

Université 8 mai 1945 Guelma
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Mécanique



**Mémoire de fin d'étude pour
L'obtention de Diplôme de Master**

Option : Construction Mécanique

Présenté par : ZERDOUDI KHAWLA

=====

**ETUDE DE L'IMPACT DES ADDITIVES DES HUILES
LUBRIFIANTES SUR LA DIMINUTION DES EFFETS
DE LA POLLUTION SOLIDE SUR LA STABILITE DU
SYSTEME ROTOR-PALIER**

=====

Sous la Direction de :

Pr. BOUCHERIT Hamid

SEPTEMBRE 2019 - 2020

Remerciement

Je voudrais remercier Allah, le Tout-Puissant de m'avoir donné patience et volonté d'étudier et d'atteindre ce niveau et de terminer mon mémoire ; tous de grands éloges pour lui.

*Ce mémoire n'aurait pas pu être achevée sans l'aide de mon professeur et superviseur **Pr. BOUCHERIT Hamid** à qui je voudrais exprimer mes sincères remerciements. Je lui suis reconnaissant pour ses encouragements, sa gentillesse, sa patience et ses conseils judicieux tout au long de l'achèvement de ce travail. Je ne pouvais pas imaginer avoir un meilleur superviseur pour mon étude de Master. Je lui dois une sincère gratitude pour ses encouragements et sa précieuse contribution à la recherche, que ce soit par son temps, ses conseils ou les documents qu'il a fournis.*

Outre mon superviseur, je tiens à remercier les membres du comité d'examen pour leur lecture et leurs commentaires perspicaces. Un grand merci également à tous mes professeurs et tous les employés de l'administration de département de Génie Mécanique, l'université 8 mai 1945 Guelma pour leur aide et leur précieux soutien.

Je remercie profondément ma famille pour le soutien morale. Mon père NOUREDDINE et ma mère GUETTOCHE SOUAD, mon petit frangin MOHAMED YAHYA

En fin je remercie mes amis BENNICHE, AISSANI et mes frangines ROUFAIDA, SOUMIA ; qui, malgré ses lourdes tâches, ont voulu bien collaborer avec moi. Leurs précieux conseils et leurs suggestions de bonne volonté m'ont été d'une grande aide.

Dédicace

Aux personnes les plus précieuses de mon cœur; à celui qui a donné naissance et sens à ma vie, à celui qui m'a donné force et espoir mes parents «ZERDOUDI Noureddine» et «GUETTOUCHE Souad», mes sœurs «Soumia» et «Roufaïda», et mon frère «Mohammed Yahya», qui méritent le plus d'appréciation pour leur amour et leurs encouragements sans bornes, avec ma grand-mère «Ma Manouba», qui ne cesse de prier pour mon mieux. Sans leur soutien, l'achèvement de mes recherches aurait été impossible.

Je suis également extrêmement reconnaissant à tous mes amis

*«Mr hadad»«Med Foufana»«abed al-kayoume» «Siham»
«Safa» et «Hanane»«Dounia» «Karima» et mes collègues, en particulier «Amira»
«Bouthaina»«Youcef»«Nadjibe»«Hichame»«Khaled»«imade»
«ammar»«nacire»«massinissa» pour leurs encouragements, leur aide et leur soutien incontestables et indéniables.*



RESUME

Le travail théorique et numérique proposé vise à prédire les effets des additifs (polymères) améliorant la qualité des huiles lubrifiantes sur le comportement dynamique linéaire des paliers hydrodynamiques lubrifiés par des huiles polluées par des particules solides (lubrifiant pollué ou contaminé par des particules solides dues à l'usure des surfaces de contact).

La présence des additifs dans les huiles lubrifiantes rend le comportement rhéologique du lubrifiant non newtonien, l'étude de l'écoulement de ce type de fluides est basée sur l'application de la théorie des milieux continus de Vijay Kumar Stokes. Le modèle simple de Ball et Richmond est retenu pour prendre en considération de la présence de la pollution due à l'existence des particules solides dans les huiles lubrifiantes.

La méthode de perturbation est utilisée pour la prédiction des huit coefficients dynamiques de raideurs et d'amortissements du système rotor-palier. L'équation de Reynolds modifiée est transformée en un système de trois équations aux dérivées partielles du second ordre. Les équations du système sont discrétisées par la méthode des différences finies centrées. Le système des équations algébriques obtenu est résolu à l'aide de processus itératif de Gauss-Seidel avec coefficient de sur-relaxation.

L'étude paramétrique a montré en évidence d'une part la présence de la pollution solide dans une huile lubrifiante permet d'augmenter le pic de pression dans le film lubrifiant du palier et de diminuer sensiblement la stabilité du système rotor-palier comparativement au palier lubrifié par fluide non additivé et pollué. D'autre part, l'ajout des additifs améliorant la qualité des huiles lubrifiantes conduit à diminuer sensiblement les effets de la présence de la pollution solide sur la stabilité du système rotor-palier des machines tournantes.

Mots clés : *Huiles polluées, Huiles additivées, Lubrification EHD, Paliers hydrodynamiques, Théorie de V.K Stokes, Equation de Reynolds Modifiée.*

Abstract

The theoretical and numerical work proposed, aims to predict the effects of additives (polymers) improving the quality of lubricant oils on the linear dynamic behavior of hydrodynamic bearings lubricated by oils polluted by solid particles (lubricant polluted or contaminated by solid particles due to wear of the contact surfaces).

The presence of the additives in lubricant oils makes the rheological behavior of the lubricant non-Newtonian, the study of the flow of these types of fluids is based on the application of the theory of continuum theory of Vijay Kumar Stokes. Ball and Richmond's simple model is retained to take into account the presence of pollution due to the existence of solid particles in lubricating oils.

The perturbation method is used for prediction of the eight dynamic coefficients of stiffness and damping of the rotor-bearing system. The modified Reynolds equation is transformed into a system of three second-order partial differential equations. The equations of the system are discretized by the method of centered finite differences. The system of algebraic equations obtained is solved using an iterative Gauss-Seidel process with over-relaxation coefficient.

The parametric study showed in evidence on the one hand the presence of solid pollution in lubricant oil makes it to increase the pressure peak in the lubricating film of the journal bearing and to significantly reduce the stability of the rotor-bearing system compared to the journal bearing lubricated by fluid no additive and polluted. On the other hand, the addition of additives improving the quality of lubricant oils significantly reduces the effects of the presence of solid pollution on the stability of the rotor-bearing system of rotating machines.

Key Words: *polluted oils, additive oils, EHD lubrication, Hydrodynamic bearings, V.K Stokes theory, Modified Reynolds equation.*

ملخص

يهدف العمل النظري والعددي إلى التنبؤ بآثار المواد المضافة (البوليمرات) لتحسين جودة زيوت التشحيم على السلوك الديناميكي الخطي للمحامل الهيدروديناميكية المشحمة بالزيوت الملوثة بالجسيمات الصلبة (مواد التشحيم الملوثة أو بالجسيمات الصلبة بسبب تآكل الأسطح الملامسة).

إن وجود الإضافات في زيوت التشحيم يجعل السلوك الريولوجي لزيوت التشحيم غير نيوتونية ، وتستند دراسة تدفق هذه الأنواع من السوائل على تطبيق نظرية الوسائط المستمرة لفيجاي كومار ستوكس. تم اعتماد على نموذج البسيط لبال و ريشمان لمراعاة وجود تلوث نتيجة وجود جزيئات صلبة في زيوت التشحيم.

تستخدم طريقة الاضطراب للتنبؤ بالمعاملات الديناميكية الثمانية للصلابة والتخميد للنظام الحامل الدوار. تتحول معادلة رينولدز المعدلة إلى نظام مكون من ثلاث معادلات تفاضلية جزئية من الدرجة الثانية. يتم تقدير معادلات النظام بطريقة الفروق المحدودة المركزة. تم حل نظام المعادلات الجبرية الناتجة باستخدام طريقة قوص-سيدال التكرارية مع معامل الاسترخاء المفرط.

أظهرت الدراسة البارامترية بالدليل من ناحية أن وجود تلوث صلب في زيت التشحيم يجعل من الممكن زيادة ذروة الضغط في فيلم التشحيم للمحمل وتقليل استقرار نظام محمل الدوار بشكل كبير مقارنة بالمحمل المشحم بالزيوت الغير ملوثة. من ناحية أخرى، فإن إضافة الزوائد التي تعمل على تحسين جودة زيوت التشحيم تقلل بشكل كبير من آثار وجود التلوث الصلب على استقرار نظام محمل الدوار للآلات الدوارة.

الكلمات المفتاحية : الزيوت الملوثة ، الزيوت المضافة ، تزييت EHD ، المحامل الهيدروديناميكية ، نظرية V.K Stokes , معادلة رينولدز المعدلة.

TABLE DES MATIERES

- Introduction générale.....	1
- Chapitre un : Etude bibliographie sur la Lubrification Hydrodynamique et la Pollution des Lubrifiants	
I.1 INTRODUCTION.....	3
I.2 FROTTEMENT.....	4
I.3 USURE.....	5
I.3.1 Usure par abrasion.....	5
I.3.2 Usure par fatigue.....	5
I.3.3 Usure par adhérence.....	6
I.3.4 Usure par corrosion.....	6
I.4 LUBRIFICATION.....	7
I.4.1 Lubrifiants.....	9
I.4.1.1 Les lubrifiants liquides.....	10
I.4.1.1.1 Les huiles lubrifiantes.....	10
I.4.2 Fonctions essentielles des lubrifiants.....	12
I.4.3 Caractéristiques des fluides lubrifiants.....	12
I.4.4 Additifs ou dopes.....	15
I.4.4.1 Additifs détergents et dispersants (de 3 à 15 %).....	15
I.4.4.2 Additifs de point d'écoulement.....	15
I.4.4.3 Additifs améliorant l'indice de viscosité (VI).....	15
I.4.4.4 Additifs anti-oxydants (1% environ).....	15
I.4.4.5 Additifs anti-usure (1 %).....	16
I.4.4.6 Additifs extrême pression (de 1 à 10 %).....	16
I.4.4.7 L'anti-mousse.....	16
I.4.4.8 Additifs divers.....	17
I.5 LA CONTAMINATION DES FLUIDES LUBRIFIANTS.....	17
I.5.1 Pollutions des huiles lubrifiants.....	18
I.5.1.1 Contamination liquide des huiles lubrifiantes.....	18
I.5.1.2 Contamination solide des huiles lubrifiantes.....	18
I.5.1.2.1 origine et nature de la pollution solide.....	19

I.5.1.2.2 Type des particules polluantes	20
I.6 CONCLUSION.....	22
- Chapitre deux : Equations de base de la Lubrification Hydrodynamique par Fluide Additivé et Pollué	
II.1 INTRODUCTION	23
II.2 EQUATIONS GENERALES DE LA LUBRIFICATION HYDRODYNAMIQUE PAR FLUIDE POLAIRE POLLUE PAR DES PARTICULES SOLIDES.....	23
II.2.1 Equation de conservation de la masse.....	23
II.2.2 Loi rhéologique d'un fluide avec des additifs améliorant de la viscosité et pollué par des particules solide.....	24
II.2.3 Equations du mouvement d'un fluide polaire pollué par des particules solides.....	25
II.2.3.1 Expressions des équations du mouvement d'un fluide polaire pollué par des particules solides pour un écoulement en film mince visqueux.....	26
II.2.4 Expression du champ de vitesses d'écoulement de fluide polaire pollué.....	31
II.2.5 Dérivation de l'équation de Reynolds pour un fluide polaire pollué par des particules solides.....	34
II.3 CONCLUSION.....	36
- Chapitre trois : Equation de Reynolds Modifiée dans le cas des Paliers Hydrodynamiques Lubrifiées par des Huiles Additivées et Polluée	
III.1 INTRODUCTION.....	37
III.2 LES DIFFERENTES CLASSES DE SUPPORT.....	38
III.2.1 Palier secs	38
III.2.2 Paliers de roulements.....	38
III.2.3 Paliers poreux.....	39
III.2.4 Paliers hydrodynamiques.....	40
III.2.4.1 Paliers à géométrie fixe.....	40
III 2.4.2 Paliers à géométrie variable.....	41
III.2.5 Butées hydrodynamiques.....	42

III.3 EXPRESSION DE L'EQUATION DE REYNOLDS MODEFIEE DANS LE CAS D'UN PALIER LISSE LUBRIFIE PAR UN FLUIDE POLAIRE POLLUE.....	42
III.3.1 Expression de l'épaisseur du film.....	46
III.3.1.1 cas du palier aligné	46
III.3.1.2 cas du palier mésaligné.....	47
III.3.2 Conditions aux limites.....	48
III.3.2.1 Conditions liées à l'alimentation et à l'environnement du palier.....	48
III.3.2.2 Conditions liées à l'écoulement du lubrifiant.....	48
III.3.3 performances statiques du palier.....	51
III.3.3.1 Portance hydrodynamique et angle de calage du palier.....	51
III.3.3.2 Forces de frottement sur le coussinet et l'arbre.....	51
III.3.3.3 Couples de frottement sur le coussinet et l'arbre.....	52
III.3.3.4 Puissance dissipée.....	52
III.3.3.5 Vitesses moyennes de l'écoulement et le débit de fuite.....	53
III.4 ECRITURE DE L'EQUATION DE REYNOLDS MODIFIEE EN VARIABLES SANS DIMENSION.....	54
III.4.1 Portance hydrodynamique sans dimension.....	54
III.4.2 Forces de frottement sur le coussinet et l'arbre adimensionnées	55
III.4.3 Couples de frottement sur le coussinet et l'arbre adimensionnés.....	55
III.4.4 Puissance dissipée adimensionnée.....	55
III.4.5 Vitesses moyennes de l'écoulement et le débit de fuite.....	55
III.5 CONCLUSION.....	56
- Chapitre quatre : Etude de L'influence des Additifs Améliorant la Qualité des Huiles Lubrifiantes sur la Diminution des Effets de la Pollution Solide sur la Stabilité des paliers Hydrodynamiques	
IV.1 INTRODUCTION.....	57
IV.2 APPLICATION DE LA METHODE DE PERTURBATION.....	58
IV.3 CALCUL DES PARAMETRES DE STABILITE DU PALIER.....	63
IV.4 REPOSE A UN BALOURD RESIDUEL.....	65

IV.5 SCHEMA DE RESOLUTION DU PROBLEME	67
IV.5.1 Solution statique du problème.....	67
IV.5.2 Méthode de résolution en régime dynamique : calcul des paramètre de stabilité du palier.....	70
IV.6 ETUDE PARAMETRIQUE.....	71
IV.6.1 Effets de la pollution solide sur la distribution du champ de pression dans le film	72
IV.6.2 Effets des additives et de la pollution solide sur les paramètres de stabilité du système rotor-paliers : masse critique et fréquence de fouettement.....	74
IV.7 CONCLUSION.....	79
- Conclusion Général.....	80
- Annexe	82
- Références.....	86

LISTES DES FIGURES ET DES TABLEAUX

CHAPITRE UN

Figure I-1: <i>Contact lubrifié</i>	(3)
Figure I-2: <i>Schéma décrivant les relations entre le frottement, l'usure et la lubrification</i>	(4)
Figure I-3: <i>Frottement secs (vue microscopique de la zone de contact)</i>	(4)
Figure I-4: <i>Frottement visqueux (vue microscopique)</i>	(5)
Figure I-5: <i>Conséquence de l'usure par abrasion</i>	(5)
Figure I-6: <i>Fatigue superficielle</i>	(6)
Figure I-7: <i>Conséquence de l'usure par adhésion</i>	(6)
Figure I-8: <i>Conséquence de l'usure par corrosion</i>	(7)
Figure I-9: <i>Schéma d'un contact lubrifié</i>	(7)
Figure I-10: <i>Courbe de Stribeck.</i>	(8)
Figure I-11: <i>Régime limite</i>	(8)
Figure I-12: <i>Régime mixte</i>	(9)
Figure I-13: <i>Régime hydrodynamique</i>	(9)
Figure I-14: <i>Distillation du pétrole</i>	(11)
Figure I-15: <i>Viscosités des lubrifiants à l'aide d'un bidon d'huile</i>	(13)
Figure I-16: <i>Distribution des vitesses dans un écoulement laminaire de couette</i>	(14)
Tableau I-1: <i>pollutions présentes dans les turbines aéronautiques</i>	(20)
Tableau I-2: <i>forme des particules</i>	(21)
Tableau I-3: <i>Familles de particules d'après AKL et KHALIFA</i>	(22)

CHAPITRE DEUX

Figure II-1: <i>Suspension des particules solides de forme sphères dans un fluide additive en lubrification hydrodynamique</i>	(25)
Figure II-2: <i>Schématisation des efforts de surface et de volume agissant sur un élément de fluide polaire</i>	(26)
Figure II-3: <i>Schéma général d'un contact hydrodynamique</i>	(27)
Figure II-4: <i>L'origine du système d'axes confondue avec la paroi 1</i>	(33)

CHAPITRE TROIS

Figure III-1 : <i>Photographie d'un palier fluide et principaux composants d'un palier</i>	(37)
---	------

Figure III-2 : <i>Photo Coussinets pour paliers Secs</i>	(38)
Figure III-3 : <i>palier à roulement</i>	(39)
Figure III-4 : <i>principe de fonctionnement d'un palier poreux</i>	(40)
Figure III-5 : <i>schéma d'un palier lisse et photographie d'un</i>	(41)
Figure III-6 : <i>Photographie d'un palier à patins oscillants</i>	(41)
Figure III-7 : <i>Butée hydrodynamique</i>	(42)
Figure III-8 : <i>Schémas d'un palier lisse cylindrique</i>	(43)
Figure III-9 : <i>Schématisation les trois phases de mise en route d'un palier lisse</i>	(44)
Figure III-10 : <i>Section droite du palier développé</i>	(45)
Figure III-11 : <i>configuration d'un palier mésaligné</i>	(48)
Figure III-12 : <i>Présentation des zones active et inactive dans un palier hydrodynamique</i>	(48)
Figure III-13 : <i>Conditions de Sommerfeld</i>	(49)
Figure III-14 : <i>Conditions de Gûmbel</i>	(50)
Figure III-15 : <i>Conditions de Reynolds</i>	(50)
Figure III-16 : <i>Profile d'un palier aligné</i>	(54)

CHAPITRE QUATRE

Figure IV-1 : <i>Géométrie et modélisation dynamique linéaire du palie</i>	(58)
Figure IV-2 : <i>Systèmes d'axes et notations</i>	(59)
Figure IV-3 : <i>Codage des régions active et inactive du demi-palier</i>	(61)
Figure IV-4 : <i>Caractéristiques d'une trajectoire elliptique</i>	(67)
Figure IV-5 : <i>Maillage du film lubrifiant par la MDF (2D)</i>	(68)
Tableau IV-1 : <i>Caractéristiques géométriques et conditions de fonctionnement</i>	(71)
Figure IV-6 : <i>Présentation du champ de pression statique adimensionné en 3D</i>	(74)
Figure IV-7 : <i>Variations de la masse critique adimensionnée en fonction de L'excentricité relative statique pour différente concentration volumique de la pollution</i>	(76)
Figure IV-8 : <i>Variations de la masse critique adimensionnée en fonction de l'excentricité relative statique pour différents type du fluide lubrifiant</i>	(77)
Figure IV-9 : <i>Variations de la fréquence de fouettement adimensionnée en fonction de l'excentricité relative pour différente concentration volumique de la pollution</i>	(77)
Figure IV-10 : <i>Variations de la fréquence de fouettement adimensionnée en fonction de l'excentricité relative statique pour différents type de fluide lubrifiant</i>	(78)

NOMENCLATURES

C : Jeu radial du palier, (m)

C_c : Couple de frottement sur le coussinet, (N.m)

C_b : Le jeu radial d'assemblage

D_{ij} : Tenseur des taux de déformation,

e : Excentricité de fonctionnement, (m)

F_ε, F_ϕ : Composantes de la portance hydrodynamique, (N)

h : Épaisseur du film lubrifiant, (m)

\tilde{h} : Épaisseur du film adimensionnée

L : Longueur du palier, (m)

$\ell = \sqrt{\frac{\eta}{\mu_s}}$: Paramètre des couples des contraintes ou la longueur de la chaîne moléculaire des additifs

$\tilde{\ell} = \frac{\ell}{C}$: Paramètre des couples des contraintes adimensionné

O_a : Centre de l'arbre,

O_c : Centre du coussinet,

M_{rk} : Tenseur des couples de contraintes

e_{ijk} : Tenseur de permutation d'ordre trois

K_{ij} : Tenseur du taux de rotation

p : Pression dans le film lubrifiant, (Pa)

\tilde{p} : Pression adimensionnée,

R_a : Rayon de l'arbre, (m)

R_c : Rayon du coussinet, (m)

t : Temps, (s)

t_h : l'épaisseur relative de la couche élastique

u, v, w : Composantes de vecteur vitesse d'écoulement de lubrifiant, (m/s)

$u_{\text{moy}}, w_{\text{moy}}$: Vitesses moyennes de l'écoulement du fluide lubrifiant, (m/s)

$\tilde{U}_{\text{moy}}, \tilde{W}_{\text{moy}}$: Vitesses moyennes d'écoulement adimensionnées

\tilde{W}_0 : Portance hydrodynamique adimensionnée,

τ_{xy} et τ_{zy} : Contraintes de cisaillement visqueuses.

λ et μ : Coefficients de Navier

μ_s : Viscosité du solvant

μ : Viscosité dynamique du fluide lubrifiant, (Pa.s)

ε : Excentricité relative, $\varepsilon = \left(\frac{e}{C}\right)$

ϕ : Angle de calage, (rad)

θ : Coordonnée circonférentielle dont l'origine est située sur la ligne des centres

θ_s : Angle de cavitation, (rad)

ω : Vitesse angulaire de l'arbre (rad/s)

ρ : Masse volumique du lubrifiant, (kg/m³)

Θ : Taux de dilatation cubique ($\Theta = D_{kk}$)

Φ : Concentration volumique des sphères rigides dans le solvant newtonien

Φ_m : Concentration maximale admissible

δ_{ij} : Symbole de Kronecker ou tenseur unité

- *Introduction Générale*

INTRODUCTION GENERALE

Au cours des dernières années, il y'a un fort besoin de créer des conditions favorables de fonctionnement des machines tournantes pour réduire les pertes de puissance et éviter le dysfonctionnement des machines, afin d'augmenter leur rendement et prolonger leur durée de vie.

Au cours du fonctionnement, la plupart des organes de guidage et de support des machines tournantes sont endommagés par la présence de la pollution solide contenue dans les fluides lubrifiants. En effet, l'intensité de la détérioration des organes machines tournantes dépend essentiellement du type de polluant, de la taille et du nombre des particules présentes entre les surfaces en contact et de la pression du contact.

Les huiles lubrifiantes utilisées en lubrification des machines tournantes contiennent de nombreux polluants solides avant même leur mise en service. Souvent une grande partie de ces particules solides est inférieure à $30\mu\text{m}$ qui ne sont pas détectables à l'œil nu, ceci signifie qu'un fluide lubrifiant propre à première vue peut être en réalité pollué. Ces polluants sont présents dans les huiles neuves ou introduits lors de la fabrication ou des opérations de montage même en service. De nouveaux polluants sont produits soit par le rodage et l'usure ou de rouille, soit par ingestion de l'extérieur selon l'étanchéité des joints et l'environnement de fonctionnement, par exemples lubrifiant pollué ou contaminé par des particules solides dues à l'usure des surfaces de contact. Malheureusement, la filtration n'élimine pas complètement le problème car les petites particules ne sont pas toutes arrêtées. Les filtres automobiles laissent par exemple passer des particules dont la taille peut atteindre $40\mu\text{m}$. Généralement, il est admis qu'une particule abrasive plus petite que l'épaisseur de film minimale admissible peut facilement passer à travers le jeu du palier.

En effet, la contamination des lubrifiants par des particules solides est la cause principale des pannes produites dans les machines tournantes, car elle influe directement sur les propriétés du fluide lubrifiant et une dégradation importante des performances des organes de guidage et de support des machines tournantes (paliers, roulements, engrenages, etc.). La pollution est par conséquent responsable de 80% de toutes les pannes des mécanismes liées à l'huile de lubrification.

Pour toutes ces raisons, les effets de contamination solide des huiles utilisées en lubrification des organes de guidage et de support des machines tournantes est hautement reconnu comme un problème d'ingénierie sérieux et par conséquent a attiré l'attention de nombreux chercheurs.

La quasi-totalité des huiles utilisées dans la lubrification des organes des machines tournantes contiennent des additifs améliorant la qualité des huiles lubrifiantes, qui sont des fluides considérés comme des fluides polaires (fluide non newtonien). Ces additifs de longues chaînes moléculaires sont des polymères utilisés dans le but d'améliorer les performances des huiles lubrifiantes pour réduire les effets de la pollution, de l'oxydation, de moussage, etc. de ces huiles lubrifiantes.

L'objectif principal de notre travail vise à prédire des effets des additifs améliorant la qualité des huiles lubrifiantes sur le comportement dynamique linéaire des paliers hydrodynamiques lubrifiés par des huiles polluée par des particules solides (lubrifiant pollué ou contaminé par des particules solides dues à l'usure des surfaces de contact), afin de pouvoir connaître l'impact des additives des huiles lubrifiantes sur la diminution des effets de concentration volumique de la pollution solide dans les paliers hydrodynamiques.

Le mémoire présente ce travail contient quatre chapitres :

Dans le premier chapitre, on va présenter d'une part une étude bibliographique succincte sur la lubrification qui est la partie la plus importante de la tribologie, tandis que la deuxième partie a été réservée à une étude bibliographique importante sur la contamination des lubrifiants par l'eau et par des particules solides.

Dans le chapitre deux, on va rappeler les lois fondamentales de la mécanique des milieux continus et la dérivation de l'équation de Reynolds modifiée écrites dans le cas d'un fluide additivé par des additifs améliorant la qualité du lubrifiant et pollué par des particules solides.

Le troisième chapitre est réservé à la présentation d'une étude bibliographique succincte sur les différents types de paliers hydrodynamiques les plus utilisés dans le guidage des lignes d'arbres des machines tournantes et l'écriture de l'équation de Reynolds modifiée en régime hydrodynamique dans le cas d'un palier lisse mésaligné lubrifié par un fluide additivé et pollué des particules solides.

Le quatrième chapitre est consacré à l'étude paramétrique permettant de mettre en évidence les effets des additifs améliorant la viscosité des huiles lubrifiantes sur le comportement dynamique linéaire des paliers hydrodynamiques (*paramètre de stabilité : masse critique et fréquence de fouettement*) lubrifiés par des huiles polluée par des particules solides (*huile polluée ou contaminée par des particules solides dues à l'usure des surfaces*).

- Chapitre Un :

*Etude bibliographie sur la
Lubrification Hydrodynamique
et la Pollution des Lubrifiants*

1. Introduction

Dans un mécanisme, deux organes en mouvement relatif l'un par rapport à l'autre sont le siège de forces de frottement. Une étude récente de Holmbeg et al. [1] a montré que dans une voiture moyenne se déplaçant à 60km/h, les pertes par frottement représentaient 43% de l'énergie mécanique fourni par le moteur. Ce frottement s'accompagne de l'usure des pièces, augmente les efforts qu'elles subissent ce qui oblige à les surdimensionner, dissipe de l'énergie ce qui à pour conséquence d'élever la température des organes et donc d'augmenter l'usure. Le dégagement de la chaleur peut aussi provoquer une amorce de fusion entre les surfaces en contact et aboutir au grippage.

L'étude du frottement, l'usure ainsi que la lubrification est le but de la tribologie, discipline dont l'importance est grandissante. Le mot tribologie, construit à partir des racines grecque *tribein* (frotter) et *logos* (discours, étude), a été proposé en 1968 par G. Salomon pour désigner la science qui étudie les phénomènes susceptibles de se produire lorsque deux corps en contact sont animés de mouvements relatifs. Il recouvre, entre autres, tous les domaines du frottement proprement dit, de l'usure et de la lubrification.

La lubrification est la partie la plus importante de la **tribologie** qui permet de séparer les surfaces en contact par un film lubrifiant, et donc de diminuer le frottement et limiter l'usure de contact (figure I-1).

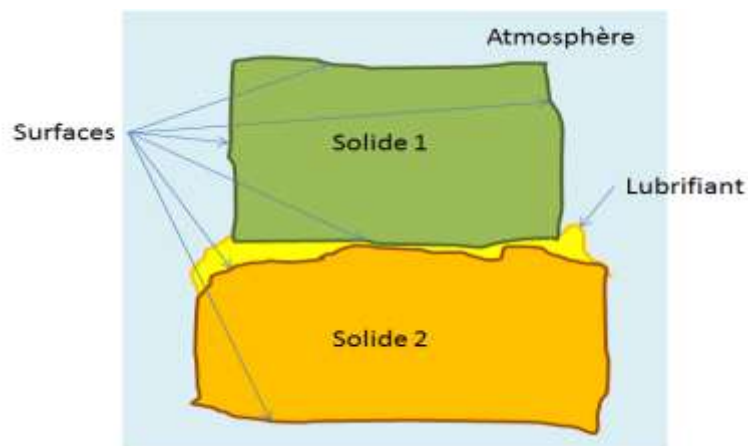


Figure I-1 : Contact lubrifié

La figure I-2 décrit schématiquement les relations qui existent entre les trois aspects de la tribologie.

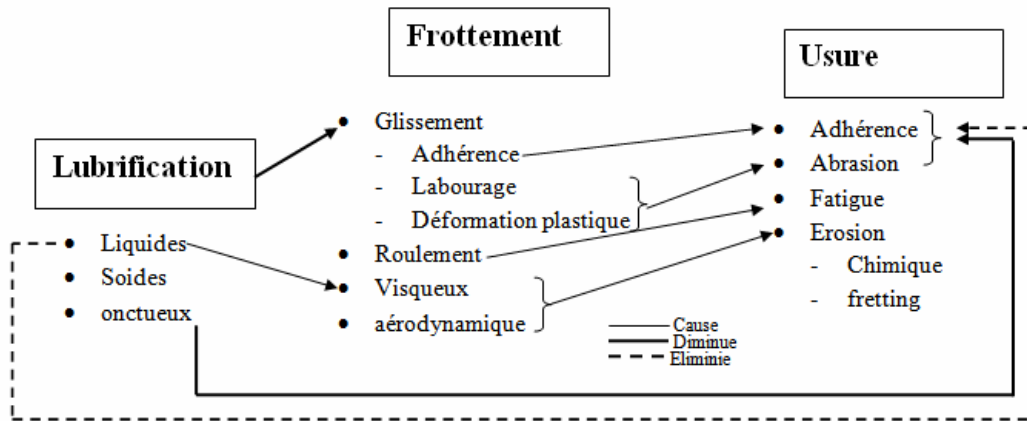


Figure I-2 : Schéma décrivant les relations entre le frottement, l'usure et la lubrification

2. Frottement

Par définition c'est l'action de deux corps en contact et en mouvement l'un par rapport à l'autre. Les phénomènes de frottement font partis intégrante de notre vie. Ils interviennent dans de nombreuses applications quotidiennes et industrielles telle que la marche, une roue qui roule, un tire-bouchon, un roulement à bille, une chaîne de vélo, une courroie, une vis... Ce frottement peut être utile comme parasite. Il est utile à la marche mais parasite dans le cas des roulements et d'usures de pièces mécaniques.

Le phénomène de frottement n'est pas un phénomène unique. En effet, il existe différentes sortes de frottements :

- Le frottement sec (figure I-3), mis en évidence par Coulomb apparaît lorsque deux surfaces physiquement distinctes sont en contact et peuvent glisser l'une contre l'autre. Ce frottement est dû à l'encastrement des petites irrégularités positives d'une des surfaces dans les irrégularités négatives de l'autre surface.

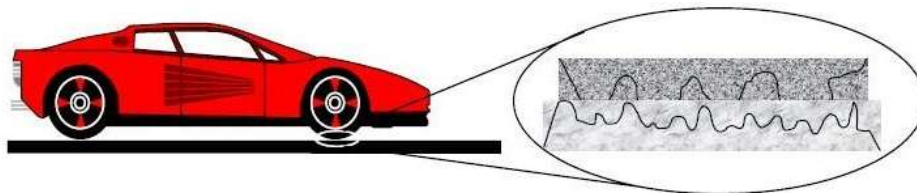


Figure I-3 : Frottement secs (vue microscopique de la zone de contact)

- Le frottement visqueux (figure I-4) apparaît lorsqu'un fluide sépare les deux surfaces en contact. Le frottement visqueux est généralement moins important que le frottement sec. Il est dû à la viscosité du fluide. La viscosité est une notion qui sera abordée plus tard.



Figure I-4 : Frottement visqueux (vue microscopique)

3. Usure

L'usure est par définition la perte de matériaux sur la surface de contact entre deux solides en mouvement relatif. Elle est fonction des propriétés du matériau, des conditions ambiantes et d'opération ainsi que de la géométrie des corps en contact. L'usure est un ensemble complexe de phénomènes difficiles à interpréter. L'usure a pour conséquence une émission de débris avec perte de masse, de cote, de forme, le tout s'accompagnant de transformations physiques et chimiques des surfaces.

En ingénierie, on divise l'usure selon les principaux mécanismes qui la génèrent : l'adhérence, l'abrasion, l'érosion, la fatigue et le fretting.

3.1. Usure par abrasion : C'est une coupure provoquée par des irrégularités sur la surface (figure I-5). Cette forme de dégradation est généralement combattue, mais aussi utilisée pour l'usinage : des taux d'usure importants sont recherchés et obtenus avec des outils abrasifs en rectification, affûtage, etc. L'abrasion coûte très cher, on lui attribue à peu près le tiers du total des pertes économiques dues à l'usure. Elle concerne de nombreux mécanismes fonctionnant dans des conditions sévères : machines agricoles, matériels de travaux publics, matériel minier. Les surfaces présentent des sillons de profondeur variable, parallèles au déplacement. L'usure est assez constante au cours du temps, le volume des débris croît linéairement avec la charge appliquée et la distance parcourue. La vitesse n'intervient que si l'échauffement modifie les caractéristiques du matériau.



Figure I-5: Conséquence de l'usure par abrasion

3.2. Usure par fatigue : C'est la rupture du matériau due à des contraintes répétées exercée par des irrégularités sur la surface (figure I-6). L'usure par fatigue est lente et

habituellement masquée par l'abrasion ou l'adhésion. Induite par le frottement de roulement ou de roulement avec glissement sous fortes charges répétées, on la rencontre essentiellement dans les engrenages et les roulements dont elle constitue le mode normal de destruction. Une longue phase de vieillissement précède les accidents visibles. Une pièce peut être atteinte irrémédiablement tout en gardant jusqu'au dernier moment une apparence intacte. Il existe cependant un certain nombre de manifestations extérieures qui permettent, dans certains cas, un suivi des pièces en service.

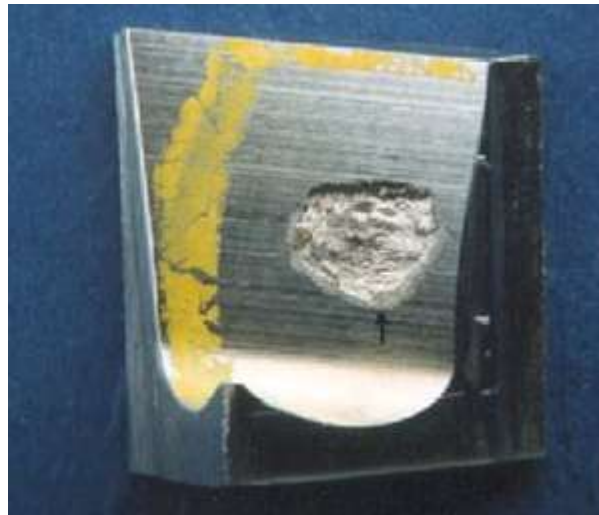


Figure I-6 : *Fatigue superficielle*

3.3. Usure par adhérence : Le matériau d'une pièce est transféré et solidement soudé sur l'autre (figure I-7). Les pièces peuvent être immobilisées par un grippage, dont la forme n'est reconnaissable qu'au début, avant que les surfaces ne soient complètement défigurées. Contrairement à ce qui se passe dans le cas de l'abrasion, de brusques changements de régime d'usure peuvent résulter de légères modifications des paramètres. Pour des surfaces non lubrifiées, le coefficient de frottement n'est pas multiplié par plus de vingt mais le taux d'usure peut varier d'un facteur un million. Il faut insister sur la solidité des soudures formées par usure adhésive.



Figure I-7 : *Conséquence de l'usure par adhésion*

3.4. Usure par corrosion (figure I-8) : La corrosion n'est pas directement liée aux mouvements des pièces de contact, mais elle résulte d'une interaction chimique de la

surface de contact avec le milieu environnant par exemple, l'humidité, l'eau et des autres fluides.

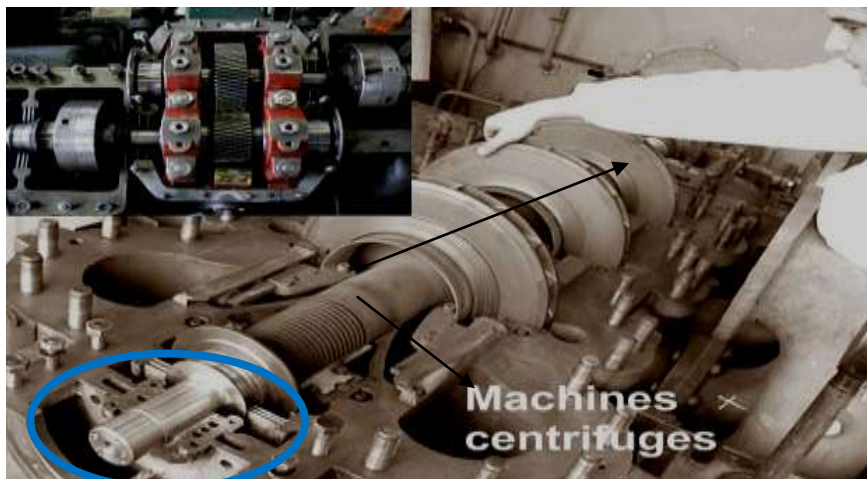


Figure I-8 : Conséquence de l'usure par corrosion.

4. Lubrification

La lubrification est la partie la plus importante de la tribologie qui concerne tous contacts lubrifiés pour lesquels un fluide lubrifiant appelé troisième corps est intercalé entre deux corps solides en mouvement relatif (figures I-1 et I-9).

La lubrification permet de séparer les surfaces en contact par un film lubrifiant et donc de diminuer le frottement et limiter l'usure de contact.



Palier hydrodynamique

Figure I-9 : Schéma d'un contact lubrifié

Les différents régimes de lubrification ont été présentés pour la première fois par Richard Stribeck en 1902. La courbe de Stribeck (figure I-10) présente la variation du coefficient de frottement (f) en fonction de paramètre, $\mu N / P$.

Cette courbe prend la même allure quel que soit le type de contact lubrifié. On distingue en général, trois zones correspondant chacune à un type de lubrification :

le régime limite, le régime mixte et le régime hydrodynamique. Le passage d'un régime à un autre dépend, d'une part, des conditions de vitesse (**N**), de pression (**P**) ainsi que de la viscosité du lubrifiant (**μ**) qui déterminent l'épaisseur de film (**h**) entre les deux surfaces antagonistes, et d'autre part, de la rugosité des surfaces (**σ**).

Par exemple, les arbres à cames qui sont dimensionnés pour travailler dans un régime de lubrification mixte/limite dans lequel les surfaces sont partiellement séparées par un film lubrifiant, les segments sont soumis à des contacts en régime de lubrification mixte/hydrodynamique et les paliers sont soumis à des contacts en régime de lubrification hydrodynamique dans lequel les surfaces sont totalement séparées par un film lubrifiant (figure I-10).

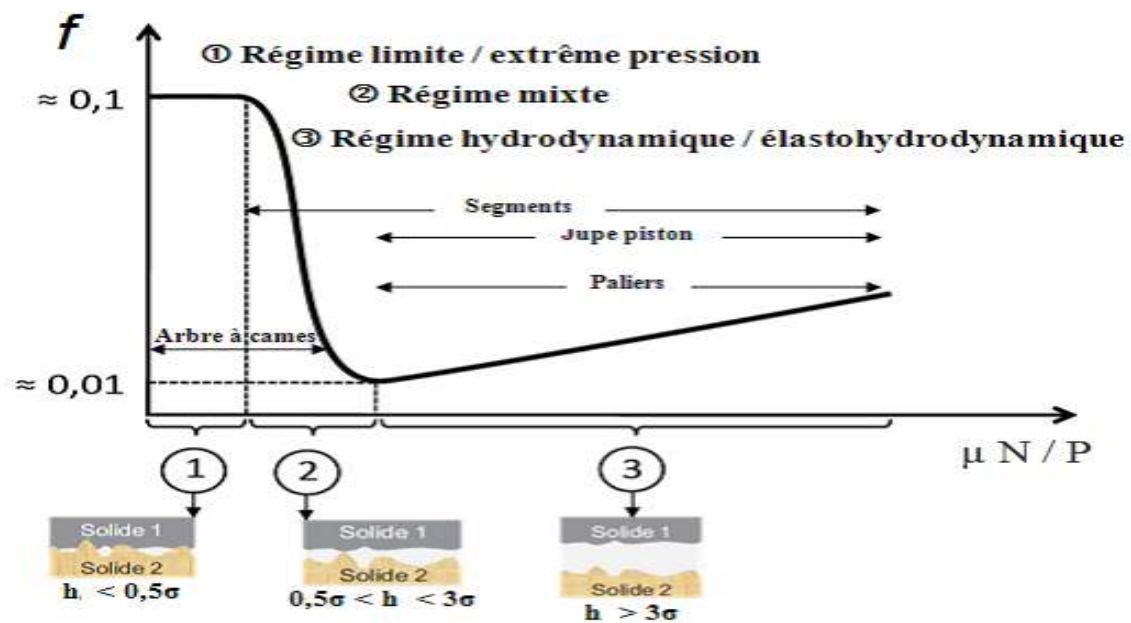


Figure I-10 : Courbe de Stribeck.

- Régime de lubrification limite ou sec (figure I-11) :

Les solides sont en contact direct (contact sec) ou séparés par des couches de molécules adsorbées (régime limite) si le lubrifiant le permet. Le coefficient de frottement est plutôt élevé.

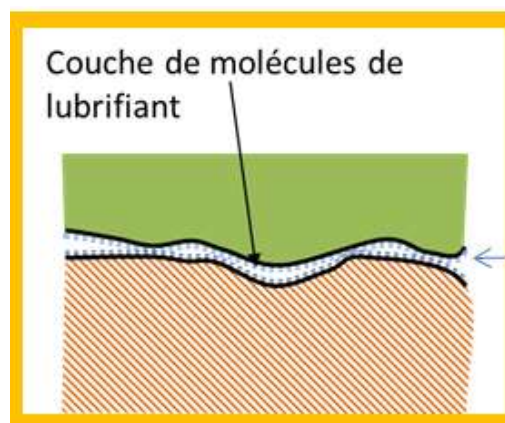


Figure I-11 : Régime limite

- Régime de lubrification mixte (figure I-12) :

Les aspérités sont encore en régime de lubrification limite alors que par ailleurs le lubrifiant, dont la pression augmente, participe au support de la force appliquée. Le coefficient de frottement f diminue progressivement.

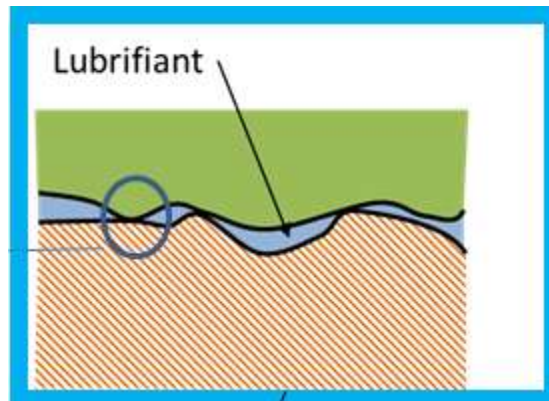


Figure I-12 : Régime mixte

- Régime de lubrification hydrodynamique (figure I-11) :

La pression générée dans le film lubrifiant est suffisante pour séparer les surfaces du contact. Il n'y alors plus de contact direct des surfaces et donc théoriquement plus d'usure. Le frottement est faible.

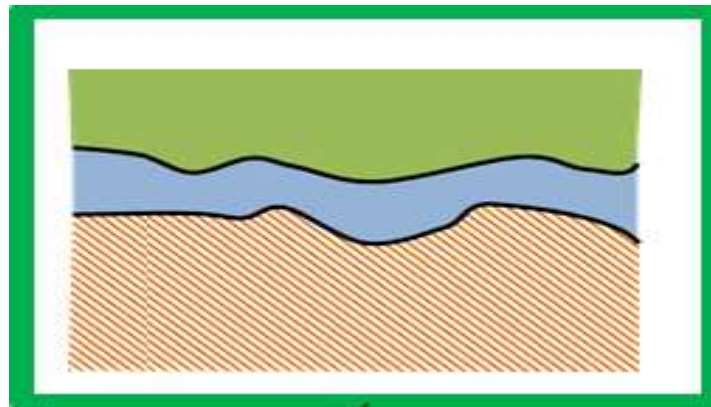


Figure I-13 : Régime hydrodynamique

4.1. Lubrifiants

Les lubrifiants sont des matériaux qui sont toujours présents dans les contacts ; entre deux solides. Selon leur état physique, les lubrifiants peuvent se classer en produits gazeux, liquides, semi-solides ou plastiques et solides. Par leurs écoulements, ils contrôlent le frottement, les usures et les contacts entre les deux solides où ils sont interposés, opposant une faible résistance au cisaillement.

Les principaux types de lubrifiants sont : les lubrifiants liquides, les lubrifiants semi-solides ou plastiques (graisses) et les lubrifiants solides. La compréhension de l'interaction des lubrifiants avec les surfaces est tout à fait capitale dans une étude tribologique.

On s'intéresse aux lubrifiants liquides qui sont largement utilisés dans la lubrification des systèmes mécaniques, tels que les paliers, les butées à film d'huile, les roulements et les engrenages.

4.1.1. Les lubrifiants liquides

Les lubrifiants liquides sont de loin les plus utilisés dans des mécanismes chargés (96%) tels que les paliers lisses, les paliers de butées, les glissières des machines en générale, les moteurs, les turbines à vapeur, les engrenages tournant à grande vitesse, etc.

Parmi les lubrifiants liquides, on a les huiles minérales d'origine pétrolière sont les plus utilisées. Mais il faut aussi citer les huiles d'origine végétale et animale, l'eau, et les huiles synthétiques comme les esters, les silicones, les hydrocarbures de synthèse, etc.

4.1.1.1. Les huiles lubrifiantes

Les huiles lubrifiantes actuellement utilisées, sont généralement constituées d'un fluide de base appelé « base lubrifiante » qui peut être soit d'origine minérale, soit d'origine synthétique ou d'origine naturelle (végétale, animale), auquel sont ajoutés de nombreux additifs dont la nature avec la destination du produit.

a) Les huiles d'origine végétales

L'utilisation d'huiles végétales, notamment d'huile de Colza connaît actuellement un accroissement d'intérêt pour la préparation de certains lubrifiants biodégradables destinés soit à des applications de lubrification à l'huile perdue (lubrifiants de chaînes de tronçonneuses à bois, lubrifiants de chaînes de véhicules à deux roues, etc.), soit la lubrification de matériels hydrauliques travaillant en extérieur mais peu sollicités thermiquement, lorsqu'il y a risque de pollution du milieu naturel par des fuites de fluides, ce qui est le cas des matériels hydrauliques agricoles et forestiers et de certains matériels de travaux publics.

b) Les bases minérales

Les bases minérales sont issues d'une série de procédés de séparation et de raffinage du pétrole brut (figure I-14) dont la température d'ébullition est supérieure à 340°C.

Elles sont constituées de molécules hydrocarbonées contenant vingt à soixante-dix, voire plus, d'atomes de carbones. Selon l'origine du lubrifiant, les bases minérales peuvent être classées en deux :

- Bases à structures paraffiniques :

Elles contiennent de longues chaînes droites hydrocarbonées saturées. Ces bases présentent une grande stabilité à l'oxydation, un point d'écoulement plus élevé et un indice de viscosité (VI) très élevée, donc elles sont généralement préférées.

- Bases à structures naphthéniques :

Elles sont formées de noyaux cycliques. Ces bases sont moins stables à l'oxydation et présentent un indice de viscosité moins élevé et leur point d'écoulement plus bas, elles possèdent par contre d'excellentes caractéristiques d'écoulement à basse température.

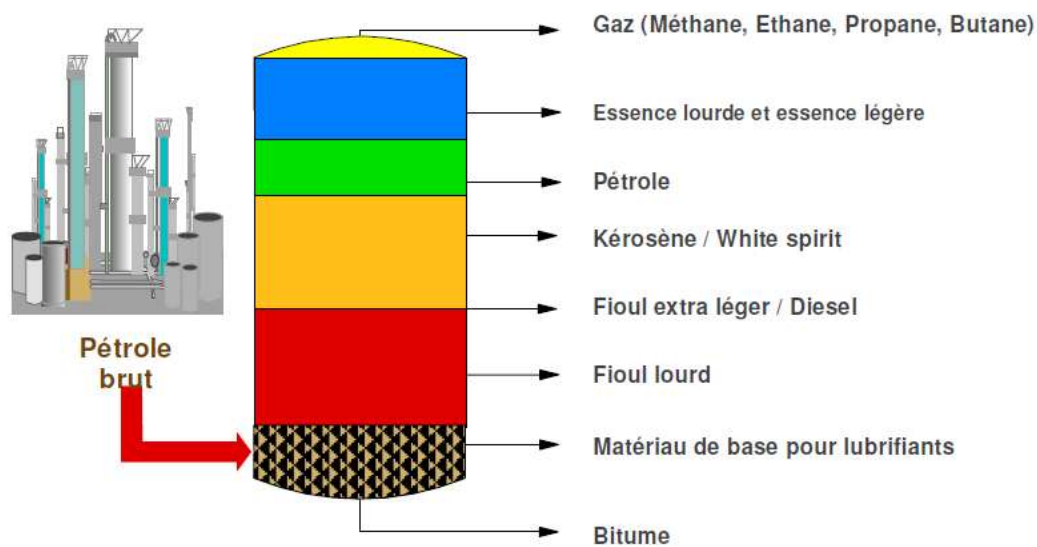


Figure I-14 : Distillation du pétrole [2].

c) Les bases synthétiques

Les bases synthétiques sont produites grâce à la transformation de composés organiques provenant du pétrole, auquel sont ajoutés de nombreux additifs dont la nature varie avec la destination du produit.

De nombreux produits synthétiques ont été développés ces dernières années pour résoudre des problèmes de lubrification particulièrement difficiles.

On peut citer comme exemple les fluides de haute stabilité thermique, les fluides ininflammables et les lubrifiants pour l'aviation.

Parmi les principales familles de produits utilisés, on mentionne :

- les esters aliphatiques qui se caractérisent par un indice de viscosité (IV) élevé, une faible volatilité et des propriétés lubrifiantes excellentes
- les esters phosphoriques utilisés souvent comme additifs anti-usure, qui présentent un indice de viscosité élevé et sont ininflammables
- les silicones et silicates qui ont un excellent indice de viscosité et un point d'écoulement très bas ; cependant leurs propriétés lubrifiantes ne sont pas très bonnes
- les polyphényléthers qui présentent une remarquable stabilité à haute température (jusqu'à 450°C environ) et qui sont d'excellents lubrifiants. Ils ont un indice de viscosité faible et sont très coûteux

Tous ces produits sont utilisés soit pur soit en mélange avec d'autres bases synthétiques ou minérales.

Remarque : les huiles synthétiques ont des propriétés qui sont généralement supérieures à celles des huiles minérales, elles sont réservées aux applications extrêmes

à basse ou à haute température, sinon, une huile minérale est moins coûteuse et tout à fait acceptable.

4.2. Fonctions essentielles des lubrifiants

- Réduire les pertes d'énergie mécanique des machines dues au frottement direct des organes, en substituant le frottement direct des organes par le frottement interne plus faible des lubrifiants interposés
- Réduire l'usure des organes frottant en les séparant totalement par un film lubrifiant partout où cela est possible, et en interposant dans les zones de contact inévitable, un film d'un matériau, dont la résistance au cisaillement est plus faible que celle des corps constituant les surfaces frottant.
- Protéger les organes frottant contre la corrosion, par exemple :
 - *Lutte contre la rouille lors de l'arrêt des machines interposées dans une atmosphère humide (turbine à vapeur, matériels de chantier, etc.)*
- Evacuer la chaleur, par exemple :
 - *Dans les moteurs thermiques, l'huile peut enlever jusqu'à 40% de la chaleur produite par la combustion*
- Accroître l'étanchéité, par exemple :
 - *Dans les machines alternatives, moteurs, compresseurs, l'étanchéité aux gaz de l'ensemble piston-segments est une fonction de la viscosité de l'huile de graissage*
 - *Les graisses permettent le maintien en permanence d'un lubrifiant dans les roulements et empêchent leur contamination éventuelle par des poussières, etc.*
- Evacuer les impuretés, par exemple :
 - *Dans les moteurs diesel, les résidus solides de la combustion du gasoil doivent être éloignés de la zone des segments pour éviter le phénomène du gommage ; c'est la fonction détergente du lubrifiant qui remplit ce rôle*
 - *Dans les moteurs à essences, les sels de plomb en provenance du carburant doivent être maintenus en suspension fine dans la masse de l'huile du carter pour éviter la formation des boues : c'est la fonction dispersante du lubrifiant qui remplit ce rôle*
- Absorber les chocs et réduire le bruit par les effets d'amortissement du film lubrifiant.

4.3. Caractéristiques des fluides lubrifiants

Les caractéristiques imposées aux lubrifiants par les cahiers de charges de réception, ou de contrôle en cours de fonctionnement correspondent aux propriétés physiques et chimiques qu'ils doivent vérifier pour donner satisfaction, on distingue :

- Les caractéristiques d'identification :

Ensemble de propriétés mesurables ou repérables (densité, couleur, etc.).

- **les caractéristiques d'utilisation** ou de conformité à un usage bien défini, que cela résulte soit de mesures de qualités ou propriétés intrinsèques soit le plus souvent, des essais spéciaux effectués dans des conditions considérées comme en rapport direct avec les performances recherchées (tension superficielle, chaleur massique, cendres, résidus de combustion incomplète, etc.).

- **Les caractéristiques jouent à la fois le rôle de caractéristiques d'identification et celui de caractéristiques d'utilisation** par exemple la viscosité

De toutes les propriétés physiques techniques à considérer en lubrification, la viscosité est l'une des plus importantes.

Dans les paliers, les engrenages et les systèmes hydrauliques ou le régime de fonctionnement est hydrodynamique, c'est la viscosité qui détermine les pertes par frottement, la capacité de charge et l'épaisseur d'huile engendrée en les surfaces de contact.

La viscosité véritablement une mesure de l'aptitude physique d'un lubrifiant à assurer la lubrification par film complet (séparation totale des de contact) sous des conditions définies de vitesse, de charge et de température.

- **Définition de la viscosité**

Selon la norme **N.F.T. 60-100** de novembre 1959 : "*la viscosité d'un liquide est la propriété de ce liquide, résultant de la résistance qu'opposent ses molécules à une force tendant à les déplacer par glissement dans son sein*".

Ainsi, la viscosité d'un fluide est la résistance opposée par ce fluide à tout glissement interne de ses molécules les unes sur les autres (figure I-15). Autrefois, la viscosité s'appelait coefficient de frottement interne.



Fig. I-15: Viscosités des lubrifiants à l'aide d'un bidon d'huile

La résistance peut être calculée par la formule de Newton relative à l'écoulement laminaire d'un fluide newtonien entre une surface mobile animée d'une vitesse U et une surface fixe (figure I-16).

Pour visualiser le cisaillement effectuer dans un film fluide, il faut imaginer que le film se compose de plusieurs couches (pellicules) semblables à une plate-forme de cartes. La couche liquide en contact avec la plaque mobile s'accroche à sa surface et toutes les deux se déplacent à la même vitesse U . De même, la couche liquide en contact avec la deuxième surface fixe est stationnaire. Entre ces deux surfaces les différentes couches dans l'intervalle se déplacent à des vitesses directement proportionnelles à leur distance de la surface fixe.

Par exemple, à une distance y de la surface fixe la vitesse de la couche de fluide est u , et devient $u + du$ à la distance $y + dy$.

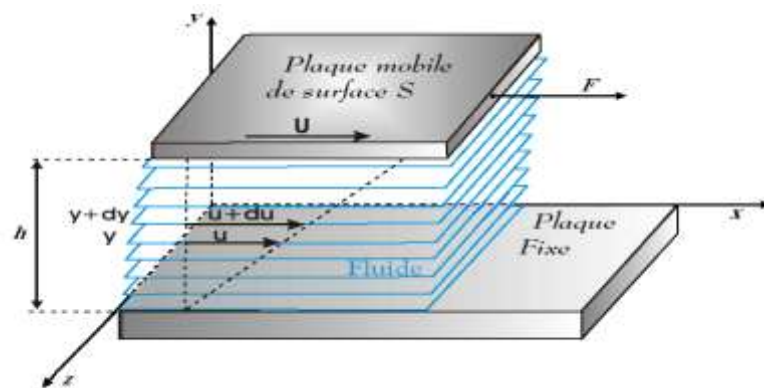


Fig. I-16 : *Distribution des vitesses dans un écoulement laminaire de couette*

Si, à une distance y de la surface fixe la vitesse de la particule de fluide est U et devient $U + dU$. Alors la contrainte tangentielle (σ_{xy}) appelée fréquemment contrainte de cisaillement et notée τ est donnée par la relation suivante :

$$\tau_{xy} = \sigma_{xy} = \mu \frac{dU}{dy} \quad (\text{I-1})$$

L'hypothèse selon laquelle, il existe un coefficient de proportionnalité, appelé viscosité dynamique, entre la contrainte de cisaillement et le gradient de vitesse est justifiée par l'expérience par un grand nombre de fluide, dits fluides newtoniens. Parmi ceux-ci, on trouve l'eau et de nombreuses huiles lubrifiantes dans le cas d'écoulement laminaire. La présence de polymères (macromolécules) tels que les additifs améliorant l'indice de viscosité (**VI**) dans certaines huiles industrielles ou des conditions sévères d'utilisation (taux de cisaillement élevé) font que la relation de proportionnalité n'existe pas toujours ; le fluide est alors non newtonien.

Dans le cas général, pour un fluide newtonien et compressible, la relation qui lie le tenseur des contraintes (σ_{ij}) au tenseur des taux de déformation (D_{ij}) s'écrit :

$$\sigma_{ij} = (-P + \lambda\theta)\delta_{ij} + 2\mu D_{ij} \quad (\text{I-2})$$

$$2D_{ij} = U_{i,j} + U_{j,i} \quad (\text{I-3})$$

Où,

P : pression statique

θ : taux de dilatation cubique, $\theta = D_{k,k}$

δ_{ij} : symbole de Kronecker

μ, λ : deux coefficients de viscosité appelés constantes de Navier.

D'après la loi de comportement rhéologique (I-2), il apparaît que le second coefficient de viscosité λ n'intervient pas pour un fluide incompressible, puisque $\theta = 0$.

4.4. Additifs ou dopes

Les huiles de moteurs diesel ou essences modernes et des machines tournantes contiennent différents additifs qui sont utilisés pour améliorer les performances des lubrifiants afin de contrôler les dépôts, l'usure, la corrosion et l'oxydation etc..

Les principaux composants présentés dans les huiles moteur actuelles sont les dispersants, les détergents, les antioxydants, les anticorrosions les additives anti-usures et les polymères solubles dans l'huile.

4.4.1. Additifs détergents et dispersants (de 3 à 15 %)

Ces additifs permettent d'une part, de maintenir les parties les plus chaudes d'un moteur en bon état en évitant les dépôts, c'est l'effet détergent et d'autre part, de maintenir en suspension les impuretés solides formées au cours du fonctionnement du moteur afin d'éviter la formation d'agglomérats, c'est l'effet dispersant. Par ailleurs, ces additifs généralement basiques neutralisent les composés acides formés par la combustion.

Les produits utilisés sont soit des organo-sels de métaux alcalino-terreux (*se dit des métaux du groupe du calcium (Ca)*) tels que les sulfonâtes, les théophosphates et les phénates (*Sel ou ester du phénol (C₆H₅OH)*), etc.

4.4.2. Additifs de point d'écoulement

A basse température, la cristallisation des paraffines modifie les propriétés rhéologiques du lubrifiant qui tend à se solidifier. Les additifs de point d'écoulement sont donc utilisés pour lutter contre cette solidification.

Les produits utilisés appartiennent aux quatre familles suivantes : les alkyroromatique, les polyesters (*composé chimique utilisé pour la fabrication de certaines matières plastiques, de revêtements, de textiles*), les polyamides (*corps chimique obtenu par polymérisation et utilisé dans la fabrication des fibres textiles*) et les polyoléfines (*nom donnée à une variété de fibres synthétiques*).

4.4.3. Additifs améliorant l'indice de viscosité (VI)

Ce sont des polymères qui s'introduit à faible concentration dans une base lubrifiante entraînent une augmentation relative de la viscosité plus importante à haute qu'à basse température et qui par conséquent augmentent l'indice de viscosité du lubrifiant sans modifier défavorablement les autres propriétés essentielles.

Les produits généralement utilisés sont des polymétacrylates, des polyacrylates et des polymères d'oléfines (*Hydrocarbure insaturé qui comprend au moins une double liaison carbone-carbone*).

4.4.4. Additifs anti-oxydants (1% environ)

Ces produits ont pour rôle de ralentir et si possible de supprimer les phénomènes d'oxydation du lubrifiant, ils agissent de trois façons différentes :

- Par blocage du processus de destruction en captant les radicaux libres des chaînes moléculaires. Ces produits sont généralement des phénols et des amines (composé organique dérivé de l'ammoniac)
- Par destruction des peroxydes (Oxyde qui renferme la plus grande quantité possible d'oxygène) qui se forment lors du phénomène de détérioration, ces composés sont des dithéophosphates et des dithiocardamates
- Par désactivation des ions métalliques et par formation d'un film protecteur sur les surfaces afin d'éliminer l'action catalytique (production d'une réaction chimique ou accélération de son processus par une substance qui ne subit pas de modification) des métaux ces additifs sont des phénols et des phénates (Sel ou ester du phénol).

4.4.5. Additifs anti-usure (1 %)

Utile surtout aux basses températures, ils s'accrochent aux surfaces par des liaisons chimiques et forment des films épais et plastiques qui répartissent les contraintes et réduisent l'usure. Leurs propriétés dépendent du substrat et des autres additifs qui inhibent parfois leur action, en particulier les détergents qui entrent en compétition avec eux pour se fixer sur les surfaces.

Des additifs classiques sont le *tributylphosphate* et le *tricrésylphosphate*, le *dithiocarbonate* de *zinc* qui convient bien aux engrenages cylindriques et coniques moyennement chargés. On utilise aussi des composés *organométalliques* du *plomb*, l'usure du lubrifiant correspond à la disparition progressive de l'additif transformé en divers produits de dégradation. Lorsqu'il a entièrement disparu, le coefficient de frottement et l'usure augmentent brutalement.

4.4.6. Additifs extrême pression (de 1 à 10 %)

Comme les précédents, ils forment des films protecteurs contre le grippage par interaction avec le métal de base mais leur manifeste surtout aux températures de surface élevées. Citons le *bisulfure* de *dibengyle*, les *terpènes* soufrés (*terpène* : *Hydrocarbure présent dans l'essence naturelle d'origine végétale*) et divers corps gras *sulfurés*. Ces additifs sont devenus indispensables pour les engrenages lourdement chargés et surtout pour les ponts hypoides où un glissement important se conjugue à des charges très fortes, ils manifestent presque toute une activité chimique importante. Ils sont en général corrosifs pour les métaux non ferreux et sont donc à utiliser avec prudence.

4.4.7. L'anti-mousse

Dans la plupart des applications, les lubrifiants sont agités, ce qui provoque la formation de bulles d'air et de mousse, un moussage excessif de l'huile entraîne des défauts de lubrification.

Alors, on doit utiliser les additifs anti-mousse réduisent le moussage en diminuant la tension de surface du fluide, et en facilitant la séparation des bulles de la phase liquide. Ces additifs sont très peu solubles dans l'huile et sont donc présents en très petites quantités.

Les produits communément employés comme anti-mousse sont des **silicones** (*nom donnée aux dérivés du silicium qui se présentent sous forme des huiles, de résines et d'élastomères*), tels que le **polydiméthysiloxane** (PDMS) ou des **polyalkylméthacrylates** (PAMA).

4.4.8. Additifs divers

D'autres produits sont encore utilisés comme additifs, on peut citer :

- les additifs d'onctuosité qui agissent par absorption sur les surfaces de contact et qui sont destinés à diminuer le frottement dans le cas de contact métal un métal. Ce sont des **esters gras, alcool gras, amines grasses et acide gras**.
- les additifs **anti-rouille** qui agissent par absorption sur le métal et formation d'une couche protectrice quasi-imperméable à l'air, à l'eau et aux composés correctifs, ces produits qui sont des **sulfonâtes, naphténiques, des sels d'amines et des acides gras** sont parfois incompressibles avec les additives anti-usures.

5. La contamination des fluides lubrifiants

La contamination des lubrifiants est la cause principale des pannes produites dans les machines tournantes et réductrices, car elle influe directement sur les propriétés du fluide lubrifiant ainsi que une dégradation importante des performances des organes de guidage et des supports de machines tournantes (paliers, roulements, engrenages, etc.). La pollution des fluides lubrifiants est par conséquent responsable de 80% de toutes les pannes des mécanismes liées aux huiles de lubrification [3, 4].

La contamination des lubrifiants peut entraîner une perturbation importante des performances d'organes de guidage et de support des machines tournantes, en augmentant notamment la puissance dissipée ainsi que la température de fonctionnement. Dans les cas les plus sévères, ce problème de pollution peut conduire à une usure prématurée voire une défaillance des paliers et butées.

Plusieurs types de polluants peuvent être à l'origine de la dégradation des conditions de lubrification. On distingue par exemple, la pollution par particules solides comme les particules d'usure ou de rouille, ce genre de pollution s'avère le plus nocif et doit par conséquent être arrêté dès la constatation des premiers symptômes. D'autre part, la pollution par l'eau, constitue l'un des contaminants le plus répandus et le plus dangereux, se classant juste après la pollution par particules solides.

Par exemple, la contamination, ou la réduction de la qualité des huiles de lubrification de moteur des machines tournantes, peut provenir de plusieurs sources, dont les plus probables sont notamment :

- Dilution du fluide par l'eau, le liquide de refroidissement ou le carburant, en raison probablement de porte-injecteurs et de joints de culasse défectueux. Dans chaque cas, la cause profonde doit être identifiée et corrigée avant de prendre d'autres mesures.
- Filtration insuffisante ou partielle des particules dures ou métalliques présentes dans l'huile du fait de l'usure du moteur. Ceci peut déclencher des symptômes similaires à ceux du manque d'huile, car le système des paliers absorbe ces

particules qui circulent dans l'huile et ne peut plus lubrifier l'arbre principal, provoquant le grippage ou la défaillance totale de l'arbre.

- Contamination interne par des particules résultant d'un entretien insuffisant à long terme du système d'huile et de lubrification ou de l'utilisation répétée d'huile et des filtres de mauvaise qualité. À mesure que le moteur fonctionne et subit des cycles de chauffage répétés tout au long de sa durée de vie, l'huile de lubrification peut se dégrader et former des dépôts épais et solidifiés dans les passages et conduites internes, ce qui limite le débit d'huile autour du moteur.

5.1. Pollutions des huiles lubrifiantes

Un polluant est une substance non désirée qui peut conduire à modifier les propriétés d'huile lubrifiante et à la détérioration des éléments de mécanismes. Pour bien appréhender le rôle de la pollution des lubrifiants dans les contacts lubrifiés, il convient tout d'abord d'identifier l'origine, la nature et la forme des polluants.

5.1.1. Contamination liquide des huiles lubrifiantes

La plus souvent constatée est l'eau, d'où elle est la plus destructrice pouvons-nous trouver dans les huiles moteurs. L'eau peut provoquer l'oxydation d'huile, la diminution de la viscosité d'huile et la corrosion des surfaces métalliques, elle peut même prévenir une condensation à l'intérieur du moteur à basse température.

Il y a différents modes de pénétration de l'eau dans les circuits de lubrification ou modes de contamination, et certains de ces modes sont communs à plusieurs domaines de l'industrie, comme par exemple la condensation de la vapeur d'eau contenue dans l'air, au niveau des réservoirs d'huile qui sont souvent exposés à l'air ambiant afin de les conserver à la pression atmosphérique. Cette condensation résulte surtout du changement cyclique de température « jour-nuit » qui rend ce phénomène continu et non limité. En corrélation avec ce phénomène, il faut tenir compte de l'absorption directe par le lubrifiant de la vapeur d'eau à partir de l'air, cette absorption dépend énormément de la température et de l'humidité relative du milieu ambiant.

D'autres modes de contamination peuvent apparaître dans des cas plus spécifiques, comme ceux résultant des défauts d'étanchéité, séparant l'huile de l'eau, par exemple dans les turbines de navires ou de sous-marins. Des défauts d'isolation entre l'huile et l'eau ou la vapeur d'eau sont fréquents aussi dans le monde des alternateurs électriques et des turbines à vapeur. Des endommagements des circuits de refroidissement, surtout au niveau des échangeurs thermiques, peuvent conduire à des pénétrations d'eau plus importantes dans les circuits de lubrification.

5.1.2. Contamination solide des huiles lubrifiantes

La plupart des composants machines sont endommagés par la pollution solide contenue dans les huiles lubrifiantes. En effet, l'intensité de la détérioration des composantes de machines tournantes dépend essentiellement du type de polluant, de la taille et du nombre des particules (effets de concentration) présentes entre les surfaces en contact et de la pression du contact. Souvent une grande partie de ces particules solides est inférieure à 30µm qui ne sont pas détectables à l'œil nu, ceci signifie qu'une huile lubrifiant propre à première vue peut être en réalité pollué [3, 4].

Les huiles lubrifiantes utilisées en lubrification des machines tournantes contiennent de nombreux polluants avant même leur mise en service [5, 6]. Ces polluants sont présents dans les huiles neuves ou introduits lors de la fabrication ou des opérations de montage même en service, de nouveaux polluants sont produits soit par le rodage et l'usure ou de rouille, soit par ingestion de l'extérieur selon l'étanchéité des joints et l'environnement de fonctionnement ; par exemples lubrifiant pollué ou contaminé par des particules solides dues à l'usure des surfaces de contact (*arrachement des particules solides des surfaces de contacts surtout pendant la phase de rodage des organes d'un mécanisme*). Enfin, il arrive aussi que les polluants pénètrent dans les systèmes lors des opérations de maintenance, ces particules ont généralement un diamètre jusqu'à 50µm. Des particules sont donc susceptibles d'indenter les surfaces et de conduire à la fatigue du mécanisme. Des filtres sont habituellement utilisés pour atténuer ces risques. Malheureusement, la filtration n'élimine pas complètement le problème car les petites particules ne sont pas toutes arrêtées. Les filtres automobiles laissent par exemple passer des particules dont la taille peut atteindre 40µm [3, 4, 5, 6]. De plus, l'utilisation de filtres ultrafins, qui pourraient encore réduire la taille des particules susceptibles de passer, n'est pas souhaitable. En effet, ils provoquent des pertes de charges et se colmatent assez rapidement.

L'existence des polluants solides dans les huiles lubrifiantes est inévitable et jamais la filtration peut éliminer les petites particules existantes dans l'huile lubrifiante [3, 4, 5, 6]. Généralement, il est admis qu'une particule abrasive plus petite que l'épaisseur de film minimale admissible peut facilement passer à travers le jeu du palier. Pour toutes ces raisons, la pollution est le premier ennemi des industriels car il est impossible d'avoir un lubrifiant parfaitement propre avant ou au cours de fonctionnement.

Au cours des dernières décennies, les effets de contamination solide des huiles lubrifiantes est hautement reconnu comme un problème d'ingénierie sérieux et par conséquent a attiré l'attention de nombreux chercheurs. La pollution solide des huiles lubrifiantes est donc un sujet d'actualité.

5.1.2.1. Origine et nature de la pollution solide

La pollution peut être liquide, gazeuse ou solide. On ne s'intéresse qu'à la pollution solide des huiles lubrifiantes.

Elle peut avoir cinq origines principales. Il s'agit de la pollution :

- Présente dans une huile neuve [5, 6] ;
- Due à la fabrication : lors des usinages, il arrive que des copeaux ou encore des particules issues des outils coupants ou des meules de rectification restent dans le mécanisme ;
- Produite lors du fonctionnement : lors du fonctionnement du mécanisme, des particules d'usure se forment à partir des composants en mouvement. Il peut y avoir également de la pollution due à l'oxydation et à la décomposition du lubrifiant ;
- Ingérée de l'environnement : cela provient d'une étanchéité insuffisante, des filtres qui n'éliminent pas toutes les particules ou encore de l'ouverture des réservoirs ;
- Ingérée lors des opérations de maintenance : cela se produit lors des démontages et remontages des pièces ou lors des pleins et appoints en lubrifiants.

5.1.2.2. Type des particules polluantes






Des études menées sur des huiles utilisées dans des applications aéronautiques ont montré qu'il y avait une grande diversité de particules polluantes (*tableau I-1*) [5].



Tableau I-1 : *pollutions présentes dans les turbines aéronautiques*

Type	Source	Génération
Particules métalliques (Fe, Cu, Al,...)	Usinage, montage	Très importante pour les pièces neuves
	Usure, avaries	Important en période de rodage
Minéral (Si	Interne : sable de fonction	Faible et limitée aux pièces neuves
	Externe : ingestion en fonctionnement ou durant la maintenance	Faible à très importante (<i>fonction de l'environnement et du type de moteur</i>)
Oxydes et sulfures métalliques	Corrosion de surfaces, des particules en suspension	Tout au long de la vie du mécanisme (<i>fonction de la température et des réactifs chimiques présents dans le lubrifiant</i>)

Ces polluants ont des formes très variées. Hunt T. dans ses travaux propose de les classer en sept familles présentées dans le tableau I-2 [7]. Il apparaît que ce classement basé sur la forme des particules permet également de déterminer l'origine de ces particules. Il constate que la taille des particules va de moins de 1µm jusqu'à de 2mm.


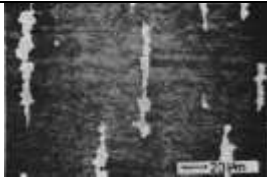
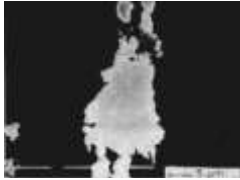
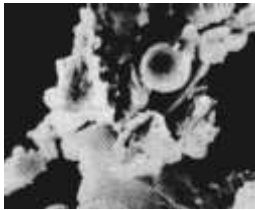
Tableau I-2 : *forme des particules*


Forme	Schéma	Origine
Sphères		Agglomération et fusion de débris métalliques d'usure
Ovoïdes déformés lisses (galets)		poussières (quartz, silice...) issues de l'extérieur
Gros morceaux et pavés		particules métalliques produites par la fatigue des surfaces
Plaquettes et écailles		Particules métalliques produites lors du rodage ou d'une usure dite normale
Boucles, copeaux et lamelles		particules produites lors de l'usinage ou par labourage de la surface

Rouleaux		particules étant à la fois des copeaux et des écailles
Brins et fibres		particules non métalliques en général issues d'une atmosphère polluée

Pour terminer sur les types de particules polluantes présentes dans les huiles, il convient de rappeler les travaux de Akl et Kalifha [8, 9]. A partir de l'analyse des huiles utilisées lors d'essais sur une machine à galets qui simule un contact hertzien lubrifié, ils effectuent une classification des particules (Tableau I-3). Ce classement a été défini à partir des spécificités en forme, taille et quantité dues aux conditions de fonctionnement. Ces quatre classes correspondent aux périodes de rodage, de fonctionnement normal, de transition et de rupture du mécanisme.

Tableau I-3 : Familles de particules d'après AKL et KHALIFA

Famille	Photo	Caractéristiques
R		<ul style="list-style-type: none"> - particules issues du rodage - dimension jusqu'à 50µm - correspond à l'adaptation des surfaces
N		<ul style="list-style-type: none"> - particules d'usure par frottement - dimensions de 5 à 20µm - apparition après le rodage
U		<ul style="list-style-type: none"> - formes plates et sphériques - dimensions de 25 à 60µm - les particules U correspondent à la formation des fissures
Ū		<ul style="list-style-type: none"> - les particules \bar{U} apparaissent après les U pour des déformations importantes des surfaces accompagnées d'effets thermiques - les particules U^* indiquent une

<p>U*</p>		<p>fissuration plus profonde - détermine le début de la transition vers une usure plus sévère et correspond à l'apparition d'avaries.</p>
<p>G et S</p>	<p>Particules produites lors du grippage</p>	

6- CONCLUSION

La première partie de ce chapitre a été consacrée à une étude succincte sur la lubrification qui est la partie la plus importante de la tribologie qui concerne tous contacts lubrifiés pour lesquels un fluide lubrifiant appelé troisième corps est intercalé entre deux corps solides en mouvement relatif.

Tandis que la deuxième partie a été réservée à une étude bibliographique importante sur la contamination des lubrifiants par l'eau et par des particules solides.

- Chapitre Deux :

*Equations de base de la
Lubrification Hydrodynamique
par Fluide Additivé et Pollué*

1- INTRODUCTION

Tous les systèmes mécaniques comportent plus ou moins des éléments lubrifiés. Le but de la lubrification est de diminuer les frottements, en réduisant l'usure et en améliorant le rendement, c'est-à-dire que l'on cherche plus de puissance et moins de consommation, c'est la fonction la plus évidente des huiles lubrifiantes. Les huiles lubrifiantes utilisées en lubrification des machines tournantes contiennent de nombreux polluants avant même leur mise en service [5, 6]. Ces polluants sont présents dans les huiles neuves ou introduits lors de la fabrication ou des opérations de montage même en service, de nouveaux polluants sont produits soit par le rodage et l'usure ou de rouille, soit par ingestion de l'extérieur selon l'étanchéité des joints et l'environnement de fonctionnement. L'existence des polluants solides dans les huiles lubrifiantes est inévitable et jamais la filtration peuvent éliminer les petites particules existantes dans les fluides lubrifiants [3, 4, 5, 6]. Ainsi, pour améliorer les performances de ces huiles lubrifiantes des machines tournantes, on ajoute des additifs (polymères). Les principaux additifs présentés dans les huiles moteur actuelles sont les additifs améliorant la viscosité, les dispersants, les détergents, les antioxydants, les anticorrosions, anti-usures et des additifs spécifiques tels que des agents d'adhérences, des modificateurs de structure, des colorants, des masques d'odeurs, etc.

Dans ce chapitre, on va présenter les différentes équations de la lubrification hydrodynamique et la dérivation de l'équation de Reynolds modifiée en régime isotherme pour un fluide additivé par des additifs améliorant la viscosité (fluide polaire) et pollué par des particules solides.

2- EQUATIONS GENERALES DE LA LUBRIFICATION HYDRODYNAMIQUE PAR FLUIDE POLAIRE POLLUE PAR DES PARTICULES SOLIDES

Les équations générales de la lubrification hydrodynamique permettent compte tenu des conditions géométriques et cinématiques de déterminer les caractéristiques d'un écoulement en film mince et en particulier sa portance (*figure II-1*). Elles sont déduites des équations de la mécanique des milieux continus appliquées aux fluides lubrifiants.

Les équations qui décrivent le comportement d'un fluide incompressible sont établies à partir de :

- des principes fondamentaux de la mécanique des milieux continus : lois de conservation de la masse et de la quantité de mouvement ;
- régime d'écoulement isotherme en tous points du fluide, c'est à dire la température reste constante en tous points du fluide lubrifiant)

2-1. Equation de conservation de la masse

La loi fondamentale de la mécanique classique concernant la conservation de la masse traduit le fait que la masse d'un système matériel que l'on suit dans son mouvement reste constante. Cette équation peut être décrite par sa forme différentielle suivante :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0 \quad (\text{II-1})$$

$i = 1 \div 3$

Avec, ρ est la masse volumique de fluide et u_i composantes du vecteur vitesse d'une particule fluide.

Pour un fluide incompressible, la masse volumique reste constante, l'équation de continuité II-1 devient :

$$\rho \frac{\partial}{\partial x_i} (u_i) = 0 \quad (\text{II-2})$$

2-2. Loi rhéologique d'un fluide avec des additifs améliorant la viscosité et pollué par des particules solides

La quasi-totalité des huiles utilisées dans la lubrification des paliers et des butées des machines tournantes contiennent des additifs qui sont des fluides considérés comme des fluides polaires. Ces additifs de longues chaînes moléculaires (*polymères*) utilisés dans le but d'améliorer les performances des huiles lubrifiantes, entraînent une modification du comportement rhéologique de ces huiles (*fluide non newtonien*). D'après la théorie des Milieux Continus de Vijay Kumar Stokes [10], la loi de comportement rhéologique de ce type des fluides dit à rhéologie complexe ou encore fluide polaire s'écrit :

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu(u_{i,j} + u_{j,i}) - \frac{1}{2}e_{ijk} M_{rk,r} \quad (\text{II-3})$$

Dans cette loi,

σ_{ij} : tenseur des contraintes non symétrique

M_{rk} : tenseur des couples des contraintes, $M_{rk} = \frac{1}{3}M_{nn}\delta_{rk} + 4\eta K_{rk}$

e_{ijk} : tenseur de permutation d'ordre trois

K_{ij} : tenseur du taux de rotation

μ : coefficient de viscosité dont la dimension est $[\mu] = ML^{-1}T^{-1}$

η : constante physique due à la présence des couples des contraintes ou additifs de viscosité (VI) dans le fluide, dont la dimension est $[\eta] = MLT^{-1}$.

Dans le cas, le fluide devient pollué par des particules solides par exemple lubrifiant pollué par des particules solides dues à l'usure adhésive des surfaces (figure II-1), la relation qui lie le tenseur de contraintes (σ_{ij}) au tenseur de taux de déformation (D_{ij})

éq-II-3 reste la même seulement la valeur de la viscosité effective du fluide change ; il s'agit de la théorie des suspensions diluées [11 12], dont les prémices remontent à 1960 avec les résultats d'Einstein, qui furent ensuite largement repris et modifiés (Annexe), l'équation II-3 devient :

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + G(\phi)\mu_s(u_{i,j} + u_{j,i}) - \frac{1}{2}e_{ijk}M_{rk,r} \quad (\text{II-4})$$

Où,

μ_s : viscosité du solvant

Φ : concentration volumique de la suspension des particules solides dans le solvant

$G(\Phi)$ est une fonction due à la présence des particules solides dans le fluide lubrifiant est donnée comme suit [13]:

- Pour un fluide polaire propre (*sans particules solides*, $\Phi = 0$) : $G(\Phi) = 1$

- Pour un fluide avec particules solides (*fluide pollué*) :

- Modèle d' Einstein : $G(\Phi) = (1 + 2.5 \times \Phi)$

- Modèle de Batchelor et Green : $G(\Phi) = (1 + 2.5 \times \Phi + 6.2 \times \Phi^2)$

- Modèle de Ball et Richmond : $G(\Phi) = \left(1 - \frac{\Phi}{\Phi_m}\right)^{-2.5 \times \Phi_m}$

- Modèle de Phan-Thien et Pham : $G(\Phi) = (1 - \Phi)^{-2.5}$

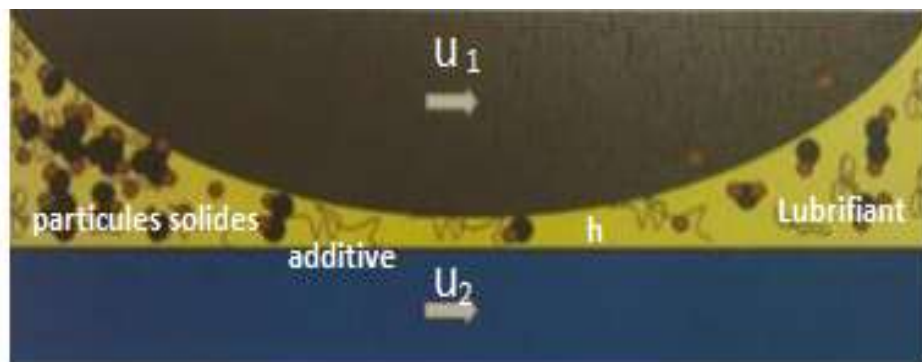


Fig.II-1 : Suspension des particules solides de forme sphères dans un fluide additivé en lubrification hydrodynamique

2-3. Equations du mouvement d'un fluide polaire pollué par des particules solides

En se basant sur la théorie des Milieux Continus de Vijay Kumar Stokes [10] et de la théorie des suspensions diluées [13], les équations du mouvement d'un fluide incompressible polaire pollué par des particules solides (figure II-1) sont :

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = -\vec{\nabla}p + \rho\vec{B} + \frac{1}{2}\vec{\nabla} \times (\rho\vec{C}) + G(\phi)\mu_s\vec{\nabla}^2\vec{V} - \eta\vec{\nabla}^4\vec{V} \quad (\text{II-5})$$

Où, les vecteurs \vec{V} , \vec{B} et \vec{C} représentent respectivement le champ de vitesse d'écoulement d'une particule fluide, la force de volume par unité de masse et le couple du volume par unité de masse (figure II-2).

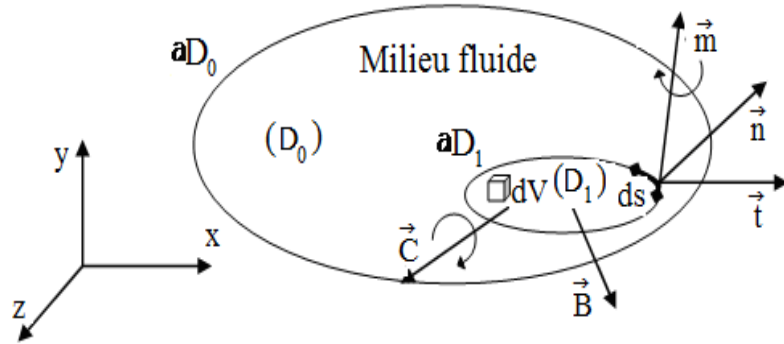


Fig.II-2 : Schématisation des efforts de surface et de volume agissant sur un élément de fluide polaire

En négligeant les forces de volume et les couples du volume, les équations du mouvement éq-II-5 d'un fluide isovisqueux s'écrivent en coordonnées cartésiennes comme suit :

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x_1} + v \frac{\partial u}{\partial x_2} + w \frac{\partial u}{\partial x_3} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_1} + G(\phi)\mu_s \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_3^2} \right) - \eta \left(\frac{\partial^4 u}{\partial x_1^4} + \frac{\partial^4 u}{\partial x_2^4} + \frac{\partial^4 u}{\partial x_3^4} \right) - 2\eta \left(\frac{\partial^4 u}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + \frac{\partial^4 u}{\partial x_1^2 \partial x_3^2} + \frac{\partial^4 u}{\partial x_2^2 \partial x_3^2} \right) \quad (\text{II-6-a})$$

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x_1} + v \frac{\partial v}{\partial x_2} + w \frac{\partial v}{\partial x_3} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_2} + G(\phi)\mu_s \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x_3^2} \right) - \eta \left(\frac{\partial^4 v}{\partial x_1^4} + \frac{\partial^4 v}{\partial x_2^4} + \frac{\partial^4 v}{\partial x_3^4} \right) - 2\eta \left(\frac{\partial^4 v}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + \frac{\partial^4 v}{\partial x_1^2 \partial x_3^2} + \frac{\partial^4 v}{\partial x_2^2 \partial x_3^2} \right) \quad (\text{II-6-b})$$

$$\rho \left(u \frac{\partial w}{\partial x_1} + v \frac{\partial w}{\partial x_2} + w \frac{\partial w}{\partial x_3} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_3} + G(\phi)\mu_s \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x_3^2} \right) - \eta \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x_1^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial x_2^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial x_3^4} \right) - 2\eta \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial x_1^2 \partial x_3^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial x_2^2 \partial x_3^2} \right) \quad (\text{II-6-c})$$

Où, p est la pression, ρ et μ_s sont respectivement la masse volumique et le coefficient de la viscosité du fluide, η est une constante physique qui représente l'effet des couples des contraintes dans le fluide et la fonction $G(\Phi)$ est due à la présence des particules solides dans le fluide lubrifiant.

2-3-1. Expressions des équations du mouvement d'un fluide polaire pollué par des particules solides pour un écoulement en film mince visqueux

En lubrification hydrodynamique, les équations du mouvement, éq-II-5 se simplifient très sensiblement car l'épaisseur du film suivant $\vec{o}x_2$ est très faible par

rapport aux deux autres dimensions du contact (figure II-3), ce qui permet de déterminer l'ordre de grandeur des différents termes de l'équation II-5.

Pour cela, on pose : $\tilde{X}_1 = \frac{X_1}{L}$, $\tilde{X}_2 = \frac{X_2}{h}$, $\tilde{X}_3 = \frac{X_3}{L}$, $\tilde{u}_1 = \frac{U_1}{V}$, $\tilde{u}_2 = \frac{U_2 L}{Vh}$,

$\tilde{u}_3 = \frac{U_3}{V}$, $\tilde{t} = \frac{tV}{L}$, $\tilde{\mu} = \frac{\mu_s}{\mu_0}$, $\tilde{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0}$, $\tilde{\eta} = \frac{\eta}{\eta_0}$, $\tilde{\ell}_0 = \frac{\ell_0}{h}$ et $\varepsilon = \frac{h}{L}$.

Dans ces expressions, L et V sont respectivement la dimension et la vitesse caractéristiques selon les axes (O, \tilde{X}_1) et (O, \tilde{X}_2) , h et $\frac{Vh}{L}$ celles suivant (O, \tilde{X}_2) , $\frac{L}{V}$, μ_0 , ρ_0 et η_0 finissent l'ordre de grandeur du temps, de coefficient de viscosité, de la masse volumique et le paramètre de couples de contraintes à la température de référence (T_0). V peut être définie de plusieurs façons ; en hydrodynamique, V sera la vitesse d'une des parois du contact.

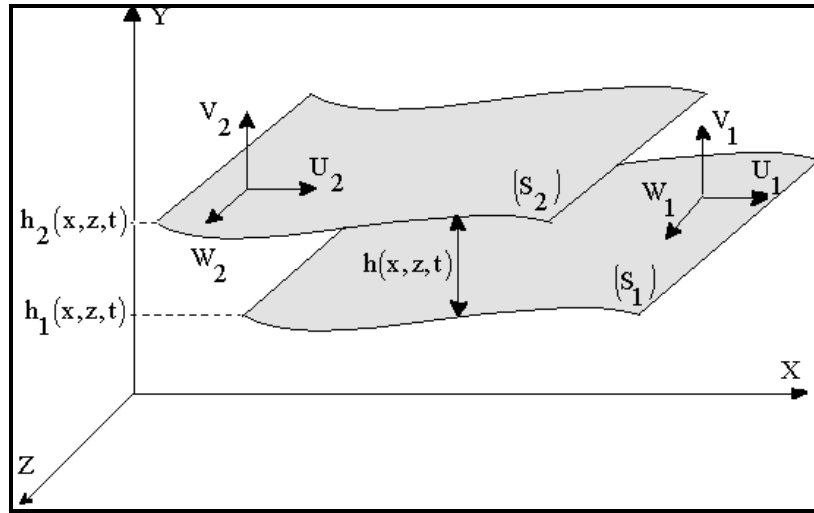


Fig. II-3 : Schéma général d'un contact hydrodynamique

Compte tenu de ces changements de variables :

- L'équation II-5-a devient :

$$\begin{aligned} \tilde{\rho} \tilde{\rho}_0 \tilde{u}_j V \frac{V}{L} \left(\frac{\partial \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_j} \right) = & -\frac{1}{L} \left(\frac{\partial p}{\partial \tilde{X}_1} \right) + G(\phi) \tilde{\mu} \mu_0 \left[\frac{V}{L^2} \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1^2} \right) + \frac{V}{h^2} \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^2} \right) + \frac{V}{L^2} \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_3^2} \right) \right] \\ & - \tilde{\eta} \eta_0 \left[\frac{V}{L^4} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1^4} \right) + \frac{V}{h^4} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^4} \right) + \frac{V}{L^4} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_3^4} \right) \right] - \\ & 2 \tilde{\eta} \eta_0 \left[\frac{V}{L^2 h^2} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1^2 \partial \tilde{X}_2^2} \right) + \frac{V}{L^4} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1^2 \partial \tilde{X}_3^2} \right) + \frac{V}{L^2 h^2} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^2 \partial \tilde{X}_3^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (II-7)$$

Ou encore,

$$\begin{aligned} & \frac{\tilde{\rho}\rho_0 V^2}{L} \tilde{U}_j \left(\frac{\partial \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_j} \right) - \frac{G(\phi) \tilde{\mu} \mu_0 V}{L^2} \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1^2} + \frac{\partial^2 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_3^2} \right) - \frac{G(\phi) \tilde{\mu} \mu_0 V}{h^2} \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^2} \right) - \frac{\eta_0 \tilde{\eta} V}{L^4} \left[\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1^4} + \frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_3^4} \right] \\ & - \frac{\eta_0 \tilde{\eta} V}{h^4} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^4} \right) - \frac{2\eta_0 \tilde{\eta} V}{L^2 h^2} \left[\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1^2 \partial \tilde{X}_2^2} + \frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^2 \partial \tilde{X}_3^2} \right] - \frac{2\eta_0 \tilde{\eta} V}{L^4} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1^2 \partial \tilde{X}_3^2} \right) = -\frac{1}{L} \left(\frac{\partial p}{\partial \tilde{X}_1} \right) \end{aligned} \quad (\text{II-8})$$

avec,
$$\frac{\tilde{\rho}\rho_0 V^2}{L} \tilde{U}_j \left(\frac{\partial \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_j} \right) = \rho_0 \tilde{\rho} \frac{hV}{L} \left(\frac{V}{L} \tilde{U}_1 \frac{\partial \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1} + \frac{V}{L} \tilde{U}_3 \frac{\partial \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_3} + \frac{hV}{Lh} \tilde{U}_2 \frac{\partial \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2} \right)$$

L'équation II-7 multipliée par h^2 donne :

$$\begin{aligned} & \frac{\tilde{\rho}\rho_0 V h^2}{\mu_0 L} \tilde{U}_j \left(\frac{\partial \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_j} \right) - \frac{G(\phi) \tilde{\mu} h^2}{L^2} \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1^2} + \frac{\partial^2 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_3^2} \right) - \frac{G(\phi) \tilde{\mu} h^2}{h^2} \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^2} \right) - \frac{\tilde{\eta} \eta_0 h^2}{\mu_0 L^4} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1^4} + \frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_3^4} \right) - \\ & \frac{\tilde{\eta} \eta_0 h^2}{\mu_0 h^4} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^4} \right) - \frac{2\tilde{\eta} \eta_0}{L^2 \mu_0} \left[\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1^2 \partial \tilde{X}_2^2} + \frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^2 \partial \tilde{X}_3^2} \right] - \frac{2\tilde{\eta} \eta_0 h^2}{\mu_0 L^4} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1^2 \partial \tilde{X}_3^2} \right) = -\frac{h^2}{LV\mu_0} \left(\frac{\partial p}{\partial \tilde{X}_1} \right) \end{aligned}$$

Alors,

$$\begin{aligned} & R_h \tilde{\rho} \tilde{\mu} \left(\tilde{U}_j \frac{\partial \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_j} \right) - G(\phi) \tilde{\mu} \varepsilon^2 \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1^2} + \frac{\partial^2 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_3^2} \right) - G(\phi) \tilde{\mu} \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^2} \right) - \frac{\tilde{\eta} \ell_0^2 \varepsilon^2}{L^2} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1^4} + \frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_3^4} \right) - \\ & \frac{\tilde{\eta} \ell_0^2}{h^2} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^4} \right) - \frac{2\tilde{\eta} \ell_0^2}{L^2} \left[\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1^2 \partial \tilde{X}_2^2} + \frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^2 \partial \tilde{X}_3^2} \right] - \frac{2\tilde{\eta} \ell_0^2}{L^2} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1^2 \partial \tilde{X}_3^2} \right) = -\frac{h^2}{LV\mu_0} \left(\frac{\partial p}{\partial \tilde{X}_1} \right) \end{aligned} \quad (\text{II-9})$$

Avec :

ℓ_0 étant le paramètre des couples des contraintes ;

$R_h = \frac{\rho_0 V h}{\mu_0}$ est le nombre de Reynolds relatif à l'épaisseur d'écoulement du fluide ;

$\varepsilon = \frac{h}{L}$ est le paramètre d'échelle qui en mécanique des films minces visqueux de l'ordre de 10^{-3} .

Si, en négligeant les termes multipliés par ε^2 , l'équation II-9 devient :

$$\begin{aligned} & -\tilde{\rho} R_h \varepsilon \left(\tilde{U}_j \frac{\partial \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_j} \right) + G(\phi) \tilde{\mu} \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^2} \right) + \frac{\tilde{\eta} \ell_0^2}{h^2} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^4} \right) + 2 \frac{\tilde{\eta} \ell_0^2}{L^2} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1^2 \partial \tilde{X}_2^2} + \frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^2 \partial \tilde{X}_3^2} \right) + \\ & 2 \frac{\tilde{\eta} \ell_0^2}{L^2} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1^2 \partial \tilde{X}_3^2} \right) = \frac{h^2}{LV\mu_0} \left(\frac{\partial p}{\partial \tilde{X}_1} \right) \end{aligned} \quad (\text{II-10})$$

En supposant, $\tilde{\ell}_0 = \frac{\ell_0}{h}$ qui est le paramètre des couple des contraintes sans dimension,

alors l'équation II-10 s'écrit :

$$\begin{aligned} & -\tilde{\rho} R_h \varepsilon \left(\tilde{U}_j \frac{\partial \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_j} \right) + G(\phi) \tilde{\mu} \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^2} \right) + \tilde{\ell}_0^2 \tilde{\eta} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^4} \right) + 2 \tilde{\ell}_0^2 \tilde{\eta} \frac{h^2}{L^2} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1^2 \partial \tilde{X}_2^2} + \frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^2 \partial \tilde{X}_3^2} \right) + \\ & 2 \tilde{\ell}_0^2 \tilde{\eta} \frac{h^2}{L^2} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1^2 \partial \tilde{X}_3^2} \right) = -\frac{h^2}{LV\mu_0} \left(\frac{\partial p}{\partial \tilde{X}_1} \right) \end{aligned} \quad (\text{II-11})$$

En posant que, $\tilde{p} = \frac{h^2 p}{LV\mu_0}$, l'équation II-11 devient :

$$-\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{X}_1} = -\tilde{\rho} R_h \varepsilon \left(\tilde{U}_j \frac{\partial \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_j} \right) + G(\phi) \tilde{\mu} \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^2} \right) + \tilde{\ell}_0^2 \tilde{\eta} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^4} \right) + \frac{2 \tilde{\ell}_0^2 \tilde{\eta} h^2}{L^2} \left[\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^2 \partial \tilde{X}_1^2} + \frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^2 \partial \tilde{X}_3^2} + \frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1^2 \partial \tilde{X}_3^2} \right] \quad (\text{II-12})$$

- Pour, l'équation II-5-c avec la même démarche, on obtient :

$$-\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{X}_3} = -\tilde{\rho} R_h \varepsilon \left(\tilde{U}_j \frac{\partial \tilde{U}_3}{\partial \tilde{X}_j} \right) + G(\phi) \tilde{\mu} \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_3}{\partial \tilde{X}_2^2} \right) + \tilde{\ell}_0^2 \tilde{\eta} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_3}{\partial \tilde{X}_2^4} \right) + 2 \tilde{\ell}_0^2 \tilde{\eta} \frac{h^2}{L^2} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_3}{\partial \tilde{X}_1^2 \partial \tilde{X}_2^2} + \frac{\partial^4 \tilde{U}_3}{\partial \tilde{X}_2^2 \partial \tilde{X}_3^2} + \frac{\partial^4 \tilde{U}_3}{\partial \tilde{X}_1^2 \partial \tilde{X}_3^2} \right) \quad (\text{II-13})$$

- Pour, l'équation II-5-b donne :

$$\rho_0 \tilde{\rho} U_j V \frac{Vh}{L} \left(\frac{\partial \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_j} \right) = -\frac{1}{h} \left(\frac{\partial p}{\partial \tilde{X}_2} \right) + G(\phi) \tilde{\mu} \mu_0 \left[\frac{hV}{LL^2} \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_1^2} \right) + \frac{hV}{Lh^2} \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_2^2} \right) + \frac{hV}{LL^2} \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_3^2} \right) \right] - \eta_0 \tilde{\eta} \left[\frac{hV}{LL^4} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_1^4} \right) + \frac{hV}{Lh^4} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_2^4} \right) + \frac{hV}{LL^4} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_3^4} \right) \right] - 2\eta_0 \tilde{\eta} \left[\frac{hV}{LL^2 h^2} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_1^2 \partial \tilde{X}_2^2} \right) + \frac{hV}{LL^4} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_1^2 \partial \tilde{X}_3^2} \right) + \frac{hV}{LL^2 h^2} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^2 \partial \tilde{X}_3^2} \right) \right] \quad (\text{II-14})$$

$$\text{Avec, } \rho_0 \tilde{\rho} \frac{hV}{L} \left(\frac{V}{L} \tilde{U}_1 \frac{\partial \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_1} + \frac{V}{L} \tilde{U}_3 \frac{\partial \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_3} + \frac{hV}{Lh} \tilde{U}_2 \frac{\partial \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_2} \right) = \frac{hV \rho_0 \tilde{\rho}}{L} V \left(\tilde{U}_j \frac{\partial \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_j} \right)$$

Et on multiplie l'équation II-14 par $\frac{h^3}{VL\mu_0}$, on obtient :

$$\frac{hV \tilde{\rho} \rho_0 h^3}{\mu_0 L^3} \left(\tilde{U}_j \frac{\partial \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_j} \right) = -\frac{h^2}{L\mu_0 V} \left(\frac{\partial p}{\partial \tilde{X}_2} \right) + G(\phi) \frac{\tilde{\mu} h^4}{L^4} \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_1^2} + \frac{\partial^2 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_3^2} \right) - \frac{\tilde{\eta} \eta_0 h^4}{\mu_0 L^6} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_1^4} + \frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_3^4} \right) + G(\phi) \frac{\tilde{\mu} h^2}{L^2} \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_2^2} \right) - \frac{\tilde{\eta} \eta_0}{\mu_0 L^2} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_2^4} \right) - 2 \frac{\tilde{\eta} \eta_0 h^2}{\mu_0 L^4} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_1^2 \partial \tilde{X}_2^2} + \frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_2^2 \partial \tilde{X}_3^2} \right) \quad (\text{II-15})$$

Avec, $\ell_0^2 = \frac{\eta_0}{\mu_0}$, l'équation II-15 devient :

$$\tilde{\rho} \varepsilon^3 R \left(\tilde{U}_j \frac{\partial \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_j} \right) = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{X}_2} + G(\phi) \tilde{\mu} \varepsilon^4 \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_1^2} + \frac{\partial^2 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_3^2} \right) - \tilde{\eta} \tilde{\ell}_0^2 \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_2^4} \right) - \tilde{\eta} \tilde{\ell}_0^2 \varepsilon^4 \left(\frac{h^2}{L^2} \right) \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_1^4} + \frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_3^4} \right) - G(\phi) \tilde{\mu} \varepsilon^2 \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_2^2} \right) - \tilde{\eta} \tilde{\ell}_0^2 \varepsilon^2 \left(\frac{h^2}{L^2} \right) \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_1^2 \partial \tilde{X}_2^2} + \frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_2^2 \partial \tilde{X}_3^2} \right) \quad (\text{II-16})$$

Tant que, ε^2 , ε^4 et $\frac{h^2}{L^2}$ sont d'ordre zéro, l'équation II-16 devient égale zéro, alors on obtient :

$$-\left(\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{X}_2}\right) = 0 \quad (\text{II-17})$$

Finalement, les équations du mouvement d'un fluide additivé par des additives améliorant la qualité de la viscosité et pollué par des particules solides pour un écoulement en film mince visqueux se réduisent à :

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_i} = -\tilde{\rho} \varepsilon \Re \left[\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{t}} + \tilde{u}_j \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_j} \right] + G(\Phi) \left(\tilde{\mu} \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_2^2} + \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_2} \cdot \frac{\partial \tilde{\mu}_s}{\partial \tilde{x}_2} \right) \\ \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_2} = 0 \rightarrow \tilde{p} = \tilde{p}(\tilde{x}_1, \tilde{x}_3) \end{cases} \quad (\text{II-18})$$

Avec, $i = 1, 3$ et $j = 1, 2, 3$

Les termes en ε ou termes d'inertie de l'équation II-18 seront négligeable devant les termes de viscosité, quand εR_h est inférieure à l'unité.

En négligeant les forces d'inertie, le système d'équations II-18 devient :

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{X}_i} = G(\Phi) \tilde{\mu} \frac{\partial^2 \tilde{U}_i}{\partial \tilde{X}_2^2} - \tilde{\eta} \tilde{\ell}_0^2 \frac{\partial^4 \tilde{U}_i}{\partial \tilde{X}_2^4} \\ \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{X}_2} = 0 \end{cases} \quad (\text{II-19})$$

Pour, $i = 1, 3$

La deuxième équation du système montre que la pression dans le film est indépendante de X_2 .

En revenant aux variables dimensionnées les équations de mouvement d'un fluide additivé par des additifs améliorant la qualité de fluide et pollué par des particules solides l'équation II-14 s'écrivent :

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial X_1} = G(\Phi) \mu_s \left(\frac{\partial^2 U_1}{\partial X_2^2} \right) - \eta \left(\frac{\partial^4 U_1}{\partial X_2^4} \right) \\ \frac{\partial p}{\partial X_2} = 0 \\ \frac{\partial p}{\partial X_3} = G(\Phi) \mu_s \left(\frac{\partial^2 U_3}{\partial X_2^2} \right) - \eta \left(\frac{\partial^4 U_3}{\partial X_2^4} \right) \end{cases} \quad (\text{II-20})$$

La fonction, $G(\Phi)$ est due à la présence des particules solides dans le fluide lubrifiant

Dans ce qui suit, on adoptera la nouvelle notation pour les variables d'espace et les composants de vitesses d'écoulement comme suit :

(x, y, z) au lieu de (x₁, x₂, x₃)

(u, v, w) au lieu de (u₁, u₂, u₃)

Alors, les équations du mouvement d'un fluide isovisqueux additivé et pollué, II-20 s'écrivent :

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial x} = G(\phi)\mu_s \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \eta \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} & \text{(II-21-a)} \\ \frac{\partial p}{\partial y} = 0 & \text{(II-21-b)} \\ \frac{\partial p}{\partial z} = G(\phi)\mu_s \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \eta \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} & \text{(II-21-c)} \end{cases}$$

La deuxième équation du système montre que la pression dans le fluide est indépendante de la variable (y), $p = p(x, z)$.

Ces équations auxquelles s'ajoute l'équation de conservation de la masse pour un fluide incompressible permettent de connaître formellement et après intégration, le champ de vitesse, la pression et les contraintes de cisaillement dans le film lubrifiant.

2.4. Expression du champ de vitesses d'écoulement d'un fluide polaire pollué

On peut écrire l'équation II-21.a sous la forme suivante :

$$\eta \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} - G(\phi)\mu_s \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -\frac{\partial P}{\partial x} \quad \text{(II-22)}$$

C'est une équation différentielle linéaire d'ordre quatre à coefficients constants, la solution générale est la somme de la solution homogène et de la solution particulière.

a) *Solution homogène :*

On suppose : $t = \frac{\partial u}{\partial y}$

$$\text{L'équation II-22 devient : } \eta t^4 + G(\phi)\mu_s t^2 = 0 \quad \text{(II-23)}$$

Ses racines sont : $t = 0$ est racine double

$$t = \sqrt{\frac{G(\phi)\mu_s}{\eta}} \quad \text{et} \quad t = -\sqrt{\frac{G(\phi)\mu_s}{\eta}} \quad \text{sont des racines simples}$$

La solution générale de l'équation II-23 :

$$u_G(y) = A_0 + A_1 y + C_1 e^{\sqrt{\frac{G(\phi)\mu_s}{\eta}} y} + C_2 e^{-\sqrt{\frac{G(\phi)\mu_s}{\eta}} y} \quad \text{(II-24)}$$

Avec, A_0, A_1, C_1, C_2 qui appartiennent à \mathfrak{R} .

On a : $\ell = \sqrt{\frac{\eta}{\mu_s}} \rightarrow \sqrt{\frac{\mu_s}{\eta}} = \frac{1}{\ell}$, on remplace dans l'équation, II-24 qui devient :

$$u_G(y) = A_0 + A_1 y + C_1 e^{\sqrt{G(\phi)}\left(\frac{y}{\ell}\right)} + C_2 e^{-\sqrt{G(\phi)}\left(\frac{y}{\ell}\right)} \quad \text{(II-25)}$$

C'est la solution homogène

b) *Solution particulière*

$$\text{On suppose un polynôme d'ordre deux : } u_p = ay^2 + by + c \quad \text{(II-26)}$$

$$\text{Donc, } \begin{cases} \frac{\partial^2 \mathbf{u}_p}{\partial y^2} = 2a \\ \frac{\partial^4 \mathbf{u}_p}{\partial y^4} = 0 \end{cases}$$

En remplaçant U par U_p dans l'équation II-22, on obtient : $\eta \times 0 - G(\phi)\mu_s (2a) = -\frac{\partial p}{\partial x}$

$$\text{Donc, } a = \frac{1}{2G(\phi)\mu_s} \frac{\partial p}{\partial x}$$

Et comme, il n'y a aucune condition sur b et c, on choisit de prendre : $b = c = 0$

On remplace ces constantes dans le polynôme, II-26, on obtient :

$$\mathbf{u}_p = \frac{1}{2G(\phi)\mu_s} \frac{\partial p}{\partial x} y^2$$

Enfin la solution générale de l'équation, II-22 est la somme de la solution homogène et de la solution particulière :

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_G + \mathbf{u}_p = \mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1 y + \frac{1}{2G(\phi)\mu_s} \frac{\partial p}{\partial x} y^2 + \mathbf{C}_1 e^{\frac{y\sqrt{G(\phi)}}{\ell}} + \mathbf{C}_2 e^{-\frac{y\sqrt{G(\phi)}}{\ell}}$$

D'où:

$$\mathbf{u}(x, y, z) = \mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1 y + \frac{1}{2G(\phi)\mu_s} \frac{\partial p}{\partial x} y^2 + \mathbf{B}_1 \cosh\left(\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}\right) + \mathbf{B}_2 \sinh\left(\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}\right) \quad (\text{II-27})$$

Avec, \mathbf{A}_0 , \mathbf{A}_1 , \mathbf{B}_1 et \mathbf{B}_2 sont des constantes dans \mathfrak{R} .

Et, $\mathbf{B}_1 = \mathbf{C}_1 + \mathbf{C}_2$, $\mathbf{B}_2 = \mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_2$

$$\text{Où : } \mathbf{C}_1 e^{\frac{y\sqrt{G(\phi)}}{\ell}} + \mathbf{C}_2 e^{-\frac{y\sqrt{G(\phi)}}{\ell}} = \mathbf{B}_1 \left(\frac{e^{\frac{y\sqrt{G(\phi)}}{\ell}} + e^{-\frac{y\sqrt{G(\phi)}}{\ell}}}{2} \right) + \mathbf{B}_2 \left(\frac{e^{\frac{y\sqrt{G(\phi)}}{\ell}} - e^{-\frac{y\sqrt{G(\phi)}}{\ell}}}{2} \right)$$

$$\text{Donc, } \mathbf{C}_1 e^{\frac{y\sqrt{G(\phi)}}{\ell}} + \mathbf{C}_2 e^{-\frac{y\sqrt{G(\phi)}}{\ell}} = \frac{\mathbf{B}_1}{2} e^{\frac{y\sqrt{G(\phi)}}{\ell}} + \frac{\mathbf{B}_1}{2} e^{-\frac{y\sqrt{G(\phi)}}{\ell}} + \frac{\mathbf{B}_2}{2} e^{\frac{y\sqrt{G(\phi)}}{\ell}} - \frac{\mathbf{B}_2}{2} e^{-\frac{y\sqrt{G(\phi)}}{\ell}}$$

$$\text{Et, } \begin{array}{l} \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2 = 2\mathbf{C}_1 \\ \mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2 = 2\mathbf{C}_2 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{l} \mathbf{B}_1 = \mathbf{C}_1 + \mathbf{C}_2 \\ \mathbf{B}_2 = \mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_2 \end{array}$$

Pour l'équation II-21.c, on trouve la solution générale de la même manière :

$$\mathbf{w}(x, y, z) = \mathbf{A}'_0 + \mathbf{A}'_1 y + \frac{1}{2G(\phi)\mu_s} \frac{\partial p}{\partial x} y^2 + \mathbf{B}'_1 \cosh\left(\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}\right) + \mathbf{B}'_2 \sinh\left(\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}\right) \quad (\text{II-28})$$

Donc, les solutions générales des équations, II-21.a et II-21.c sont :

$$\mathbf{u}(x, y, z) = \underbrace{\mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1 y + \mathbf{B}_1 \cosh\left(\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}\right) + \mathbf{B}_2 \sinh\left(\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}\right)}_{\text{solution homogène}} + \underbrace{\frac{1}{2G(\phi)\mu_s} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \sqrt{G(\phi)} \right) y^2}_{\text{solution particulière}} \quad (\text{II-29-a})$$

$$\mathbf{w}(x, y, z) = \underbrace{\mathbf{A}'_0 + \mathbf{A}'_1 y + \mathbf{B}'_1 \cosh\left(\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}\right) + \mathbf{B}'_2 \sinh\left(\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}\right)}_{\text{solution homogène}} + \underbrace{\frac{1}{2G(\phi)\mu_s} \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right) y^2}_{\text{solution particulière}} \quad (\text{II-29-b})$$

L'identification des constantes d'intégration nécessite l'utilisation des conditions aux limites sur la vitesse ou condition de non glissement; en choisissant de fixer l'origine du système d'axes confondue avec la paroi 1 (figure II-4) ce qui impose à la vitesse de cette paroi 1, selon y d'être nulle (*théorie de Reynolds : paroi inférieure (S₁) confondue avec le plan du référentiel (0, x, z)*) [14]. Dans ce cas, les conditions aux limites sur les s'écrivent :

$$\text{- Pour, } y = 0 : u(x, 0, z) = 0, \quad w(x, 0, z) = 0 \quad (\text{II-30.a})$$

$$\left. \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right|_{y=0} = \left. \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right|_{y=0} = 0 \quad (\text{II-30.b})$$

$$\text{- Pour, } y = h : u(x, h, z) = U_2, \quad w(x, h, z) = 0 \quad (\text{II-30.c})$$

$$\left. \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right|_{y=h} = \left. \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right|_{y=h} = 0 \quad (\text{II-30.d})$$

La condition éq-II-30-c est due au non glissement entre le fluide et les parois de contact et les conditions, éq-II-30-b et éq-II-30-d sont dues à l'absence des couples de contraintes au niveau des parois.

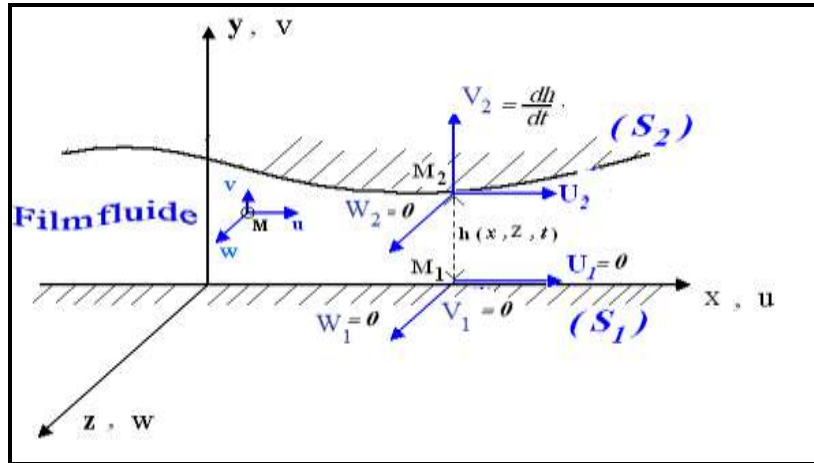


Fig. II-4: L'origine du système d'axes confondue avec la paroi 1

Compte tenu des conditions limites, II-30 le champ de vitesse d'une particule fluide polaire peut être réécrit sous la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} u = U_2 \frac{y}{h} + \frac{1}{2G(\phi)^2 \mu_s} \frac{\partial P}{\partial x} \left[G(\phi)y(y-h) + 2\ell^2 \left[1 - \frac{\cosh\left(\frac{2y-h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right)}{\cosh\left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right)} \right] \right] \\ w = \frac{1}{2G(\phi)^2 \mu_s} \frac{\partial P}{\partial z} \left[G(\phi)y(y-h) + 2\ell^2 \left[1 - \frac{\cosh\left(\frac{2y-h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right)}{\cosh\left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right)} \right] \right] \end{array} \right\} \quad (\text{II-31})$$

Avec, $\ell = \sqrt{\frac{\eta}{\mu_s}}$ est le paramètre des couples de contraintes ou la longueur de la chaîne

moléculaire des additifs améliorant l'indice de viscosité (VI) dont la dimension est $[\ell]=L$ et la fonction $\mathbf{G}(\Phi)$ est due à la présence des particules solides dans le fluide lubrifiant.

2-5. Dérivation de l'équation de Reynolds modifiée pour un fluide polaire pollué par des particules solides

La dérivation de l'équation de Reynolds modifiée nécessite l'emploi des mêmes hypothèses utilisées précédemment pour la dérivation de l'équation de Reynolds dans le cas de fluide newtonien pollué sauf la deuxième hypothèse.

L'équation de Reynolds modifiée est obtenue à partir de l'intégration de l'équation de continuité II-2 à travers l'épaisseur du film (figure II-4) donne :

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{y}} + \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \mathbf{z}} = 0 \quad (\text{II-32})$$

L'intégration de cette équation à travers l'épaisseur du film donne :

$$\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_3 = 0 \quad (\text{II-33})$$

$$\text{Avec, } \mathbf{I}_1 = \int_0^{h(x,z,t)} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{d}\mathbf{y}, \mathbf{I}_2 = \int_0^{h(x,z,t)} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{y}} = [\mathbf{v}]_0^h = \mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_1 = \frac{\mathbf{d}h}{\mathbf{d}t}, \mathbf{I}_3 = \int_0^{h(x,z,t)} \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \mathbf{z}} \mathbf{d}\mathbf{y}$$

Pour évaluer les intégrales \mathbf{I}_1 et \mathbf{I}_3 , on utilise la règle d'intégration de Leibnitz.

soit :

$$\mathbf{I}_1 = \int_0^h \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{d}\mathbf{y} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left(\int_0^h \mathbf{u} \mathbf{d}\mathbf{y} \right) - \mathbf{u}(h) \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}} + 0$$

$$\mathbf{I}_3 = \int_0^h \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \mathbf{z}} \mathbf{d}\mathbf{y} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{z}} \left(\int_0^h \mathbf{w} \mathbf{d}\mathbf{y} \right) - \mathbf{w}(h) \frac{\partial h}{\partial \mathbf{z}} + 0$$

ou encore:

$$\begin{cases} \mathbf{I}_1 = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left(\int_0^h \mathbf{u}(\mathbf{y}) \mathbf{d}\mathbf{y} \right) - \mathbf{U}_2 \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}} \\ \mathbf{I}_2 = \mathbf{V}_2 = \frac{\mathbf{d}h}{\mathbf{d}t} = \frac{\partial h}{\partial t} + \mathbf{U}_2 \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{W}_2 \frac{\partial h}{\partial \mathbf{z}} \\ \mathbf{I}_3 = \frac{\partial}{\partial \mathbf{z}} \left(\int_0^h \mathbf{w}(\mathbf{y}) \mathbf{d}\mathbf{y} \right) - \mathbf{W}_2 \frac{\partial h}{\partial \mathbf{z}} \end{cases} \quad (\text{II-34})$$

Notons que, les expressions entre parenthèses représentent les débits volumiques par unité de longueur q_x et q_z suivant les directions x et z .

Expressions des débits : D'après les expressions des vitesses, II-31, on peut écrire :

$$q_x = \int_0^h \mathbf{u}(\mathbf{y}) \mathbf{d}\mathbf{y} = \int_0^h \frac{\mathbf{U}_2}{h} \mathbf{y} \mathbf{d}\mathbf{y} + \frac{1}{2\mathbf{G}(\Phi)^2 \mu_s} \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{x}} \left[\int_0^h \mathbf{G}(\Phi) \mathbf{y}(\mathbf{y} - h) \mathbf{d}\mathbf{y} + 2\ell^2 \int_0^h \mathbf{d}\mathbf{y} - 2\ell^2 \int_0^h \frac{\cosh\left(\frac{2\mathbf{y} - h}{2\ell} \sqrt{\mathbf{G}(\Phi)}\right)}{\cosh\left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{\mathbf{G}(\Phi)}\right)} \mathbf{d}\mathbf{y} \right] \quad (\text{II-35})$$

$$\text{On pose : } x = \left(\frac{2y-h}{2\ell} \right) \sqrt{G(\phi)}, \quad dx = \frac{\sqrt{G(\phi)}}{\ell} dy \Rightarrow dy = \frac{\ell}{\sqrt{G(\phi)}} dx$$

$$\text{Alors, - pour } y = 0 \rightarrow x = -\frac{\sqrt{G(\phi)}}{2\ell} h$$

$$\text{- pour } y = h \rightarrow x = \frac{\sqrt{G(\phi)}}{2\ell} h$$

$$\int_0^h u(y) dy = \frac{U_2}{h} \left[\frac{1}{2} y^2 \right]_0^h + \frac{1}{2G(\phi)^2 \mu_s} \frac{\partial p}{\partial x} \left[G(\phi) \left[\frac{1}{3} y^3 - \frac{1}{2} y^2 h \right]_0^h + 2\ell^2 [y]_0^h - \frac{2\ell^2}{\cosh\left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right)} \int_{-\frac{\sqrt{G(\phi)}}{2\ell} h}^{\frac{\sqrt{G(\phi)}}{2\ell} h} \frac{\ell}{\sqrt{G(\phi)}} \cosh x dx \right]$$

Alors,

$$\int_0^h u(y) dy = \frac{h}{2} U_2 + \frac{1}{2G(\phi)^2 \mu_s} \frac{\partial p}{\partial x} \left[-\frac{G(\phi)}{6} h^3 + 2\ell^2 h - \frac{4\ell^3}{\sqrt{G(\phi)} \cosh\left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right)} \left[\sinh\left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right) \right] \right]$$

$$\int_0^h u(y) dy = \frac{h}{2} U_2 + \frac{1}{2G(\phi)^2 \mu_s} \frac{\partial p}{\partial x} \left[-\frac{G(\phi)}{6} h^3 + 2\ell^2 h - \frac{4\ell^3}{\sqrt{G(\phi)}} \text{th}\left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right) \right]$$

On obtient, la formule de débit est :

$$q_x = \int_0^h u(y) dy = \frac{h}{2} U_2 + \frac{1}{2G(\phi)^2 \mu_s} \frac{\partial p}{\partial x} \left[-\frac{G(\phi)}{6} h^3 + 2\ell^2 h - \frac{4\ell^3}{\sqrt{G(\phi)}} \text{th}\left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right) \right] \quad (\text{II-36})$$

De même, en procédant de la même manière, nous pouvons écrire :

$$q_z = \int_0^h w(y) dy = \frac{1}{2G(\phi)^2 \mu_s} \frac{\partial p}{\partial z} \left[\int_0^h G(\phi) y(y-h) dy + 2\ell^2 \int_0^h dy - 2\ell^2 \int_0^h \frac{\cosh\left(\frac{2y-h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right)}{\cosh\left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right)} dy \right]$$

$$\text{Soit, } q_z = \int_0^h w(y) dy = \frac{1}{2G(\phi)^2 \mu_s} \frac{\partial p}{\partial z} \left[-\frac{G(\phi)}{6} h^3 + 2\ell^2 h - \frac{4\ell^3}{\sqrt{G(\phi)}} \text{th}\left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right) \right] \quad (\text{II-37})$$

En remplaçant par les termes q_x et q_z dans l'équation, II-34, on obtient :

$$\begin{cases} I_1 = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (hU_2) - \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{12G(\phi)^2 \mu_s} \frac{\partial p}{\partial x} \left[G(\phi)h^3 - 12\ell^2 h + \frac{24\ell^3}{\sqrt{G(\phi)}} \text{th}\left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right) \right] \right] - U_2 \frac{\partial h}{\partial x} \\ I_2 = V_2 = \frac{dh}{dt} = \frac{\partial h}{\partial t} + U_2 \frac{\partial h}{\partial x} + W_2 \frac{\partial h}{\partial z} \\ I_3 = -\frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{12G(\phi)^2 \mu_s} \frac{\partial p}{\partial z} \left[G(\phi)h^3 - 12\ell^2 h + \frac{24\ell^3}{\sqrt{G(\phi)}} \text{th}\left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right) \right] \right] - W_2 \frac{\partial h}{\partial z} \end{cases}$$

Par conséquent, l'équation, II-37 devient :

$$\frac{1}{12G(\phi)^2 \mu_s} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[G'(h, \ell, \phi) \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[G'(h, \ell, \phi) \frac{\partial p}{\partial z} \right] \right\} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (hU_2) - U_2 \frac{\partial h}{\partial x} - W_2 \frac{\partial h}{\partial z} + V_2 \quad (\text{II-38})$$

$$\text{avec, } G'(h, \ell, \phi) = G(\phi)h^3 - 12\ell^2h + \frac{24\ell^3}{\sqrt{G(\phi)}} \text{th}\left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right)$$

C'est l'équation de Reynolds modifiée pour un fluide isovisqueux additivé par des additifs améliorant la viscosité et pollué par des particules solides.

Où, $p(x, z, t)$: pression dans le film

$h(x, z, t)$: épaisseur du film

t : temps

μ_s : constante de viscosité du fluide de solvant newtonien

ℓ : paramètre des couples des contraintes dues aux additives ajoutées au fluide

Φ : concentration volumique des particules solides dans le solvant

Alors, l'équation de Reynolds modifiée pour un fluide polaire isovisqueux pollué est :

$$\frac{1}{G(\phi)^2 \mu_s} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[G'(h, \ell, \phi) \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[G'(h, \ell, \phi) \frac{\partial p}{\partial z} \right] \right\} = 6 \frac{\partial}{\partial x} (hU_2) + 12 \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{II-39})$$

$$\text{avec, } G'(h, \ell, \phi) = G(\phi)h^3 - 12\ell^2h + \frac{24\ell^3}{\sqrt{G(\phi)}} \text{th}\left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right)$$

$G(\Phi)$ est une fonction due à la présence des particules solides dans le fluide lubrifiant est donnée comme suit [13]:

- Pour un fluide polaire propre (*sans particules solides*, $\Phi = 0$) : $G(\Phi) = 1$

- Pour un fluide polaire pollué par des particules solides (*fluide polaire pollué*) :

- Modèle d'Einstein : $G(\Phi) = (1 + 2.5 \times \Phi)$

- Modèle de Batchelor et Green : $G(\Phi) = (1 + 2.5 \times \Phi + 6.2 \times \Phi^2)$

- Modèle de Ball et Richmond : $G(\Phi) = \left(1 - \frac{\Phi}{\Phi_m}\right)^{-2.5 \times \Phi_m}$

- Modèle de Phan-Thien et Pham : $G(\Phi) = (1 - \Phi)^{-2.5}$

Sachant que pour un fluide newtonien isovisqueux pollué la fonction $G'(h, \ell, \phi)$ devient :

$$G'(h, \ell, \phi) = G(\phi)h^3$$

Alors, équation de Reynolds modifiée Eq-II-39 se réduit à :

$$\frac{1}{G(\phi)\mu_s} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right] \right\} = 6 \frac{\partial}{\partial x} (hU_2) + 12 \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{II-40})$$

3- CONCLUSION

Dans ce chapitre, d'une part, on a rappelé les lois fondamentales de la mécanique des milieux continus écrites dans le cas d'une lubrification hydrodynamique par un fluide additivé par des additifs améliorant la viscosité et pollué par des particules solides.

D'autre part, on a présenté la dérivation de l'équation de Reynolds modifié modifiée écrites dans le cas d'un fluide additivé par des additifs améliorant la qualité du lubrifiant et pollué par des particules solides.

- Chapitre Trois :

*Equation de Reynolds Modifiée
dans le cas d'un Palier
Mésaligné Lubrifiée par Huile
Additivée et Polluée*

1- INTRODUCTION

Les paliers sont des supports mécaniques dont le rôle principal est de guider les rotors en rotation des machines tournantes afin de transmettre des mouvements et supporter des charges. Deux grandes familles de paliers existent : les paliers lisses et les paliers à roulements. Dans les premiers, l'arbre prend appui sur un coussinet (alésage) est séparé par un film lubrifiant, dans les seconds, des corps roulants (billes ou rouleaux) séparent la bague en rotation de l'alésage extérieur. Selon la direction de la charge par rapport à l'arbre en rotation, on distingue les paliers porteurs pour lesquels la charge est radiale, généralement appelés paliers, figure III-1 et des paliers de butée ou butées pour lesquels la charge est axiale.

Le comportement, la durée de vie et la tenue des paliers hydrodynamiques dépendent de nombreux paramètres, parmi lesquels les paramètres géométriques (dimensions et formes du palier), cinématiques et dynamiques (vitesse de rotation et charge appliquée), les caractéristiques du lubrifiant (essentiellement sa viscosité et dans certains cas sa masse volumique) et la nature des matériaux formant le palier. Ainsi la détermination des paliers hydrodynamiques ne dépend pas seulement de la théorie de la lubrification mais aussi d'un ensemble de conditions liées à l'environnement des mécanismes.

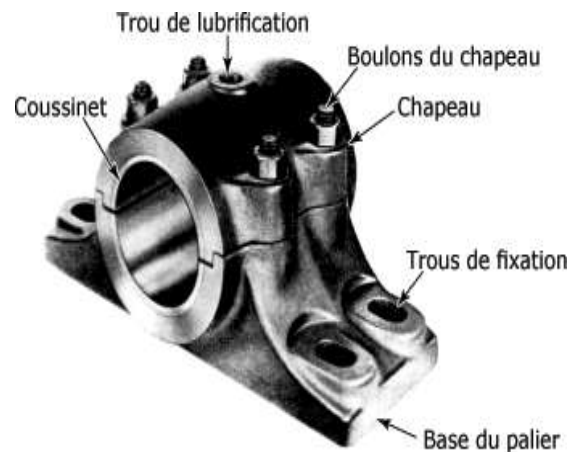


Fig.III-1 : Photo graphique d'un palier fluide et principaux composants d'un palier

Les principaux supports sont:

- Paliers secs ;
- Paliers de roulements;
- Paliers poreux;
- Paliers hydrodynamiques ;
- Butées hydrodynamiques.

2- LES DIFFERENTES CLASSES DE SUPPORTS

2-1. Paliers secs

Ce sont des paliers généralement constitués d'une matrice (*résine, métal, carbone*) imprégnée de graphite (*figure III-2*). Ces paliers sont utilisés sans apport extérieur de lubrifiant. Le frottement sec est particulièrement dangereux pour les organes qui y sont soumis, le dégagement de chaleur peut provoquer une amorce de fusion entre les surfaces en contact et aboutir au grippage, on ne les utilise que pour des systèmes fonctionnant rarement ou à vitesse très faible et faible charge, et doivent être envisagés dans toute application où la présence et le maintien du film lubrifiant est impossible.



Fig.III-2 : Photo Coussinets pour paliers Secs

2-2. Paliers de roulements

Dans un palier à roulements (*figure III-3*), le glissement de l'arbre sur le coussinet est remplacé par le roulement de corps intermédiaires (*billes, rouleaux et aiguilles*) ce qui permet de supporter des charges plus fortes tout en réduisant l'usure et le frottement à cause de leur coefficient de frottement très faible au démarrage. Les avantages et inconvénients des paliers à roulements sont :

a) Avantages

- ✓ installation simple et facile à remplacer;
- ✓ durée de vie prévisible;
- ✓ possibilité de graissage à vie;
- ✓ possibilité de supporter des charges combinées;
- ✓ faible coût;
- ✓ supportent mieux les interruptions temporaires de lubrification;
- ✓ assurent un meilleur alignement radial et axial;
- ✓ pas de phénomène de fouettement ;
- ✓ présentent un faible couple au démarrage même à basse température.

b) Inconvénient

- ✓ problèmes de fatigue plus importants;
- ✓ faible capacité d'amortissement;

- ✓ encombrement radial important;
- ✓ générateur de bruits;
- ✓ fréquence de rotation limitée;
- ✓ diamètre nominal limité.

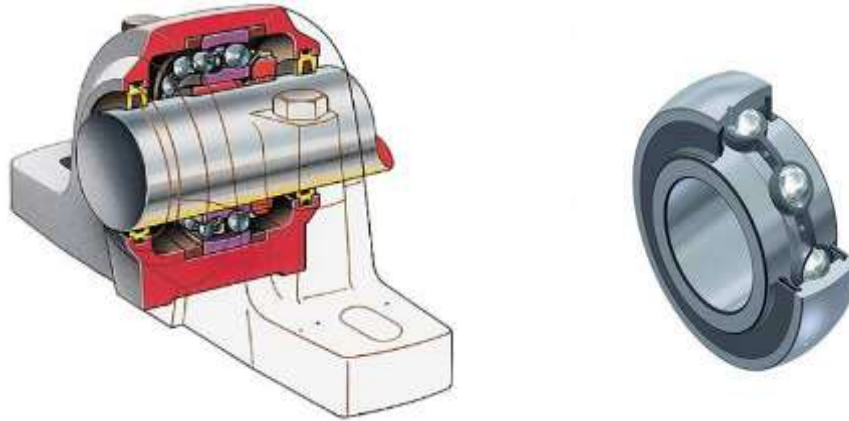


Fig.III-3: palier à roulement

2-3. Paliers poreux

Les paliers à coussinet poreux sont dits autolubrifiants car c'est le coussinet lui-même qui imbibé d'huile joue le rôle de réservoir de lubrifiant (*figure III-4*). La couche auto lubrifiée est constituée par une poudre frittée à haute température (*bronze, fer, cuivre*). Ces paliers comportent des pores remplis d'huile avec un volume qui représente de 16 à 36% du volume total. Dans un palier poreux, l'huile circule d'une part dans le jeu, circonférentielle et axialement, et d'autre part dans le coussinet de la zone de pression élevée vers la zone de basse pression (*figure III-4*), l'huile est filtrée à travers la surface interne du coussinet. L'utilisation de ces paliers est limitée par la température de fonctionnement.

Les avantages et les inconvénients de ce type de palier sont :

a) Avantages

- ✓ l'absence de l'alimentation du lubrifiant permet d'avoir un montage simple ;
- ✓ faible coût de fabrication du coussinet.

b) Inconvénient

- ✓ ils ne supportent pas les grandes vitesses et les grandes charges;
- ✓ ils nécessitent un grand couple au démarrage à des basses températures.

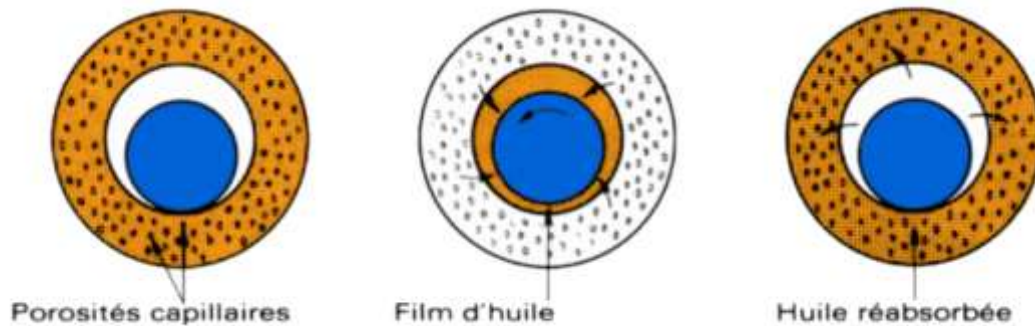


Fig.IV-4: principe de fonctionnement d'un palier poreux

2-4. Paliers hydrodynamiques

Les paliers hydrodynamiques sont fréquemment le plus utilisés pour supporter des charges radiales et guider les rotors de dimensions importantes surtout lorsque les conditions de fonctionnement sont sévères (*charges et vitesses de rotations élevées*). Par conséquent, pour remplir leur fonction dans des parfaites conditions, les paliers hydrodynamiques doivent être soigneusement conçus.

Il existe deux types de configuration de paliers hydrodynamiques : paliers à géométrie fixe et paliers à géométrie variable.

a) Avantages

- ✓ assez économique à mettre en œuvre (*pas forcément besoin d'une pompe*) ;
- ✓ frottement assez faibles une fois le régime hydrodynamique atteint ;
- ✓ s'il n'y a pas de circulation de lubrifiants, celui-ci sert en même temps à refroidir le palier.

b) Inconvénient : les surfaces sont mal lubrifiées au démarrage surtout après une longue période d'arrêt.

2-4-1. Paliers à géométrie fixe

Les paliers lisses sont fréquemment utilisés, les plus simples sont constitués d'un arbre qui tourne à l'intérieur d'un coussinet complet (*figure III-5*). Dans certains mécanismes, ils correspondent à la meilleure solution technologique existante actuellement. On les rencontre généralement dans toutes les machines tournantes par exemples : les moteurs thermiques, les compresseurs, les turbomachines, les alternateurs, les réducteurs, etc.

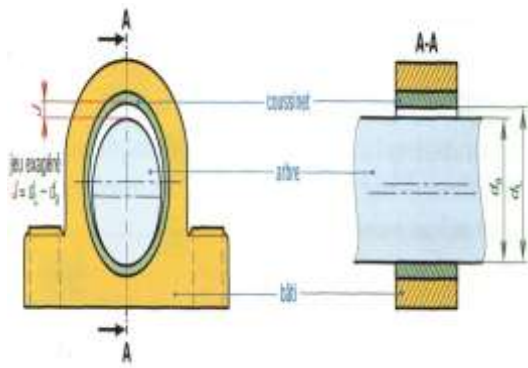


Fig.III-5 : Schémas d'un palier lisse et Photographie d'un paliers

- Caractéristiques géométriques

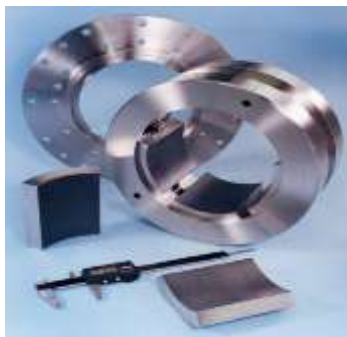
Un palier lisse est constitué de deux éléments, l'arbre de rayon $R_a = \left(\frac{d_a}{2}\right)$ et le coussinet de rayon $R_c = \left(\frac{d_c}{2}\right)$ et de longueur L. Ainsi, un palier peut être schématisé par deux cercles de rayons voisins et caractérisé par trois grandeurs :

- le jeu radial ($J = C = R_c - R_a$);
- le jeu relatif (C/R) qui est de l'ordre de 10^{-3} ;
- le rapport (L/D) de la longueur au diamètre du palier.

Le calcul de ce type de palier est similaire à celui d'un palier circulaire complet.

2-4-2. Paliers à géométrie variable

Les paliers à patins oscillants sont des paliers réglables par leur mode de fonctionnement. Ils sont composés de **n** patins identiques ou non, individuellement articulés autour de pivots situés généralement sur un cercle appelé cercle des pivots (**figure III-6**).



a) palier à cinq patins oscillants



b) palier à quatre patins oscillants

Fig.III-6: Photographie d'un palier à patins oscillants.

2-5. Butées hydrodynamiques

La butée hydrodynamique est un organe de guidage d'un arbre tournant qui est utilisée pour supporter des charges axiales et immobiliser en translation les rotors des machines tournantes. Les butées hydrodynamiques (**figure III-7**) se distinguent en trois éléments : Le grain fixe (*stator*), le grain mobile ou collet (*rotor*) est le film lubrifiant. Le grain fixe est généralement pourvu d'une zone convergente et reste solidaire du bâti. Le grain mobile est animé d'un mouvement de rotation et la surface au contact sollicitée est lisse. Le troisième corps est le lubrifiant qui s'intercale entre les deux grains qui forment le convergent. Sous l'effet de l'entraînement du fluide par le grain mobile, une pression hydrodynamique sépare ces deux grains. Ce système est un mécanisme de haute technicité générant de très fortes pressions hydrodynamiques et pouvant supporter ainsi des charges très élevées.

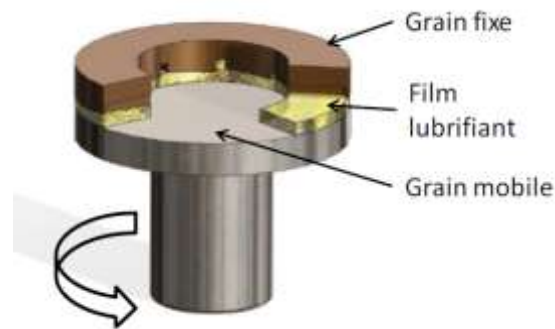


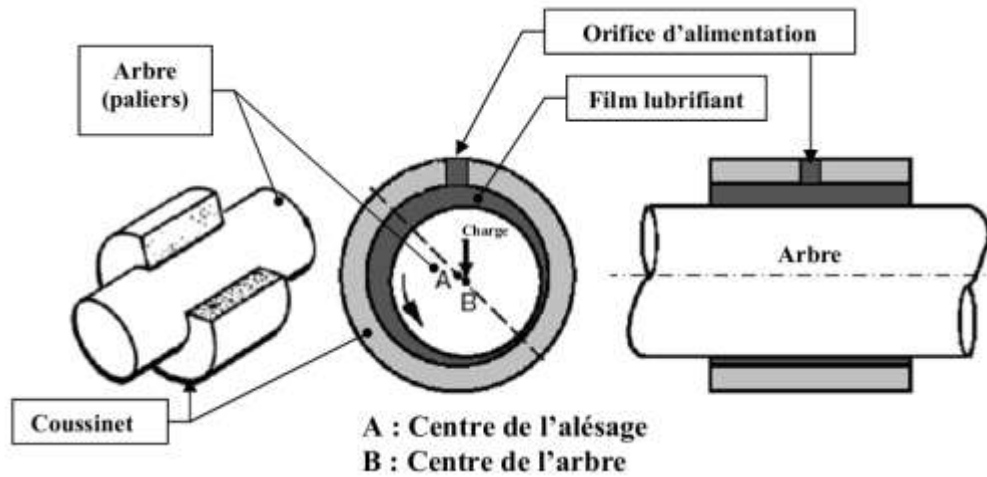
Fig.III-7: Butée hydrodynamique

3-EXPRESSION DE L'EQUATION DE REYNOLDS MODIFIEE DANS LE CAS D'UN PALIER HYDRODYNAMIQUE LUBRIFIE PAR UN FLUIDE POLAIRE POLLUE

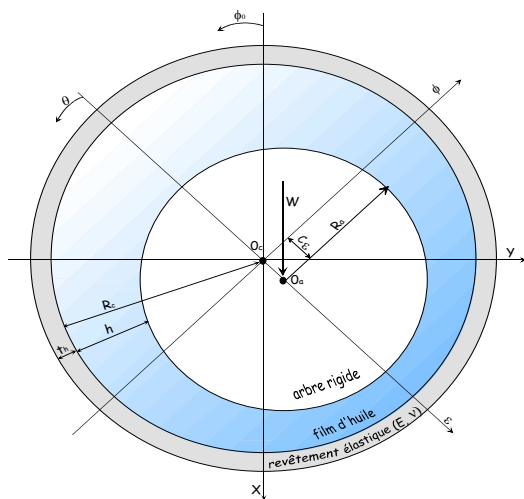
Les paliers hydrodynamiques sont fréquemment plus utilisés, les plus simples sont constitués d'un arbre cylindrique tournant à l'intérieur d'un alésage en présence de lubrifiant (figures III-5 et III-8). Sur certains mécanismes, ils correspondent à la meilleure solution technologique existant actuellement. On les rencontre dans les moteurs thermiques, les compresseurs, les turbomachines, les alternateurs, les réducteurs, etc.

Un palier hydrodynamique est constitué de deux éléments, l'arbre généralement en acier de rayon R_a et le coussinet en bronze ou en acier régulé même en polymère de rayon intérieur R_c et de longueur L (**figure III-8-b**). Ainsi, un palier peut être schématisé par deux cercles (**figure IV-8-b**) de rayons voisins et caractérisé par trois grandeurs : le jeu radial, $C = R_c - R_a$, le rapport C / R ou jeu relatif de l'ordre de 10^{-3} et le rapport de la longueur au diamètre du palier L / D .

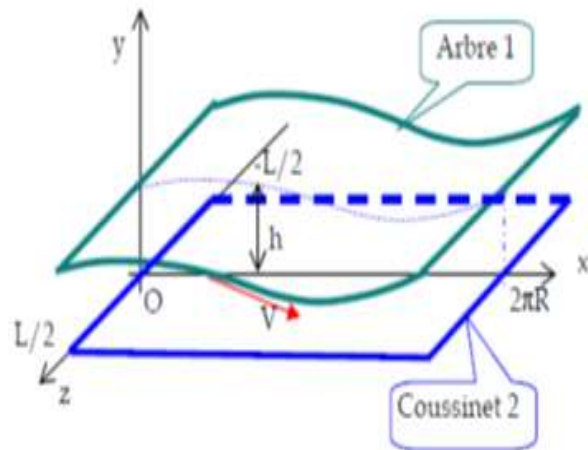
Le jeu radial étant très petit devant le rayon du coussinet ou de l'arbre, on peut alors négliger la courbure du film est développée suivant sa direction circonférentielle (**figure IV-8-c**). Dans ces conditions, la surface du coussinet est confondue avec le plan (O, x, z) du référentiel local.



a) schéma d'un palier cylindrique



b) Section droite détail d'un palier cylindrique



c) Palier cylindrique développé

Fig.III-8: Schémas d'un palier lisse cylindrique

La figure III-9 présente les trois phases que l'on observe lors de la mise en route d'un palier sous charge. Les points O_a et O_c représentent respectivement les centres de l'arbre et du coussinet et W désigne la charge extérieure appliquée à l'arbre.

- à l'arrêt (**figure IV-9-a**), l'arbre et le coussinet sont en contact, la génératrice commune est opposée à la charge et la distance $O_c O_a$ est égale au jeu radial (C).

- au démarrage (**figure IV-9-b**), l'arbre roule en glissant à l'intérieur du coussinet, le régime de lubrification est dit mixte, le lubrifiant est entraîné dans l'espace convergent formé par l'arbre et le coussinet. Dès-que la vitesse de rotation devient suffisante, il y a création d'un champ de pression hydrodynamique qui s'oppose à la charge (**figure IV-9-c**).

Pour une vitesse de rotation stable et une charge constante, le centre de l'arbre (O_a) occupe une position fixe à l'intérieur du coussinet. Si, le torseur des forces extérieures se réduit à une force unique (\vec{W}) qui agit dans le plan de la section médiane du palier, les axes de l'arbre et du coussinet sont parallèles.

Deux paramètres sont alors nécessaires pour positionner le centre de l'arbre par rapport au centre du coussinet, on utilise habituellement la distance $O_c O_a$ appelée excentricité (e) et l'angle que fait la direction de la charge (\vec{W}) avec la ligne des centres $O_a O_c$ appelé angle de calage (ϕ).

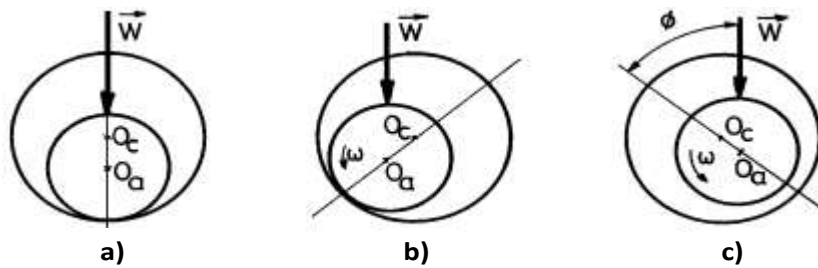


Fig.III-9 : Schématisation les trois phases de mise en route d'un palier lisse

Dans cette étude, on se limite au régime hydrodynamique établi et on suppose que le régime d'écoulement du fluide à travers le palier est laminaire et isotherme ($T=cts$). L'analyse de comportement statique d'un palier peut être basée sur trois parties :

- Ecriture de l'équation de Reynolds modifiée correspondant au palier étudié ;
- Ecriture de l'équation géométrique donnant l'épaisseur du film lubrifiant ;
- Définition des conditions aux limites sur la pression.

Les conditions cinématiques relatives aux surfaces de contact (**figure III-10**) sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} U_1 = V_1 = W_1 = 0; \\ U_2 = R_a \omega_a \cos \alpha = R_a \omega_a; \\ W_2 = 0 \quad (\text{vitesse de l'arbre selon l'axe } z) \\ V_2 = R_a \omega \sin \alpha = R_a \omega \frac{dh}{dx} \end{array} \right. \quad \text{(III-1)}$$

Où, $\text{tg} \alpha \approx \alpha \approx \frac{dh}{dx}$, car $\alpha \ll 1$.

Dans l'équation **III-1**, on a :

- U_1, V_1 et W_1 sont les vitesses du coussinet fixe ;
- U_2, V_2 et W_2 sont les vitesses de l'arbre mobile ;
- R_a et R_b sont respectivement le rayon de l'arbre et du coussinet tel que: $R_a \approx R_b = R$.
- Ω est la vitesse angulaire de l'arbre

- ε est l'excentricité relative du palier (figure IV-8), $\varepsilon = \left(\frac{e}{C}\right)$
- θ est la coordonnée circonférentielle dont l'origine est située sur la ligne des centres du palier (figure IV-8), $\theta = x / R$

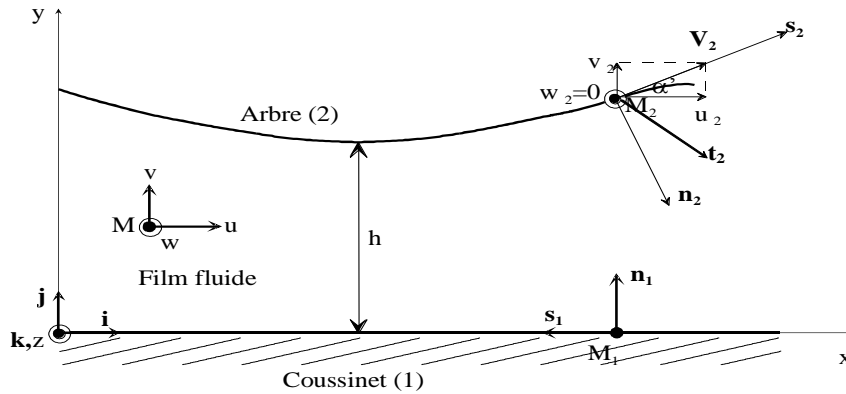


Fig.III-10: Section droite du palier développée

On remplace les expressions **III-1** dans l'équation de Reynolds modifiée **II-39**, on obtient l'équation de Reynolds modifiée dans le cas d'un palier lubrifié par un fluide additivé par des additives améliorant la viscosité et pollué par des particules solides fonctionnant en régime isotherme est :

$$\frac{1}{R^2 G(\Phi)^2 \mu_s} \left\{ \frac{\partial}{\partial \theta} \left[G'(h, \ell, \Phi) \frac{\partial p}{\partial \theta} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[G'(h, \ell, \Phi) \frac{\partial p}{\partial z} \right] \right\} = 6\omega \frac{\partial h}{\partial \theta} + 12 \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{III-2})$$

où, $G'(h, \ell, \Phi) = G(\Phi)h^3 - 12\ell^2 h + \frac{24\ell^3}{\sqrt{G(\Phi)}} \text{th} \left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\Phi)} \right)$

L'équation III-2 est l'équation Reynolds modifiée dans le cas d'un palier lubrifié par fluide polaire pollué par des particules solides et incompressible ($\rho = \text{etc.}$) écrite pour un écoulement bidimensionnel (2D) en régime laminaire et isotherme.

avec,

$p(x, z, t)$: pression dans le film

$h(x, z, t)$: épaisseur du film lubrifiant

μ_s : viscosité du solvant

$\ell = \sqrt{\frac{\eta}{\mu_s}}$: paramètre dû à la présence des additives améliorant la viscosité de fluide

La fonction, $G(\Phi)$ est due à la présence des particules solides dans le fluide lubrifiant est donnée comme suit :

- Pour fluide sans particules solides (fluide propre, $\Phi = 0$) : $G(\Phi) = 1$,

- Pour fluide pollué avec particules solides les modèles proposés sont [13]:

- Modèle d' Einstein : $G(\Phi) = (1 + 2.5 \times \Phi)$

- Modèle de Batchelor et Green : $G(\Phi) = (1 + 2.5 \times \Phi + 6.2 \times \Phi^2)$

- Modèle de Ball et Richmond : $G(\Phi) = \left(1 - \frac{\Phi}{\Phi_m}\right)^{-2.5 \times \Phi_m}$

- Modèle de Phan-Thien et Pham : $G(\Phi) = (1 - \Phi)^{-2.5}$

3.1. Equations géométriques du film lubrifiant

3.1.1. Cas du palier aligné

Dans le cas du palier aligné lisse et rigide (figure III-8-b), l'équation géométrique définie en chaque point et à chaque instant l'épaisseur du film lubrifiant est donnée par [14]:

$$h(\theta, t) = C(1 + \varepsilon(t) \cos \theta) \tag{III-3}$$

Ou encore en utilisant la coordonnée $\hat{\theta}$:

$$\begin{aligned} h(\theta, t) &= C(1 + \varepsilon(t) \cos(\hat{\theta} - \phi_0)) \\ &= C + X(t) \cos(\hat{\theta}) + Y(t) \sin(\hat{\theta}) \end{aligned} \tag{III-4}$$

Avec, $X(t) = C\varepsilon(t) \cos \phi_0$ et $Y(t) = C\varepsilon(t) \sin \phi_0$

La prise en considération des déformations élastiques du revêtement de l'alésage conduit à la modification de l'équation géométrique du film (figure III-8-b). Pour un palier compliant ou déformable, dans le cas où le Modèle Couche Elastique Mince est utilisé l'expression de l'épaisseur du film d'huile (eq-III-3) devient [13] :

$$h(\theta) = C(1 + \varepsilon \cos \theta) + U_r \tag{III-5}$$

Où, U_r est le déplacement radial défini par : $U_r = L_0 \times P$

Avec : p est la pression hydrodynamique engendrée dans le film lubrifiant et L_0 est l'opérateur de complianc qui s'exprime comme suit : $L_0 = \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{(1 - \nu)} \frac{t_h}{E}$

Où, E et ν sont respectivement le module d'Young et le coefficient de Poisson de la couche élastique mince représentant le revêtement du palier et t_h étant l'épaisseur du revêtement de surface du palier (figure II-7).

Remarque : Notons que l'hypothèse de Modèle Couche Elastique Mince (MCEM) permet de déduire un modèle de calcul rapide du champ de déplacement radial. L'épaisseur de la couche élastique mince du revêtement est très petite devant le rayon du palier et ce modèle est suffisant pour la prise en considération des effets de déformations élastiques dans le calcul des performances statiques et dynamiques du palier fluide.

3.1.2. Cas du palier mésaligné

Dans le cas du palier mésaligné, les axes du coussinet et de l'arbre ne sont plus parallèles (figure II-9). Dans ces conditions, l'expression de l'épaisseur du film d'huile est donnée par [14] :

$$h = C \left(1 + \varepsilon \cos\theta + \delta \frac{Z}{L} \cos(\theta - \beta) \right) \quad \text{(III-6)}$$

Avec, $\delta = \frac{d}{C}$ est le mésalignement relatif, β l'angle de mésalignement, d est l'amplitude de mésalignement caractérisée par le module de la projection de l'axe C_1C_2 de l'arbre sur la section médiane et L est la longueur du palier.

Le domaine de variation de ces paramètres est : $0 \leq \delta < \delta_m$ et $-180^\circ \leq \beta \leq 180^\circ$

δ_m représente la valeur maximale que peut prendre δ pour une excentricité et un angle de mésalignement fixés dont l'expression est :

$$\delta_m = 2 \left(\sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2 \beta} - \varepsilon |\cos \beta| \right) \quad \text{(III-7)}$$

La valeur de δ_m est toujours comprise entre 0 et 2.

D_m est le degré du mésalignement défini par $D_m = \frac{\delta}{\delta_m}$ dont la valeur est comprise entre 0 et 1

La symétrie du palier par rapport au plan défini par la section médiane permet de réduire l'intervalle de variation de β à $\pm 90^\circ$.

La prise en considération des déformations élastiques du revêtement de l'alésage conduit à la modification de l'équation géométrique du film. Pour un palier compliant mésaligné et dans le cas où le Modèle Couche Elastique Mince est utilisé l'expression de l'épaisseur du film d'huile, Eq-III-4 devient :

$$h = C \left(1 + \varepsilon \cos\theta + \delta \frac{Z}{L} \cos(\theta - \beta) \right) + U_r \quad \text{(III-8)}$$

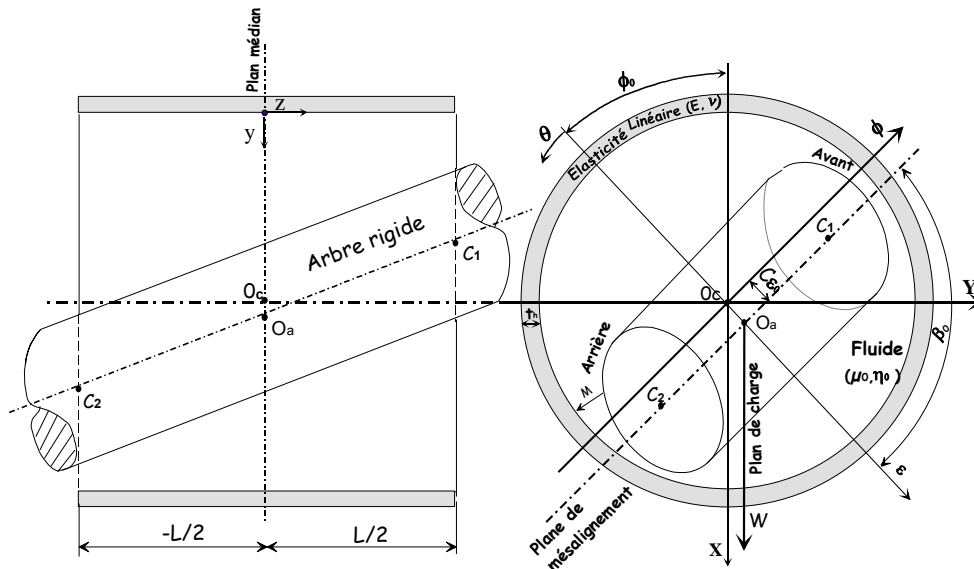


Fig.III-11: configuration d'un palier mésaligné.

3-2. Conditions aux limites

Le champ de pression dans le film lubrifiant doit satisfaire à l'équation de Reynolds et à certaines conditions limites liées à l'alimentation du palier ainsi qu'à l'écoulement du lubrifiant dans le palier.

3-2-1. Conditions liées à l'alimentation et à l'environnement du palier

$$\begin{cases} p(\theta = 0) = p_a & \text{dans les rainures d'alimentation axiale du palier} \\ p(z = \pm \frac{L}{2}) = p_{\text{atm}} & \text{pression atmosphérique aux extrémités du palier} \end{cases} \quad (\text{III-9})$$

3-2-2. Conditions liées à l'écoulement du lubrifiant

L'équation de Reynolds s'applique que dans les zones où il n'y a pas rupture du film c.-à-d. le milieu est continu (*figure III-12*).

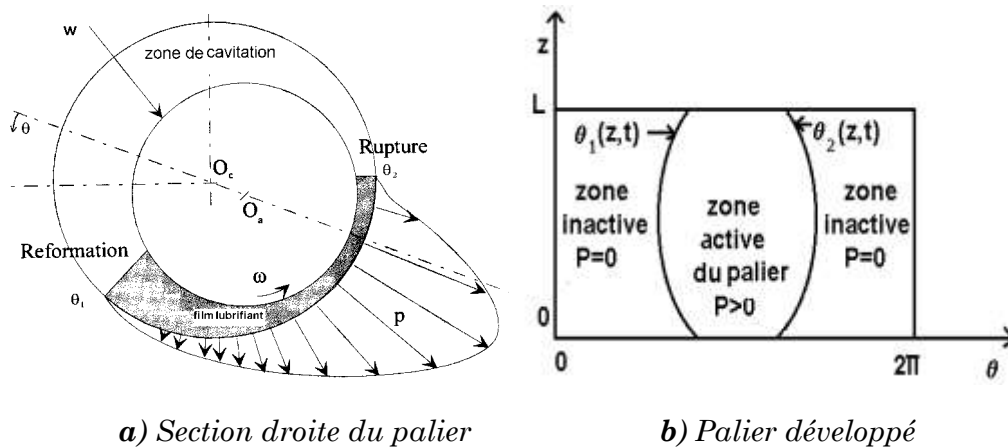


Fig.III.12: Présentation des zones active et inactive dans un palier hydrodynamique

On distingue trois types de conditions aux limites :

a) conditions de Sommerfeld

Ces conditions ne tiennent pas compte du phénomène de cavitation (*zone dans laquelle on trouve huile mélangé avec l'air*) qui obligeant le film en entier d'être actif (figure III-13):

$$\begin{cases} p(\theta = 0) = 0 \\ p(\theta = \pi \text{ ou } 2\pi) = 0 \end{cases} \quad \text{(III-10)}$$

La solution de Sommerfeld donne une distribution de pression antisymétrique au point $\theta = \pi$ pour une position de l'arbre. La solution donne aussi un angle de calage égale $\frac{\pi}{2}$ par rapport à la direction de charge, ces conditions aux limites ne sont valables que pour des paliers fonctionnant à de très faibles charges ou sous des pressions très élevées.

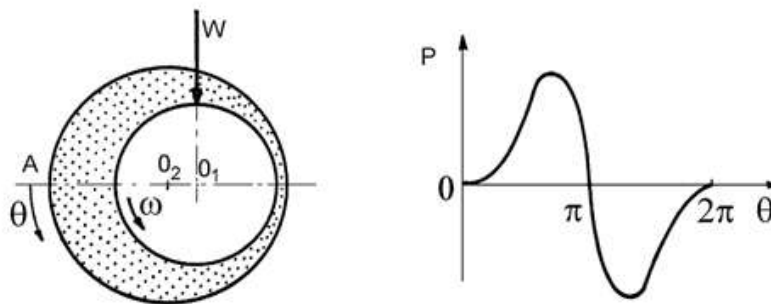


Fig.III-13: Conditions de Sommerfeld

b) Conditions de Gümbel ou de demi-Sommerfeld

Gümbel en 1921, à la suite des travaux de Sommerfeld, propose comme conditions aux limites :

$$\begin{cases} p(\theta = 0, z) = 0 \\ p(\theta = \pi, z) = 0 \\ p(\theta, z) = 0 \quad \text{si } \pi < \theta < 2\pi \text{ (étendue de la zone de cavitation)} \end{cases} \quad \text{(III-11)}$$

Ces conditions (figure III-14) prennent en compte la rupture du film lubrifiant mais elles ne respectent pas la continuité du débit qui est physiquement inacceptable. Cette solution est fréquemment employée car elles permettent d'obtenir, dans le cas du palier court.

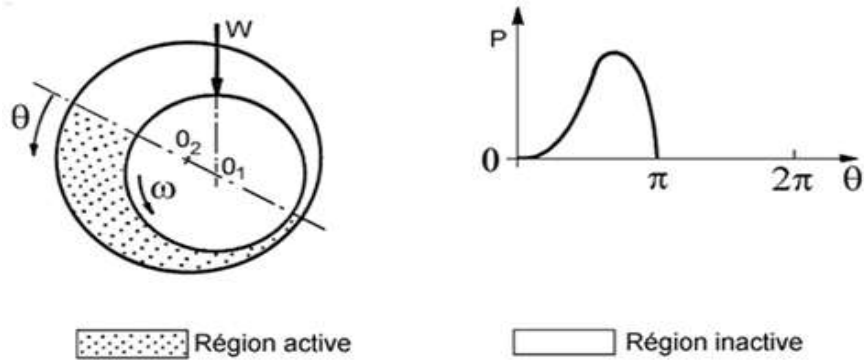


Fig.III-14: Conditions de Gûmbel

c) Conditions de Reynolds ou de Swift-Stieber

Ces conditions proposées indépendamment par Swift en 1932 et par Steiber en 1933, respectent la continuité du débit et supposent que pour une abscisse θ_s à priori inconnue, appelée angle de cavitation la pression et le gradient de pression s'annulent (figure III-15) :

$$\begin{cases} P(\theta = 0, z) = 0 \\ p(\theta = \theta_s, z) = 0 \\ p(\theta, z) = 0 \end{cases} \quad \text{si} \quad \theta_s < \theta < 2\pi \quad \text{et} \quad \frac{\partial p}{\partial \theta}(\theta = \theta_s, z) = \frac{\partial p}{\partial z}(\theta = \theta_s, z) = 0 \quad \text{(III-12)}$$

On distingue ainsi deux régions dans le palier : une région active où la pression est positive et le film complet, pour des valeurs de θ comprises entre 0 et θ_s et une région inactive à pression nulle et dans laquelle en régime dynamique, peut apparaître de la cavitation, pour $\theta_s < \theta < 2\pi$. Ces conditions sont celles qui donnent les solutions les plus exactes ; elles ont été vérifiées dans de nombreuses études expérimentales.

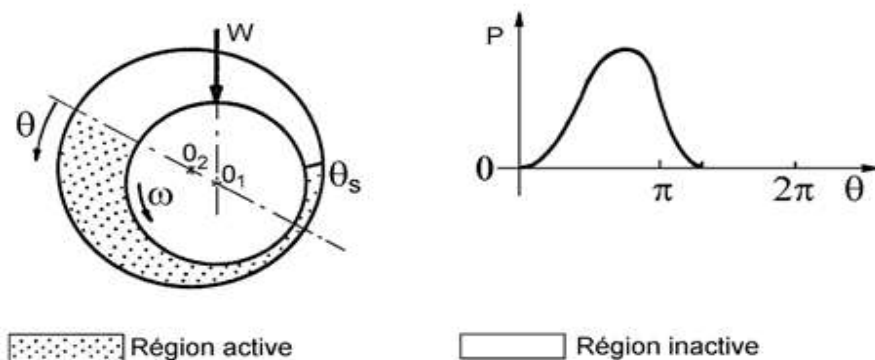


Fig. III-15 : Conditions de Reynolds

Les conditions les plus utilisées et relativement proche de la réalité physique sont celles de Swift-Stieber connues sous le non de conditions de Reynolds, une des difficultés

majeures du calcul réside dans la double recherche de la répartition de pression dans le film et la frontière de la zone active du palier.

3-3 performances statiques du palier

La résolution de l'équation de Reynolds modifiée permet de définir le champ de pression hydrodynamique dans le film lubrifiant. Une fois la pression hydrodynamique connue en chaque point du contact, les performances statiques du palier fluide, tels que la portance hydrodynamique, l'angle de calage, le couple de frottement, la puissance dissipée, le champ des vitesses moyennes de l'écoulement ainsi que le débit moyen de fuite à l'extrémité de palier peuvent être calculés.

3-3-1. Portance hydrodynamique et angle de calage du palier

L'intégration du champ de pression à la surface de l'arbre permet de déterminer les composantes de l'action du film sur l'arbre dans les directions ε et Φ et l'angle de calage.

Dans le repère intermédiaire $(O_a, \vec{\varepsilon}, \vec{\Phi}, \vec{z})$ (*figure III-8*), les composantes de la portance s'expriment par :

$$\begin{cases} F_\varepsilon = \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^{2\pi} p(\theta, z) \cos \theta R d\theta dz \\ F_\Phi = \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^{2\pi} p(\theta, z) \sin \theta R d\theta dz \end{cases} \quad \text{(III-13)}$$

De ces deux relations, on peut déterminer la valeur de la portance hydrodynamique (*charge portante hydrodynamique*, W) et de l'angle de calage (ϕ) du palier fluide, comme suit :

$$W = (F_\varepsilon^2 + F_\Phi^2)^{1/2} \quad \text{(III-14)}$$

$$\phi = \tan^{-1} \left(-\frac{F_\Phi}{F_\varepsilon} \right) \quad \text{(III-15)}$$

3-3-2. Forces de frottement sur le coussinet et l'arbre

Le calcul des forces de frottement s'effectue par intégration des contraintes de cisaillement (relations *III-25*) à la surface de l'arbre ($y = h$) ou du coussinet ($y = 0$). Ainsi, les valeurs des forces de frottement sont calculées à partir des relations suivantes :

$$\begin{cases} F_a = \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^{2\pi} \tau_{xy} \Big|_{y=h} R d\theta dz \\ F_c = \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^{2\pi} \tau_{xy} \Big|_{y=0} R d\theta dz \end{cases} \quad \text{(III-16)}$$

avec,

$$\begin{aligned}\tau_a = \tau_{xy}|_{y=h} &= G(\phi)\mu_s \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=h} - \underbrace{\eta \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} \Big|_{y=h}}_{=0} = \\ &= G(\phi)\mu_s \left(\frac{\omega R}{h} + \frac{1}{2G(\phi)^2 \mu_s R} \frac{\partial p}{\partial \theta} \left(G(\phi)h - 2\ell\sqrt{G(\phi)} \tanh\left(\frac{h}{2\ell}\sqrt{G(\phi)}\right) \right) \right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tau_c = \tau_{xy}|_{y=0} &= G(\phi)\mu_s \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} - \underbrace{\eta \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} \Big|_{y=0}}_0 = \\ &= G(\phi)\mu_s \left(\frac{\omega R}{h} - \frac{1}{2G(\phi)^2 \mu_s R} \frac{\partial p}{\partial \theta} \left(G(\phi)h - 2\ell\sqrt{G(\phi)} \tanh\left(\frac{h}{2\ell}\sqrt{G(\phi)}\right) \right) \right)\end{aligned}$$

Après dérivation du terme de la vitesse u (II-53), et en remplaçant dans (III-14), il vient :

$$\begin{cases} F_a = \int_0^{2\pi} \int_{-L/2}^{L/2} G(\phi)\mu_s \left(\frac{\omega R}{h} + \frac{1}{2G(\phi)^2 \mu_s R} \frac{\partial p}{\partial \theta} \left(G(\phi)h - 2\ell\sqrt{G(\phi)} \tanh\left(\frac{h}{2\ell}\sqrt{G(\phi)}\right) \right) \right) R \, d\theta \, dz \\ F_c = \int_0^{2\pi} \int_{-L/2}^{L/2} G(\phi)\mu_s \left(\frac{\omega R}{h} - \frac{1}{2G(\phi)^2 \mu_s R} \frac{\partial p}{\partial \theta} \left(G(\phi)h - 2\ell\sqrt{G(\phi)} \tanh\left(\frac{h}{2\ell}\sqrt{G(\phi)}\right) \right) \right) R \, d\theta \, dz \end{cases} \quad \text{(III-17)}$$

Le nombre de frottement sur l'arbre et sur le coussinet sont définis par :

$$f_a = \frac{F_a}{W} \quad \text{et} \quad f_c = \frac{F_c}{W}$$

3-3-3. Couples de frottement sur le coussinet et l'arbre

Les couples de frottement sur l'arbre (C_a) et sur le coussinet (C_c) s'écrivent :

- couple de frottement sur l'arbre ($y = h_0$) :

$$C_a = R^2 \int_0^{2\pi} \int_{-L/2}^{L/2} G(\phi)\mu_s \left(\frac{\omega R}{h} + \frac{1}{2G(\phi)^2 \mu_s R} \frac{\partial p}{\partial \theta} \left(G(\phi)h - 2\ell\sqrt{G(\phi)} \tanh\left(\frac{h}{2\ell}\sqrt{G(\phi)}\right) \right) \right) d\theta \, dz \quad \text{(III-18)}$$

- couple de frottement sur le coussinet ($y = 0$) :

$$C_c = R^2 \int_0^{2\pi} \int_{-L/2}^{L/2} G(\phi)\mu_s \left(\frac{\omega R}{h} - \frac{1}{2G(\phi)^2 \mu_s R} \frac{\partial p}{\partial \theta} \left(G(\phi)h - 2\ell\sqrt{G(\phi)} \tanh\left(\frac{h}{2\ell}\sqrt{G(\phi)}\right) \right) \right) d\theta \, dz \quad \text{(III-19)}$$

3-3-4. Puissance dissipée

La puissance dissipée est calculée à partir de l'intégration de la fonction de dissipation visqueuse (Φ_0) :

$$\mathcal{P}_0 = \iiint_V \Phi_0 \, dx \, dy \, dz \quad \text{(III-20)}$$

Avec : $\Phi_0 = \mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 - \frac{\ell^2}{G(\phi)} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} \right) \right]$ et $V = [0, 2\pi R] \times [0, h_0] \times [-\frac{L}{2}, \frac{L}{2}]$ est

le volume occupé par le fluide.

Après intégration par rapport à y , l'expression de la puissance dissipée devient :

$$P_0 = \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^{2\pi} \left[\frac{G'(h, \ell, \phi)}{12G(\phi)\mu_s} \left(\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)^2 \right) + \frac{G(\phi)\mu_s(\omega R)^2}{h} \right] R d\theta dz \quad (\text{III-21})$$

où, $G'(h, \ell, \phi) = G(\phi)h^3 - 12\ell^2 h + \frac{24\ell^3}{\sqrt{G(\phi)}} \text{th} \left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)} \right)$

3-3-5. Vitesses moyennes de l'écoulement et le débit de fuite

Les vitesses moyennes de l'écoulement de fluide données par l'expression suivante :

$$\begin{cases} u_{\text{moy}} = \frac{1}{h} \int_0^h u dy = \frac{\omega R}{2} - \frac{h^2}{12G(\phi)\mu_s} \frac{\partial p_0}{R \partial \theta} + \frac{\ell^2}{G(\phi)^2 \mu_s} \frac{\partial p}{R \partial \theta} \left(1 - \frac{2\ell}{h\sqrt{G(\phi)}} \tanh \left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)} \right) \right) \\ w_{\text{moy}} = \frac{1}{h} \int_0^h w dy = -\frac{h^2}{12G(\phi)\mu_s} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\ell^2}{G(\phi)^2 \mu_s} \frac{\partial p}{\partial z} \left(1 - \frac{2\ell}{h\sqrt{G(\phi)}} \tanh \left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)} \right) \right) \end{cases} \quad (\text{III-22})$$

Les débits moyens volumiques aux extrémités de palier s'expriment par:

$$Q_+ = \int_0^{2\pi} \int_0^h w_{\text{moy}} \Big|_{z=L/2} R dy d\theta$$

$$Q_- = \int_0^{2\pi} \int_0^h w_{\text{moy}} \Big|_{z=-L/2} R dy d\theta$$

- Le débit moyen volumique total est donné par :

$$Q_{\text{moy}} = |Q_+| + |Q_-| \quad (\text{III-23})$$

Q_+ et Q_- sont les débits moyens volumiques à chaque extrémité du palier ($z = \pm L/2$) (figure III-16).

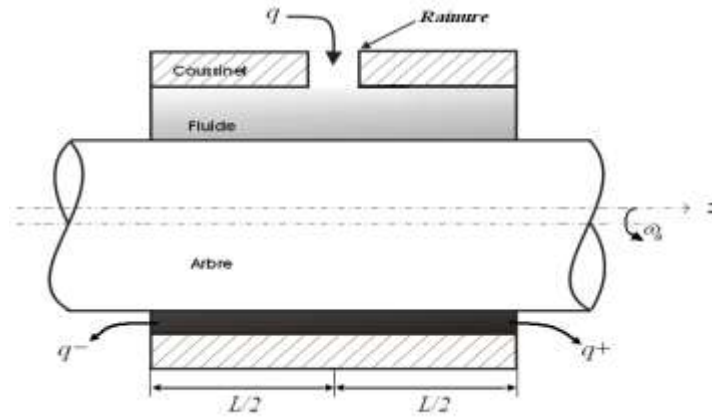


Fig. III-16 : Profile d'un palier aligné

4- ECRITURE DE L'EQUATION DE REYNOLDS MODIFIEE EN VARIABLES SANS DIMENSION

Pour les traitements numériques, il est recommandé de réécrire toutes les équations de la lubrification hydrodynamique en variables sans dimension. Le dimensionnement pour but de diminuer le nombre de paramètres physiques en utilisant des paramètres composés sans dimension. Dans le cas d'un palier fluide, on pose :

$$\theta = \frac{x}{R}, \quad \tilde{z} = \frac{z}{L}, \quad \tilde{h} = \frac{h}{C}, \quad \tilde{t} = \omega t, \quad \tilde{\ell} = \frac{\ell}{C} \quad \text{et} \quad \tilde{p} = p / \mu_s \omega \left(\frac{R}{C} \right)^2$$

En remplaçant ces variables réduites dans l'équation de Reynolds modifiée (III-2) pour un fluide additivé et pollué, on obtient :

$$\frac{1}{G(\phi)^2} \left\{ \frac{\partial}{\partial \theta} \left[G'(\tilde{h}, \tilde{\ell}, \phi) \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} \right] + \left(\frac{R}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \left[G'(\tilde{h}, \tilde{\ell}, \phi) \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} \right] \right\} = 6 \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \theta} + 12 \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \tilde{t}} \quad \text{(III-24)}$$

$$\text{avec, } \tilde{G}'(\tilde{h}, \tilde{\ell}, \phi) = G(\phi) \tilde{h}^3 - 12 \tilde{\ell}^2 \tilde{h} + \frac{24 \tilde{\ell}^3}{\sqrt{G(\phi)}} \operatorname{th} \left(\frac{\tilde{h}}{2 \tilde{\ell}} \sqrt{G(\phi)} \right)$$

- Equation géométrique de film adimensionnée

Dans le cas le palier rigide aligné, l'expression de l'épaisseur du film adimensionnée :

$$\tilde{h} = 1 + \varepsilon \cos \theta \quad \text{(III-25)}$$

4-1. Portance hydrodynamique sans dimension

En variables réduites, les équations, III-11 deviennent :

$$\begin{cases} \tilde{F}_\varepsilon = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_0^{2\pi} \tilde{p}(\theta, \tilde{z}) \cos \theta d\theta d\tilde{z} \\ \tilde{F}_\phi = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_0^{2\pi} \tilde{p}(\theta, \tilde{z}) \sin \theta d\theta d\tilde{z} \end{cases} \quad (\text{III-26})$$

$$\text{Avec, } \left(\tilde{F}_\varepsilon, \tilde{F}_\phi \right) = \frac{(F_\varepsilon, F_\phi)}{\mu_s \omega R L \left(\frac{R}{C} \right)^2}$$

$$\text{La charge portante hydrodynamique adimensionnée } (\tilde{W}_0) : \tilde{W}_0 = (\tilde{F}_\varepsilon^2 + \tilde{F}_\phi^2)^{1/2} \quad (\text{III-27})$$

4-2. Forces de frottement sur le coussinet et l'arbre adimensionnées

Les forces de frottement sans dimensions sont :

$$\begin{cases} \tilde{F}_a = \int_0^{2\pi} \int_{-L/2}^{L/2} \left(\frac{G(\phi)}{\tilde{h}} + \frac{1}{2G(\phi)} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} \left(G(\phi) \tilde{h} - 2\tilde{\ell} \sqrt{G(\phi)} \tanh \left(\frac{\tilde{h}}{2\tilde{\ell}} \sqrt{G(\phi)} \right) \right) \right) d\theta d\tilde{z} \\ \tilde{F}_c = \int_0^{2\pi} \int_{-L/2}^{L/2} \left(\frac{G(\phi)}{\tilde{h}} - \frac{1}{2G(\phi)} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} \left(G(\phi) \tilde{h} - 2\tilde{\ell} \sqrt{G(\phi)} \tanh \left(\frac{\tilde{h}}{2\tilde{\ell}} \sqrt{G(\phi)} \right) \right) \right) d\theta d\tilde{z} \end{cases} \quad (\text{III-27})$$

$$\text{Avec, } \begin{Bmatrix} \tilde{F}_a \\ \tilde{F}_c \end{Bmatrix} = \frac{C}{\mu_s \omega R^2 L} \begin{Bmatrix} F_a \\ F_c \end{Bmatrix}$$

Les nombres de frottement sont définis par : $f_a = \frac{\tilde{F}_a}{\tilde{W}}$ et $f_c = \frac{\tilde{F}_c}{\tilde{W}}$

4-3. Couples de frottement sur le coussinet et l'arbre adimensionnés

- couple de frottement sur l'arbre et sur le coussinet sans dimensions sont

$$\begin{cases} \tilde{C}_a = \int_0^{2\pi} \int_{-L/2}^{L/2} \left(\frac{G(\phi)}{\tilde{h}} + \frac{1}{2G(\phi)} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} \left(G(\phi) \tilde{h} - 2\tilde{\ell} \sqrt{G(\phi)} \tanh \left(\frac{\tilde{h}}{2\tilde{\ell}} \sqrt{G(\phi)} \right) \right) \right) d\theta d\tilde{z} \\ \tilde{C}_c = \int_0^{2\pi} \int_{-L/2}^{L/2} \left(\frac{G(\phi)}{\tilde{h}} - \frac{1}{2G(\phi)} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} \left(G(\phi) \tilde{h} - 2\tilde{\ell} \sqrt{G(\phi)} \tanh \left(\frac{\tilde{h}}{2\tilde{\ell}} \sqrt{G(\phi)} \right) \right) \right) d\theta d\tilde{z} \end{cases} \quad (\text{III-28})$$

$$\text{Avec, } \begin{Bmatrix} \tilde{C}_a \\ \tilde{C}_c \end{Bmatrix} = \frac{C}{\mu_s \omega R^3 L} \begin{Bmatrix} C_a \\ C_c \end{Bmatrix}$$

4-4. Puissance dissipée adimensionnée

Soit en variables sans dimension la puissance dissipée est :

$$\tilde{P}_0 = \left(\frac{C}{\mu_s \omega^2 R^3 L} \right) P_0 = \int_0^{2\pi} \int_{-L/2}^{L/2} \left[\frac{\tilde{G}'}{12} \left(\left(\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} \right)^2 + \left(\frac{R}{L} \right)^2 \left(\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} \right)^2 \right) + \frac{G(\phi)}{\tilde{h}} \right] d\theta d\tilde{z} \quad (\text{III-29})$$

4-5. Vitesses moyennes de l'écoulement et le débit de fuite

- Les vitesses moyennes d'écoulement adimensionnées s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{u}_{\text{moy}} = \frac{u_{\text{moy}}}{\omega R} = \frac{1}{2} - \frac{\tilde{h}^2}{12G(\phi)} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} + \frac{\tilde{\ell}^2}{G(\phi)^2} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} \left(1 - \frac{2\tilde{\ell}}{\tilde{h}\sqrt{G(\phi)}} \tanh\left(\frac{\tilde{h}}{2\tilde{\ell}}\sqrt{G(\phi)}\right) \right) \\ \tilde{w}_{\text{moy}} = \frac{Lw_{\text{moy}}}{\omega R^2} = -\frac{\tilde{h}^2}{12G(\phi)} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} + \frac{\tilde{\ell}^2}{G(\phi)^2} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} \left(1 - \frac{2\tilde{\ell}}{\tilde{h}\sqrt{G(\phi)}} \tanh\left(\frac{\tilde{h}}{2\tilde{\ell}}\sqrt{G(\phi)}\right) \right) \end{array} \right. \quad (\text{III-30})$$

- Le débit moyen volumique total adimensionné est donné par :

$$\tilde{Q}_{\text{moy}} = |\tilde{Q}_+| + |\tilde{Q}_-| \quad (\text{III-31})$$

$$\text{Avec, } \left\{ \begin{array}{l} \tilde{Q}_+ = \int_0^{2\pi} \left[\tilde{h} \tilde{w}_{\text{moy}} \right]_{\tilde{z}=1/2} d\theta \\ \tilde{Q}_- = \int_0^{2\pi} \left[\tilde{h} \tilde{w}_{\text{moy}} \right]_{\tilde{z}=-1/2} d\theta \end{array} \right.$$

\tilde{Q}_+ et \tilde{Q}_- sont les débits moyens volumiques adimensionnés à chaque extrémité du palier ($\tilde{z} = \pm 1/2$).

5- CONCLUSION

Dans ce chapitre, on a présenté une étude bibliographique succincte sur les différents types de paliers hydrodynamiques les plus utilisés, leurs modes de fonctionnement et les caractéristiques géométriques. L'étude cinématique du palier a conduit à l'écriture de l'équation de Reynolds modifiée en régime dynamique. L'équation géométrique du film qui permet de définir à chaque point et en chaque instant l'épaisseur du film lubrifiant dans le palier a été déterminée pour un palier rigide aligné et mésaligné. Ainsi, on a présenté les différentes expressions de toutes les caractéristiques statiques d'un palier lisse lubrifié par un fluide additivé par des additifs améliorant la viscosité et pollué par des particules solides (pollution solide).

- Chapitre quatre :

*Etude de l'Influence des Additifs
Améliorant la Qualité des
Huiles Lubrifiantes sur la
Diminution de la Présence de la
Pollution Solide sur la Stabilité
du Système Rotor-Palier*

1. INTRODUCTION

La présence des additifs améliorant la qualité des huiles lubrifiantes est permise de réduire les effets de la pollution sur le comportement dynamique des paliers hydrodynamique qui supportent les rotors des machines tournantes. La contamination par des pollutions solides des huiles lubrifiantes est la cause principale des pannes produites dans les machines tournantes et réductrices car, elle influe directement sur les propriétés du lubrifiant et la dégradation de la fonction des organes de machines tournantes (paliers, roulements, engrenages, etc.). 75% des pannes des systèmes lubrifiés sont causées par la contamination, la plupart des composants machines sont endommagés par la pollution contenue dans les huiles lubrifiantes.

Dans ce chapitre, on va étudier théoriquement l'influence des effets des additifs améliorant la qualité de lubrifiant sur l'amélioration du comportement dynamique linéaire des paliers hydrodynamiques (*paramètre de stabilité : masse critique et fréquence de fouettement*) lubrifiés par des huiles polluée par des particules solides (huile polluée ou contaminée par des particules solides dues à l'usure des surfaces). Cette étude est une continuité des travaux de recherche réalisés dans les années précédentes sur l'étude des effets de la pollution des huiles lubrifiantes et l'étude des additifs améliorant la qualité des lubrifiants en lubrification hydrodynamique.

L'étude du comportement dynamique des rotors des machines tournantes occupe une place importante dans l'histoire de la science, il est considéré parmi les phénomènes les plus complexes dont la modélisation et la simulation exigent des moyens numériques très efficaces et rapides, ainsi que la réalisation des expériences et des essais plus performants. Ces rotors des machines tournantes, telles que les turbines utilisées dans les centrales électriques, comportent des lignes d'arbres caractérisées par des conditions de fonctionnement de plus en plus sévères. Un grand nombre de ces lignes d'arbres repose sur des paliers à film d'huile. La connaissance du comportement dynamique et en particulier les caractéristiques de raideur et d'amortissement de ces appuis est indispensable pour l'analyse de la stabilité des machines tournantes.

L'analyse dynamique non linéaire d'un système rotor-paliers est donc très complexe puisqu'elle nécessite la résolution simultanée des équations du mouvement du rotor et de l'équation des écoulements en film mince (*équation de Reynolds*). Si les amplitudes de la perturbation sont faibles devant la charge statique, le problème se simplifie car on peut linéariser les équations du mouvement et caractériser l'action hydrodynamique par des matrices raideur et amortissement.

L'analyse dynamique d'une ligne d'arbre, dans le cas des petits mouvements, peut comporter deux étapes :

- une analyse statique permettant de définir la position d'équilibre de l'arbre dans le palier pour une charge statique imposée ;
- une analyse dynamique linéaire de la ligne d'arbre autour de sa position d'équilibre statique, cette analyse linéaire permet de :
 - de modéliser le film lubrifiant par huit coefficients dynamiques à savoir quatre coefficients de raideur et quatre coefficients d'amortissement (figure IV-1);
 - d'établir les cartes de stabilité d'un palier fluide ;

- d'étudier la réponse linéaire d'un palier à une excitation dynamique synchrone de faible amplitude (balourd résiduel par exemple).

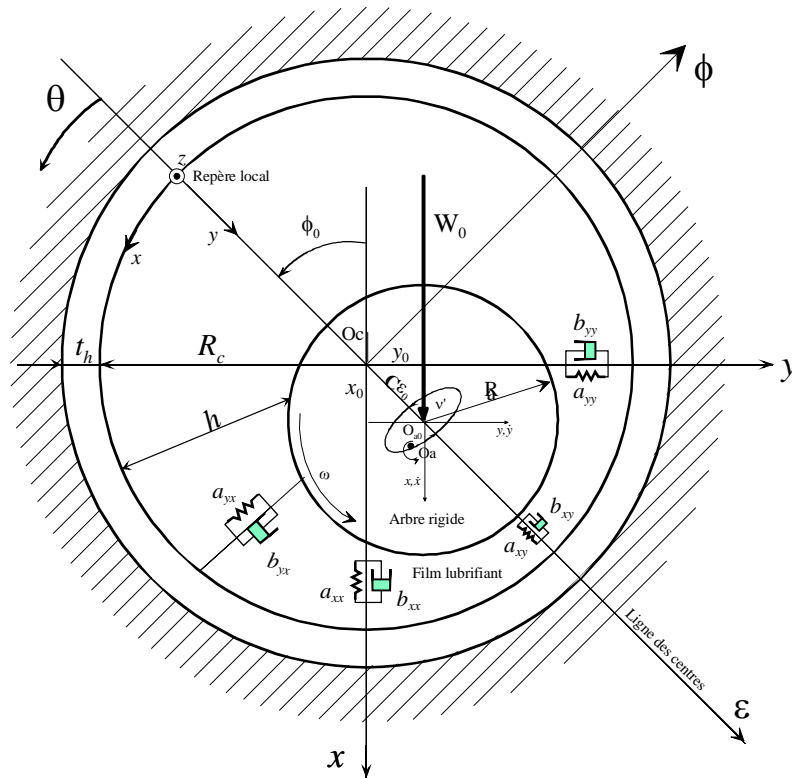


Figure IV.1: Géométrie et modélisation dynamique linéaire du palier [17]

La méthode de perturbation va nous permettre de prédire les huit coefficients dynamiques de raideurs et d'amortissements (figure IV-1) : l'équation de Reynolds modifiée écrite pour un palier hydrodynamique lubrifié par fluide polaire pollué par particules solides est transformée en un système de trois équations aux dérivées partielles du second ordre.

2. APPLICATION DE LA METHODE DE PERTURBATION

Lorsque l'arbre est soumis à des vibrations harmoniques de faibles amplitudes avec une fréquence d'excitation relative (γ) au voisinage de la position d'équilibre statique (O_a0) définie par l'excentricité relative statique (ϵ_0) et l'angle de calage statique (ϕ_0) (figure IV-2).

L'excentricité relative et l'angle de calage instantanés peuvent être exprimés par [17] :

$$\begin{cases} \epsilon = \epsilon_0 + \epsilon_1 e^{i\gamma\tau} \\ \phi = \phi_0 + \phi_1 e^{i\gamma\tau} \end{cases} \quad (\text{IV-1})$$

$$i = \sqrt{-1}$$

Où,

$\gamma = \nu^* / \omega$, est la fréquence d'excitation relative

ε_1 et ϕ_1 sont respectivement les amplitudes de perturbation de l'excentricité de fonctionnement et de l'angle de calage, tels que :

$$\left| \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} \right| \ll 1 \text{ et } \left| \frac{\phi_1}{\phi_0} \right| \ll 1.$$

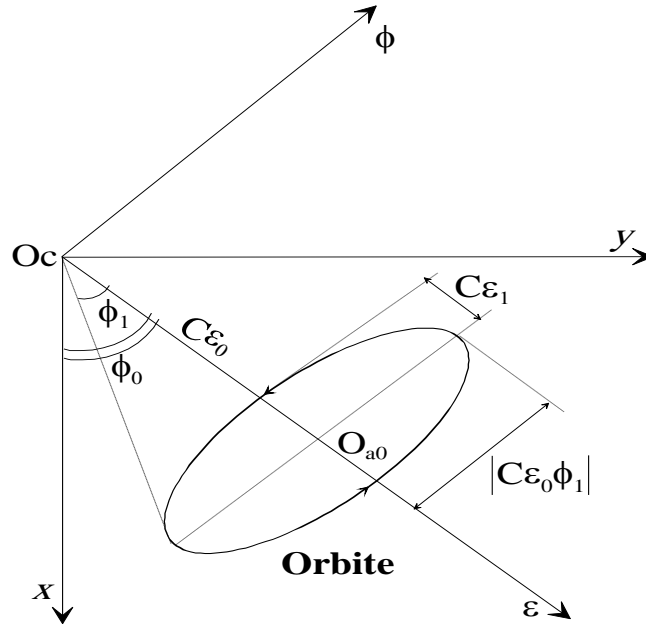


Fig.IV-2: Systèmes d'axes et notations

Le mouvement du centre de l'arbre engendre une perturbation du champ de pression, ce mouvement étant de faible amplitude alors, la pression dans le film et l'épaisseur du film correspondants peuvent être exprimées en variables réduites comme suit [17]:

$$\tilde{p} = \tilde{p}_0 + (\varepsilon_1 \tilde{p}_\varepsilon + \varepsilon_0 \phi_1 \tilde{p}_\phi) e^{i\gamma\tau} \quad \text{(IV-2)}$$

$$\tilde{h} = \tilde{h}_0 + \tilde{h}_1 e^{i\gamma\tau} \quad \text{(IV-3)}$$

Avec,

$$\tilde{h}_1 = \varepsilon_1 \cos\theta + \varepsilon_0 \phi_1 \sin\theta$$

$$\tilde{p}_\varepsilon = \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \varepsilon} \text{ et } \tilde{p}_\phi = \frac{\partial \tilde{p}}{\varepsilon_0 \partial \phi}$$

\tilde{h}_0 est l'épaisseur du film adimensionnée correspondant à la position d'équilibre statique (ε_0, ϕ_0) et \tilde{h}_1 est l'amplitude du déplacement du centre de l'arbre dû à la vibration.

\tilde{p}_0 est le champ de pression adimensionné hydrodynamique statique

\tilde{p}_ε et \tilde{p}_ϕ sont des pressions dynamiques complexes dues aux déplacements du centre de l'arbre dans les directions de la ligne des centres et sa normale.

En remplaçant les équations IV-2 et IV-3 dans l'équation de Reynolds modifiée normalisée III-24 et en négligeant les termes d'ordre supérieur, on obtient le système d'équations aux dérivées partielles suivant :

a) Equation aux dérivées partielles d'ordre zéro :

$$\left(\frac{1}{G(\Phi)^2} \right) \left\{ \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\tilde{G}'(\tilde{h}, \tilde{\ell}, \phi) \frac{\partial(\tilde{p}_0)}{\partial \theta} \right) + \left(\frac{R}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \left(\tilde{G}'(\tilde{h}, \tilde{\ell}, \phi) \frac{\partial(\tilde{p}_0)}{\partial \tilde{z}} \right) \right\} = 6 \frac{\partial \tilde{h}_0}{\partial \theta} \quad (\text{IV-4})$$

b) Equations aux dérivées partielles d'ordre un :

$$\left(\frac{1}{G(\Phi)^2} \right) \left\{ \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\tilde{G}'(\tilde{h}, \tilde{\ell}, \phi) \frac{\partial(\tilde{p}_0)}{\partial \theta} \right) + \left(\frac{R}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \left(\tilde{G}'(\tilde{h}, \tilde{\ell}, \phi) \frac{\partial(\tilde{p}_0)}{\partial \tilde{z}} \right) \right\} =$$

$$-3 \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\tilde{h}_0^2}{G(\Phi)} \frac{\partial \tilde{p}_0}{\partial \theta} \cos \theta \right) - 3 \left(\frac{R}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \left(\frac{\tilde{h}_0^2}{G(\Phi)} \frac{\partial \tilde{p}_0}{\partial \tilde{z}} \cos \theta \right) - 6 \sin \theta + 12i\gamma \cos \theta \quad (\text{IV-5})$$

$$\left(\frac{1}{G(\Phi)^2} \right) \left\{ \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\tilde{G}'(\tilde{h}, \tilde{\ell}, \phi) \frac{\partial(\tilde{p}_0)}{\partial \theta} \right) + \left(\frac{R}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \left(\tilde{G}'(\tilde{h}, \tilde{\ell}, \phi) \frac{\partial(\tilde{p}_0)}{\partial \tilde{z}} \right) \right\} =$$

$$-3 \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\tilde{h}_0^2}{G(\Phi)} \frac{\partial \tilde{p}_0}{\partial \theta} \sin \theta \right) - 3 \left(\frac{R}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \left(\frac{\tilde{h}_0^2}{G(\Phi)} \frac{\partial \tilde{p}_0}{\partial \tilde{z}} \sin \theta \right) + 6 \cos \theta + 12i\gamma \sin \theta \quad (\text{IV-6})$$

Avec, la fonction, $\tilde{G}'(\tilde{h}, \tilde{\ell}, \phi)$ égale :

- Si, le fluide additivé sans particules solides (*fluide propre*, $\Phi = 0$) : $G(\Phi) = 1$,

Alors :

$$\tilde{G}'(\tilde{h}, \tilde{\ell}, \phi) = \tilde{h}^3 - 12\tilde{\ell}^2\tilde{h} + 24\tilde{\ell}^3 \text{th} \left(\frac{\tilde{h}}{2\tilde{\ell}} \right)$$

- Si, fluide additivé et pollué avec particules solides (*fluide additivé et pollué*) :

$$\tilde{G}'(\tilde{h}, \tilde{\ell}, \phi) = G(\phi)\tilde{h}^3 - 12\tilde{\ell}^2\tilde{h} + \frac{24\tilde{\ell}^3}{\sqrt{G(\phi)}} \text{th} \left(\frac{\tilde{h}}{2\tilde{\ell}} \sqrt{G(\phi)} \right)$$

Où, la fonction $G(\Phi)$ est due à la présence de la pollution solide est donnée comme suit [13] :

- Pour un fluide polaire propre (*sans particules solides*, $\Phi = 0$) : $G(\Phi) = 1$

- Pour un fluide polaire pollué par des particules solides (*fluide polaire pollué*) :

- Modèle d' Einstein : $G(\Phi) = (1 + 2.5 \times \Phi)$

- Modèle de Batchelor et Green : $G(\Phi) = (1 + 2.5 \times \Phi + 6.2 \times \Phi^2)$

- Modèle de Ball et Richmond : $G(\Phi) = \left(1 - \frac{\Phi}{\Phi_m} \right)^{-2.5 \times \Phi_m}$

- Modèle de Phan-Thien et Pham : $G(\Phi) = (1 - \Phi)^{-2.5}$

Sachant que pour un fluide newtonien isovisqueux pollué, la fonction $G'(h, \ell, \phi)$ devient égale : $G'(h, \ell, \phi) = G(\phi)h^3$

La résolution de ce système (Eq-4-IV, 5-IV et 6-IV) permet de déterminer le champ de pression hydrodynamique statique (p_0) correspondant à la position d'équilibre statique du

centre de l'arbre dans le palier fluide et les répartitions de pressions dynamiques complexes (p_e et p_o) dues au mouvement vibratoire de faible amplitude de l'arbre autour de cette position d'équilibre statique.

La connaissance de la répartition de la pression hydrodynamique statique du film permet de calculer les performances statiques du système (arbre et coussinet), tels que la portance hydrodynamique, l'angle de calage, la puissance dissipée, le champ des vitesses moyennes de l'écoulement ainsi que le débit de fuite à l'extrémité du palier.

La résolution d'équation d'ordres zéro est effectuée numériquement à l'aide de la méthode des différences finies centrées. Après discrétisation, cette équation est résolue par la méthode de Gauss-Seidel avec coefficient de sur-relaxation.

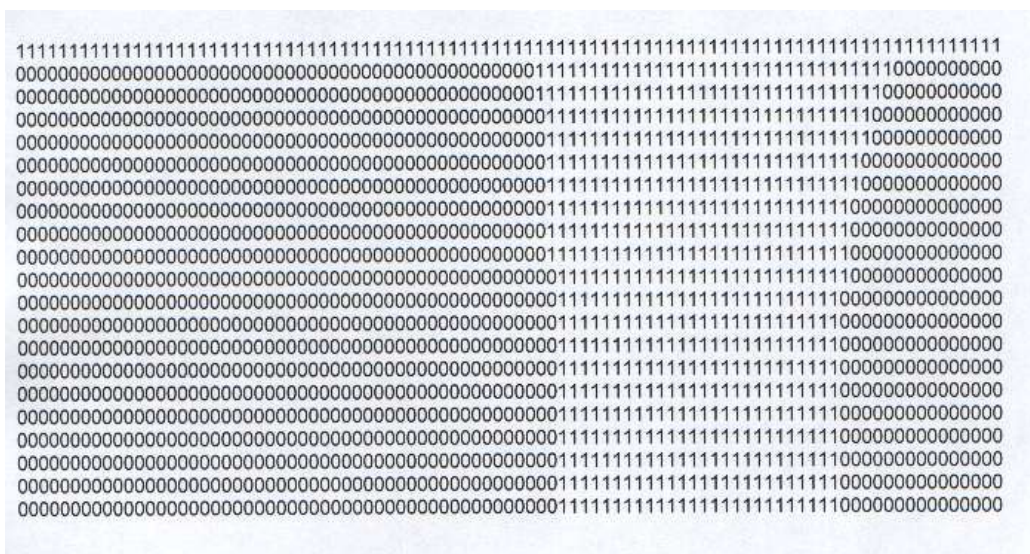
Le champ de pression statique \tilde{p}_0 doit satisfaire à l'équation différentielle d'ordre zéro (IV-4), ainsi qu'aux conditions limites de Reynolds qui tiennent compte de la rupture du film dans l'espace divergent du palier :

$$\begin{cases} \tilde{p}_0(\theta, \bar{z} = -\frac{1}{2}) = \tilde{p}_0(\theta, \bar{z} = \frac{1}{2}) = 0 \\ \tilde{p}_0 = \frac{\partial \tilde{p}_0}{\partial \theta} = 0 \quad \text{pour } \theta = \theta_{c0} \end{cases} \quad \text{(IV-7)}$$

Où, θ_{c0} est l'angle de cavitation qui est une inconnue supplémentaire du problème dont l'origine se trouve sur la ligne des centres.

La détermination de θ_{c0} , c'est à dire l'étendue de la zone pressurisée du palier, permet de définir le domaine d'intégration des équations dynamiques d'ordre un (Figure IV. 3).

Bord libre du palier



Section médiane du palier développé

0 : Pression positive, 1 : Pression nulle

Fig.IV-3: Codage des régions active et inactive du demi-palier

La connaissance du champ de pression statique permet de calculer les composantes de la portance hydrodynamique ainsi que l'angle de calage :

$$\tilde{W}_0 = (\tilde{F}_\varepsilon^2 + \tilde{F}_\phi^2)^{1/2} \quad (\text{IV-8})$$

$$\phi_0 = \tan^{-1} \left(-\frac{\tilde{F}_\phi}{\tilde{F}_\varepsilon} \right) \quad (\text{IV-9})$$

$$\text{Avec, } \begin{cases} \tilde{F}_\varepsilon = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_0^{2\pi} \tilde{p}_0(\theta, \tilde{z}) \cos \theta d\theta d\tilde{z} \\ \tilde{F}_\phi = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_0^{2\pi} \tilde{p}_0(\theta, \tilde{z}) \sin \theta d\theta d\tilde{z} \end{cases}$$

La connaissance des pressions dynamiques permet de calculer les huit coefficients dynamiques du palier à savoir quatre coefficients de raideur et quatre coefficients d'amortissement. La connaissance de ces coefficients dynamiques permet :

- d'analyser la stabilité d'une position d'équilibre, en utilisant le critère de Lund pour définir les cartes de stabilité du système rotor-palier ;

- d'étudier la réponse du palier à une excitation dynamique.

Après discrétisation par la méthode des différences finies centrées des équations d'ordre un, la méthode de Gauss-Seidel a été adaptée pour la résolution de ces équations afin de déterminer les répartitions des pressions dynamiques complexes \tilde{p}_ε et \tilde{p}_ϕ sans annulation des termes de pression négatifs calculés.

La connaissance des pressions dynamiques permet de calculer les coefficients dynamiques sans dimension du film lubrifiant dans le repère intermédiaire lié à la ligne des centres (O_c, ε, ϕ) (figure IV-1).

Les expressions des coefficients dynamiques adimensionnés s'expriment comme suit [17] :

$$\begin{bmatrix} Z_{\varepsilon\varepsilon} & Z_{\varepsilon\phi} \\ Z_{\phi\varepsilon} & Z_{\phi\phi} \end{bmatrix}^T = - \int_{-1/2}^{1/2} \int_0^{2\pi} \begin{Bmatrix} \tilde{p}_\varepsilon \\ \tilde{p}_\phi \end{Bmatrix} \langle \cos \theta : \sin \theta \rangle d\theta d\tilde{z} \quad (\text{IV-10})$$

Avec, $Z_{\varepsilon\phi} = A_{\varepsilon\phi} + i\gamma B_{\varepsilon\phi}$ sont les impédances complexes du palier.

Tel que,

$$A_{ij} = \frac{a_{ij}}{\mu_s \omega L (R/C)^3} \quad \text{et} \quad B_{ij} = \frac{b_{ij}}{\mu_s L (R/C)^3}$$

a_{ij} et b_{ij} sont les coefficients de raideur et d'amortissement du film lubrifiant.

Le changement du système de coordonnées permet d'exprimer les coefficients de raideur et d'amortissement sans dimension dans le repère fixe (O_c, X, Y) :

$$\begin{bmatrix} A_{XX} & A_{XY} \\ A_{YX} & A_{YY} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi_0 & -\sin \phi_0 \\ \sin \phi_0 & \cos \phi_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{\varepsilon\varepsilon} & A_{\varepsilon\phi} \\ A_{\phi\varepsilon} & A_{\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \phi_0 & \sin \phi_0 \\ -\sin \phi_0 & \cos \phi_0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} B_{XX} & B_{XY} \\ B_{YX} & B_{YY} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi_0 & -\sin \phi_0 \\ \sin \phi_0 & \cos \phi_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{\varepsilon\varepsilon} & B_{\varepsilon\phi} \\ B_{\phi\varepsilon} & B_{\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \phi_0 & \sin \phi_0 \\ -\sin \phi_0 & \cos \phi_0 \end{bmatrix} \quad (\text{IV-11})$$

3. CALCUL DES PARAMETRES DE STABILITE DU SYSTEME ROTOR-PALIER : FREQUENCE DE FOUETTEMENT ET MASSE CRITIQUE

L'influence des paliers sur le comportement vibratoire d'une ligne d'arbre fut pressentie, puis identifiée par Newkirk au cours des années 1924 et 1925 [18]. Il mit en évidence l'existence d'une vibration qui apparaissait lorsque la vitesse critique persistait à une fréquence sensiblement constante lorsque la vitesse de rotation augmentait. Elle fut appelée "fouettement " ou sous le vocable anglo-saxon whirl. Depuis, la publication des travaux de Newkirk, des études effectuées sur des rotors rigides confirmèrent le rôle parfois déstabilisant des paliers lisses [19]. Ces études ont permis d'observer qu'au delà d'une certaine vitesse de fonctionnement, l'arbre fouettait à l'intérieur du palier avec une fréquence proche de la moitié de la fréquence de rotation d'où l'appellation " phénomène de demi-fréquence " ou " half whirl frequency ".

Les paliers hydrodynamiques peuvent constituer une source d'instabilités pour la ligne d'arbre qu'ils supportent due à la présence du film lubrifiant. Il est donc nécessaire d'étudier leur stabilité de fonctionnement. Différents critères de stabilité ont été proposés, le plus utilisé est celui de Routh-Hurwitz [20].

Pour notre étude de stabilité, on suppose que le rotor est rigide de masse 2M supporté horizontalement par deux paliers lisses rigides identiques lubrifiés par un fluide pollué par des particules solides sans additives améliorant la qualité du lubrifiant ou fluide additivé et pollué pour pouvoir connaître l'influence des additives des huiles lubrifiantes sur la diminution des effets de la pollution sur la carte de stabilité des paliers hydrodynamiques lubrifiés par des huiles pollué par des particules solides .

Dans le système de coordonnées (O_c, X, Y), les équations linéarisées du mouvement libre du rotor en variables sans dimension s'écrivent [20] :

$$\begin{bmatrix} \tilde{m} & 0 \\ 0 & \tilde{m} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{X}'' \\ \tilde{Y}'' \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{XX} & B_{XY} \\ B_{YX} & B_{YY} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{X}' \\ \tilde{Y}' \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{XX} & A_{XY} \\ A_{YX} & A_{YY} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{X} \\ \tilde{Y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{IV-12})$$

Avec, $\tilde{m} = \frac{M\omega^2 C}{W_0}$

Où, X et Y sont les composantes dans le repère fixe du déplacement du centre de l'arbre à partir de la position d'équilibre statique (O_{a0}).

La solution du système d'équations (Eq-IV-12) est de la forme :

$$\begin{Bmatrix} \tilde{X} \\ \tilde{Y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \tilde{X}_a \\ \tilde{Y}_a \end{Bmatrix} e^{\lambda \tilde{t}} \quad \text{(IV-13)}$$

Où, \tilde{X}_a et \tilde{Y}_a sont les amplitudes du mouvement et $\lambda = \xi + i\gamma$ est une valeur propre complexe, ξ est l'amortissement structural.

Le signe du coefficient ξ permet de définir la stabilité du régime de fonctionnement de l'arbre, lorsque :

$\xi < 0$, le régime est stable ;

$\xi > 0$, le régime est instable.

A la limite de la stabilité, $\xi = 0$, le mouvement est purement harmonique ($\lambda = i\gamma$).

La substitution de l'équation (IV-13) dans l'équation (IV-12) donne :

$$\begin{bmatrix} A_{XX} + \lambda B_{XX} + \tilde{m}\lambda^2 & A_{XY} + \lambda B_{XY} \\ A_{YX} + \lambda B_{YX} & A_{YY} + \lambda B_{YY} + \tilde{m}\lambda^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{X} \\ \tilde{Y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \text{(IV-14)}$$

Au seuil de la stabilité ($\xi = 0$) l'équation IV-14 s'écrit :

$$\begin{bmatrix} A_{XX} + i\gamma B_{XX} - \tilde{m}\gamma^2 & A_{XY} + i\gamma B_{XY} \\ A_{YX} + i\gamma B_{YX} & A_{YY} + i\gamma B_{YY} - \tilde{m}\gamma^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{X} \\ \tilde{Y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \text{(IV-15)}$$

La solution non triviale de l'état permanent est obtenue en annulant le déterminant des coefficients de la matrice, conduit aux équations couplées suivantes :

$$\tilde{m}_c \gamma_c^2 = \frac{A_{xx} B_{yy} + A_{yy} B_{xx} - A_{yx} B_{xy} - A_{xy} B_{yx}}{B_{xx} + B_{yy}} \quad \text{(IV-16)}$$

$$\gamma_c^2 = \frac{(A_{xx} - \tilde{m}_c \gamma_c^2)(A_{yy} - \tilde{m}_c \gamma_c^2) - A_{yx} A_{xy}}{B_{xx} B_{yy} - B_{xy} B_{yx}} \quad \text{(IV-17)}$$

A partir de ces deux équations, Eq-IV-16 et IV-17, on peut calculer à l'aide d'un processus itératif les paramètres de stabilité sans dimension : la masse critique (\tilde{m}_c) et la fréquence de fouettement (γ_c).

- Si, le coefficient γ_c^2 est inférieur de zéro, ceci entraîne que le palier est stable ;

- Si, le coefficient γ_c^2 est supérieur de zéro, alors on peut calculer la masse critique (\tilde{m}_c) du rotor. Pour une masse de l'arbre inférieure à la masse critique, le palier est stable. A l'inverse, pour une masse de l'arbre supérieure à la masse critique, le palier est instable.

La vitesse angulaire critique sans dimension du rotor est calculée par :

$$\tilde{\omega}_c = \omega_c \sqrt{\frac{MC}{W_0}} = \sqrt{\tilde{m}_c} \quad (\text{IV-18})$$

4. REPONSE A UN BALOURD RESIDUEL

Dans le cas de vibrations de faibles amplitudes de l'arbre au voisinage de la position d'équilibre (O_{a_0}), avec un balourd de faible excentricité (e_b) (résiduel), les équations de mouvement du rotor rigide s'écrivent :

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X'' \\ Y'' \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{xx} & b_{xy} \\ b_{yx} & b_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X' \\ Y' \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{xx} & a_{xy} \\ a_{yx} & a_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X \\ Y \end{Bmatrix} = Me_b \omega^2 \begin{Bmatrix} \cos \omega t \\ \sin \omega t \end{Bmatrix} \quad (\text{IV-19})$$

En variable sans dimension l'équation IV-19 s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \tilde{m} & 0 \\ 0 & \tilde{m} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{X}'' \\ \tilde{Y}'' \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{xx} & B_{xy} \\ B_{yx} & B_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{X}' \\ \tilde{Y}' \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{xx} & A_{xy} \\ A_{yx} & A_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{X} \\ \tilde{Y} \end{Bmatrix} = \tilde{m} \varepsilon_b \begin{Bmatrix} \cos \tilde{t} \\ \sin \tilde{t} \end{Bmatrix} \quad (\text{IV-20})$$

$$\text{Avec : } \tilde{m} = \frac{M\omega^2 C}{W_0}, \quad A_{ij} = a_{ij} \frac{C}{W_0}, \quad B_{ij} = b_{ij} \frac{C\omega}{W_0}, \quad \tilde{t} = \omega t, \quad \tilde{X} = \frac{X}{C}, \quad \tilde{Y} = \frac{Y}{C}, \quad \tilde{X}' = \frac{X'}{C\omega}, \quad \tilde{Y}' = \frac{Y'}{C\omega},$$

$$(\tilde{X}'', \tilde{Y}'') = \frac{(X'', Y'')}{C\omega^2}, \quad \varepsilon_b = \frac{e_b}{C}.$$

Le vecteur solution du système d'équation (IV-20) est de la forme :

$$\begin{Bmatrix} \tilde{X} \\ \tilde{Y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \tilde{X}_1 \\ \tilde{Y}_1 \end{Bmatrix} \cos \tilde{t} + \begin{Bmatrix} \tilde{X}_2 \\ \tilde{Y}_2 \end{Bmatrix} \sin \tilde{t} \quad (\text{IV-21})$$

En remplaçant (g-3) dans le système (IV-21), et en identifiant les termes en $\cos \tilde{t}$ et $\sin \tilde{t}$, on obtient :

$$\begin{bmatrix} (A_{xx} - \tilde{m}) & B_{xx} & A_{xy} & B_{xy} \\ -B_{xx} & (A_{xx} - \tilde{m}) & -B_{xy} & A_{xy} \\ A_{yx} & B_{yx} & (A_{yy} - \tilde{m}) & B_{yy} \\ -B_{yx} & A_{yx} & -B_{yy} & (A_{yy} - \tilde{m}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{X}_1 \\ \tilde{X}_2 \\ \tilde{Y}_1 \\ \tilde{Y}_2 \end{Bmatrix} = \tilde{m} \varepsilon_b \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (\text{IV-22})$$

La solution du système (IV-22) s'écrit :

$$\begin{cases} \tilde{X}_1 = \tilde{m} \varepsilon_b \left(\frac{AC + BD}{C^2 + D^2} \right) \\ \tilde{X}_2 = -\tilde{m} \varepsilon_b \left(\frac{BC - AD}{C^2 + D^2} \right) \\ \tilde{Y}_1 = \tilde{m} \varepsilon_b \left(\frac{EC + FD}{C^2 + D^2} \right) \\ \tilde{Y}_2 = -\tilde{m} \varepsilon_b \left(\frac{FC - ED}{C^2 + D^2} \right) \end{cases} \quad (\text{IV-23})$$

Avec,

$$\begin{cases} A = -\tilde{m} + A_{YY} - B_{XY} \\ B = A_{XY} + B_{YY} \\ C = \tilde{m}^2 - \tilde{m}(A_{XX} + A_{YY}) + A_{XX}A_{YY} - A_{XY}A_{YX} - (B_{XX}B_{YY} - B_{XY}B_{YX}) \\ D = -\tilde{m}(B_{XX} + B_{YY}) + A_{XX}B_{YY} + A_{YY}B_{XX} - A_{XY}B_{YX} - A_{YX}B_{XY} \\ E = -A_{YX} + B_{XX} \\ F = \tilde{m} - A_{XX} - B_{YX} \end{cases}$$

- Caractéristiques de la trajectoire du centre de l'arbre

La solution, IV-23 du système IV-22 correspond à une trajectoire de forme elliptique (figure IV-4), dont les caractéristiques sont les suivantes :

$a = \tilde{a}C$: demi-grand axe de l'ellipse

$b = \tilde{b}C$: demi-petit axe de l'ellipse

φ : angle de déphasage entre le vecteur balourd et le vecteur déplacement

δ : l'angle qui donne l'inclinaison du demi-grand axe par rapport à l'axe X .

Ainsi, dans le repère propre de l'ellipse (O_{a0}, X^*, Y^*), l'équation de l'ellipse s'écrit :

$$\begin{cases} \tilde{X}^* = \tilde{a} \cos(\tilde{t} + \varphi) \\ \tilde{Y}^* = \tilde{b} \sin(\tilde{t} + \varphi) \end{cases} \quad (IV-24)$$

$$\text{Où, } (\tilde{X}^*, \tilde{Y}^*) = \frac{(X^*, Y^*)}{C}$$

Compte tenu de la relation (IV-24), la projection sur (O_{a0}, X, Y) donne :

$$\begin{cases} \tilde{X} = \tilde{a} \cos(\tilde{t} + \varphi) \cos \delta + \tilde{b} \sin(\tilde{t} + \varphi) \sin \delta \\ \tilde{Y} = -\tilde{a} \cos(\tilde{t} + \varphi) \sin \delta + \tilde{b} \sin(\tilde{t} + \varphi) \cos \delta \end{cases} \quad (IV-25)$$

Les équations IV-22 sont identiques aux équations IV-25, ce qui permet d'écrire :

$$\begin{cases} \tilde{X}_1 \cos \tilde{t} + \tilde{X}_2 \sin \tilde{t} = \tilde{a} \cos(\tilde{t} + \varphi) \cos \delta + \tilde{b} \sin(\tilde{t} + \varphi) \sin \delta \\ \tilde{Y}_1 \cos \tilde{t} + \tilde{Y}_2 \sin \tilde{t} = -\tilde{a} \cos(\tilde{t} + \varphi) \sin \delta + \tilde{b} \sin(\tilde{t} + \varphi) \cos \delta \end{cases} \quad (IV-26)$$

Ce système d'équations étant vérifié quel que soit le temps adimensionné (\tilde{t}), il vient en identifiant les termes en $\cos \tilde{t}$ et $\sin \tilde{t}$:

$$\begin{cases} \tilde{X}_1 = \tilde{a} \cos \delta \cos \varphi + \tilde{b} \sin \delta \sin \varphi \\ \tilde{X}_2 = -\tilde{a} \cos \delta \sin \varphi + \tilde{b} \sin \delta \cos \varphi \\ \tilde{Y}_1 = -\tilde{a} \sin \delta \cos \varphi + \tilde{b} \cos \delta \sin \varphi \\ \tilde{Y}_2 = \tilde{a} \sin \delta \sin \varphi + \tilde{b} \cos \delta \cos \varphi \end{cases} \quad (IV-27)$$

La résolution des équations (IV-27) permet de déterminer les caractéristiques de l'ellipse :

$$\begin{cases}
\tilde{a} = \sqrt{\frac{(\tilde{X}_1^2 + \tilde{X}_2^2 + \tilde{Y}_1^2 + \tilde{Y}_2^2)}{2} + \sqrt{(\tilde{X}_1 \tilde{Y}_1 + \tilde{X}_2 \tilde{Y}_2)^2 + \frac{1}{4}(\tilde{X}_1^2 + \tilde{X}_2^2 - \tilde{Y}_1^2 - \tilde{Y}_2^2)^2}} \\
\tilde{b} = \sqrt{\frac{(\tilde{X}_1^2 + \tilde{X}_2^2 + \tilde{Y}_1^2 + \tilde{Y}_2^2)}{2} - \sqrt{(\tilde{X}_1 \tilde{Y}_1 + \tilde{X}_2 \tilde{Y}_2)^2 + \frac{1}{4}(\tilde{X}_1^2 + \tilde{X}_2^2 - \tilde{Y}_1^2 - \tilde{Y}_2^2)^2}} \\
\delta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{-2(\tilde{X}_1 \tilde{Y}_1 + \tilde{X}_2 \tilde{Y}_2)}{\tilde{X}_1^2 + \tilde{X}_2^2 - \tilde{Y}_1^2 - \tilde{Y}_2^2} \right) \\
\varphi = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{-2(\tilde{X}_1 \tilde{X}_2 + \tilde{Y}_1 \tilde{Y}_2)}{\tilde{X}_1^2 - \tilde{X}_2^2 + \tilde{Y}_1^2 - \tilde{Y}_2^2} \right)
\end{cases} \quad (\text{IV-28})$$

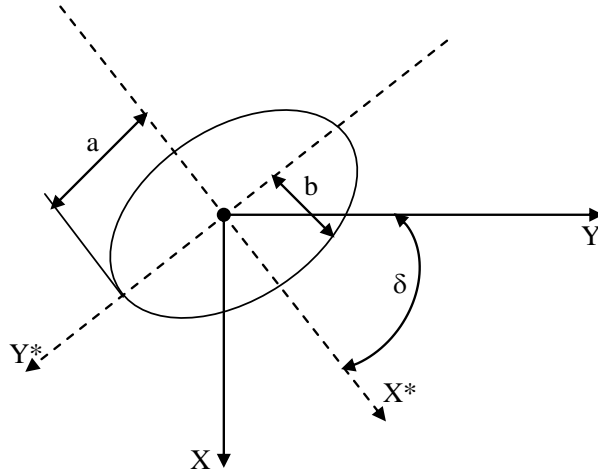


Fig.IV-4: Caractéristiques d'une trajectoire elliptique

5. SCHEMA DE RESOLUTION DU PROBLEME

5.1. SOLUTION STATIQUE DU PROBLEME

Dans le cas d'un palier rigide lubrifié par un fluide additivé par des additives améliorant sa qualité et pollué par des particules solides, l'équation de Reynolds modifiée d'ordre zéro, IV-4 est discrétisée par la méthode des différences finies centrée bidimensionnelle. Dans cette méthode simple à mettre en œuvre pour des géométries des films et d'alimentation régulières, le domaine est discrétisé en rectangles élémentaires appelés mailles. La pression aux nœuds du maillage est l'inconnue nodale, les dérivées partielles de la pression sont évaluées en un point du maillage en fonction des valeurs de la pression aux points environnants.

Dans un palier, les rayons de l'arbre et du coussinet étant voisins la courbure du film est négligeable, le palier est alors développé suivant sa direction circonférentielle. On est ainsi ramené à un problème bidimensionnel. La figure IV-5, représente la discrétisation du palier par la méthode des différences finies (2D). Si on considère que le palier est aligné et que la pression à ses extrémités est nulle, le palier étant symétrique par rapport à la coordonnée axiale z, seul le demi-palier est considéré (figure IV-5). Dans

ces conditions, le domaine de discrétisation de l'équation de Reynolds modifiée d'ordre zéro se réduit à $(0, 2\pi) \times (0, 1/2)$.

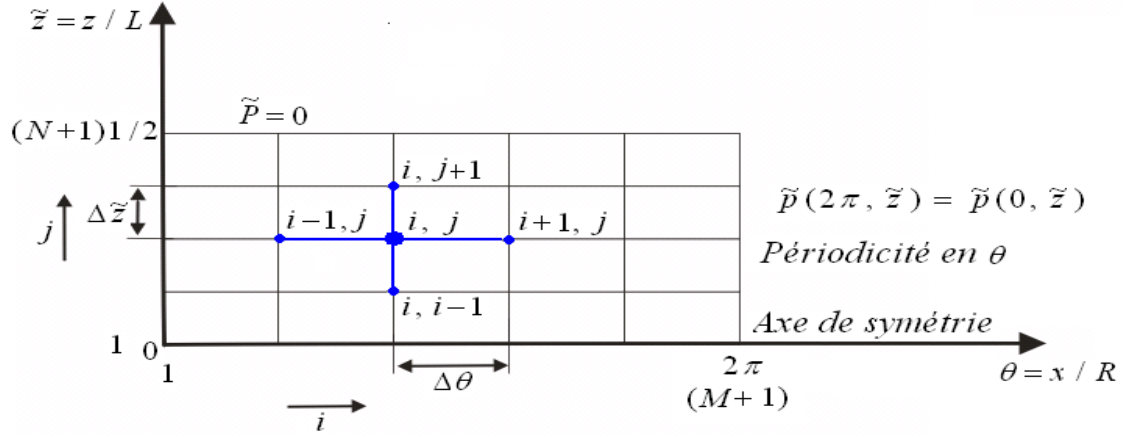


Fig.IV-5: Maillage du film lubrifiant par la MDF (2D)
(Discrétisation du demi-palier)

M et N sont respectivement les nombres de mailles suivant θ et \tilde{z} .

$\Delta\theta$ et $\Delta\tilde{z}$ sont respectivement les pas du maillage dans les directions circonférentielle et axiale tel que: $\Delta\theta = 2\pi/M$ et $\Delta\tilde{z} = 0.5/N$

Les variables continues, θ et \tilde{z} sont remplacées par des variables discrètes i et j :

$$\tilde{p}(\theta_i, \tilde{z}_j) = \tilde{p}_{ij}$$

$$\tilde{h}(\theta_i, \tilde{z}_j) = \tilde{h}_{ij}$$

Les gradients de pression en un point du maillage sont approchés par :

$$\left(\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta}\right)_{ij} = \frac{\tilde{p}_{i+1,j} - \tilde{p}_{i-1,j}}{2\Delta\theta}$$

$$\left(\frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial \theta^2}\right)_{ij} = \frac{\tilde{p}_{i+1,j} - 2\tilde{p}_{ij} + \tilde{p}_{i-1,j}}{(\Delta\theta)^2}$$

$$\left(\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}}\right)_{ij} = \frac{\tilde{p}_{i,j+1} - \tilde{p}_{i,j-1}}{2\Delta\tilde{z}}$$

$$\left(\frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial \tilde{z}^2}\right)_{ij} = \frac{\tilde{p}_{i,j+1} - 2\tilde{p}_{ij} + \tilde{p}_{i,j-1}}{(\Delta\tilde{z})^2}$$

En remplaçant ces expressions dans l'équation de Reynolds modifiée d'ordre zéro IV-4 pour un fluide additivé et pollué, on obtient :

$$\tilde{p}_{ij}^{(K+1)} = a_{ij}\tilde{p}_{i+1,j}^{(K)} + b_{ij}\tilde{p}_{i-1,j}^{(K+1)} + c_{ij}\tilde{p}_{i,j+1}^{(K)} + d_{ij}\tilde{p}_{i,j-1}^{(K+1)} - e_{ij} \quad (\text{IV-29})$$

Où,

$$\begin{cases} \mathbf{a}_{ij} = \left[\frac{\tilde{\mathbf{G}}'(\tilde{\mathbf{h}}, \tilde{\ell})}{(\Delta\theta)^2} + \frac{1}{2\Delta\theta} \frac{\partial \tilde{\mathbf{G}}'(\tilde{\mathbf{h}}, \tilde{\ell})}{\partial \theta} \right] \frac{1}{\text{den}_{ij}} \\ \mathbf{b}_{ij} = \left[\frac{\tilde{\mathbf{G}}'(\tilde{\mathbf{h}}, \tilde{\ell})}{\Delta\theta^2} - \frac{1}{2\Delta\theta} \frac{\partial \tilde{\mathbf{G}}'(\tilde{\mathbf{h}}, \tilde{\ell})}{\partial \theta} \right] \frac{1}{\text{den}_{ij}} \\ \mathbf{c}_{ij} = \left(\frac{\mathbf{R}}{\mathbf{L}} \right)^2 \left[\frac{\tilde{\mathbf{G}}'(\tilde{\mathbf{h}}, \tilde{\ell})}{\Delta\tilde{\mathbf{z}}^2} + \frac{1}{2\Delta\tilde{\mathbf{z}}} \frac{\partial \tilde{\mathbf{G}}'(\tilde{\mathbf{h}}, \tilde{\ell}, \phi)}{\partial \tilde{\mathbf{z}}} \right] \frac{1}{\text{den}_{ij}} \\ \mathbf{d}_{ij} = \left(\frac{\mathbf{R}}{\mathbf{L}} \right)^2 \left[\frac{\tilde{\mathbf{G}}'(\tilde{\mathbf{h}}, \tilde{\ell}, \phi)}{\Delta\tilde{\mathbf{z}}^2} - \frac{1}{2\Delta\tilde{\mathbf{z}}} \frac{\partial \tilde{\mathbf{G}}'(\tilde{\mathbf{h}}, \tilde{\ell}, \phi)}{\partial \tilde{\mathbf{z}}} \right] \frac{1}{\text{den}_{ij}} \\ \mathbf{e}_{ij} = \left[6 \frac{\partial \tilde{\mathbf{h}}_{ij}}{\partial \theta} \right] \frac{\mathbf{G}(\phi)^2}{\text{den}_{ij}} \end{cases}$$

$$\text{den}_{ij} = \left[2\tilde{\mathbf{G}}'(\tilde{\mathbf{h}}, \tilde{\ell}, \phi) \left(\frac{1}{\Delta\theta^2} + \frac{1}{\Delta\tilde{\mathbf{z}}^2} \right) \right]$$

Avec, pour fluide additivé sans particules solides (*fluide propre*) :

$$\tilde{\mathbf{G}}'(\tilde{\mathbf{h}}, \tilde{\ell}, \phi) = \tilde{\mathbf{h}}^3 - 12\tilde{\ell}^2\tilde{\mathbf{h}} + 24\tilde{\ell}^3 \text{th} \left(\frac{\tilde{\mathbf{h}}}{2\tilde{\ell}} \right)$$

Pour fluide additivé et pollué avec particules solides (*fluide additivé et pollué*) :

$$\tilde{\mathbf{G}}'(\tilde{\mathbf{h}}, \tilde{\ell}, \phi) = \mathbf{G}(\phi)\tilde{\mathbf{h}}^3 - 12\tilde{\ell}^2\tilde{\mathbf{h}} + \frac{24\tilde{\ell}^3}{\sqrt{\mathbf{G}(\phi)}} \text{th} \left(\frac{\tilde{\mathbf{h}}}{2\tilde{\ell}} \sqrt{\mathbf{G}(\phi)} \right)$$

Où, la fonction $\mathbf{G}(\Phi)$ est due à la présence de la pollution solide est donnée par le modèle

$$\text{Ball \& Richmond comme suit : } \mathbf{G}(\Phi) = \left(1 - \frac{\Phi}{\Phi_m} \right)^{-2.5 \times \Phi_m}$$

Sachant que le modèle Ball & Richmond est retenu pour le calcul numérique qui est le modèle le plus valable et plus recommandé de l'utiliser pour tenir en compte des faibles et fortes concentrations volumiques des particules solides dans le solvant ($\Phi \leq 50\%$) [13 15]

L'utilisation de l'algorithme de Gauss-Seidel avec coefficients de sur-relaxation donne :

$$\tilde{\mathbf{p}}_{ij}^{(K+1)} = (1 - \Omega)\tilde{\mathbf{p}}_{ij}^{(K)} + \Omega \left[\mathbf{a}_{ij}\tilde{\mathbf{p}}_{i+1,j}^{(K)} + \mathbf{b}_{ij}\tilde{\mathbf{p}}_{i-1,j}^{(K+1)} + \mathbf{c}_{ij}\tilde{\mathbf{p}}_{i,j+1}^{(K)} + \mathbf{d}_{ij}\tilde{\mathbf{p}}_{i,j-1}^{(K+1)} - \mathbf{e}_{ij} \right] \quad (\text{IV-30})$$

Où, Ω est le facteur de sur-relaxation dans la valeur est comprise entre 1 et 2.

Les composantes de la portance hydrodynamique adimensionnée $\tilde{\mathbf{F}}_\varepsilon$ et $\tilde{\mathbf{F}}_\phi$, éq-III-26 sont évaluées à l'aide de la formule des trapèzes généralisée :

$$\left\{ \begin{matrix} \tilde{\mathbf{F}}_\varepsilon \\ \tilde{\mathbf{F}}_\phi \end{matrix} \right\} \approx (\Delta\tilde{\mathbf{z}} \times \Delta\theta) \sum_{i=2}^M \sum_{j=2}^N \tilde{\mathbf{p}}_{ij} \left\{ \begin{matrix} \cos\theta_i \\ \sin\theta_i \end{matrix} \right\} \quad (\text{IV-31})$$

Ces relations sont valables pour le cas d'un palier lisse complet avec une rainure axiale infiniment mince située à ($\theta = 0$), la pression d'alimentation est supposée égale à la pression atmosphérique.

Le système d'équations algébriques obtenu après discrétisation est résolu à l'aide d'un processus itératif. Le processus de résolution est comme suit :

- 1- Lecture des données : $\varepsilon_0, R/L, \Phi, \tilde{\ell}, \omega, N_\theta, N_z$, facteurs de relaxation, critères de convergence et le nombre maximal ;
- 2- Calcul de l'épaisseur de film adimensionnée dans le cas indéformable (\tilde{h}_0) ;
- 3- Initialiser le compteur d'itération n à 0 ;
- 4- Initialiser le champ de pression statique adimensionné, $\tilde{p}_0^{(n)} = 0$ et l'épaisseur de film adimensionnée, $\tilde{h}^{(n)} = \tilde{h}_0$;
- 5- Calcul du champ de pression hydrodynamique statique adimensionné, $\tilde{p}_0^{(n+1)}$ par résolution de l'équation de Reynolds d'ordre zéro (IV-30) à l'aide de la méthode itérative de Gauss-Seidel avec coefficient de sous-relaxation ;
- 6- Vérifier, le critère de convergence : $\frac{1}{N} \sum_{i,j} \left| \frac{\tilde{p}_{0ij}^{(n+1)} - \tilde{p}_{0ij}^{(n)}}{\tilde{p}_{0ij}^{(n+1)}} \right| \leq 10^{-5}$, où N est le nombre total de nœuds pour lesquels la pression est positive, si la convergence n'est pas atteinte, incrémenter le nombre d'itération de 1 et revenir à l'étape 5 ;
- 7- Si, la convergence est atteinte, calculer les performances statiques adimensionnées du palier fluide à partir de leurs équations ;
- 8- Codage de la région active du palier dans laquelle la pression statique (\tilde{p}_0) est positive pour la définition du domaine d'intégration des équations différentielles d'ordre un.

5.2. METHODE DE RESOLUTION EN REGIME DYNAMIQUE : CALCUL DES PARAMETRES DE STABILITE DU SYSTEME ROTOR-PALIER

Après discrétisation par la méthode des différences finies centrées les équations d'ordre un, la méthode de Gauss-Seidel a été adaptée pour la résolution de ces équations afin de déterminer les répartitions des pressions dynamiques complexes \tilde{p}_ε et \tilde{p}_ϕ sans annulation des termes de pression négatifs calculés.

Les calculs des performances dynamiques linéaires dues à de faibles amplitudes de perturbation sont effectués comme suit : le processus du calcul du problème dynamique linéaire :

- 1- Donner une valeur initiale de la fréquence relative (par exemple $\gamma = 1$) ;
- 2- Résoudre les équations aux dérivées partielles d'ordre un après discrétisation sur la région active du film pour obtenir des pressions dynamiques complexes adimensionnées (\tilde{p}_ε et \tilde{p}_ϕ) par la méthode des sur-relaxations successive (SOR).

Le critère d'arrêt des processus est similaire à celui utilisé pour le calcul du champ de pression hydrodynamique statique (\tilde{p}_0) ;

- 3- Calcul des coefficients dynamiques du palier ;
- 4- Calcul des paramètres de stabilité du système (γ_c et \tilde{m}_c) à partir des deux équations (Eq-IV-16 et Eq-IV-17) ;
- 5- Comparer la valeur estimée initialement γ avec la valeur calculée γ_c :

Si, le test $\left| \frac{\gamma - \gamma_c}{\gamma_c} \right| \leq 10^{-4}$ n'est pas satisfait, on pose $\gamma = \gamma_c$ et retour à l'étape 2. Une valeur négative de γ_c^2 signifie que la position de fonctionnement définie en coordonnées polaires (ϵ_0, ϕ_0) est stable.

6. ETUDE PARAMETRIQUE

L'étude paramétrique menée dans cette investigation permet de mettre en évidence l'influence des effets des additifs améliorant la qualité de lubrifiant sur l'amélioration du comportement dynamique linéaire des paliers hydrodynamiques (*stabilité du système rotor-palier*) lubrifiés par des huiles polluée par des particules solides, par exemple lubrifiant pollué ou contaminé par des particules solides dues à l'usure des surfaces de contact, afin de pouvoir connaître l'impact des additives des huiles lubrifiantes sur la diminution des effets de concentration de la pollution solide dans les paliers hydrodynamiques.

Les caractéristiques géométriques, les conditions de fonctionnement et les propriétés physiques du lubrifiant sont portés dans le tableau IV-1 :

Tableau IV-1 : Caractéristiques géométriques et conditions de fonctionnement

Caractéristiques géométriques	
- Longueur du palier, L	50×10^{-3} m
- Rayon de l'arbre, R	25×10^{-3} m
- Jeu radial, C	70×10^{-6} m
Conditions de fonctionnement	
- Masse du rotor affectée au palier, M	$2 \times$ kg
- Vitesse angulaire de l'arbre, ω	$100 \times \pi$ rad/s
Propriétés du lubrifiant, ISO VG 32 à 40°C	
- Viscosité dynamique mesurée à la pression atmosphérique, μ_0	0.03 Pa.s
- Masse volumique, ρ	870 kg/m ³
- Concentration volumique, Φ	0, 10% , 30 % et 40%
- Paramètre des couples des contraintes adimensionné, $\tilde{\ell}$ (longueur de la chaîne moléculaire des additifs)	0, 0.1 et 0.4

6.1. EFFETS DE LA POLLUTION SOLIDE ET DES ADDITIVES SUR LA DISTRIBUTION DU CHAMP DE PRESSION STATIQUE DANS LE FILM LUBRIFIANT

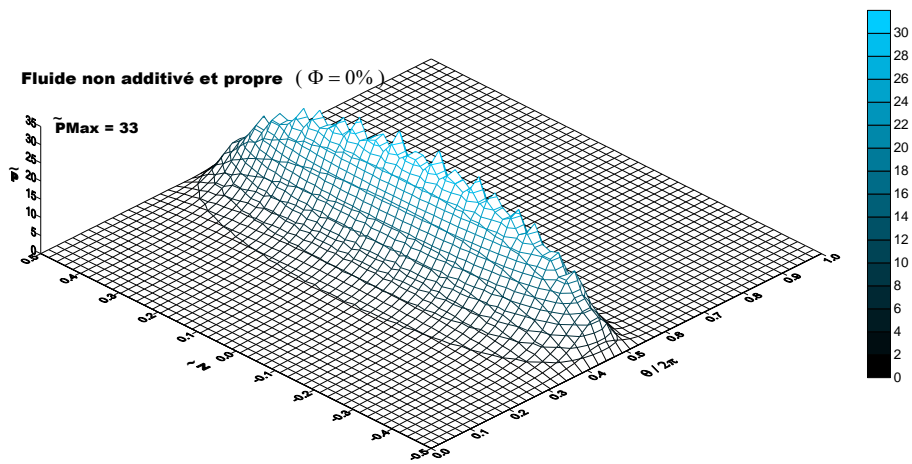
La figure IV-6 présente les distributions du champ de pression statique adimensionnée en 3D dans le film lubrifiant du palier pour 3 cas : palier lubrifié par fluide sans additives et propre (*fluide newtonien sans particules solides*), palier lubrifié par fluide sans additives et pollué (*fluide newtonien pollué par des particules solides*) et palier lubrifié par un fluide additivé (*fluide polaire*) et pollué.

Le calcul effectué pour une excentricité relative statique imposée, $\varepsilon_0 = 0.90$ une concentration volumique de la pollution solide, $\Phi = 0$ (*fluide propre ou fluide sans particules solides*), $\Phi = 10\%$ (*faible concentration volumique de la pollution solide dans le lubrifiant*) et $\Phi = 40\%$ (*forte concentration volumique de la pollution solide* [13 15]), et un paramètre des couples des contraintes adimensionné, $\tilde{\ell} = 0.1$ qui correspond une petite longueur adimensionnée relative de la chaîne moléculaire des additifs améliorant la qualité des lubrifiant et $\tilde{\ell} = 0.4$ qui correspond une grande longueur adimensionnée relative de la chaîne moléculaire des additifs.

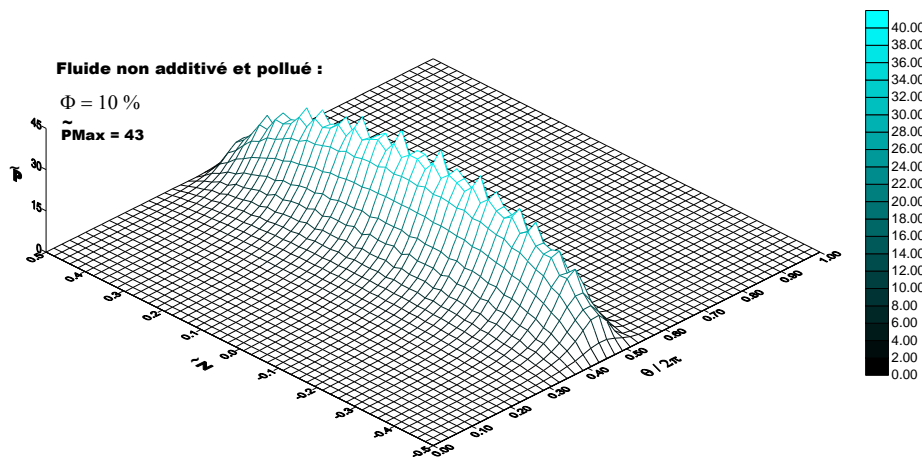
On observe une augmentation du pic de pression maximale dans le film avec l'augmentation de concentration volumique des particules solides rigides (Φ) dans le fluide lubrifiant. Cette augmentation du pic de pression maximale est due à l'augmentation de la viscosité effective de mélange (huile lubrifiante + particules solides) est d'autant importante pour de grande concentration volumique ($\Phi = 40\%$) par rapport au fluide lubrifiant propre sans particules solides ($\Phi = 0\%$) et non additivé (figure IV-6-a et IV-6-c).

En outre, on constate que cette augmentation du pic de pression devient très importante et remarquable dans le cas le fluide devient additivé par des additives à grande chaîne moléculaires ($\tilde{\ell} = 0.4$) par rapport au fluide pollué non additive ($\Phi = 40\%$) (figure IV-6-e, IV-6-c et IV-6-a).

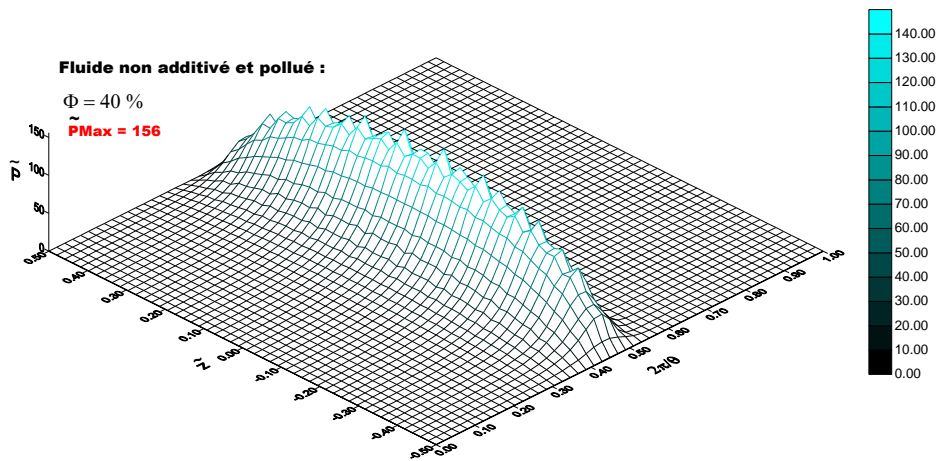
Sachant que, l'augmentation du pic de pression dans le film lubrifiant permet d'améliore la capacité de charge du palier fluide.



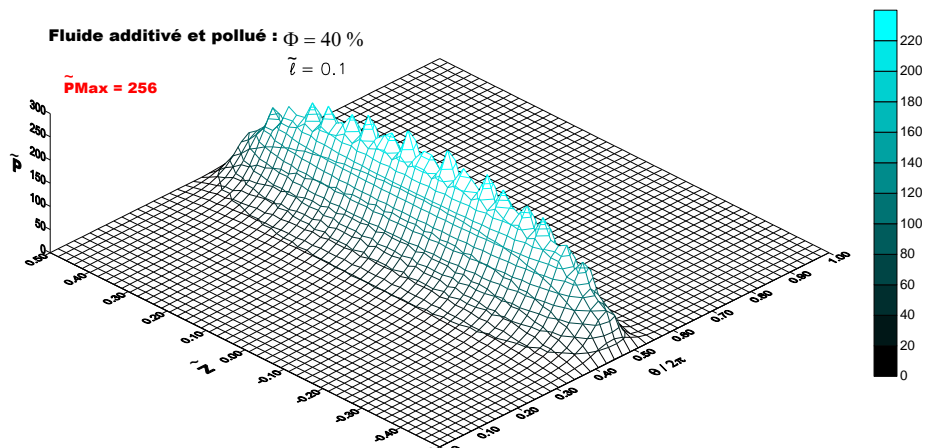
a) *Fluide non additivé ($\tilde{\ell} = 0.0$) et propre ($\Phi = 0\%$)*



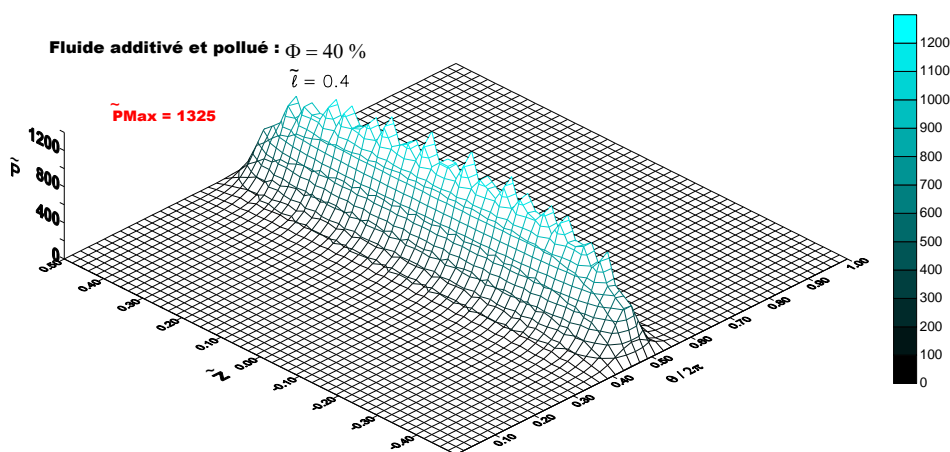
b) *Fluide non additivé ($\tilde{\ell} = 0.0$) et pollué ($\Phi = 10\%$)*



c) *Fluide non additivé ($\tilde{\ell} = 0.0$) et pollué ($\Phi = 40\%$)*



d) Fluide additivé ($\tilde{\ell} = 0.1$) et pollué ($\Phi = 40\%$)



e) Fluide additivé ($\tilde{\ell} = 0.4$) et pollué ($\Phi = 40\%$)

Fig.IV-6 : Présentation du champ de pression statique adimensionné en 3D

6.2. EFFETS DES ADDITIVES ET DE LA POLLUTION SOLIDE SUR LES PARAMETRES DE STABILITE DU SYSTEME ROTOR-PALIER : MASSE CRITIQUE ET FREQUENCE DE FOUETTEMENT

A partir des huit coefficients dynamiques obtenus après calcul, les paramètres de stabilité du système rotor-palier sont déterminées et tracées.

Les figures de IV-7 au IV-10 présentent les variations de la masse critique et de la fréquence de fouettement (*paramètre de stabilité*) en fonction de l'excentricité relative statique pour différents du fluide lubrifiant :

a) palier lubrifié par fluide sans additives ($\tilde{\ell} = 0.0$) et propre ($\Phi = 0\%$) (*fluide newtonien sans particules solides*), et palier lubrifié par fluide sans additives ($\tilde{\ell} = 0.0$) et pollué ($\Phi = 10\%$, 30% et 40%), pour pouvoir montrer l'influence de la pollution solide sur les paramètre de stabilité du système rotor-paliers des machines tournantes ;

b) palier lubrifié par fluide additives ($\tilde{\ell}=0.1$ et 0.4) et pollué ($\Phi = 10\%$ et 40%), pour pouvoir connaître l'impact des additives améliorant la qualité des huiles lubrifiantes sur la diminution de l'influence de la pollution solides sur les paramètres de stabilité du système rotor-paliers des machines tournantes.

Les figures IV-7 et IV-9 montrent clairement que la présence de la pollution solide dans le lubrifiant diminue sensiblement la stabilité du système rotor-palier comparativement au palier lubrifié par fluide propre (*fluide sans particules solides*). Cette diminution est d'autant plus importante pour une forte concentration de la présence de la pollution solide ($\Phi = 40\%$) dans le fluide lubrifiant.

L'ajout des additives aux huiles lubrifiantes permet de diminuer les effets de la présence de la pollution solide sur les paramètres de stabilité du système rotor-palier comparativement au palier lubrifié par fluide non additivé et pollué (*figures IV-8 et IV-10*).

Cette diminution devient remarquable et importante pour des additives à longueur chaînes moléculaires ($\tilde{\ell}=0.4$), surtout pour les faible et moins forte concentration de la pollution solide dans les fluides lubrifiants (*figures IV-8-a et IV-10-b*).

En conséquence, le palier lubrifié par fluide additivé et pollué même pour des forte concentrations de la présence de la pollution solides est plus stable que celui lubrifié par un fluide non additivé pollué.

On peut conclure que l'utilisation des huiles lubrifiantes de bonne qualité (*huiles additivées*) permettra de prolonger la durabilité des huiles lubrifiantes et améliorer les performances des systèmes rotor-palier des machines tournantes comparativement au huiles non additivé (*fluide sans additives*) voire même dont la présence de la pollution.

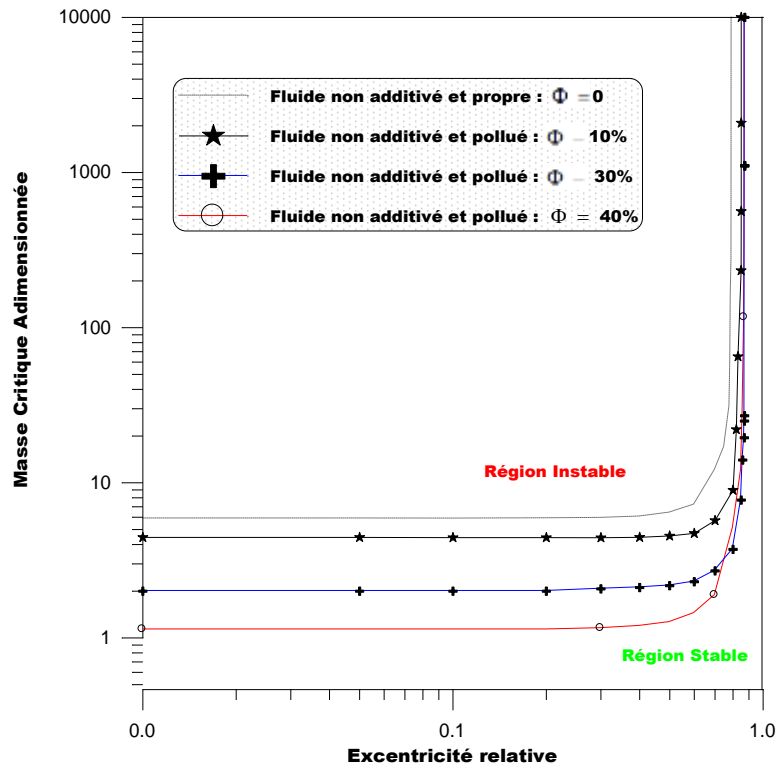
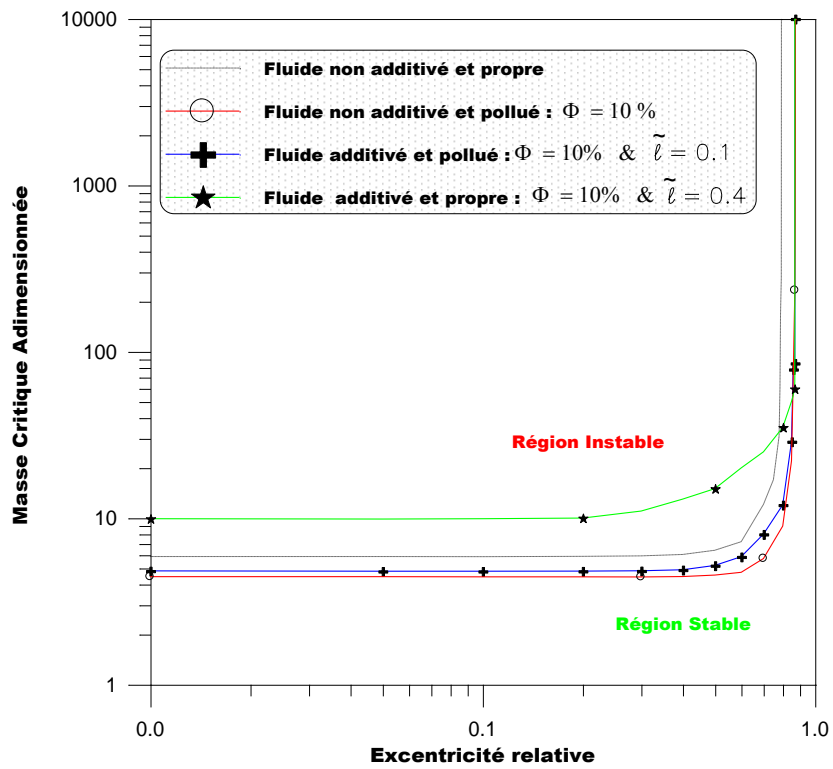
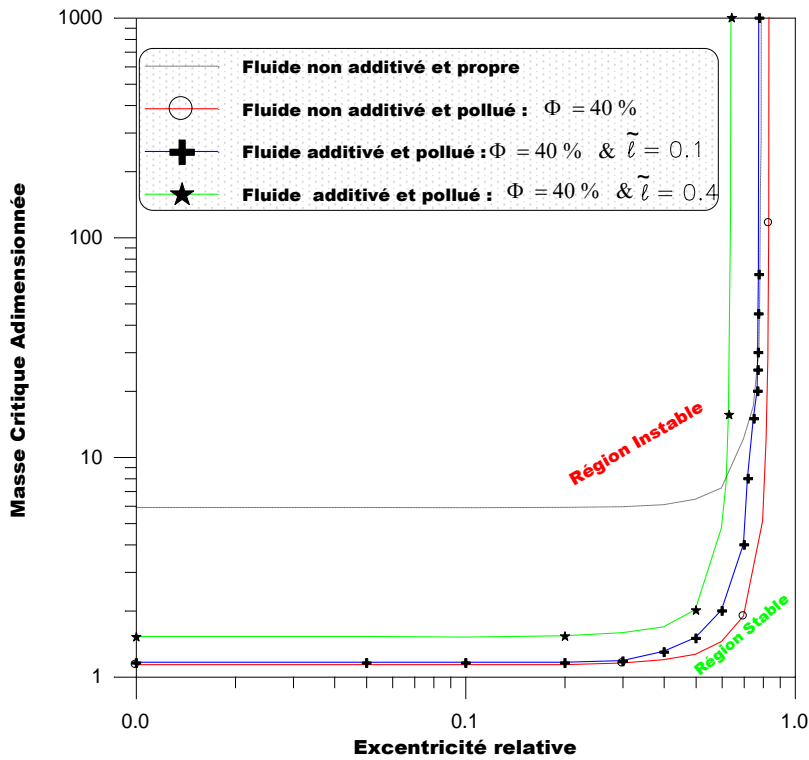


Fig.IV-7 : Variations de la masse critique adimensionnée en fonction de l'excentricité relative statique pour différente concentration volumique de la pollution



a) faible concentration volumique de la pollution : $\Phi = 10\%$



b) forte concentration volumique de la pollution : $\Phi = 40\%$

Fig.IV-8 : Variations de la masse critique adimensionnée en fonction de l'excentricité relative statique pour différents type du fluide lubrifiant

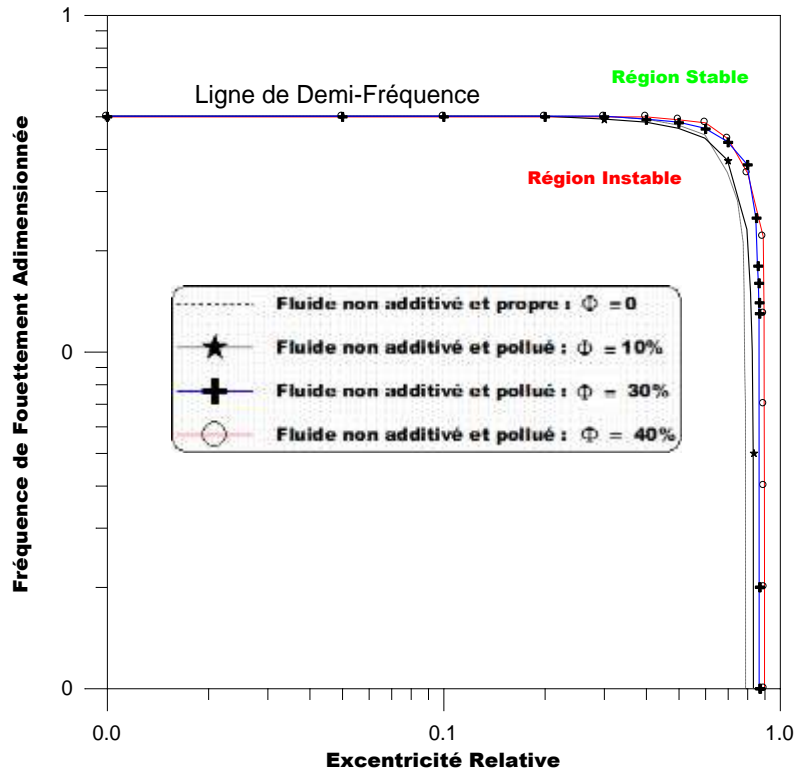
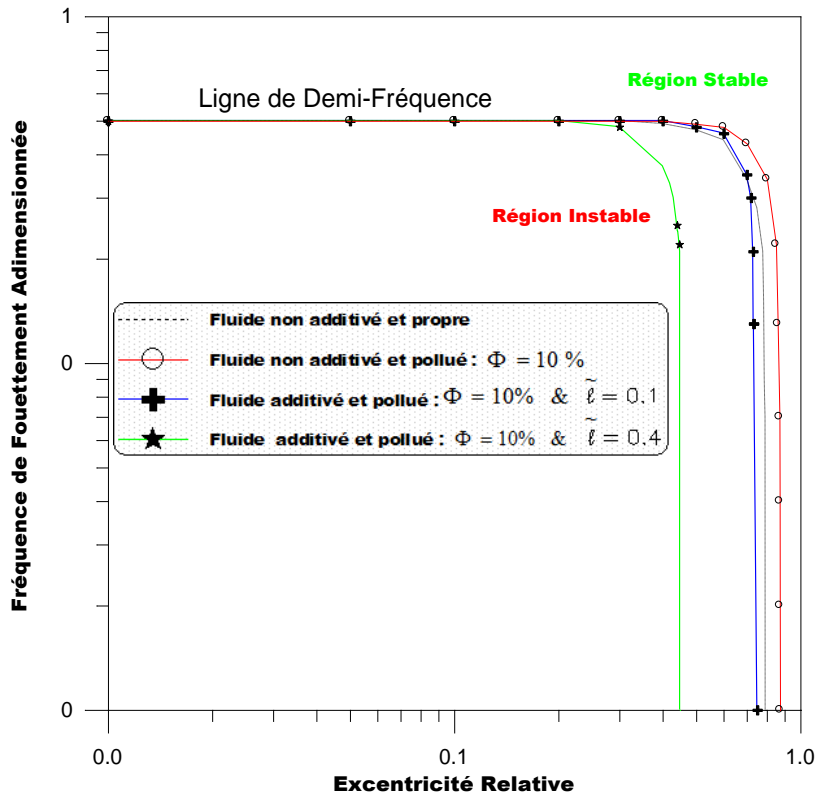
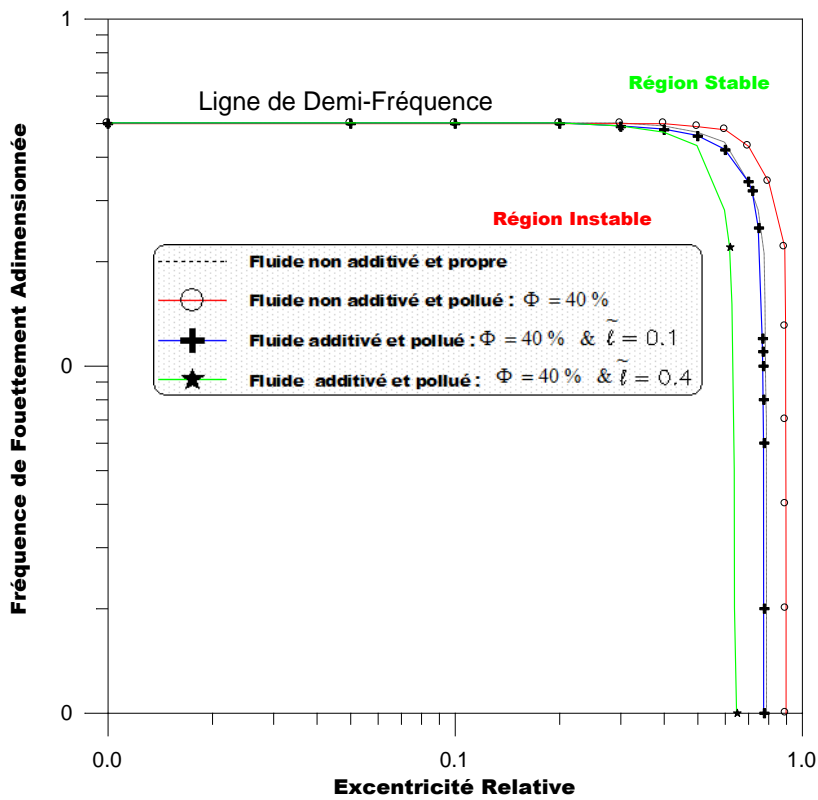


Fig.IV-9 : Variations de la fréquence de fouettement adimensionnée en fonction de l'excentricité relative pour différente concentration volumique de la pollution



a) faible concentration volumique de la pollution : $\Phi = 10\%$



b) forte concentration volumique de la pollution : $\Phi = 40\%$

Fig.IV-10 : Variations de la fréquence de fouettement adimensionnée en fonction de l'excentricité relative statique pour différents type du fluide lubrifiant

7-CONCLUSION

Dans ce chapitre, on a réalisé une étude théorique et numérique sur les effets des additifs améliorant la qualité des huiles lubrifiantes sur le comportement dynamique linéaire des paliers hydrodynamiques (*paramètre de stabilité : masse critique et fréquence de fouettement*) lubrifiés par des huiles polluée par des particules solides (*huile polluée ou contaminée par des particules solides dues à l'usure des surfaces*).

L'étude paramétrique menée dans ce présent chapitre a nous conduit de mettre en évidence d'une part, les effets non négligeables de la présence de la pollution solides dans une huile lubrifiants qui permet d'augmenter le pic de pression dans le film lubrifiant du palier due à l'augmentation de la viscosité effective de mélange (*huile lubrifiante + particules solides*) et de diminuer sensiblement la stabilité du système rotor-palier comparativement au palier lubrifié par fluide propre (*fluide sans particules solides*). En conséquence, le palier lubrifié par une huile polluée même pour des faibles concentrations volumique de la pollution solides est instable que celui lubrifié par une huile propre.

D'autre part, l'étude paramétrique a montré que l'ajout des additives améliorant la viscosité l'huile lubrifiante permet de diminuer les effets de la présence de la pollution solide sur la stabilité du système rotor-palier des machines tournantes. En conséquence, le palier lubrifié par une huile additivée et pollué même pour des forte concentrations de la présence de la pollution solides est plus stable que celui lubrifié par une huile non additivé et propre.

On peut conclure, pour prolonger la durabilité des huiles lubrifiantes et améliorer les performances des organes des machines tournantes, il faut utiliser des huiles de bonne qualité (*huiles additivées : huiles semi synthétique ou synthétiques*) qui sont plus stable par nature et se polluent moins rapidement au lieu d'utiliser des huiles non additivées (*huiles classiques*) moins chère que les huiles semi synthétique ou synthétiques (*huiles additivés*).

- *Conclusion Générale*

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

Au cours des dernières années, il y'a un fort besoin de créer des conditions favorables de fonctionnement des machines tournantes pour réduire les pertes de puissance et éviter le dysfonctionnement des machines, afin d'augmenter leur rendement et prolonger leur durée de vie.

Au cours du fonctionnement, la plupart des organes de guidage et de support des machines tournantes sont endommagés par la présence de la pollution solide contenue dans les fluides lubrifiants. En effet, l'intensité de la détérioration des organes machines tournantes dépend essentiellement du type de polluant, de la taille et du nombre des particules présentes entre les surfaces en contact et de la pression du contact.

Notre travail a été consacré à la prédiction des effets des additifs améliorant la qualité des huiles lubrifiantes sur le comportement dynamique linéaire des paliers hydrodynamiques lubrifiés par des huiles polluée par des particules solides (lubrifiant pollué ou contaminé par des particules solides dues à l'usure des surfaces de contact surtout pendant la phase de rodage des organes d'une machine tournante), afin de pouvoir connaître l'influence des additives des huiles lubrifiantes sur la diminution des effets de concentration volumique de la pollution solide dans les paliers hydrodynamiques.

L'étude paramétrique réalisée a nous conduit de mettre en évidence d'une part, les effets non négligeables de la présence de la pollution solides dans une huile lubrifiants qui permet d'augmenter le pic de pression dans le film lubrifiant du palier qui due à l'augmentation de la viscosité effective de mélange (huile lubrifiante + particules solides) et de diminuer sensiblement la stabilité du système rotor-palier comparativement au palier lubrifié par fluide propre (*fluide sans particules solides*). En conséquence, la contamination solide des huiles lubrifiantes peut entraîner une perturbation importante du système rotor-paliers des machines tournantes même pour des faibles concentrations de la présence de la pollution solides comparativement une huile propre.

D'autre part, cette étude paramétrique a montré que l'ajout des additives améliorant la qualité des huiles lubrifiantes conduit de diminuer sensiblement les effets de la présence de la pollution solide sur la stabilité du système rotor-palier des machines tournantes. En conséquence, le palier lubrifié par une huile additivée et pollué même pour des forte concentrations de la présence de la pollution solides est plus stable que celui lubrifié par une huile non additivé et propre.

On peut conclure, pour prolonger la durabilité des huiles lubrifiantes et améliorer les performances des organes des machines tournantes, il faut utiliser des huiles de bonne qualité (*huiles additivées : huiles semi synthétique ou synthétiques*) qui sont plus stable par nature et se polluent moins rapidement au lieu d'utiliser des huiles non additivées (*huiles classiques*) malgré sont moins chère que les huiles semi synthétique ou synthétiques.

Les prolongements possibles de ce travail :

- Etude de l'influence des effets des additifs sur la présence de la pollution solide dans les huiles lubrifiantes des paliers hydrodynamiques : Analyse dynamique non linéaire.
- Etude de l'influence des effets des additifs sur la présence de la pollution solide dans les huiles lubrifiantes des paliers hydrodynamiques : Analyse thermo hydrodynamique.

Annexe

MODELES RHEOLOGIQUES DES LOIS DU COMPORTEMENT DES HUILES LUBRIFIANTES POLLUEES PAR DES PARTICULES SOLIDES

La plus simple de ces lois de comportement rhéologique, qui présente le plus grand intérêt en lubrification est celle du fluide newtonien (fluide propre : fluide sans additifs et pollution), qui ne fait intervenir que la viscosité dynamique (μ) donnant une relation rhéologique linéaire entre les contraintes de cisaillement et le gradient de vitesse, en lubrification et plus particulièrement en film mince (figure II.1) où seulement les contraintes de cisaillement τ_{xy} et τ_{zy} sont prises en compte, les lois constitutives d'un fluide newtonien isovisqueux s'écrivent alors [11 12] :

$$\begin{cases} \tau_{xy} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ \tau_{zy} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) \end{cases} \quad (\text{a-1})$$

Où,

μ : viscosité dynamique du fluide lubrifiant

u et w : composantes du vecteur vitesse d'écoulement d'une particule fluide selon l'axe x et z

τ_{xy} et τ_{zy} : contraintes de cisaillement.

Dans le cas général, pour un fluide newtonien, la relation qui lie le tenseur de contraintes (σ_{ij}) au tenseur de taux de déformation (D_{ij}) s'écrit :

$$\sigma_{ij} = (-p + \lambda\theta)\delta_{ij} + 2\mu D_{ij} \quad (\text{a-2})$$

Avec,

p : pression dans le fluide

D_{ij} : tenseur de taux de déformation, ($D_{ij} = 1/2(u_{ij} + u_{ji})$)

θ : taux de dilation cubique, ($\theta = D_{kk}$)

δ_{ij} : symbole de Kronecker

λ et μ : coefficients de Navier.

Pour un fluide incompressible ($\theta = 0$), le second coefficient de viscosité λ n'intervient plus.

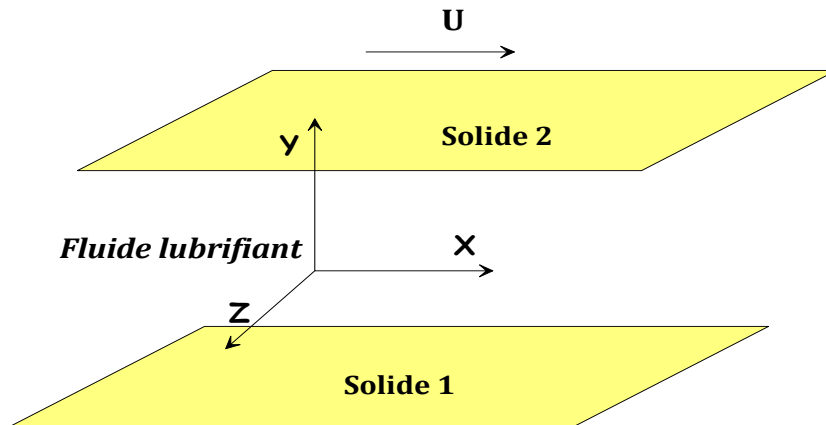


Fig. a-1 : Schéma du contact lubrifié

La présence de la pollution solide comme suspension diluée des particules solides dans un solvant par exemples lubrifiant pollué ou contaminé par sable, poussières ou des particules solides dues à l'usure des surfaces de contact dans un solvant newtonien permet de modifier la viscosité de fluides [11 12], ainsi leur écoulement ne peut pas être décrit par la théorie des milieux continus classique (a-2) qui néglige la taille des particules fluides (figure a-2).

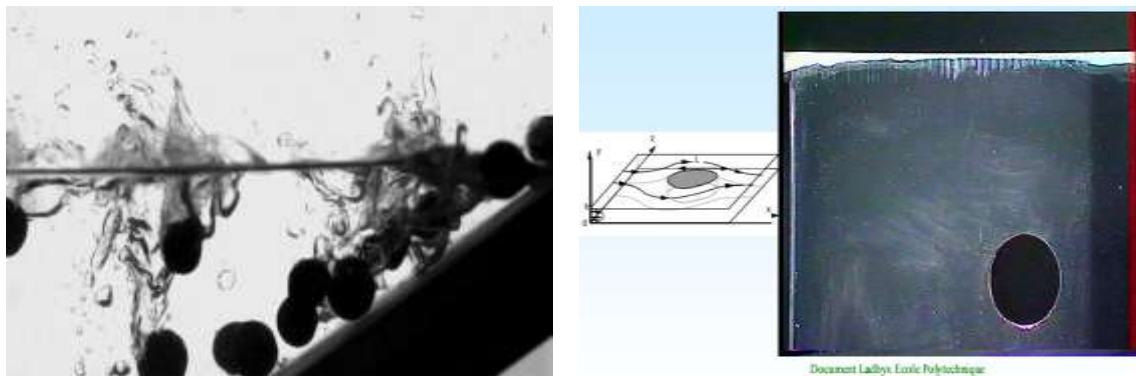


Fig. a-2 : Photo graphique d'écoulement d'une huile lubrifiante avec des particules solides de forme sphériques entre deux plaques très proche

2 - Théorie de suspension des particules sphériques solides dans un solvant

La méthode la plus simple pour décrire la structure des fluides avec des suspensions diluées de particules solides ou fluide pollué ou contaminé par des particules solides dues à l'usure des surfaces de contact (arrachement des particules solides des surfaces de contacts surtout pendant la phase de rodage des organes d'un mécanisme) dans un solvant est de voir celui-ci comme une suspension des particules rigides de forme sphères dans un solvant newtonien (figure a-3), la loi de comportement rhéologique du fluide newtonien (a-1) reste la même, seulement la valeur de la viscosité effective du fluide change ; il s'agit de la théorie des suspensions diluées [11 12] dont les prémices remontent à 1960 avec les résultats d'Einstein, qui furent ensuite largement repris et modifiés.

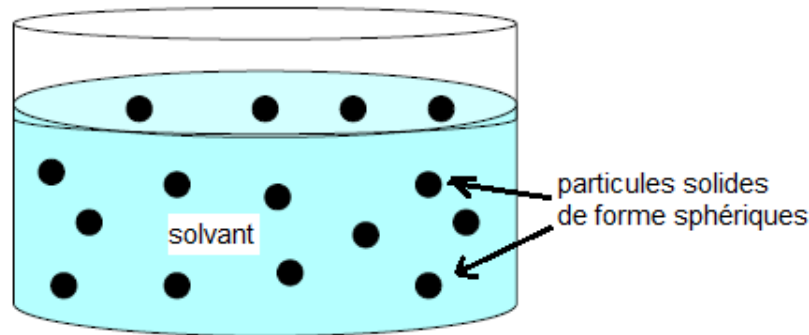


Fig.a-3 : Suspension des particules solides de forme sphères dans un solvant (théorie des suspensions diluées de particules solides)

2-1. Les modèles de suspensions des sphères rigides dans un solvant

a) Modèle d'Einstein

Les travaux d'Einstein en rhéologie portent sur les suspensions très diluées (faible concentration) de sphères rigides, de concentration volumique (Φ), dans un solvant newtonien de viscosité dynamique (μ_s). Einstein fut le premier à calculer l'évolution de la viscosité effective d'un fluide avec la suspension diluée des particules solides en fonction de la fraction volumique des solides (effet de concentration volumique). Il propose la formule valable pour tout type d'écoulement des fluides pour une faible concentration volumique [11 12] :

$$\mu = \mu_s (1 + 2.5 \times \Phi) \quad (\text{a-3})$$

Où,

μ : viscosité effective du fluide lubrifiant

μ_s : viscosité du solvant

Φ : concentration volumique des particules solides dans le solvant

Notant que la formule d'Einstein valable pour tout type d'écoulement des fluides pour une faible concentration volumique ($\Phi \leq 15\%$) [15 16].

b) Modèle de Batchelor et Green

En 1972, Batchelor et Green, ajoutent à la formule d'Einstein un terme quadratique, pour tenir compte du mouvement brownien des particules, la formule Einstein (II-3) devient [11 12] :

$$\mu = \mu_s (1 + 2.5 \times \Phi + 6.2 \times \Phi^2) \quad (\text{a-4})$$

Notant que, cette formule valable pour une concentration volumique : $\Phi \leq 30\%$ [15 16].

c) Modèle de Ball et Richmond

En 1980, Ball et Richmond modifient le modèle de Batchelor et Green, en faisant intervenir une concentration maximale admissible ($\Phi_m \approx 0.64$ pour particules sphériques solides dans le solvant) [11 12] :

$$\mu = \mu_s \left(1 - \frac{\Phi}{\Phi_m} \right)^{-2.5 \times \Phi_m} \quad (\text{a-5})$$

Notant que cette formule valable pour une concentration volumique, $\Phi \leq 45\%$ [15].

d) Modèle de Phan-Thien et Pham

Phan-Thien et Pham, en 1987 proposent une expression plus complexe de la viscosité effective des fluides avec des suspensions diluées des particules solides, donnée par la formule suivante [11 12] :

$$\mu = \mu_s (1 - \Phi)^{-2.5} \quad (\text{a-II-6})$$

La figure ci-dessous (*figure a-4*) présente une comparaison de l'évolution de la viscosité effective (μ) d'un fluide avec la variation de la concentration volumique (Φ) des particules solide pour différents modèles rhéologiques et résultats expérimentaux de Thomas obtenus pour une suspension des particules rigides de forme sphérique dans un solvant newtonien a divers taux de concentration volumique [15].

Les résultats ont permis de mettre en évidence d'une part l'influence de la concentration volumique des particules solides en suspension dans un fluide sur sa viscosité effective et d'autre part l'intérêt de chaque modèle rhéologique proposé et sa plage d'application, par exemple, le modèle d'Einstein est utilisé pour une faible concentration volumique ($\Phi \leq 15\%$) au-delà de cette concentration ce modèle perd son efficacité, le modèle Batchelor et Green est valable pour des concentration volumique $\Phi \leq 30\%$ et le modèle Ball & Richmond est valable pour des forte concentration volumique $\Phi \leq 45\%$.

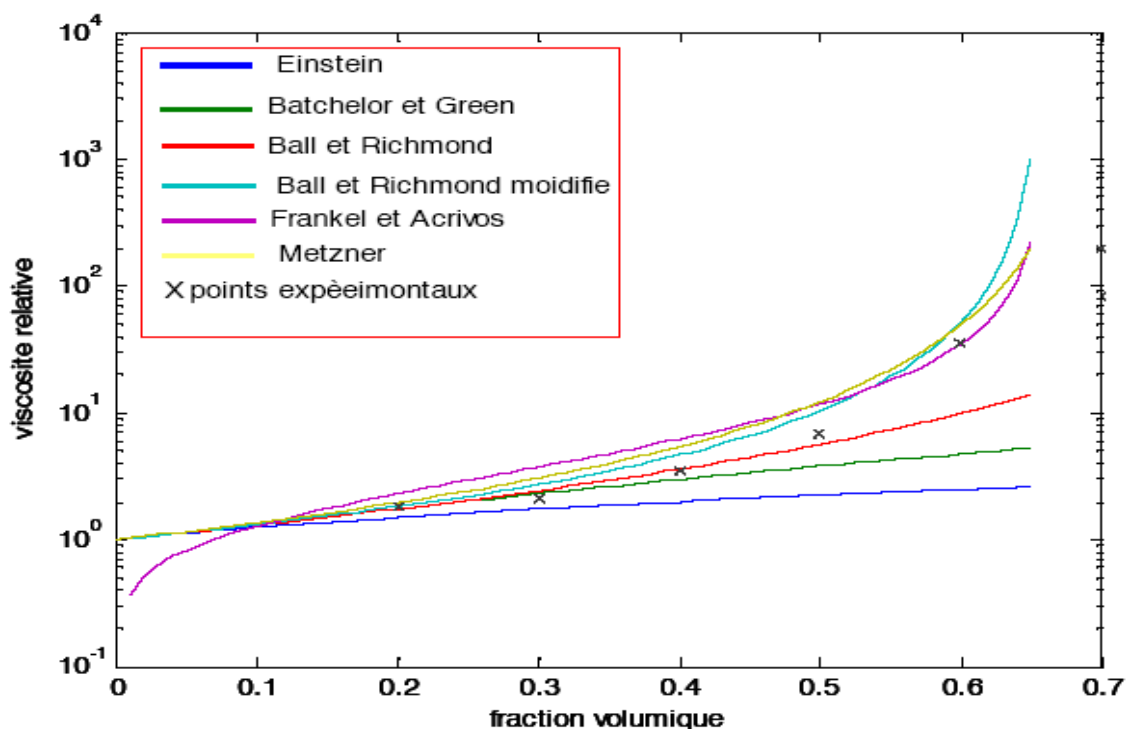


Fig.a-4 : Influence de la concentration en particules sphériques sur la viscosité effective d'un fluide : comparaison de divers modèles et résultats expérimentaux [15].

REFERENCES BIBLIOGRAPHIES

- [1] K. Holmberg, P. Andersson, and A. Erdemir, *Global energy consumption due to friction in passenger cars*, *Tribology International*, 47, p 221-234, 2012.
- [2] Henry Clémentçon. *Abc du graissage. Technical report, Castrol (Switzerland) AG*, 2009.
- [3] Nicolas D., *Etude du Glissement dans les roulements à billes grandes vitesses, Le turbomachine influence de la pollution du lubrifiant*, thèse de Docteur Ingénieur, Institut National des sciences appliquées de Lyon, 1989.
- [4] Ville F., *pollution solide des lubrifiants, indentation et fatigue des surfaces*, thèse de Docteur Ingénieur, Institut National des sciences appliquées de Lyon, 1998.
- [5] *Failure cause analysis, turbine bearing systems, Phase I Development of data collection*, EPRI ISOL-SY, Summer Rep., 1981.
- [6] McKee S. A., *Effect of abrasive in lubricant*, *SAE Trans.*, 22, 73-77, 1927.
- [7] Hunt T. M., *Handbook of Wear Debris Analysis and Particle Detection in Liquids*, London, Elsevier Applied Science, pp.488, 1993.
- [8] Akil E. S. Y., *La Méthode Ferro graphique, Morphologique, Avaries. Etude de la Séparation Morphologique des Particules dans un Contact Hertzien Lubrifié. Application aux Mécanismes d'Avaries*, I. N. S. A. de Lyon et Université Lyon I, 1983.
- [9] Akil E. Y., Khalifa S. E., Flamand L. et Berthe D., *Investigation of Wear Debris Associated with Different Stages of Operation in EHD Contact*, Second A.S.A.T. Conference, Cairo, pp.671-687, 1987.
- [10] Stokes V. K., *Couple stresses in fluids, the physics fluids*, 1966, 9, 1709-1715.
- [11] Tanner Roger I, *Engineering Rheology*, Oxford Engineering Science Series, 2nd Edition, 2000.
- [12] R. B. Bird, R. C. Armstrong and O. Hassager, *Dynamics of polymeric liquids*, Fluid Mechanics, John Wiley & Sons Edition, Volume 1, 1987.
- [13] H. Boucherit, B. BOU-SAÏD, M. LAHMAR, " *The Effect Solid Particle Lubricant Contamination on the Dynamic Behavior of Compliant Journal Bearings* ", *Journal of Lubrication Science*, Volume 29, Issue 7, pp. 425-439, November 2017, John Wiley Editor, 2017.
- [14] Nicolas N., *Les paliers hydrodynamiques soumis à un torseur de forces quelconque*, Thèse de Docteur Ingénieur, Lyon, 1972.
- [15] Thomas D.G., *Transport characteristics of suspension : a note on the viscosity of newtonian suspensions of uniform spherical particles*, *J. Colloid Sci*, (20) :267-277, 1965.
- [16] Trung Kien Luu, *Upscaling approach to the rheological behavior of a suspension of particles in a yield stress fluid*, *Engineering Sciences. Ecole des Ponts Paris Tech*, 2009.
- [17] H. Boucherit, M. Lahmar, B. Bou-Saïd, *Misalignment effects on steady-state and dynamic behaviour of compliant journal bearings lubricated with couple stress fluids*, *Journal of Lubrication Science*, John Wiley Editor, 20 (2008) 241-268.
- [18] B.L., Newkirk, et L.P., Grobel, *Oil-film whirl-A nonwhirling bearing*, *Tans. Am. Soc. Mech. Engrs*, 59, 607, 1934.

- [19] . A. C., Hagg, *The influence of oil-film journal bearings on the stability of rotating machines*, *JAM* 13, T. 68, A-211-20, 14, 69, A-77-8, 1947.
- [20] . J. P., Den Hartog, *Vibrations mécaniques*, Dunod, Paris, 1960.

RESUME

Le travail théorique et numérique proposé vise à prédire les effets des additifs (polymères) améliorant la qualité des huiles lubrifiantes sur le comportement dynamique linéaire des paliers hydrodynamiques lubrifiés par des huiles polluées par des particules solides (lubrifiant pollué ou contaminé par des particules solides dues à l'usure des surfaces de contact).

La présence des additifs dans les huiles lubrifiantes rend le comportement rhéologique du lubrifiant non newtonien, l'étude de l'écoulement de ce type de fluides est basée sur l'application de la théorie des milieux continus de Vijay Kumar Stokes. Le modèle simple de Ball et Richmond est retenu pour prendre en considération de la présence de la pollution due à l'existence des particules solides dans les huiles lubrifiantes.

La méthode de perturbation est utilisée pour la prédiction des huit coefficients dynamiques de raideurs et d'amortissements du système rotor-palier. L'équation de Reynolds modifiée est transformée en un système de trois équations aux dérivées partielles du second ordre. Les équations du système sont discrétisées par la méthode des différences finies centrées. Le système des équations algébriques obtenu est résolu à l'aide de processus itératif de Gauss-Seidel avec coefficient de sur-relaxation.

L'étude paramétrique a montré en évidence d'une part la présence de la pollution solide dans une huile lubrifiante permet d'augmenter le pic de pression dans le film lubrifiant du palier et de diminuer sensiblement la stabilité du système rotor-palier comparativement au palier lubrifié par fluide non additivé et pollué. D'autre part, l'ajout des additifs améliorant la qualité des huiles lubrifiantes conduit à diminuer sensiblement les effets de la présence de la pollution solide sur la stabilité du système rotor-palier des machines tournantes.

Mots clés : *Huiles polluées, Huiles additivées, Lubrification EHD, Paliers hydrodynamiques, Théorie de V.K Stokes, Equation de Reynolds Modifiée.*