

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ 8 MAI 1945 GUELMA

FACULTÉ DES MATHÉMATIQUES, DE L'INFORMATIQUE ET DES SCIENCES DE LA
MATIÈRE

Département : Sciences de la Matière



Polycopié de Physique Travaux Dirigés

1^{ère} année tronc commun Biologie

Dr. BAKHTATOU Ali

Décembre 2019

AVANT-PROPOS

Ce polycopié de travaux dirigés en physique s'adresse aux étudiants première année tronc commun Biologie. Son but est l'application des concepts de base de l'optique géométrique, de l'hydrostatique et de hydrodynamique.

L'optique géométrique est un outil indispensable pour comprendre la conception des instruments optiques, leur fonctionnement et leur méthodes de mesure. L'hydrostatique et l'hydrodynamique ont pour but l'étude de la statique et la dynamique de fluides.

Les énoncés des exercices et leurs solution permettrons aux étudiants de se familiariser et de s'entraîner à l'application des lois présentées dans les rappels de cours réparties avant ces exercices.

J'espère que ce polycopié sera d'un apport précieux pour les étudiants de Biologie pour la compréhension et la maitrise du module de physique et réussir ainsi avec succès leur 1^{ère} année tronc commun Biologie. J'espère aussi que ce polycopié fournisse aux enseignants de physique un outil de travail pratique et efficace. Je serai très reconnaissant aux lecteurs qui me feront part des erreurs possibles et ou de leurs critiques.

Ali Bakhtatou

TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION.....	1
SÉRIE N°1: EQUATION AUX DIMENSIONS.....	2
RAPPEL.....	2
1.1 GRANDEURS PHYSIQUES.....	2
1.2 GRANDEUR SANS DIMENSION.....	2
1.3 HOMOGÉNÉITÉ.....	2
ENONCÉS DES EXERCICES.....	3
EXERCICE 1.1.....	3
EXERCICE 1.2.....	3
EXERCICE 1.3.....	3
EXERCICE 1.4.....	3
EXERCICE 1.5.....	3
EXERCICE 1.6.....	4
EXERCICE 1.7.....	4
EXERCICE 1.8.....	4
EXERCICE 1.9.....	4
SÉRIE N°2:CALCUL DES INCERTITUDES ABSOLUE ET RELATIVE.....	5
RAPPEL.....	5
2.1 INCERTITUDE ABSOLUE.....	5
2.2 INCERTITUDE RELATIVE.....	5
2.3 CALCUL DE L'INCERTITUDE ABSOLUE.....	5
2.4 CALCUL DE L'INCERTITUDE RELATIVE.....	5
ENONCÉS DES EXERCICES.....	7
EXERCICE 2.1.....	7
EXERCICE 2.2.....	7
EXERCICE 2.3.....	7
SÉRIE N°3.....	8
LOIS DE SNELL-DESCARTES.....	8
RAPPEL.....	8
3.1 INDICE DE RÉTRACTION n	8
3.2 DIOPTRES ET MIROIRS.....	8
3.3 COMPORTEMENT D'UN RAYON LUMINEUX ARRIVANT SUR UN DIOPTRE.....	8
3.4 LOIS DE SNELL-DESCARTES.....	8
3.4.1 LOIS DE LA RÉFLEXION.....	8
3.4.2 LOIS DE LA RÉFRACTION.....	8
3.4.3 ANGLE DE RÉFRACTION LIMITE.....	9
3.4.4 REMARQUE.....	9
3.5 LE PRISME.....	9

3.6 MESURE DE L'INDICE DE RÉFRACTION D'UN PRISME.....	9
ENONCÉS DES EXERCICES.....	10
EXERCICE 3.1.....	10
EXERCICE 3.2.....	10
EXERCICE 3.3.....	10
EXERCICE 3.4.....	10
EXERCICE 3.5.....	11
EXERCICE 3.6.....	11
EXERCICE 3.7.....	11
EXERCICE 3.8.....	12
EXERCICE 3.9.....	12
EXERCICE 3.10.....	12
SÉRIE N°4: DIOPTRES, MIROIRS SPHÉRIQUES ET LENTILLES MINCES DANS L'APPROXIMATION DE GAUSS.....	13
RAPPEL.....	13
4.1 DIOPTRE SPHÉRIQUE.....	13
CAS DU DIOTRE PLAN.....	13
4.2 MIROIR SPHÉRIQUE.....	14
4.3 LENTILLES MINCES.....	14
ENONCÉS DES EXERCICES.....	16
EXERCICE 4.1.....	16
EXERCICE 4.2.....	16
EXERCICE 4.3.....	16
EXERCICE 4.4.....	17
EXERCICE 4.5.....	17
EXERCICE 4.6.....	17
EXERCICE 4.7.....	17
EXERCICE 4.8.....	18
SÉRIE N°5: INSTRUMENTS D'OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE: LA LOUPE ET LE MICROSCOPE OPTIQUE.....	19
RAPPEL.....	19
5.1 L'OEIL.....	19
MODÉLISATION DE L'OEIL.....	19
DÉFAUTS DE L'OEIL.....	19
5.2 LA LOUPE.....	20
5.3 LE MICROSCOPE OPTIQUE.....	20
ENONCÉS DES EXERCICES.....	22
EXERCICE 5.1.....	22
EXERCICE 5.2.....	22
EXERCICE 5.3.....	22
EXERCICE 5.4.....	22
EXERCICE 5.5.....	23
EXERCICE 5.6.....	23
EXERCICE 5.7.....	23

EXERCICE 5.8.....	24
EXERCICE 5.9.....	24
EXERCICE 5.10.....	24
SÉRIE N° 6: HYDROSTATIQUE.....	26
RAPPEL.....	26
6.1 PRESSION.....	26
6.2 RELATION FONDAMENTALE DE L'HYDROSTATIQUE.....	26
6.3 POUSSÉE D'ARCHIMÈDE.....	26
6.4 TENSION SUPERFICIELLE.....	26
6.5 ANGLE DE CONTACT LIQUIDE/SOLIDE.....	27
6.6 LOI DE LAPLACE.....	27
6.7 LOI DE JURIN.....	27
EXERCICE 6.1.....	29
EXERCICE 6.2.....	29
EXERCICE 6.3.....	29
SÉRIE N° 7: HYDRODYNAMIQUE.....	26
RAPPEL.....	26
7.1 L'HYDRODYNAMIQUE.....	30
7.2 ÉQUATION DE CONTINUITÉ.....	30
7.3 NOTION DE CHARGE.....	30
7.4 THÉORÈME DE BERNOULLI.....	30
7.5 VISCOSITÉ.....	30
7.6 RÉGIMES D'ÉCOULEMENT.....	31
7.7 LOI DE POISEUILLE.....	31
ENONCÉS DES EXERCICES.....	32
EXERCICE 7.1.....	32
EXERCICE 7.2.....	32
CORRIGÉS DES EXERCICES.....	34
SÉRIE N°1.....	34
EXERCICE 1.1.....	34
EXERCICE 1.2.....	34
EXERCICE 1.3.....	34
EXERCICE 1.4.....	34
EXERCICE 1.5.....	35
EXERCICE 1.6.....	35
EXERCICE 1.7.....	36
EXERCICE 1.8.....	36
EXERCICE 1.9.....	36
SÉRIE N°2.....	37
EXERCICE 2.1.....	37
EXERCICE 2.2.....	37
EXERCICE 2.3.....	38
SÉRIE N°3.....	39
EXERCICE 3.1.....	39

EXERCICE 3.2.....	39
EXERCICE 3.3.....	40
EXERCICE 3.4.....	41
EXERCICE 3.5.....	42
EXERCICE 3.6.....	42
EXERCICE 3.7.....	43
EXERCICE 3.8.....	43
EXERCICE 3.9.....	44
EXERCICE 3.10.....	44
SÉRIE N°4.....	45
EXERCICE 4.1.....	45
EXERCICE 4.2.....	45
EXERCICE 4.3.....	46
EXERCICE 4.4.....	47
EXERCICE 4.5.....	47
EXERCICE 4.6.....	48
EXERCICE 4.7.....	49
EXERCICE 4.8.....	50
SÉRIE N°5.....	51
EXERCICE 5.1.....	51
EXERCICE 5.2.....	51
EXERCICE 5.3.....	52
EXERCICE 5.4.....	53
EXERCICE 5.5.....	54
EXERCICE 5.6.....	56
EXERCICE 5.7.....	57
EXERCICE 5.8.....	58
EXERCICE 5.9.....	59
EXERCICE 5.10.....	60
SÉRIE N°6.....	61
EXERCICE 6.1.....	61
EXERCICE 6.2.....	61
EXERCICE 6.3.....	62
SÉRIE N°7.....	63
EXERCICE 7.1.....	63
EXERCICE 7.2.....	64
BIBLIOGRAPHIE.....	65

INTRODUCTION

Ce polycopié de travaux dirigés est composé de 7 séries d'exercices corrigés. Chaque série débute par un rappel de cours suivi par des exercices d'application. Les corrigés de ces exercices figurent à la fin du polycopié.

La série 1 est un rappel sur les grandeurs physiques fondamentales et les unités du système international (SI) ainsi que sur les équations aux dimensions. Des exercices d'application sur les équations de dimension permettront de déduire les grandeurs physiques dérivées à partir des grandeurs physiques fondamentales.

La série 2 est consacrée au calcul des incertitudes absolue et relative. Les deux principales méthodes utilisées dans le calcul de ces incertitudes sont brièvement expliquées suivies par des exercices d'application.

Les séries 3, 4 et 5 sont consacrées à l'optique géométrique. La série 3 porte sur les loi de Snell-Descartes. La série 4 intitulée "DIOPTRES, MIROIRS SPHÉRIQUES ET LENTILLES MINCES DANS L'APPROXIMATION DE GAUSS" est la concrétisation directe des loi de Snell-Descartes pour des systèmes optiques simples. La série 5 porte sur l'œil et ses défauts, sur l'étude des systèmes optiques utilisés au laboratoire telles la loupe et le microscope optique.

La série 6 porte sur l'hydrostatique. La notion de pression, de pression de Laplace, de tension de surface, de capillarité et de la loi de Jurin seront présentées et suivies par des exercices corrigés.

La dernière série; la série 7, porte sur l'hydrodynamique l'équation de continuité, le théorème de Bernoulli, les régimes d'écoulement et la loi de Poiseuille.

SÉRIE N°1

EQUATION AUX DIMENSIONS

RAPPEL

1.1 GRANDEURS PHYSIQUES:

Les grandeurs de base utilisées dans le système international (*SI*) sont la longueur (*L*), la masse (*M*), le temps (*T*), l'intensité du courant électrique (*I*), la température thermodynamique (*T*), la quantité de matière (*N*) et l'intensité lumineuse (*J*). Ces grandeurs de base sont considérées comme indépendantes. Leurs unités de base correspondantes dans le *SI*, choisies par la Conférence Générale des Poids et Mesures (*CGPM*), sont le mètre (*m*), le kilogramme (*kg*), la seconde (*s*), l'ampère (*A*), le Kelvin (*K*), la mole (*mol*) et la candela (*cd*).

Les autres grandeurs sont des grandeurs dérivées et sont exprimées en fonction de ces grandeurs de base à l'aide des équations de la physique. Les dimensions des grandeurs dérivées sont écrites sous la forme de produits de puissances des dimensions des grandeurs de base au moyen des équations aux dimensions qui relient les grandeurs dérivées aux grandeurs de base. La dimension d'une grandeur *X* s'écrit sous la forme d'un produit dimensionnel suivant l'ordonnement suivant:

$$[X] = L^{\alpha} M^{\beta} T^{\gamma} I^{\delta} \theta^{\varepsilon} J^{\zeta} N^{\eta}$$

où les exposants $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta$ et η sont appelés exposants dimensionnels. L'équation aux dimensions d'une grandeur dérivée nous permet d'établir la relation de son unité avec les unités de base du *SI*.

1.2 GRANDEUR SANS DIMENSION:

Une grandeur est dite sans dimension si les exposants dimensionnels entrant dans son équation aux dimensions sont égaux à zéro. C'est le cas d'une grandeur définie comme le rapport entre deux grandeurs de même nature. Par exemple, l'indice de réfraction *n* d'un milieu est défini comme le rapport entre la vitesse de la lumière dans le vide et celle dans ce milieu; c'est le rapport entre deux grandeurs de même nature. C'est donc une grandeur sans dimension.

Notons aussi que dans les expressions du *logarithme*, de l'*exponentielle*, du *sinus*, du *cosinus* de la *tangente* d'une grandeur *u*: *u* est sans dimension.

1.3 HOMOGENÉITÉ:

Une équation est dite homogène si ses deux membres ont les même dimension. Par contraposition, si les membres d'une équation ont des dimensions différentes, celle-ci est fautive.

ENONCÉS DES EXERCICES

EXERCICE 1.1:

Donner les dimensions des différentes grandeurs physiques suivantes dans le cas d'un mouvement rectiligne uniforme:

1. La vitesse v sachant que son unité est le mètre par seconde ($m \cdot s^{-1}$).
2. L'accélération a sachant que son expression est $a = \frac{dv}{dt}$
3. La force mécanique F produit de la masse par l'accélération: $F = m \cdot a$

EXERCICE 1.2:

La loi de la gravitation universelle, formulée par Newton, définit la force de gravitation entre deux corps A et B , respectivement de masse m_A et m_B , leurs centres de gravité étant séparés d'une distance d . La valeur de cette force de gravitation exercée par A sur B est la même que celle exercée par B sur A et s'exprime par la formule suivante:

$$F_{A/B} = F_{B/A} = \frac{G \cdot m_A \cdot m_B}{d^2}$$

Quelle est la dimension de la constante de gravitation universelle G ?

EXERCICE 1.3:

La pression qu'exerce une force F sur une surface S est définie par: $P = \frac{F}{S}$.

1. La pression P s'exprime en *Pascal* (Pa). Quelle est la dimension de P ?
2. Dédurre la dimension de la constante R des gaz parfait à partir de l'équation d'état des gaz parfaits : $P \cdot V = n \cdot R \cdot T$

où P la pression du gaz parfait, V son volume en *mètre cube* (m^3), n sa quantité de matière en *moles* (mol) et T sa température absolue en *Kelvin* (K).

EXERCICE 1.4:

1. La force de Stokes $F_R = 6\pi \cdot \eta \cdot r \cdot v$ est une force de frottement qui s'exerce sur une sphère de rayon r de vitesse v dans un fluide visqueux de coefficient de viscosité dynamique η .

Déterminer l'équation aux dimensions du coefficient η .

2. Pour mesurer la viscosité η d'un fluide, on utilise un viscosimètre à bille. La viscosité se calcule à partir de l'expression:

$$\eta = K(\rho - \rho_f)t$$

où K est la constante d'étalonnage du viscosimètre, η est la viscosité dynamique, ρ est la masse volumique de la bille, ρ_f est la masse volumique du fluide et t est le temps de chute de la bille entre deux repères distants de L .

Déterminer l'équation aux dimensions de K .

EXERCICE 1.5:

1. Etablir l'équation aux dimensions de l'énergie à partir de l'expression de l'énergie cinétique d'un corps de masse m et de vitesse v :

$$E_C = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

2. Dédurre l'équation aux dimensions de la constante de Boltzmann k_B sachant que l'énergie thermique E d'une molécule est reliée à la température absolue T du milieu par la relation:

$$E = \frac{3}{2} k_B \cdot T$$

EXERCICE 1.6:

L'énergie calorifique E dégagée par un conducteur de résistance R (en *Ohm* Ω) traversé par un courant d'intensité constante I (en *Ampère* A) pendant un temps t (en *seconde* s) est donnée par la loi de Joule:

$$E = R \cdot I^2 \cdot t$$

1. Quelle est la dimension de la résistance R .
2. La tension U_R (en *Volt* V) aux bornes de cette résistance est d'après la loi d'Ohm:

$$U_R = R \cdot I$$

Quelle est la dimension de la tension U_R ?

3. Quelle est la dimension de la puissance électrique P (en *Watt* W) sachant que $P = \frac{E}{t}$.
4. L'énergie E_C emmagasinée dans un condensateur s'exprime par la relation:

$$E_C = \frac{1}{2} C U_C^2$$

où C est la capacité du condensateur (en *Farad* F) et U_C sa tension. Quelle est la dimension de C .

5. La charge q d'un condensateur est proportionnelle à sa tension U_C selon l'équation:

$$q = C \cdot U_C$$

L'unité de q est le Coulomb C , quelle est sa dimension.

6. La tension U_C (en *Volt* V) aux borne d'un condensateur dans un circuit comprenant un dipôle RC et alimenté par un générateur de force électromotrice E (en *Volt* V) s'exprime par la relation:

$$U_C = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

Vérifier l'homogénéité de cette équation.

EXERCICE 1.7:

La fréquence d'une onde électromagnétique ν est définie par la relation: $\nu = \frac{1}{T}$

L'énergie E de cette onde a pour expression: $E = h \cdot \nu$

où h est la constante de Planck. Quelle est la dimension de h ?

EXERCICE 1.8:

Une particule de charge q se déplaçant à la vitesse \vec{v} dans un champ magnétique \vec{B} , subit une force magnétique \vec{F} de module: $F = q \cdot v \cdot B \cdot \sin \theta$

où θ est l'angle entre les vecteurs \vec{v} et \vec{B} .

L'unité de B est le *Tesla*. Quelle est la dimension de B ?

EXERCICE 1.9:

Pour les petites oscillations, la période d'oscillation T d'un pendule simple dépend de sa longueur l et du champ de pesanteur g . Parmi les formules suivantes, une seule représente la période d'un pendule simple:

a. $T = 2\pi \sqrt{\frac{g}{l}}$

b. $T = 2\pi \sqrt{g \cdot l}$

c. $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$

Vérifier l'homogénéité de ces trois formules et déduire l'expression exacte de T .

SÉRIE N°2

CALCUL DES INCERTITUDES ABSOLUE ET RELATIVE

RAPPEL

2.1 INCERTITUDE ABSOLUE:

L'incertitude absolue Δx d'une grandeur mesurée ou calculée x est l'erreur maximale que l'on peut commettre en évaluant x . L'unité de l'incertitude absolue est l'unité de la grandeur x . Les erreurs de la grandeur x sont aléatoires ou systématiques (méthode de mesure, instrumentales, expérimentateur).

2.2 INCERTITUDE RELATIVE:

Pour estimer l'importance de l'erreur commise dans la mesure d'une grandeur x , on calcule l'incertitude relative $\frac{\Delta x}{x}$. Multiplier par 100%, l'incertitude relative nous fournit en % la précision de notre mesure.

2.3 CALCUL DE L'INCERTITUDE ABSOLUE:

Pour calculer l'incertitude absolue d'une grandeur physique $f(x; y; z; \dots)$ qui dépend des variables mesurables x, y, z, \dots , on utilise la méthode différentielle en suivant les étapes suivantes:

- On calcule les dérivées partielles $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z} \dots$
- On écrit la différentielle df en fonction de ces dérivées partielles:
$$df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz + \dots$$
- On approxime la différentielle df à son incertitude absolue Δf : $df = \Delta f$. De même que pour les différentielles des variables $dx = \Delta x, dy = \Delta y, \dots$
- On calcule l'incertitude absolue Δf à partir de l'expression:
$$\Delta f = \left| \frac{\partial f}{\partial x} \right| \Delta x + \left| \frac{\partial f}{\partial y} \right| \Delta y + \left| \frac{\partial f}{\partial z} \right| \Delta z + \dots$$
- On peut alors utiliser l'incertitude absolue Δf pour calculer l'incertitude relative $\frac{\Delta f}{f}$.

2.4 CALCUL DE L'INCERTITUDE RELATIVE:

Pour calculer l'incertitude relative d'une grandeur physique $f(x; y; z; \dots)$ on utilise la méthode de la différentielle logarithmique en suivant les étapes suivantes:

- On écrit le logarithme $\ln f$ en fonction des logarithmes des variables $\ln x, \ln y, \ln z \dots$
- On calcule la différentielle $d(\ln f)$ en fonction des différentielles $d(\ln x), d(\ln y), d(\ln z) \dots$
- Sachant que par exemple: $d \ln f = \frac{df}{f}$, on remplace les différentielles logarithmiques par les différentielles: $\frac{df}{f}, \frac{dx}{x}, \frac{dy}{y}, \frac{dz}{z} \dots$

- On obtient l'incertitude relative $\frac{\Delta f}{f}$ en remplaçant les différentielles $\frac{df}{f}, \frac{dx}{x}, \frac{dy}{y}, \frac{dz}{z}$... par les incertitudes relatives $\frac{\Delta f}{f}, \frac{\Delta x}{x}, \frac{\Delta y}{y}, \frac{\Delta z}{z}$...
- On peut alors utiliser l'incertitude relative $\frac{\Delta f}{f}$ pour calculer l'incertitude absolue Δf .

ENONCÉS DES EXERCICES

EXERCICE 2.1:

On veut préparer un volume $V = 20 \text{ ml}$ d'une solution diluée de concentration C à partir d'une solution mère étalon de concentration $C_0 = 1 \text{ mol.l}^{-1}$ de précision 0.2 %. Pour cela, on prélève un volume $V_0 = 5 \text{ ml}$ de la solution mère à l'aide d'une pipette jaugée de classe A (incertitude relative = 0,3 %) et on le verse dans une fiole jaugée $V_{fiole} = 20 \text{ ml}$ de classe A (incertitude relative = 0,2 %), puis on complète avec de l'eau distillée jusqu'au trait de jauge. La concentration C est calculée à partir de la relation:

$$C = \frac{C_0 \cdot V_0}{V}$$

1. Calculer l'incertitude relative et absolue sur C en utilisant la méthode de la différenciation logarithmique.
2. Présenter le résultat final sur C .

EXERCICE 2.2:

Un fil électrique en cuivre de rayon r , de longueur l et de résistance électrique R . La résistivité ρ du cuivre est calculée à partir de la loi: $\rho = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot R}{l}$.

Les résultats de mesure sur r , l et R nous donnent:

$$r = (0,20 \pm 0,01) \text{ mm}, l = (2.100 \pm 0,001) \text{ m} \text{ et } R = (0,446 \pm 0,002) \Omega$$

1. Calculer l'incertitude relative et absolue sur ρ .
2. Présenter le résultat final sur ρ .

EXERCICE 2.3:

Pour calculer l'indice de réfraction n d'un milieu transparent, on envoie un rayon lumineux incident sur la surface séparant l'air de ce milieu. Pour un angle d'incidence i , on mesure l'angle de réfraction r du rayon réfracté dans le milieu. L'indice n est calculé à partir de la relation:

$$n = \frac{\sin i}{\sin r}$$

1. Calculer l'incertitude absolue sur n en fonction de i , r et des incertitudes Δi et Δr par la méthode des dérivées partielles. En déduire l'incertitude relative sur n .
2. Calculer l'incertitude relative sur n en fonction de i , r et des incertitudes Δi et Δr par la méthode de la différentielle logarithmique. En déduire l'incertitude absolue sur n .
3. Comparer les résultats des deux méthodes.
4. Calculer les incertitudes absolue et relative sur n pour $i = 50^\circ$, $r = 24^\circ$ et pour une incertitude sur la mesure des angles de $2'$. Présenter le résultat de la mesure de n .

SÉRIE N°3

LOIS DE SNELL-DESCARTES

RAPPEL

3.1 INDICE DE RÉTRACTION n :

Lorsqu'un rayon lumineux traverse un corps transparent, sa vitesse diminue suivant la nature du milieu traversé. On appelle indice de réfraction n du milieu traversé le rapport de la célérité de la lumière c sur la vitesse v du rayon lumineux dans ce milieu: $n = \frac{c}{v}$

On approxime l'indice de réfraction de l'air à l'unité.

3.2 DIOPTRES ET MIROIRS:

Un dioptre est une surface séparant deux milieux transparents d'indices de réfraction n_1 et n_2 différents.

Un miroir est une surface polie et réfléchissante.

3.3 COMPORTEMENT D'UN RAYON LUMINEUX ARRIVANT SUR UN DIOPTRE:

Lorsqu'un rayon lumineux arrive sur un dioptre séparant deux milieux d'indices de réfraction n_1 et n_2 , trois phénomènes peuvent s'observer: la réflexion, la réfraction et la diffusion (Figure 1).

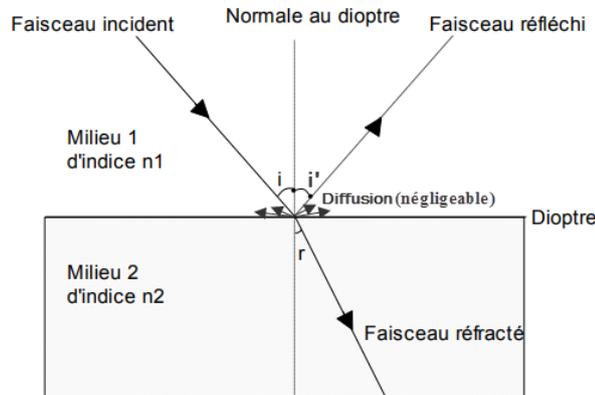


Figure 1: Comportement de la lumière sur un dioptre plan

3.4 LOIS DE SNELL-DESCARTES:

3.4.1 LOIS DE LA RÉFLEXION:

Le rayon incident, le rayon réfléchi et la normale au dioptre se trouvent dans le même plan.

L'angle de réflexion i' est égale à l'angle d'incidence i : $i = i'$.

3.4.2 LOIS DE LA RÉFRACTION:

Le rayon incident, le rayon réfracté et la normale se trouvent dans le même plan.

L'angle d'incidence i , l'angle de réfraction r et les indices de réfraction n_1 et n_2 des deux milieux vérifient la loi de Snell-Descartes: $n_1 \sin i = n_2 \sin r$.

3.4.3 ANGLE DE RÉFRACTION LIMITE:

Pour un dioptre plan séparant deux milieux où $n_1 > n_2$, l'angle de réfraction limite r_{lim} est atteint pour $i = 90^\circ$. La loi de réfraction s'écrit alors:

$$n_1 = n_2 \sin r_{lim}$$

$$\sin r_{lim} = \frac{n_1}{n_2}$$

$$r_{lim} = \sin^{-1} \frac{n_1}{n_2}$$

3.4.4 REMARQUE:

Lorsque les angles i et r sont très petits, la loi de réfraction devient: $n_1 \cdot i = n_2 \cdot r$
Les angles i et r doivent être en radians. Cette loi est appelée loi de Kepler.

3.5 LE PRISME:

Un prisme d'indice de réfraction n est composé de deux dioptres plans faisant un angle A . Lorsqu'un rayon lumineux traverse la première face d'un prisme au point I sous un angle d'incidence i , il subit une double réfraction et sort par sa deuxième face au point I' sous un angle i' (Figure 2). Les angles à l'intérieur du prisme sont r et r' . D est la déviation du rayon incident provoquée par le prisme.

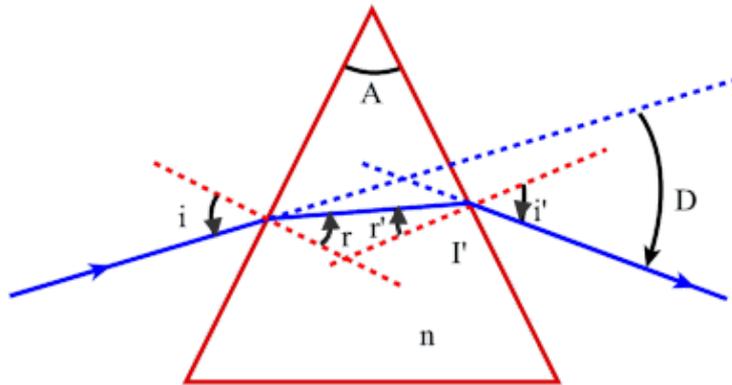


Figure 2: Trajet d'un rayon lumineux traversant un prisme

Les lois de réfraction en I et I' s'écrivent respectivement:

$$\sin i = n \sin r \text{ et } \sin i' = n \sin r'$$

Géométriquement: $A = r + r'$ et $D = i + i' - A$

3.6 MESURE DE L'INDICE DE RÉFRACTION D'UN PRISME:

Il suffit de déterminer expérimentalement la déviation minimale D_m , l'indice de réfraction n se calcule par la relation:

$$n = \frac{\sin\left[\frac{D_m + A}{2}\right]}{\sin\frac{A}{2}}$$

La déviation est minimale pour: $r = r' = \frac{A}{2}$

ENONCÉS DES EXERCICES

EXERCICE 3.1:

Un dioptre plan sépare l'air d'un milieu d'indice n . Un faisceau lumineux monochromatique arrive sur ce dioptre avec un angle d'incidence i . Une partie du faisceau est réfléchi et l'autre partie est réfractée.

1. Pour une incidence rasante ($i = 90^\circ$), l'angle de réfraction atteint la valeur limite $r_{lim} = 43^\circ$.
Calculer l'indice de réfraction n de ce milieu. L'indice de l'air étant égal à 1.
2. Pour quelle valeur de l'angle d'incidence i le rayon réfracté est-il perpendiculaire au rayon réfléchi (appelé Incidence de Brewster)?

EXERCICE 3.2:

Un rayon lumineux est constitué de la superposition de trois couleurs: violette, jaune et rouge. Ce rayon se propage dans un verre dont les indices de réfraction pour les radiations violette, jaune et rouge sont respectivement $n_v = 1.530$, $n_j = 1.517$ et $n_r = 1.513$. Le rayon arrive sur le dioptre plan séparant le verre avec l'air.

1. Calculer les angles d'incidences limites pour les couleurs violette, jaune et rouge sur le dioptre séparant le verre de l'air. L'indice de l'air étant égal à 1.
2. Quelles couleurs observe-t-on dans l'air si le rayon arrive sur le dioptre sous un angle d'incidence $i = 38^\circ$?
3. Même question si l'angle d'incidence $i = 41.3^\circ$.
4. A quoi ce montage peut-il être utiliser?

EXERCICE 3.3:

Une lame de verre à faces parallèles d'indice n et d'épaisseur e est plongée dans l'air. Cette lame est assimilée à l'association de deux dioptres plans parallèles D_1 et D_2 . D_1 sépare l'air du verre, D_2 sépare le verre de l'air.

1. Faire un schéma du trajet optique d'un rayon incident sur D_1 sous un angle d'incidence i et émergent de D_2 sous un angle i' . On notera r l'angle de réfraction de D_1 .
2. Montrer que le rayon émergent de D_2 est parallèle au rayon incident sur D_1 .
3. Montrer que le rayon incident sur D_1 subit à sa sortie de D_2 un simple déplacement de distance $d = e \cdot \frac{\sin(i-r)}{\cos r}$.
4. Montrer que dans les conditions de Gauss, l'image A' d'un objet A est déplacé dans le sens du rayon incident sur D_1 d'une distance $AA' = e(1 - \frac{1}{n})$.
5. Calculer AA' pour une vitre d'indice $n = 1.55$ et d'épaisseur 1.5 mm . Conclusion?

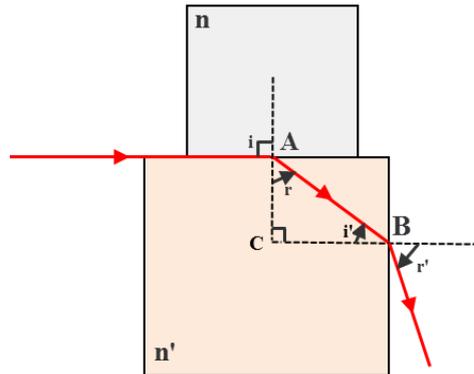
EXERCICE 3.4:

Une personne, de taille H , veut placer un miroir plan sur un mûr, ses yeux sont à une hauteur h du sol.

1. Quelles doivent être la distance minimale d et la hauteur minimale h' du miroir pour lui permettre de voir entièrement son image. Montrer que d et h' sont indépendantes de la distance entre cette personne et le miroir.
2. Calculer d et h' pour $H = 180 \text{ cm}$ et $h = 170 \text{ cm}$.

EXERCICE 3.5:

Pour mesurer l'indice de réfraction d'un verre n , on taille dans ce verre un cube que l'on place sur un autre cube en verre d'indice de réfraction connu $n' = 1.6238$ (figure ci-dessous). On envoie un faisceau lumineux monochromatique sous une incidence rasante sur la surface de séparation entre les deux cubes en A , et on mesure l'angle d'émergence r' dans l'air en B .

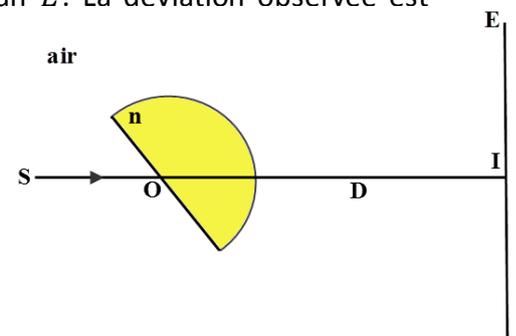


1. Ecrire les lois de Snell-Descartes pour les réfractions en A et B .
2. En déduire l'expression de n^2 en fonction de n' et r' .
3. Calculer l'indice de réfraction sachant que $r' = 33.8^\circ$.
4. Calculer l'incertitude absolue Δn sur n en fonction des incertitudes absolues $\Delta n'$ sur n' et $\Delta r'$ sur r' .
5. Calculer la valeur de Δn sachant que $\Delta n' = 10^{-4}$ et que $\Delta r' = 2'$.

EXERCICE 3.6:

Une source ponctuelle S émet un rayon lumineux monochromatique qui arrive sur la face plane d'un bloc demi-cylindrique, d'indice n , en son centre O avec un angle d'incidence $i = 40^\circ$ (figure ci-dessous). On place un écran E à une distance $D = 1 \text{ m}$ du centre O . Soit H le point d'impact du rayon émergent du bloc sur l'écran E . La déviation observée est $IH = 0.24 \text{ m}$.

1. Tracer la marche du rayon lumineux de S jusqu'à H .
1. Calculer l'angle de réfraction r au point O .
2. Calculer l'indice n de ce bloc.



EXERCICE 3.7:

Un prisme en verre, d'indice $n = 1.5$ est placé dans l'air. Sa base est un triangle équilatéral.

1. Montrer que la déviation est minimale pour $r = r' = \frac{A}{2}$.
2. Calculer l'angle de déviation minimale D_m .

3. On plonge ce prisme dans de l'eau ($n_e = 1.33$); quel est le nouveau angle D'_m de déviation minimale ?

EXERCICE 3.8:

On veut déterminer l'indice de réfraction n d'un verre. Pour cela, on fabrique à l'aide de ce verre un prisme dont la base est un triangle équilatérale. On le place au minimum de déviation. L'angle de déviation minimale D_m mesuré est de 42° .

Calculer son indice de réfraction.

EXERCICE 3.9:

Un prisme d'indice de réfraction n est plongé dans l'air. L'angle A de ce prisme est très petit ($\ll 10^\circ$). Montrer que l'angle de déviation D à travers ce prisme d'un faisceau lumineux incident sur sa face d'entrée sous un angle d'incidence très petit vérifie la relation:

$$D = A(n - 1).$$

EXERCICE 3.10:

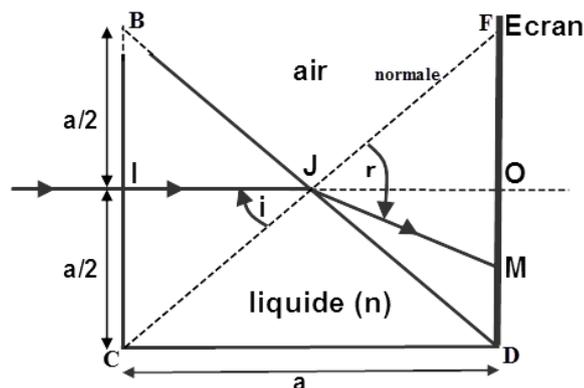
Pour mesurer l'indice de réfraction n d'un liquide, on le verse dans une cuve en verre ayant la forme d'un prisme dont la base est un triangle rectangle isocèle. On pose le prisme horizontalement sur son arête de longueur a (figure ci-dessous). On place verticalement un écran E à la distance a de la face d'entrée du prisme. Un faisceau lumineux monochromatique arrive sur la face verticale de la cuve au point I à la hauteur $\frac{a}{2}$. Le rayon émerge de l'hypoténuse du prisme et rencontre l'écran E en un point A dont la position $OA = y$.

1. Calculer l'angle d'incidence i en J sur la face séparant le liquide de l'air. On néglige l'effet des parois en verre sur la propagation du faisceau lumineux.
2. Montrer que pour qu'il y est émergence du faisceau en J , il faut que l'indice de réfraction n vérifie la condition aux limites: $n \leq \sqrt{2}$
3. Montrer que l'expression de l'indice n vérifie dans le cas de l'émergence la relation:

$$n = \sqrt{2} \cdot \sin\left(i + \tan^{-1} \frac{2y}{a}\right)$$

4. Pour un prisme d'arête $a = 20 \text{ cm}$ on mesure $y = 6.6 \text{ cm}$, calculer n .
5. Le liquide est un alcool. Déterminer cet alcool parmi les alcools cités dans le tableau ci-dessous:

alcool	Méthanol	Ethanol	Propan-1-ol
Indice n	1.329	1.359	1.385



DIOPTRES, MIROIRS SPHÉRIQUES ET LENTILLES MINCES DANS L'APPROXIMATION DE GAUSS

RAPPEL

Dans ce qui suit, nous considérons seulement les systèmes optiques sphériques dont les centres sont sur leurs axes optiques séparant des milieux homogènes.

Nous étudierons ces systèmes dans l'approximation de Gauss où tous les rayons lumineux qui traversent ces systèmes font avec leurs axes optiques des angles faibles. La loi de réfraction s'écrit alors: $n_1 \cdot i = n_2 \cdot r$

4.1 DIOPTRE SPHÉRIQUE:

Un dioptre sphérique est une surface sphérique de centre C , séparant deux milieux homogènes d'indices de réfraction n_1 et n_2 (Figure 1). S est le sommet du dioptre.

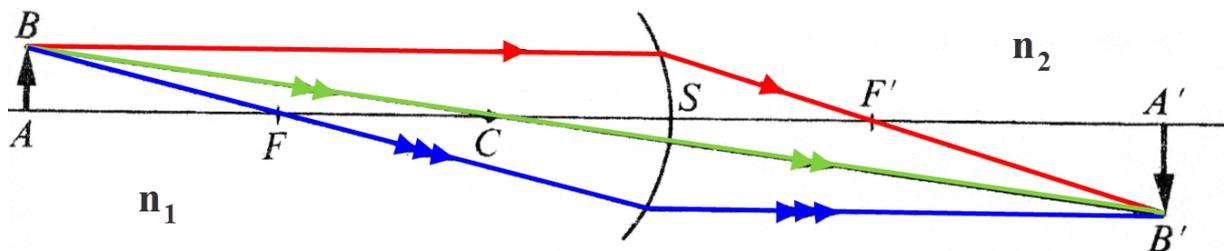


Figure 1: Construction d'une image à travers un dioptre sphérique pour $n_1 > n_2$

- La relation de conjugaison pour le dioptre sphérique est donnée par:

$$\frac{n_2}{\overline{SA'}} - \frac{n_1}{\overline{SA}} = \frac{(n_2 - n_1)}{\overline{SC}}$$

- Le grandissement γ d'un dioptre sphérique:

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{n_1 \overline{SA'}}{n_2 \overline{SA}}$$

- Les distances focales \overline{SF} et $\overline{SF'}$ ont pour expressions:

$$\overline{SF} = \frac{n_1}{(n_1 - n_2)} \overline{SC}$$

$$\overline{SF'} = \frac{n_2}{(n_2 - n_1)} \overline{SC}$$

CAS DU DIOTRE PLAN:

Pour un dioptre plan séparant deux milieux homogènes d'indices de réfraction n_1 et n_2 : $\overline{SC} = \infty$.

La relation de conjugaison s'écrit alors:

$$\frac{n_1}{\overline{SA}} = \frac{n_2}{\overline{SA'}}$$

Le grandissement γ dans ce cas est:

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{n_1 \overline{SA'}}{n_2 \overline{SA}} = 1$$

L'image $A'B'$ a la même taille que l'objet AB .

4.2 MIROIR SPHÉRIQUE:

Un miroir sphérique est une surface sphérique réfléchissante de centre C , de sommet S et de rayon de courbure R . Il existe deux types de miroirs sphériques: concave ($\overline{SC} < 0$) et convexe ($\overline{SC} > 0$) (Figure 2).

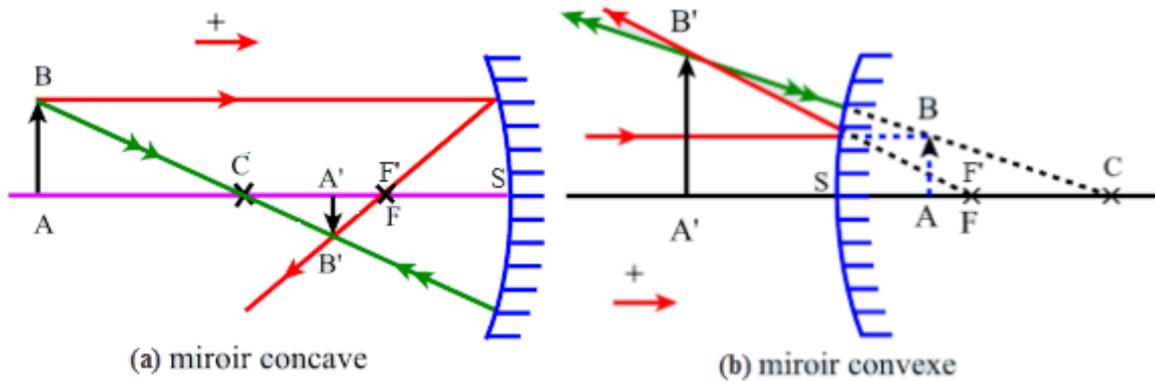


Figure 2: Construction géométrique de l'image d'un objet AB à travers un miroir sphérique: (a) concave (b) convexe.

- La relation de conjugaison pour un miroir sphérique:

$$\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}}$$

- Le grandissement γ d'un miroir sphérique:

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

- Les distances focales \overline{SF} et $\overline{SF'}$ ont pour expressions:

$$\overline{SF} = \overline{SF'} = \frac{\overline{SC}}{2}$$

4.3 LENTILLES MINCES:

Une lentille est un milieu transparent d'indice de réfraction n et limité par deux dioptries qui peuvent être sphériques ou l'un est sphérique et l'autre plan (Figure 3). Elle est dite mince si son diamètre est très grand devant son épaisseur. Le point O est son centre optique.

Il existe deux types de lentilles:

- Lentille convergente de distance focale $\overline{OF'} > 0$.

- Lentille divergente de distance focale $\overline{OF'} < 0$.

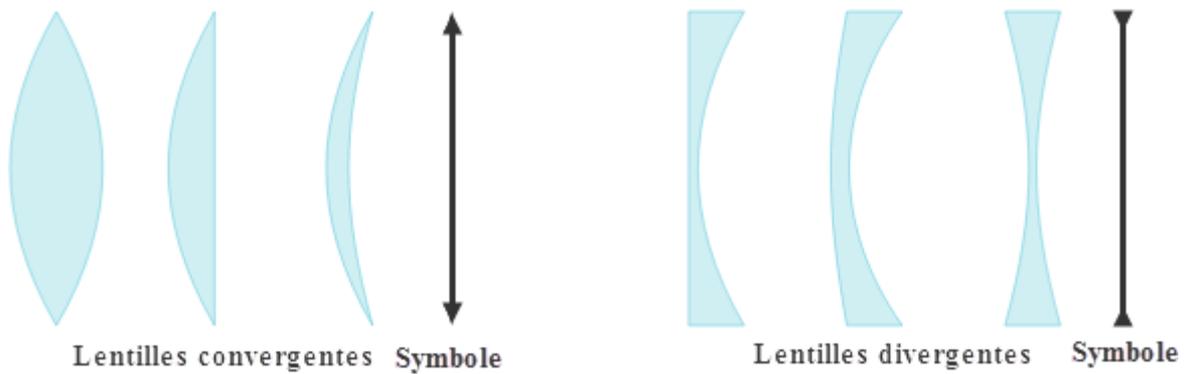


Figure 3: Les six catégories de lentilles minces

La figure 4 présente la construction géométrique d'un objet réel à travers une lentille mince.

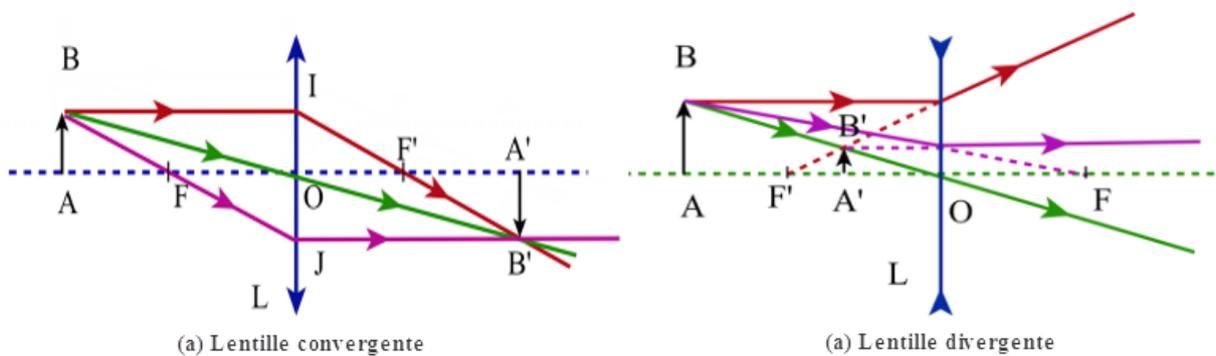


Figure 4: construction géométrique d'un objet réel AB à travers:
 (a) une lentille convergente (b) une lentille divergente.

- La relation de conjugaison pour une lentille mince:

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

- L'agrandissement γ de la lentille se calcule par la relation:

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

La vergence V d'une lentille est l'inverse de la valeur algébrique de sa distance focale image $\overline{OF'}$. Son unité est la dioptrie (δ):

$$V = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

- Des lentilles minces accolées équivalent à une seule lentille de vergence V_{eq} égale à la somme algébrique de ces lentilles:

$$V_{eq} = \sum_{i=1}^n V_i$$

ENONCÉS DES EXERCICES

EXERCICE 4.1:

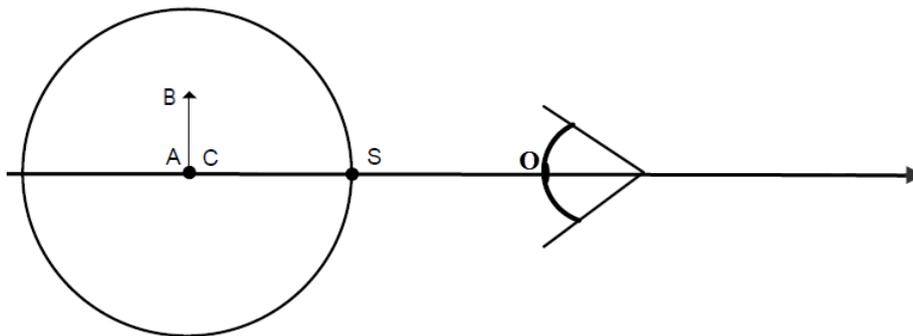
Un dioptre sphérique de sommet S et de rayon 40 cm sépare l'air du verre d'indice $n = 1.48$. Son centre C se trouve dans le verre.

1. Déterminer les distances focales objet et image de cette lentille.
2. Déterminer la position et le grandissement de l'image A' d'un objet réel se trouvant à 30 cm du sommet S .
3. Déterminer la position et le grandissement de l'image A' d'un objet virtuel se trouvant à 30 cm du sommet S .

EXERCICE 4.2:

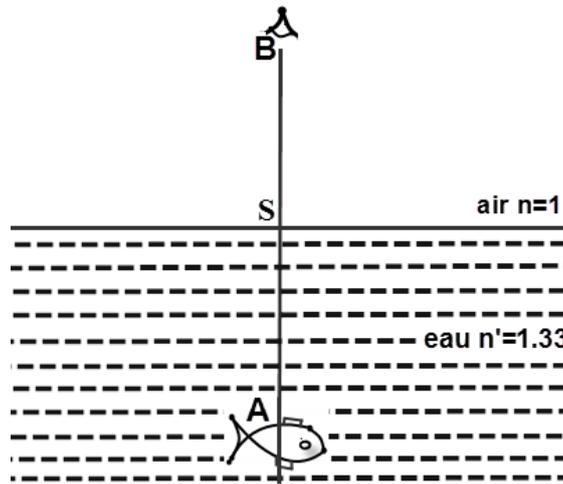
On considère un aquarium sphérique, rempli d'eau, de centre C et de rayon $R = 40\text{ cm}$. Un poisson de petite taille AB se positionne au centre C de l'aquarium. Un observateur, placé dans l'air, le regarde en se plaçant au point O comme indiqué sur la figure. L'indice de l'eau est 1.33 , celui de l'air est égal à 1 . On désigne par $A'B'$ l'image du poisson AB placé en C . On néglige l'effet dû aux parois en verre de l'aquarium sur la propagation du faisceau de lumière.

1. Etablir la position de A' . Dans quel plan se forme l'image ? Identifier ce plan sur la figure.
2. Etablir l'expression donnant la position du foyer image F' . Placer ce point sur la figure.
3. Confirmer par construction optique, la position de l'image $A'B'$. Cette image est-elle virtuelle ou réelle ?
4. Calculer le grandissement γ' du poisson. Le poisson sera-t-il réduit ou agrandi ? Droit ou renversé ?



EXERCICE 4.3:

Dans sa barque, un pêcheur observe verticalement un poisson situé au point A à 80 cm au dessous de la surface de l'eau. Les yeux du pêcheur sont au point B à 50 cm au dessus de l'eau. L'indice de réfraction de l'eau de la rivière est $n' = 1.33$. L'indice de l'air est égal à $n = 1$.



1. A quelle distance le pêcheur voit-il le poisson?
2. A quelle distance le poisson voit-il le pêcheur?

EXERCICE 4.4:

On place un petit objet réel AB à 250 cm devant un miroir concave de rayon 125 cm .

1. Trouver la position $A'B'$ de son image ainsi que le grandissement γ .
2. Quelle est la position de l'image et le grandissement dans le cas où l'objet AB était virtuel et placé à 100 cm ?

EXERCICE 4.5:

Une personne a son œil placé à 32 cm du creux d'une cuillère qu'on considère comme un miroir sphérique concave. L'image de l'œil sur le miroir est renversée et réduite d'un facteur de 8.

1. Calculer le rayon de courbure de la cuillère.
2. Si on retourne la cuillère, le miroir sphérique devient convexe. Quel sera alors le grandissement de la nouvelle image pour la même distance de 32 cm .

EXERCICE 4.6:

Un objet réel AB , de taille 10 cm , est placé à 20 cm du centre optique d'une lentille convergente de centre optique O et de distance focale 10 cm . L'objet AB est perpendiculaire à l'axe optique de la lentille.

1. Calculer la vergence de cette lentille.
2. Construire l'image $A'B'$ de AB à travers cette lentille. Quelle est graphiquement la position OA' , la nature et la taille de l'image $A'B'$.
3. Retrouver la position OA' , la nature et la taille de l'image $A'B'$ par le calcul.
4. Calculer le grandissement γ de l'objet AB à travers la lentille.
5. Rappeler les conditions de la validation des résultats précédents.

EXERCICE 4.7:

Soit une lentille L_1 de centre optique O_1 et de vergence $V_1 = 20\text{ } \delta$. On place un écran E parallèle à cette lentille à une distance $d = 3\text{ m}$. On veut projeter, à travers cette lentille, une diapositive carrée de 3 cm de côté placée parallèle à cette lentille..

1. Où doit-on placer la diapositive pour obtenir une image nette sur l'écran E ?
2. Quelle est alors la taille de cette image?

3. A la place de la lentille L_1 , on place une autre lentille L_2 de vergence V_2 . Montrer que pour obtenir un très grand grandissement ($|Y| \gg 1$) la vergence V_2 doit vérifier la relation: $V_2 = -\frac{r}{D}$ où D est la distance entre l'objet et son image.
4. Quelle vergence V_2 faut-il choisir pour projeter la diapositive sur l'écran E à une distance de 2.5 m du diapositive et avec un grandissement de l'ordre de -50 ?
5. Où doit-on placer la diapositive par rapport au centre optique O_2 de L_2 ?
6. Quelle est alors la taille de l'image obtenue?

EXERCICE 4.8:

On assimile l'objectif d'un appareil photographique à une lentille convergente L de centre optique O et de vergence 20δ . La lentille est placée à une distance D d'un écran sensible P (la pellicule). Pour obtenir des images nettes d'objets à différentes distances, le photographe effectue la mise au point en déplaçant la lentille selon son axe optique. Le déplacement maximal est de 1 cm .

1. Le photographe effectue la mise au point pour voir un objet très éloigné (à l'infini). Pour quelle distance D peut-il la réaliser? Que représente alors le plan de l'écran P ?
2. Quelle est la distance maximale D_{max} ?
3. Quelle est dans ce cas la distance qui sépare l'objet à photographier de la lentille?
4. Peut-il avec cette appareil photographier un objet distant de 30 cm de la lentille?

SÉRIE N° 5

INSTRUMENTS D'OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE: LA LOUPE ET LE MICROSCOPE OPTIQUE

RAPPEL

5.1 L'OEIL:

• MODÉLISATION DE L'OEIL:

L'œil peut être modélisé à une lentille convergente (ensemble cornée-cristallin) à distance focale OF' variable pour s'accommoder avec la position des objets et former leurs images sur la rétine. La distance entre cette lentille et la rétine est appelé profondeur de l'œil d .

Pour un œil normal ou emmétrope, la distance focale est égale à la profondeur de l'œil. Le point le plus éloigné de vision distincte (le Punctum Remotum PR) est à l'infini. Le point le plus proche de vision distincte (le Punctum Proximum PP) est à la distance minimale $d_m = 25 \text{ cm}$ de la lentille.

On définit l'amplitude d'accommodation A par:

$$A = V_{max} - V_{min}$$

$$V_{max} = \frac{n'}{d} - \frac{1}{\overline{PP}}$$

$$V_{min} = \frac{n'}{d} - \frac{1}{\overline{PR}}$$

$$A = \frac{1}{\overline{PR}} - \frac{1}{\overline{PP}}$$

n' est l'indice de réfraction à l'intérieur de l'œil après le cristallin. d est la distance entre l'ensemble cornée-cristallin et la rétine: $\frac{n'}{d} \approx 59 \delta$. \overline{PP} est la distance entre la lentille et le Punctum Proximum PP . \overline{PR} est la distance entre la lentille et le Punctum Remotum PR .

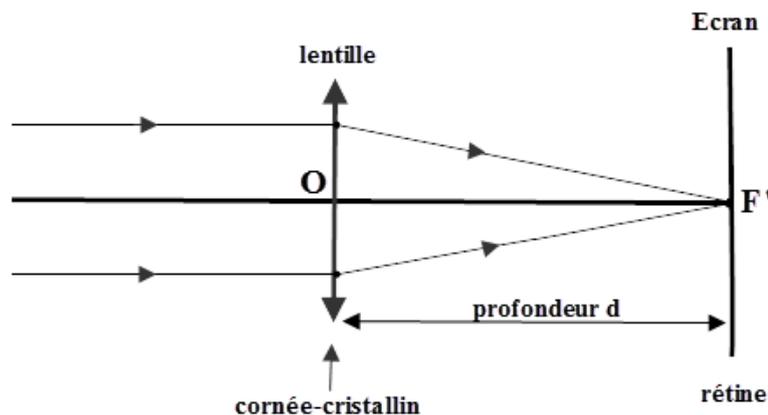


Figure 1: Schéma représentatif d'un œil normal

• DÉFAUTS DE L'OEIL:

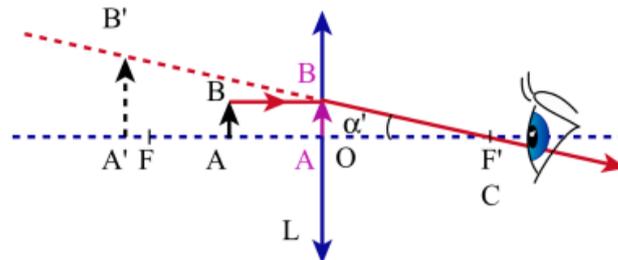
Parmi les défauts de l'œil, ceux dus à des défauts de la réfraction et sont corrigés par des lentilles appropriées, parmi ces défauts:

- La myopie: un œil myope est un œil trop convergent, dans ce cas $OF' < d$ (F' est devant la rétine).

- L'hypermétropie: un œil hypermétrope est un œil pas assez convergent $OF' > d$ (F' est derrière la rétine).
- La presbytie: est la perte du pouvoir d'accommodation avec l'âge.
- L'astigmatisme: la distance focale n'est pas la même dans toutes les directions d'observation.

5.2 LA LOUPE:

La loupe est une lentille convergente permettant d'agrandir un objet AB . Pour cela, AB doit être placé entre le centre optique O et le point focal objet F de la lentille (Figure 1).



http://uel.unisciel.fr/physique/optigeo/optigeo_ch13/res/instfg04.png

Figure 2: Construction de l'image $A'B'$ d'un objet AB à partir d'une loupe.

- La distance algébrique $\overline{OA'}$ de l'image $A'B'$ d'un objet AB se calcule à partir de la relation de conjugaison:

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$
- L'agrandissement γ de la loupe se calcule par la relation:

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$
- La puissance P de la loupe est définie par la relation:

$$P = \frac{\tan \alpha'}{AB}$$

α' est l'angle avec lequel l'observateur voit l'image $A'B'$ (Figure 2). L'unité de P est la dioptrie (δ).
- Le grossissement de la loupe est: $G = \frac{\tan \alpha'}{\tan \alpha}$

α' est l'angle sous lequel on observe l'image $A'B'$.
 α est l'angle sous lequel on observe l'objet AB d'une distance d_m où d_m représente la distance minimale de vision distincte: $d_m = 25 \text{ cm} = 0.25 \text{ m}$
- Relation entre G et P : $G = P \cdot d_m$

5.3 LE MICROSCOPE OPTIQUE:

Le microscope optique se compose de deux lentilles minces convergentes (Figure 3):

- L'objectif de distance focale $O_1F'_1$ de quelques millimètres donne une image réelle A_1B_1 agrandie et renversée de l'objet AB . Le grossissement de l'objectif est défini par:

$$\gamma = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}}$$

- L'oculaire de distance focale O_2F_2' de quelques centimètres fonctionne comme une loupe. Il permet d'observer une image $A'B'$ virtuelle agrandie et rejetée à l'infini de A_1B_1 . Pour cela il faut que l'image A_1B_1 de l'objet AB doit se trouver dans le plan focal objet de l'oculaire. Le point A_1 doit donc se confondre avec le point focal objet F_2 de l'oculaire (Figure 3).

Le grossissement G de l'oculaire est défini par le rapport:

$$G = \frac{\tan \alpha'}{\tan \alpha} = \frac{\frac{A_1B_1}{O_2F_2}}{\frac{A_1B_1}{d_m}} = \frac{d_m}{O_2F_2}$$

- La puissance d'un microscope optique est définie par la relation:

$$P = \frac{\tan \alpha'}{AB} = \frac{\frac{A_1B_1}{O_2F_2}}{AB} = \frac{A_1B_1}{AB} \cdot \frac{1}{O_2F_2} = |\gamma| \cdot \frac{1}{O_2F_2}$$

On démontre aussi que : $P = \frac{\Delta}{O_1F_1' \cdot O_2F_2}$

où $\Delta = F_1'F_2$ représente l'intervalle optique du microscope.

- Le grossissement commercial du microscope optique est défini par la relation:

$$G_C = \frac{\tan \alpha'}{\tan \alpha} = \frac{\frac{A_1B_1}{O_2F_2}}{\frac{AB}{d_m}} = \frac{d_m}{O_2F_2} \cdot \frac{A_1B_1}{AB} = G \cdot |\gamma|$$

Remarque:

$$G_C = \frac{d_m}{O_2F_2} \cdot \frac{A_1B_1}{AB} \text{ et } P = \frac{A_1B_1}{AB} \cdot \frac{1}{O_2F_2} \text{ d'où } G_C = P \cdot d_m$$

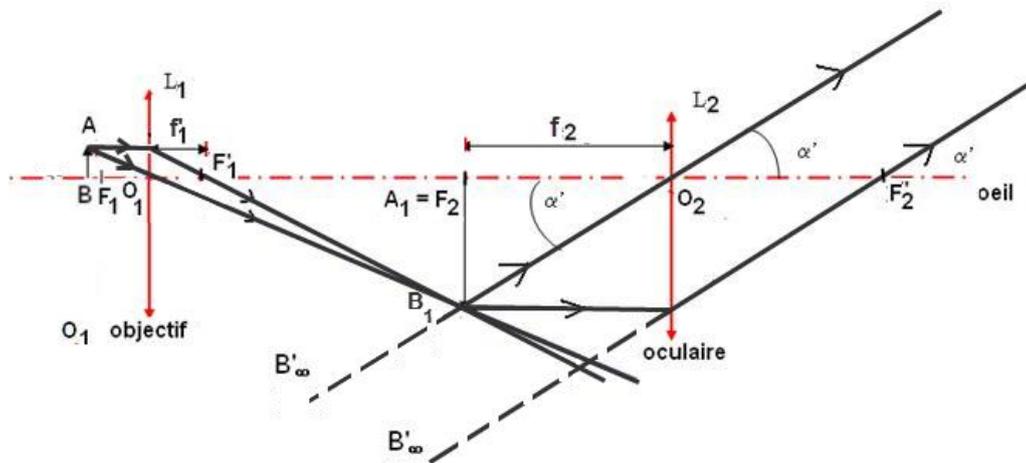


Figure 3: Construction de l'image $A'B'$ d'un objet AB à travers un microscope optique

- L'ouverture numérique (angle maximum sous lequel les rayons issus de l'objet peuvent pénétrer dans le système optique)
- Le pouvoir séparateur est la capacité de distinguer deux points adjacents comme distincts. L'œil a la capacité de distinguer des particules d'un diamètre pouvant atteindre $0.1 \mu m$. Toutefois, elles doivent être séparées entre elles d'une distance d'au moins $5 \mu m$. Le pouvoir séparateur de l'œil est de $5 \mu m$.

ENONCÉS DES EXERCICES

EXERCICE 5.1:

Une personne myope ne peut pas voir nettement les objets plus loin que 2 m et sa distance minimale de vision distincte est de 10 cm .

1. Quel est son amplitude d'accommodation?
2. Quelle doit être la vergence V_1 de la lentille de contact L_1 des verres correcteurs pour qu'il puisse voir des objets à l'infini? En déduire le type de lentille de ces verres correcteurs.
3. Que devient le Punctum Proximum de ces yeux avec le port de ces verres correcteurs?
4. Au lieu de la lentille de contact, on place une lentille L_2 à 2 cm de la cornée. Quelle doit être la vergence V_2 de cette lentille pour maximiser le champ visuel de ces yeux à l'infini.

EXERCICE 5.2:

Une personne hypermétrope a une amplitude d'accommodation de 5δ . Son Punctum Proximum est à 1 m devant lui.

1. Quel est le Punctum Remotum de cette personne?
2. Quel type de lentille de contact L_1 et quelle est sa distance focale, faut-il lui prescrire pour une vision sans accommodation à l'infini.
3. En portant ces verres de contact, calculer son Punctum Proximum?
4. S'il choisit de porter des lunettes à 1 cm de ses yeux, quelle sera la distance focale de ces verres correcteurs pour une vision sans accommodation à l'infini?
5. Que devient le Punctum Proximum de ces yeux avec le port de ces lunettes?

EXERCICE 5.3:

Pour lire un journal à une distance de 25 cm , une personne porte des lunettes dont les verres ont une vergence de $+2\delta$ et sont placés à 2 cm de la cornée. Calculer son Punctum Proximum sans lunettes?

EXERCICE 5.4:

Pour examiner les caractères morphologiques externes d'une mouche tsé-tsé de 10 mm de longueur, on utilise une lentille convergente comme une loupe. La distance focale de cette loupe est $f = 4\text{ cm}$. On place la mouche, supposée un objet AB , perpendiculairement à l'axe optique de la lentille à 3 cm de son centre optique O .

1. Faire la construction géométrique de l'image $A'B'$ obtenue.
2. Donner les caractéristiques de l'image obtenue: sa position, sa taille et sa nature.
3. En utilisant la formule de conjugaison, calculer la position de l'image.
4. Déterminer le grandissement γ de cette loupe.
5. En déduire la taille $A'B'$ de l'image.
6. L'observateur étant placé au foyer image F' de la lentille, calculer l'angle α' avec lequel l'observateur voit l'image $A'B'$.
7. En déduire la puissance P de cette loupe.

- Où faut-il placer l'objet AB pour que l'observateur voit l'objet sans accommodation, expliquer.

EXERCICE 5.5:

Un microscope optique est constitué de deux lentilles minces convergentes:

- l'objectif L_1 de centre optique O_1 , de foyer objet F_1 et de foyer image F'_1 , de distance focale $O_1F'_1 = 10,0 \text{ mm}$.
- l'oculaire L_2 de centre optique O_2 , de foyer objet F_2 et de foyer image F'_2 , de distance focale $O_2F'_2 = 25,0 \text{ mm}$.

Les deux lentilles ont même axe optique et $O_1O_2 = 135,0 \text{ mm}$.

Un objet plan AB perpendiculaire à l'axe optique est placé avant le point focal objet de la lentille L_1 .

Le point A de l'objet appartient à l'axe optique. La lentille L_1 donne de l'objet AB une image intermédiaire A_1B_1 renversée. La lentille L_2 permet d'obtenir l'image définitive A_2B_2 . Pour ne pas fatiguer l'œil, l'image définitive doit se former à l'infini. Pour cela, il faut que l'image A_1B_1 se positionne sur le plan focale objet de l'oculaire.

- Faire un schéma du dispositif de ce microscope, sans respect d'échelle, montrant l'obtention de l'image intermédiaire A_1B_1 à travers l'objectif L_1 et de l'image finale A_2B_2 à l'infini à travers l'oculaire L_2 .
- Démontrer à partir de la relation de conjugaison que l'image intermédiaire A_1B_1 doit nécessairement se former au plan focale objet de l'oculaire pour avoir l'image finale A_2B_2 à l'infini.
- Calculer la position $\overline{O_1A}$ de l'objet.
- En déduire le grandissement γ de l'objectif.
- Démontrer que la puissance P peut s'écrire:

$$P = \frac{\Delta}{O_1F'_1 \cdot O_2F_2}$$

- Calculer la puissance P de ce microscope optique.
- En déduire le grossissement commercial G_C .
- Calculer le grossissement G de l'oculaire.
- Retrouver le grandissement γ de l'objectif calculé à la question 3.

EXERCICE 5.6:

Un microscope optique est constitué d'un objectif de grandissement $\times 100$ et d'un oculaire de grossissement $\times 10$. L'intervalle optique est de 16 cm .

- Calculer le grossissement commercial G_C de ce microscope.
- En déduire sa puissance intrinsèque.
- La taille apparente d'un objet vu avec ce microscope est de 1 cm , quel est sa taille réelle.
- L'œil est capable de distinguer deux points sous un diamètre apparent d'au moins égal à $3.0 \times 10^{-4} \text{ rad}$. Calculer la taille du plus petit objet visible avec ce microscope.

EXERCICE 5.7:

Une lunette astronomique est formée d'un objectif assimilable à une lentille mince

convergente L_1 de centre optique O_1 et de distance focale $\overline{O_1F'_1} = 50 \text{ cm}$, et d'un oculaire assimilable à une lentille mince convergente L_2 de même axe optique que L_1 , de centre optique O_2 et de distance focale $\overline{O_2F'_2} = 2 \text{ cm}$. L'objectif forme d'un objet réel AB situé à l'infini une image intermédiaire A_1B_1 qui sert d'objet à l'oculaire qui en donne une image $A'B'$, image définitive de l'objet AB à travers la lunette. C'est cette image $A'B'$ qui est vue par l'observateur munie de sa lunette. Pour permettre une vision sans accommoder, il faut que l'image définitive $A'B'$ à travers le système optique se forme à l'infini.

1. Pour permettre cette vision sans accommodation, il faut positionner les lentilles à une distance $O_1O_2 = 52 \text{ cm}$, justifier ce choix.
2. Schématiser la marche des rayons lumineux issus de l'objet AB situé à l'infini. Noter sur cette figure l'angle α sous lequel est vu l'objet AB et l'angle α' sous lequel émerge les rayons de cette lunette.
3. Montrer que le grossissement G de la lunette est : $G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\overline{O_1F'_1}}{\overline{O_2F'_2}}$.
4. Calculer le grossissement de ce télescope.

EXERCICE 5.8:

Un doublet est formé de deux lentilles de même axe optique et de centres optiques respectifs O_1 et O_2 : la première L_1 est une lentille convergente de distance focale $O_1F'_1 = 15 \text{ cm}$ et la seconde est une lentille divergente de distance focale $O_2F'_2 = -4 \text{ cm}$. Les deux lentilles sont séparées d'une distance $d = 10 \text{ cm}$. Un objet AB de 40 m de hauteur, perpendiculaire à l'axe optique des deux lentilles est placé à 1.2 km devant la première lentille.

1. Déterminer la position $\overline{O_1A_1}$ et la taille $\overline{A_1B_1}$ de l'image de l'objet AB à travers la lentille convergente L_1 .
2. Déterminer la position et la taille de l'image final $A'B'$ à travers le système des deux lentilles.

EXERCICE 5.9:

Un système optique est formé d'une lentille convergente L de centre optique O et de distance focale $\overline{OF'}$ accolée à un miroir plan M placé perpendiculairement à l'axe optique de la lentille. On place un objet réel AB perpendiculairement à l'axe optique d'une distance OA supérieure à OF' . On désigne par A_1B_1 l'image de AB à travers la lentille, A_2B_2 l'image de A_1B_1 à travers le miroir et $A'B'$ l'image finale du système lentille/miroir.

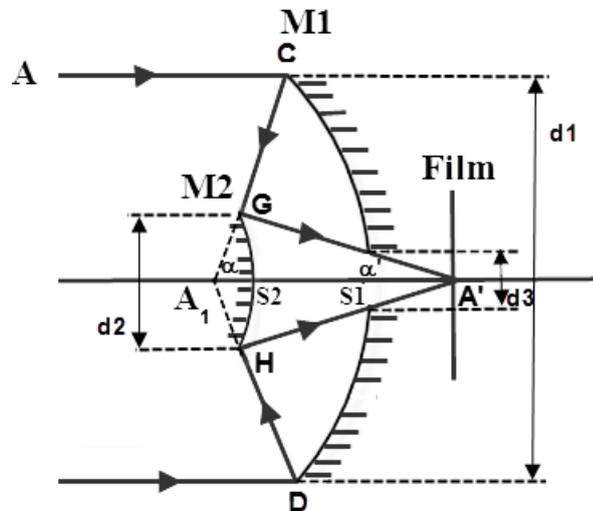
1. Calculer la position $\overline{OA_1}$ de l'image A_1B_1 en fonction de \overline{OA} et $\overline{OF'}$.
2. Calculer la position $\overline{OA_2}$ de l'image A_2B_2 en fonction de \overline{OA} et $\overline{OF'}$.
3. Calculer la position $\overline{OA'}$ de l'image finale $A'B'$ en fonction de \overline{OA} et $\overline{OF'}$.
4. Exprimer la distance $\overline{AA'}$ en fonction de \overline{OA} et $\overline{OF'}$.
5. Calculer le grandissement à travers ce système optique.
6. Montrer que si l'objet se trouve dans le plan focal objet de la lentille, l'image finale $A'B'$ est inversée et se trouve aussi dans le plan focal objet de la lentille.
7. Dans ce cas, calculer la vergence de cette lentille pour $\overline{OA} = 10 \text{ cm}$.

EXERCICE 5.10:

Un téléobjectif est un système optique constitué de deux miroirs: un miroir M_1 concave de

centre C_1 , de sommet S_1 , de largeur $d_1 = 10 \text{ cm}$ et de distance focale $\overline{S_1F_1} = -40 \text{ cm}$, et d'un miroir convexe M_2 de centre C_2 , de sommet S_2 , de largeur d_2 et de distance focale $\overline{S_2F_2}$ et dont la face réfléchissante est positionnée selon la figure ci dessous. Le miroir M_1 est percé d'un trou de largeur d_3 en son sommet S_1 . Les deux miroirs sont distantes de $\overline{S_1S_2} = -15 \text{ cm}$. Le système est soumis à l'approximation de Gauss.

1. Calculer le rayon de courbure du miroir M_2 pour que l'image A' d'un objet A placé à l'infini se forme sur le plan d'un film distant de 6 cm à droite de S_1 .
2. On veut que tous les rayons réfléchis par M_1 soient collectés de nouveau par M_1 , calculer la largeur d_2 du miroir M_2 pour le réaliser.
3. Calculer la largeur d_3 du trou pour que tous les rayons réfléchies par M_1 puis par M_2 atteignent le film?



SÉRIE N°6

Hydrostatique

Rappel

6.1 PRESSION:

La pression P est la force exercée par unité de surface: $P = \frac{F}{S}$

En unité *SI*: l'unité de P est le Pascal (Pa), la force F est le Newton (N) et la surface S est le m^2 .

Autres unités de la pression:

atmosphère: $1 atm = 1.01325 \times 10^5 Pa$

bar: $1 bar = 10^5 Pa$

mm de Hg (mercure): $1 mm Hg = 133.42 Pa$

EXEMPLE:

Pression d'une colonne d'un fluide de hauteur h et de masse volumique ρ sur sa section circulaire inférieure S :

La pression p est due au poids P de cette colonne.

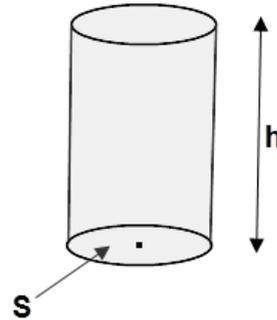
$$p = \frac{P}{S} = \frac{m \cdot g}{S}$$

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow m = \rho \cdot V$$

$$V = S \cdot h$$

$$m = \rho \cdot S \cdot h$$

$$p = \frac{\rho \cdot S \cdot h \cdot g}{S} \rightarrow P = \rho \cdot g \cdot h$$



6.2 RELATION FONDAMENTALE DE L'HYDROSTATIQUE:

Soient deux points M_0 et M dans un fluide, de cotes z_0 et z respectivement, où régissent les pressions p_0 et p . L'équation fondamentale de l'hydrostatique s'écrit:

$$p_0 - p = \rho \cdot g(z - z_0)$$

ρ est la masse volumique du fluide.

6.3 POUSSÉE D'ARCHIMÈDE:

Énoncé: tout corps plongé dans un fluide en équilibre est soumis de la part de celui-ci à une force verticale $\vec{\Pi}$, appelée poussée d'Archimède, dirigée de bas en haut, et égale au poids du volume V de fluide déplacé dont la masse volumique est ρ_f .

$$\Pi = \rho_f \cdot V \cdot g$$

6.4 TENSION SUPERFICIELLE:

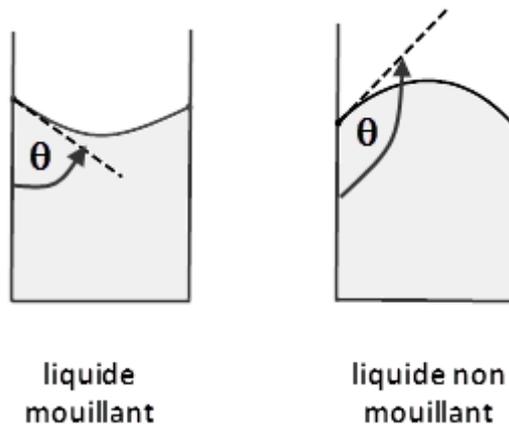
La tension superficielle γ représente le coefficient de proportionnalité entre l'énergie de surface E_S limitant deux milieux différents et l'aire S :

$$\gamma = \frac{E_S}{S}$$

γ est en $N \cdot m^{-1}$ ou $J \cdot m^{-2}$.

6.5 ANGLE DE CONTACT LIQUIDE/SOLIDE:

La surface libre d'un liquide au contact d'une paroi (verre par exemple) forme le ménisque. Pour un liquide mouillant (eau par exemple) le ménisque est concave, pour un liquide non mouillant (le mercure par exemple) la surface est convexe. L'angle de contact ou angle de raccordement est l'angle formé entre la paroi et la tangente à la surface du liquide au point de raccordement entre le liquide et la paroi.



Pour un liquide mouillant $\theta < 90^\circ$

Pour un liquide non mouillant $\theta > 90^\circ$

Un liquide est parfaitement mouillant si $\theta = 0^\circ$.

6.6 LOI DE LAPLACE:

La différence de pression Δp entre deux milieux non miscibles séparés par une interface de tension superficielle γ , est donnée par:

$$\Delta p = \gamma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

R_1 et R_2 sont les rayons de courbure principaux de l'interface au point considéré. Ces rayons sont définis positifs quand le rayon de courbure est du côté du milieu 1.

Dans le cas d'une interface sphérique, ces deux rayons de courbure s'identifient au rayon R de la sphère. La loi de Laplace devient:

$$\Delta p = \frac{2\gamma}{R}$$

6.7 LOI DE JURIN:

Lorsqu'on plonge un tube capillaire fin, ouvert aux deux extrémités, dans un liquide, mouillant ($\theta < 90^\circ$) celui-ci monte à une hauteur h . Si le liquide est non mouillant ($\theta > 90^\circ$) il descend dans le tube d'une hauteur h .

La loi de Jurin calcule la hauteur de montée ou de dépression du liquide dans le tube capillaire par l'expression:

$$h = \frac{2\gamma \cdot \cos \theta}{r \cdot \rho \cdot g}$$

γ : tension superficielle du liquide (en $N \cdot m^{-1}$)

θ : angle de contact liquide/solide (en degré °)

r : rayon intérieur du tube (en m)

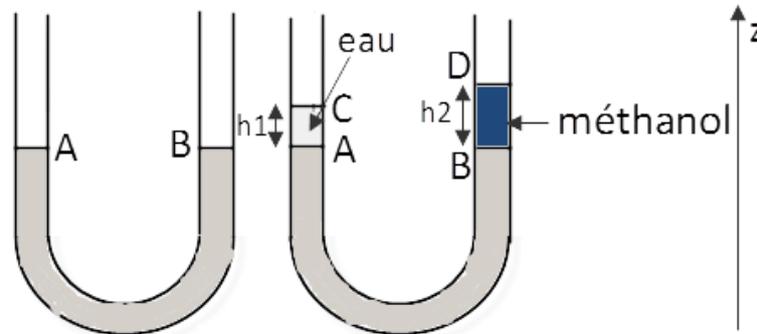
ρ : masse volumique du liquide (en $kg.m^{-3}$)

g : intensité de la pesanteur (en $m.s^{-2}$)

ENONCÉS DES EXERCICES

EXERCICE 6.1:

Pour déterminer la masse volumique $\rho_{\text{méthanol}}$ de l'éthanol, on introduit de la glycérine dans un tube en U. Dans la branche de gauche, on verse sur une hauteur $h_1 = 10 \text{ cm}$ de l'eau de masse volumique $\rho_{\text{eau}} = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$, ce qui provoque une dénivellation entre les points A et B. Pour ramener les points A et B à la même hauteur, on verse du méthanol sur une hauteur $h_2 = 12.5 \text{ cm}$ (schéma).



1. Écrire la relation fondamentale de l'hydrostatique pour les trois fluides.
2. En déduire la masse volumique $\rho_{\text{méthanol}}$ du méthanol.

EXERCICE 6.2:

Une sphère creuse en acier de masse volumique $\rho_{\text{acier}} = 7600 \text{ kg.m}^{-3}$ et de rayon $r = 20 \text{ cm}$ et d'épaisseur $e = 5 \text{ mm}$.

1. Déterminer le poids de cette sphère.
2. Déterminer la poussée d'Archimède qui s'exercera sur cette sphère si elle était totalement immergée dans l'eau.
3. Cette sphère pourrait-elle flotter à la surface de l'eau?
4. Si oui, quelle est alors la fraction de son volume immergé?

EXERCICE 6.3:

On introduit un tube capillaire très fin de rayon r dans une cuve remplie d'eau.

1. Quelle phénomène observe t'on? Expliquer le phénomène.
2. Démontrer la loi de Jurin; la hauteur h en fonction de la tension superficielle γ , de l'angle de contact θ , du rayon r du tube capillaire, de la masse volumique ρ de l'eau et de l'accélération g de la pesanteur.
3. En supposant que la sève brute est parfaitement mouillante et possède les mêmes propriétés que l'eau : $\rho = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ et $\gamma = 73 \times 10^{-3} \text{ N.m}^{-1}$, calculer la hauteur d'ascension de la sève dans les canaux de xylème de rayon $r = 25 \mu\text{m}$.

Donnée: $g = 9.81 \text{ m.s}^{-2}$

SÉRIE N° 7

HYDRODYNAMIQUE

RAPPEL

7.1 L'HYDRODYNAMIQUE:

L'hydrodynamique est l'étude des fluides en mouvement.

En hydrodynamique on distingue deux types de liquides:

- Le liquide parfait où on suppose que les interactions internes sont nulles (frottement négligé). Le liquide est incompressible, son écoulement est stationnaire.
- Le liquide réel où les frottements internes de frottement ne sont pas négligés.

La trajectoire d'une particule dans un liquide est appelée ligne de courant. La vitesse de la particule est tangente en chaque point de cette ligne.

7.2 ÉQUATION DE CONTINUITÉ:

Pour un liquide parfait: $Q_v = S \cdot v = \text{constante}$

où Q_v est le débit volumique à travers une section S et v est le module du vecteur vitesse de la particule à travers cette section.

7.3 NOTION DE CHARGE:

La charge C dans un point d'une ligne de courant est définie par:

$$C = P + \rho \cdot g \cdot z + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2$$

P est la pression au point considéré (en Pa), ρ est la masse volumique du liquide (en $kg \cdot m^{-3}$), g est l'accélération de la pesanteur (en $m \cdot s^{-2}$) et z l'altitude du point considéré (en m).

7.4 THÉORÈME DE BERNOULLI:

Dans un liquide parfait incompressible en écoulement permanent la charge C dans une ligne de courant est constante. L'équation de Bernoulli est alors:

$$P + \rho \cdot g \cdot z + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 = \text{constante}$$

7.5 VISCOSITÉ:

D'après Newton, la force de frottement f qu'exerce une lame de surface S d'un liquide sur une autre est:

$$f = \eta \cdot S \cdot \left(\frac{\Delta v}{\Delta x}\right)$$

$$\frac{f}{S} = \eta \cdot \left(\frac{\Delta v}{\Delta x}\right)$$

η est la viscosité dynamique [en $Pa \cdot s$ ou en *Poiseuille (Pl)*]

$\frac{\Delta v}{\Delta x}$ est le taux de cisaillement représentant le gradient de vitesse entre les deux lames.

Pour un liquide Newtonien η est indépendante du taux de cisaillement $\frac{\Delta v}{\Delta x}$.

Pour un liquide non Newtonien η est dépendante de $\frac{\Delta v}{\Delta x}$.

La viscosité cinématique ν (en $m^2 \cdot s^{-1}$) est définie par: $\nu = \frac{\eta}{\rho}$

Il existe plusieurs appareils de mesure de la viscosité dynamique parmi lesquelles le viscosimètre capillaire.

7.6 RÉGIMES D'ÉCOULEMENT:

- Régime laminaire: lorsque le débit d'écoulement est faible. Les vitesses d'écoulement sont parallèles.
- Régime turbulent: lorsque le débit d'écoulement est fort. Les vitesses d'écoulement sont dans des directions quelconques.

Pour un conduit d'écoulement de diamètre d , le nombre de Reynolds R_e est un nombre sans dimensions défini par:

$$R_e = \frac{\rho \cdot v_m \cdot d}{\eta}$$

où v_m est la vitesse moyenne d'écoulement.

- Pour un régime laminaire: $R_e < 2000$
- Pour un régime turbulent: $R_e > 3000$
- Entre ces deux valeurs le régime est instable.

L'écoulement devient turbulent à partir d'une vitesse critique $v_{critique}$ donnée par:

$$v_{critique} = \frac{R_e \cdot \eta}{\rho \cdot d} \text{ pour } R_e = 3000$$

Pour un conduit d'écoulement de forme cylindrique de rayon r ($d = 2r$) et de longueur L :

$$v_m = \frac{v_{max}}{2}$$

$$v_{max} = \frac{r^2}{4\eta} \cdot \frac{\Delta p}{L}$$

Δp est la différence de pression entre les deux extrémités du conduit.

$$\Delta p = \frac{4\eta \cdot v_{max} \cdot L}{r^2}$$

7.7 LOI DE POISEUILLE:

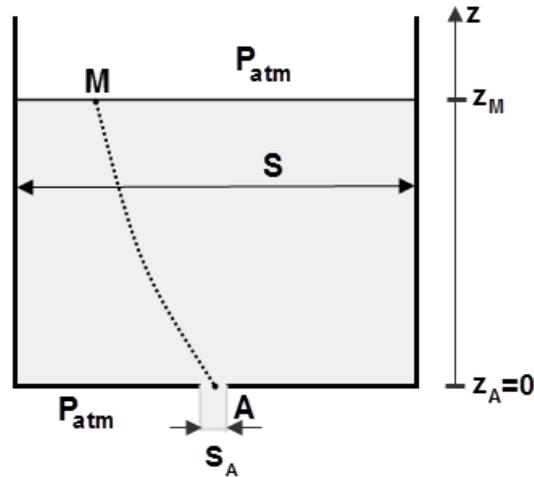
$$Q_v = \frac{\pi \cdot r^4}{8\eta} \cdot \frac{\Delta p}{L} \text{ pour un liquide réel Newtonien.}$$

$\frac{\Delta p}{L}$ est la perte de charge par unité de longueur.

ENONCÉS DES EXERCICES

EXERCICE 7.1:

Un réservoir, de forme cubique et de section S , a pour arrête $a = 2 \text{ m}$. Le réservoir est rempli d'un liquide qu'on peut vider à travers une orifice A percée en son fond horizontal et débouchant à l'air libre. A est de section $S_A = 8 \text{ cm}^2$. On supposera que lors de son vidange, le liquide est parfait, incompressible et sa vitesse d'écoulement est constante.



1. Lors du vidange de ce réservoir, considérons la ligne de courant joignant les points M et A (voir Figure au dessus). En appliquant la relation de Bernoulli entre ces deux points, donner l'expression de la vitesse d'écoulement v_A du liquide au point A en fonction de l'accélération de la pesanteur g et de l'altitude z_M du point M .
2. Donner la relation du débit volumique Q_v au niveau de l'orifice A en fonction de g , z_M et S_A .
3. Etablir la relation de la vitesse d'écoulement v_M au point M en fonction de g , z_M , S_A et S .
4. Calculer le temps nécessaire pour la vidange totale de ce réservoir.

EXERCICE 7.2:

L'aorte est la plus grosse artère de l'organisme. Elle reçoit le sang qui sort du cœur et le distribue aux artères de tout l'organisme. Le rythme cardiaque pour un adulte est de 80 battements par minute. A chaque battement, le cœur injecte un volume $v_b = 0.075 \text{ L}$ dans l'aorte.

1. Calculer le volume total V_t de sang circulant dans l'aorte en une minute. En déduire le débit volumique Q_v .
2. Calculer la vitesse moyenne v_{moy} d'écoulement du sang sachant que diamètre de l'aorte est $d = 2 \text{ cm}$.
3. Calculer le nombre de Reynolds R_e pour l'écoulement dans l'aorte sachant que la viscosité dynamique du sang est $\eta = 5 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ et sa masse volumique est de $\rho = 1060 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. En déduire le régime d'écoulement.
4. Déterminer la vitesse critique $v_{critique}$ à partir de laquelle le régime devient turbulent.
5. Le sang distribué par l'aorte arrive en dernière destination aux capillaires. Un capillaire sanguin est un vaisseau sanguin extrêmement fin de rayon moyen

$r_c = 5 \mu m$. Le sang y circule avec une vitesse moyenne $v_{cap} = 0.06 cm \cdot s^{-1}$. Calculer le débit volumique Q_{cap} du sang dans ce capillaire.

6. Déterminer le nombre moyen N_{cap} de capillaire présents dans le corps chez un être humain.

CORRIGÉS DES EXERCICES

SÉRIE N°1

EXERCICE 1.1:

1. L'équation aux dimensions de la vitesse est: $[v] = \frac{L}{T} = L \cdot T^{-1}$

2. L'équation aux dimensions de l'accélération a est:

$$[a] = \frac{[dv]}{[dt]} = \frac{L \cdot T^{-1}}{T} = L \cdot T^{-2}$$

L'unité de a est donc le $m \cdot s^{-2}$

3. L'équation aux dimensions de la force F produit de la masse par l'accélération:

$$[F] = [m] \cdot [a] = M \cdot L \cdot T^{-2}$$

L'unité de F est le Newton donc: $1 N = 1 kg \cdot m \cdot s^{-2}$

EXERCICE 1.2:

De la formule :

$$F_{A/B} = F_{B/A} = \frac{G \cdot m_A \cdot m_B}{d^2},$$

on en déduit l'expression de G :

$$G = \frac{F_{A/B} \cdot d^2}{m_A \cdot m_B}$$

L'équation aux dimension de G est:

$$[G] = \frac{[F_{A/B}] \cdot [d]^2}{[m_A] \cdot [m_B]} = \frac{M \cdot L \cdot T^{-2} \cdot L^2}{M^2} = L^3 \cdot M^{-1} \cdot T^{-2}$$

L'unité de G est donc: $m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}$

EXERCICE 1.3:

$$1. \quad [P] = \frac{[F]}{[S]} = \frac{M \cdot L \cdot T^{-2}}{L^2} = M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}$$

Donc: $1 Pa = 1 kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$

2. De l'équation d'état: $P \cdot V = n \cdot R \cdot T$

$$R = \frac{P \cdot V}{n \cdot T}$$

on en déduit l'équation aux dimension de R :

$$[R] = \frac{[P] \cdot [V]}{[n] \cdot [T]} = \frac{M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2} \cdot L^3}{N \cdot \theta} = M \cdot L^2 \cdot T^{-2} \cdot N^{-1} \cdot \theta^{-1}$$

L'unité de R est donc: $kg \cdot m^2 \cdot s^{-2} \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$

EXERCICE 1.4:

1. De la formule de Stockes : $F_R = 6\pi\eta r v$

$$\eta = \frac{F_R}{6\pi r v}$$

$$[\eta] = \frac{[F_R]}{[r][v]} = \frac{M \cdot L \cdot T^{-2}}{L \cdot L \cdot T^{-1}} = M \cdot L^{-1} \cdot T^{-1}$$

L'unité de η est le Poiseuille Pl: $1 Pl = 1 kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$

Remarque: $[6\pi] = 1$

$$2. \quad [\rho] = \frac{[m]}{[V]} = \frac{M}{L^3} = M \cdot L^{-3}$$

de l'expression: $\eta = K(\rho - \rho_f)t$

$$K = \frac{\eta}{(\rho - \rho_f)t}$$

$$[K] = \frac{[\eta]}{[\rho - \rho_f][t]} = \frac{[\eta]}{[\rho][t]} = \frac{M.L^{-1}.T^{-1}}{M.L^{-3}.T} = L^2.T^{-2}$$

Remarque: $[\rho - \rho_f] = [\rho_f] = [\rho]$

L'unité de K est le $m^2 \cdot s^{-2}$

EXERCICE 1.5:

1. $[E_C] = [m] \cdot [v]^2 = M \cdot (L.T^{-1})^2 = M.L^2.T^{-2}$

Remarque: $[\frac{1}{2}] = 1$

Donc: $1 J = 1 kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$

Remarque: Toutes les formes d'énergie (cinétique, potentielle, électrique, magnétique, nucléaire, thermique, chimique, lumineuse ...etc.) ont la même dimension $M.L^2.T^{-2}$.

2. De l'expression de l'énergie thermique: $E = \frac{3}{2} k_B \cdot T$

$$k_B = \frac{2 \cdot E}{3 \cdot T}$$

$$k_B = \frac{[E]}{[T]} = \frac{M.L^2.T^{-2}}{\Theta} = M.L^2.T^{-2} \cdot \Theta^{-1}$$

L'unité de k_B est donc: $kg \cdot m^2 \cdot s^{-2} \cdot K^{-1}$

EXERCICE 1.6:

1. De la loi de Joule: $E = R \cdot I^2 \cdot t$

$$R = \frac{E}{I^2 \cdot t}$$

$$[R] = \frac{[E]}{[I]^2 \cdot [t]} = \frac{M.L^2.T^{-2}}{I^2.T} = M.L^2.T^{-3} \cdot I^{-2}$$

Donc: $1 \Omega = 1 kg \cdot m^2 \cdot s^{-3} \cdot A^{-2}$

2. D'après la loi d'Ohm: $U_R = R \cdot I$

$$[U_R] = [R] \cdot [I] = M.L^2.T^{-3} \cdot I^{-2} \cdot I = M.L^2.T^{-3} \cdot I^{-1}$$

Donc: $1 V = 1 kg \cdot m^2 \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$

Remarque: Toute tension aux bornes d'un générateur, d'un condensateur, d'une bobine ...etc. ont même dimension $M.L^2.T^{-3} \cdot I^{-1}$

3. $[P] = \frac{[E]}{[t]} = \frac{M.L^2.T^{-2}}{T} = M.L^2.T^{-3}$

Donc: $1 W = 1 kg \cdot m^2 \cdot s^{-3}$

4. De la relation: $E_C = \frac{1}{2} C U_C^2$

on déduit l'expression de la capacité C : $C = \frac{2E_C}{U_C^2}$

$$[C] = \frac{[E_C]}{(U_C)^2} = \frac{M.L^2.T^{-2}}{(M.L^2.T^{-3} \cdot I^{-1})^2} = \frac{M.L^2.T^{-2}}{M^2.L^4.T^{-6} \cdot I^{-2}} = M^{-1} \cdot L^{-2} \cdot T^4 \cdot I^2$$

$1 F = 1 kg^{-1} \cdot m^{-2} \cdot s^4 \cdot A^2$

$$[q] = [C] \cdot [U_C] = M^{-1} \cdot L^{-2} \cdot T^4 \cdot I^2 \cdot M \cdot L^2 \cdot T^{-3} \cdot I^{-1} = T \cdot I$$

Donc $1 C = 1 s \cdot A$

5. U_C et E ont la même dimension U . Pour que l'équation soit homogène, il faut vérifier que le rapport $\frac{t}{RC}$ soit sans dimensions:

$$\frac{[t]}{[R] \cdot [C]} = \frac{T}{M.L^2.T^{-3} \cdot I^{-2} \cdot M^{-1} \cdot L^{-2} \cdot T^4 \cdot I^2} = L^0 \cdot M^0 \cdot T^0 \cdot I^0$$

donc le rapport $\frac{t}{RC}$ est sans dimensions.

La relation $U_C = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$ est homogène.

EXERCICE 1.7:

Des relations $E = h \cdot v$ et $v = \frac{1}{T}$ on déduit que: d'où : $h = E \cdot T$

$$E = \frac{h}{T} \quad \text{d'où : } h = E \cdot T$$

$$[h] = [E] \cdot [T] = M \cdot L^2 \cdot T^{-2} \cdot T = M \cdot L^2 \cdot T^{-1}$$

L'unité de h est donc: $kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}$

EXERCICE 1.8:

De la relation: $F = q \cdot v \cdot B \cdot \cos \theta$

$$B = \frac{F}{q \cdot v \cdot \cos \theta}$$

$$[B] = \frac{[F]}{[q] \cdot [v] \cdot [\cos \theta]} = \frac{M \cdot L \cdot T^{-2}}{T \cdot I \cdot L \cdot T^{-1}} = M \cdot T^{-2} \cdot I^{-1}$$

Remarque: $[\cos \theta] = 1$

Donc $1 T = 1 kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$

EXERCICE 1.9:

a. Vérifions l'homogénéité de la première formule de la période:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$T = 2\pi \left(\frac{g}{l}\right)^{1/2}$$

Pour le membre à gauche, la période T a pour dimension: $[T] = T$

Pour le membre à droite:

$$[g] = L \cdot T^{-2}$$

$$[2\pi] \left(\frac{[g]}{[l]}\right)^{1/2} = \left(\frac{L \cdot T^{-2}}{L}\right)^{1/2} = T^{-1}$$

Remarque: $[2\pi] = 1$

Les deux membres ont des dimensions différentes, l'équation n'est pas homogène.

b. Pour la deuxième formule:

$$T = 2\pi \sqrt{g \cdot l}$$

$$T = 2\pi (g \cdot L)^{1/2}$$

L'équation aux dimensions du membre à droite:

$$[2\pi] ([g] \cdot [l])^{1/2} = (L \cdot T^{-2} \cdot L)^{1/2} = L \cdot T^{-1}$$

Les deux membres ont des dimensions différentes, l'équation n'est pas homogène.

c. Pour la deuxième formule:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$T = 2\pi \left(\frac{l}{g}\right)^{1/2}$$

L'équation aux dimensions du membre à droite:

$$[2\pi] \left(\frac{[l]}{[g]}\right)^{1/2} = \left(\frac{L}{L \cdot T^{-2}}\right)^{1/2} = T$$

Les deux membres ont des même dimensions, l'équation est homogène.

Donc l'expression exacte de la période T est: $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$

SÉRIE N°2

EXERCICE 2.1:

1. Calcul de l'incertitude relative par la méthode de la différenciation logarithmique:

$$\ln C = \ln \frac{C_0 V_0}{V}$$

$$\ln C = \ln C_0 + \ln V_0 - \ln V$$

$$d(\ln C) = d(\ln C_0) + d(\ln V_0) - d(\ln V)$$

$$\frac{dC}{C} = \frac{dC_0}{C_0} + \frac{dV_0}{V_0} - \frac{dV}{V}$$

$$\frac{\Delta C}{C} = \frac{\Delta C_0}{C_0} + \frac{\Delta V_0}{V_0} + \frac{\Delta V}{V}$$

Sachant que:

$$\frac{\Delta C_0}{C_0} = \frac{0.2}{100} = 0.002, \frac{\Delta V_0}{V_0} = \frac{0.3}{100} = 0.003, \frac{\Delta V}{V} = \frac{0.2}{100} = 0.002$$

On aura:

$$\frac{\Delta C}{C} = 0.002 + 0.003 + 0.002 = 0.007$$

La précision dans le calcul de $C = \frac{\Delta C}{C} \times 100\% = 0.007 \times 100\% = 0.7\%$

Calcul de la concentration C :

$$C = \frac{C_0 \cdot V_0}{V} = \frac{1 \times 5}{20} = 0.25 \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$$

Calcul de l'incertitude absolue ΔC :

$$\Delta C = \frac{\Delta C}{C} \times C = 0.007 \times 0.25 \approx 0.002 \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$$

2. Présentation du résultat final sur C :

$$C = (0.250 \pm 0.002) \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$$

EXERCICE 2.2:

1. Calcul de l'incertitude relative par la méthode de la différenciation logarithmique:

$$\ln \rho = \ln \frac{\pi \cdot r^2 \cdot R}{l}$$

$$\ln \rho = \ln \pi + 2 \ln r + \ln R - \ln l$$

$$d(\ln \rho) = d(\ln \pi) + 2d(\ln r) + d(\ln R) - d(\ln l)$$

$$d(\ln \pi) = 0$$

$$\frac{d\rho}{\rho} = 2 \frac{dr}{r} + \frac{dR}{R} - \frac{dl}{l}$$

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = 2 \frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta l}{l}$$

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = 2 \times \frac{0.01}{0.20} + \frac{0.002}{0.446} + \frac{0.001}{2.100} = 0.015$$

La précision dans le calcul de ρ est de 1.5%

Calcul de ρ :

$$\rho = \frac{\pi(0.20 \times 10^{-3})^2 \times (0.446)}{(2.100)} = 2.67 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$$

Calcul de l'incertitude absolue $\Delta\rho$:

$$\Delta\rho = \frac{\Delta\rho}{\rho} \times \rho = 0.015 \times 2.67 \times 10^{-8} = 0.04 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$$

2. Présentation du résultat final sur C:

$$\rho = (2.67 \times 10^{-8} \pm 0.04 \times 10^{-8}) \Omega \cdot m$$

EXERCICE 2.3:

1. Calcul de l'incertitude absolue Δn par la méthode des dérivées partielles:

$$n = \frac{\sin i}{\sin r}$$

$$dn = \frac{\partial n}{\partial i} \cdot di + \frac{\partial n}{\partial r} \cdot dr$$

$$\frac{\partial n}{\partial i} = \frac{\cos i}{\sin r}$$

$$\frac{\partial n}{\partial r} = -\frac{\sin i \cdot \cos r}{(\sin r)^2}$$

$$dn = \frac{\cos i}{\sin r} \cdot di - \frac{\sin i \cdot \cos r}{(\sin r)^2} \cdot dr$$

$$\Delta n = \frac{\cos i}{\sin r} \cdot \Delta i + \frac{\sin i \cdot \cos r}{(\sin r)^2} \cdot \Delta r$$

Déduction de l'incertitude relative $\frac{\Delta n}{n}$:

$$\frac{\Delta n}{n} = \frac{\frac{\cos i}{\sin r} \cdot \Delta i + \frac{\sin i \cdot \cos r}{(\sin r)^2} \cdot \Delta r}{\frac{\sin i}{\sin r}} = \frac{\cos i}{\sin i} \cdot \Delta i + \frac{\cos r}{\sin r} \cdot \Delta r = \cot i \cdot \Delta i + \cot r \cdot \Delta r$$

2. Calcul de l'incertitude relative $\frac{\Delta n}{n}$ par la méthode de la différentielle logarithmique:

$$n = \frac{\sin i}{\sin r}$$

$$\ln n = \ln \left(\frac{\sin i}{\sin r} \right)$$

$$\ln n = \ln(\sin i) - \ln(\sin r)$$

$$d(\ln n) = d(\ln \sin i) - d(\ln \sin r)$$

$$\frac{dn}{n} = \frac{\cos i}{\sin i} di - \frac{\cos r}{\sin r} dr$$

$$\frac{\Delta n}{n} = \frac{\cos i}{\sin i} \Delta i + \frac{\cos r}{\sin r} \Delta r = \cot i \cdot \Delta i + \cot r \cdot \Delta r$$

Déduction de l'incertitude absolue Δn :

$$\Delta n = n \cdot \frac{\Delta n}{n} = \frac{\sin i}{\sin r} \cdot \left(\frac{\cos i}{\sin i} \Delta i + \frac{\cos r}{\sin r} \Delta r \right) = \frac{\cos i}{\sin r} \cdot \Delta i + \frac{\sin i \cdot \cos r}{(\sin r)^2} \cdot \Delta r$$

3. Les deux méthodes donnent les mêmes résultats.

$$4. i = 50^\circ, r = 24^\circ, \Delta i = \Delta r = 2' \approx \frac{0.034^\circ \times \pi}{180^\circ} = 0.0006 \text{ rad}$$

Calcul de l'incertitude relative $\frac{\Delta n}{n}$:

$$\frac{\Delta n}{n} = \cot i \cdot \Delta i + \cot r \cdot \Delta r = \cot 50^\circ \cdot 0.0006 + \cot 24^\circ \cdot 0.0006 = 0.002$$

Calcul de n :

$$n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin 50^\circ}{\sin 24^\circ} = 1.883$$

Calcul de l'incertitude absolue Δn :

$$\Delta n = \frac{\Delta n}{n} \cdot n = 1.883 \times 0.002 \approx 0.004$$

Présentation du résultat du calcul de n :

$$n = 1.883 \pm 0.004$$

SÉRIE N°3

EXERCICE 3.1:

1. La loi de réfraction au point d'incidence sur le dioptre s'écrit:

$$\sin i = n \cdot \sin r \text{ d'où } n = \frac{\sin i}{\sin r}$$

$$\text{pour } i = 90^\circ, r = r_{lim} = 43^\circ \text{ d'où: } n = \frac{\sin 90^\circ}{\sin 43^\circ} = 1.466$$

2. Dans le cas où le rayon réfracté est perpendiculaire au rayon réfléchi:

$$i' + 90^\circ + r = 180^\circ \text{ d'où } i' + r = 90^\circ$$

$$r = 90^\circ - i'$$

$$\text{De la loi de réflexion: } i = i' \text{ d'où } r = 90^\circ - i$$

$$\text{De la loi de réfraction: } \sin i = n \cdot \sin r$$

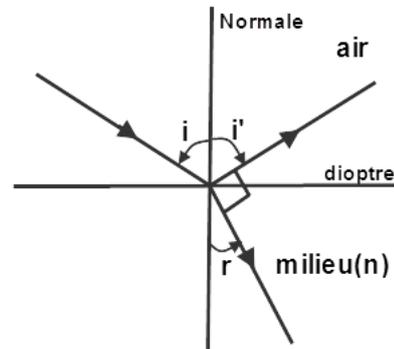
$$\sin i = n \cdot \sin(90^\circ - i)$$

$$\sin i = n \cos i$$

$$\tan i = n \text{ d'où:}$$

$$i = \tan^{-1} n = \tan^{-1} 1.466$$

$$i = 55.7^\circ$$



EXERCICE 3.2:

1. La loi de diffraction dans le dioptre plan: $n \cdot \sin i = \sin r$

L'indice de réfraction du verre est supérieur à celui de l'air, l'angle de réfraction est supérieur à l'angle d'incidence: l'angle d'incidence limite i_{lim} correspond à un angle de réfraction $r=90^\circ$.

$$\text{La loi de diffraction est alors: } n \cdot \sin i_{lim} = \sin 90^\circ$$

$$\text{d'où: } \sin i_{lim} = \frac{1}{n}$$

$$i_{lim} = \sin^{-1} \frac{1}{n}$$

$$\text{Pour la radiation violette: } i_{lim} = \sin^{-1} \frac{1}{1.530} = 40.81^\circ$$

$$\text{Pour la radiation jaune: } i_{lim} = \sin^{-1} \frac{1}{1.517} = 41.24^\circ$$

$$\text{Pour la radiation rouge: } i_{lim} = \sin^{-1} \frac{1}{1.513} = 41.37^\circ$$

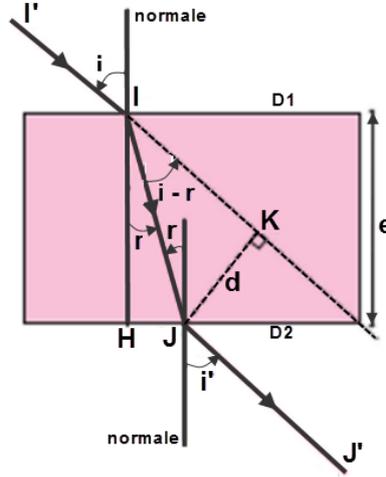
2. L'angle d'incidence $i = 38^\circ$ est inférieur aux angles limites des trois couleurs, les trois couleurs émergeront dans l'air. Les angles de réfraction sont différents pour les trois radiations; elles seront donc séparées après réfraction sur le dioptre dans l'air.
3. L'angle d'incidence $i = 41.30^\circ$ est supérieur aux angles d'incidence limites des couleurs violette et jaune, ces deux couleurs n'émergeront pas dans l'air et seront

réfléchies dans le verre sur la surface du dioptre. En revanche, $i = 41.30^\circ$ est inférieur à l'angle limite de la radiation rouge, seule cette radiation sera réfractée.

4. Ce montage peut être utilisé comme un disperser en spectroscopie pour séparer des couleurs d'un faisceau lumineux ou comme un filtre chromatique pour éliminer certaines radiations par réflexion sur la surface du dioptre.

EXERCICE 3.3:

1. Schéma du trajet optique incident sur une lame à faces parallèles:



2. Au point d'incidence I sur D_1 , la loi de réfraction s'écrit: $\sin i = n \cdot \sin r$
 Au point d'incidence J sur D_2 , la loi de réfraction s'écrit: $n \sin r = \sin i'$
 Des deux relations, on déduit que $\sin i = \sin i'$ d'où $i = i'$.
 Le rayon émergent de la lame de D_2 est parallèle au rayon incident sur D_1 .

3. Dans le triangle IJK : $d = IJ \cdot \sin(i - r)$
 Dans le triangle IHJ : $\cos r = \frac{IH}{IJ} \rightarrow IJ = \frac{IH}{\cos r} = \frac{e}{\cos r}$
 D'où: $d = e \cdot \frac{\sin(i-r)}{\cos r}$

4. Le rayon AB normal à la lame n'est pas dévié et le rayon AC émerge de la lame parallèlement à lui-même mais décalé de la distance d et donne une image virtuelle A' .

Dans le triangle rectangle $AA'H$, l'angle $\widehat{AA'H}$ est égal à l'angle d'incidence i :

$$\sin \widehat{AA'H} = \sin i = \frac{d}{AA'}$$

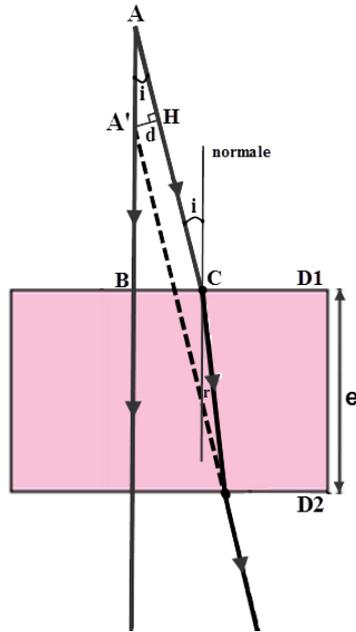
$$AA' = \frac{d}{\sin i} = \frac{e \cdot \sin(i - r)}{\sin i \cdot \cos r} = \frac{e \cdot (\sin i \cdot \cos r - \sin r \cdot \cos i)}{\sin i \cdot \cos r} = e \cdot \left(1 - \frac{\sin r \cdot \cos i}{\sin i \cdot \cos r}\right)$$

La loi de réfraction au point C : $\sin i = n \cdot \sin r$

$$AA' = e \cdot \left(1 - \frac{\sin r \cdot \cos i}{n \cdot \sin r \cdot \cos r}\right) = e \cdot \left(1 - \frac{\cos i}{n \cdot \cos r}\right)$$

Dans l'approximation de Gauss: $\cos i \approx 1$ et $\cos r \approx 1$ d'où

$$AA' = e \cdot \left(1 - \frac{1}{n}\right)$$



$$5. AA' = 1.5 \left(1 - \frac{1}{1.55} \right) = 0.53 \text{ mm}$$

L'image A' est rapprochée de la lame de 0.53 mm par rapport à la position de l'objet A .

EXERCICE 3.4:

1. L'image $A'B'$ de la personne AB est symétrique par rapport au miroir. Pour que cette personne puisse se voir en entier, il faut que les rayons semblant provenir de l'image A' de sa tête et de l'image B' de ses pieds pénètrent dans son œil placé en Y . On note CD la largeur d du miroir. A'' et B'' sont les points d'intersection respectivement de AA' et BB' avec le mur (figure ci-dessous).

Les deux triangles $A'AY$ et $A'A''C$ sont semblables et A'' est le milieu de AA' on a:

$$\frac{A''C}{AY} = \frac{A'A''}{A'A} = \frac{1}{2}$$

Le miroir doit donc être placé à la hauteur $h' = A'D$ tel que:

$$h' = A''C = \frac{AY}{2} = \frac{h}{2}$$

Les deux triangles $B'BY$ et $B'B''D$ sont semblables et B'' est le milieu de BB' on a:

$$\frac{B''D}{BY} = \frac{B'B''}{B'B} = \frac{1}{2}$$

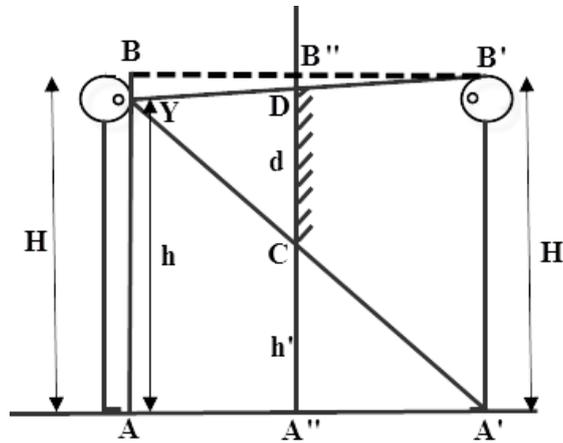
$$B''D = \frac{BY}{2} = \frac{(H-h)}{2}$$

$$d = CD = A''B'' - (B''D + A''C) = H - \left[\frac{(H-h)}{2} + \frac{h}{2} \right] = \frac{H}{2}$$

D'où d et h' sont indépendantes de la distance entre cette personne et le miroir.

2. Pour $H = 180 \text{ cm}$, $h = 170 \text{ cm}$:

$$d = 90 \text{ cm et } h' = 85 \text{ cm.}$$

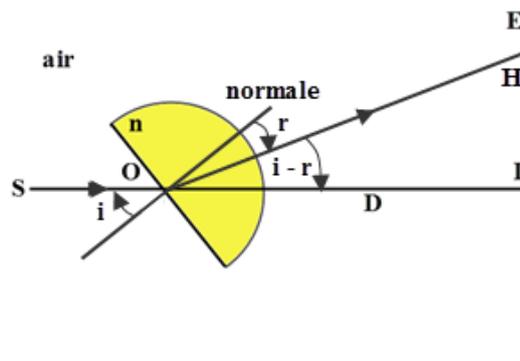


EXERCICE 3.5:

1. Au point A: $n = n' \sin r$
 Au point B: $n' \sin i' = \sin r'$
2. Le triangle ABC est rectangle en C: $i' = 90^\circ - r$
 donc $\sin i' = \sin(90^\circ - r) = \cos r$
 Au point A: $n = n' \sin r$ d'où $n^2 = n'^2 \sin^2 r$
 Au point B: $\sin r' = n' \cos r$ d'où $\sin^2 r' = n'^2 \cos^2 r$
 En additionnant les deux égalités membre à membre: $n^2 + \sin^2 r' = n'^2 (\sin^2 r + \cos^2 r)$
 $n^2 + \sin^2 r' = n'^2$ d'où: $n^2 = n'^2 - \sin^2 r'$
3. $n = \sqrt{(n'^2 - \sin^2 r')} = \sqrt{(1.6238^2 - \sin^2 33.8^\circ)} \approx 1.5255$
4. Pour calculer l'incertitude absolue Δn , on différencie l'expression $n^2 = n'^2 - \sin^2 r'$:
 $d(n^2) = d(n'^2 - \sin^2 r')$
 $2ndn = 2n'dn' - 2 \sin r' \cdot \cos r' \cdot dr'$
 $dn = \frac{n'}{n} dn' - \frac{\sin r' \cdot \cos r'}{n} \cdot dr'$
 On calcule l'incertitude absolue Δn de l'expression:
 $\Delta n = \frac{n'}{n} \Delta n' + \frac{\sin r' \cdot \cos r'}{n} \cdot \Delta r'$
5. $\Delta n' = 10^{-4}$, $\Delta r' = 2' = 10^{-5} \text{ rad}$
 $\Delta n = 1.3 \times 10^{-5}$

EXERCICE 3.6:

1. Marche du rayon issu de S:



2. Dans le triangle OIH: $\tan(i - r) = \frac{IH}{D} = \frac{0.24}{1} = 0.24$

$$(i - r) = 13.5^\circ$$

$$r = i - 13.5^\circ = 40^\circ - 13.5^\circ = 26.5^\circ$$

3. La loi de réfraction au point A s'écrit:

$$\sin i = n \cdot \sin r$$

$$n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin 40^\circ}{\sin 26.5^\circ} = 1.44$$

EXERCICE 3.7:

1. Sachant que la déviation D provoquée par le prisme $D = i + i' - A$

Sachant aussi que l'angle du prisme $A = r + r'$

L'angle du prisme A est une constante: $dA = 0$ d'où:

$$dD = di + di'$$

$$dr + dr' = 0$$

$$d'où dr' = -dr$$

$\sin i = n \cdot \sin r$, après différentiation :

$$\cos i \cdot di = n \cdot \cos r \cdot dr \quad [1]$$

$n \cdot \sin r' = \sin i'$, après différentiation :

$$n \cdot \cos r' \cdot dr' = \cos i' \cdot di' \xrightarrow{\text{mène}} -n \cdot \cos r' \cdot dr = \cos i' \cdot di' \quad [2]$$

De [1] et [2]:

$$\frac{\cos i' \cdot di}{\cos i \cdot di} = -\frac{\cos r'}{\cos r} \xrightarrow{\text{mène}} di' = -\frac{\cos r' \cdot \cos i}{\cos i' \cdot \cos r} di$$

$$\text{On a alors: } dD = \left(1 - \frac{\cos r' \cdot \cos i}{\cos i' \cdot \cos r}\right) di$$

$$D \text{ est minimale pour } \frac{dD}{di} = 0: 1 - \frac{\cos r' \cdot \cos i}{\cos i' \cdot \cos r} = 0$$

$$\cos r' \cdot \cos i = \cos i' \cdot \cos r$$

$$\cos^2 r' \cdot \cos^2 i = \cos^2 i' \cdot \cos^2 r$$

$$(1 - \sin^2 r') \cdot (1 - \sin^2 i) = (1 - \sin^2 i') \cdot (1 - \sin^2 r)$$

Les deux lois de réfraction pour ce prisme: $\sin i = n \cdot \sin r$ et $n \cdot \sin r' = \sin i'$

$$(1 - \sin^2 r') \cdot (1 - n^2 \cdot \sin^2 r) = (1 - n^2 \cdot \sin^2 r') \cdot (1 - \sin^2 r)$$

Après simplification on obtient: $\sin^2 r = \sin^2 r'$ d'où $r = r' = \frac{A}{2}$.

2. Pour une déviation minimale on a: $r = r' = \frac{A}{2}$ d'où:

$$i = i' = \sin^{-1}(n \cdot \sin \frac{A}{2}) = \sin^{-1}(1.5 \times \sin \frac{60^\circ}{2}) = 48.59^\circ$$

$$D_m = 2 \times \sin^{-1}(n \cdot \sin \frac{A}{2}) - A = 2 \times 48.59^\circ - 60^\circ = 37.18^\circ$$

3. Lorsque le prisme est plongé dans l'eau, on remplace dans l'expression de D_m l'indice

n par $\frac{n}{n_e}$:

$$D_m = 2 \times \sin^{-1}\left(\frac{n}{n_e} \cdot \sin \frac{A}{2}\right) - A = 2 \times 37.27^\circ - 60^\circ = 8.54^\circ$$

EXERCICE 3.8:

La déviation est minimale pour $i = i' = \sin^{-1}(n \cdot \sin \frac{A}{2})$:

$$D_m = 2 \times \sin^{-1}\left(n \cdot \sin \frac{A}{2}\right) - A$$

$$2 \times \sin^{-1}\left(n \cdot \sin \frac{A}{2}\right) = D_m + A$$

$$\sin^{-1}\left(n \cdot \sin \frac{A}{2}\right) = \left(\frac{D_m + A}{2}\right)$$

$$n \cdot \sin \frac{A}{2} = \sin\left(\frac{D_m + A}{2}\right)$$

$$n = \frac{\sin\left(\frac{D_m + A}{2}\right)}{\sin \frac{A}{2}} = \frac{\sin 51^\circ}{\sin 30^\circ} \approx 1.55$$

EXERCICE 3.9:

La déviation D à travers le prisme a pour expression:

$$D = i + i' - A \text{ où } A = r + r'$$

La loi de réfraction à travers les deux faces du prisme:

$$\sin i = n \cdot \sin r$$

$$n \cdot \sin r' = \sin i'$$

Pour les petits angles (approximation de Gauss): $\sin i \approx i$, $\sin r \approx r$, $\sin i' \approx i'$, $\sin r' \approx r'$, les deux équation deviennent:

$$i = n \cdot r$$

$$n \cdot r' = i'$$

$$D = n \cdot r + n \cdot r' - A = n(r + r') - A = A \cdot n - A = A(n - 1)$$

EXERCICE 3.10:

1. Le triangle CDJ est isocèle et rectangle en J : $\widehat{CDJ} = \widehat{JCD} = 45^\circ$.

$$i = \widehat{JCD} = 45^\circ \text{ (angles alternes internes).}$$

2. La loi de réfraction en J s'écrit:

$$n \sin i = \sin r$$

$$n \sin 45^\circ = \sin r$$

$$\sin r = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot n$$

Il y a réfraction pour $\sin r \leq 1$: $\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot n \leq 1$

$$n \leq \sqrt{2}$$

3. $\sin r = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot n$

$$n = \sqrt{2} \cdot \sin r$$

$$r = \widehat{FJO} + \widehat{OJM}$$

$\widehat{FJO} = i$ (angles opposés par le sommet)

$$\tan \widehat{OJM} = \frac{2y}{a}$$

$$\widehat{OJM} = \tan^{-1} \frac{2y}{a}$$

$$n = \sqrt{2} \cdot \sin\left(i + \tan^{-1} \frac{2y}{a}\right)$$

4. Pour $a = 20 \text{ cm}$ et $y = 6.6 \text{ cm}$:

$$n = \sqrt{2} \cdot \sin\left(45^\circ + \tan^{-1} \frac{2 \times 6.6}{20}\right) = \sqrt{2} \cdot \sin(45^\circ + 33.42^\circ) \approx 1.385$$

5. Cet alcool est le propan-1-ol.

SÉRIE N°4

EXERCICE 4.1:

1. La relation de conjugaison pour ce dioptre sphérique s'écrit:

$$\frac{n}{\overline{SA'}} - \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{(n-1)}{\overline{SC}}$$

$$\overline{SC} = 40 \text{ cm}$$

– La distance focale objet \overline{SF} : $A = F, \overline{SA'} = \overline{SF'} = \infty$

$$-\frac{1}{\overline{SF}} = \frac{(n-1)}{\overline{SC}}$$

$$\overline{SF} = -\frac{1}{(n-1)} \cdot \overline{SC} = -\frac{1}{0.48} \times 40 = -83.33 \text{ cm}$$

– La distance focale image $\overline{SF'}$: $A' = F', \overline{SA} = \overline{SF} = \infty$

$$\frac{n}{\overline{SF'}} = \frac{(n-1)}{\overline{SC}}$$

$$\overline{SF'} = \frac{n}{(n-1)} \cdot \overline{SC} = \frac{1.48}{0.48} \times 40 = +123.33 \text{ cm}$$

2. L'objet est réel: $\overline{SA} = -30 \text{ cm}$

$$\frac{1.48}{\overline{SA'}} - \frac{1}{(-30)} = \frac{(0.48)}{(40)}$$

$$\overline{SA'} \approx -69.38 \text{ cm} \text{ l'image est virtuelle}$$

$$\gamma = \frac{\overline{SA'}}{n \cdot \overline{SA}} = \frac{(-69.38)}{1.48 \times (-30)} = 1.56 \text{ l'image est agrandie et directe.}$$

3. L'objet est virtuel $\overline{SA} = +30 \text{ cm}$

$$\frac{1.48}{\overline{SA'}} - \frac{1}{(+30)} = \frac{(0.48)}{(+40)}$$

$$\overline{SA'} \approx +32.65 \text{ cm} \text{ l'image est réelle}$$

$$\gamma = \frac{\overline{SA'}}{n \cdot \overline{SA}} = \frac{(32.65)}{1.48 \times (30)} \approx 0.74 \text{ l'image est réduite et directe.}$$

EXERCICE 4.2:

1. La relation de conjugaison pour ce dioptre est:

$$\frac{1}{\overline{SA'}} - \frac{n}{\overline{SA}} = \frac{(1-n)}{\overline{SC}}$$

$$\overline{SC} = \overline{SA}$$

$$\frac{1}{\overline{SA'}} - \frac{n}{\overline{SC}} = \frac{(1-n)}{\overline{SC}}$$

$$\frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{1}{\overline{SC}}$$

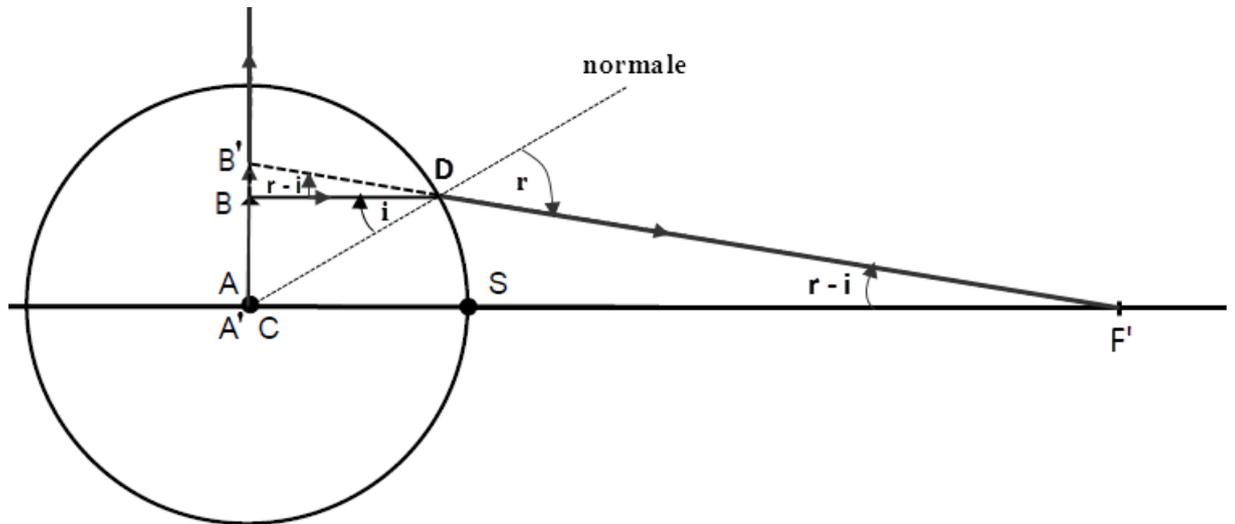
$$\overline{SA'} = \overline{SC} = -40 \text{ cm}$$

L'image $A'B'$ se forme dans le plan perpendiculaire à \overline{SC} contenant l'objet AB .

2. La distance focale image $\overline{SF'}$: $A' = F'$, $\overline{SA} = \overline{SF} = \infty$

$$\frac{1}{\overline{SF'}} = \frac{(1-n)}{\overline{SC}}$$

$$\overline{SF'} = \frac{\overline{SC}}{(1-n)} = \frac{\overline{SC}}{(-0.33)} \approx -3.03 \cdot \overline{SC} \approx +121.2 \text{ cm}$$



3. Construction optique de l'image $A'B'$ de l'objet AB :
 La construction géométrique confirme que l'image $A'B'$ se forme dans le même plan que celui de l'objet AB . L'image est virtuelle et droite.
4. On calcule le grandissement γ du dioptre sphérique à partir de la relation:

$$\gamma = n \cdot \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = 1.33 \times \frac{(-40)}{(-40)} = 1.33$$

Le poisson est agrandi et droit confirmé par la construction géométrique.

EXERCICE 4.3:

1. La relation de conjugaison pour un dioptre sphérique s'écrit:

$$\frac{n_2}{\overline{SA'}} - \frac{n_1}{\overline{SA}} = \frac{(n_2 - n_1)}{\overline{SC}}$$

En faisant tendre \overline{SC} vers l'infini, nous obtenons la relation de conjugaison pour un dioptre plan:

$$\frac{n_2}{\overline{SA'}} - \frac{n_1}{\overline{SA}} = 0$$

$$\frac{n_2}{\overline{SA'}} = \frac{n_1}{\overline{SA}}$$

Le poisson est l'objet que le pêcheur voit, il est dans l'eau d'indice $n_1 = n' = 1.33$, sa profondeur est $\overline{SA} = 50 \text{ cm}$. Pour le pêcheur, qui est dans l'air d'indice $n_2 = n = 1$, le poisson est à une profondeur $\overline{SA'}$:

$$\frac{n}{\overline{SA'}} = \frac{n'}{\overline{SA}}$$

$$\overline{SA'} = \frac{n \cdot \overline{SA}}{n'} = \frac{1 \times 50}{1.33} = 37.6 \text{ cm.}$$

Donc pour le pêcheur l'image du poisson est plus proche de la surface de l'eau qu'en réalité.

2. Le pêcheur est l'objet que le poisson voit, il est dans l'air d'indice $n_1 = n = 1$ à la hauteur $\overline{SB} = -80$ cm de la surface de l'eau. Pour le poisson, il est dans l'eau d'indice $n_2 = n' = 1.33$ il est à la hauteur $\overline{SB'}$:

$$\frac{n'}{\overline{SB'}} = \frac{n}{\overline{SB}}$$

$$\overline{SB'} = \frac{n' \cdot \overline{SB}}{n} = \frac{1.33 \times (-80)}{1} = -106.4 \text{ cm}$$

Donc pour le poisson, l'image du pêcheur est plus éloignée de la surface de l'eau qu'en réalité.

EXERCICE 4.4:

1. D'après la relation de conjugaison du miroir sphérique:

$$\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}}$$

$$\frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}} - \frac{1}{\overline{SA}}$$

$$\frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2\overline{SA} - \overline{SC}}{\overline{SA} \cdot \overline{SC}}$$

$$\overline{SA'} = \frac{\overline{SA} \cdot \overline{SC}}{2\overline{SA} - \overline{SC}}$$

Le miroir est concave: $\overline{SC} = -125$ cm et la position de l'objet: $\overline{SA} = -250$ cm,

$$\overline{SA'} = \frac{(-250) \cdot (-125)}{2(-250) - (-125)} = -83.33 \text{ cm}$$

L'image $A'B'$ est réelle.

Le grandissement $\overline{SA'}$ du miroir sphérique se calcule par l'expression:

$$\gamma = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = -\frac{(-83.33)}{(-250)} \approx -0.33$$

L'image est réduite et renversée.

2. Dans le cas où: $\overline{SA} = +100$ cm

$$\overline{SA'} = \frac{\overline{SA} \cdot \overline{SC}}{2\overline{SA} - \overline{SC}} = \frac{(+100) \cdot (-125)}{2(+100) - (-125)} = -38.46 \text{ cm}$$

L'image est réelle.

$$\gamma = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = -\frac{(-38.46)}{(+100)} \approx +0.33$$

L'image est réduite et directe.

EXERCICE 4.5:

1. L'œil est un objet réel: $\overline{SA} = -32$ cm

L'image est renversée et réduite d'un facteur de 8:

$$\gamma = -\frac{1}{8}$$

Calcul de la position $\overline{SA'}$ de l'image de l'œil :

$$\gamma = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} \rightarrow \overline{SA'} = -\gamma \cdot \overline{SA} = -\left(-\frac{1}{8}\right) \cdot (-32) = -4 \text{ cm}$$

Calcul du rayon de courbure \overline{SC} du miroir sphérique. De la relation de conjugaison:

$$\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}}$$

$$\overline{SC} = 2 \frac{\overline{SA} \cdot \overline{SA'}}{\overline{SA} + \overline{SA'}} = 2 \frac{(-32) \cdot (-4)}{(-32) + (-4)} \approx -7.11 \text{ cm}$$

2. Le miroir est convexe: $\overline{SC} = +7.11 \text{ cm}$

$$\overline{SA} = -32 \text{ cm}$$

Calcul de la nouvelle position $\overline{SA'}$ de l'image de l'œil:

$$\overline{SA'} = \frac{\overline{SA} \cdot \overline{SC}}{2\overline{SA} - \overline{SC}} = \frac{(-32) \cdot (+7.11)}{2(-32) - (+7.11)} \approx +3.20 \text{ cm}$$

Le nouveau agrandissement:

$$\gamma = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = -\frac{(+3.20)}{(-32)} = +0.1 = \frac{1}{10}$$

L'image est directe et réduite d'un facteur de 10.

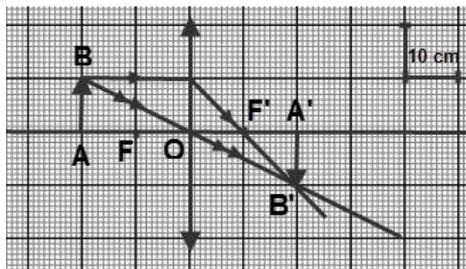
EXERCICE 4.6:

1. La lentille est convergente: $\overline{OF'} = +10 \text{ cm} = +0.1 \text{ m}$

La vergence V de cette lentille est:

$$V = \frac{1}{\overline{OF'}} = \frac{1}{+0.1} = 10 \text{ } \delta$$

2. Construction de l'image $A'B'$ de l'objet réel AB :



Graphiquement: $\overline{OA'} = +20 \text{ cm}$. L'image $A'B'$ est réelle et inversée; elle est de taille de 10 cm.

3. De la relation de conjugaison:

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

$$\frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OF'}} + \frac{1}{\overline{OA}}$$

$$\overline{OA'} = \frac{\overline{OA} \cdot \overline{OF'}}{\overline{OA} + \overline{OF'}}$$

$$\overline{OF'} = +10 \text{ cm et } \overline{OA} = -20 \text{ cm}$$

$$\overline{OA'} = \frac{(-20) \cdot (+10)}{(-20) + (+10)} = \frac{(-200)}{(-10)} = +20 \text{ cm}$$

L'image $A'B'$ est réelle

De l'expression de l'agrandissement γ de la lentille:

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

$$\overline{A'B'} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \cdot \overline{AB}$$

$$\overline{AB} = +10 \text{ cm}$$

$$\overline{A'B'} = \frac{(+20)}{(-20)} \cdot (+10) = -10 \text{ cm}$$

L'image $A'B'$ est renversée et de taille de 10 cm.

L'agrandissement γ :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{(-10)}{(+10)} = -1$$

4. Les résultats précédents sont valides dans les conditions de Gauss.

EXERCICE 4.7:

1. D'après la règle de conjugaison:

$$\frac{1}{\overline{0_1A'}} - \frac{1}{\overline{0_1A}} = \frac{1}{\overline{0_1F'}}$$

$$\text{La vergence } V = \frac{1}{\overline{0_1F'}}$$

$$\frac{1}{\overline{0_1A'}} - \frac{1}{\overline{0_1A}} = V_1$$

$$\frac{1}{\overline{0_1A'}} - V_1 = \frac{1}{\overline{0_1A}}$$

$$\overline{0_1A} = \frac{\overline{0_1A'}}{1 - V_1 \cdot \overline{0_1A'}}$$

L'image est sur l'écran: $\overline{0_1A'} = D = +3 \text{ m}$

$$\overline{0_1A} = \frac{D}{1 - V_1 \cdot D}$$

$$\overline{0_1A} = \frac{(+3)}{1 - 20 \cdot (+3)} \approx -0.05 \text{ m}$$

2. De l'expression de l'agrandissement γ de la lentille:

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{0_1A'}}{\overline{0_1A}}$$

$$\overline{A'B'} = \frac{\overline{0_1A'}}{\overline{0_1A}} \cdot \overline{AB}$$

La taille du diapositive est de 3 cm: $\overline{AB} = +3 \text{ cm} = +0.03 \text{ m}$

$$\overline{A'B'} = \frac{(+3)}{(-0.05)} \cdot (+0.03) = -1.80 \text{ m}$$

3. De la relation de conjugaison:

$$\frac{1}{\overline{0_2A'}} - \frac{1}{\overline{0_2A}} = V_2$$

$$\gamma = \frac{\overline{0_2A'}}{\overline{0_2A}} \rightarrow \overline{0_2A'} = \gamma \cdot \overline{0_2A}$$

$$\frac{1}{\gamma \cdot \overline{0_2A}} - \frac{1}{\overline{0_2A}} = V_2 \rightarrow V_2 = \frac{1}{\overline{0_2A}} \left(\frac{1}{\gamma} - 1 \right)$$

$$Y \gg 1 \rightarrow \frac{1}{Y} \ll 1 \rightarrow V_2 \approx -\frac{1}{0_2 A}$$

$$D = \overline{AA'} = -\overline{0_2 A} + \overline{0_2 A'} = -\overline{0_2 A} + Y \cdot \overline{0_2 A} = \overline{0_2 A}(Y - 1)$$

$$Y \gg 1 \rightarrow D \approx Y \cdot \overline{0_2 A} \rightarrow \frac{1}{\overline{0_2 A}} = \frac{Y}{D} \rightarrow V_2 = -\frac{Y}{D}$$

4. $Y = -50$ et $D = 2.5 \text{ m}$

$$V_2 = -\frac{(-50)}{2.5} = 20 \delta$$

5. $D \approx Y \cdot \overline{0_2 A}$

$$\overline{0_2 A} \approx \frac{D}{Y} = \frac{2.5}{(-50)} \approx -0.05 \text{ m}$$

6. De l'expression du grandissement:

$$Y = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{0_2 A'}}{\overline{0_2 A}}$$

$$\overline{A'B'} = \frac{\overline{0_2 A'}}{\overline{0_2 A}} \cdot \overline{AB}$$

$$D = -\overline{0_2 A} + \overline{0_2 A'} \rightarrow \overline{0_2 A'} = D + \overline{0_2 A} = 2.5 - 0.05 = 2.45 \text{ m}$$

$$\overline{AB} = +0.03 \text{ m}$$

$$\overline{A'B'} = \frac{2.45}{(-0.05)} \cdot (+0.03) = -1.47 \text{ m}$$

EXERCICE 4.8:

1. De la relation de conjugaison:

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = V$$

$$\overline{OA'} = D$$

$$\frac{1}{D} - \frac{1}{\overline{OA}} = V \rightarrow \frac{1}{D} = V + \frac{1}{\overline{OA}} \rightarrow \frac{1}{D} = \frac{V \cdot \overline{OA} + 1}{\overline{OA}} \rightarrow \frac{1}{D} = V + \frac{1}{\overline{OA}}$$

$$D = \frac{1}{V + \frac{1}{\overline{OA}}}$$

Pour $\overline{OA} = -\infty$:

$$D = \frac{1}{20} = 0.05 \text{ m}$$

La distance focale image de la lentille $\overline{OF'}$:

$$\overline{OF'} = \frac{1}{V} = \frac{1}{20} = +0.05 \text{ m}$$

$$D = \overline{OF'} = +0.05 \text{ m} = +5 \text{ cm}$$

Le plan de l'écran P se trouve dans le plan focal image de la lentille.

2. La distance maximale D_{max} :

$$D_{max} = \overline{OF'} + \text{le déplacement maximal} = 5 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 6 \text{ cm} = 0.06 \text{ m}$$

3. De la relation de conjugaison:

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = V$$

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - V = \frac{1}{\overline{OA}}$$

$$\overline{OA} = \frac{\overline{OA'}}{1 - V \cdot \overline{OA'}}$$

L'image est sur l'écran: $\overline{OA'} = D_{max} = 0.06 \text{ m}$

$$\overline{OA} = \frac{0.06}{1 - 20 \times 0.06} = -0.3 \text{ m} = -30 \text{ cm}$$

4. Non l'objet est trop prêt de la lentille: $|-25 \text{ cm}| < |-30 \text{ cm}|$

SÉRIE N°5

EXERCICE 5.1:

1. L'amplitude d'accommodation A est définie par la relation:

$$A = V_{max} - V_{min} = \frac{1}{\overline{PR}} - \frac{1}{\overline{PP}}$$

$\overline{OP_R}$ est le punctum remotum et $\overline{OP_P}$ est le le punctum proximum:

$$\overline{PP} = -10 \text{ cm} = -0.1 \text{ m} \text{ et } \overline{PR} = -2 \text{ m}$$

$$A = \frac{1}{(-2)} - \frac{1}{(-0.1)} = 9.5 \delta$$

2. La lentille de contact L_1 de centre optique O_1 (confondu avec le centre optique O de la lentille du cristallin) et de vergence V_1 forme de l'objet A situé à l'infini ($\overline{O_1A} = -\infty$) une image A' qui doit être confondue avec PR : $\overline{O_1A'} = \overline{PR} = -2 \text{ m}$. La relation de conjugaison pour la lentille de contact L_1 :

$$\frac{1}{\overline{O_1A'}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = V_1$$

La vergence V_1 des verres correcteurs:

$$V_1 = \frac{1}{(-2)} - \frac{1}{(-\infty)} = -0.5 \delta$$

$V_1 < 0$ la lentille est divergente.

3. Le nouveau punctum proximum PP_n est l'objet à travers lequel la lentille L_1 donne une image au punctum proximum « naturel » PP de l'œil non corrigé. De la relation de conjugaison de L_1 , on a:

$$\frac{1}{\overline{PP}} - \frac{1}{\overline{PP_n}} = V_1 \rightarrow \frac{1}{\overline{PP_n}} = \frac{1}{\overline{PP}} - V_1 \rightarrow \overline{PP_n} = \frac{\overline{PP}}{1 - V_1 \cdot \overline{PP}} = \frac{(-0.10)}{1 - (-0.5) \cdot (-0.10)} \approx -0.105 \text{ m}$$

4. La distance œil-lentille L_1 : $\overline{O_2O} = -0.02 \text{ m}$

$$\overline{O_2A'} = \overline{O_2O} + \overline{OA'} = +0.02 - 2 = -1.98 \text{ m}$$

La distance $\overline{O_2A} = -1.98 \text{ m}$ pour un objet A placé à l'infini $\overline{O_2A} = -\infty$

$$\frac{1}{\overline{O_2A'}} - \frac{1}{\overline{O_2A}} = V_2 \rightarrow V_2 = \frac{1}{(-1.98)} \approx -0.505 \delta$$

EXERCICE 5.2:

1. L'amplitude d'accommodation est définie par:

$$A = \frac{1}{\overline{PR}} - \frac{1}{\overline{PP}}$$

$$\frac{1}{\overline{PR}} = A + \frac{1}{\overline{PP}}$$

$$\overline{PR} = \frac{\overline{PP}}{A \cdot \overline{PP} + 1}$$

$$A = 5 \delta \quad \text{et} \quad \overline{PP} = -1 \text{ m:}$$

$$\overline{PR} = \frac{\overline{PR}}{A \cdot \overline{PR} + 1}$$

$$\overline{PR} = \frac{-1}{(5 \cdot (-1) + 1)} = +0.25 \text{ m}$$

2. Pour une vue sans accommodation à l'infini, La lentille de contact L_1 de centre optique O_1 (confondu avec le centre optique O de la lentille du cristallin) et de distance focale $\overline{O_1F'_1}$ forme de l'objet A situé à l'infini ($\overline{O_1A} = -\infty$) une image A' qui doit être confondue avec PR ($\overline{O_1A'} = \overline{PR} = +0.25 \text{ m}$):

$$\frac{1}{\overline{O_1A'}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{\overline{O_1F'_1}}$$

$$\frac{1}{\overline{O_1F'_1}} = \frac{1}{+0.25} \rightarrow \overline{O_1F'_1} = +0.25 \text{ m}$$

$\overline{O_1F'_1} > 0$: la lentille du verre correcteur est convergente.

3. Le nouveau punctum proximum PP_n est l'objet à travers lequel la lentille L_1 donne une image au punctum proximum « naturel » PP de l'œil non corrigé. De la relation de conjugaison de L_1 , on a:

$$\frac{1}{\overline{PP}} - \frac{1}{\overline{PP_n}} = \frac{1}{\overline{O_1F'_1}} \rightarrow \frac{1}{\overline{PP_n}} = \frac{1}{\overline{PP}} - \frac{1}{\overline{O_1F'_1}} \rightarrow \overline{PP_n} = \frac{\overline{PP} \cdot \overline{O_1F'_1}}{\overline{O_1F'_1} - \overline{PP}} = \frac{(-1)(+0.25)}{+0.25 - (-1)} \approx -0.20 \text{ m}$$

4. La distance œil-lentille L_2 de la lunette: $\overline{OO_2} = -0.01 \text{ m}$.

$\overline{O_2A'}$ représente la distance entre la lentille L_2 et le PR :

$$\overline{O_2A'} = \overline{O_2O} + \overline{OA'} = +0.01 + 0.25 = +0.26 \text{ m}$$

De la relation de conjugaison de L_2 : pour une vue sans accommodation d'un objet A à l'infini ($\overline{O_2A} = -\infty$):

$$\frac{1}{\overline{O_2A'}} - \frac{1}{\overline{O_2A}} = \frac{1}{\overline{O_2F'_2}} \rightarrow \frac{1}{\overline{O_2F'_2}} = \frac{1}{(0.26)} \rightarrow \overline{O_2F'_2} = +0.26 \text{ m}$$

5. Le nouveau punctum proximum PP_n par rapport au centre optique O_2 des lunettes: est:

$$\overline{PP_n} = \frac{\overline{PP} \cdot \overline{O_2F'_2}}{\overline{O_2F'_2} - \overline{PP}} = \frac{(-0.99)(+0.26)}{+0.26 - (-0.99)} \approx -0.206 \text{ m}$$

Par rapport au centre optique O à l'œil, le nouveau punctum proximum $\overline{PP_n}$ est à -0.216 m de l'œil.

EXERCICE 5.3:

L'objet A (le journal) se trouve à une distance $\overline{OA} = -25 \text{ cm} = -0.25 \text{ m}$ du centre O de la lentille de l'ensemble cornée-cristallin de l'œil. La distance entre O et le centre optique O_1 des verres correcteurs $\overline{O_1O} = 2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}$, la distance $\overline{O_1A} = -0.23 \text{ m}$.

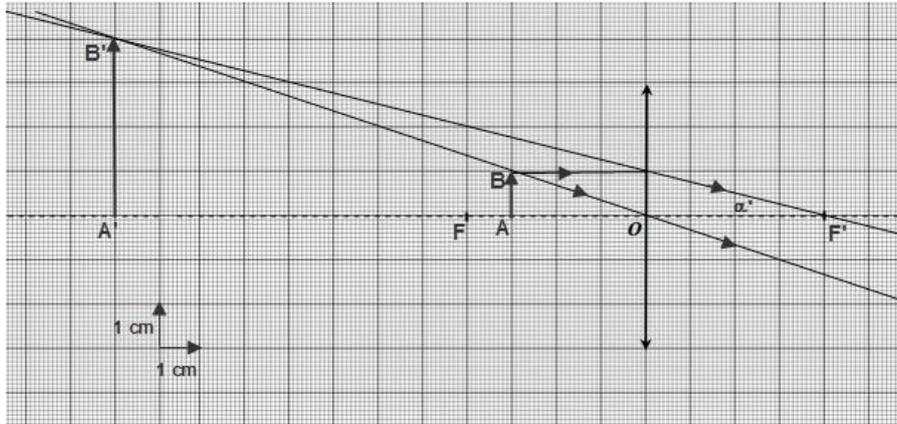
Pour pouvoir observer l'objet AB , les verres correcteurs donne de l'objet AB une image A_1B_1 positionné au punctum proximum PP : $\overline{O_1A_1} = \overline{PP}$.

De la règle de conjugaison des verres correcteurs:

$$\frac{1}{PP} - \frac{1}{O_1A} = V \rightarrow \frac{1}{PP} = V + \frac{1}{O_1A} \rightarrow \overline{PP} = \frac{\overline{O_1A}}{1 + V \cdot \overline{O_1A}} = \frac{-0.23}{1 + 2 \times (-0.23)} = -0.426 \text{ m}$$

EXERCICE 5.4:

1. Construction géométrique de l'image $A'B'$ obtenue:



2. Caractéristique de l'image $A'B'$ obtenue:

position: $\overline{OA'} = -12 \text{ cm}$.

taille : $\overline{A'B'} = +4 \text{ cm}$

nature : droite et directe.

3. D'après la formule de conjugaison:

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

$$\frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OF'}} + \frac{1}{\overline{OA}}$$

$$\frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{\overline{OA} + \overline{OF'}}{\overline{OF'} \cdot \overline{OA}}$$

$$\overline{OA'} = \frac{\overline{OF'} \cdot \overline{OA}}{\overline{OA} + \overline{OF'}}$$

et sachant que: $\overline{OA} = -2 \text{ cm}$ et $\overline{OF'} = +4 \text{ cm}$, d'où :

$$\overline{OA'} = \frac{4 \cdot (-2)}{(-2) + 4}$$

$$\overline{OA'} = -12 \text{ cm}$$

4. Le grandissement γ de cette loupe est:

$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{(-12)}{(-2)} = 6$$

5. Sachant que:

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

$$\overline{A'B'} = \gamma \cdot \overline{AB}$$

$$= 6 \times (+1)$$

$$= +6 \text{ cm}$$

6. Calcul de α' :

$$\tan \alpha' = \frac{\overline{A'B'}}{(\overline{OA'} + \overline{OF'})}$$

$$\tan \alpha' = \frac{4}{(12 + 4)}$$

$$\tan \alpha' = 0.25$$

$$\alpha' \approx 14^\circ$$

7. La puissance P est:

$$P = \frac{\tan \alpha'}{AB}$$

$$P = \frac{0.25}{0.1}$$

$$P = 2.5 \text{ } \delta$$

8. Pour que l'observateur voit l'objet sans accommodation, il faut placer l'objet AB dans le plan focal objet de la lentille, le point A coïncide alors avec le point objet F et l'image $A'B'$ se forme à l'infini.

Explication: d'après la relation de conjugaison

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

Sachant que:

$$\overline{OA'} = \frac{\overline{OF'} \cdot \overline{OA}}{\overline{OA} + \overline{OF'}}$$

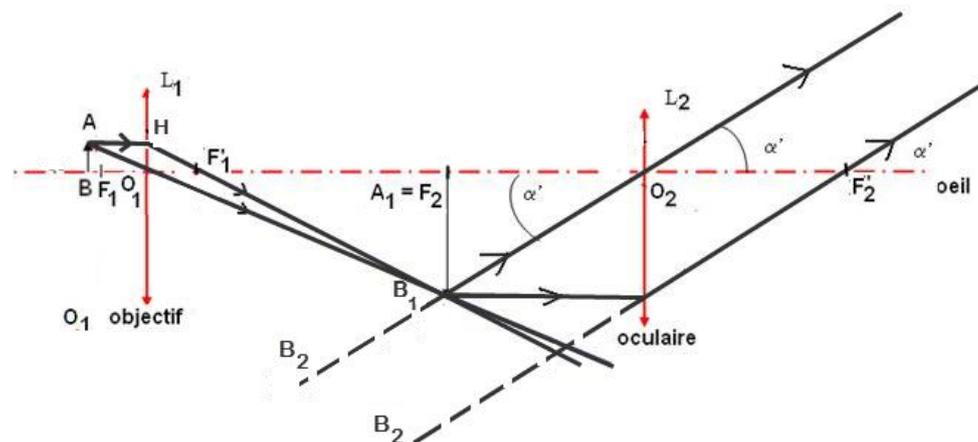
$$\text{dans le cas où } A \text{ coïncide avec } F, \text{ on a: } \overline{OA} = \overline{OF}$$

$$= -\overline{OF'}$$

$$\text{d'où } \overline{OA'} = -\infty$$

EXERCICE 5.5:

1. Le schéma du dispositif est:



2. La relation de conjugaison de l'image intermédiaire A_1B_1 à travers l'oculaire:

$$\frac{1}{\overline{O_2A_2}} - \frac{1}{\overline{O_2A_1}} = \frac{1}{\overline{O_2F'_2}}$$

L'image se réalise à l'infini: $\overline{O_2A_2} = \infty$, d'où:

$$-\frac{1}{\overline{O_2A_1}} = \frac{1}{\overline{O_2F'_2}}$$

$$\overline{O_2A_1} = -\overline{O_2F'_2}$$

$$\overline{O_2A_1} = \overline{O_2F_2}$$

L'image intermédiaire se positionne donc sur le plan focale objet de l'oculaire.

3. La relation de conjugaison de l'objet AB à travers la première lentille:

$$\frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{\overline{O_1F'_1}}$$

$$\frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1F'_1}} = \frac{1}{\overline{O_1A}}$$

$$\frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{\overline{O_1F'_1} - \overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A_1} \cdot \overline{O_1F'_1}}$$

$$\overline{O_1A} = \frac{\overline{O_1A_1} \cdot \overline{O_1F'_1}}{\overline{O_1F'_1} - \overline{O_1A_1}}$$

$$\overline{O_1F'_1} = +10 \text{ mm} = +0.01 \text{ m}$$

$$\overline{O_1A_1} = \overline{O_1O_2} - \overline{O_2F_2}$$

$$\overline{O_1A_1} = +135 - 25$$

$$\overline{O_1A_1} = +110 \text{ mm} = 0.11 \text{ m}$$

La position $\overline{O_1A}$ de l'objet est:

$$\overline{O_1A} = \frac{0.01 \times 0.11}{0.01 - 0.11} = -0.011 \text{ m}$$

4. Le grandissement Υ de l'objectif est:

$$\begin{aligned} \Upsilon &= \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} \\ &= \frac{0.11}{(-0.011)} \\ &= -10 \end{aligned}$$

5. Sachant que la puissance P a pour expression:

$$P = \frac{\tan \alpha'}{AB} = \frac{\frac{A_1B_1}{O_2F_2}}{AB} = \frac{A_1B_1}{AB} \cdot \frac{1}{O_2F_2}$$

D'après le théorème de Thalès, pour les deux triangles $F'_1F_2B_1$ et F'_1O_1H :

$$\frac{A_1B_1}{F'_1F_2} = \frac{O_1H}{O_1F'_1}$$

et comme $O_1H = AB$

$$\frac{A_1B_1}{F'_1F_2} = \frac{AB}{O_1F'_1}$$

d'où:

$$\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{F'_1F_2}{O_1F'_1}$$

La puissance P s'écrit alors:

$$P = \frac{F'_1F_2}{O_1F'_1} \cdot \frac{1}{O_2F_2}$$

L'intervalle optique $\Delta = F'_1F_2$ d'où:

$$P = \frac{\Delta}{O_1F'_1 \cdot O_2F_2}$$

6. Calcul de la puissance P :

$$O_1F'_1 = 10 \text{ mm} = 0.010 \text{ m}$$

$$O_2F_2 = 25 \text{ mm} = 0.025 \text{ m}$$

$$\Delta = F'_1F_2$$

$$\Delta = O_1 O_2 - (O_1 F'_1 + O_2 F_2)$$

$$= 135 - (10 + 25) = 100 \text{ mm} = 0.100 \text{ m}$$

$$P = \frac{0.100}{0.010 \times 0.025} = 400 \delta$$

7. Le grossissement commercial se calcule à partir de la relation:

$$G_C = P \cdot d_m$$

$$= 400 \times 0.25$$

$$= 100$$

8. Calcul du grossissement de l'oculaire:

$$G = \frac{d_m}{O_2 F_2}$$

$$= \frac{0.25}{0.025}$$

$$= 10$$

9. De la relation :

$$G_C = G \cdot |\gamma|$$

on déduit le grandissement de l'objectif γ :

$$|\gamma| = \frac{G_C}{G} = \frac{100}{10} = 10$$

EXERCICE 5.6:

1. Le grossissement commercial G_C :

$$G_C = G \cdot |\gamma|$$

G : grossissement de l'oculaire.

γ : grandissement de l'objectif.

$$G = 10$$

$$|\gamma| = 100$$

$$d'où: G_C = 10 \times 100$$

$$= 1000$$

2. La puissance intrinsèque P :

$$G_C = P \cdot d_m$$

$$P = \frac{G_C}{d_m}$$

$$= \frac{1000}{0.25}$$

$$= 4000 \delta$$

3. Sachant que:

$$\text{taille réelle} = \frac{\text{taille observée}}{G_C}$$

$$= \frac{1}{1000}$$

$$= 0.001 \text{ cm} = 10 \mu\text{m}$$

4. Le diamètre apparent α d'un objet est l'angle sous lequel on observe l'objet à l'œil nu à la distance minimale $d_m = 0.25 \text{ m}$.

$$\alpha = \frac{AB}{d_m}$$

$$AB = \alpha \cdot d_m$$

$$= 3.0 \times 10^{-4} \times 25$$

$$= 7.5 \times 10^{-3} \text{ cm}$$

A travers ce microscope l'œil peut alors voir des objets de taille:

$$AB = \frac{7.5 \times 10^{-3}}{1000}$$

$$= 7.5 \times 10^{-6} \text{ cm}$$

$$= 7.5 \times 10^{-2} \mu\text{m}$$

EXERCICE 5.7:

- Calculons la position $\overline{O_1A_1}$ de l'image intermédiaire A_1B_1 de l'objet AB placé à l'infini à travers la lentille L_1 par la relation de conjugaison de L_1 :

$$\frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{\overline{O_1F'_1}}$$

$$\frac{1}{\overline{O_1A}} = -\infty$$

$$\frac{1}{\overline{O_1A_1}} = \frac{1}{\overline{O_1F'_1}} \rightarrow \overline{O_1A_1} = \overline{O_1F'_1}$$

A_1 est confondu avec le point focal image F'_1 de la lentille L_2 .

La relation de conjugaison de l'image intermédiaire A_1B_1 à travers l'oculaire:

$$\frac{1}{\overline{O_2A'}} - \frac{1}{\overline{O_2A_1}} = \frac{1}{\overline{O_2F'_2}}$$

L'image se réalise à l'infini: $\overline{O_2A'} = -\infty$, d'où:

$$-\frac{1}{\overline{O_2A_1}} = \frac{1}{\overline{O_2F'_2}}$$

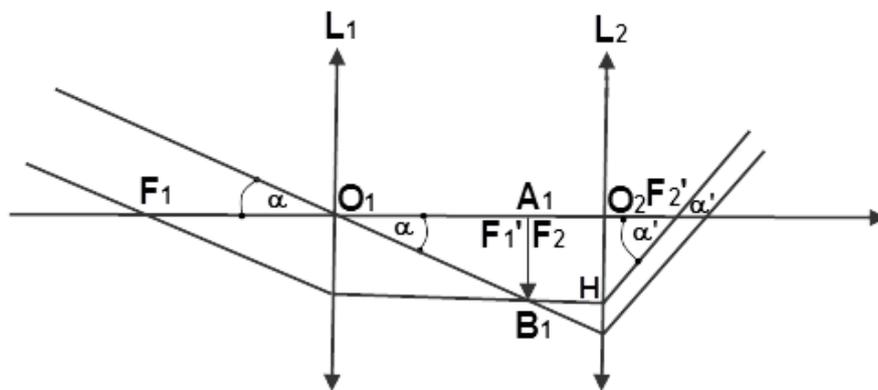
$$\overline{O_2A_1} = -\overline{O_2F'_2} = \overline{O_2F_2}$$

A_1 est confondu avec le point focal objet F_2 de la lentille L_2 .

On aura alors les points F'_1 et F_2 confondus.

$$\overline{O_1O_2} = \overline{O_1F'_1} + \overline{F'_1O_2} = \overline{O_1F'_1} + \overline{F_2O_2} = 50 + 2 = 52 \text{ cm}$$

- Schéma de la marche des rayons d'un objet AB placé à l'infini à travers la lunette astronomique:



- Dans le triangle $O_1F'_1B_1$:

$$\tan \alpha \approx \alpha = \frac{\overline{B_1F'_1}}{\overline{O_1F'_1}}$$

Dans le triangle $O_2F'_2H$:

$$\tan \alpha' \approx \alpha' = \frac{\overline{HO_2}}{\overline{F_2O_2}} = \frac{\overline{HO_2}}{\overline{O_2F'_2}}$$

Le grossissement G de cette lunette:

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\overline{HO_2}}{\overline{O_2F_2'}} = \frac{\overline{O_1F_1'}}{\overline{O_2F_2'}}$$

$$\overline{HO_2} = \overline{B_1F_1'}$$

$$\text{d'où: } G = \frac{\overline{O_1F_1'}}{\overline{O_2F_2'}}$$

4. Pour cette lunette:

$$G = \frac{\overline{O_1F_1'}}{\overline{O_2F_2'}} = \frac{50}{2} = 25$$

EXERCICE 5.8:

1. Déterminons la position $\overline{O_1A_1}$ de l'image intermédiaire A_1B_1 de l'objet AB à travers la première lentille L_1 , de la relation de conjugaison:

$$\frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{\overline{O_1F_1'}}$$

$$\frac{1}{\overline{O_1A_1}} = \frac{1}{\overline{O_1F_1'}} + \frac{1}{\overline{O_1A}}$$

$$\frac{1}{\overline{O_1A_1}} = \frac{\overline{O_1A} + \overline{O_1F_1'}}{\overline{O_1F_1'} \cdot \overline{O_1A}}$$

$$\overline{O_1A_1} = \frac{\overline{O_1F_1'} \cdot \overline{O_1A}}{\overline{O_1A} + \overline{O_1F_1'}}$$

$$\overline{O_1A} = -1200 \text{ m et } \overline{O_1F_1'} = +0.15 \text{ m}$$

$$\overline{O_1A_1} = \frac{0.15 \cdot (-1200)}{-1200 + 0.15} \approx +0.15 \text{ cm}$$

Déterminer la taille de l'image intermédiaire $\overline{A_1B_1}$ de l'objet AB à travers la lentille convergente L_1 :

de l'expression du grandissement γ de L_1 est:

$$\gamma = \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} \rightarrow \overline{A_1B_1} = \overline{AB} \cdot \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} = 40 \times \frac{(+0.15)}{(-1200)} = -0.005 \text{ m} = -5 \text{ mm}$$

2. L'image finale $A'B'$ à travers le système des deux lentilles est l'image à travers la deuxième lentille L_2 de l'image intermédiaire A_1B_1 . La position $\overline{O_2A'}$ de l'image finale $A'B'$ se calcule à partir de la relation de conjugaison de L_2 :

$$\frac{1}{\overline{O_2A'}} - \frac{1}{\overline{O_2A_1}} = \frac{1}{\overline{O_2F_2'}}$$

$$\overline{O_2A'} = \frac{\overline{O_2F_2'} \cdot \overline{O_2A_1}}{\overline{O_2A_1} + \overline{O_2F_2'}}$$

$$\overline{O_1O_2} = d = 0.10 \text{ m et } \overline{O_2F_2'} = -0.04 \text{ m}$$

$$\overline{O_2A_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1} = \overline{O_1A_1} - \overline{O_1O_2} = +0.15 - 0.10 = +0.05 \text{ m}$$

$$\overline{O_2A'} = \frac{(-0.04) \cdot (+0.05)}{0.05 + (-0.04)} = -0.2 \text{ m} = -20 \text{ cm}$$

On calcule la taille $\overline{A'B'}$ de l'image finale à partir de l'expression du grandissement γ de L_2 :

$$\gamma = \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} \rightarrow \overline{A'B'} = \overline{A_1B_1} \cdot \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}} = (-0.005) \cdot \frac{(-0.2)}{(0.05)} = -0.02 \text{ m} = -2 \text{ cm}$$

EXERCICE 5.9:

1. A_1 est l'image de A à travers la lentille, de la relation de conjugaison:

$$\frac{1}{\overline{OA_1}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

$$\overline{OA_1} = \frac{\overline{OA} \cdot \overline{OF'}}{\overline{OA} + \overline{OF'}}$$

2. A_2 est l'image de A_1 à travers le miroir:

$$\overline{OA_2} = -\overline{OA_1} = -\frac{\overline{OA} \cdot \overline{OF'}}{\overline{OA} + \overline{OF'}}$$

3. A' est l'image de A_2 à travers la lentille, dans le sens inverse de propagation de la lentille, la relation de conjugaison s'écrit:

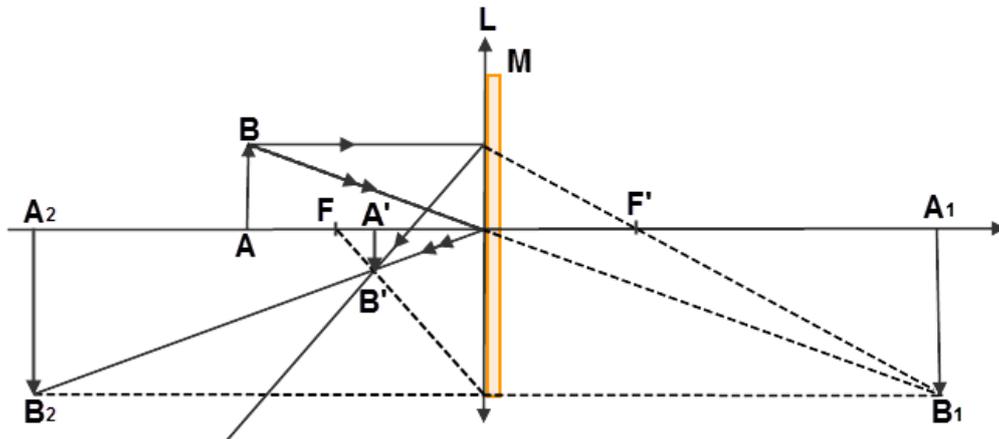
$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA_2}} = -\frac{1}{\overline{OF'}}$$

$$\overline{OA'} = \frac{\overline{OA_2} \cdot \overline{OF'}}{\overline{OF'} - \overline{OA_2}} = \frac{\left(-\frac{\overline{OA} \cdot \overline{OF'}}{\overline{OA} + \overline{OF'}}\right) \cdot \overline{OF'}}{\overline{OF'} - \left(-\frac{\overline{OA} \cdot \overline{OF'}}{\overline{OA} + \overline{OF'}}\right)} = \frac{-\overline{OA} \cdot \overline{OF'}^2}{2\overline{OA} \cdot \overline{OF'} + \overline{OF'}^2} = \frac{-\overline{OA} \cdot \overline{OF'}}{2\overline{OA} + \overline{OF'}}$$

4. Expression de $\overline{AA'}$:

$$\overline{AA'} = \overline{AO} - \overline{OA'} = \overline{OA} - \left(\frac{-\overline{OA} \cdot \overline{OF'}}{2\overline{OA} + \overline{OF'}}\right) = \frac{2\overline{OA}(\overline{OA} + \overline{OF'})}{2\overline{OA} + \overline{OF'}}$$

Tapez une équation ici.



5. L'expression du grandissement G est:

$$G = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_2B_2}} \times \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} \times \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}}$$

Le grandissement à travers la lentille L pour la propagation allée: $\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA_1}}{\overline{OA}}$

Le grandissement à travers le miroir M : $\frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} = 1$

Le grandissement à travers la lentille L pour la propagation retour: $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_2B_2}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA_2}}$

$$G = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA_2}} \times \frac{\overline{OA_1}}{\overline{OA}}$$

$$\overline{OA_2} = -\overline{OA_1}$$

$$G = -\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = -\frac{-\overline{OA} \cdot \overline{OF'}}{2\overline{OA} + \overline{OF'}} = \frac{\overline{OF'}}{2\overline{OA} + \overline{OF'}}$$

6. Lorsque $A = F$ et sachant que $\overline{OF'} = -\overline{OF}$, on a $\overline{OA} + \overline{OF'} = \overline{OF} + \overline{OF'} = 0$ d'où $\overline{AA'} = 0$.

Les deux points A et A' sont confondus et se positionnent dans le même plan focal objet de la lentille.

Le grandissement G devient:

$$G = \frac{\overline{OF'}}{2\overline{OA} + \overline{OF'}} = \frac{-\overline{OF}}{2\overline{OF} - \overline{OF}} = -\frac{\overline{OF}}{\overline{OF}} = -1$$

L'image $A'B'$ est donc inversée et de même taille que l'objet AB .

7. Le point A se trouve dans le plan focal objet: $\overline{OA} = \overline{OF} = -10 \text{ cm} = -0.1 \text{ m}$
 $\overline{OF'} = -\overline{OF} = 0.1 \text{ m}$

La vergence de la lentille: $V = \frac{1}{\overline{OF'}} = 10 \text{ } \delta$

EXERCICE 5.10:

1. Calculons la position $\overline{S_1A_1}$ de l'image intermédiaire A_1 de l'objet A placé à l'infini à travers le miroir M_1 . De la relation de conjugaison de M_1 :

$$\frac{1}{\overline{S_1A}} + \frac{1}{\overline{S_1A_1}} = \frac{2}{\overline{S_1C_1}}$$

$$\overline{S_1A} = \infty$$

$$\overline{S_1A_1} = \frac{\overline{S_1C_1}}{2} = \overline{S_1F_1} = -20 \text{ cm}$$

A_1 est confondu avec le point focal F_1 du miroir M_1 .

Calculons le rayon de courbure du miroir M_2 . De la relation de conjugaison de M_2 :

$$\frac{1}{\overline{S_2A_1}} + \frac{1}{\overline{S_2A'}} = \frac{2}{\overline{S_2C_2}} \rightarrow \overline{S_2C_2} = 2 \frac{\overline{S_2A_1} \cdot \overline{S_2A'}}{\overline{S_2A'} + \overline{S_2A_1}}$$

$\overline{S_2A_1}$ est la position de l'image intermédiaire A_1 objet du miroir M_2 .

$\overline{S_2A'}$ est la position de l'image A' de A_1 à travers le miroir M_2 .

$\overline{S_2C_2}$ est le rayon de courbure de M_2 .

$$\overline{S_2A_1} = \overline{S_2S_1} + \overline{S_1A_1} = \overline{S_1A_1} - \overline{S_1S_2} = -20 - (-15) = -5 \text{ cm}$$

$$\overline{S_2A'} = \overline{S_2S_1} + \overline{S_1A'} = \overline{S_1A'} - \overline{S_1S_2} = 6 - (-15) = +21 \text{ cm}$$

$$\overline{S_2C_2} = 2 \frac{(-5) \cdot (+21)}{+21 - 5} = -13.125 \text{ cm}$$

2. Dans l'approximation de Gauss: $\widehat{CD} = d_1$ et $\widehat{GH} = d_2$

$$\tan \alpha = \frac{\frac{d_1}{2}}{A_1S_1} = \frac{d_1}{2 \cdot A_1S_1}$$

$$\tan \alpha = \frac{\frac{d_2}{2}}{A_1S_2} = \frac{d_2}{2 \cdot A_1S_2}$$

d'où:

$$\frac{d_1}{2 \cdot A_1 S_1} = \frac{d_2}{2 \cdot A_1 S_2}$$

$$d_2 = d_1 \cdot \frac{A_1 S_2}{A_1 S_1} = 10 \times \frac{5}{20} = 2.5 \text{ cm}$$

3. On a:

$$\tan \alpha' = \frac{\frac{d_3}{2}}{A' S_1} = \frac{d_3}{2 \cdot A' S_1}$$

$$\tan \alpha' = \frac{\frac{d_2}{2}}{A' S_2} = \frac{d_2}{2 \cdot A' S_2}$$

d'où:

$$\frac{d_3}{2 \cdot A' S_1} = \frac{d_2}{2 \cdot A' S_2}$$

$$d_3 = d_2 \cdot \frac{A' S_1}{A' S_2} = 2.5 \times \frac{6}{21} = 0.714 \text{ cm}$$

SÉRIE N°6

EXERCICE 6.1:

1. La relation fondamentale de l'hydrostatique pour les trois fluides:

$$\text{Glycérine: } P_A - P_B = 0 \quad (1)$$

$$\text{Eau: } P_A - P_C = \rho_{H_2O} \cdot h_1 \cdot g \quad (2)$$

$$\text{Méthanol: } P_B - P_D = \rho_{\text{méthanol}} \cdot h_2 \cdot g \quad (3)$$

2. On a donc:

$$\text{de (1): } P_A = P_B$$

$$\text{de (2): } P_A = P_C + \rho_{H_2O} \cdot h_1 \cdot g$$

$$\text{de (3): } P_B = P_D + \rho_{\text{méthanol}} \cdot h_2 \cdot g$$

$$\text{On a aussi: } P_C = P_D = P_{\text{atm}}$$

$$\text{d'où: } \rho_{\text{méthanol}} \cdot h_2 \cdot g = \rho_{H_2O} \cdot h_1 \cdot g$$

$$\rho_{\text{méthanol}} = \frac{\rho_{H_2O} \cdot h_1}{h_2} = \frac{1000 \times 10}{12.5} = 800 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

EXERCICE 6.2:

1. Le volume de la sphère creuse V_{SC} est:

Volume de la sphère creuse $V_{SC} = \text{volume de la sphère } V_S - \text{volume du vide } V_V$

$$V_{SC} = \frac{4}{3} r^3 - \frac{4}{3} (r - e)^3 = \left[\frac{4}{3} \times \pi \times (0.2)^3 - \frac{4}{3} \times \pi \times (0.2 - 0.008)^3 \right]$$

$$V_{SC} \approx 3.86 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

Le poids P_{SC} de la sphère creuse est alors:

$$\begin{aligned} P_{SC} &= m \cdot g = \rho_{\text{acier}} \cdot V_{SC} \cdot g = V_{SC} \\ &= 7600 \times 3.86 \times 10^{-3} \times 9.81 \\ &\approx 287.79 \text{ N} \end{aligned}$$

2. La poussée d'Archimède pour la bille totalement immergée est au poids du volume déplacé de l'eau donc V_S :

$$\Pi = \rho_{\text{eau}} \cdot V_S \cdot g = \rho_{\text{eau}} \times \left[\frac{4}{3} \times \pi \times r^3 \right] \cdot g$$

$$= 1000 \times \left[\frac{4}{3} \times \pi \times (0.2)^3 \right] \times 9.81$$

$$\approx 328.74 \text{ N}$$

- La bille flottera car la poussée d'Archimède Π est supérieure à son poids P_{SC} :
 $\Pi > P_{SC}$
- Le volume de la partie immergée de la bille est égale au volume V_{eau} de l'eau déplacée. À l'équilibre, la poussée d'Archimède Π est égale au poids du volume V_{eau} de l'eau déplacée:

$$\Pi = P_{SC}$$

$$\rho_{eau} \cdot V_{eau} \cdot g = P_{SC}$$

$$V_{eau} = \frac{P_{SC}}{\rho_{eau} \cdot g} = \frac{287.79}{1000 \times 9.81} \approx 2.93 \times 10^{-2} \text{ m}^3$$

- Sachant que le volume de la sphère est:

$$V_s = \frac{4}{3} \times \pi \times (0.2)^3 = 3.35 \times 10^{-2} \text{ m}^3$$

La fraction du volume immergé de la bille par rapport à son volume V_s :

$$\frac{V_{eau}}{V_s} = \frac{2.93 \times 10^{-2}}{3.35 \times 10^{-2}} \approx 0.87 \text{ soit } 87\%.$$

EXERCICE 6.3:

- On observe l'ascension de l'eau dans le tube capillaire d'une hauteur h due à la différence de pression Δp de Laplace. La pression inverse due au poids de la colonne montante dans le capillaire va limiter l'ascension de l'eau à une hauteur h .
- La différence de pression Δp de Laplace due à la tension superficielle γ s'exprime par:

$$\Delta p = \frac{2\gamma}{R}$$

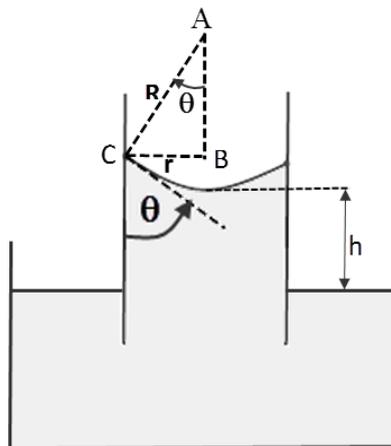
R est le rayon de courbure du ménisque (interface entre l'eau et l'air).

Dans le triangle ABC le cosinus de l'angle de contact θ vérifie: $\cos \theta = \frac{r}{R}$ d'où

$$R = \frac{r}{\cos \theta}$$

r est le rayon du tube capillaire, Δp s'écrit alors:

$$\Delta p = \frac{2\gamma \cdot \cos \theta}{r}$$



L'eau monte à une hauteur h jusqu'à ce que la pression hydrostatique Π de la colonne montante de l'eau dans le tube équilibre Δp , sachant que $\Pi = \rho \cdot g \cdot h$, à l'équilibre des pressions on a : $\Pi = \Delta p$

$$\rho \cdot g \cdot h = \frac{2\gamma \cdot \cos \theta}{r}$$

d'où la loi de Jurin:

$$h = \frac{2\gamma \cdot \cos \theta}{r \cdot \rho \cdot g}$$

$$h = \frac{2\gamma \cdot \cos \theta}{r \cdot \rho \cdot g}$$

3. La sève est parfaitement mouillante: $\theta = 0^\circ$.

$$r = 25 \mu\text{m} = 25 \times 10^{-6} \text{m}$$

$$h = \frac{2 \times 73 \times 10^{-3} \times 1}{25 \times 10^{-6} \times 10^3 \times 9.81} = 0.595 \text{m}$$

SÉRIE N°7

EXERCICE 7.1:

1. La relation de Bernoulli entre les deux points M et A s'écrit:

$$P_A + \rho \cdot g \cdot z_A + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_A^2 = P_M + \rho \cdot g \cdot z_M + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_M^2$$

$$z_A = 0$$

Les points A et M étant en contact direct avec l'air, leurs pressions sont égales à la pression atmosphérique: $P_A = P_M = P_{atm}$.

$$P_{atm} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_A^2 = P_{atm} + \rho \cdot g \cdot z_M + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_M^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot v_A^2 = \rho \cdot z_M + \frac{1}{2} \cdot v_M^2$$

Pour un liquide parfait le débit volumique Q_v est constant: $S_A \cdot v_A = S \cdot v_M$

$$v_M = \frac{S_A \cdot v_A}{S}$$

$$S_A = 8 \times 10^{-4} \text{m}^2$$

$$S = 4 \text{m}^2 = 4 \text{m}^2$$

$$v_M = \frac{8 \times 10^{-4} \cdot v_A}{4}$$

$$v_M = 2 \times 10^{-4} \cdot v_A$$

$$v_M^2 = 4 \times 10^{-8} \cdot v_A^2 \ll v_A^2, \text{ on néglige alors } v_M^2 \text{ devant } v_A^2.$$

$$\frac{1}{2} \cdot v_A^2 = g \cdot z_M$$

$$v_A = \sqrt{2 \cdot g \cdot z_M} \text{ (relation de Torricelli)}$$

2. $Q_v = S_A \cdot v_A$
 $= S_A \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z_M}$

3. Sachant que:

$$v_M = \frac{S_A \cdot v_A}{S}$$

$$v_M = \frac{S_A \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z_M}}{S}$$

4. La vitesse v_M s'exprime par:

$$v_M = -\frac{dz_M}{dt}$$

$$-\frac{dz_M}{dt} = \frac{S_A \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z_M}}{S}$$

$$\frac{dz_M}{\sqrt{z_M}} = -\frac{S_A \cdot \sqrt{2 \cdot g}}{S} dt$$

On intègre de $t = 0$ s jusqu'à l'instant T où le réservoir a été complètement vidé:

$$z_M = z_A = 0 \text{ m.}$$

$$\int_{z_M}^0 \frac{dz_M}{\sqrt{z_M}} = -\frac{S_A \cdot \sqrt{2 \cdot g}}{S} \int_0^T dt$$

$$-2\sqrt{z_M} = -\frac{S_A \cdot \sqrt{2 \cdot g}}{S} T$$

$$T = \frac{2\sqrt{z_M} \cdot S}{S_A \cdot \sqrt{2 \cdot g}} = \frac{2\sqrt{2} \times 4}{8 \times 10^{-4} \cdot \sqrt{2 \times 9.81}} \approx 3193 \text{ s} = 53 \text{ mn } 13 \text{ s}$$

EXERCICE 7.2:

1. Le volume total de sang circulant dans l'aorte en une minute est de:

$$V_t = 60 \times v_b = 80 \times 0.075 = 6 \text{ L}$$

$$Q_v = 6 \text{ L} \cdot \text{mn}^{-1} = \frac{6 \times 10^{-3} \text{ m}^3}{60 \text{ s}} = 10^{-4} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

2. $Q_v = v_{\text{moy}} \cdot S$

S est la section de l'aorte:

$$S = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \pi \cdot \left(\frac{2 \times 10^{-2}}{2}\right)^2 \approx 3.14 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$v_{\text{moy}} = \frac{Q_v}{S} = \frac{10^{-4}}{3.14 \times 10^{-4}} \approx 0.32 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

3. Le nombre de Reynolds est défini par:

$$R_e = \frac{\rho \cdot v_m \cdot d}{\eta} = \frac{1060 \times 0.32 \times 2 \times 10^{-2}}{5 \times 10^{-3}} = 1356.8$$

$R_e < 2000$ le régime d'écoulement est laminaire

4. Le régime devient turbulent pour $R_e > 3000$. La vitesse critique à partir de laquelle l'écoulement devient turbulent est pour $R_e = 3000$:

$$v_{\text{critique}} = \frac{\eta \cdot R_e}{\rho \cdot d} = \frac{5 \times 10^{-3} \cdot 3000}{1060 \times 2 \times 10^{-2}} \approx 0.71 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

5. $Q_{\text{cap}} = v_{\text{cap}} \cdot S_{\text{cap}} = v_{\text{cap}} \cdot \pi \cdot r^2 = 6 \times 10^{-4} \cdot \pi \cdot (5 \times 10^{-6})^2 \approx 4.7 \times 10^{-14} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$

6. $Q_v = N_{\text{cap}} \cdot Q_{\text{cap}}$

$$N_{\text{cap}} = \frac{Q_v}{Q_{\text{cap}}} = \frac{10^{-4}}{4.7 \times 10^{-14}} \approx 2.13 \times 10^9$$

BIBLIOGRAPHIE

- 1) Exercices de thermodynamique et d'optique, M. Bertin et J. Renault, éditions Dunod, Paris 1980.
- 2) Optique; Optique géométrique et notions d'optique physique; M. Bertin, J. P. Faroux et J. Renault, éditions Dunod, Paris 1981.
- 3) Hydrodynamique physique, Etienne Guyon, Jean-Pierre Hulin, Luc Petit et John Hinch, éditions CNRS, Paris 2001.
- 4) Optique géométrique, RAPPELS DE COURS ET EXERCICES, Agnès MAUREL et Jean-Marie MALBEC, éditions BELIN, Paris 2002.
- 5) Optique géométrique, COURS ET 134 EXERCICES CORRIGÉS, T. Bécherrawy, éditions De Boeck, Bruxelles 2006.
- 6) NOTIONS DE MECANIQUE DES FLUIDES, *Cours et Exercices Corrigés*, Riadh BEN HAMOUDA, Centre de Publication Universitaire, Tunis 2008.