

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Mémoire de Master

Présenté à l'Université 8 Mai 1945 GUELMA

Faculté des Sciences et de la Technologie

Département de : Génie Civil & Hydraulique

Spécialité : Hydraulique

Option : HYDRAULIQUE URBAINE

Présenté par : KHALED Sami

**Thème : Contribution à l'étude de l'écoulement
transitoire dans les réseaux sous pression : Étude
de Cas**

Sous la Direction de : Dr.TOUMI Abdelouaheb

Juin 2022

Remerciement :

Voici enfin que ce modeste travail arrive à terme. On tient à exprimer toutes notre reconnaissance à ceux qui au long de ce mémoire nous ont apporté leur soutien, la participation de certains a été décisive pour l'aboutissement de ce travail qu'il nous est agréable de présenter tout particulièrement :

On remercie Dieu le tout puissant, de m'avoir donné tout le courage et la patience pour mener ce travail à terme.

On tient tout d'abord à exprimer notre profonde gratitude et un grand respect à notre promoteur Mr FOUMI abd el Wahed pour la clarté de ses enseignements, son soutien indéfectible et sa patience à toute épreuve afin que cette thèse soit menée à bien.

Nos sincères remerciements s'adressent aussi aux membres de jury d'avoir accepté de juger notre travail.

Les enseignants du département d'hydraulique qui ont donné de leur savoir. L'ensemble du personnel des Ressources Hydraulique de la Wilaya de Guelma. Nous remercions très chaleureusement toutes les personnes ayant contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

Dédicaces

Je dédie ce travail :

À ma chère mère aucune dédicace ne saurait être assez éloquente pour exprimer ma gratitude. Pour tous les efforts que tu n'as cessé de fournir depuis mon jeune âge.

À mon père : rien ne saurait exprimer l'amour, l'estime, le dévouement et le respect que j'ai toujours eu pour toi, rien au monde ne vaut les efforts fournis jour et nuit pour mon éducation et mon bien-être. Ce travail n'aurait pas été possible sans toi.

À tous les membres de ma famille et surtout mon frère wail veuillez trouver dans ce modeste travail l'expression de mon affection, Les mots ne suffisent guère pour exprimer l'attachement, l'amour, et l'affection que je porte pour vous.

Je vous dédie ce travail avec tous mes vœux de bonheur, de santé et de réussite.

*À mes amis : Aymen .. Seddik .. Mouslem .. Amine .. Sief .. Nedjem Eddine .. Anis ..
Khaled .. Ilhem .. Manar ..*

Sans votre aide, vos conseils et vos encouragements ce travail n'aurait vu le jour

À tous mes chères amis(e) et mes collègues.

..... Sami

SOMMAIRE

Introduction générale	01
Chapitre I Recherche bibliographique sur les écoulements transitoires	
1.1. Introduction	02
1.2 Aperçu historique sur l'écoulement transitoire	02
1.3 Quelques définitions	14
1.3.1 Ecoulement permanent	14
1.3.2 Ecoulement non permanent	15
1.3.3 Ecoulement transitoire en charge	15
1.4 Causes des écoulements transitoires	15
1.5 Types de célérités d'ondes mm	16
1.5.1 Ondes linéaires	16
1.5.2 Ondes non linéaires	16
1.6 Analyse physique des écoulements transitoires	16
1.6.1 Cas d'une fermeture instantanée d'une vanne placée à l'extrémité de la conduite	16
1.6.2 Analyse physique des écoulements transitoires en cas d'arrêt instantané d'une	19
1.7 Phénomène du coup de bélier dans les réseaux sous pression	22
1.7.1 Définition	22
1.7.2 Causes du coup de bélier	23
1.7.3 Risques dus aux coups de bélier	23
1.7.4 Valeurs numériques du coup de bélier	24
1.8 Conclusion	26
Chapitre II Equations de base de l'écoulement transitoire dans les conduites sous pression	
2.1 Introduction	27
2.2 Modèle mathématique	27
2.2.1 Equation de continuité	27
2.2.2 Equation dynamique	29
2.3 Conclusion	33
Chapitre III Méthodes de résolution des équations de l'écoulement transitoire et conditions aux limites	
3.1 Introduction	34
3.2 Méthode des caractéristiques ou (MOC)	34
3.2.1 Intégration du système différentiel	38
3.2.1.1 Schéma numérique mixte pour calculer la caractéristique positive (CP)	41
3.2.1.2 Schéma numérique mixte pour calculer la caractéristique négative	43
(CM)	
3.2.2 Conditions aux limites	44
3.2.2.1 Conditions aux limites au niveau d'un réservoir d'alimentation à niveau constant	44
3.2.2.2 Conditions aux limites au niveau d'une vanne placée à l'extrémité d'un réseau d'adduction	45
3.2.3 Condition de stabilité de la méthode des caractéristiques	47
3.3 La méthode des différences finies	47
3.3.1 Approximation en différences finies	48
3.3.2 Schéma explicite	49

3.3.3 Schéma implicite	50
3.3.4 Schéma mixte ou schémade Crank-Nicolson	51
3.3.5 Critère de stabilité et choix des pas d'espace et de temps	51
3.3.6 Application de la méthode des différences finies aux équations de Saint Venant	52
3.4 Conclusion	54
Chapitre IV Etude de la célérité de propagation des ondes dans les conduites	
4.1 Introduction	55
4.2 Aperçu bibliographique sur la célérité d'onde	55
4.3 Calcul de la célérité d'onde dans les conduites enterrées	59
4.3.1 Hypothèse de la raideur du sol	59
4.3.2 Hypothèse de la charge de la précontrainte	61
4.4 Méthodes de calcul de la charge des terres de remblai	61
4.4.1 Les différents modes de pose des conduites	61
4.4.2 Théorie de Marston	63
4.4.3 Théorie de Wetzorke	66
4.4.4 Théorie basée sur le calcul des silos	66
4.4.5 Théorie du Dr Otto Stolzenburg	67
4.4.6 Théorie de Christensen	68
4.4.7 Théorie de M. Enyedibela	69
4.4.8 Théorie russe de Klein (Moscou, 1951)	69
4.4.9 Théorie tchèque de Pruska (1961)	69
4.5 Conclusion	70
Chapitre V Application du coup de bélier aux cas réels et moyens de protection	
5.1 Introduction	71
5.2 Présentation des cas étudiés	71
5.2.1 Eléments du réseau adopté	71
5.2.1 Partie refoulement	73
5.2.2 Partie gravitaire	74
5.3 Programmation, résultats et interprétation	75
5.3.1 Présentation du programme	75
5.3.2 Résultats et interprétation	77
5.4 Relations entre pression et lois de fermeture	78
5.4.1 Fermeture instantanée	78
5.4.2 Fermeture rapide $t \leq 2L/a$	78
5.4.3 Fermeture lente $t > 2L/a$	80
5.4.3.1. Recherche de la loi optimale de fermeture d'une vanne	81
5.4.3.2 Recherche de temps de fermeture optimale	84
5.5 Systèmes de protection contre le coup de bélier	86
5.5.1 Les soupapes de décharge	86
5.5.2 Les ventouses (Les reniflards)	86
5.5.3 Les réservoirs d'air	87
5.5.4 Cheminée d'équilibre	88
5.6 Conclusion	89
Conclusion générale	90

Liste des tableaux

Tableau N°3-1 : Valeurs usuelles de k et μ	65
Tableau N°3-2 : Valeurs de la fonction $f(\phi, \phi')$	67
Tableau (5.1): Caractéristiques des matériaux utilisés	76
Tableau (5.2): Caractéristiques du réservoir, du débit et du fluide	77
Tableau (5.3): Résultats obtenus numériquement en régime permanent	77
Tableau (5.4): Valeurs de la charge totale en régime permanent, pour les dix derniers nœuds de discrétisation	78
Tableau (5.5) : Valeurs maximales de la pression pour plusieurs temps de fermeture	85

Liste des figures

Chapitre I Recherche bibliographique sur les écoulements transitoires	
Figure (1.1): Schéma approximatif d'un instant de la première phase	17
Figure (1.2): Schéma approximatif d'un instant de la deuxième phase	17
Figure (1.3): Schéma approximatif d'un instant de la troisième phase	18
Figure (1.4): Schéma approximatif d'un instant de la quatrième phase	18
Figure (1.5): Schéma approximatif d'une station de pompage	19
Figure (1.6): Schéma approximatif d'un instant de la première phase	19
Figure (1.7): Schéma approximatif d'un instant de la deuxième phase	20
Figure (1.8): Schéma approximatif d'un instant de la troisième phase	21
Figure (1.9): Schéma approximatif d'un instant de la quatrième phase	21
Chapitre II Equations de base de l'écoulement transitoire dans les conduites sous pression	
Figure (2.1): Déplacement d'un élément liquide	27
Figure (2.2) : Les forces exercées sur un élément liquide en déplacement dans une conduite sous pression	29
Chapitre III Méthodes de résolution des équations de l'écoulement transitoire et conditions aux limites	
Figure (3.1): Schéma de la discrétisation d'un réseau d'adduction sous pression dans le temps et dans l'espace	39
Figure (3.2): Relations algébriques obtenues après l'intégration des équations différentielles totales	43
Figure (3.3): Sortie de l'eau à partir d'un réservoir à charge constante	44
Figure (3.4): Fonctions de fermeture correspondant à différentes valeurs de m	47
Figure (3.5): Maillage orthogonal en fonction de la direction x et du temps de la méthode des différences finies	49
Figure (3.6) : Maillage d'un schéma explicite en différences finies	50
Figure (3.7) : Maillage d'un schéma implicite en différences finies	50
Chapitre IV Etude de la célérité de propagation des ondes dans les conduites	
Figure. (4.1): Coupe schématique d'une galerie en rocher à double revêtements	57
Figure (4.2): Forces appliquées sur les conduites enterrées	59
Figure. (4.3): Tranchée étroite	62
Figure.(4.4): pose en surélévation	63
Figure. (4.5): Pose en dépressions	63
Figure. (4.6): Conduite dans une tranchée étroite modèle de Marston	64
Figure. (4.7): Réactions du remblai	68
Figure. (4.8): Epure de pressions	69
Figure. (4.9): les points A et B	69
Figure. (4.10): Conduite en remblai indéfini	70
Chapitre V Application du coup de bélier aux cas réels et moyens de protection	
Fig (5.1) : Schéma du cas réel	71
Fig. (5.2) : Vue d'ensemble des deux stations de traitement de Hammam Debagh	72
Fig. (5.4): vu en plan de la conduite de refoulement	73
Fig. (5.5): vu en plan de la conduite gravitaire	73
Fig. (5.6): Schéma approximatif du cas refoulement adopté	74
Fig. (5.7): Schéma approximatif du cas gravitaire adopté	74
Fig. (5.8): Organigramme de calcul des paramètres hydrauliques dans un réseau sous pression	76
Fig. (5.9): Variation au fil du temps de la charge totale à la vanne	78

Fig. (5.10): Variation de la pression en fonction de l'exposant m aux $t=0,1t_4, 0,2t_4,$ $0,3 t_4$ et $0,4 t_4$	79
Fig. (5.11): Variation de la charge totale au cours d temps aux temps de fermeture $t=0,1t_4, 0,2t_4, 0,3 t_4$ et $0,4 t_4$	80
Fig. (5.12): Variation de la pression en fonction de l'exposant m aux temps de fermeture $0,55t_4, 0,6t_4, 0,65 t_4$ et $0,70 t_4$	82
Fig. (5.13): Variation de la charge totale aux temps de fermeture $0,55t_4, 0,6t_4, 0,65$ t_4 et $0,70 t_4$	84
Fig. (5.14): Variation de la pression maximale au cours du temps à la vanne	85
Figure (5.15): soupape de décharge	86
Figure (5.16) : ventouse à fonction unique	87
Figure (5.17): Réservoir d'air	88
Fig. (5.18): Schéma d'une cheminée d'équilibre	89
Fig. (5.19) : Photo d'une cheminée	89

Résumé

Le présent travail traite le suivi, au cours du temps et dans l'espace, de l'écoulement transitoire dans un réseau ramifié sous pression. Les équations régissant cet écoulement ont été transformées en équations différentielles totales par la méthode la charge de pré contrainte.

Nous avons basé sur les conditions aux limites et initiales comme des compléments des équations aux caractéristiques afin de fournir toutes les expressions nécessaires à la réalisation d'un modèle mathématique fiable.

Lors du traitement du vif du sujet, nous avons pris trois modèles physiques, le premier est une station de pompage à simple effet, le second à double effets et le troisième à triple effets.

Pour le troisième modèle, nous avons pris trois types du matériau du réseau, à savoir : Béton Frette et enfin la fonte pour voir le comportement de chacun vis-à-vis l'écoulement en question.

Le modèle mathématique obtenu à partir des modèles physiques proposés a été écrit sous forme d'un logiciel pour assurer la rapidité et la précision du calcul. Les calculs ont été effectués en tous les points de discrétisation. Toutefois, la particularité du premier point, du milieu de la première conduite et du point de jonction des conduites a rendu la représentation de la fluctuation des paramètres à suivre une les résultats obtenus montrent que plus le réseau est dense plus l'amortissement du phénomène transitoire est rapide, et les matériaux ayant un module d'élasticité faible, tel que le Béton Frette, génèrent un phénomène transitoire de dégonflement et de gonflement moins important. Les valeurs faibles de surpression et de dépression conduisent à des moyens de protection anti béliers de faible taille. Toutefois, pour les stations de pompage à haute pression et des réseaux d'adduction de grands diamètres rendent le retour à l'utilisation des conduites en fonte, en béton et en acier est inévitable.

Abstract :

This work deals with the monitoring, over time and in space, of the transient flow in a branched network under pressure. The equations governing this flow were transformed into total differential equations by the method of the pre-stress load. We have based on the boundary and initial conditions as complements of the characteristic equations in order to provide all the expressions necessary for the realization of a reliable mathematical model . When dealing with the subject of this study , we took three physical models, the first is a single-acting pump station, the second is double-acting and the third is triple-acting . For the third model, we took three types of the network material, namely: Béton Frette and finally cast iron to see the behavior of each vis-à-vis the flow in question . The mathematical model obtained from the proposed physical models was written in software form to ensure the speed and precision of the calculation. The calculations were carried out at all the discretization points. However, the peculiarity of the first point, the middle of the first pipe and the junction point of the pipes made the representation of the fluctuation of the parameters to be followed a the results obtained show that the denser the network, the faster the damping of the transient phenomenon, and materials with a low modulus of elasticity, such as Béton Frette, generate a transient phenomenon of deflation and less swelling. The low values of overpressure and depression lead to small-scale anti-hammer protection means. However, for high pressure pumping stations and supply networks of large diameters the return to the use of cast iron, concrete and steel pipes is inevitable .

ملخص:

يتعامل هذا العمل مع المراقبة ، بمرور الوقت وفي الفضاء ، للتدفق العابر في شبكة متفرعة تحت الضغط . تم تحويل المعادلات التي تحكم هذا التدفق إلى معادلات تفاضلية كلية بطريقة الثقل قبل الإجهاد . لقد اعتمدنا على الحدود والشروط الأولية كمكملات للمعادلات المميزة من أجل توفير جميع التعبيرات اللازمة لتحقيق نموذج رياضي موثوق . عند معالجة جوهر الأمر ، أخذنا ثلاثة نماذج فيزيائية ، الأول هو محطة ضخ أحادية الفعل ، والثاني ذو مفعول مزدوج ، والثالث ثلاثي المفعول . بالنسبة للنموذج الثالث ، أخذنا ثلاثة أنواع من مواد الشبكة ، وهي : Béton Frette وأخيراً الحديد الزهر لمعرفة سلوك كل منها مقابل التدفق المعني . تمت كتابة النموذج الرياضي الذي تم الحصول عليه من النماذج الفيزيائية المقترحة في شكل برنامج لضمان سرعة ودقة الحساب . تم إجراء الحسابات في جميع نقاط التقدير . ومع ذلك ، فإن خصوصية النقطة الأولى ، ووسط الأنبوب الأول ونقطة الوصل للأنابيب جعلت تمثيل تذبذب المعلمات التي يجب اتباعها أظهرت النتائج التي تم الحصول عليها أنه كلما زادت كثافة الشبكة ، زادت سرعة التخميد للظاهرة العابرة ، والمواد ذات معامل المرونة المنخفض ، مثل Béton Frette ، تولد ظاهرة عابرة من الانكماش وتورم أقل . تؤدي القيم المنخفضة للضغط الزائد والاكنتاب إلى وسائل حماية ضد الصدمات الصغيرة . ومع ذلك ، بالنسبة لمحطات الضخ ذات الضغط العالي وشبكات الإمداد ذات الأقطار الكبيرة ، فإن العودة إلى استخدام أنابيب الحديد الزهر والخرسانة والفولاذ أمر لا مفر منه .

Introduction général

L'analyse du phénomène transitoire dans une conduite sous pression porte un grand intérêt, étant donné qu'en pratique le régime transitoire provoqué par une perturbation des conditions permanentes d'écoulement, occasionne des effets nocifs, caractérisés par les phénomènes de surpression et de dépression, Ces phénomènes de pulsation, quand ils dépassent certaines limites, entraînent la fatigue voire même la fissuration ou l'aplatissement de la canalisation.

Nous présenterons dans ce travail une contribution à l'étude de l'écoulement transitoire dans une conduite sous pression.

Nous entamerons cette contribution par un aperçu sur le phénomène transitoire dans une conduite forcée, tout en, détaillant les causes et les conséquences du phénomène du coup de bélier ainsi que les processus de variation de la pression et de la vitesse lors des coups de bélier positif et négatif.

Nous aborderons, par la suite, les équations de base de ce phénomène dans une conduite sous pression afin d'extraire les relations que nous serons en besoin dans le reste du travail. Puis, nous illustrerons les moyens de protection contre ce phénomène.

Après , nous ciblerons le dimensionnement du moyen de protection le plus répandu, il s'agit du réservoir d'air anti bélier.

Chapitre I

Recherche bibliographique sur les écoulements transitoires

1.1. Introduction

Ce chapitre est consacré en premier lieu à un aperçu historique sur les travaux majeurs réalisés en écoulements transitoires des fluides dans les conduites forcées. Puis, quelques définitions des écoulements permanent et transitoire ainsi que ses causes seront examinées. Le second pas sera réservé aux types de célérités et à l'analyse physique des écoulements transitoires aux cas de fermeture instantanée et à l'arrêt soudain d'une station de pompage alors que le dernier volet sera réservé à la définition du coup de bélier qui est une partie de ces écoulements et en se penchant sur ses causes et ses risques et aux deux formules permettant de le quantifier

1.2 Aperçu historique sur l'écoulement transitoire

Helmholtz, Hermann: von (1821-1894) était éditeur pour Pogg (Annalen der Physik et Chimie) et avait intérêts larges. Il semble avoir été le premier à expliquer (en 1848) le fait que la vitesse de propagation de l'onde dans un tuyau contenant de l'eau était inférieure à la vitesse dans l'eau non confinée. Il a expliqué, correctement, que cela était dû à l'élasticité des parois de tuyaux. Wertheim, dans la même année, a offert la même explication mais n'a fait aucune étude théorique. [6]

Riemann, B. En 1860, il a publié un papier à Göttingen sur les ondes sonores et plus tard, en 1869, il a publié son texte sur les Équations différentielles partielles (Il se réfère à l'œuvre -Riemann a développé et appliqué l'équation tridimensionnelle de mouvement et sa forme unidimensionnelle simplifiée, dans plusieurs domaines, notamment pour les cordes vibrantes et les ondes sonores, comme d'autres avant lui. Cependant, il a utilisé des définitions et des expressions plus claires propriétés élastiques des médias. [6]

Weber, Wilhelm a étudié la théorie de l'écoulement d'un fluide incompressible dans un tuyau élastique [7].

Il avait déjà fait quelques expériences en 1850 pour trouver la vitesse de propagation. En utilisant les deux relations linéaires d'élasticité et d'accélération qu'il a développées, Il a déduit la vitesse de propagation. Ainsi, il a lié l'élasticité des parois du tuyau directement aux variations de pression et de rayon. Cela a été trouvé nécessaire dans l'étude récente des surtensions dans les tuyaux en caoutchouc et en plastique. [6]

Weber semble avoir été le premier à développer les deux premiers ordres des équations pour l'élasticité des parois de la tuyauterie et l'accélération de la colonne d'eau. Ce sont la base de toutes nos études théoriques impliquant les grandeurs de la pression et la vitesse dans un coup de bélier [6]

Dr. Marey, a publié en 1875 un compte rendu de son travail expérimental sur la propagation des ondes d'eau (et de mercure) [8].

Il a conduit une recherche médicale sur l'écoulement du sang chez les petits animaux (tortues, grenouilles) et a essayé de développer une théorie, il a mis en place des expériences

dans son laboratoire hydraulique et comptes rendus publiés de ses recherches sur une période de plusieurs années.

Il avait un tuyau de caoutchouc avec six branches courtes espacées uniformément sur toute sa longueur et menant à ses six chronographes. Celles-ci enregistrées en continu les oscillations de pression causées par le fonctionnement d'un piston à une extrémité. Ce piston pourrait appliquer une injection impulsive de fluide ou, alternativement, il pourrait fonctionner dans sens inverse. La quantité d'injection et le taux peuvent tous les deux être modifiés, avec de l'eau ou du mercure. Sa technique de laboratoire était excellente. En fait, il a critiqué le travail des expérimentateurs précédents (Newton, Weber, Poisson, Biot) en disant que leurs méthodes et instruments étaient imparfaits et leurs résultats parfois contradictoires.

Il n'avait pas les connaissances mathématiques pour développer résultats analytiques, mais son contemporain Resal (éditeur du Journal de Math.pures et appliquées) a vérifié ses résultats expérimentaux en développant sa théorie de la propagation. [6]

Resal, II. Dans son article dans le Journal développe la continuité et les équations d'accélération, en supposant un fluide incompressible et un tuyau élastique. Il trouve donc la vitesse de l'onde identique à celle de Weber [7] mais exprimé en termes de module d'Young.

Rayleigh, J.W.S., Lord (1842-1919) publié son texte en 1877 sur la théorie du son, qui mis à jour le résultat de toutes les études du passé, et de sa propre recherche. [6]

Korteweg, D.J. a été le premier à résoudre pour la vitesse de l'onde tenant compte de l'élasticité de la paroi du tuyau et du fluide [9] Ceux qui l'ont précédé ont considéré l'un ou l'autre des deux inélastique ou incompressible. Son développement est très proche de l'analyse actuelle, à la fois dans la pensée et procédure. Cependant, il ne s'intéressait qu'à la vitesse de propagation et non pas avec la relation de vitesse de pression transitoire.

Il a négligé

- l'effet de frottement, car, comme tous les autres écrivains, il traitait des tuyaux dans lesquels n'existaient que les vibrations dues à la propagation du son et des ondes, et aucune étude de l'effet du changement d'écoulement ;
- les contraintes longitudinales dues à la flexion des tuyaux, car il considère que la longueur d'onde est considérable par rapport au diamètre du tuyau ;
- variation du module d'élasticité avec la pression, [6]

Lamb, Horace en 1878 a publié son livre de texte " Motion of Fluids " qui est similaire à celle de Lord Rayleigh. Plus tard en 1910, il publié sa "théorie du son" qui est une révision du précédent travail. [6]

Michaud, Jules en 1878 a publié un article traitant le problème du coup de bélier. Il ne développe pas ou n'utilise aucune des solutions théoriques pour propagation des ondes (à ce moment-là aucune relation entre la pression et les surtensions ont été découvertes) mais il étudie conception et utilisation de chambres à air et de soupapes de sécurité dans les

canalisations améliorer les effets des fermetures soudaines et graduelles des portes et des valves. [6]

Gromeka, V.I. En mai 1883, il présente un document sur le coup de bélier et semble être le premier à considérer l'effet de frottement, à part des expériences de Marey et de ses conclusions générales. [6]

Gromeka a critiqué une grande partie du travail précédent, principalement parce qu'ils négligeaient le frottement. Cependant, il existe plusieurs de ses hypothèses qui sont ouvertes à la critique aussi. Il a basé son étude d'abord sur l'hypothèse que les parois des tuyaux sont minces et agissent comme une membrane cylindrique. Ensuite, il a appliqué la théorie des membranes pour déterminer ses oscillations. Il a supposé que le liquide est incompressible

et aussi la force de frottement est proportionnelle à la vitesse (c.-à-d. les vitesses sont faibles et le flux est laminaire). En conclusion, il a déclaré que les termes dépendant du frottement rendaient les équations trop difficiles à résoudre et il s'est limité à l'effet de l'inertie de la paroi de tuyaux. Il est en train de penser à deux ondes se propageant, l'une dans les parois du tuyau et l'autre, dépendante de la première, dans le fluide, et qu'il doit y avoir un équilibre entre ces "impulsions internes et externes". Et quand il a réduit sa formule au cas de négligence de l'inertie du tuyau, il obtient la solution de Resal [6]

Au cours des années 1885 à 1899, plusieurs ingénieurs du États-Unis ont entrepris des expériences dans le coup de bélier avec et sans chambres à air, et certains ont tenté de développer une relation théorique entre la réduction de la vitesse et l'augmentation de la pression correspondante. Il y avait peu de succès. Dans de nombreux cas, cela était dû à la brièveté des canalisations et la fermeture lente des vannes. Trois des plus remarquables de ces ingénieurs étaient –

(1) Weston, E.B. à Providence, R.I.

(2) Église, I.P. à Cornell, et

(3) Carpenter, R.C. à Cornell, qui a travaillé avec deux étudiants diplômés.

Dans sa discussion, Carpenter a tenté une théorie basée sur l'élasticité de l'eau et des parois des tuyaux. Il a également utilisé des tuyaux relativement courts, avec ou sans chambres à air. [6]

Frizell, J.P. A présenté un document en Octobre 1897 qui a donné le premier traitement analytique connu de pression et de coup de bélier. Cet article était le résultat de ses études en tant qu'ingénieur-consultant pour le développement hydro-électrique.

Frizell a développé les formules fondamentales pour la vitesse de l'onde de choc et de l'intensité de la pression due à une réduction instantanée du débit. [6]

Joukowski, N. Au cours de l'été 1897 et l'hiver suivant, à presque identiquement en même temps que les études de Frizell, Joukowski a fait de vastes expériences à Moscou. À la suite de ces tests et de ses études théoriques, il a publié un rapport [10] dans le printemps de

1898 sur la théorie de base du coup de bélier. Ceci est un travail classique car il vérifie la théorie les relations entre la pression et la vitesse change pendant les surtensions avec des tests expérimentaux. Malheureusement, l'auteur n'a à portée de main que la traduction de ce document, de sorte qu'il peut y avoir des détails importants et éclairants dans le texte original dont il ignore Joukowski connaissait très bien le travail qui avait été déjà fait, comme il le mentionne le travail antérieur de Marey, Gromeka et Korteweg, ainsi que les expériences des ingénieurs aux États-Unis, y compris l'article le plus récent de Frizell (c.-à-d. la traduction de 1904)

Il a développé indépendamment la formule pour la vitesse d'onde, en tenant compte de l'élasticité de l'eau et de la paroi des tuyaux. Ses accords sont identiques à ceux de Korteweg et Frizell. Il a également développé la relation entre la vitesse et surpressions, en utilisant deux méthodes, l'une sur la conservation de l'énergie et l'autre sur la condition de continuité. Ce dernier est donné dans le traduction et est identique à la formule de Frizell,

Dans son travail expérimental, il a utilisé le chronographe de Marey pour mesurer le temps à 0,01 secondes et indicateurs Crosby pour enregistrer les pressions. Ces deux ensembles d'instruments ont été corrélés au moyen d'un pendule qui faisait un contact électrique toutes les demi-secondes. [6]

Joukowski montre très clairement comment l'onde de pression se déplace le long du tuyau et la nature des réflexions à la fin. Ainsi, pour une fermeture soudaine de la porte, il montre que la vague de la pression positive et la vitesse nulle atteint la partie supérieure (réservoir) fin à temps et pour la vague de retour, la pression est revenue à la normale et la vitesse devient entièrement négative, c'est-à-dire que le débit est de nouveau dans le réservoir.

Du côté du réservoir du front de montée, les pressions sont normales, comme imposé par le réservoir, et les vitesses alternent entre positive et négative que la montée est réfléchi. Un cycle complet de surtensions se produit dans deux périodes, c'est-à-dire dans un intervalle de temps de $4L / a$.

Parmi les phénomènes étudiés par Joukowski et ses conclusions étaient :

- (a) Passage de l'onde de pression dans un tuyau plus petit avec une impasse.
- (b) Réflexion de l'onde de pression à partir d'une extrémité ouverte d'un tuyau de dérivation.
- c) La détection des fuites dans le système pourrait être détectée par des dépressions dans le diagramme de pression et situé par la position de ces gouttes dans le tableau.
- d) l'effet des chambres à air et des soupapes de sécurité et s'est intéressé à l'effet de la variation du système de fermeture et a trouvé que la surpression était maximale pour les temps de fermeture inférieurs à $\frac{2L}{a}$. [4]

Ces deux ingénieurs, Frizell et Joukowski, ont développé la théorie pratique de la pression augmente pour deux raisons différentes. Frizell était préoccupé par la sécurité et la

régulation de la vitesse des centrales hydroélectriques. Joukowski était préoccupé par la sécurité et les aqueducs. [6]

Allievi, L. en 1902 et 1913 a publié ses textes sur la théorie générale, Ils ont tous deux été traduits en français et en anglais. Dans son papier en 1902, il a développé la théorie des premiers principes, similaires à Korteweg. Cependant, il a obtenu une base plus précise, équation du premier ordre pour l'accélération. [6]

Le travail d'Allievi est trop monumental pour être étudié dans les moindres détails ici. Il couvre l'ensemble du domaine d'activité, y compris fermetures de portes, et ses tableaux sont complets. Ce fait est peut-être un inconvénient dans le sens où l'on doit devenir immergé dans le travail afin de tirer pleinement avantage. [6]

En 1902, Allievi publia sa théorie générale sur les coups de bélier. Il présenta des diagrammes permettant de déterminer facilement les extrêmes de pression suite à une ouverture ou fermeture linéaire de l'obturateur. Allievi est considéré comme étant le fondateur de la théorie du coup de bélier. [6] La solution définitive du problème du coup de bélier a été donnée avec rigueur mathématique par l'italien Lorenzo Allievi dans un mémoire magistral publié en décembre 1901 dans les annales de la Société des Ingénieurs et Architectes Italiens. [1]

L'étude du coup de bélier a maintenant assumé un aspect plus large dans le monde entier, porté principalement par des ingénieurs et avec son importance pratique. Les domaines d'études sont devenus plus spécialisés et les méthodes sont plus précises et plus détaillées, avec des tests expérimentaux et la détermination des caractéristiques hydrauliques des différents composants jouant un rôle important. [6]

Il devient de plus en plus difficile de considérer toutes les études spécialisées menées dans le monde entier. Nous allons maintenant nous limiter à la poursuite du développement des idées fondamentales et de leur utilisation pratique dans les différents domaines. L'originalité du développement sera la clé à la reconnaissance, bien qu'une énorme partie de travail a été réalisée par des ingénieurs exceptionnels dans domaines spécialisés, une grande partie de ce travail étant de nature consultative indisponible pour la publication.

Au cours des vingt premières années du siècle, il y avait une grande quantité de travail dans l'application de la théorie développée et publiée par Joukowski et Allievi à la conception pratique d'ouvrages hydrauliques et les centrales hydroélectriques. En Europe, l'autorité était Allievi, en raison principalement aux traductions françaises. En Amérique du Nord, le texte Joukowski était la clé, en partie parce que la traduction de Mlle Simin était disponible en 1904, alors que la traduction de HalmosAllievi n'a pas apparu jusqu'en 1925. [6]

Ces premières conceptions concernaient principalement les conduites forcées et réservoirs de surpression. Par exemple, Warren, M.M. a présenté un document important sur les problèmes de conduites d'eau et de réservoirs de surpression [11].

Constantinescu, G, en 1920 a décrit son invention d'un mécanisme pour transmettre de l'énergie mécanique en utilisant l'onde de choc d'eau. L'énergie impliquée pourrait être grande

et la distance de transmission long, pour de très petits déplacements du liquide (habituellement une huile). [6]

Gibson, N.R. présenté un document en 1920 sur les ondes de pression dues à des fermetures graduelles de vannes, basant son étude sur Joukowski. En 1923, Gibson a inventé un appareil pour mesurer la décharge de turbines hydrauliques, en utilisant les surtensions de pression-temps causées par la fermeture des portes. Il l'a utilisé pour l'efficacité de fonctionnement des essais sur de nouvelles centrales électriques. Une autre méthode inventée par le professeur Allen est connue sous le nom de "saltvelocity", qui était également précise et ces deux méthodes étaient généralement utilisées en Amérique du Nord au cours de la 1920 et plus tard. [6]

Strowger et Kerr en 1926 ont présenté un document sur la vitesse régulation des turbines hydrauliques, en utilisant la méthode de calcul de montée de pression, donnée par Gibson [12].

Löwy, R. en 1928 a publié son texte sur le coup de bélier qui couvre la solution analytique step-by-step des surtensions dans le pipeline. [6]

En 1929 Schnyder, O. a appliqué la méthode graphique à l'étude de conduites raccordées à des pompes centrifuges, utilisant toutes les caractéristiques d'une pompe déterminées par des tests [13]

En 1931 Bergeron, Louis dans un article, a étendu la méthode graphique pour exprimer une relation analytique entre les pressions et vitesses à deux points sur la ligne de conduite. Son traitement est un modèle de clarté. [6]

En 1932 Schnyder dans son article était le premier, (en utilisant la méthode graphique) pour permettre le frottement le long de la conduite. Sa méthode était approximative de frottement localisée, et est l'équivalent graphique de la solution de Gibson [12]. Schnyder, dans cet article, a également étudié les surtensions dans les tuyaux composés.

Symposium en 1933. Lors de la réunion de l'ASME et de l'ASCE pendant "Engineering week" à l'Exposition de Chicago plusieurs articles ont été présentés par ingénieurs d'Amérique du Nord et du Sud, et des discussions par des ingénieurs en Europe aussi. Un résumé de la théorie existante pour les lignes simples de pipe a été donné. Les documents présentés portaient sur des conduites forcées, réservoirs de surpression et installations de pompes centrifuges, équipés de chambres à air et de soupapes de décharge. [6]

Jaeger (1933) a présenté une thèse éditée dans un papier récapitulatif. Une généralisation de l'approche d'Allievi a semblé importante pour un réseau de canalisation relié à un réservoir d'air. [6]

En 1935 Angus, R.W. présente un document couvrant la théorie de base et certaines applications de la méthode graphique, y compris l'utilisation du frottement "localisé" et l'étude des installations de pompes.

En Juillet, août 1937 Bergeron a écrit un document général couvrant toute la théorie des ondes élastiques planes dans divers médias, barres longitudinales, cordes vibrantes, oscillations de torsion avec et sans masses auxiliaires et roues volantes, lignes de transmission électrique. Cela a été suivi en 1938 par un document d'une nature similaire au 5ème Congrès International de Mécanique Appliquée. [6]

En décembre 1937. Deuxième Symposium Water-Hammer ASCE et AWWA, tenu à la réunion annuelle de l'ASME à New York. De nombreux papiers étaient présentés par des ingénieurs d'Amérique et d'Europe. [6]

Saint-Venant a aussi utilisé une méthode graphique avant celles de Schnyder (1932)

-Bergeron (1935)

Allievi a présenté un document par défaut sur l'utilisation des chambres à air dans des lignes de décharge [14]. C'était son dernier article (traduit par Halmos).

Angus a présenté un document sur l'effet des chambres à air et des valves dans des conduites de pompes de refoulement [15].

De Juhasz, K.J. a présenté un article dans Fuel Injection Systems. C'était très instructif, en utilisant la méthode graphique, avec des stéréogrammes pour illustrer le fonctionnement des ondes. [6]

Knapp, F. présente un document sur les robinets d'arrêt d'urgence [16] Knapp, R. T. présenté un document dans lequel il a discuté de caractéristiques des pompes centrifuges. Ce document est similaire à, mais beaucoup plus en détail que le document précédent de Schnyder [13] et indique comment les caractéristiques de la pompe peuvent être liées aux surtensions en cours.

Schnyder a présenté un autre document comparant les résultats calculés et les résultats des tests sur les surtensions du coup de bélier sur des pompes en ligne [17]

Strowger a présenté un document sur le coup de bélier dans une usine hydro-électrique avec soupape de décharge contrôlée par le gouverneur, à la fois avec et sans tolérance pour le frottement. [6]

En 1938 Angus a étudié les brèches de la colonne d'eau dans la pompe lignes, et l'effet de frottement, suggérant, pour une plus grande précision, divisant la longueur du tuyau en plusieurs sections et en utilisant le frottement "localisé" dans chaque section. [6]

En 1940 Projet de Boulder Canyon. Le rapport a comparé la théorie avec les résultats des tests de surtensions du coup de bélier dans les conduites forcées.

Rich, G.R. (1944) a présenté un document pour résoudre en particulier le cas du frottement en utilisant une approximation linéarisée et lignes de tuyaux composées et ramifiées. La solution pour le cas de frottement était dans les fonctions de Bessel et leurs intégrales. [6]

Lupton, H.R.(1953) a présenté un article dans lequel il a étudié surtensions dans les lignes de refoulement de la pompe en référence à la séparation de la colonne d'eau.

Paul Bergeron (1949) a présenté un document traitant la complexité des phénomènes du coup de bélier sur les installations de pompage et a essayé de classer des solutions générales pour y remédier.

Bergeron (1950) a proposé la méthode graphique pour d'autres phénomènes physiques telles que des vagues sur les lignes électriques.

En Novembre 1955. Plusieurs communications ont été présentées au jubilé de diamant Réunion annuelle à Chicago, où l'ASME, l'ASCE et l'AWWA ont participé, comme lors des premiers symposiums de 1933 et 1937. [6]

Richards, R.T. a comparé la théorie avec des tests dans plusieurs pompes en ligne de décharge, en particulier en ce qui concerne la séparation de l'eau. L'exemple le plus simple, impliquant une ligne de conduite pratiquement horizontale, a montré une poussée théorique de 4% en plus de la surtension d'essai, lorsque l'espace vide s'est effondré après la première séparation, et l'essai a montré une baisse rapide avec le temps. La théorie était basée sur Angus et Bergeron. [6]

Duc, F. a publié un article en 1959 avec des tests sur un tuyau transparent de 3300 pieds de long. Il a trouvé que là où la gravité pourrait exercer son influence dans les sections escarpées de la ligne. [6]

Sharp, B.B. effectue un travail récent dont l'auteur a juste pris conscience. Il a présenté un document en 1966 dans lequel il a discuté des effets de la séparation de la colonne d'eau. [6]

Malgré tous les efforts fournis par les chercheurs le problème de calcul demeure compliqué pour les réseaux à tronçons nombreux. Pour ce fait en 1967 R.Chappey élabore un simple programme pour les calculateurs électroniques. Après étude, il a été constaté que la méthode de Bergeron semble la plus adaptée pour la réalisation de programme de calcul du phénomène pour les 2 types de réseau. [3]

Cheeseman (1970) a discuté l'effet des coupures rapides de pression qui sont rapidement réduites par le frottement. Il existe plusieurs études expérimentales sur ces coupures plus lentes malgré qu'elles se produisent en raison des fluctuations de la demande.

Yong W. SHIN et William L.CHEN (1975) ont décrit la méthode des caractéristiques pour calculer des problèmes de coup de bélier dans les réseaux complexes. La formulation est basée sur l'équation Navier-Stokes unidimensionnelle qui comporte la limite visqueuse exprimée comme le frottement de la paroi des conduites. [3]

En 1985 Ruus et Carney ont présenté un abaque qui permet de déterminer les variations de pression résultant d'un arrêt brusque de la pompe.

Jvarsheishvili et Namgaladze (1991) ont traité le problème du coup de bélier dans une canalisation principale équipée d'un dispositif de sécurité contre la pression. Une transformation de Fourier en sinus a été employée pour réaliser la solution sous forme de série infinie et rapidement convergente. Ils ont considéré des cas avec deux soupapes desûreté ou plus installées dans une canalisation ou une fermeture de vanne glissante selon une certaine loi. Les auteurs ont conclu que leur méthode de calcul était avantageuse en raison du temps plus court exigé pour le procédé que pour les solutions numériques des équations d'origine. [5]

Rehymer (1993) et Thorley (1989) ont analysé les clapets anti-retour dans des conditions passagères et ont designé des lignes guidant pour choisir le type de clapet antiretour pour une application spécifique. [5]

Mitosek et Roszkowski (1998) ont discuté les problèmes de l'écoulement transitoire dans des pipes de plastique. Ils ont analysé des vitesses de vague de pression, des cavitations et l'influence de l'évacuation de l'air. Des expériences ont été entreprises sur les pipes en plastique fabriquées généralement de PVC, PEMD et PEHD. Ils ont constaté que les vitesses de vague mesurées dans des pipes de polyéthylène étaient beaucoup plus hautes que prévues de la formule de Zukovski. Les pipes de polyéthylène moyen et haute densité ont montré une résistance plus élevée aux changements soudains de la pression. La rigidité accrue a permis une pression maximum plus élevée mais se peut également être une source de cavitation locale pendant de grandes diminutions de pression. Les essais ont prouvé que la variation de la pression due au coup de bélier a une nature de vague. Des changements caractéristiques de pression avec de la période du coup de bélier ont été établis. [5]

C.V.kameswara Rao, K. Eswaran (1999) ont étudié ces coupures dans les systèmes d'écoulement du liquide incompressible et ont développé un programme informatique. Ce programme incorpore largement la méthode des caractéristiques pour le calcul de la charge et de la vitesse dépendant du temps à un point quelconque dans une canalisation complexe sur le début de n'importe quel événement tel que l'échec de pompe, la réduction de charge sur une turbine, etc.

Plus tôt, un code informatique a été développé par les auteurs Eswaran et Kameswara Rao, (1991) suivant la méthode des caractéristiques (MOC) pour les réseaux complexes avec un liquide compressible. [5]

En 1980 M. Meunier a présenté des courbes expérimentales pour illustrer l'effet de l'enterrement des conduites sur la célérité d'onde de coup de bélier. Afin de confirmer ces courbes et en se basant sur les travaux de Jaeger et Halliwel , B. Salah et al. En 2001 ont développé une formule de la célérité d'onde introduisant les caractéristiques mécaniques du sol environnant, et les efforts longitudinaux en analysant l'effet de la charge externe exercé par le remblai qui surmonte une conduite enterrée. [4]

En 2003, afin de montrer l'effet du sol sur le coup de bélier, B.Salah, A. Kettab et F Massouh ont utilisé la méthode des caractéristiques appliquée à un réseau simple, ramifié de

rang 2, divergent, libre, enterré et en refoulement. Ils ont étudié des conduites de différents matériaux libres et enterrées dans un sol de caractéristiques connues. [5]

Covas et autres (2005) ont présenté un nouveau modèle mathématique développé pour calculer les régimes transitoires hydrauliques des systèmes de conduites pressurisées en polyéthylène (PE). Ce modèle hydraulique (nommé HTS). [6]

Szymkiewicz et Mitosek (2005) ont comparé une solution théorique de coup de bélier suivant une méthode modifiée d'éléments finis aux résultats expérimentaux pour un système de canalisation simple. [5]

Algirdas et al (2005) ont présenté des simulations du phénomène du coup de bélier en utilisant le code RELAP5. Une comparaison entre RELAP5, CWHTF et AEKI et des mesures sur des valeurs transitoires après une ouverture rapide de valve générant l'aspect du coup de bélier induit par une condensation. Un coup de bélier fort semblable à celui observé dans l'expérience du moyen d'AEKI n'a pas été obtenu en simulation RELAP5. Les résultats de cette analyse ont prouvé que le code RELAP5 ne pourrait pas capturer le phénomène de condensation. [5]

A.S. Tijsseling (2007) a présenté un modèle mathématique unidimensionnel qui décrit le comportement des canalisations remplies de liquide à parois épaisses avec un rapport plus petit que deux fois de rayon/épaisseur. Le modèle est basé sur des théories conventionnelles du coup de bélier. L'interaction de fluide-structure est tenue compte également.

L'entreprise Fraunhofer Gesellschaft en Allemagne a inventé une méthode pour diminuer des coups de béliers et qui consiste à fermer la vanne lentement. Le centre de recherche a développé un système appelé ABS qui diminue l'amplitude des coups de bélier dans les canalisations et qui ne nécessite pas d'apport d'énergie. L'avantage de cette technique repose sur le fait que le temps de fermeture de la vanne est directement adapté à l'amplitude du coup de bélier et ne nécessite pas d'apport d'énergie supplémentaire. [6]

Les modèles classiques du coup de bélier, qui assument normalement le comportement linéaire élastique des parois de conduite et des pertes de frottement quasi-stationnaires d'état, ont été employés couramment et sont présentés en littérature (Chaudhry, 1987 ; Almeida et Koelle, 1992 ; Wylie et Streeter, 1993). Cependant, récemment le travail de recherches a changé cette tendance. [5]

La comparaison entre les résultats expérimentaux et informatiques basés sur la méthode des caractéristiques (MOC) montre une augmentation de quelques effets pouvant être identifiés comme sources principales d'atténuation de montée subite. Il existe des types de modèles en littérature pour décrire des événements passagers rapides et pour aider l'identification des effets dynamiques parmi ces modèles :

- Le modèle quasi-stationnaire de l'état 1D avec une distribution de vitesse de pseudo uniforme dans chaque comportement élastique linéaire du matériel de pipe et la contrainte de pipe de tous les mouvements axiaux ou latéraux, est bien connu pour sous-estimer des forces

de frottement et surestimer des oscillations de pression [Chaudhry (1987) ; Almeida et Koelle(1992) ; Wylie et Streeter (1993)] ;

- Le modèle équivalent du précédent avec une modification dans le facteur de frottement est mis en application en ajoutant l'effet frottement instable dû aux irrégularités des profils de vitesse qui inclut les effets de l'inertie locale et l'effort de cisaillement instable de mur sur l'écoulement. Plusieurs formules approximatives ont été présentées Zeilke (1968) ; Trikha (1975) ; Hino et autres (1977).

Massimo Greco, Armando Carravetta ont étudié le coup de bélier concernant le réseau le plus simple composé de bifurcation simple. Ils ont utilisé les équations en forme sans dimensions. Négligeant le frottement et considérant seulement les fermetures instantanées, ils ont prouvé que des valeurs de surpression sont deux fois plus grandes que celles prévues dans une conduite unique. En outre, le changement énergétique des surpressions peut apparaître avec de petits changements de diamètre, de vitesse de vague ou de longueur de pipe. [5]

Salahet Massouh (2010) ont appliqué le modèle de Lamé à une conduite sous pression à parois simples ou revêtues et placée en tranchée. [20].

Provenzano P. G. et al, en 2011, ont mis les fonctions de fermeture dans la modélisation des coups de belier.

Provenzano et al., 2011.L'année 2012 a également vu de nombreux travaux sur les écoulements transitoires comme ceux de A. Keramat et A.S.

Tijsseling ont traité les coups de bélier avec séparation des colonnes, interaction fluide-structure et frottement instationnaire dans une conduite visco élastique.

Keramat et Tijsseling, 2012, Meniconi et al. ont mis en évidence l'interaction des ondes de pression des coups de belier lors des changements de section en série dans les conduits visco élastiques .

Meniconi et al., 2012 et Bazargan et al. ont développé une courbe de règle de fermeture de vane optimale pour le contrôle de la pression en temps réel dans les conduits

Bazargan et al., 2012. De plus, une approche numérique en volumes finis pour le calcul de la réponse dynamique des empilements d'équilibre et l'adaptation d'un diagramme précis des différences finies du second ordre en intégrant les équations du coup de bélier pour un tuyau de friction ont été testées par Amara et al. (Amara et al., 2013 (a)) .

Amara et al., 2013 (b).Une analyse des signaux transitoires dans les systèmes de canalisations simples avec un blocage prolongé a été réalisée,

Jeffrey et al., 2013.Les raisons pour lesquelles la méthode caractéristique est bonne ont été présentées par Vardy et Tijsseling (Tijsseling et Vardy, 2015).

Ghidaoui et al. en 2015, ont étudié la théorie et la pratique du coup de bélier (Ghidaoui et al., 2015). Dans une première partie, Hammoum et al. ont analysé les coups de belier dans

une conduit force lorsque la vane est fermée, sans perte de charge, puis ceux-ci sont considérés en aval dans la deuxième partie.

Hammoum et al.,2016 ; Hammoum et al.,2017. Dans le cas d'un mélange d'hydrogène et de gaz naturel, Nor azlina et Nor sarah aida ont analysé, en 2015, le coup de bélier pour différentes lois de fermeture de vannes .

Subani & Nour sarah aida, 2015.De son côté, Apoloniusz K, en 2016, a présenté une analyse de l'impact du temps de fermeture des vannes sur l'évolution des coups de bélier .

Kodura, 2016 et Études expérimentales des coups de belier dans le système d'alimentation en propulseur du système de contrôle de la reaction réalisées par Avanish et al. en 2016 (Avanish et al., 2016). De plus, en 2017, Ferras D. et al. ont traité de l'interaction fluide-structure dans les bobines lors d'un écoulement transitoire . Ferras et al., 2017.Parmi les etudes réalisées en 2018, une analyse du coup de bélier avec un modèle de frottement d'écoulement instationnaire dans le forage de tubes en roulé sestralisée par Zhang et al.

Zhang et al., 2018 et un coup de belier analysé à l'aide d'une méthode de differences finies implicite est faite par John Twyman . Twyman, 2018.Quant à l'année suivante, on peut citer les etudes suivantes : Manohar et al. ont déterminé les caractéristiques de performance d'une petite pompe à tête de coup de belier.

Manohar et., 2019,Trabelsi et Triki ont proposé une technique de double contrôle pour atténuer le phénomène de coup de belier dans les systèmes de canalisations en acier sous pression . Trabelsi et Triki, 2019,L'évaluation de la stratégie de contrôle des coups de bélierbaséesur la technique en lignedans les systems d'appro visionnement en eau a étémise en évidence par Ben Iffa et Triki.

Ben Iffa et Triki, 2019,Jianhong et al. ont donné une prédiction de la pression des coups de belier dans l'anneau du puits de forage basée sur les caractéristiques d'écoulement multiphase transitoire.

Jianhong et al., 2019 et Azhari et al. ont analysé numériquement les pressions transitoires dans les puits géothermiques avec coup de belier lors du test de chute d'injection. Azhari et al., 2019.Au cours de l'année 2020, de nombre uxtravaux ont été publiés dans le domaine des écoulements transitoires, notamment ceuxmenés par Rahul et Arunou une investigation expérimentale et numérique de l'analyse des coups de bélier en conduite avec deux matériaux différents et leur configuration combine a vait été décrite .

Rahul et Arun, 2020, Une étude expérimentale de l'interaction fluide-structure induite par les transitoires dans une canalisation à supports multi-axiaux était l'objectif de l'étude menée par Keramat et al.

Keramat et al., 2020, Hossam et al. ont réalisé une modélisation du coup de belier dans des conduits visco élastiques en utilisant la méthode des caractéristiques d'on de (Hossam et al., 2020), et Ali abadi et al. ont étudié la réponse en fréquence d'un coup de bélier avec interaction fluide-structure dans un conduit visco élastique .

Ali abadi et al., 2020 et une étude de modélisation et de simulation de l'apparition de coups de belier induits par la condensation a été réalisée par Takashi et al.

Takashi et al., 2020 et nous terminerons cette année avec l'étude réalisée par Lash karbolok et Tijsseling sur la simulation numérique du coup de belier dans les conduits coniques à l'aide d'une méthode implicite approchée aux moindres carrés.

Pour l'année 2021, les travaux en écoulement transitoire se sont poursuivis, à l'instar de ceux menés par Mery et al. où une étude dans laquelle l'atténuation des coups de bélier a été réalisée par un ballon à érien et une configuration de contournement vers l'avant, Les travaux de Kandil et al. présentent une étude traitant de l'effet des propriétés des matériaux de canalisation sur le coup de bélier en considérant l'interaction fluide-structure, modèle sans frottement .

Kandil et al., 2021, une étude de l'influence des dimensions et du matériau des tuyaux sur l'effet de coup de belier dans les stations d'épuration à pile à combustible micro bienne a été traitée par Khalideh et al.

Khalideh et al., 2021. Slawomir Henclik a appliqué la méthode du spectre de réponse aux chocs à l'évaluation de la gravité des charges de coup de belier Slawomir, 2021 et Enfin, Toumi et Remini (2021) équation de Saint Venant pour les cas de stations de pompage à double et à triple effet (Toumi et Remini, 2021).

1.3 Quelques définitions

1.3.1 Ecoulement permanent

L'écoulement de liquide est dit permanent lorsque les propriétés du fluide et les caractéristiques hydrauliques de celui-ci restent invariables dans le temps [1]

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 0 ; \quad \frac{\partial P}{\partial t} = 0$$

U : vitesse d'écoulement

P : la pression,

ρ : masse volumique.

1.3.2 Ecoulement non permanent

L'écoulement du liquide est dit non permanent si la vitesse et la pression varient dans le temps (t) en un point donné de l'espace (x) rempli de liquide en mouvement, les vitesses et les pressions en écoulement non permanent sont les fonctions de quatre variables indépendantes à savoir : coordonnées (x, y, z) du point examiné et le temps (t).

On distingue un écoulement non permanent en charge et à surface libre, un écoulement non permanent unidimensionnel, bidimensionnel et tridimensionnel

1.3.3 Ecoulement transitoire en charge

Le phénomène transitoire résulte généralement du changement des caractéristiques hydrauliques d'un régime d'écoulement permanent que ce soit la vitesse ou bien la pression en fonction du temps. Il en résulte la création d'ondes de surpression ou de dépression qui se propagent tout au long de la conduite.

$$\frac{\partial u}{\partial t} \neq 0 ; \frac{\partial P}{\partial t} \neq 0$$

Avec : U la vitesse d'écoulement et P la pression.

Les régimes transitoires en charge peuvent être divisés en deux catégories principales

- Les régimes créant des ondes élastiques que l'on appelle encore « coup de bélier ».
- Les régimes créant des oscillations en masse du liquide.

Le coup de bélier est un phénomène de propagation d'ondes qui met en jeu la compressibilité de l'eau et l'élasticité de la conduite, alors que dans le mouvement en masse, la colonne liquide est assimilée à un solide monobloc, ce qui revient à supposer l'eau incompressible et la conduite infiniment rigide. [2]

1.5 Types de célérités d'ondes

1.5.1 Ondes linéaires

Du point de vue physique, les ondes linéaires sont celles qui se propagent dans le fluide sans modifier les propriétés physiques locales (compressibilité, masse spécifique, conductivité, viscosité.....).Voici quelques exemples de ces types d'ondes :

- Les ondes du son,
- Les ondes de lumières,
- les ondes électromagnétiques

1.5.2 Ondes non linéaires

Les ondes non linéaires sont celles qui se propagent dans le fluide en provoquant des variations dans les propriétés de ce dernier [5].

1.6 Analyse physique des écoulements transitoires

Dans l'objectif de mettre une idée claire et raffinée sur les écoulements transitoires dans les réseaux d'adduction en eau sous pression, deux cas seront envisagés, la première est la fermeture instantanée d'une vanne placée à l'extrémité d'une conduite et la deuxième est l'arrêt brusque, suite à une disjonction du courant électrique, d'une station de pompage refoulant un fluide vers un réservoir par le biais d'une conduite.

1.6.1 Cas d'une fermeture instantanée d'une vanne placée à l'extrémité de la conduite

Soit une conduite gravitaire de diamètre d , de longueur L et de débit Q alimentée à partir d'un grand réservoir. Cette conduite est équipée à l'autre extrémité d'une vanne de sectionnement à fermeture instantanée pouvant stopper la circulation de l'eau à travers la vanne en un laps du

temps égal à zéro. Après cette fermeture instantanée et dans le cas où on considère que la conduite est élastique et le fluide est compressible, les quatre phases suivantes sont envisagées

Première phase

Après la fermeture instantanée de la vanne, l'énergie cinétique du liquide au niveau de la vanne se transforme en énergie potentielle en affectant la compressibilité du liquide et la dilatation de la conduite et par conséquent une onde de surpression se forme à cet endroit et se propage vers le réservoir où elle atteint ce dernier en un temps $t=L/a$.

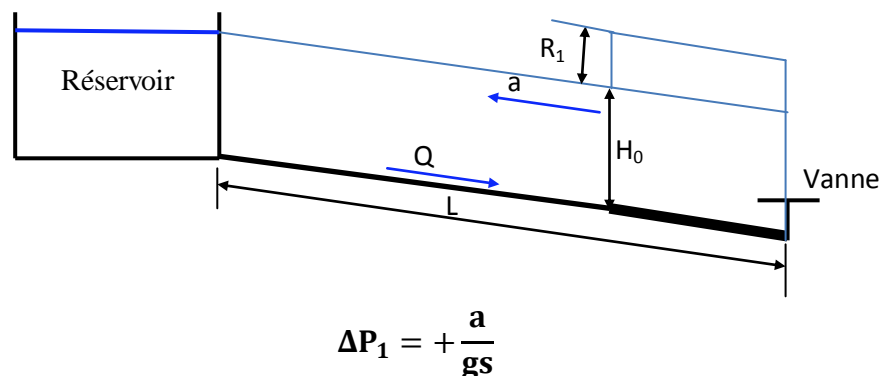


Figure (1.1): Schéma approximatif d'un instant de la première phase

Deuxième phase

A la fin de la première phase et juste au début de la deuxième phase, l'onde de surpression déjà parcourt toute la longueur de la conduite et par conséquent la pression atteint sa valeur maximale comparativement à la pression en régime permanent. L'onde de surpression se dépense au réservoir et une nouvelle onde d'équilibre, est générée à cause de l'élasticité de la conduite, et se propage du réservoir à la vanne et le diamètre de la conduite reprend sa valeur initiale et à la fin de cette phase la pression est égale à la pression en régime permanent. La figure (1.2) donne un schéma explicatif de la deuxième phase.

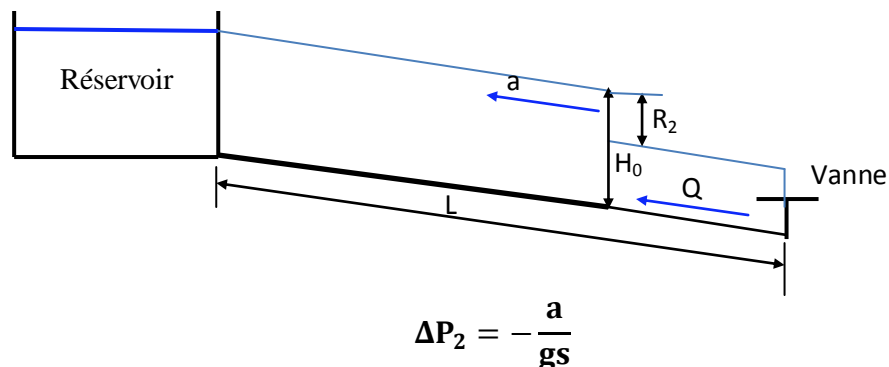


Figure (1.2): Schéma approximatif d'un instant de la deuxième phase

A la fin de cette phase une onde de dépression est générée au niveau de la vanne et le débit s'inverse en prenant la direction de la vanne au réservoir.

Troisième Phase

A la clé de cette phase, la vitesse au niveau de la vanne s'annule en prenant par la suite la direction inverse de la direction en écoulement permanent, une onde de dépression remonte de la vanne vers le réservoir, et la masse volumique du liquide et le diamètre de la conduite diminuent.

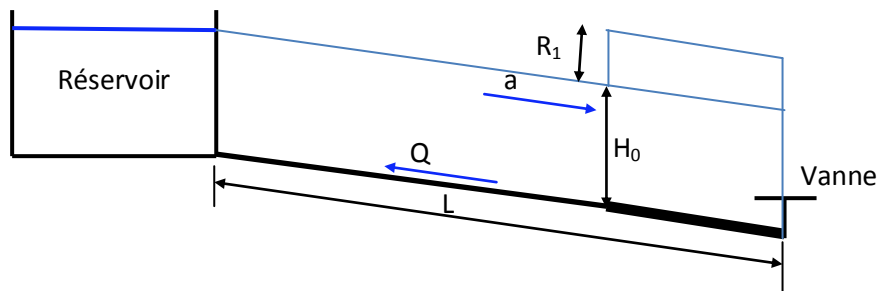


Figure (1.3): Schéma approximatif d'un instant de la troisième phase

Après l'arrivée de l'onde de dépression au réservoir une onde d'équilibre est établie mais cette fois-ci dans la direction initiale de l'écoulement.

Quatrième phase

A ce stade, une onde positive se dirige du réservoir vers la vanne et la conduite reprend ses caractéristiques initiales. A l'instant $t=4L/a$ cette onde positive arrive à la vanne, on retrouve les conditions de l'écoulement permanent sauf que la vitesse de l'eau est moindre que la vitesse initiale, ceci résulte des pertes d'énergie dues aux frottements ainsi qu'au travail de déformation.

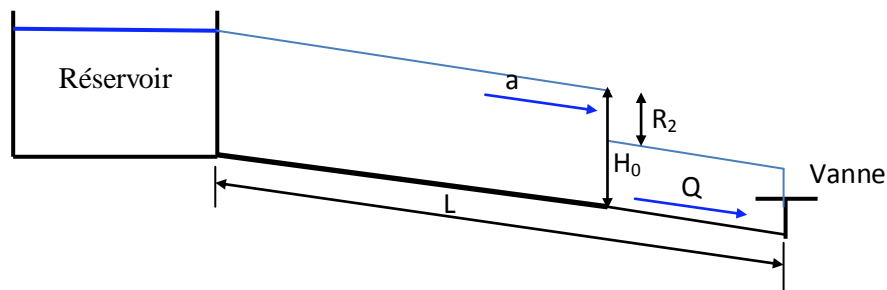


Figure (1.4): Schéma approximatif d'un instant de la quatrième phase

Pour le cas de la fermeture d'une vanne placée à l'extrémité d'une conduite gravitaire, le phénomène transitoire se caractérise par un mouvement séquentiel commençant par une surpression puis une dépression

1.6.2 Analyse physique des écoulements transitoires en cas d'arrêt instantané d'une station de pompage

Soit une station de pompage refoulant un débit d'un fluide peu compressible vers un réservoir R_2 par le biais d'une conduite élastique de longueur L et de diamètre d . À un temps quelconque de son fonctionnement normal une interruption du courant électrique se produit en causant un arrêt brusque des pompes.

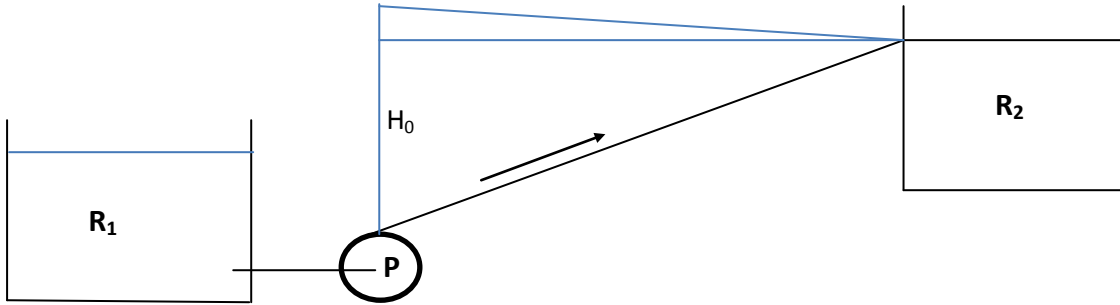


Figure (1.5): Schéma approximatif d'une station de pompage

Cet arrêt brusque entraîne une perturbation des paramètres hydrauliques de l'écoulement permanent en produisant quatre phases distinguées et répétitives.

Première Phase

L'onde de dépression se propage le long de la conduite avec la vitesse d'onde (a) entraîne les variations de la vitesse et de la pression dans les différentes sections de la conduite de refoulement.

Au moment $t=t_0+L/a$, cet onde parcourt toute la longueur de la conduite dans ce cas l'eau poursuit son chemin, mais la conduite n'est plus alimentée. Il va donc se produire à partir de la pompe une dépression ΔP sur toute la longueur que l'onde de choc a parcouru, et la vitesse du liquide diminue jusqu'à zéro, la figure(1-6) représente un état instantané de la conduite des épures de répartition de la hauteur et de la vitesse suivant la distance x au moment $t=t_0+x/a$; sur cet longueur de la conduite la pression P diminue de ΔP est devenue égale : $P=P_0-\Delta P$. Alors que la vitesse du liquide est tombé à zéro, le liquide se déprime et la conduite se contracte.

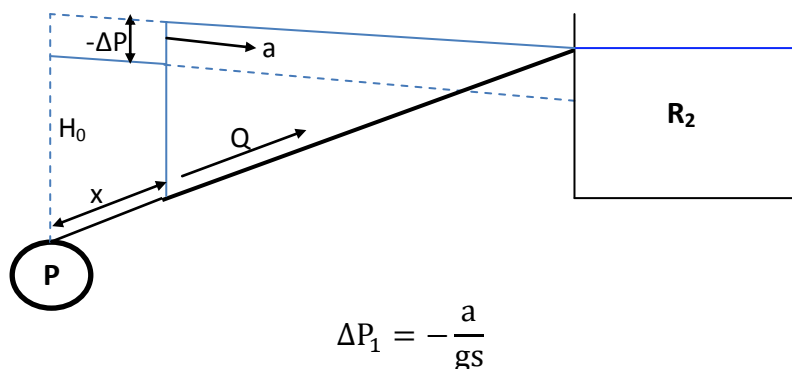


Figure (1.6): Schéma approximatif d'un instant de la première phase

Au moment $t=t_0+L/a$ l'onde de dépression atteint le réservoir et occupe, à ce moment le liquide dans la conduite se trouve en état de repos instantané ($U_0=0$) suivant toute la longueur de la conduite.

Dans cette phase l'eau se dilate, la conduite se contracte par la diminution du son diamètre. Au bout de ce temps, la conduite est totalement en dépression et l'eau est immobile.

Seconde phase

La conduite se déforme dans les limites élastiques et elle reprend son diamètre initial à partir du réservoir, ou la pression ne dépend pas des phénomènes se déroulant dans la conduite. La raison pour laquelle au moment $t=t_0+L/a$ la pression, diminuée d'une valeur ΔP , au réservoir augmente d'une façon instantanée et devient égale à la pression en régime permanent comme dans le réservoir.

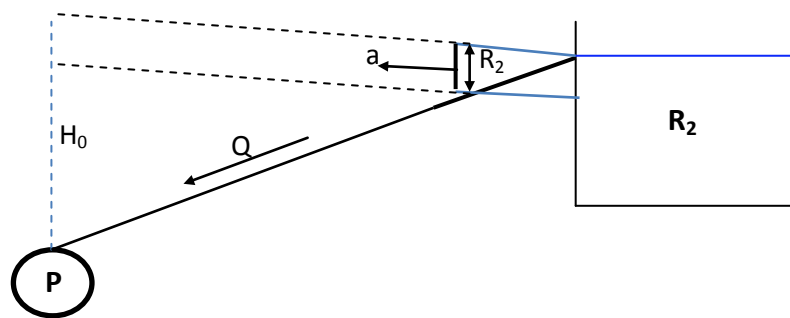


Figure (1.7): Schéma approximatif d'un instant de la deuxième phase

A ce moment-là, elle apparaît une vitesse du liquide égale à celle initiale mais dans la direction opposée, au même temps une onde se propage du réservoir vers la station de pompage en rétablissant dans la tuyauterie la pression initiale P_0 .

$$\Delta P_2 = + \frac{a}{gs}$$

Au moment $t=t_0+2L/a$ l'onde réfléchit atteint le clapet de retour placé à la sortie de la station de pompage et la masse du liquide continue dans la conduite, reprend ses volume et pression initiaux et à ce moment près du clapet, il apparaît une onde de surpression et la vitesse d'écoulement est nulle,

Troisième phase

La première tranche de fluide en contact avec le clapet va être comprimée par les tranches suivantes provoquant une dilatation de la conduite dans le sens pompe réservoir. Au bout d'un temps $3\frac{L}{a}$ tout la conduite sera dilatée avec une eau sur-pressée.

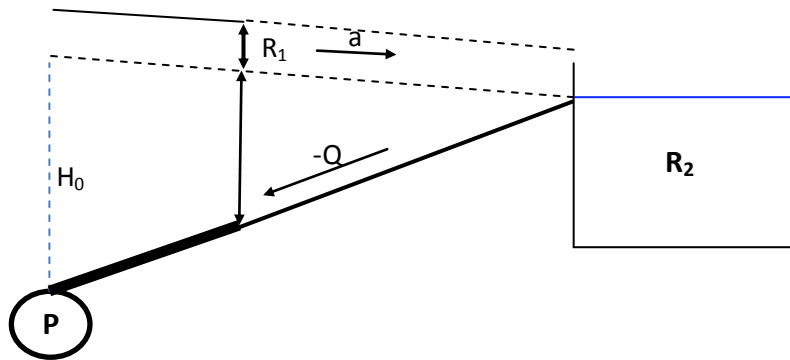


Figure (1.8): Schéma approximatif d'un instant de la troisième phase

$$\Delta P_1 = -\frac{a}{gs}$$

Au moment $t=t_0+3L/a$, l'onde de surpression atteint le réservoir en provoquant une dilatation de toute la conduite.

Quatrième phase

Comme la pression dans le réservoir est supposée constante, il apparait une onde réfléchi sur le réservoir qui se propage vers le clapet de protection de la pompe en créant dans la conduite un nouvel état de pression initiale P_0 et de vitesse U_0 .

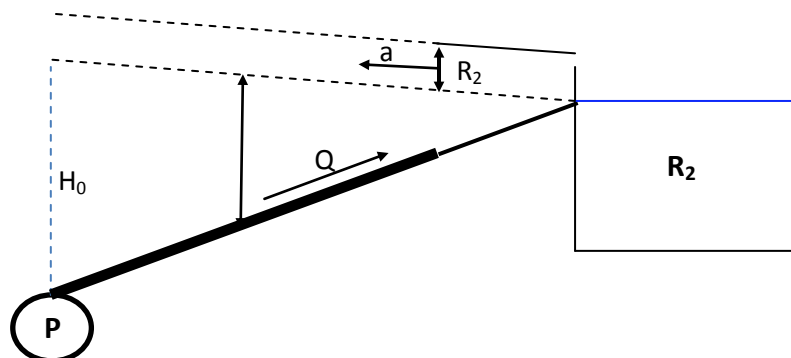


Figure (1.9): Schéma approximatif d'un instant de la quatrième phase

$$\Delta P_2 = + \frac{a}{gs}$$

L'élasticité permet à la conduite de reprendre de proche en proche du réservoir à la pompe son diamètre initial au bout du temps $t = L/a$ c'est-à-dire à un temps $t = 4L/a$ depuis l'origine. A ce moment l'onde atteint le clapet et toute la masse liquide se trouve en son état initial à la pression P_0 et à la vitesse U_0 dans le sens de l'écoulement et le phénomène se reproduirait indéfiniment s'il n'était pas amorti par les pertes se charge.

Ce phénomène, pour le cas d'une conduite de refoulement est donc caractérisé, tout d'abord par une dépression, puis par une surpression.

Dans l'un comme dans l'autre cas, le coup de bélier est nul à l'extrémité du réservoir, et maximal du côté de la pompe ou de la vanne. [6]

1.7 Phénomène du coup de bélier dans les réseaux sous pression

1.7.1 Définition

Le coup de bélier étant un cas particulier du régime transitoire, est un phénomène oscillatoire qui se manifeste dans les conduites en charge à écoulement gravitaire ou par refoulement.

On entend aussi sous le terme « coup de bélier » un écoulement non permanent du liquide accompagné des variations pratiquement sensibles de la pression qui peuvent devenir dangereuses pour la tuyauterie. Ces variations résultent d'une perturbation des conditions permanentes d'écoulement.

C'est le nom que l'on donne à une onde de choc hydraulique, lorsqu'un liquide non compressible comme l'eau, est stoppé net dans une canalisation. Autrement dit, c'est l'arrêt brutal de la circulation de l'eau lorsqu'un robinet (ou tout autre appareil) se ferme.

Parmi les auteurs, savants et ingénieurs qui ont contribué à l'étude de ce phénomène très complexe, on peut citer : MM. Boussinesq, Korteweg, Resal, Joukowski, Rateau, MM. Allievi, de Sparre, M. Jouguet, M. Boulanger, C. Camichel, D. Eydoux, M. Gariel, L. Bergeron, Escande, Dubin, Marey, M. Michaud, Streeter, Chaudy, Vichnievsky, ...etc

1.7.2 Causes du coup de bélier

Le coup de bélier est un phénomène oscillatoire dont les causes les plus fréquentes sont les suivantes :

- L'ouverture ou la fermeture des vannes dans les conduites en charge à écoulement gravitaire.
- La mise en marche ou l'arrêt des pompes dans les conduites en charge par refoulement.
- Le remplissage ou la vidange d'un système d'AEP.
- Modification de la vitesse d'une pompe.
- Une variation du niveau d'un réservoir à une extrémité du réseau.
- La disparition de l'alimentation électrique dans une station de pompage qui est la cause la plus répandue du coup de bélier.
- La mise en marche ou la modification de l'opération d'une turbine.
- Une modification de position de vanne.

1.7.3 Risques dus aux coups de bélier

Les conséquences du coup de bélier peuvent être néfastes elles deviennent de plus en plus dangereuses à mesure que les paramètres modificateurs deviennent importants (variation de pressions et de débits dans le temps).

Ces phénomènes se produisant dans une conduite en charge, peuvent provoquer des risques à la suite d'une dépression ou surpression engendrée par les manœuvres brusques.

a) Cas de surpression

C'est une conséquence du coup de bélier engendrée par une pression importante se produisant à la suite d'une fermeture instantanée ou rapide d'une vanne de sectionnement ou bien à la suite d'une dépression causée par l'arrêt brusque d'une pompe. Si la pression totale c'est-à-dire la pression en régime permanent majorée de la valeur de surpression due au coup de bélier dépasse la pression maximale admissible des tuyaux il y a risques de rupture de ces derniers et déboîtement des joints (les anneaux d'étanchéité seront délogés).

b) Cas de dépression

C'est une conséquence du coup de bélier engendrée par l'apparition d'une pression relative négative, à la suite d'un arrêt brusque d'une pompe ou d'une ouverture instantanée d'une vanne de sectionnement. Si cette pression devient inférieure à 10m CE il se produit une poche de cavitation. Si le profil en long de la canalisation est déformable la canalisation peut être aplatie par implosion et les joints peuvent être aspirés. Le phénomène de cavitation une fois apparu peut provoquer la détérioration de la couche d'enduit intérieur du tuyau.

c) Fatigue de la canalisation

En régime transitoire les alternances des surpressions et dépressions qui sont une conséquence inévitable du phénomène provoquent la fatigue pour le matériau de la canalisation même si leur amplitude est faible

1.7.4 Valeurs numériques du coup de bélier

Parmi les résultats obtenus, le long de l'histoire, en écoulement transitoire ayant donné des nouveautés permettant de quantifier d'une manière explicite le coup de bélier, ceux obtenus par les savants Joukovski et Michaud. Le premier était le pionnier ayant mis le calcul de la valeur du coup de bélier en cas d'une fermeture instantanée ou un subitement arrêt d'une pompe et le second a tenté de calculer cette grandeur en cas d'une fermeture lente.

a) Manœuvres rapides

Malgré que la fermeture instantanée ou l'arrêt soudain d'une pompe en une durée de temps égale à zéro n'existe pas physiquement. Toutefois, le suivi des paramètres hydrauliques en écoulement transitoire peut se faire en un temps différent de zéro. Pour une durée de temps inférieure à la durée de l'aller et du retour d'une onde élastique Joukowskya pu démontrer que la surpression et la dépression peuvent prendre l'expression suivante :

$$\Delta H = \pm \frac{a \cdot u}{g}$$

Avec :

u est la vitesse moyenne de l'écoulement (m/s);

a est la célérité de propagation (m/s);

g est l'accélération de la pesanteur (m/s).

Les signes positif et négatif sont successivement pour le calculer la surpression et dépression.

Pour un temps $t \leq 2L/a$ la fermeture est dite rapide mais elle sera instantanée si ce temps est nul.

b) Manœuvre lente

La fermeture est dite lente si le temps de manœuvre $t > 2L/a$

Lors de la fermeture rapide de la vanne de sectionnement, l'expression donnant la valeur maximale du coup de bélier s'écrit :

$$\Delta H_{Max} = \pm \frac{a \cdot U}{g}$$

Considérons une conduite horizontale de diamètre intérieur d et de longueur L alimentée à partir d'un grand réservoir à niveau constant.

Soit Q_0 le débit au temps $t = 0$ et supposons qu'il passe encore après un temps $2L/a$ à un débit q . La valeur de la surpression et de la dépression due au coup de bélier dans ce cas s'écrit:

$$\Delta H = \frac{a}{g \cdot S} (Q_0 - q)$$

Où, S : la section de la conduite (m^2).

Supposons que le temps de fermeture de la vanne soit égal à :

$$T = n \frac{2L}{a}$$

Supposons également que pendant ce temps le débit varie linéairement afin d'écrire :

$$Q_0 - q = \frac{Q_0}{n}$$

$$Q_0 - q = Q_0 \frac{2L}{aT}$$

$$\Delta H = \frac{a}{g \cdot S} Q_0 \frac{2L}{aT} = \frac{2L Q_0}{g S T}$$

Ce qui permet d'écrire l'expression du coup de bélier pour une durée de fermeture lente comme suit :

$$\Delta H = \frac{2L U}{g T}$$

Où, T est le temps de fermeture de la vanne.

Cette dernière expression s'appelle la formule de Michaud.

La formule de Joukowsky ne s'applique que dans le cas de manœuvres rapides [8], alors que la formule de Michaud est valable pour les temps de manœuvre lents seulement au niveau de la vanne et elle ne tient pas compte de l'effet des pertes de charge. Dans le cas où le temps de fermeture $T=2L/a$ la formule de Michaud se transforme en celle de Joukowsky.

La synthèse extrait de ces deux cas peut être mise comme suit:

Si la durée du temps de manœuvre $T \leq 2L/a$, la valeur du coup de bélier reproduit s'obtient par la formule suivante:

$$\Delta H = \pm \frac{a U}{g}$$

Alors que si $T > 2L/a$, l'expression donnant cette valeur s'écrit :

$$\Delta H = \frac{2L U}{g T}$$

Ces deux cas sont considérés dans le cas d'un arrêt ou d'une décélération, cependant, ils peuvent aussi être soumis à des départs ou accélérations plus ou moins rapides entraîneront des variations importantes de pression.

1.8 Conclusion

Ce chapitre a permis de dire que les écoulements transitoires dans les réseaux sous pression ont une période de retour $t=4L/a$ et que leurs causes sont inévitables, ce qui oblige les concepteurs de dimensionner des moyens de protection de ces réseaux afin d'éliminer carrément les risques régénérés par ce type d'écoulement. Les premières formules obtenues permettant d'évaluer les coups de béliers ont été une bonne piste pour avoir d'autres plus adaptées.

Chapitre II

Equations de base de l'écoulement transitoire dans les conduites sous pression

Chapitre II Equations de base de l'écoulement transitoire dans les conduites sous pression

2.1 Introduction

L'objectif de ce volet est de présenter comment les équations régissant les écoulements transitoires dans les conduites sous pression ont été obtenues. Elles permettent de donner un aspect mathématique du phénomène transitoire et de relier les paramètres hydrauliques, en régime transitoire, entre eux.

2.2 Modèles mathématiques

Il est primordial lors de l'étude des écoulements transitoires de présenter les modèles mathématiques pouvant aider le concepteur des systèmes d'adduction à fournir les moyens optimaux de protection contre les effets nocifs de l'augmentation brutale des paramètres de cet écoulement. Ces modèles sont décrites fidèlement par les équations de base établies par Saint-Venant démontrées successivement à partir des équations de la continuité et de la dynamique.

2.2.1 Equation de continuité

L'expression de l'équation de continuité sera examinée en analysant les déformations de masse d'un volume de liquide entre les instants t et $t+dt$. Comme l'indique la figure 1, considérons comme constante cette masse exprimée par, $\rho.V = \rho.S \Delta x$, reste constante [19],[20]

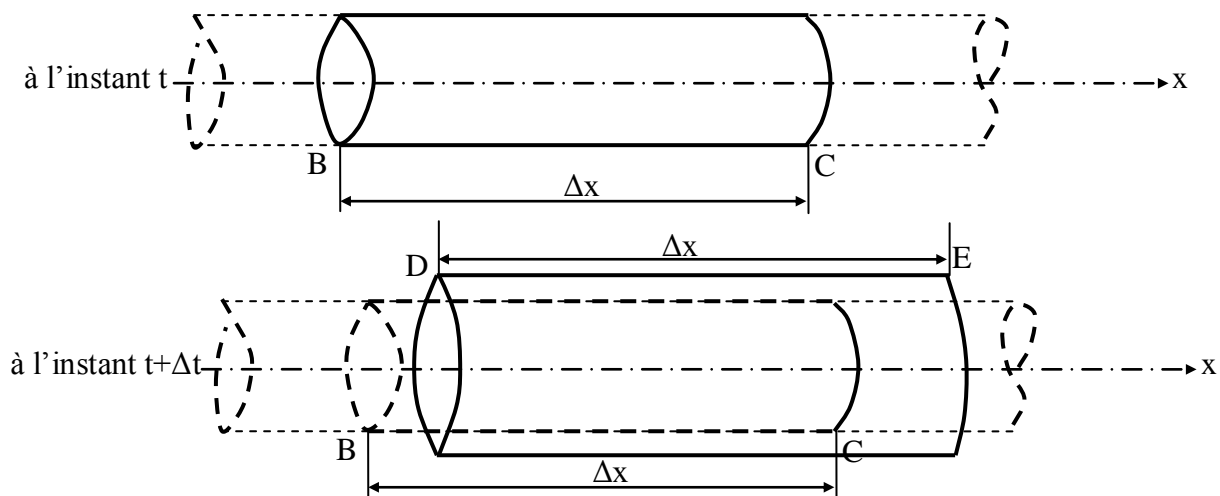


Figure (2.1): Déplacement d'un élément liquide

La variation de la masse au cours du temps est nulle, ce qui permet d'écrire.

$$dM = 0 \Rightarrow d(\rho. S. \Delta x) = 0$$

Avec :

- ρ : la masse volumique du liquide.
- S : la section radiale.
- Δx : la variation de longueur de l'élément liquide.

Chapitre II Equations de base de l'écoulement transitoire dans les conduites sous pression

D'où

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{ds}{s} + \frac{d(\Delta x)}{\Delta x} = 0 \quad (2.1)$$

Variation de longueur de l'élément liquide

$$\frac{d(\Delta x)}{\Delta x} = \frac{\partial u}{\partial x} \cdot dt \quad (2.2)$$

Où u est la vitesse d'écoulement dans la direction x.

Variation de la masse volumique de l'élément liquide

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dp}{K} \quad (2.3)$$

où : K est la compressibilité du liquide et dp la variation de la pression

Variation de section de l'élément liquide

$$\frac{dS}{S} = \frac{D \cdot C}{E \cdot e} \cdot dP \quad (2.4)$$

avec :

D : diamètre intérieur de la conduite ;

e : Epaisseur de la conduite ;

E : Module de Young du matériau

Il suffit de remplacer chaque terme de l'équation (2.1) par les expressions données dans les équations (2.2), (2.3) et (2.4) pour obtenir l'expression de l'équation de continuité en régime transitoire.

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{D \cdot C}{E \cdot e} \cdot dP + \frac{\partial u}{\partial x} \cdot dt = 0 \Rightarrow \left(\frac{1}{K} + \frac{D \cdot C}{E \cdot e} \right) \cdot dP + \frac{\partial u}{\partial x} \cdot dt = 0$$
$$\frac{\partial u}{\partial x} + \left(\frac{1}{K} + \frac{D \cdot C}{E \cdot e} \right) \cdot \frac{dP}{dt} = 0 \quad (2.5)$$

On voit que le coefficient de déformabilité $\left(\frac{1}{K} + \frac{D \cdot C}{E \cdot e} \right)$ dépend d'une part de la compressibilité du liquide, K, et d'autre part des caractéristiques du tuyau $\frac{D}{E \cdot e}$ (mince ou épais) et de la façon dont il est assemblé et ancré représenté par le coefficient C [19],[20].

Ce terme est donc une caractéristique de l'installation sur laquelle repose le phénomène du coup de bélier, par conséquent on pose :

Chapitre II Equations de base de l'écoulement transitoire dans les conduites sous pression

$$\frac{1}{a^2} = \rho \left(\frac{1}{K} + \frac{D}{E \cdot e} \cdot C \right) \quad (2.6)$$

La constante « a » représente la vitesse de propagation de l'onde dans le liquide en régime transitoire « le coup de bélier »

Comme la dérivée totale de la pression dans une seule dimension, dans ce cas la direction x, s'écrit :

$$\frac{dP}{dt} = \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial P}{\partial t} + u \frac{\partial P}{\partial x} \quad (2.7)$$

L'équation (2.5) devient:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \left(\frac{1}{K} + \frac{D \cdot C}{E \cdot e} \right) \cdot \frac{dP}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho \cdot a^2} \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial t} + u \frac{\partial P}{\partial x} \right) = 0$$

$$\rho \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{a^2} \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial t} + u \frac{\partial P}{\partial x} \right) = 0 \quad (2.8)$$

L'expression (2.8) est la première équation de Saint Venant.

2.2.2 Equation dynamique

La deuxième équation de Saint Venant peut être obtenue en appliquant le théorème des quantités de mouvement sur un élément de petit volume se déplaçant à l'intérieur du tube pendant la propagation de l'onde [20]. La figure (2) montre les différentes forces exercées sur un élément liquide en mouvement dans une conduite forcée.

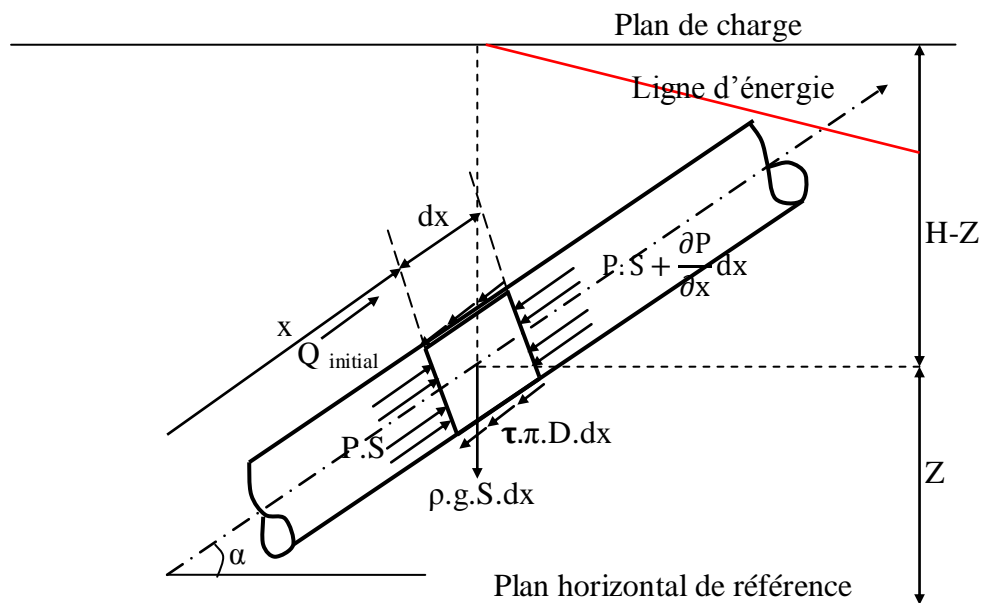


Figure (2.2) : Les forces exercées sur un élément liquide en déplacement dans une conduite sous pression

Chapitre II Equations de base de l'écoulement transitoire dans les conduites sous pression

$$\frac{d(M.u)}{dt} = \Sigma F_{\text{extérieures}} \quad (2.9)$$

Avec :

$\Sigma F_{\text{extérieures}}$: La somme des forces extérieures,

M : La masse de l'élément liquide,

U : La vitesse moyenne d'écoulement.

Ce qui indique que la dérivée de la quantité de mouvement est égale à la somme des forces extérieures appliquées à l'élément fluide.

$$\frac{d(M.u)}{dt} = u \frac{dM}{dt} + M \frac{du}{dt} \quad (2.10)$$

La masse de l'élément liquide ne varie pas dans son déplacement, on a donc $\frac{dM}{dt} = 0$, ce qui nous permet d'écrire :

$$\frac{d(M.u)}{dt} = M \frac{du}{dt} = \rho \cdot S \cdot dx \cdot \frac{du}{dt} \quad (2.11)$$

Notons tout d'abord :

$$\frac{dZ}{dX} = \sin(\alpha) \text{ et } P = \rho g(H - Z) \text{ en négligeant les termes en } \frac{u^2}{2g}$$

Les forces extérieures appliquées et projetées sur l'axe de la conduite en prenant la direction de l'écoulement comme sens positif sont :

Les forces de pression hydrostatique

$$F_P = P \cdot S - \left(P \cdot S + \frac{\partial P}{\partial x} S \cdot dx \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} S \cdot dx$$

La force de gravité qui est représentée par le poids de l'élément liquide.

$$F_{\text{Poids}} = -\rho \cdot g \cdot S \cdot dx \cdot \sin(\alpha)$$

La force de frottement :

$$F_{\text{frottement}} = -\tau \cdot \pi \cdot D \cdot dx$$

Où : τ est la contrainte tangentielle visqueuse (N/m^2).

Déterminons $\Sigma F_{\text{extérieures}}$ tout en se basant sur la figure 2.

Chapitre II Equations de base de l'écoulement transitoire dans les conduites sous pression

$$\Sigma F_{\text{extérieures}} = \frac{-\partial P}{\partial x} S \cdot dx - \rho \cdot g \cdot S \cdot dx \cdot \sin(\alpha) - \tau \cdot \pi \cdot D \cdot dx \quad (2.12)$$

Dans cette dernière expression on a négligé le terme contenant la variation de la section le long de l'élément.

$$\frac{\partial S}{\partial x} = 0$$

Déterminons l'expression $\tau \cdot \pi \cdot D$, si les pertes de charge sont représentées par la formule de Darcy-Weisbach.

$$\Delta H = \frac{\lambda L u^2}{D 2g}$$

La variation de la pression s'écrit :

$$\Delta P = \rho \cdot g \cdot \Delta H = \rho \cdot g \cdot \frac{\lambda L u^2}{D 2g}$$

On peut écrire alors les forces de frottement F_r , sur un tronçon de longueur L , par l'une des deux formules suivantes :

$$F_{\text{frottement}} = \tau \cdot \pi \cdot D \cdot L \text{ ou } F_{\text{frottement}} = \Delta P \frac{\pi D^2}{4}$$

D'où l'on déduit facilement

$$\tau \cdot \pi \cdot D \cdot L = \Delta P \frac{\pi D^2}{4} \Rightarrow \tau \cdot \pi \cdot D \cdot L = \rho \cdot g \cdot \frac{\lambda L u^2 \pi D^2}{D 2g 4}$$

Le gradient hydraulique qui est le rapport entre la perte de charge et la longueur s'écrit :

$$I_{\text{Hydraulique}} = \frac{\Delta H}{L} = \frac{\frac{\lambda L u^2}{D 2g}}{L} = \frac{\lambda u^2}{D 2g}$$

Posons $j = I_{\text{Hydraulique}}$, nous aurons :

$$j = \frac{\lambda u^2}{D 2g}$$

$$\tau \cdot \pi \cdot D \cdot L = \rho \cdot g \cdot \frac{\lambda L u^2 \pi D^2}{D 2g 4} \Rightarrow \tau \cdot \pi \cdot D = \rho \cdot g \cdot j \cdot S \quad (2.13)$$

Chapitre II Equations de base de l'écoulement transitoire dans les conduites sous pression

Où :

τ : la tension unitaire de frottement à la paroi en (N/m²);

λ : coefficient de résistance ou de Darcy ;

D : diamètre intérieur de la conduite ;

U : Vitesse moyenne d'écoulement.

Portons l'expression de $\tau \cdot \pi \cdot D$ dans l'équation (2.13) on obtient :

$$\Sigma F_{\text{extérieures}} = \frac{-\partial P}{\partial x} S \cdot dx - \rho \cdot g \cdot S \cdot dx \cdot \sin(\alpha) - \rho \cdot g \cdot j \cdot S \cdot dx \quad (2.14)$$

En portant l'équation (2.14) dans l'équation (2.12) on aura :

$$\frac{d(M \cdot u)}{dt} = \Sigma F_{\text{extérieures}}$$
$$\rho \cdot S \cdot dx \cdot \frac{du}{dt} = \frac{-\partial P}{\partial x} S \cdot dx - \rho \cdot g \cdot S \cdot dx \cdot \sin(\alpha) - \rho \cdot g \cdot j \cdot S \cdot dx$$

Simplifions par $\rho \cdot S \cdot dx$, nous obtenons :

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} - g \cdot \sin(\alpha) - j \cdot g \Rightarrow \frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} - g(\sin(\alpha) + j)$$

Ou autrement écrit :

$$\frac{du}{dt} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = -g(\sin(\alpha) + j) \quad (2.15)$$

L'expression (2.15) est la seconde équation de Saint Venant.

Comme la pression appliquée sur l'élément liquide s'écrit :

$$P = \rho g(H - Z) \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial x} = \rho \cdot g \cdot \left(\frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial Z}{\partial x} \right)$$

Puisque

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = \sin(\alpha)$$
$$\frac{du}{dt} + \frac{1}{\rho} \left(\rho \cdot g \cdot \left(\frac{\partial H}{\partial x} - \sin(\alpha) \right) \right) = -g(\sin(\alpha) + j)$$

Chapitre II Equations de base de l'écoulement transitoire dans les conduites sous pression

$$\frac{du}{dt} + g \cdot \frac{\partial H}{\partial x} - g \cdot \sin(\alpha) = -g \cdot (\sin(\alpha) + j) \Rightarrow \frac{du}{dt} + g \cdot \frac{\partial H}{\partial x} = -g \cdot j$$

Ecrivons la dérivée totale par rapport au temps de la vitesse en fonction des dérivées partielles sans oublier que :

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial t} &= u \\ \frac{du}{dt} &= \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \end{aligned}$$

Portons cette dernière dans la précédente on obtient :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \cdot \frac{\partial H}{\partial x} = -g \cdot j \quad (2.16)$$

Nous pouvons également remplacer, la dérivée totale de la vitesse, dans la seconde équation de Saint Venant, nous aurons :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = -g(\sin(\alpha) + j) \quad (2.17)$$

L'équation (2.17) est la deuxième équation de Saint Venant.

Donc, les équations qui décrivent les phénomènes des écoulements transitoires en charge dans les réseaux d'adduction hydrauliques, sont les équations (2.8) et (2.17) formant le système d'équations suivant:

$$\begin{cases} \rho \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{a^2} \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial t} + u \frac{\partial P}{\partial x} \right) = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = -g(\sin(\alpha) + j) \end{cases} \quad (2.18)$$

Ces deux équations expriment la variation de deux paramètres à savoir : la vitesse et la pression dans le temps, t, et dans la direction de l'écoulement, x [19],[20].

Conclusion

Les deux équations de Saint- Venant sont obtenues en appliquant les équations de la continuité et de la quantité de mouvement, elles permettent de traduire tous les mouvements transitoires en hydraulique sous pression. Elles permettent également de fournir certaines grandeurs physiques, tels que les relations de célérité d'onde et des contraintes longitudinale et radiale, pression, vitesse. Ces grandeurs physiques permettent également de quantifier les principaux paramètres de l'écoulement transitoire ayant une forte relativité aux calculs de dimensionnement des anti-béliers et aux choix des conduites.

Chapitre III

Méthodes de résolution des équations de l'écoulement transitoire et conditions aux limites

3.1 Introduction

Pour savoir les valeurs de ces deux paramètres indiqués dans les équations de Saint Venant et les autres paramètres qu'entraient avec eux, à n'importe quel moment et à n'importe quel endroit du réseau d'adduction, il faut tout d'abord chercher comment résoudre ce système. A cet effet, la recherche d'une méthode robuste pour rendre les équations de Saint Venant plus maniables est une nécessité incontournable. Parmi les méthodes aidant à la résolution des équations de Saint Venant, la méthode des caractéristiques et la méthode des différences finies.

3.2 Méthode des caractéristiques ou (MOC)

Pour obtenir des équations plus faciles à gérer et dont la signification physique est plus évidente, nous allons les transformer. Partons donc des 2 équations de Saint Venant et effectuons les opérations suivantes :

En multipliant la première équation par (a/ρ) , puis ajoutons et retranchons membre à membre les deux équations précédentes, on aura le système suivant :

$$\begin{cases} a \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho \cdot a} \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial t} + u \frac{\partial P}{\partial x} \right) = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = -g(\sin(\alpha) + j) \end{cases} \quad (3.1)$$

$$\begin{cases} (u + a) \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial t} + \left(\frac{u}{\rho \cdot a} + \frac{1}{\rho} \right) \cdot \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{\rho \cdot a} \cdot \frac{\partial P}{\partial t} = -g(\sin(\alpha) + j) \\ (u - a) \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial t} + \left(\frac{1}{\rho} - \frac{u}{\rho \cdot a} \right) \cdot \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{1}{\rho \cdot a} \cdot \frac{\partial P}{\partial t} = -g(\sin(\alpha) + j) \end{cases} \quad (3.2)$$

$$\begin{cases} (u + a) \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial t} + \left(\frac{u + a}{\rho \cdot a} \right) \cdot \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{\rho \cdot a} \cdot \frac{\partial P}{\partial t} = -g(\sin(\alpha) + j) \\ (u - a) \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial t} - \left(\frac{u - a}{\rho \cdot a} \right) \cdot \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{1}{\rho \cdot a} \cdot \frac{\partial P}{\partial t} = -g(\sin(\alpha) + j) \end{cases} \quad (3.3)$$

À ce système, on peut rajouter le système (3.1), on aura le système suivant :

$$\begin{cases} (u + a) \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial t} + \left(\frac{u + a}{\rho \cdot a} \right) \cdot \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{\rho \cdot a} \cdot \frac{\partial P}{\partial t} = -g(\sin(\alpha) + j) \\ (u - a) \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial t} - \left(\frac{u - a}{\rho \cdot a} \right) \cdot \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{1}{\rho \cdot a} \cdot \frac{\partial P}{\partial t} = -g(\sin(\alpha) + j) \\ \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial t} dt + 0 + 0 = du \\ 0 + 0 + \frac{\partial P}{\partial x} dx + \frac{\partial P}{\partial t} dt = dP \end{cases} \quad (3.4)$$

Ce système s'écrit sous la forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} (u+a) & 1 & \frac{(u+a)}{\rho \cdot a} & \frac{1}{\rho \cdot a} \\ (u-a) & 1 & -\frac{(u-a)}{\rho \cdot a} & \frac{-1}{\rho \cdot a} \\ dx & dt & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dx & dt \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial t} \\ \frac{\partial P}{\partial x} \\ \frac{\partial P}{\partial t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -g(\sin(\alpha) + j) \\ -g(\sin(\alpha) + j) \\ du \\ dP \end{pmatrix}$$

$$T.X=R$$

La méthode des caractéristiques s'écrit sous la forme matricielle suivante

$$\begin{bmatrix} A_1 & B_1 C_1 & D_1 \\ A_1 & B_1 C_1 & D_1 \\ dx & dt & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dx & dt \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial t} \\ \frac{\partial P}{\partial x} \\ \frac{\partial P}{\partial t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F \\ G \\ du \\ dP \end{pmatrix}$$

$$T_1.X=R_1$$

$$(B_2 D_1 - B_1 D_2) \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + (D_2 A_1 + B_1 C_2 - B_2 C_1 - D_1 A_2) \frac{dx}{dt} + (C_1 A_2 - C_2 A_1) = 0$$

Par analogie avec le système développé précédemment on aura :

$$A_1 = (u+a); B_1 = B_2 = 1; C_1 = \left(\frac{u+a}{\rho \cdot a} \right); D_1 = -D_2 = \frac{1}{\rho \cdot a}$$

$$A_2 = (u-a); C_2 = \left(\frac{u-a}{\rho \cdot a} \right); F = G = -g(\sin(\alpha) + j)$$

En reportant ces valeurs dans l'équation précédente du second degré, on obtient l'équation sous la forme :

$$(B_2 D_1 - B_1 D_2) \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + (D_2 A_1 + B_1 C_2 - B_2 C_1 - D_1 A_2) \frac{dx}{dt} + (C_1 A_2 - C_2 A_1) = 0$$

$$(B_2 D_1 - B_1 D_2) = \left(1 \cdot \frac{1}{\rho \cdot a} - 1 \cdot \frac{-1}{\rho \cdot a} \right) = \frac{2}{\rho \cdot a}$$

$$(D_2A_1 + B_1C_2 - B_2C_1 - D_1A_2) = \left(\frac{-1}{\rho \cdot a} (u + a) + 1 \left(\frac{u - a}{\rho \cdot a} \right) - 1 \left(\frac{u + a}{\rho \cdot a} \right) - \frac{1}{\rho \cdot a} (u - a) \right)$$

$$(D_2A_1 + B_1C_2 - B_2C_1 - D_1A_2) = -2 \left(\frac{u + a}{\rho \cdot a} \right)$$

$$\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 - 2u \frac{dx}{dt} + (u^2 - a^2) = 0$$

Le discriminant de cette équation au second degré est égal à :

$$\Delta = (-2u)^2 - 4 * 1 * (u^2 - a^2) = 4a^2$$

Le delta étant positif, alors le système (3.4) est de type hyperbolique et l'équation admet deux racines distinctes.

$$\begin{cases} \left(\frac{dx}{dt} \right)_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2u + 2a}{2} = u + a \\ \left(\frac{dx}{dt} \right)_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2u - 2a}{2} = u - a \end{cases} \quad (3.5)$$

La condition de compatibilité s'écrit à partir de l'équation $D_x(u)=0$, donc :

$$\det \begin{bmatrix} -g(\sin(\alpha) + j) & 1 & \frac{(u + a)}{\rho \cdot a} & \frac{1}{\rho \cdot a} \\ -g(\sin(\alpha) + j) & 1 & \frac{-(u - a)}{\rho \cdot a} & \frac{-1}{\rho \cdot a} \\ \frac{du}{dP} & \frac{dt}{dx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{dx}{dt} & \frac{dt}{dx} \end{bmatrix} = 0$$

$$D_x(u) = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} -g(\sin(\alpha) + j) & 1 & \frac{(u + a)}{\rho \cdot a} & \frac{1}{\rho \cdot a} \\ -g(\sin(\alpha) + j) & 1 & \frac{-(u - a)}{\rho \cdot a} & \frac{-1}{\rho \cdot a} \\ \frac{du}{dP} & \frac{dt}{dx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{dx}{dt} & \frac{dt}{dx} \end{vmatrix} = 0$$

Après développement de ce déterminant, on obtiendra l'équation suivante :

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dt} + \left(\frac{dx}{dt} - u \right) \frac{du}{dt} + \left(\frac{dx}{dt} - u \right) + g(\sin(\alpha) + j) = 0$$

On a obtenu précédemment que :

$$\frac{dx}{dt} = u \pm a$$

1° Pour le signe positif de $(dx/dt)=u+a$, l'équation de compatibilité devient :

$$\frac{1}{\rho \cdot a} \frac{dP}{dt} + \frac{du}{dt} + g(\sin(\alpha) + j) = 0 \quad (3.6)$$

2° Pour le signe négatif de $(dx/dt) u-a$, l'équation de compatibilité s'écrit :

$$-\frac{1}{\rho \cdot a} \frac{dP}{dt} + \frac{du}{dt} + g(\sin(\alpha) + j) = 0 \quad (3.7)$$

Ecrivons les équations (3.6) et (3.7) sous une autre forme, on pourra négliger la vitesse d'écoulement (u) par rapport à la vitesse d'onde (a) car u est très petite ce qui permet d'écrire $u \pm a = a$

La pression (P) en point s'exprime par l'expression suivante :

$$P = \rho \cdot g \cdot (H - z) \Rightarrow \frac{dP}{dt} = \rho \cdot g \cdot \left(\frac{dH}{dt} - \frac{dz}{dt} \right)$$

La référence étant horizontale d'où :

$$\sin(\alpha) = \frac{z}{x} \Rightarrow z = x \cdot \sin(\alpha) \Rightarrow \frac{dz}{dt} = \frac{dx}{dt} \cdot \sin(\alpha)$$

$$\frac{dP}{dt} = \rho \cdot g \cdot \left(\frac{dH}{dt} - \frac{dx}{dt} \cdot \sin(\alpha) \right)$$

En remplaçant l'expression dP/dt dans les équations (3.6) et (3.7) on aboutira aux équations suivantes :

1° Pour $(dx/dt)=u+a=a$

$$\frac{1}{\rho \cdot a} \frac{dP}{dt} + \frac{du}{dt} + g(\sin(\alpha) + j) = 0 \Rightarrow \frac{1}{\rho \cdot a} \left(\rho \cdot g \cdot \left(\frac{dH}{dt} - \frac{dx}{dt} \cdot \sin(\alpha) \right) \right) + \frac{du}{dt} + g(\sin(\alpha) + j) = 0$$

$$\frac{g}{a} \left(\left(\frac{dH}{dt} - a \cdot \sin(\alpha) \right) \right) + \frac{du}{dt} + g(\sin(\alpha) + j) = 0 \Rightarrow \frac{du}{dt} + \frac{g}{a} \frac{dH}{dt} - g \cdot \sin(\alpha) + g \cdot \sin(\alpha) + g \cdot j = 0$$

$$\frac{du}{dt} + \frac{g}{a} \frac{dH}{dt} + g \cdot j = 0 \Rightarrow \frac{du}{dt} + \frac{g}{a} \frac{dH}{dt} = -g \cdot j$$

2° Pour $(dx/dt)=u-a=-a$

$$-\frac{1}{\rho \cdot a} \frac{dP}{dt} + \frac{du}{dt} + g(\sin(\alpha) + j) = 0 \Rightarrow -\frac{1}{\rho \cdot a} \left(\rho \cdot g \cdot \left(\frac{dH}{dt} - \frac{dx}{dt} \cdot \sin(\alpha) \right) \right) + \frac{du}{dt} + g(\sin(\alpha) + j) = 0$$

$$-\frac{g}{a} \left(\frac{dH}{dt} - (-a) \cdot \sin(\alpha) \right) + \frac{du}{dt} + g(\sin(\alpha) + j) = 0 \Rightarrow \frac{du}{dt} - \frac{g}{a} \frac{dH}{dt} - g \cdot \sin(\alpha) + g \cdot \sin(\alpha) + g \cdot j = 0$$

$$\frac{du}{dt} - \frac{g}{a} \frac{dH}{dt} + g \cdot j = 0 \Rightarrow \frac{du}{dt} - \frac{g}{a} \frac{dH}{dt} = -g \cdot j$$

Les deux équations rassemblées en une seule s'écrivent :

$$\frac{du}{dt} \pm \frac{g}{a} \frac{dH}{dt} = -g \cdot j \quad (3.8)$$

Multiplions les deux membres par a/g nous aurons :

$$\frac{a}{g} \frac{du}{dt} \pm \frac{dH}{dt} = -a \cdot j$$

* Le signe positif intervient lorsque $dx/dt = u + a \approx a \Rightarrow dx = a \cdot dt$.

* Le signe négatif intervient lorsque $dx/dt = u - a \approx -a \Rightarrow dx = -a \cdot dt$

En faisant intervenir le débit Q, on obtient :

$$\frac{a}{g} \frac{d\left(\frac{Q}{S}\right)}{dt} \pm \frac{dH}{dt} = -a \cdot j \Rightarrow \frac{d}{dt} \left(\frac{a \cdot Q}{g \cdot S} \pm H \right) = -a \cdot j$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{a \cdot Q}{g \cdot S} \pm H \right) + a \cdot j = 0 \quad (3.9)$$

La méthode des caractéristiques transforme les deux équations de Saint Venant aux dérivées partielles en quatre équations différentielles totales, celles-ci sont exprimées sous forme de différences finies.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \pm a \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{a \cdot Q}{g \cdot S} \pm H \right) + a \cdot j = 0 \end{cases} \quad (3.10)$$

Donc, la méthode des caractéristiques transforme les deux équations aux dérivées partielles de l'écoulement non permanent en quatre équations différentielles totales. Ces quatre équations peuvent être intégrées, sur le domaine d'intérêt, en se basant sur la méthode des différences finies pour obtenir des expressions algébriques faciles à manipuler numériquement.

Le signe positif intervient lorsque $dx/dt = u + a \approx a \Rightarrow dx = a \cdot dt$ alors que le signe négatif intervient lorsque $dx/dt = u - a \approx -a \Rightarrow dx = -a \cdot dt$.

3.2.1 Intégration du système différentiel

Chapitre III Méthodes de résolution des équations de l'écoulement transitoire et conditions aux limites

Pour effectuer l'intégration du système différentiel obtenu, il est conseillé de discrétiser le réseau en un certain nombre de nœuds. Ces nœuds de discrétisation seront supposés suffisamment proches pour qu'ils permettent d'écrire :

$$dF(x, t) = F(i + 1) - F(i)$$

avec :

F est une fonction tel que H ou Q aux points de discrétisation successifs i et i+1 (Ouragh 1971).

La **figure 3** montre le maillage dans le temps et dans l'espace du réseau d'adduction exposé à l'écoulement transitoire.

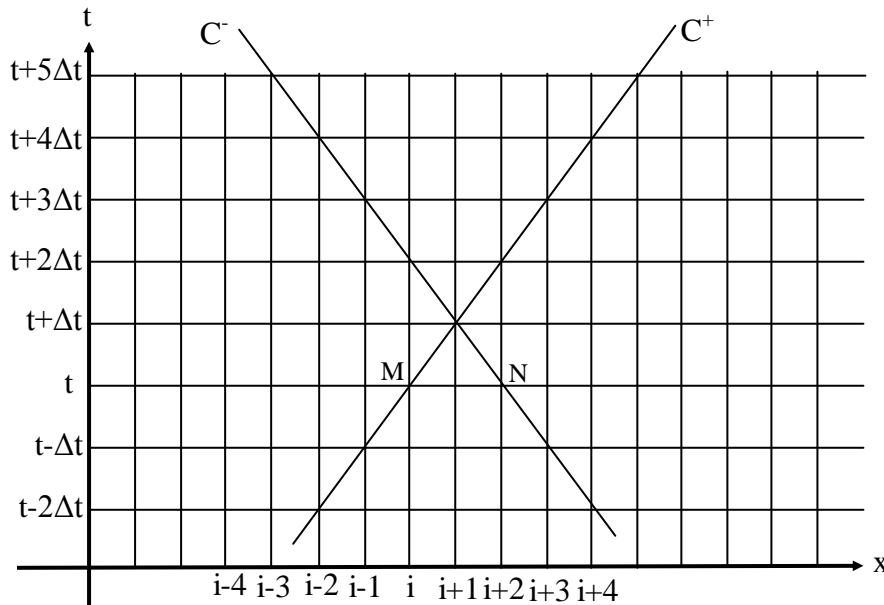


Figure (3.1): Schéma de la discrétisation d'un réseau d'adduction sous pression dans le temps et dans l'espace

Nous supposons que la charge et le débit sont connus le long de la conduite au temps t. Intégrant l'équation caractéristique passant par M de coordonnées (i,t) entre deux instants t et (t+Δt), donc nous passons du point i au temps t au point (i+1) au temps (t+Δt).

$$\left(\frac{dH}{dt} + \frac{a}{g.S} \frac{dQ}{dt} + a.j = 0 \right) . dt \Rightarrow dH + \frac{a}{g.S} dQ + j . dx = 0 \quad (3.11)$$

$$\int dH + \frac{a}{g.S} \int dQ + \int j dx = 0$$

$$\int_{H(i)}^{H(i+1)} dH + \frac{a}{g.S} \int_{Q(i)}^{Q(i+1)} dQ + \int_{x(i)}^{x(i+1)} j dx = 0$$

Où : a : célérité d'onde (m/s) [19];

$$a = \left(\sqrt{\frac{K}{\rho}} \right) / \left(\sqrt{1 + \frac{K.D.C}{E.e_1}} \right) \quad (3.12)$$

Chapitre III Méthodes de résolution des équations de l'écoulement transitoire et conditions aux limites

K : module d'élasticité du liquide, pour l'eau $K=2,07 \cdot 10^9$ Pascals ;

E : module d'élasticité du matériau constituant le réseau.

e_1 : épaisseur de la conduite en m ;

C=1 puisque on considère que la conduite étudiée est à paroi mince ;

ρ : masse volumique du liquide, pour l'eau $\rho= 10^3 \text{kg/m}^3$;

S : section transversale de la conduite (m^2) ;

g : accélération de la pesanteur (m/s^2).

Comme dans le cas général, on n'a aucune idée sur le sens de l'écoulement du liquide dans la conduite, il est plus commode d'exprimer j par la relation suivante :

$$j = \frac{\lambda}{2 \cdot g \cdot d \cdot S^2} Q \cdot |Q| \quad (3.13)$$

avec :

d : diamètre intérieur de la conduite en m ;

λ : coefficient de frottement, il est donné par la formule implicite de Colebrook-White:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left(\frac{\varepsilon}{3,71d} + \frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} \right) \quad (3.14)$$

avec :

Re : le nombre de Reynolds

$$Re = \frac{U \cdot d}{\nu} \quad (3.15)$$

Où :

U : la vitesse moyenne d'écoulement en (m/s) ;

d : diamètre intérieur de la conduite en (m) ;

ν : est la viscosité cinématique en (m^2/s), pour l'eau elle est donnée par l'expression de

Poiseuille ainsi écrite.

$$\nu = \frac{0,0178}{1 + 0,0337t + 0,000221t^2} \cdot 10^{-4} \quad (3.16)$$

Où t est la température du liquide [24]

En phase transitoire où ($2320 < Re < 4000$), le coefficient de frottement est donné par la formule de Frenkel qui s'écrit [24] :

$$\lambda = \frac{2,7}{Re^{0,53}} \quad (3.14 a)$$

En régime laminaire où ($Re < 2320$) et pour les conduites circulaires, le coefficient de frottement est donné par l'expression suivante [23] [24] :

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad (3.14b)$$

Posons :

$$B = \frac{\lambda}{2 \cdot g \cdot d \cdot S^2} \quad (3.17)$$

$$R = \frac{a}{g \cdot S} \quad (3.18)$$

Où le paramètre R, traduisant l'effet de résistance à l'écoulement et les éléments de ce paramètre sont : a : célérité d'onde (m/s) ; g : l'accélération de la pesanteur en (m/s²) ; S : section transversale de la conduite (m²).

Introduisant (3.17) et (3.18) dans l'expression précédente après intégration on aura :

$$(H(i+1) - H(i)) + R(Q(i+1) - Q(i)) + B \int_{x(i)}^{x(i+1)} Q \cdot |Q| \cdot dx = 0 \quad (3.19)$$

Donc, les deux premières intégrales de l'équation précédente peuvent être facilement évaluées. Cependant, la réalisation de la troisième intégrale représentant les pertes de charge n'est pas facile car la variation de Q au fil du temps n'est pas connue explicitement, et afin de surmonter cette lacune, il a été trouvé dans les recherches de Wylie et Streeter qu'un schéma du premier ordre est considéré satisfaisant pour la plupart des cas pratiques à l'exception du cas où la dissipation par frottement est dominante (Wylie and Streeter, 1978), et du fait que les pertes de charge ne sont pas connues, au préalable, cette intégrale sera donc calculée sur la base du schéma numérique mixte qui est, selon De Almeida et Koelle [26], le meilleur, en particulier lorsque le frottement est prépondérant. Ce schéma permet d'écrire la troisième intégrale sous la forme suivante :

$$B \int_{x(i)}^{x(i+1)} Q \cdot |Q| \cdot dx = B \cdot ((Q(i) \cdot |Q(i+1)|)) \int_{x(i)}^{x(i+1)} dx$$

Où, le terme suivant est le schéma mixte d'estimation du débit.

$$B \cdot ((Q(i) \cdot |Q(i+1)|)) \quad (3.20)$$

3.2.1.1 Schéma numérique mixte pour calculer la caractéristique positive (CP)

Pour ce schéma, la dernière intégrale s'écrit :

$$B \int_{x(i)}^{x(i+1)} Q \cdot |Q| \cdot dx = B \cdot ((Q(i) \cdot |Q(i+1)|)) \int_{x(i)}^{x(i+1)} dx = B \cdot ((Q(i) \cdot |Q(i+1)|)) \cdot (x(i+1) - x(i))$$

D'où l'expression (3.19) devient :

$$(H(i+1) - H(i)) + R(Q(i+1) - Q(i)) + B \cdot ((Q(i) \cdot |Q(i+1)|)) \cdot (x(i+1) - x(i)) = 0$$

$$(H(i+1) - H(i)) + R(Q(i+1) - Q(i)) + B \cdot ((Q(i+1) \cdot |Q(i)|)). (x(i+1) - x(i)) = 0$$

Posons $T=B \cdot (x(i+1)-x(i))=B \cdot \Delta x$

$$H(i+1) + RQ(i+1) - H(i) - RQ(i) + T \cdot ((Q(i+1) \cdot |Q(i)|)) = 0$$

$$H(i+1) + RQ(i+1) = H(i) + RQ(i) - T \cdot ((Q(i+1) \cdot |Q(i)|))$$

Posons :

$$H(i+1) + RQ(i+1) = CP \quad (3.21)$$

$$CP = H(i) + RQ(i) - T \cdot ((Q(i+1) \cdot |Q(i)|)) \quad (3.22)$$

De la même manière, se fait de l'intégration de l'équation caractéristique (CM) passant par le point N de coordonnées (i+2) et t entre deux instants t et (t+Δt).

Passant du point (i+2) au temps t au point (i+1) au temps (t+Δt)

$$\int_{H(i+1)}^{H(i+2)} dH - \frac{a}{g \cdot S} \int_{Q(i+1)}^{Q(i+2)} dQ + \int_{x(i+1)}^{x(i+2)} j dx = 0$$

Intégrant l'équation caractéristique passant par N de coordonnées (i+2,t) entre deux instants t et (t+Δt), donc nous passons du point (i+2) au temps t au point (i+1) au temps (t+Δt).

$$\int dH = \frac{a}{g \cdot S} \int dQ + \int j dx$$

$$\int_{H(i+1)}^{H(i+2)} dH - \frac{a}{g \cdot S} \int_{Q(i+1)}^{Q(i+2)} dQ + \int_{x(i+1)}^{x(i+2)} j dx = 0$$

Comme dans le cas général, on n'a aucune idée sur le sens de l'écoulement du liquide dans la conduite, il est plus commode d'exprimer j par la relation suivante :

$$j = \frac{\lambda}{2 \cdot g \cdot d \cdot S^2} Q \cdot |Q|$$

Posons :

$$B = \frac{\lambda}{2 \cdot g \cdot d \cdot S^2} \text{ et } R = \frac{a}{g \cdot S}$$

et les introduisant dans l'expression précédente après intégration on aura :

$$(H(i+2) - H(i+1)) - R(Q(i+2) - Q(i+1)) + B \int_{x(i+1)}^{x(i+2)} Q \cdot |Q| \cdot dx = 0 \quad (3.23)$$

Donc nous pouvons facilement évaluer les deux premières intégrales de l'équation précédente. Cependant, nous ne pouvons faire de même pour la troisième intégrale représentant les pertes de charge car nous ne connaissons pas explicitement la variation de Q avec le temps, alors cette intégrale sera calculée également en se basant sur le schéma mixte, précités lors du calcul de la caractéristique positive CP. Ce privilège est octroyé au schéma mixte à cause de la méconnaissance antérieure de la valeur du frottement est ce que elle est dominante ou non. Pour la caractéristique négative CM, ce schéma s'écrit comme suit:

$$B \int_{x(i+1)}^{x(i+2)} Q \cdot |Q| \cdot dx = B \cdot ((Q(i+1) \cdot |Q(i+2)|)) \cdot (x(i+2) - x(i+1)) \quad (3.24)$$

3.2.1.2 Schéma numérique mixte pour calculer la caractéristique négative (CM)

Pour ce schéma, la dernière intégrale s'écrit :

$$B \int_{x(i+1)}^{x(i+2)} Q \cdot |Q| \cdot dx = B \cdot ((Q(i+1) \cdot |Q(i+2)|)) \int_{x(i+1)}^{x(i+2)} dx = B \cdot ((Q(i+1) \cdot |Q(i+2)|)) \cdot (x(i+2) - x(i+1))$$

D'où l'expression de base devient :

$$(H(i+2) - H(i)) - R(Q(i+2) - Q(i+1)) + B \cdot ((Q(i+1) \cdot |Q(i+2)|)) \cdot (x(i+2) - x(i)) = 0$$

Posons $T=B \cdot (x(i+2)-x(i+1))=B \cdot \Delta x$

$$H(i+2) - RQ(i+2) - H(i+1) + RQ(i+1) + T \cdot ((Q(i+1) \cdot |Q(i+2)|)) = 0$$

$$H(i+2) - RQ(i+2) + T \cdot ((Q(i+1) \cdot |Q(i+2)|)) = H(i+1) - RQ(i+1)$$

Posons :

$$H(i+1) - RQ(i+1) = CM \quad (3.25)$$

$$CM = H(i+2) - RQ(i+2) + T \cdot ((Q(i+1) \cdot |Q(i+2)|)) \quad (3.26)$$

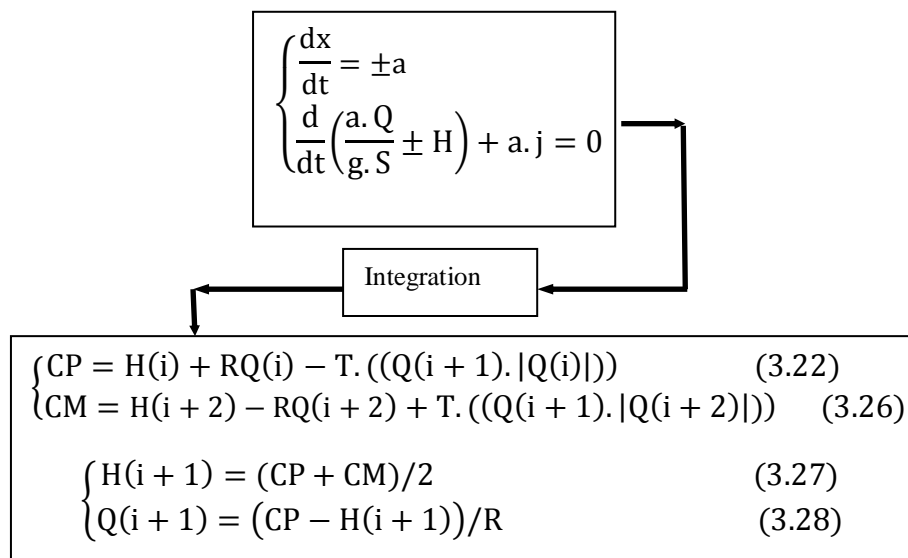


Figure (3.2): Relations algébriques obtenues après l'intégration des équations différentielles totales

Les dernières expressions permettent de calculer les valeurs de la charge totale et du débit, en écoulement transitoire, aux nœuds intérieurs. Toutefois, le calcul des valeurs de ces paramètres aux frontières nécessite d'autres expressions supplémentaires en relativité avec les conditions aux limites des cas à étudier. Alors que le calcul de la pression en bar, à n'importe quel nœud du système hydraulique, requière l'utilisation de l'expression suivante :

$$P(i + 1) = (H(i + 1) - (NGL)). (\rho. g/10^5) \quad (3.29)$$

Où, $P(i+1)$: la pression au nœud choisi en bar ; $H(i+1)$: la charge totale à ce nœud en m ; NGL : Natural Ground Level en m ; ρ : la masse volumique du fluide en (m^3/s) ; g : l'accélération de la pesanteur en (m/s^2) .

3.2.2 Conditions aux limites

Les équations aux caractéristiques sont insuffisantes pour décrire l'écoulement non permanent, ce qui explique pourquoi nous allons définir ci-après les conditions limites dont nous aurons besoin pour le reste du travail.

3.2.2.1 Conditions aux limites au niveau d'un réservoir d'alimentation à niveau constant

Pour mettre en évidence les bonnes conditions aux limites à la sortie d'un réservoir, il faut d'abord supposer que le réservoir est de grandes dimensions afin de négliger la variation du plan d'eau à l'intérieur de celui-ci lors de la génération de l'écoulement transitoire.

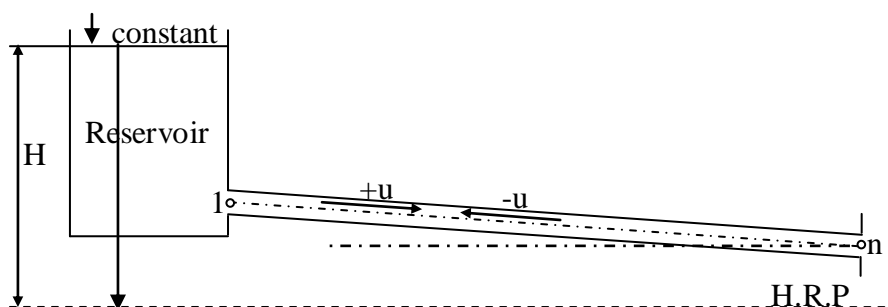


Figure (3.3): Sortie de l'eau à partir d'un réservoir à charge constante

$H(1)=H_R$ en négligeant les pertes de charge à l'entrée du réservoir ainsi que la hauteur due à l'énergie cinétique donnée par l'expression suivante :

$$\frac{u_0^2}{2g} \approx 0$$

Où H_R est le niveau du plan d'eau dans le réservoir et $H(1)$ est la charge relative au niveau de l'orifice du réservoir.

Lorsque une vanne est placée à l'extrémité aval de la conduite et elle est subitement fermée, une onde de surpression est générée pour se propager vers le réservoir où elle sera réfléchiée en une onde de dépression dont l'équation dans le plan (Q,H) s'écrit :

$$\begin{cases} CN = H(1) - R \cdot Q(1) \Rightarrow CN = H_R - R \cdot Q(1) \\ \text{ou } CN = H(2) - Q(2)(R - T \cdot |Q(2)|) \end{cases}$$

H(2) et Q(2) sont des quantités calculées au temps (t) donc :

$$Q(1) = (H_R - CN)/R \quad (3.30)$$

3.2.2.2 Conditions aux limites au niveau d'une vanne placée à l'extrémité d'un réseau d'adduction

Les systèmes hydrauliques sont équipés de vannes qui contribuent à une bonne gestion. Cependant, la manière dont ils sont manipulés peut conduire à des perturbations indésirables affectant tous les paramètres hydrauliques. A cet effet, et du fait de sa présence en bout de canalisation ou à des endroits particuliers, le calcul de la pression et du débit à ce nœud se fait en fonction de la caractéristique positive du nœud précédent et Ainsi, les équations de ce nœud s'écrivent comme suit:

$$\begin{cases} H(n) + R \cdot Q(n) = CP \\ CP = H(n - 1) + Q(n - 1)(R - T \cdot |Q(n - 1)|) \\ Q(n) = (CP - H(n))/R \end{cases}$$

Toutefois, dans le cas où la fermeture est commandée le débit à la vanne suit, au fil du temps, une fonction dépendant de la loi de fermeture choisie et dans ce cas la charge totale à la vanne prend la relation suivante :

$$H(n) = CP - R \cdot Q(n) \quad (3.31)$$

Le débit au nœud N est étroitement lié à la vitesse moyenne d'écoulement à travers la vanne. Cette vitesse peut prendre des lois concave, linéaire ou convexe. Pour cela, il primordial de la clarifier en donnant sa relation.

$$u_f = (u_0 - u_\tau) \left[1 - \left(\frac{i \cdot \Delta t}{Ct} \right)^m \right] + u_\tau \quad (3.32)$$

Où $0 \leq i \leq N$, $Ct = N \cdot \Delta t$, $0 \leq m < \infty$, u_0 est la vitesse initiale du fluide, u_τ est la vitesse du fluide à la fin de l'opération de fermeture, Δt est le pas du temps et m est un exposant déterminant le type de la loi de fermeture de la vanne.

- $m = 0$, la loi de fermeture est instantanée et la vitesse passé instantanément de la valeur en écoulement permanent à une valeur finale égale à zéro en écoulement transitoire ($Ct = 0$, $Q(n) = 0$ et $H(n) = CP$).

Chapitre III Méthodes de résolution des équations de l'écoulement transitoire et conditions aux limites

- $-1 < m < \infty$, les lois de fermeture sont de types convexes où la vitesse moyenne se caractérise par une faible diminution du débit au début du temps de fermeture (Ct) et une augmentation rapide au dernier temps de fermeture.

- $0 < m < 1$, les lois de fermeture suivent des fonctions concaves où la vitesse moyenne d'écoulement se caractérise par une forte décroissance initiale au premier temps de fermeture (Ct), suivie d'une décroissance lente la plupart du reste temps.

- $m = 1$, la loi de fermeture suit une loi linéaire dans laquelle la vitesse d'écoulement moyenne entre en réduction uniforme pendant toute la durée de la fermeture [27] [28].

si la vitesse du fluide à la fin de l'opération de fermeture est nul $u_{\tau=0}$ la relation précédente s'écrit comme suit:

$$u_f = u_0 \left[1 - \left(\frac{i \cdot \Delta t}{Ct} \right)^m \right] \quad (3.33)$$

Le débit volumique à travers une vanne en fermeture s'écrit :

$$Q = u \cdot S_C = u \cdot \varepsilon_1 \cdot S \quad (3.34)$$

Où, S_C est la section contractée et ε_1 est le coefficient de contraction de la section.

$$Q(t) = u_0 \left[1 - \left(\frac{i \cdot \Delta t}{Ct} \right)^m \right] \cdot \varepsilon_1 \cdot S \quad (3.35)$$

En écoulement permanent le débit volumique s'écrit comme suit:

$$Q_0 = u_0 \cdot S \quad (3.36)$$

Ce qui permettra d'écrire l'expression du débit au nœud n comme suit :

$$Q_n(t) = \varepsilon_1 \cdot Q_0 \left[1 - \left(\frac{i \cdot \Delta t}{Ct} \right)^m \right] \quad (3.37)$$

La figure 7 montre les courbes enveloppes de quelques lois possibles pour la fermeture lente d'une vane dans un système hydraulique.

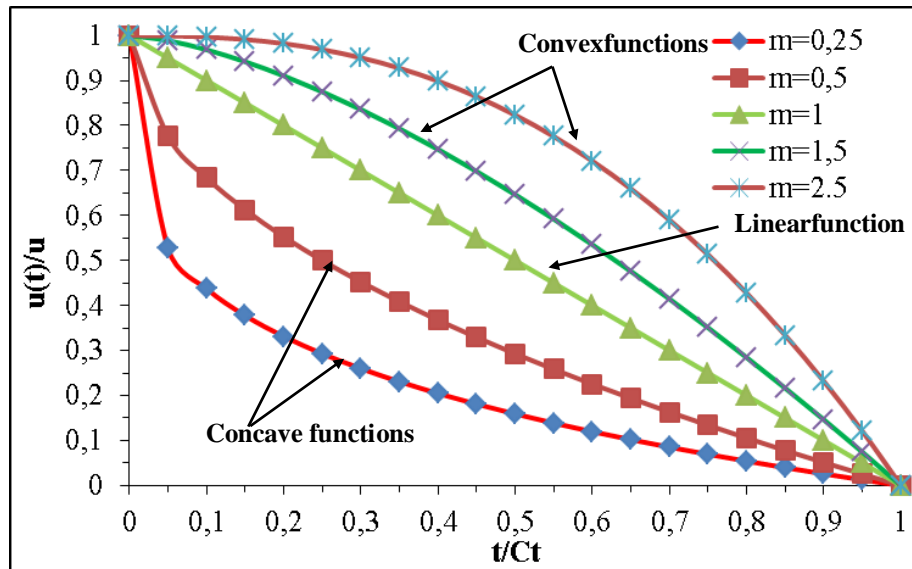


Figure (3.4): Fonctions de fermeture correspondant à différentes valeurs de m

L'exposant m, de l'expression de Q au nœud n, génère l'infini de fonctions de Q et par conséquent la recherche de la valeur optimale de cet exposant s'avère une priorité majeure pour une gestion optimale.

3.2.3 Condition de stabilité de la méthode des caractéristiques

La stabilité de la méthode des caractéristiques (MOC) est assurée lorsque le critère de stabilité Sc est inférieur ou égal à 1.

$$Sc = \frac{a \cdot \Delta t}{\Delta x} = \frac{a \cdot N \cdot \Delta t}{L} \leq 1 \quad (3.38)$$

Où, a : la célérité d'onde en (m/s) ; Δt : le pas du temps ; Δx : le pas d'espace ; N : nombre de nœuds de déssectorisation ; L : longueur de la canalisation.

En général, la MOC donne des résultats numériques lorsque $Sc = 1,0$ [29].

3.3. La méthode des différences finies

La méthode consiste à remplacer les dérivées partielles par des opérateurs de différences finies basés sur des intervalles de temps et d'espace finis Δt et Δx , puis à résoudre les équations algébriques obtenues en tenant compte des conditions initiales et aux limites. Ainsi, le domaine de variation continu du problème se trouve transformé en un ensemble finis de points (nœuds) où la solution sera recherchée. Ce domaine discret est alors délimité par des frontières formant par conséquent un réseau de points de calcul, appelé aussi grille de calcul

3.3.1 Approximation en différences finies

La méthode des différences finies consiste à remplacer les dérivées partielles aux points du maillage par des développements de séries de Taylor comme suit : Soit $f(x)$ une fonction quelconque, le développement en série de Taylor de cette fonction aux voisinages $i+1$ et $i-1$ s'écrit :

$$f(x_{i+1}) = f(x_i + \Delta x) = f(x_i) + \Delta x \frac{\partial f(x_i)}{\partial x} + \dots + \frac{(\Delta x)^n}{n!} \frac{\partial^n f(x_i)}{\partial x^n} + \varepsilon(\Delta x^{n+1}) \quad (3.39)$$

$$f(x_{i-1}) = f(x_i - \Delta x) = f(x_i) - \Delta x \frac{\partial f(x_i)}{\partial x} + \dots + (-1)^n \frac{(\Delta x)^n}{n!} \frac{\partial^n f(x_i)}{\partial x^n} + \varepsilon(\Delta x^{n+1}) \quad (3.40)$$

Où, $\varepsilon(\Delta x^{n+1})$ est l'erreur de troncature d'ordre $n+1$

Pour l'approximation des dérivées spatiales premières, et en négligeant l'erreur de troncature, le développement en série de Taylor permet de formuler les possibilités suivantes :

- Schéma direct inverse de la dérivée première

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_i = \frac{f_{i+1}^n - f_i^n}{\Delta x} \quad (3.41)$$

- Schéma inverse de la dérivée première

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_i = \frac{f_i^n - f_{i-1}^n}{\Delta x} \quad (3.42)$$

- Schéma central de la dérivée première

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_i = \frac{f_{i+1}^n - f_{i-1}^n}{2\Delta x} \quad (3.43)$$

Pour les dérivées spatiales secondes de la fonction $f(x,t)$, elles s'obtiennent de façon similaire. Le schéma central de dérivée seconde s'écrit :

$$\left(\frac{\partial^2 f(x_i)}{\partial x^2}\right)_i = \frac{f_{i+1}^n - 2f_i^n + f_{i-1}^n}{\Delta x^2} \quad (3.44)$$

Où, f_{i-1}^n , f_i^n et f_{i+1}^n représentent les valeurs de la fonction aux points (x_{i-1}, t_n) , (x_i, t_n) et (x_{i+1}, t_n) .

Les problèmes des écoulements transitoires étant gouvernés par des équations aux dérivées partielles, on peut appliquer aisément ce développement pour une fonction à deux variables ou plus. Ayant $f(x,t)$ comme fonction de l'espace et du temps, on procédera à la discrétisation du plan x,t en un réseau (maillage) orthogonal, formant ainsi une grille de nœuds de calcul comme il est indiqué sur la figure (3.5).

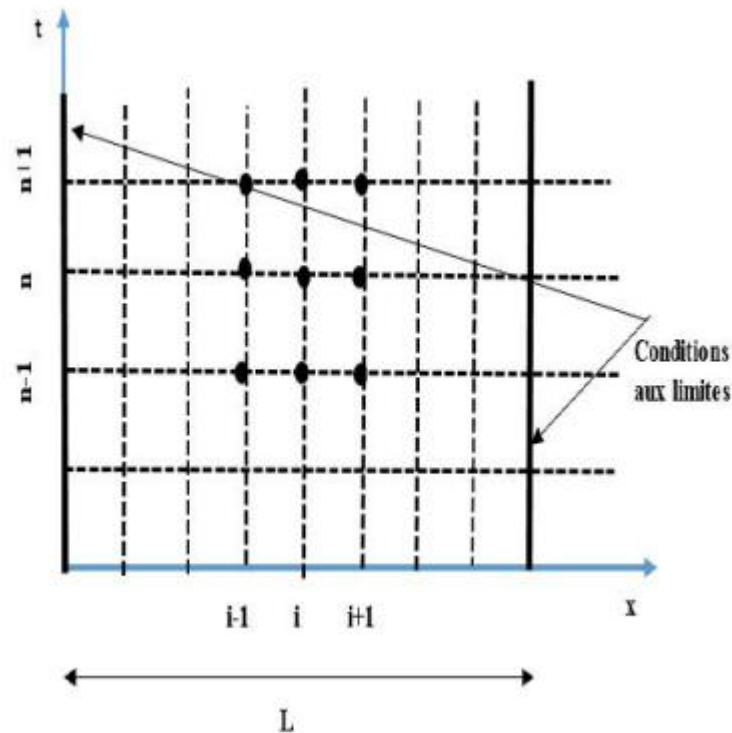


Figure (3.5): Maillage orthogonal en fonction de la direction x et du temps de la méthode des différences finies

En ce qui est de la dérivée première par rapport au temps, on adopte en général un schéma décentré en avant, et un schéma centré quant à la dérivée seconde :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_n = \frac{f_i^{n+1} - f_i^n}{\Delta t} \quad (3.45)$$

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial t^2}\right)_i = \frac{f_i^{n+1} - 2f_i^n + 2f_i^{n-1}}{\Delta t^2} \quad (3.46)$$

3.3.2 Schémas explicites et implicites Suivant la façon de discrétisation de l'équation aux dérivées partielles, deux cas se distinguent pour la méthode des différences finies

3.3.2 Schéma explicite

Le schéma est dit alors explicite. C'est-à-dire, les caractéristiques de l'écoulement à un temps donné sont exprimées en fonction des caractéristiques de celui-ci supposées connues à l'instant précédent, de ce fait, ce qui se passe au temps $t + \Delta t$ ne dépend que du passé au temps t (Figure (3.6)).

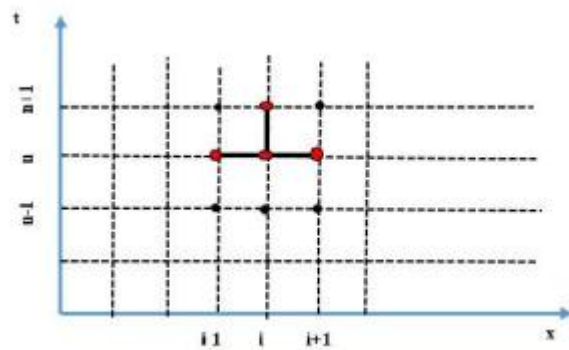


Figure (3.6) : Maillage d'un schéma explicite en différences finies

3.3.3 Schéma implicite A l'opposé, si les caractéristiques de l'écoulement à un temps donné $t + \Delta t$ sont approchées en fonction de la solution précédente trouvée au temps t , et des valeurs recherchées au temps même du calcul $t + \Delta t$, la liaison est implicite, et le schéma est dit par conséquent implicite, comme il est indiqué dans le maillage de la Figure (3.6).

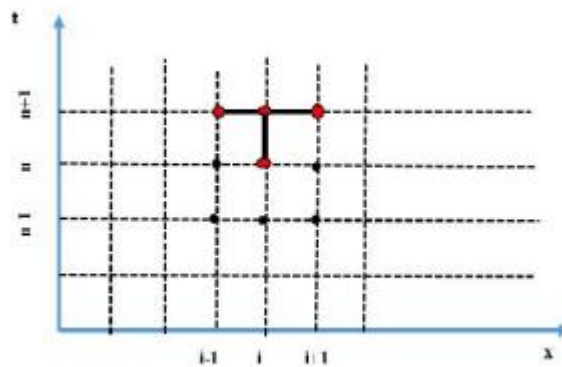


Figure (3.7) : Maillage d'un schéma implicite en différences finies

- Schéma directe inverse de la dérivée première

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_i = \frac{f_{i+1}^{n+1} - f_i^{n+1}}{\Delta x} \quad (3.47)$$

-Schéma inverse de la dérivée première

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_i = \frac{f_i^{n+1} - f_{i-1}^{n+1}}{\Delta x} \quad (3.48)$$

- Schéma central de la dérivée première

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_i = \frac{f_{i+1}^{n+1} - f_{i-1}^{n+1}}{2\Delta x} \quad (3.49)$$

Pour les dérivées spatiales secondes de la fonction $f(x,t)$, elles s'obtiennent de façon similaire. Le schéma central de dérivée seconde s'écrit :

$$\left(\frac{\partial^2 f(x_i)}{\partial x^2}\right)_i = \frac{f_{i+1}^{n+1} - 2f_i^{n+1} + f_{i-1}^{n+1}}{\Delta x^2} \quad (3.50)$$

3.3.4 Schéma mixte ou schémade Crank-Nicolson

- Schéma directe inverse de la dérivée première

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_i = \frac{1}{2} \frac{f_{i+1}^n - f_i^n}{\Delta x} + \frac{1}{2} \frac{f_{i+1}^{n+1} - f_i^{n+1}}{\Delta x} \quad (3.51)$$

-Schéma inverse de la dérivée première

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_i = \frac{1}{2} \frac{f_i^n - f_{i-1}^n}{\Delta x} + \frac{1}{2} \frac{f_i^{n+1} - f_{i-1}^{n+1}}{\Delta x} \quad (3.52)$$

- Schéma central de la dérivée première

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_i = \frac{1}{2} \frac{f_{i+1}^n - f_{i-1}^n}{2\Delta x} + \frac{1}{2} \frac{f_{i+1}^{n+1} - f_{i-1}^{n+1}}{2\Delta x} \quad (3.53)$$

Pour les dérivées spatiales secondes de la fonction f(x,t), elles s'obtiennent de façon similaire. Le schéma central de dérivée seconde s'écrit :

$$\left(\frac{\partial^2 f(x_i)}{\partial x^2}\right)_i = \frac{1}{2} \frac{f_{i+1}^n - 2f_i^n + f_{i-1}^n}{\Delta x^2} + \frac{1}{2} \frac{f_{i+1}^{n+1} - 2f_i^{n+1} + f_{i-1}^{n+1}}{\Delta x^2} \quad (3.54)$$

Les deux schémas mixte et implicite sont inconditionnellement stables alors que le schéma explicite est conditionnellement stable, c'est-à-dire il oblige l'utilisateur de ce schéma de rechercher le critère de stabilité de son problème.

3.3.5 Critère de stabilité et choix des pas d'espace et de temps

Théoriquement les critères de stabilité numérique pour les schémas de résolution des équations différentielles aux dérivées partielles ne peuvent être déterminés que pour des équations linéaires.

Pour des équations non linéaires, des critères peuvent être déterminés en résolvant ces équations pour différentes valeurs de $(\Delta x / \Delta t)$ et en faisant une analyse des résultats obtenus. Le critère de stabilité du schéma de résolution par la méthode des différences finies exposé précédemment est déterminé analytiquement en utilisant le critère de stabilité de John Von Neumann. Ce critère est le respect de l'inégalité

$$\Delta x \geq a \Delta t \quad (3.55)$$

Où ΔX : pas d'espace

Δt : pas de temps

a : célérité de l'onde

Ainsi le choix du pas d'espace et du pas de temps devrait être fait en respectant le critère de stabilité.

3.3.6 Application de la méthode des différences finies aux équations de Saint Venant

Les équations gouvernant les écoulements transitoires dans les conduits sous pression sont données par les équations du système suivant:

$$\begin{cases} a \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho \cdot a} \left(\frac{\partial P}{\partial t} + u \frac{\partial P}{\partial x} \right) = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = -g(\sin(\alpha) + j) \end{cases} \quad (3.1)$$

Les équations du système précédent peuvent être simplifiées en éliminant les termes relativement petits par rapport aux autres membres. Par exemple, dans diverses applications, les termes $u(\partial u/\partial x)$ et $u(\partial P/\partial x)$ sont négligeables devant respectivement $\partial u/\partial t$ et $\partial P/\partial t$, ainsi en les éliminant les équations deviennent :

$$\begin{cases} a \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho \cdot a} \frac{\partial P}{\partial t} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = -g(\sin(\alpha) + j) \end{cases} \quad (3.56)$$

Pour introduire dans ces équations, à la place de P et u des variables d'utilisation plus courante H et Q, on peut écrire les relations suivantes:

$$P = \rho g (H - Z)$$

Où H : hauteur piézométrique,

Z : hauteur statique conduite

$$Q = u S \text{ Débit volumique}$$

Pour une conduite horizontale ($dz/dx=0$) et $\sin(\alpha) = 0$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial(\rho g(H - Z))}{\partial t} = \rho g \frac{\partial H}{\partial t} \quad (3.57)$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial(\rho g(H - Z))}{\partial x} = \rho g \frac{\partial H}{\partial x} \quad (3.58)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{S} \frac{\partial Q}{\partial t} \quad (3.59)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{S} \frac{\partial Q}{\partial x} \quad (3.60)$$

En remplaçant les dérivées partielles par leurs expressions dans les équations simplifiées du système d'équations de Saint Venant on obtient :

$$\begin{cases} a \left(\frac{1}{S} \frac{\partial Q}{\partial x} \right) + \frac{1}{\rho \cdot a} \left(\rho g \frac{\partial H}{\partial t} \right) = 0 \\ \frac{1}{S} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \rho g \frac{\partial H}{\partial x} = -g(j) \end{cases} \quad (3.61)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{gS} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + gS \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\lambda Q |Q|}{2Sd} = 0 \end{cases} \quad (3.62)$$

Chapitre III Méthodes de résolution des équations de l'écoulement transitoire et conditions aux limites

Les équations du régime permanent peuvent être déduites de celles du régime transitoire en éliminant les termes de dérivation en fonction du temps.

Dans l'objectif d'obtenir des équations algébriques, un schéma explicite est utilisé pour décrire les dérivées partielles en fonction du temps et d'espace de H et Q.

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{H_i^{n+1} - H_i^n}{\Delta t} \quad (3.63)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{Q_i^{n+1} - Q_i^n}{\Delta t} \quad (3.64)$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{H_{i+1}^n - H_{i-1}^n}{2\Delta x} \quad (3.65)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{Q_{i+1}^n - Q_{i-1}^n}{2\Delta x} \quad (3.66)$$

L'indice i se réfère à l'espace et n au temps.

En remplaçant ces expressions dans les équations du système simplifié on obtient les expressions algébriques suivantes:

$$\begin{cases} \frac{H_i^{n+1} - H_i^n}{\Delta t} + \frac{a^2}{gS} \frac{Q_{i+1}^n - Q_{i-1}^n}{2\Delta x} = 0 \\ \frac{Q_i^{n+1} - Q_i^n}{\Delta t} + gS \frac{H_{i+1}^n - H_{i-1}^n}{2\Delta x} + \frac{\lambda \bar{Q}_i^n |\bar{Q}_i^n|}{2Sd} = 0 \end{cases} \quad (3.67)$$

Les expressions algébriques finales s'écrivent :

$$\begin{cases} Q_i^{n+1} = Q_i^n - \frac{\Delta t}{2gS\Delta x} (H_{i+1}^n - H_{i-1}^n) - \frac{\Delta t \lambda}{2Sd} (\bar{Q}_i^n |\bar{Q}_i^n|) \\ H_i^{n+1} = H_i^n - \frac{\Delta t a^2}{2gS\Delta x} (Q_{i+1}^n - Q_{i-1}^n) \end{cases} \quad (3.68)$$

Où

$$\bar{Q}_i = \frac{1}{2} (Q_{i+1}^n + Q_{i-1}^n) \quad (3.69)$$

$$x_i = i \Delta x \quad (3.70)$$

$$t_i = n \Delta t \quad (3.71)$$

L'utilisation de la méthode des différences pour la résolution du système d'équation régissant l'écoulement transitoire permettent de soulever les remarques suivantes :

- Méthode des différences finies simple à mettre en œuvre (développement limité en série de Taylor);

- Convergence quadratique si les solutions sont régulières;

- Permet de traiter la plupart des conditions limites;

- Mais limitée à des géométries rectangulaires.

C'est pourquoi, il est important d'être vigilant lors de l'utilisation de cette technique.

3.4 Conclusion

Le présent chapitre a dévoilé deux méthodes permettant de résoudre les équations de l'écoulement transitoire dans les réseaux sous pressions d'une part et d'autre part il a divulgué les conditions aux limites et initiales à utiliser lors de la mise en œuvre de ces deux techniques de résolution. Il a mis également en évidence la formule générale de fermeture des vannes. La l'expression optimale de cette dernière doit être déterminée pour chaque réseau d'adduction à part.

Chapitre IV

Etude de la célérité de propagation des ondes dans les conduites

4.1 Introduction

L'importance de la célérité de propagation d'onde dans les écoulements transitoires rend utile la compréhension de ses secrets a conduit à entamer ce chapitre par un aperçu bibliographique sur les méthodes principales permettant conduisant à donner des relations permettant à quantifier cette grandeur physique.

Par la suite, nous allons aborder les plus importantes hypothèses permettant de calculer la célérité de propagation d'onde dans les conduites enterrées et nous terminerons par la présentation des théories donnant les relations de la charge des terres de remblai.

4.2 Aperçu bibliographique sur la célérité d'onde

Pour le calcul de la célérité de propagation dans une conduite, **Allievi** a établi sa formule (déjà démontrée dans le chapitre trois) en se basant sur les conditions suivantes :

1) La Conduite à paroi mince, donc une répartition uniforme de la contrainte sur toute l'épaisseur de la conduite;

2) Les parois sont élastiques obéissantes à la loi de Hooke;

Appelons σ_1 et σ_2 successivement les contraintes longitudinale et radiale et ε_1 et ε_2 les déformations correspondantes et le module d'élasticité du matériau de la conduite et ν le coefficient de Poisson du matériau de la conduite.

$$\nu = -\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \quad (4.1)$$

La loi de Hooke permet d'écrire

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \nu \frac{\sigma_2}{E} \quad (4.2)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E} - \nu \frac{\sigma_1}{E} \quad (4.3)$$

3) Les efforts longitudinaux nuls (la conduite est considérée comme un ensemble d'anneaux sans aucune influence des uns sur les autres.

$$a = \left(\rho \left(\frac{\Delta \rho}{\rho \Delta P} + \frac{\Delta S}{S \Delta P} \right) \right)^{-1/2} \quad (4.4)$$

Où ρ , S et P sont respectivement la masse volumique du liquide, la section transversale de la conduite et la pression radiale.

Toutefois, pour un fluide peu compressible et une conduite élastique à paroi mince l'expression de la célérité s'écrit :

$$a = \left(\rho \left(\frac{1}{K} + \frac{d}{Ee} C \right) \right)^{-1/2} \quad (4.5)$$

Avec :

- ε : Elasticité du fluide,
- D : Diamètre intérieur du tuyau,
- E : Module de YOUNG du tuyau,
- e : Epaisseur du tuyau,
- C : Traduit l'influence de la contrainte longitudinale. [3], [18]

Cette dernière expression peut mieux servir pour déterminer la relation de la célérité d'onde pour les conduites non enterrées en écrivant sa la relation comme suit:

$$a = \frac{\sqrt{\left(\frac{K}{\rho}\right)}}{\sqrt{1 + \frac{K d}{E e} C}} \quad (4.6)$$

Pour l'eau on a :

- $K = 2,07 \cdot 10^9$ Pascal
- $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$

Et la célérité d'onde prend l'expression suivante :

$$a = \frac{1430}{\sqrt{1 + \frac{2,07 \cdot 10^9 d}{E e} C}} \quad (4.7)$$

La célérité d'onde ne peut donc dépasser 1430 m/sec, célérité du son dans l'eau, et s'en rapproche pour les matériaux très rigides (module de Young E très grand).

Elle ne dépend plus que :

- du rapport E/C donc du matériau qui compose la conduite;
- du rapport d/e donc des dimensions de la conduite;
- Du terme f qui traduit l'influence de la contrainte longitudinale de la conduite.

Mais en pratique, on a souvent des conduites ayant des parois plus au moins épaisses et soumises à différents efforts longitudinaux. C'est pour cette raison que beaucoup d'efforts se sont développés pour généraliser l'expression de la célérité d'onde.

Jaeger étudia les cas de la conduite épaisse dans une galerie creusée dans un rocher ainsi que dans les galeries blindées, en tenant compte de la théorie des cylindres épais en résistance des matériaux, mais il a négligé le coefficient de Poisson et les efforts dans le sens longitudinal de la conduite. Jaeger propose pour les conduites épaisses la relation suivante :

$$a = \left(\rho \left(\frac{1}{K} + \frac{2 (r^2 + R^2)}{E (R^2 - r^2)} \right) \right)^{-1/2} \quad (4.8)$$

Où :

R et r sont respectivement les rayons intérieur et extérieur de la conduite.

Dans cette formule Jaeger n'a tenu compte que du module de Young du rocher et néglige celui du béton.

Parmakian étudia l'influence des efforts longitudinaux sur la célérité de propagation dans les conduites à parois minces uniquement, mais contrairement à ces deux premiers il a considéré l'influence des contraintes et déformations longitudinales de la conduite en introduisant un terme supplémentaire de la déformabilité $\Delta L/L\Delta P$ dans l'expression de la célérité.

$$a = \left(\rho \left(\frac{\Delta \rho}{\rho \Delta P} + \frac{\Delta S}{S \Delta P} + \frac{\Delta L}{L \Delta P} \right) \right)^{-1/2} \quad (4.9)$$

En définissant $(\Delta S/S\Delta P + \Delta L/L\Delta P) = K'$

Où K' est exprimé en fonction du module de poisson comme suit :

Cas a : $K' = 1 - \nu/2$ pour une conduite équipée de joints de dilatation ;

Cas b : $K' = 1 - \nu^2$ pour une conduite ancrée sur toute la longueur ;

Cas c : $K' = 5/4 - \nu$ pour une conduite ancrée à l'amont et libre sur sa longueur.

Halliwell élargit les travaux de Parmakian pour inclure la conduite à parois épaisses tout en prenant en compte les contraintes et les déformations longitudinales de la conduite, mais il exprime la célérité de la même façon.

$$a = \left(\rho \left(\frac{\Delta \rho}{\rho \Delta P} + \frac{\Delta S}{S \Delta P} + \frac{\Delta L}{L \Delta P} \right) \right)^{-1/2} \quad (4.10)$$

avec,

$$\psi = E \left(\frac{\Delta S}{S \Delta P} + \frac{\Delta L}{L \Delta P} \right) \quad (4.11)$$

ψ dépend d'une part de la conduite étudiée et d'autre part des condition d'ancrage de cette dernière.

Ψ peut être relié avec K' de Parmakian par la relation $\psi=(d/e)K'$.

Le calcul d'Halliwell donne les mêmes résultats que ceux obtenus par Parmakian pour les cas d'ancrage b et c mais dans le cas a le calcul d'Halliwell aboutit à $\psi=d/e$ c'est-à-dire $K'=1$ alors que celui de Parmakian donne $K'=1-\nu/2$, cette différence vient du fait que Halliwell considère pour le cas a les joints sont absorbant et compensent les déformations longitudinales de la conduite, ce qui maintient la longueur totale constante et permet de prendre comme nul le terme de déformabilité longitudinale dans l'expression de la célérité.

Pour une galerie ayant deux revêtements (béton et tôle), Halliwell propose l'expression suivante pour calculer la célérité d'onde.

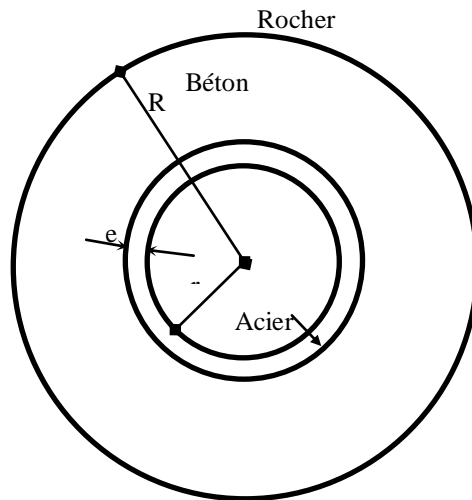


Figure. (4.1): Coupe schématique d'une galerie en rocher à double revêtements

$$a = \left(\rho \left(\frac{1}{K} + \frac{2r}{Ee} C \right) \right)^{-1/2} \quad (4.12)$$

avec,

$$\lambda = \frac{C = (1 - \nu^2)(1 - \lambda)}{(1 - \nu)r + \frac{Ee}{E_B} \left[\frac{E_B(R^2 + r^2(1 - 2\nu)) + E_r(1 - 2\nu)(R^2 - r^2)}{E_B(R^2 - r^2) + E_r(r^2 + R^2(1 - 2\nu))} \right]} \quad (4.13)$$

avec,

ν : coefficient de Poisson du rocher.

Dans sa relation Halliwell a introduit le coefficient de Poisson du rocher et le module de Young du béton E_B .

Pour une galerie en rocher brut l'expression de la célérité d'onde prend la forme suivante :

$$a = \left(\rho \left(\frac{1}{K} + \frac{2(1 + \nu)}{E} \right) \right)^{-1/2} \quad (4.14)$$

Avec :

□ ν : Coefficient de Poisson du rocher,

□ ε : Elasticité du fluide.

Pour une un seul revêtement en acier le coefficient C pour l'équation de la célérité d'onde d'une galerie à deux revêtements s'écrit :

$$C = \frac{(1 - \nu^2) + Ee}{E_r(1 - \nu)r + Ee} \quad (4.15)$$

Pour un seul revêtement en béton le coefficient f s'écrit :

$$C = \frac{(1 + \nu)(R - r)}{r} \left[\frac{E_B(R^2 + r^2(1 - 2\nu)) + E_r(1 - 2\nu)(R^2 - r^2)}{E_B(R^2 - r^2) + E_r(r^2 + R^2(1 - 2\nu))} \right] \quad (4.16)$$

Ce terme intervient dans l'expression suivante de la célérité :

$$a = \left(\left(\frac{\rho}{K} + \frac{2r}{E_b(R - r)} \right) \right)^{-1/2} \quad (4.17)$$

Massouh traitant les équations de continuité et de dynamique par la méthode d'Allievi ou par la méthode des caractéristiques a déterminé une nouvelle expression de la célérité de propagation qui tient compte des efforts longitudinaux dans les conduites à parois minces et épaisses.

$$a = \left(\rho \left(\frac{\Delta\rho}{\rho\Delta P} + \frac{\Delta S}{S\Delta P} \right) \right)^{-1/2} \quad (4.18)$$

Pour Massouh le coefficient C de la célérité d'onde peut être calculé selon le cas d'assemblage et d'ancrage de la conduite.

Cas a : Pour ce cas $K'=0$ d'où le coefficient C s'écrit :

$$C = \frac{d}{d + e} + 2(1 + \nu) \frac{e}{d} \quad (4.19)$$

Cas b : Pour ce cas $K'=2\nu$ et le coefficient C s'écrit :

$$C = (1 - \nu^2) \frac{d}{d + e} + 2(1 + \nu) \frac{e}{d} \quad (4.20)$$

Cas c : Pour ce cas $K'=\nu^2$ d'où le coefficient C s'écrit :

$$C = \left(1 - \frac{\nu^3}{2} \right) \frac{d}{d + e} + 2(1 + \nu) \frac{e}{d} \quad (4.21)$$

Ces dernières expressions donnant le coefficient d'assemblage et d'encrage sont aussi valables pour les conduites épaisses.

Donc, il existe plusieurs formules permettant de calculer la célérité de l'onde de coup de

bélier dans les conduites sous pression. Cependant, la majorité de ces formules sont développées avec l'hypothèse d'une conduite à paroi simple non soumise à la pression externe.

Dans tous les cas, la forme originale, et générale donnant la célérité de l'onde de coup de bélier dans une conduite est exprimée par la relation suivante :

$$\frac{1}{a^2} = \rho \left(\frac{\Delta \rho}{\rho \Delta P} + \frac{\Delta S}{S \Delta P} \right) \quad (4.22)$$

Celle-ci montre l'effet de la compressibilité du liquide et de la déformabilité de la conduite respectivement par les termes $d\rho / (\rho dP)$ et $dS / (S dP)$.

Le professeur Salah a déterminé cette déformabilité pour le cas d'une conduite à multi parois enterrée (blindage, béton, sol), en tenant compte des différents coefficients de Poisson des matériaux formant cette conduite. Ainsi dans l'hypothèse d'une élasticité linéaire, des déformations longitudinales nulles, et d'épaisseur de blindage e_m bien inférieure au rayon.

Mais en réalité la plupart des conduites d'alimentation se trouvent enterrées, il est donc nécessaire de mettre en évidence des expressions permettant de calculer la célérité d'onde à l'intérieure de ce genre de conduites. La solution est apportée par le professeur Salah.

4.3 Calcul de la célérité d'onde dans les conduites enterrées

Le professeur Salah de son tour s'est basé sur les hypothèses de la raideur du sol et de la charge de précontrainte pour déterminer la célérité de propagation des ondes pour plusieurs cas des conduites enterrées. Les résultats auxquels il est parvenu en se basant sur ces deux hypothèses sont les suivantes : [3], [18]

4.3.1 Hypothèse de la raideur du sol

Le modèle mathématique proposé par ce professeur permet de calculer la célérité d'onde dans les conduites enterrées en tenant compte des caractéristiques mécaniques du sol environnant. Ce modèle est à la fois valable pour les conduites simples et les conduites blindées. [3], [18]

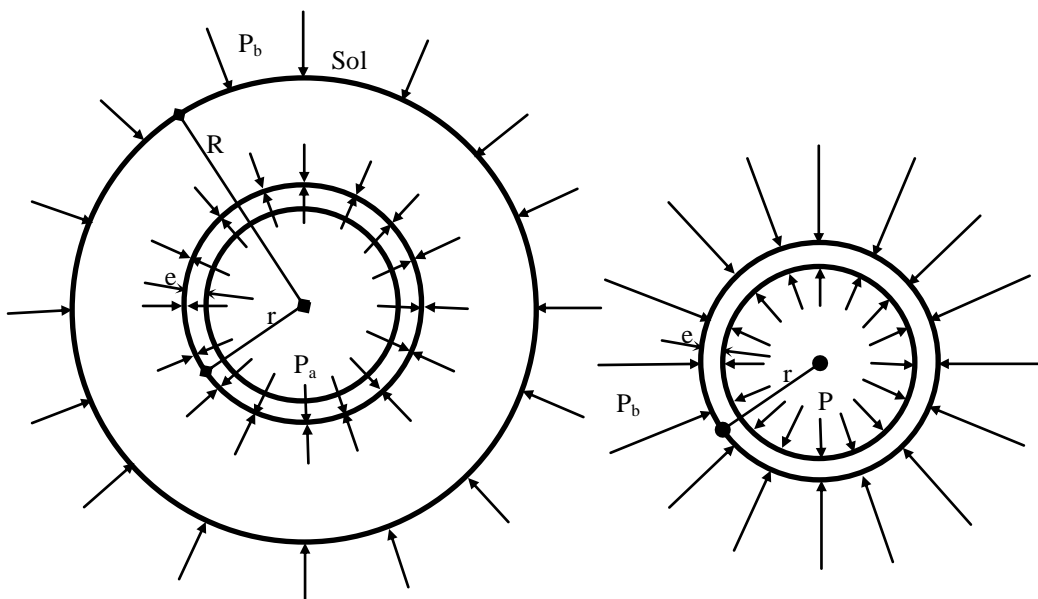


Figure (4.2): Forces appliquées sur les conduites enterrées.

Avec :

- **P** : la pression hydrostatique (Pa),
- **P_a**: la charge engendrée par la raideur du sol (Pa),
- **P_b**: la charge extérieure des terres du remblai (Pa).

D'après lui, le sol impose une raideur supplémentaire réduisant la déformabilité de la conduite et augmentant ainsi la célérité d'onde. Le modèle présente l'avantage de la prise en compte du module de poisson des différents matériaux (blindage, conduite, sol) ce qui n'est pas le cas dans les formules déjà existantes de Jaeger et Halliwell. [3], [18]

L'auteur a exprimé la célérité d'onde d'ordre général comme suit :

$$a = \left[\frac{\rho}{K} \left(1 + K \frac{2r(1 - V_m^2)G}{(1 + V_m)rE_c + E_m e_m G} \right) \right]^{-1/2} \quad (4.23)$$

$$G = \frac{E_c(1 - V_s)(1 - V_c)[R^2 + r^2(1 - 2V_c)] + E_s(1 - V_c)^2(1 - 2V_c)(R^2 - r^2)}{E_c(R^2 - r^2)(1 - V_m)(1 - V_s) + E_s(1 - V_c)(1 - V_m)[r^2 + R^2(1 - 2V_c)]} \quad (4.24)$$

Avec :

- **E_s, E_c**: module de YOUNG du sol et du béton (Pa),
- **E_m**: module de YOUNG du matériau (Pa),
- **U_s, U_c, V_m** : coefficients de Poisson du sol, de l'anneau en béton et du métal,
- **e_m**: épaisseur du matériau (m),
- **k_e**: module d'élasticité de l'eau [Pa],
- **ρ**: masse volumique de l'eau [kg/m³],
- **r**: rayon de la conduite (m).

Dans notre cas, il s'agit d'un réseau formé de conduites simples enterrées et à paroi mince, cette expression peut être facilement adaptée en considérant uniquement la présence du blindage (tôle). Ainsi, il suffit de faire tendre R vers r dans l'expression de G pour aboutir à :

$$G = \frac{E_c(1 - V_s)}{E_s(1 - V_m)} \quad (4.25)$$

L'équation (1) devient alors :

$$a = \left[\frac{\rho}{K} \left(1 + K \frac{2r(1 - v_m^2)(1 - V_s)}{rE_s(1 - v_m^2) + E_m e_m(1 - V_s)} \right) \right]^{-1/2} \quad (4.26)$$

* Dans les cas des conduites en PEHD, Acier, fonte, béton frété ou en PRV, il suffit de remplacer les caractéristiques du métal par celles du matériau du réseau dans l'expression (4).

* Dans le cas d'une conduite simple enterrée, mais à paroi épaisse, il suffit de mettre e_m=0 et v_m=0 dans les expressions (1) et (2), et on aboutit à :

$$a = \left[\frac{\rho}{K} \left(1 + K \frac{2G}{E_c} \right) \right]^{-1/2} \quad (4.27)$$

$$G = \frac{E_c(1 - V_s)(1 - V_c)[R^2 + r^2(1 - 2V_c)] + E_s(1 - V_c)^2(1 - 2V_c)(R^2 - r^2)}{E_c(R^2 - r^2)(1 - V_s) + E_s(1 - V_c)[r^2 + R^2(1 - 2V_c)]} \quad (4.28)$$

Il est à signaler que l'expression (1) s'applique dans le cas des galeries rocheuses blindées ou non, ceci à condition de remplacer les propriétés du sol par celles du rocher.

Cette expression porte plus de précision que les formules proposées par Jaeger et Halliwell. L'expression présente l'avantage de tenir compte du module de poisson, le milieu externe et des différents matériaux constituant la paroi. Rappelons que Jaeger considère uniquement le module de poisson du milieu externe et néglige ceux de la conduite et du blindage. Aussi Halliwell simplifie la formulation en prenant une valeur unique pour le coefficient de poisson pour les différents matériaux : $\nu = \nu_m = \nu_c = \nu_s$. [3], [18]

4.3.2 Hypothèse de la charge de la précontrainte

Cette hypothèse conduit le professeur Salah a déterminé l'expression de la célérité d'onde dans le cas des conduites enterrées comme suit :

$$\frac{1}{a^2} = \left[\frac{\rho}{K} \left(1 + K(1 - \nu_m^2) \frac{2r}{E_m e_m} \right) [1 + B(P - P_a)] \right] \quad (4.29)$$

D'où :

$$B = (1 - \nu_m^2) \frac{r^2}{E_m e_m^2} (1 - 2\nu_m) \quad (4.30)$$

Avec :

- **a**: la célérité d'onde (m/s),
- **E_m**: le module de Young du métal (Pa),
- **ν_m**: le coefficient de Poisson du métal,
- **e_m**: l'épaisseur du blindage (m),
- **K_e**: le module d'élasticité de l'eau [Pa],
- **ρ**: la masse volumique de l'eau [kg/m³],
- **r**: le rayon de la conduite (m),
- **P**: la pression hydrostatique (Pa),
- **P_a**: la charge des terres de remblai (Pa).

[18]

L'hypothèse de la charge de précontrainte requiert, tout d'abord, le calculer la pression hydrostatique en régime permanent au nœud considéré et la charge des terres du remblai. Cette dernière grandeur nécessite de savoir le type de pose de la conduite et est-ce que cette pose est faite dans une tranchée large ou étroite.

4.4 Méthodes de calcul de la charge des terres de remblai

4.4.1 Les différents modes de pose des conduites

Il existe plusieurs théories permettant de quantifier le poids des terres du remblai au-dessus de la conduite, ces théories montrent que pour une même conduite et de mêmes conditions le poids des terres varie en variant le mode de pose. Les principaux modes de pose de conduites sont les suivants :

a) Pose en tranchée étroite

Une tranchée est dite étroite lorsque la largeur (B) et la hauteur (D) du remblai satisfont l'une

des conditions suivantes (avec (D) le diamètre extérieur de la conduite) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{B}{D} < 2 \quad \frac{H}{B} > 1,5 \end{array} \right. \quad (4.31)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 < \frac{B}{D} < 3 \quad \frac{H}{B} > 3,5 \end{array} \right. \quad (4.32)$$

Dans le cas où la tranchée est inclinée alors B est calculée au niveau de la génératrice supérieure de la conduite (clé de la conduite).

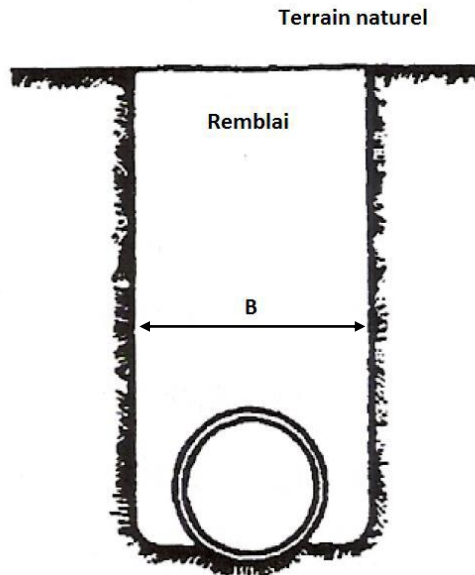


Figure. (4.3): Tranchée étroite

b) Pose en tranchée large

La tranchée large est dite large lorsque la largeur (B) et la hauteur (D) ne vérifient pas les conditions précédentes.

c) Pose en remblai

On distingue deux types de pose en remblai, la pose en remblai en « surélévation » et en « dépression ».

La conduite posée en surélévation est une conduite installée sur un lit peu profond, ainsi sa génératrice supérieure reste au-dessus du terrain naturel puis le tout est recouvert de remblai.

Pour la pose en dépression la conduite est installée dans une tranchée étroite et peu profonde de telle sorte que la génératrice supérieure de la conduite reste au-dessous du terrain naturel. Cette petite tranchée est remblayée par un sol lâche puis le tout est recouvert de remblai compacté.

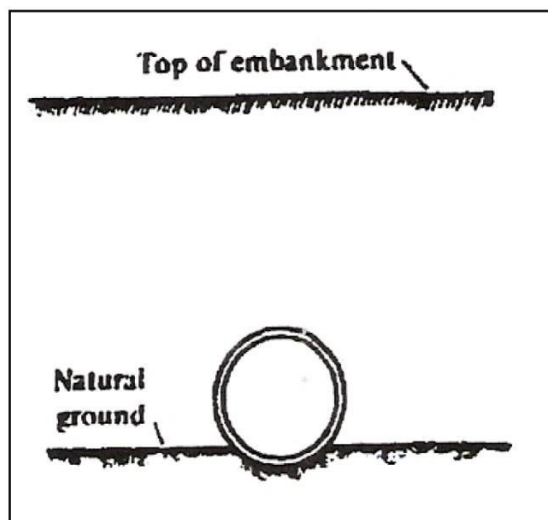


Figure.(4.4): pose en surélévation

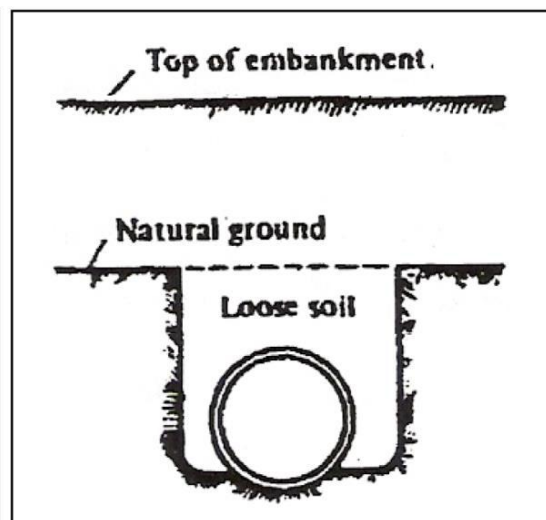


Figure. (4.5): Pose en dépressions

4.4.2 Théorie de Marston:

En 1913, Anson Marston a développé une théorie pour expliquer les caractéristiques d'une colonne de sol au-dessus d'une conduite enterrée dans une tranchée étroite. Marston a estimé que le tassement du remblai génère des forces de cisaillement ou de frottement sur les côtés de la tranchée donc la conduite n'est pas soumise seulement au poids propre de la colonne de remblai.

Il suppose également que la cohésion serait négligeable durant un temps considérable et l'hypothèse d'une absence de cohésion donnerait la charge maximale sur le tuyau, donc la charge appliquée à la conduite est calculée sans tenir compte de la présence de la conduite dans le sol (l'interaction sol-conduite est négligée).

Une tranche de sol d'épaisseur dh et de longueur unitaire, située au-dessus de la conduite, est soumise au poids du remblai au-dessus de la tranche V et à la réaction du remblai en dessous de la tranche $V+dV$, mais également aux charges horizontales de la « poussée active » et à la charge de cisaillement, respectivement KV/B et $\mu dhKV/B$, Les paramètres en jeu sont alors la hauteur totale du remblai H , le poids volumique du sol γ , le coefficient de frottement vertical interne du remblai μ , le coefficient de frottement vertical entre le remblai et les parois de la tranchée μ' et le coefficient de poussée des terres K .

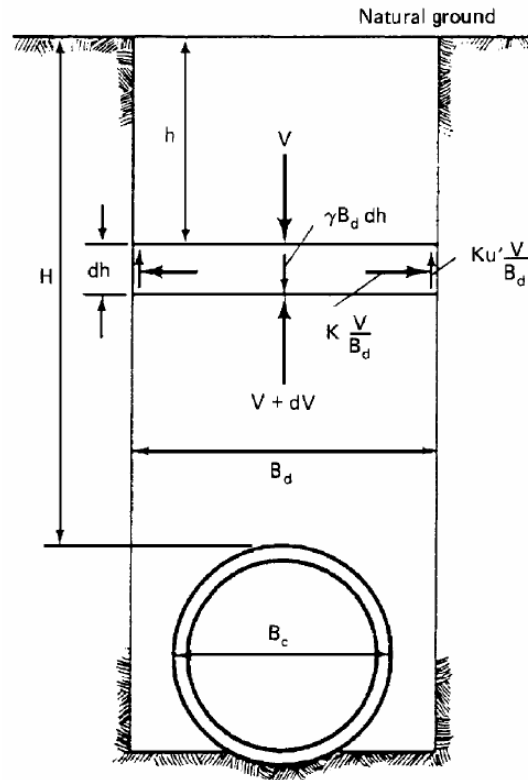


Figure. (4.6): Conduite dans une tranchée étroite modèle de Marston

Marston définit les grandeurs suivantes :

- Le poids d'une tranche élémentaire comme étant :

$$W = B_d \gamma dh$$

Avec :

w : poids unitaire (KN/m)

B_d : largeur de la tranchée (m)

dh : hauteur unitaire (m)

γ : poids volumique du sol (KN/m³)

- La pression latérale sur les côtés de la tranche élémentaire :

$$P_L = K \frac{V}{B_d}$$

Avec :

P_L : pression latérale

k : coefficient de Rankine

$$k = tg^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right)$$

φ : angle de frottement interne du remblai.

V : réaction verticale au-dessus de la conduite

- Les forces de cisaillement sur les cotés de la tranche induites par les pressions verticales :

$$F_c = K \left(\frac{V}{B_d} \right) \mu' dh$$

F_c : forces de cisaillement

μ' : coefficient de frottement vertical entre le remblai et les parois de la tranchée

En posant que la somme des forces verticales sur l'élément est égale à zéro on obtient

l'équation d'équilibre vertical de la tranche qui s'écrit:

$$(V + dV) + \frac{2K\mu'V}{B_d} dh = V + \gamma B_d dh$$

$$\left(B_d - \frac{2K\mu'V}{B_d dh}\right) \frac{dh}{dV} = 0$$

La solution de cette équation différentielle est :

$$V = \frac{\gamma B_d^2}{2k\mu'} \left(1 - e^{-2K\mu' \left(\frac{h}{B_d}\right)}\right)$$

Pour h=H on obtient la valeur totale de la charge de la colonne de remblai sur la conduite, pour la simplification des calculs Marston définit le coefficient de charge « C_d » connu comme le coefficient correcteur « k » ainsi :

$$V = \frac{\gamma B_d}{2k\mu'} \left(1 - e^{-2K\mu' \left(\frac{h}{B_d}\right)}\right)$$

$$V = C_d \gamma BH$$

D'où :

$$C_d = \frac{\left(1 - e^{-2K\mu' \left(\frac{h}{B_d}\right)}\right) B}{2k\mu' H} \quad (4.33)$$

Donc la formule finale pour la détermination de la charge totale sur une conduite rigide enterrée dans une tranchée étroite est :

$$W_d = C_d \gamma B_d^2 \quad (4.35)$$

Avec :

W_d: charge unitaire du prisme de terre (KN/m)

C_d: coefficient de charge

γ : poids volumique du sol (KN/m³)

B_d: largeur de la tranchée (m)

Spangler a repris la théorie de Marston et l'a appliqué pour une conduite souple enterrée dans les mêmes conditions, la formule est la suivante :

$$W_d = C_d \gamma B_d B_c \quad (4.36)$$

Avec :

B_c: diamètre extérieur de la conduite (m)

Détermination graphique du coefficient de charge

Un sol peut-être défini grâce à la valeur de Kμ', où Kμ' est une fonction du coefficient de frottement interne du remblai μ, les valeurs de K, μ' et μ ont été déterminées expérimentalement par le professeur Marston, les valeurs usuelles sont données dans le tableau suivant :

Tableau N°3-1 : Valeurs usuelles de k et μ

Type de sol	Poids volumique (lb/ft ³)	Coefficient de Rankine	Coefficient de frottement interne
Sol fertile humide partiellement compacté	90	0,33	0,5
Sol fertile saturé	110	0,37	0,4
Argile humide partiellement compactée	100	0,33	0,4
Argile saturée	120	0,37	0,3
Sable sec	100	0,33	0,5
Sable humide	120	0,33	0,5

Grace à ces résultats il a été possible de déterminer graphiquement le coefficient de charge C_d en fonction des paramètres suivants : H/B_d et k_μ ou k_μ' :

4.4.3 Théorie de Wetzorke :

Wetzorke est l'un des premiers chercheurs qui ont prouvé que la qualité du compactage des remblais crée une variation dans la charge des terres supportée par les tuyaux, il propose donc une formule du coefficient « k » ayant un paramètre en plus que la formule de Marston, c'est le coefficient relatif à la pression latéral des terres « k_0 ». La formule pour la détermination du coefficient de charge k est la suivante:

$$K = \frac{1 - e^{-\frac{H}{B} 2K_0 \text{tg} \varphi}}{2K_0 \text{tg} \varphi'} \frac{B}{H} \quad (4.37)$$

Avec :

H : hauteur du remblai à partir de la génératrice supérieure de la conduite (m)

B : largeur de la tranchée (m)

φ' : angle de frottement entre le remblai et les parois de la tranchée

φ : angle de frottement interne du remblai.

k_0 : coefficient relatif à la pression latéral des terres.

Le coefficient relatif à la pression latéral des terres est pris égal à :

$k_0 = 0.5$ pour les fouilles sans compactage.

$k_0 = 1$ pour les fouilles soigneusement compactée.

La charge étant :

$$Q = k \cdot \gamma \cdot B \cdot H \quad (4.38)$$

4.4.4 Théorie basée sur le calcul des silos :

Dans un silo contenant des matières grenues, la pression moyenne par mètre carré de surface horizontale à une profondeur H s'écrit selon M. Reimbert :

$$Q = k' \gamma B H = \frac{\gamma B H}{1 + \frac{H}{B} \frac{2 \text{tg} \varphi'}{f(\varphi, \varphi')}} \quad (4.39)$$

Où

$$k' = \frac{1}{1 + \frac{H}{B} \frac{2 \text{tg} \varphi'}{f(\varphi, \varphi')}} \quad (4.40)$$

Avec :

γ : poids volumique du sol (KN/m³)

H : hauteur du remblai à partir de la génératrice supérieure de la conduite (m)

B : largeur de la tranchée (m)

φ' : angle de frottement entre le remblai et les parois de la tranchée

φ : angle de frottement interne du remblai.

$f(\varphi, \varphi')$: c'est ce que M. Reimbert appelle la fonction des frottements et qui est à la base de tout le calcul, il l'a défini comme suit :

$$f(\varphi, \varphi') = \frac{1}{\text{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right)} \quad (4.41)$$

Plusieurs auteurs se sont penchés sur la détermination de cette formule :

• Selon M. Caquot :

$$f(\varphi, \varphi') = \frac{1}{\cos^2 \varphi} \frac{\sin(\delta + \varphi')}{\sin(\delta - \varphi')} \quad (4.42)$$

Avec :

$$\sin\delta = \frac{\sin\varphi'}{\sin\varphi} \quad (4.43)$$

• Selon M. Buisson :

$$f(\varphi, \varphi') = \frac{1 + tg^2\varphi}{1,1} \quad (4.44)$$

En considérant deux natures de remblai types :

Remblai pulvérulent-sable : $\varphi = 37^\circ$ et $\varphi' = 27^\circ$

Remblai cohérent-argile : $\varphi = 10^\circ$ et $\varphi' = 7^\circ$

On obtiendra les valeurs suivantes de la fonction $f(\varphi, \varphi')$:

Tableau N°3-2 : Valeurs de la fonction $f(\varphi, \varphi')$

$f(\varphi, \varphi')$	Reimbert	Caquot	Buisson	Valeur moyenne
Sable	4,02	3,255	3,310	3,30
Argile	1.40	1,273	1,235	1,30

En posant :

$$\lambda = \frac{2tg\varphi'}{f(\varphi, \varphi')} \quad (4.45)$$

Alors l'expression du coefficient correcteur devient :

$$k' = \frac{1}{B + \lambda H} \quad (4.46)$$

En utilisant la valeur moyenne obtenue pour chaque type de sol pour le calcul de $f(\varphi, \varphi')$ on obtiendra ce qui suit :

Nature du remblai	Sable	Argile
Valeur de λ	0,307	0,189

D'où :

Pour le sable:

$$k' = \frac{1}{B \left(1 + 0,307 \frac{H}{B}\right)} \quad (4.47)$$

Pour l'argile:

$$k' = \frac{1}{B \left(1 + 0,189 \frac{H}{B}\right)} \quad (4.48)$$

Afin de pouvoir déterminer le coefficient correcteur en fonction de (H/B) on pose :

$$k = k'B$$

4.4.5 Théorie du Dr Otto Stolzenburg:

Le docteur Otto suppose que les réactions du remblai sur le périmètre du tuyau sont dirigées radialement donc le coefficient de frottement peut alors être considéré comme nul.

Pour la pression sur le contour il admet :

• La pression hydrostatique à la clé de la conduite :

$$P = \gamma H \quad (4.49)$$

Au niveau du diamètre horizontal la pression de poussées des terres est :

$$P = \gamma (H + R)tg^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \quad (4.50)$$

Au point de la paroi où la tangente fait un angle $\alpha = \varphi = \pi$ avec l'horizontale, la pression est supposée nulle.

Grace à ces trois points, le docteur donne la courbe de forme sinusoïdale suivante :

$$P_{p\varphi} = \gamma(H + R(1 - \cos\varphi))\cos^x \frac{\varphi}{2} \quad (4.51)$$

L'exposant « x » est déterminé selon la nature du terrain de manière à ce que les conditions aux limites soient vérifiées ($\varphi = 0, \pi/2, \pi$). On peut écrire :

$$\gamma \left(H + R \left(1 - \cos \frac{\pi}{2} \right) \right) \cos^x \frac{\pi}{4} = \gamma (H + R) \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \quad (4.52)$$

Les grandeurs φ et α sont indiquées dans la figure suivante :

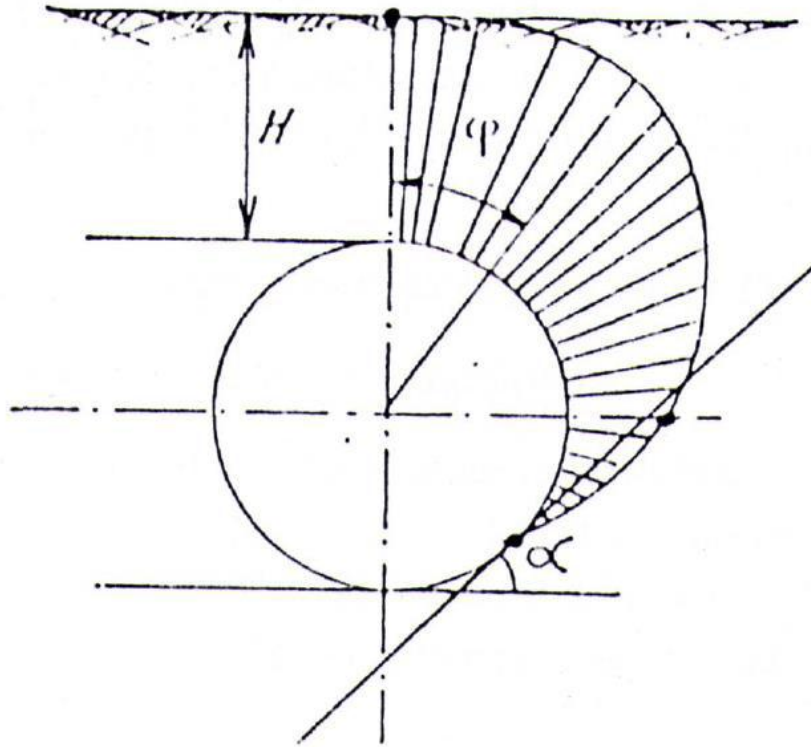


Figure. (4.7): Réactions du remblai

4.4.6 Théorie de Christensen

Ce dernier a entrepris une nouvelle étude sur la valeur du rapport de pression de terre « K » et a proposé la formule suivante :

$$k = (1 + 2\operatorname{tg}^2\varphi)^{-1} = \frac{1 - \sin\varphi^2}{1 + \sin\varphi^2} \quad (4.53)$$

La partie de la charge totale qui est portée par la conduite dépend de sa rigidité. Dans le cas d'une conduite rigide, les remplissages secondaires peuvent se déplacer vers le bas par rapport au prisme de sol, entraînant le tuyau pour soutenir la charge entière. Dans le cas d'une conduite relativement souple, le prisme du sol peut se déplacer vers le bas par rapport au côté de remplissage, en raison de la déviation de la conduite, provoquant le tuyau pour soutenir une charge réduite.

En conséquence, Marston a déterminé la charge d'une conduite rigide enterrée (P) par la formule suivante :

$$P = K\gamma B_d^2 \quad (4.54)$$

Où :

$$K = 1 - \frac{\operatorname{Exp}\left(\frac{-2k\mu'H}{B_d}\right)}{2k\mu'} \quad (4.55)$$

La formule pour une conduite relativement souple est :

$$P = K\gamma B_d B_c \quad (4.56)$$

Avec :

- B_c : le diamètre extérieur de la conduite (m).
- B_d : la largeur d'une tranchée normale avec des côtés verticaux. Dans le cas des tranchées avec côté en pente, le paramètre B_d doit être la largeur de la tranchée à la couronne de la conduite [30].

Les équations 1.6 et 1.8 donnent la charge maximale sur un tuyau particulier en service.

4.4.7 Théorie de M. Enyedibela

Cet auteur admet que la sollicitation verticale du tuyau en un point quelconque du contour est égale à :

$$r = \gamma (H + R(1 - \cos\varphi)) \quad (4.57)$$

Dont la composante radiale est :

$$p = \gamma \cos\varphi (H + R(1 - \cos\varphi)) \quad (4.58)$$

La composante tangentielle « t » tendant à faire glisser la terre ne causerait aucune sollicitation sur le tuyau. En A et B, on a respectivement :

$$p_0 = \gamma H \text{ et } p_{90} = 0$$

D'où l'épure de pression suivante :

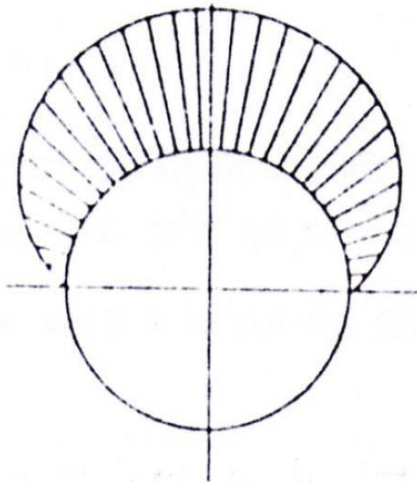


Figure. (4.8): Épure de pressions

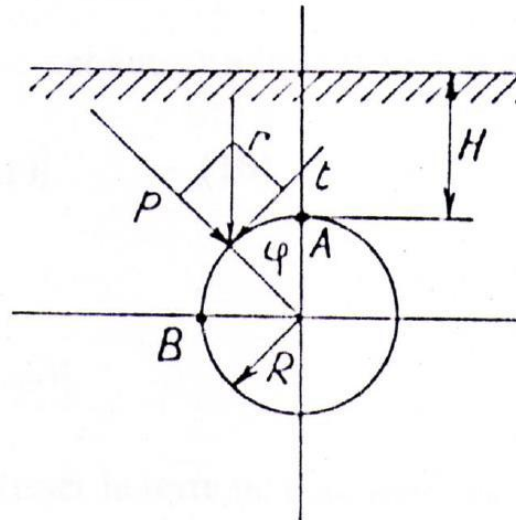


Figure. (4.9): les points A et B

4.4.8 Théorie russe de Klein (Moscou, 1951)

La détermination de la charge selon Klein repose sur la formule suivante :

$$P = K\gamma H \frac{B + D_e}{2} \quad (4.59)$$

Avec B étant la largeur d'ouverture de la fouille au niveau du plan supérieur du tuyau.

Le coefficient « K » est donné par la figure pour trois catégories de remblais en fonction du rapport H/D_e , pour le cas des conduites en tranchées.

En remblai indéfini il faut remplacer dans la formule : $(B+D_e)/2$ par D_e et prendre les valeurs de « k » du tableau N°1-1 :

$$P = K\gamma H D_e \quad (4.60)$$

4.4.9 Théorie tchèque de Pruska (1961)

La formule déduite à partir des travaux de Pruska est seulement valable pour les remblais indéfinis, la charge au mètre carré au niveau de la génératrice supérieure est :

$$P = \gamma H + \frac{1}{2} \frac{\gamma \pi B (H'^2 - H^2)}{(\text{Harcotg} \frac{H}{B} + B \ln \frac{B^2 + H^2}{B^2})} \quad (4.61)$$

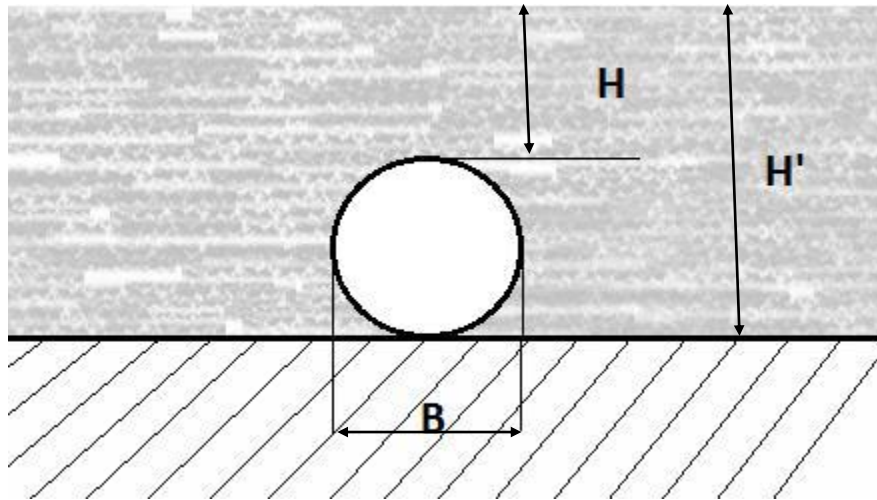


Figure. (4.10): Conduite en remblai indéfini

A la fin de ce dernier volet, nous avons opté pour la formule de Marston donnant la poussée de terre pour une tranchée étroite en prenant le coefficient de Rankine $k=0,33$ et celui du frottement interne $\mu'=0,5$. Du fait que ces deux valeurs représentent une large gamme du sol.

4.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons cité les principaux travaux permettant de donner des expressions permettant de calculer la célérité de propagation d'onde ainsi leurs évolutions au fil du temps. La formule du professeur Salah basée sur l'hypothèse de la charge de précontrainte a été adoptée du fait qu'elle permet de calculer la célérité d'onde des conduites enterrées. La formule de Marston d'une conduite posée dans une tranchée étroite été également choisie pour évaluer le coefficient de charge K .

Chapitre V

Application du coup de bélier aux cas réels et moyens de protection

5.1 Introduction

Ce chapitre est consacré tout d'abord à une présentation du cas pris à l'épreuve. Par la suite, nous entamerons la partie programmation et l'interprétation des résultats et nous terminerons par la présentation des moyens de protection contre les écoulements transitoires.

5.2 Présentation des cas étudiés

Afin de concrétiser les modèles mathématiques obtenus et de conférer un intérêt pratique à notre travail, Nous allons réaliser un programme permettant de suivre la pression et le débit en écoulement transitoire soit en cas de refoulement ou gravitaire. A cet effet, nous avons choisi les deux conduites de refoulement et gravitaire venant successivement de la station de traitement de Hammam Debagh vers la ville de Guelma. La figure (5.1) donne un schéma approximatif des deux cas choisis.

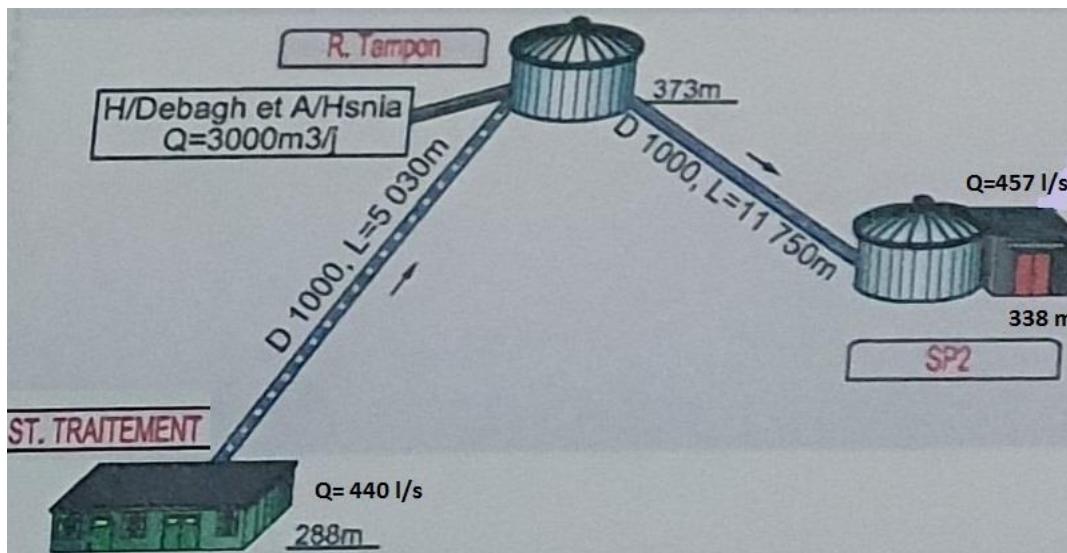


Fig (5.1) : Schéma du cas réel

5.2.1 Eléments du réseau adopté

a) Station de traitement

Elle est composée de deux stations compltement semblables. La figure (5.2) montre une vue d'ensemble des deux stations de traitement.

b) Station de pompage de Hammam Debagh

Les deux stations de pompage se trouvent aux deux stations de traitement assurent ensemble 720 l/s vers le réservoir tampon de la ville de Medjez Amar de 1500 m³. Les pompes installées assurent une pression de 9,8 bars.

c) Réservoirs

Deux réservoirs ont une forte liaison avec les réseaux de refoulement et gravitaire choisis, il s'agit du réservoir tampon et du réservoir de la station de pompage 2

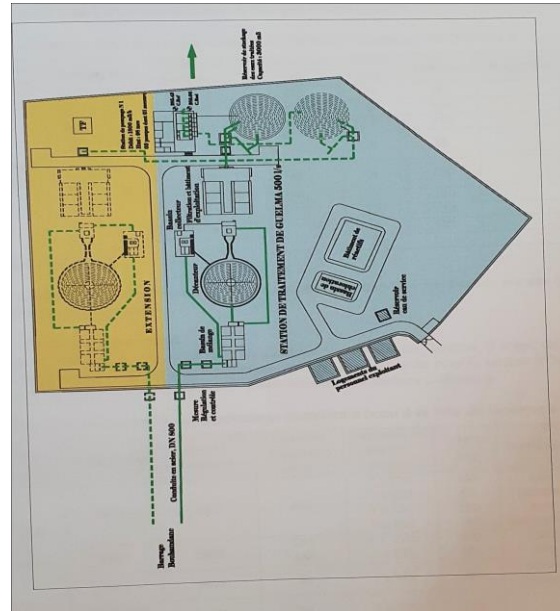


Fig. (5.2) : Vue d'ensemble des deux stations de traitement de Hammam Debagh

d) Conduites

Les deux conduites reliant la première station de pompage à la deuxième station sont en béton fretté de 1000 mm de diamètres, la première a une longueur de 5030 m et la deuxième de 11498 m. Les figures (5.3) et (5.4) donnent des vues en plan de ces deux conduites.



Fig. (5.4): vu en plan de la conduite de refoulement.

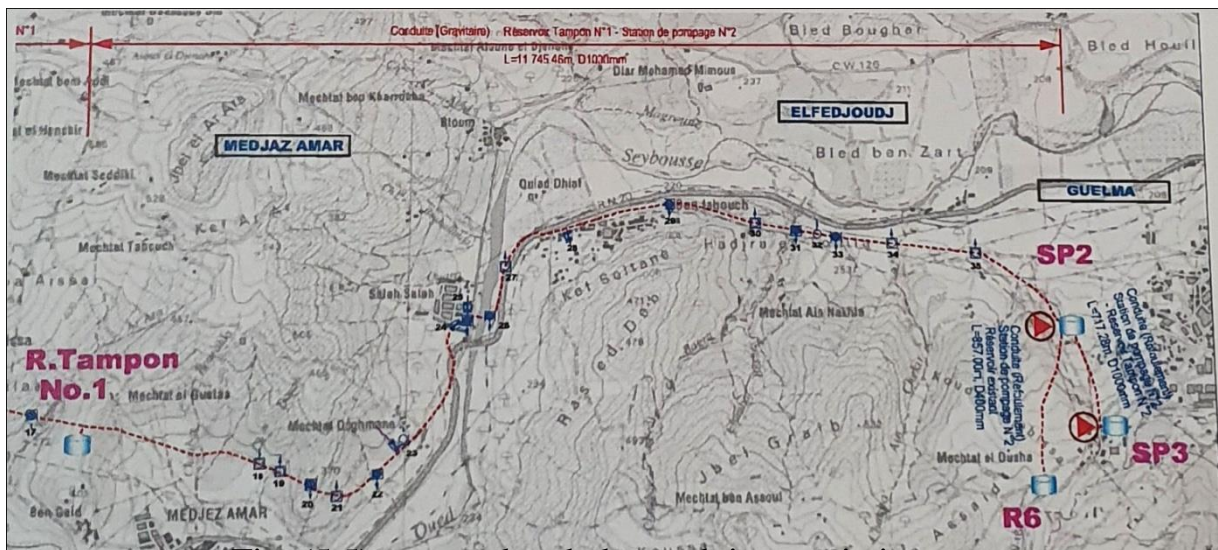


Fig. (5.5): vu en plan de la conduite gravitaire

5.2.1 Partie refoulement

L'eau potable produite à la station de traitement de Hammam Debagh est refoulée dans une conduite en béton fretté de 5030 m et de 1 m de diamètre de la station de pompage se trouvant à la cote 288 m vers le réservoir tampon de 1500 m³ sis à la cote 373 m.

Le débit, aspiré du réservoir semi enterré de la station de traitement de capacité 3000 m³, est égal à 720 l/s. En régime permanent tous les paramètres hydrauliques sont stables mais si une perturbation est produite à la station de pompage suite par exemple à une interruption du courant électrique un écoulement transitoire se manifeste et les paramètres

hydrauliques deviennent instables. Cette instabilité requiert un suivi des paramètres hydrauliques au cours du temps et dans l'espace afin d'éviter les risques accidentels.

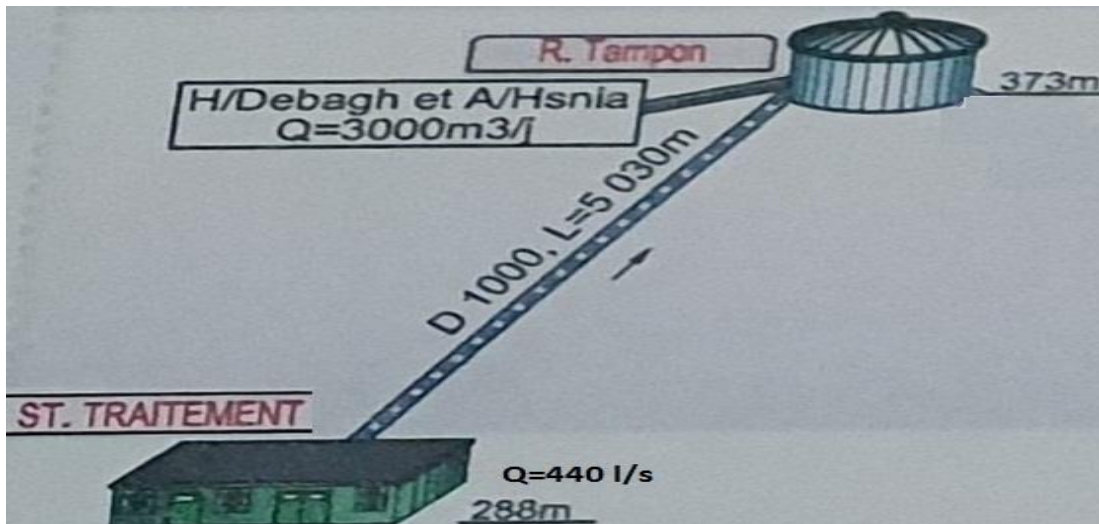


Fig. (5.6): Schéma approximatif du cas refoulement adopté

5.2.2 Partie gravitaire

Le réservoir tampon de cote du trop-plein de 379 m assure un débit de 720 l/s au réservoir de la deuxième station de pompage par le biais d'une conduite de longueur $L=11498$ m. Un robinet vanne à fermeture commandée est placé à l'autre extrémité de la conduite à une cote égale à 338 m. En effet, l'écoulement transitoire pourra lieu à l'échelle de ce réseau suite à une perturbation des conditions initiales d'écoulement, comme une fermeture rapide ou lente d'une vanne qu'elle soit volontaire ou non. La figure (5.7) montre un schéma approximatif du cas gravitaire adopté.

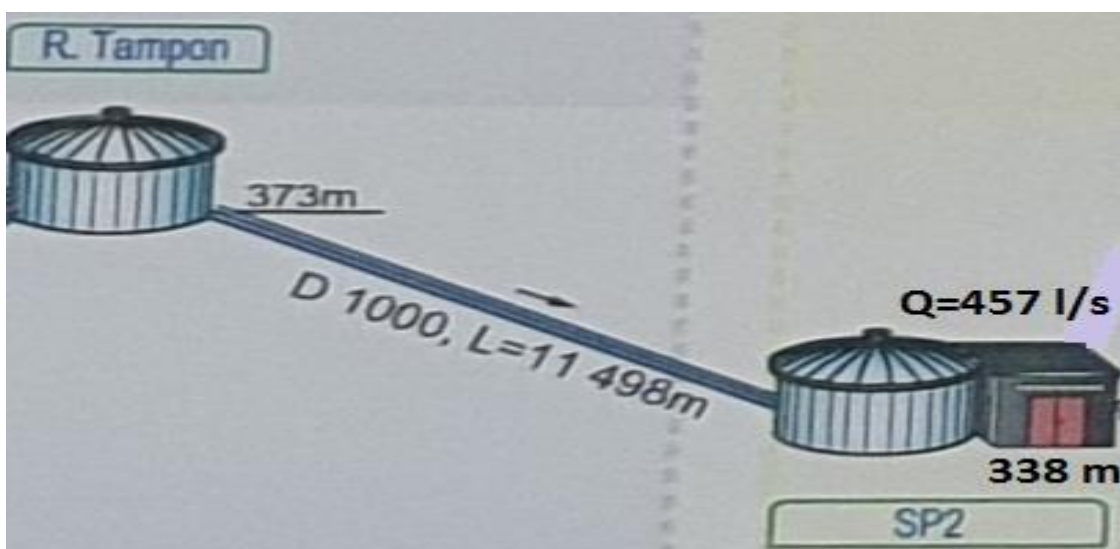


Fig. (5.7): Schéma approximatif du cas gravitaire adopté

La partie refoulement a été déjà traitée dans un autre mémoire la raison pour laquelle on s'intéresse seulement à la partie gravitaire.

5.3 Programmation, résultats et interprétation

5.3.1 Présentation du programme

Le programme élaboré permettra de calculer les paramètres hydrauliques en écoulement transitoire à n'importe quel nœud de discrétisation. Il a basé sur la méthode des caractéristiques et en utilisant le schéma mixte pour intégrer la partie résistance d'une part et d'autre part il a appui sur la méthode de la charge de précontrainte pour quantifier la célérité d'onde.

L'organigramme de la figure (5.8) indique les étapes à suivre pour arriver aux valeurs des paramètres à rechercher en écoulement transitoire. Toutefois, l'exécution de cet algorithme requière la connaissance des caractéristiques des matériaux utilisés, du réservoir, du débit volumique transporté par la conduite et du liquide. Toutes ces dernières sont représentées dans les tableaux (5.1) et (5.2)

.

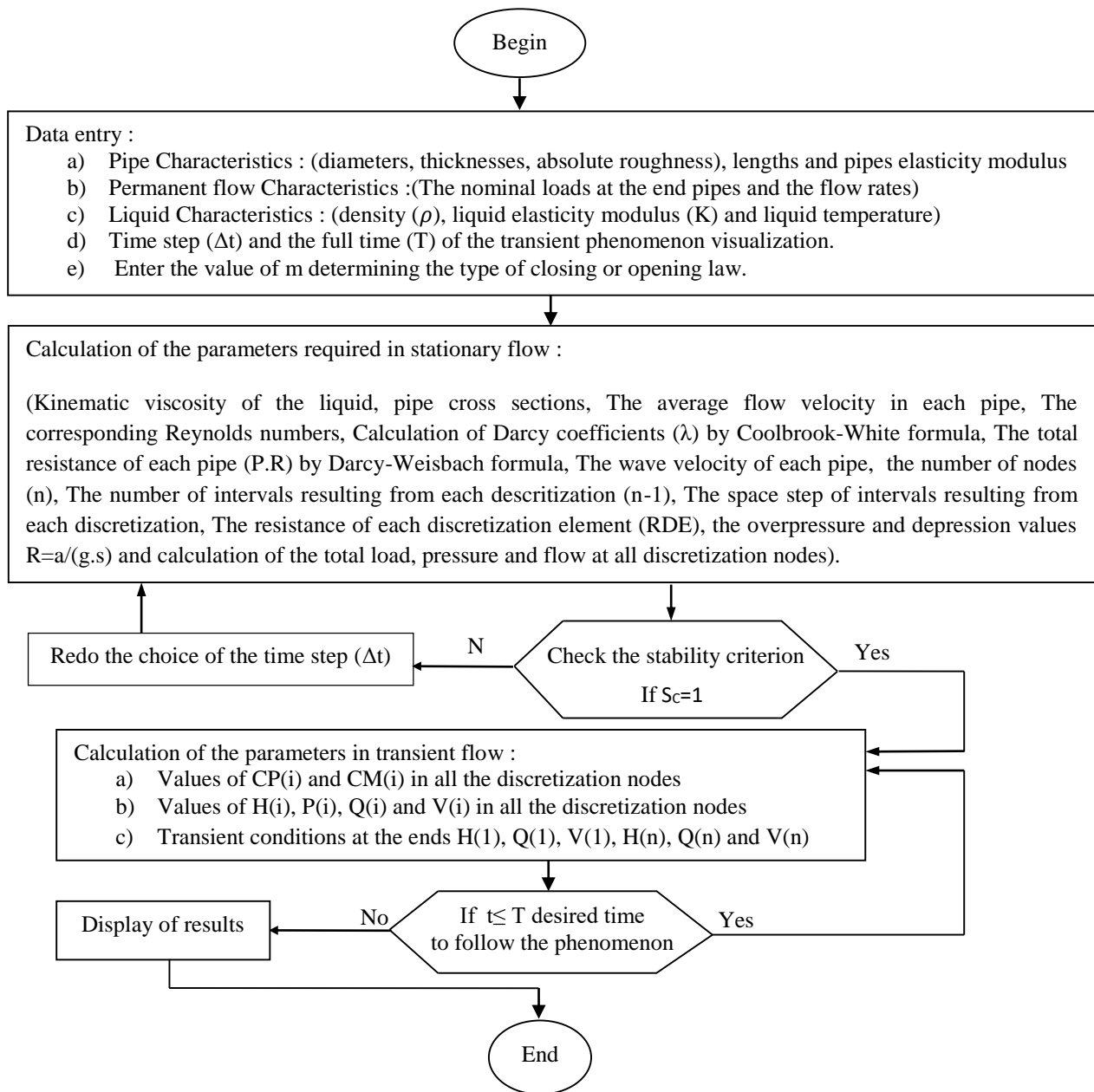


Fig. (5.8): Organigramme de calcul des paramètres hydrauliques dans un réseau sous pression en régime instationnaire pour plusieurs lois de fermeture et d'ouverture d'une vanne motorisée

Tableau (5.1): Caractéristiques des matériaux utilisés

Type de matériaux	Acier
Module d'élasticité en Pascal	$E_A=1.962.10^{10}$
Diamètre extérieur en (mm)	1020
Diamètre intérieur en (mm)	1000
Épaisseur de la conduite e_1 en (mm)	20
Rugosité de la conduite ε en (mm)	0.025
Longueur (m)	5030

Chapitre V Application du coup de bélier aux cas réels et moyens de protection

Tableau (5.2): Caractéristiques du réservoir, du débit et du fluide

Niveau du trop plein du réservoir en (m)	378	Fluid elasticity modulus	$K = 2.07.10^9$ Pa
Débit sortant du réservoir en (l/s)	720	Fluid temperature	15°C

Nous avons $d=1\text{m}$ et $B= 1.9$ donc $B/d < 2$ et la tranchée est considérée comme étroite, donc on peut appliquer la théorie de Marston pour calculer la charge de la terre du remblai Pa.

La pression hydrostatique à la vanne $P=(H-\Delta H)$

Prenons le coefficient de Rankine $k=0,33$ et celui du frottement interne $\mu'=0,5$. Du fait que ces deux valeurs représentent une large gamme du sol.

$$K = \frac{\left(1 - e^{-2k\mu' \left(\frac{h}{Bd}\right)}\right) B}{2k\mu' H}$$

$$Pa = K \cdot \gamma \cdot H$$

Le coefficient de Poisson du béton fretté $\nu=0,29$

5. 3.2 Résultats et interpretation

Le tableau (5.3) donne les résultats obtenus en régime permanent, tandis que le tableau (5.4) donne les valeurs de la charge totale et de la pression aux dix derniers nœuds de la conduite.

Tableau (5.3): Résultats obtenus numériquement en régime permanent

Vitesse moyenne d'écoulement V	0.916732490
Nombre de Reynolds RE	800969.438
coefficients de frottement	
Lambda3 (0)	$1.05762687 \cdot 10^{-2}$
Lambda3 (1)	$1.55556910 \cdot 10^{-2}$
Lambda3 (2)	$1.53682865 \cdot 10^{-2}$
Lambda3 (3)	$1.53737413 \cdot 10^{-2}$
Lambda3 (4)	$1.53735830 \cdot 10^{-2}$
Lambda	$1.53735867 \cdot 10^{-2}$
Pertes de charge	
$\Delta h3$ (0)	5.72972393
$\Delta h3$ (1)	8.42733955
$\Delta h3$ (2)	8.32581329
$\Delta h3$ (3)	8.32876873
$\Delta h3$ (4)	8.32868290
Nombre des points de discrétisation N	11190
Durée de la période de retour T4	44.7560043
La valeur de $R=a/gS$	133.374268
Valeur du coup de bélier Vdh	96.0294876
Résistance de la conduite RC	16.0661335
Le pas d'espace Δx	1.02761638
Résistance de l'élément de discrétisation RED	$1.43588637E \cdot 10^{-3}$

Le besoin d'utiliser les valeurs des paramètres en écoulement permanent comme des conditions initiales oblige de les calculer.

Tableau (5.4): Valeurs de la charge totale en régime permanent, pour les dix derniers nœuds de discrétisation

Numéro du nœud	Charge totale (mce)
H (11181)	369.678009
H (11182)	369.677277
H (11183)	369.676514
H (11184)	369.675781
H (11185)	369.675049
H (11186)	369.674286
H (11187)	369.673553
H (11188)	369.672791
H (11189)	369.672058
H (11190)	369.671326

Vu le nombre important des résultats obtenus en écoulement transitoire, ceux-ci ont été traduit sous forme graphique pour bien visualiser le phénomène engendré et mettre des interprétations méticuleuses.

5.4 Relations entre pression et lois de fermeture

5.4.1 Fermeture instantanée

Une fermeture est dite instantanée quand la durée du temps de fermeture T_f est nulle. La figure (5.9) illustre les oscillations de charge à la vanne.

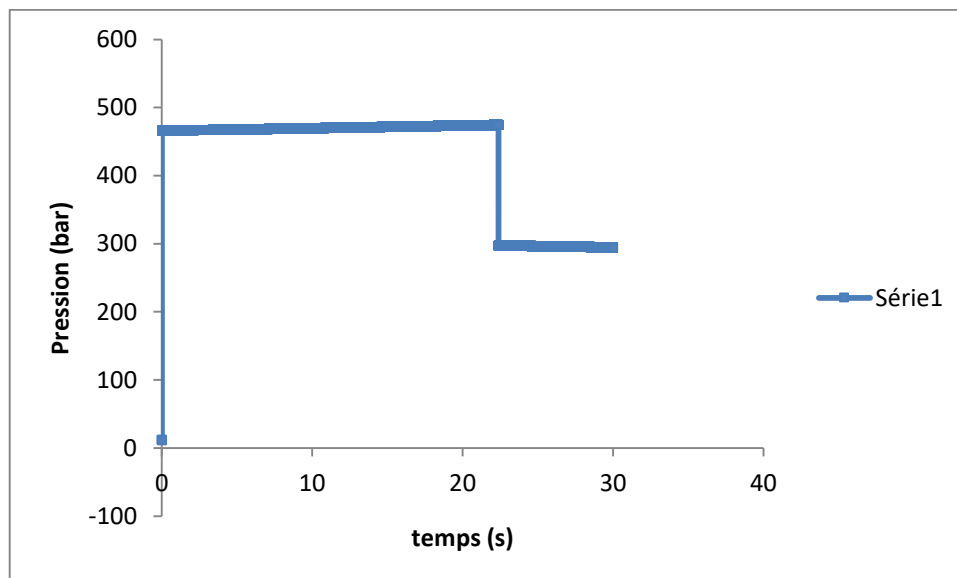


Fig. (5.9): Variation au fil du temps de la charge totale à la vanne

5.4.2 Fermeture rapide $t \leq 2L/a$

La fermeture rapide indique que le temps de fermeture de la vanne doit être inférieur à la moitié du temps de la période de retour du phénomène généré, après la perturbation des conditions permanentes d'écoulement, dans le système d'adduction à traiter. Cependant, pour

Chapitre V Application du coup de bélier aux cas réels et moyens de protection

cette fermeture, distinguer la fermeture instantanée avec le temps de fermeture est quasi nulle et la fermeture rapide avec le temps $t < 2L/a$. Dans le but de rechercher l'influence de la fonction de fermeture sur la pression lors de la fermeture rapide d'une vanne, nous avons tracé la pression en fonction de l'exposant m au temps $0,1, 0,2, 0,3$, et $0,4$ de la période de retour du phénomène (t_4) engendré.

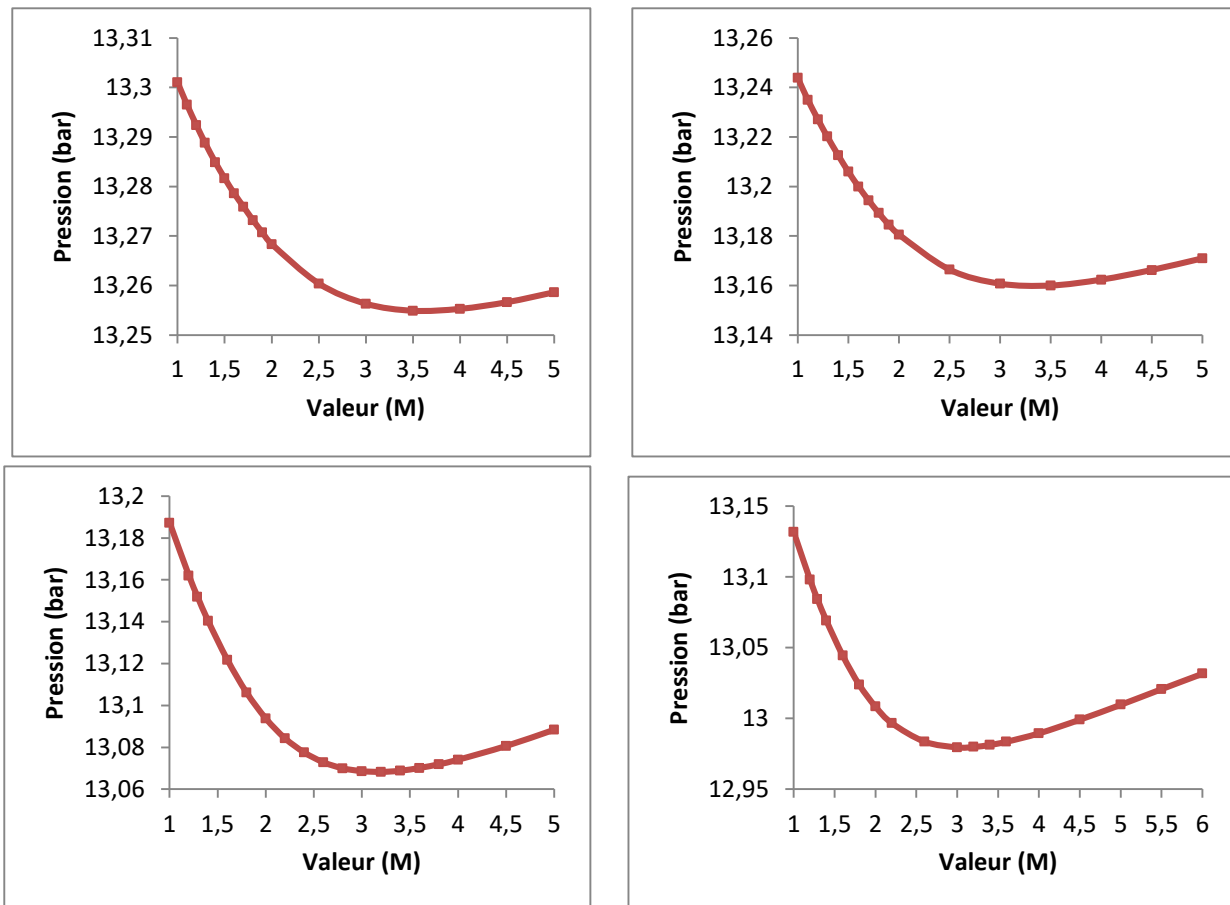


Fig. (5.10): Variation de la pression en fonction de l'exposant m aux $t=0,1t_4, 0,2t_4, 0,3 t_4$ et $0,4 t_4$

Lors des fermetures rapides d'une vanne, la fonction de fermeture n'a presque aucune influence sur les valeurs de la pression.

Après avoir déterminé les valeurs optimales de la fonction de fermeture aux temps $0,1t_4, 0,2 t_4, 0,3t_4$ et $0,4t_4$, nous avons jugé utile de suivre la charge totale à la vanne aux temps correspondants.

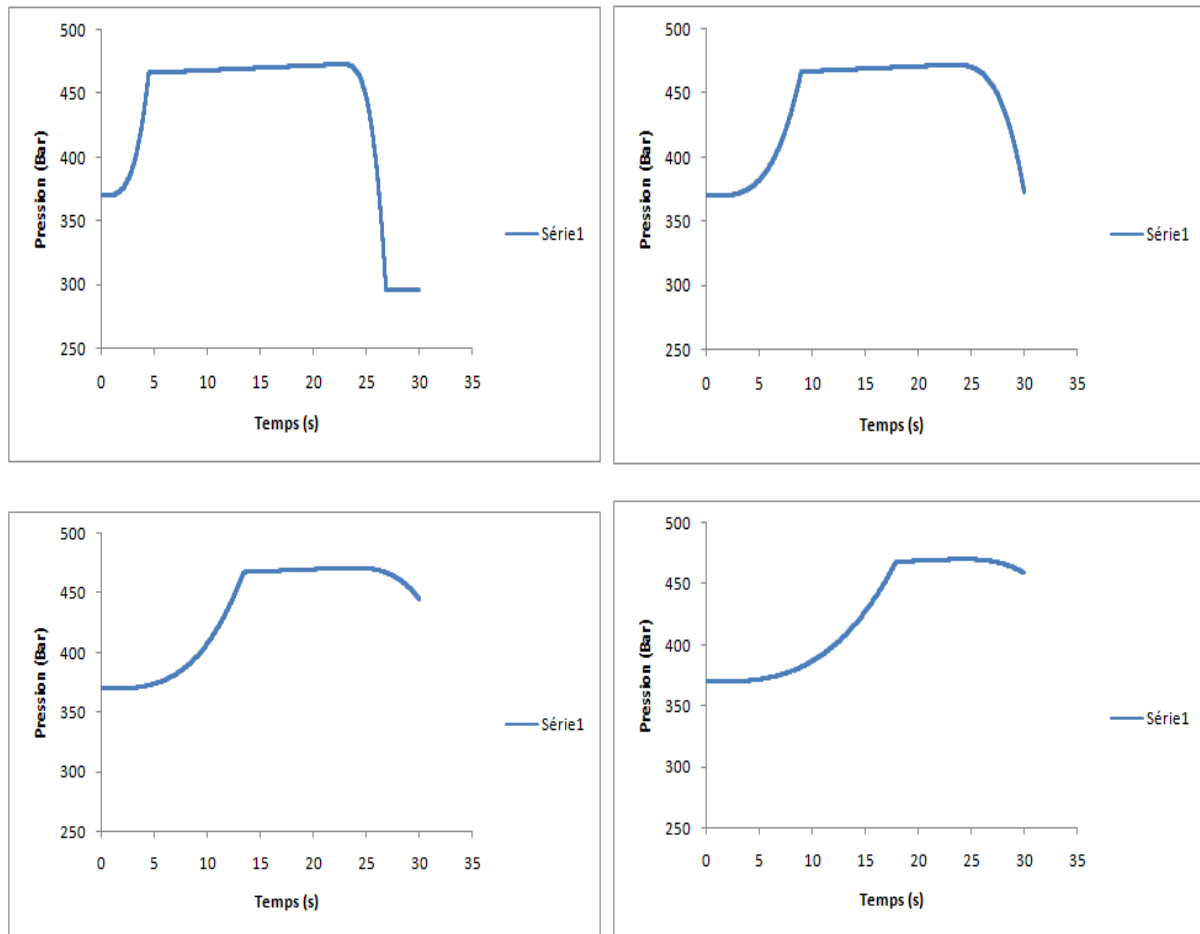


Fig. (5.11): Variation de la charge totale au cours d temps aux temps de fermeture $t=0,1t_4$, $0,2t_4$, $0,3t_4$ et $0,4t_4$

Pour les fermetures rapide, voire même aux valeurs optimales de la fonction de fermeture, les pressions sont importantes et ne se diffèrent que très peu. Donc il est conseillé, dans la mesure du possible, d'éviter les fermetures rapides des vannes.

5.4.3 Fermeture lente $t > 2L/a$

La fermeture est dite lente si le temps de fermeture de la vanne est supérieur au temps aller et retour de l'onde de choc $t > 2L/a$. Cette fermeture n'est pas obligatoire manuellement. En effet, les progrès de la technologie ont conduit à l'apparition de vannes motorisées qui se ferment et s'ouvrent en fonction du signal de commande. Cette opportunité génère des lois relatives au débit et au signal de commande telles que les lois linéaires, concaves et convexes

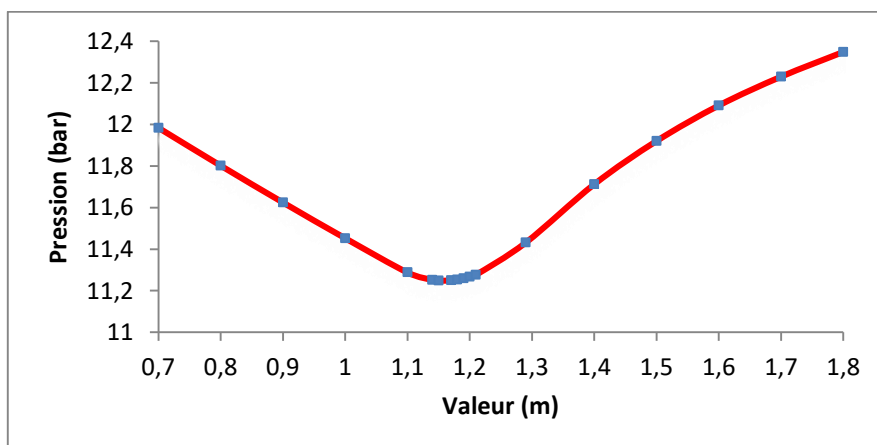
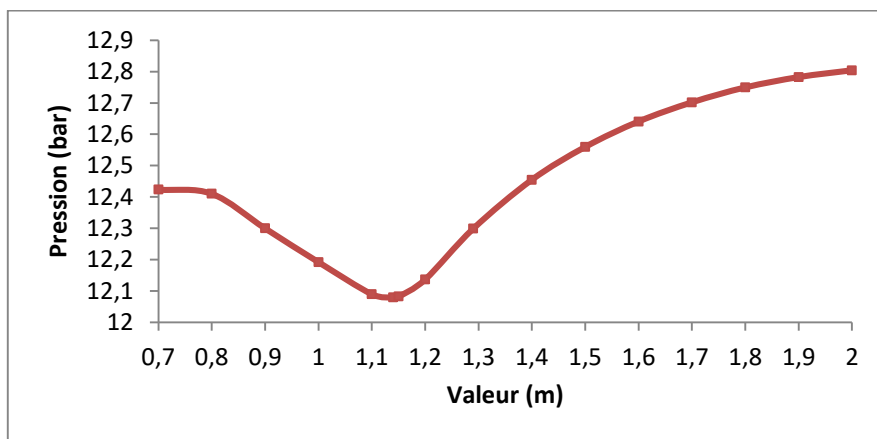
A partir de la première manœuvre à $t = t_0$ jusqu'à la fermeture complète de la vanne et après un certain temps de fermeture, quelles seront les valeurs des paramètres hydrauliques en écoulement transitoire en tous points du réseau. La réponse à cette question fait l'objet de ce qui suit.

Lors des fermetures lentes, qui sont les plus praticables, il faut rechercher la loi de fermeture qui s'adapte au système installé, et face à ce dilemme, la recherche de cette loi au cas étudié crédibilise les résultats futurs.

5.4.3.1. Recherche de la loi optimale de fermeture d'une vanne

La recherche de la loi optimale de fermeture d'une ou plusieurs vanne(s) dans un système hydraulique nécessite des calculs nombreux, minutieux, précis, répétitifs et inquiétants et demande une extrême attention aux résultats obtenus. Dans le but de mettre en évidence comment obtenir soigneusement cette loi, qui dépend de plusieurs paramètres tels que les caractéristiques du réseau et la période de retour du régime transitoire, il est souhaitable de donner la marche générale à suivre à travers le problème posé puisque chaque système aura sa propre loi de fermeture.

Cette voie nécessite, en premier lieu, de prendre plusieurs fonctions de lois de fermeture (concave, convexe et linéaire) pour trouver la meilleure entre elles, et cela est possible car la fonction générale, gérant les fermetures de vannes, est donnée en fonction de l'exposant m , ce dernier permettant de contrôler la fonction de la loi, et d'autre part de prendre plusieurs valeurs répétitives de la période de retour (t_4) du régime transitoire généré par le système pour décrire le temps. Les figures (5.12), (5.13), (5.14) et (5.15) donnent successivement les valeurs optimales de m aux temps de fermeture $0,55t_4$, $0,60t_4$, $0,65 t_4$ et $0.70 t_4$



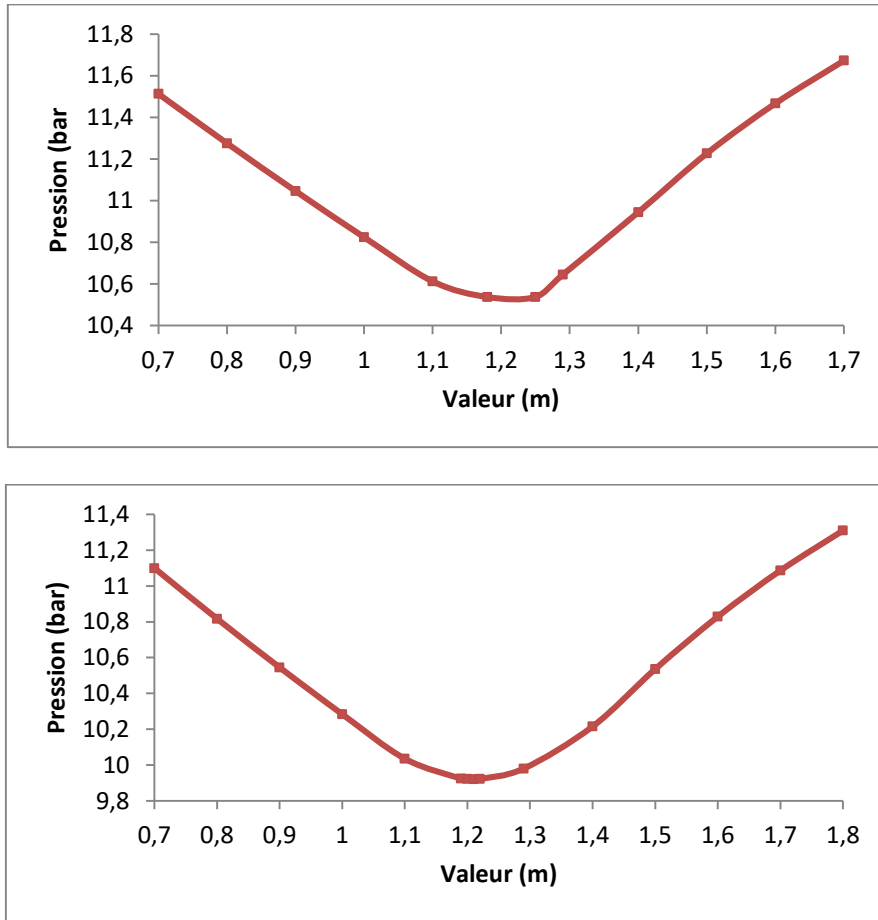
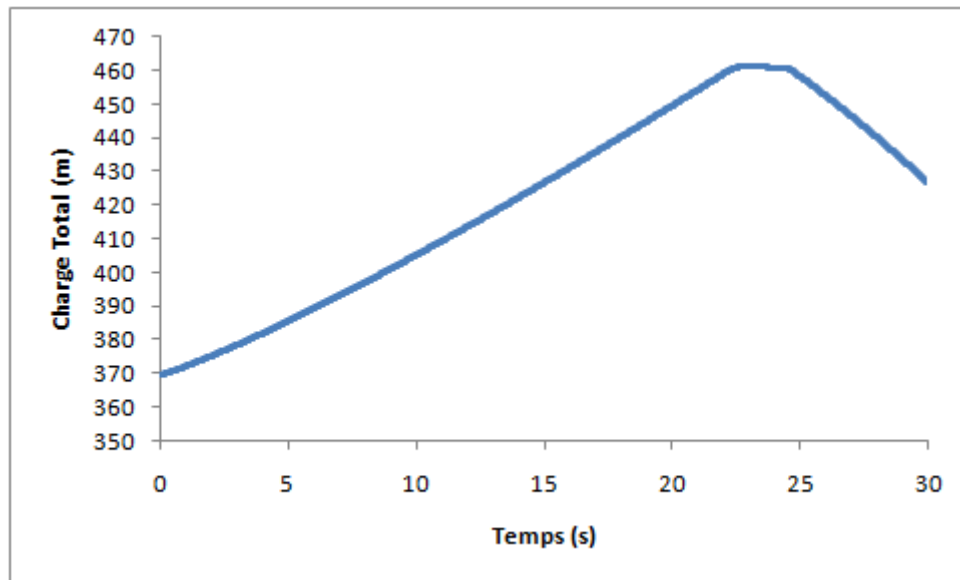
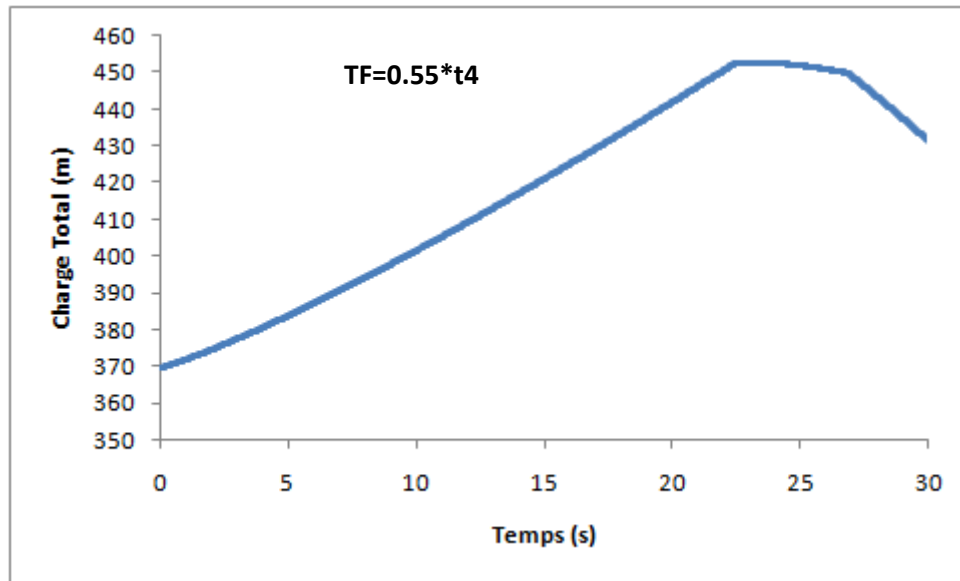


Fig. (5.12): Variation de la pression en fonction de l'exposant m aux temps de fermeture 0,55t₄, 0,6t₄, 0,65 t₄ et 0,70 t₄

Chaque courbe passe par une valeur minimale de la pression, cette valeur correspond à une valeur unique de l'exposant m en définissant une loi optimale de fermeture.

Après avoir déterminé les lois optimales de fermeture, il est temps de mettre en une simulation optimale de la variation au fil du temps de la charge totale aux temps de fermeture 0,55t₄, 0,6t₄, 0,65 t₄ et 0,70 t₄



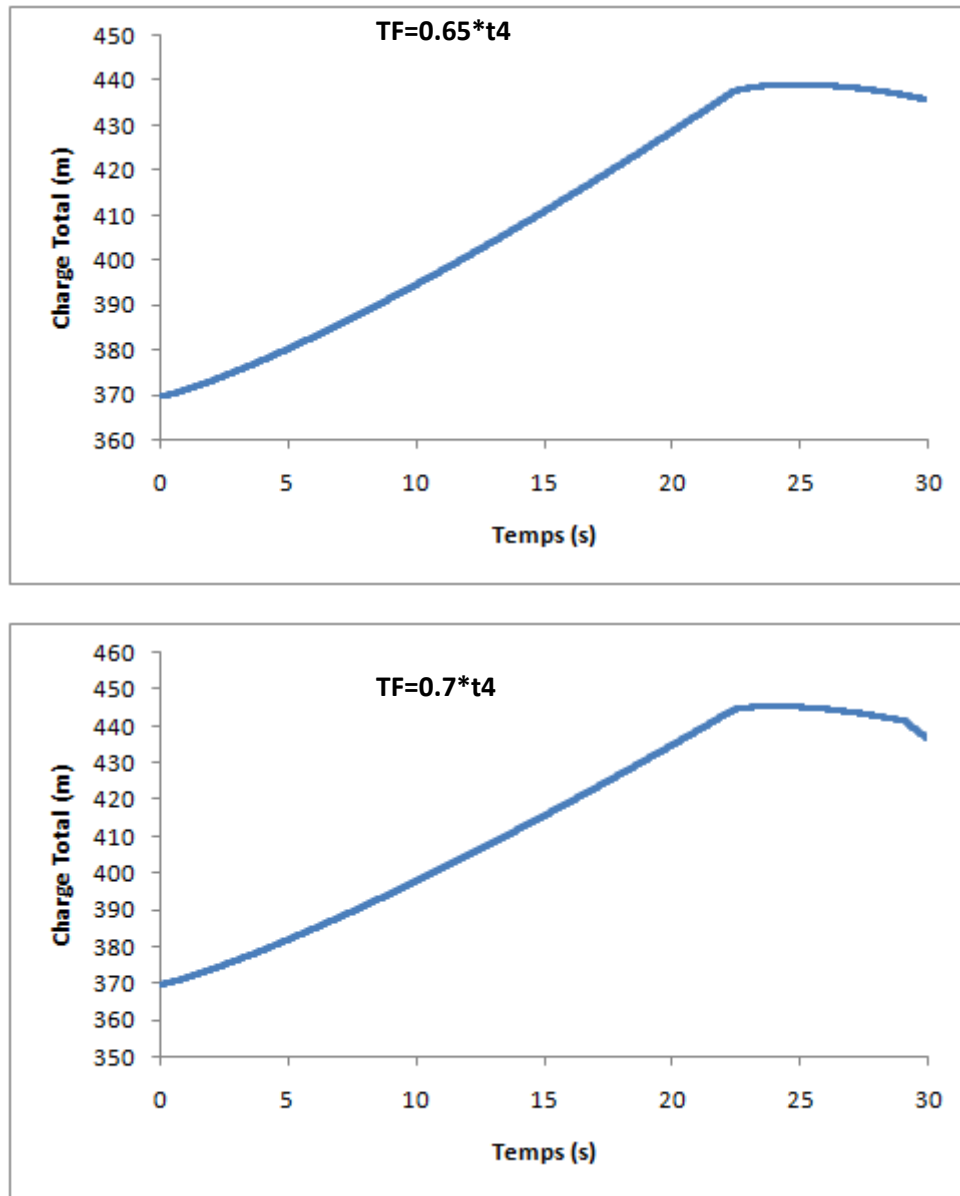


Fig. (5.13): Variation de la charge totale aux temps de fermeture $0,55t_4$, $0,6t_4$, $0,65 t_4$ et $0,70 t_4$

5.4.3.2 Recherche de temps de fermeture optimale

La détermination de l'intervalle de temps de fermeture optimal d'une vanne dépend de plusieurs paramètres, tels que la pression nominale de la conduite, les valeurs des niveaux du sol de tous les nœuds de discrétisation du réseau, la période de retour de l'écoulement transitoire et les valeurs maximales de la charge totale relevées lors de la fermeture, c'est-à-dire les pressions maximales générées. Les valeurs maximales de la pression et de l'exposant m pour plusieurs valeurs de la durée de fermeture de la vanne sont représentées dans le tableau (5.5).

Chapitre V Application du coup de bélier aux cas réels et moyens de protection

Tableau (5.5) : Valeurs maximales de la pression pour plusieurs temps de fermeture

X	X*T4	P (Bar)	X	X*T4	M
0,55	24,6158	12,0793676	0,55	24,6158	1,14
0,6	26,8536	11,2482328	0,6	26,8536	1,15
0,65	29,0914	10,5369295	0,65	29,0914	1,18
0,7	31,3292	9,92087173	0,7	31,3292	1,21
0,9	40,2804	8,12712479	0,9	40,2804	1,29
1	44,756	7,49453974	1	44,756	1,33
1,5	67,134	6,56490421	1,5	67,134	1,32
2	89,512	5,69736528	2	89,512	1,3
2,5	111,89	5,43712521	2,5	111,89	1,29
3	134,268	5,09810448	3	134,268	1,3
3,5	156,646	4,9811945	3,5	156,646	1,29
4	179,024	4,80096912	4	179,024	1,3
4,5	201,402	4,73710299	4,5	201,402	1,3
5	223,78	4,62218094	5	223,78	1,35
5,5	246,158	4,58075047	5,5	246,158	1,31
6	268,536	4,50204372	6	268,536	1,35
6,5	290,914	4,46408485	6,5	290,914	1,3
7	313,292	4,41974211	7	313,292	1,32
7,5	335,67	4,39891434	7,5	335,67	1,25
8	358,048	4,35750437	8	358,048	1,32
8,5	380,426	4,34055376	8,5	380,426	1,31
9	402,804	4,30865526	9	402,804	1,29

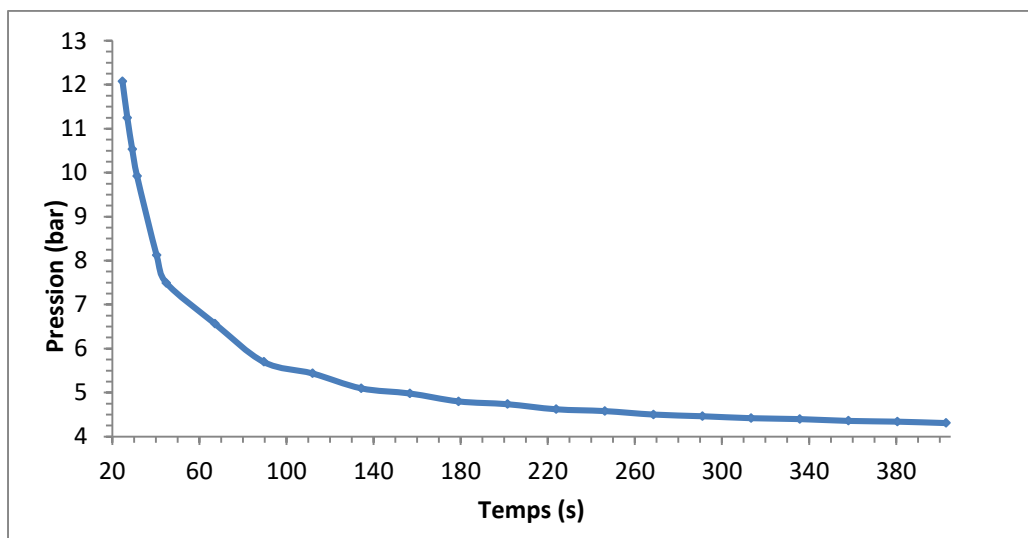


Fig. (5.14): Variation de la pression maximale au cours du temps à la vanne

La figure (5.14) donnant la pression maximale en fonction du temps de fermeture est de très grande utilité pratique. Elle permet de choisir la pression nominale de l'anti bélier à placer à l'endroit le plus défavorable et par la suite donne des recommandations sur le temps de fermeture de la vanne et inversement.

5.5 Systèmes de protection contre le coup de bélier

5.5.1 Les soupapes de décharge

Le rôle d'une soupape consiste à dévier un certain débit à l'extérieur de la conduite à protéger, dès que la pression atteint une certaine valeur de réglage estimée généralement à environ 1.04 à 1.10 de la pression maximale admissible. L'ouverture doit pouvoir s'effectuer très rapidement pour que l'opération soit efficace.

Les soupapes permettent la protection contre les surpressions uniquement.

Le nombre de soupapes dépend de l'importance de l'installation.

L'utilisation des soupapes nécessite une surveillance attentive et un entretien continu.

Il faut aussi prévoir l'évacuation vers l'extérieur de l'eau libérée. [19]

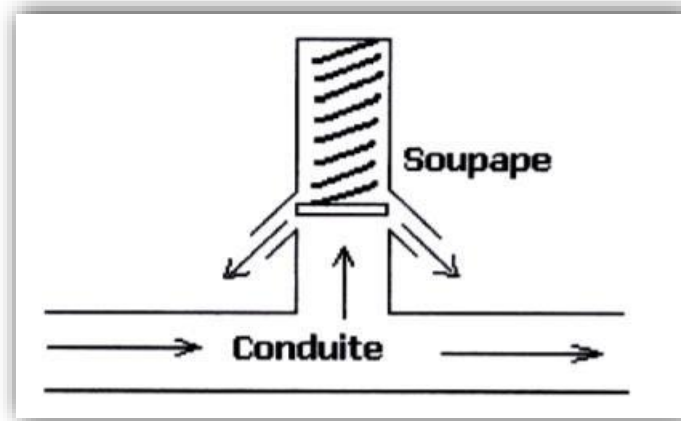


Figure (5.15): soupape de décharge.

5.5.2 Les ventouses (Les reniflards)

On distingue des ventouses à trois fonctions à savoir, l'évacuation de l'air contenu dans les conduites, l'admission de l'air dans ces conduites lorsqu'on procède à leur vidange et l'élimination des poches d'air qui se manifestent aux points hauts du circuit (qui peuvent provoquer des coups de bélier), d'où leur installation en des points hauts. Il y a également des ventouses à fonction unique, en l'occurrence, l'évacuation des poches d'air seulement. Une ventouse est constituée en principe d'un flotteur sphérique en caoutchouc logé dans un corps en fonte. [19]

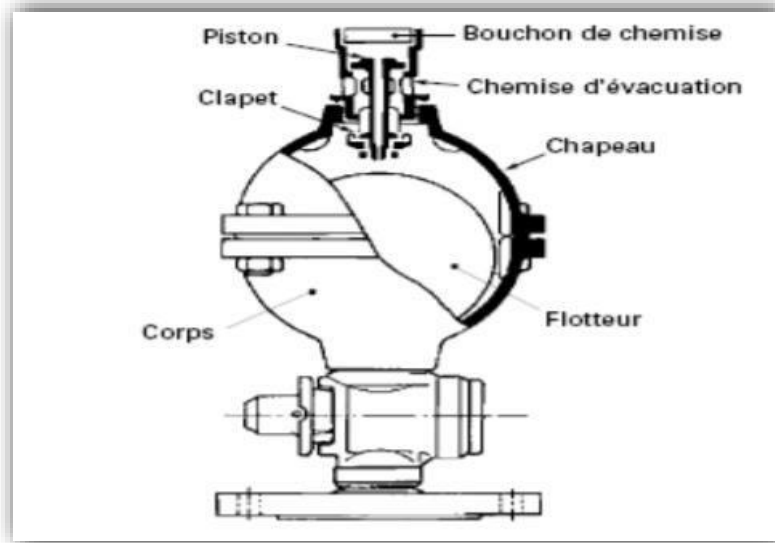


Fig. (5.16) : ventouse à fonction unique.

5.5.3 Les réservoirs d'air

Le réservoir d'air est l'appareil le plus utilisé pour la protection contre le coup de bélier. C'est un récipient contenant de l'air comprimé dans sa partie supérieure et de l'eau dans sa partie inférieure. Ces appareils sont aussi appelés "accumulateur, cloche à air, ballon d'air, réservoir anti-bélier...etc. Par ailleurs, un compresseur d'air est habituellement utilisé pour garder le volume d'air dans certaines limites (à cause des fuites) d'une part, et d'autre part, un clapet anti-retour est souvent prévu entre la pompe et le ballon d'air. Ce dispositif est très simple et protégera l'installation aussi bien contre les dépressions que contre les surpressions. Suite à une disjonction, le clapet se ferme et à ce moment-là, la pression de l'air de la cloche est encore supérieure à celle qui s'exerce à l'autre extrémité de la conduite ; ainsi, une partie de l'eau de la cloche est chassée dans la conduite. Après diminution progressive, puis annulation de sa vitesse, l'eau de la conduite revient en arrière et remonte dans la cloche, et ainsi de suite. La dissipation de l'énergie de l'eau peut être obtenue par le passage de celle-ci à travers un organe d'étranglement disposé à la base de la cloche. A cause du remplissage ou de la vidange du réservoir anti-bélier, l'air dans ce dispositif se comprime ou se dilate, et l'amplitude de la surpression et de la dépression seront réduites suite à la variation graduelle de la vitesse d'écoulement dans la conduite. [19]

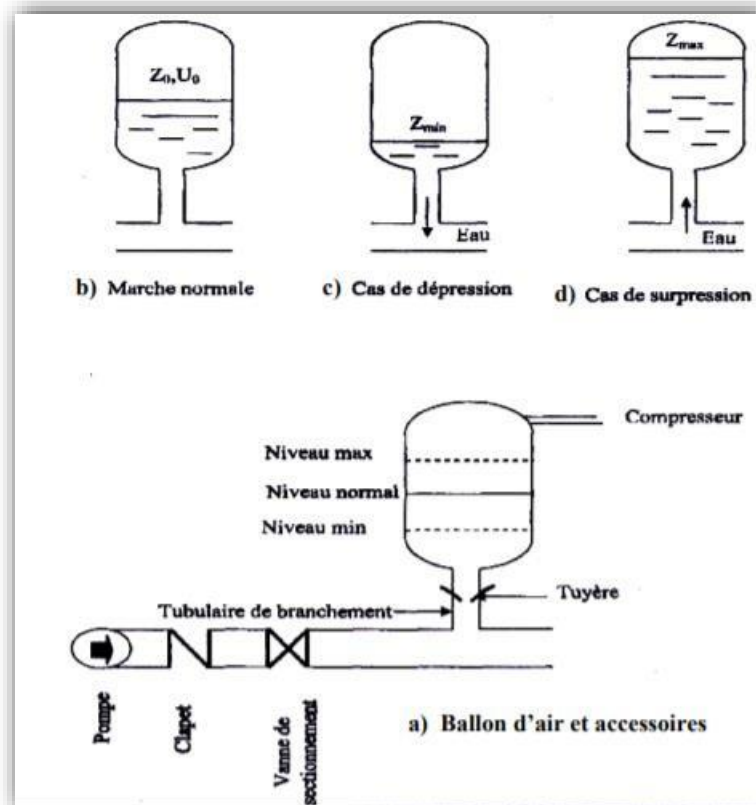


Fig. (5.17): Réservoir d'air

5.5.4 Cheminée d'équilibre

C'est un réservoir à l'air libre sous forme d'un tube piézométrique vertical. Il permet de transformer les surpressions et les dépressions en variation de hauteur de colonne d'eau. Dans les cas de refoulement sur des dénivellations importantes, l'utilisation de cheminées d'équilibre devient impraticable puisque leurs hauteurs seraient trop grandes. Sur une conduite de refoulement, cependant, une cheminée peut être placée en cours de parcours pour contrer les effets de la cavitation. La hauteur de la cheminée sera alors réduite et son emplacement, son niveau d'entretien étant réduit, ne pose pas de problème.

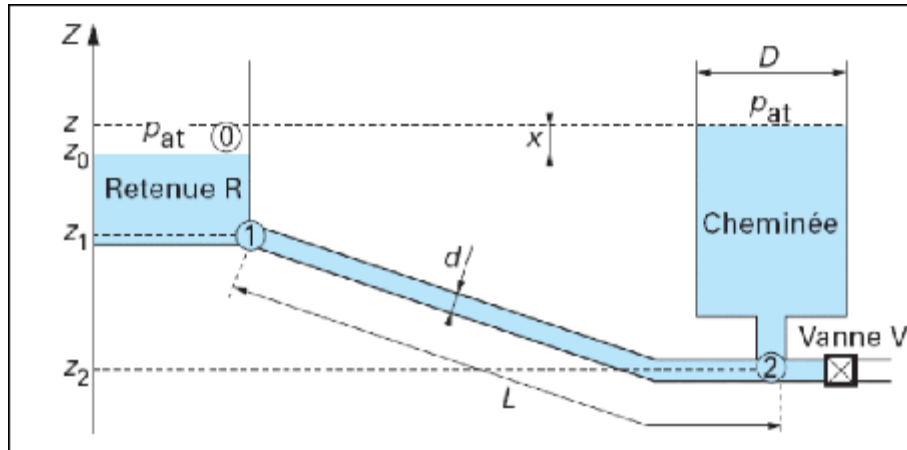


Fig. (5.18): Schéma d'une cheminée d'équilibre



Fig. (5.19) : Photo d'une cheminée

5.6 Conclusion

Les écoulements transitoires se manifestent dans les réseaux sous pression, soit à cause d'un facteur externe soit par leur principe de fonctionnement. A cet effet, il faut les préserver. En effet, en plus des moyens de protection, le prolongement de la durée du temps de fermeture des vannes peut être une solution dans la mesure du possible. La recherche des lois de fermeture optimales des réseaux hydrauliques, des temps optimaux de fermeture des vannes rentrent dans la bonne gestion.

CONCLUSION GENERAL

L'étude du phénomène du coup de bélier dans les conduites sous pression s'avère d'une grande importance, vu les risques engendrés sur les installations hydrotechniques.

Les équations de bases du phénomène transitoire dans les conduites sous pression ont permis de le comprendre fortement ainsi de savoir tous les paramètres entrant en jeu surtout dans sa reproduction d'un côté et d'autre coté, elles ont mis ses paramètres sous forme d'équations et de relations qui sont d'une grande utilité lors de dimensionnement des moyes protection.

Nous avons cité les principaux travaux permettant de donner des expressions permettant de calculer la célérité de propagation d'onde ainsi leurs évolutions au fil du temps.

Les écoulements transitoires se manifestent dans les réseaux sous pression, soit à cause d'un facteur externe soit par leur principe de fonctionnement. A cet effet, il faut les préservés. En effet, en plus des moyens de protection, le prolongement de la durée du temps de fermeture des vannes peut être une solution dans la mesure du possible. La recherche des lois de fermeture optimales des réseaux hydrauliques, des temps optimaux de fermeture des vannes rentrent dans la bonne gestion.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] **CARLIER, M. (1972).** Hydraulique générale et appliquée, Eyrolles, Paris.
- [2] **NONCLERCQ, P. (1982).** Hydraulique urbaine appliquée, 1^{ère} partie, Principes fondamentaux et compléments d'hydraulique", ed. Cebedoc, Liège,
- [3] **SALAH, B. (1994).** Polycopie d'alimentation en eau potable, ENSH.
- [4] **KADI, L. (2012).** Effet du sol sur les lois de manœuvre des robinets-vannes en coup de bélier parfait, ENSH.
- [5] **HOCEINI, T. (2014).** Modélisation du coup de bélier dans un réseau ramifié en refoulement, ENSH.
- [6] **WOOD, F, M. (1970).** History of water-hammer, Research report N°65, Canada.
- [7] **WEBER, (1865).** Propagation of waves through water or other incompressible fluids in elastic pipes, Académie de Wissembourg. Leipzig Berichte.
- [8] **MAREY, M. (1875).** Mouvement des Ondes Liquides pour servir à la Théorie du Pouls, Travaux du Laboratoire de M. Marey,
- [9] **KORTEWEG, D, J. (1878).** A propos de la vitesse de propagation du son dans les tubes élastiques, Annale de Physique et Chimie.
- [10] **JOUKOWSKI, N. (1898).** Paper to Polytechnic Soc. Moscow. (Traduction en anglais par Mlle O. Simin. Proc. AWWA, 1904)
- [11] **WARREN, (1915).** Penstock and Surge Tank Problems, Trans. ASCE American Society of Civil Engineers
- [12] **GIBSON, N.R. (1920).** Pressures in Penstocks caused by gradual closing of turbine gates, Trans. ASCE. American Society of Civil Engineers
- [13] **SCHNYDER, O. (1929),** Surtensions dans les colonnes montantes de la pompe, Schweizerische Bauzeitung.
- [14] **ALLIEVI, L. (1937).** Air Chambers for Discharge Pipes, Transactions of the American Society of Mechanical Engineers pp 651_659
- [15] **ANGUS, R.W. (1937).** Air Chambers and Valves in relation to water-hammer , ASME American Society of Mechanical Engineers.
- [16] **KNAPP, F. (1937).** Operation of emergency shut-off valves in pipe lines, Transactions ASME American Society of Mechanical Engineers.
- [17] **SCHNYDER, O.** Comparison between calculated and test results on

water-hammer in Pumping Plants, Trans ASME American Society of Mechanical Engineers.

[18] **CHERFAOUI, I. (2005)**, Effet du remblai sur les réservoirs d'air anti belier, ENSH.

[19] **MEUNIER M. (1980)**. Les coups de bélier et la protection des réseaux d'eau sous pression, in: ENGREF, Paris, 198 pages.

[20] **OURAGH Y. (1971)**. Ecoulement forcé en hydraulique, Tome II, Édition Paris.

[21] **PROVENZANO P.G., BARONI F., AGUERRE R. J. (2011)**. The closing function in the water hammer modeling, Latin American Applied Research. Vol. 41, pp. 43–47.

[22] **ZELLA L., SMADHI D. (2005)**. L'intérêt du calcul des pertes de charge en micro irrigation., Larhyss Journal. N°4, pp. 51- 68.

[23] **RANALD V. G. (1985)**. Mécanique des fluides et hydraulique, in Edition Française, 272 pages.

[24] **KREMENETSKI N., SCHTERENLIHT D., ALYCHEV V., YAKOVLEVA L. (1984)**. Hydraulique, Édition MIR.

[25] **STREETER V. L., WYLIE E. B. (1983)**. Fluid Mechanics, 206 pages. Eds. McGraw-Hill, Ryerson Ann Arbor. Michigan 48106 U.S.A.

[26] **ALMEIDA A., KOELLE E. (1992)**. Fluid Transients in Pipe Networks, Computational Mechanics Publications and Elsevier Applied Science. 564 pages.

[27] **PROVENZANO P.G., BARONI F., AGUERRE R. J. (2011)**. The closing function in the water hammer modeling, Latin American Applied Research. Vol. 41, pp. 43–47.

[28] **SUBANI N., NORSARAHADA A. (2015)**. Analysis of water hammer

with different closing valve laws on transient flow of hydrogen-natural gas mixture, *Abstract and Applied Analysis*. Volume, Article ID 510675, 12 pages.

[29] (John, 2018; Goldberg and Benjamin, 1983). Analysis of water hammer in a penstock in the case of valve closure. Part 2: Pressure losses concentrated downstream, *Journal of Materials and Engineering Structures*. N°4, pp. 99–109.

[30] BERRESKI, A. *Hydraulique urbaine L3*, LRHAE, Bejaia.

ANNEXE

Donnes

$\pi=3.14159265$

$\rho=1000$

$K_e=2.07E9$

$E_m=1.962E10$

$e_{1m}=0.1$

$V_m=0.3$

$d=1$

$r=0.5$

$L=11498$

$Q_0=0.72$

$g=9.81$

$h_g=40$

$dh_{11}=8.3086829$

$H_1=1$

$P=\rho \cdot g \cdot (H_g - dh_{11})$

$k_{mu}=0.165$

$L_1=1.9$

$\gamma=19000$

$T=15$

$\epsilon=0.00025$

$g=9.81$

Calcul de la vitesse moyenne d'écoulement V	
V	0.916732490
RE	800969.438
Calcul du coefficient de frottement	
Lambda3 (0)	1.05762687E . 10 ⁻²
Lambda3 (1)	1.55556910E . 10 ⁻²
Lambda3 (2)	1.53682865E . 10 ⁻²
Lambda3 (3)	1.53737413E . 10 ⁻²
Lambda3 (4)	1.53735830E . 10 ⁻²
Lambda	1.53735867E . 10 ⁻²
Calcul des pertes de charge	
Dh3 (0)	5.72972393
Dh3 (1)	8.42733955
Dh3 (2)	8.32581329
Dh3 (3)	8.32876873
Dh3 (4)	8.32868290
Calcul le nombre des points de discrétisation	
N1	11189.5010
Le nombre des points	
N	11190
Calcul du temps de la période de retour	
T4	44.7560043
Calcul de la valeur de R=a/(g*s)	
R	133.374268
Phénomène du coup de bélier	
Vdh	96.0294876
RC	16.0661335
Calcul de la valeur du pas de l'espace Dx	
Dx	1.02761638
Calcul de la résistance de l'élément de discrétisation RED	
RED	1.43588637E . 10 ⁻³
H (11181)	369.678009
H (11182)	369.677277
H (11183)	369.676514
H (11184)	369.675781
H (11185)	369.675049
H (11186)	369.674286
H (11187)	369.673553
H (11188)	369.672791
H (11189)	369.672058
H (11190)	369.671326

TF=0.1*T4

M	P (MCE)	P (bar)
1	135,586426	13,3010283
1,1	135,540436	13,2965164
1,2	135,498291	13,2923822
1,29	135,462372	13,2888584
1,4	135,421906	13,2848892
1,5	135,388794	13,281641
1,6	135,357758	13,2785959
1,7	135,33077	13,2758894
1,8	135,302612	13,2731857
1,9	135,277252	13,2706985
2	135,253174	13,2683369
2,5	135,171906	13,2603636
3	135,130371	13,2562895
3,5	135,115906	13,2548704
4	135,119834	13,2552567
4,5	135,133636	13,2566099
5	135,154083	13,2586155

TF=0.2*T4

M	P (MCE)	P (bar)
1	135,004486	13,2439404
1,1	134,913879	13,2350512
1,2	134,833038	13,2271214
1,29	134,763519	13,2203007
1,4	134,685486	13,2126465
1,5	134,617737	13,2060003
1,6	134,556427	13,1999855
1,7	134,499817	13,1944323
1,8	134,447479	13,1892977
1,9	134,399353	13,184576
2	134,358337	13,1805525
2,5	134,21405	13,166398
3	134,156097	13,1607132
3,5	134,14856	13,1599731
4	134,172791	13,1623507
4,5	134,212646	13,1662607
5	134,260559	13,1709604

TF=0.3*t4

M	P (MCE)	P (bar)
1	134,427582	13,1873455
1,2	134,170532	13,1621294
1,29	134,067657	13,1520367
1,4	133,949493	13,1404448
1,6	133,760162	13,1218719
1,8	133,600433	13,1062021
2	133,474304	13,0938292
2,2	133,377411	13,0843239
2,4	133,308685	13,0775824
2,6	133,290712	13,072876
2,8	133,231628	13,0700226
3	133,217712	13,0686579
3,2	133,214142	13,0683069
3,4	133,219788	13,068861
3,6	133,233429	13,070199
3,8	133,251038	13,0719271
4	133,273346	13,0741148
4,5	133,340302	13,0806837
5	133,419403	13,0884438

TF=0.4*T4

M	P (MCE)	P (bar)
1	133,856445	13,13171
1,2	133,515883	13,0979033
1,29	133,37738	13,084321
1,4	133,220978	13,0689774
1,6	132,969788	13,0443363
1,8	132,761292	13,0238829
2	132,602814	13,0083361
2,2	132,48407	12,9966869
2,6	132,350708	12,9836044
3	132,309692	12,9795809
3,2	132,312347	12,9798412
3,4	132,327026	12,9812813
3,6	132,349884	12,9835234
4	132,410614	12,989481
4,5	132,509186	12,9991512
5	132,616669	13,0096951
5,5	132,729401	13,0207539
6	132,840302	13,0316334

TF=0,55*T4

M	P (MCE)	P (bar)
0,7	127,660767	12,4235214
0,8	126,505188	12,4101591
0,9	125,37973	12,2997513
1	124,283905	12,1922512
1,1	123,242676	12,090106
1,14	123,133209	12,0793676
1,15	123,161896	12,0821819
1,2	123,72049	12,1369801
1,29	125,369995	12,2987967
1,4	126,960907	12,4548645
1,5	128,027527	12,5595007
1,6	128,855133	12,6406649
1,7	129,277173	12,7017107
1,8	129,961212	12,7491951
1,9	130,297272	12,7821627
2	130,518961	12,8039093

TF=0,6*T4

M	P (MCE)	P (bar)
0,7	122,156799	11,9835815
0,8	120,300171	11,8014469
0,9	118,496338	11,6244907
1	116,742737	11,4524622
1,1	115,06424	11,2878017
1,14	114,698486	11,2519217
1,15	114,660889	11,2482328
1,16	114,664520	11,2485895
1,17	114,676208	11,2497358
1,18	114,703888	11,2524509
1,19	114,772644	11,2591963
1,2	114,849487	11,2667351
1,21	114,949982	11,2765932
1,29	116,530457	11,4316378
1,4	119,390381	11,7121964
1,5	121,90766	11,9199009
1,6	123,249786	12,090841
1,7	124,662506	12,2293921
1,8	125,875244	12,348361

TF=0,7*t4

M	P (MCE)	P (BAR)
0,7	113,147369	11,0997572
0,8	110,265381	10,8170338
0,9	107,494385	10,5451994
1	104,832825	10,2840996
1,1	102,298767	10,0355091
1,19	101,168152	9,92459583
1,2	101,150299	9,92284393
1,21	101,130188	9,92087173
1,22	101,150757	9,92288876
1,29	101,741791	9,98086929
1,4	104,148132	10,2162313
1,5	107,40863	10,5367861
1,6	110,395874	10,8298349
1,7	117,017242	11,0869913
1,8	115,292877	11,3102312

TF=0,65*T4

M	P (MCE)	P (bar)
0,7	117,36075	11,5134153
0,8	114,943115	11,2759199
0,9	112,60202	11,046258
1	110,339478	10,8243027
1,1	108,176849	10,6121492
1,18	107,406006	10,5369295
1,25	107,414734	10,537385
1,29	108,509521	10,644784
1,4	112,565094	10,9445353
1,5	114,447388	11,2272882
1,6	116,896515	11,4675484
1,7	118,993439	11,6732559

M	M*T4	P (bar)	M	M*T4	P (bar)
0,55	24,6158	12,0793676	0,55	24,6158	1,14
0,6	26,8536	11,2482328	0,6	26,8536	1,15
0,65	29,0914	10,5369295	0,65	29,0914	1,18
0,7	31,3292	9,92087173	0,7	31,3292	1,21
0,9	40,2804	8,12712479	0,9	40,2804	1,29
1	44,756	7,49453974	1	44,756	1,33
1,5	67,134	6,56490421	1,5	67,134	1,32
2	89,512	5,69736528	2	89,512	1,3
2,5	111,89	5,43712521	2,5	111,89	1,29
3	134,268	5,09810448	3	134,268	1,3
3,5	156,646	4,9811945	3,5	156,646	1,29
4	179,024	4,80096912	4	179,024	1,3
4,5	201,402	4,73710299	4,5	201,402	1,3
5	223,78	4,62218094	5	223,78	1,35
5,5	246,158	4,58075047	5,5	246,158	1,31
6	268,536	4,50204372	6	268,536	1,35
6,5	290,914	4,46408485	6,5	290,914	1,3
7	313,292	4,41974211	7	313,292	1,32
7,5	335,67	4,39891434	7,5	335,67	1,25
8	358,048	4,35750437	8	358,048	1,32
8,5	380,426	4,34055376	8,5	380,426	1,31
9	402,804	4,30865526	9	402,804	1,29