

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université 8 Mai 1945 Guelma



Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Electrotechnique et Automatique
Laboratoire de Génie Electrique de Guelma – LGEG

THÈSE
EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME DE
DOCTORAT EN 3^{ème} CYCLE

Domaine : **Sciences et Techniques** Filière : **Electrotechnique**
Spécialité : **Réseaux Electriques**

Présenté par

DAFRI Mourad

Intitulée

Caractérisation et modélisation du comportement des matériaux magnétiques sous effets des contraintes thermique et fréquentielle

Soutenue le : 03/11/2021

Devant le Jury composé de :

Mr. LEMZADMI Ahcene	Professeur	Univ. de Guelma	Président
Mr. LADJIMI Abdelaziz	M.C. classe A	Univ. de Guelma	Encadreur
Mr. BABOURI Abdesselam	Professeur	Univ. de Guelma	Co-encadreur
Mr. BAHI Tahar	Professeur	Univ. d'Annaba	Examineur
Mr. BOUDEFEL Amar	M.C. classe A	Univ. de Guelma	Examineur

Année Universitaire : 2020/2021

Remerciements

Que dieu le tout-puissant soit glorifié pour m'avoir donné le courage, la patience et la persistance pour aboutir et mener à terme mon travail.

Je tiens en premier lieu à remercier le Directeur de thèse, le docteur LADJIMI Abdelaziz pour avoir accepté de m'encadrer et de m'avoir permis d'évoluer pendant toute cette période dans un environnement scientifique en profitant d'une grande liberté dans l'orientation de mon travail aussi bien sûr le plan scientifique que sur le plan humain, je le remercie pour sa disponibilité et son écoute.

J'exprime ma gratitude à Monsieur le Professeur BABOURI Abdesselam, qui a accepté de Co-encadrer ce travail. Ses remarques fructueuses et très précieux conseils m'ont permis d'accomplir ce travail.

Je souhaite également remercier toute l'équipe, qui a contribué de près ou de loin à l'aboutissement de mon travail, je pense particulièrement à toute l'équipe du Laboratoire Génie Electrique de Guelma (LGEG).

Je remercie vivement l'ensemble des membres du jury, qui ont accepté de juger et de porter des critiques constructives à mon travail.

Parce qu'ils représentent tant pour moi, et en raison de leurs soutiens, je profite pour remercier mes parents, toute ma famille et mes amis, pour leurs encouragements.

Je tiens à dédier ce travail tout particulièrement à ma femme, sa compréhension, sa patience et ces encouragements dans les moments délicats m'ont permis de surmonter toutes les difficultés rencontrées. Je dédie ce travail à mes enfants Manar, Salsabil et Soundes.

Résumé

Les matériaux magnétiques sont beaucoup présents dans les dispositifs électromagnétiques modernes. Le comportement hystérétique de ces matériaux est très sensible aux variations de la température et de la fréquence, ce qui affecte les performances et le rendement de ces dispositifs. Il est donc nécessaire de disposer de modèles de comportement hystérétique, précis et rapide afin de modéliser les systèmes électromagnétiques et en particulier, sous contraintes de la température et de la fréquence. Dans notre travail de thèse, nous avons développé un modèle d'hystérésis adapté à différents types de matériaux ferromagnétiques doux. Il s'appuie sur le modèle de Preisach que nous avons associé à une nouvelle fonction de distribution appelée student. Le modèle proposé permet de tenir compte l'effet de la température et de la fréquence du travail. Après la validation de ce modèle, nous l'avons intégré dans un calcul de champ basé sur la méthode des éléments finis. Comme application de notre étude, nous avons évalué les pertes fer et la détermination de la distribution de la température dans un dispositif à induction électromagnétique. Ce travail nous a permis de mettre en évidence de disposer d'un tel modèle pour optimiser les pertes magnétiques dans les systèmes électromagnétiques.

Mots-clés : Hystérésis, Preisach, Student, Température, Fréquence, Eléments Finis, Modélisation, Pertes Magnétiques.

Abstract

Magnetic materials are widely present in modern electromagnetic devices. The hysteretic behavior of these materials is very sensitive to variations in temperature and frequency, which affects the performance and efficiency of these devices, it is therefore necessary to have models of hysteretic behavior, precise and fast in order to model them. Electromagnetic systems and in particular, under constraints of temperature and frequency of work. In our work, we have developed a hysteresis model suitable for different types of soft ferromagnetic materials. It is based on the Preisach model that we have associated with a new distribution function called student. The proposed model makes it possible to take into account the effect of temperature and the frequency of work. After the validation of this model, we integrated it into a field calculation based on the finite element method, as an application of our study, we evaluated the iron losses and the determination of the temperature distribution in a device at electromagnetic induction. This work has enabled us to demonstrate the availability of such a model to optimize magnetic losses in electromagnetic systems.

Keywords: Hysteresis, Preisach, Student, Temperature, Frequency, Finite Elements, Modeling, Magnetic Losses.

ملخص

المواد المغناطيسية موجودة بكثرة في الأنظمة المغناطيسية الحديثة، هذه المواد يتأثر سلوكها الهستيربي بفعل درجة الحرارة والتواتر، مما يؤثر على أداء وكفاءة هذه الأنظمة. في هذا العمل قمنا بتطوير نموذج هستيري يتكيف مع أنواع مختلفة من المواد المغناطيسية اللينة ويأخذ بعين الاعتبار درجة حرارة المواد وتواتر الحقل المطبق عليها. وهو يعتمد على نموذج بريزاك، الذي ربطناه بدالة توزيع جديدة هي ستيندت.

بعد التحقق من صحت وكفائت هذا النموذج قمنا بدمجه في كود حساب بناء على طريقة العناصر المحدودة. تؤكد النتائج المتحصل عليها كيفية توزيع درجة الحرارة على هذه المواد. كتطبيق لدراستنا قمنا بتقدير خسائر الحديد وكيفية توزيع درجة الحرارة في المادة المغناطيسية، ومنه استخلصنا أهمية وجود مثل هذا النموذج من أجل تقييم وتحديد الخسائر المغناطيسية وعلاقتها بارتفاع درجة حرارة المواد المغناطيسية والتواتر المطبق عليها.

الكلمات المفتاحية: التباطؤ المغناطيسي، نموذج بريزاك، دالة ستيندت، الحرارة، التواتر، العناصر المنتهية، نمذجة، الخسائر المغناطيسية.

Table des matières

Introduction générale	15
Chapitre 1: Généralité sur les matériaux magnétiques	18
1.1 Introduction.....	18
1.2 Notion de Magnétisme	18
1.2.1 Echelle atomique	19
1.2.2 Echelle microscopique	19
1.2.3 Echelle macroscopique	21
1.3 Processus d'aimantation (Cycle d'hystérésis).....	24
1.4 Classification des matériaux ferromagnétiques.....	27
1.4.1 Matériaux doux	27
1.4.2 Matériaux durs	28
1.5 Les pertes magnétiques dans les matériaux ferromagnétiques.....	29
1.5.1 Pertes par hystérésis	29
1.5.2 Les pertes par courants de Foucault.....	30
1.6 Influence de la température sur les propriétés magnétiques des matériaux.....	31
1.6.1 Température de curie.....	31
1.6.2 Comportement thermique du phénomène d'hystérésis.....	31
1.7 Conclusions.....	32
Chapitre 2: Les modèles d'hystérésis magnétiques	34
2.1 Introduction.....	34
2.2 Le modèle de Jiles-Atherton	34
2.2.1 Le modèle statique de Jiles-Atherton.....	34
2.2.1.1 Résolution numérique du modèle	37
2.2.1.2 Identification des paramètres du modèle	38
2.2.2 Le modèle dynamique de Jiles-Atherton.....	39
2.3 Le modèle Preisach.....	42
2.3.1 Le modèle statique de Preisach	42
2.3.1.1 Définition du modèle.....	42
2.3.1.2 Interprétation géométrique du modèle	43
2.3.1.3 Représentation équivalente.....	44

2.3.1.4 Principe du modèle	45
2.3.1.5 Propriétés du modèle	47
2.3.1.6 Détermination de la fonction de distribution $\rho(\alpha,\beta)$	48
2.3.1.6.1 Approximation numériques de $\rho(\alpha,\beta)$	49
2.3.1.6.2 Approximation analytique de $\rho(\alpha, \beta)$	54
2.3.2 Modèle dynamique de Preisach	57
2.4 Conclusions et choix d'un modèle d'hystérésis	58
Chapitre 3: Développement d'un modèle d'hystérésis	61
3.1 Introduction.....	61
3.2 Développements du modèle hystérésis.....	61
3.2.1 Présentation la fonction de Student paramétrique.....	61
3.2.1.1 Influences du paramètre a	62
3.2.1.2 Influences du paramètre b.....	64
3.2.2 Formulation mathématique du modèle d'hystérésis	65
3.2.2.1 Expression mathématique de la courbe de première aimantation	66
3.2.2.2 Expression de la courbe de la branche descendante du cycle majeur.....	67
3.2.2.3 Expression de la courbe de la branche ascendante du cycle majeur	68
3.3 Validation expérimentale du modèle.....	70
3.3.1 Banc Expérimental	70
3.3.2 Les matériaux étudiés.....	70
3.3.3 Validation des cycles centrés	72
3.3.4 Identification des paramètres de la fonction de distribution de Student.....	73
3.4 Comportement thermique du phénomène d'hystérésis	74
3.4.1 Introduction de L'effet de la température dans le modèle de Preisach	74
3.4.1.1 Introduction de la loi du comportement thermique du paramètre a	74
3.4.1.2 Introduction de la loi du comportement thermique du paramètre b.....	74
3.4.1.3 Identification des paramètres.....	75
3.4.1.4 Validation expérimentale	75
3.4.1.5 Résultats et discussions.....	76
3.5 Intégration de l'effet de la fréquence dans le modèle de Preisach.....	80
3.5.1 Introduction de la loi du comportement fréquentielle du paramètre a.....	81
3.5.2 Introduction de la loi du comportement fréquentielle du paramètre b	81
3.5.3 Identification des paramètres	81

3.5.4 Validation expérimentale	81
3.5.5 Résultats et discussions.....	82
3.6 Conclusions.....	85
Chapitre 4: Intégration de modèle d'hystérésis dans un code de calcul par élément finis	88
4.1 Introduction.....	88
4.2 Equation de Maxwell et les lois de comportement des milieux.....	88
4.3 La formulation en potentiel vecteur magnétique	90
4.3.1 Modèle magnétostatique non-linéaire.....	91
4.3.2 Modèles magnétodynamiques non-linéaire	91
4.4 Résolution des équations électromagnétiques par la méthode des éléments finis.....	92
4.4.1 Méthode des éléments finis	92
4.4.1.1 Formulation éléments finis	93
4.4.1.2 Discrétisation spatial	94
4.4.1.3 Discrétisation temporelle	94
4.4.2 Formulation éléments finis des équations électromagnétiques.....	95
4.4.2.1 Problème électromagnétique bidimensionnel	95
4.4.3 Méthodes de résolution.....	99
4.4.3.1 Méthode de Newton-Raphson.....	99
4.4.3.2 Méthode du point fixe	100
4.4.3.3 Algorithme de l'intégration du modèle d'hystérésis	100
4.4.4 Détermination des pertes	102
4.5 Résolution du problème Thermique	102
4.5.1 La formulation élément finis du problème thermique.....	103
4.5.1.1 La formulation EF dans un système de coordonnées cartésiennes.....	103
4.5.1.2 La formulation EF dans un système de coordonnées cylindriques	104
4.5.2 Couplage magnétique thermique	105
4.6 Application par calcul du champ dans un dispositif électromagnétique	106
4.6.1 Dispositif étudié.....	106
4.6.1.1 Définition de la structure géométrique.....	108
4.6.1.2 Définition des conditions aux limites.....	108
4.6.1.3 Maillage du domaine d'étude	109
4.6.2 Analyse du problème magnétique	109

4.6.2.1	Forme sinusoïdale	109
4.6.2.2	Génération des cycles mineurs à partir de calcul par éléments finis.....	113
4.6.3	Evaluation des pertes fer en utilisant un modèle dynamique d'hystérésis.....	114
4.6.3.1	Evolution de la densité de puissance	114
4.6.4	Etude du problème magnétique-thermique	117
4.7	Conclusions.....	121
	Conclusion générale	123
	Bibliographie	126

Liste des figures.

Figure 1.1 : Représentation atomique	19
Figure 1.2 : Démonstration du moment magnétique associé à (a) un électron en orbite et (b) un électron en rotation	19
Figure 1.3 : Configuration des moments magnétiques dans les corps ferromagnétiques.....	20
Figure 1.4 : Configuration des moments magnétiques dans les corps antiferromagnétiques	20
Figure 1.5 : Configuration des moments magnétiques dans les corps ferrimagnétiques	20
Figure 1.6 : Orientation des moments magnétiques atomiques les uns par rapport aux autres sous l'action de l'énergie d'échange	22
Figure 1.7 : Orientation des moments magnétiques dans l'axe FA sous l'action de l'énergie d'anisotropie	22
Figure 1.8 : Organisation de l'échantillon en domaines	23
Figure 1.9 : Échantillon initialement désaimanté, les points figurent des défauts, correspondance dans le plan (B, H).....	24
Figure 1.10 : Déformation des parois dans la zone de Rayleigh.....	24
Figure 1.11 : Zone de disparition de parois.	25
Figure 1.12 : Zone de rotation des moments	25
Figure 1.13 : Retour au zéro d'excitation.....	26
Figure 1.14 : Passage par le champ coercitif H_c	26
Figure 1.15 : Disparition des parois avant saturation basse	27
Figure 1.16 : Fermeture du cycle	27
Figure 1.17 : Cycle d'hystérésis pour les matériaux ferromagnétiques doux..	28
Figure 1.18 : Cycle d'hystérésis pour les matériaux ferromagnétiques durs.	29
Figure 1.19 : Apparition de courants induits dans un matériau magnétique conducteur	30
Figure 1.20 : Gonflement du cycle d'hystérésis en régime dynamique.....	30
Figure 1.21 : Evolution du cycle d'hystérésis d'un matériau FeSi Non Orienté en fonction de la température	31
Figure 1.22 : Evolution du cycle d'hystérésis d'un matériau ferrite en fonction de la température	32
Figure 2.1 : Saut brusque de parois sous l'action d'un champ extérieur.....	35
Figure 2.2 : Déformation réversible d'une paroi sous champ extérieur	36
Figure 2.3 : Ensemble des paramètres expérimentaux utiles à l'identification	39
Figure 2.4 : Cycle élémentaire d'une entité	43
Figure 2.5 : Plan de Preisach.....	44
Figure 2.6 : Définition du cycle élémentaire et du plan de Preisach en fonction de H_c et H_i	44
Figure 2.7 : Evolution de la frontière $L(t)$ dans le plan de Preisach.....	46

Figure 2.8 : Représentation dans le plan de Preisach et dans le plan (HOM) De l'aimantation $M(0, H_s, -H_s, H_1, H_2, H_3, H_4, H(t))$	47
Figure 2.9 : Représentation dans le plan (HOM) et dans le plan de Preisach.....	47
Figure 2.10 : Cycles mineurs congruents.....	48
Figure 2.11 : Plan de Preisach sous l'effet de H_1 avec $H_1 > 0$	50
Figure 2.12 : La subdivision du plan de Preisach.....	51
Figure 2.13 : Subdivision de la courbe de première aimantation et courbe de descente du cycle majeur.....	52
Figure 2.14 : Définition d'une courbe de renversement.....	53
Figure 2.15 : Interprétation d'une courbe de renversement dans le Triangle de Preisach Première partie : arrivée en (H_1, M_1)	54
Figure 2.16 : Interprétation d'une courbe de renversement dans le Triangle de Preisach Deuxième partie : arrivée en (H_2, M_2)	54
Figure 2.17 : Définition des grandeurs h_c et h_i de l'hystéron.....	56
Figure 3.1 : Les contours et la représentation spatiale de la distribution de Student pour $k=6.4334$, $a=0.08$, $b=1.005$, $H_c=135.8$	62
Figure 3.2 : Les contours et la représentation spatiale de la distribution de Student pour $k=6.4334$, $a=0.15$, $b=1.005$ et $H_c=135.8$	63
Figure 3.3 : Les contours et représentation spatiale de la distribution de Student pour $k=6.4334$, $a=0.65$, $b=1.005$ et $H_c=135.5$	63
Figure 3.4 : Evolution du cycle d'hystérésis en fonction de a	63
Figure 3.5 : Les contours et la représentation spatiale de la distribution de Student pour $b=1$, $a=0.15$	64
Figure 3.6 : Les contours et la représentation spatiale de la distribution de Student pour $b=1.25$, $a=0.15$	65
Figure 3.7 : Evolution du cycle d'hystérésis en fonction de b	65
Figure 3.8 : Plan de Preisach correspondant à la courbe de première aimantation.....	66
Figure 3.9 : Le plan de Preisach correspondant à la courbe de descendante.....	67
Figure 3.10 : Le plan de Preisach correspondant à la courbe ascendante.....	69
Figure 3.11 : Schéma du banc expérimental.....	70
Figure 3.12 : Les grandes classes de matériaux magnétiques.....	71
Figure 3.13 : Comparaison des cycles d'hystérésis (tôles FeSi, $k=4.8841$, $a=0.095$, $b=1.035$, $h_c=135.5$).....	71
Figure 3.14 : Comparaison des cycles d'hystérésis (ferrites, $k=217.35$, $a=4.75$, $b=0.5$, $h_c=23.29A/m$).	72
Figure 3.15 : Validation du cycle centré a champ maximum de (a) $H= 110A/m$, (b) $H=150A/m$ et (c) $H=230A/m$	73

Figure 3.16 : Système de mesure des boucles d'hystérésis magnétiques.	76
Figure 3.17 : Variation du paramètre a en fonction de la température ($a_0=0.4741$, $a_1=1.5237$ et $a_2=197.8698$).....	76
Figure 3.18 : Variation du paramètre b en fonction de la température ($b_0=0.9805$, $b_1=0.0387$, $b_2=1.10\cdot 10^{-8}$ et $b_3=5.1183\cdot 10^{-5}$).....	77
Figure 3.19 : Evolution du cycle d'hystérésis en fonction de la température pour un matériau ferrite $NiFe_2O_4$	77
Figure 3.20 : Les cycles d'hystérésis mesurées et simulées à différentes températures (a) 27°C, (b) 50°C, (c) 75°C, (d) 125°C and (e) 150°C.	78
Figure 3.21 : Variation de l'erreur quadratique moyenne entre l'induction magnétique mesuré et calculé en fonction de la température.	80
Figure 3.22 : Evolution du paramètre a en fonction de la fréquence $a_0=0.0239$, $a_1=58.1481$ et $a_2=0.1933$	82
Figure 3.23 : Evolution du paramètre b en fonction de la fréquence $b_0 = 0.0018$, $b_1 = 70$ et $b_2 = 0.6796$	82
Figure 3.24 : Cycles d'hystérésis pour une fréquence de 200, 400, 600 et 800Hz pour $B_s=0.128T$	83
Figure 3.25 : Cycles d'hystérésis pour une fréquence de (a) $f=200$ Hz, (b) $f=400$ Hz, (c) $f= 600$ Hz et (d) $f= 800$ Hz pour $B_s=0.128T$	84
Figure 4.1 : Organigramme de l'intégration du modèle d'hystérésis dans la méthode des éléments finis	101
Figure 4.2 : Organigramme du problème couplé correspondant à un instant d'évolution du problème thermique.....	106
Figure 4.3 : Dispositif étudié.	107
Figure 4.4 : Cycle d'hystérésis de l'induit.....	107
Figure 4.5 : Domaine d'étude.....	108
Figure 4.6 : Domaine d'étude avec les conditions aux limites associées.	108
Figure 4.7 : Maillage du domaine d'étude.	109
Figure 4.8 : Confrontation des cycles d'hystérésis obtenus par calcul EF en exploitant le modèle de Preisach.....	110
Figure 4.9 : Position des points sélectionnés au niveau de l'induit	110
Figure 4.10 : Evolution des cycles d'hystérésis en fonction des éléments sélectionnées pour J sinusoïdale.....	111
Figure 4.11 : Les cycles d'hystérésis et le cycle moyen.....	111
Figure 4.12 : Evolution temporelle des champs magnétiques en fonction des points sélectionnés. ...	112
Figure 4.13 : Evolution temporelle des inductions magnétique en fonction des points sélectionnés.	112
Figure 4.14 : Densité du courant d'excitation pour la génération des cycles d'hystérésis avec des cycles mineurs	113

Figure 4.15 : Confrontation des cycles d'hystérésis (cycle majeur et cycle mineur) obtenus par calcul EF en exploitant le modèle de Preisach	113
Figure 4.16 : Confrontation des cycles d'hystérésis (cycle majeur et cycle mineur) obtenus par calcul EF en exploitant le modèle de Preisach (Zoom)	114
Figure 4.17 : (a) : Densité de puissance dissipée dans le matériau à $f=50\text{Hz}$ par courant de Foucault, (b) : L'évolution de la densité de puissance (par courant de Foucault) sur l'axe or.....	115
Figure 4.18 : (a) : Densité de puissance dissipée dans le matériau à $f=50\text{Hz}$ Hystérésis, (b) : L'évolution de la densité de puissance (par hystérésis) sur l'axe or	115
Figure 4.19 : Densité de puissance totale dissipée dans le matériau à $f = 50 \text{ Hz}$ (W/m^3).....	116
Figure 4.20 : Evolution des pertes par hystérésis en fonction de la fréquence	116
Figure 4.221: Evolution des pertes par courant de Foucault et des pertes totales en fonction de la fréquence	117
Figure 4.22 : Conditions aux limites thermiques.....	118
Figure 4.23 : Evolution des pertes par hystérésis en fonction de la température	118
Figure 4.24 : Evolution des pertes par courant de Foucault en fonction de la température	119
Figure 4.25: Les cycles d'hystérésis et le cycle moyen à la température $T=325 \text{ }^\circ\text{C}$	119
Figure 4.26 : Les cycles d'hystérésis et le cycle moyen à la température $T=100 \text{ }^\circ\text{C}$	119
Figure 4.27 : Segment de droite [AB].....	120
Figure 4.28 : Température sur la Paroi du Matériau.....	120

Liste des tableaux.

Tableau 1.1 : Température de Curie.....	21
Tableau 1.2 : Exemples de corps ferromagnétique, antiferromagnétique et ferrimagnétique.	31
Tableau 2.1 : Propriétés physique des paramètres du modèle statique de Jiles-Atherton	37
Tableau 3.1 : Caractéristiques physiques et géométriques du matériau étudié et conditions expérimentales.....	75
Tableau 3.2 : Evolution des grandeurs magnétiques en fonction de la température.....	79
Tableau 3.3: Caractéristiques physiques et géométriques du matériau étudié et conditions expérimentales.....	81
Tableau 3.4 : Evolution des grandeurs magnétiques en fonction de la fréquence	85
Tableau 4.1 : Les caractéristiques géométriques et physiques de l'induit et l'inducteur.....	107
Tableau 4.2 : Les positions des points	111

INTRODUCTION GENERALE

Introduction générale

Les matériaux magnétiques sont incorporés dans de nombreuses applications techniques. Ils sont présents par exemple, en électrotechnique, dans les moteurs, les transformateurs électriques, ainsi que dans les systèmes de l'électroniques de puissance. Comme dans tout système de conversion d'énergie, des pertes sont présentes et ce sont les pertes magnétiques, qui sont au cœur de ce projet de thèse. Le système électrique d'une éolienne, ainsi que les dispositifs de commande de ces machines, induisent une vaste augmentation de la proportion des pertes magnétiques par rapport aux autres pertes. Ces pertes réduisent les rendements de ces machines. Le problème traité est de savoir comment évaluer ces pertes, en particulier lorsqu'elles sont liées à d'autres facteurs comme la température et la fréquence du champ d'excitation.

Dans l'étude que nous envisageons, il faut en plus prendre en compte le comportement hystérétique des matériaux. Dans ce cas on se trouve confronté à deux problèmes.

- Quel type de modèle doit-en utiliser ?
- Comment pourrait-on l'associer à la méthode des éléments finis ?

Le travail de notre thèse consiste à développer un modèle d'hystérésis adapté aux différents types de matériaux magnétiques, qui prend en considération l'influence de la température sur ces matériaux et l'effet de la fréquence du champ d'excitation. Ce modèle est simple à intégrer dans un code de calcul de champ par éléments finis pour l'étude des dispositifs électromagnétiques.

Ce manuscrit s'articule autour de quatre chapitres décrits ci-dessous.

Le premier chapitre traite les phénomènes d'hystérésis on s'y intéresse aux aspects physiques et énergétiques, en donnant les causes principales ainsi que le processus du phénomène. En outre, nous citons les différents facteurs qui agissent sur la forme du cycle d'hystérésis.

Dans le deuxième chapitre, nous passons en revue les deux modèles d'hystérésis les plus décrits dans la littérature, tel que le modèle de Jiles-Atherton et celui de Preisach, en détaillant le modèle statique développé par Jiles-Atherton. Nous présentons ensuite le modèle dynamique de Jiles, puis nous présentons le modèle d'hystérésis de Preisach, leurs propriétés et les différentes approches d'identification de la fonction de distribution caractérisant un matériau ferromagnétique.

Le choix d'un modèle adapté à notre besoin, est effectué en fonction de la nature des régimes, de leur complexité de mise en œuvre, ainsi que de leur rapidité et de précision afin de l'intégrer dans un calcul éléments finis.

Le troisième chapitre propose un développement mathématique du modèle statique de Preisach associé à une nouvelle fonction de distribution de student. Des nouveaux paramètres sont introduits dans cette fonction afin d'encadrer d'une plus grande variété des cycles d'hystérésis expérimentaux et d'augmenter la précision du modèle choisi. Nous présentons également une procédure d'intégration de l'effet de la fréquence et de la température dans ce modèle. Les validations des modèles statique, dynamique et thermique sont basées sur des résultats de mesures obtenus dans notre laboratoire (LGEG).

Le chapitre 4 décrit et développe la démarche pour l'intégration de l'hystérésis dans un calcul de champ par éléments finis. Nous commençons par présenter la formulation en potentiel vecteur et les transformations en éléments finis du problème magnétodynamique dans les deux systèmes de coordonnées cartésiennes et axisymétriques. Ensuite on étudie les méthodes de résolution du système non linéaire obtenu ainsi que l'algorithme adapté à la modélisation choisie. Ceci fait nous verrons la formulation éléments finis du problème thermique et le mécanisme de couplage entre les deux phénomènes (magnétique et thermique). En fin les différents modèles développés sont appliqués dans le cas très répandu du dispositif à induction magnétique. L'accent est surtout mis sur l'étude des pertes électromagnétiques au sein du matériau en fonction de la température et de la fréquence.

CHAPITRE 1
GENERALITE SUR LES MATERIAUX
MAGNETIQUES

Chapitre 1: Généralité sur les matériaux magnétiques

1.1 Introduction

Les matériaux magnétiques ont une importance technologique considérable, grâce à leur grande richesse de comportement. Par ailleurs, le magnétisme occupe une place remarquable dans la description des propriétés fondamentales de la matière. Ces matériaux ont une large gamme d'applications technologiques. Ainsi que dans certains dispositifs, tels que les transformateurs, les moteurs, les générateurs et les bobines d'induction, nous utilisons habituellement des noyaux de fer pour augmenter l'intensité des champs magnétiques. Bon nombre de dispositifs, tels que les haut-parleurs et les microphones fonctionnent à l'aide de matériaux magnétiques. La détermination précise des grandeurs magnétiques dans ces dispositifs est une préoccupation de l'électrotechnicien en vue d'une optimisation à la fois économique et technique.

Dans ce chapitre nous allons présenter les notions de magnétisme, suivie d'une description plus détaillée du ferromagnétisme et du processus d'aimantation hystérique associé. Enfin, l'influence de la température sur les phénomènes d'hystérésis.

1.2 Notion de Magnétisme

Le comportement des matériaux magnétiques est généralement analysé à partir des grandeurs macroscopiques qui sont le champ magnétique auquel ils sont soumis et l'aimantation qui en résulte. La relation liant ces deux grandeurs caractérise l'hystérésis du matériau. Ce phénomène complexe trouve ses origines à différentes échelles qu'il convient de rappeler [1-2].

1.2.1 Echelle atomique

Un atome est composé d'un noyau et de nombreux électrons satellites (figure 1.1).

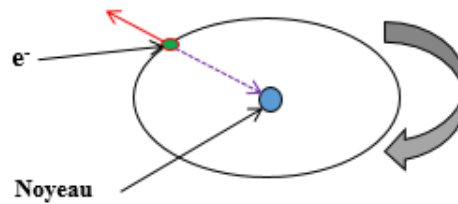


Figure 1.1 : Représentation atomique

Dans les matériaux magnétiques et dans un atome isolé, c'est à dire sans interactions avec les atomes voisins, chaque atome possède un moment atomique, la contribution d'un moment orbital et d'un moment de spin sont représenté dans la figure (1.2).

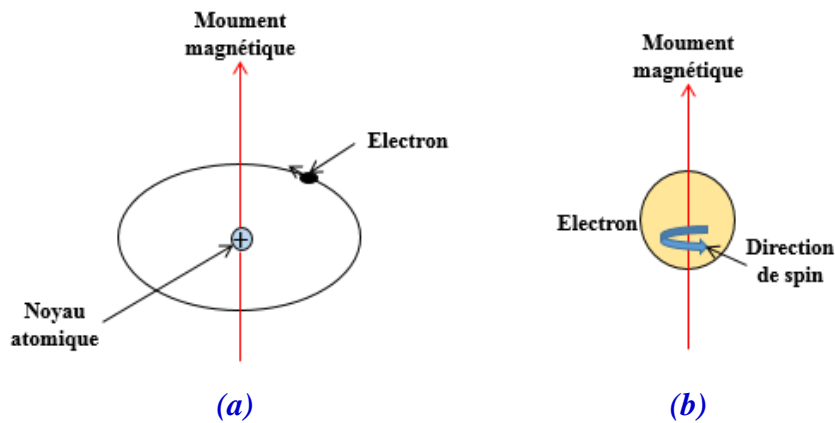


Figure 1.2 : Démonstration du moment magnétique associé à (a) un électron en orbite et (b) un électron en rotation

- ✚ Le moment orbital d'un atome résulte de la rotation de ses électrons autour du noyau.
- ✚ Le moment de spin résulte de la rotation de ses électrons sur eux-mêmes.
- ✚ Le moment magnétique atomique total est la somme vectoriel du moment magnétique orbital et le moment magnétique de spin.

$$\vec{m} = \vec{m}_o + \vec{m}_s \quad (1.1)$$

1.2.2 Echelle microscopique

A cette échelle, un solide est constitué de groupements d'atomes interagissant et organisés en réseau cristallin. Suivant l'interaction entre atomes voisins en distingue trois comportements possibles:

- **Ferromagnétique**

Dans les corps ferromagnétiques tous les moments magnétiques sont alignés parallèlement les un aux autres, même en l'absence de champ appliqué (figure 1.3).

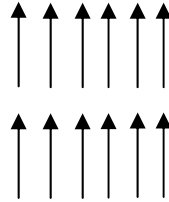


Figure 1.3: Configuration des moments magnétiques dans les corps ferromagnétiques

- **Antiferromagnétique**

Dans les substances antiferromagnétiques, les moments magnétiques se regroupent en deux sous-réseaux antiparallèles, mais restent alignés parallèlement les uns aux autres dans chaque sous-réseau. Le moment magnétique résultant est très faible ou nul (figure 1.4).

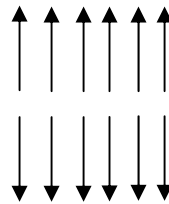


Figure 1.4: Configuration des moments magnétiques dans les corps antiferromagnétiques

- **Ferrimagnétique**

Dans ce type, les moments magnétiques sont arrangés en sous-réseaux mais le moment dans un sens diffère du moment opposé : Le moment total est donc non nul (figure 1.5).

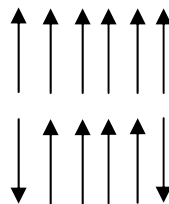


Figure 1.5: Configuration des moments magnétiques dans les corps ferrimagnétiques

➤ Exemples de ces trois comportements sont donnés dans le tableau (1.1).

Tableau 1.1: Exemples de corps ferromagnétique, antiferromagnétique et ferrimagnétique

Corps ferromagnétique	Corps antiferromagnétique	Corps ferrimagnétique
Fer : Fe	Oxyde de manganèse : MnO	Oxyde de fer γ : $\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$
Cobalt : Co	Oxyde de fer α : $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$	Ferrites : Fe_3O_4
Dioxyde de chrome : CrO_2		Ferrites : NiFe_2O_4

Ces trois processus résultent du comportement collectif des moments magnétiques lié à l'énergie d'échange. Celle-ci provient du fort couplage entre les moments magnétiques de spin dû à la mise en commun d'électrons entre atomes voisins. Cette interaction agit à courte distance. Elle est encore appelée interaction d'échange.

A cette échelle, elle intervient également l'énergie d'anisotropie magnéto-cristalline liée à l'orientation des moments magnétiques suivant certaines directions préférentielles du cristal, appelées axes d'anisotropie ou axes faciles, notées AF (c'est un fait d'expérience). Lorsqu'un cristal ne possède qu'un axe facile, on parle d'anisotropie uni axiale. Les axes faciles sont les axes du cristal dans le cas du fer cubique. Certaines directions sont au contraire difficilement accessibles par les moments magnétiques car énergétiquement défavorables. Elles sont dites axes difficiles, notées AD.

A la température de Curie, l'énergie thermique est aussi importante que l'énergie magnétique du corps ferromagnétique. Les moments magnétiques pointent alors dans toutes les directions et l'aimantation résultante est nulle. Dans cet état désordonné, le matériau est dit paramagnétique. Cependant, l'application d'un champ conduit à l'alignement des moments parallèlement à ce champ.

L'aimantation magnétique \vec{M} d'un matériau est l'intensité des moments magnétiques atomiques par unité de volume. Elle est exprimée en A/m dans le système international.

$$\vec{M} = \sum_{i=1}^n \frac{\vec{m}_i}{V} \quad (1.2)$$

1.2.3 Echelle macroscopique

En 1907, P. Weiss a imaginé un arrangement en domaines dans la matière ferromagnétique pour lever l'incompatibilité entre l'existence de moments atomiques ordonnés

et la possibilité d'un état désaimanté. Nous allons énoncer les différentes énergies qui font apparaître ces domaines.

Pour cela on s'intéresse aux différentes énergies, liées au magnétisme, mises en jeu dans le cas d'un échantillon ferromagnétique de volume V .

- **L'énergie d'échange**

Dans le cas des ferromagnétiques, l'énergie d'échange tend à aligner dans le même sens que les moments voisins. Il en résulte un comportement collectif de ces moments (figure 1.6).

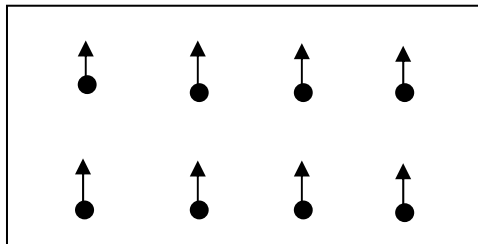


Figure 1.6: Orientation des moments magnétiques atomiques les uns par rapport aux autres sous l'action de l'énergie d'échange

- **L'énergie d'anisotropie**

Les atomes des matériaux ferromagnétiques sont organisés en réseau cristallin. L'énergie d'échange et l'énergie d'anisotropie, agissant toutes deux à l'échelle microscopique, tendent à aligner les moments magnétiques atomiques avec l'axe FA. Donc l'énergie d'anisotropie tend à orienter les moments atomiques dans des directions privilégiées du réseau cristallin FA. Ces deux termes ne sont pas en contradiction. Ils conduisent à un alignement des différents moments entre eux, dans une direction privilégiée du cristal (figure 1.7) [3].

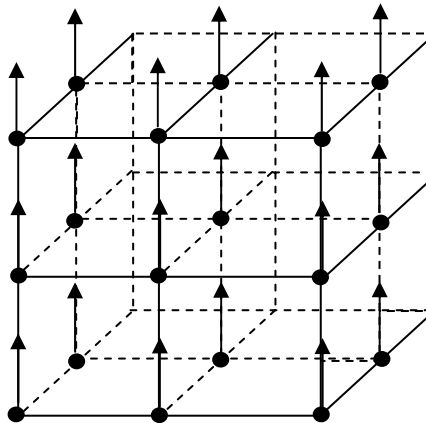


Figure 1.7: Orientation des moments magnétiques dans l'axe FA sous l'action de l'énergie d'anisotropie

- **L'énergie dipolaire**

Pour éviter la formation de pôles, l'énergie dipolaire tend à refermer les lignes de flux à l'intérieur de la matière aimantée. Elle tend à orienter les moments en sens inverse et s'oppose ainsi à l'énergie d'échange. Cette énergie est négligeable devant celle d'échange entre les moments proches.

La minimisation de différentes énergies par opposition à l'intérieur de l'échantillon conduit à l'apparition des domaines magnétiques élémentaires.

Au sein de ces domaines, l'aimantation est orientée suivant les directions d'aimantation facile du réseau cristallin AF. En l'absence de champ appliqué, il y a équipartition du volume des domaines entre les diverses directions d'aimantation facile et l'aimantation résultante est nulle [3].

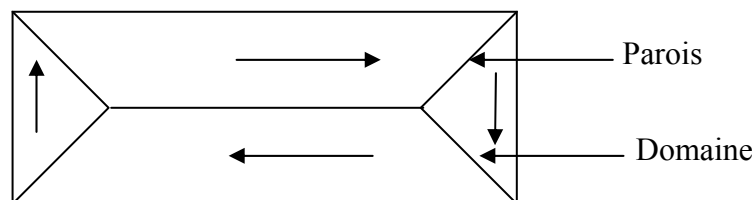


Figure 1.8: Organisation de l'échantillon en domaines

Entre chacun de ces domaines, il existe une zone de transition nommée «les parois de Bloch» à l'intérieur de laquelle l'aimantation passe d'une direction à une autre. On distingue principalement :

- Les parois à 180° qui séparent deux domaines de Weiss, et l'angle de la direction d'aimantation est à 180° .
- Les parois à 90° qui séparent deux domaines de Weiss, et l'angle de la direction d'aimantation est à 90° .

- **L'énergie Zeeman**

C'est une énergie due à l'excitation du champ magnétique extérieure. Cette énergie tend à aligner l'aimantation de l'échantillon parallèlement à l'excitation extérieure appliquée.

1.3 Processus d'aimantation (Cycle d'hystérésis)

On considère un échantillon de matériau ferromagnétique initialement désaimanté (figure 1.9.a). Ce matériau contient des défauts au sein de son réseau cristallin (par exemple : des dislocations, des inclusions, joints de grains,...)[3].

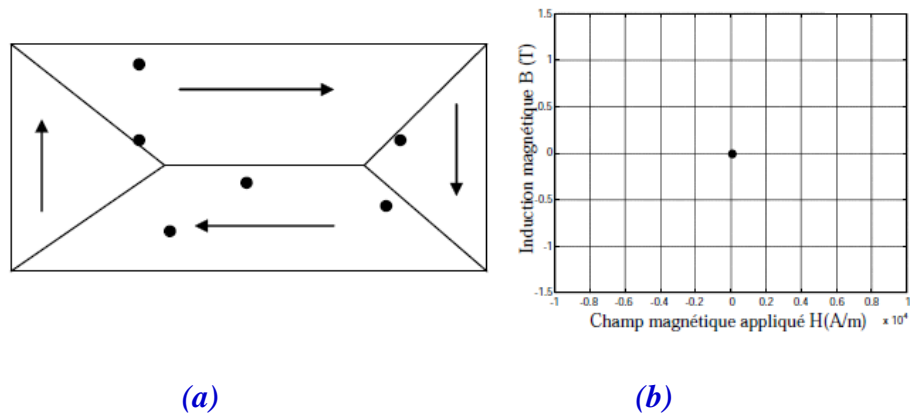


Figure 1.9 : Échantillon initialement désaimanté, (a) les points figurent des défauts, (b) correspondance dans le plan (B, H) .

Lors de l'aimantation de cet échantillon, trois processus différents peuvent se succéder en fonction de la valeur de l'excitation extérieure imposée.

- **Pour les faibles valeurs de l'excitation**

Les domaines dont l'aimantation a une direction proche de celle du champ appliqué, ils vont croître au détriment des autres. Pour ce faire, les parois vont se déplacer jusqu'à rencontrer les défauts du matériau (figure 1.10.a).

Ce processus est réversible et il n'engendre pas de pertes magnétiques, tant que les parois ne rencontrent pas d'obstacle.

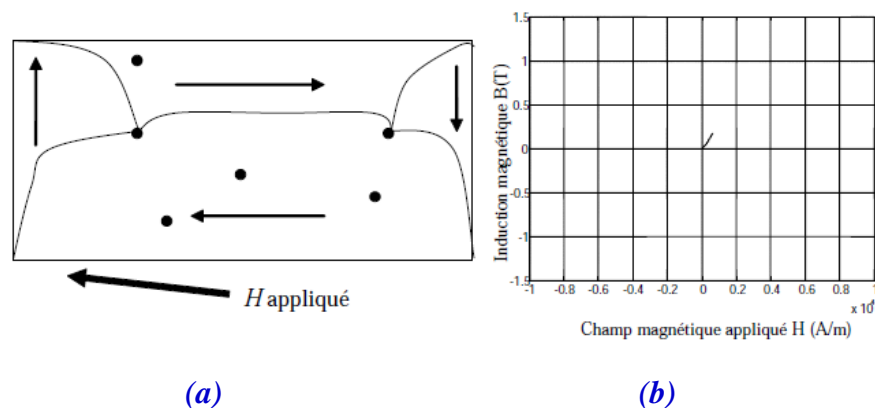


Figure 1.10 : Déformation des parois dans la zone de Rayleigh.

La partie de la courbe $B(H)$ correspondante est appelée « Zone de Rayleigh ».

- **Pour les valeurs intermédiaires de l'excitation**

Pour ces valeurs de l'excitation, les parois continuent leur déplacement, afin d'augmenter le volume des domaines dont le moment est correctement orienté par rapport au champ appliqué. Elles commencent par se libérer de leurs points d'ancrage, se déplacent, puis, s'accrochent de nouveau, ..., jusqu'à ce que tout le volume de l'échantillon soit occupé par le domaine dont l'aimantation a le sens le plus proche de l'excitation imposée (figure 1.11.a) [3].

Dans cette zone les pertes électromagnétiques sont les plus fortes, car la création ou la disparition de parois est coûteuse en énergie et irréversible.

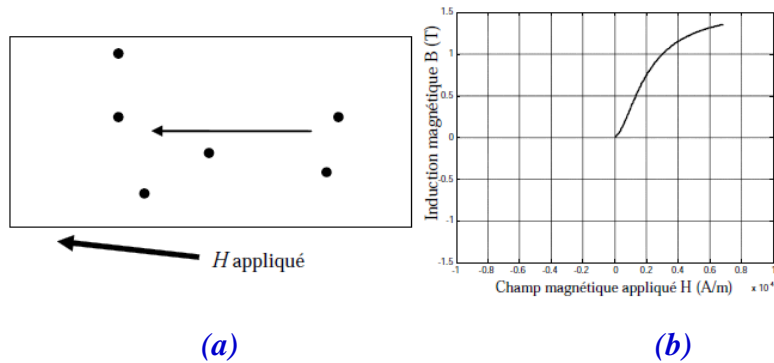


Figure 1.11: Zone de disparition de parois.

- **Pour les fortes valeurs de l'excitation**

Ici on a atteint ce qu'on appelle l'aimantation à saturation de l'échantillon. C'est une caractéristique intrinsèque et fondamentale du matériau, elle dépend de la température (figure 1.12.a). Dans cette zone le processus est réversible (la rotation des moments est réversible) à ce niveau.

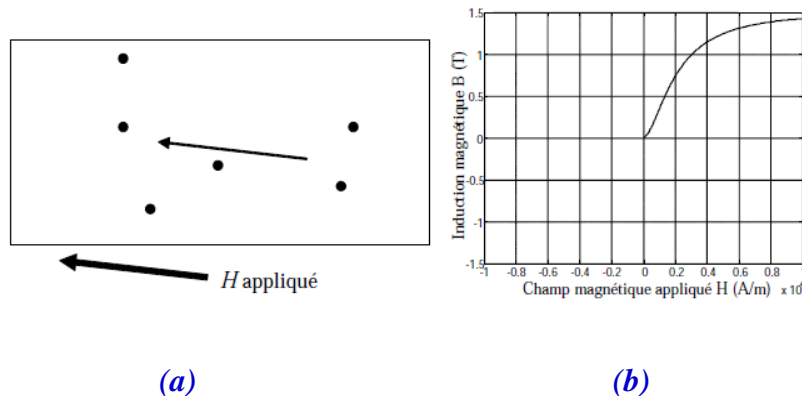


Figure 1.12 : Zone de rotation des moments.

La partie de la courbe $B(H)$ correspondante est appelée « courbe de première aimantation » (figure 1.12.b). L'échantillon est aimanté, il est dans son état de saturation haute, on peut par décroissance puis inversion de l'excitation décrire la branche descendante du cycle majeur.

A ce stade, nous remarquons l'apparition de l'irréversibilité du phénomène. En effet, lorsque le passage par zéro de l'excitation se fera avec le retour de chacun des moments atomiques dans la direction de leur axe de facile aimantation et la réapparition de domaines, on atteint alors l'aimantation rémanente notée B_r (figure 1.13.b).

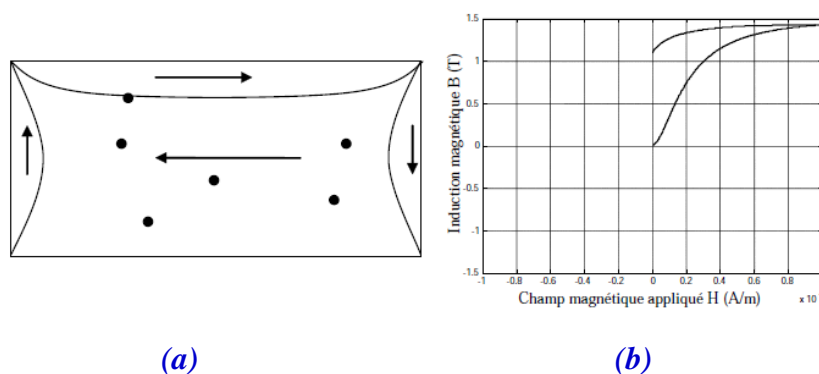


Figure 1.13: Retour au zéro d'excitation.

Les étapes suivantes du parcours du cycle d'hystérésis majeur sont obtenues en imposant une excitation de même direction mais de sens contraire. Ensuite, les parois vont se déplacer et s'accrocher aux défauts, puis se décrocher en avançant de nouveau.

La valeur de l'excitation, sur le cycle majeur, pour laquelle l'aimantation passe par zéro est appelée excitation coercitive (figure 1.14.b).

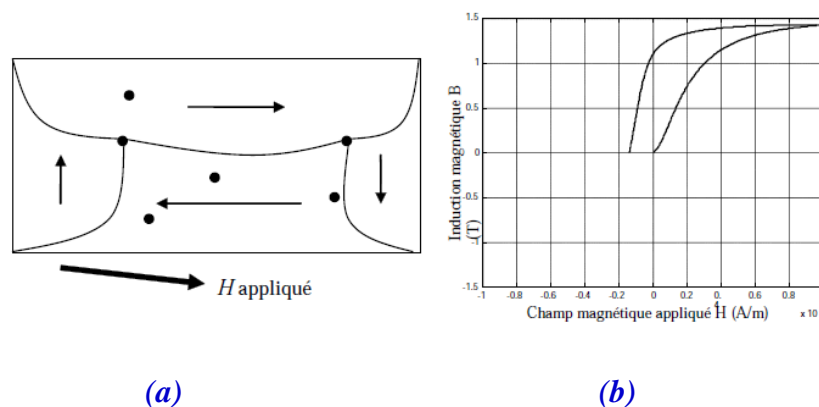


Figure 1.14 : Passage par le champ coercitif H_c .

Les parois se déplacent jusqu' à disparaître de nouveau au profit du domaine de sens opposé à celui de la saturation haute précédemment évoquée [3].

Enfin, la dernière étape est de nouveau la rotation des moments (figure 1.15.a). Cette nouvelle étape place l'échantillon dans son état de saturation basse.

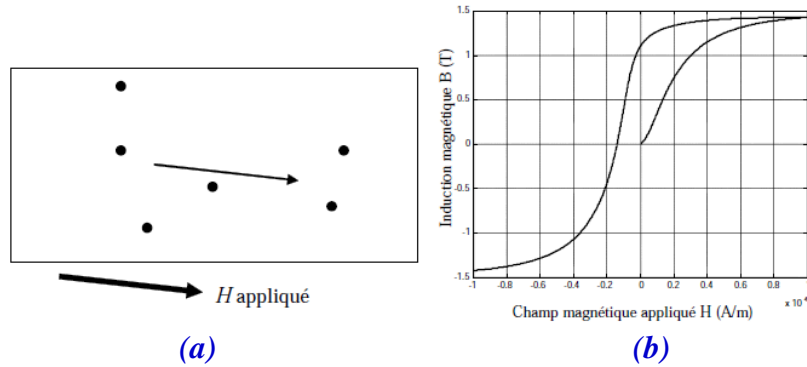


Figure 1.15 : Disparition des parois avant saturation basse

La branche montante du cycle d'hystérésis est obtenue en partant de l'état de saturation bas en augmentant l'excitation. Cette branche est parfaitement symétrique par rapport à la branche descendante (figure 1.16.b).

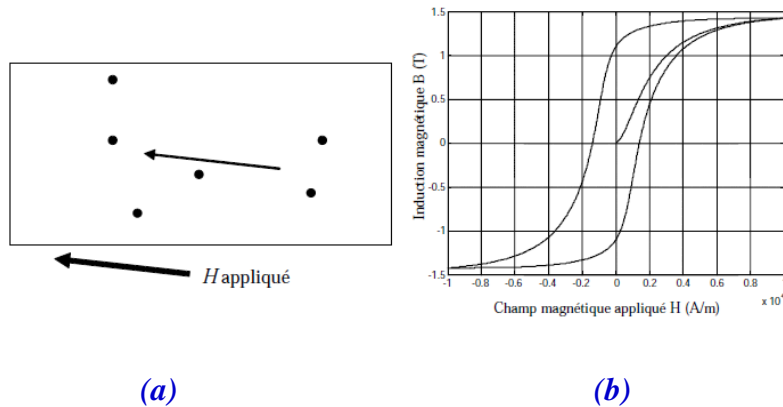


Figure 1.16 : Fermeture du cycle.

1.4 Classification des matériaux ferromagnétiques

L'observation du cycle d'hystérésis permet de regrouper les matériaux ferromagnétiques en deux catégories :

1.4.1 Matériaux doux

Leurs critères sont:

- Haute perméabilité.
- Très grande pureté, peu de défauts, peu de tensions internes.

- Energie d'anisotropie aussi faible que possible.

En raison de la faible valeur de leur champ coercitif, les pertes par hystérésis sont faibles, ce qui rend ces matériaux très favorable pour la construction des noyaux et des circuits magnétiques utilisés dans les transformateurs et les machines électriques, ainsi que dans les têtes de lecture des dispositifs d'enregistrement magnétiques, nous pouvons donner l'exemple des alliages Fer-Silicium a faible teneur en Silicium, les alliages Fer-Nickel du type permalloy et certains ferrites.

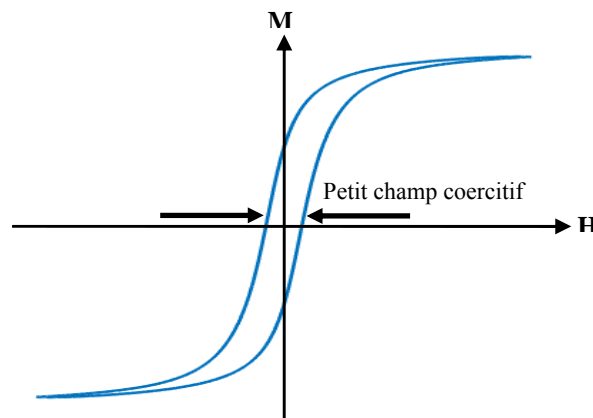


Figure 1.17 : Cycle d'hystérésis pour les matériaux ferromagnétiques doux.

1.4.2 Matériaux durs

Sont caractérisés par :

- Présence d'un fort champ coercitif.
- Grande énergie d'anisotropie magnéto-cristalline.
- Forme allongée des particules magnétiques pour profiter d'une anisotropie de forme.

Ce type de matériaux est rencontré dans les aimants permanents et aussi dans les dispositifs d'enregistrement magnétique dans la partie support. Parmi ces matériaux qui possèdent de telles propriétés nous pouvons citer les alnicos, dérivant des alliages ternaires Fe-Al et la ferrite de baryum.

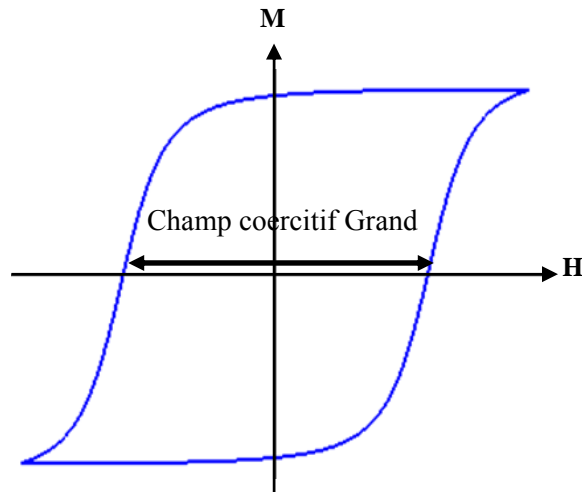


Figure 1.18 : Cycle d'hystérésis pour les matériaux ferromagnétiques durs

1.5 Les pertes magnétiques dans les matériaux ferromagnétiques

Lorsqu'un système à base de matériaux magnétiques soumis à un champ d'excitation variable, il est le siège d'une dissipation des pertes appelées pertes magnétiques ou pertes fer [4].

Dans la littérature, nous rencontrons les pertes magnétiques en deux types : Les pertes par hystérésis (déplacement de parois) et les pertes par courant de Foucault

1.5.1 Pertes par hystérésis

Il semble que pendant le parcours complet du cycle d'hystérésis, l'énergie fournie au noyau pour augmenter le champ d'excitation H est plus importante que l'énergie récupérée pour H décroissant : cette différence crée les pertes par hystérésis.

Pour un cycle complet, le travail effectué par l'environnement extérieur pour parcourir un cycle au sein du matériau, vaut par unité de volume (J/m^3) :

$$W = \oint H \cdot dB \quad (1.3)$$

Ce travail est converti en chaleur par l'effet d'aimantation, représente les pertes totales volumiques par cycle. On en déduit également que la puissance moyenne totale dissipée (W/m^3) par le processus d'hystérésis sous l'action d'un champ extérieur périodique de fréquence f est:

$$P_h = f \oint H \cdot dB \quad (1.4)$$

Il est à noter que la forme du cycle peut évoluer fortement en régime dynamique, donc le terme $\oint H \cdot dB$ dépend aussi de la fréquence.

1.5.2 Les pertes par courants de Foucault

Une variation de flux magnétique induit une tension. Par conséquent, lorsqu'on utilise un matériau magnétique conducteur dans une application c'est-à-dire, la variation de flux produits des courants de circulation au sein du matériau, proportionnel à la tension induite. La circulation de ces courants induits non désirés provoque un échauffement et donc des pertes qu'on appelle alors pertes par courants de Foucault.

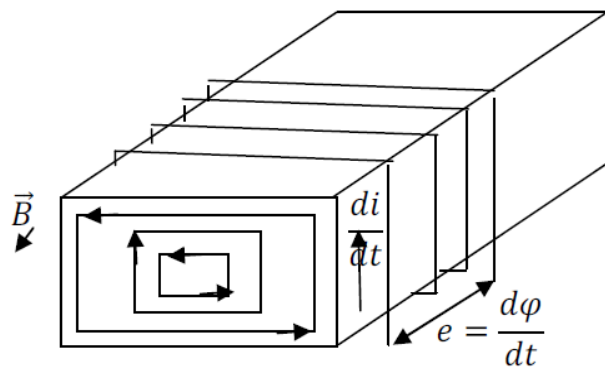


Figure 1.19: Apparition de courants induits dans un matériau magnétique conducteur

En régime dynamique, l'augmentation de la fréquence produit un gonflement du cycle d'hystérésis. Sur la figure (1.20), un exemple de comportement dynamique de l'hystérésis est présenté ci-dessous.

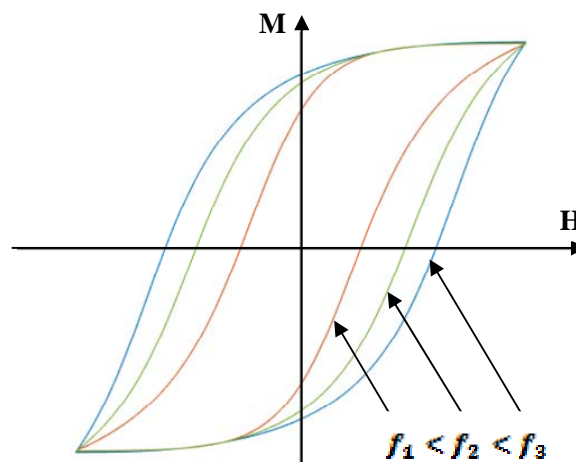


Figure. 1.20 : Gonflement du cycle d'hystérésis en régime dynamique.

Selon Bertotti [5], nous pouvons séparer les pertes totale en trois contributions telles que :

$$P_{moy} = P_h + P_c + P_e \quad (1.5)$$

où P_h représente les pertes statiques par hystérésis, P_c représente les pertes classiques par courants induits macroscopiques et P_e représente la contribution des pertes par excès ou supplémentaires qui sont liées au comportement dynamique des parois.

1.6 Influence de la température sur les propriétés magnétiques des matériaux

1.6.1 Température de curie

Comme il a été déjà mentionné, l'aimantation d'un matériau devient nulle à partir d'une certaine valeur de température appelée, température de Curie, dont les valeurs pour différents matériaux sont données dans le tableau (1.2).

Tableau 1.2: Température de Curie

Matériau	Fer (Fe)	Cobalt (Co)	Nickel (Ni)	(Gd)	Ferrite(NiFe ₂ O ₄)
Température de Curie (°C)	760°C	1120°C	360°C	16°C	180°C

1.6.2 Comportement thermique du phénomène d'hystérésis

L'étude de l'influence de la température sur les matériaux magnétiques a montré par expérience que le cycle d'hystérésis est évolué de façon non linéaire en fonction de la température (figures 1.21 et 1.22).

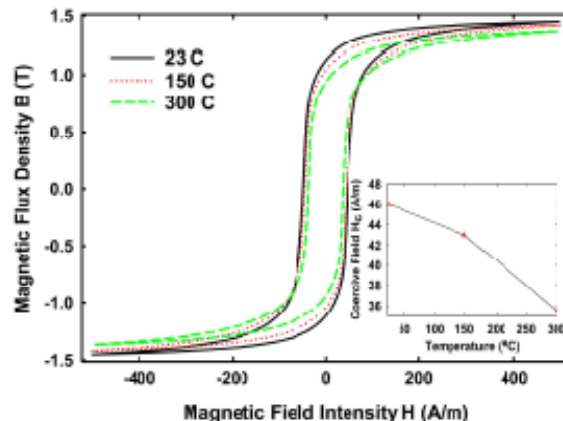


Figure 1.21 : Evolution du cycle d'hystérésis d'un matériau FeSi Non Orienté en fonction de la température [6]

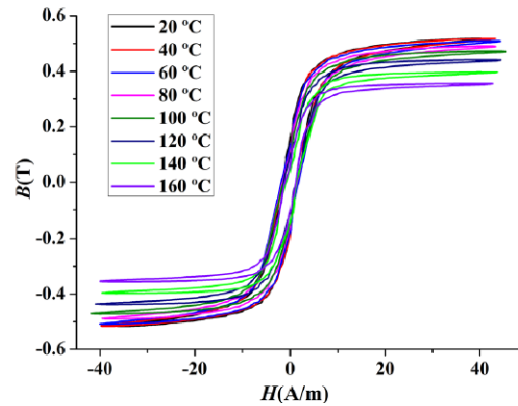


Figure 1.22: Evolution du cycle d'hystérésis d'un matériau ferrite en fonction de la température [7]

Dans le cadre de cette étude, on s'intéresse à des matériaux soumis à des températures inférieures à celles correspondantes de Curie pour avoir le comportement décrit dans les figures (1.21) et (1.22).

1.7 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons expliqué les origines du phénomène d'hystérésis magnétique, la variété et la complexité des processus conduisant à ce phénomène. Nous avons mis en évidence les différents paramètres qui caractérisent la forme du cycle d'hystérésis magnétique. Enfin, nous avons abordé d'une manière succincte les différentes contraintes, telles que la fréquence et la température qui sont susceptibles d'avoir une influence majeure sur la forme du cycle d'hystérésis et sur la distribution des pertes fer, dont il est nécessaire de les tenir compte lors d'une éventuelle modélisation.

CHAPITRE 2
LES MODELES D'HYSTERESIS
MAGNETIQUES

Chapitre 2: Les modèles d'hystérésis magnétiques

2.1 Introduction

Dans ce deuxième chapitre, nous allons présenter deux modèles d'hystérésis magnétiques (en statique et en dynamique) les plus usuels, tels que : le modèle de Jiles-Atherton et le modèle de Preisach. En basant sur ce dernier qu'on va l'utiliser dans la suite de notre travail pour la caractérisation des matériaux magnétiques doux en fonction de la fréquence et de la température.

2.2 Le modèle de Jiles-Atherton

Le modèle de Jiles-Atherton est un modèle qui décrit l'origine du phénomène d'hystérésis dans les matériaux ferromagnétiques à partir d'une approche physique [8-12]. Cette description est essentiellement basée sur des considérations énergétiques liées aux déplacements de parois au sein du système magnétique.

Le modèle de Jiles-Atherton est valable en régime statique et en régime dynamique.

2.2.1 Le modèle statique de Jiles-Atherton

- **L'aimantation anhystérétique**

D'après la théorie de Langevin, on définit l'aimantation anhystérétique dans les matériaux ferromagnétiques par la relation (2.1).

$$M_{an} = M_{sat} \left(\coth \left(\frac{H_e}{a} \right) - \left(\frac{a}{H_e} \right) \right) \quad (2.1)$$

Avec :

$$H_e = H + \alpha M \quad (2.2)$$

où M_{sat} est l'aimantation à saturation, a est un paramètre qui caractérise la pente de l'aimantation anhystérétique, H est le champ appliqué, H_e est le champ effectif et α est le paramètre de couplage inter-domaines.

- **L'aimantation**

Pour décrire correctement le processus d'aimantation dans les matériaux ferromagnétiques, Jiles et Atherton ont décomposé l'aimantation M en deux composantes, le premier est la composante irréversible M_{irr} et la seconde la composante réversible M_{rev} .

$$M = M_{irr} + M_{rev} \quad (2.3)$$

- **Composante irréversible de l'aimantation**

Tout d'abord, nous considérons les parois de Bloch planes et rigides (figure 2.1), lors de leurs déplacements, subissent le processus d'accrochage-décrochage sur les sites d'ancrage. La densité d'énergie dissipée par ce processus est ensuite calculée pour une densité uniforme de sites d'ancrage de même nature [11].

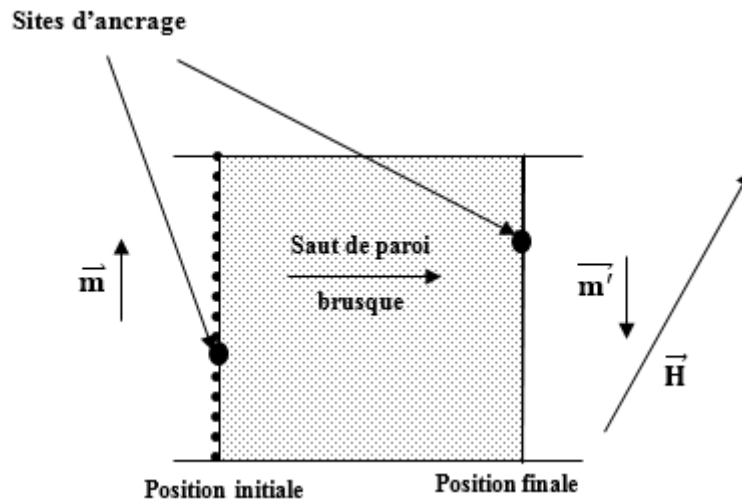


Figure 2.1 : Saut brusque de parois sous l'action d'un champ extérieur

L'expression de l'énergie magnétisante est obtenue à partir de la différence entre l'énergie associée au comportement anhystérétique et les pertes dues au processus d'ancrage des parois. Par conséquent, après quelques calculs algébriques [11], la susceptibilité différentielle associée au processus irréversible de l'aimantation peut être écrite sous la forme suivante [4] :

$$\frac{dM_{irr}}{dH_e} = \left(\frac{M_{an} - M_{irr}}{k\delta} \right) \quad (2.4)$$

où la constante k est liée à la densité d'énergie moyenne d'ancrage des parois.

Le paramètre δ prend la valeur $+1$ quand $\frac{dH}{dt} > 0$ et la valeur -1 quand $\frac{dH}{dt} < 0$.

- **Processus d'aimantation réversible**

Maintenant nous considérons que les parois peuvent se déformer sur les sites d'ancrage sous l'action du champ appliqué (figure 2.2), une nouvelle contribution est ajoutée au processus d'aimantation. Ainsi, la déformation des parois est associée au processus réversible de l'aimantation

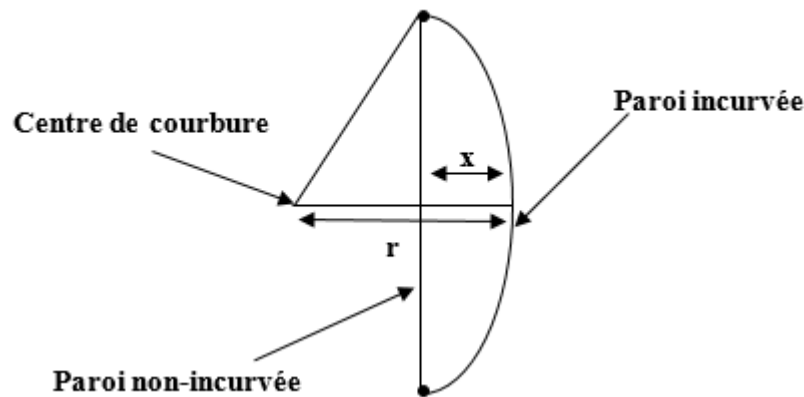


Figure 2.2 : Déformation réversible d'une paroi sous champ extérieur

Après quelques considérations énergétiques sur la déformation d'une paroi [11] et pour les petits déplacements, Jiles et Atherton montrent que l'aimantation réversible est proportionnelle à la différence ($M_{an} - M_{irr}$) [4].

$$M_{rev} = c(M_{an} - M_{irr}) \quad (2.5)$$

où c est un coefficient de réversibilité tel que $c \in [0, 1]$.

- **Equation du modèle de Jiles-Atherton statique**

En recombinaison l'équation (2.5) dans l'expression (2.3), nous pouvons écrire :

$$M = M_{irr} + c(M_{an} - M_{irr}) \quad (2.6)$$

Enfin, en différenciant cette expression par rapport à H en sachant que :

$$\frac{dM_{an}}{dH} = \frac{dM_{an}}{dH_e} \left(1 + \alpha \frac{dM}{dH}\right) \quad (2.7)$$

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{dM_{irr}}{dH_e} \left(1 + \alpha \frac{dM}{dH}\right) \quad (2.8)$$

Nous obtenons l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dM}{dH} = \frac{(1-c)\frac{dM_{irr}}{dH_e} + c\frac{dM_{an}}{dH_e}}{1 - \alpha c\frac{dM_{an}}{dH_e} - \alpha(1-c)\frac{dM_{an}}{dH_e}} \quad (2.9)$$

Il s'agit de l'équation différentielle du modèle de Jiles-Atherton $M(H)$. L'expression de $\frac{dM_{irr}}{dH_e}$ est donnée par l'équation (2.4) et la dérivée de l'aimantation anhystérétique par rapport au champ effectif est :

$$\frac{dM_{an}}{dH_e} = \frac{M_{sat}}{a} \left[1 - \coth^2\left(\frac{H_e}{a}\right) - \left(\frac{a}{H_e}\right)^2\right] \quad (2.10)$$

Dans ce modèle, cinq paramètres c, a, α, k et M_{sat} doivent être déterminés à partir des mesures expérimentales. On résume les significations, physiques des paramètres dans le tableau (2.1).

Tableau 2.1 : Propriétés physique des paramètres du modèle statique de Jiles-Atherton

Paramètre	Propriétés physique
c	Le facteur de réversibilité caractérisant la composante réversible de l'aimantation
a	Paramètre caractérisant la variation de M_{an} en fonction de H_e
k	Coefficient d'épinglage représentant la densité des sites d'épinglage et caractérisant la largeur du cycle
α	Le facteur de correction de Weiss représentant le couplage entre moments magnétiques
M_{sat}	L'aimantation spontanée à saturation du matériau

2.2.1.1 Résolution numérique du modèle

Lors de la résolution numérique, il est nécessaire de vérifier que $\frac{dM_{irr}}{dH_e} \geq 0$. En effet, le modèle peut générer dans certains cas des susceptibilités différentielles négatives qui ne sont pas des solutions physiquement réalistes [4].

2.2.1.2 Identification des paramètres du modèle

La génération du cycle d'hystérésis suppose une connaissance exacte des paramètres du matériau, il faut alors les déterminer à partir de quelques points de mesures. Une méthode d'identification de ces paramètres a été développée par Jiles dans [12].

Après quelques développements algébriques des équations (2.1), (2.4) et (2.6) aux voisinages de quelques points caractéristiques du cycle d'hystérésis, les expressions implicites des quatre paramètres sont obtenues. Celles-ci sont [4] :

$$c = \frac{3a\chi'_{ini}}{M_{sat}} \quad (2.11)$$

$$a = \frac{M_{sat}}{3} \left(\frac{1}{\chi'_{an}} + \alpha \right) \quad (2.12)$$

$$k = \frac{M_{an}(H_c)}{1-c} \left(\alpha + \frac{1-c}{\chi'_c - c \frac{dM_{an}(H_c)}{dH}} \right) \quad (2.13)$$

$$M_r = M_{an}(M_r) + \frac{k}{\frac{\alpha}{1-c} + \frac{1}{\chi'_r - c \frac{dM_{an}(M_r)}{dH}}} \quad (2.14)$$

avec :

- H_c et M_r le champ coercitif et l'aimantation rémanente,
- M_s l'aimantation à saturation,
- χ'_{ini} et χ'_{an} les susceptibilités différentielles normales et anhystérétique initiales,
- χ'_c et χ'_r les susceptibilités différentielles aux points coercitifs

Pour déterminer ces grandeurs, il faut relever expérimentalement un cycle majeur, la courbe de première aimantation et la courbe anhystérétique. Les grandeurs physiques à relever à partir de ces mesures expérimentales sont indiquées sur la figure (2.3) [4].

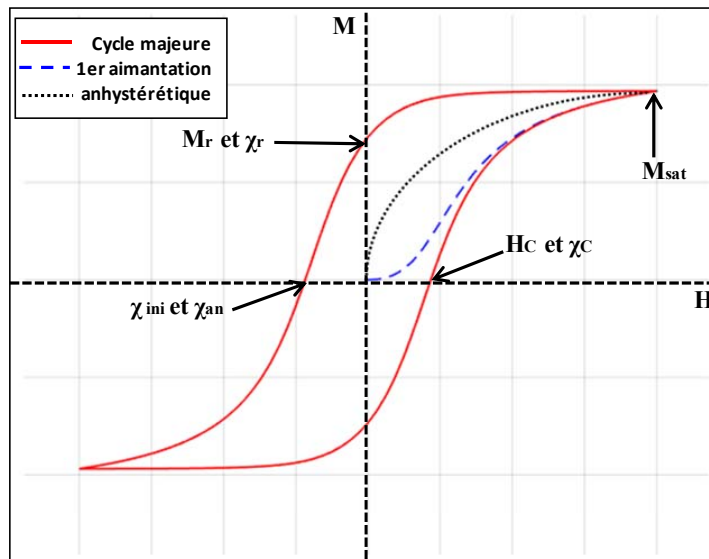


Figure 2.3 : Ensemble des paramètres expérimentaux utiles à l'identification

La détermination des paramètres c , a , k et α requiert une procédure itérative qui peut permettre d'obtenir une bonne approximation des valeurs de ces paramètres. Nous présentons dans la suite la procédure d'identification initialement proposée dans [12].

Le paramètre M_{sat} est facile à obtenir par mesure directe d'un cycle d'hystérésis majeur et le paramètre c est obtenu à l'aide de l'équation (2.11) grâce à la mesure de χ'_{ini} . Les autres paramètres ne sont pas directement calculables puisque les relations (2.12), (2.13) et (2.14) font intervenir plusieurs paramètres couplés par des relations non-linéaires. La procédure itérative proposée par Jiles dans [12] est la suivante:

1. choix arbitraire d'une valeur initiale de α ,
2. calcul de a par (2.12),
3. calcul de k par (2.13),
4. calcul de α par (2.14),
5. retour au deuxième point. Jusqu'à la convergence de la procédure.

2.2.2 Le modèle dynamique de Jiles-Atherton

Jiles propose dans [13] une extension en dynamique du modèle statique de Jiles-Atherton [11]. En réécrivant l'équation de bilan énergétique avec les contributions des pertes supplémentaires qui apparaissent en régime dynamique, il aboutit à un modèle d'hystérésis dépendant de la fréquence. Celui-ci nécessite le champ magnétique H comme variable d'entrée. Dans ce modèle, les pertes dans un matériau magnétique se composent des pertes par hystérésis, des pertes par courant de Foucault et des pertes supplémentaires [14]. Les pertes

par courant de Foucault peuvent être définies à partir des équations de Maxwell pour un échantillon d'une géométrie bien définie. Si on ignore l'effet de peau, la densité des pertes par courant de Foucault est proportionnelle au carré de la variation de l'aimantation par rapport au temps [14].

$$\frac{dW_{CI}}{dt} = \frac{(d\mu_0)^2}{2\rho\beta} \left(\frac{dM}{dt}\right)^2 \quad (2.15)$$

Où, ρ est la résistivité, d la section de l'échantillon et β un facteur géométrique qui peut être égale à 6 pour les tôles, 16 pour les cylindres et 20 pour les sphères. Sous des conditions de variation sinusoïdale d'induction à faibles ou moyennes fréquences, ces pertes par unité de volume sont évaluées par :

$$\frac{dW_{CI}}{dt} = \frac{\pi^2 B_{max}^2 d^2 f^2}{\rho\beta} \quad (2.16)$$

B_{max} est la valeur maximale de l'induction en Tesla et f la fréquence. En plus des pertes par hystérésis le matériau peut être le siège de pertes supplémentaires qui seront évaluées par :

$$\frac{dW_{EXC}}{dt} = \left(\frac{Gd\omega H_0}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{dB}{dt}\right)^{\frac{3}{2}} \quad (2.17)$$

où $G = 0.13356$, ω est la largeur du laminage et H_0 est le champ interne exercé par les domaines magnétiques [13]. En se basant sur les équations du modèle statique de Jiles-Atherton en ajoutant les deux composantes de pertes (courant de Foucault et supplémentaires) et après quelques manipulations mathématiques, on obtient l'équation quasi statique (2.18) de l'hystérésis magnétique tenant compte des différents types de pertes :

$$\begin{aligned} \left(\frac{dM}{dH}\right) \left[k\delta - \alpha \left(M_{an} - M + k\delta c \frac{dM_{an}}{dH_e} \right) \right] - \left(M_{an} - M + k\delta c \frac{dM_{an}}{dH_e} \right) + D_1 \left(\frac{dH}{dt}\right) \left(\frac{dM}{dH}\right)^2 + \\ D_2 \left(\frac{dH}{dt}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{dM}{dH}\right)^{\frac{3}{2}} = 0 \end{aligned} \quad (2.18)$$

avec les paramètres dynamiques D_1 et D_2 qui sont donnés par :

$$D_1 = \left(\frac{\mu_0 d^2}{2\rho\beta}\right) \quad (2.19)$$

$$D_2 = \left(\frac{\mu_0 G d \omega H_0}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.20)$$

Dans l'équation (2.18) interviennent aussi les paramètres du modèle statique α , a , c , k et M_s . L'expression de l'aimantation anhystérétique est donnée par (2.1). Dans une première approximation, les valeurs de ces paramètres sont les mêmes que ceux obtenus pour le modèle statique. Les deux nouveaux paramètres D_1 et D_2 peuvent être déterminés à partir des grandeurs physiques (conductivité,...) et géométriques (facteur de forme, section,...) de l'échantillon considéré.

Dans ce qui suit, nous allons présenter des travaux récents concernant l'extension du modèle statique étendu à la dynamique, nous citons à titre d'exemple:

A. Ladjimi dans [15], a proposé un modèle d'hystérésis basé sur la théorie de Jiles-Atherton pour simuler les effets de la fréquence sur le cycle d'hystérésis magnétique. Les effets de la fréquence peuvent être pris en compte dans le modèle de Jiles-Atherton par le paramètre k , qui dépend de la fréquence.

Dans les matériaux ferromagnétiques doux, le paramètre k peut être approché au champ coercitif ($k \approx H_c$).

Le comportement fréquentiel du paramètre k peut être exprimé en utilisant la courbe d'évolution du champ coercitif H_c en fonction de la fréquence, comme le montre l'expression suivante :

$$k_f = k_0(1 + \beta\sqrt{f}) \quad (2.21)$$

où k_f est la valeur de k à une fréquence donnée, k_0 et β sont deux constantes qui sont déterminées à partir de la courbe d'évolution du champ coercitif en fonction de la fréquence.

L'identification des quatre paramètres du modèle de Jiles-Atherton (a , c , M et α) qui peuvent être déterminés en utilisant la procédure proposée par Jiles-Atherton dans [11]. La détermination des deux nouveaux paramètres k_0 et β se fait à l'aide de la courbe d'évolution de H_c en fonction de la fréquence.

R. Malczyk dans [16], a proposé une extension des modèles de Jiles-Atherton et Chua qui inclut l'effet de la variation du cycle d'hystérésis en fonction de la variation de la fréquence. Ce modèle offre la possibilité d'intégration d'un nombre illimité de nouveaux

paramètres et de fonctions, et qui permet la modélisation des pertes de matériau magnétique en fonction de la fréquence.

2.3 Le modèle Preisach

Le modèle de Preisach est l'un des modèles les plus utilisés pour représenter le phénomène d'hystérésis dans les matériaux magnétiques proposé par le physicien allemand Preisach dans les années 30 [17-18]. L'approche de ce modèle est purement intuitive basée sur la compréhension d'un mécanisme d'aimantation [19].

Nous allons présenter dans la suite le modèle de Preisach en régime statique et dynamique. Ensuite, nous aborderons la description de la méthode d'identification associée à ce modèle [20].

2.3.1 Le modèle statique de Preisach

2.3.1.1 Définition du modèle

Le modèle de Preisach est un modèle mathématique. Dans ce modèle, l'état magnétique du matériau à un instant donné est représenté par un ensemble d'entités magnétiques ayant deux états possibles ($M=+1$ ou $M=-1$) régies par un cycle élémentaire rectangulaire, dissymétrique par rapport à l'origine. Ce cycle est caractérisé par les champs de basculement haut α et bas β , avec $\beta \leq \alpha$, pour lesquels il y a une transition irréversible de l'état bas ($M=-1$) vers l'état haut ($M=+1$) ou inversement. Un tel cycle élémentaire est représenté sur la figure (2.4).

Le calcul de l'aimantation du matériau repose sur une distribution statistique des cycles élémentaires (ou opérateurs), dont les variables sont α et β . Soit $\rho(\alpha, \beta)$ une fonction de distribution appelée aussi densité de Preisach. Elle ne dépend pas de l'état magnétique du matériau [20].

En appelant :

- $\rho(\alpha, \beta)$ la densité de Preisach,
- $\hat{\gamma}_{\alpha\beta}[H]$ l'opérateur associé à la particule admettant pour champs de basculement α et β , valant (+1) dans l'état positif et (-1) dans l'état négatif, l'aimantation $M(t)$, résultant de l'application du champ $H(t)$ à l'instant t , s'écrit dans le formalisme donné par Preisach :

$$M(t) = \iint \rho(\alpha, \beta) \hat{\gamma}_{\alpha\beta}[H(t)] d\alpha d\beta \quad (2.22)$$

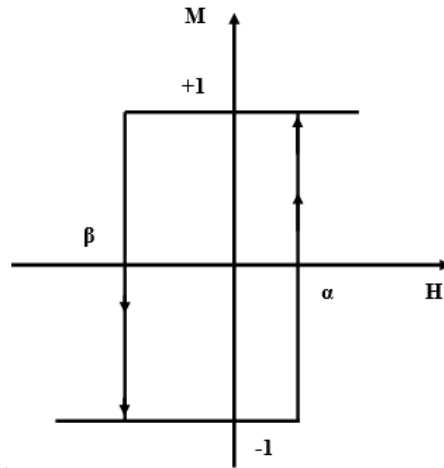


Figure 2.4 : Cycle élémentaire d'une entité

2.3.1.2 Interprétation géométrique du modèle

La densité de Preisach $\rho(\alpha, \beta)$ caractérise le matériau. Nous avons vu qu'elle n'est pas définie que pour $\alpha \geq \beta$. De plus, pour une certaine valeur du champ H_s , le matériau est saturé et tous les opérateurs du modèle ont la même aimantation (+1 ou -1 suivant le signe de H_s). Ainsi, la densité de Preisach présente les propriétés suivantes :

Elle est définie dans le domaine $S = \{\alpha \geq \beta, \beta \geq -H_s, \alpha \leq H_s\}$.

Le cycle majeur étant symétrique, la densité est symétrique par rapport à la droite $\alpha = \beta$.

Le cycle majeur étant fermé, la densité est bornée.

Le domaine S représente un triangle dans le plan cartésien (α, β) appelé plan de Preisach (figure 2.5).

S est subdivisé en deux parties dont la forme dépend du temps :

- $S^+(t)$ contient tous les opérateurs $\hat{\gamma}_{\alpha\beta}$ dans l'état +1,
- $S^-(t)$ contient tous les opérateurs $\hat{\gamma}_{\alpha\beta}$ dans l'état -1 .

La relation (2.22) peut alors s'écrire :

$$M(t) = \iint_{S^+(t)} \rho(\alpha, \beta) d\alpha d\beta - \iint_{S^-(t)} \rho(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (2.23)$$

Il apparaît clairement que l'aimantation $M(t)$ dépend uniquement de la répartition du domaine S , et plus précisément de la frontière $L(t)$, séparant les domaines $S^+(t)$ et $S^-(t)$. Cette frontière contient l'histoire du matériau et évolue avec les variations de champ [20].

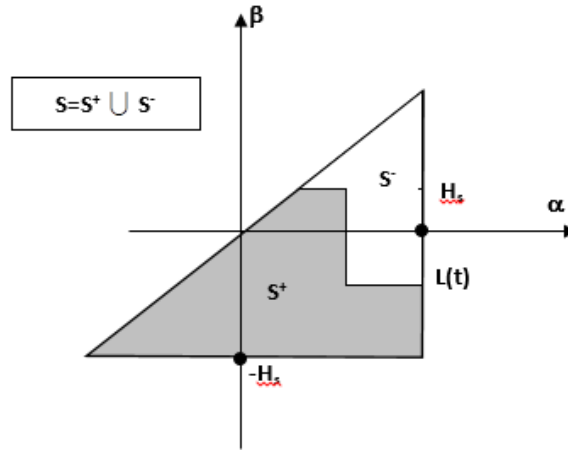


Figure 2.5 : Plan de Preisach

2.3.1.3 Représentation équivalente

La densité de Preisach peut être étudiée de façon équivalente en fonction de α et β ou H_c et H_i . En effet, les entités composant le modèle sont souvent interprétées comme des particules magnétiques mono-domaines parfaites, chacune étant caractérisée par un champ coercitif H_c et soumis à un champ d'interaction H_i . Ce champ d'interaction est opposé au champ de dissymétrie du cycle élémentaire rectangulaire associé à chaque particule. Les deux grandeurs H_c et H_i sont définies par le système (2.24) et représentées sur la figure (2.6) [20].

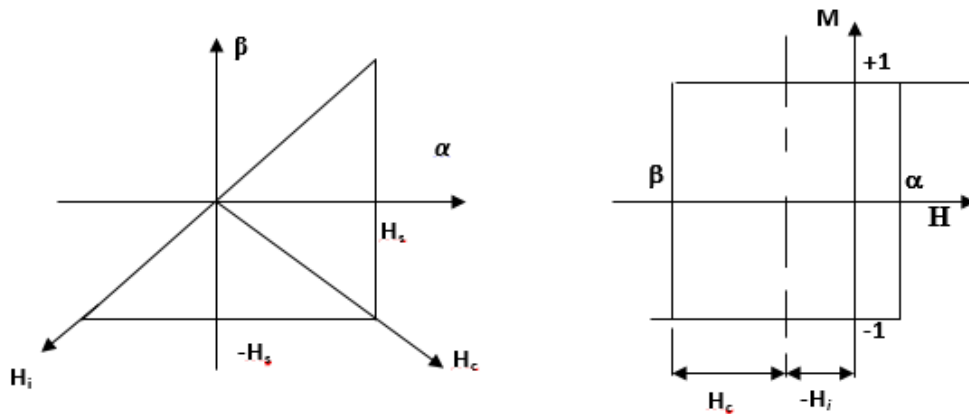


Figure 2.6 : Définition du cycle élémentaire et du plan de Preisach en fonction de H_c et H_i

$$\left\{ \begin{array}{l} H_c = \frac{\alpha - \beta}{2} \\ H_i = -\frac{\alpha + \beta}{2} \end{array} \right. \quad (2.24)$$

2.3.1.4 Principe du modèle

Pour mieux comprendre le fonctionnement du modèle et la représentation géométrique dans le plan de Preisach. Soit un matériau désaimanté ($H=0, M=0$) à l'instant $t=0$. Appliquons à l'instant t_1 un champ $H_1 > 0$, puis à l'instant $t_2 > t_1$ un champ $H_2 < H_1$.

D'après la relation (2.23)

$$M(t) = 0 \Leftrightarrow \iint_{S^+(t)} \rho(\alpha, \beta) d\alpha d\beta = \iint_{S^-(t)} \rho(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (2.25)$$

Compte tenu de la symétrie de $\rho(\alpha, \beta)$ par rapport à la droite $\alpha = -\beta$, l'état désaimanté admet comme frontière $L(0)$ dans le plan de Preisach la droite $\alpha = -\beta$ (figure 2.7.1). Les deux domaines $S^+(0)$ et $S^-(0)$ sont superposables.

Supposons que l'on applique un champ positif H_1 , inférieur à H_s . Toutes les particules associées aux opérateurs $\hat{\gamma}_{\alpha\beta}$ tel que $\alpha \leq H_1$ basculent dans l'état 'haut' et $\hat{\gamma}_{\alpha\beta}$ vaut alors (+1) tandis que les autres particules restent dans leurs état initial. Dans le plan de Preisach, la frontière $L(t)$ présente un sommet en H_1 (figure 2.7.2) qui deviennent un état de l'histoire du matériau [20].

Appliquons maintenant un champ H_2 inférieur à H_1 , deux cas se présentent :

$$H_2 < H_1 \text{ et } |H_2| < |H_1|$$

Toutes les particules associées à un opérateur $\hat{\gamma}_{\alpha\beta}$ et tel que $\beta \geq H_2$ basculent dans l'état bas et l'opérateur vaut (-1). La frontière $L(t)$ comporte alors deux sommets distincts correspondant à H_1 et H_2 , l'histoire étant elle aussi constituée de deux états ($H_1, M(H_1)$) et ($H_2, M(H_2)$) (figure 2.7.3).

$$H_2 < H_1 \text{ et } |H_2| > |H_1|$$

Le sommet H_1 disparaît de la frontière $L(t)$ qui ne comporte que le sommet H_2 . De la même façon, l'état ($H_1, M(H_1)$) est effacé de l'histoire du matériau figure (2.7.4).

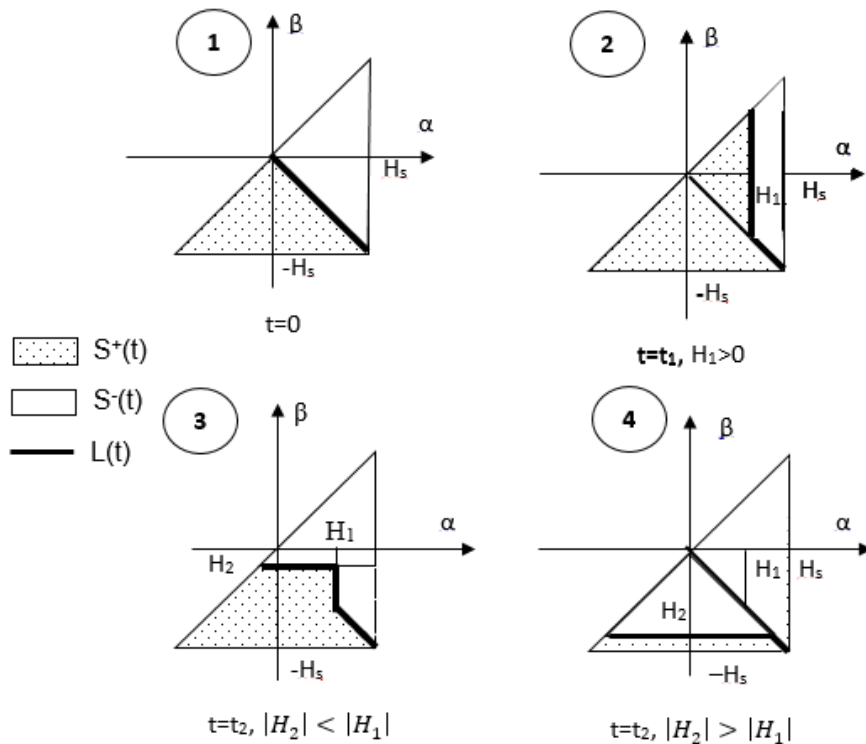


Figure 2.7 : Evolution de la frontière $L(t)$ dans le plan de Preisach

Le même raisonnement peut s'étendre aux champs qui sont ensuite appliqués. En particulier, si à partir de la figure (2.7.3), le nouveau champ appliqué vaut H_1 , le plan de Preisach résultant se trouve dans la même configuration que celui de la figure (2.7.2).

La frontière $L(t)$ qui sépare les deux domaines $S^+(t)$ et $S^-(t)$ est une ligne polygonale composée de segments perpendiculaires aux axes, et dont les sommets représentent les coordonnées (α, β) des points de rebroussement constituant l'histoire du matériau. Les segments horizontaux résultent de l'application de champs décroissants tandis que les segments verticaux correspondent à l'application de champs croissants. L'aimantation est donc complètement déterminée par l'histoire et l'état initial (saturé positif, négatif ou désaimanté) du matériau.

Ainsi, l'évolution de la configuration magnétique d'un matériau soumis à différents champs peut être aussi bien étudiée à partir des cycles $M(H)$ qu'à partir du plan de Preisach. La figure (2.8) montre les deux représentations pour une série de champs d'amplitude décroissante, appliquée à partir de l'état saturé négativement [20].

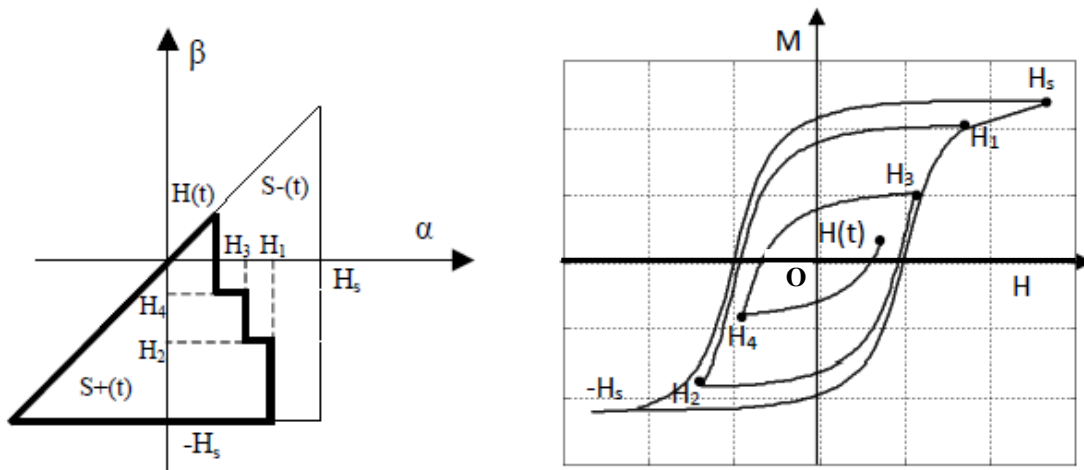


Figure 2.8 : Représentation dans le plan de Preisach et dans le plan (HOM)
De l'aimantation $M(0, H_s, -H_s, H_1, H_2, H_3, H_4, H(t))$

2.3.1.5 Propriétés du modèle

L'étude précédente permet de déduire deux propriétés importantes du modèle :

Certains des états magnétiques atteints peuvent disparaître de l'histoire. En effet, l'application d'un champ H élimine les états antérieurs (α_i, β_i) tels que $\alpha_i \leq H$ ou $\beta_i \geq H$. En particulier, l'application d'un champ supérieur ou égal au champ de saturation H_s du matériau efface tous les états de l'histoire. C'est la propriété d'effacement partiel.

Afin d'illustrer cette propriété, reprenons la figure (2.7.4) en supposant que le champ appliqué H_4 est supérieur à H_2 en valeur absolue. Les configurations du plan de Preisach et du plan (HOM) obtenues après application de la même série du champ appliqué sont représentées sur la figure (2.9) [20].

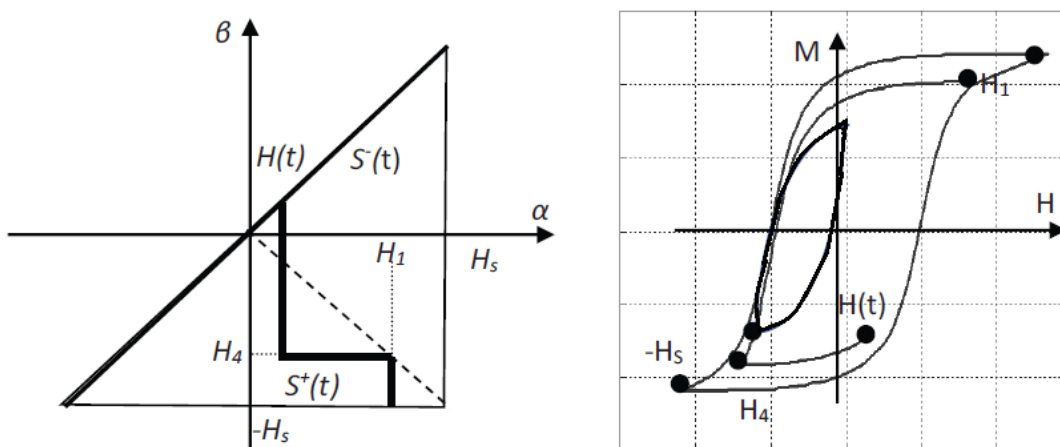


Figure 2.9: Représentation dans le plan (HOM) et dans le plan de Preisach

Cette propriété a pour conséquence la stabilité des cycles mineurs.

La seconde propriété est la propriété de congruence des cycles mineurs. Tous les cycles mineurs ayant pour champs extrêmes H_1 et H_2 sont congruents au sens géométrique c'est à dire que, quel que soit l'état magnétique antérieur, les cycles mineurs obtenus sont superposables (figure 2.10).

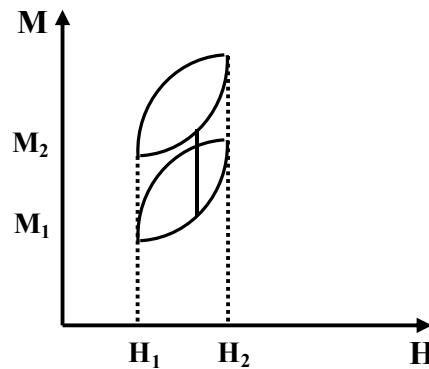


Figure 2.10 : Cycles mineurs congruents

Dans les années 50, le mathématicien russe Kransoselskii [21], convaincu que ce modèle contenait une idée mathématique originale, la dissocié de son aspect physique pour en dégager une théorie très générale et purement mathématique, applicable à tout problème physique de nature quelconque comportant des propriétés hystérétiques. Il a ainsi révélé la nature phénoménologique de ce modèle. Mayergoyz a poursuivi cette étude et a clairement défini les conditions d'utilisation du modèle. Il a ainsi démontré que les deux propriétés énoncées ci-dessus constituent des conditions nécessaires et suffisantes pour représenter un problème hystérétique par le modèle de Preisach [18].

2.3.1.6 Détermination de la fonction de distribution $p(\alpha, \beta)$

La définition complète du modèle de Preisach nécessite au préalable une connaissance de la fonction de distribution de Preisach $p(\alpha, \beta)$. Deux méthodes peuvent être utilisées pour déterminer cette fonction à partir de mesures :

- Les méthodes numériques [19] qui s'appuient, soit sur la courbe de 1^{ère} aimantation et la partie descendante du cycle majeur (Biorci-Pescetti), soit sur les courbes de renversement du 1^{er} ordre (Mayergoyz).

- Les méthodes analytiques (Lorentz, Lorentz modifier, Gauss, Cauchy, ...) [22-23] qui approximent directement sur la fonction de distribution, et qui s'appuient par exemple sur le cycle majeur.

2.3.1.6.1 Approximation numériques de $\rho(\alpha, \beta)$

Deux méthodes qui ont donné des résultats satisfaisantes peuvent être citées pour la détermination de la fonction de distribution et son application dans le modèle de Preisach. Ces deux méthodes se basent sur un ensemble de points de mesure effectués sur l'échantillon ferromagnétique. La première, celle de Mayergoyz ne fait aucune hypothèse simplificatrice. La seconde, celle de Biocri-Pescetti, suppose que la fonction de distribution et le produit d'une fonction ne dépendant que de α et d'une autres ne dépendant que de β , elle n'est donc applicable qu'à certains types de cycles.

a - Méthode de Biocri-Pescetti

La méthode Biocri-Pescetti [24-25] utilise seulement des points de mesure de la courbe de première aimantation et de la courbe descendante du cycle majeur. Elle consiste à définir $\rho(\alpha, \beta)$ sous la forme (2.26) comme étant un produit de fonctions indépendantes en se basant sur la séparation des opérateurs pour les matériaux parfaitement isotropes.

$$\rho(\alpha, \beta) = \phi_1(\alpha) \cdot \phi_2(\beta) \quad (2.26)$$

En essayant de déterminer l'aimantation finale pour un échantillon initialement désaimanté soumis à un champ d'excitation H_1 , on obtient sur le plan de Preisach la surface abc désignant les opérateurs qui ont changé d'aimantation figure (2.11) et on a :

$$M(\alpha) = 2M_S \iint_{abc} \rho(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (2.27)$$

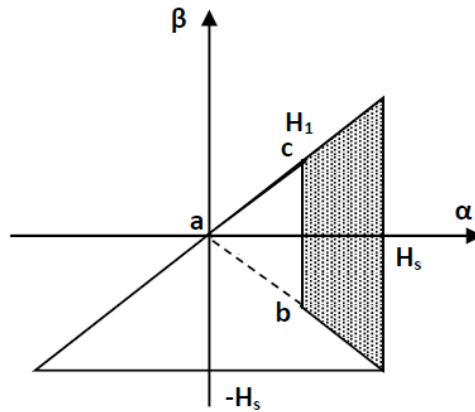


Figure 2.11 : Plan de Preisach sous l'effet de H_I avec $H_I > 0$

Supposons aussi que :

$$F(\alpha) = \frac{M(\alpha)}{2M_S} = \int_0^\alpha \left\{ \int_{\beta=-\alpha}^{\beta=\alpha} \rho(\alpha, \beta) d\beta \right\} d\alpha \quad (2.28)$$

Et,

$$f(\alpha) = \frac{d}{d\alpha} \left(\frac{M(\alpha)}{2M_S} \right) = \frac{d(F(\alpha))}{d\alpha} \quad (2.29)$$

Ou encore :

$$f(\alpha) = \int_{\beta=-\alpha}^{\beta=\alpha} \rho(\alpha, \beta) d\beta \Rightarrow F(\alpha) = \int_0^\alpha f(\alpha) d\alpha \quad (2.30)$$

Pour une variation ΔH du champ d'excitation tel que $\Delta H = H_1 - H_2 = \beta$ dans les conditions décrites dans le cas du paragraphe (2.2.1.1) (figure 2.7.3), on a :

$$M(\beta) = -M_S \iint_{abc} \rho(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (2.31)$$

Supposons dans ce cas que :

$$G(\beta) = \frac{M(\beta)}{2M_S} = \int_{\beta=H_2}^{\beta=H_1} \left\{ \int_{\alpha=-\beta}^{\alpha=H_2} \rho(\alpha, \beta) d\alpha \right\} d\beta \quad (2.32)$$

Et,

$$g(\beta) = \frac{d}{d\beta} \left(\frac{M(\beta)}{2M_S} \right) = \frac{d(G(\beta))}{d\beta} \quad (2.33)$$

Alors :

$$g(\beta) = \begin{cases} - \int_{\alpha=\beta}^{\alpha=H_2} \rho(\alpha, \beta) d\alpha & \text{pour } \beta \geq 0 \\ - \int_{|\beta|}^{H_2} \rho(\alpha, \beta) d\alpha - f(\beta) & \text{pour } \beta \leq 0 \end{cases} \quad \text{avec } f(\beta) = \int_{\alpha=-\beta}^{\alpha=\beta} \rho(\alpha, \beta) d\alpha \quad (2.34)$$

Si on résout (2.30) et (2.33), les fonctions $f(\alpha)$ et $g(\beta)$ étant connues à partir des points de mesure sur la courbe expérimentale, la distribution $\rho(\alpha, \beta)$ sera définie pour tous les points appartenant sur la moitié supérieure du plan de Preisach délimité par la droite $\alpha = -\beta$. Et, par symétrie par rapport à cette dernière, elle sera entièrement définie sur la totalité du plan de Preisach. Une subdivision de ce plan en rectangles de côtés $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N$ (figure 2.12) avec N suffisamment élevé suivant la direction de la droite $(O\alpha)$ permet de considérer que la fonction de distribution $\rho(\alpha, \beta)$ est constante dans chacune des subdivisions.

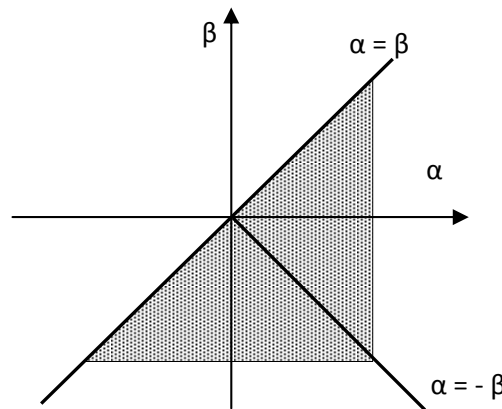


Figure 2.12 : La subdivision du plan de Preisach

On définit alors $\varphi_1(\alpha)$ par N équations et $\varphi_2(\alpha)$ par $2N$ équations. On obtient ainsi, $3N$ équations à $3N$ inconnues. $\rho(\alpha, \beta)$ peut être alors déterminés par l'équation (2.26). Cependant, les $3N$ équations ne sont pas indépendantes puisqu'elles doivent vérifier :

$$\sum_{i=1}^N F_i = \sum_{j=1}^{2N} G_j \quad (2.35)$$

La détermination de $\rho(\alpha, \beta)$ se base sur un ensemble de points de mesures effectués sur l'échantillon ferromagnétique de la courbe de première aimantation et la courbe descente du cycle majeur. Une subdivision de l'intervalle $[0, H_s]$ en N parties permet de définir $F(\alpha_j)$ à partir des points de mesure de la courbe de première aimantation suivant l'équation (2.36). Une autre subdivision de l'intervalle $[-H_s, H_s]$ de la courbe montante en $2N$ parties permet de définir les $G(\beta_j)$ suivant l'équation (2.37).

$$F(\alpha_j) = \frac{M(\alpha_j) - M(\alpha_{j-1})}{2M_S} \quad (2.36)$$

$$G(\beta_i) = \begin{cases} \frac{M(\beta_{i-1}) - M(\beta_i)}{2M_S} & \text{si } i \leq N \\ \frac{M(\beta_{i-1}) - M(\beta_i)}{2M_S} - F(\beta_{i-N}) & \text{si } i > N \end{cases} \quad (2.37)$$

La figure (2.13) permet de voir la subdivision de la courbe de première aimantation et la courbe descente du cycle majeur pour définir les $F(\alpha_j)$ et les $G(\beta_j)$.

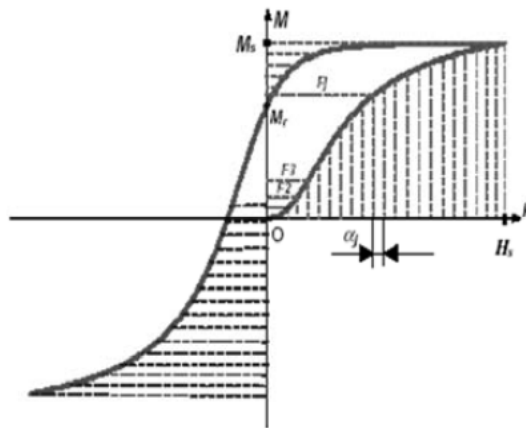


Figure 2 13 : *Subdivision de la courbe de première aimantation et courbe descente du cycle majeur*

b- Méthode de Mayergoz

La méthode de Mayergoz [26], souvent utilisée pour obtenir une bonne précision, nécessite le relevé de courbes de renversement du premier ordre. Les courbes de renversement du premier ordre sont les courbes obtenues en augmentant l'excitation après un début de parcours de la branche supérieure du cycle majeur (figure (2.14)). On peut préciser qu'avec la

symétrie centrale du phénomène d'hystérésis magnétique, on obtient les mêmes courbes en diminuant l'excitation lors du parcours de la branche inférieure.

Les valeurs d'aimantation associées à ces trajets peuvent être directement reliées aux valeurs de la fonction de distribution en certains points du triangle. Il suffit pour s'en persuader d'interpréter, dans le plan de Preisach, ce trajet de l'excitation [3].

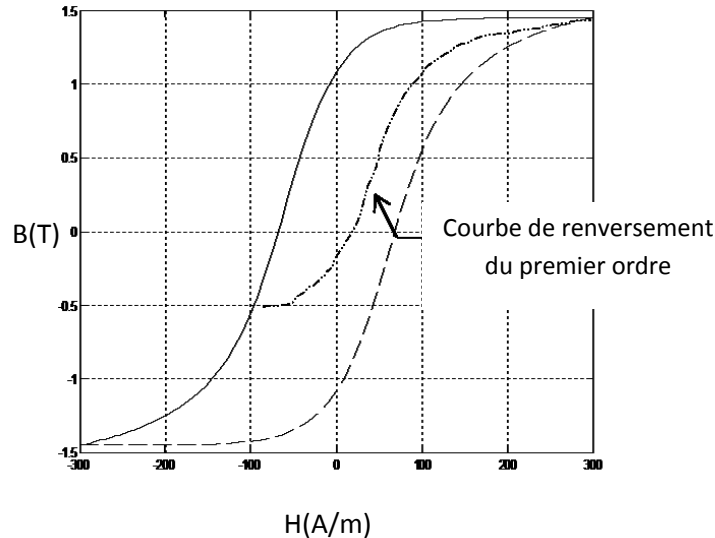


Figure 2.14 : Définition d'une courbe de renversement

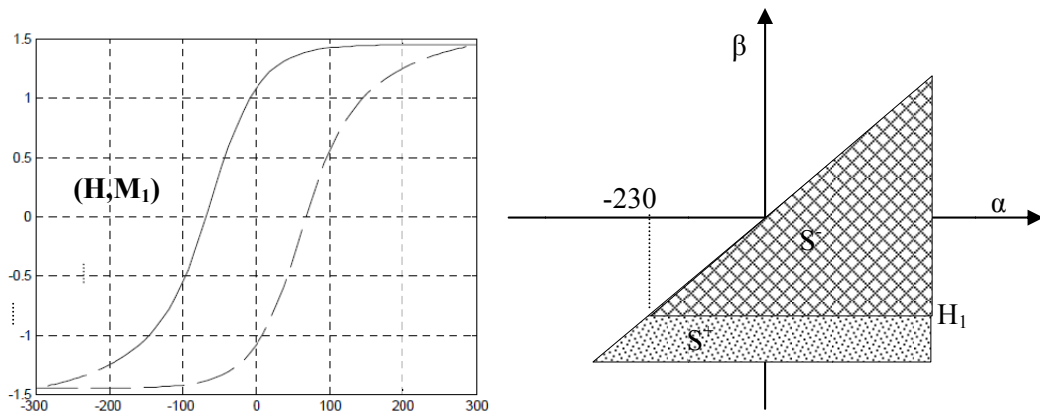
On fait apparaître le type de relation décrit par l'équation (2.22). Les valeurs de la fonction de distribution peuvent, par conséquent, être calculées à partir de ces données expérimentales que sont les courbes de renversement. Il suffit pour cela de dériver deux fois chaque courbe de renversement en chaque point.

En effet, soient (M_1, H_1) l'état du matériau figure (2.15) et (M_2, H_2) celui de la figure (2.16), on a :

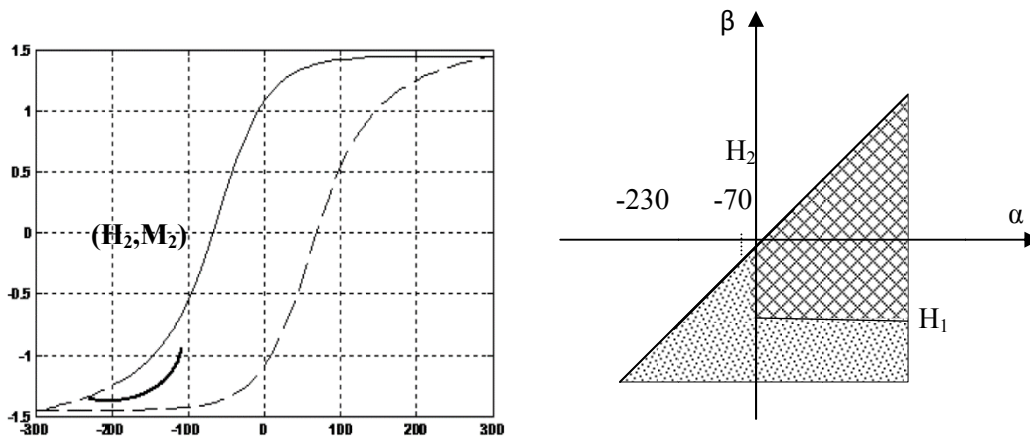
$$M_2 - M_1 = 2 \iint_S \rho(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (2.38)$$

d'où :

$$\rho(\alpha, \beta) = \frac{d^2}{d\alpha d\beta} \left(\frac{M_2(\alpha, \beta) - M_1(\beta)}{2} \right) \quad (2.39)$$



*Figure 2.15 : Interprétation d'une courbe de renversement dans le Triangle de Preisach
Première partie : arrivée en (H_1, M_1)*



*Figure 2.16 : Interprétation d'une courbe de renversement dans le Triangle de Preisach
Deuxième partie : arrivée en (H_2, M_2)*

2.3.1.6.2 Approximation analytique de $\rho(\alpha, \beta)$

Certaines formes analytiques (fonctions Gaussienne, fonctions Lorentzienne, fonctions Cauchy, ...) peuvent servir des fonctions de distribution pour la répartition des cycles élémentaires dans le plan de Preisach. Les cycles d'hystérésis restitués en servant les distributions analytiques qui ont des formes proches de celles rencontrées dans le cas de l'hystérésis magnétique [3].

On va chercher à déterminer les paramètres de ces fonctions de distribution analytiques à partir de données expérimentales. Nous allons étudier quatre formes analytiques différentes.

a- Les distributions de type Lorentzienne

La fonction de distribution de type Lorentzienne [27-28] s'écrit sous la forme :

$$\rho(\alpha, \beta) = \frac{k}{\left(1 + \left(\frac{\alpha}{H_c} - \frac{1}{2}\right)^2\right) \left(1 + \left(\frac{\beta}{H_c} + \frac{1}{2}\right)^2\right)} \quad (2.40)$$

Avec H_c le champ coercitif.

Cette fonction est paramétrée par α et β et un facteur régulateur k qui permet de ramener le niveau de l'induction générée par le modèle à celui du cycle mesuré.

L'application du modèle de Preisach associé à la fonction de distribution de Lorentz permet de suivre l'évolution de l'aimantation du matériau et de son histoire [8].

Néanmoins, la précision des cycles d'hystérésis générée par ce modèle est affectée par l'utilisation de ce type de fonction.

Pour trouver une solution à ce problème, et afin d'augmenter le degré de liberté, une fonction de Lorentz modifiée a été proposée [29].

b- Les distributions de type Lorentz modifiée

La fonction de distribution de Lorentz modifiée s'exprime sous la forme [30]:

$$\rho(\alpha, \beta) = \frac{ka^2}{\left(a + \left(\frac{\alpha}{H_c} - b\right)^2\right) \left(a + \left(\frac{\beta}{H_c} + b\right)^2\right)} \quad (2.41)$$

Avec : k coefficient de régulation ou constante de normalisation $a \in R_+$ et $b \in \left[1, \frac{H_s}{H_c}\right]$

L'introduction du paramètre a dans la distribution de Lorentz modifiée a permis de modifier la forme du cycle d'hystérésis générée par le modèle de Preisach. Elle permet aussi de décrire des différentes formes de cycles d'hystérésis des échantillons ayant la même induction de saturation B_s et le même champ coercitif.

L'effet du paramètre b sur le cycle d'hystérésis est visible surtout au niveau de la surface limitée par le cycle d'hystérésis. Une croissance du paramètre b dans l'intervalle $[1, H_s/H_c]$ conduit forcément à une croissance du champ coercitif H_c .

c- Les distributions de type Gaussienne

Avec une répartition Gaussienne [31- 33], les cycles sont plus rectangulaires que ceux obtenus avec les répartitions Lorentziennes.

Dans le cas de la répartition Gaussienne, la fonction de distribution peut s'écrire sous la forme :

$$\rho(h_c, h_i) = \frac{B_s}{2\pi\sigma_c\sigma_i} e^{\left(\frac{-(h_c-h_{cm})}{2\sigma_c}\right)^2} e^{\left(\frac{-h_i^2}{2\sigma_i^2}\right)} \quad (2.42)$$

Les grandeurs h_c et h_i se rapportent à un changement de repère dans le plan de Preisach, L'hystéron correspondant apparait sur la figure (2.17). Le passage de $\rho(h_c, h_i)$ à $\rho(\alpha, \beta)$ est immédiat.

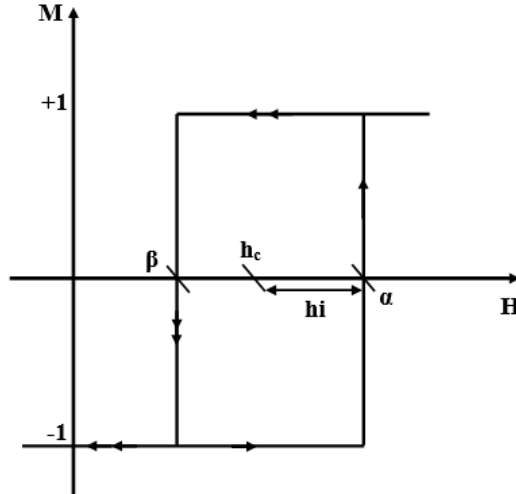


Figure 2.17 : Définition des grandeurs h_c et h_i de l'hystéron

Avec la définition des grandeurs h_c et h_i , il vient directement :

$$\begin{cases} \alpha = h_c + h_i \\ \beta = h_c - h_i \end{cases} \quad (2.43)$$

On remarque que l'écriture de $(h_c, h_i)/(\alpha, \beta)$ n'est, qu'un simple changement de repère du triangle de Preisach.

Cependant, le choix d'une certaine factorisation $\rho(\alpha, \beta) = \rho_1(\alpha)\rho_2(\beta)$.

Ou, $\rho(\alpha, \beta) = \rho'_1(h_c)\rho'_2(h_i)$ a des conséquences sur la forme de la distribution [3].

Dans la fonction (2.42), quatre paramètres sont à déterminer, il s'agit de B_s , σ_c , σ_i , et h_{cm} .

Contrairement au cas de la Lorentzienne et Lorentzienne modifiée, les paramètres ne peuvent pas être déterminés de manière directe.

d- Les distributions de type Cauchy

La fonction de distribution de Cauchy [34] s'exprime sous la forme :

$$\rho(H_M, H_C) = \rho(H_M)\rho^*(H_C) \quad (2.44)$$

$\rho(H_M)$ et $\rho^*(H_C)$ sont deux distributions avec:

$$\rho(H_M) = (H_\alpha + H_\beta)/2 \text{ et } \rho(H_C) = (H_\alpha - H_\beta)/2$$

Puisque H , est supérieur à zéro, $\rho^*(H_C)$ doit être normalisée afin de garantir que la zone sous la courbe de distribution de Cauchy est égale à 1.

$$\rho^*(H_C) = \rho(H_C) / \int_0^\infty \rho(H_C) dH_C \quad (2.45)$$

$\rho(H_M)$ et $\rho^*(H_C)$ basé sur la distribution de Cauchy peut s'écrire sous la forme :

$$\rho(k)_{cy} = \frac{1}{\pi\sigma_k} \cdot \frac{1}{1 + [(k - \mu_k)/\sigma_k]^2} \quad (2.46)$$

μ_k le centre de distribution et σ_k l'écart type.

Pour déterminer le cycle l'hystérésis, la fonction de distribution de Cauchy nécessite quatre paramètres $\mu_{HM}, \sigma_{HM}, \mu_{HC}, \sigma_{HC}$. Ces paramètres sont identiques aux paramètre de la fonction Gaussienne.

Le choix de la fonction de distribution entraîne donc, de nouveau, la nécessité d'utiliser des techniques d'optimisation de manière à ce que la restitution de ce comportement soit proche des mesures expérimentales. Le nombre de paramètres permet une relative flexibilité au niveau de la forme des cycles.

2.3.2 Modèle dynamique de Preisach

Le modèle dynamique de Preisach proposé par Bertotti [35] est une généralisation du modèle de Preisach. Le modèle a donc le même formalisme que le modèle de Preisach statique, mais l'opérateur élémentaire est un opérateur dynamique dont la variation de flux n'est pas instantanée mais gouvernée par une équation différentielle sur le temps :

$$M(t) = M_S \iint \rho(\alpha, \beta) \hat{\gamma}_{\alpha\beta}[H(t)] d\alpha d\beta \quad (2.47)$$

Le comportement de l'opérateur dynamique est décrit par :

$$\begin{cases} \frac{\partial \gamma(\alpha, \beta, t)}{\partial t} = k(H(t) - \alpha) & \text{pour } H(t) > \alpha \\ \frac{\partial \gamma(\alpha, \beta, t)}{\partial t} = k(H(t) - \beta) & \text{pour } H(t) < \beta \end{cases} \quad (2.48)$$

Les paramètres de la fonction de Preisach statique $\rho(\alpha, \beta)$ et le facteur d'amortissement k lié à la fréquence et fonction du comportement dynamique du matériau. Il faut bien noter que la fréquence et la forme de l'excitation ont maintenant une influence sur la forme du cycle.

Comme le cas précédent, nous allons présenter quelques travaux concernant l'extension du modèle statique de Preisach étendu à la dynamique:

Y. Bernard et al [36], ont proposé un modèle dynamique basé sur un modèle de Preisach inverse avec la densité de flux magnétique en entrée et le champ magnétique en sortie. Ils ont montré comment l'hystérésis dynamique peut être modélisée en utilisant une fonction de distribution inverse qui dépend de la densité du flux magnétique, de la vitesse de ce champ, et de l'historique de l'intensité du champ magnétique. Le modèle proposé a été validé expérimentalement et comparé à un modèle statique classique de Preisach. Ce modèle peut être implémenté dans la méthode des éléments finis en utilisant le potentiel vectoriel magnétique comme inconnue.

P. Chandra Sarker et al [37], ont proposé un modèle d'hystérésis dynamique inverse de Preisach pour la caractérisation dynamique des matériaux magnétiques amorphes à base de fer pour les applications à basse et moyenne fréquence. Ce modèle combine l'aimantation réversible et l'hystérésis dépendant de l'aimantation, ainsi que tous les composants de perte du noyau, y compris les pertes d'hystérésis, les pertes par courants de Foucault et les pertes excès, ainsi que tous les composants de perte du noyau. Les résultats prédits sont vérifiés par des mesures expérimentales sous différentes magnitudes d'excitation ainsi que de différentes fréquences.

2.4 Conclusion et choix d'un modèle d'hystérésis

Le modèle de Jiles est le modèle le plus complet, il est valable pour une modélisation statique et dynamique du phénomène d'hystérésis magnétique. Cependant, l'identification de ses paramètres et la génération des cycles dynamiques sont difficiles à réaliser.

Le modèle dynamique de Preisach, reste compliqué à mettre en œuvre et très gourmand en temps de calcul. Ce qui rend le modèle difficile à implanter dans un calcul de champ par éléments finis.

Notre choix s'est fixé sur le modèle de Preisach statique associé à une fonction de distribution analytique paramétrique. Deux raisons ont motivé ce choix, la première est la validité du modèle de Preisach au niveau mathématique et physique, la seconde raison réside dans le fait que l'association d'une fonction de distribution analytique paramétrique, tel qu'on peut introduire l'effet de la fréquence et de la température dans le modèle de Preisach à travers cette fonction.

Dans le chapitre suivant, nous allons présenter le modèle de Preisach associé à une fonction distribution de Student paramétrique pour modéliser le comportement hystérétique des matériaux ferromagnétiques en fonction de la fréquence et de la température.

CHAPITRE 3
DEVELOPPEMENT D'UN MODELE
D'HYSTERESIS

Chapitre 3: Développement d'un modèle d'hystérésis

3.1 Introduction

Dans le chapitre précédent nous avons cité trois fonctions de distribution analytique pour représenter l'approximation de la fonction de distribution de Preisach. Il est important de noter que les deux fonctions Gaussienne et Lorentz ne sont pas efficaces pour reproduire correctement des cycles trop raides [38]. La fonction de Lorentz modifiée donne de bons résultats dans les matériaux ferromagnétiques doux, mais elle est incapable de générer convenablement le cycle d'hystérésis à faible pente au voisinage du champ coercitif (H_c). Pour cela, nous proposons une nouvelle expression analytique qui s'appelle la fonction de distribution Student paramétrique afin d'améliorer la précision du cycle simulé par le modèle de Preisach. Cette nouvelle fonction peut représenter une large catégorie des cycles d'hystérésis expérimentaux, de plus sert à intégrer les contraintes telles que la température et la fréquence. Par conséquent générer des cycles d'hystérésis en fonction de ces contraintes.

3.2 Développement du modèle hystérésis

Deux aspects seront développés dans ce chapitre. Le premier sera la présentation de la fonction de distribution de Student paramétrique et le développement du modèle de Preisach associé à cette fonction de distribution. Le deuxième est l'intégration de l'effet de la fréquence et de la température dans le modèle de Preisach statique.

3.2.1 Présentation de la fonction de Student paramétrique

La fonction de distribution de Student paramétrique s'écrit sous la forme [39] :

$$\rho(\alpha, \beta) = ka\sqrt{a} \left(a + \left(\frac{\alpha}{H_c} - b \right)^2 \right)^{-3/2} \left(a + \left(\frac{\beta}{H_c} + b \right)^2 \right)^{-3/2} \quad (3.1)$$

avec :

H_c : champ coercitif [A/m]

k : paramètre de régulation

$a \in \mathbb{R}_+^*$

$b \in \left[\frac{H_c}{H_s}, \frac{H_s}{H_c} \right]$.

L'introduction des deux paramètres a et b dans la fonction de distribution de student, permet une large représentation des cycles expérimentaux avec précision.

Pour analyser l'impact de ces paramètres sur le cycle d'hystérésis généré par le modèle de Preisach associée à la fonction de distribution de Student, deux études seront nécessaires, une première en faisant varier a et une deuxième en faisant varier b pour les mêmes paramètres H_c et k .

3.2.1.1 Influences du paramètre a

Pour cette analyse paramétrique, nous gardons les valeurs des paramètres constants b , k et H_c et en fait varier le paramètre a .

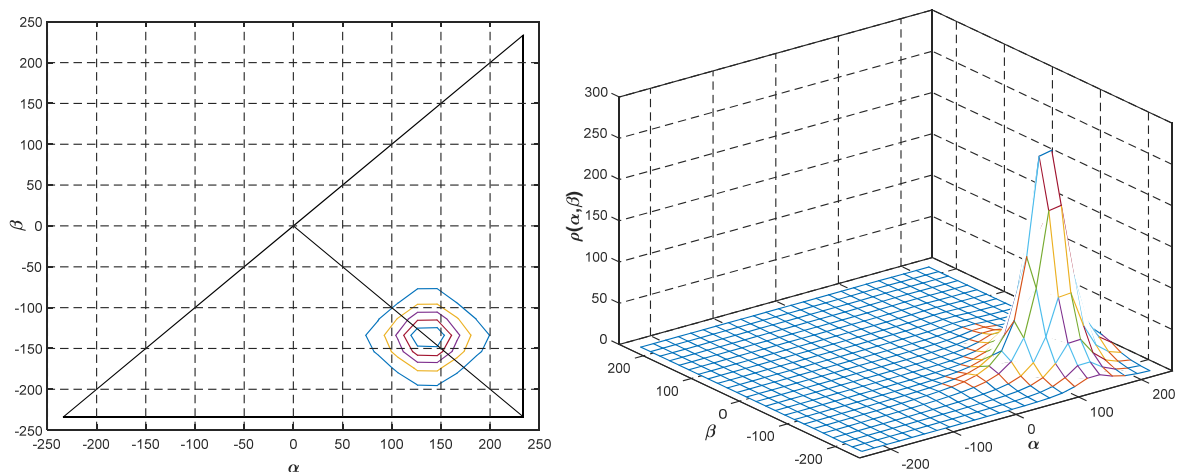


Figure 3.1: Les contours et la représentation spatiale de la distribution de Student pour $k=6.4334$, $a=0.08$, $b=1.005$, $H_c=135.8$.

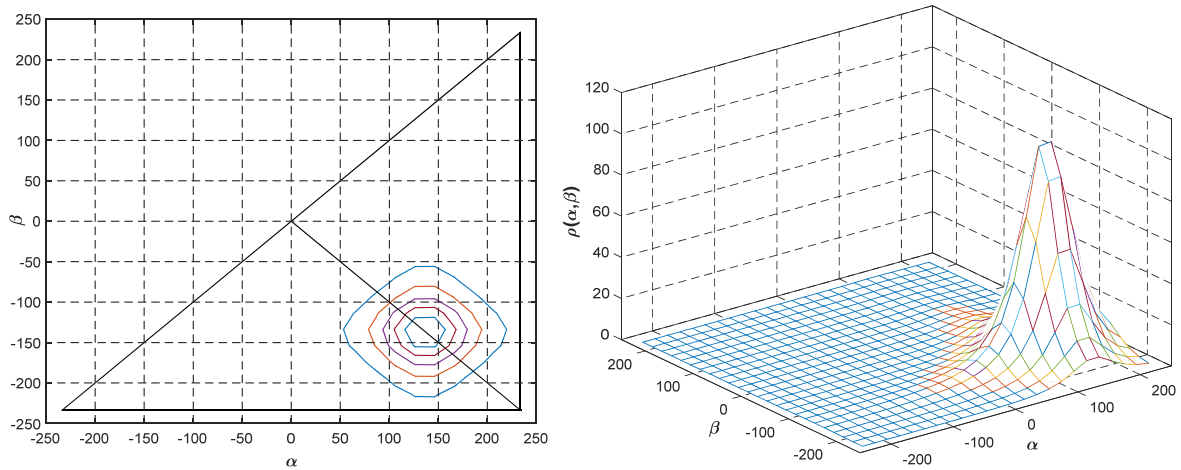


Figure 3.2: Les contours et la représentation spatiale de la distribution de Student pour $k=6.4334$, $a=0.15$, $b=1.005$ et $H_c=135.8$

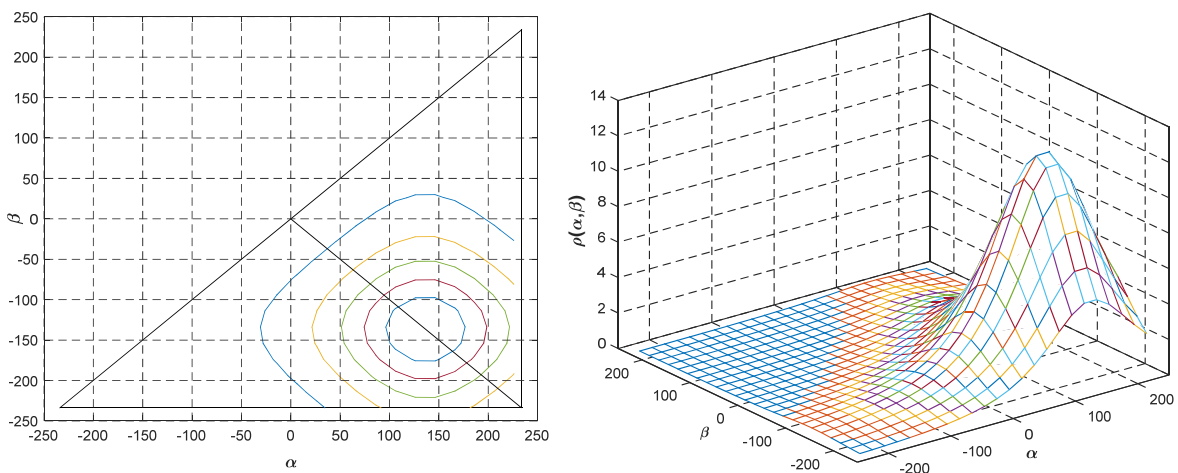


Figure 3.3: Les contours et représentation spatiale de la distribution de Student pour $k=6.4334$, $a=0.65$, $b=1.005$ et $H_c=135.5$.

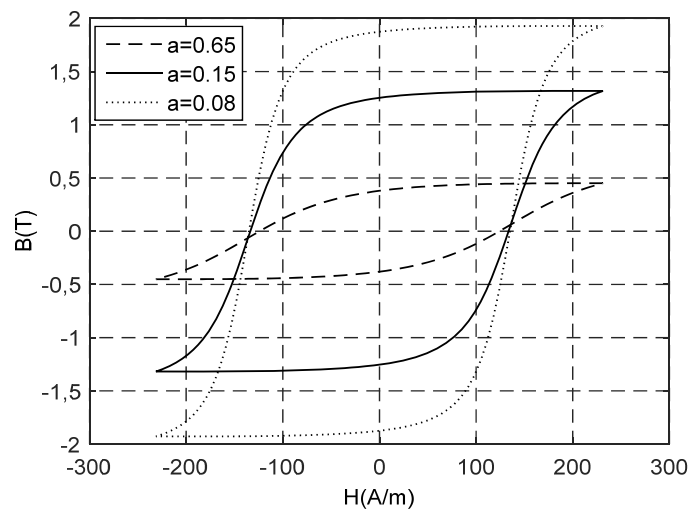


Figure 3.4: Evolution du cycle d'hystérésis en fonction de a

Les Figures (3.1, 3.2, 3.3 et 3.4) montrent que la variation du paramètre a induit plusieurs variations telles que : une variation de la distribution spatiale de la fonction de distribution, une variation du champ coercitif, une variation de l'aimantation rémanente, une variation de l'aimantation à saturation et une variation de la pente du cycle d'hystérésis. Ce qu'explique l'introduction du paramètre a qui induit des modifications sur les paramètres du cycle d'hystérésis (H_c , B_r et B_s). Ce paramètre est très important et permet la modélisation d'une plus grande variété des échantillons de différents cycles d'hystérésis ayant les mêmes valeurs de H_c et B_s .

3.2.1.2 Influences du paramètre b

Pour étudier l'effet du paramètre b sur le cycle d'hystérésis produit par le modèle de Preisach associé à une fonction de distribution de Student, nous considérons deux valeurs $b=1$ et $b=1.5$, avec les valeurs des autres paramètres restent constantes.

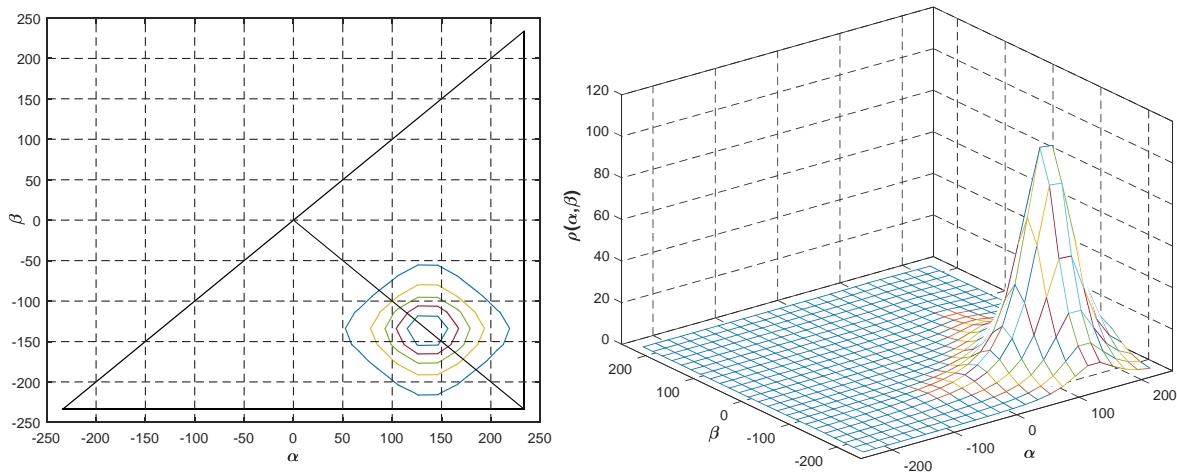


Figure 3.5: Les contours et la représentation spatiale de la distribution de Student pour $b=1$, $a=0.15$

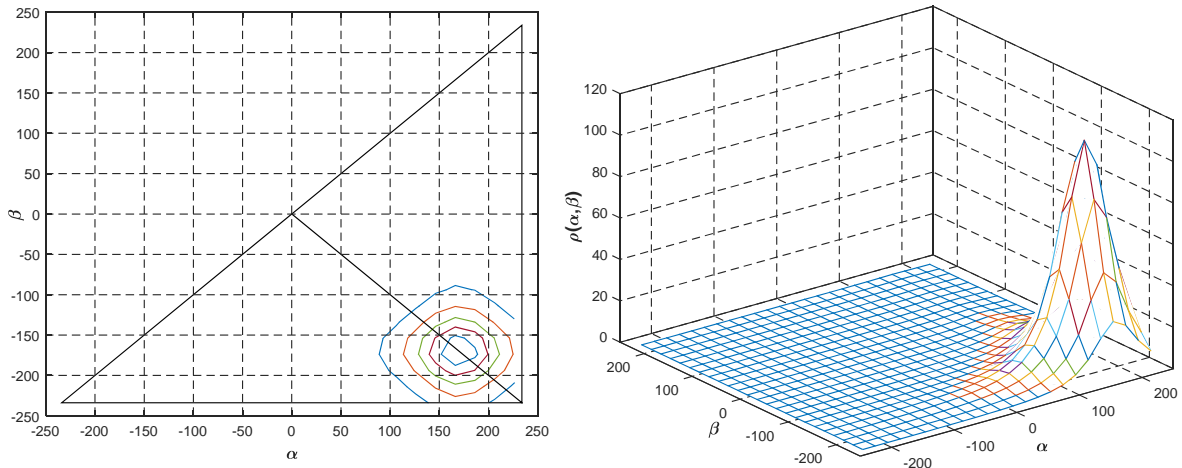


Figure 3.6: Les contours et la représentation spatiale de la distribution de Student pour $b=1.25$, $a=0.15$

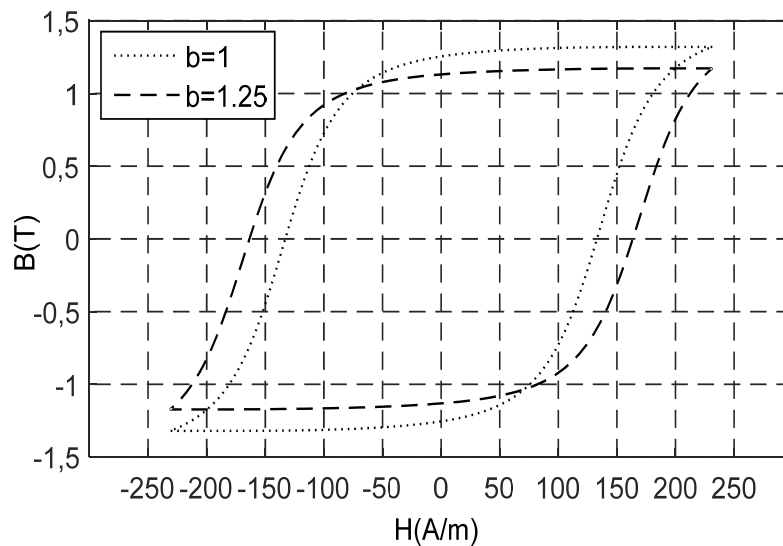


Figure 3.7: Evolution du cycle d'hystérésis en fonction de b

Les Figures (3.5, 3.6 et 3.7) montrent que la variation du paramètre b induit plusieurs variations, telles que : une variation très importante du champ coercitif, de l'induction de saturation, de l'induction de rémanence et de déplacement des contours de la fonction sur l'axe $\alpha = -\beta$, tout en gardant une parfaite symétrie par rapport à ce dernier. En effet, l'introduction du paramètre b dans la fonction permet de représenter plusieurs types d'échantillons ferromagnétiques ayant différentes formes de cycle d'hystérésis.

3.2.2 Formulation mathématique du modèle d'hystérésis

L'association de la fonction de distribution de student paramétrique avec la formulation du modèle de Preisach (2.22) donne l'expression (3.2)

$$M(t) = M(t-1) \pm 2 \iint_{\Delta} \frac{ka\sqrt{a}}{\left[a + \left(\frac{\alpha}{h_c} - b\right)^2\right]^{3/2} \left[a + \left(\frac{\beta}{h_c} + b\right)^2\right]^{3/2}} d\alpha d\beta \quad (3.2)$$

où $M(t-1)$ est l'aimantation à l'instant précédent et Δ la variation de la surface S^+ suite à l'application d'un champ d'excitation. Un autre avantage de l'introduction de cette fonction analytique dans le modèle de Preisach est que l'une des deux intégrales peut être calculée analytiquement, ce qui réduit le temps d'exécution.

3.2.2.1 Expression mathématique de la courbe de première aimantation

La courbe de première aimantation a été obtenue à partir d'un état désaimanté de l'échantillon ferromagnétique sous l'effet d'un champ croissant à partir de zéro et qui peut atteindre le champ de saturation figure (3.8). L'expression mathématique correspondante à cet état est déduite de l'équation (3.2) tel que l'on a :

$$M(t) = M(t-1) + \left[2 \int_{H(t-1)}^{H(t)} \frac{ka\sqrt{a}}{\left[a + \left(\frac{\alpha}{h_c} - b\right)^2\right]^{3/2}} \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{d\beta}{\left[a + \left(\frac{\beta}{h_c} + b\right)^2\right]^{3/2}} d\alpha \right] \quad (3.3)$$

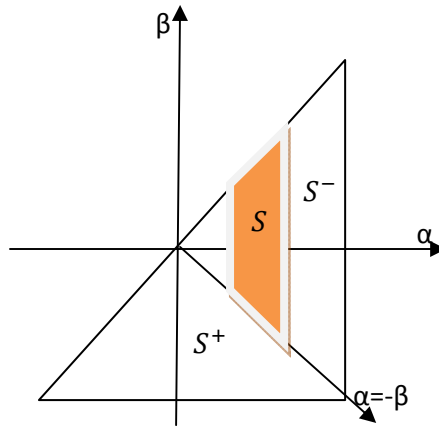


Figure 3.8 : Plan de Preisach correspondant à la courbe de première aimantation

On pose:

$$Y(t) = \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{d\beta}{\left[a + \left(\frac{\beta}{h_c} + b\right)^2\right]^{3/2}} = \frac{1}{a\sqrt{a}} \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{d\beta}{\left[1 + \frac{1}{\sqrt{a}} \left(\frac{\beta}{h_c} + b\right)^2\right]^{3/2}} \quad (3.4)$$

Et :

$$x = \frac{1}{\sqrt{a}} \left(\frac{\beta}{h_c} + b\right) \Rightarrow d\beta = \sqrt{a} h_c dx \quad (3.5)$$

Sachant que,

$$\int \frac{dx}{(1+x^2)^{3/2}} = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} + cst \quad (3.6)$$

Et si,

$$-\alpha \leq \beta \leq \alpha \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{a}} \left(\frac{-\alpha}{h_c} + b \right) \leq x \leq \frac{1}{\sqrt{a}} \left(\frac{\alpha}{h_c} + b \right) \quad (3.7)$$

On obtient :

$$Y(t) = \int_{\frac{1}{\sqrt{a}} \left(\frac{-\alpha}{h_c} + b \right)}^{\frac{1}{\sqrt{a}} \left(\frac{\alpha}{h_c} + b \right)} \frac{h_c dx}{a (1+x^2)^{3/2}} \quad (3.8)$$

En utilisant (3.6), on obtient :

$$M(t) = M(t-1) + 2 \int_{H(t-1)}^{H(t)} \left[\frac{k\sqrt{a}h_c}{\left[a + \left(\frac{\alpha-b}{h_c} \right)^2 \right]^{3/2}} \left[\frac{\frac{1}{\sqrt{a}} \left(\frac{\alpha}{h_c} + b \right)}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{a}} \left(\frac{\alpha}{h_c} + b \right) \right)^2}} - \frac{\frac{1}{\sqrt{a}} \left(\frac{-\alpha}{h_c} + b \right)}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{a}} \left(\frac{-\alpha}{h_c} + b \right) \right)^2}} \right] \right] d\alpha \quad (3.9)$$

3.2.2.2 Expression de la courbe de la branche descendante du cycle majeur

Cette branche du cycle majeur est obtenue à partir de l'état saturé $+H_s$ de l'échantillon lorsque toute la surface du triangle de Preisach est égale à S^+ . Un champ décroissant appliqué à partir de cet état allant jusqu'à $-H_s$ induit une diminution progressive de la surface S^+ jusqu'à son annulation (figure 3.9). L'aimantation de la branche descendante du cycle majeur s'écrit :

$$M(t) = M(t-1) - \left[2 \int_{H(t)}^{H(t-1)} \frac{k\alpha\sqrt{a}}{\left[a + \left(\frac{\beta}{h_c} + b \right)^2 \right]^{3/2}} \int_{\beta}^{H_s} \frac{d\alpha}{\left[a + \left(\frac{\alpha-b}{h_c} \right)^2 \right]^{3/2}} d\beta \right] \quad (3.10)$$

Le plan de Preisach correspondant est défini dans la figure suivante :

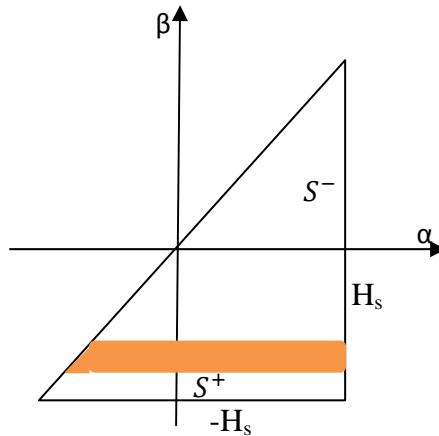


Figure 3.9 : Le plan de Preisach correspondant à la courbe de descendante

Supposons que:

$$G(t) = \int_{\beta}^{H_S} \frac{d\beta}{\left[a + \left(\frac{\alpha}{h_c} - b\right)^2\right]^{3/2}} = \frac{1}{a\sqrt{a}} \int_{\beta}^{H_S} \frac{d\beta}{\left[1 + \frac{1}{\sqrt{a}}\left(\frac{\alpha}{h_c} - b\right)\right]^{3/2}} \quad (3.11)$$

Et :

$$x = \frac{1}{\sqrt{a}}\left(\frac{\alpha}{h_c} - b\right) \Rightarrow d\alpha = \sqrt{a}h_c dx \quad (3.12)$$

Sachant que :

$$\int \frac{dx}{(1+x^2)^{3/2}} = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} + cst \quad (3.13)$$

Et si,

$$\beta \leq \alpha \leq H_S \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{a}}\left(\frac{\beta}{h_c} - b\right) \leq x \leq \frac{1}{\sqrt{a}}\left(\frac{H_S}{h_c} - b\right) \quad (3.14)$$

Alors :

$$G(t) = \int_{\frac{1}{\sqrt{a}}\left(\frac{\beta}{h_c} - b\right)}^{\frac{1}{\sqrt{a}}\left(\frac{H_S}{h_c} - b\right)} \frac{h_c dx}{a(1+x^2)^{3/2}} \quad (3.15)$$

D'où l'expression (3.11) devient :

$$M(t) = M(t-1) - 2 \int_{H(t)}^{H(t-1)} \left[\frac{k\sqrt{a}h_c}{\left[a + \left(\frac{\beta}{h_c} + b\right)^2\right]^{3/2}} \left[\frac{\frac{1}{\sqrt{a}}\left(\frac{H_S}{h_c} - b\right)}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{a}}\left(\frac{H_S}{h_c} - b\right)\right)^2}} - \frac{\frac{1}{\sqrt{a}}\left(\frac{\beta}{h_c} - b\right)}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{a}}\left(\frac{\beta}{h_c} - b\right)\right)^2}} \right] \right] d\beta \quad (3.16)$$

3.2.2.3 Expression de la courbe de la branche ascendante du cycle majeur

Initialement, la totalité de la surface du plan de Preisach est égale à la surface S . Un champ croissant et monotone est appliqué pour augmenter progressivement la surface S^+ (figure 3.10), l'aimantation s'écrit :

$$M(t) = M(t-1) + \left[2 \int_{H(t-1)}^{H(t)} \frac{ka\sqrt{a}}{\left[a + \left(\frac{\alpha}{h_c} - b\right)^2\right]^{3/2}} \int_{-H_S}^{\alpha} \frac{d\beta}{\left[a + \left(\frac{\beta}{h_c} + b\right)^2\right]^{3/2}} d\alpha \right] \quad (3.17)$$

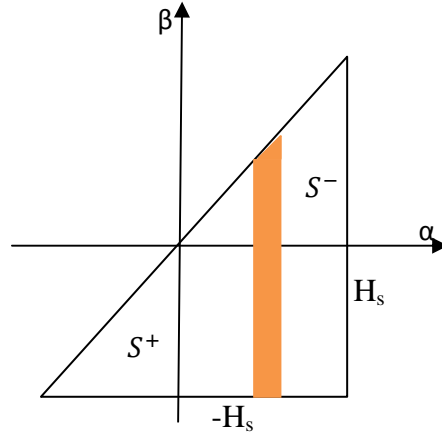


Figure 3.10 : Le plan de Preisach correspondant à la courbe ascendante

Supposons que:

$$P(t) = \int_{-H_s}^{\alpha} \frac{d\beta}{\left[a + \left(\frac{\beta}{h_c} + b\right)^2\right]^{3/2}} = \frac{1}{a\sqrt{a}} \int_{-H_s}^{\alpha} \frac{d\beta}{\left[1 + \frac{1}{\sqrt{a}}\left(\frac{\beta}{h_c} + b\right)\right]^{3/2}} \quad (3.18)$$

Et :

$$x = \frac{1}{\sqrt{a}}\left(\frac{\beta}{h_c} + b\right) \Rightarrow d\beta = \sqrt{a}h_c dx \quad (3.19)$$

Sachant que,

$$\int \frac{dx}{(1+x^2)^{3/2}} = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} + cst \quad (3.20)$$

Et si,

$$-H_s \leq \beta \leq \alpha \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{a}}\left(\frac{-H_s}{h_c} + b\right) \leq x \leq \frac{1}{\sqrt{a}}\left(\frac{\alpha}{h_c} + b\right) \quad (3.21)$$

On obtient :

$$P(t) = \int_{\frac{1}{\sqrt{a}}\left(\frac{-H_s}{h_c} + b\right)}^{\frac{1}{\sqrt{a}}\left(\frac{\alpha}{h_c} + b\right)} \frac{h_c dx}{a(1+x^2)^{3/2}} \quad (3.22)$$

En utilisant (3.20), on obtient :

$$M(t) = M(t-1) + 2 \int_{H(t-1)}^{H(t)} \left[\frac{k\sqrt{a}h_c}{\left[a + \left(\frac{\alpha}{h_c} - b\right)^2\right]^{3/2}} \left[\frac{\frac{1}{\sqrt{a}}\left(\frac{\alpha}{h_c} + b\right)}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{a}}\left(\frac{\alpha}{h_c} + b\right)\right)^2}} - \frac{\frac{1}{\sqrt{a}}\left(\frac{-H_s}{h_c} + b\right)}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{a}}\left(\frac{-H_s}{h_c} + b\right)\right)^2}} \right] \right] d\alpha \quad (3.23)$$

3.3 Validation expérimentale du modèle

3.3.1 Banc Expérimental

Le banc expérimental d'essai que nous avons disposé dans notre laboratoire (LGEG) est constitué de plusieurs appareils pour la mesure et le contrôle (figure 3.11). Nous avons choisi la méthode de caractérisation basée sur l'étude d'un échantillon ferromagnétique supportant les deux bobinages primaire et secondaire. Un système d'alimentation permet d'imposer des formes d'onde sinusoïdales de tension au primaire. Ainsi que, l'excitation $H(t)$ est déterminée à partir du théorème d'AMPERE et l'induction $B(t)$ à partir de la loi de FARADAY. L'acquisition de ces grandeurs s'effectue via un oscilloscope numérique à mémoire. Les données sont ensuite transférées à un PC pour le traitement.

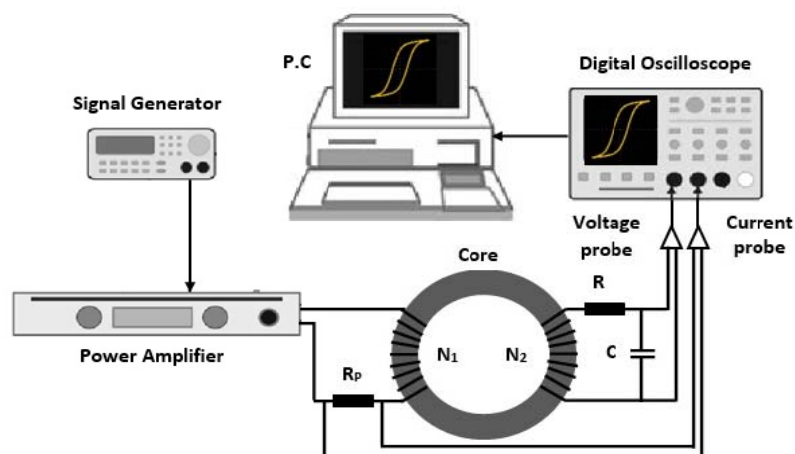


Figure 3.11: Schéma du banc expérimental [39]

3.3.2 Les matériaux étudiés

Dans cette étude nous nous sommes intéressées à des matériaux magnétiques doux, cette appellation est adoptée pour des matériaux qui sont faciles à aimanter et destinés à des applications qui nécessitent un champ d'excitation relativement faible (figure 3.12).

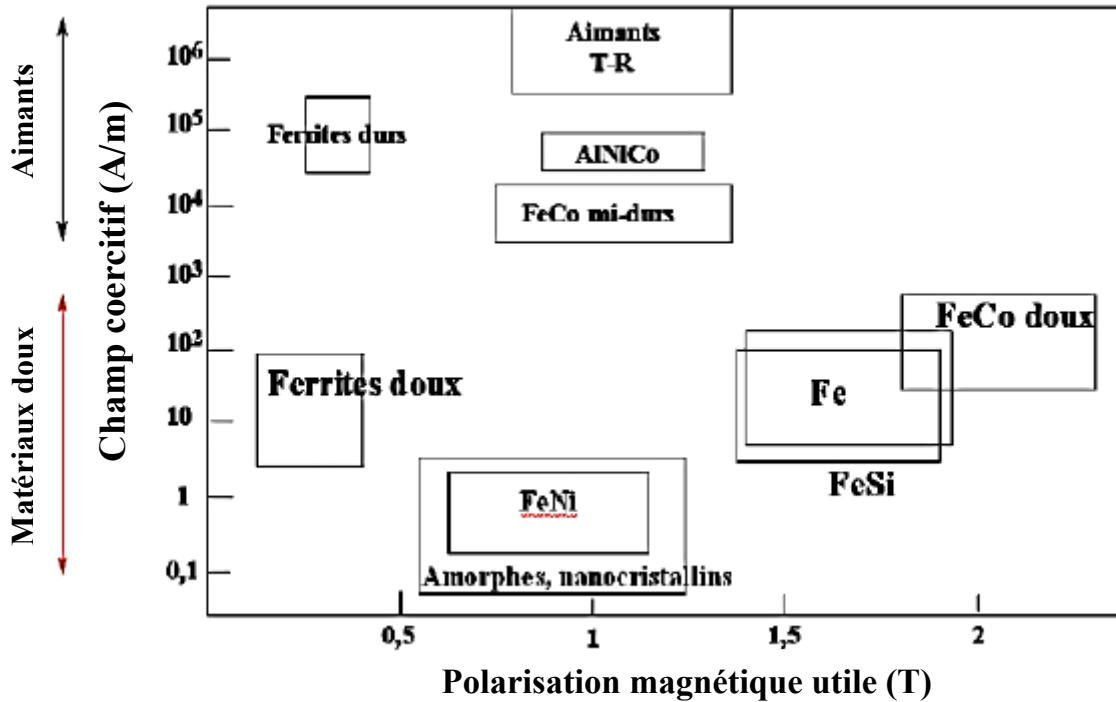


Figure 3.12: Les grandes classes de matériaux magnétiques [40]

Le critère de choix des matériaux est principalement basé sur leurs lois de comportement. En effet, afin de mieux tester et valider le modèle proposé, les matériaux étudiés se devaient avoir des lois de comportement sensiblement différentes en termes de niveau d'induction et de forme du cycle d'hystérésis. Le choix s'est porté sur deux matériaux qui sont : des tôles FeSi à grain non orientée et des ferrites NiFe_2O_4 .

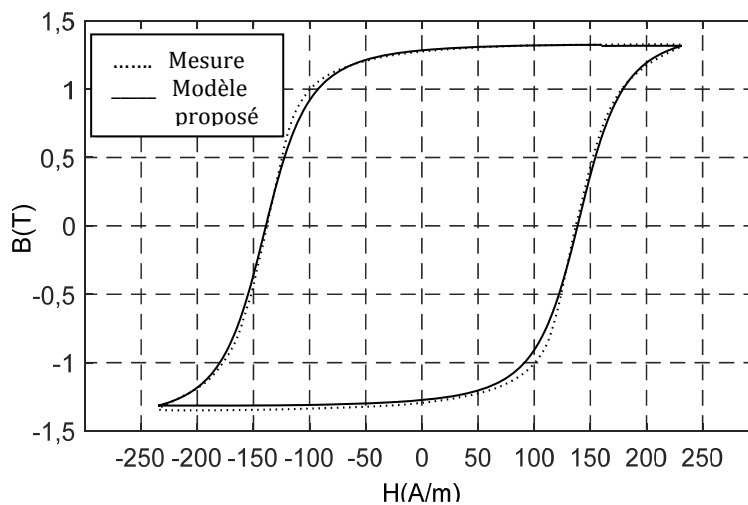


Figure 3.13: Comparaison des cycles d'hystérésis (tôles FeSi, $k=4.8841$, $a=0.095$, $b=1.035$, $hc=135.5$)

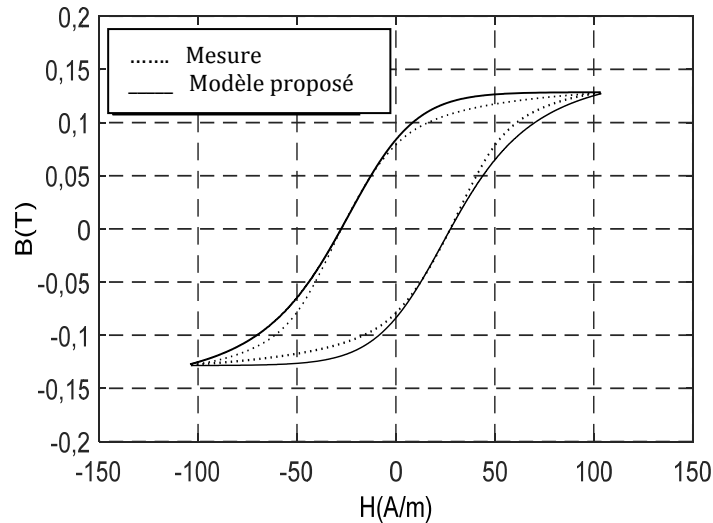


Figure 3.14: Comparaison des cycles d'hystérésis (ferrites, $k=217.35$, $a=4.75$, $b=0.5$, $hc=23.29A/m$)

Les courbes données dans les figures (3.13 et 3.14), représentent la confrontation entre les cycles d'hystérésis générés par le modèle proposé et ceux mesurés pour les deux types des matériaux.

De part, la bonne concordance a été observée entre les cycles reproduits par le modèle de Preisach associé à une fonction de distribution de Student et les cycles mesurés, nous pouvons affirmer que le modèle proposé est validé.

3.3.3 Validation des cycles centrés

Les cycles centrés des tôles FeSi à grain non orienté sont mesurés pour des champs d'excitation variant entre 100 et 400 A/m. Les courbes pour des champs de 110, 150, 230 A/m ont été sélectionnées pour valider le modèle. En effet, une comparaison entre ces mesures et les résultats du modèle permet de déduire que pour des valeurs de champs d'excitation inférieur à 110 A/m, le modèle ne permet pas de reproduire correctement le cycle d'hystérésis figure (3.15.a). Pour des valeurs de champ d'excitation supérieur à 110 A/m, le modèle reproduit correctement des cycles simulés. En effet, les cycles présentés dans les figures (3.15.b) et (3.15.c) correspondant aux champs maximaux 150 et 230 A/m permettent de vérifier que les inductions maximales, les champs coercitifs et les deux branches des cycles, coïncident avec les valeurs mesurées. Il est important de remarquer que si les valeurs par

défaut ($a=0.095$, $b=1.035$) de la fonction de distribution de Student sont gardées, le modèle peut générer correctement les cycles d'hystérésis.

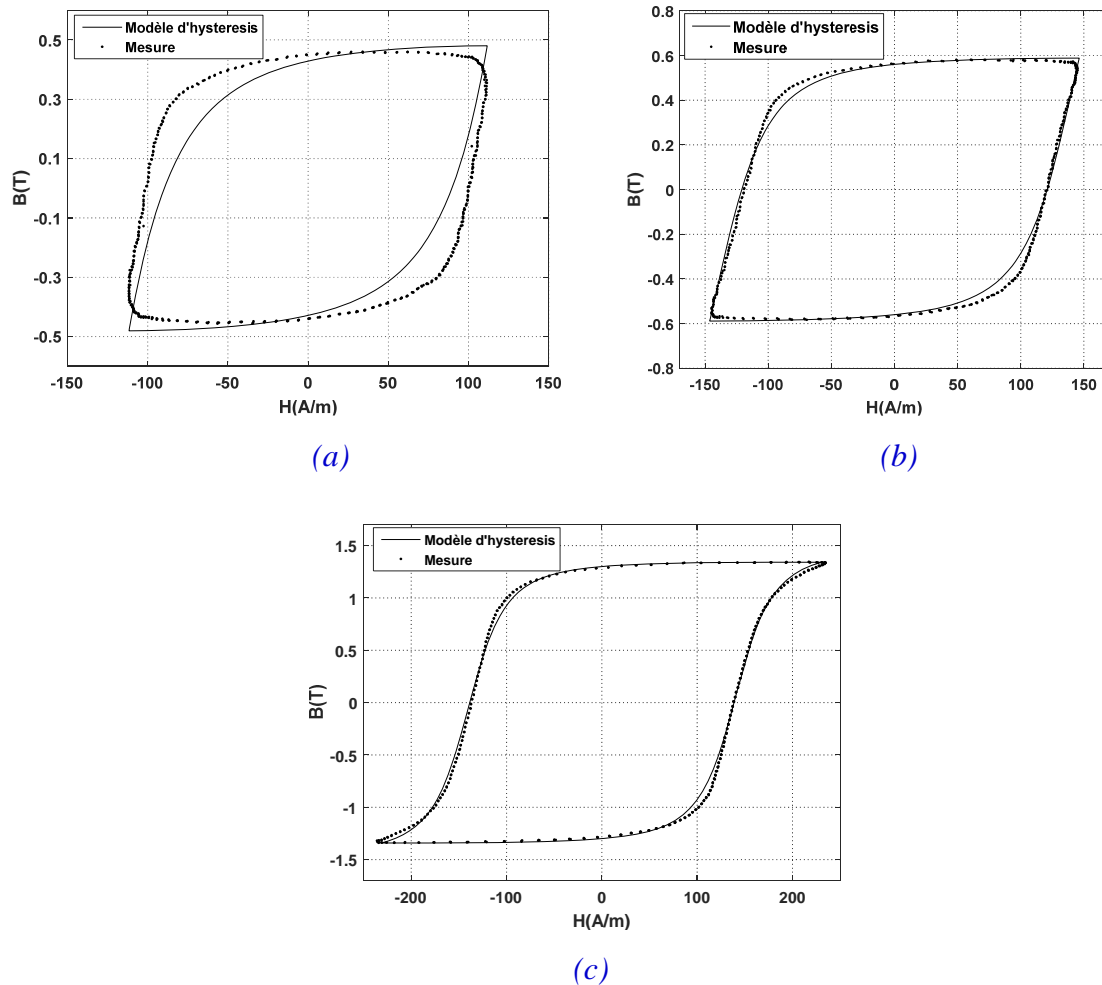


Figure 3.15: Validation du cycle centré a un champ maximum de (a) $H=110\text{A/m}$, (b) $H=150\text{A/m}$ et (c) $H=230\text{A/m}$

3.3.4 Identification des paramètres de la fonction de distribution de Student

L'identification des paramètres de la fonction de student nécessite la mesure de l'aimantation à saturation M_s et du champ coercitif H_c . Le facteur k peut être déduit en ajustant le niveau de saturation du cycle simulé par rapport au cycle mesuré.

Le paramètre b peut être déterminé en ajustant la valeur du champ coercitif du cycle simulée par rapport au champ coercitif du cycle mesuré. Ainsi que, le paramètre a peut être déterminé sur l'une des branches du cycle majeur; dans ce cas, une simple méthode d'optimisation peut résoudre le problème [41-44].

3.4 Comportement thermique du phénomène d'hystérésis

Des multiples travaux se sont déjà préoccupés du comportement thermique des phénomènes d'hystérésis (relation B(H)) avec finesse plus ou moins grande dans les modèles d'hystérésis et avec des matériaux différents. Citons [45-53] pour le modèle de Jiles Atherton et [23], [54-57] pour le modèle de Preisach.

Dans ce travail, nous allons prendre en compte l'effet de la température dans le modèle de Preisach pour la génération des cycles d'hystérésis en fonction de la température, à travers le comportement thermique des deux paramètres a et b de la fonction de student [39]. La raison qui a motivé cette idée, réside dans le fait que la variation des deux paramètres a et b de la fonction de Student induit une variation de l'induction à saturation, variation de l'induction de rémanence, la variation du champ coercitif et la surface du cycle d'hystérésis. La température a un effet similaire à celui de deux paramètres a et b , ce qui nous conduit à proposer d'introduire l'effet de la température dans le modèle de Preisach par la dépendance en température de deux paramètres a et b dans la fonction de distribution de Student. La validation se fera par une confrontation entre les résultats obtenus par les mesures et ceux obtenus en utilisant le modèle proposé.

3.4.1 Introduction de l'effet de la température dans le modèle de Preisach

L'effet thermique est introduit dans le modèle de Preisach par la dépendance en température des deux paramètres a et b dans l'équation (3.3) [58].

3.4.1.1 Introduction de la loi du comportement thermique du paramètre a

La dépendance du paramètre a avec la température peut être exprimée par l'équation (3.24)

$$a(T) = \frac{a_0}{\left[a_1 - \exp\left(\frac{T-T_c}{a_2}\right) \right]} \quad (3.24)$$

avec : a_0 , a_1 et a_2 des constantes réelles et T_c est la température de Curie du matériau.

3.4.1.2 Introduction de la loi du comportement thermique du paramètre b

La dépendance du paramètre b avec la température peut être exprimée par l'équation (3.25)

$$b(T) = b_0 \exp(b_1 - b_2 T - b_3 T^2) \quad (3.25)$$

avec : b_0 , b_1 , b_2 et b_3 des constantes réelles.

3.4.1.3 Identification des paramètres

La procédure d'identification des paramètres de la fonction de Student est mentionnée dans le paragraphe (3.3.4).

3.4.1.4 Validation expérimentale

Le modèle de Preisach dépendant de la température a été validé par des données expérimentales d'un matériau ferrite NiFe_2O_4 .

Les paramètres du noyau et les conditions d'expérimentation sont indiqués dans le tableau (3.1).

Tableau (3.1): Caractéristiques physiques et géométriques du matériau étudié et conditions expérimentales

Matériau ferrite NiFe_2O_4	Le diamètre (diamètre extérieur D_{ext} et diamètre intérieur D_{int})	$D_{\text{ext}}=71\text{mm}$ $D_{\text{int}}=57\text{mm}$
	Température de Curie (T_c)	$T_c=180\text{ }^\circ\text{C}$
	Induction magnétique maximale B_s (Ms) a $27\text{ }^\circ\text{C}$	$B_s=0.13\text{T}$
	Induction magnétique rémanente (B_r) a $27\text{ }^\circ\text{C}$	$B_r=0.1\text{T}$
	Champ coercitif (H_c) a $27\text{ }^\circ\text{C}$	$H_c=21.89\text{A/m}$
	Fréquence de la tension d'entrée	$f=500\text{Hz}$

Le banc d'essai expérimental est le même que celui mentionné au paragraphe (3.3.1), avec l'échantillon testé qui a été placé au milieu d'une chambre d'environnement (four) figure (3.16), qui pouvait maintenir une température constante sur une large plage de $27\text{ }^\circ\text{C}$ à $160\text{ }^\circ\text{C}$.

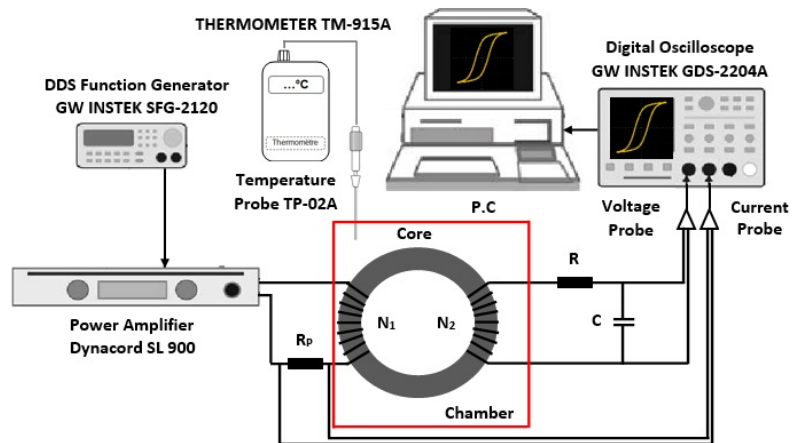


Figure 3.16: Système de mesure des boucles d'hystérésis magnétiques [58]

3.4.1.5 Résultats et discussions

La courbe d'évolution du paramètre a en fonction de la température (figure 3.17) a été utilisée pour identifier les constantes a_0 , a_1 et a_2 .

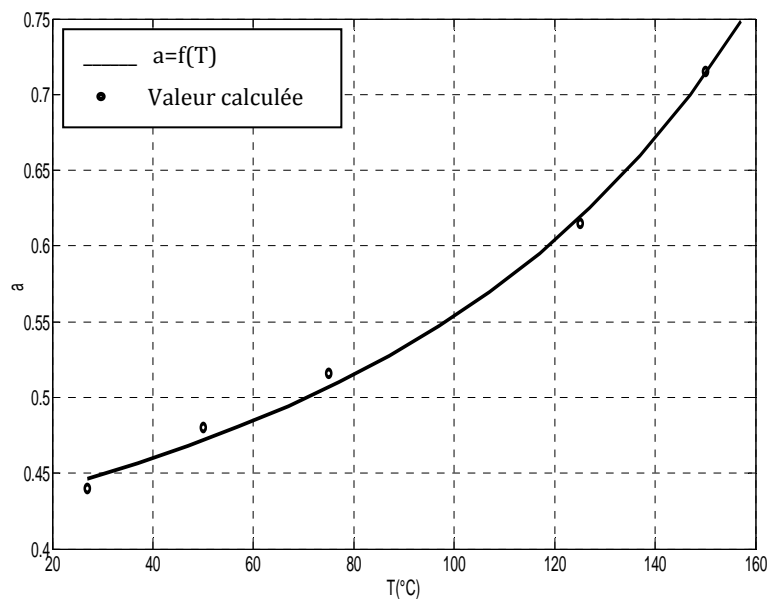


Figure 3.17: Variation du paramètre a en fonction de la température ($a_0=0.4741$, $a_1=1.5237$ et $a_2=197.8698$)

La courbe d'évolution du paramètre b en fonction de la température figure (3.18) a été utilisée pour identifier les constantes b_0 , b_1 , b_2 et b_3 .

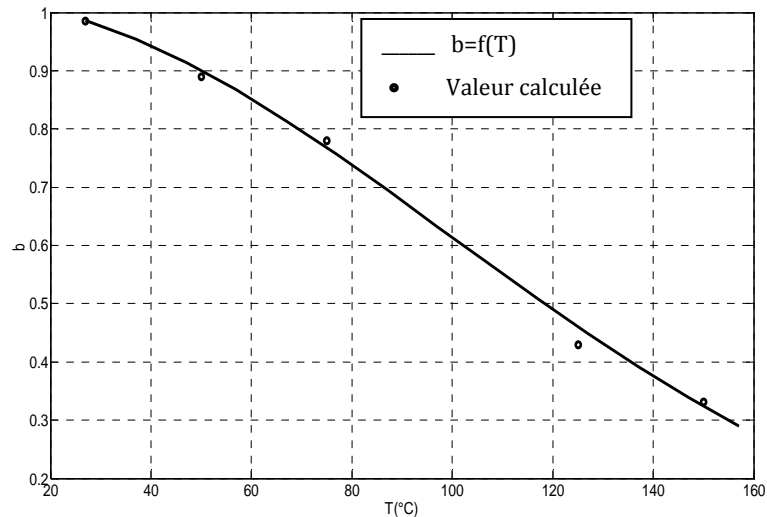


Figure 3.18: Variation du paramètre b en fonction de la température ($b_0=0.9805$, $b_1=0.0387$, $b_2=1.10^{-8}$ et $b_3=5.1183.10^{-5}$)

La simulation du phénomène d'hystérésis en intégrant le comportement thermique des paramètres a et b permet d'avoir une évolution de l'induction rémanente, l'induction de saturation et le champ coercitif, et par conséquent de l'aire du cycle d'hystérésis (figure 3.19).

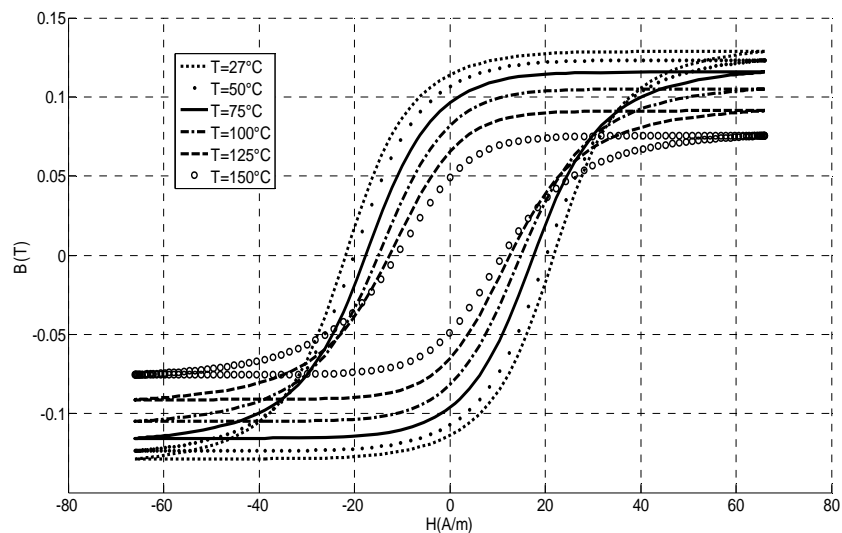
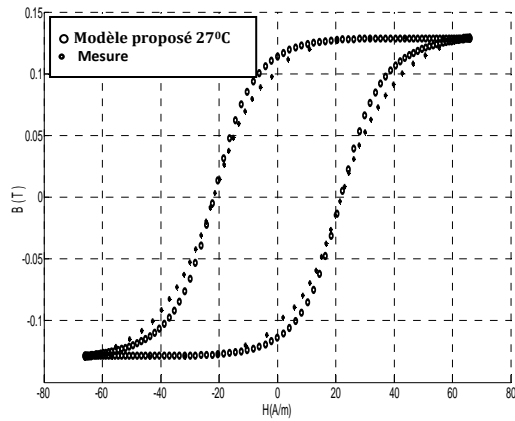
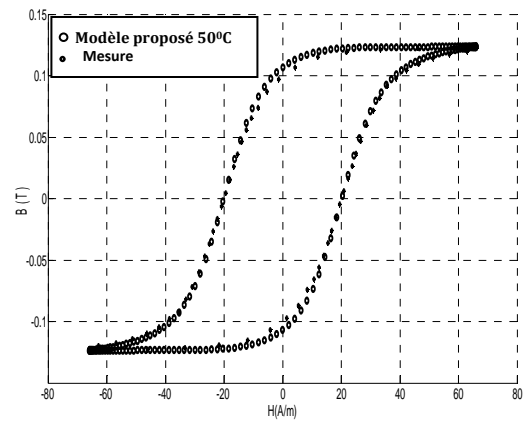


Figure 3.19: Evolution du cycle d'hystérésis en fonction de la température pour un matériau ferrite $NiFe_2O_4$

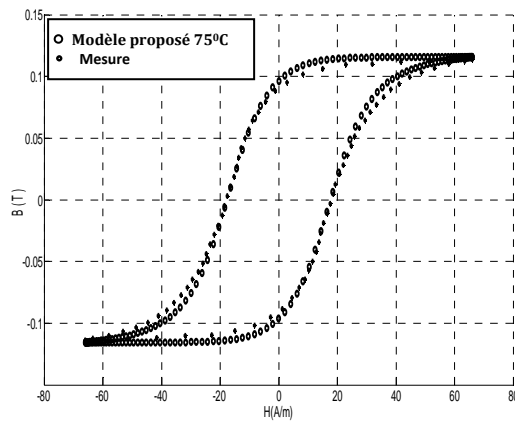
Les cycles d'hystérésis mesurés et simulés à différentes températures sont représentés dans la figure (3.20). Les résultats simulés et mesurés concordent sensiblement.



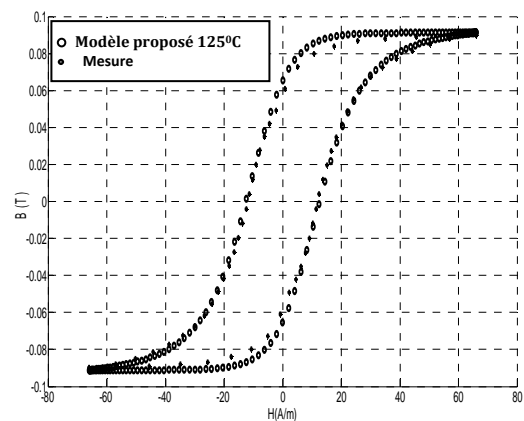
(a)



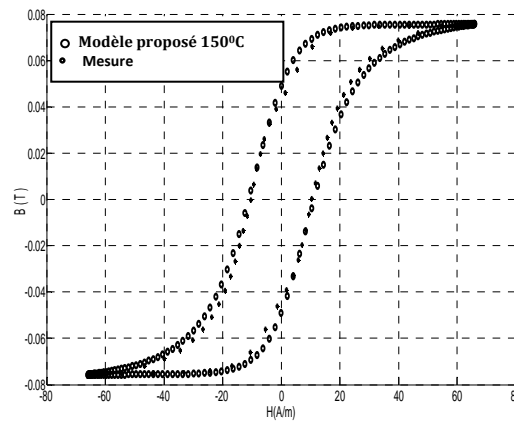
(b)



(c)



(d)



(e)

Figure 3.20 : Les cycles d'hystérésis mesurés et simulés à différentes températures (a) 27°C, (b) 50°C, (c) 75°C, (d) 125°C et (e) 150°C

Les valeurs de l'induction à saturation B_s , l'induction rémanente B_r et le champ coercitif H_c mesurés et simulés à différentes températures sont indiqués dans le tableau (3.2).

Nous constatons que les erreurs de H_c et B_s sont petites, et l'erreur de B_r est de l'ordre

de plus de 10%, cela est dû au fait que l'induction rémanente Br n'apparaît pas explicitement dans la fonction de Student.

Tableau 3.2 : Evolution des grandeurs magnétiques en fonction de la température

Température (°C)	27	50	75	125	150
Bs (T) Mesures	0.13	0.1225	0.1143	0.09	0.0760
Bs(T) Simulations	0.1287	0.1235	0.1157	0.0912	0.0756
Error(%)	1	0.82	1.2	1.33	0.53
Br(T) Mesures	0.1024	0.0993	0.0904	0.0581	0.043
Br(T) Simulations	0.114	0.107	0.0962	0.0653	0.0491
Erreur(%)	11.33	7.75	6.42	12.39	14.9
Hc(A/m) Mesures	21.89	19.9853	17.9696	11.8985	10.4175
Hc(A/m) Simulation	21.87	20.1445	17.6021	12.5921	11.1
Erreur(%)	0.23	0.8	2.05	5.83	6.55

On peut aussi observer que l'erreur de Hc reste faible pour des températures comprises entre 27 et 100°C. Cependant, une augmentation de l'erreur est observée pour deux températures 125 °C et 150 °C : il est égal à 5,83 % et 6,55 % respectivement. Ceci est dû à la valeur du paramètre b , qui s'approche de sa limite Hc/Hs (inférieure de la limite du domaine de définition) pour des températures élevées proches à la température de Curie.

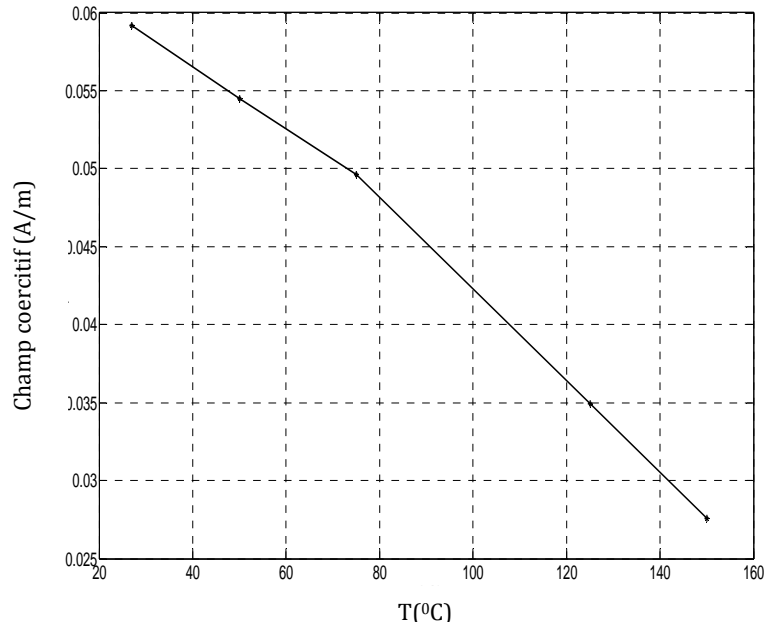


Figure 3.21 : Variation de l'erreur quadratique moyenne entre l'induction magnétique mesurée et calculée en fonction de la température.

L'erreur quadratique moyenne entre les inductions mesurées et calculées est représentée par la figure (3.21), qui est donnée par la relation (3.26).

$$E = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (B_{mj} - B_{cj})^2}{n}} \quad (3.26)$$

où :

B_{mj} : L'induction magnétique mesurée.

B_{cj} : L'induction magnétique calculée par le modèle proposé

n : Le nombre de points de mesure.

Nous pouvons voir que l'erreur quadratique moyenne reste faible (de l'ordre de 10^{-2}) pour toutes les températures, ce qui montre la bonne précision du modèle proposé.

3.5 Intégration de l'effet de la fréquence dans le modèle de Preisach

L'effet de la fréquence du champ magnétique d'excitation est introduit dans le modèle statique de Preisach par les deux modèles adaptés en fonction de la fréquence du paramètre a et celui du paramètre b dans l'équation (3.2).

3.5.1 Introduction de la loi du comportement fréquentielle du paramètre a

La loi de variation du paramètres a en fonction de la fréquence que nous allons proposer peut être exprimée par l'équation (3.32) :

$$a(f) = a_0(1 + a_1\sqrt{f^{a_2}}) \quad (3.32)$$

Avec : a_0 , a_1 et a_2 des constantes réelles.

3.5.2 Introduction de la loi du comportement fréquentielle du paramètre b

La loi de variation du paramètres b en fonction de la fréquence que nous allons proposer peut être exprimée par l'équation (3.33) :

$$b(f) = b_0(1 + b_1\sqrt{f^{b_2}}) \quad (3.33)$$

Avec : b_0 , b_1 et b_2 des constantes réelles.

3.5.3 Identification des paramètres

La procédure d'identification des paramètres de la fonction de student est mentionnée dans le paragraphe (3.3.4) [44].

3.5.4 Validation expérimentale

Le modèle de Preisach dépendant de la fréquence a été validé par des données expérimentales d'un matériau ferrite NiFe_2O_4 .

Le tableau suivant montre les caractéristiques physiques et géométriques de cet échantillon.

Tableau 3.3 : Caractéristiques physiques et géométriques du matériau étudié et conditions expérimentales

Matériau ferrite NiFe_2O_4	Le diamètre (diamètre extérieur D_{ext} et diamètre intérieur D_{int})	$D_{\text{ext}}=73\text{mm}$ $D_{\text{int}}=58\text{mm}$
	Induction magnétique maximale B_s (Ms) a 200 Hz	$B_s=0.128\text{T}$
	Induction magnétique rémanente (B_r) a 200 Hz	$B_r=0.0773\text{T}$
	Champ coercitif (H_c) a 200Hz	$H_c=24.61\text{A/m}$
	Conditions expérimentales température (T)	$T=27^\circ\text{C}$

3.5.5 Résultats et discussions

La courbe d'évolution du paramètre a en fonction de la fréquence (figure 3.22) a été utilisée pour identifier les constantes a_0 , a_1 et a_2 .

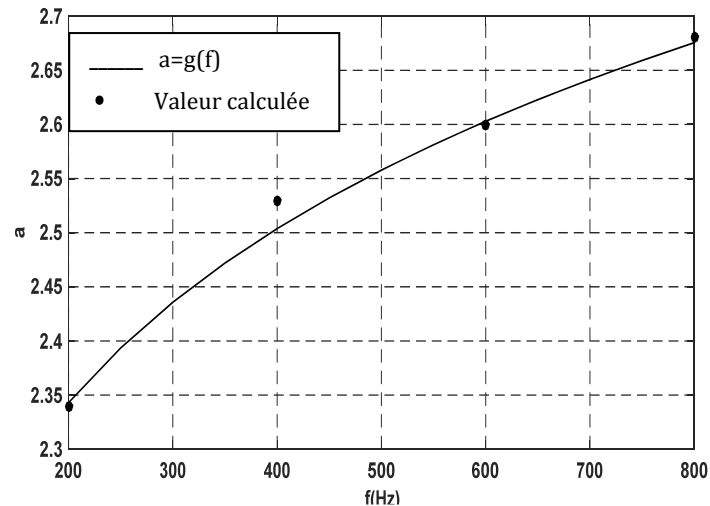


Figure 3.22 : Evolution du paramètre a en fonction de la fréquence $a_0=0.0239$, $a_1=58.1481$ et $a_2=0.1933$

La courbe d'évolution du paramètre b en fonction de la fréquence (figure 3.23) a été utilisée pour identifier les constantes b_0 , b_1 et b_2 .

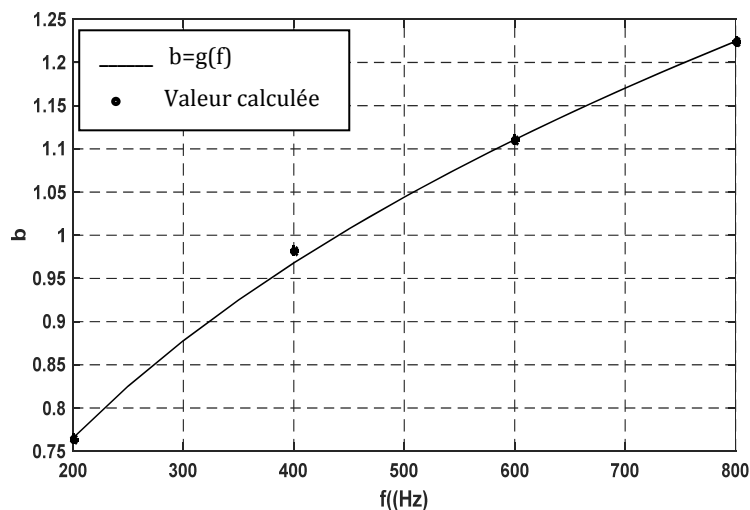


Figure 3.23 : Evolution du paramètre b en fonction de la fréquence $b_0 = 0.0018$, $b_1 = 70$ et $b_2 = 0.6796$

La simulation du phénomène d'hystérésis en intégrant le comportement fréquentielle de deux paramètres a et b permet d'avoir une évolution de champ coercitif, l'induction rémanente

et par conséquent de l'aire du cycle d'hystérésis (figure 3.24), ce qui représente la dépendance de l'effet de la fréquence sur le cycle d'hystérésis généré par le modèle d'hystérésis proposé.

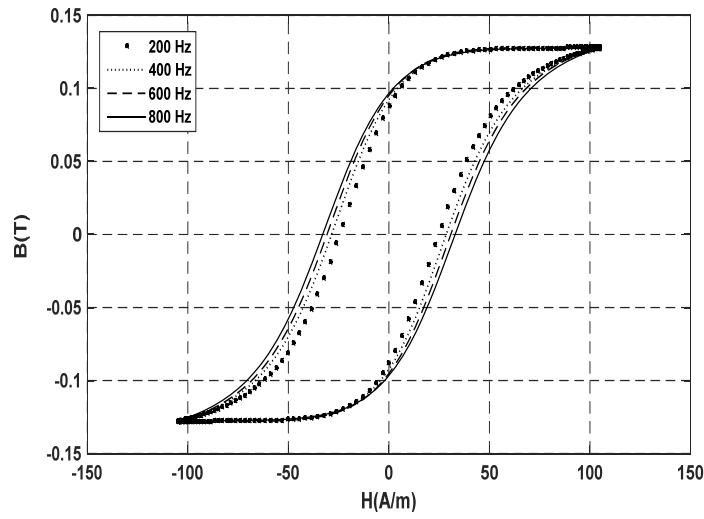
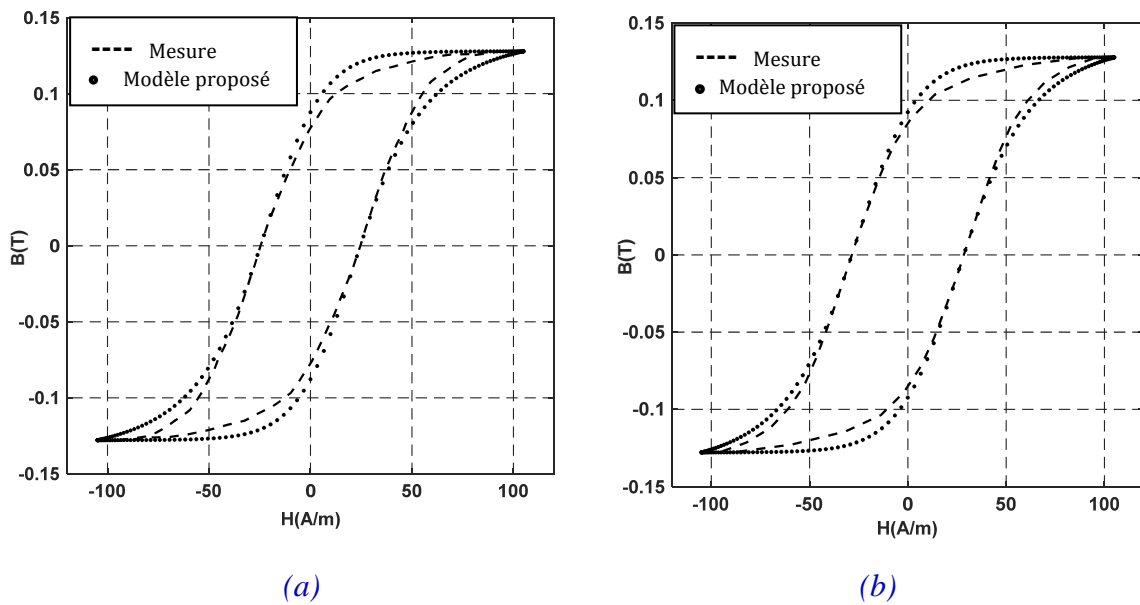


Figure 3.24 : Cycles d'hystérésis pour une fréquence de 200, 400, 600 et 800Hz pour $B_s=0.128T$

Les cycles d'hystérésis mesurés et simulés à différentes fréquences sont représentés dans la figure (3.25). Les résultats simulés et mesurés sont en bon accord.



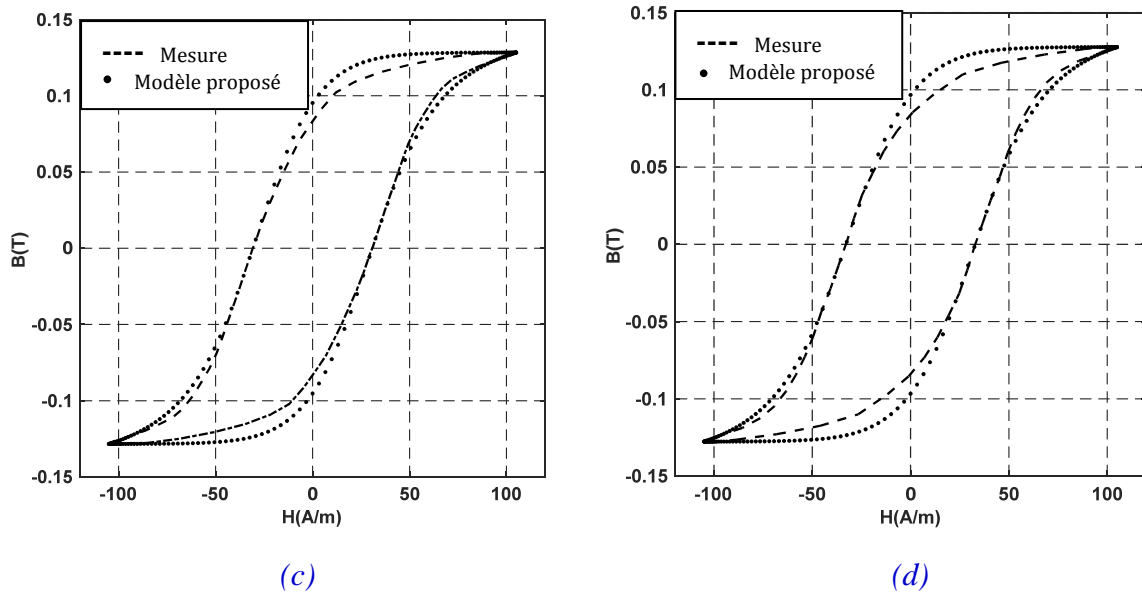


Figure 3.25 : Cycles d'hystérésis pour une fréquence de (a) $f=200$ Hz, (b) $f=400$ Hz, (c) $f= 600$ Hz et (d) $f= 800$ Hz pour $B_s=0.128$ T

Les courbes données dans les figures (3.25), représentent la confrontation entre les résultats de simulations et ceux obtenus expérimentalement pour l'évolution du cycle d'hystérésis avec les fréquences de travail qui sont respectivement : $f =200$ Hz, $f=400$ Hz, $f=600$ et $f =800$ Hz. Nous pouvons affirmer que le modèle proposé a été validé par des données expérimentales d'un matériau ferrite.

Les tests sont effectués sur une ferrite NiFe_2O_4 , mais l'alimentation n'est pas assez puissante pour imposer des inductions à saturation importantes pour des fréquences très élevées. Car plus la fréquence augmente, plus la source doit fournir une puissance supplémentaire pour générer des champs magnétiques d'amplitudes égaux, pour cela nous n'avons pas pu avoir des fréquences plus élevées (nous sommes limités par le système d'alimentation utilisé).

Les valeurs de l'induction à saturation B_s , l'induction rémanente B_r et le champ coercitif H_c mesurés et simulés à différentes fréquences sont indiqués dans le tableau (3.4).

Tableau 3.4 : Evolution des grandeurs magnétiques en fonction de la fréquence

fréquence (Hz)	200	400	600	800
Bs (T) Mesures	0.128	0.128	0.128	0.128
Bs(T) Simulations	0.1278	0.1278	0.1284	0.1276
Error(%)	0.16	0.16	0.31	0.31
Br(T) Mesures	0.0773	0.0851	0.0832	0.0839
Br(T) Simulations	0.0878	0.0923	0.0953	0.0967
Erreur(%)	13.58	8.46	14.54	15.26
Hc(A/m) Mesures	24.61	28.4885	30.7870	32.9076
Hc(A/m) Simulation	24.6116	28.4956	30.7872	32.9035
Erreur(%)	6.5×10^{-3}	2.59×10^{-2}	6.50×10^{-4}	1.25×10^{-2}

D'après les résultats du tableau (3.4), nous pouvons observer que les erreurs entre les mesures et les simulations de Hc et Bs sont petites, et l'erreur de Br est de l'ordre de plus de 13%, cela est dû au fait que l'induction rémanente Br n'apparaît pas directement dans la fonction de Student.

Vue de la bonne concordance entre les résultats de simulations et expérimentaux (figure 3.25 et tableau 3.4), nous pouvons affirmer que le modèle d'hystérésis dynamique proposé est validé.

3.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté le modèle de Preisach associé à la distribution de Student paramétrique pour la génération des cycles d'hystérésis magnétiques. L'utilisation des deux paramètres variables a et b de cette fonction permet d'obtenir du cycle généré par le modèle proposé avec précision. Dans ce travail, nous avons étudié l'effet de variation du paramètre sur les cycles d'hystérésis générés par le modèle, ainsi que nous avons développé des expressions mathématiques pour décrire la courbe de première aimantation, la courbe

descendante et la courbe montante du cycle d'hystérésis, en ce basant sur la fonction de distribution de Student.

Le modèle proposé a été validé par rapport aux mesures effectuées sur deux types de matériaux, tels que les tôles à grain non orienté FeSi et des ferrites. Nous avons intégré les effets thermiques et fréquentielles dans le modèle proposé en utilisant le comportement thermique et fréquentielle des deux paramètres a et b de la fonction de Student. Tous les modèles développés sont validés par des mesures qui sont effectuées dans notre laboratoire. La comparaison a montré que les modèles proposés sont en bon accord avec les mesures.

CHAPITRE 4

**INTEGRATION DU MODELE
D'HYSTERESIS DANS UN CALCUL DE
CHAMP PAR ELEMENT FINIS**

Chapitre 4: Intégration du modèle d'hystérésis dans un calcul de champ par élément finis

4.1 Introduction

Dans ce chapitre, en partant d'une présentation des équations de Maxwell, nous nous proposons de mettre en évidence l'étude des deux problèmes, où le cycle d'hystérésis est intégré dans le calcul par éléments finis. Une première sera consacrée à une étude magnétique, en mettant l'accent sur l'évolution des pertes en fonction de la fréquence. La deuxième traitera l'évolution des pertes par hystérésis et par courants de Foucault en fonction de la température (problème magnétique thermique).

4.2 Equation de Maxwell et les lois de comportement des milieux

Les équations de Maxwell [59-60], qui régissent les phénomènes de l'électromagnétisme sont exprimées sous forme différentielle peuvent être séparées en deux types, les équations de couplage électromagnétique (4.1, 4.2) et les équations de conservation (4.3, 4.4). :

$$\text{Loi de Faraday} \quad \overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (4.1)$$

$$\text{Loi d'Ampère} \quad \overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (4.2)$$

$$\text{Loi de Gausse} \quad \text{div} \vec{D} = \rho \quad (4.3)$$

$$\text{Loi de conservation de flux} \quad \text{div} \vec{B} = 0 \quad (4.4)$$

E est le champ électrique, H le champ magnétique, B l'induction magnétique, D l'induction électrique, $\frac{\partial D}{\partial t}$ la densité de courant de déplacement, J la densité de courant de conduction et ρ la densité volumique des charges électriques libres. Aux équations de Maxwell, il faut ajouter les relations constitutives des matériaux :

$$\text{Loi d'ohm généralisée :} \quad \vec{J} = \sigma \vec{E} + \vec{J}_s + \sigma(\vec{v} \wedge \vec{B}) \quad (4.5)$$

$$\text{Relation magnétique :} \quad \vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M} \quad (4.6)$$

$$\text{Relation diélectrique} \quad \vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (4.7)$$

ε représente la permittivité, μ_0 la perméabilité dans l'air, M l'aimantation du matériau, σ la conductivité électrique, V_d la vitesse de déplacement des charges, J_s la densité de courant des sources. A la limite de séparation de deux milieux correspondant aux indices i et j dans le domaine d'étude.

Les conditions de passage qui garantissent les liaisons source-champs et champ électrique-magnétique qui caractérise le milieu, ont été définies. Pour cela, on intègre les équations de Maxwell entre deux points voisins de part et d'autre part d'une surface séparant ces deux milieux les résultats nous permet de constater :

- La relation de continuité de la composante tangentielle du vecteur champ électrique E :

$$(\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) \wedge \mathbf{n} = 0 \quad (4.8)$$

- La relation de continuité de la composante normale de la densité de courant J :

$$(\mathbf{J}_2 - \mathbf{J}_1) \mathbf{n} = 0 \quad (4.9)$$

- La relation de continuité de la composante normale de l'induction magnétique B :

$$(\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) \mathbf{n} = 0 \quad (4.10)$$

- La relation de continuité de la composante tangentielle du champ magnétique H :

$$(\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) \wedge \mathbf{n} = 0 \quad (4.11)$$

Les formulations peuvent être modifiées selon la nature du système étudié et parfois certaines grandeurs deviennent négligeables. C'est pour cette raison que, des simplifications peuvent être apportées. Si on considère que les phénomènes étudiés relèvent du domaine

quasi-statique ou magnétodynamique à des fréquences inférieures à 10^{12} Hz, les courants de déplacement sont négligeables devant les courants de conduction. Ceci traduit par :

$$\frac{\partial D}{\partial t} \ll J \quad (4.12)$$

Et, la loi d'ampère s'écrit alors :

$$\text{rot}(H) = J \quad (4.13)$$

Dans le cadre des systèmes étudiés, on peut considérer que les charges volumiques sont négligées. Ainsi, la loi de Gauss s'écrit :

$$\text{div}(D) = 0 \quad (4.14)$$

On considère aussi que, le terme $\sigma(V_d \times B)$ est négligeable car la vitesse de déplacement est nulle. Donc :

$$J = \sigma E + J_s \quad (4.15)$$

4.3 La formulation en potentiel vecteur magnétique

Le système d'équation composé de (4.1), (4.4), (4.13) et (4.14) présente plusieurs inconnues et se prête mal pour une résolution numérique. On utilise le potentiel vecteur pour réduire le nombre d'inconnues et résoudre le modèle électromagnétique. On définit donc à partir de (4.4), le potentiel vecteur A .

$$B = \text{rot}(A) \quad (4.16)$$

Le système admet dans ce cas une infinité de solutions de la forme $A + \text{grad}(f)$, d'où la nécessité d'imposer une condition de jauge afin d'assurer l'unicité de la solution. Dans le cadre des systèmes à deux dimensions ceci n'est pas nécessaire. La jauge de Coulomb définie par $\text{div}(A) = 0$ est vérifiée. Le système d'équation à résoudre s'écrit :

$$\begin{cases} \text{rot}(H) = J \\ \text{rot}(A) = B \\ B = \mu_0(H + M) \end{cases} \quad (4.17)$$

Nous allons présenter maintenant les formulations des modèles magnétostatique et magnétodynamique intégrant la non-linéarité par le modèle d'hystérésis.

4.3.1 Modèle magnétostatique non-linéaire

Dans le cas magnétostatique, on suppose que le champ magnétique est produit par des sources de courant indépendantes du temps [61].

En se basant sur (4.6), on a :

$$\text{rot}(B) = \mu_0(\text{rot}(H) + \text{rot}(M)) \quad (4.18)$$

La substitution de (4.13) et (4.16) dans (4.18) donne :

$$\text{rot}(\text{rot}(A)) = \mu_0(j_s + \text{rot}(M)) \quad (4.19)$$

L'aimantation du matériau M est déterminée par le modèle d'hystérésis. Le système d'équation à résoudre dans ce cas est :

$$\begin{cases} \text{rot}(\text{rot}(A)) = \mu_0(j_s + \text{rot}(M)) \\ \text{div}(A) = 0 \end{cases} \quad 4.20$$

Où μ est la perméabilité magnétique du milieu.

4.3.2 Modèles magnétodynamiques non-linéaires

Ce type de formulation s'applique à des systèmes contenant des sources d'alimentation variables dans le temps qui engendrent des courants induits suite à la variation des champs [62].

$$\text{rot}\left(E + \frac{\partial A}{\partial t}\right) = 0 \quad (4.21)$$

On peut définir ainsi le potentiel scalaire électrique V tel que :

$$E + \frac{\partial A}{\partial t} = -\text{grad}(V) \quad (4.22)$$

La combinaison de (4.22) et (4.15) donne :

$$\sigma E = J - J_s = -\sigma \left(\frac{\partial A}{\partial t} + \text{grad}(V) \right) \quad (4.23)$$

Donc,

$$J = -\sigma \left(\frac{\partial A}{\partial t} + \text{grad}(V) \right) + J_s \quad (4.24)$$

La substitution de (4.24) dans (4.18) donne :

$$\sigma \frac{\partial A}{\partial t} + \text{rot} \left(\frac{1}{\mu_0} \text{rot}(A) \right) = j_s - \sigma \text{grad}(V) + \text{rot}(M) \quad (4.25)$$

Le comportement magnétique non-linéaire est introduit par un modèle d'hystérésis $M = f(H)$.

4.4 Résolution des équations électromagnétiques par la méthode des éléments finis

La modélisation des systèmes électromagnétiques est un outil indispensable pour l'analyse, la prédiction de comportement et l'optimisation des dispositifs, elle aide à réduire au maximum le temps et le coût de conception. Dans ce contexte, le but des outils numériques est de garantir des résultats précis de la simulation avec le moindre coût en termes de temps de calcul et de consommation d'espace mémoire. De nos jours, beaucoup d'outils de simulation basés sur les méthodes numériques de discrétisation sont disponibles. Généralement, c'est la méthode des éléments finis MEF qui est employée. Cette méthode a montré son efficacité dans plusieurs travaux de modélisation. Parmi les logiciels les plus utilisées dans La modélisation des systèmes électromagnétiques, nous citons : Matlab P.D.E Tool, Maxwell 2D/3D, Flux 2D/3D [63-64].

4.4.1 Méthode des éléments finis

Le choix de cette méthode est motivé, en particulier, par le fait que cette méthode est très bien adaptée à la résolution numérique des équations différentielles aux dérivées partielles et de leurs conditions aux limites, surtout dans les cas de géométries complexes.

Elle consiste donc à remplacer un problème continu par un problème discret équivalent [63]. La discrétisation se fait sur deux fronts, d'une part le domaine est subdivisé en sous domaines de géométries simples appelés éléments, et d'autre part les équations aux dérivées partielles sont remplacées par des équations algébriques à l'aide du calcul variationnel ou par l'utilisation de la méthode des résidus pondérés.

Elle nécessite l'utilisation intensive de l'outil informatique (Pc). C'est une méthode à multi usage, elle peut résoudre la majorité des problèmes rencontrés dans la modélisation des systèmes quelconques : linéaires ou non linéaires, stationnaires ou non stationnaires et elle peut résoudre les problèmes en une dimension, deux dimensions ou trois dimensions. En plus la méthode des éléments finis est l'une des méthodes pouvant résoudre les problèmes couplés comme par exemple :

- Magnétothermique
- Magné- mécanique

Le principe de la méthode des éléments finis est basé sur une formulation intégrale du problème à équations aux dérivées partielles et de leurs conditions aux limites ou d'une fonctionnelle d'énergie du système, elle peut être de deux types :

- Formulation variationnelle.
- Résidus pondérés.

4.4.1.1 Formulation éléments finis

Les problèmes de magnétostatique et de magnétodynamique formulés sur un domaine Ω de frontière Γ peuvent s'exprimer de façon générale sous la forme suivante :

$$L(u) = f \quad \text{dans } \Omega \quad (4.26)$$

$$M(u) = g \quad \text{sur } \Gamma \quad (4.27)$$

où L et M sont des opérateurs différentiels, f et g des fonctions connues et u la solution recherchée.

Pour résoudre numériquement le problème, il faut l'écrire sous sa forme intégrale. On l'obtient soit par la méthode de Galerkin, soit par la minimisation d'une fonctionnelle comme par exemple l'énergie. Ces deux solutions donnent le même résultat [64] :

$$F(u) = \int_{\Omega} u'(L(u) - f)d\Omega = 0 \quad (4.28)$$

où u' est la fonction de pondération choisie a priori. Cette équation traduit le fait que si u est la solution du problème $(L(u) - f)$ alors sa projection sur l'espace des fonctions qui la décrivent (u') est globalement nulle sur le domaine de résolution Ω [64].

4.4.1.2. Discrétisation spatiale

Le domaine d'étude est discrétisé en éléments géométriques de formes simples. Pour une géométrie en deux dimensions (2D) on utilise les triangles. Pour une géométrie en trois dimensions (3D) on utilise les tétraèdres.

Pour les éléments finis nodaux, les valeurs de l'inconnue recherchée sont déterminées aux nœuds du maillage c'est-à-dire aux sommets des éléments l'inconnue u est alors décrite dans chaque élément e par une combinaison linéaire des valeurs u_i^e aux nœuds :

$$u^e = \sum_{i=1}^n N_i^e u_i^e \quad (4.29)$$

Les fonctions d'approximations nodales N_i^e vérifient les relations suivantes :

$$N_i^e(M_j^e) = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad (4.30)$$

On remplace u dans la formule (4.28) et on aboutit à un système d'équations linéaires que l'on peut mettre sous la forme matricielle suivante :

$$[k][U] = [F] \quad (4.31)$$

La matrice $[K]$ est carrée de dimension égales au nombre de points du maillage, $[F]$ est un vecteur de même dimension et $[U]$ et le vecteur des inconnues aux nœuds du maillage.

4.4.1.3. Discrétisation temporelle

La dérivée partielle d'une grandeur u par rapport au temps est représentée par une différence finie à condition que le pas de temps Δt considéré soit suffisamment petit [65] :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{u_k - u_{k-1}}{\Delta t} \quad (4.32)$$

Supposons alors à résoudre le problème éléments finis (4.33) d'inconnue U :

$$[K][U] + [M] \frac{\partial [U]}{\partial t} = [F] \quad (4.33)$$

En transformant la dérivée par rapport au temps, on obtient à l'équation suivante :

$$\left([K] + \frac{1}{\Delta t} [M] \right) [U_k] = \left([F] + \frac{1}{\Delta t} [M][U_{k+1}] \right) \quad (4.34)$$

Déposant d'une valeur initiale $[U_0]$ de l'inconnue, on calcule de proche en, proche les termes de la suite $[U_k]$ en résolvant à chaque fois le système (4.34) [20].

4.4.2. Formulation éléments finis des équations électromagnétiques

Les dispositifs étudiés s'adaptent à une modélisation en deux dimensions dans un système de coordonnées cartésiennes ou axisymétriques.

4.4.2.1. Problème électromagnétique bidimensionnel

a- Problème magnétostatique

Pour un problème magnétostatique et dans un système de coordonnées cartésiennes le champ magnétique et l'aimantation du matériau évoluent dans le plan (x,y), la relation (4.20) s'écrit [20] :

$$-\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial y^2} = \mu_0 \left(\vec{J}_s + \frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right) \quad (4.35)$$

où \vec{J}_s est la densité de courant de la source, M_x la projection de l'aimantation sur l'axe (Ox) et M_y , sa projection sur l'axe (Oy). En appliquant la méthode de Galerkin à cette équation on a :

$$\iint_{\Omega} \left[\omega_i \left(-\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial y^2} \right) \right] d\Omega = \iint_{\Omega} \left[\omega_i \mu_0 \left(\vec{J}_s + \frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right) \right] d\Omega ; d\Omega = dx dy \quad (4.36)$$

Où, Ω est le domaine de résolution, ω_i les fonctions de projection. Cette expression est la forme forte de la formulation éléments finis. L'intégration par partie des termes en dérivées seconde nous donne la forme faible de cette formulation. Cette dernière permet d'explicitier les conditions aux limites naturelles [20].

$$\iint_{\Omega} \left(\frac{\partial \omega_i}{\partial x} \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial \omega_i}{\partial y} \frac{\partial A}{\partial y} \right) d\Omega - \left(\int \omega_i \frac{\partial A}{\partial x} dx + \int \omega_i \frac{\partial A}{\partial y} dy \right) = \iint_{\Omega} \omega_i \mu_0 J_s d\Omega + \iint_{\Omega} \omega_i \mu_0 \left(\frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right) d\Omega \quad (4.37)$$

La discrétisation de A sous la forme :

$$A = \sum_j (\omega_j A_j) \quad (4.38)$$

Et l'introduction des conditions de Neumann homogènes nous permet d'écrire l'équation (4.36) sous la forme :

$$\sum_j \left[\left(\frac{\partial \omega_i}{\partial x} \frac{\partial \omega_j}{\partial x} + \frac{\partial \omega_i}{\partial y} \frac{\partial \omega_j}{\partial y} \right) d\Omega \right] A_j = \iint_{\Omega} \omega_i \mu_0 J_s d\Omega + \iint_{\Omega} \omega_i \mu_0 \left(\frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right) d\Omega \quad (4.39)$$

Ceci nous conduit à la forme matricielle suivante :

$$[M]\{A\} = \{F\} + \{G\} \quad (4.40)$$

tel que,

$$\begin{cases} M_{ij} = \iint_{\Omega} \left(\frac{\partial \omega_i}{\partial x} \frac{\partial \omega_j}{\partial x} + \frac{\partial \omega_i}{\partial y} \frac{\partial \omega_j}{\partial y} \right) dx dy \\ F_i = \iint_{\Omega} \omega_i \mu_0 J_s dx dy \\ G_i = \iint_{\Omega} \mu_0 \left(\frac{\partial \omega_i}{\partial x} M_y - \frac{\partial \omega_i}{\partial y} M_x \right) dx dy \end{cases} \quad (4.41)$$

La discrétisation du domaine de résolution permet d'approcher la fonction inconnue (le potentiel vecteur A), par un polynôme. Dans l'analyse des problèmes bidimensionnels, les éléments employés sont de forme triangulaire, la fonction d'interpolation est un polynôme du premier ordre.

$$\omega_i = (a_i + b_i x + c_i y) i = 1, 2, 3 \quad (4.42)$$

où :

$$\begin{cases} a_1 = (x_2 y_3 - x_3 y_2) / (2\Delta_e) \\ b_1 = (y_2 - y_3) / (2\Delta_e) \\ c_1 = (x_3 - x_2) / (2\Delta_e) \end{cases} \quad (4.43)$$

avec, Δ_e est la surface du triangle et les autres coefficients ($a_2, a_3, b_2, b_3, c_2, c_3$) sont obtenus par une permutation circulaire. On obtient :

$$\begin{cases} M_{ij} = (b_i b_j + c_i c_j) \Delta_e \\ F_i = \frac{\Delta_e}{3} J_s \\ G_i = \mu_0 \Delta_e (b_i M_y - c_i M_x) \end{cases} \quad (4.44)$$

Dans un système de coordonnées cylindrique les coefficients (4.44) prennent la forme suivante :

$$\begin{cases} M_{ij} = (b_i b_j + c_i c_j) \frac{\Delta_e}{r_m} \\ F_i = \frac{\Delta_e}{3} J_s \\ G_i = \mu_0 \Delta_e (b_i M_z - c_i M_r) \end{cases} \quad (4.45)$$

Avec r_m est le rayon moyen dans l'élément triangulaire [20].

b- Problème magnétodynamique

Pour un problème magnétodynamique et dans un système de coordonnées cartésiennes le champ magnétique et l'aimantation du matériau évoluent dans le plan (x, y), donc la relation (4.25) s'écrit :

$$\mu_0 \sigma \frac{\partial A}{\partial t} - \left(\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right) = \mu_0 \left(J_s - \sigma \text{grad} V + \frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right) \quad (4.46)$$

J_s est la densité de courant source, M_x la projection de l'aimantation sur l'axe (ox) et M_y sa projection sur l'axe (oy).

Dans le cadre de cette étude, une alimentation en courant sera effectuée sur les dispositifs étudiés, on peut donc négliger le terme $\sigma \text{grad} V$ [20].

En appliquant la méthode de Galerkin sur l'équation (4.46) :

$$\begin{aligned} \iint_{\Omega} \left[w_i \left(\mu_0 \sigma \frac{\partial A}{\partial t} \right) \right] d\Omega - \iint_{\Omega} \left[w_i \left(\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right) \right] d\Omega = \iint_{\Omega} [w_i (\mu_0 J_s)] d\Omega \\ + \iint_{\Omega} \left[w_i \left(\mu_0 \left(\frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right) \right) \right] d\Omega \quad ; \quad d\Omega = dx \, dy \end{aligned} \quad (4.47)$$

Où Ω est le domaine de résolution, w_i les fonctions de projection. Cette expression est la forme forte de la formulation éléments finis. Mais, l'intégration par partie des termes en dérivées seconde nous donne la forme faible de cette formulation. Cette dernière permet d'explicitier les conditions aux limites naturelles [20].

$$\begin{aligned} \iint_{\Omega} \left(w_i \mu_0 \sigma \frac{\partial A}{\partial t} \right) d\Omega + \iint_{\Omega} \left(\frac{\partial w_i}{\partial x} \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial w_i}{\partial y} \frac{\partial A}{\partial y} \right) d\Omega - \left[\int w_i \frac{\partial A}{\partial x} dx + \int w_i \frac{\partial A}{\partial y} dy \right] \\ = \iint_{\Omega} w_i (\sigma \mu_0 J_s) d\Omega + \iint_{\Omega} w_i \left(\frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right) d\Omega \end{aligned} \quad (4.48)$$

La discrétisation de A sous la forme $A = \sum_j w_j A_j$ et l'introduction des conditions de Neumann homogènes nous permet d'écrire cette équation sous la forme :

$$\begin{aligned} \sum_j \left[\iint_{\Omega} \mu_0 \sigma w_i w_j d\Omega \right] \frac{\partial A_j}{\partial t} + \sum_j \left[\iint_{\Omega} \left(\frac{\partial w_i}{\partial x} \frac{\partial w_j}{\partial x} + \frac{\partial w_i}{\partial y} \frac{\partial w_j}{\partial y} \right) d\Omega \right] A_j \\ = \iint_{\Omega} w_i (\sigma \mu_0 J_s) d\Omega + \iint_{\Omega} w_i \left(\frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right) d\Omega \end{aligned} \quad (4.49)$$

Et on obtient un système matriciel de la forme :

$$[K] \left\{ \frac{\partial A}{\partial t} \right\} + [M] \{A\} = \{F\} + \{G\} \quad (4.50)$$

Tel que,

$$\begin{cases} K_{ij} = \iint_{\Omega} \sigma \mu_0 w_i w_j d\Omega \\ M_{ij} = \iint_{\Omega} \left(\frac{\partial w_i}{\partial x} \frac{\partial w_j}{\partial x} + \frac{\partial w_i}{\partial y} \frac{\partial w_j}{\partial y} \right) d\Omega \\ F_i = \iint_{\Omega} w_i \mu_0 J_s d\Omega \\ G_i = \iint_{\Omega} \mu_0 \left(\frac{\partial w_i}{\partial x} M_y - \frac{\partial w_i}{\partial y} M_x \right) d\Omega \end{cases} \quad (4.51)$$

Pour la même considération que dans le cas précédent, on a :

$$\begin{cases} K_{ij} = \begin{cases} \frac{\sigma\mu_0\Delta_e}{6} & si \ i = j \\ \frac{\sigma\mu_0\Delta_e}{12} & si \ i \neq j \end{cases} \\ F_i = \frac{\Delta_e}{3}J_s \\ M_{ij} = (b_i b_j + c_i c_j)\Delta_e \\ G_i = \mu_0\Delta_e(b_i M_y - c_i M_x) \end{cases} \quad (4.52)$$

Dans un repère cylindrique, on obtient les formules et les coefficients suivants :

$$\begin{cases} K_{ij} = \iint_{\Omega} \sigma\mu_0 w_i w_j \frac{d\Omega}{r} \\ M_{ij} = \iint_{\Omega} \left(\frac{\partial w_i}{\partial r} \frac{\partial w_j}{\partial r} + \frac{\partial w_i}{\partial z} \frac{\partial w_j}{\partial z} \right) \frac{d\Omega}{r} \\ F_i = \iint_{\Omega} w_i \mu_0 J_s d\Omega \\ G_i = \iint_{\Omega} \mu_0 \left(\frac{\partial w_i}{\partial r} M_z - \frac{\partial w_i}{\partial z} M_r \right) \frac{d\Omega}{r} \end{cases} \quad (4.53)$$

$$\begin{cases} K_{ij} = \begin{cases} \frac{\sigma\mu_0\Delta_e}{6r_m} & si \ i = j \\ \frac{\sigma\mu_0\Delta_e}{12r_m} & si \ i \neq j \end{cases} \\ F_i = \frac{\Delta_e}{3}J_s \\ M_{ij} = (b_i b_j + c_i c_j) \frac{\Delta_e}{r_m} \\ G_i = \mu_0\Delta_e(b_i M_z - c_i M_r) \end{cases} \quad (4.54)$$

Après intégration de l'hystérésis dans la formulation éléments finis, le système obtenu est non linéaire sa résolution peut se faire par plusieurs méthodes.

4.4.3. Méthodes de résolution

4.4.3.1. Méthode de Newton-Raphson

Bien qu'elle présente une convergence rapide cette méthode est caractérisée par la difficulté de sa mise en œuvre dans la résolution des équations intégrant l'hystérésis où il faut dériver le modèle jusqu'à ce qu'il converge ce qui rend son temps de calcul exorbitant [66-68].

4.4.3.2. Méthode du point fixe

Sur l'ensemble des méthodes de résolution d'équations non linéaires, c'est la méthode du point fixe qui est la plus utilisée dans le cas de la résolution des problèmes avec hystérésis magnétique. Elle consiste à trouver la solution du système à une itération donnée à partir de la solution à l'itération précédente. Cette méthode se présente en deux manières :

a- Point fixe direct

Lors de son application avec un modèle d'hystérésis direct, elle demande à relaxer le champ magnétique H afin d'assurer la convergence du calcul [69-70].

b- Point fixe inverse

Cette dernière alternative n'a été introduite dans la résolution des systèmes intégrant l'hystérésis magnétique que très récemment, bien que la convergence dans ce cas est toujours obtenue, son inconvénient réside dans le temps de calcul demandé pour inverser le modèle d'hystérésis [20]-[70-71].

4.4.3.3. Algorithme de l'intégration du modèle d'hystérésis

La méthode du point fixe direct présente l'avantage d'utiliser uniquement le modèle, sans sa dérivée, parmi les deux autres méthodes citées en haut elle est la plus adaptée pour l'intégration si un minimum de temps de calcul est demandé. Nous souhaitons donc l'utiliser pour notre travail. Les étapes suivies pour l'intégration du modèle d'hystérésis dans un code élément finis avec point fixe direct sont présentées sur la figure (4.1) [20].

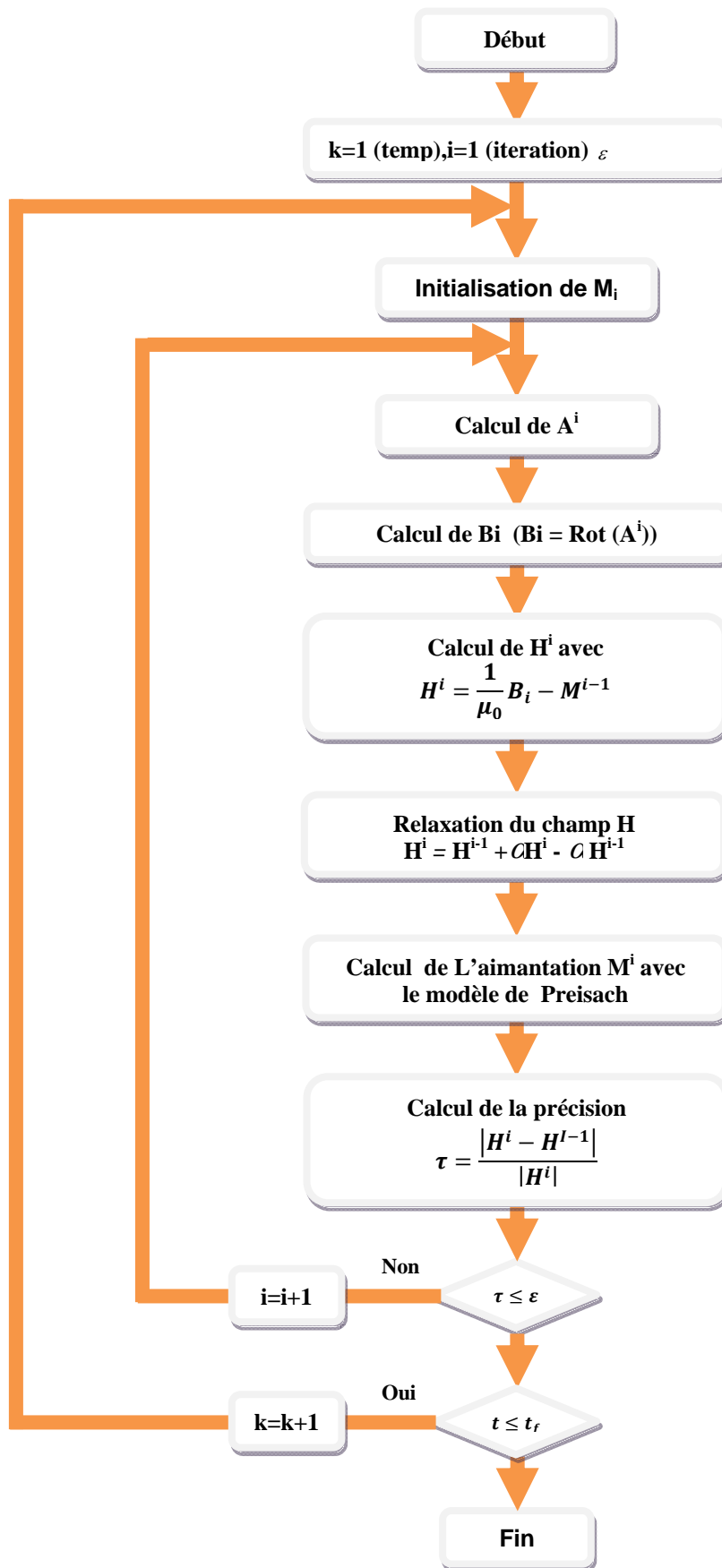


Figure 4.1 : Organigramme de l'intégration du modèle d'hystérésis dans la méthode des éléments finis

4.4.4. Détermination des pertes

L'intégration du modèle d'hystérésis dans la modélisation électromagnétique aboutit à la valorisation exacte de l'aimantation et du potentiel vecteur magnétique ce qui permet un calcul précis de pertes totales dans un échantillon ferromagnétique [20], soit :

$$P_t = \frac{1}{T} \int \iiint_V (\rho j^2 dV) dt + \frac{1}{T} \iiint_V (\oint H dB) dV = P_{ind} + P_{hys} \quad (4.55)$$

Le premier terme P_{ind} correspond aux pertes par courant de Foucault et qui peuvent être aussi estimées en fonction du potentiel vecteur par (4.56).

$$P_{ind} = \frac{1}{T} \int \left(\iiint_V \sigma \left(\frac{\partial A}{\partial t} \right)^2 dv \right) dt \quad (4.56)$$

Et, le deuxième terme P_{hys} correspond aux pertes par hystérésis.

4.5 Résolution du problème Thermique

L'étude du comportement thermique des dispositifs électromagnétiques exige par la résolution de l'équation de conduction suivante :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} - \text{div}(\lambda \text{grad}(T)) = P_t \quad (4.57)$$

Ou, ρ : est la masse volumique, C_p la chaleur spécifique, λ la conductivité thermique et P_t la densité de puissance moyenne. Les conditions aux limites qui peuvent s'ajouter à l'équation (4.57) sur la surface du domaine de résolution sont :

1. Température imposée T_0 :

$$T = T_0 \quad (4.58)$$

2. Densité du flux thermique imposée φ_0 :

$$-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) = \varphi_0 \quad (4.59)$$

3. Transfert de chaleur avec le milieu ambiant :

- Transfert par convection :

$$-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) = h(T - T_a) \quad (4.60)$$

Ou, h est le facteur de convection et T_a la température ambiante.

- Transfert par rayonnement :

$$-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) = \varepsilon \sigma (T^4 - T_a^4) \quad (4.61)$$

Ou, ε est le facteur d'émissivité du matériau et σ est la constante de Boltzmann.

- Transfert par convection et rayonnement :

$$-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) = h(T - T_a) + \varepsilon \sigma (T^4 - T_a^4) \quad (4.62)$$

Avec :

$$h_e = h + \sigma \varepsilon (T - T_a) (T^4 - T_a^4) \quad (4.63)$$

h_e est un facteur convectif équivalent qui dépend de la température.

4.5.1 La formulation élément finis du problème thermique

La résolution du problème thermique consiste à résoudre l'équation de conduction (4.57) avec les conditions aux limites appropriées. Nous utilisons aussi la méthode des éléments finis pour résoudre le problème, en se basant toujours sur le même maillage que celui de la résolution électromagnétique. Les formulations EF peuvent être établis selon le système de coordonnées. Dans cette études, nous nous intéressons seulement a des dispositifs modélisés en deux dimensions. Nous détaillons alors les formulations dans les deux coordonnées cartésien et axisymétrique.

4.5.1.1 La formulation EF dans un système de coordonnées cartésiennes

La température ne dépend que de deux variables d'espaces x et y dans ce système de coordonnées, et du temps. L'équation générale (4.57) s'écrit alors :

$$\rho C_P \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) = P_t \quad (4.64)$$

En appliquant la méthode de Galerkin et en suivant la même procédure que celle du paragraphe (4.4.2.1.a) avec la température comme valable on obtient le système matriciel (4.65) intégrant les conditions aux limites de transfert avec le milieu ambiant décrit par (4.62) et (4.63).

$$[K] \left\{ \frac{\partial T}{\partial t} \right\} + [M] \{T\} = \{F\} \quad (4.65)$$

$$M = M^e + M^l; \quad F = F^e + F^l$$

Tel que :

$$K_{ij} = \iint_{\Omega} \rho C_p w_i w_j d\Omega; \quad M_{ij}^e = \iint_{\Omega} \lambda \left(\frac{\partial w_i}{\partial x} \frac{\partial w_j}{\partial x} + \frac{\partial w_i}{\partial y} \frac{\partial w_j}{\partial y} \right) d\Omega \quad (4.66)$$

$$M_{ij}^l = \int_l h_e w_i w_j dl; \quad F_i^e = \iint_{\Omega} w_i P_t d\Omega; \quad F_i^l = \int_{\Omega} h_e w_i T_a dl$$

En se basant sur la fonction d'interpolation décrite par (4.42), on obtient :

$$K_{ij} \begin{cases} \frac{\rho C_p \Delta_e}{6} & si \quad i = j \\ \frac{\rho C_p \Delta_e}{12} & si \quad i \neq j \end{cases}; \quad M_{ij}^l = \begin{cases} \frac{h_e d}{3} & si \quad i = j \\ \frac{h_e d}{6} & si \quad i \neq j \end{cases} \quad (4.67)$$

$$M_{ij}^e = \lambda (b_i b_j + c_i c_j) \Delta_e; \quad F_i^e = \frac{\Delta_e}{3} P_t; \quad F_i^l = \frac{h_e d}{2} T_a$$

4.5.1.2 La formulation EF dans un système de coordonnées cylindriques

Les structures comportant une symétrie axiale vont être étudiées dans un système de coordonnées cylindriques (r, θ , z). La température étant indépendante de la variable angulaire d'espace θ , l'étude sera effectuée dans le plan (r, z) et l'équation de conduction (4.57) prend la forme :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) - \frac{\lambda}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = P_t \quad (4.68)$$

En appliquant la méthode de Galerkin, on obtient le système matriciel (3.69) intégrant les conditions aux limites de transfert avec le milieu ambiant décrit par (4.62) et (4.63).

$$[K] \left\{ \frac{\partial T}{\partial t} \right\} + [M] \{T\} = \{F\} \quad (4.69)$$

$$M = M^e + M^l; F = F^e + F^l$$

Tel que :

$$K_{ij} = \iint_{\Omega} \rho C_p w_i w_j r dr dz; M_{ij}^e = \iint_{\Omega} \lambda \left(\frac{\partial w_i}{\partial r} \frac{\partial w_j}{\partial r} + \frac{\partial w_i}{\partial z} \frac{\partial w_j}{\partial z} \right) r dr dz \quad (4.70)$$

$$M_{ij}^l = \int_l h_e w_i w_j dl ; F_i^e = \iint_{\Omega} w_i P_t r dr dz ; F_i^l = \int_l H_e w_i T_a r dl$$

4.5.2 Couplage magnétique thermique

Dans les paragraphes (4.4.2) et (4.5.1), nous avons établi séparément les formulations des deux problèmes magnétique et thermique. Les deux problèmes sont généralement liés par l'intermédiaire des pertes (par hystérésis et par courants de Foucault). Vu le comportement non linéaire des caractéristiques magnétiques et la variation des propriétés physiques en fonction de la température, conductivité (λ), masse volumique (ρ), capacité spécifique (C_p), coefficient d'échange par convection (h) et par rayonnement (σ), une étude complète d'un dispositif nécessite une analyse électromagnétique et thermique. Elle consiste à résoudre le système d'équations magnétothermique, qui s'écrit:

$$\begin{cases} \sigma(T) \frac{\partial A}{\partial t} + \text{rot} \left(\frac{1}{\mu_0} \text{rot}(A) \right) = J_s + \text{rot}(M(H, T)) \\ \rho C_p(T) \frac{\partial T}{\partial t} - \text{div}(\lambda(T) \text{grad}(T)) = P_t \end{cases} \quad (4.71)$$

Il est préférable pour ce type de système de découpler partiellement les équations en exploitant la différence entre les constantes de temps des deux phénomènes. En effet, dans le cadre de cette étude les fréquences de travail peuvent atteindre des dizaines de kHz, tandis que les phénomènes thermiques sont d'une dynamique beaucoup plus lente. Ainsi, on suppose que pour chaque distribution de températures le régime permanent du problème électromagnétique est atteint. Dans le processus itératif, la résolution du problème électromagnétique ne s'effectue que s'il y'a une variation sensible des paramètres magnétiques en fonction de la température. La figure (4.2) nous donne l'organigramme de ce

processus. Ainsi, après initialisation des paramètres magnétiques à une température donnée, le calcul de la solution magnétique et des pertes est effectué. Ceci est suivi par la résolution du problème thermique non linéaire et ce, jusqu'à une évolution sensible des paramètres magnétiques.

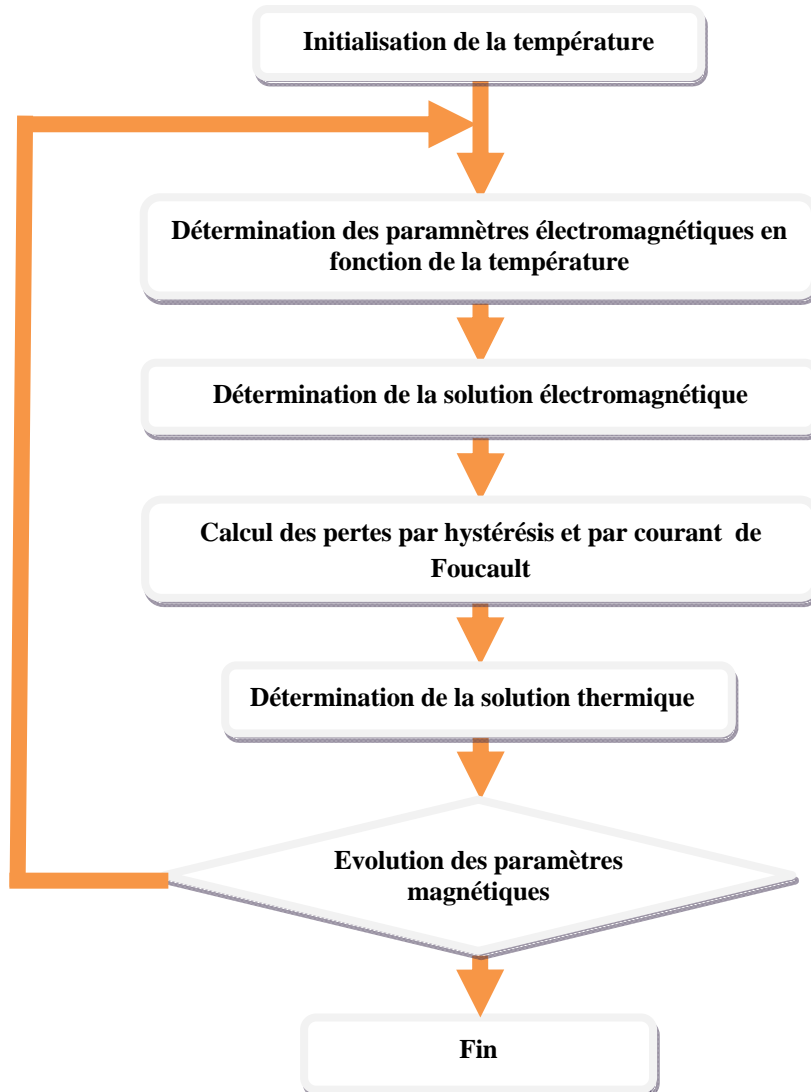


Figure 4.2 : Organigramme du problème couplé correspondant à un instant d'évolution du problème thermique

4.6 Application par calcul du champ dans un dispositif électromagnétique

4.6.1 Dispositif étudié

Afin de valider la démarche décrite précédemment, nous proposons un exemple de test défini par un dispositif à induction magnétique représenté dans la figure (4.3).

Ce dispositif est composé d'une charge de forme cylindrique, entourée d'une bobine d'excitation traversée par une densité de courant variable.

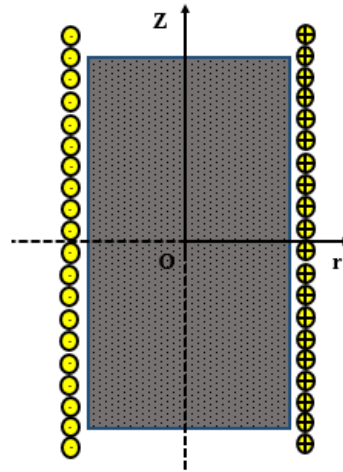


Figure 4.3 : Dispositif étudié

Les caractéristiques géométriques et physiques de ce dispositif sont représentées dans le tableau (4.1).

Tableau 4.1 : Les caractéristiques géométriques et physiques de l'induit et l'inducteur

caractéristiques géométriques		Les caractéristiques physiques	
Hauteur de l'induit	$L=40.10^{-2}m$	Conductivité électrique de l'induit	$\sigma=10^6\Omega/m$
Hauteur de l'inducteur	$L=50.10^{-2}m$	Perméabilité magnétique de l'inducteur	$\mu=4\pi.10^{-7} H/m$
Diamètre de l'induit	$\varphi=8.10^{-2}m$		
Epaisseur de l'entrefer	$e=0.01m$		

Le cycle d'hystérésis de l'induit est représenté sur la figure (4.4).

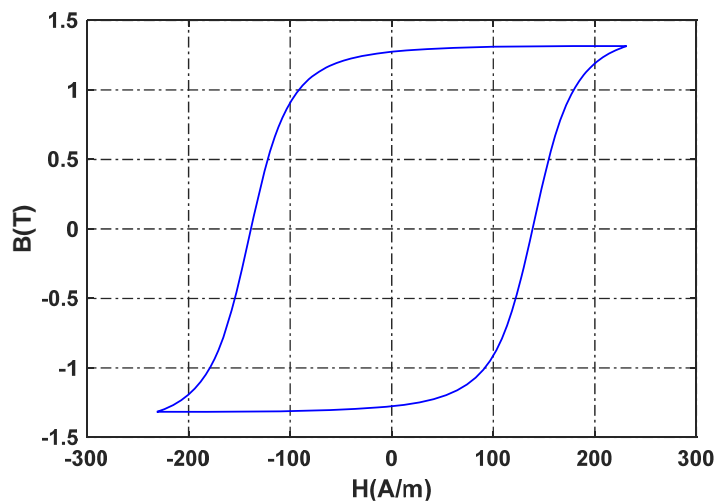


Figure 4.4 : Cycle d'hystérésis de l'induit

4.6.1.1 Définition de la structure géométrique

Compte tenu de la nature axisymétrique du système, seul le quart du domaine d'étude sera considéré (figure 4.5). Sachant que pour des raisons de simplicité, la bobine d'excitation est représentée par un seul conducteur ayant la même forme que la charge.

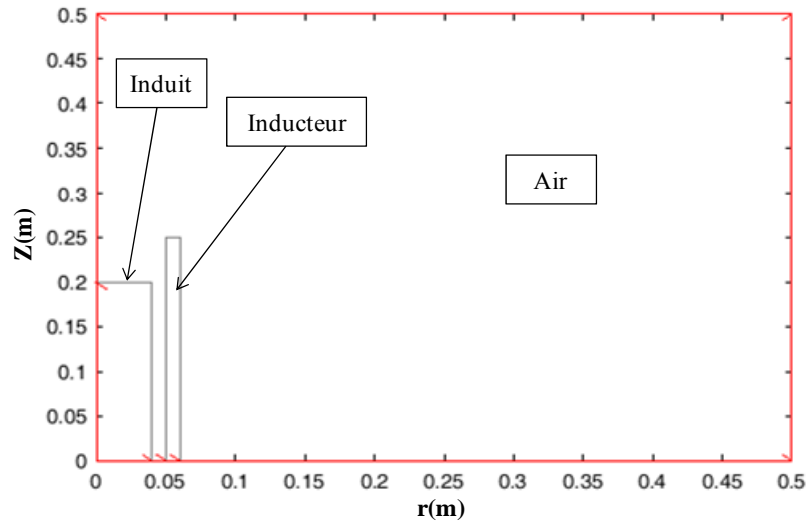


Figure 4.5 : Domaine d'étude

4.6.1.2 Définition des conditions aux limites

Les conditions aux limites associées au domaine d'étude sont telles que représentées par la figure (4.6).

- Condition de Dirichlet homogène : $A=0$ sur l'axe de la symétrie et à l'infini.
- Condition de Neumann homogène : $\frac{\partial A}{\partial n} = 0$ sur le plan de symétrie.

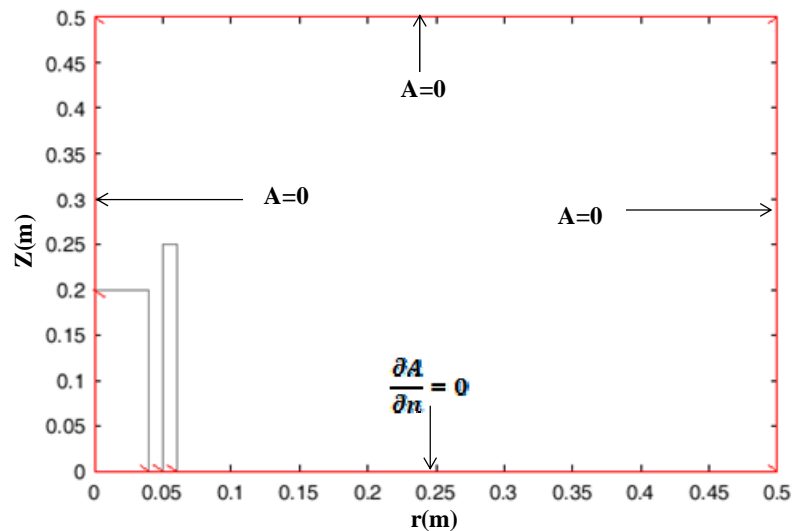


Figure 4.6 : Domaine d'étude avec les conditions aux limites associées.

4.6.1.3 Maillage du domaine d'étude

La figure (4.7) ci-dessous présente le maillage éléments finis du domaine d'étude de résolution qui comporte l'inducteur, l'induit et l'air.

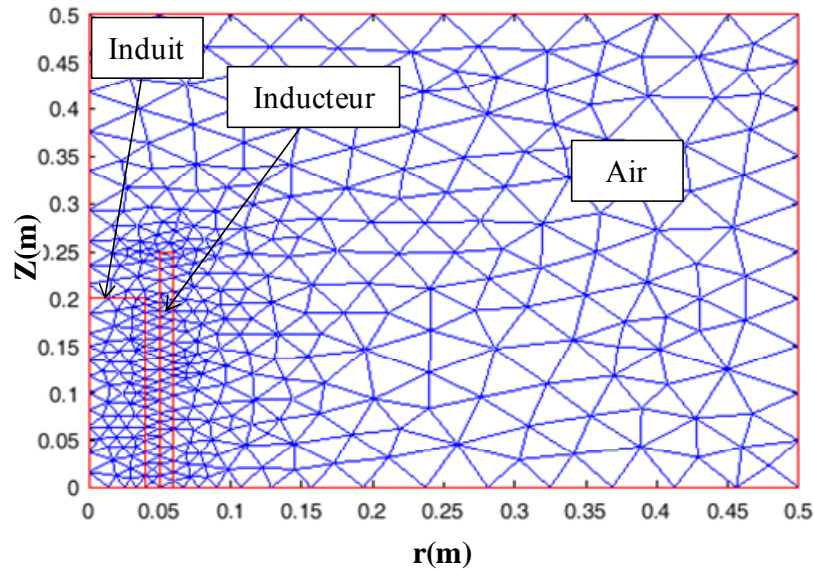


Figure 4.7 : Maillage du domaine d'étude

4.6.2 Analyse du problème magnétique

Dans cette partie, nous présentons les résultats obtenus de la résolution de l'équation magnétodynamique intégrant le calcul du cycle d'hystérésis exploitant le modèle de Preisach, en considérant deux formes de l'excitation J .

4.6.2.1. Forme sinusoïdale

- **Résultats de confrontation**

La densité du courant d'excitation dans l'inducteur est $J = 0,8 \times 10^6 \text{ A/m}^2$. Les résultats de confrontation obtenus montrent une bonne concordance entre le cycle d'hystérésis obtenu en intégrant le calcul par éléments finis et le cycle d'hystérésis fourni par le modèle d'hystérésis (figure 4.8).

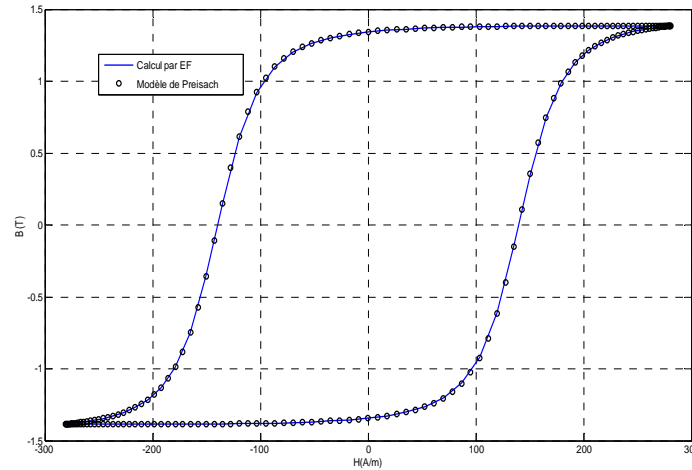


Figure 4.8 : Confrontation des cycles d'hystérésis obtenus par calcul EF en exploitant le modèle de Preisach

La parfaite concordance entre le cycle d'hystérésis obtenu en intégrant le calcul par éléments finis et le cycle fourni par le modèle de Preisach, permet de valider le programme de calcul par éléments finis mise en œuvre sous environnement Matlab intégrant le modèle d'hystérésis [72].

- **Evolution des cycles d'hystérésis B(H)**

Nous avons sélectionné quelques éléments du maillage au niveau de l'induit (figure 4.9) sur lesquels nous allons déterminer les formes d'onde du champ et de l'induction ainsi que le cycle d'hystérésis parcouru, les coordonnées de ces points sont définies dans le tableau (4.2).

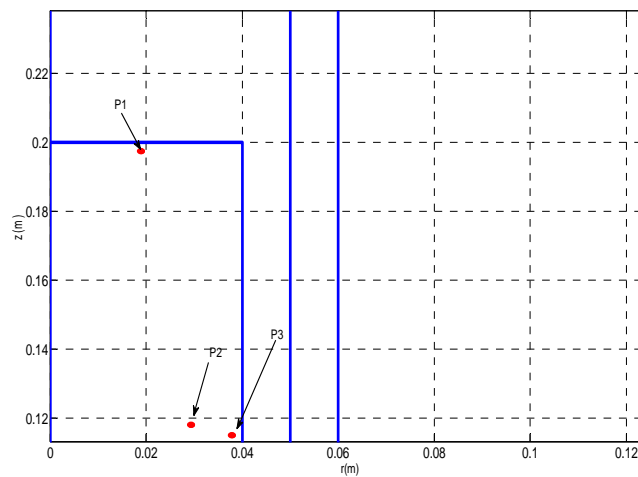


Figure 4.9: Position des points sélectionnés au niveau de l'induit

Tableau (4.2) : Les positions des points

Les points	X(m)	Y(m)
P1	0.01967	0.1959
P2	0.02896	0.1032
P3	0.03434	0.01031

Les cycles d'hystérésis décrits aux points précédents définis sont indiqués dans la figure (4.10). Nous présentons dans la figure (4.11) les cycles d'hystérésis du matériau ferromagnétique (dans chaque élément du maillage).

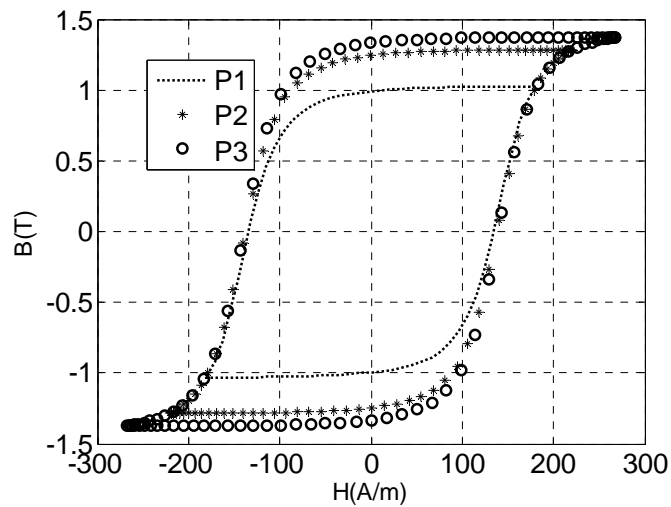


Figure 4.10: Evolution des cycles d'hystérésis en fonction des éléments sélectionnés pour J sinusoïdale

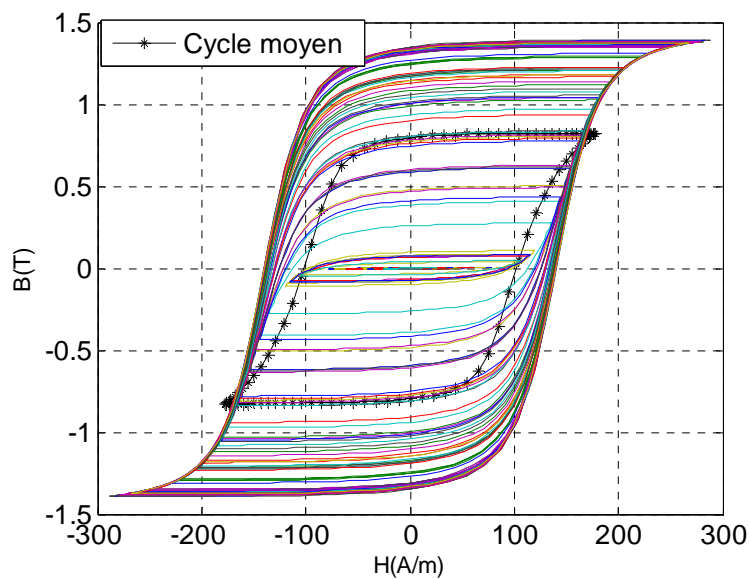


Figure 4.11: Les cycles d'hystérésis et le cycle moyen

- **Evolution des formes d'ondes H(t)**

La simulation numérique du comportement magnétique de l'induit révèle que le champ $H(t)$ est sinusoïdal en tous points (figure 4.12) de l'échantillon ferromagnétique et la même forme sinusoïdale que celle du courant imposé (alimentation en courant).

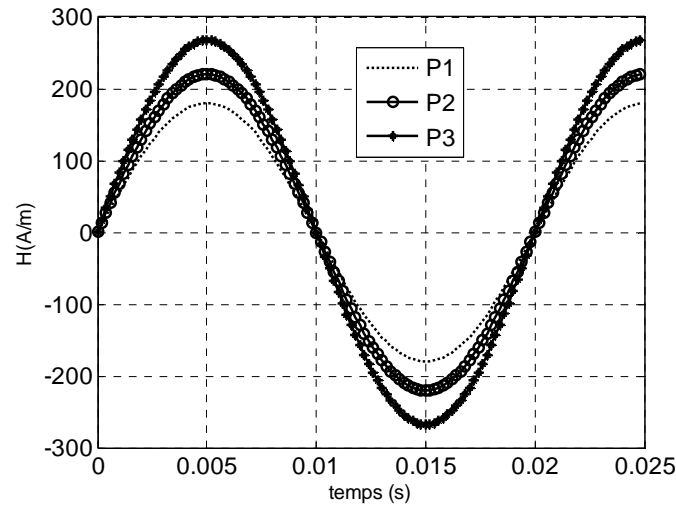


Figure 4.12: Evolution temporelle des champs magnétiques en fonction des points sélectionnés.

- **Evolution des formes d'ondes B(t)**

Contrairement à l'excitation magnétique, l'induction $B(t)$ est une fonction périodique non sinusoïdale (figure 4.13), ceci traduit l'effet de la saturation sur la déformation de l'onde [24].

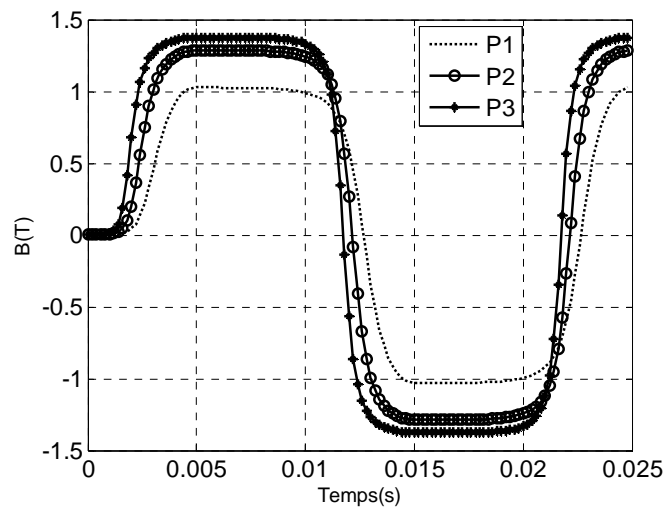


Figure 4.13: Evolution temporelle des inductions magnétique en fonction des points sélectionnés.

4.6.2.2. Génération des cycles mineurs à partir de calcul par éléments finis

La densité du courant d'excitation utilisé pour l'obtention des cycles mineurs est représentée à la figure (4.14).

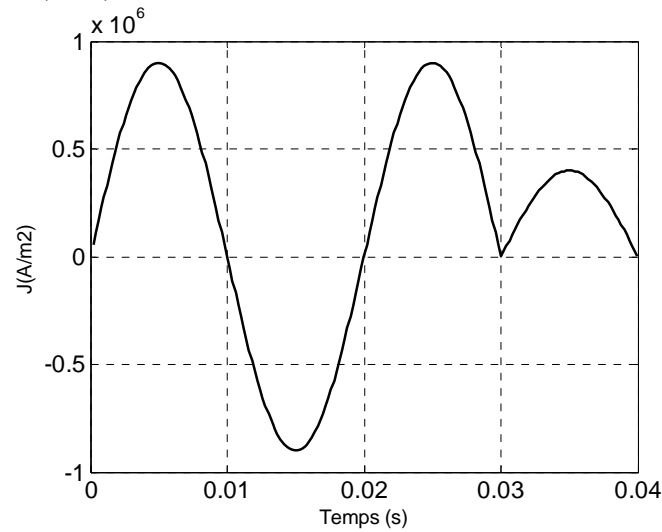


Figure 4.14 : Densité du courant d'excitation pour la génération des cycles d'hystérésis avec des cycles mineurs

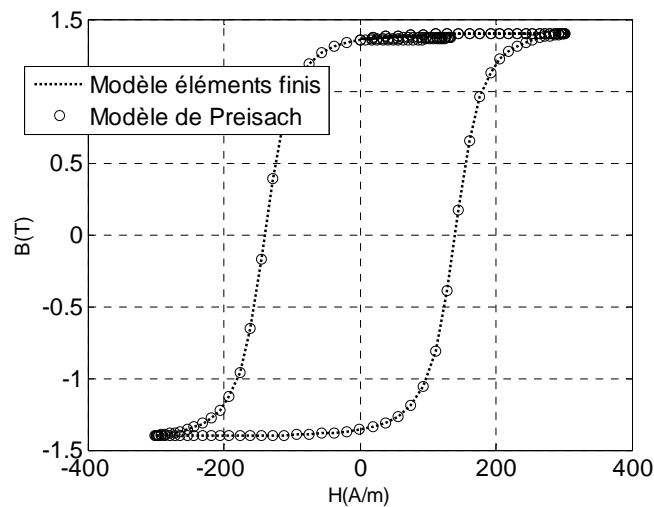


Figure 4.15 : Confrontation des cycles d'hystérésis (cycle majeur et cycle mineur) obtenus par calcul EF en exploitant le modèle de d'hystérésis et celle calculée par le modèle de Preisach.

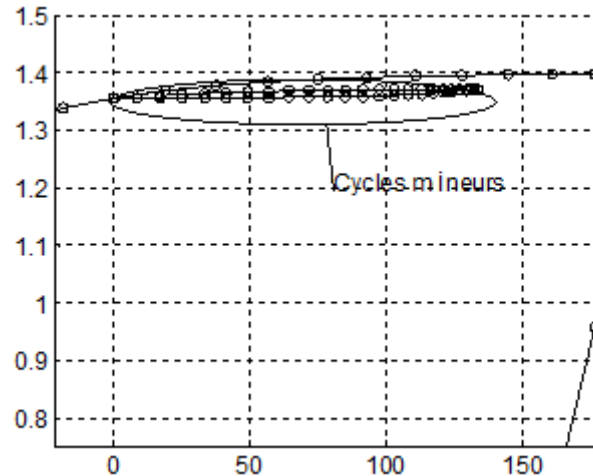


Figure 4.16 : Confrontation des cycles d'hystérésis (cycle majeur et cycle mineur) obtenus par calcul EF en exploitant le modèle de Preisach (Zoom)

La figure (4.15), montre les résultats de confrontation entre le cycle majeur incluant le cycle mineur obtenu à partir du calcul éléments finis en intégrant le modèle d'hystérésis et le cycle majeur incluant le cycle mineur fournit par le modèle Preisach. En remarque qu'il ya une bonne concordance entre la courbe d'hystérésis calculée par éléments finis en exploitant le modèle d'hystérésis de Preisach et celle calculée par le modèle d'hytsérésis de Preisach (figure 4.16). Ceci permet de valider le programme de calcul par EF en intégrant le modèle d'hystérésis de Preisach.

4.6.3 Evaluation des pertes fer en utilisant un modèle dynamique d'hystérésis

L'évolution du cycle d'hystérésis en fonction de la fréquence est introduite comme c'est indiqué dans le paragraphe (3.2) avec $a_0 = 0.0011$, $a_1 = 58.1481$, $a_2 = 0.11933$, $b_0 = 0.0039$, $b_1 = 70$ et $b_2 = 0.6796$. Des simulations du comportement du matériau à différentes fréquences permettent de calculer les pertes par courants de Foucault et les pertes par hystérésis.

4.6.3.1 Evolution de la densité de puissance

Les simulations utilisant le programme de calcul par éléments finis mise en œuvre sous environnement Matlab intégrant le modèle dynamique d'hystérésis ont permis de déterminer la distribution de la densité de puissances dans la charge. Le programme permet d'évaluer séparément les pertes dues aux deux phénomènes (hystérésis et courant de Foucault). La

figure (4.17) représente la densité de puissance dissipée dans le matériau par courant de Foucault et la figure (4.18) représente la densité dissipée dans le matériau par hystérésis.

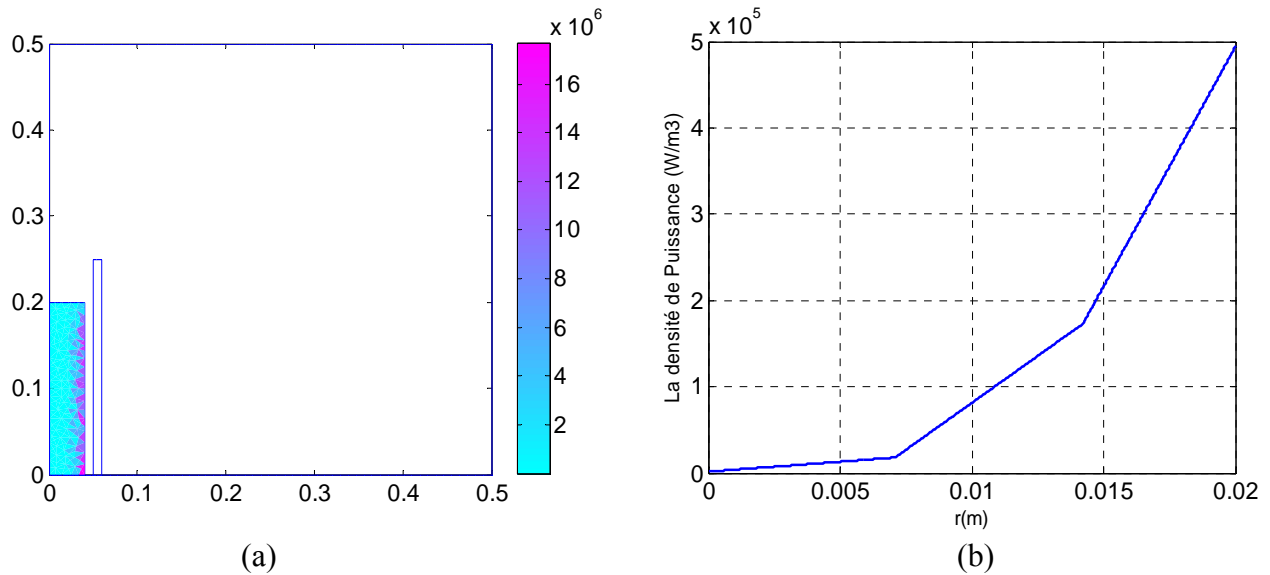


Figure 4.17 : (a) : Densité de puissance dissipée dans le matériau à $f=50\text{Hz}$ par courant de Foucault, (b): L'évolution de la densité de puissance (par courant de Foucault) sur l'axe (or).

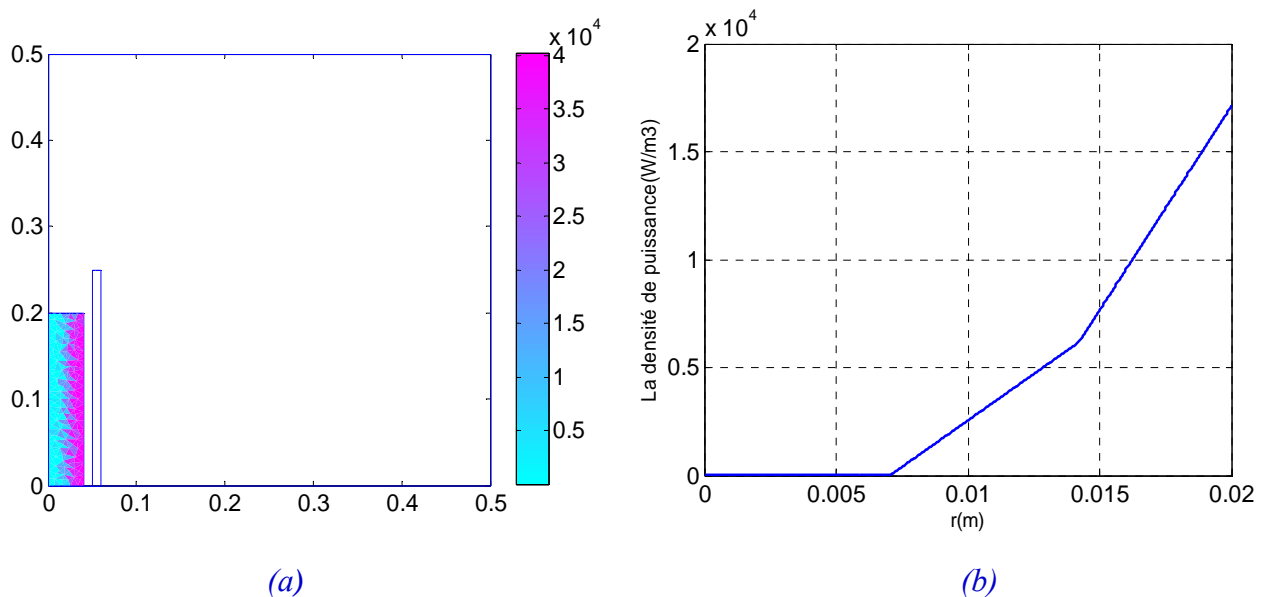


Figure 4.18 : (a) : Densité de puissance dissipée dans le matériau à $f=50\text{Hz}$ par Hystérésis, (b) : L'évolution de la densité de puissance (par hystérésis) sur l'axe (or).

La figure (4.19) montre la densité de puissance totale dissipée dans l'échantillon ferromagnétique. On peut remarquer que la majorité des pertes sont dissipées dans la région de l'épaisseur de peau d'où le chauffage en surface de la charge ferromagnétique [73].

Respectivement, nous permettent de dire que les pertes par hystérésis représentent 5% à 8% des pertes totales.

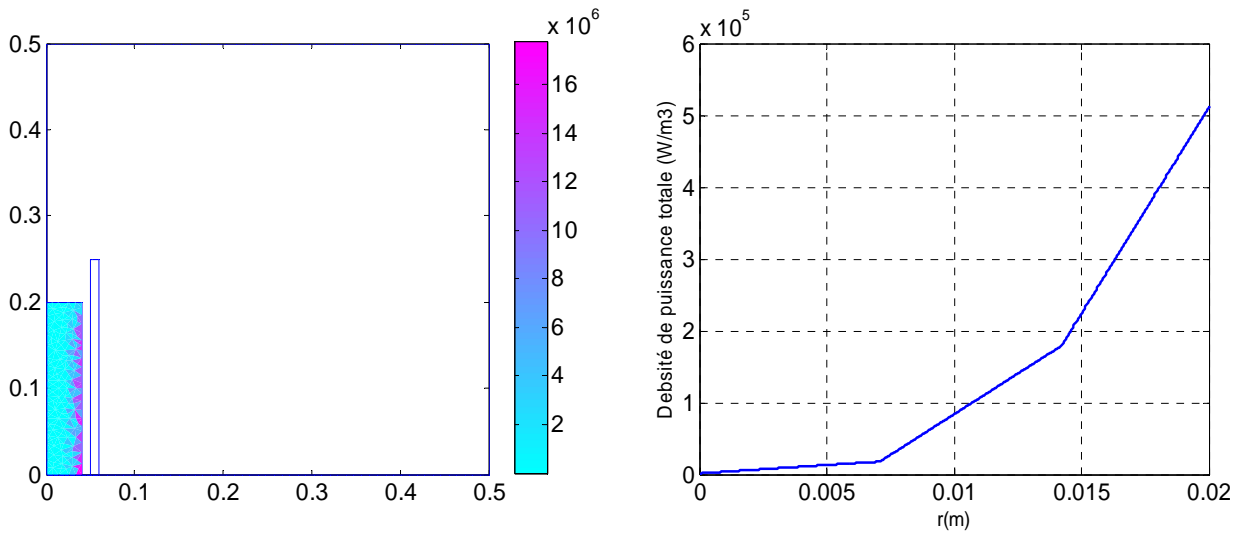


Figure 4.19: Densité de puissance totale dissipée dans le matériau à $f = 50$ Hz (W/m^3)

Les figures (4.20 et (4.21) qui représentent les pertes par hystérésis et par courants de Foucault.

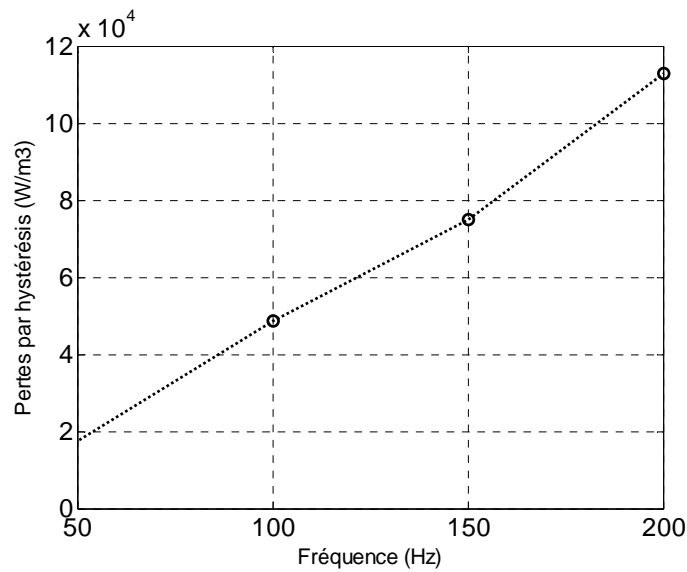


Figure 4.20: Evolution des pertes par hystérésis en fonction de la fréquence

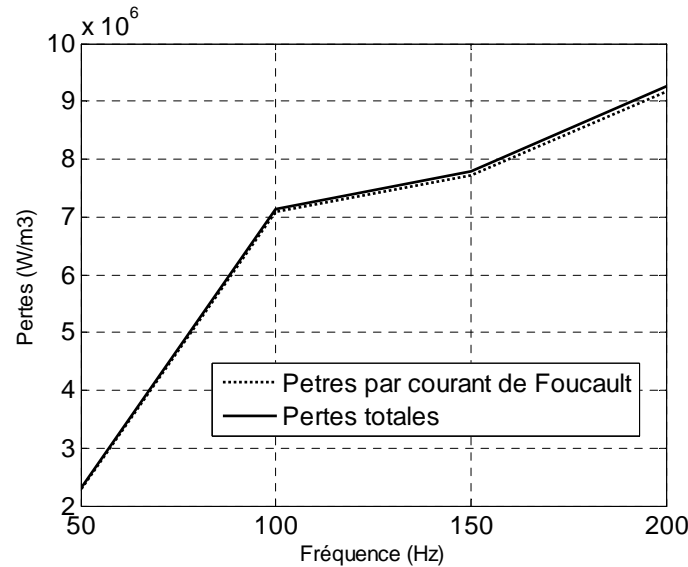


Figure 4.21: Evolution des pertes par courant de Foucault et des pertes totales en fonction de la fréquence

L'intégration de l'hystérésis dans un calcul de champ apporte en plus de la détermination exacte des pertes par hystérésis une évolution plus précise que celles dues aux courants de Foucault.

4.6.4 Etude du problème magnétique-thermique

Dans ce paragraphe, nous étudierons l'impact de la température sur le phénomène magnétique et en particulier l'évolution des pertes (par hystérésis et par courants de Foucault) dans un dispositif à induction électromagnétique. Dans cette étude, nous considérons que seul le phénomène d'hystérésis évolue en fonction de la température. L'évolution du cycle d'hystérésis en fonction de la température est introduite comme il est indiqué dans le paragraphe (3.4.1) du chapitre 3, avec $T_c = 350^\circ\text{C}$, $a_0 = 0.1425$, $a_1 = 1.5237$, $a_2 = 197.8698$, $b_0 = 1.0335$, $b_1 = 0.0387$, $b_2 = 10^{-8}$, $b_3 = 5.1183 * 10^{-5}$.

Remarque : Le problème thermique n'est résolu que dans le domaine limité à la charge (pièce) ferromagnétique avec les conditions aux limites suivantes (Figure 4.22) : $\frac{\partial T}{\partial n} = 0$

sur Γ et $-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = h(T - T_a) + \varepsilon \sigma (T^4 - T_a^4)$ sur Γ' [20].

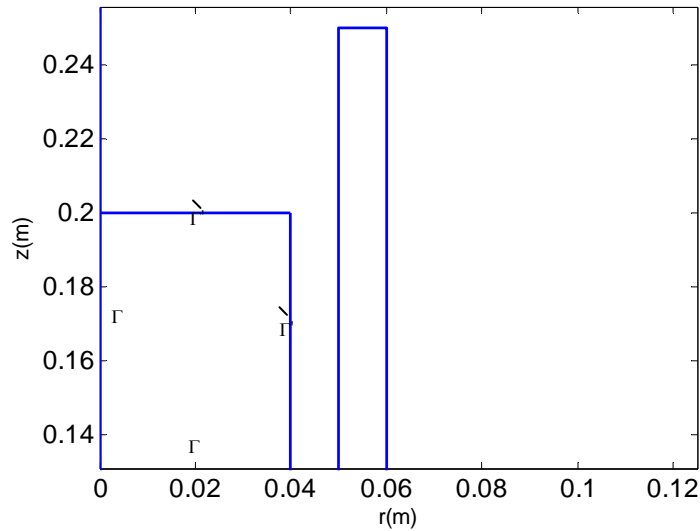


Figure 4.22: Conditions aux limites thermiques

Dans cette étude, nous considérons que seul le phénomène d'hystérésis évolue en fonction de la température. Nous nous intéressons qu'à des températures au-dessous de celle de Curie.

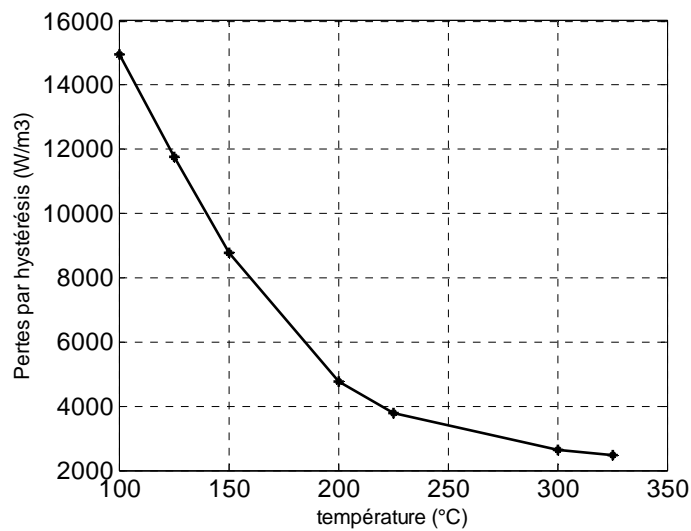


Figure 4.23: Evolution des pertes par hystérésis en fonction de la température

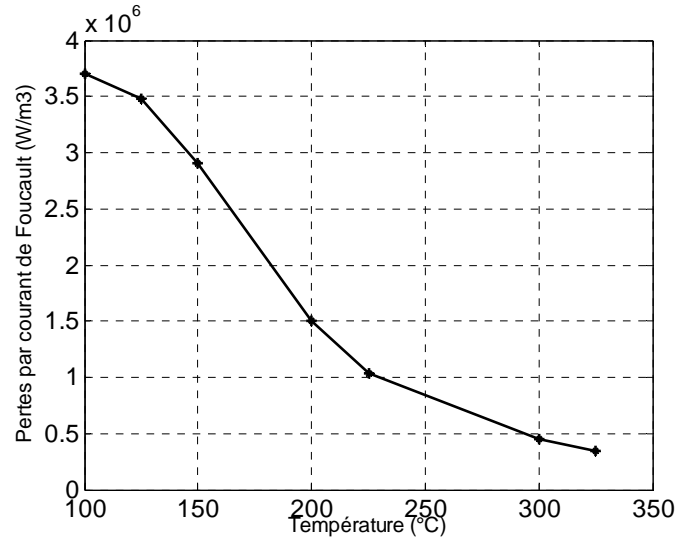


Figure 4.24: Evolution des pertes par courant de Foucault en fonction de la température

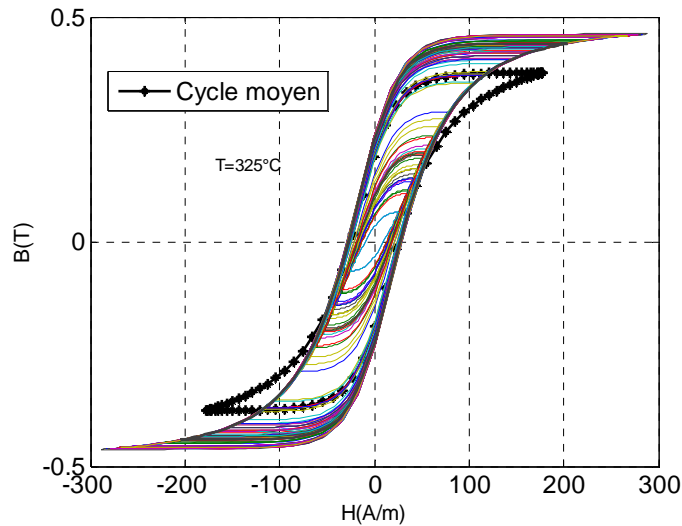


Figure 4.25: Les cycles d'hystérésis et le cycle moyen à la température $T=325\text{ }^{\circ}\text{C}$

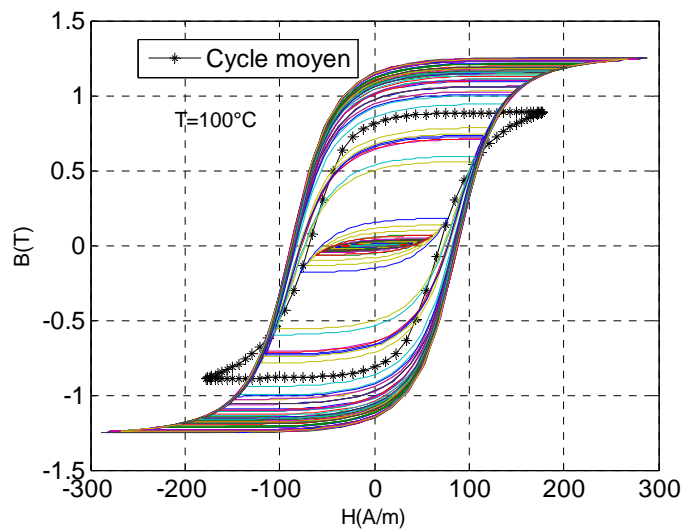


Figure 4.26: Les cycles d'hystérésis et le cycle moyen à la température $T=100\text{ }^{\circ}\text{C}$

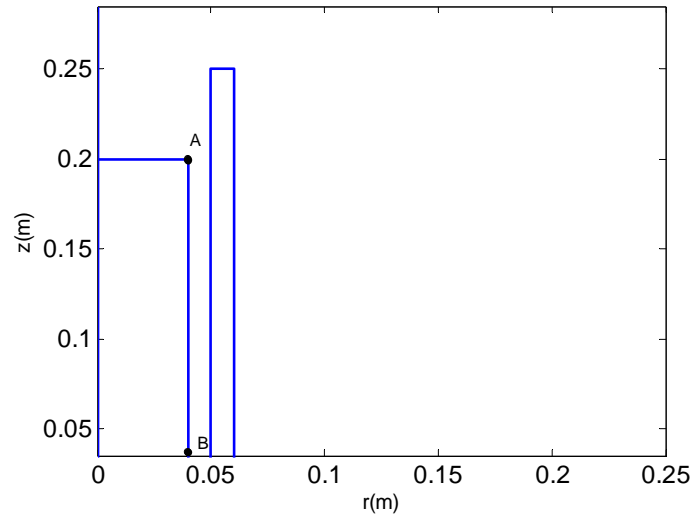


Figure 4.27: Segment de droite [AB]

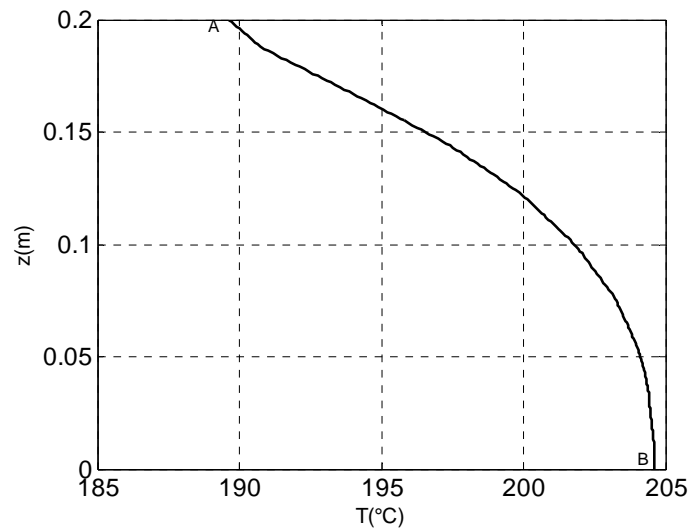


Figure 4.28 : Température sur la Paroi du Matériau

La figure (4.23) représente les pertes par hystérésis en fonction de la température. On remarque que les pertes par hystérésis diminuent avec l'augmentation de la température.

Les résultats donnés dans la figure (4.24) montrent l'impact des pertes par hystérésis sur les pertes par courant de Foucault.

Dans les figures (4.25) et (4.26), on peut voir que l'aimantation de saturation, le champ coercitif et l'aimantation rémanente diminuent lorsque la température augmente.

Les résultats donnés dans les figures (4.25) et (4.26) montrent une bonne intégration du modèle d'hystérésis dans le programme de calcul par éléments finis.

Les résultats donnés dans la figure (4.28) représentent l'écart de la température entre le point le plus chaud (B) sur la paroi de l'échantillon ferromagnétique et le point le plus froid (A) à son extrémité.

4.7 Conclusion

Nous avons étudié dans ce chapitre l'intégration d'un modèle d'hystérésis dans un code de calcul de champ par éléments finis. L'étude a permis de mettre en évidence la variation du cycle d'hystérésis du dispositif en fonction de la fréquence et la température et son impact sur les pertes par hystérésis et par courants de Foucault. Cette étude nous a permis de déduire que les pertes diminuent avec l'augmentation de la température. Nous avons constaté aussi qu'en plus des pertes par hystérésis les pertes par courant de Foucault sont considérablement modifiées.

CONCLUSION GENERALE

Conclusion générale

Le travail entrepris dans le cadre de cette thèse a été orienté vers la modélisation du cycle d'hystérésis dans les matériaux magnétiques doux. Il a permis de mettre en évidence le choix d'un modèle, à la fois précis, rapide qui tient en compte l'effet de la température et de la fréquence et pour une intégration dans le calcul de champ par éléments finis.

Dans la première étape, nous avons associé une nouvelle fonction de distribution telle que la distribution de student au modèle statique de Prisch, afin d'augmenter la précision du modèle et l'encadrement d'une plus grande variété de cycles d'hystérésis des matériaux magnétiques. Les performances globales de notre modèle ont été quantifiées via plusieurs critères de comparaison entre résultats simulés et mesurés.

Dans une seconde étape, nous avons réalisé l'intégration de l'effet de la température et de la fréquence dans le modèle d'hystérésis proposé. La validation a été effectuée par rapport aux résultats expérimentaux qui ont été réalisés dans notre laboratoire. Les résultats obtenus montrent une bonne concordance entre les cycles simulés et les cycles mesurés.

Dans l'étape trois, le modèle d'hystérésis proposé a été intégré dans un calcul de champ par éléments finis. Pour surmonter les problèmes dus au temps de calcul et de la convergence nous avons établi un algorithme pour la résolution du système non linéaire résultant de l'intégration de l'hystérésis. Ce qui a nécessité le développement d'un programme de mise en œuvre sous environnement Matlab. Il est remarquable que ce programme intègre, dans une même démarche, l'influence de la fréquence ainsi que la température vu le comportement hystérétique du matériau.

Comme application, nous avons étudié le modèle classique d'un dispositif à induction électromagnétique. Les résultats de calculs montrent une parfaite concordance entre le cycle d'hystérésis obtenu en intégrant le calcul par éléments finis et le cycle fourni par le modèle d'hystérésis. Ce résultat permet de valider le programme de calcul par éléments finis mis en œuvre sous environnement Matlab intégrant le modèle d'hystérésis.

Un certain nombre de résultats est obtenu relatif aux distributions de la puissance induite, du champ et de la température.

La performance du modèle électromagnétique couplé au modèle thermique permet de déterminer avec une précision satisfaisante la distribution de la température dans les matériaux magnétiques.

A la suite de ce travail, nous envisageons de :

-) Tester ce modèle avec d'autres matériaux susceptibles de fonctionner à haute température et haute fréquence comme les nanocristallins et pour lesquels les applications industrielles sont de plus en plus importantes.
-) Développer d'un modèle d'hystérésis vectoriel qui tient compte de l'effet de la fréquence et de la température.
-) Développer un code de calcul de champ en trois dimensions par éléments finis intégrant un modèle d'hystérésis.
-) Développer un modèle d'hystérésis qui prise en compte l'effet des contraintes mécaniques ainsi que la fréquence et la température.

BIBLIOGRAPHIE

Bibliographie

- [1] F. Robert, "Matériaux d'électrotechniques", Traité d'électricité, Volume II, Presses polytechniques Romandes. Troisième édition 1989.
- [2] P. Brissonneau, "Magnétisme et matériaux magnétiques pour l'électrotechnique", Paris, Hemès, 1997.
- [3] Y. Bernard, "Contribution à la modélisation de systèmes électromagnétiques en tenant compte du phénomène d'hystérésis. Extensions du modèle de Preisach adaptées au calcul de champ", Thèse de Doctorat, Université Paris XI, 2000.
- [4] A. BENABOU, "Contribution à la caractérisation et à la modélisation de matériaux magnétiques en vue d'une implantation dans un code de calcul de champ" Thèse de Doctorat en Génie Electrique, Ecole Doctorale des sciences pour l'Ingénieur, Universités Lille 1, France, Décembre 2002.
- [5] G. Bertotti, "General properties of power losses in soft ferromagnetic materials", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 24, No. 1, pp. 621-630, 1988.
- [6] Hussain, S., Benabou, A., Clénet, S., Lowther, D.A.: Temperature Dependence in the Jiles–Atherton Model for Non-Oriented Electrical Steels: An Engineering Approach. IEEE Trans. Magn. 54(11), 1–5 (2018, 7301205).
- [7] He Zhang, Yi Liu, Siwei Liu, Fuchang Lin, "Application of Jiles-Atherton model in description of temperature characteristics of magnetic core," REVIEW OF SCIENTIFIC INSTRUMENTS 89, 104702 (2018).
- [8] D. C. Jiles, D. L. Atherton, "Ferromagnetic Hysteresis", IEEE. Trans. Magn. Vol. Mag-19, No.5, September 1983.
- [9] D. L. Atherton, D. C. Jiles, "Effect of Stress on the Magnetization of Steel", IEEE. Trans. Magn. Vol. Mag- 19, No.5, September 1983.
- [10] D. C. Jiles, D. L. Atherton, "Theory of the Magnetization process in Ferromagnets and its Application to the Magnetomechanical Effect", Appl. Phys. 17, 1984.
- [11] D.C. Jiles et J.L. Atherton. "Theory of ferromagnetic hysteresis", Journal of Magnetism and Magnetic Materials, Vol. 61, pp. 48-60, 1986.
- [12] D. C. Jiles, J. B. Thoenke, M. K. Devine, "Numerical Determination of Hysteresis Parameters for the Modelling of Magnetic Properties Using The Theory of Ferromagnetic Hysteresis", IEEE. Trans. Magn., Vol. 28, No. 1, January 1992.

- [13] D.C. Jiles. "Modelling the effects of eddy current losses on frequency dependent hysteresis in electrically conducting media", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 30, No. 6, pp. 4326-4328, 1994.
- [14] S. Chikazumi. "Physics of Magnetism", New York: JohnWiley, p. 321, 1964.
- [15] Ladjimi, A. & Babouri, A. "Modeling of frequency effects in a jiles-atherton magnetic hysteresis model". *Rev. Roum. des Sci. Tech. Ser. Electrotech. Energ.* 61, 217–220 (2016).
- [16] Malczyk, R. & Izydorzyc, J. The frequency-dependent Jiles-Atherton hysteresis model. *Phys. B Condens. Matter* 463, 68–75 (2015).
- [17] Preisach, F. Über die magnetische Nachwirkung. *Zeitschrift für Phys.* 94, 277–302 (1935).
- [18] Mayergoyz, I. D. Hysteresis models from the mathematical and control theory points of view. *J. Appl. Phys.* 57, 3803–3805 (1985).
- [19] Y. Ouled Amor, "Contribution à la modélisation de l'hystérésis magnétique en Vue de l'analyse par éléments finis des systèmes de chauffage par induction", Thèse de Doctorat, Ecole Doctorale Sciences pour l'Ingénieur de Nantes, Juin 2000.
- [20] F. Cortial, "Modélisation de l'hystérésis et des dispositifs d'enregistrement magnétique", Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, Octobre 1996.
- [21] M. A. Krasnosel'skii, A. V. Pokrovskii, "Modeling transducers with hysteresis by means of continuous systems of relays", *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, 227:3 (1976), 547–550
- [22] J. Fuzi, "Analytical approximation of Preisach distribution functions," in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 39, no. 3, pp. 1357-1360, May 2003.
- [23] Kissa Nadjat, "Modélisation de l'hystérésis magnétique en vue de son intégration dans un code de calcul de champ électromagnétique". Thèse de doctorat de l'Université de Batna, 2006.
- [24] Biorci, G., Pescetti, D. Analytical theory of the behaviour of ferromagnetic materials. *Nuovo Cim* 7, 829–842 (1958). <https://doi.org/10.1007/BF02745588>
- [25] Bertotti, G., Basso, V.: Considerations on the physical interpretation of the Preisach model of ferromagnetic hysteresis. *J. appl. Phys.* 73, 5827 (1993). <https://doi.org/10.1063/1.353540>
- [26] A. Adly and I. D. Mayergoyz, "A new vector Preisach-type model of hysteresis", *Journal of Applied Physics* 73, 5824-5826 (1993) <https://doi.org/10.1063/1.353539>
- [27] G. Bertotti, F. Fiorillo and G. Soardo, "Dependence of power losses on peak magnetization and magnetization frequency in grain-oriented and non-oriented 3% SiFe," in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 23, no. 5, pp. 3520-3522, September 1987, doi: 10.1109/TMAG.1987.1065758.

- [28] L. Rouve, T. Waeckerle and A. Kedous-Lebouc, "Application of Preisach model to grain oriented steels: comparison of different characterizations for the Preisach function $p(\alpha, \beta)$," in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 31, no. 6, pp. 3557-3559, Nov. 1995, doi: 10.1109/20.489568.
- [29] Yassine Ouled Amor, Mouloud Féliachi. « Présentation d'une fonction de Lorentz modifiée pour une modélisation de l'hystérésis magnétique », Colloque MGE 2000 sur les matériaux du génie électrique - Lille Décembre 2000.
- [30] Y.Ouled Amor, F.Alves, M.Feliachi, "Modeling of magnetichysteresis with modified Lorentzian function". Communication à une journée Scientifique, GDR, Sécurité et Disponibilité des Systèmes Électrotechniques, 2001.
- [31] F. Vajda and E. D. Torre, "Identification of parameters in an accommodation model," in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 30, no. 6, pp. 4371-4373, Nov. 1994, doi: 10.1109/20.334092.
- [32] G. R. Kahler, E. D. Torre and F. Vajda, "Parameter identification of the complete-moving-hysteresis model for HTS steel," in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 30, no. 6, pp. 4374-4376, Nov. 1994, doi: 10.1109/20.334093.
- [33] Gwan-Soo Park *et al.*, "Practical method to obtain the particle density distribution in scalar Preisach model," in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 33, no. 2, pp. 1600-1603, March 1997, doi: 10.1109/20.582573.
- [34] P. Pruksanubal, A. Binner and K. H. Gonschorek, "Modelling of magnetic hysteresis using Cauchy distribution," *2002 3rd International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, 2002, pp. 446-449, doi: 10.1109/ELMAGC.2002.1177466.
- [35] G. Bertotti, "Dynamic generalization of the scalar Preisach model of hysteresis," in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 28, no. 5, pp. 2599-2601, Sept. 1992, doi: 10.1109/20.179569.
- [36] Y. Bernard, E. Mendes, F. Bouillault, Dynamic hysteresis modeling based on Preisach model, *IEEE Transactions on Magnetics*, Institute of Electrical and Electronics Engineers, 38, 2, pp. 885–888 (2002).
- [37] P. Chandra Sarker, Y. Guo, H. Yan Lu, J. Guo Zhu, A generalized inverse Preisach dynamic hysteresis model of Fe-based amorphous magnetic materials, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 514 (2020).
- [38] P. Pruksanubal, A. Binner, and K. H. Gonschorek. "Determination of Distribution Functions and Parameters for the Preisach Hysteresis Model". 17th International Zurich Symposium on Electromagnetic Compatibility, 2006.
- [39] Mourad Dafri, Abdelaziz Lajimi, Sofiane Mendaci & Abdesselam Babouri, « Modeling of Magnetic Hysteresis Using Student Distribution,» *Journal of Superconductivity and Novel Magnetism* (2020) 33:3865–3869.

- [40] A. K. Lebouc «électromagnétisme et matériaux magnétiques pour le génie électrique » ENSTEG, 2eme NRJ ; 2006.
- [41] M. CH. Thibaut. "Caractérisation et modélisation de matériaux magnétiques en hautes températures en vue d'une application au filtrage CEM", Thèse de Doctorat, Université Claude Bernard Lyon 1, 2006.
- [42] R. Eberhart and J. Kennedy, "A new optimizer using particle swarm theory," MHS'95. Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science, Nagoya, Japan, 1995, pp. 39-43, doi: 10.1109/MHS.1995.494215.
- [43] Yann Coreen, "Perfectionnement d'un algorithme adaptatif d'Optimisation par Essaim Particulaire. Applications en génie médical et en électronique", Thèse doctorat en sciences de l'ingénieur, Université Paris 12 VAL DE MARNE, 2008.
- [44] R. Marion, R. Scorretti, N. Siauve, M. Raulet and L. Krahenbuhl, "Identification of Jiles–Atherton Model Parameters Using Particle Swarm Optimization," in IEEE Transactions on Magnetism, vol. 44, no. 6, pp. 894-897, June 2008, doi: 10.1109/TMAG.2007.914867.
- [45] A. Ladjimi, M.R. Mékideche, "Model for the behavior of magnetic materials hysteretic taking into account the temperature". 6th International Multi-Conference on Systems, Signals and Devices, Page (s): 1-6, appeared in IEEE proceeding, March 2009.
- [46] A. Raghunathan, Y. Melikhov, J. E. Snyder, and D. C. Jiles," Modeling the Temperature Dependence of Hysteresis", IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, VOL. 45, NO. 10, OCTOBER 2009.
- [47] A. Raghunathan, Y. Melikhov, J. E. Snyder, and D. C. Jiles," Theoretical Model of Temperature Dependence of Hysteresis Based on Mean Field Theory", IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, VOL. 46, NO. 6, JUNE 2010.
- [48] A. Ladjimi, M.R. Mékideche, A. Babouri, "Thermal effects on magnetic hysteresis modeling", ARCHIVES OF ELECTRICAL ENGINEERING, VOL. 61(1), pp. 77-84, 2012.
- [49] A. Ladjimi, M. R. Mékideche, " Modeling of Thermal effects on Magnetic Hysteresis using the Jiles–Atherton Model", PRZEGL D ELEKTROTECHNICZNY (Electrical Review), ISSN 0033-2097, R. 88 NR 4a/2012.
- [50] Sajid Hussain, Abdelkader Benabou, Stéphane Clénet, David A. Lowther, "Temperature Dependence in the Jiles–Atherton Model for Non-Oriented Electrical Steels: An Engineering Approach",IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS,
- [51] He Zhang, Yi Liu, Siwei Liu, Fuchang Lin, "Application of Jiles-Atherton model in description of temperature characteristics of magnetic core", REVIEW OF SCIENTIFIC INSTRUMENTS 89, 104702 (2018).
- [52] D. Zhang, M. Jia, Y. Liu, Z. Ren, and C.-S. Koh, "Comprehensive improvement of temperature-dependent Jiles–Atherton model utilizing variable model parameters," IEEE Trans. Magn. 54(3), 1–4 (2018).

- [53] Y. Liu, H. Zhang, S. Liu, and F. Lin, “Modeling analysis of pulsed magnetization process of magnetic core based on inverse Jiles-Atherton model,” *Rev. Sci. Instrum.* 89, 054701 (2018).
- [54] S.H. Ould Ouali, H. Mohelleb, R. Chaïbi, M. Féliachi, « Introduction de l’effet de la température dans le modèle de Preisach pour la génération des cycles d’hystérésis », *J. Phys. IV France* 124 (2005) 315–320.
- [55] Hao Chen, Qifeng Xu, Yukai Xiang¹ and Yifan Huang¹, “Temperature characteristics modeling of Preisach theory”, *MATEC Web of Conferences* 139, 00077 (2017), ICMITE 2017.
- [56] Chao Li, Zhijun Tang, Guodong Lin, Shaozhen Lin, Qinghui Huang, “Modeling the Temperature Dependence of Minor Hysteresis Loops in Ferromagnetic Materials”, 2016 IEEE International Conference on Electronic Information and Communication Technology (ICEICT 2016).
- [57] Teerawat Monnor^a, Kanokwan Kanchiang^{b c}, Rattikorn Yimnirun^{a d} & Yongyut Laosiritaworn^b, “Preisach Modeling on Temperature Dependent Mean-Field Ising-Hysteresis” *Ferroelectrics*, 459:128–133, 2014.
- [58] Dafri, M., Ladjimi, A., Mendaci, S. et al. “Phenomenological Model of the Temperature Dependence of Hysteresis Based on the Preisach Model”. *J Supercond Nov Magn* 34, 1453–1458 (2021).
- [59] J. P. Perez & R. Carles & R. Fleckinger, «Electromagnétisme Fondements et Applications», 3^{ème} Edition, Masson, Paris, 1990.
- [60] A.Vander Vorst, «Electromagnétisme, Champs et Circuit», Belgique, 1994.
- [61] J-C. SABONNADIÈRE, J-L. COULOMB, « Calcul des champs électromagnétiques », D3020, Technique de l’ingénieur.
- [62] BELKHIRI Yamina, « Modélisation des Phénomènes Electromagnétiques et Mécaniques Couplés par la Méthode des Volumes Finis (CVM) », MEMOIRE DE MAGISTER, université de BATNA.
- [63] G.Dhatt & G.Touzot, «Une Présentation de la Méthode des Eléments Finis», Collection Université de Compiègne Paris, 1984.
- [64] J.C. Sabonnadière & J.L.Coulomb, «Elément Finis et CAO», *Traité des Nouvelles Technologies, Série Assistance par Ordinateur (XAO)*, Juillet 1986.
- [65] Eric Chauveau, « Contribution au électromagnétique et thermique des machines électriques application à l’étude de l’influence des harmoniques sur l’échauffement des moteurs asynchrones», Thèse de doctorat de l’université de Nantes France, 2001.
- [66] Claes Johnson, « Numerical solution of partial differential equations by the finite element method », Cambridge University Press, Cambridge 1988, 278 pp.

- [67] Olivier Ninet, « Prise en compte du phénomène d'hystérésis dans un logiciel de calcul de champ 2D en magnétostatique : validation expérimentale » Thèse de doctorat de l'université de Lyon 1 France, 1996.
- [68] Neagoe, C. and F. Ossart. "Analysis of convergence in nonlinear magnetostatic finite elements problems." IEEE Transactions on Magnetics 30 (1994) : 2865-2868.
- [69] H. L. Toms, R. G. Colclaser, Jr. Fellow, M. krefta « Tow-dimensional finite element magnetic modeling for scalar hysteresis effects », IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 37, NO .2, pp 982-988, March 2001.
- [70] Chang Scopkon, « Finite element analysis of magnetizer using Preisach model », IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 35, NO. 3, pp 1227-1230, May 1999.
- [71] O. Bottanscio, D. Chiarabaglio, « A hysteresis magnetic field solution using Preisach model and fixed point technique », IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 31, NO. 6, pp 3548-3550, November 1995.
- [72] S. H, Ould Ouali, "Intégration de L'hystérésis magnétique dans un calcul éléments finis en vue de l'estimation des pertes dans les tôles des machines électrique", Thèse de Doctorat, Université de Tizi-Ouzou, 2010.
- [73] A. LADJIMI, « Modélisation du chauffage par induction avec prise en compte de l'hystérésis magnétique », Mémoire de Magister, Université de Jijel 2004.