



050

Mémoire de Magister

Présenté à l'université de Guelma
Faculté des sciences et de l'ingénierie

Département : Génie électrique
Spécialité : Signaux et images

Présenté par : ZENKOUFI Samir

Filtrage sphérique

Sous la direction du Docteur : KACHI Djemaa

JURY

Président :

BOUKROUCHE Abdelhani MC université de Guelma

Examineurs :

DOGHMANE Nouredine Pr Université de Annaba
TEBBIKH Hicham Pr Université de Guelma

Membre Invité :

DOGHMANE Hakim CC Université de Guelma



ملخص المذكرة

في هذه المذكرة تطرقنا الى مشاكل معالجة الصور متعددة الاتجاهات بحيث هذه الاخيرة لا يمكن تصفيتها بواسطة الطرق الكلاسيكية المطبقة على الصور ثنائية البعد النوع لقد قمنا بعرض بنورا ما حول الحلول الرياضية, الوسائل و الطرق المستعملة من معالجة هذا من الصور .

يعتبر مصفي قرين حلا مباشرا لمعادلة الانتشار بالنسبة للكرة ولذلك يمكن اختياره كمصفاة لمعالجة الصور الكروية

انطلاقا من المعادلة ثنائية البعد للمصفي وينارتوصلنا الى المعادلة الكروية ومن اجل تقييم فعالية المصفاة قمنا باستعمال وحساب عبارة الاسنار قبل وبعد التصفية. ان القيمة المحصل عليها من مختلف الصور تيرهن فعالية هذا المصفي في الحد من ثلوث الصورة. من خلال الصور المحصل عليها يمكن القول ان المصفي يستجيب لشروط المطلوبة من حيث ران و ايضا وعدم تعلقه بموضع المصفاة حولة الكرة ثباته عند الدو

ويمكن الاشارة ان مصفاة وينار اكثر فعالية من مصفاة قرين خاصة عند الاهتمام بتقصي وتتبع الحدود

Summary

In this manuscript, we are interested in the problem of the omnidirectional image processing. Those display significant geometrical distortions, cannot be treated by the traditional filters developed for the plane images.

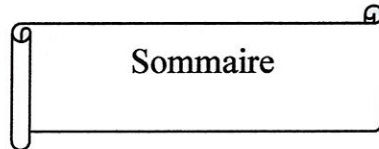
We presented a panorama on the mathematical tools and the methods to treat these spherical images.

The filter of Green is the direct solution of the equation of diffusion on the sphere; it is thus selected like kernel to design the spherical filters and is largely used for the treatment of these images. On the basis of the version 2d of the filter of Wiener, we developed the spherical version of this filter.

To evaluate the performances of the Wiener's filter, we used criterion SNR calculated between the images before and after filtering.

The SNR obtained for various types of the images (synthesis and real) proves the effectiveness of this filter for the reduction in the effect of the noise. The filter is invariant by rotation, and the results are thus independent of the position of the filter on the sphere.

We also noted that the filter of Wiener is relatively better, if we want to analyze parts of the images with a precision for the detection of contour.



CHAPITRE I : VISION PANORAMIQUE

INTRODUCTION	3
2. LA VISION ARTIFICIELLE	3
3. LA VISION OMNIDIRECTIONNELLE	4
4. CAMERAS OMNIDIRECTIONNELLES	6
5. UTILISATION D'IMAGES MULTIPLES	6
5.1. GENERATION D'IMAGES PANORAMIQUES PAR ROTATION D'UNE CAMERA	6
5.2. GENERATION D'IMAGES PANORAMIQUES A PARTIR DE PLUSIEURS CAMERAS	7
5.3. UTILISATION D'OBJECTIFS SPECIAUX	8
6. UTILISATION DES MIROIRS CONVEXES	9
6.1. NOTION DE CENTRE DE PROJECTION	9
7. COMPARAISON DES MIROIRS	11
7.1. MIROIR SPHERIQUE	12
7.1. a .AVANTAGES :	13
7.1. b. INCONVENIENTS :	13
7.2. MIROIR CONIQUE	14
7.2.a. AVANTAGES :	14
7.3. MIROIR HYPERBOLIQUE	15
7.3.a .AVANTAGES	15
7.3. b.INCONVENIENTS :	15
7.4. MIROIR PARABOLYQUE	16
7.4.a. AVANTAGES :	16
7.4. b.INCONVENIENTS :	16
7.5. MIROIR PARABOLIQUE + MIROIR SPHERIQUE	16
7.5. a.AVANTAGES :	17
7.5. b.INCONVENIENTS	17

8.1.MODELISATION DUNE CAMERA PERSPECTIVE	18
8.1.b. PROJECTION PERSPECTIVE	19
8.1. c. TRANSFORMATION CAMERA /IMAGE	20
8.2. LES PARAMETRES INTRINSEQUES	21
8.3. PROJECTION ORTHOGRAPHIQUE	22
8.3. FORMATION DES IMAGES OMNI AVEC MIROIR PARABOLIQUE	23
8.3.a. EQUATION FONDAMENTALE DES CAMERAS CATADIOPTRIQUE A POINT DE VUE UNIQUE	23
9. Conclusions	26
CHAPITRE II :TRAITEMENT DES IMAGES SPHERIQUES	
I. INTRODUCTION	27
2. OUTIS MATHEMATIQUES	28
2.1. LINVARIANCE PAR RAPPORT A LA ROTATION	31
3. LE LISSAGE DE NOYAUX SUR LA SPHERE	35
3.1. DIFFUSION SPHERIQUE	36
3.2. DIFFUSION SPHERIQUE PAR LA CONVOLUTION	36
3.2.a.LA CONVOLUTION SUR LA SPHERE	37
3.3.2. LE NOYAU DE GAUSS	41
3.3.3. LA FORME SPHERIQUE DU FILTRE DE WIENER	41
4. CONCLUSION	44
CHAPITRE III : RESULTATS	
LA PREMIERE PARTIE	45
Le filtre de Green	45
II.LA DEUXIEME PARTIE	59
II.2. Le filtre de winer	59
CONCLUSION GENERALE	71

Les images naturelles issues d'un capteur omnidirectionnel catadioptrique présentent des anamorphoses importantes. L'analyse ou le filtrage de ces images par des méthodes classiques produisent des résultats erronés parce que leur principe s'appuie sur le fait que la projection d'un objet sur une image est invariante par translation tant que la distance de l'objet au point de vue est constante. Cette propriété n'est pas vérifiée pour les images omnidirectionnelles.

La plupart des travaux portant sur l'analyse des images omnidirectionnelles utilisent des opérateurs classiques de filtrage. Ces opérateurs exploitent généralement les propriétés projectives des images conventionnelles. Lorsqu'il s'agit d'images omnidirectionnelles l'anamorphose produite par le miroir (ou la lentille) ne permet plus de s'appuyer sur les propriétés projectives du système. Tout se passe en fait comme si, à chaque point de l'image, correspond un axe optique différent. Concernant les images omnidirectionnelles à point de vue unique, il est possible de se ramener au cas classique en désanamorphosant l'image. Cependant, la désanamorphose fait intervenir des opérations de filtrage et d'interpolation qui modifient l'information véhiculée par l'image. De plus, pour que le calcul soit correct en tout point de l'image omnidirectionnelle, il faudrait effectuer une désanamorphose locale de l'image autour de chacun de ses pixels ce qui alourdirait considérablement la charge de calcul du processus et rendrait difficile l'application d'un traitement uniforme sur toute l'image originale.

Et pour cela Daniilidis et Geyer ont proposé une approche d'adaptation des opérations de filtrage aux images omnidirectionnelles. La proposition est la suivante : plutôt que de travailler dans l'espace de l'image omnidirectionnelle, il semble préférable de projeter le plan image dans un espace où l'information est peu déformée par rapport à la réalité dont elle est la projection. Leur choix se s'est naturellement porté sur la demi sphère utilisée dans leur modèle (figure 1). La projection proposée respecte totalement l'information au sens où les valeurs d'illumination ne sont ni interpolées ni filtrées.

Le coût de ce choix est évidemment que les points projetés ne sont pas régulièrement répartis sur la sphère. Les auteurs définissent alors des noyaux dans l'espace des coordonnées sphériques et proposent de réaliser la convolution sur la surface de la sphère. Elle fait intervenir des opérations de convolution dont l'expression semble d'autant plus complexe que les valeurs sur lesquelles sont réalisées les opérations ne sont pas réparties régulièrement sur la sphère tandis que le noyau, lui, reste régulier.

Nous proposons, dans ce mémoire, d'utiliser les propriétés des capteurs omnidirectionnels catadioptriques à point de vue unique pour adapter les opérateurs de filtrage « débruitage » à ce type d'images.

La méthode que nous proposons permet de prendre en compte tant la nature anamorphosée de l'image que l'échantillonnage cartésien produit par la rétine d'une caméra conventionnelle. Elle utilise des noyaux sphériques, définis dans un espace sphérique mieux adapté.

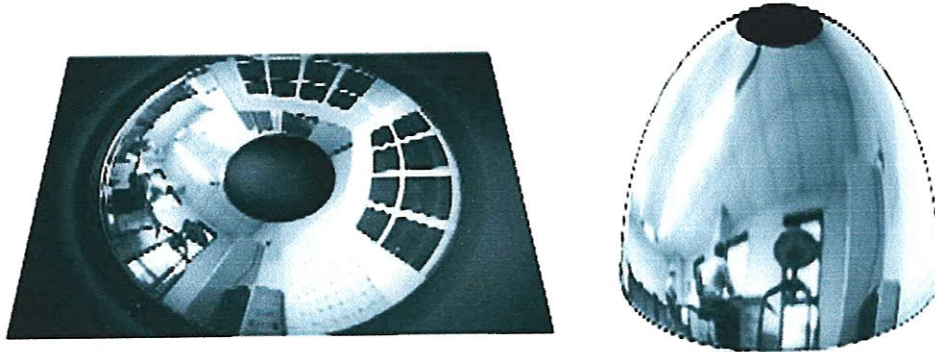


Figure 1 : Projection sur l'hémisphère de Daniilidis et Geyer.

Le mémoire est composé des chapitres suivants :

CHAPITRE1 :

Pour bien comprendre comment obtenir les images omnidirectionnelles on a fait un état de l'art basé sur deux points essentiels :

- La vision panoramique.
- La modélisation et la formation des images omnidirectionnelle.

CHAPITRE2 :

A près la définition de l'image omnidirectionnelle, on a proposé un nouveau filtre sphérique « filtre de Winer » basant sur l'étude suivante :

- Traitement des images sphériques.
- Outils mathématiques.

CHAPITRE3

Et à la fin on a testé notre filtre Winer avec un autre filtre sphérique « Filtre de Green »

- Résultats et commentaire.

CONCLUSION GENERALE.

1. INTRODUCTION

Le terme de vision renvoie à la notion l'image qui'a été de tout temps un mode de représentation et de description de l'environnement pour l'homme, que ce soit au travers de peintures, de gravures ou de photographies. De plus, physiologiquement, la vision est la capacité sensorielle qui semble donner aux êtres vivants le plus d'information sur leur environnement. La vue correspond à l'ensemble des phénomènes qui permettent de former une image précise d'un objet un peu comme un appareil photographique quand il est bien réglé.

La vision est la résultante de la mise en oeuvre de processus complexes qui permettent de traiter des informations visuelles et de les interpréter. L'oeil est constitué d'un organe globuleux (voir figure 1), «le bulbe de l'oeil», logé dans l'orbite. Il est orienté par des muscles et protégé par les paupières dont les mouvements à la surface de l'oeil sont facilités par les sécrétions de diverses glandes lacrymales.

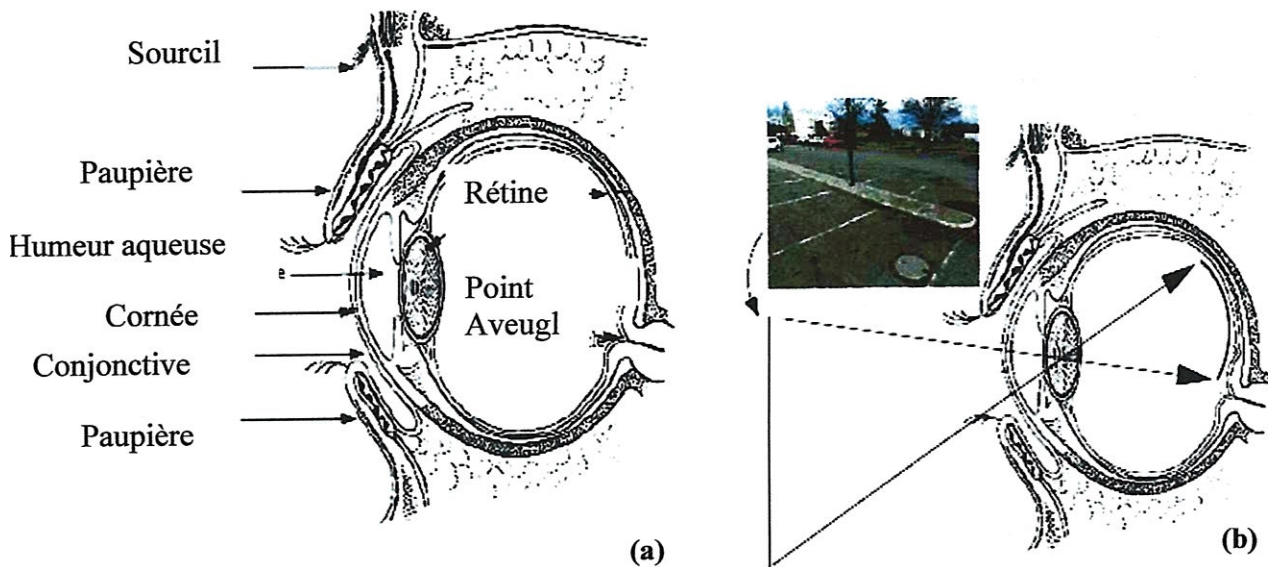


Figure. 1 : (a) Coupe transversale du bulbe de l'œil : représentation des tuniques et des milieux optiques transparents de l'œil.
(b) Progression des rayons lumineux Dans l'œil et formation d'une Image rétinienne.

2. LA VISION ARTIFICIELLE

La vision par ordinateur ou vision artificielle est la dernière née des disciplines relevant des théories de la perception visuelle. Elle est la science qui développe les bases algorithmiques et théoriques grâce auxquelles l'information utile relative à l'environnement peut être automatiquement extraite et analysée à partir d'une image ou d'une séquence d'images. Les premières années de cette nouvelle discipline ont été marquées par un essor important grâce aux débouchés applicatifs multiples et sources de grands challenges scientifiques.

Dans les années 80, David Marr est un des premiers à proposer un cadre véritable d'une approche de la vision d'un point de vue résolument calculatoire. Adoptant les principes de l'approche empirique de la perception visuelle, il pose en préambule que la vision est un processus qui, à partir d'images d'un environnement extérieur à l'observateur, produit une description utile et dépouillée d'informations superflues [1].

La traduction de cette hypothèse conduit à définir le paradigme reconstitutif qui part du principe que le monde possède une structure et donc un certain nombre de régularités qui doivent être extraites pour construire la représentation. Cette approche de la vision artificielle en tant que processus descriptif à bien sûr, comme toute théorie, été contestée. Principalement, les critiques reposent sur la question de la validité de produire une représentation objective d'une scène assez générique pour être utilisable par de multiples tâches visuelles.

L'acquisition d'images est réalisée par l'intermédiaire d'une caméra vidéo dont le signal est numérisé. Une caméra vidéo comprend un système optique composé de lentilles qui forme une projection bidimensionnelle d'une scène de l'environnement observée sur un plan image photosensible (ou rétine). Chaque caméra délivre, à cadence vidéo, une copie de l'image optique reçue par sa rétine électronique, qui est divisée, en abscisse et ordonnée, en un certain nombre de points appelés pixels.

3. LA VISION OMNIDIRECTIONNELLE

Il existe dans la nature une très grande diversité de géométries oculaires, dont certaines nous apparaissent assez ingénieuses (voir figure 2 et table 1).

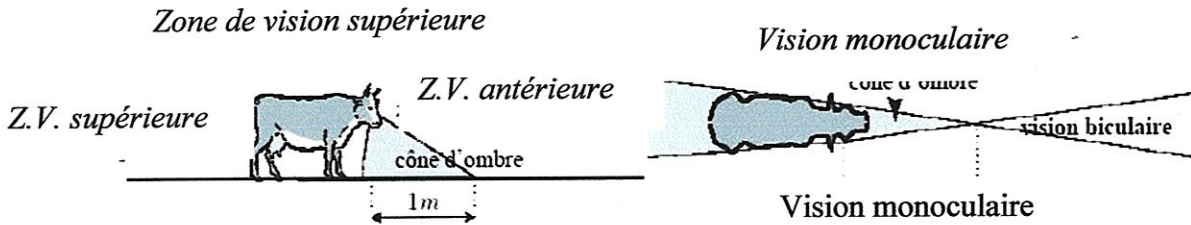


Figure 2 : Champ de vision d'une vache - La résolution de ses capteurs est faible mais son champ de vision est large. Le champ de vision binoculaire se définit comme la zone de superposition des deux champs de vision monoculaires de chaque oeil.

La position latérale des yeux et la pupille de forme rectangulaire confèrent aux bovins une vision panoramique à dominante monoculaire. Un champ de vision de 330°, leur permet de voir tout ce qui se passe autour d'eux sans même bouger la tête. Les herbivores peuvent ainsi détecter plus facilement les prédateurs. Chez les carnivores ou les primates, la position frontale des yeux rend impossible la vision panoramique (tableau 1).

Animal	Champ de vision panoramique	Champ de vision binoculaire
Homme	170°-190°	110°-130°
Chat	250°-280°	100°-130°
Chien	250°-290°	80°-110°
Lapin*	360° ou moins	10°-35°
Cheval*	330°-350°	30°-70°
Bovin*	330°-360°	25°-50°
Mouton	330°-360°	25°-50°
Chèvre	320°-340°	20°-60°

Tableau 1 : Champs de vision de différentes espèces animales.
 Le symbole "*" indique les espèces dont les yeux ont des positions latérales

Ces différentes configurations de vision existantes dans la nature sont toutes parfaitement adaptées à l'animal considéré et à son environnement. Nous trouvons très

importante la question de déterminer la nature du capteur le plus adapté à la navigation d'un robot.

Les caméras omnidirectionnelles permettent au robot d'acquérir une vue de l'environnement sur 360° autour de lui. Elles ont plusieurs avantages par rapport aux caméras conventionnelles: ainsi les amers visibles sont faciles à trouver avec des images omnidirectionnelles car l'angle de vision est beaucoup plus large que dans les caméras conventionnelles, ou les occultations dues à la présence d'un objet particulier n'aveuglent jamais totalement le robot.

4. CAMERAS OMNIDIRECTIONNELLES

Les caméras sont des sources d'information très riches, mais le champ de vue partiel fourni par les objectifs classiques est une limite à leur utilisation. Des applications telle que la surveillance, la réalité virtuelle, la vidéoconférence et bien sûr la navigation des robots autonomes peuvent être grandement améliorées par la disponibilité d'un champ de vue très étendu.

Les approches existantes pour obtenir des images avec large champ de vision peuvent être distinguées selon les trois catégories suivantes :

- Utilisation d'images multiples.
- Utilisation d'objectifs spéciaux.
- Utilisation de miroirs convexes .

Ce qui caractérise ces différentes approches est le compromis entre la résolution de l'image obtenue et la vitesse d'acquisition. L'emploi des images multiples à l'avantage de fournir une grande résolution, mais au prix temps d'acquisition assez long. Avec l'utilisation de miroirs convexes ou d'objectifs spéciaux, l'acquisition des images à la fréquence d'acquisition de la caméra utilisée est possible.

5. UTILISATION D'IMAGES MULTIPLES

Le principe est ici de recomposer une image omnidirectionnelle à partir d'images multiples, en exploitant soit les images produites par la même caméra à différentes positions, soit les images produites par différentes caméras.

5.1. GENERATION D'IMAGES PANORAMIQUES PAR ROTATION D'UNE CAMERA

Dans la littérature, on peut trouver des systèmes qui fournissent des images omnidirectionnelles en utilisant une seule caméra, cette caméra étant montée autour d'un axe vertical à vitesse angulaire constante [2,3,4,5,6].

L'inconvénient de ces systèmes est que le temps d'acquisition est assez long : ils sont plutôt indiqués pour des scènes statiques, et non pour des robots en mouvement (on trouve cependant dans [7] une méthode qui fait l'acquisition rapide d'images panoramiques).

5.2. GENERATION D'IMAGES PANORAMIQUES A PARTIR DE PLUSIEURS CAMERAS

Pour ce type de capteurs, nous pouvons citer le système développé dans [8]. Ce capteur utilise quatre caméras conventionnelles et quatre miroirs triangulaires (figure 3 (a)). Le capteur acquiert quatre images qui sont utilisées pour calculer une image panoramique. Le résultat est une image à haute résolution avec un centre unique de projection, qui permet donc de calculer n'importe quelle projection sur n'importe quelle surface. Un autre exemple de ce type de système est présenté dans [9] et [8] le capteur génère une image omnidirectionnelle grâce à un système composé de plusieurs caméras (figure 3 (b)). L'inconvénient de ces techniques réside d'une part dans les angles morts, c'est-à-dire les parties de l'environnement qui ne sont pas acquises par le système, et d'autre part dans les zones de l'environnement qui sont générées à cause de l'intersection de l'angle de vue entre les caméras adjacentes.

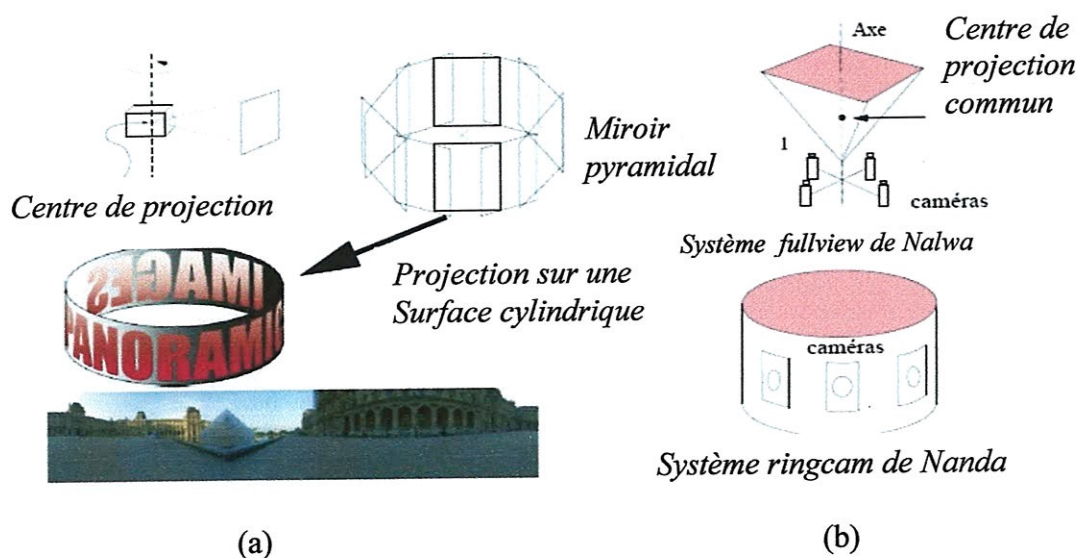


Figure 3 : (a) Image omnidirectionnelle générée par rotation d'une caméra
(b) : Capteurs omnidirectionnels qui utilisent plusieurs caméras

5.3. UTILISATION D'OBJECTIFS SPECIAUX

Cette méthode consiste à ajouter un ensemble optique sur la caméra CCD afin de dévier les rayons lumineux. Une caméra oeil de poisson («fish-eye») utilise un objectif fish-eye au lieu d'un objectif conventionnel. Les objectifs fish-eye sont des objectifs de très petite focale, dont l'angle de champ est très large (pour des appareils photographiques 24x36, l'angle de vue pour un objectif de focal 6 mm est de 180°).

Dans [10], les auteurs présentent une méthode stéréoscopique de l'analyse du mouvement utilisant un tel système. Les images acquises par ce genre d'objectif sont déformées, et l'analyse de ces images est difficile principalement sur la périphérie, là où la résolution est faible. Elles ne peuvent pas être transformées en images perspectives, car les objectifs fish-eye n'ont pas un centre de projection unique, et ils sont difficiles à modéliser.

Greguss a proposé une lentille appelée «Panoramic Annular Lens» (PAL) qui acquiert une image panoramique sans distorsion [11]. Le système est composé d'un bloc optique d'une seule pièce de verre sur laquelle deux plans de réflexion sont créés : le trajet des rayons lumineux comprend deux réflexions et deux réfractions avant d'être projeté sur la lentille de la caméra (figure 4.a). Le système peut être facilement réduit mais sa modélisation est complexe. Par ailleurs, le champ de vue vertical est assez faible et difficilement augmentable.

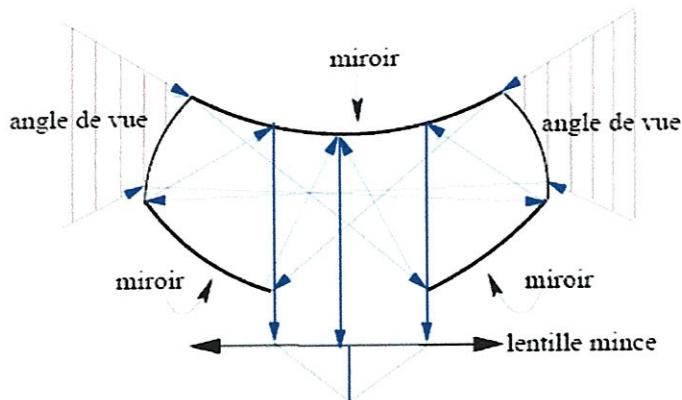


Figure .4 (a) : Panoramic Annular Lens (PAL). Le Parcours des rayons optiques sont indiquées par les flèches en bleu

Figure .4 (b) : une caméra « fish-eye » Composée d'une lentille fish-eye et d'une caméra sténopé

6. UTILISATION DES MIROIRS CONVEXES

L'usage des miroirs pour réfléchir et projeter la lumière remonte à l'Antiquité. Les systèmes omnidirectionnels «catadioptriques» sont le résultat de la combinaison des lentilles et des miroirs. La dioptrique est la science des éléments réfractant (lentilles) alors que catoptrique est la science des surfaces réfléchissantes (miroirs). Le terme catadioptrique est utilisé pour les systèmes dans lesquels se manifestent la réflexion et la déflexion de la lumière.

L'idée de base de ce type de caméras est d'aligner l'axe optique de la caméra et l'axe de révolution d'un miroir convexe de sorte que la caméra acquière en sa totalité l'environnement qui est projeté sur le miroir. En faisant coïncider l'axe de la caméra avec l'axe du miroir, nous pouvons acquérir une vue de 2π autour de la caméra avec une seule image (figure 5).

Avant de comparer les différents types de miroirs, nous présentons ici la notion de centre de projection.

6.1. NOTION DE CENTRE DE PROJECTION

La réflexion est le changement de direction de la propagation d'une onde ou d'une particule se produisant lorsque cette onde arrive à la frontière du milieu dans lequel elle se déplace et qu'elle ne franchit pas cette frontière. La plupart des corps, transparents ou non, réfléchissent dans toutes les directions une fraction de la lumière qu'ils reçoivent. Certaines surfaces polies provoquent dans l'espace une réflexion régulière et concentrée : c'est le cas des miroirs. Par réflexion, ils renvoient la totalité de la lumière incidente dans une direction précise, que l'on peut déterminer par des constructions géométriques simples. On caractérise cette réflexion :

Par les angles d'incidence et de réflexion α_i et α_r . La réflexion est dite spéculaire lorsque $\alpha_i = \alpha_r$, comme c'est le cas d'une onde lumineuse sur un miroir (figure 6).

Si $\alpha_i \neq \alpha_r$, c'est une réflexion diffuse ; Par la proportion R de l'onde ou des particules qui sont effectivement réfléchies.

Prenons l'exemple des miroirs paraboliques : selon leur profil, on distingue les miroirs concaves (la face creuse est réfléchissante) et les miroirs convexes « *c'est la face bombée qui est réfléchissante* » (figure 7). Notons S le sommet du miroir le sommet de la calotte

parabolique, F le foyer du paraboloïde à partir de laquelle la calotte a été obtenue. Un simple raisonnement géométrique montre que dans le cas du miroir concave, tout rayon lumineux passant par le centre revient sur lui-même. On peut aussi montrer que tout rayon parallèle à l'axe FS passe après réflexion par le point F appelé foyer. Dans le cas du miroir convexe, tous les rayons parallèles à l'axe FS intersectent "virtuellement" le point F .

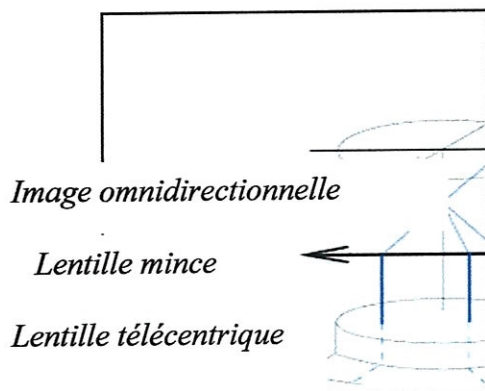


Figure 5 : Caméra catadioptrique constituée d'un miroir parabolique, d'une lentille télécentrique et d'une caméra classique. Le parcours des rayons optiques est indiqué en bleu.

Ce foyer F est appelé centre de projection : il est défini comme le point où tous les rayons entrants ou sortants traversent le système. La présence d'un centre de projection unique (ou foyer unique) des faisceaux lumineux a l'avantage de permettre la reconstruction d'images selon différents types de projection, et ce sur un type quelconque de surface. La connaissance des paramètres géométriques de formation des images panoramiques permet ainsi de générer des images en projection perspective, ou panoramique. En outre, les systèmes avec centre de projection unique sont aisés à modéliser géométriquement (ce qui rend aussi leur calibration facile).

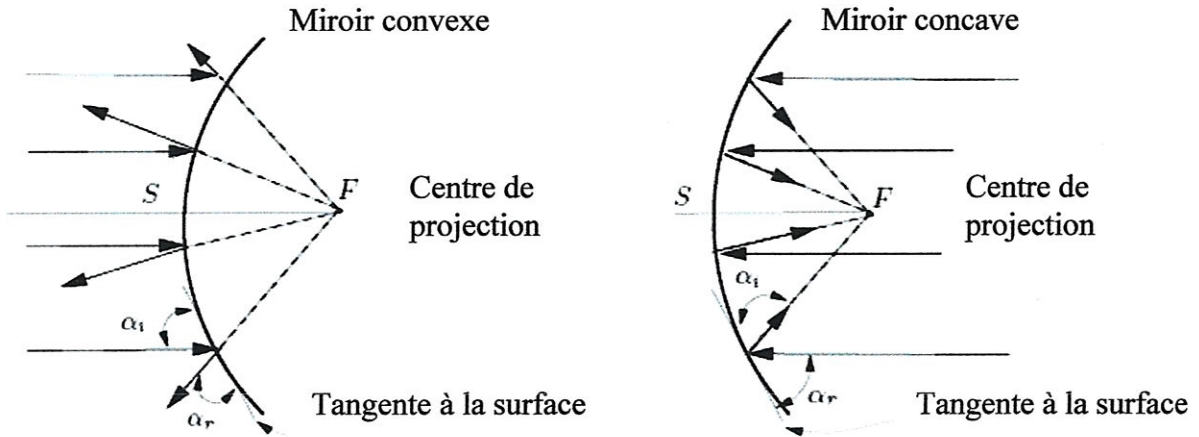


Figure 6 : Réflexion sur un miroir parabolique concave et convexe.

7. COMPARAISON DES MIROIRS

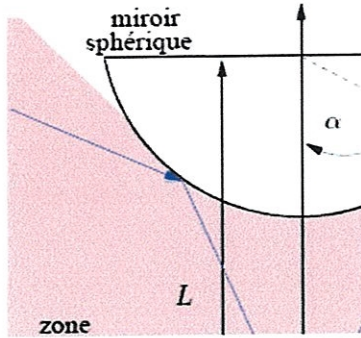
Parmi les différents systèmes catadioptriques, nous pouvons déterminer quatre principales catégories, selon le type de miroir convexe utilisé : conique, sphérique, hyperbolique, et parabolique (voir figure 7). Dans cette section nous décrivons les caractéristiques de ces quatre types de miroirs pour constituer une caméra panoramique catadioptrique, en présentant leurs avantages et inconvénients respectifs. Les avantages et les inconvénients de chaque miroir peuvent être discutés à partir des points de vue suivant : existence d'un point de projection unique, et facilité de réalisation (prix).



7.1. MIROIR SPHERIQUE

Une image acquise à partir d'un miroir sphérique a une résolution qui est bonne dans la région centrale mais faible dans la périphérie de l'image. La figure 1.14 montre le parcours des rayons dans une caméra omnidirect (a) : Miroir conique (b) : Miroir sphérique les capteurs omnidirectionnels qui utilisent des miroirs convexes, ceux qui utilisent des miroirs sphériques ont le plus large angle de vue.

7.1. a .AVANTAGES :



- Un point important dans la fabrication du miroir est la facilité de fabrication : de façon générale, les miroirs sont faits en déposant de l'aluminium sur une surface de verre. Une lentille normale est une pièce de verre sphérique, d'où la facilité de la construction du miroir sphérique en utilisant des processus conventionnel de lentilles.
- Un autre point important du miroir sphérique est l'astigmatisme. L'astigmatisme est faible près de l'axe une surface plane. Bien
- Le miroir sphérique r converger des images.

Figure8 : caméra omni avec miroir sphérique .le champ de vue correspond à la zone colorée, la projection des rayons est représenté par les flèches bleues

é comme **Figure9 :** Capteur omni sphérique de « Instit tics » de Lisbonne, F

7.1. b. INCONVENIENTS :

- Les miroirs sphériques n'ont pas un centre de projection unique
- Plus l'angle par rapport à la verticale est grand (la figure 1.14), plus la distorsion est grande sur la périphérie.

7.2. MIROIR CONIQUE

Une image acquise à partir d'un miroir conique a une résolution qui est bonne dans la périphérie de l'image. Yagi dans [12,13] développe un système de perception basé sur un miroir conique pour la navigation d'un robot mobile, appelé COPIS (CONic Projection Image Sensor). Dans [14, 15, 16] le système de perception est aussi basé sur un miroir conique SYCLOP «Conical SYstem for LOcalization and Perception». Les images acquises dans des environnements d'intérieur par le capteur SYCLOP sont très intéressantes. En effet, si l'axe optique correspond avec l'axe de révolution du cône, les droites parallèles à ceux-ci se projettent de façon radiale dans l'image. Autrement dit, si on place ce capteur dans un environnement de façon à ce que la base du cône soit parallèle au

sol, les droites verticales de l'environnement se projettent en droites radiales dans l'image.

7.2. a. AVANTAGES :

- Ils sont relativement faciles à construire.
- La principale caractéristique est que la normale de réflexion est toujours suivant la direction verticale. Par conséquent, il est facile à combiner avec différents miroirs. Par exemple, dans [17], les auteurs combinent un miroir conique et un miroir plan.
- Les miroirs à courbure non nulle produisent l'effet fish-eye : les objets sont de taille plus grande près du centre du miroir, typiquement la caméra et le robot qui la supporte. D'un autre côté les objets sur la périphérie sont réduits. Cet effet n'existe pas sur les miroirs coniques du fait de l'absence de courbure.

7.2. b. INCONVENIENTS :

- À cause de l'absence d'un point de projection unique, les images qu'ils produisent ne peuvent pas être transformées en images perspectives. Notons cependant que dans [18] est introduit le concept de *dimensionally separable viewpoints*, grâce auquel il est possible de reconstruire une pseudo image perspective.

7.3. MIROIR HYPERBOLIQUE

Yamzawa et al. Ont proposé un capteur d'images omnidirectionnelles en utilisant un miroir hyperbolique, appelée HyperOmni Vision [19]. Le miroir hyperbolique a deux points focaux : si le centre optique de la caméra est placé sur un de ces deux points focaux, l'unicité du centre optique est satisfaite.

7.3.a AVANTAGES :

- Ils ont un centre de projection unique.
- Si la courbure est faible, l'astigmatisme est faible.

7.3. b.INCONVENIENTS :

- Ils sont difficiles à construire.
- La conception n'est pas flexible car le point focal de l'hyperboloïde nécessite d'être placé au centre de la caméra.

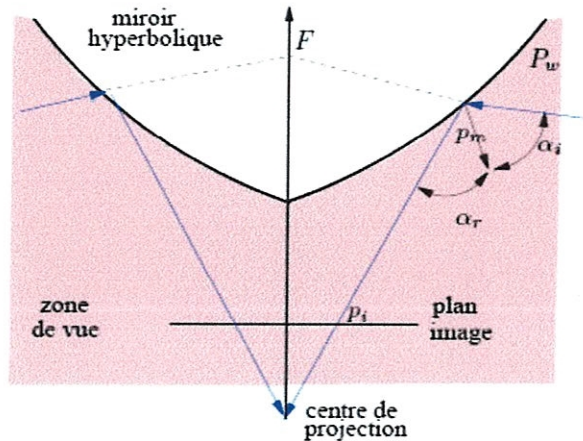


Figure10 : Caméra omnidirectionnelle avec miroir hyperbolique .si la caméra coïncide avec le deuxième point focal, le rayons lumineux qui traversent la lentille de la caméra traversent aussi le premier PF



Figure11 : Capteur omni avec miroir hyperbolique

7.4. MIROIR PARABOLYQUE

Le capteur omnidirectionnel avec miroir parabolique a été un des derniers à être utilisés. Une des premières études intégrant ce type de miroir a été réalisée par Péri et Nayar, qui présentent une caméra omnidirectionnelle composée d'une caméra conventionnelle, d'un miroir parabolique et d'une lentille télécentrique. Les lentilles télécentriques sont des lentilles spéciales conçues avec des éléments multiples qui permettent de sélectionner un faisceau lumineux de rayons parallèles à l'axe optique de la lentille. Avec une lentille télécentrique alignée sur l'axe du miroir, seuls les rayons incidents lumineux qui arrivent sur le miroir et qui traversent le foyer du paraboloïde sont transmis. Le capteur nommé OmniVideo a été proposé pour des applications de vidéoconférence.

7.4.a. AVANTAGES :

- Un système idéal peut être réalisé par l'utilisation d'un miroir parabolique et d'une lentille télécentriques.
- Le système a un centre de projection unique.
- L'astigmatisme est faible pour des courbures faibles.
- Les lentilles télécentriques permettent une relative flexibilité sur la position de la lentille miroir, et éliminent les réflexions internes provoquées par le cylindre ou la sphère qui supporte le miroir.

7.4. b.INCONVENIENTS :

- La taille de la lentille télécentrique.
- Le prix de la lentille télécentriques.

7.5. MIROIR PARABOLIQUE + MIROIR SPHERIQUE

Il est possible de concevoir un montage qui présente les mêmes caractéristiques qu'un assemblage "miroir parabolique - lentille télécentrique", sans toutefois en avoir les inconvénients (taille et prix de la lentille télécentrique), en combinant un miroir parabolique avec un miroir sphérique et en localisant le centre optique de la caméra sur le foyer de la sphère (figure 13). Les rayons parallèles à l'axe optique du miroir sphérique sont les seuls à traverser le foyer, et sont en fait ceux qui traversent le foyer du parabolöide. Dans cette combinaison, le miroir sphérique joue le rôle de la lentille télécentrique.

7.5. a.AVANTAGES :

- Ils sont compacts
- Ils ont un centre de projection unique

7.5. b.INCONVENIENTS :

- Difficulté d'assemblage du système, la caméra devant être précisément localisée sur le foyer du miroir sphérique.
- Si le miroir parabolique et sphérique n'est pas bien aligné.

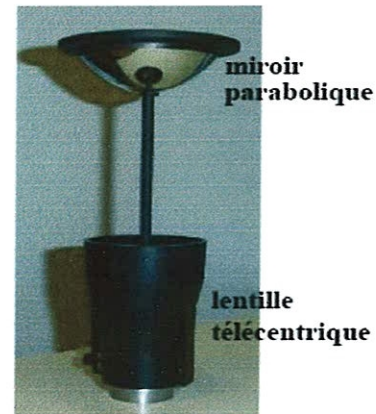
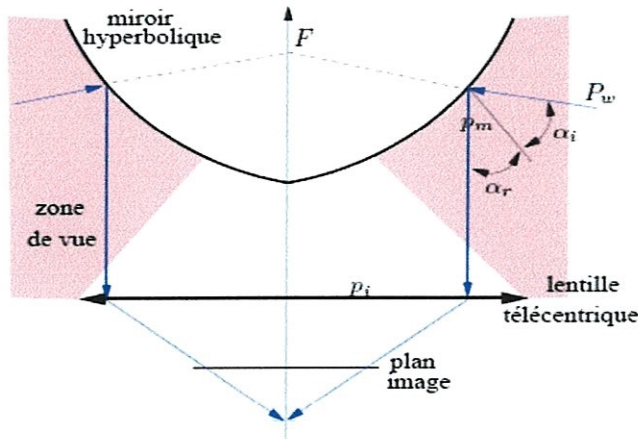


Figure12 : Caméra omni avec miroir parabolique et lentille télécentrique. la lentille télécentrique sélectionne les rayons parallèles à l'axe du miroir, qui traversent virtuellement tous le foyer du miroir

Figure13 : le capteur omni avec miroir parabolique et lentille télécentrique sur lequel nous avons travaillé

Le tableau 2 synthétise les caractéristiques des différents types de miroirs utilisés pour des caméras panoramiques

	Prix de construction	Astigmatisme	Distance focale	Gamme de Vue verticale	Centre de projection unique	Lentille
S	BAS	PETIT	COURT	-90.....10	NON	N
C	BAS	GRAND	LONG	-45....45	NON	N
HC	HAUT	PETIT	COURT	-90....10	OUI	N
HL	HAUT	GRAND	LONG	-90....45	OUI	N
PS	HAUT	PETIT	COURT	-90....10	OUI	T
PL	HAUT	GRAND	COURT	-90.....45	OUI	T

TAB. 2 – Comparaison entre miroirs (d’après [Benosman 01]). *Légende : S : miroir sphérique, C : miroir conique, HS : miroir hyperbolique avec petite courbure, HL : miroir hyperbolique avec grande courbure, PS : miroir parabolique avec petite courbure, PL : miroir parabolique avec grande courbure, N : lentille normale T : lentille télécentriques.*

8.1 MODELISATION DUNE CAMERA PERSPECTIVE

Nous rappelons ici rapidement le modèle sténopé de formation des images pour une caméra munie d’un objectif classique.

8.1. a. REPERES ET NOTIONS :

Nous utilisons le système de coordonnées homogènes. Les points 3D définis par leurs coordonnées homogènes sont représentés par des lettres en majuscule grasse, telles que **L**; **X**. Les projections des points 3D sur une surface (miroir ou plan image) sont représentés par des lettres minuscules grasses, comme par exemple **u**, **x**. La rotation et translation exprimées en coordonnées homogènes sont représentés par des lettres en majuscule grasse **R**; **T**. Les points qui ne sont pas représentés par des lettres grasses sont exprimés en coordonnées non homogènes.

Nous considérons les trois repères suivants : le repère **W** lié au monde (à la mire de calibrage par exemple), le repère **F** lié au miroir parabolique et qui a pour origine son foyer, et le repère **C** lié au plan image de la caméra. L’indice des points 3D indique le repère dans lequel ses coordonnées sont exprimées (ainsi **LW**), un point sans indice est exprimé dans le repère **F**.

8.1.b. PROJECTION PERSPECTIVE

Le modèle sténopé d’une caméra est illustré par la figure 14 : **C** est le point du plan image intersecté par l’axe optique d’une caméra, **C’** est le centre optique de la caméra (centre de la projection perspective).

La distance qui sépare **C** et **C’** est f , longueur focale de l’objectif de la caméra.

*Repère
Image*

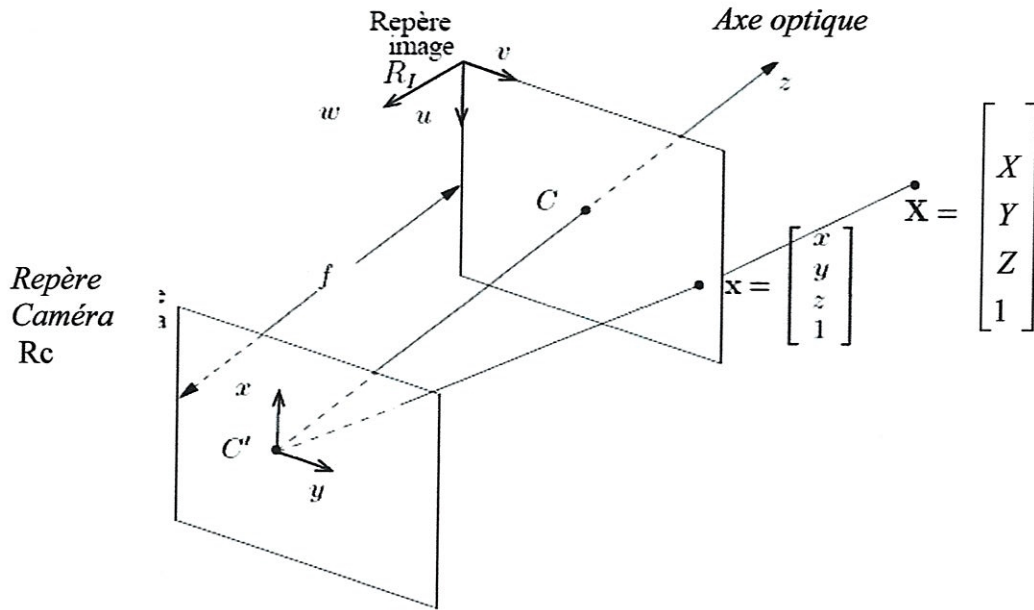


Figure14 : modèle géométrique d'une caméra sténopé

Le repère R_c lié à la caméra est tel que le plan $x-y$ est parallèle au plan image, et l'axe des z est confondu avec l'axe optique. Son origine se trouve en C' . Soit X, Y et Z les coordonnées du point X dans ce repère. Il se projette dans le plan image en x , suivant une droite passant par X et C' , Les coordonnées de ce point dans R_c sont :

$$x = f \frac{X}{Z}, \quad y = f \frac{Y}{Z}, \quad z = f$$

En coordonnées homogènes, la projection perspective P s'écrit sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} sx \\ sy \\ sz \\ s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{f} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} \tag{1}$$

Où $s = \frac{Z}{f}$ Est un facteur d'échelle.

8.1. c. TRANSFORMATION CAMERA /IMAGE

Les points images sont mesurés en pixel dans un repère bidimensionnel $\mathbf{u-v}$ (R_I) associé à l'image (figure 3.1). Afin de pouvoir écrire la matrice de transformation du repère caméra au repère image nous devons introduire les paramètres suivants : u_0, v_0 et w_0 sont les coordonnées en pixels de C' dans le repère image, k_u est le facteur d'échelle vertical (pixels/m) et k_v est le facteur d'échelle horizontal (les pixels d'une caméra ne sont pas forcément carrés, donc $k_u \neq k_v$). La transformation du repère caméra au repère image pour le point x s'écrit

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_u & 0 & 0 \\ 0 & k_v & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

C'est une transformation affine représentant un changement d'échelle, une rotation et une translation. La composante w étant toujours nulle, on peut ignorer la troisième ligne et écrire cette transformation sous la forme d'une matrice 3X 4 :

$$K = \begin{bmatrix} -k_u & 0 & 0 & u_0 \\ 0 & k_v & 0 & v_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} su \\ sv \\ s \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

8.2. LES PARAMETRES INTRINSEQUES

En multipliant les matrices P et K (projection perspective suivie d'une transformation affine), nous pouvons écrire les équations du modèle géométrique complet de la caméra, soit la relation entre les coordonnées $(X; Y; Z)$ du point X et les coordonnées image $(\mathbf{u}; \mathbf{v})$ du point x :

$$\begin{aligned}
 u &= -k_u f \frac{X}{Z} + u_0 \\
 v &= k_v f \frac{Y}{Z} + v_0
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

En effet, le produit KP est :

$$I_c = \begin{bmatrix} -k_u & 0 & 0 & u_0 \\ 0 & k_v & 0 & v_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{f} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_u & 0 & \frac{u_0}{f} & 0 \\ 0 & k_v & \frac{v_0}{f} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{f} & 0 \end{bmatrix}
 \tag{5}$$

En multipliant tous les coefficients de la matrice par f (ce qui ne change pas le résultat puisque les coordonnées homogènes sont définies à un facteur multiplicatif près) on obtient

$$I_c \equiv \begin{bmatrix} \alpha_u & 0 & u_0 & 0 \\ 0 & \alpha_v & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}
 \tag{6}$$

Qui est une application linéaire de l'espace projectif vers le plan projectif exprimant la transformation perspective :

$$s \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_u & 0 & u_0 & 0 \\ 0 & \alpha_v & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}
 \tag{7}$$

Ces 4 paramètres $\alpha_u = -k_u f$, $\alpha_v = -k_v f$, u_0 et v_0 et sont les paramètres intrinsèques de la caméra.

8.3. PROJECTION ORTHOGRAPHIQUE

La projection orthographique d'un objet 3D sur un plan est donnée par un ensemble de rayons parallèles orthogonaux au plan image (voir figure 15). En vision par ordinateur, la projection orthographique (encore appelée projection affine) a été introduite comme une approximation de la projection perspective par Aloimonos. Le modèle de caméra affine a

été formulé par Mundy , et est souvent utilisé dans les problèmes d'estimation de mouvement. Cette projection est un cas limite de la projection perspective], telle que $f \rightarrow \infty$ et $\frac{f}{Z} \rightarrow 1$. L'équation 3.4 devient alors :

$$\begin{aligned} su &= -k_u X + u_0 \\ sv &= k_v Y + v_0 \\ s &= 1 \end{aligned}$$

Où u_0 et v_0 sont les coordonnées de C dans le repère image (mesurées en pixels), k_u est le facteur d'échelle vertical (pixels/m) et k_v est le facteur d'échelle horizontal. En coordonnées homogènes, cette équation s'écrit.

$$\begin{bmatrix} su \\ sv \\ s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_u & 0 & 0 & u_0 \\ 0 & k_v & 0 & v_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

ou bien

$$\begin{bmatrix} su \\ sv \\ s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_u & 0 & 0 & u_0 \\ 0 & k_v & 0 & v_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

(8)

L'application linéaire de l'espace projectif vers le plan de projection est définie par :

$$u = I_c X = KPX$$

Dans cette équation la matrice K est la matrice de transformation affine de la caméra (ses paramètres intrinsèques), et P la matrice de projection orthographique.

*Repère
Image*

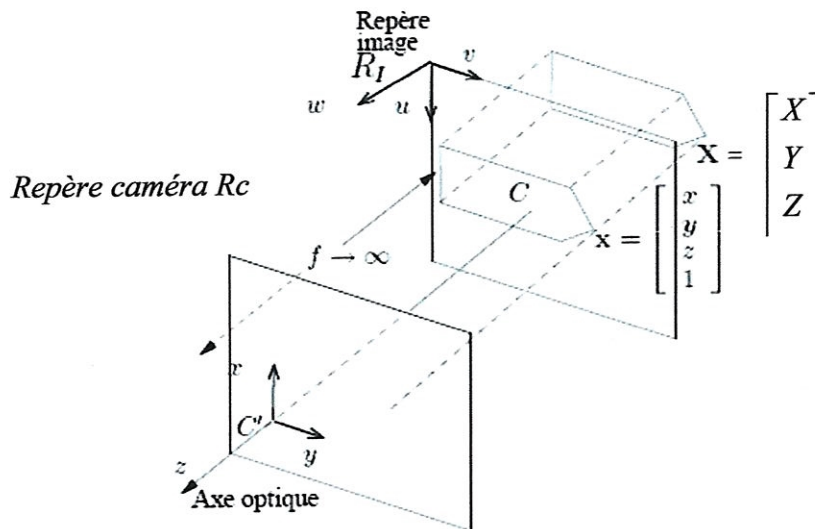


Figure15 : Caméra affine. L'objet est projeté parallèlement sur le plan image : la taille de la projection dans le plan image ne varie pas avec la distance de l'objet.

8.3. FORMATION DES IMAGES OMNI AVEC MIROIR PARABOLIQUE

Nous avons vu que la présence d'un centre de projection présentait plusieurs avantages : possibilité de reconstruire aisément une image selon différents types de projection sur différents types de surface, notamment. Une caméra catadioptrique munie d'un miroir hyperboloïdique et d'un objectif conventionnel dont le centre optique est situé au foyer de l'hyperbole a cette propriété, mais il n'est pas aisé de garantir un montage mécanique qui satisfasse cela.

Les miroirs paraboliques permettent de construire une caméra avec centre de projection unique sans avoir de contrainte forte sur la précision mécanique de l'assemblage : nous présentons avec plus de détails dans cette section un système courant qui utilise un miroir parabolique.

8.3.a. MODELISATION DE LA CAMÉRA OMNIDIRECTIONNELLE

Pour simplifier notre modèle, nous considérons que cette caméra possède un PVU. [2] et [5] ont montré que les caméras ayant un PVU peuvent être modélisées à l'aide de la projection sur une sphère suivie d'une projection à partir d'un point situé au dessus du centre de la sphère sur un plan (plan image). C'est le théorème de l'équivalence. Dans le cas d'un miroir parabolique, cette équivalence est illustrée graphiquement sur les figures 16,17. Les coordonnées (u,v) obtenues par la réflexion du miroir parabolique et celles

obtenues en projetant l'intersection P_s du rayon lumineux avec la sphère à partir du point C , sont identiques.

Pour un point du monde $P_w = [x_w, y_w, z_w]$, le point $P_s = [x_s, y_s, z_s]$ est l'intersection du rayon émis par le point P_w avec la sphère de rayon $R = 2h$ (voir Figure 17). On peut écrire l'équation (8) où tous les points sont représentés par rapport au système de coordonnées de la sphère.

$$\begin{cases} x_s = \lambda x_w \\ y_s = \lambda y_w \\ z_s = \lambda z_w \end{cases} \quad (8)$$

Puisque les points appartiennent à la sphère, l'équation (9) est aussi valide :

$$\begin{aligned} x_s^2 + y_s^2 + z_s^2 &= R^2 = 1 \\ \lambda &= \frac{1}{\sqrt{x_s^2 + y_s^2 + z_s^2}} \end{aligned} \quad (9)$$

La projection perspective de P_s sur le plan image depuis un point $C = [0, \xi]$ produit un point $P_i = [x, y]$ avec les coordonnées exprimées dans l'équation (10). Le plan image est situé à une distance φ de l'axe horizontal de la sphère. Dans le cas du paraboloïde, $\xi = R$ et

$$\varphi = 0$$

$$\begin{cases} \frac{x_s}{\xi - z_s} = \frac{x}{\xi + \varphi} \\ \frac{y_s}{\xi - z_s} = \frac{y}{\xi + \varphi} \end{cases} \quad (10)$$

Si on considère les paramètres intrinsèques de la caméra $(\alpha_u, \alpha_v, u_0, v_0)$, on obtient alors les coordonnées des points de l'image exprimés en pixels.

$$\begin{cases} x = \frac{(\xi + \varphi)x_w}{\xi\sqrt{x_s^2 + y_s^2 + z_s^2} - z_w} \\ y = \frac{(\xi + \varphi)y_w}{\xi\sqrt{x_s^2 + y_s^2 + z_s^2} - z_w} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u = \alpha_u x + u_0 \\ v = \alpha_v y + v_0 \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} u = \frac{\alpha_u (\xi + \varphi) x_w}{\xi \sqrt{x_w^2 + y_w^2 + z_w^2} - z_w} + u_0 \\ v = \frac{\alpha_v (\xi + \varphi) y_w}{\xi \sqrt{x_w^2 + y_w^2 + z_w^2} - z_w} + v_0 \end{cases}$$

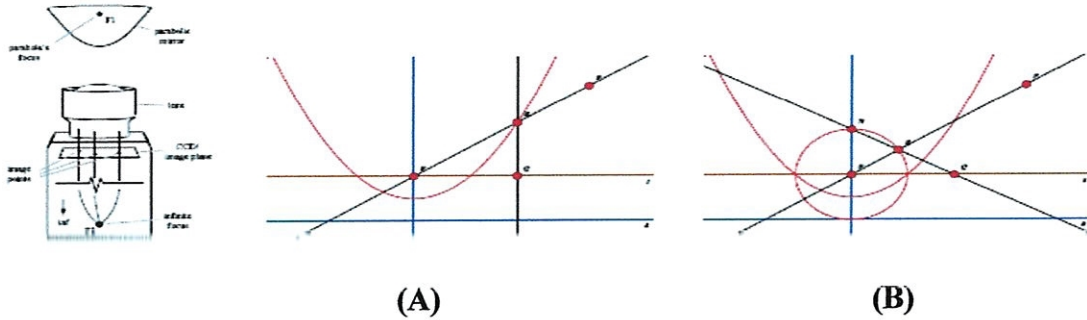


Figure 16. Formation de l'image en utilisant l'équivalence avec la projection sphérique d'un capteur catadioptrique avec PVU.

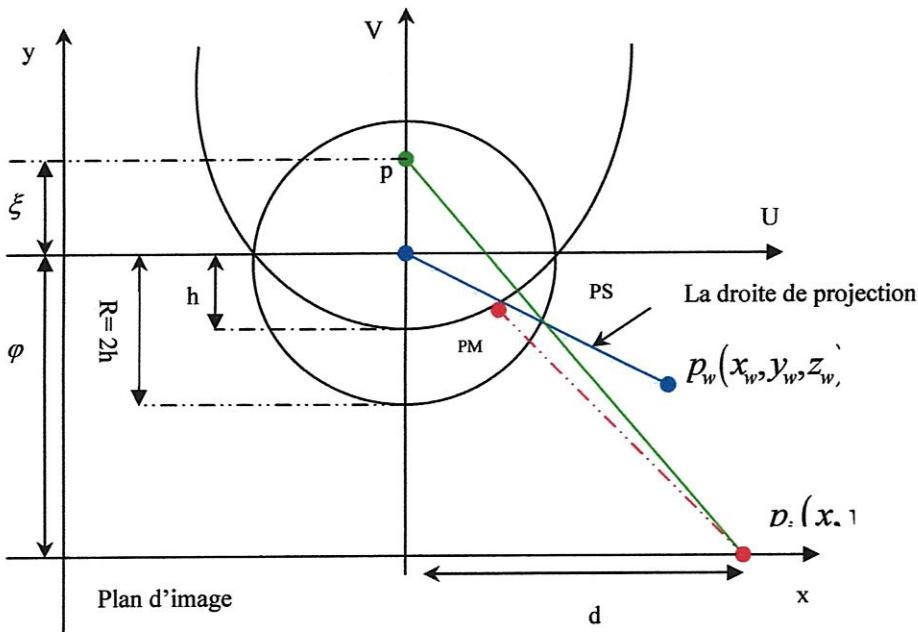


Figure 16.1 : explique le cas B

Si : $\xi=1$: Miroir parabolique et Si : $\xi=0$: Miroir perspective

ξ : Fonction de l'excentricité. φ : Fonction de l'échelle.

9. Conclusions

Ce chapitre a présenté un aperçu des nombreux moyens qui permettent d'obtenir des images panoramiques, ainsi que la notion fondamentale du centre de projection unique. Ce domaine connaît actuellement de nombreux développements, dans différents contextes applicatifs (télé présence, surveillance,...). De plus en plus de contributions sont présentées dans les grandes conférences de vision.

Pour la robotique, l'intérêt de la vision omnidirectionnelle ou panoramique est clair, particulièrement pour les fonctionnalités de localisation et de modélisation de l'environnement. La possibilité de voir "tout autour du robot" permet notamment de sélectionner des éléments de l'environnement "bien configurés". De plus en plus de robots sont équipés de tels systèmes, et nous sommes convaincus que d'ici quelques années une très grande majorité des robots mobiles disposeront de vision panoramique.

I. INTRODUCTION

Avec les dispositifs modernes on peut facilement acquérir les surfaces 3D. Par exemple, l'acquisition des surfaces d'objets réels par un scanner laser ou par un système de stéréovision. On fait le lissage des surfaces pour différentes raisons : Premièrement, les données réelles tendent à être bruitées et corrompues par des annexes. Ainsi, afin d'analyser et visualiser les données une première étape de prétraitement doit s'occuper avec la suppression du bruit et des annexes. Deuxièmement, le système d'acquisition peut fournir plus de données que réellement requises pour une tâche donnée. Dans ce cas le lissage peut mener à la simplification par l'enlèvement du détail fin et en gardant la structure brute. Finalement, Il nous permet de bien identifier les caractéristiques importantes dans les données visuelles sur les différentes échelles en même temps, et donc on peut analyser les données sur différentes échelles en parallèle.

Dans la vision par ordinateur cette observation mène à introduire des techniques d'espace échelle qui ajoutent l'échelle comme une dimension supplémentaire aux données [19], [20]. Dans le plan 2D, les techniques de lissages et l'espace échelle ont été utilisés dans les domaines du traitement d'image et de la vision par ordinateur pendant des décennies. Par exemple la simple méthode pour le lissage des images 2D c'est la convolution de l'image avec un noyau gaussien de la forme suivante.

$$g(x, t) = \frac{1}{4\pi t} \exp\left(\frac{-x^2}{4kt}\right) \quad (1)$$

Juste en utilisant ce noyau pour enlever le bruit automatiquement, une théorie d'un espace échelle peut être établie sur ce noyau de convolution, cette idée a été introduite par [20]

L'espace échelle linéaire d'une image est défini comme l'ensemble des images lisses créées par la convolution de l'image avec des fonctions gaussiennes à des échelles différentes. Notant que ces derniers sont des solutions de l'équation de diffusion linéaire pour les différents temps avec la considération que l'image originale comme une condition initiale.

$$\Delta u(x, t) = \frac{1}{k} \partial_t u(x, t) \quad (2)$$

La fonction gaussienne (1) est une fonction de green de l'équation de diffusion linéaire, par exemple est une solution de (2) avec l'impulsion de Dirac $\delta = \left(g(x,t) /_{t \rightarrow 0} \right)$ comme condition initiale.

Dans ce mémoire on propose les compromis suivants : Pour définir le domaine paramétrique globale d'une surface on doit choisir seulement les surfaces qu'on peut les considérer comme des fonctions sur la sphère. Ceci, nous permet de trouver des solutions explicites pour l'équation de diffusion et même il est facile de les faire dans le domaine fréquentiel.

2. OUTIS MATHEMATIQUES

Les images omnidirectionnelles contiennent des scènes significatives. On peut changer le contenu de ces dernières seulement dans le cas de changement du point de vue mais pas la direction du visionnement.

Nous proposons un cadre de travail pour étudier les déformations d'image applicables pas seulement dans le plan d'image mais aussi dans d'autres domaines comme la sphère. Ce cadre implique trois étapes :

- Identifier le domaine de la définition du signal en tant qu'espace homogène et le groupe de rotation qui agit sur lui.
- Vérifier si une représentation unitaire irréductible existe pour le groupe de rotation. Puis on Calcule la Transformée de Fourier de l'image.
- Calculer la transformation (le groupe de rotation) d'après le théorème de décalage. On calcule les amplitudes invariantes des coefficients de Fourier.

L'effet du lissage de diffusion plane est bien compris dans le domaine fréquentielle comme un filtre passe-bas. Puisque nous allons effectuer l'analyse correspondante sur la sphère, nous avons besoin d'une analogie sphérique de la transformée de Fourier. Un tel outil existe dans la transformation d'une fonction dans une série des harmoniques sphériques. Avant de présenter les détails on doit mentionner une note intéressante : La transformée de Fourier d'une fonction continue, périodique est définie sur une ligne réelle (si elle existe), elle n'est pas nulle seulement pour un ensemble discret et infini de fréquences. La même chose est juste pour les fonctions qui sont définies sur la sphère, telles que leurs "transformée de

Fourier" se composent d'un ensemble discret de coefficients plutôt que d'une fonction définie sur la sphère.

Le filtrage est basé sur les opérateurs de la convolution est pour cela on présente plusieurs définitions des opérateurs et des outils mathématiques pour leurs implémentations. Nous récapitulons les propriétés des fonctions harmoniques sphériques que nous emploierons dans le reste de ce mémoire. À partir de [21].et [22]

On paramètre la sphère unitaire S^2 implantée dans R^3 par l'utilisation des coordonnées sphériques $\eta \in S^2$ donc, On peut écrire le vecteur unité comme suit :

$$\eta = (\cos(\varphi)\sin(\theta), \sin(\theta)\sin(\varphi), \cos(\theta))^T \quad (3)$$

Avec $\varphi \in [0, 2\pi)$: L'angle de longitude, $\theta \in [0, \pi]$: L'angle de latitude.

Les harmoniques sphériques $Y_{lm} : S^2 \rightarrow \mathbb{C}$ sont définis comme des fonctions propres régulières de l'opérateur sphérique de Laplace [21]. Ces fonctions constituent un système orthonormal complet de dimension $(2l+1)$ de l'espace des fonctions carrées intégrables sur la sphère $L^2(S^2)$. Les coordonnées sphériques Y_{lm} sont données par :

$$Y_{lm}(\eta) = \sqrt{\frac{2l+(l+m)!}{4\pi(l+m)!}} P_l^m(\cos(\theta)) e^{im\varphi} \quad (4)$$

$l \in \mathbb{R}$ Et $|m| < l$ on note $P_l^m(x)$ le polynôme de Legendre associé avec le degré l et l'ordre m .

$$P_l^m(x) = \frac{(-1)^m (1-x^2)^{m/2}}{2^l l!} \frac{d^{l+m}}{d x^{l+m}} (x^2 - 1)^l. \quad (5)$$

- La partie réelle de $Y_{lm}(\eta) : Y_{lm}^c(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{2l+(l+m)!}{4\pi(l+m)!}} P_l^m(\cos(\theta)) \cos(m\varphi)$

- La partie imaginaire : $Y_{lm}^s(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{2l+(l+m)!}{4\pi(l+m)!}} P_l^m(\cos(\theta)) \sin(m\varphi)$

La figure ci-dessous présente l'harmonique sphérique pour $l=0$ et $m=0 ; Y_0^0$.

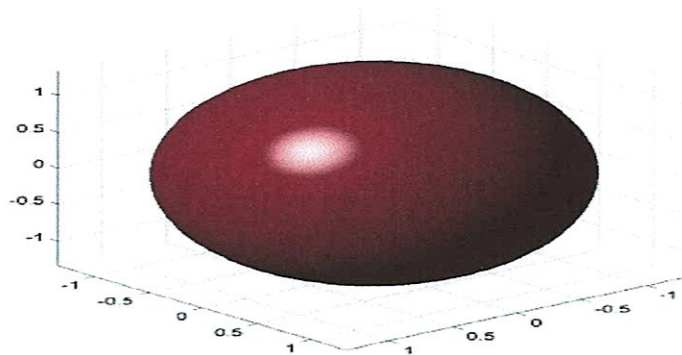


Figure 1 : harmonique sphérique pour $|Y_{00}|$

Les Y_{lm} sont des fonctions sphériques dont le nombre de lobes augmente avec la fréquence.

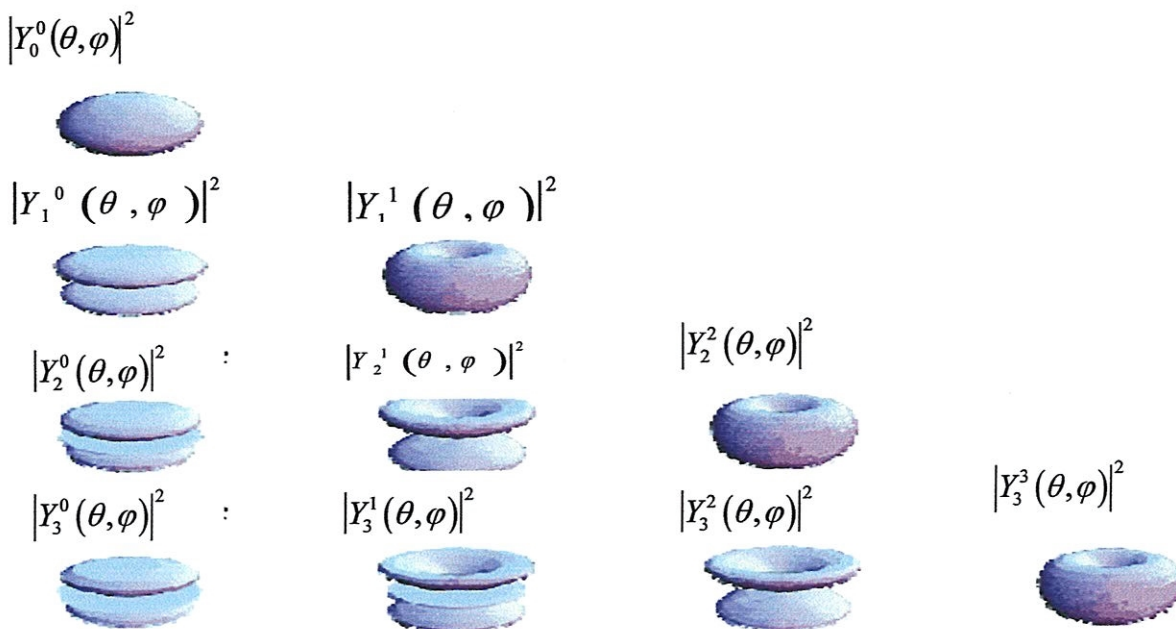


Figure2 : l'évolution de Y_{lm} en fonction de la fréquence l

Plus tard nous résoudrons l'équation de diffusion (2) sur la sphère avec l'impulsion qui située au pole nord de la sphère comme une condition initiale.

L'opérateur de Laplace limité à la sphère est exprimé en coordonnées sphérique par :

$$\Delta_{S^2} = \frac{1}{\sin(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin(\theta) \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2(\theta)} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \tag{6}$$

Les $Y_{l,m}$ sont les fonctions propres de l'opérateur sphérique de LAPALCE [23]

$$\Delta_{S^2} Y_{l,m} = -l(l+1)Y_{l,m} \quad (7)$$

2.1. INVARIANCE PAR RAPPORT A LA ROTATION

Les fonctions harmoniques sphériques qui vérifient le critère (7), et à partir de (4) avec $m = 0$, sont symétriquement rotatives autour de l'axe Z. Ces fonctions s'appellent harmoniques zonales. Elles peuvent être utilisés pour construire des noyaux agissant sur des images sphériques.

Les harmoniques zonales peuvent être écrits sous la forme suivante :

$$Y_{l0}(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} P_l^0(\cos(\theta)) \quad (8)$$

Où P_l est le polynôme de Legendre de degré l.

$$P_l(x) = \frac{1}{2^l l!} \frac{d^l}{dx^l} (x^2 - 1)^l \quad (9)$$

Toute fonction carrée intégrable $f \in L^2(S^2)$ sur la sphère on peut la dilaté dans les harmoniques sphériques par la relation suivante :

$$f = \sum_{l \in \mathbb{N}} \sum_{|m| \leq l} \hat{f}_{lm} Y_{lm} \quad (10)$$

On peut extraire les coefficients des harmoniques sphériques d'ordre l à partir d'une fonction donnée f comme le suivant :

$$\hat{f}_{lm} = \int_{S^2} f(\eta) Y_{lm}^*(\eta) d\eta \quad (11)$$

$$\hat{f}_{lm} = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi f(\theta, \varphi) Y_{lm}^*(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi$$

Où * signifie le conjugué complexe.

Pour un élément de surface sur la sphère nous utilisons la notation suivante :

$d\eta := \sin(\theta) d\theta d\varphi$ Si $\hat{f}_{lm} = 0$ pour tous $l > L$, l'ensemble de coefficients \hat{f}_{lm} s'appelle la transformée de Fourier sphérique ou le spectre de f .

La transformée de Fourier sphérique pour les fonctions discrètes est donnée par la relation suivante :

$$\hat{f}(l, m) = \frac{\sqrt{2\pi}}{B} \sum_{j=0}^{2B-1} \sum_{k=0}^{2B-1} f(\theta_j, \varphi_k) e^{im\varphi_k} P_l^m(\cos(\theta_j)) \quad (12)$$

$$\text{avec } |m| \leq l < B \text{ et } \begin{cases} \theta_j = \frac{\pi(2j+1)}{4B} \\ \theta_k = \frac{2\pi k}{2B} \end{cases}$$

B : étant la largeur de bande de la fonction $f(\cdot)$

La transformée de Fourier sphérique inverse (TFSID) pour les fonctions discrètes est donnée par la relation suivante

$$f(\theta_j, \varphi_k) = \sum_{l=0}^{B-1} \sum_{m=0}^{B-1} \hat{f}(l, m) e^{-im\varphi_k} P_l^m(\cos(\theta_j))$$

$$\begin{cases} \theta_j = \frac{\pi(2j+1)}{4B}, \text{ avec } j=0, \dots, 2B-1 \\ \theta_k = \frac{2\pi k}{2B}, \text{ avec } k=0, \dots, 2B-1 \end{cases}$$

B : étant la largeur de bande de la fonction $f(\cdot)$

Les Transformées de Fourier Sphériques obtenues par décomposition sur les harmoniques sphériques sont invariantes par rotation.

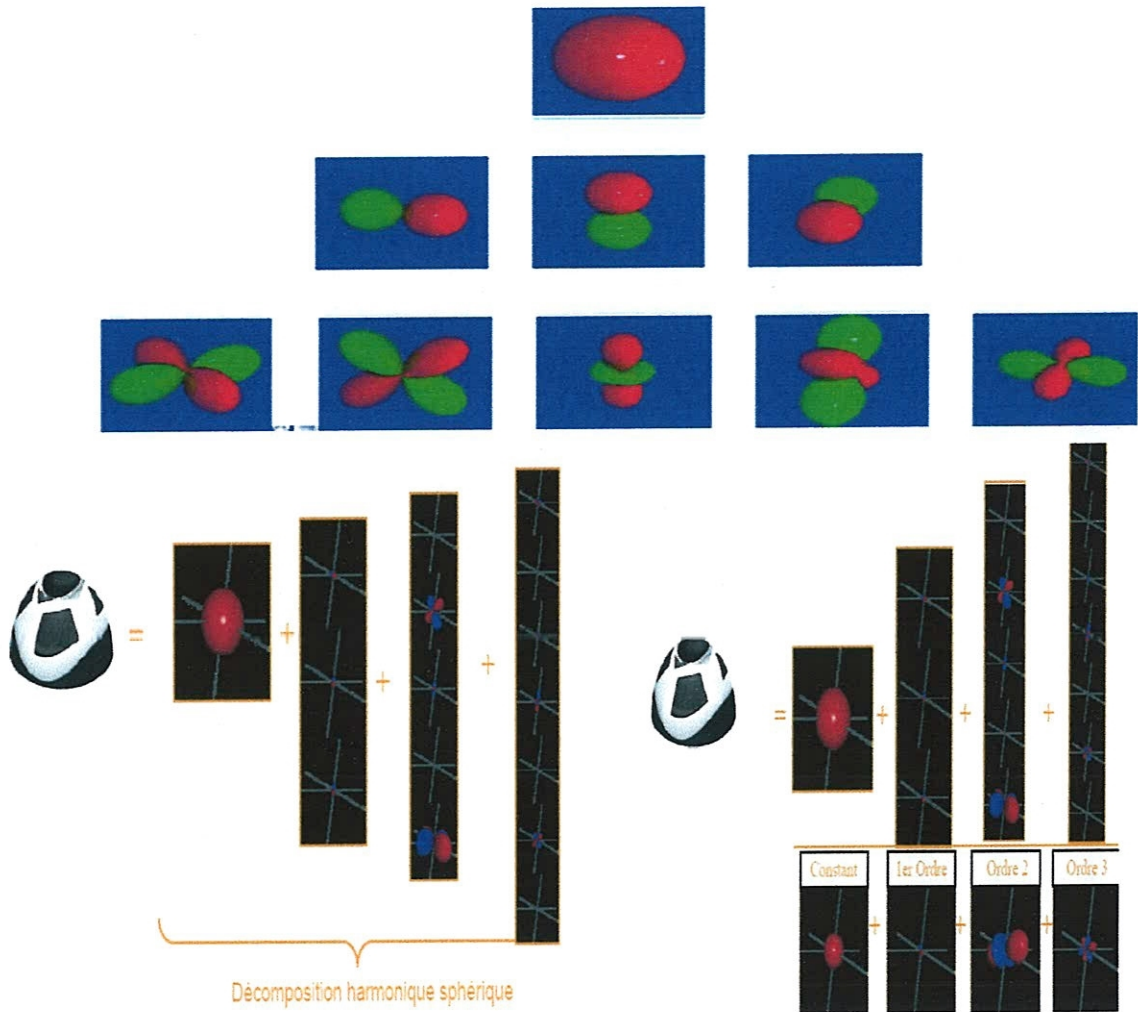


Figure (3) : La décomposition des harmoniques sphériques

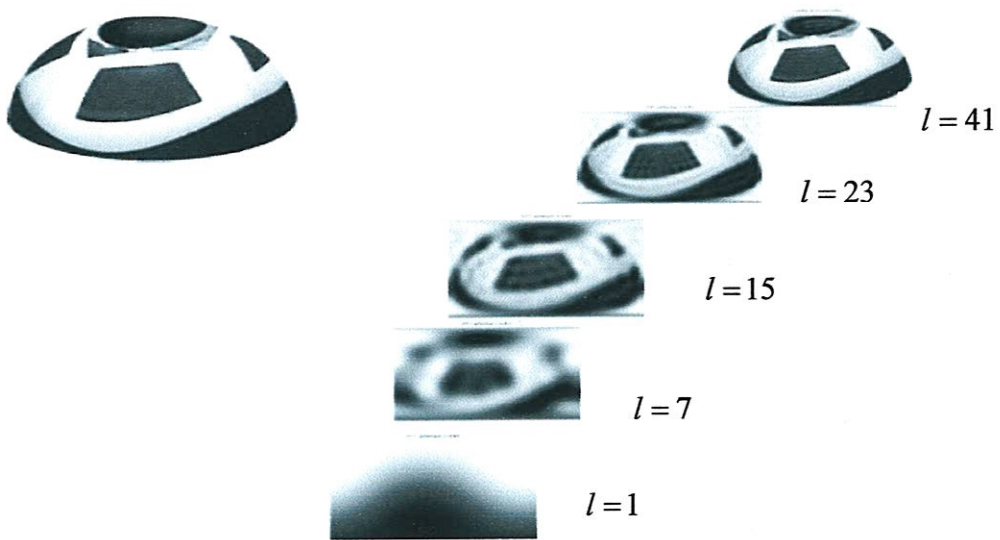


Figure (4) : La transformée de Fourier avec d'ordre différent

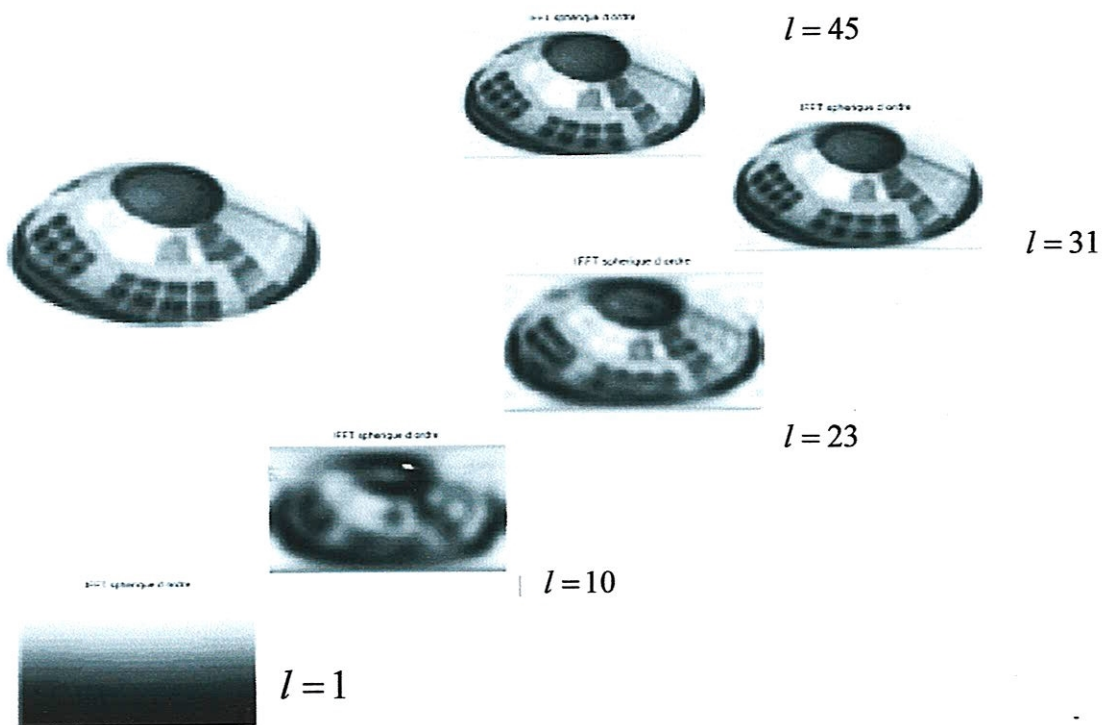


Figure (5) : La transformée de Fourier inverse avec d'ordre différent

3. LE LISSAGE DE NOYAUX SUR LA SPHERE

Jusqu'ici nous avons décrit la représentation des surfaces 3D comme des fonctions sur la sphère. Dans cette section nous allons présenter la fonction de green de l'équation sphérique de diffusion comme un noyau de convolution pour les surfaces lisses et nous prouvons que la diffusion sphérique mène à introduire un espace échelle linéaire.[19]

3.1. DIFFUSION SPHERIQUE

On veut voir comment une fonction sur la sphère évolue sous le processus de la diffusion (assurant une diffusion constante sur toute la sphère). Ce processus est géré par les EDP comme on a montré dans l'équation (2). Sauf que l'opérateur de la place est remplacé par des opérateurs 3D limités à la sphère (c'est-à-dire l'opérateur de Laplace Beltrami Δ_{S^2} défini en (6), ainsi l'équation sphérique de diffusion est la suivante :

$$k\Delta_{S^2}(\theta, \varphi, t) = \partial_t u(\theta, \varphi, t) \quad (13)$$

Du fait que les harmoniques sphériques sont des fonctions propres de l'opérateur sphérique de Laplace (7), nous pouvons résoudre (13) en exprimant $u(\theta, \varphi, t)$ par son expansion en base des harmoniques sphériques.

Ceci transforme (13) en équation différentielle du premier ordre (ODE)

$$\partial_t \hat{u}_{lm}(t) = -l(l+1)u_{lm}(t) \quad (14)$$

On suppose $u(\theta, \varphi, t)$ comme une condition initiale (les données de la surface originale) de l'équation (14) qui admet une solution unique :

$$\hat{u}_{lm}(t) = \exp(-l(l+1)t)\hat{u}_{lm}(0) \quad (15)$$

Ici, $\hat{u}_{lm}(0)$ est le spectre de la condition initiale $u(\theta, \varphi, 0)$.

3.2. DIFFUSION SPHERIQUE PAR LA CONVOLUTION

Dans cette section nous dérivons la fonction de green de l'équation sphérique de diffusion. Cette fonction de green peut être considéré comme prolongation de la fonction de gauss sur la sphère. En outre nous montrons que la convolution d'une fonction donnée par cette fonction de green est équivalente à résoudre l'équation de diffusion pour une donnée t . Pour obtenir la fonction de green « G », nous posons la condition initiale suivante [27] :

$$G(\theta, \varphi, 0) = \delta_{S^2}(\theta, \varphi) \quad (16)$$

Où la fonction de Dirac sphérique est définie par :

$$f(\eta) = \int_{\eta \in S^2} f(\eta) \delta_{S^2}(\theta, \varphi) d\eta \quad (17)$$

$\eta = (0, 0, 1)^T$: est le pôle nord et $f \in L^2(S^2)$ l'extension en harmoniques sphériques en utilisant (11) donne :

$$\delta_{S^2} = \sum \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} Y_{l0} \quad (18)$$

Et puisque nous savons comment le spectre $\hat{G}_{lm}(t)$ évolue sous l'équation de diffusion de (14), donc le résultat final de la fonction de green G est donnée par la formule suivante :

$$G(\theta, \varphi, t) = \sum_{l \in \mathbb{N}} \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} Y_{l0}(\theta, \varphi) e^{-l(l+1)kt} \quad (19)$$

$$G(\theta, \varphi, t) = \sum_{l \in \mathbb{N}} \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} P_l(\cos(\theta)) e^{-l(l+1)kt}$$

La fonction (19) est appelée le noyau de Green [24]

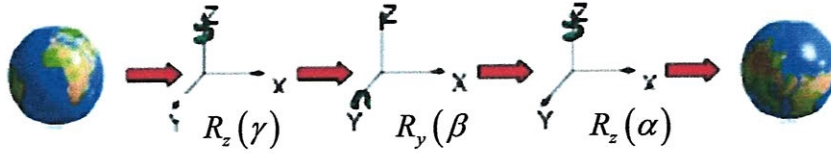
3.2. a. LA CONVOLUTION SUR LA SPHERE

Comme la définition de la convolution de deux fonctions sur la sphère n'est pas évidente donc on doit faire un rappel sur ce sujet. D'après Driscoll e Healy [25] ont défini la convolution de deux fonctions sur la sphère comme suit :

$$(f * h)(\eta) = \int_{SO(3)} f(R \eta) h(R^{-1} \eta) dR, \quad \eta \in S^2 \quad (20)$$

Où $\eta = (0, 0, 1)^T$: le pôle nord de la sphère unité. dR : représente l'élément de volume : $dR = \sin(\beta) d\gamma d\beta d\alpha$. La rotation d'un point $\eta \in S^2$ est effectuée par un élément g du groupe de rotation $SO(3)$, Dans ce mémoire nous paramétrons l'opérateur de rotation par les angles d'Euler ZYZ, C'est-à-dire, toute rotation $g(\alpha, \beta, \gamma) \in SO(3)$ on peut l'écrire comme suit :

$$g(\alpha, \beta, \gamma) = R_z(\gamma) R_y(\beta) R_z(\alpha)$$



Où $R_z(\alpha)$ et $R_y(\beta)$ représente respectivement la rotation autour de l'axe Z par un angle α en radian et la même chose pour l'axe Y avec un angle β .

Pour tout $g \in SO(3)$, Nous définissons la rotation de $f(\eta)$ avec l'opérateur Λ_g comme le suivant :

$$\Lambda_g f(\eta) = f(g^{-1}\eta)$$

Nous définissons aussi l'intégrale d'une fonction $f(\eta) \in L(S^2)$ par la relation suivante :

$$\int_{\eta \in S^2} f(\eta) d\eta$$

Où $d\eta = \sin\theta d\theta d\varphi$ est une mesure d'un volume d'une rotation invariante sur la sphère.

La définition de la convolution donnée dans (20) peut être justifiée comme suit :

La convolution de deux fonctions monodimensionnelles est donnée par la relation suivante :

$$(f * h)(x) = \int_{\square} f(x') h(x - x') dx' \tag{21}$$

Maintenant exprimons le décalage des arguments par un opérateur de translation $T_{x'}$ avec

$T_{x'} x = x - x'$ l'équation (21) devient alors :

$$(f * h)(x) = \int_{\mathfrak{R}} f(T_{x'} 0) h(T^{-1}x) dx' \tag{22}$$

Identifiant le pôle nord dans le cas sphérique avec l'origine dans le cas linéaire, l'opérateur de rotation avec l'opérateur de translation et ainsi de suite on trouve une similitude formelle entre (20) et (22).

Il est également nécessaire de noter qu'il y a une différence fondamentale entre la convolution sur (1D) et la convolution sur la sphère.

Dans le premier cas l'intégrale est effectuée dans le même domaine des deux fonctions aussi bien que le résultat de la convolution, mais dans le cas sphérique ce n'est plus vrai par ce que les fonctions à être convoluées sont définies sur S^2 tandis que l'intégrale est effectuée sur $SO(3)$.

Pour cette raison (20) n'est pas la seule manière de définir la convolution sur la sphère.

Daniilidis et Makadia [26] ont proposé un schéma pour réaliser la convolution sur la sphère comme le suivant :

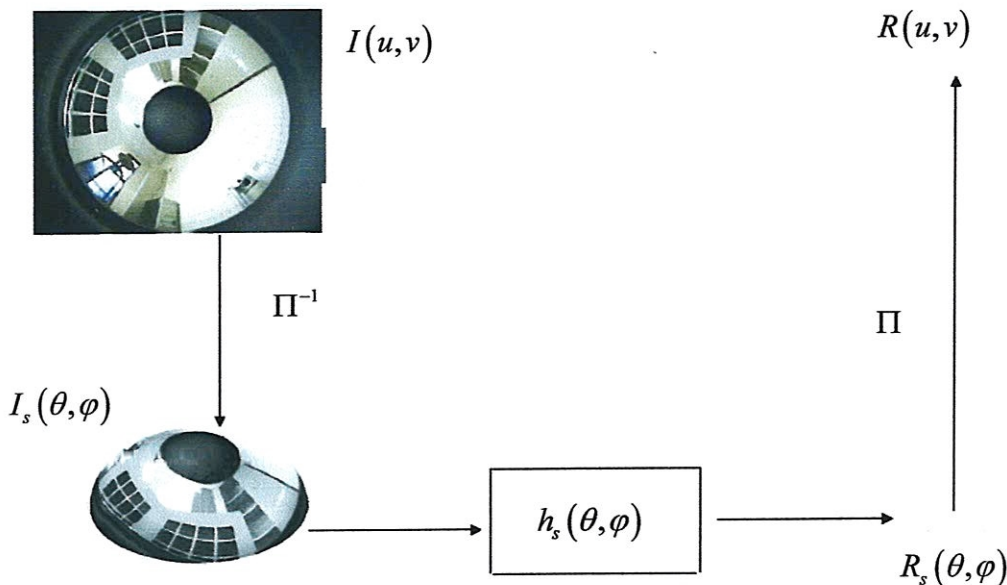


Figure 6: changement d'espace de traitements

I : image omnidirectionnelle, **G** : le traitement appliqué et **R** : le résultat. L'indice **S** définit les opérations sur la sphère.

Comme il y a une équivalence entre la projection sur tout miroir à point de vue unique et la projection sur une sphère suivie d'une projection sur un plan, la projection de l'image est faite sur une sphère de rayon unité. Ceci se fait par le passage en coordonnées sphériques. θ et φ sont les longitudes et latitudes respective du point (x, y, z) de la sphère et il est alors possible d'exprimer les coordonnées image (u, v) en fonction de θ et φ .

Ils ont utilisé une gaussienne comme filtre de base. Afin de pouvoir effectuer la convolution, il faut projeter la gaussienne à la nouvelle position, et définir l'action d'un opérateur de rotation qui est défini comme suit :

$$\Lambda(g) \cdot G_s(\eta) = G_s(g^{-1} \eta) \tag{23}$$

La gaussienne au pôle nord de la sphère est donnée par :

$$G_s(\theta, \varphi) = \frac{1}{2\pi\sigma} \cdot e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \cot^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} \quad (24)$$

La convolution est définie par :

$$R_s(\beta, \gamma) = I_s * G_s(\beta, \gamma) = \int_{\eta \in S^2} I_s(\eta) * G_s(g^{-1}\eta) d\eta \quad (25)$$

L'implémentation de l'approche nous a permis de constater que cette méthode d'une part à aussi le même problème c'est-à-dire la convolution sphérique est intégrée au dessus de SO(3), par conséquence le résultat est défini au dessous de S^2 opposé aux domaines des fonctions convoluées et d'une autre part, celle qui nécessite le plus de calculs et lors des changements de coordonnées, des difficultés de ré échantillonnage apparaissent.

Pour résoudre ce problème de convolution sur la sphère, Driscoll et Healy [25] ont prouvé un théorème de convolution sur la sphère définie dans le domaine fréquentiel.

Théorème : Pour toutes fonctions f et h dans S^2 la transformée sphérique de leur produit de convolution est le produit des transformées sphériques de f et h.

$$(f * h)_{lm} = 2\pi \sqrt{\frac{4\pi}{(2l+1)}} \hat{f}_{lm} \hat{h}_{l0}$$

Notons que seulement les coefficients \hat{h}_{l0} avec $m=0$ contribuent à la convolution.

Ces coefficients correspondent aux harmoniques zonales et ils représentent la partie rationnelle invariante du filtre.

Ceci est attendu puisque l'intégrale est effectuée au dessus du groupe de rotation SO(3) incluant la rotation du filtre autour de son centre.

Cette propriété considère la convolution comme elle est définie dans (20) utile pour les filtres qui ont une partie rationnelle invariante, et en outre elle n'est pas commutative.

Donc, nous pouvons maintenant effectuer la diffusion sphérique avec n'importe qu'elle fonction donnée $f \in L^2(S^2)$ comme une condition initiale du procédé de diffusion par la convolution de f avec la fonction de green (19)

$$f_t(\theta, \varphi) = \frac{1}{2\pi} (f * t)(\theta, \varphi) \quad (26)$$

Le facteur $\frac{1}{2\pi}$ est nécessaire puisque l'intégrale de convolution dans (20) est nécessaire dans $SO(3)$. Ceci contient l'intégration au dessus de la rotation du filtre autour de son centre puisque G est une superposition des harmoniques sphériques zonales. Cette intégration contribue un facteur supplémentaire 2π en utilisant le théorème de convolution nous pouvons maintenant effectuer le procédé de diffusion sur les spectres de f et G .

$$(\hat{f}_t)_{lm} = \sqrt{\frac{4\pi}{2l+1}} \hat{f}_{lm} \hat{G}(:, t)_{l0} \quad (27)$$

$$(\hat{f}_t)_{lm} = \hat{f}_{lm} \exp(-l(l+1)kt) \quad (28)$$

Les coefficients avec les grandes valeurs de l correspondent aux hautes fréquences de (28). Nous voyons que le procédé de diffusion agit comme un filtre passe bas.

Notant qu'il y a une similitude entre le facteur d'atténuation $\exp(-l(l+1)kt)$ dans (28) et la transformée de Fourier d'un noyau gaussien de diffusion (1) sur Un plan réel qui est $\exp(-l(l+1)kt)$.

3.3.2. LE NOYAU DE GAUSS

Si on commence avec la définition d'un Gaussien sur le plan (2D) on peut obtenir facilement un Gaussien sphérique par l'utilisation de la projection stéréographique inverse.

$$G_s(\theta, \varphi, t) = \exp - \left(\tan \frac{\left(\frac{\theta}{2} \right)}{t} \right)^2 \quad (29)$$

3.3.3. LA FORME SPHERIQUE DU FILTRE DE WIENER

On présente sur cette partie une adaptation du filtre de Wiener pour les fonctions sphériques pour ça on considère que l'image originale $f \in L^2(S^2)$ bruite par un bruit blanc additif n . et on la note : $x = f + n$ et on cherche le meilleur estimateur g de x .

Pour réaliser ce but on doit utilisant le maximum du SNR qui est défini par la relation suivante :

$$SNR = 10 \log_{10} \frac{E(\|f\|^2)}{E(\|f - g\|^2)} \quad (30)$$

La minimisation d'erreur quadratique moyenne est donnée par : $e = E(\|f - g\|^2)$.

On note que l'image originale f et l'estimateur g sont inclus dans $L^2(S^2)$

Si on utilise le théorème de Rieze-Fischer on trouve la formule suivante :

$$e = E \left(\sum_{l \in \mathbb{N}} \sum_{|m| \leq l} \left| \hat{f}(l, m) - \hat{g}(l, m) \right|^2 \right)$$

On considère g comme le résultat du filtre (où la réponse impulsionnelle est h) appliquée sur la donnée x . on obtient la formule suivante :

$$g = \frac{1}{2\pi} x * h$$

Avec l'application du théorème de la convolution de Driscoll Healy on obtient :

$$e = E \left(\sum_{l \in \mathbb{N}} \sum_{|m| < l} \left| \hat{f}(l, m) - \sqrt{\frac{4\pi}{2l+1}} \hat{x}(l, m) \hat{h}(l, m) \right|^2 \right) \quad (31)$$

Alors, on doit trouver le filtre h qui minimise e de l'expression (31)

Pour ce filtre soit invariant par rapport à la rotation on doit utiliser les harmoniques zonales :

$$h(\eta) = \sum_{k \in \mathbb{N}} \hat{h}(k, 0) Y_{k,0}(\eta)$$

Cette expression $\hat{h}(k, 0)$ qui minimise e et résoudre l'équation suivante : $\frac{\partial e}{\partial \hat{h}(k, 0)} = 0$

Avec la considération que n : est un bruit blanc avec une variance σ , $E[\hat{n}(k, m)] = \sigma^2$ et en

supposant que: $E \left| \hat{f}(k, m) \right|^2 = \frac{c}{k^2}$.

Donc : on peut conclure facilement l'expression de h .

$$x = f + n$$

$$\hat{x} = \hat{f} + \hat{n}$$

$$\begin{aligned} E[\hat{x}]^2 &= E[\hat{f}]^2 + E[\hat{n}]^2 \\ &= \frac{c + \sigma^2 k^2}{k^2} \end{aligned}$$

Pour $\frac{\partial e}{\partial \hat{h}(k, 0)} = 0$ alors :

$$\frac{c}{k^2} - \sqrt{\frac{4\pi}{2k+1}} \frac{c + \sigma^2 k^2}{k^2} h(k, 0) = 0$$

$$h(k, 0) = \sqrt{\frac{2k+1}{4\pi}} \frac{1}{1 + \frac{\sigma^2 k^2}{c}}$$

L'expression de $h(k, 0)$ est donnée par la relation suivante :

$$h(k, 0) = \sqrt{\frac{2k+1}{4\pi}} \frac{1}{1 + \frac{\sigma^2 k^2}{c}} \quad (32)$$

4. CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons présenté la construction et l'application des filtres pour les images qui sont définis sur la sphère. Et nous avons présenté des filtres qui sont dérivés de la fonction de green de l'équation de diffusion sphérique, ils sont mathématiquement fondés bonnes avec l'existence d'une analyse fréquentielle dans le domaine sphérique. Et on a proposé une nouvelle méthode du lissage « *le filtre de Wiener* » pour les données de surface qui sont définies comme des fonctions sur la sphère.

Pour voir l'efficacité du filtre Wiener par rapport au filtre de green sur toute la sphère "surtout au niveau de l'équateur et le pole nord" on a fait deux étapes de teste, la première on a testé l'influence de l'échelle sur l'image filtrée et dans la deuxième partie pour voir la robustesse des filtres en présence du bruit on a choisit deux valeurs de variance du bruit « $\sigma = 20$ et $\sigma = 40$ ». Et pour réaliser cette comparaison on a basé sur un protocole d'expérimentation qui contient deux points :

❖ La projection stéréographique :

$$I_s(\theta, \phi) \stackrel{def}{=} I \left(\cot \left(\frac{\theta}{2} \right) \cdot \cos(\phi), \cot \left(\frac{\theta}{2} \right) \cdot \sin(\phi) \right)$$

❖ SNR

Telle que f : est l'image originale et g : filtrée.

$$SNR = 20 \log_{10} \frac{\sum \sum (\|f\|^2)}{\sum \sum (\|f - g\|^2)}$$

I-LA PREMIERE PARTIE

I.1.Le filtre de Green

Comme on a démontré dans le deuxième chapitre la formule du filtre de Green est comme la suivante :

$$G(\theta, \phi, t) = \sum_{l \in \mathbb{N}} \frac{2l+1}{4\pi} P_l^0(\cos(\theta)) e^{-(l+1)kt}$$

La transformée de Fourier sphérique :

$$\mathbb{G}(\cdot, t)(l, m) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} e^{-(l+1)kt} & \text{si } m=0 \\ 0 & \text{si non} \end{cases}$$

1. L'image Damier:.

➤ Pour $\sigma=20$

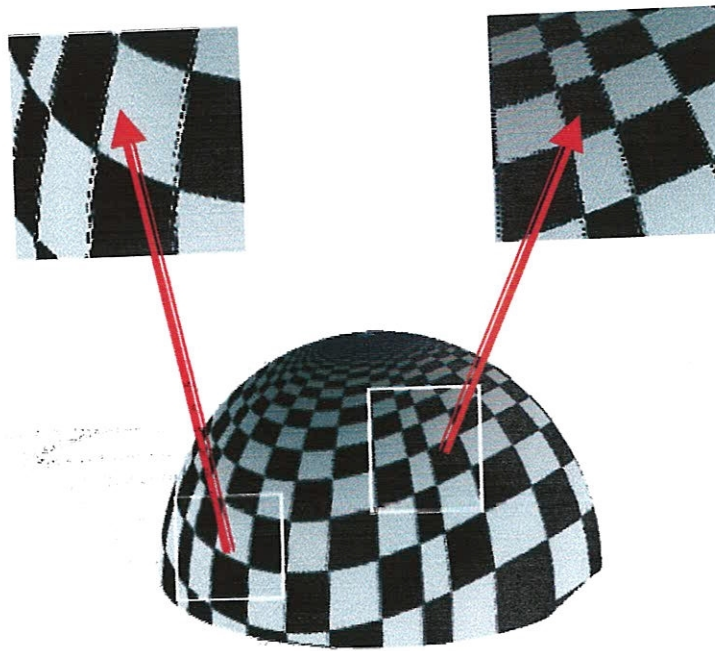


Figure1 : Image damier

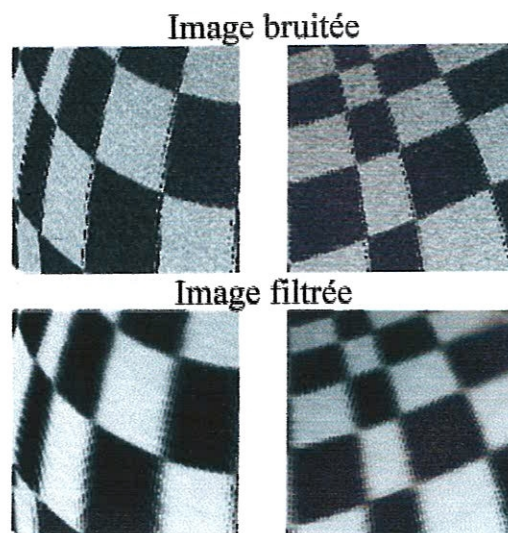


Figure (1.1): le zoom pour $k = 4.10^{-2}$

Pour voir l'influence de l'échelle sur l'image filtrée on trace les courbes suivantes :

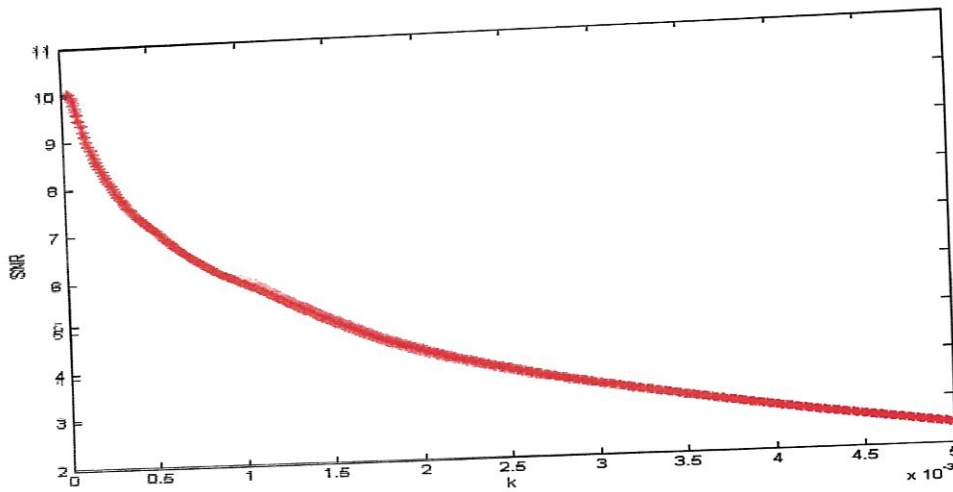


Figure (2) : l'évolution du SNR en fonction de l'échelle pour $\sigma=20$

On remarque que le SNR est maximum ≈ 10.02 pour $k = 4.10^{-2}$

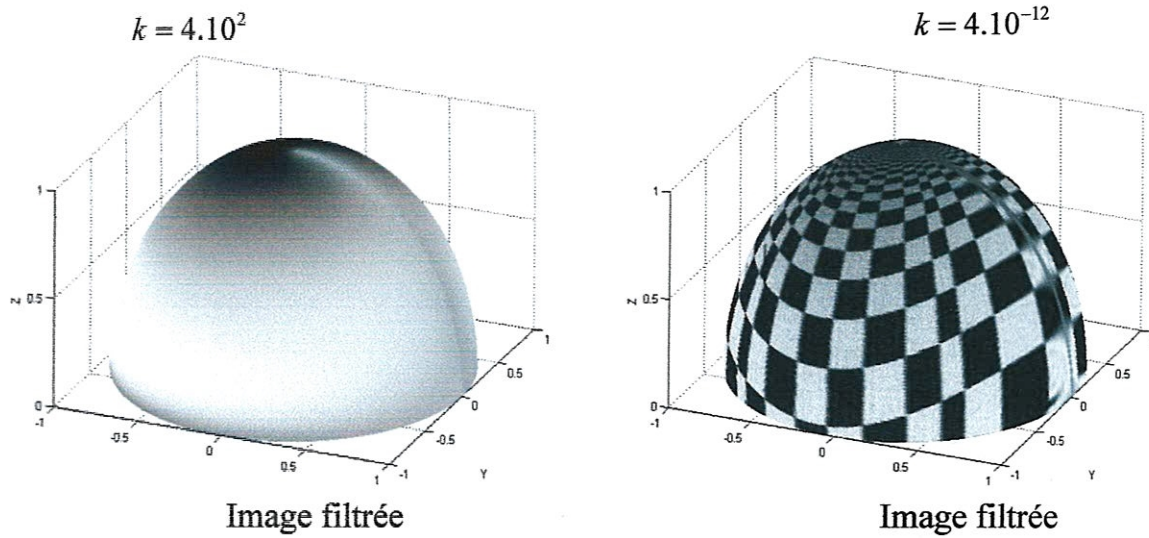


Figure (2.1): l'influence de l'échelle sur l'image filtrée

➤ Le deuxième cas : $\sigma=40$

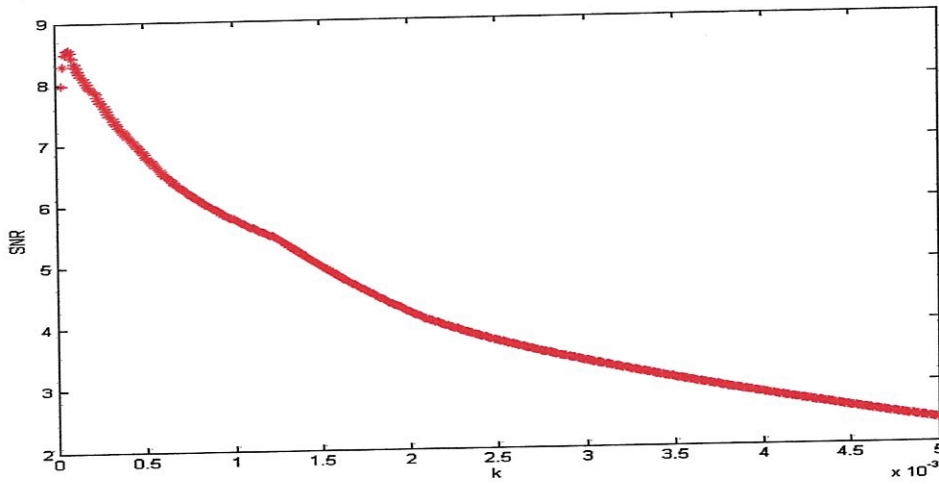


Figure (3) : l'évolution du SNR en fonction de l'échelle pour $\sigma=40$

Le SNR atteint la valeur maximale 8.565 pour la valeur d'échelle $k=8.10^{-5}$

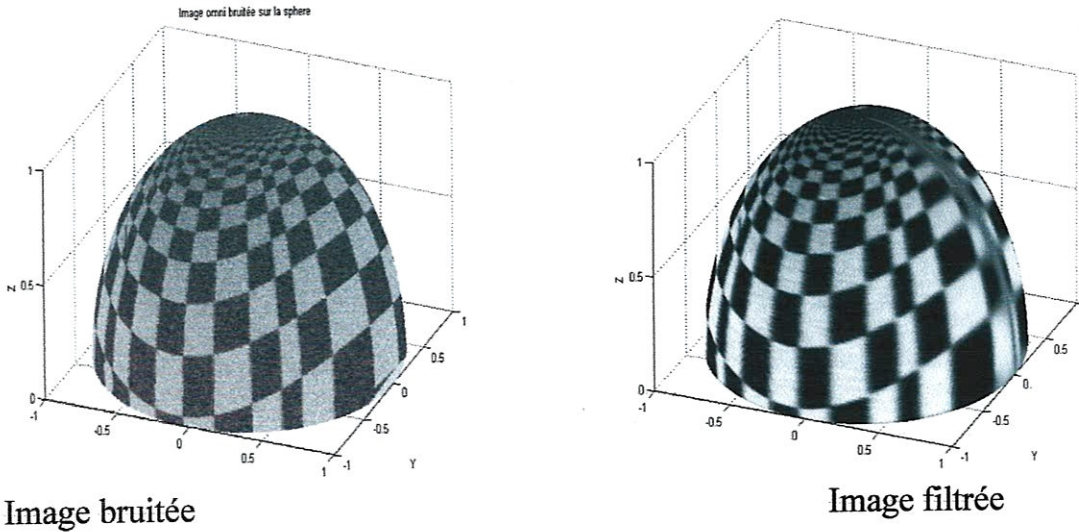


Figure (3.1): le résultat du filtre pour $\sigma=40$

2-Pour l'Image synthèse

➤ Pour $\sigma = 40$

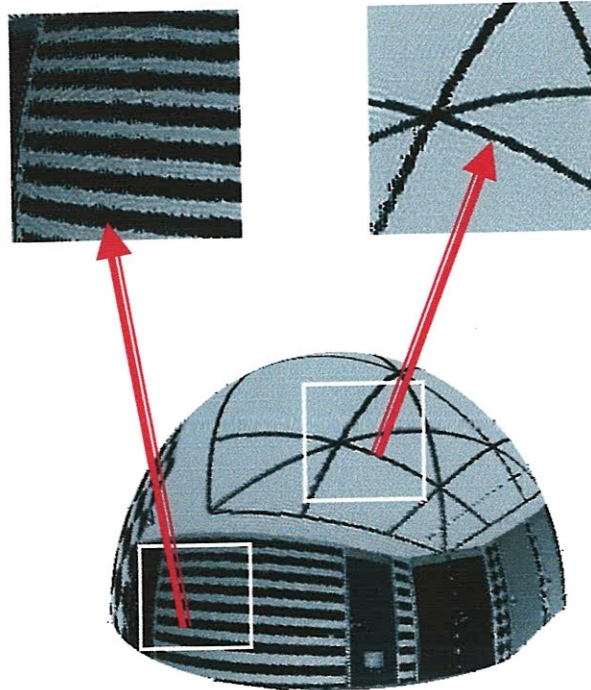


Figure (4): Image synthèse

Image bruitée

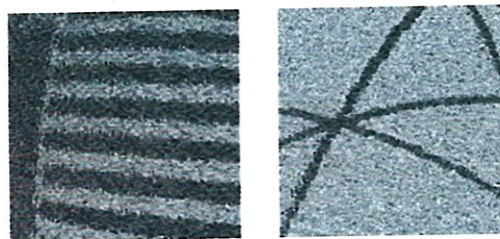


Image filtrée

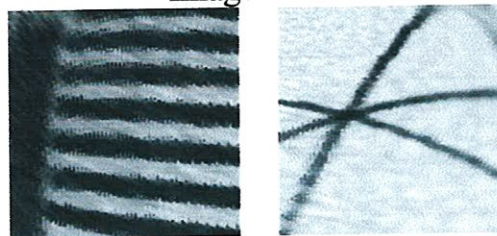


Figure (4.1): le zoom pour $k = 4.10^{-5}$

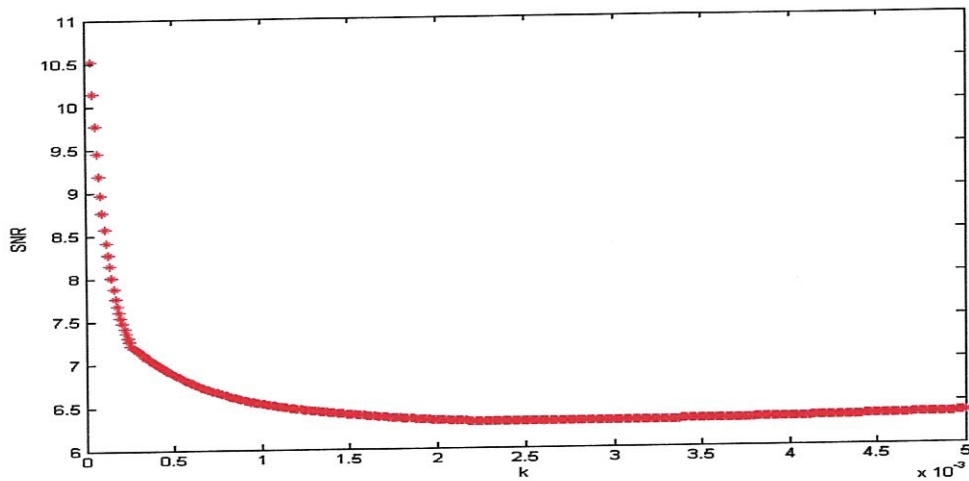


Figure (5) : l'évolution de l'échelle en fonction de $\sigma=40$

Le SNR atteint la valeur maximale 10.51 pour la valeur d'échelle $k = 4.10^{-5}$

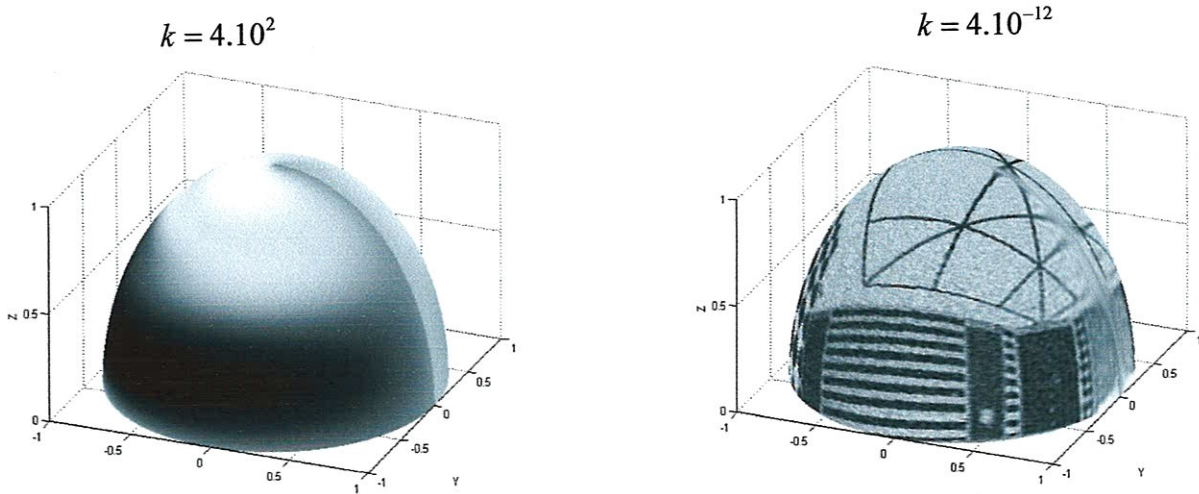


Figure (5.1) : l'influence de l'échelle sur l'image filtrée pour $\sigma=40$

3- Pour l'image Mire

➤ Le premier cas $\sigma=20$

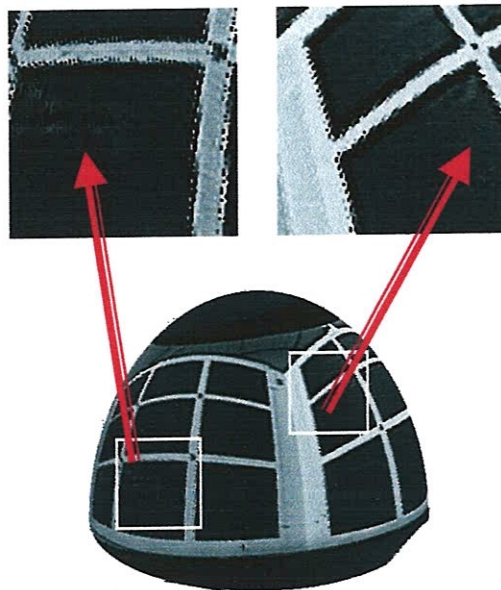


Figure (6) : Image Mire

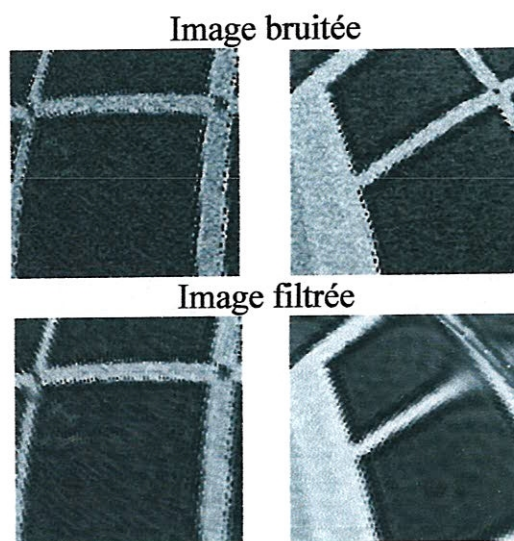


Figure (6.1): Le zoom

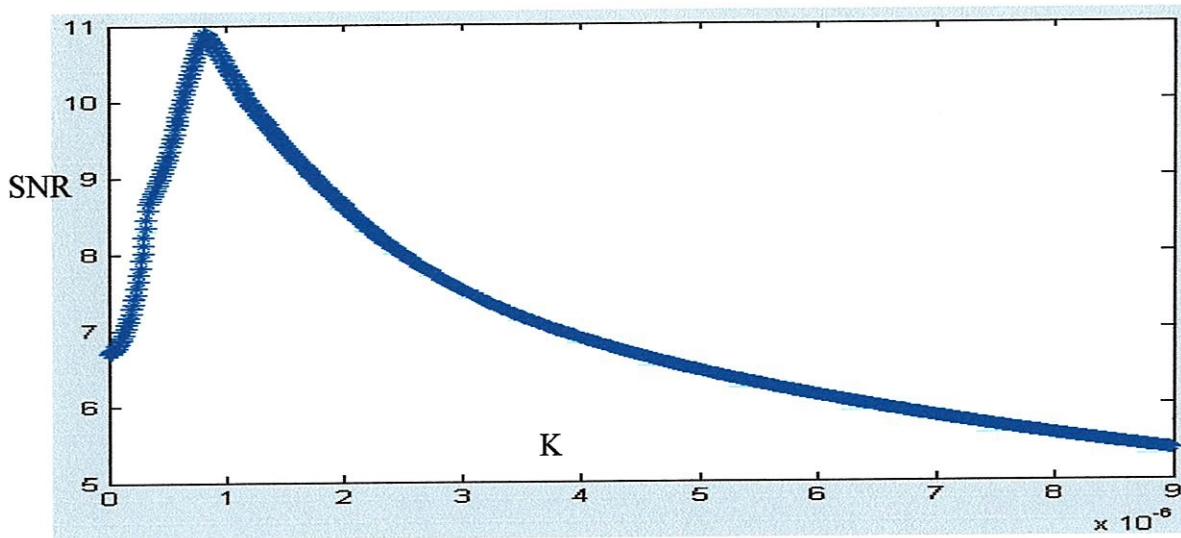


Figure (7) : l'évolution de l'échelle en fonction de $\sigma=20$

Le SNR atteint la valeur maximale 10.696 pour la valeur d'échelle $k = 0.26 \cdot 10^{-5}$

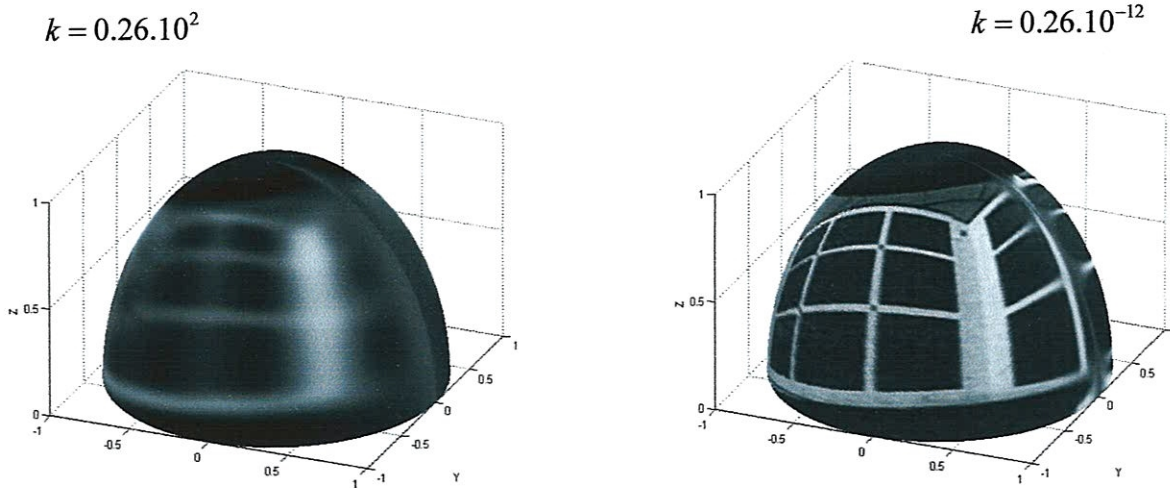


Figure (7.1) : l'influence de l'échelle sur l'image filtrée pour $\sigma=20$

➤ Le deuxième cas $\sigma=40$

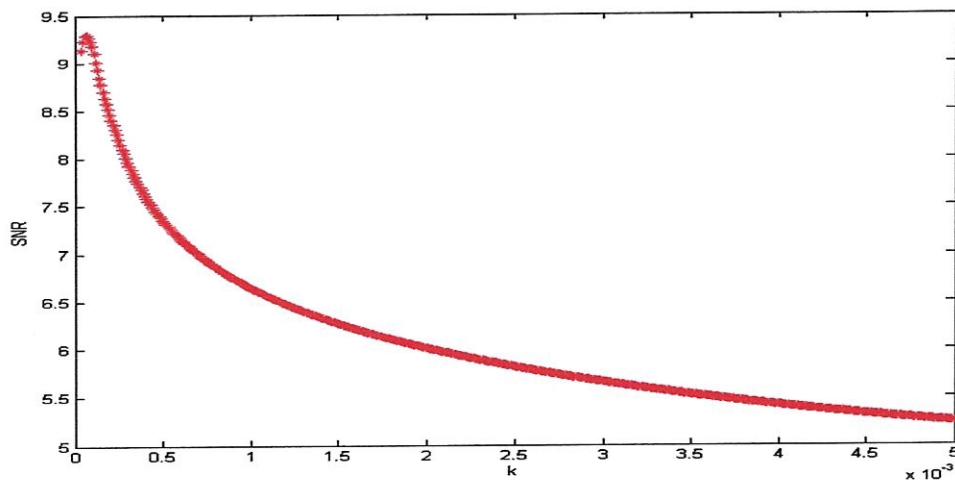


Figure (8) : l'évolution de l'échelle en fonction de $\sigma=40$

Le SNR atteint la valeur maximale 9.2909 pour la valeur d'échelle $k = 7.10^{-5}$

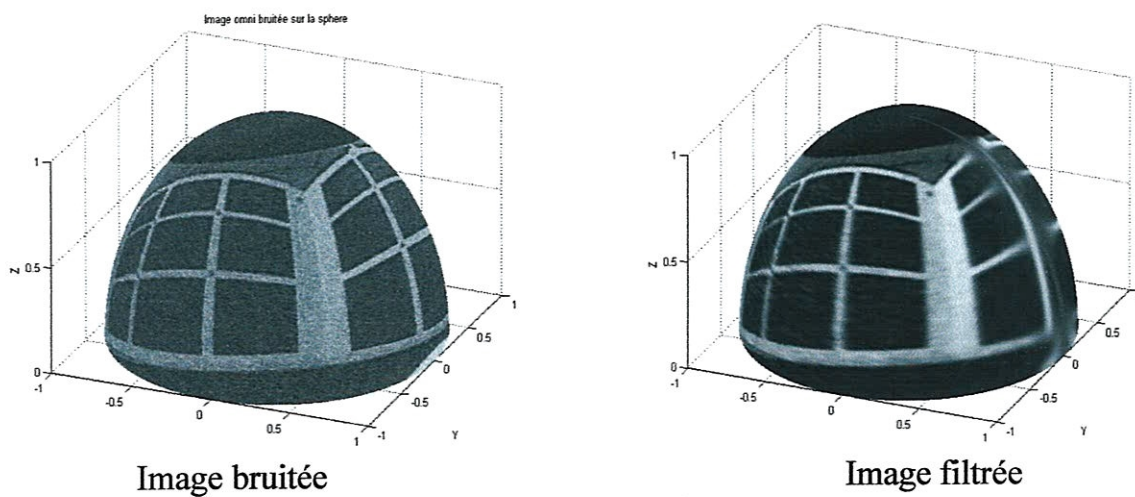


Figure (8.1): le résultat du filtre pour $\sigma=40$

4-Image bureau

➤ Pour $\sigma=20$

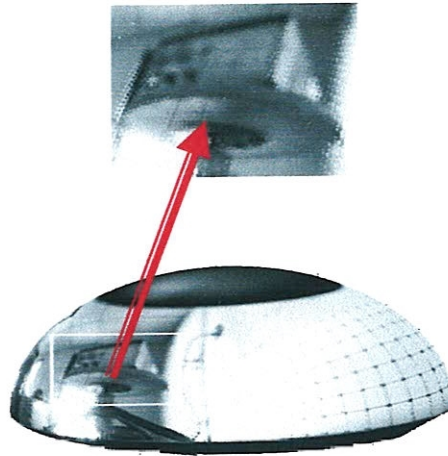


Figure (9): Image Bureau



Image bruitée

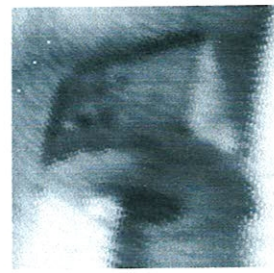


Image filtrée

Figure (9.1): le zoom

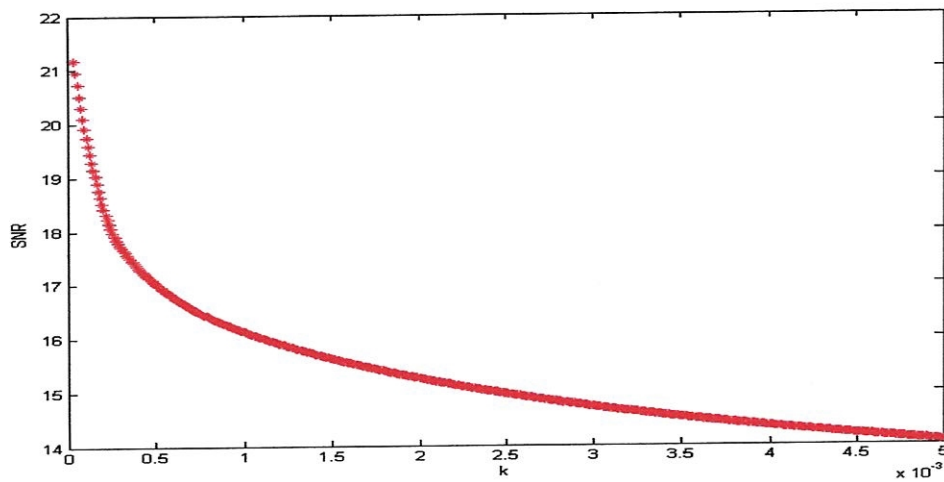


Figure (10) : l'évolution de l'échelle en fonction de $\sigma=20$

Le SNR atteint la valeur maximale 21.18 pour $k=4.10^{-5}$.

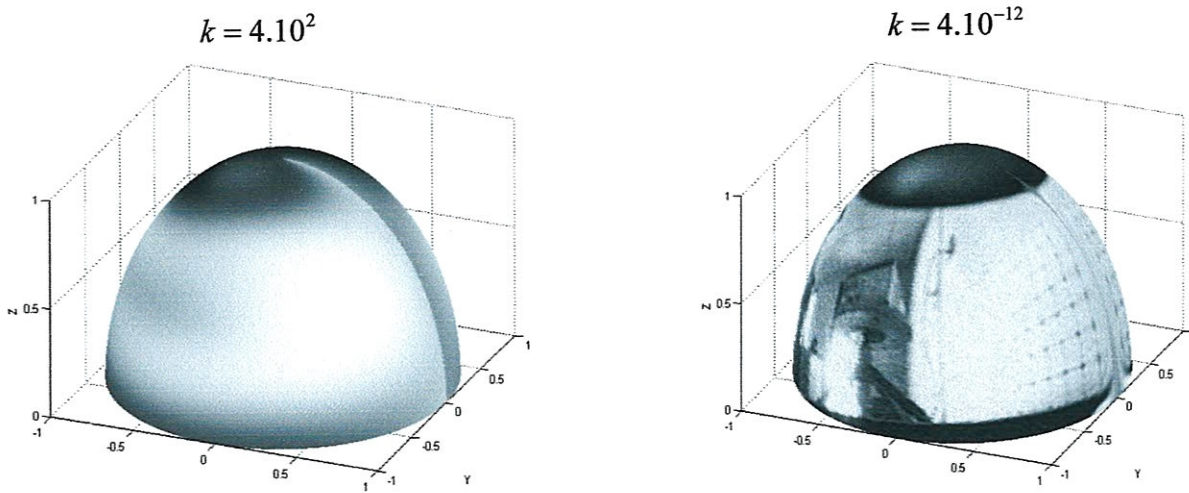


Figure (10.1) : L'influence de l'échelle sur l'image filtrée pour $\sigma=20$

➤ Le deuxième cas $\sigma=40$

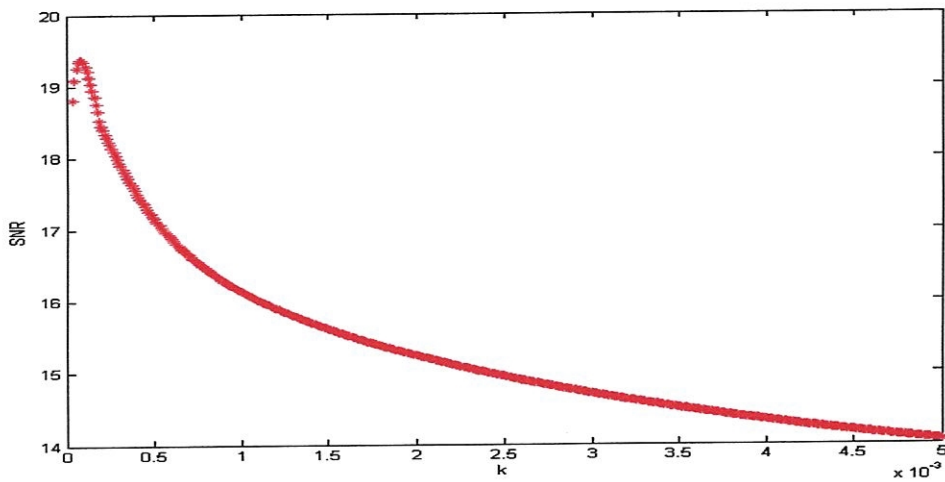


Figure (11) : L'évolution du SNR en fonction d'échelle pour $\sigma=40$

Le SNR attend la valeur maximale 19.73 pour la valeur d'échelle $k=8.10^{-5}$



Image bruitée

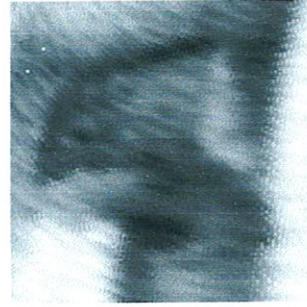


Image filtrée

Figure (11.1): Le résultat du filtre pour $\sigma=40$

D'après les courbes d'évolutions du SNR en fonction de l'échelle on peut comprendre la relation entre la valeur de l'échelle k et la valeur du SNR. On note que SNR atteint la valeur maximale pour une seule valeur k et on remarque que si l'échelle n'est pas bien choisie, on lisse trop l'image au point de détruire les informations dans l'image.

Et dans le cas où on a augmenté la variance du bruit $\sigma = 40$. on a trouvé que la valeur du SNR dépend toujours de la valeur de l'échelle, mais la valeur maximale du SNR est beaucoup plus petite que pour un bruit $\sigma = 20$.

❖ Evolution du SNR en fonction de sigma

Dans cette troisième expérimentation, nous mettons en évidence l'évolution de SNR par rapport à la puissance du bruit, d'où la valeur de σ « variance ». nous fixons la valeur de k et nous varions la valeur de σ .

1-Pour l'image damier

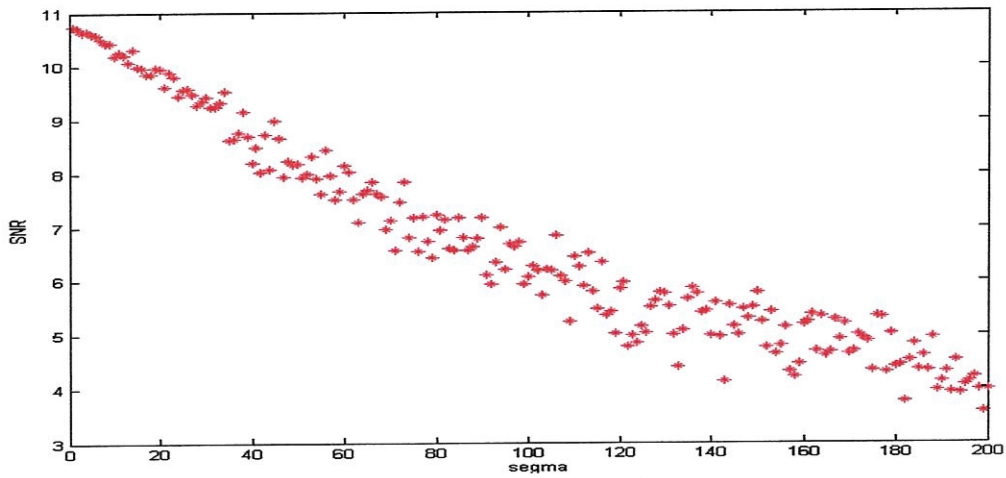


Figure (12) : l'évolution du SNR en fonction de σ

Le SNR atteint la valeur maximale 10.82 pour $k = 8.10^{-5}$

2- Pour l'image synthèse

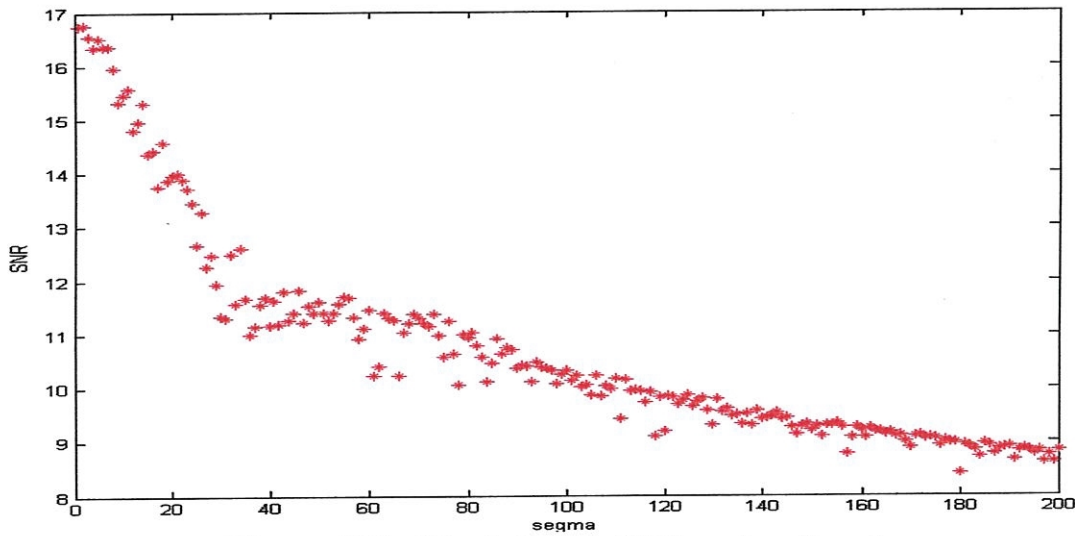


Figure (13) : l'évolution du SNR en fonction de σ

Le SNR atteint la valeur maximale 16.89 pour $k = 4.10^{-5}$

3-Pour l'image mire

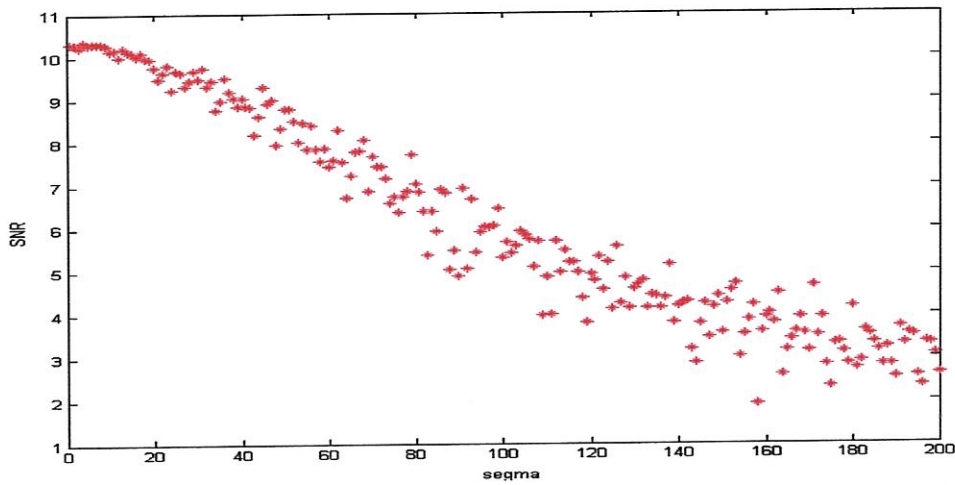


Figure (14) : l'évolution du SNR en fonction de σ

Le SNR atteint la valeur maximale 10.35 pour $k = 4.10^{-5}$

4-Pour l'image bureau

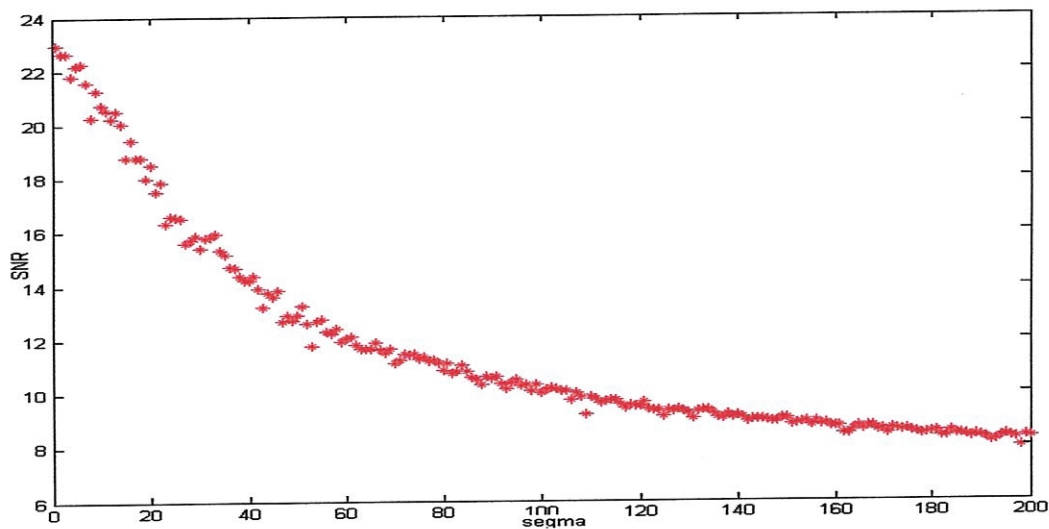


Figure (15) : l'évolution du SNR en fonction de σ

Le SNR atteint la valeur maximale 22.93 pour $k = 8.10^{-5}$

- On remarque que les quatre courbes sont décroissantes, le SNR est inversement proportionnelle à la puissance du bruit

II.LA DEUXIEME PARTIE

II.2. Le filtre de winer

Comme on a démontré dans le deuxième chapitre la formule du filtre de Green est comme la suivante :

$$\hat{h}(k,0) = \sqrt{\frac{2k+1}{4\pi}} \frac{1}{1 + \frac{\sigma^2 k^2}{c}}$$

1. L'image damier

➤ Pour $\sigma = 20$

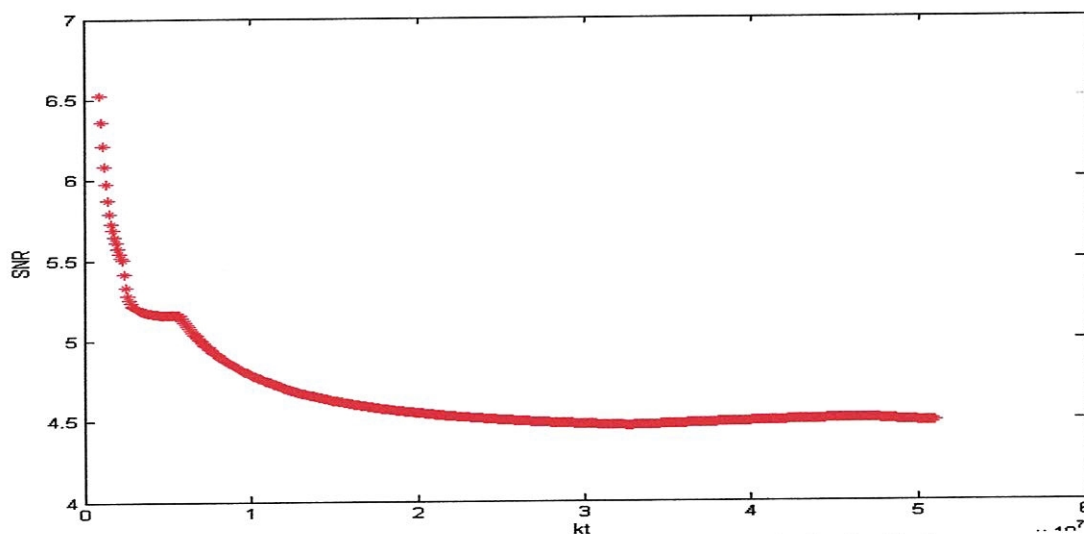


Figure (16). L'évolution du SNR en fonction de l'échelle k

Le SNR attend la valeur maximale 6.522 pour $k=10^6$.

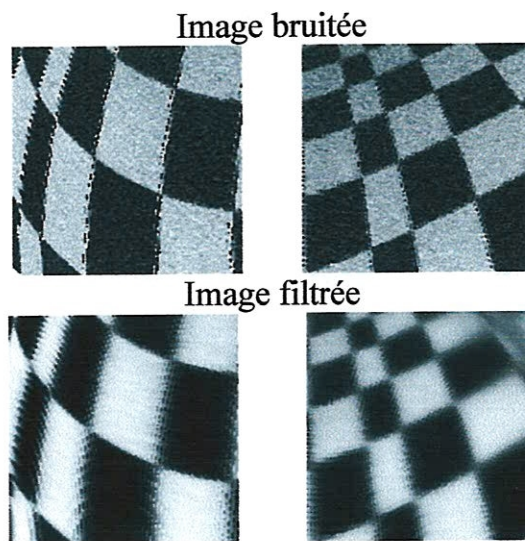


Figure (16.1): le zoom pour $k=10^6$

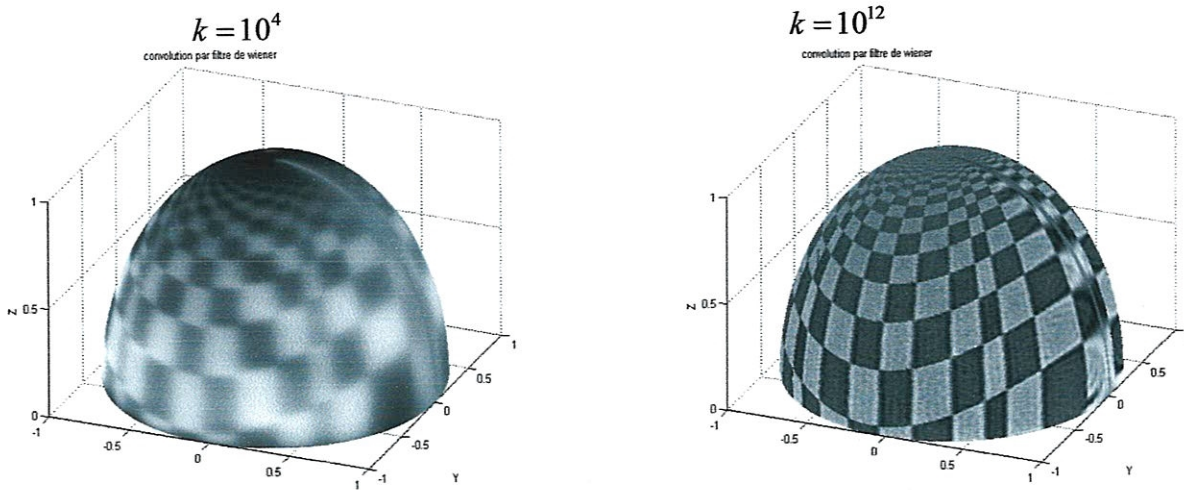


Figure (16.2) : l'influence de l'échelle sur l'image filtrée pour $\sigma=20$

➤ Le deuxième cas : $\sigma=40$

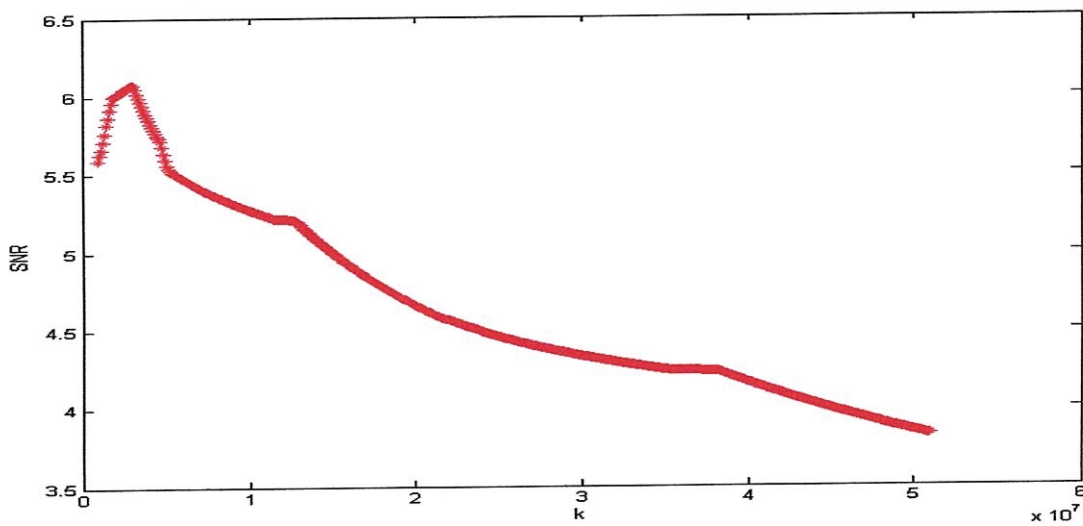


Figure (17). L'évolution du SNR en fonction de l'échelle k

Le SNR atteint la valeur maximale 6.07 pour $k=3.10^6$.

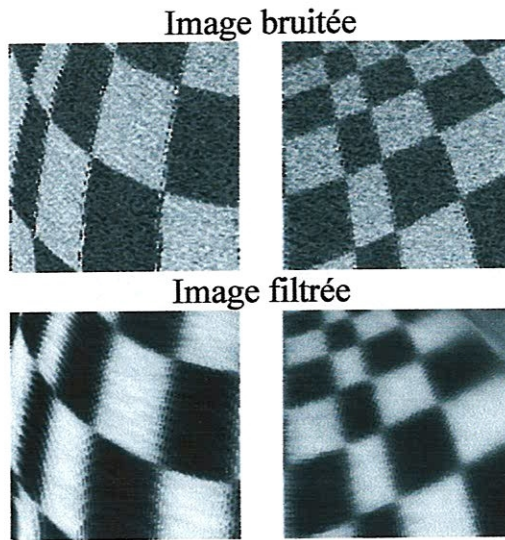


Figure (17.1): le zoom pour $3 \cdot 10^6$

2-Pour l'image synthèse

Pour $\sigma=20$

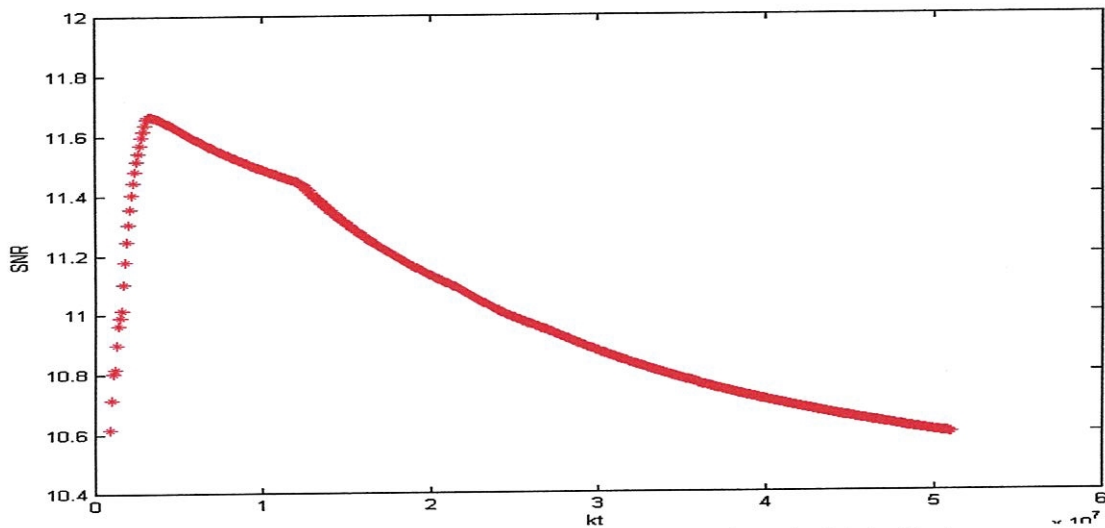


Figure (18). L'évolution du SNR en fonction de l'échelle k

Le SNR atteint la valeur maximale 11.66 pour $k=3,3 \cdot 10^6$

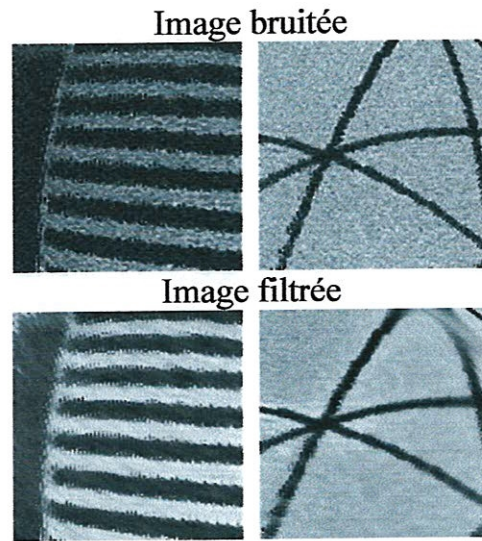


Figure (18.1): Le zoom pour $k=3, 3 \cdot 10^6$

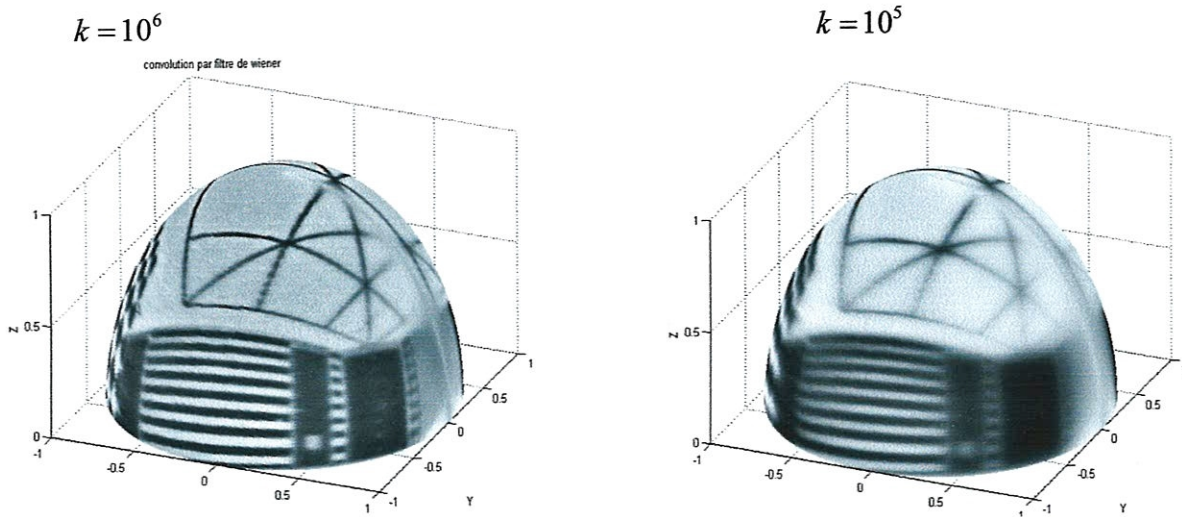


Figure (18.2) : l'influence de l'échelle sur l'image filtrée pour $\sigma=20$

➤ Le deuxième cas: $\sigma=40$

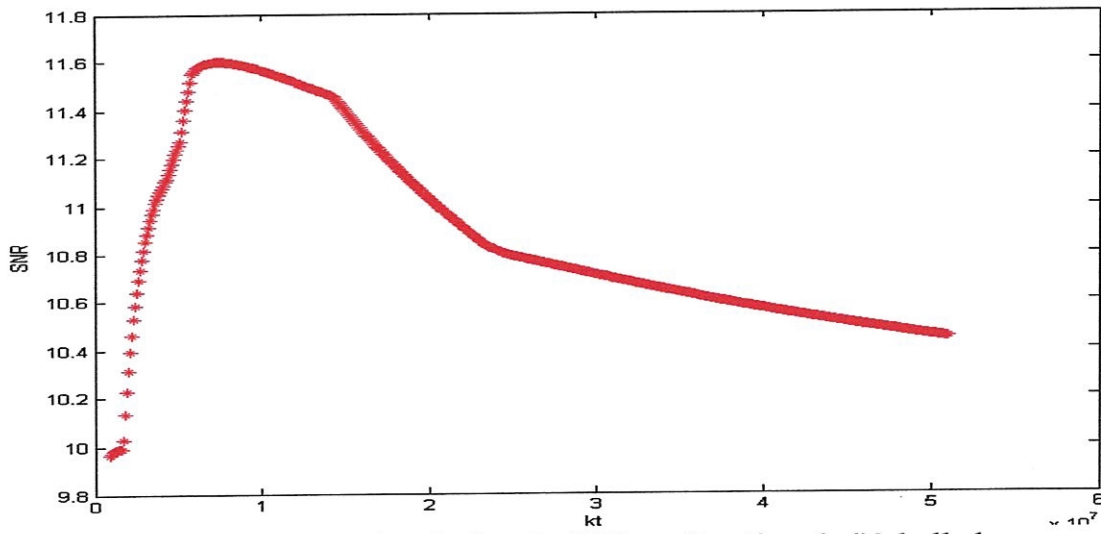


Figure (19). L'évolution du SNR en fonction de l'échelle k

Le SNR atteint la valeur maximale 11.60 pour $k=7,6.10^6$

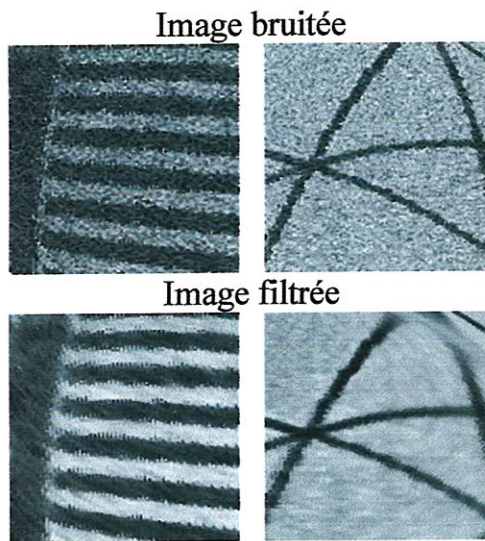


Figure (19.1): Le zoom pour $k=7,6.10^6$

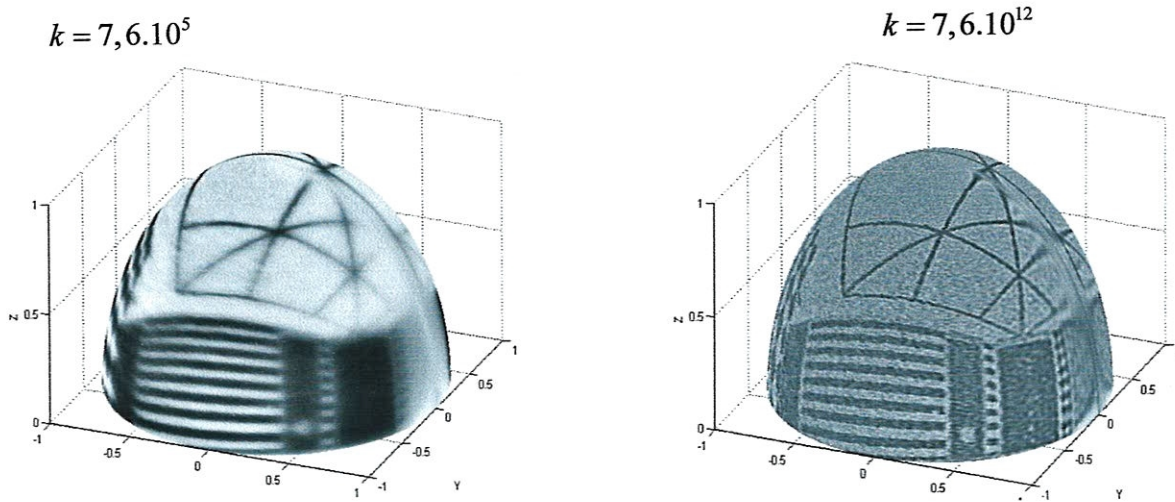


Figure (19.2) : l'influence de l'échelle sur l'image filtrée pour $\sigma=40$

3-L'image mire

Pour $\sigma =20$

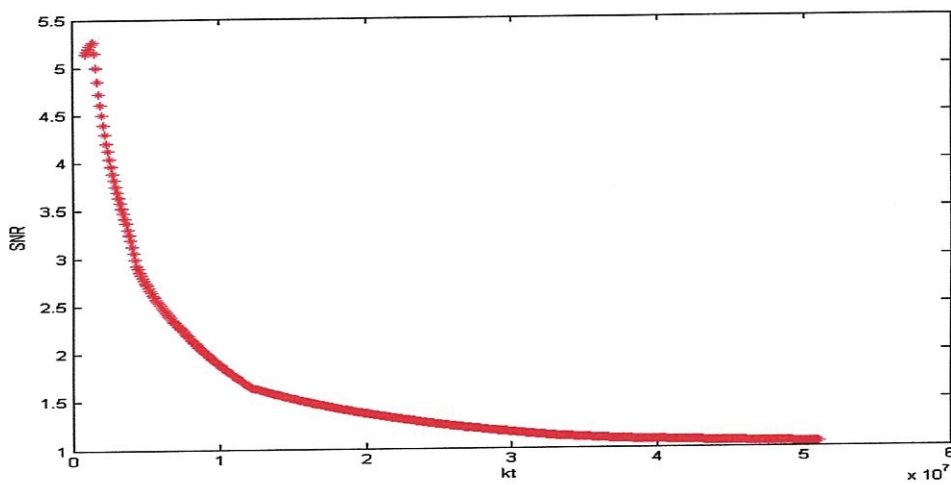


Figure (20). L'évolution du SNR en fonction de l'échelle k

Le SNR atteint la valeur maximale 5.26 pour $k = 1,5.10^6$

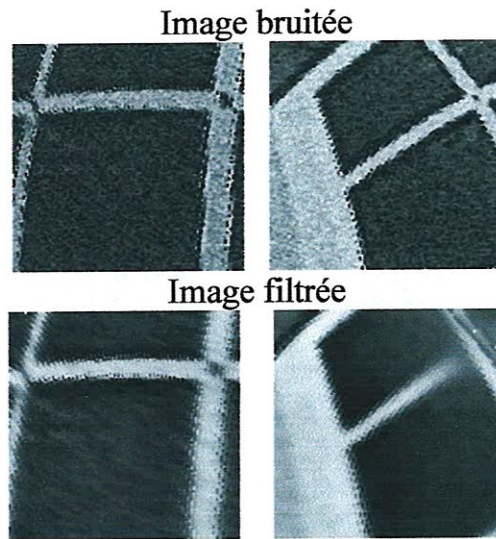


Figure (20.1): Le zoom pour $k=7,6.10^6$

$k = 1,5.10^5$

$k = 1,5.10^{12}$

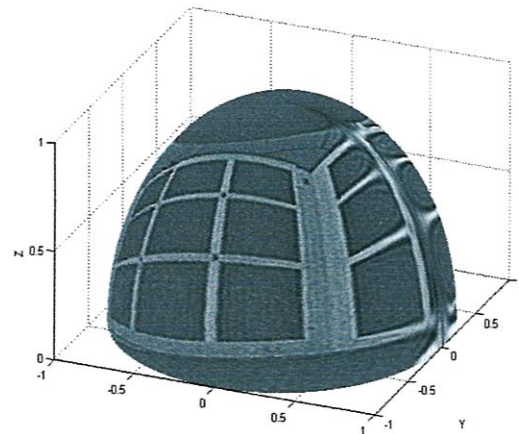
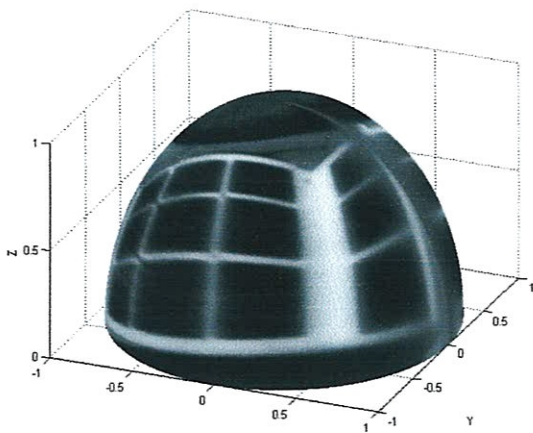


Figure (20.2) : l'influence de l'échelle sur l'image filtrée pour $\sigma=20$

➤ Le deuxième cas : $\sigma=40$

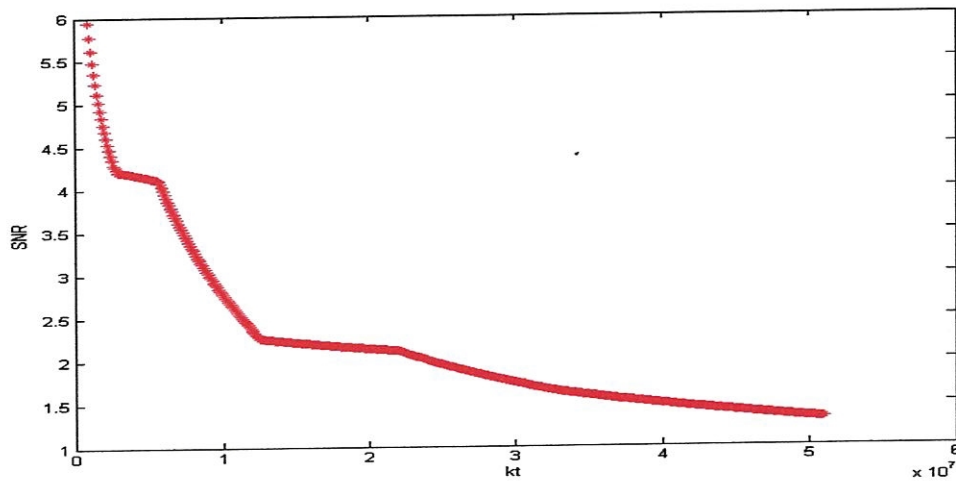


Figure (21). L'évolution du SNR en fonction de l'échelle k

Le SNR atteint la valeur maximale 5.94 pour $k = 10^6$

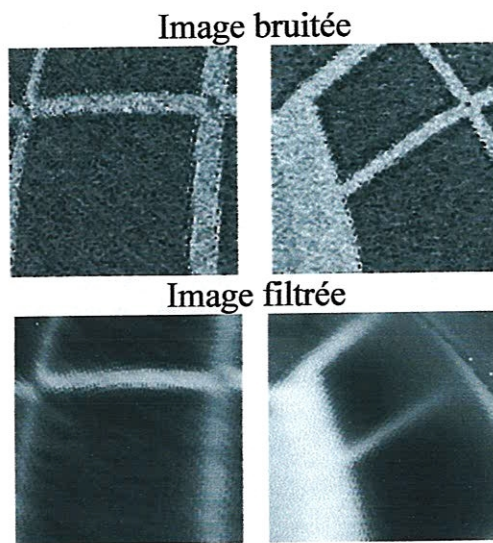
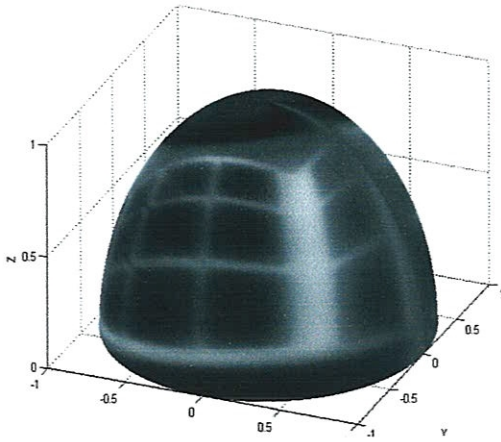


Figure (21.1): Le zoom pour $k = 10^6$

$k = 10^5$



$k = 10^7$

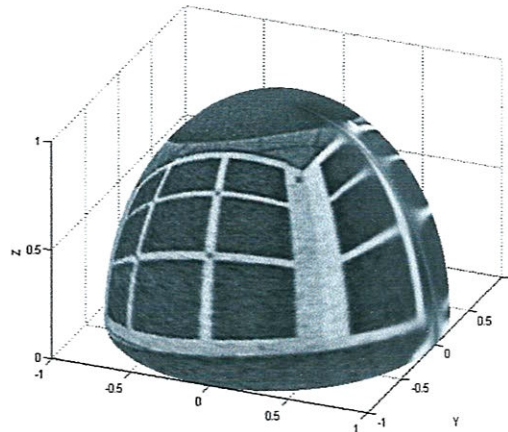


Figure (21.2) : l'influence de l'échelle sur l'image filtrée pour $\sigma = 40$

4-l'image bureau

Pour $\sigma = 20$

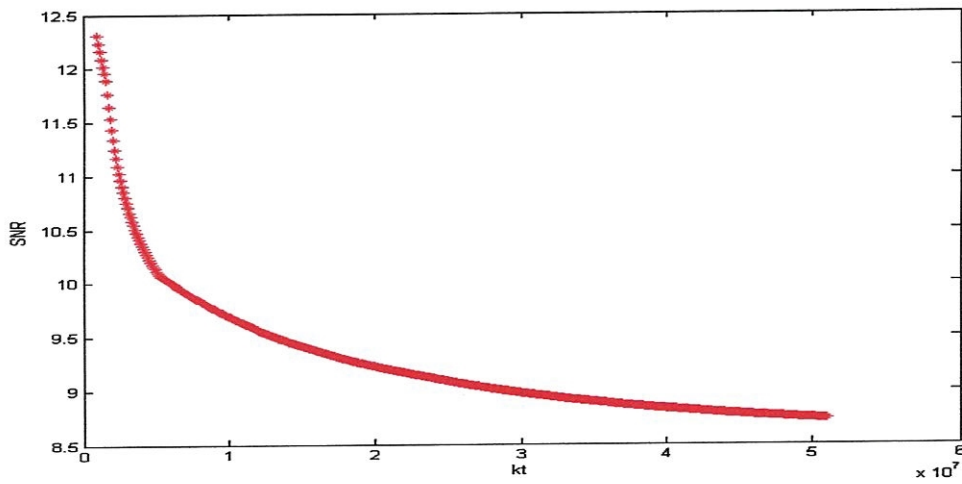


Figure (22). L'évolution du SNR en fonction de l'échelle k

Le SNR atteint la valeur maximale 12.30 pour $k = 10^6$

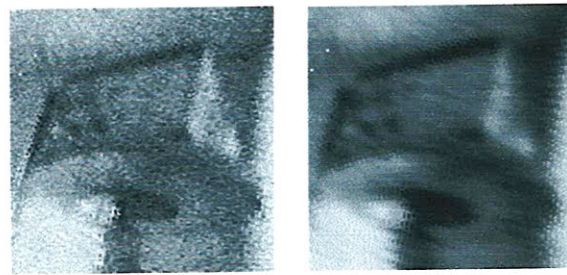


Image bruitée Image filtrée
Figure (22.1): Le zoom pour $k=10^6$

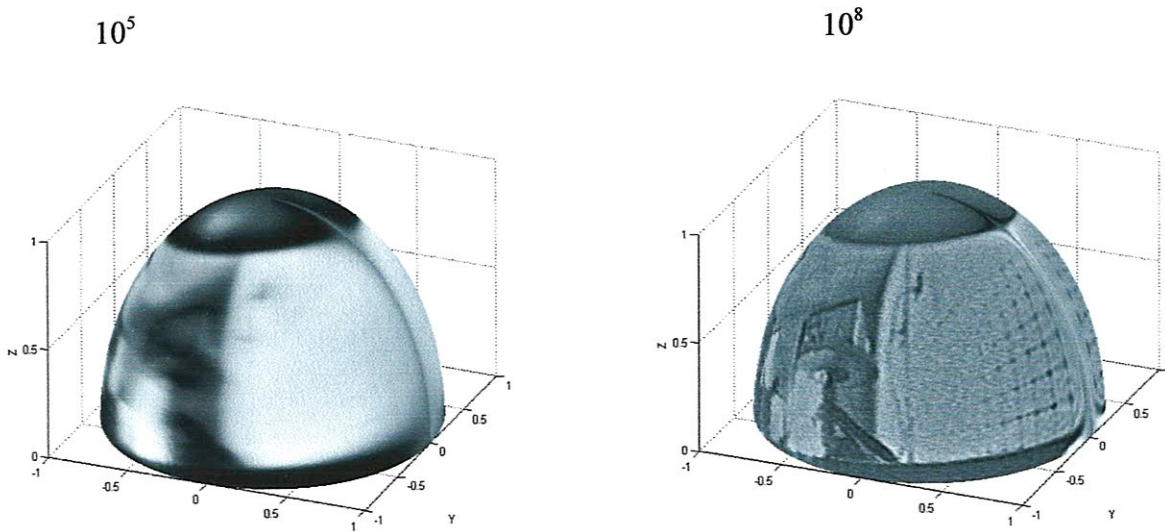


Figure (22.2) : l'influence de l'échelle sur l'image filtrée pour $\sigma=20$

➤ **Le deuxième cas :** $\sigma=40$

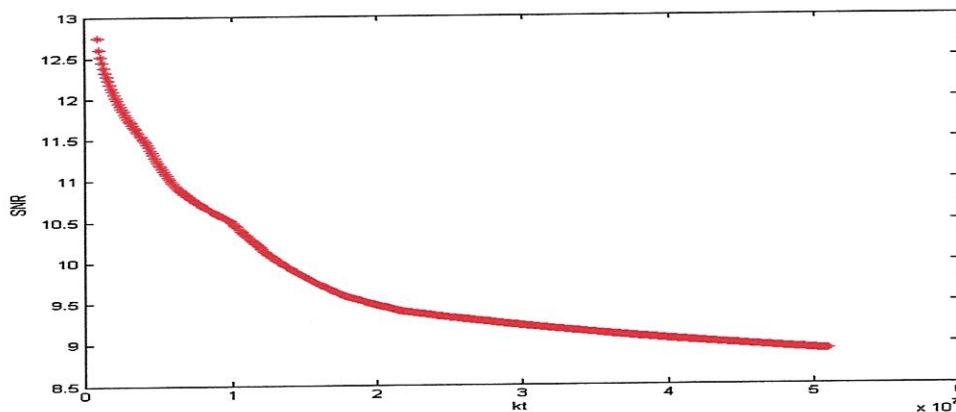


Figure (23). L'évolution du SNR en fonction de l'échelle k

Le SNR atteint la valeur maximale 12.75 pour $k=10^6$

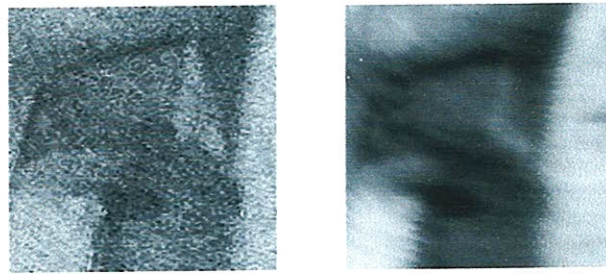


Image bruitée

Image filtrée

Figure (23.1): Le zoom pour $k=10^6$

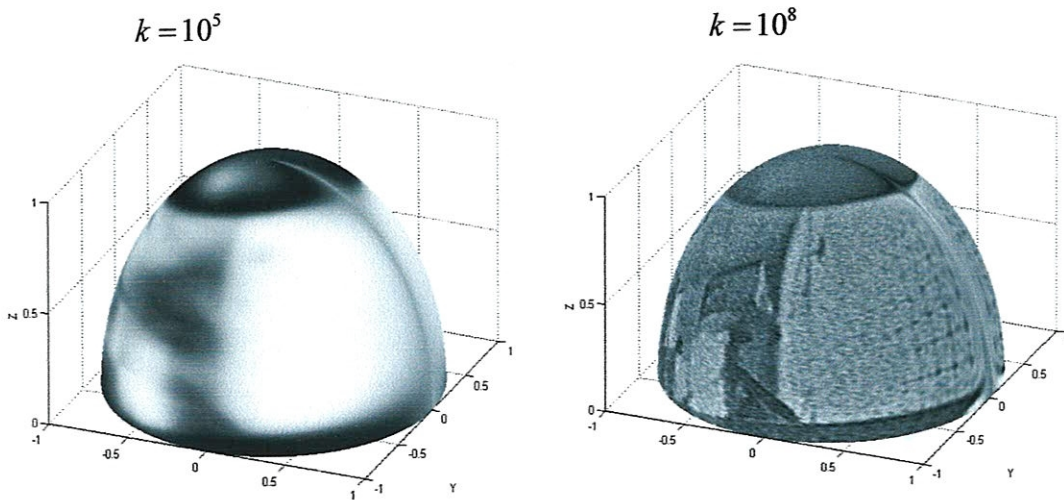
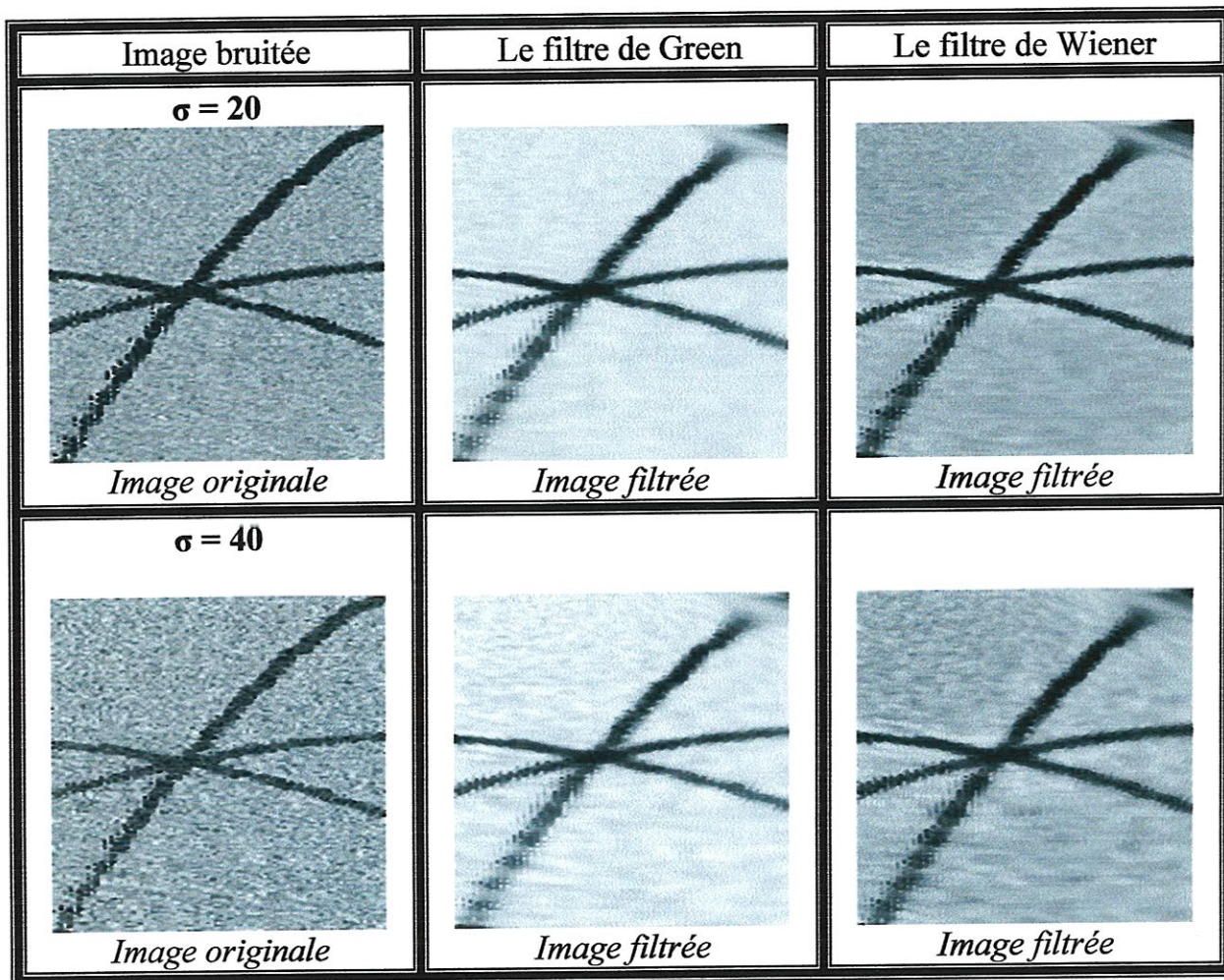


Figure (23.2) : l'influence de l'échelle sur l'image filtrée pour $\sigma=20$

LA COMPARAISON ENTRE LES DEUX FILTRES



On peut constater que le filtre de Winer est plus performant que le filtre de Green spécifiquement au niveau du contour par exemple on remarque dans le cas ou $\sigma = 40$, les contours sont bien clairs par rapport au filtre de Green

La conclusion

Dans ce chapitre, nous avons testé les deux filtres sphériques, le filtre de Green et une version sphérique du filtre de Wiener. Pour mesurer les performances de ces deux filtres, nous avons utilisé comme seul critère le rapport Signal sur bruit (SNR) bien utilisé pour les techniques d'évaluation des filtres.

Nous avons en particulier mis en évidence deux points importants :

- ✓ Le choix du facteur d'échelle des filtres sphériques (aussi bien pour le filtre de Green et de Wiener) est important, et la valeur du SNR donc la qualité du lissage est en relation directe avec cette valeur. Il n'existe, en théorie, qu'une seule valeur d'échelle pour laquelle le SNR est maximum. Les tests effectués avec différentes puissances de bruit confirment tous cette observation.
- ✓ Le filtre de Wiener est, dans de nombreux cas, plus robuste que celui de Green, et les images filtrées ainsi obtenues sont plus nettes, en particulier dans les zones contour.

Dans ce manuscrit, nous sommes intéressés au problème du traitement des images omnidirectionnelles. Celles-ci présentent d'importantes distorsions géométriques, ne peuvent être traitées par les filtres classiques développés pour les images planes.

Nous avons présenté un panorama sur les outils mathématiques et les méthodes pour traiter ces images sphériques.

Le filtre de Green est la solution directe à l'équation de diffusion sur la sphère, il est donc choisi comme noyau pour concevoir les filtres sphériques et est largement utilisé pour le traitement de ces images. Partant de la version 2D du filtre de Wiener, nous avons développé la version sphérique de ce filtre.

Pour évaluer les performances du filtre de Wiener, nous avons utilisé le critère SNR calculé entre les images avant et après filtrage.

Le SNR obtenu pour différents types des images (synthèse et réelles) prouve l'efficacité de ce filtre pour la diminution de l'effet du bruit. Le filtre est invariant par rotation, et les résultats sont ainsi indépendants de la position du filtre sur la sphère.

Nous avons également noté que le filtre de Wiener est relativement meilleur, si nous voulons analyser des parties des images avec une précision pour la détection du contour.

Ce travail a permis de mettre en évidence l'intérêt des filtres sphériques pour le traitement des images omnidirectionnelles et a ouvert les portes vers d'autres problèmes telles que la détection du contour dans ces images, et l'automatisation du choix du facteur d'échelle pour la conception des filtres.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [D.Marr 1] D.Marr. *Vision*. Freeman, New York, 1982.
- [Ishiguro 2] Hiroshi Ishiguro, Masashi Yamamoto & Saburo Tsuji. *Omni-Directional Stereo*. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 14, no. 2, pages 257–262, February 1992
- [Sarachik 3] K. B. Sarachik. *Characterising an Indoor Environment with a Mobile Robot and Uncalibrated Stereo*. In Proc. of the 1989 IEEE International Conference on Robotics And Automation (Vol. 2), pages 984–989, 1989.
- [Zheng 4] Jiang Zheng & Saburo Tsuji. *From Anorthoscope Perception to Dynamic Vision*. In Proc. of the 1989 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Pages 1154–1157, 1990
- [Matsumoto 5] Yoshio Matsumoto, Masayuki Inaba & Hirochika Inoue. *Visual Navigation using View-Sequenced Route Representation*. In Proc. of the 1989 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1996.
- [Smajda 6] L. Smajda, R. Benosman & J. Devars. *Determining Epipolar Constraint on Cylindrical Images and Using it for 3D Reconstruction*. In Workshop on Omnidirectional Vision, International Conference on Advanced Robotics, Budapest (Hungary), 2001
- [Barth 7] M. Barth & C. Barrows. *A fast Panoramic Imaging System and Intelligent Imaging Technique for Mobile Robots*. Prof. IEEE/RSJ Int. Conf. Intelligent Robots and Systems, vol. 2, pages 626–633, 1996.
- [Nalwa8] V Nalwa. *A true Omnidirectional Viewer*. Rapport technique, Bell Laboratoires, Holmdel NJ 07733, USA, February 1996.
- [J. Barreto, F. Martin, and H. Horaud 9]. *Visual Servoing/Tracking Using Central Catadioptric Images*, chapter VI, pages 245–254. Springer Tracts in Advanced Robotics 5. Springer Verlag, 2003.
- [Cutler 10] Ross Cutler, Yong Rui, Anoop Gupta, JJ Cadiz, Ivan Tashev, Li wei He, Alex Colburn, Zhengyou Zhang, Zicheng Liu & Steve Silverberg. *Distributed Meetings : A Meeting Capture and Broadcasting System*,. In ACM Multimedia, 2002.
- [J.P. Barreto and H. Araujo 11]. Geometric properties of central catadioptric line images. In *ECCV02*, page IV : 237 ff., 2002.
- [Greguss12] P. Greguss. *PAL-optic based instruments for space research and robotics*. Laser and Optorlrktronik, pages 43–49, 1996.
- [Yagi13] Y. Yagi & S. Kawato. *Panorama scene analysis with conic projection*. In Int. Workshop on Intelligent Robotic and Systems, pages 181–187, 1990.

- [Yagi 13] Y. Yagi, S. Kawato & Tsuji. *Real-time omnidirectional image sensor (COPIS) for vision-guided navigation*. IEEE Trans. Robotics and Automation, vol. 10, no. 1, Pages 11–22, 1994.
- [Drocourt 14] Cyril Drocourt, Laurent Delahoche, Eric Brassart & Cyril Cauchois. *Experimental Result Got with Omnidirectional Vision Sensor: SYCLOP*. In IEEE Workshop on Omnidirectional Vision, Hilton Head Island, S C, 2000.
- [Drocourt 15] Cyril Drocourt, Laurent Delahoche, Eric Brassart & Cyril Cauchois. *Simultaneous Localization and Map building paradigm based on omnidirectional stereoscopic vision*. In 10th International conference on advanced robotics (ICAR2001), Budapest, Hungary, August 2001.
- [Marhic 16] B. Marhic, E. Mouaddib, D. Fofi & E. Brassart. *Localisation absolue par le capteur omnidirectionnel SYCLOP*. Traitement du Signal, vol. 17, pages 195–206, 2000.
- [Zhu 17] Zhigang Zhu, Shiquiang Yang, Guanyou Xu, Xueyin Lin & Dingji Shi. *Fast Road Clasification and Orientation Estimation Using Omni-View Image an Neural Networks*. IEEE Transactions on Image Processing, vol. 7, pages 1182–1197, 1998
- [18 Libor Spacek]. *Omnidirectional Catadioptric Vision Sensor with Conical Mirrors*. In Towards Intelligent Mobile Robotics TIMR03, Bristol, UK,, August 2003.
- [T. Bulow,19] “Multi-Scale Image Processing on the Sphere,” Proc 24th Symp. Pattern recognition of the DAGM, L. van Gool, ed., 2002.
- [A.P.Witkin 20]. Scale-space filtering. In *Proc. Eighth Int. Joint Conf. on Artificial Intelligence*, pages 1019–1022, Karlsruhe, Aug. 1983.
- [G. Taubin 21]. *Methods of Mathematical Physics I*. Interscience Publishers, New York, 1953
- [J.Antoine 22] *Engineering Applications of Noncommutative Harmonic Analysis*. CRC Press, 2001.
- [C. Geyer and K. Daniilidis 23]. Catadioptric projective geometry. *International Journal of Computer Vision*, 43:223–243,2001.
- [Thomas Bulow 24] Spherical Diffusion for 3D Surface Smoothing, IEEE TRANSACTIONS ON PATTERN ANALYSIS AND MACHINE INTELLIGENCE, VOL. 26, NO. 12, DECEMBER 2004
- [J.R. Driscoll and D.M. Healy 25]., “Computing Fourier Transforms and Convolutions on the 2-Sphere,” *Advances in Applied Math.*, vol. 15, pp. 202-250, 1994.
- [Kostas Daniilidis and Ameesh Makadia 26] *Image Processing in Catadioptric Planes: Spatiotemporal Derivatives and Optical Flow Computation* 2001.