que:

1. En partant des points  $B: (x_B, h_B)$  situé sur la courbe de saturation liquide et la pôle  $B': (x_B, Q'_B)$  situé au-dessous de ce dernier.
2. La dernière vapeur en équilibre avec la composition du résidu  $B: (x_B, h_B)$  se trouve sur la droite d'équilibre  $\overline{BV_{m+1}}$ , la vapeur  $V_{m+1}: (y_{m+1}, H_{m+1})$  qui est sur la courbe de saturation vapeur.
3. en se déplaçant sur la droite opératoire épuisement  $\overline{V_{m+1}B'}$ , on intercepte sur la courbe de saturation liquide le point  $L_m: (x_m; h_m)$ .
4. le liquide  $L_m: (x_m; h_m)$  est en équilibre avec la vapeur  $V_m: (y_m; H_m)$  se trouvant sur la courbe de saturation vapeur; joignant la droite d'équilibre  $\overline{L_mV_m}$ .
- 5-La construction des plateaux dans la section épuisement se poursuit jusqu'à ce qu'on arrive sur la droite opératoire alimentation localiser par les points  $F: (x_F, H_F)$ ,  $D': (x_D, Q'_D)$  et  $B': (x_B, Q'_B)$  qui définissent le segment de droite opératoire  $\overline{FD'B'}$ , comme montré dans la figure (III.15).



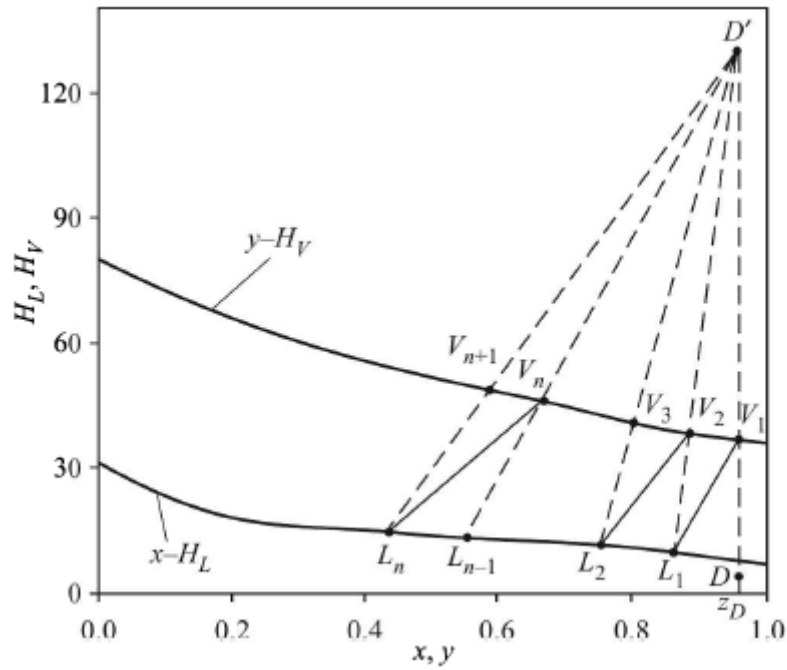


Figure III.14: Construction graphique section enrichissement.

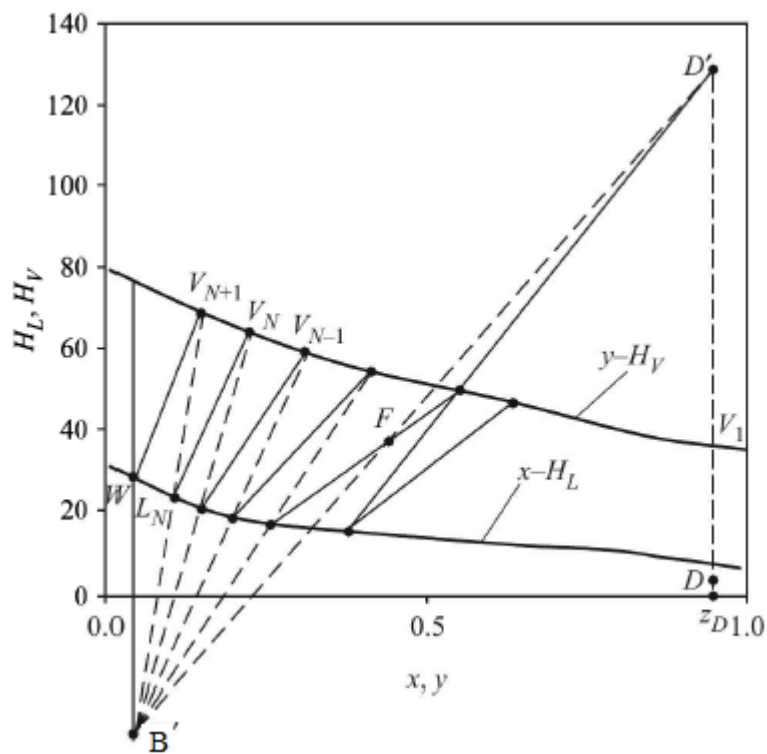
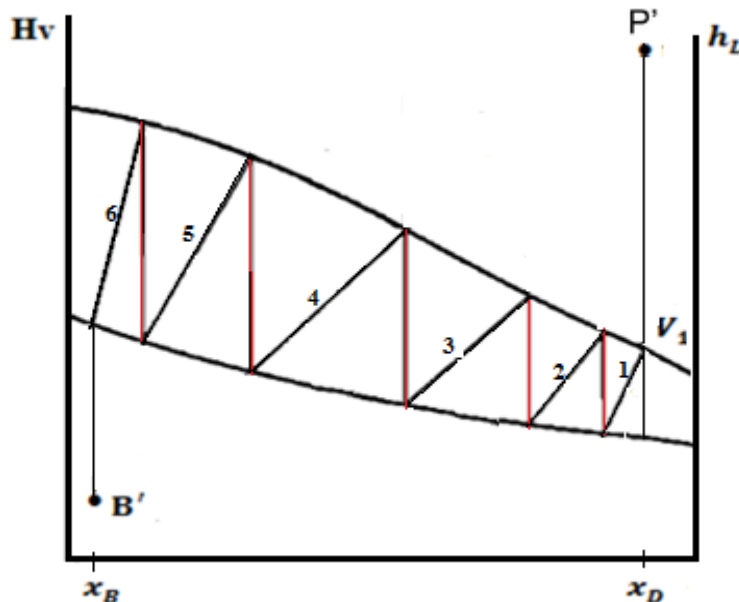


Figure III.15: Construction graphique section épauisement et localisation de la droite opératoire alimentation.

### III.3.4 Nombre minimum d'étages théoriques

Comme il a été expliqué avec la méthode de McCabe et Thiele un nombre d'étage minimum est obtenu lorsque la colonne travaille en cycle fermé, c'est-à-dire :  $D=B=F=0$ . sur le diagramme d'équilibre Enthalpie-Composition les droites opératoires (III.32), (III.36) et (III.39) deviennent des verticales et sur le diagramme d'équilibre x-y les droites opératoires se confondent à la bissectrice. L'obtention graphique du nombre minimum de plateaux consiste à tracer sur le diagramme d'équilibre enthalpie-composition des conodales en alternance avec les droites opératoires verticales à partir de  $V_1$  comme montré dans la figure (III.16), la construction graphique a donné un nombre de plateau minimal égale à six plateaux .



**Figure III.16:** Construction graphique du nombre minimal de plateaux.  
Rouge-droite opératoire: noir -plateau équilibre.

### III.3.5 Reflux minimum

Le taux de reflux minimum  $R_{min}$  est le rapport maximum qui nécessitera un nombre infini de plateaux pour une séparation souhaitée. Sur la construction graphique de Ponchon et Savarit celui-ci s'obtient lorsqu'une droite opératoire se superpose à une droite d'équilibre, cependant si plusieurs conodales et droites opératoires vérifient cette condition, on prendra celle qui donne la plus grande valeur de reflux, c'est-à-dire

dont le pôle  $P'$  est situé le plus haut sur le graphique. Comme il est montré sur la figure (III.17).  $R_{min}$  correspond à la superposition d'une droite opératoire avec une droite d'équilibre (conodale) passant par l'alimentation  $F: (x_F, H_F)$ .

Selon la situation montrée sur la figure (III.17)  $R_{min}$  devient égale à :

$$R_{min} = \frac{\overline{P'V_1}}{\overline{V_1L_0}} \quad (III.40)$$

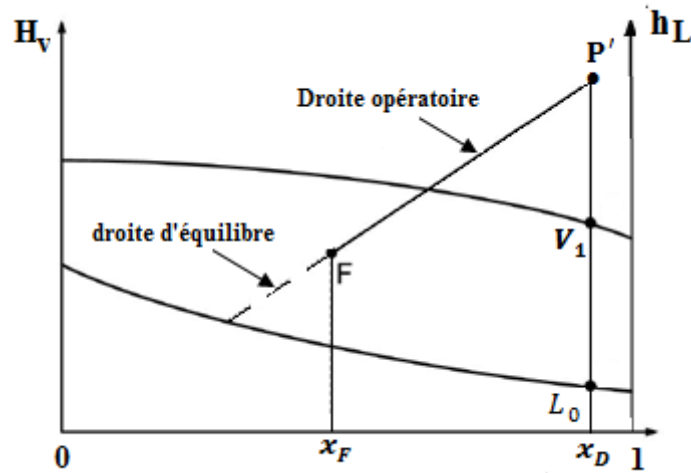


Figure III.17: Construction graphique et obtention de  $R_{min}$

### III.3.6 Condenseur partiel

Comme il a été vu précédemment dans le cas de la méthode de McCabe et Thiele un condenseur partiel est l'équivalent d'un étage théorique puisque le distillat recueilli à l'état vapeur  $(y_D, H_D)$  et en équilibre avec le reflux liquide  $(x_R, L_R)$  réinjecté en tête de colonne. La première vapeur qui sort de la colonne  $(y_1, H_1)$  croise le reflux liquide de composition  $(x_R, h_R)$  donc appartenant à la première droite opératoire dans la section d'enrichissement  $\overline{P'L_R}$ , comme il est montré sur la figure (III.18).

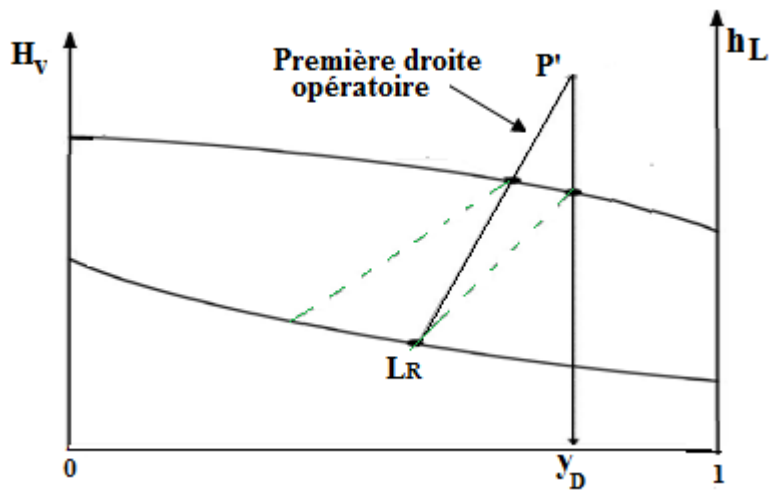


Figure III.18: Construction graphique-Cas d'un condenseur partiel

### III.3.7 Cas de deux alimentations

Généralement on fait recours à alimenter une colonne avec deux charges lorsque celles-ci contiennent les mêmes substances mais ayant des concentrations différentes, tout en désirant obtenir un même produit de tête et de queue.

Dans ce cas la construction graphique sur le diagramme Enthalpie-Composition reste la même pour les sections au-dessus de l'alimentation  $F_1$  et au-dessous de l'alimentation  $F_2$ , on utilise respectivement le pôles  $P_1$  et  $P_2$ . La section du milieu située entre les deux alimentations  $F_1$  et  $F_2$ , on définit le point  $F$  qui est aligné avec les pôles  $P_1$  et  $P_2$  et ainsi on utilise un nouveau pôle  $P_3$  qui est le point d'intersection des droite  $\overline{P_1F_1}$  et  $\overline{P_2F_2}$ , comme montré dans la figure (III.19).

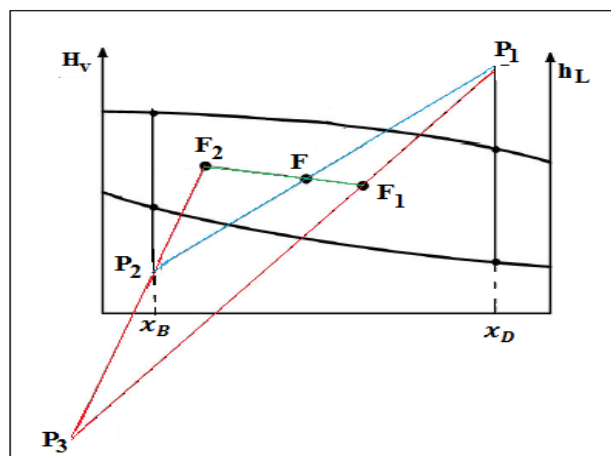


Figure III.19: Construction graphique avec deux alimentations.

**Exercice d'application 1:**

Une colonne de distillation en continue est conçue pour séparer un mélange binaire A de B. Deux alimentations équimolaires sont prévues F1 et F2 tel que les compositions sont à raison de 50% mol et 25% mol en A. F1 est une alimentation à son point d'ébullition tandis que F2 est une vapeur saturée et se situe en bas de l'alimentation F1. Les compositions en tête et en bas de la colonne sont respectivement 95% mol et 5% mol en A. Le reflux est égal à 3.

1- Calculer les débits vapeur, liquide dans les différentes sections de la colonne ainsi que les débits de distillat et du résidu.

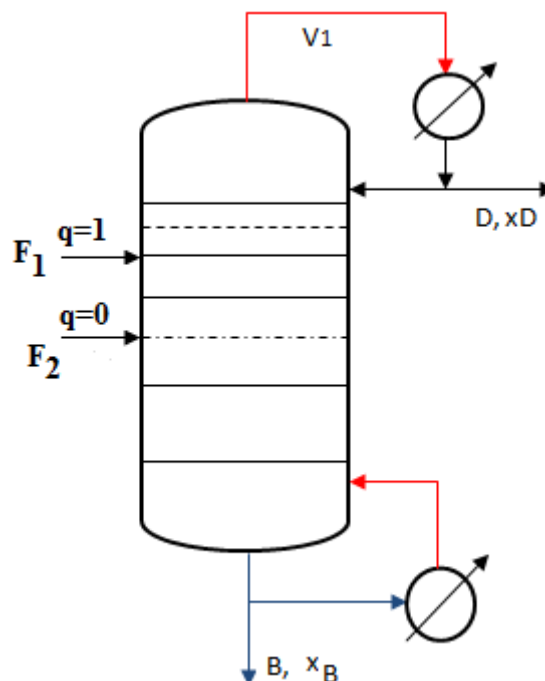
2- Construire le diagramme de McCabe et Thiele- - Estimer le nombre de plateaux théoriques et localiser les deux plateaux d'alimentations.

**Tableau III.1:** Données d'équilibre de l'exercice 1.

$x$	0.0	0.03	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$y$	0.0	0.1	0.24	0.4	0.55	0.65	0.74	0.8	0.87	0.9	0.95	1.0

**Solution:**

La figure donné ci-dessous montre le schéma de principe de l'exercice et le tableau explicite les données nécessaire à la résolution de cet exercice.



**Figure III.20:** Schéma de principe du mélange A et B.

F1(kmol/hr)	$x_{F1}$	F2(kmol/hr)	$x_{F2}$	$x_D$	$x_B$	R
50	0.5	50	0.25	0.95	0.05	3

**1- Calcule des débits vapeur, liquide dans les différentes sections de la colonne ainsi que les débits de distillat et du résidu.**

Bilan de matière global et par rapport à l'élément le plus volatil sur toute la colonne:

$$D + B = 100$$

$$Dx_D + Bx_B = 50 \times 0.5 + 50 \times 0.25 \Rightarrow 0.95D + 0.25(100 - D) = 37.5$$

$$\Rightarrow D = 36.1 \text{ kmol/hr}$$

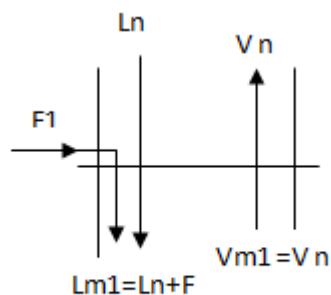
$$B = 100 - 36.1 = 63.9 \text{ kmol/hr}$$

$$L_n = R \times D = 3 \times 36.1 = 108.3 \text{ kmol/hr}$$

Puisque le condenseur est total on a:

$$V_n = L_n + D = 108.3 + 36.1 = 144.4 \text{ kmol/hr}$$

Comme l'alimentation du haut de la colonne F1 est un liquide saturé on a la distribution des courants suivant:

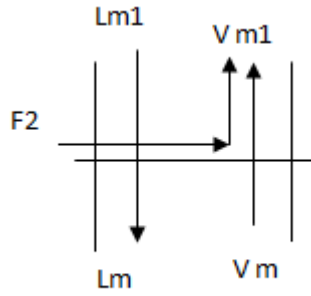


Donc:

$$L_{m1} = L_n + F = 108.3 + 50 = 158.3 \text{ kmol/hr}$$

$$V_{m1} = V_n = 144.4 \text{ kmol/hr}$$

La deuxième alimentation est une vapeur saturé on a la distribution des courants suivant:



$$L_m = L_{m1} = 158.3 \text{ kmol/hr}$$

$$V_{m1} = V_m + F_2 \Rightarrow V_m = V_{m1} - F_2 = 144.4 - 50 = 94.4 \text{ kmol/hr}$$

2- Construction du diagramme de McCabe-Thiele et estimation du nombre de plateaux théoriques et localisation du plateaux alimentation.

Droite opératoire enrichissement: (0.95; 0.95) et (0; 0.24).

Droite opératoire épuisement: (0.05 ; 0.05) et (0; -0.03).

Droite alimentation 1: droite verticale à partir de (0.5; 0.5)

Droite alimentation 2: droite horizontale à partie de (0.25; 0.25).

On obtient le graphe donné ci-dessous avec 8 plateaux théoriques, la première alimentation est sur le 4ème plateaux et la deuxième est sur le 7ème plateaux.

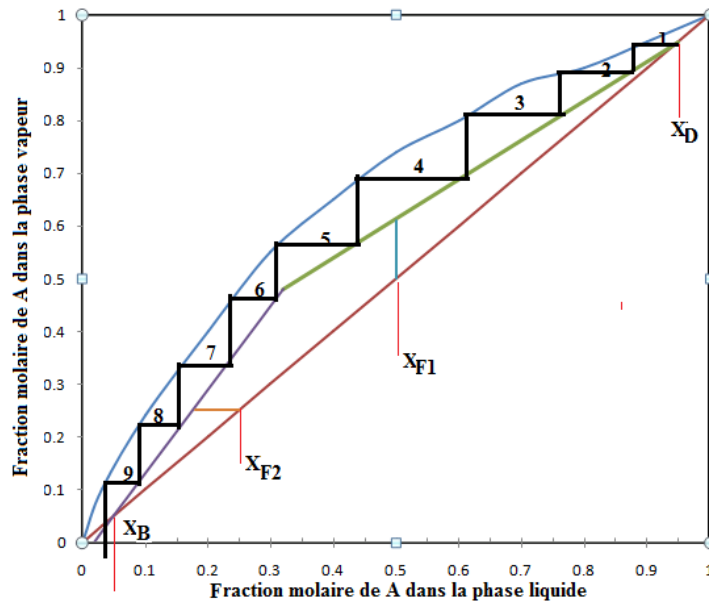


Figure III.21: Construction de McCabe et Thiele du binaire A et B.

**Exercice d'application 2:**

l'analyse des fractions liquide et vapeur du premier, le deuxième et le troisième plateau d'une colonne fonctionnant à reflux total pour le mélange Méthanol-Eau à pression atmosphérique a donné les résultats suivants:

**Tableau III.2:** Spécifications des compositions vapeur et liquide.

N° du plateau	1	2	3
Fraction molaire en phase liquide	0,90	0,8	0,7
Fraction en phase vapeur	0,92	0,85	0,8

Calculer l'efficacité de Murphree en phase vapeur aux plateaux 1 et 2 -lequel est le plus efficace:

Données: Equilibre liquide-vapeur du binaire Méthanol-Eau[Perry's Handbook].

x	0	0.06	0.08	0.1	0.15	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.95	1
y	0	0.304	0.365	0.418	0.517	0.579	0.665	0.729	0.779	0.825	0.87	0.915	0.958	0.979	1

**Solution:**

A partir du premier tableau et le deuxième tableau on construit un troisième tableau qui regroupe les compositions réels et leurs compositions respectives en équilibre:

N° du plateau	1	1-éq.	2	2-éq.	3	3-éq.
x	0,90	0,9	0,8	0,8	0,7	0,7
y	<b>0,92</b>	<b>0,958</b>	<b>0,85</b>	<b>0,915</b>	<b>0,8</b>	<b>0,87</b>

$$E_{MV1} = \frac{y_1 - y_2}{y_1^{eq} - y_2} = \frac{0.92 - 0.85}{0.958 - 0.85} = 0.65 \Rightarrow 65\%$$

$$E_{MV2} = \frac{y_2 - y_3}{y_2^{eq} - y_3} = \frac{0.85 - 0.8}{0.915 - 0.8} = 0.43 \Rightarrow 43\%$$

Le premier plateau est plus efficace que le deuxième plateau.



## **Chapitre IV : Distillation discontinue**

### VI.1 Introduction

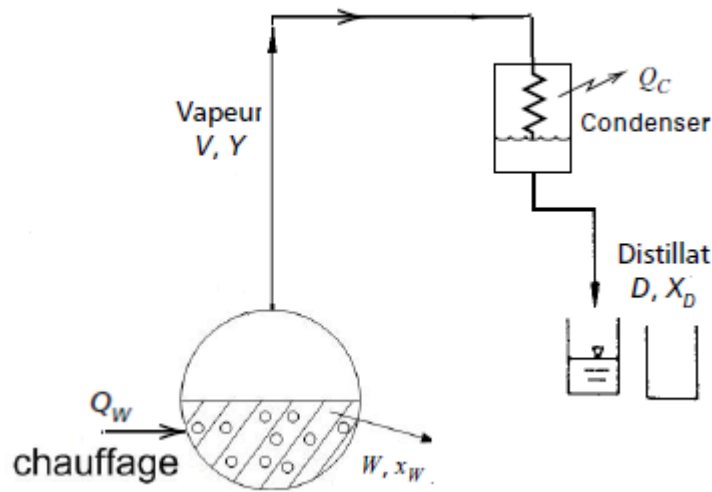
La distillation discontinue; appelé aussi distillation en batch ou en lot, est le procédé de séparation le plus ancien, elle a été présentée par Rayleigh en 1902 sous le nom de distillation Rayleigh ou distillation différentielle, elle est préférable à la distillation continue lorsque des produits chimiques à haute valeur ajoutée et à faible volume doivent être séparés, dans les industries de traitement chimique où des petites quantités doivent être manipulées à des périodes irrégulières ou saisonnières.

La séparation s'effectue dans un appareillage simple comme montré dans la figure (IV.1)) constitué d'un rebouilleur surmonté d'un condenseur pour récupérer le distillat. Ce type d'équipement est généralement utilisé dans l'industrie agroalimentaire, pharmaceutique ou en biochimie.

Elle consiste à introduire le mélange à séparer dans le rebouilleur siège de l'ébullition à pression constante ou sous pression, la vapeur retirée du rebouilleur pendant un intervalle de temps particulier est condensée dans le condenseur puis collectée comme distillat.

A la fin de l'opération, la concentration du liquide restant dans la rebouilleur s'appauvrit en le composant le plus volatil, c'est le résidu, tandis que le distillat recueilli dans le condenseur s'enrichit progressivement en composant le plus volatil. Aucun reflux n'est renvoyé vers la rebouilleur, et aucune colonne; à étage ou matériau de garnissage n'est prévu au-dessus du rebouilleur.

Le système n'atteint jamais l'état stationnaire, de ce fait la composition du distillat varie avec le temps et il est judicieux de placer plusieurs récipients récupérateurs à des intervalles de temps bien précis.



**Figure IV.1:** Schéma de la distillation différentielle (Rayleigh).

#### IV.2 Equations de bilan de matière - Equation de Rayleigh

L'appareillage montré sur la figure (IV.1) est utile pour séparer des mélanges à point d'ébullition très différents, Il n'y a pas de reflux. A tout instant, la vapeur sortant du rebouilleur de composition  $y$  est supposée être en équilibre avec le liquide (résidu) dans le rebouilleur; qui est supposé être parfaitement mélangé. Le rebouilleur est supposé le seul étage d'équilibre car il n'y a pas de plateaux au-dessus de celui-ci. Cet appareillage est limitée à la distillation à l'échelle du laboratoire, lorsque des puretés élevées ne sont pas requises, ou lorsque le mélange est facilement séparable.

L'étude du mélange à distiller se fait à l'état transitoire, au cours du temps la quantité de matière qui diminue dans le rebouilleur est  $(-dW)$ ; égale à la quantité de matière du distillat récupéré  $(Ddt)$ :

$$1. \text{ Bilan matière global : } Ddt = -dW \quad (\text{IV.1})$$

2. Bilan matière par rapport à l'élément le plus volatil:

$$-\frac{d}{dt}(Wx_w) = -W\frac{dx_w}{dt} - x_w\frac{dW}{dt} = Dy_D$$

en multipliant les deux termes de l'équation précédente par  $dt$  et en tenant en compte de l'équation (IV.1), on obtient:

$$Wdx_w + x_w dW = y_D(-Ddt) \Rightarrow Wdx_w = (y_D - x_w)dW \quad (\text{IV.2})$$

$$\frac{dW}{W} = \frac{dx_w}{(y_D - x_w)} \quad (\text{IV.3})$$

L'équation (IV.3) est appelé équation de Rayleigh qui relie la quantité  $W$  du liquide restant dans le rebouilleur, aux fractions du liquide restant ( $x_w$ ) et de la vapeur récupérée ( $y_D$ ).

La résolution de l'équation (IV.3) se fait par intégration. La partie gauche se fait entre la charge initiale du rebouilleur ( $W_0$ ) et la quantité qui reste en fin de la séparation ( $W$ ). La résolution de la partie de droite se fait de façon analytique ou graphique.

### VI.2.1 Résolution analytique

➤ Une méthode assez simple permet l'obtention de la valeur moyenne de la composition en distillat sur l'intervalle de temps de 0 à t en utilisant l'équation (IV.2):

$$W dx_w = (y_D - x_{w0}) dW \Rightarrow W(x_w - x_{w0}) = (y_D - x_{w0})(W - W_0)$$

$$y_D - x_{w0} = W \frac{(x_w - x_{w0})}{(W - W_0)} \Rightarrow y_D = x_{w0} + W \frac{(x_w - x_{w0})}{(W - W_0)}$$

Après simplification et arrangement, on obtient:

$$(y_D)_{moy} = \frac{W_0 x_{w0} - W x_w}{W_0 - W} \quad (\text{IV.4})$$

➤ En considérant que le coefficient de volatilité absolue  $K$  est constant dans l'intervalle de température considéré, l'équation (IV.3) devient après substitution de l'équation à l'équilibre.

$$y_D = K x_w \quad (\text{IV.5})$$

$$\ln\left(\frac{W}{W_0}\right) = \int_{x_{w0}}^{x_w} \frac{dx_w}{(K-1)x_w} = \frac{1}{(K-1)} \ln \frac{x_w}{x_{w0}} \quad (\text{IV.6})$$

l'équation (IV.3) devient en utilisant la volatilité relative  $\alpha$  comme constante:

$$x_D = y_D = \frac{\alpha x_w}{1 + (\alpha - 1)x_w} \quad (\text{IV.7})$$

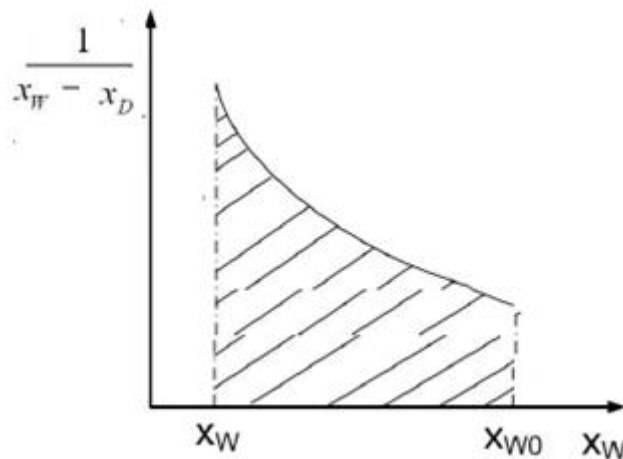
$$\ln\left(\frac{W}{W_0}\right) = \int_{x_{w0}}^{x_w} \frac{dx_w}{\left(\frac{\alpha x_w}{1 + (\alpha - 1)x_w} - x_w\right)}$$

$$\text{Après intégration on obtient : } \ln\left(\frac{W}{W_0}\right) = \frac{1}{\alpha - 1} \left[ \ln \frac{x_w}{x_{w0}} - \alpha \ln \left( \frac{1 - x_w}{1 - x_{w0}} \right) \right] \quad (\text{IV.8})$$

### VI.2.2 Résolution graphique

La résolution graphique revient à calculer l'aire de la partie droite de l'équation (IV.3):

$$f(x_w) = - \frac{dx_w}{(x_w - y_D)} \quad (\text{IV.9})$$



**Figure IV.2:** Résolution graphique de l'équation de Rayleigh.

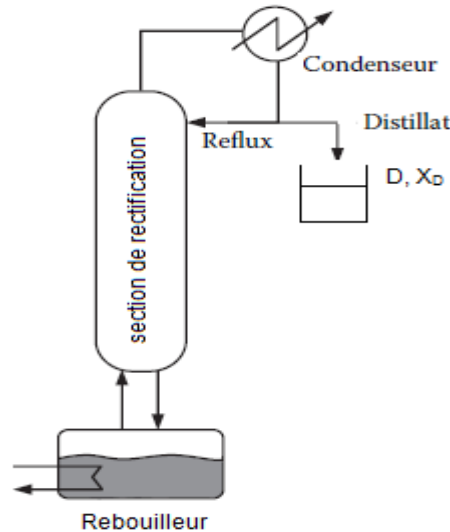
### VI.3 Rectification discontinue

La distillation simple ne permet pas d'obtenir un distillat avec une grande pureté, ainsi et pour remédier à cet inconvénient on installe sur le rebouilleur une colonne à plateaux ou à garnissage laquelle est raccordé à un condenseur afin de permettre à une fraction du distillat à retourner dans la colonne de rectification comme reflux, L'autre fraction qui sort du condenseur est récupéré dans le réceptacle final comme distillat comme montré dans la figure (IV.3).

Aucun reflux de produit de fond n'est prévu dans la distillation discontinue et le rebouilleur s'épuise avec le temps. Cela fait de la rectification discontinue une opération instable mais flexible.

La colonne au-dessus du rebouilleur permet d'enrichir le mélange liquide-vapeur circulant à contre-courant en l'élément le plus volatil. Dans la construction de McCabe-Thiele elle correspond à la section d'enrichissement.

La concentration du liquide dans le rebouilleur varie de la valeur initiale  $x_F$  à une valeur finale  $x_W$ .



**Figure IV.3:** Schéma d'une colonne de rectification en discontinue.

Il existe deux modes de base de la rectification discontinue et qui sont à reflux constant et à reflux variable, entraînant respectivement une composition de distillation variable et une composition de distillat constante en composant le plus volatil.

#### IV.3.1 Fonctionnement à reflux constant ( $R=Cste.$ )

La méthode consiste en l'utilisation de l'équation de Rayleigh en conjonction avec la méthode graphique McCabe-Thiele.

La méthode graphique de McCabe-Thiele est utilisé en premier qui permet de relier la composition dans le rebouilleur à la composition dans le distillat pour un nombre d'étage spécifique.

Pour un taux de reflux fixé au départ, on obtient une composition en distillat variable;  $x_{Di}$  avec le temps, les droite opératoires passe par les points  $(x_{Di}, x_{Di}), (0, \frac{x_{Di}}{R+1})$ .

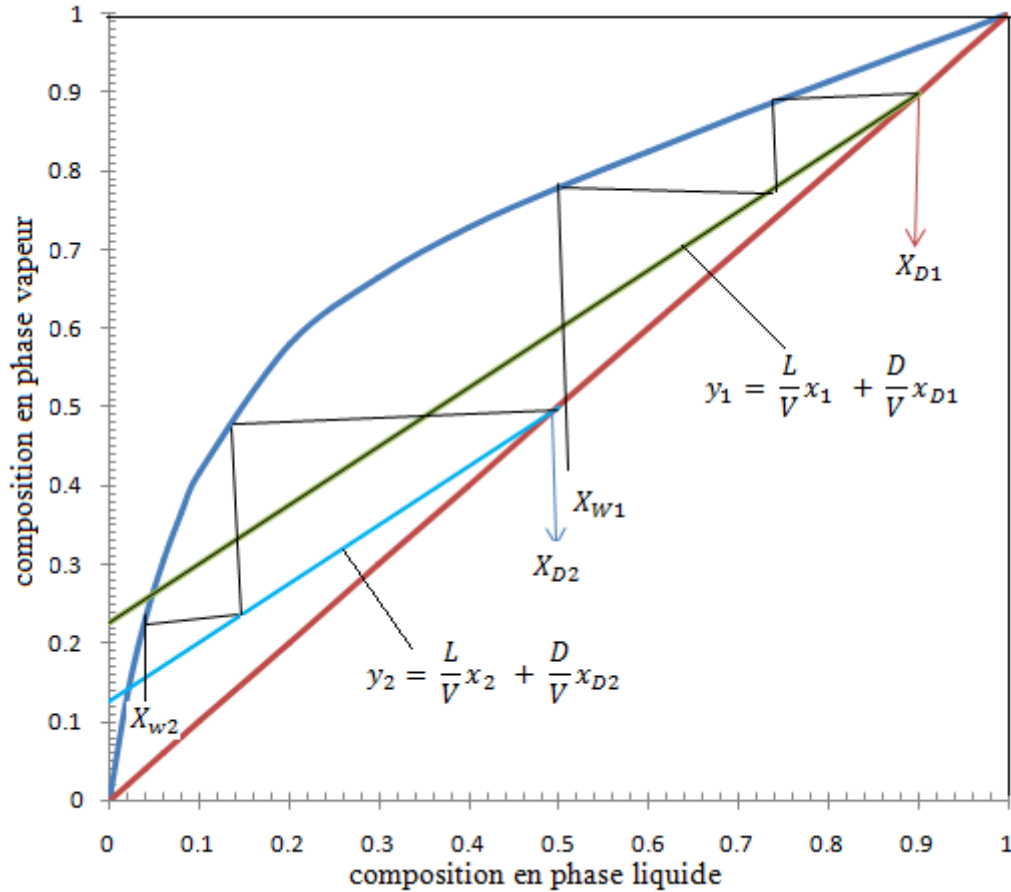
Pour un nombre d'étage fixé au départ, l'intersection de la courbe opératoire avec la courbe d'équilibre donne la composition dans le rebouilleur  $x_{wi}$ .

Ainsi, sur un même graphique plusieurs droites opératoires qui seront parallèles entre elles sont tracés, comme montré dans la figure (IV.4).

Ensuite, le terme de droite de l'équation de Rayleigh est intégré graphiquement ou de manière numérique en utilisant par exemple la règle de Simpson:

$$\int_{x_{w0}}^{x_{wf}} f(x_w) dx_w = \frac{(x_{wf} - x_{w0})}{6} \left( f(x_{w0}) + 4f\left(\frac{x_{w0} + x_{wf}}{2}\right) + f(x_{wf}) \right) \quad \text{IV.10}$$

Ainsi, la valeur de l'intégrale qui est  $\ln\left(\frac{W}{W_0}\right)$  est connue, un simple calcul de bilan de matière permet d'obtenir les quantités à la fin de l'opération du résidu et du distillat obtenu.



**Figure IV.4:** Construction graphique à reflux constant pour 2 droites opératoires pour une colonne à 2 plateaux.

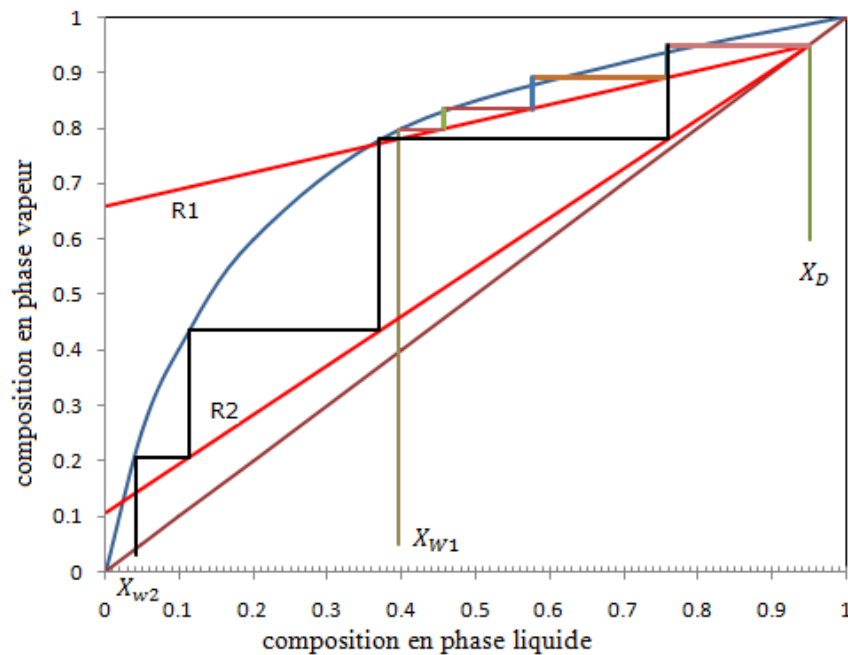
#### IV.3.2 Fonctionnement à composition constante ( $x_D = \text{Cste.}$ )

La méthode consiste à faire varier continuellement le taux du reflux  $R$  afin d'obtenir une composition en distillat  $x_D$  constant qui répond à la pureté spécifiée. Cela nécessite un système de contrôle plus complexe, comprenant un capteur de composition sur le distillat, qui ne peut se justifier que pour les grands systèmes de rectification par lots.

A chaque instant de la distillation, la composition du distillat  $x_D$  est constante. Ainsi toutes les droites opératoires passent par le même point  $(x_D, x_D)$  (voir la figure ci-dessous)

Pour cela il faut augmenter le reflux pour compenser l'appauvrissement en produit le plus volatil dans le ballon.

Comme dans le cas précédent de la rectification en discontinue à reflux constant, La méthode consiste en l'utilisation de l'équation de Rayleigh en conjonction avec la méthode graphique McCabe et Thiele section enrichissement, comme montré dans la figure (IV.5).



**Figure IV.5:** Construction graphique à composition constante à 4 plateaux.

**Exercice d'application:**

On charge un rebouilleur avec 140 mol d'un mélange A et B de composition 45 % mol en benzène en vue de sa séparation dans une simple colonne de distillation discontinue. Si 30 % mole de la solution est distillé - calculer la composition en distillat, la composition en résidu. la volatilité relative est égale à 3.

**Solution:**

Si 30 % mole de la solution est distillé alors la quantité récupéré est égale à 42 mol et le résidu restant dans le rebouilleur sera égale à 98 mol.

On applique l'équation de Rayleigh:

$$\ln\left(\frac{W}{W_0}\right) = \frac{1}{\alpha-1} \left[ \ln \frac{x_w}{x_{w0}} - \alpha \ln \left( \frac{1-x_w}{1-x_{w0}} \right) \right] \Rightarrow$$

$$\ln\left(\frac{98}{140}\right) = \frac{1}{3-1} \left[ \ln \frac{x_w}{0.45} - 3 \ln \left( \frac{1-x_w}{1-0.45} \right) \right] \Rightarrow x_w = 0.35$$

En remplaçant la valeur de  $x_w$  dans l'équation d'équilibre, on obtient  $x_D$  :



$$x_D = y_D = \frac{\alpha x_w}{1 + (\alpha - 1)x_w} = \frac{3 \cdot 0.35}{1 + (3 - 1) \cdot 0.35} = 0.62$$

On peut remarque de la valeur de la composition en distillat(  $x_D = 0.62$ ) que dans une distillation discontinue à simple effet la séparation n'est pas bonne.

# **Chapitre V : Distillation de mélanges multicomposants**

## **Méthode abrégée de résolution (shortcut)**

# Chapitre V Distillation de mélanges multicomposants

## Méthode abrégée de résolution (shortcut)

---

### V.1 Introduction

La plupart des mélanges fluides dans le domaine pétrolier contiennent plus que deux composés, dénommé mélanges multi composants. Les méthodes rigoureuses de calcul de la colonne de distillation opérant avec des fluides multi composants nécessitent la résolution simultanée d'un système d'équation obtenu à partir des bilans de matières, de chaleur et d'équilibre. Ces méthodes prennent beaucoup de temps, c'est pour cette raison que d'autres méthodes ont été développées, appelé Méthodes abrégées de résolution ou encore "shortcut methods" basé sur la définition des composants clés du mélange et utilisant, par des modifications convenables, les méthodes des mélanges binaires.

### V.2 Terminologie utilisés dans la distillation multi composants

#### V.2.1 Composants clés

les composants clés désignent les composants dont les compositions sont spécifiées dans le distillat et les produits de fond. La colonne de distillation a pour objectif de séparer ces composants clés aux compositions exigées.

On désigne par clé légère, dénommé en anglais Light Key (acronyme LK) le composant exigé par rapport aux autres composés légers.

On désigne par clé lourde, en anglais Heavy Key (acronyme HK), le composant exigé par rapport aux autres composés lourds.

On désigne par Non-clé, en anglais Non Key (NK) tous les composants autres que les composants clés présents dans le mélange à distiller.

On désigne par composant léger non clé, en anglais Light Non Key (acronyme LNK) tout composant plus léger que la clé légère (LK).

On désigne par composant lourd non clé, Heavy Non Key (acronyme HNK) tout composant plus lourd que la clé lourde (HK).

On désigne par clés distribués ou intermédiaire les composants qui ont des volatilités relative entre celle de la clé légère (LK) et la clé lourde (HK).

de cette façon tous les composants se répartissent entre le distillat et le résidu.

#### V.2.2 Récupération fractionnelle, Rapport de division et Facteur de séparation

On définit la récupération fractionnelle comme la fraction du composant  $i$  qui se trouve dans le flux du distillat ou du résidu par rapport à la quantité entrée dans l'alimentation.

## Chapitre V Distillation de mélanges multicomposants

### Méthode abrégée de résolution (shortcut)

---

D'après la définition la récupération fractionnelle du composés  $i$  dans le distillat, notée,  $f_{i,D}$ , et celle du composé  $j$  dans le résidu, noté,  $f_{j,W}$ , s'écrit:

$$f_{i,D} = \frac{D x_{i,D}}{F x_{i,F}} \Rightarrow x_{i,D} = \frac{F x_{i,F} f_{i,D}}{D} \quad (\text{V.1})$$

$$f_{j,W} = \frac{B x_{j,W}}{F x_{j,F}} \Rightarrow x_{j,W} = \frac{F x_{j,F} f_{j,W}}{B} \quad (\text{V.2})$$

Le rapport de division, noté  $SR_i$ ; est la fraction du composant  $i$  qui se trouve dans le distillat par rapport à la quantité dans le résidu.

$$SR_i = \frac{D x_{i,D}}{B x_{i,B}} \quad (\text{V.3})$$

Le facteur de séparation, noté  $FS_{i,j}$ ; est une comparaison de la façon dont deux composants se séparent.

$$FS_{i,j} = \frac{SR_i}{SR_j} \quad (\text{V.4})$$

#### V.3 Méthode abrégée de résolution (shortcut)

Plusieurs méthodes abrégées de résolution, appelé 'short-cut methods' sont applicables au cas de la distillation multicomposants, la méthode la plus courante est celle de Fenske-Underwood-Gilliland (FUG), utilisé pour le calcul du nombre minimum de plateaux, le reflux minimum et le nombre d'étage théorique.

##### V.3.1 Equation de Fenske pour le nombre minimum de plateaux

L'équation de Fenske pour un nombre minimum d'étages théoriques fonctionnant à reflux total pour un mélange binaire peut être étendu à la séparation des deux composants clés A (LK et B (HK) d'un mélange multi composants.

$$N_{min} = \frac{\log[(x_{A,D} \cdot x_{B,W}) / (x_{B,D} \cdot x_{A,W})]}{\log(\alpha_{AB})_{moy}} \quad (\text{V.5})$$

$N_{min}$ : est le nombre minimum de plateaux y compris le rebouilleur.

$(\alpha_{AB})_{moy}$ : est la volatilité relative moyenne de la clé légère A (LK) par rapport à la clé lourde B (HK), généralement on prend la moyenne géométrique.

En terme de récupération fractionnelle, l'équation de Fenske s'écrit:

$$N_{min} = \frac{\log\left[\frac{f_{A,D} \cdot f_{B,W}}{(1-f_{A,D})(1-f_{B,W})}\right]}{\log(\alpha_{AB})_{moy}} \quad (\text{V.6})$$

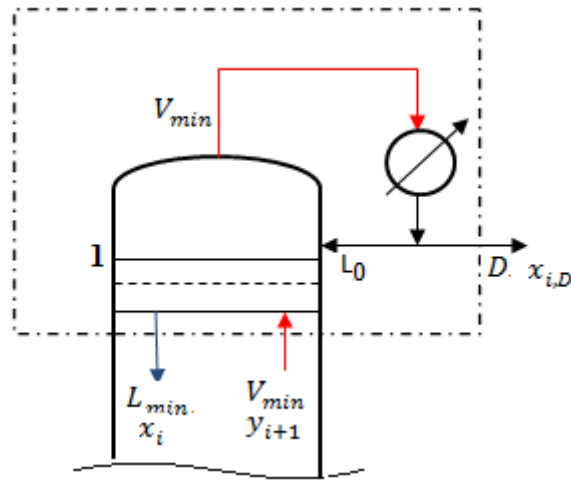
##### V.3.2 Equation d'Underwood pour le reflux minimum

Le calcul du reflux minimum pour un mélange à plusieurs composants apparaît, comme on l'a déjà vu pour un mélange binaire, au niveau du plateau alimentation par

## Chapitre V Distillation de mélanges multicomposants Méthode abrégée de résolution (shortcut)

l'intersection de la droite opératoire alimentation et celle de l'enrichissement sur la courbe d'équilibre et ceci si tous les composants sont répartis entre les produits du haut et du bas. Cependant, si une ou plusieurs des non-clés apparaissent dans un seul des produits, des points d'intersection séparés dans les sections enrichissement et épauement peuvent se produire.

Considérons un volume de control dans la section enrichissement d'une colonne à distillation multi composants, selon la figure donnée (V.1):



**Figure V.1:** Tête de la colonne de distillation à reflux minimum.

A l'état stationnaire le bilan de matière du composant le plus volatil à reflux minimum s'écrit :

$$V_{min}y_{i+1} = L_{min}x_i + Dx_{i,D} \quad (V.7)$$

au point d'intersection de la courbe d'équilibre avec la droite opératoire la condition suivante est vérifiée :

$$y_i = y_{i+1} \text{ et } x_i = x_{i+1} \Rightarrow y_{i+1} = K_i x_i \quad (V.8)$$

La volatilité relative par rapport à la clé lourde :

$$\alpha_{i,hk} = K_i / K_{hk} \Rightarrow K_i = \alpha_{i,hk} K_{hk} \Rightarrow x_i = \left( \frac{y_{i+1}}{\alpha_{i,hk} K_{hk}} \right) \quad (V.9)$$

$$V_{min}y_{i+1} = L_{min} \left( \frac{y_{i+1}}{\alpha_{i,hk} K_{hk}} \right) + Dx_{i,D} \Rightarrow V_{min}y_{i+1} - L_{min} \left( \frac{y_{i+1}}{\alpha_{i,hk} K_{hk}} \right) = Dx_{i,D}$$

$$\Rightarrow V_{min}y_{i+1} \left( 1 - \frac{L_{min}}{V_{min}\alpha_{i,hk} K_{hk}} \right) = Dx_{i,D} \Rightarrow V_{min}y_{i+1} \left\{ \frac{V_{min}K_{hk}\alpha_{i,hk} - L_{min}}{V_{min}\alpha_{i,hk} K_{hk}} \right\} = Dx_{i,D}$$

$$V_{min}y_{i+1} = \left\{ \frac{D x_{i,D} \alpha_{i,hk}}{\left( \alpha_{i,hk} - \frac{L_{min}}{V_{min}K_{hk}} \right)} \right\} \quad (V.10)$$

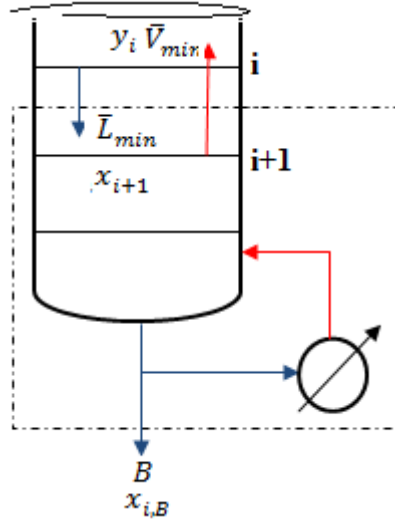
## Chapitre V Distillation de mélanges multicomposants Méthode abrégée de résolution (shortcut)

En prenant la somme sur tous les composants du mélange et en posant  $\theta = \frac{L_{min}}{V_{min}K_{hk}}$

L'équation précédente devient:

$$V_{min} = \sum_i \left\{ \frac{D x_{i,D} \alpha_{i,hkK}}{(\alpha_{i,hk} - \theta)} \right\} \quad (V.11)$$

De la même manière, dans la section épuisement et en prenant le volume de control montré sur la figure ci-dessous:



**Figure V.2:** Bas de la colonne de distillation à reflux minimum.

A l'état stationnaire le bilan de matière du composant le plus volatil à reflux minimum s'écrit :

$$\bar{L}_{min} = \bar{V}_{min} + B \Rightarrow \bar{V}_{min} y_i = \bar{L}_{min} x_{i+1} - B x_{i,B} \quad (V.10)$$

En appliquant la condition au point d'intersection comme précédemment, l'équation précédente devient :

$$\begin{aligned} \bar{V}_{min} y_{i+1} &= \bar{L}_{min} \left( \frac{y_{i+1}}{K_i} \right) - B x_{i,B} \Rightarrow -\bar{V}_{min} y_{i+1} \left[ 1 - \frac{\bar{L}_{min}}{\bar{V}_{min} \alpha_{i,hk} K_{hk}} \right] = B x_{i,B} \\ -\bar{V}_{min} y_{i+1} &= \left[ \frac{\bar{V}_{min} \alpha_{i,hk} K_{hk} - \bar{L}_{min}}{\bar{V}_{min} \alpha_{i,hk} K_{hk}} \right] B x_{i,B} \Rightarrow \left[ \frac{\bar{V}_{min} \alpha_{i,hk} K_{hk}}{\bar{V}_{min} \alpha_{i,hk} K_{hk} - \bar{L}_{min}} \right] B x_{i,B} \\ \Rightarrow -\bar{V}_{min} y_{i+1} &= \left[ \frac{B x_{i,B} \alpha_{i,hk}}{\alpha_{i,hk} - \frac{\bar{L}_{min}}{\bar{V}_{min} K_{hk}}} \right] \end{aligned} \quad (V.11)$$

En prenant la somme sur tous les composants du mélange et en posant  $\bar{\theta} = \frac{\bar{L}_{min}}{\bar{V}_{min} K_{hk}}$

L'équation précédente devient:

$$-\bar{V}_{min} = \sum_i \left[ \frac{B x_{i,B} \alpha_{i,HK}}{\alpha_{i,HK} - \bar{\theta}} \right] \quad (V.12)$$

## Chapitre V Distillation de mélanges multicomposants

### Méthode abrégée de résolution (shortcut)

---

Afin de pouvoir développer l'équation d'Underwood, on suppose que la volatilité relative est constante tout au long de la colonne et que le quotient  $\bar{\theta}$  est égale à  $\theta$ .

$$\Delta V_F = V_{min} - \bar{V}_{min} \Rightarrow \sum_i \left( \left[ \frac{D x_{i,D} \alpha_{i,hk}}{(\alpha_{i,hk} - \theta)} \right] + \sum_i \left[ \frac{B x_{i,B} \alpha_{i,hk}}{\alpha_{i,hk} - \theta} \right] \right) \quad (V.13)$$

En tenant compte que:

$$D x_{i,D} + B x_{i,B} = F x_{i,F} \quad (V.14)$$

Et que :

$$(1 - q)F = V_{min} - \bar{V}_{min} \quad (V.15)$$

$$(1 - q)F = \sum_i \left( \frac{\alpha_{i,HK} D x_{i,D}}{\alpha_{i,HK} - \theta} + \frac{B x_{i,B} \alpha_{i,HK}}{\alpha_{i,HK} - \theta} \right) = \sum_i \left( \frac{\alpha_{i,HK} F x_{i,F}}{(\alpha_{i,HK} - \theta)} \right)$$

En définitive, on obtient :

$$1 - q = \sum_i \left( \frac{\alpha_{i,HK} x_{i,F}}{\alpha_{i,HK} - \theta} \right) \quad (V.16)$$

L'équation (V.16) est connue sous le nom de l'équation d'Underwood .

Rappelant que le reflux minimum par définition est :  $R_{min} = \left( \frac{L}{D} \right)_{min}$

Par un simple bilan de matière en tête de colonne il ressort que:

$$L_{min} = V_{min} - D$$

En éliminant  $L_{min}$  dans l'équation du reflux, on arrive à la forme convenable suivante:

$$R_{min} = \frac{V_{min}}{D} - 1 \quad (V.17)$$

Le calcul du reflux minimum revient à la résolution itérative des équations développées (V.11) , (V.12) et (V.16) ci-dessus:

Tout en connaissant l'état thermodynamique de l'alimentation par la valeur de  $q$ , la méthode consiste à trouver les racines  $\theta$  de l'équation d'Underwood (V.16), après quoi un bilan de matière est nécessaire coté enrichissement pour la détermination des courants clé légère et clé lourde  $D x_{i,lk}$ ,  $D x_{i,hk}$  , ensuite on résout l'équation (V.9) afin de déterminer  $V_{min}$  et éventuellement les autres courants  $D x_{i,D}$  et  $D$  à la fin l'équation (V.17) est utilisée pour le calcul de  $R_{min}$ .

#### V.3.3 Relation de Gilliland pour l'estimation du nombre d'étages théoriques

Gilliland a proposé une corrélation empirique pour l'estimation du nombre d'étage théorique ( $N$ ) en fonction du taux de reflux ( $R$ ), le taux de reflux minimum  $R_{min}$  et le nombre minimum d'étages à reflux total ( $N_{min}$ ).

$$\underline{Y} = 1 - \exp \left[ \left( \frac{1 + 54.4 \underline{X}}{11 + 117.2 \underline{X}} \right) \left( \frac{\underline{X} - 1}{\underline{X}^{0.5}} \right) \right]$$

## Chapitre V Distillation de mélanges multicomposants

### Méthode abrégée de résolution (shortcut)

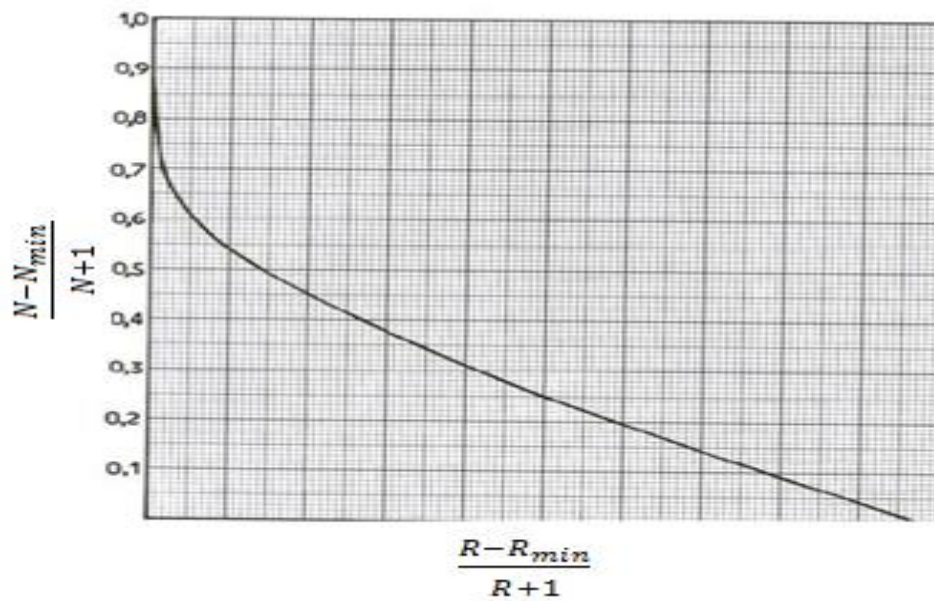
---

avec:  $\underline{X} = \frac{R-R_{min}}{R+1}$  et  $\underline{Y} = \frac{N-N_{min}}{N+1}$

Cette corrélation est aussi mise sous forme graphique comme montré sur la figure (V.3) donné ci-dessous.

Une autre corrélation a été récemment développée par Rusche en fonction de  $\underline{X}$  et  $\underline{Y}$ :

$$\underline{Y} = 0.2788 - 1.3154\underline{X} + 0.4114\underline{X}^{0.291} + 0.8268\ln\underline{X} + 0.9020\ln[\underline{X} + (1/\underline{X})]$$



**Figure V.3:** Relation entre le taux du reflux et le nombre théorique des plateaux.

#### V.3.4 Position optimale du plateau alimentation

Kirkbride a proposé l'équation suivante pour la détermination de la position optimale du plateau alimentation:

$$\frac{N_R}{N_E} = \left[ \left( \frac{Z_{F,hk}}{Z_{F,lk}} \right) \left( \frac{x_{lk,B}}{x_{hk,D}} \right)^2 \frac{B}{D} \right]^{0.206}$$

Avec:

$N_R, N_E$  : le nombre de plateaux dans la zone enrichissement et la zone épuisement.

$Z_{F,hk}, Z_{F,lk}$  : la fraction de la clé légère et lourde à l'alimentation.

$x_{lk,B}, x_{hk,D}$  : la fraction de la clé légère et la clé lourde dans le résidu et le distillat.

Akashah et al ont suggéré une corrélation pour le calcul du nombre d'étages théoriques au-dessus du plateau alimentation:



# Chapitre V Distillation de mélanges multicomposants

## Méthode abrégée de résolution (shortcut)

---

$$N'_R = N_R - 0.5 \log N$$

$N$  : est le nombre total d'étages théoriques.

### **Exercice d'application:**

100 kmol/hr d'un mélange contenant en pourcentage molaire 35% benzène et 35% toluène et 30 % mol de Cumène alimente une colonne de distillation afin d'obtenir un taux de récupération fractionnelle de 98 % mol en benzène comme distillat et de 98.5 % mol de toluène comme résidu. l'alimentation est à son point de rosée et le reflux est à son point de bulle. On considère que la solution est idéal et en prend les débits internes molaires comme constants.

Questions:

- 1- Identifier les composants clés du mélange.
- 2- Calculer les débits du distillat et du résidu ainsi que leurs fractions respectives.
- 3- Calculer le nombre minimal d'étage théoriques en utilisant l'équation de Fenske.
- 4- Calculer le reflux minimum en utilisant l'équation d'Underwood.
5. Calculer le nombre d'étage idéal si le reflux est égale à 1.3 fois le reflux minimum.
6. Localiser la position du plateau alimentation.

**Solution:**

### **1- Identification les composants clés du mélange (HK, LK, HNK, LNK).**

LK (A)	HK (B)	LNK	HNK (C)
Benzène	Toluène	-	Cumène

### **2- Calcul des débits du distillat et du résidu ainsi que leurs fractions respectives.**

on considère que le Cumène est un composé non distribué:  $x_{C,D} = 0$

$$F = \frac{100 \text{ kmol}}{\text{hr}}, z_{A,F} = 0.35; z_{B,F} = 0.35; z_{C,F} = 0.30$$

$$\frac{D x_{A,D}}{F x_{A,F}} = 0.98 \Rightarrow D x_{A,D} = 0.98 \times 100 \times 0.35 = 34.3 \text{ kmol/hr}$$

$$\frac{W x_{B,W}}{F x_{B,F}} = 0.985 \Rightarrow W x_{B,W} = 0.985 \times 100 \times 0.35 = 34.47 \text{ kmol/hr}$$

En effectuant un bilan matière sur toute la colonne par rapport au composé A:

$$W x_{A,W} = F z_{A,F} - D x_{A,D} = 100 \times 0.35 - 34.3 = 0.7 \text{ kmol/hr}$$

De même, En effectuant un bilan matière sur toute la colonne par rapport au composé B:

$$D x_{B,D} = F z_{B,F} - W x_{B,W} = 100 \times 0.35 - 34.47 = 0.53 \text{ kmol/hr}$$

Ainsi le débit du distillat devient:

$$D = D x_{A,D} + D x_{B,D} = 34.3 + 0.53 = 34.83 \text{ kmol/hr}$$

## Chapitre V Distillation de mélanges multicomposants

### Méthode abrégée de résolution (shortcut)

---

$$x_{A,D} = \frac{Dx_{A,D}}{D} = \frac{34.3}{34.83} = 0.985$$

$$x_{B,D} = \frac{Dx_{B,D}}{D} = \frac{0.53}{34.83} = 0.015$$

$$W = F - D = 100 - 34.83 = 65.17 \text{ kmol/hr}$$

$$x_{A,W} = \frac{Wx_{A,W}}{W} = \frac{0.7}{65.17} = 0.01$$

$$x_{B,W} = \frac{Wx_{B,W}}{W} = \frac{34.47}{65.17} = 0.53$$

$$x_{C,W} = 1 - (x_{A,W} + x_{B,W}) = 1 - (0.0107 + 0.53) = 0.46$$

#### 3. Calcul du nombre minimal d'étage théoriques en utilisant l'équation de Fenske.

En utilisant la moyenne géométrique des volatilités relatives de tête et de bas de la colonne calculés au chapitre I.

$$(\alpha_{AB})_{moy} = \sqrt{(2.55 \times 0.311)} = 2.4$$

et l'équation (V.6) de Fenske, on obtient :

$$N_{min} = \frac{\log \left[ \frac{f_{A,D} \cdot f_{B,W}}{(1-f_{A,D})(1-f_{B,W})} \right]}{\log(\alpha_{AB})_{moy}} = \frac{\log \left[ \frac{0.98 \times 0.985}{(1-0.98)(1-0.985)} \right]}{\log(2.4)} = 9.2$$

c'est-à-dire la colonne à reflux total fonctionne avec 8 plateaux et le rebouilleur (1 plateau).

#### 4. Calcul du reflux minimum en utilisant l'équation d'Underwood.

Puisque l'alimentation est à son point de rosée, donc :  $q=0$

d'autre part on a:

$$\Delta V_f = F(1 - q) \Rightarrow \Delta V_f = F = 100 \text{ kmol}$$

A partir de l'équation (V.16)

$$\sum_i \left( \frac{\alpha_{i,HK} x_{i,F}}{\alpha_{i,HK} - \theta} \right) = 1$$

En l'appliquant au cas de notre exercice, l'équation devient:

$$\frac{\alpha_{AB} x_{A,F}}{\alpha_{AB} - \theta} + \frac{\alpha_{BB} x_{A,F}}{\alpha_{BB} - \theta} + \frac{\alpha_{CB} x_{C,F}}{\alpha_{CB} - \theta} = \frac{0.35 \times 2.4}{2.4 - \theta} + \frac{0.35 \times 1.0}{1 - \theta} + \frac{0.3 \times 0.281}{0.281 - \theta} = 1 \quad (1)$$

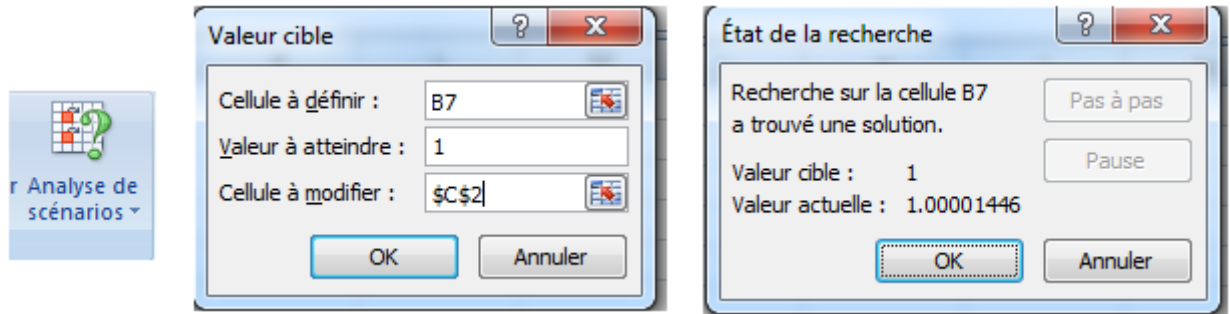
La solution de cette équation est obtenu en tenant compte de la contrainte :

$0.281 < \theta < 2.4$  est obtenu en utilisant *l'onglet analyse de scénario* implanté dans

Excel, on obtient la valeur :  $\theta = 1.44$

# Chapitre V Distillation de mélanges multicomposants

## Méthode abrégée de résolution (shortcut)



**Figure V.4:** Etapes de résolution en utilisant l'onglet/ Données/ valeurs cible dans Excel

la cellule à définir B7 étant l'équation (V.16) qui doit être égale à l'unité qui représente la valeur à atteindre et la cellule à modifier \$C\$2 représente la valeur  $\theta$  à calculer par Excel.

Pour calculer  $V_{min}$ , on utilise l'équation (V.9):

$$V_{min} = \frac{\alpha_{AB} D x_{A,D}}{\alpha_{AB} - \theta} + \frac{\alpha_{BB} D x_{B,D}}{\alpha_{BB} - \theta} + \frac{\alpha_{CB} D x_{C,D}}{\alpha_{CB} - \theta} = \frac{2.4 \times 34.3}{2.4 - 1.44} + \frac{1.0 \times 0.53}{1.0 - 1.44} + 0 = 84.54 \text{ kmol}$$

$$L_{min} = V_{min} - D = 84.54 - 34.83 = 49.71 \text{ kmol}$$

$$R = \frac{L_{min}}{D} = \frac{49.71}{34.83} = 1.43$$

### 5. Calcul du nombre d'étage idéal si le reflux est égale à 1.3 fois le reflux minimum.

$$R = 1.3 R_{min} = 1.3 \times 1.43 = 1.86$$

$$\underline{Y} = 1 - \exp \left[ \left( \frac{1 + 54.4 \underline{X}}{11 + 117.2 \underline{X}} \right) \left( \frac{\underline{X} - 1}{\underline{X}^{0.5}} \right) \right]$$

$$\text{avec: } \underline{X} = \frac{R - R_{min}}{R + 1} = \frac{1.86 - 1.43}{1.86 + 1} = 0.15$$

$$\text{et } \underline{Y} = 1 - \exp \left[ \left( \frac{1 + 54.4 \times 0.1503}{11 + 117.2 \times 0.1503} \right) \left( \frac{0.1503 - 1}{0.1503^{0.5}} \right) \right] = \frac{N - 9.2}{N + 1}$$

$$\Rightarrow 1 - \exp(-0.703) = 0.505 = \frac{N - 9.2}{N + 1} \Rightarrow N = 19.6$$

### 6. Localisation du plateau alimentation

En utilisant l'équation de Kirkbride:

$$\frac{N_R}{N_E} = \left[ \left( \frac{Z_{F,hk}}{Z_{F,lk}} \right) \left( \frac{x_{lk,B}}{x_{hk,D}} \right)^2 \frac{B}{D} \right]^{0.206} = \left[ \left( \frac{0.35}{0.35} \right) \left( \frac{0.0107}{0.015} \right)^2 \frac{65.17}{34.83} \right]^{0.206} = 0.99$$

Et en résolvant le système d'équation:

$$\begin{cases} N_R + N_E = 19.6 \\ \frac{N_R}{N_E} = 0.99 \end{cases} \Rightarrow N_R = 9.85 \text{ étages.}$$

Il existe 10 plateaux au-dessus du plateau alimentation.

## Références Bibliographiques

---

### References Bibliographiques

- [1] Smith, J. M., Van Ness, H. C., Abbott, M. et Swihart, M. Introduction to Chemical Engineering. Editions McGraw-Hill Education, New York, **2017**.
- [2] Distillation et Extraction, Notes de Cours, Volume 1, Préparée par Bernard GreanJean, **2013**.
- [3] Robert G. Kunz, The Rayleigh Equation Revisited, RGK Environmental Consulting, North Carolina. AIChE Spring Meeting, 118b, Texas, **2012**.
- [4] J. Richard Elliot, Carl T. Lira, Introductory chemical engineering thermodynamics. Second Edition, Pearson Education, Inc. **2012**.
- [5] Handbook of chemical engineering calculation, Tyler G. Hicks, P.E., Nicholas P. Chohey, Fourth Edition, McGraw Hill Edition, **2012**.
- [6] J.D. Seader. Separation Process Principles, Chemical and Biochemical Operations. Third Edition. John Wiley and Sons Inc. **2010**.
- [7] Binay K. Dutta, Principles of Mass Transfer Processes. Eastern Economy Edition. Third Printing, **2009**.
- [8] Coulson, J.M., J.F Richardson, J.R Backhurst and J.H. Harker, "Coulson and Richardson's *Chemical Engineering*", volume two, fifth edition, Pergamon Press, **2002**.
- [9] Koller, E. Aide-mémoire de génie chimique, Editions Dunod, Paris, **2001**.
- [10] Perrey's Chemical Engineers's Handbook, Seventh Edition, **1997**.
- [11] J. Vidal, Thermodynamique-Application au génie chimique et à l'industrie pétrolière, Editions Technip, **1993**.
- [12] W.L. McCabe, J.C., Smith, P. Harriot, Unit operations of chemical engineering, 5th. Edition, **1993**.
- [13] Wauquier J.P. Le Raffinage du pétrole, Procédés de séparation, Tome 2. Editions Technip. **1998**.
- [14] Robert E. Treybal. Mass-Transfert Operations, Third Edition. McGraw-Hill Book Company, **1981**.