

Université du 8 mai 1945 – Guelma
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Mécanique



Mémoire de fin d'étude pour
L'obtention de Diplôme de Master

Option : Construction Mécanique

Présenté par : AFAIFIA ABDELHAFID

=====

ETUDE DES EFFETS DES ADDITIFS AMELIORANT LA
VISCOSITE DES HUILES LUBRIFIANTES SUR LA
PRESENCE DE LA POLLUTION SOLIDE DANS LES
PALIERs HYDRODYNAMIQUES DES MACHINES
TOURNANTES

=====

Sous la Direction de :

Pr. BOUCHERIT Hamid

Dr. Fathi Gharbi

Juillet 2019

Remerciements

Au terme de ce mémoire, je tiens à remercier ALLAH qui m'a donné le courage et la force pour mener à bien ce modeste travail.

Mes remerciements s'adressent particulièrement au **Pr. BOUCHERIT Abed Al-Hamid** ; Encadreur de ce mémoire, qui, grâce à sa disponibilité, ses corrections et ses conseils, en a permis la réalisation effective qui empreints de bonne volonté m'a été d'un grand secours, malgré sa lourde tâche, a voulu bien collaborer avec moi. Ses précieux conseils et suggestions.

Notre reconnaissance est également formulée envers tous Mes enseignants et tous les employés de l'administration de département de Génie Mécanique.

Je remercie profondément ma famille pour le soutien moral mon père Youcef ma mère Fatma, mon grand frère Issam et mes petites sœurs Soulef et Nawel.

En fin je remercie mes amis :Islam bedraoui , K. Yassine,Salim rhamnia,Fatah M et Laimouna,et Monir,Taki ,Alla ATamnia ,chouaib klai. riad dkili. M jourmai . Pour les encouragements et pour le temps agréable que nous avons passé ensemble et tous mes amis qui nous ont apporté aide et soutien pour la réalisation de mon projet.

Merci à tous

**** Afafia Abdelalhafid ****

RESUME

Le travail proposé s'intéresse à l'étude théorique et numérique des effets des additifs améliorant la qualité des huiles lubrifiantes (viscosité) sur la présence de la pollution solide (particules solides) dans les huiles lubrifiantes des paliers hydrodynamiques.

La présence des additifs améliorant la viscosité (polymères) des huiles lubrifiantes rend le comportement rhéologique du fluide lubrifiant non newtonien. L'étude de l'écoulement de ce types des fluides additives est basée sur l'application de la théorie des milieux continus de Vijay Kumar Stokes qui tient compte de la présence des micromolécules (additifs) incorporées aux huiles de base d'origine minérale ou synthétique. Le modèle macroscopique simple de Ball et Richmond est retenu pour prendre en considération de la présence de la pollution solide due à l'existence des particules solides dans les huiles lubrifiantes.

L'équation de Reynolds modifiée non linéaire dans le cas d'un palier hydrodynamique lubrifié par fluide additive et pollué est discrétisée par la méthode des différences finies centrées. Le système des équations algébriques obtenu est résolu à l'aide de processus itératif de Gauss- Seidel avec coefficients de sur-relaxation.

L'étude paramétrique a montré en évidence d'une part la présence de la pollution solide dans une huile lubrifiante d'un palier hydrodynamique conduit, d'augmenter la force de frottement interne de fluide à l'écoulement et d'augmenter sensiblement les pertes d'énergie par frottement entre huile lubrifiante et le coussinet, surtout dans le cas où le palier est fortement chargé et forte concentration volumiques de la pollution solide comparativement à l'huile propre (sans particules solides).

D'autre part, l'étude paramétrique a montré que l'ajout des additives améliorant la viscosité à l'huile polluée par particules solides permet, d'améliorer la capacité de charge du palier, d'améliorer l'écoulement des huiles lubrifiantes polluées qui conduit de diminuer les pertes d'énergie par frottement interne au sein de lubrifiant, et de diminuer les pertes d'énergie par frottement de fluide lubrifiant sur le coussinet surtout dans le cas où le palier est lourdement chargé avec forte concentration de la pollution solide.

Mots clés : Huiles polluées, Huiles additives, Lubrification EHD, Paliers hydrodynamiques,
Théorie de V.K Stokes, Equation de Reynolds Modifiée.

TABLE DES MATIERES

Introduction générale

Chapitre un : La lubrification et la Contamination des Lubrifiants

1. Introduction
2. Différents types de lubrification
 - 2.1. Contacts à basse pression ($0.1 < P < 50\text{MPa}$)
 - 2.2. Contacts à haute pression (jusqu'à 3GPa)
 - 2.3. Principe de la lubrification hydrostatique
- 3- Lubrifiants
 - 3.1. Classification des lubrifiants
 - 3.2. Fonctions essentielles des lubrifiants
 - 3.3. Caractéristiques des fluides lubrifiants
 - 3.4. Additifs ou dopes
4. La contamination des lubrifiants
 - 4.1. Pollutions solides des huiles lubrifiantes
 - 4.2. Origine et nature de la pollution
 - 4-3. Type des particules polluantes
- 5- CONCLUSION

Chapitre deux : Equations de la Lubrification Hydrodynamique par Fluide Additifs et Pollué par des Particules Solides

- 1- Introduction
- 2- Lois De Comportement Rhéologique Des Huiles Lubrifiantes en Film Mince
 - 2-1. Théorie de suspension des particules sphériques solides dans un solvant
 - 2-1-1. Les modèles de suspensions des sphères rigides dans un solvant
 - a) Modèle d'Einstein
 - b) Modèle de Batchelor et Green
 - c) Modèle de Ball et Richmond
 - d) Modèle de Phan-Thien et Pham
- 3- EQUATIONS GENERALES DE LA LUBRIFICATION HYDRODYNAMIQUE PAR FLUIDE NEWTONIEN POLLUE (PRESENTATION DES PARTICULES SOLIDES)
 - 3-1. Equation de conservation de la masse
 - 3-2. Equation de conservation de la quantité de mouvement
 - 3-3. Equations de Navier-Stokes ou équations de mouvement d'un fluide newtonien pollué par des particules solides
 - 3-4. Dérivation de l'équation de Reynolds pour un fluide pollué par des particules solides
- Hypothèses de la théorie de Reynolds
4. FLUIDE AVEC DES ADDITIFS AMELIORANT LA VISCOSITE ET POLLUE PAR DES PARTICULES SOLIDES (FLUIDE POLAIRE POLLUE)

4.1. Dérivation de l'équation de Reynolds modifiée pour fluides polaires pollués
4-3. Dérivation de l'équation de Reynolds pour un fluide polaire pollué par des particules solides
4.2. Expression du champ de vitesses d'écoulement de fluide polaire pollué

5- CONCLUSION

Chapitre trois : Equations de la Lubrification Hydrodynamique par Fluide Additivé et pollué dans le cas d'un Palier Lisse

1- INTRODUCTION

2- LES DIFFERENTES CLASSES DE SUPPORTS

2-1. Paliers secs

2-2. Paliers de roulements

- a) Avantages (Pros)
- b) Inconvénient (Cons)

2-3. Paliers poreux

- a) Avantages
- b) Inconvénient

2-4. Paliers hydrodynamiques

- a) Avantages
- b) Inconvénient

3- EXPRESSION DE L'EQUATION DE REYNOLDS MODEFIEE DANS LE CAS D'UN PALIER LISSE LUBRIFIE PAR UN FLUIDE POLAIRE POLLUE

3-1. Expression de l'épaisseur du film

3-2. Conditions aux limites

- a) conditions de Sommerfeld
- b) Conditions de Gümbel ou de demi-Sommerfeld
- c) Conditions de Reynolds ou de Swift-Stieber

3-3 performances statiques du palier

4- ECRITURE DE L'EQUATION DE REYNOLDS MODIFIEE EN VARIABLES SANS DIMENSION

4-1. Portance hydrodynamique sans dimension

4-2. Forces de frottement sur le coussinet et l'arbre adimensionnées

4-3. Couples de frottement sur le coussinet et l'arbre adimensionnés

4-4. Puissance dissipée adimensionnée

4-5. Vitesses moyennes de l'écoulement et le débit de fuite

5- CONCLUSION

Chapitre quatre : Etude Paramétrique des Effets des Additifs Améliorant la Viscosité des Huiles Lubrifiantes sur la Présence de la Pollution Solide dans les Paliers Hydrodynamiques des Machines Tournantes

1- INTRODUCTION

2- METHODE DE RESOLUTION DU PROBLEME DE LA LUBRIFICATION HYDRODYNAMIQUE PAR FLUIDE ADDITIVE ET POLLUE

2-1. Discrétisation de l'équation de Reynolds modifiée

4- RESULTATS ET DISCUSSIONS

4-1. Validation de programme développé

3- ETUDE DE L'INFLUENCE DE LA CONCENTRATION DES PARTICULES SOLIDES DANS LE FLUIDE LUBRIFIANT SUR LE COMPORTEMENT STATIQUE D'UN PALIER LISSE COMPLIANT

4- RESULTATS ET DISCUSSIONS

4-2. Etude paramétrique

5-CONCLUSION

- Conclusion Générale

INTRODUCTION GENERALE

Actuellement, il y'a un fort besoin de fabriquer des machines tournantes plus efficaces par la localisation et la réduction des pertes de puissance. La contamination des lubrifiants est la cause principale des pannes produites dans les machines tournantes, car elle influe directement sur les propriétés du fluide lubrifiant et une dégradation importante des performances des organes de guidage et de support des machines tournantes (paliers, roulements, engrenages, etc.). La pollution est par conséquent responsable de 80% de toutes les pannes des mécanismes liées à l'huile de lubrification.

La plupart des composants machines tournantes sont endommagés par la pollution solide contenue dans les fluides lubrifiants. Au cours du fonctionnement, la pollution solide peut conduire jusqu'à l'arrêt total de l'installation. En effet, l'intensité de la détérioration des composantes de machines tournantes dépend essentiellement du type de polluant, de la taille et du nombre des particules (effets de concentration) présentes entre les surfaces en contact et de la pression du contact. Souvent une grande partie de ces particules solides est inférieure à 30µm qui ne sont pas détectables à l'œil nu, ceci signifie qu'un fluide lubrifiant propre à première vue peut être en réalité fortement pollué [1, 2].

Les huiles lubrifiantes utilisées en lubrification des machines tournantes contiennent de nombreux polluants avant même leur mise en service [3, 4]. Ces polluants sont présents dans les huiles neuves ou introduits lors de la fabrication ou des opérations de montage même en service, de nouveaux polluants sont produits soit par le rodage et l'usure ou de rouille, soit par ingestion de l'extérieur selon l'étanchéité des joints et l'environnement de fonctionnement ; par exemples lubrifiant pollué ou contaminé par des particules solides dues à l'usure des surfaces de contact. Malheureusement, la filtration n'élimine pas complètement le problème car les petites particules ne sont pas toutes arrêtées. Les filtres automobiles laissent par exemple passer des particules dont la taille peut atteindre 40µm [1, 2, 3 et 4].

Au cours des dernières décennies, les effets de contamination solide des huiles lubrifiantes est hautement reconnu comme un problème d'ingénierie sérieux et par conséquent a attiré l'attention de nombreux chercheurs. La pollution solide des huiles lubrifiantes est donc un sujet d'actualité.

L'existence des polluants solides dans les huiles lubrifiantes est inévitable et jamais la filtration peut éliminer les petites particules existantes dans les fluides lubrifiants [1, 2, 3 et 4]. Généralement, il est admis qu'une particule abrasive plus petite

que l'épaisseur de film minimale admissible peut facilement passer à travers le jeu du palier.

Pour toutes ces raisons, la pollution est le premier ennemi des industriels car il est impossible d'avoir un lubrifiant parfaitement propre avant ou au cours de fonctionnement.

L'objectif principal de notre étude est de modéliser et comprendre l'étude des effets des additifs améliorants la viscosité des huiles lubrifiantes sur la présence de la pollution solide sur le comportement statique des paliers hydrodynamiques des machines tournantes.

Le mémoire présente ce travail contient quatre chapitres :

Dans le premier chapitre, on va présenter d'une part une étude bibliographique succincte sur la lubrification, la pollution solide des huiles lubrifiantes et les additifs.

Dans la première partie de chapitre deux, on va rappeler les lois fondamentales de la mécanique des milieux continus écrites dans le cas d'une lubrification hydrodynamique par un fluide newtonien pollué par des particules solides dans le cas d'un fluide additivé par des additifs améliorant la viscosité de lubrifiant et pollué par pollution solide.

Dans la deuxième partie de ce chapitre, on va présenter la dérivation de l'équation de Reynolds modifiée pour un fluide additive et pollué par des particules solides.

Le troisième chapitre est réservé à la présentation d'une étude bibliographique succincte sur les différents types de paliers hydrodynamiques les plus utilisés dans le guidage des lignes d'arbres des machines tournantes, l'écriture de l'équation de Reynolds modifiée en régime statique dans le cas d'un palier lisse lubrifié par un fluide additivé et pollué des particules solides.

Le quatrième chapitre est consacré à l'étude paramétrique permettant de mettre en évidence l'influence des additifs améliorant la viscosité d'huile lubrifiante sur la concentration volumique de la pollution solide d'un palier lisse de longueur finie fonctionnant en régime permanent et isotherme.



1. Introduction

La lubrification est la partie la plus importante de la **tribologie** qui concerne tous contacts lubrifié pour lesquels un fluide lubrifiant appelé troisième corps est intercalé entre deux corps solides en mouvement relatif (figure I-1).

La lubrification permet de séparer les surfaces en contact par un film lubrifiant et donc de diminuer le frottement et limiter l'usure de contact.

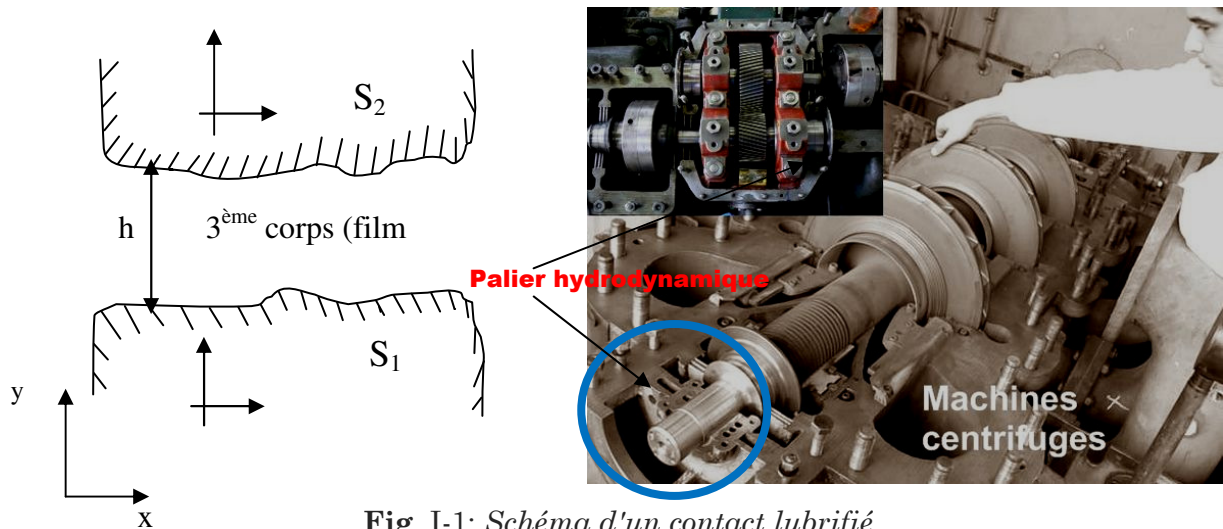
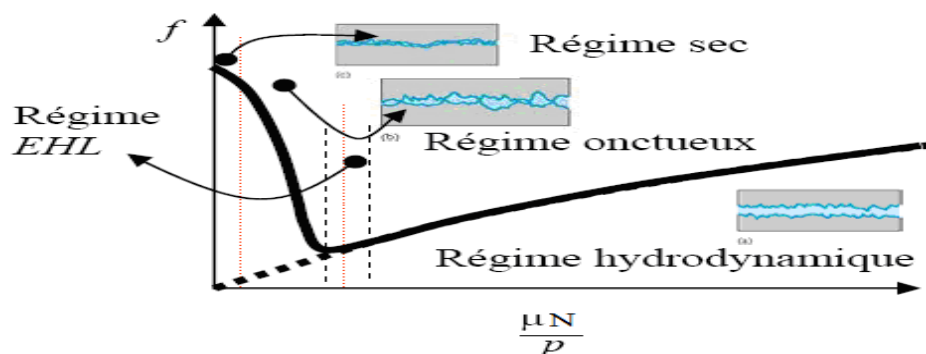


Fig. I-1: Schéma d'un contact lubrifié

Les différents régimes de lubrification ont été présentés pour la première fois par **Richard Stribeck** en 1902. La courbe de Stribeck (figure I-2) présente la variation du coefficient de frottement (f) en fonction de $\mu N/p$, cette courbe prend la même allure quel que soit le type de contact lubrifié.

On distingue en général, trois zones correspondant chacune à un type de lubrification ou graissage dont la nature dépend aussi de la pression régnant dans le contact.



μ : Viscosité du film lubrifiant, N : Vitesse de rotation ou déplacement de l'arbre,
 p : Rapport de la charge appliquée sur le palier rapportée à la surface projetée

Fig. I-2 : Courbe de Stribeck

2. Différents types de lubrification

2.1. Contacts à basse pression ($0.1 < P < 50 \text{ MPa}$)

Zone I : correspond à la lubrification limite ou onctueuse (*onctueuse exprime la possibilité, pour un lubrifiant, d'adhérer aux surfaces frottantes et de former une couche permanente entre ces surfaces*), la séparation des surfaces métalliques est assurée par des molécules d'huile adsorbées par les surfaces métalliques (figure I-3). L'épaisseur de la couche moléculaire est de l'ordre de 100 \AA à 500 \AA et la valeur du coefficient de frottement s'échelonne entre 0.05 et 0.15. Ce type de lubrification est rencontré à chaque démarrage du moteur, c'est à ce moment qu'il se produit l'usure la plus importante car les surfaces ne se sont pas complètement séparées. Dans ces conditions, l'onctuosité est la propriété prédominante du lubrifiant.

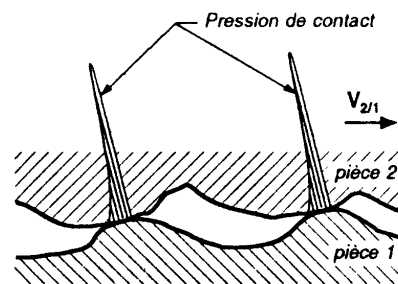


Fig. I-3 : Régime limite

Zone II : Lubrification mixte

Ce régime de lubrification peut être considéré comme un régime de transition entre le régime limite et le régime hydrodynamique.

L'effet hydrodynamique prend progressivement de l'importance et tend à séparer les surfaces qui restent encore en contact sur une partie de leurs aspérités (figure I-4). Dans cette zone, le coefficient de frottement est de 10^{-3} à 0.20.

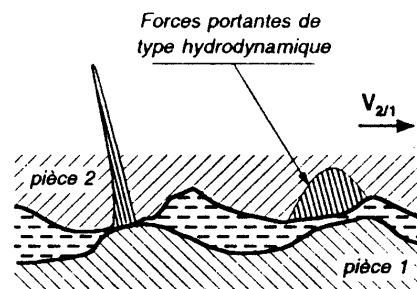


Fig. I-4: Régime mixte

Zone III : correspond à la lubrification hydrodynamique pure, le lubrifiant liquide est entraîné et mis sous pression par le mouvement relatif des surfaces et leur forme géométrique (figure I-5). Il sépare totalement ces dernières et supporte l'intégralité des charges, grâce à sa viscosité, qui correspond à sa résistance à l'écoulement. Dans ce cas les vitesses relatives ne sont pas très faibles mais les pressions restent modérées, de sorte que l'on peut négliger les déformations des pièces et la compressibilité du lubrifiant. L'épaisseur minimale du film doit être plus grande que la hauteur des

aspérités des surfaces, sinon on est en lubrification mixte ou en lubrification limite. Le coefficient de frottement est de 0.002 à 0.001.

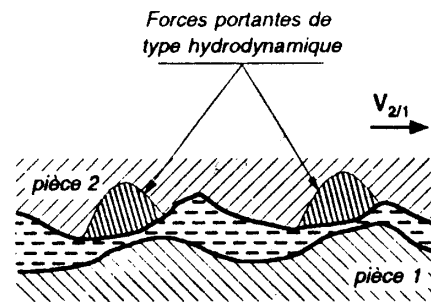


Fig. I-5: Régime hydrodynamique

2.2. Contacts à haute pression (jusqu'à 3GPa)

Ce sont les contacts hertziens lubrifiés rencontrés dans certains éléments de machines tels que les roulements et les engrenages.

Zone I : correspond à la lubrification Extrême Pression (**EP**), les surfaces sont protégées par des films formés par réaction chimique des additifs extrêmes pressions (**EP**) contenus dans l'huile et activés par les pressions, les contraintes de cisaillement et les températures existant dans le contact. Le coefficient de frottement est de 0.02 à 0.2.

Zone II : On parle comme pour les contacts faiblement chargés de lubrification mixte, mais les phénomènes sont différents, c'est ici la transition entre la lubrification extrême pression et la lubrification Elasto-hydrodynamique qui correspond à la zone III du diagramme de Stribeck.

Zone III : lubrification Elasto-hydrodynamique (**EHD**)

La lubrification **EHD** concerne les contacts lourdement chargés pour lesquels la pression engendrée dans le film lubrifiant est suffisamment élevée pour déformer élastiquement les surfaces et modifier le comportement rhéologique du lubrifiant. Ce type de contact correspond au contact entre les bagues et les éléments roulants d'un palier de roulement à billes ou à rouleaux.

Les régimes de lubrification I et II peuvent être supprimés si l'on injecte du lubrifiant sous pression dans le contact, on parle alors de lubrification hydrostatique.

Dans les systèmes hydrodynamiques tels que les paliers et les butées, la capacité de charge réside dans la vitesse de glissement de la surface de l'arbre par rapport au coussinet. Dans les paliers hydrostatiques, il en va différemment : la charge résulte d'une pression engendrée par un système extérieur au contact (pompe ou compresseur).

On peut employer ce type de paliers lorsque les conditions cinématiques ne sont pas suffisantes ou stables pour obtenir une portance hydrodynamique (démarrages fréquents, oscillations de l'arbre).

Coefficient de frottement 10^{-8} à 10^{-3} .

2.3. Principe de la lubrification hydrostatique

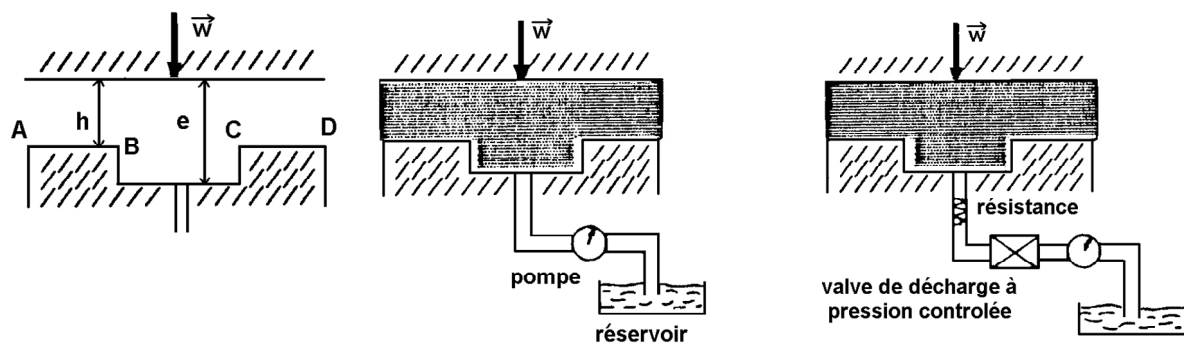
Dans tout dispositif hydrostatique une des surfaces est lisse tandis que l'autre compte une ou plusieurs cavités ou alvéoles reliées à un générateur de pression (figure I-6). On a deux régions :

- une région où l'épaisseur du film est mince (AB et CD) et une région constituée par les cavités où l'épaisseur du film est grande (BC). Ceci permet de supposer que la pression dans les alvéoles est constante. L'introduction du fluide à l'intérieur des alvéoles peut se faire de deux façons différentes:

- soit par alimentation à débit constant : Ce type de lubrification est seulement valable pour les liquides (fluides incompressibles) (figure I-6 (b))

- soit par alimentation à pression constante : Dans les mécanismes à pression constante, on place une résistance hydraulique entre l'alvéole et la source d'alimentation (pompe) (figure I-6 (c)). La résistance hydraulique a pour rôle de faire varier le débit en fonction de la chute de pression.

Dans ce mode d'alimentation, une pompe à débit constant est utilisée, lorsque le mécanisme comporte plusieurs alvéoles, celles-ci peuvent être alimentées soit individuellement par une pompe soit par l'utilisation d'un régulateur à débit constant qui permet de distribuer le fluide à partir d'une seule pompe. Ce mode d'alimentation est peu utilisé compte tenu du coût et de la complexité de l'installation, l'utilisation de système à pression constante est préférée.



a) Schématisation

b) Débit constant

c) Pression constante

Fig. I-6: Principe de fonctionnement d'un système hydrostatique

2.3.1- Les avantages de la lubrification hydrostatiques sont :

- ✓ les deux surfaces en contact, mobiles ou immobiles, sont toujours séparées par un film fluide, ce qui supprime l'usure et augmente la durée de vie du système
- ✓ la pression est distribuée sur une grande surface ce qui exclut sa concentration
- ✓ pas de problèmes particuliers dus aux états de surfaces
- ✓ grande stabilité thermique.

3- Lubrifiants

Les lubrifiants sont des matériaux qui sont toujours présents dans les contacts ; entre deux solides. Selon leur état physique, les lubrifiants peuvent se classer en produits gazeux, liquides, semi-solides ou plastiques et solides. Par leurs écoulements, ils

contrôlent le frottement, les usures et les contacts entre les deux solides où ils sont interposés, opposant une faible résistance au cisaillement.

Les principaux types de lubrifiants sont : les lubrifiants liquides, les lubrifiants semi-solides ou plastiques (graisses) et les lubrifiants solides. La compréhension de l'interaction des lubrifiants avec les surfaces est tout à fait capitale dans une étude tribologique.

On s'intéresse aux lubrifiants liquides (**96%**) et semi-solides (**3%**) qui sont largement utilisés dans la lubrification des systèmes mécaniques, tels que les paliers, les butées à film d'huile, les roulements et les engrenages, etc.

3.1. Classification des lubrifiants

Les lubrifiants peuvent se classer en produits gazeux, liquides, semi-solides ou plastiques et solides.

3.1.1. Les lubrifiants gazeux

Sont utilisés dans les mécanismes peu chargés, tournant à très grandes vitesses, tels que rectifieuses à grande vitesse, circulateurs de gaz pour réacteurs nucléaires, broches à filer à haute vitesse, ainsi que dans des mécanismes fonctionnant à hautes températures tels que propulseurs à réaction, missiles, fusées,...etc.

Bien que, l'air soit le lubrifiant le plus courant, de nombreux autres gaz ont été considérés tels que les hydrocarbures halogénés, gaz carbonique, hélium, hexafluorure de soufre, vapeurs organiques diverses, etc.

Avec les gaz, le coefficient de frottement est extrêmement faible et comme leur viscosité varie peu avec la température, les performances des dispositifs sont généralement très stables, malgré la variation des conditions de fonctionnement.

Par exemple : - Air à 18°C : $\mu = 0,018$ mPas
- Air à 229°C : $\mu = 0,026$ mPas

L'air est le lubrifiant idéal dans certains paliers employés dans les industries alimentaires, textiles et chimiques, où toute contamination doit être évitée.

3.1.2. Lubrifiants solides

De nombreux matériaux peuvent être utilisés comme lubrifiants solides sous forme de poudres ou de films minces (les matériaux tels que le verre et la glace, qui ne lubrifient qu'à l'état fondu, ne sont pas considérés comme des lubrifiants solides). Les plus utilisés sont le Graphite, le Bisulfure de Molybdène (MoS_2) et le Dicronite (WS_2) qui remplace (MoS_2) dans les applications spatiales. On peut classer les matériaux solides lubrifiants en quatre catégories, solides à structure lamellaires, solides non lamellaires, les polymères et les matériaux mous.

Les lubrifiants solides représentent 1% du marché mondiale. Les propriétés les plus souhaitées des lubrifiants solides sont :

- faible résistance au cisaillement
- faible dureté
- forte adhésion au matériau à protéger

- continuité du film
- haute stabilité thermique
- haut point de fusion
- inertie chimique et particulier absence de produit de décomposition corrosive
- conductivité thermique suffisante
- possibilité de reformer le film s'il a été rompu.

Ces propriétés ne sont jamais toutes réunies dans un seul produit. La difficulté d'obtenir la dernière propriété constitue l'inconvénient majeur des lubrifiants solides. Enfin, le coefficient de frottement de ces produits est toujours plus élevé qu'avec les lubrifiants liquides.

Il est à noter que les lubrifiants solides s'usent et ne se renouvellent pas.

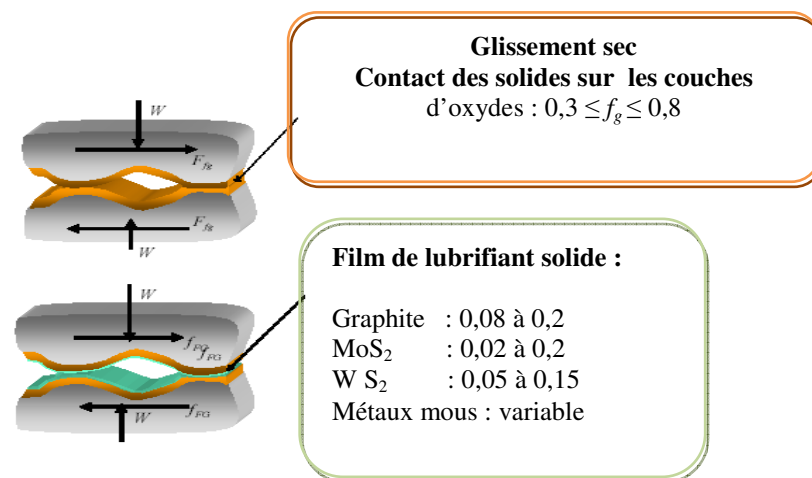


Fig. I-7 : Coefficient de frottement (f_g) des lubrifiants solides

3.1.3. Lubrifiants semi-solides ou plastiques (graisses)

Une graisse est un produit de consistance semi-fluide à solide, obtenu par dispersion d'un agent épaississant insoluble dans un liquide lubrifiant et comportant généralement des produits d'addition. L'épaississement ainsi obtenu permet au lubrifiant de rester en contact avec les surfaces mobiles, de ne pas s'échapper sous l'effet de la pesanteur, de la force centrifuge ou de la pression. En effet, de part sa consistance, la graisse reste en place dans le contact même à l'arrêt, et évite ainsi l'utilisation de circuit de lubrifiants compliqués tout en protégeant bien les surfaces frottantes des agressions du milieu extérieure (corrosion, abrasion par la poussière, etc.). Elle contribue aussi à l'étanchéité des mécanismes et permet de simplifier la conception des joints, grâce à cela, elle facilite les possibilités de graissage à vie de nombreux organes (roulements, engrenages, articulations, câbleries, etc.).

L'inconvénient majeur de la graisse est de ne pas permettre l'évacuation de la chaleur par le lubrifiant. En revanche, la lubrification à la graisse exige des applications moins fréquentes, l'évacuation de l'évaporation et l'oxydation de l'huile étant les facteurs limitatifs de la durée de service, les plus courants.

3.1.3. Les lubrifiants liquides

Les lubrifiants liquides sont de loin les plus utilisés dans des mécanismes chargés (**96%**) tels que les paliers lisses, les paliers de butées, les glissières des machines en générale, les moteurs, les turbines à vapeur, les engrenages tournant vite, etc. Chaque fois que cela est possible la séparation des surfaces est obtenue par effet de portance hydrodynamique et les caractéristiques du lubrifiant, la plus importante est alors la viscosité.

Parmi les lubrifiants liquides, les huiles minérales d'origine pétrolière sont les plus utilisées. Mais il faut aussi citer les huiles d'origine végétale et animale, l'eau, et les huiles synthétiques comme les esters, les silicones, les hydrocarbures de synthèse, etc.

3.1.3.1. Les huiles lubrifiantes

Les huiles lubrifiantes actuellement utilisées, sont généralement constituées d'un fluide de base appelé « *base lubrifiante* » qui peut être soit d'origine minérale, soit d'origine synthétique ou d'origine naturelle (végétale, animale), auquel sont ajoutés de nombreux additifs dont la nature avec la destination du produit.

Les bases minérales sont obtenues directement à partir du fractionnement du pétrole alors que les bases synthétiques sont produites grâce à la transformation de composés organiques provenant du pétrole, auquel sont ajoutés de nombreux additifs dont la nature varie avec la destination du produit.

a) Les huiles d'origine végétales

L'utilisation d'huiles végétales, notamment d'huile de Colza connaît actuellement un accroissement d'intérêt pour la préparation de certains lubrifiants biodégradables destinés soit à des applications de lubrification à l'huile perdue (lubrifiants de chaînes de tronçonneuses à bois, lubrifiants de chaînes de véhicules à deux roues, etc.), soit la lubrification de matériels hydrauliques travaillant en extérieur mais peu sollicités thermiquement, lorsqu'il y a risque de pollution du milieu naturel par des fuites de fluides, ce qui est le cas des matériels hydrauliques agricoles et forestiers et de certains matériels de travaux publics.

b) Les bases minérales

Les bases minérales sont issues d'une série de procédés de séparation et de raffinage du pétrole brut dont la température d'ébullition est supérieure à 340°C.

Elles sont constituées de molécules hydrocarbonées contenant vingt à soixante-dix, voire plus, d'atomes de carbones. Selon l'origine du lubrifiant, les bases minérales peuvent être classées en deux :

- **Bases à structures paraffiniques** contiennent de longues chaînes droites hydrocarbonées saturées. Ces bases présentent une grande stabilité à l'oxydation, un point d'écoulement plus élevé et un indice de viscosité (**VI**) très élevée, donc elles sont généralement préférées.

- **Bases à structures naphéniques** : elles sont formées de noyaux cycliques. Ces bases sont moins stables à l'oxydation et présentent un indice de viscosité moins élevé et leur point d'écoulement plus bas, elles possèdent par contre d'excellentes caractéristiques d'écoulement à basse température.

c) Les bases synthétiques

De nombreux produits synthétiques ont été développés ces dernières années pour résoudre des problèmes de lubrification particulièrement difficiles.

On peut citer comme exemple les fluides de haute stabilité thermique, les fluides ininflammables et les lubrifiants pour l'aviation.

Parmi les principales familles de produits utilisés, on mentionne :

- les esters aliphatiques qui se caractérisent par un indice de viscosité (IV) élevé, une faible volatilité et des propriétés lubrifiantes excellentes
- les esters phosphoriques utilisés souvent comme additifs anti-usure, qui présentent un indice de viscosité élevé et sont ininflammables
- les silicones et silicates qui ont un excellent indice de viscosité et un point d'écoulement très bas ; cependant leurs propriétés lubrifiantes ne sont pas très bonnes
- les polyphényléthers qui présentent une remarquable stabilité à haute température (jusqu'à 450°C environ) et qui sont d'excellents lubrifiants. Ils ont un indice de viscosité faible et sont très coûteux

Tous ces produits sont utilisés soit pur soit en mélange avec d'autres bases synthétiques ou minérales.

Remarque : les huiles synthétiques ont des propriétés qui sont généralement supérieures à celles des huiles minérales, elles sont réservées aux applications extrêmes à basse ou à haute température, sinon, une huile minérale est moins coûteuse et tout à fait acceptable.

3.2. Fonctions essentielles des lubrifiants

- Réduire les pertes d'énergie mécanique des machines dues au frottement direct des organes, en substituant le frottement direct des organes par le frottement interne plus faible des lubrifiants interposés
- Réduire l'usure des organes frottant en les séparant totalement par un film lubrifiant partout où cela est possible, et en interposant dans les zones de contact inévitable, un film d'un matériau, dont la résistance au cisaillement est plus faible que celle des corps constituant les surfaces frottant.
- Protéger les organes frottant contre la corrosion, par exemple :
 - *Lutte contre la rouille lors de l'arrêt des machines interposées dans une atmosphère humide (turbine à vapeur, matériels de chantier, etc.)*
- Evacuer la chaleur, par exemple :
 - *Dans les moteurs thermiques, l'huile peut enlever jusqu'à 40% de la chaleur produite par la combustion*
- Accroître l'étanchéité, par exemple :
 - *Dans les machines alternatives, moteurs, compresseurs, l'étanchéité aux gaz de l'ensemble piston-segments est une fonction de la viscosité de l'huile de graissage*
 - *Les graisses permettent le maintien en permanence d'un lubrifiant dans les roulements et empêchent leur contamination éventuelle par des poussières, etc.*
- Evacuer les impuretés, par exemple :

- *Dans les moteurs diesel, les résidus solides de la combustion du gasoil doivent être éloignés de la zone des segments pour éviter le phénomène du gommage ; c'est la fonction détergente du lubrifiant qui remplit ce rôle*
- *Dans les moteurs à essences, les sels de plomb en provenance du carburant doivent être maintenus en suspension fine dans la masse de l'huile du carter pour éviter la formation des boues : c'est la fonction dispersante du lubrifiant qui remplit ce rôle*
- Absorber les chocs et réduire le bruit par les effets d'amortissement du film lubrifiant.

3.3. Caractéristiques des fluides lubrifiants

Les caractéristiques imposées aux lubrifiants par les cahiers de charges de réception, ou de contrôle en cours de fonctionnement correspondent aux propriétés physiques et chimiques qu'ils doivent vérifier pour donner satisfaction. On distingue :

- **Les caractéristiques d'identification** : ensemble de propriétés mesurables ou repérables (densité, couleur, etc.).
- **les caractéristiques d'utilisation** ou de conformité à un usage bien défini, que cela résulte soit de mesures de qualités ou propriétés intrinsèques soit le plus souvent, des essais spéciaux effectués dans des conditions considérées comme en rapport direct avec les performances recherchées (tension superficielle, chaleur massique, cendres, résidus de combustion incomplète, etc.).
- **Les caractéristiques jouent à la fois le rôle de caractéristiques d'identification et celui de caractéristiques d'utilisation** (viscosité, plasticité, fusibilité, congélation, etc.)

3.3.1. Propriétés importantes des huiles

a) Propriétés de masse

- **Masse volumique** (ρ) : c'est la masse de l'unité de volume ; elle s'exprime en Kg / m^3
Lorsque la température augmente, l'huile de lubrification se dilate : sa masse volumique diminue ρ .

On peut calculer ρ à la température $T^\circ\text{C}$ connaissant ρ_0 à la température de 0°C :

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \alpha t} \approx \rho_0 (1 - \alpha t) \quad (\text{I-1})$$

Avec ; α coefficient de dilatation cubique de l'huile. Pour les huiles minérales, sa valeur moyenne est de $62 \times 10^{-5} \text{K}^{-1}$.

En pratique α varie un peu avec la masse volumique ρ_0 .

Pour les calculs plus précis, on prendra pour α la valeur donnée par la relation suivante :

$$\alpha = \frac{2.3}{\rho_0} - 0.0019 \quad (\text{I-2})$$

avec ρ_0 s'exprime Kg.m^{-3} .

- **Compressibilité** : les huiles lubrifiantes sont peu compressibles. Cependant cette propriété peut être importante dans les systèmes hydrauliques où le fluide doit transmettre la puissance avec le minimum de perte due à la compressibilité ; plus la compressibilité du fluide est faible, plus le temps de réponse du système hydraulique

sera court et plus sa sensibilité sera grande. Au contraire, un fluide compressible est recherché dans les systèmes amortisseurs.

La compressibilité des liquides est exprimée par le coefficient de compressibilité :

$$\chi_0 = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_\theta \quad (\text{I-3})$$

Le module de compressibilité décroît avec la température et croît avec la pression.

b) Propriétés optiques

- **Couleur** : avec les huiles de pétrole la couleur par transparence va de pair avec le degré de pureté ou de raffinage : huiles noires, rouges, blanches.

Au cours de leur utilisation, les huiles s'altèrent et deviennent de plus en plus foncées. C'est le cas des huiles dans les moteurs Diesel par exemple, où l'on peut se rendre compte du changement par l'épreuve de la tache sur papier buvard blanc.

c) Pouvoir lubrifiant

- **propriétés de frottement en régime de lubrification limite** : lorsque les aspérités des surfaces en glissement relatif viennent à se toucher et à former de très petites soudures, il faut que les jonctions ainsi formées soient ensuite cisailées pour que le mouvement de glissement continue. Cela conduit à un transfert de particules métalliques d'une surface à l'autre et par conséquent à une usure, et éventuellement, au grippage destructif. Une couche protectrice retardera l'usure et diminuera le frottement. Ainsi une concentration de 1% d'un acide gras à longue chaîne, dans un lubrifiant inerte, permet de améliorer les propriétés de frottement en régime limite.

Exemple : frottement acier sur acier (valeurs moyennes du coefficient de frottement dynamique) :

- dans l'air : 0,8 à 1

- lubrifié à l'huile minérale : 0,1 à 0,2

- lubrifié avec un alcool gras ou acide gras : 0.03 à 0.10

- **propriétés Extrême-Pression (EP)** : lorsque les conditions du frottement deviennent plus sévères (hautes températures, charge élevées), on emploie des produits réagissant irréversiblement avec les surfaces métalliques. Les films inorganiques ainsi formés empêchent l'adhésion et donc les soudures entre les pièces en glissement relatif. Ces produits, communément appelés additifs Extrême-Pression contiennent du chlore, du soufre, du phosphore, soit seuls ou en combinaison.

d) Propriétés thermiques

- **conductivité thermique** : c'est important quand l'huile doit transporter la chaleur loin du palier. Pour les huiles minérales, elle est de l'ordre de 0.12 à 0.15 W/m.K alors que celle de l'eau est 0.57 W/m.K.

- **inflammabilité** : il est évident que l'huile ne doit pas prendre feu dans les conditions dans lesquelles elle est utilisée.

e) Propriété de stabilité chimique

Une huile peut être attaquée par d'autres substances qu'elle contacte. Une telle attaque peut la rendre inadéquate pour l'utilisation. La stabilité chimique est liée à la stabilité

thermique, pour que la vitesse de réaction chimique augmente lorsque la température augmente.

f) Propriété de compatibilité

Terme général référant à toute interaction entre l'huile et les autres matériaux présents. Par **exemple** : une huile peut causer le gonflement, le rétrécissement (compressibilité), le durcissement du caoutchouc de l'étanchéité.

g) Propriété de corrosivité

La corrosion est un cas particulier d'incompatibilité dont lequel l'huile, ou quelque chose dans l'huile, attaque un composant métallique dans le système. Une huile qui est complètement non-corrosive quand elle est neuve peut devenir corrosive après une période d'utilisation.

h) Propriété rhéologique

De toutes les propriétés physiques techniques à considérer en lubrification ou graissage, la viscosité est l'une des plus importantes.

Dans les paliers, les engrenages et les systèmes hydrauliques ou le régime de fonctionnement est hydrodynamique, c'est la viscosité qui détermine les pertes par frottement, la capacité de charge et l'épaisseur d'huile.

La viscosité véritablement une mesure de l'aptitude physique d'un fluide à assurer la lubrification par film complet sous des conditions définies de vitesse, de charge et de température.

- Définition de la viscosité

Selon la norme N.F.T. 60-100 de novembre 1959 : "*la viscosité d'un liquide est la propriété de ce liquide, résultant de la résistance qu'opposent ses molécules à une force tendant à les déplacer par glissement dans son sein*".

Ainsi, la viscosité d'un fluide est la résistance opposée par ce fluide à tout glissement interne de ses molécules les unes sur les autres (figure I-8). Autrefois, la viscosité s'appelait coefficient de frottement interne.



Fig. I-8: Viscosités des lubrifiants à l'aide d'un bidon d'huile

La résistance peut être calculée par la formule de Newton relative à l'écoulement laminaire d'un fluide entre une surface mobile animée d'une vitesse U et une surface fixe (figure I-9).

Pour visualiser le cisaillement effectuer dans un film fluide, il faut imaginer que le film se compose de plusieurs couches (pellicules) semblables à une plate-forme de cartes. La couche liquide en contact avec la plaque mobile s'accroche à sa surface et toutes les deux se déplacent à la même vitesse U . De même, la couche liquide en contact avec la deuxième surface fixe est stationnaire. Entre ces deux surfaces les différentes couches dans l'intervalle se déplacent à des vitesses directement proportionnelles à leur distance de la surface fixe.

Par exemple, à une distance y de la surface fixe la vitesse de la couche de fluide est u , et devient $u + du$ à la distance $y + dy$.

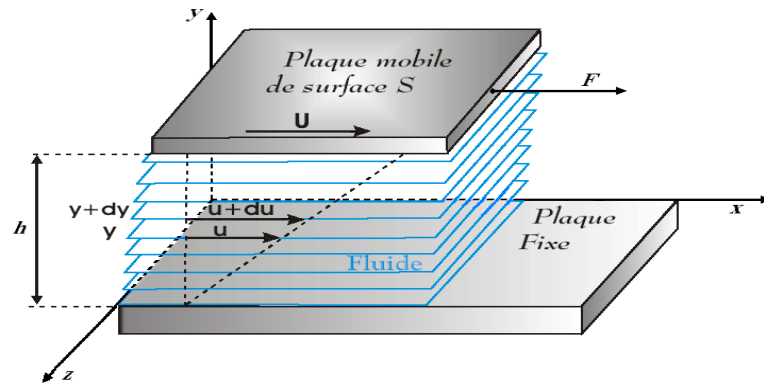


Fig. I-9 : *Distribution des vitesses dans un écoulement laminaire de couette*

Si à une distance y de la surface fixe la vitesse de la particule de fluide est U et devient $U + dU$. Alors la contrainte tangentielle (σ_{xy}) appelée fréquemment contrainte de cisaillement et notée τ est donnée par la relation suivante :

$$\tau_{xy} = \sigma_{xy} = \mu \frac{dU}{dy} \quad (\text{I-4})$$

L'hypothèse selon laquelle il existe un coefficient de proportionnalité, appelé viscosité dynamique, entre la contrainte de cisaillement et le gradient de vitesse est justifiée par l'expérience par un grand nombre de fluide, dits fluides newtoniens. Parmi ceux-ci, on trouve l'eau et de nombreuses huiles lubrifiantes dans le cas d'écoulement laminaire. La présence de polymères (macromolécules) tels que les additifs améliorant l'indice de viscosité (**VI**) dans certaines huiles industrielles ou des conditions sévères d'utilisation (taux de cisaillement élevé) font que la relation de proportionnalité n'existe pas toujours ; le fluide est alors non newtonien.

Dans le cas général, pour un fluide compressible et newtonien, la relation qui lie le tenseur des contraintes (σ_{ij}) au tenseur des taux de déformation (D_{ij}) s'écrit :

$$\sigma_{ij} = (-P + \lambda\theta)\delta_{ij} + 2\mu D_{ij} \quad (\text{I-5})$$

$$2D_{ij} = U_{i,j} + U_{j,i} \quad (\text{I-6})$$

Où,

P : pression statique

θ : taux de dilatation cubique, $\theta = D_{k,k}$

δ_{ij} : symbole de Kronecker

μ, λ : deux coefficients de viscosité appelés constantes de Navier.

D'après la loi de comportement rhéologique (I-5), il apparaît que le second coefficient de viscosité λ n'intervient pas pour un fluide incompressible puisque $\theta = 0$.

3.4. Additifs ou dopes

Les huiles de moteurs diesel ou essences modernes et des machines tournantes contiennent différents types chimiques qui sont utilisés pour contrôler les dépôts, l'usure, la corrosion et l'oxydation. Les principaux composants présentés dans les huiles moteur actuelles sont les dispersants, les détergents, les antioxydants, les anticorrosions les additives anti-usures et les polymères solubles dans l'huile.

On ajoute aussi quelques additifs spécifiques tels que des agents d'adhérences, des modificateurs de structure, des colorants, des masques d'odeurs, etc.

3.4.1. Additifs détergents et dispersants (de 3 à 15 %)

Ces additifs permettent d'une part, de maintenir les parties les plus chaudes d'un moteur en bon état en évitant les dépôts, c'est l'effet détergent et d'autre part, de maintenir en suspension les impuretés solides formées au cours du fonctionnement du moteur afin d'éviter la formation d'agglomérats, c'est l'effet dispersant. Par ailleurs, ces additifs généralement basiques neutralisent les composés acides formés par la combustion.

Les produits utilisés sont soit des organo-sels de métaux alcalino-terreux (*se dit des métaux du groupe du calcium (Ca)*) tels que les sulfonâtes, les théophosphates et les phénates (*Sel ou ester du phénol (C₆H₅OH)*), etc.

3.4.2. Additifs de point d'écoulement

A basse température, la cristallisation des paraffines modifie les propriétés rhéologiques du lubrifiant qui tend à se solidifier. Les additifs de point d'écoulement sont donc utilisés pour lutter contre cette solidification.

Les produits utilisés appartiennent aux quatre familles suivantes : les alkyloromatique, les polyesters (*composé chimique utilisé pour la fabrication de certaines matières plastiques, de revêtements, de textiles*), les polyamides (*corps chimique obtenu par polymérisation et utilisé dans la fabrication des fibres textiles*) et les polyoléfinés (*nom donnée à une variété de fibres synthétiques*).

3.4.3. Additifs améliorant l'indice de viscosité (VI)

Ce sont des polymères qui s'introduit à faible concentration dans une base lubrifiante entraînent une augmentation relative de la viscosité plus importante à haute qu'à basse température et qui par conséquent augmentent l'indice de viscosité du lubrifiant sans modifier défavorablement les autres propriétés essentielles.

Les produits généralement utilisés sont des polymétacrylates, des polyacrylates et des polymères d'oléfinés (*Hydrocarbure insaturé qui comprend au moins une double liaison carbone-carbone*).

3.4.4. Additifs anti-oxydants (1% environ)

Ces produits ont pour rôle de ralentir et si possible de supprimer les phénomènes d'oxydation du lubrifiant, ils agissent de trois façons différentes :

- Par blocage du processus de destruction en captant les radicaux libres des chaînes moléculaires. Ces produits sont généralement des phénols et des amines (composé organique dérivé de l'ammoniac)
- Par destruction des peroxydes (Oxyde qui renferme la plus grande quantité possible d'oxygène) qui se forment lors du phénomène de détérioration, ces composés sont des dithéophosphates et des dithiocardamates
- Par désactivation des ions métalliques et par formation d'un film protecteur sur les surfaces afin d'éliminer l'action catalytique (production d'une réaction chimique ou accélération de son processus par une substance qui ne subit pas de modification) des métaux ces additifs sont des phénols et des phénates (Sel ou ester du phénol).

3.4.5. Additifs anti-usure (1 %)

Utiles surtout aux basses températures, ils s'accrochent aux surfaces par des liaisons chimiques et forme des films épais et plastiques qui répartissent les contraintes et réduisent l'usure. Leurs propriétés dépendant du substrat et des autres additifs qui inhibent parfois leur action, en particulier les détergents qui entrent en compétition avec eux pour se fixer sur les surfaces.

Des additifs classiques sont le *tributylphosphate* et le *tricrésylphosphate*, le *dithiocarbonate* de *zinc* qui convient bien aux engrenages cylindriques et coniques moyennement chargés. On utilise aussi des composés *organométalliques* du *plomb*, l'usure du lubrifiant correspond à la disparition progressive de l'additif transformé en divers produits de dégradation. Lorsqu'il a entièrement disparu, le coefficient de frottement et l'usure augmentent brutalement.

3.4.6. Additifs extrême pression (de 1 à 10 %)

Comme les précédents, ils forment des films protecteurs contre le grippage par interaction avec le métal de base mais leur manifeste surtout aux températures de surface élevées. Citons le *bisulfure* de *dibengyle*, les *terpènes* soufrés (*terpène* : *Hydrocarbure présent dans l'essence naturelle d'origine végétale*) et divers corps gras *sulfurés*. Ces additifs sont devenus indispensables pour les engrenages lourdement chargés et surtout pour les ponts hypoides ou un glissement important se conjugue à des charges très fortes, ils manifestent presque tous une activité chimique importante. Ils sont en général corrosifs pour les métaux non ferreux et sont donc à utiliser avec prudence.

3.4.7. L'anti-mousse

Dans la plupart des applications, les lubrifiants sont agités, ce qui provoque la formation de bulles d'air et de mousse, un moussage excessif de l'huile entraîne des défauts de lubrification.

Alors, on doit utiliser les additifs anti-mousse réduisent le moussage en diminuant la tension de surface du fluide, et en facilitant la séparation des bulles de la phase liquide. Ces additifs sont très peu solubles dans l'huile et sont donc présents en très petites quantités.

Les produits communément employés comme anti-mousse sont des *silicones* (*nom donnée aux dérivés du silicium qui se présentent sous forme des huiles, de résines et*

d'élastomères), tels que le *polydiméthysiloxane* (PDMS) ou des *polyalkylméthiacrylates* (PAMA).

3.4.8. Additifs divers

D'autres produits sont encore utilisés comme additifs, on peut citer :

- les additifs d'onctuosité qui agissent par absorption sur les surfaces de contact et qui sont destinés à diminuer le frottement dans le cas de contact métal un métal. Ce sont des *esters gras, alcool gras, amines grasses et acide gras*.
- les additifs *anti-rouille* qui agissent par absorption sur le métal et formation d'une couche protectrice quasi-imperméable à l'air, à l'eau et aux composés correctifs, ces produits qui sont des *sulfonâtes, naphéniques, des sels d'amines et des acides gras* sont parfois incompressibles avec les additives anti-usures.

4. La contamination des lubrifiants

La contamination des lubrifiants est la cause principale des pannes produites dans les machines tournantes et réductrices, car elle influe directement sur les propriétés du fluide lubrifiant et une dégradation importante des performances des organes de guidage et de support des machines tournantes (paliers, roulements, engrenages, etc.). La pollution est par conséquent responsable de 80% de toutes les pannes des mécanismes liées à l'huile de lubrification.

La plupart des composants machines sont endommagés par la pollution solide contenue dans les fluides lubrifiants. Au cours du fonctionnement, la pollution solide peut conduire jusqu'à l'arrêt total de l'installation. En effet, l'intensité de la détérioration des composantes de machines tournantes dépend essentiellement du type de polluant, de la taille et du nombre des particules (effets de concentration) présentes entre les surfaces en contact et de la pression du contact. Souvent une grande partie de ces particules solides est inférieure à 30µm qui ne sont pas détectables à l'œil nu, ceci signifie qu'un fluide lubrifiant propre à première vue peut être en réalité fortement pollué [1, 2].

Les huiles lubrifiantes utilisées en lubrification des machines tournantes contiennent de nombreux polluants avant même leur mise en service [3, 4]. Ces polluants sont présents dans les huiles neuves ou introduits lors de la fabrication ou des opérations de montage même en service, de nouveaux polluants sont produits soit par le rodage et l'usure ou de rouille, soit par ingestion de l'extérieur selon l'étanchéité des joints et l'environnement de fonctionnement ; par exemples lubrifiant pollué ou contaminé par sable, poussières ou des particules solides dues à l'usure des surfaces de contact (*arrachement des particules solides des surfaces de contacts surtout pendant la phase de rodage des organes d'un mécanisme*). Enfin, il arrive aussi que les polluants pénètrent dans les systèmes lors des opérations de maintenance, ces particules ont généralement un diamètre jusqu'à 50µm. Des particules sont donc susceptibles d'indenter les surfaces et de conduire à la fatigue du mécanisme. Des filtres sont habituellement utilisés pour atténuer ces risques. Malheureusement, la filtration n'élimine pas complètement le problème car les petites particules ne sont pas toutes arrêtées. Les filtres automobiles laissent par exemple passer des particules dont la taille peut atteindre 40µm [1, 2, 3 et 4]. De plus, l'utilisation de filtres ultrafins, qui pourraient encore réduire la taille des particules

susceptibles de passer, n'est pas souhaitable. En effet, ils provoquent des pertes de charges et se colmatent assez rapidement.

Au cours des dernières décennies, les effets de contamination solide des huiles lubrifiantes est hautement reconnu comme un problème d'ingénierie sérieux et par conséquent a attiré l'attention de nombreux chercheurs. La pollution solide des huiles lubrifiantes est donc un sujet d'actualité.

L'existence des polluants solides dans les huiles lubrifiantes est inévitable et jamais la filtration peut éliminer les petites particules existantes dans les fluides lubrifiants [1, 2, 3 et 4]. Généralement, il est admis qu'une particule abrasive plus petite que l'épaisseur de film minimale admissible peut facilement passer à travers le jeu du palier. Une filtration insuffisante permet d'endommager les surfaces de contact du palier. Pour toutes ces raisons, la pollution est le premier ennemi des industriels car il est impossible d'avoir un lubrifiant parfaitement propre avant ou au cours de fonctionnement.

4.1. Pollutions solides des huiles lubrifiantes

Un polluant est une substance non désirée qui peut conduire à modifier les propriétés d'huile lubrifiante et à la détérioration des éléments de mécanismes.

Pour bien appréhender le rôle de la pollution solide des lubrifiants dans les contacts lubrifiés, il convient tout d'abord d'identifier l'origine, la nature et la forme des polluants.

4.2. Origine et nature de la pollution

La pollution peut être liquide, gazeuse ou solide. On ne s'intéresse qu'à la pollution solide des huiles lubrifiantes.

Elle peut avoir cinq origines principales. Il s'agit de la pollution :

- Présente dans une huile neuve comme en montre le graphique à la figure I-10 ;
- Due à la fabrication : lors des usinages, il arrive que des copeaux ou encore des particules issues des outils coupants ou des meules de rectification restent dans le mécanisme ;
- Produite lors du fonctionnement : lors du fonctionnement du mécanisme, des particules d'usure se forment à partir des composants en mouvement. Il peut y avoir également de la pollution due à l'oxydation et à la décomposition du lubrifiant ;
- Ingérée de l'environnement : cela provient d'une étanchéité insuffisante, des filtres qui n'éliminent pas toutes les particules ou encore de l'ouverture des réservoirs ;
- Ingérée lors des opérations de maintenance : cela se produit lors des démontages et remontages des pièces ou lors des pleins et appoints en lubrifiants.

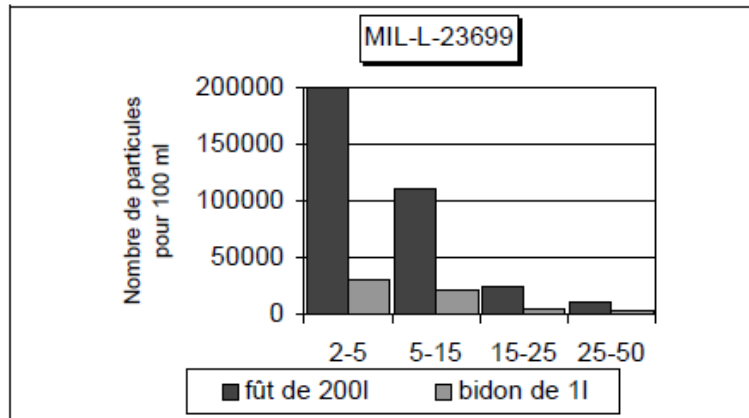


Fig. I-10 : Pollution d'une huile neuve

4.2.1. Procédure d'analyse d'huile

Non seulement l'analyse d'huile en service renseigne sur son comportement dans les mécanismes lubrifiés, mais aussi donne une indication sérieuse sur les particules véhiculées. Ces analyses informent sur le vieillissement des huiles et le degré de contamination tant solide que liquide qu'elle contient. Elle repose sur l'étude du lubrifiant prélevé directement de mécanisme. De nombreux problèmes peuvent apparaître lors du prélèvement, comme l'ajout de particules issues de l'atmosphère ambiante. L'échantillon est analysé en utilisant diverses techniques. L'analyse peut être découpée en quatre catégories :

- Examens *Physico-chimiques*
- *comptage de particules*
- Examens *Spectrométriques*
- Examens *Ferro-graphiques*.

a) Les examens physico-chimiques : qui permettent de vérifier l'état de l'huile utilisée. Ils passent entre autres par une mesure de :

- la viscosité qui permet entre autres de détecter un échauffement important de l'huile ;
- la teneur en eau par chromatographie en phase gazeuse. Il est alors possible de détecter une éventuelle infiltration de l'extérieur ;
- l'acidité et de la basicité de l'huile par **TAN** (*Total Acidity Number*) et **TBN** (*Total Basicity Number*). Ceci permet de connaître le niveau de dégradation de l'huile. En effet la précipitation ou la destruction de certains additifs conduit à l'acidification de l'huile par exemple.

b) Le comptage de particules présentes dans l'huile donne des informations sur le niveau d'usure d'un mécanisme. En effet, maintenant il est bien établi que la vie d'un mécanisme peut se lire sur sa courbe d'usure (*figure I-11*) [1, 2]. La première partie correspond au rodage du mécanisme, le volume d'usure est important mais va toujours en diminuant. Cette zone est suivie par un plateau qui correspond au fonctionnement normal du mécanisme, l'usure est faible. Enfin la troisième partie témoigne d'une augmentation rapide du volume d'usure. Il s'agit de la fin de vie du mécanisme et la rupture d'un ou plusieurs éléments est proche.

Il apparaît donc clairement que le suivi de la quantité de polluants solides présents dans le mécanisme peut donner des informations capitales sur son état de santé.

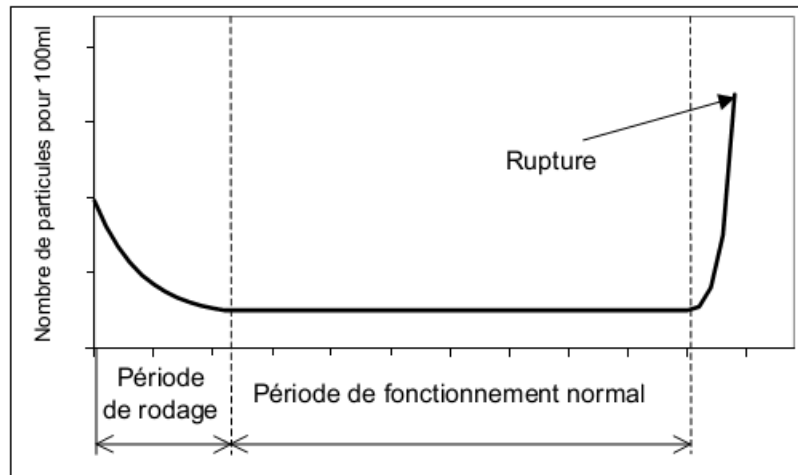


Fig. I-11 : Vie d'un mécanisme

Plusieurs techniques de comptage sont utilisées. Le premier type est le comptage en ligne. Il consiste à placer un compteur directement branché sur le circuit de lubrification. Ainsi toute intrusion extérieure est évitée lors des comptages. Le deuxième type est le comptage par prélèvement. Plus délicat à mettre en œuvre pour les raisons déjà exposées, il est couplé très souvent à l'analyse des particules polluantes puisqu'il utilise la filtration sur membranes ou la Ferro-graphie analytique.

c) Les examens spectrométriques : qui sont menés sur une huile permettent de connaître la composition chimique des particules présentes. Ces particules peuvent provenir de :

- l'usure des pièces en mouvement : les éléments alors détectés seront le fer, le cuivre, le plomb, le nickel, le chrome etc. ;
- l'extérieur du mécanisme : le silicium sera alors particulièrement recherché durant l'analyse ;
- les additifs de détergence, de dispersion, des antioxydants et anti-usures contenus dans l'huile vierge ;

d) La Ferro-graphie : qui renseigne sur l'indice de sévérité de l'usure ou sur la morphologie des particules présentes dans le lubrifiant. Elle est de deux types :

1) *L'analyse Ferro-graphie à lecture directe :* elle permet de déterminer les particules ferreuses (grosses ou petites). Ces informations indiquent tout changement de taux et la sévérité d'usure dans les roulements et les engrenages

2) *L'analyse Ferro-graphie analytique :* elle est utilisée pour obtenir des informations sur la forme, la taille et la nature des particules métalliques présentes dans l'huile.

Elles utilisent le même principe de base. Il consiste à faire s'écouler l'huile sur une plaquette disposée au-dessus d'un champ magnétique. Les particules se déposent alors suivant leur taille. L'analyse de la plaquette permet de déterminer la nature des diverses particules.

Il apparaît ainsi que l'ensemble de ces techniques permet de connaître le niveau d'usure d'un mécanisme mais aussi la quantité et la nature des polluants présents. Cette

technique de l'analyse d'huile prend aujourd'hui un rôle important dans le domaine de la maintenance. En effet en effectuant des prélèvements réguliers, il est possible de connaître avec précision l'état de fonctionnement du mécanisme exploré. Les opérations de maintenance ne sont alors effectuées que lorsque cela est nécessaire et non systématiquement comme cela se fait habituellement. Par exemple, il est possible de déterminer si le joint de culasse d'un moteur est en fin de vie. En effet par la détection d'eau dans l'huile couplée à la présence de sodium ou de bore (*éléments constitutifs du joint*), le diagnostic est établi avec certitude.

Dans le travail mené sur le rôle de la pollution solide des lubrifiants, l'analyse d'huile est en fait un outil qui permet d'obtenir le type de particules rencontrées dans les mécanismes lubrifiés.

4-3. Type des particules polluantes



Des études menées sur des huiles utilisées dans des applications aéronautiques ont montré qu'il y avait une grande diversité de particules polluantes (*tableau I-1*) [1].






Tableau I-1 : pollutions présentes dans les turbines aéronautiques

<i>Type</i>	<i>Source</i>	<i>Génération</i>
Particules métalliques (Fe, Cu, Al,...)	Usinage, montage	Très importante pour les pièces neuves
	Usure, avaries	Important en période de rodage
Minéral (Si	Interne : sable de fonction	Faible et limitée aux pièces neuves
	Externe : ingestion en fonctionnement ou durant la maintenance	Faible à très importante (<i>fonction de l'environnement et du type de moteur</i>)
Oxydes et sulfures métalliques	Corrosion de surfaces, des particules en suspension	Tout au long de la vie du mécanisme (<i>fonction de la température et des réactifs chimiques présents dans le lubrifiant</i>)

Ces polluants ont des formes très variées. Hunt T. dans ses travaux propose de les classer en sept familles présentées dans le tableau I-2 [5]. Il apparaît que ce classement basé sur la forme des particules permet également de déterminer l'origine de ces particules. Il constate que la taille des particules va de moins de 1µm jusqu'à de 2mm.

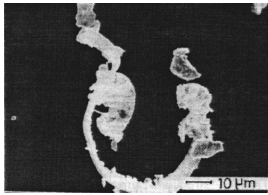
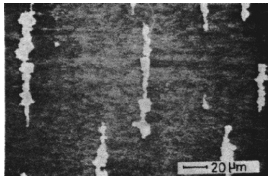
Tableau I-2 : forme des particules

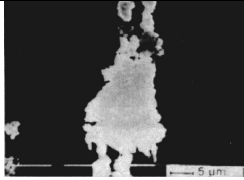
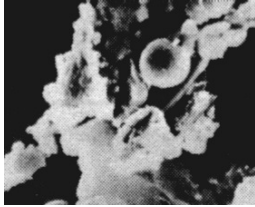
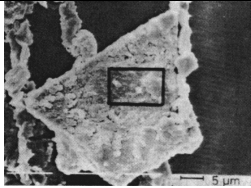
Forme	Schéma	Origine
Sphères		Agglomération et fusion de débris métalliques d'usure
Ovoïdes déformés lisses (galets)		poussières (quartz, silice...) issues de l'extérieur

Gros morceaux et pavés		particules métalliques produites par la fatigue des surfaces
Plaquettes et écailles		Particules métalliques produites lors du rodage ou d'une usure dite normale
Boucles, copeaux et lamelles		particules produites lors de l'usinage ou par labourage de la surface
Rouleaux		particules étant à la fois des copeaux et des écailles
Brins et fibres		particules non métalliques en général issues d'une atmosphère polluée

Pour terminer sur les types de particules polluantes présentes dans les huiles, il convient de rappeler les travaux de Akl et Kalifha [6, 7]. A partir de l'analyse des huiles utilisées lors d'essais sur une machine à galets qui simule un contact hertzien lubrifié, ils effectuent une classification des particules (Tableau I-3). Ce classement a été défini à partir des spécificités en forme, taille et quantité dues aux conditions de fonctionnement. Ces quatre classes correspondent aux périodes de rodage, de fonctionnement normal, de transition et de rupture du mécanisme.

Tableau I-3 : Familles de particules d'après AKL et KHALIFA

Famille	Photo	Caractéristiques
R		<ul style="list-style-type: none"> - particules issues du rodage - dimension jusqu'à 50µm - correspond à l'adaptation des surfaces
N		<ul style="list-style-type: none"> - particules d'usure par frottement - dimensions de 5 à 20µm - apparition après le rodage
U		<ul style="list-style-type: none"> - formes plates et sphériques

		<ul style="list-style-type: none"> - dimensions de 25 à 60µm - les particules U correspondent à la formation des fissures
\bar{U}		<ul style="list-style-type: none"> - les particules \bar{U} apparaissent après les U pour des déformations importantes des surfaces accompagnées d'effets thermiques
U^*		<ul style="list-style-type: none"> - les particules U^* indiquent une fissuration plus profonde - détermine le début de la transition vers une usure plus sévère et correspond à l'apparition d'avaries.
G et S	Particules produites lors du grippage	

5- CONCLUSION

La première partie de ce chapitre a été consacrée à une étude succincte sur la lubrification qui est la partie la plus importante de la **tribologie** qui concerne tous contacts lubrifié pour lesquels un fluide lubrifiant appelé troisième corps est intercalé entre deux corps solides en mouvement relatif.

Tandis que la deuxième partie a été réservée à une étude bibliographique importante sur la contamination des lubrifiants par des particules solides.

1- INTRODUCTION

Tous les systèmes mécaniques comportent plus ou moins des éléments lubrifiés. Le but de la lubrification est de diminuer les frottements, en réduisant l'usure et en améliorant le rendement (c'est-à-dire que l'on cherche plus de puissance et moins de consommation), c'est la fonction la plus évidente des huiles lubrifiantes. Les huiles lubrifiantes utilisées en lubrification des machines tournantes contiennent de nombreux polluants avant même leur mise en service [3, 4]. Ces polluants sont présents dans les huiles neuves ou introduits lors de la fabrication ou des opérations de montage même en service, de nouveaux polluants sont produits soit par le rodage et l'usure ou de rouille, soit par ingestion de l'extérieur selon l'étanchéité des joints et l'environnement de fonctionnement. L'existence des polluants solides dans les huiles lubrifiantes est inévitable et jamais la filtration peuvent éliminer les petites particules existantes dans les fluides lubrifiants [1, 2, 3, 4]. Ainsi que, pour améliorer les performances de ces huiles lubrifiantes des machines tournantes et diminuer les effets de ces pollutions, on ajoute des additifs (polymères). Les principaux additifs présentés dans les huiles moteur actuelles sont les additifs améliorant la viscosité, les dispersants, les détergents, les antioxydants, les anti-corrosions, anti-usures et des additifs spécifiques tels que des agents d'adhérences, des modificateurs de structure, des colorants, des masques d'odeurs, etc.

Dans ce chapitre, on va présenter les différentes lois rhéologiques, les équations de la lubrification hydrodynamique et l'équation des Reynolds en régime isotherme pour : un fluide newtoniens (fluide propre ; fluide sans particules solides), un fluide newtonien pollué par particules solides, et un fluide additivé par des additifs améliorant de la viscosité et pollué par des particules solides.

2- LOIS DE COMPORTEMENT RHEOLOGIQUE DES HUILES LUBRIFIANTES EN FILM MINCE

La plus simple de ces lois de comportement rhéologique, qui présente le plus grand intérêt en lubrification est celle du fluide newtonien (fluide propre : fluide sans additifs et pollution), qui ne fait intervenir que la viscosité dynamique (μ) donnant une relation rhéologique linéaire entre les contraintes de cisaillement et le gradient de vitesse, en lubrification et plus particulièrement en film mince (figure II.1) où seulement les contraintes de cisaillement τ_{xy} et τ_{zy} sont prises en compte, les lois constitutives d'un fluide newtonien isovisqueux s'écrivent alors [8] :

$$\begin{cases} \tau_{xy} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ \tau_{zy} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) \end{cases} \quad (\text{II-1})$$

Où,

μ : viscosité dynamique du fluide lubrifiant

u et w : composantes du vecteur vitesse d'écoulement d'une particule fluide selon l'axe x et z

τ_{xy} et τ_{zy} : contraintes de cisaillement.

Dans le cas général, pour un fluide newtonien, la relation qui lie le tenseur de contraintes (σ_{ij}) au tenseur de taux de déformation (D_{ij}) s'écrit :

$$\sigma_{ij} = (-p + \lambda\theta)\delta_{ij} + 2\mu D_{ij} \quad (\text{II-2})$$

Avec,

p : pression dans le fluide

D_{ij} : tenseur de taux de déformation, ($D_{ij} = 1/2(u_{ij} + u_{ji})$)

θ : taux de dilation cubique, ($\theta = D_{kk}$)

δ_{ij} : symbole de Kronecker

λ et μ : coefficients de Navier.

Pour un fluide incompressible ($\theta = 0$), le second coefficient de viscosité λ n'intervient plus.

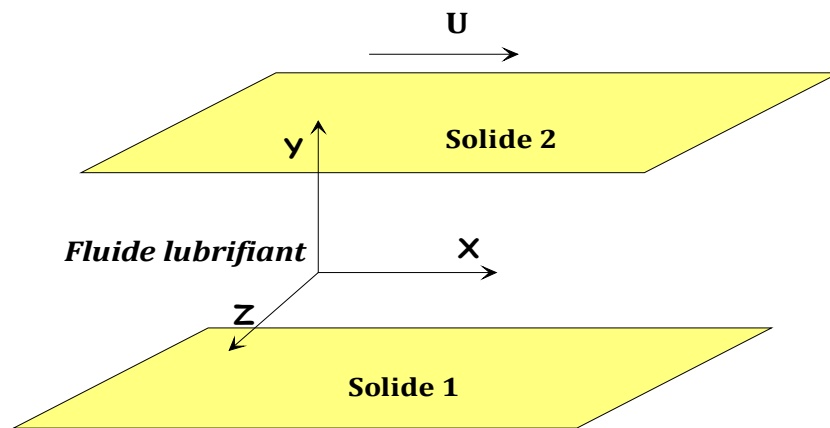


Fig. II-1 : Schéma du contact lubrifié

La présence de la pollution solide comme suspension diluée des particules solides dans un solvant par exemples lubrifiant pollué ou contaminé par sable, poussières ou des particules solides dues à l'usure des surfaces de contact dans un solvant newtonien permet de modifier la viscosité de fluides [9 - 12], ainsi leur écoulement ne peut pas être décrit par la théorie des milieux continus classique (II-1) qui néglige la taille des particules solides dans un fluide (figure II-2).

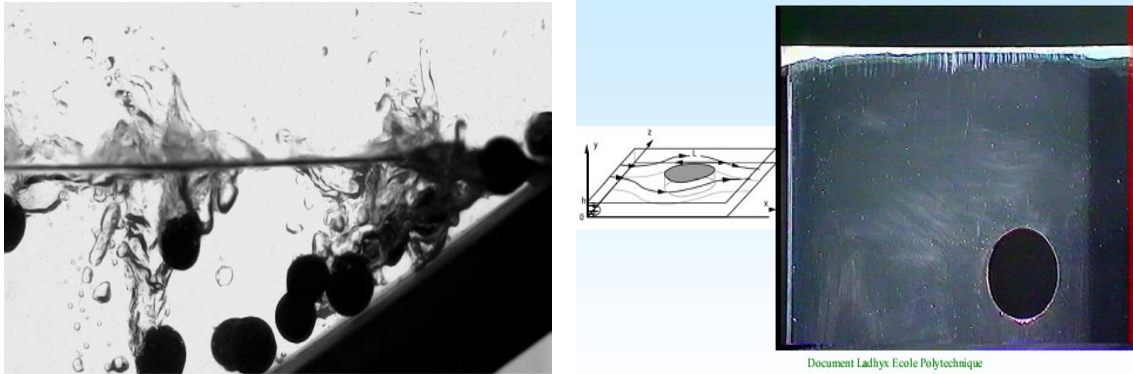


Fig. II-2 : *Photo graphique d'écoulement d'une huile lubrifiante avec des particules solides de forme sphères entre deux plaques très proche*

2-1. Théorie de suspension des particules sphériques solides dans un solvant

La méthode la plus simple pour décrire la structure des fluides avec des suspensions diluées de particules solides ou fluide pollué ou contaminé par des particules solides dues à l'usure des surfaces de contact (arrachement des particules solides des surfaces de contacts surtout pendant la phase de rodage des organes d'un mécanisme) dans un solvant est de voir celui-ci comme une suspension des particules rigides de forme sphères dans un solvant newtonien (figure II-3), la loi de comportement rhéologique du fluide newtonien (II-1) reste la même, seulement la valeur de la viscosité effective du fluide change ; il s'agit de la théorie des suspensions diluées [9 10] dont les prémices remontent à 1960 avec les résultats d'Einstein, qui furent ensuite largement repris et modifiés.

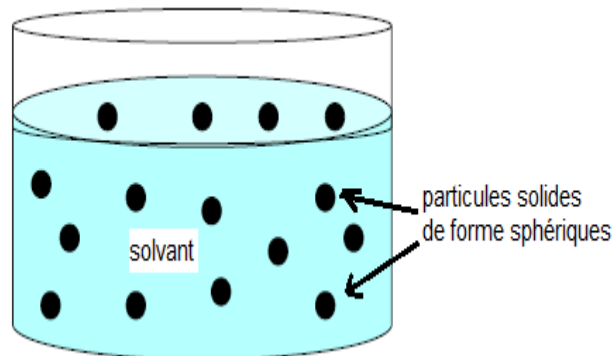


Fig. II-3 : *Suspension des particules solides de forme sphères dans un solvant (théorie des suspensions diluées de particules solides)*

2-1-1. Les modèles de suspensions des sphères rigides dans un solvant

a) Modèle d'Einstein

Les travaux d'Einstein en rhéologie portent sur les suspensions très diluées (faible concentration) de sphères rigides, de concentration volumique (Φ), dans un solvant newtonien de viscosité dynamique (μ_s). Einstein fut le premier à calculer l'évolution de la viscosité effective d'un fluide avec la suspension diluée des particules solides en fonction de la fraction volumique des particules solides (effet de concentration

volumique). Il propose la formule valable pour tout type d'écoulement des fluides pour une faible concentration volumique [9 10] :

$$\mu = \mu_s (1 + 2.5 \times \Phi) \quad (\text{II-3})$$

Où,

μ : viscosité effective du fluide lubrifiant

μ_s : viscosité du solvant

Φ : concentration volumique des particules solides dans le solvant

Notant que la formule d'Einstein valable pour tout type d'écoulement des fluides pour une faible concentration volumique ($\Phi \leq 15\%$) [11 12].

b) Modèle de Batchelor et Green

En 1972, Batchelor et Green, ajoutent à la formule d'Einstein un terme quadratique, pour tenir compte du mouvement brownien des particules, la formule Einstein (II-3) devient [9 10] :

$$\mu = \mu_s (1 + 2.5 \times \Phi + 6.2 \times \Phi^2) \quad (\text{II-4})$$

Cette formule valable pour une concentration volumique : $\Phi \leq 30\%$ [11 12].

c) Modèle de Ball et Richmond

En 1980, Ball et Richmond modifient le modèle de Batchelor et Green, en faisant intervenir une concentration maximale admissible ($\Phi_m \approx 0.64$ pour particules sphériques solides dans le solvant) [9 10] :

$$\mu = \mu_s \left(1 - \frac{\Phi}{\Phi_m} \right)^{-2.5 \times \Phi_m} \quad (\text{II-5})$$

Notant que cette formule valable pour une concentration volumique, $\Phi \leq 45\%$ [11].

d) Modèle de Phan-Thien et Pham

Phan-Thien et Pham, en 1987 proposent une expression plus complexe de la viscosité effective des fluides avec des suspensions diluées des particules solides, donnée par la formule suivante [9 10] :

$$\mu = \mu_s (1 - \Phi)^{-2.5} \quad (\text{II-6})$$

La figure ci-dessous (*figure II-3*) présente une comparaison de l'évolution de la viscosité effective (μ) d'un fluide avec la variation de la concentration volumique (Φ) des particules solide pour différents modèles rhéologiques et résultats expérimentaux de Thomas obtenus pour une suspension des particules rigides de forme sphérique dans un solvant newtonien a divers taux de concentration volumique [11].

Les résultats ont permis de mettre en évidence d'une part l'influence de la concentration volumique des particules solides en suspension dans un fluide sur sa viscosité effective et d'autre part l'intérêt de chaque modèle rhéologique proposé et sa plage d'application, par exemple, le modèle d'Einstein est utilisé pour une faible

concentration volumique ($\Phi \leq 15\%$) au-delà de cette concentration ce modèle perd son efficacité, le modèle Batchelor et Green est valable pour des concentration volumique $\Phi \leq 30\%$ et le modèle Ball & Richmond est valable pour des forte concentration volumique $\Phi \leq 45\%$.

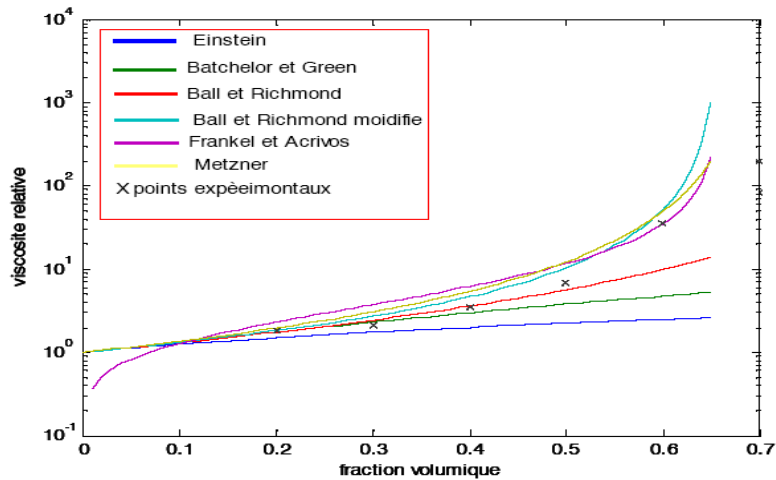


Fig. II-3 : Influence de la concentration en particules sphériques sur la viscosité effective d'un fluide : comparaison de divers modèles et résultats expérimentaux [11].

3- EQUATIONS GENERALES DE LA LUBRIFICATION HYDRODYNAMIQUE PAR FLUIDE NEWTONIEN POLLUE (PRESENTATION DES PARTICULES SOLIDES)

Les équations générales de la lubrification hydrodynamique permettent compte tenu des conditions géométriques et cinématiques de déterminer les caractéristiques d'un écoulement en film mince et en particulier sa portance (*figure II-1*). Elles sont déduites des équations de la mécanique des milieux continus appliquées aux fluides lubrifiants.

Les équations qui décrivent le comportement d'un fluide compressible sont établies à partir de :

- des principes fondamentaux de la mécanique des milieux continus : lois de conservation de la masse et de la quantité de mouvement ;
- régime d'écoulement isotherme en tous points du fluide, c'est à dire la température reste constante en tous points du fluide lubrifiant).

3-1. Equation de conservation de la masse

La loi fondamentale de la mécanique classique concernant la conservation de la masse traduit le fait que la masse d'un système matériel que l'on suit dans son mouvement reste constante. Cette équation peut être décrite par sa forme différentielle suivante :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0 \quad (\text{II-7})$$

$i = 1 \div 3$

Avec, ρ est la masse volumique de fluide et u_i composantes du vecteur vitesse d'une particule fluide.

Pour un fluide incompressible, la masse volumique reste constante, l'équation de continuité II-7 devient :

$$\rho \frac{\partial}{\partial x_i} (u_i) = 0 \quad (\text{II-8})$$

3-2. Equation de conservation de la quantité de mouvement

L'équation générale de conservation de la quantité de mouvement de fluide est donnée par :

$$\rho \frac{du_i}{dt} = \rho f_i + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (\text{II-9})$$

Avec, $\frac{du_i}{dt} = \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$, i et $j = 1 \div 3$

ρ : masse volumique de fluide ;
 ρb_i : force de volume ;
 x_j : variable d'espace ;
 σ_{ij} : tenseur de contraintes

3-3. Equations de Navier-Stokes ou équations de mouvement d'un fluide newtonien pollué par des particules solides

Pour un fluide newtonien pollué par des particules solides, la relation qui lie le tenseur de contraintes (σ_{ij}) au tenseur de taux de déformation (D_{ij}) devient [13]:

$$\sigma_{ij} = (-p + \lambda\theta)\delta_{ij} + 2G(\Phi)\mu_s D_{ij} \quad (\text{II-10})$$

Dans cette loi, la fonction $G(\Phi)$ est due à la présence des particules solides dans le fluide lubrifiant (fluide pollué) est donnée comme suit :

- Pour fluide Newtonien (*fluide sans particules solides c.-à-d. fluide propre*, $\Phi = 0$) :
 $G(\Phi) = 1$,

- Pour fluide avec particules solides (*fluide pollué*) les modèles proposés sont :

- Modèle d' Einstein : $G(\Phi) = (1 + 2.5 \times \Phi)$

- Modèle de Batchelor et Green : $G(\Phi) = (1 + 2.5 \times \Phi + 6.2 \times \Phi^2)$

- Modèle de Ball et Richmond : $G(\Phi) = \left(1 - \frac{\Phi}{\Phi_m}\right)^{-2.5 \times \Phi_m}$

- Modèle de Phan-Thien et Pham : $G(\Phi) = (1 - \Phi)^{-2.5}$

En reportant l'équation du comportement rhéologique II-10 dans l'équation de mouvement II-9, on obtient les équations de Navier-Stokes pour un fluide newtonien pollué par des particules solides :

$$\rho \frac{du_i}{dt} = \rho f_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + G(\phi) \left(\mu_s \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_i} \right) + \frac{\partial \mu_s}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right) + \lambda \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \frac{\partial \lambda}{\partial x_i} \quad (\text{II-11})$$

Avec, i et $j = 1 \div 3$

3-3-1. Expression des équations de Navier- Stokes pour un écoulement en film mince visqueux et le champ de vitesses d'écoulement

En lubrification hydrodynamique, les équations de Navier (II-11) pour fluide pollué se simplifient très sensiblement car l'épaisseur du film suivant (o, \bar{x}_2) est très faible par rapport aux deux autres dimensions du contact (figure II-4), ce qui permet de déterminer l'ordre de grandeur des différents termes de l'équation II-11, de faire une analyse dimensionnelle.

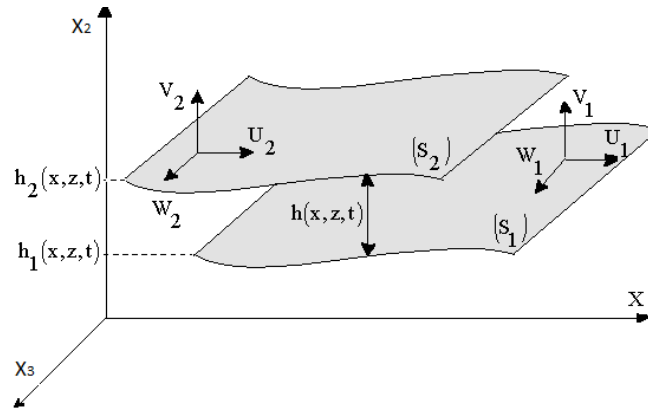


Fig. II-4 : Schéma général d'un contact hydrodynamique

Pour ce la, on pose : $\tilde{x}_1 = \frac{x_1}{L}$, $\tilde{x}_2 = \frac{x_2}{h}$, $\tilde{x}_3 = \frac{x_3}{L}$, $\tilde{t} = \frac{tV}{L}$,

$$\tilde{u}_1 = \frac{u_1}{V}, \quad \tilde{u}_2 = \frac{u_2 L}{Vh}, \quad \tilde{u}_3 = \frac{u_3}{V}, \quad \tilde{\mu} = \frac{\mu}{\mu_0}, \quad \tilde{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0} \quad (\text{II-12})$$

Où, μ est la viscosité dynamique de référence ($\mu = \mu(T)$) et ρ est la masse volumique de référence ($\rho = \rho(T)$).

Dans ces expressions L et V sont respectivement la dimension et la vitesse caractéristiques selon les axes (o, \bar{x}_1) et (o, \bar{x}_3) , h et $\frac{Vh}{L}$, celles suivant (o, \bar{x}_2) , $\frac{L}{V}$ est l'ordre de grandeur du temps.

Ce changement de variable conduit à poser que : $\tilde{p} = \frac{\rho h^2}{\mu_0 V L}$

On remarque que la vitesse caractéristique (V) peut être définie de plusieurs façons, en hydrodynamique, V sera la vitesse de l'une des parois du contact.

Compte tenu de ces changements de variables, les équations II-11 de Navier se réduisent à :

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_i} = -\tilde{p} \varepsilon \Re \left[\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{t}} + \tilde{u}_j \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_j} \right] + G(\phi) \left(\tilde{\mu}_s \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_2^2} + \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_2} \cdot \frac{\partial \tilde{\mu}_s}{\partial \tilde{x}_2} \right) \\ \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_2} = 0 \rightarrow \tilde{p} = \tilde{p}(\tilde{x}_1, \tilde{x}_3) \end{cases} \quad (\text{II-13})$$

Avec, $i = 1$ et 3

$\Re = \rho_0 \frac{Vh}{\mu_0}$: nombre sans dimension de Reynolds représente le rapport des forces d'inertie aux forces de viscosité exercées sur une particule fluide.

$\varepsilon = \frac{h}{L}$: paramètre d'échelle, est en mécanique des films minces visqueux est de l'ordre de 10^{-3} .

Les termes en $\varepsilon \times \Re$ ou termes d'inertie de l'équation II-13 seront négligeables devant les termes de viscosité ($\varepsilon \times \Re \ll 1$) ; ce qui est vérifié dans la plus part des écoulements rencontrés en lubrification. Quelques exceptions se rencontrent toutefois quand la viscosité du fluide est faible, quand l'épaisseur du film est importante ou pour des paliers de grandes dimensions.

Si, par hypothèse on néglige les forces d'inertie l'équation II-13, elle devient comme suit :

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_i} = G(\phi) \left(\frac{\partial}{\partial \tilde{x}_2} \left(\tilde{\mu}_s \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_2} \right) \right) \\ \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_2} = 0 \end{cases} \quad (\text{II-14})$$

Avec, $i = 1$ et 3

- Pour fluide Newtonien (*fluide propre*, $\Phi = 0$) : $G(\Phi) = 1$,

- Pour fluide avec particules solides (*fluide pollué*) :

- Modèle Einstein : $G(\Phi) = (1 + 2.5 \times \Phi)$

- Modèle de Batchelor et Green : $G(\Phi) = (1 + 2.5 \times \Phi + 6.2 \times \Phi^2)$

- Modèle de Ball et Richmond : $G(\Phi) = \left(1 - \frac{\Phi}{\Phi_m} \right)^{-2.5 \times \Phi_m}$

- Modèle de Phan-Thien et Pham : $G(\Phi) = (1 - \Phi)^{-2.5}$

Et en revenant aux variables dimensionnées l'équation II-14 donne :

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial x_1} = G(\phi) \left(\frac{\partial}{\partial x_2} \left(\mu_s \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right) \right) \\ \frac{\partial p}{\partial x_2} = 0 \\ \frac{\partial p}{\partial x_3} = G(\phi) \left(\frac{\partial}{\partial x_2} \left(\mu_s \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \right) \right) \end{cases} \quad (\text{II-15})$$

D'après le système d'équation président (II-15) la pression varie en fonction de x_1 et x_3 . Ce sont les équations de Navier-Stokes écrites dans le cadre de la théorie de lubrification pour un fluide newtonien pollué par des particules solides.

Ces équations auxquelles s'ajoute l'équation de la conservation de la masse (II-8) et les conditions aux limites et après intégration, permettent formellement de connaître le champ de vitesses u_1 et u_3 ($u_2 \ll u_1$ et u_3 : écoulement bidimensionnel de lubrifiant dans les directions $(0, \bar{x}_1)$ et $(0, \bar{x}_3)$) la pression et les contraintes de cisaillement dans le film.

3-3-2. Détermination du champ de vitesses d'écoulement

Lorsque la vitesse de paroi du contact est tangente en tous points à cette paroi, l'équation de la mécanique des films minces visqueux généralisés se simplifie car en plaçant l'origine du système d'axes sur cette paroi (figure II-5), on pose :

$$\mathbf{h}_1 = \mathbf{0} \text{ et } \mathbf{h}_2 = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, t)$$

Définition des hypothèses et des conditions aux limites sur les vitesses :

- surface du contact lisse ;
- fluide adhère parfaitement aux parois (vitesse de glissement négligeable) ;
- on suppose que la paroi inférieure (S_1) est plane et confondue avec le plan $(x_1, 0, x_3)$ du référentiel ;
- vitesse en tous points de la surface (S_1) est tangente à cette surface.

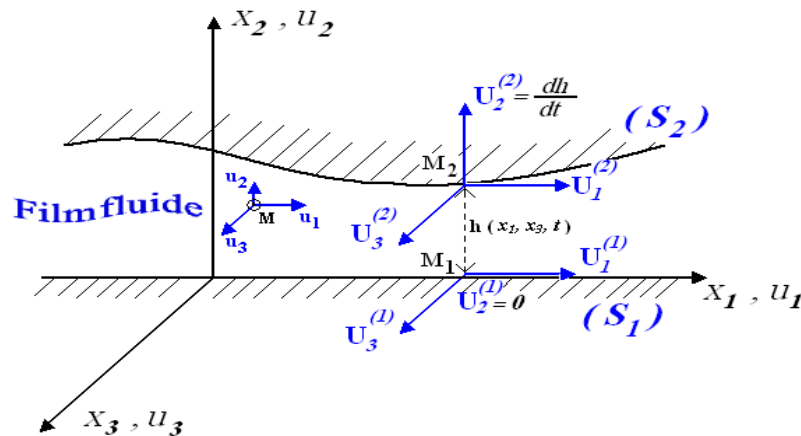


Fig. II-5 : Géométrie et cinématique d'un contact hydrodynamique

Pour un écoulement bidimensionnel (2D) en film mince visqueux (figure II-5), les équations de Navier (II-15) s'écrivent :

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial x_1} = G(\phi) \left(\frac{\partial}{\partial x_2} \left(\mu_s \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right) \right) \\ \frac{\partial p}{\partial x_3} = G(\phi) \left(\frac{\partial}{\partial x_2} \left(\mu_s \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \right) \right) \end{cases} \quad \text{(II-16)}$$

Après deux intégrations de ces équations par rapport à la variable x_2 , on obtient :

- Première intégration par rapport à x_2 :

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial x_1} x_2 + A(x_1, x_3) = G(\phi) \left(\mu_s \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right) \\ \frac{\partial p}{\partial x_3} x_2 + B(x_1, x_3) = G(\phi) \left(\mu_s \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \right) \end{cases}$$

$$\text{Ou encore : } \begin{cases} \frac{\partial u_1}{\partial x_2} = \left(\frac{1}{G(\phi)\mu_s} \right) \frac{\partial p}{\partial x_1} x_2 + \frac{A(x_1, x_3)}{G(\phi)\mu_s} \\ \frac{\partial u_3}{\partial x_2} = \left(\frac{1}{G(\phi)\mu_s} \right) \frac{\partial p}{\partial x_3} x_2 + \frac{B(x_1, x_3)}{G(\phi)\mu_s} \end{cases} \quad (\text{II-17})$$

- Deuxième intégration par rapport à x_2 donne :

$$\begin{cases} u_1(x_2) = \frac{1}{G(\phi)} \frac{\partial p}{\partial x_1} \int \frac{x_2}{\mu_s} dx_2 + \frac{A(x_1, x_3)}{G(\phi)} \int \frac{dx_2}{\mu_s} + C(x_1, x_3) \\ u_3(x_2) = \frac{1}{G(\phi)} \frac{\partial p}{\partial x_3} \int \frac{x_2}{\mu_s} dx_2 + \frac{B(x_1, x_3)}{G(\phi)} \int \frac{dx_2}{\mu_s} + D(x_1, x_3) \end{cases}$$

Soit :

$$\begin{cases} u_1(x_2) = \left(\frac{1}{G(\phi)2\mu_s} \right) \frac{\partial p}{\partial x_1} x_2^2 + \frac{A}{G(\phi)\mu_s} x_2 + C \\ u_3(x_2) = \left(\frac{1}{2G(\phi)\mu_s} \right) \frac{\partial p}{\partial x_3} x_2^2 + \frac{B}{G(\phi)\mu_s} x_2 + D \end{cases} \quad (\text{II-18})$$

Pour déterminer les constantes A, B, C et D en utilise les conditions aux limites sur les vitesses suivantes, d'après la figure II-5, les conditions aux limites sur les vitesses sont :

$$\begin{cases} \text{pour } x_2 = 0, & u_1 = U_1^{(1)}, & u_2 = U_2^{(1)} = 0, & u_3 = U_3^{(3)} \\ \text{pour } x_2 = h, & u_1 = U_1^{(2)}, & u_2 = U_2^{(2)}, & u_3 = U_3^{(2)} \end{cases} \quad (\text{II-19})$$

En remplaçant ces conditions aux limites sur les vitesses dans les expressions II-18, on obtient :

$$\begin{cases} A = \frac{G(\phi)\mu_s}{h} \left[U_1^{(2)} - U_1^{(1)} - \frac{1}{2G(\phi)\mu_s} \frac{\partial p}{\partial x_1} h^2 \right] \\ B = \frac{G(\phi)\mu_s}{h} \left[U_3^{(2)} - U_3^{(1)} - \frac{1}{2G(\phi)\mu_s} \frac{\partial p}{\partial x_3} h^2 \right] \\ C = U_1^{(1)} \\ D = U_3^{(1)} \end{cases}$$

En remplaçant les constantes A, B, C et D par leurs valeurs, les deux composantes de vecteur vitesse d'écoulement s'expriment comme suit :

$$\begin{cases} u_1(x_2) = \left(\frac{1}{2G(\phi)\mu_s} \right) \frac{\partial p}{\partial x_1} (x_2^2 - x_2 h) + \frac{x_2}{h} U_1^{(2)} + U_1^{(1)} \left(1 - \frac{x_2}{h} \right) \\ u_3(x_2) = \left(\frac{1}{2G(\phi)\mu_s} \right) \frac{\partial p}{\partial x_3} (x_2^2 - x_2 h) + \frac{x_2}{h} U_3^{(2)} + U_3^{(1)} \left(1 - \frac{x_2}{h} \right) \end{cases} \quad (\text{II-20})$$

Les premiers termes des deux équations de vitesses, représentent l'écoulement de Poiseuille (dû au gradient de pression) et les seconds termes représentent l'écoulement de Couette (dû au déplacement de parois).

3-3-3. Expression des tenseurs de contraintes et des taux de déformations

Dans le cas d'un fluide newtonien le tenseur de contraintes est symétrique et la matrice représentative de ce tenseur s'écrit en un point M (figure II-5) :

$$\bar{\bar{\sigma}}(M) = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \text{Sym} & & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{II-21})$$

On a :

$$\frac{\frac{\partial u_1}{\partial x_1}}{\frac{\partial u_1}{\partial x_2}} \approx \varepsilon, \quad \frac{\frac{\partial u_3}{\partial x_1}}{\frac{\partial u_3}{\partial x_2}} \approx \varepsilon, \quad \frac{\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2}}{\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2}} \approx \varepsilon^2, \quad \frac{\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2}}{\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2^2}} \approx \varepsilon^2 \quad \text{et} \quad \frac{\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_3^2}}{\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2^2}} \approx \varepsilon^2, \quad \frac{\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2}}{\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2^2}} \approx \varepsilon^2$$

En prenant en considération les hypothèses ci-dessus, la loi de comportement rhéologique II-2 se réduit à :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \text{Sym} & & \sigma_{33} \end{bmatrix} = -p \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ & 1 & 0 \\ \text{Sym} & & 1 \end{bmatrix} + 2G(\phi)\mu_s \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2}u_{1,2} & 0 \\ & 0 & \frac{1}{2}u_{1,2} \\ \text{Sym} & & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Soit encore : } \bar{\bar{\sigma}}(M) = \begin{bmatrix} -p & G(\phi)\mu_s \times u_{1,2} & 0 \\ & -p & G(\phi)\mu_s \times u_{3,2} \\ \text{Sym} & & -p \end{bmatrix} \quad (\text{II-22})$$

Le taux de déformation :

$$\bar{\bar{D}}(M) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} \frac{\partial u_1}{\partial x_2} & 0 \\ & 0 & \frac{1}{2} \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \\ \text{Sym} & & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II-23})$$

Le fluide étant newtonien pollué par des particules solides, les champs de contraintes de cisaillement dans le fluide s'expriment par :

$$\begin{cases} \sigma_{12} = \sigma_{21} = G(\phi) \left(\mu_s \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right) \\ \sigma_{23} = \sigma_{32} = G(\phi) \left(\mu_s \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \right) \end{cases} \quad (\text{II-24})$$

En remplaçant u_1 et u_3 par leurs expressions (Eq.II-20), on obtient le champ de contraintes exercées par le fluide sur les parois :

$$\begin{cases} \sigma_{12} = \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x_1} (2x_2 - h) + \left(\frac{G(\phi)\mu_s}{h} \right) (U_1^{(2)} - U_1^{(1)}) \\ \sigma_{23} = \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x_3} (2x_2 - h) + \left(\frac{G(\phi)\mu_s}{h} \right) (U_3^{(2)} - U_3^{(1)}) \end{cases} \quad (\text{II-25})$$

- Changement de notation : Dans ce qui suit, on adoptera la nouvelle notation pour les variables d'espace et les composants de vitesses d'écoulement comme suit :

$$\begin{aligned}
 (x, y, z) & \text{ au lieu de } (x_1, x_2, x_3) \\
 (u, v, w) & \text{ au lieu de } (u_1, u_2, u_3) \\
 (U_1, V_1, W_1) & \text{ au lieu de } (U_1^{(1)}, U_2^{(1)}, U_3^{(1)}) \\
 (U_2, V_2, W_2) & \text{ au lieu de } (U_1^{(2)}, U_2^{(2)}, U_3^{(2)})
 \end{aligned}
 \tag{II-26}$$

Les composantes du vecteur vitesse d'écoulement (Eq.II-20) deviennent :

$$\begin{cases}
 u(y) = \left(\frac{1}{2G(\phi)\mu_s} \right) \frac{\partial p}{\partial x} (y^2 - yh) + \frac{y}{h} U_2 + U_1 \left(1 - \frac{y}{h} \right) \\
 w(y) = \left(\frac{1}{2G(\phi)\mu_s} \right) \frac{\partial p}{\partial z} (y^2 - yh) + \frac{y}{h} W_2 + W_1 \left(1 - \frac{y}{h} \right)
 \end{cases}
 \tag{II-27}$$

Les contraintes de cisaillement (Eq.II-25) dans le fluide deviennent aussi :

$$\begin{cases}
 \sigma_{xy} = \tau_{xy} = \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} (2y - h) + \left(\frac{G(\phi)\mu_s}{h} \right) (U_2 - U_1) \\
 \sigma_{yz} = \tau_{yz} = \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial z} (2y - h) + \left(\frac{G(\phi)\mu_s}{h} \right) (W_2 - W_1)
 \end{cases}
 \tag{II-28}$$

3-4. Dérivation de l'équation de Reynolds pour un fluide pollué par des particules solides

Hypothèses de la théorie de Reynolds

La dérivation de l'équation de Reynolds nécessite l'emploi des hypothèses suivantes :

- le milieu est continu : l'équation de Reynolds ne s'applique pas dans les zones où il y a rupture du film ;
- l'épaisseur du film est très faible devant la largeur et la longueur du contact, le rapport entre ces grandeurs doit être de l'ordre de 10^{-3} . C'est l'hypothèse fondamentale de la lubrification hydrodynamique, si cette hypothèse n'est pas vérifiée, l'équation de Reynolds ne peut être appliquée ;
- l'écoulement est laminaire ;
- les forces massiques extérieures dans le fluide sont négligeables ;
- les forces d'inertie dans le fluide sont négligeables devant les forces de viscosité et de pression ;
- Il n'y a pas de glissement entre le fluide et les parois du contact, ainsi sur les parois, la vitesse du fluide est égale à celle des parois ;
- la courbure générale du film est négligée, on peut démontrer qu'en film mince, dans un palier par exemple, l'effet de courbure est du second ordre ;
- la vitesse d'une des parois du contact est toujours tangente à cette paroi : ce qui permet de placer le système d'axe (o, x, z) sur la paroi (S_1) où $H_1=0$ et $H_2=h(x, y, t)$ (**figure II-5**).

- Dérivation de l'équation de Reynolds

Pour un fluide newtonien avec la présence de suspension des particules solides, à partir de l'équation de continuité II-7, en régime permanent, on a :

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0 \quad (\text{II-29})$$

L'intégration de cette équation à travers l'épaisseur ($\mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{z})$) de film donne :

$$\int_0^{h(x,z)} \left[\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) \right] dy = 0 \quad (\text{II-30})$$

$$\text{Où : } \int_0^{h(x,z)} \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) dy}_{I_1} + \int_0^{h(x,z)} \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(\rho v) dy}_{I_2} + \int_0^{h(x,z)} \underbrace{\frac{\partial}{\partial z}(\rho w) dy}_{I_3} = 0$$

Alors,

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0 \quad (\text{II-31})$$

Avec :

$$\begin{cases} I_1 = \int_0^{h(x,z)} \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) dy \\ I_2 = \int_0^{h(x,z)} \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) dy \\ I_3 = \int_0^{h(x,z)} \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) dy \end{cases} \quad (\text{II-32})$$

On a : $p = p(x, z)$, $\rho = \rho(p)$ et $\mu = \mu(p)$,

Il vient alors, $\mu = \mu(x, z)$ et $\rho = \rho(x, z)$

$$I_2 = \rho [v]_0^h = \rho(v(h) - v(0)) = \rho(v_2 - v_1) = \rho v_2$$

I_1 et I_3 sont des intégrales difficiles à calculer, pour les déterminer en utilisant le théorème de Leibnitz :

$$\int_{h_1(x,z,t)}^{h_2(x,z,t)} \frac{\partial}{\partial x} f(x, y, z) dy = \frac{\partial}{\partial x} \int_{h_1}^{h_2} f(x, y, z) dy - f(x, h_2, z) \frac{\partial h_2}{\partial x} + f(x, h_1, z) \frac{\partial h_1}{\partial x}$$

Les intégrales I_1 et I_3 deviennent alors :

$$\begin{cases} I_1 = \frac{\partial}{\partial x} \int_0^h (\rho u(y)) dy - \rho u(y) \frac{\partial h}{\partial x} \\ I_3 = \int_0^h (\rho w(y)) dy - \rho w(y) \frac{\partial h}{\partial z} \end{cases} \quad (\text{II-33})$$

Avec, $U(h) = U_2$ et $W(h) = W_2$

Comme la variation de la masse volumique (ρ) à travers l'épaisseur du film n'est pas importante l'équation II-33 devient :

$$\begin{cases} I_1 = \left(\frac{\partial Q_x}{\partial x} \right) - \rho U_2 \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right) \\ I_2 = \rho V_2 = \rho \frac{dh}{dt} \\ I_3 = \left(\frac{\partial Q_z}{\partial z} \right) + \rho W_2 \left(\frac{\partial h}{\partial z} \right) \end{cases} \quad (\text{II-34})$$

Ainsi,

$$\begin{cases} Q_x = \rho \int_0^h (u(y)) dy \\ Q_z = \rho \int_0^h (w(y)) dy \end{cases}$$

$$\text{Et, } \frac{dh}{dt} = \frac{\partial h}{\partial t} + U_2 \frac{\partial h}{\partial x} + W_2 \frac{\partial h}{\partial z}$$

Avec, Q_x et Q_z sont les débits massiques par unité de longueur suivant les directions x et z.

On intègre Q_x et Q_z selon l'épaisseur de film on obtient :

$$\begin{cases} Q_x = \rho \left(-\frac{h^3}{12 G(\phi) \mu_s} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{h}{2} (U_2 + U_1) \right) \\ Q_z = \rho \left(-\frac{h^3}{12 G(\phi) \mu_s} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{h}{2} (W_2 + W_1) \right) \end{cases} \quad (\text{II-35})$$

L'équation II-31 alors devient :

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_z}{\partial z} = \rho U_2 \frac{\partial h}{\partial x} + \rho W_2 \frac{\partial h}{\partial z} - \rho V_2 \quad (\text{II-36})$$

En remplaçant V_2 , Q_x et Q_z par leurs expressions, on obtient l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\rho h^3}{12 \mu_s G(\phi)} \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\rho h^3}{12 \mu_s G(\phi)} \frac{\partial p}{\partial z} \right] &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} [\rho h (U_1 + U_2)] + \\ \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} [\rho h (W_1 + W_2)] + \frac{\partial}{\partial t} (\rho h) & \end{aligned} \quad (\text{II-37})$$

Cette équation est l'équation de base de la mécanique de film mince visqueux par un fluide newtonien pollué par des particules solides en régime isotherme.

C'est l'équation de Reynolds écrite pour un écoulement bidimensionnel (2D) en régime isotherme ; c'est une équation aux dérivées partielles du second ordre de type elliptique, qui n'admet généralement pas une solution analytique sauf dans des cas où la simplifier.

Le second membre de l'équation générale de Reynolds II-37 correspond à deux effets qui sont :

$$\frac{1}{2} \text{div}(\rho h \vec{U}) : \text{ effet d'entraînement (wedge effect) ;}$$

$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h)$: effet d'écrasement (squeeze effect).

$$\text{Avec : } \vec{U} = \begin{Bmatrix} U_2 + U_1 \\ W_2 + W_1 \end{Bmatrix}$$

Généralement en lubrification hydrodynamique, les fluides lubrifiants sont des fluides considérés comme incompressibles [13] ; c.-à-d. la densité de lubrifiant reste constante en fonction de pression (la densité varie très peu en fonction de la pression dans le film lubrifiant $\rho(p) \approx \text{cte.}$). Dans ce cas l'équation de Reynolds II-37 pour un fluide Newtonien (fluide propre) devient :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{h^3}{12\mu_s G(\Phi)} \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{h^3}{12\mu_s G(\Phi)} \frac{\partial p}{\partial z} \right] = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} [h(U_1 + U_2)] + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} [h(W_1 + W_2)] + \frac{\partial}{\partial t}(h) \quad (\text{II-38})$$

Dans cette équation, la fonction $G(\Phi)$ est due à la présence des particules solides dans le fluide lubrifiant est comme suit :

- Pour un fluide Newtonien non pollué (*fluide propre*, $\Phi = 0$) : $G(\Phi) = 1$,
- Pour un fluide avec particules solides (*fluide pollué*) , (modèle proposés) [26 ÷ 29]:
 - Modèle Einstein : $G(\Phi) = (1 + 2.5 \times \Phi)$
 - Modèle de Batchelor et Green : $G(\Phi) = (1 + 2.5 \times \Phi + 6.2 \times \Phi^2)$
 - Modèle de Ball et Richmond : $G(\Phi) = \left(1 - \frac{\Phi}{\Phi_m}\right)^{-2.5 \times \Phi_m}$
 - Modèle de Phan-Thien et Pham : $G(\Phi) = (1 - \Phi)^{-2.5}$

Où, μ_s : viscosité du solvant

Φ : Concentration volumique de la suspension des particules solides dans le solvant

La résolution de l'équation de Reynolds permettra de déterminer le champ de pression dans le film lubrifiant, qui servira pour le calcul des performances hydrodynamiques du contact lubrifié.

4. FLUIDE ADDITIVE PAR DES ADDITIFS AMELIORANT LA VISCOSITE ET POLLUE PAR DES PARTICULES SOLIDES (FLUIDE POLAIRE POLLUE)

La quasi-totalité des huiles utilisées pour la lubrification ou le graissage des machines tournantes contiennent des additifs améliorant l'indice de viscosité (VI). Ces additifs de longues chaînes moléculaires (polymères), utilisés dans le but d'améliorer les performances des huiles lubrifiantes, entraînent une modification du comportement rhéologique de ces huiles (fluide non newtonien). D'après la théorie des Milieux Continus de Vijay Kumar Stokes (Micro Continuum Theory) [14], la loi de comportement rhéologique de ce type de fluide dit à rhéologie complexe ou encore fluide polaire s'écrit :

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu(u_{i,j} + u_{j,i}) - \frac{1}{2} e_{ijk} M_{rk,r} \quad (\text{II-39})$$

$$\text{Avec, } M_{ij} = \frac{1}{3} M_m \delta_{ij} + 4\eta K_{ij}$$

σ_{ij} : tenseur des contraintes non symétrique

M_{rk} : tenseur des couples de contraintes

e_{ijk} : tenseur de permutation d'ordre trois

K_{ij} : tenseur du taux de rotation

μ : coefficient de viscosité dont la dimension est $[\mu]=ML^{-1}T^{-1}$

η : constante physique due à la présence des couples de contraintes ou additifs de viscosité (VI) dans le fluide, dont la dimension est $[\eta] = MLT^{-1}$.

Dans le cas, le fluide devient pollué par des particules solides par exemples lubrifiant pollué ou contaminé par des particules solides dues à l'usure des surfaces de contact, la relation qui lie le tenseur de contraintes (σ_{ij}) au tenseur de taux de déformation (D_{ij}) (II-39) reste la même seulement la valeur de la viscosité effective du fluide change ; il s'agit de la théorie des suspensions diluées [9 10] dont les prémices remontent à 1960 avec les résultats d'Einstein, qui furent ensuite largement repris et modifiés, elle devient :

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + G(\Phi)\mu_s(u_{i,j} + u_{j,i}) - \frac{1}{2}e_{ijk}M_{rk,r} \quad (II-40)$$

Dans cette loi, la fonction $G(\Phi)$ est due à la présence des particules solides dans le fluide lubrifiant (fluide polaire pollué) est donnée comme suit :

- Pour un fluide polaire sans particules solides (*fluide propre*, $\Phi = 0$) : $G(\Phi) = 1$,

- Pour un fluide polaire avec particules solides (*fluide pollué*) :

- Modèle d' Einstein : $G(\Phi) = (1 + 2.5 \times \Phi)$

- Modèle de Batchelor et Green : $G(\Phi) = (1 + 2.5 \times \Phi + 6.2 \times \Phi^2)$

- Modèle de Ball et Richmond : $G(\Phi) = \left(1 - \frac{\Phi}{\Phi_m}\right)^{-2.5 \times \Phi_m}$

- Modèle de Phan-Thien et Pham : $G(\Phi) = (1 - \Phi)^{-2.5}$

4.1. Dérivation de l'équation de Reynolds modifiée pour fluides polaires pollués

En se basant sur la théorie des Milieux Continus de Vijay Kumar Stokes [14], les équations de mouvement d'un fluide incompressible polaire pollué isovesqueux sont :

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = -\vec{\nabla}p + \rho\vec{B} + \frac{1}{2}\vec{\nabla} \times (\rho\vec{C}) + G(\Phi)\mu_s \vec{\nabla}^2 \vec{V} - \eta \vec{\nabla}^4 \vec{V} \quad (II-41)$$

Où, les vecteurs \vec{V} , \vec{B} et \vec{C} représentent respectivement le champ de vitesse d'écoulement d'une particule fluide, la force de volume par unité de masse et le couple de volume par unité de masse (figure II-6).

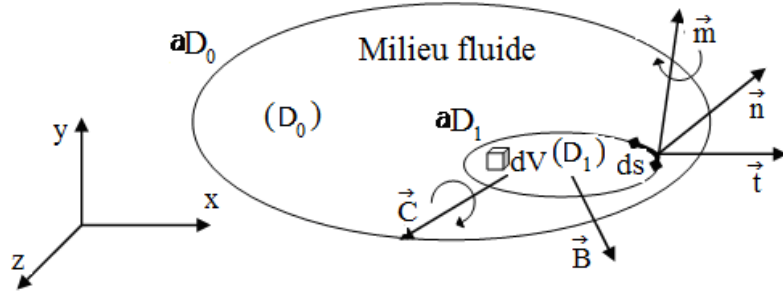


Fig. II-6 : Schématisation des efforts de surface et de volume agissant sur un élément de fluide polaire

En négligeant les forces de volume et les couples de volume, les équations du mouvement (II-41) d'un fluide polaire s'écrivent en coordonnées cartésiennes comme suit :

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + G(\phi)\mu_s \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) - \eta \left(\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} + \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} \right) - 2\eta \left(\frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 u}{\partial y^2 \partial z^2} \right) \quad (\text{II-42-a})$$

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + G(\phi)\mu_s \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) - \eta \left(\frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 v}{\partial y^4} + \frac{\partial^4 v}{\partial z^4} \right) - 2\eta \left(\frac{\partial^4 v}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 v}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 v}{\partial y^2 \partial z^2} \right) \quad (\text{II-42-b})$$

$$\rho \left(u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + G(\phi)\mu_s \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) - \eta \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial z^4} \right) - 2\eta \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^2 \partial z^2} \right) \quad (\text{II-42-c})$$

Où, p est la pression, ρ et μ_s sont respectivement la masse volumique et la viscosité du solvant, η est une constante physique qui représente l'effet des couples de contraintes dans le fluide et la fonction $G(\Phi)$ est due à la présence des particules solides dans le fluide lubrifiant.

En tenant compte des hypothèses de la lubrification en film mince [8], les équations de mouvement d'un fluide polaire pollué (II-42) se réduisent à (**annexe A**) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial p}{\partial x} = G(\phi)\mu_s \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \eta \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} \end{array} \right. \quad (\text{II-43a})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \end{array} \right. \quad (\text{II-43b})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial p}{\partial z} = G(\phi)\mu_s \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \eta \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \end{array} \right. \quad (\text{II-43c})$$

La deuxième équation du système montre que la pression dans le fluide est indépendante de la variable (y), $p = p(x, z)$.

Ces équations auxquelles s'ajoute l'équation de conservation de la masse pour un fluide incompressible (II-8) permettent de connaître formellement, et après intégration, le champ de vitesse, la pression et les contraintes de cisaillement dans le film lubrifiant.

4.2. Expression du champ de vitesses d'écoulement de fluide polaire pollué

On peut écrire l'équation (II-43.a) sous la forme suivante :

$$\eta \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} - G(\phi)\mu_s \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -\frac{\partial P}{\partial x} \quad (\text{II-44})$$

C'est une équation différentielle linéaire d'ordre quatre à coefficients constants. La solution des équations II-43, permettent de donner les expressions du champ de vitesse. La solution générale est la somme de la solution homogène et de la solution particulière.

a) *Solution homogène :*

On suppose que : $t = \frac{\partial u}{\partial y}$

$$\text{L'équation (II-44) devient : } \eta t^4 + G(\phi)\mu_s t^2 = 0 \quad (\text{II-45})$$

Ses racines sont : $t = 0$ est racine double

$$t = \sqrt{\frac{G(\phi)\mu_s}{\eta}} \quad \text{et} \quad t = -\sqrt{\frac{G(\phi)\mu_s}{\eta}} \quad \text{sont des racines simples}$$

La solution générale de l'équation (II-45) :

$$u_G(y) = A_0 + A_1 y + C_1 e^{\sqrt{\frac{G(\phi)\mu_s}{\eta}} y} + C_2 e^{-\sqrt{\frac{G(\phi)\mu_s}{\eta}} y} \quad (\text{II-46})$$

Avec, A_0, A_1, C_1, C_2 sont des constantes qui appartiennent à \mathfrak{R} .

On a, $\ell = \sqrt{\frac{\eta}{\mu_s}} \rightarrow \sqrt{\frac{\mu_s}{\eta}} = \frac{1}{\ell}$, on remplace dans l'équation (II-46) qui devient :

$$u_G(y) = A_0 + A_1 y + C_1 e^{\sqrt{G(\phi)}\left(\frac{y}{\ell}\right)} + C_2 e^{-\sqrt{G(\phi)}\left(\frac{y}{\ell}\right)} \quad (\text{II-47})$$

C'est la solution homogène

b) *Solution particulière*

$$\text{On suppose un polynôme d'ordre deux : } u_p = ay^2 + by + c \quad (\text{II-48})$$

$$\text{Donc, } \begin{cases} \frac{\partial^2 u_p}{\partial y^2} = 2a \\ \frac{\partial^4 u_p}{\partial y^4} = 0 \end{cases}$$

En remplaçant U par U_p dans l'équation (II-44), on obtient : $\eta \times 0 - G(\phi)\mu_s (2a) = -\frac{\partial p}{\partial x}$

$$\text{Donc, } a = \frac{1}{2G(\phi)\mu_s} \frac{\partial p}{\partial x}$$

Et comme, il n'y a aucune condition sur b et c, on choisit de prendre : $b = c = 0$

On remplace ces constantes dans le polynôme (II-48), on obtient :

$$u_p = \frac{1}{2G(\phi)\mu_s} \frac{\partial p}{\partial x} y^2$$

Enfin la solution générale de l'équation (II-44) est la somme de la solution homogène et de la solution particulière :

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_G + \mathbf{u}_p = \mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1 y + \frac{1}{2G(\phi)\mu_s} \frac{\partial p}{\partial x} y^2 + C_1 e^{\frac{\sqrt{G(\phi)}y}{\ell}} + C_2 e^{-\frac{\sqrt{G(\phi)}y}{\ell}}$$

$$\text{D'où, } u(x, y, z) = A_0 + A_1 y + \frac{1}{2G(\phi)\mu_s} \frac{\partial p}{\partial x} y^2 + B_1 \cosh\left(\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}\right) + B_2 \sinh\left(\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}\right) \quad (\text{II-49})$$

Avec, A_0 , A_1 , B_1 et B_2 sont des constantes dans \Re .

Et, $B_1 = C_1 + C_2$, $B_2 = C_1 - C_2$

$$\text{Où : } C_1 e^{\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}} + C_2 e^{-\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}} = B_1 \left(\frac{e^{\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}} + e^{-\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}}}{2} \right) + B_2 \left(\frac{e^{\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}} - e^{-\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}}}{2} \right)$$

$$\text{Donc, } C_1 e^{\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}} + C_2 e^{-\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}} = \frac{B_1}{2} e^{\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}} + \frac{B_1}{2} e^{-\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}} + \frac{B_2}{2} e^{\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}} - \frac{B_2}{2} e^{-\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}}$$

$$\text{et, } \begin{array}{l} B_1 + B_2 = 2C_1 \\ B_1 - B_2 = 2C_2 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{l} B_1 = C_1 + C_2 \\ B_2 = C_1 - C_2 \end{array}$$

Pour l'équation (II-43.c), on trouve la solution générale de la même manière :

$$w(x, y, z) = A'_0 + A'_1 y + \frac{1}{2G(\phi)\mu_s} \frac{\partial p}{\partial x} y^2 + B'_1 \cosh\left(\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}\right) + B'_2 \sinh\left(\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}\right) \quad (\text{II-50})$$

Donc, les solutions générales des équations (II-43.a) et (II-43.c) sont :

$$u(x, y, z) = \underbrace{A_0 + A_1 y + B_1 \cosh\left(\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}\right) + B_2 \sinh\left(\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}\right)}_{\text{solution homogène}} + \underbrace{\frac{1}{2G(\phi)\mu_s} \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right) y^2}_{\text{solution particulière}} \quad (\text{II-51-a})$$

$$w(x, y, z) = \underbrace{A'_0 + A'_1 y + B'_1 \cosh\left(\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}\right) + B'_2 \sinh\left(\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}\right)}_{\text{solution homogène}} + \underbrace{\frac{1}{2G(\phi)\mu_s} \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right) y^2}_{\text{solution particulière}} \quad (\text{II-51-b})$$

L'identification des constantes d'intégration nécessite l'utilisation des conditions aux limites sur la vitesse (ou condition de non glissement) ; en choisissant de fixer l'origine du système d'axes confondue avec la paroi 1 (figure II-7) ce qui impose à la vitesse de cette paroi 1, selon y d'être nulle (théorie de Reynolds : paroi inférieure (S_1) confondue avec le plan du référentiel ($0, x, z$)) [8].

Dans ce cas, les conditions aux limites sur les s'écrivent :

$$\text{- Pour, } y = 0 : u(x, 0, z) = 0, \quad w(x, 0, z) = 0 \quad (\text{II-52.a})$$

$$\left. \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right|_{y=0} = \left. \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right|_{y=0} = 0 \quad (\text{II-52.b})$$

$$\text{- Pour, } y = h : u(x, h, z) = U_2, \quad w(x, h, z) = 0 \quad (\text{II-52.c})$$

$$\left. \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right|_{y=h} = \left. \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right|_{y=h} = 0 \quad (\text{II-52.d})$$

La condition (II-52-c) est due au non glissement entre le fluide et les parois de contact et les conditions (II-52-b) et (II-52-d) sont dues à l'absence des couples de contraintes au niveau des parois.

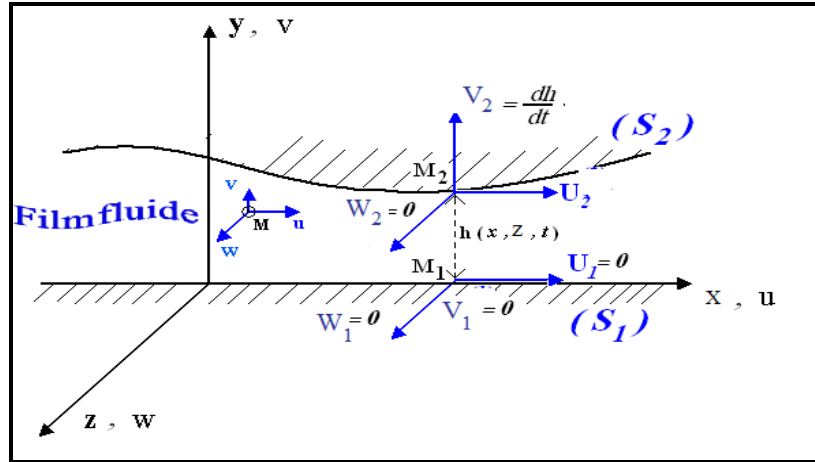


Fig. II-7: L'origine du système d'axes confondue avec la paroi 1

Compte tenu des conditions limites (II-52), le champ de vitesse d'une particule fluide polaire pollué par des particules solide peut être réécrit sous la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} u = U_2 \frac{y}{h} + \frac{1}{2G(\phi)^2 \mu_s} \frac{\partial P}{\partial x} \left[G(\phi)y(y-h) + 2\ell^2 \left[1 - \frac{\cosh\left(\frac{2y-h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right)}{\cosh\left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right)} \right] \right] \\ w = \frac{1}{2G(\phi)^2 \mu_s} \frac{\partial P}{\partial z} \left[G(\phi)y(y-h) + 2\ell^2 \left[1 - \frac{\cosh\left(\frac{2y-h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right)}{\cosh\left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right)} \right] \right] \end{array} \right. \quad (\text{II-53})$$

Avec, $\ell = \sqrt{\frac{\eta}{\mu_s}}$ est le paramètre des couples de contraintes ou la longueur de la chaîne moléculaire des additifs améliorant la viscosité dont la dimension est $[\ell]=L$ et la fonction $G(\Phi)$ est due à la présence des particules solides dans le fluide lubrifiant.

4-3. Dérivation de l'équation de Reynolds pour un fluide polaire pollué par des particules solides

La dérivation de l'équation de Reynolds modifiée nécessite l'emploi des mêmes hypothèses utilisées précédemment (3-4) pour la dérivation de l'équation de Reynolds dans le cas de fluide newtonien pollué sauf la deuxième hypothèse.

L'équation de Reynolds modifiée est obtenue à partir de l'intégration de l'équation de continuité (Eq.II-8) à travers l'épaisseur du film (figure II-7) donne :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (\text{II-54})$$

L'intégration de cette équation à travers l'épaisseur du film donne :

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0 \quad (\text{II-55})$$

$$\text{Avec, } I_1 = \int_0^{h(x,z,t)} \frac{\partial u}{\partial x} dy, I_2 = \int_0^{h(x,z,t)} \frac{\partial v}{\partial y} dy = [v]_0^h = V_2 - V_1 = \frac{dh}{dt}, I_3 = \int_0^{h(x,z,t)} \frac{\partial w}{\partial z} dy$$

Pour évaluer les intégrales I_1 et I_3 , on utilise la règle d'intégration de Leibnitz.
soit :

$$I_1 = \int_0^h \frac{\partial u}{\partial x} dy = \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_0^h u dy \right) - u(h) \frac{\partial h}{\partial x} + 0$$

$$I_3 = \int_0^h \frac{\partial w}{\partial z} dy = \frac{\partial}{\partial z} \left(\int_0^h w dy \right) - w(h) \frac{\partial h}{\partial z} + 0$$

ou encore:

$$\begin{cases} I_1 = \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_0^h u(y) dy \right) - U_2 \frac{\partial h}{\partial x} \\ I_2 = V_2 = \frac{dh}{dt} = \frac{\partial h}{\partial t} + U_2 \frac{\partial h}{\partial x} + W_2 \frac{\partial h}{\partial z} \\ I_3 = \frac{\partial}{\partial z} \left(\int_0^h w(y) dy \right) - W_2 \frac{\partial h}{\partial z} \end{cases} \quad (\text{II-56})$$

Notons que, les expressions entre parenthèses représentent les débits volumiques par unité de longueur q_x et q_z suivant les directions x et z .

Expressions des débits : D'après les expressions des vitesses (II-53), on peut écrire :

$$q_x = \int_0^h u(y) dy = \int_0^h \frac{U_2}{h} y dy + \frac{1}{2G(\phi)^2 \mu_s} \frac{\partial p}{\partial x} \left[\int_0^h G(\phi) y(y-h) dy + 2\ell^2 \int_0^h dy - 2\ell^2 \int_0^h \frac{\cosh\left(\frac{2y-h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right)}{\cosh\left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right)} dy \right] \quad (\text{II-57})$$

Pour assurer les intégrales des cosinus hyperboliques, on pose : $x = \left(\frac{2y-h}{2\ell}\right) \sqrt{G(\phi)}$

$$dx = \frac{\sqrt{G(\phi)}}{\ell} dy \Rightarrow dy = \frac{\ell}{\sqrt{G(\phi)}} dx$$

$$\text{Donc, pour } y=0 \rightarrow x = -\frac{\sqrt{G(\phi)}}{2\ell} h$$

$$\text{et pour } y=h \rightarrow x = \frac{\sqrt{G(\phi)}}{2\ell} h$$

$$\int_0^h u(y) dy = \frac{U_2}{h} \left[\frac{1}{2} y^2 \right]_0^h + \frac{1}{2G(\phi)^2 \mu_s} \frac{\partial p}{\partial x} \left[G(\phi) \left[\frac{1}{3} y^3 - \frac{1}{2} y^2 h \right]_0^h + 2\ell^2 [y]_0^h - \frac{2\ell^2}{\cosh\left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right)} \int_{-\frac{\sqrt{G(\phi)}}{2\ell} h}^{\frac{\sqrt{G(\phi)}}{2\ell} h} \frac{\ell}{\sqrt{G(\phi)}} \cosh x dx \right]$$

$$\text{Alors, } \int_0^h u(y) dy = \frac{h}{2} U_2 + \frac{1}{2G(\phi)^2 \mu_s} \frac{\partial p}{\partial x} \left[-\frac{G(\phi)}{6} h^3 + 2\ell^2 h - \frac{4\ell^3}{\sqrt{G(\phi)} \cosh\left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right)} \left[\sinh\left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right) \right] \right]$$

$$\int_0^h u(y)dy = \frac{h}{2} U_2 + \frac{1}{2G(\phi)^2 \mu_s} \frac{\partial p}{\partial x} \left[-\frac{G(\phi)}{6} h^3 + 2\ell^2 h - \frac{4\ell^3}{\sqrt{G(\phi)}} \operatorname{th} \left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)} \right) \right]$$

On obtient, la formule de débit est :

$$q_x = \int_0^h u(y)dy = \frac{h}{2} U_2 + \frac{1}{2G(\phi)^2 \mu_s} \frac{\partial p}{\partial x} \left[-\frac{G(\phi)}{6} h^3 + 2\ell^2 h - \frac{4\ell^3}{\sqrt{G(\phi)}} \operatorname{th} \left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)} \right) \right] \quad (\text{II-58})$$

De même, en procédant de la même manière, on peut écrire :

$$q_z = \int_0^h w(y)dy = \frac{1}{2G(\phi)^2 \mu_s} \frac{\partial p}{\partial z} \left[\int_0^h G(\phi)y(y-h)dy + 2\ell^2 \int_0^h dy - 2\ell^2 \int_0^h \frac{\cosh \left(\frac{2y-h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)} \right)}{\cosh \left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)} \right)} dy \right]$$

$$\text{Soit, } q_z = \int_0^h w(y)dy = \frac{1}{2G(\phi)^2 \mu_s} \frac{\partial p}{\partial z} \left[-\frac{G(\phi)}{6} h^3 + 2\ell^2 h - \frac{4\ell^3}{\sqrt{G(\phi)}} \operatorname{th} \left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)} \right) \right] \quad (\text{II-59})$$

En remplaçant par les termes q_x et q_z dans (II-56), on obtient :

$$\begin{cases} I_1 = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (hU_2) - \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{12G(\phi)^2 \mu_s} \frac{\partial p}{\partial x} \left[G(\phi)h^3 - 12\ell^2 h + \frac{24\ell^3}{\sqrt{G(\phi)}} \operatorname{th} \left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)} \right) \right] \right] - U_2 \frac{\partial h}{\partial x} \\ I_2 = V_2 = \frac{dh}{dt} = \frac{\partial h}{\partial t} + U_2 \frac{\partial h}{\partial x} + W_2 \frac{\partial h}{\partial z} \\ I_3 = -\frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{12G(\phi)^2 \mu_s} \frac{\partial p}{\partial z} \left[G(\phi)h^3 - 12\ell^2 h + \frac{24\ell^3}{\sqrt{G(\phi)}} \operatorname{th} \left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)} \right) \right] \right] - W_2 \frac{\partial h}{\partial z} \end{cases}$$

Par conséquent, l'équation (II-55) devient :

$$\frac{1}{12G(\phi)^2 \mu_s} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[G'(\phi) \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[G'(\phi) \frac{\partial p}{\partial z} \right] \right\} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (hU_2) - U_2 \frac{\partial h}{\partial x} - W_2 \frac{\partial h}{\partial z} + V_2 \quad (\text{II-60})$$

$$\text{avec, } G'(\phi) = G(\phi)h^3 - 12\ell^2 h + \frac{24\ell^3}{\sqrt{G(\phi)}} \operatorname{th} \left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)} \right)$$

C'est l'équation de Reynolds modifiée pour un fluide isovisqueux additivé par des additifs améliorant la viscosité et pollué par des particules solides.

Où, $p(x, z, t)$ est la pression dans le film, $h(x, z, t)$ est l'épaisseur du film, t est le temps, μ_s est la viscosité du solvant, ℓ est le paramètre des couples de contraintes et Φ est la concentration volumique des particules solides dans le solvant

Finalement, l'équation de Reynolds modifiée pour un fluide polaire isovisqueux et pollué par des particules solides est :

$$\frac{1}{G(\phi)^2 \mu_s} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[G'(\phi) \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[G'(\phi) \frac{\partial p}{\partial z} \right] \right\} = 6 \frac{\partial}{\partial x} (hU_2) + 12 \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{II-61})$$

$$\text{où, } G'(\phi) = G(\phi)h^3 - 12\ell^2 h + \frac{24\ell^3}{\sqrt{G(\phi)}} \operatorname{th} \left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)} \right)$$

Pour un fluide polaire isovisqueux propre (sans particules solides, $G(\phi) = 1$) l'équation de Reynolds modifiée (Eq-II-61) prend la forme suivant :

$$\frac{1}{\mu_s} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[G'(h, \ell) \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[G'(h, \ell) \frac{\partial p}{\partial z} \right] \right\} = 6 \frac{\partial}{\partial x} (hU_2) + 12 \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{II-62})$$

Avec, $G'(h, \ell, \phi) = h^3 - 12 \ell^2 h + 24 \ell^3 \text{th} \left(\frac{h}{2\ell} \right)$

Et dans cas un fluide Newtonien ($\ell = 0$) pollué par des particules solides l'équation de Reynolds modifiée (Eq-II-61) prend la forme de l'équation II-38 (fluide newtonien isovisqueux et pollué par des particules solides, $G'(h, \ell, \phi) = G(\phi)h^3$) :

$$\frac{1}{G(\phi)\mu_s} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right] \right\} = 6 \frac{\partial}{\partial x} (hU_2) + 12 \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{II-63})$$

5- CONCLUSION

Dans ce chapitre, d'une part, on a rappelé les lois fondamentales de la mécanique des milieux continus écrites dans le cas de la lubrification hydrodynamique par un fluide newtonien pollué avec des particules solides et un fluide additivé par des polymères améliorant la viscosité de lubrifiant et pollué avec des particules solides. D'autre part, on a présenté la dérivation de l'équation de Reynolds pour les deux cas de fluide ; fluide newtonien pollué et fluide additivé pollué.

1- INTRODUCTION

Les paliers sont des organes des machines tournantes utilisés pour guider les arbres en rotation afin de transmettre des mouvements et supporter des charges. Deux grandes familles de paliers existent : les paliers lisses et les paliers à roulements. Dans les premiers, l'arbre prend appui sur un coussinet (alésage) est séparé par un film lubrifiant, dans les seconds, des corps roulants (billes ou rouleaux) séparent la bague en rotation de l'alésage extérieur. Selon la direction de la charge par rapport à l'arbre en rotation, on distingue les paliers porteurs pour lesquels la charge est radiale, généralement appelés paliers (figure III-1) et des paliers de butée ou butées pour lesquels la charge est axiale.

Le comportement, la durée de vie et la tenue des paliers hydrodynamiques dépendent de nombreux paramètres, parmi lesquels les paramètres géométriques (dimensions et formes du palier), cinématiques et dynamiques (vitesse de rotation et charge appliquée), les caractéristiques du lubrifiant (essentiellement sa viscosité et dans certains cas sa masse volumique) et la nature des matériaux formant le palier. Ainsi la détermination des paliers hydrodynamiques ne dépend pas seulement de la théorie de la lubrification mais aussi d'un ensemble de conditions liées à l'environnement des mécanismes.

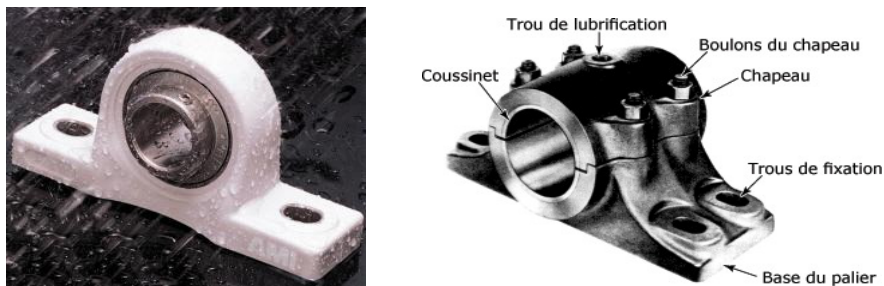


Fig.III-1 : Photo graphique d'un palier fluide et principaux composants d'un palier

Les principaux supports sont:

- Paliers secs ;
- Paliers de roulements;
- Paliers poreux;
- Paliers hydrodynamiques ;
- Butées hydrodynamiques.

2- LES DIFFERENTES CLASSES DE SUPPORTS

2-1. Paliers secs

Ce sont des paliers généralement constitués d'une matrice (*résine, métal, carbone*) imprégnée de graphite (*figure III-2*). Ces paliers sont utilisés sans apport extérieur de lubrifiant. Le frottement sec est particulièrement dangereux pour les organes qui y sont soumis, le dégagement de chaleur peut provoquer une amorce de fusion entre les surfaces en contact et aboutir au grippage, on ne les utilise que pour des systèmes fonctionnant rarement ou à vitesse très faible et faible charge, et doivent être envisagés dans toute application où la présence et le maintien du film lubrifiant est impossible.



Fig.III-2 : Photo Coussinets pour paliers Secs

2-2. Paliers de roulements

Dans un palier à roulements (*figure III-3*), le glissement de l'arbre sur le coussinet est remplacé par le roulement de corps intermédiaires (*billes, rouleaux et aiguilles*) ce qui permet de supporter des charges plus fortes tout en réduisant l'usure et le frottement à cause de leur coefficient de frottement très faible au démarrage. Les avantages et inconvénients des paliers à roulements sont :

a) Avantages (Pros)

- ✓ installation simple et facile à remplacer;
- ✓ durée de vie prévisible;
- ✓ possibilité de graissage à vie;
- ✓ possibilité de supporter des charges combinées;
- ✓ faible coût;
- ✓ supportent mieux les interruptions temporaires de lubrification;
- ✓ assurent un meilleur alignement radial et axial;
- ✓ pas de phénomène de frottement ;
- ✓ présentent un faible couple au démarrage même à basse température.

b) Inconvénient (Cons)

- ✓ problèmes de fatigue plus importants;
- ✓ faible capacité d'amortissement;
- ✓ encombrement radial important;
- ✓ générateur de bruits;
- ✓ fréquence de rotation limitée;
- ✓ diamètre nominal limité.

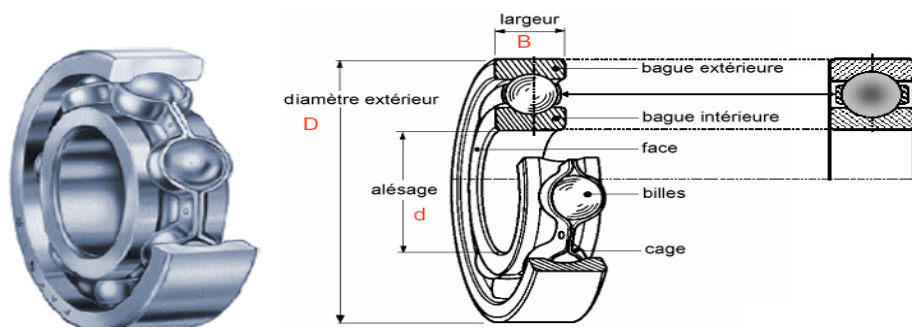


Fig. III-3: Composantes d'un palier à roulement

2-3. Paliers poreux

Les paliers à coussinet poreux sont dits autolubrifiants car c'est le coussinet lui-même qui imbibé d'huile joue le rôle de réservoir de lubrifiant (*figure III-4*). La couche auto

lubrifiée est constituée par une poudre frittée à haute température (*bronze, fer, cuivre*). Ces paliers comportent des pores remplis d'huile avec un volume qui représente de 16 à 36% du volume total. Dans un palier poreux, l'huile circule d'une part dans le jeu, circonférentielle et axialement, et d'autre part dans le coussinet de la zone de pression élevée vers la zone de basse pression (*figure III-4*), l'huile est filtrée à travers la surface interne du coussinet. L'utilisation de ces paliers est limitée par la température de fonctionnement.

Les avantages et les inconvénients de ce type de palier sont :

a) Avantages

- ✓ l'absence de l'alimentation du lubrifiant permet d'avoir un montage simple ;
- ✓ faible coût de fabrication du coussinet.

b) Inconvénient

- ✓ ils ne supportent pas les grandes vitesses et les grandes charges;
- ✓ ils nécessitent un grand couple au démarrage à des basses températures.

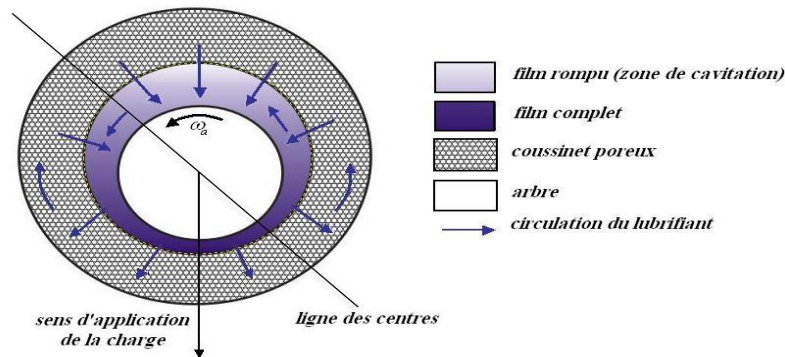


Fig. IV-4: Coupe schématique d'un palier poreux

2-4. Paliers hydrodynamiques

Les paliers hydrodynamiques sont fréquemment le plus utilisés pour supporter des charges radiales et guider les rotors de dimensions importantes surtout lorsque les conditions de fonctionnement sont sévères (*charges et vitesses de rotations élevées*). Par conséquent, pour remplir leur fonction dans des parfaites conditions, les paliers hydrodynamiques doivent être soigneusement conçus.

Il existe deux types de configuration de paliers hydrodynamiques : paliers à géométrie fixe et paliers à géométrie variable.

a) Avantages

- ✓ assez économique à mettre en œuvre (*pas forcément besoin d'une pompe*) ;
- ✓ frottement assez faibles une fois le régime hydrodynamique atteint ;
- ✓ s'il n'y a pas de circulation de lubrifiants, celui-ci sert en même temps à refroidir le palier.

b) Inconvénient : les surfaces sont mal lubrifiées au démarrage surtout après une longue période d'arrêt.

2-4-1. Paliers à géométrie fixe

Les paliers lisses sont fréquemment utilisés, les plus simples sont constitués d'un arbre qui tourne à l'intérieur d'un coussinet complet (*figure III-5*). Dans certains mécanismes,

ils correspondent à la meilleure solution technologique existante actuellement. On les rencontre généralement dans toutes les machines tournantes par exemples : les moteurs thermiques, les compresseurs, les turbomachines, les alternateurs, les réducteurs, etc.

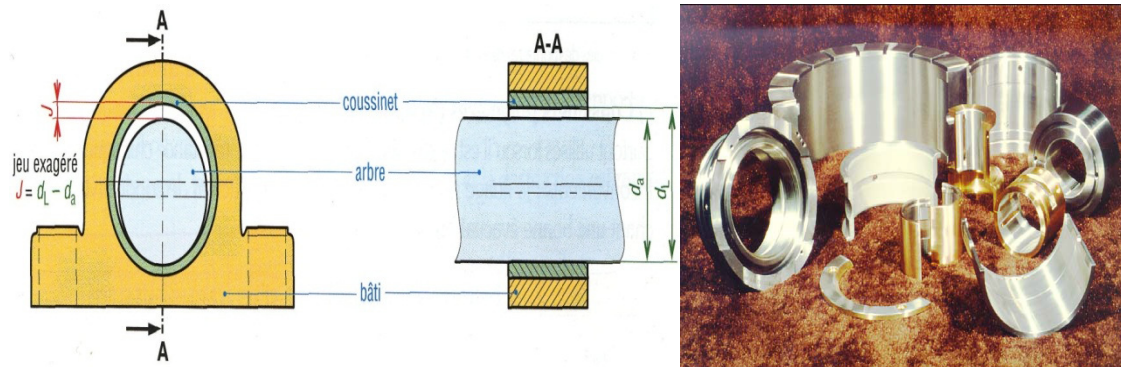


Fig. III-5 : Schémas d'un palier lisse et Photographie des coussinets des paliers cylindriques (Doc. le coussinet moderne)

- Caractéristiques géométriques

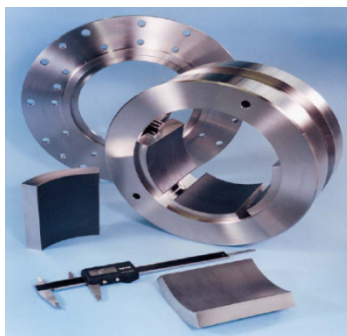
Un palier lisse est constitué de deux éléments, l'arbre de rayon $R_a = \left(\frac{d_a}{2}\right)$ et le coussinet de rayon $R_c = \left(\frac{d_b}{2}\right)$ et de longueur L. Ainsi, un palier peut être schématisé par deux cercles de rayons voisins et caractérisé par trois grandeurs :

- le jeu radial ($J = C = R_c - R_a$);
- le jeu relatif (C/R) qui est de l'ordre de 10^{-3} ;
- le rapport (L/D) de la longueur au diamètre du palier.

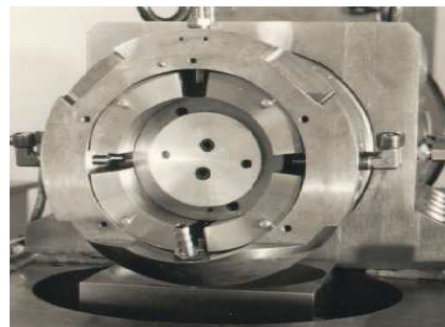
Le calcul de ce type de palier est similaire à celui d'un palier circulaire complet.

2-4-2. Paliers à géométrie variable

Les paliers à patins oscillants sont des paliers réglables par leur mode de fonctionnement. Ils sont composés de n patins identiques ou non, individuellement articulés autour de pivots situés généralement sur un cercle appelé cercle des pivots (**figure III-6**).



a) palier à cinq patins oscillants



b) palier à quatre patins oscillants

Fig. III-6: Photographie d'un palier à patins oscillants.

2-5. Butées hydrodynamiques

La butée hydrodynamique est un organe de guidage d'un arbre tournant qui est utilisée pour supporter des charges axiales et immobiliser en translation les rotors des machines tournantes. Les butées hydrodynamiques (**figure III-7**) se distinguent en trois éléments : Le grain fixe (*stator*), le grain mobile ou collet (*rotor*) est le film lubrifiant. Le grain fixe est généralement pourvu d'une zone convergente et reste solidaire du bâti. Le grain mobile est animé d'un mouvement de rotation et la surface au contact sollicitée est lisse. Le troisième corps est le lubrifiant qui s'intercale entre les deux grains qui forment le convergent. Sous l'effet de l'entraînement du fluide par le grain mobile, une pression hydrodynamique sépare ces deux grains. Ce système est un mécanisme de haute technicité générant de très fortes pressions hydrodynamiques et pouvant supporter ainsi des charges très élevées.

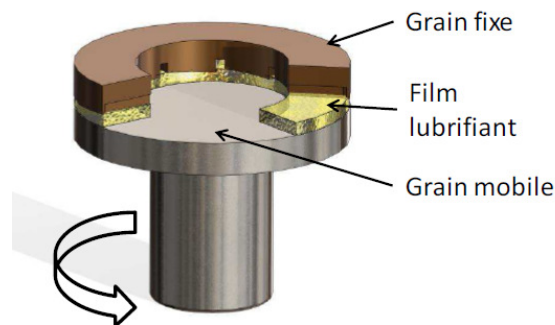


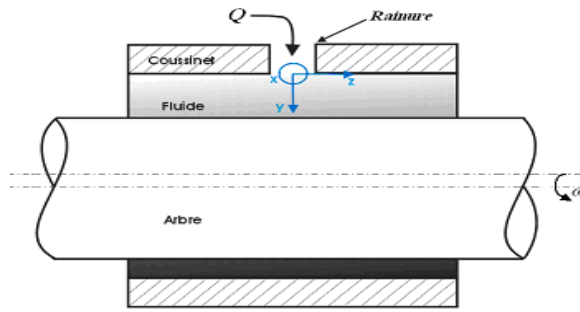
Fig. III-7: Butée hydrodynamique

3-EXPRESSION DE L'EQUATION DE REYNOLDS MODIFIEE DANS LE CAS D'UN PALIER LISSE LUBRIFIE PAR UN FLUIDE POLAIRE POLLUE

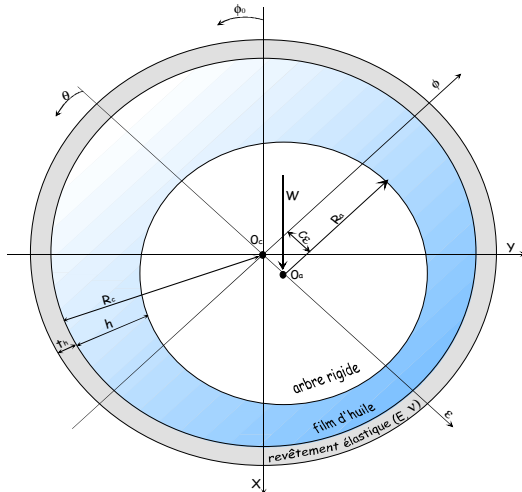
Les paliers lisses sont fréquemment plus utilisés, les plus simples sont constitués d'un arbre cylindrique tournant à l'intérieur d'un alésage en présence de lubrifiant (**figures III-5 et III-8**). Sur certains mécanismes, ils correspondent à la meilleure solution technologique existant actuellement. On les rencontre dans les moteurs thermiques, les compresseurs, les turbomachines, les alternateurs, les réducteurs, etc.

Un palier lisse est constitué de deux éléments, l'arbre généralement en acier de rayon R_a et le coussinet en bronze ou en acier régulé même en polymère de rayon intérieur R_c et de longueur L (**figure III-8-b**). Ainsi, un palier lisse peut être schématisé par deux cercles (**figure IV-8-b**) de rayons voisins et caractérisé par trois grandeurs : le jeu radial, $C = R_c - R_a$, le rapport C/R ou jeu relatif de l'ordre de 10^{-3} et le rapport de la longueur au diamètre du palier L/D .

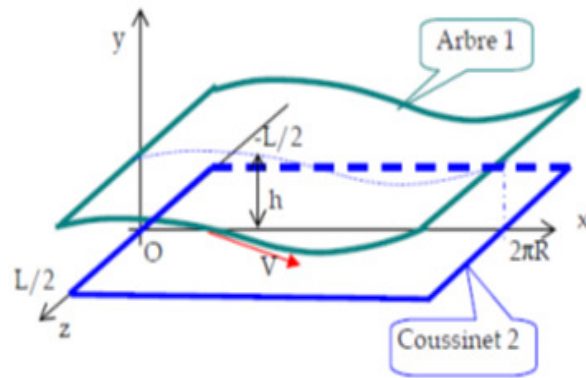
Le jeu radial étant très petit devant le rayon du coussinet ou de l'arbre. On peut alors négliger, la courbure du film est développée suivant sa direction circonférentielle (**figure IV-8-c**). Dans ces conditions, la surface du coussinet est confondue avec le plan (O, x, z) du référentiel local.



a) Vue de profil d'un palier



b) Section droite d'un palier



c) Palier développé

Fig. III-8: Schémas d'un palier lisse

La figure III-9 présente les trois phases que l'on observe lors de la mise en route d'un palier sous charge. Les points $\mathbf{0}_a$ et $\mathbf{0}_c$ représentent respectivement les centres de l'arbre et du coussinet et \mathbf{W} désigne la charge extérieure appliquée à l'arbre.

- à l'arrêt (**figure IV-9-a**), l'arbre et le coussinet sont en contact, la génératrice commune est opposée à la charge et la distance $\mathbf{0}_c\mathbf{0}_a$ est égale au jeu radial (C).

- au démarrage (**figure IV-9-b**), l'arbre roule en glissant à l'intérieur du coussinet, le régime de lubrification est dit mixte, le lubrifiant est entraîné dans l'espace convergent formé par l'arbre et le coussinet. Dès-que la vitesse de rotation devient suffisante, il y a création d'un champ de pression hydrodynamique qui s'oppose à la charge (figure III-9-c).

Pour une vitesse de rotation stable et une charge constante, le centre de l'arbre ($\mathbf{0}_a$) occupe une position fixe à l'intérieur du coussinet. Si, le torseur des forces extérieures se réduit à une force unique (\vec{W}) qui agit dans le plan de la section médiane du palier, les axes de l'arbre et du coussinet sont parallèles.

Deux paramètres sont alors nécessaires pour positionner le centre de l'arbre par rapport au centre de coussinet, on utilise habituellement la distance $\mathbf{0}_c\mathbf{0}_a$ appelée excentricité (e) et l'angle que fait la direction de la charge (\vec{W}) avec la ligne des centres $\mathbf{0}_a\mathbf{0}_c$ appelé angle de calage (ϕ).

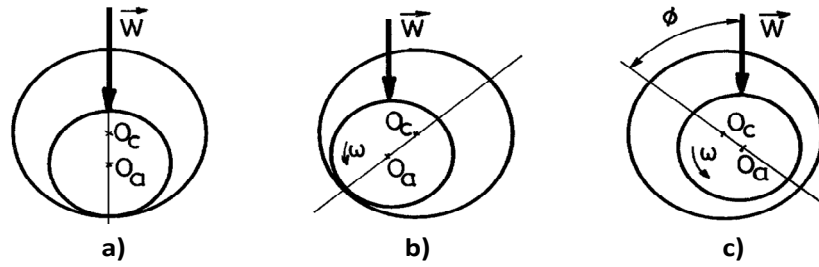


Fig. III-9 : Schématisation des trois phases de mise en route d'un palier lisse

Dans cette étude, on se limite au régime hydrodynamique établi et on suppose que le régime d'écoulement du fluide à travers le palier est laminaire et isotherme ($T=cts$). L'analyse de comportement statique d'un palier peut être basée sur trois parties :

- écriture de l'équation de Reynolds modifiée correspondant au palier étudié ;
- écriture de l'équation géométrique donnant l'épaisseur du film lubrifiant ;
- définition des conditions aux limites sur la pression.

Les conditions cinématiques relatives aux surfaces de contact (**figure III-10**) sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} U_1 = V_1 = W_1 = 0; \\ U_2 = R_a \omega_a \cos \alpha = R_a \omega_a; \\ W_2 = 0 \quad (\text{vitesse de l'arbre selon l'axe } z) \\ V_2 = R_a \omega_a \sin \alpha = R_a \omega_a \frac{dh}{dx} \end{array} \right. \quad \text{(III-1)}$$

Où, $\text{tg} \alpha \approx \alpha \approx \frac{dh}{dx}$, car $\alpha \ll 1$.

Dans l'équation III-1, on a :

- U_1, V_1 et W_1 sont les vitesses du coussinet fixe ;
- U_2, V_2 et W_2 sont les vitesses de l'arbre mobile ;
- R_a et R_b sont respectivement le rayon de l'arbre et du coussinet tel que : $R_a \approx R_b = R$.
- ω est la vitesse angulaire de l'arbre
- ϵ est l'excentricité relative du palier (figure IV-8), $\epsilon = \left(\frac{e}{C}\right)$
- θ est la coordonnée circonférentielle dont l'origine est située sur la ligne des centres du palier (figure IV-8), $\theta = x / R$

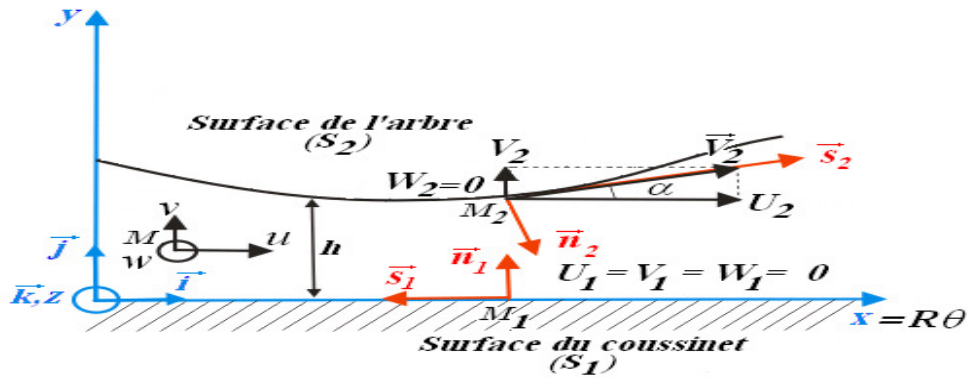


Fig. III-10: Section droite du palier développé

On remplace les expressions III-1 dans l'équation de Reynolds modifiée II-61, on obtient l'équation de Reynolds modifiée dans le cas d'un palier lisse lubrifié par un fluide additivé par des additives améliorant la viscosité et pollué par des particules solides fonctionnant en régime isotherme :

$$\frac{1}{R^2 G(\Phi)^2 \mu_s} \left\{ \frac{\partial}{\partial \theta} \left[G'(h, \ell, \Phi) \frac{\partial p}{\partial \theta} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[G'(h, \ell, \Phi) \frac{\partial p}{\partial z} \right] \right\} = 6\omega \frac{\partial h}{\partial \theta} + 12 \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{III-2})$$

où, $G'(h, \ell, \Phi) = G(\Phi)h^3 - 12\ell^2h + \frac{24\ell^3}{\sqrt{G(\Phi)}} \text{th} \left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\Phi)} \right)$

L'équation (III-2) est l'équation Reynolds modifiée dans le cas d'un palier lubrifié par fluide polaire pollué et incompressible ($\rho = \text{etc.}$) écrite pour un écoulement bidimensionnel (2D) en régime laminaire et isotherme.

Où,

$p(x, z, t)$: pression dans le film

$h(x, z, t)$: épaisseur du film lubrifiant

μ_s : viscosité du solvant

$\ell = \sqrt{\frac{\eta}{\mu_s}}$: paramètre du au présence des additives améliorant la viscosité de fluide

La fonction $G(\Phi)$ est due à la présence des particules solides dans le fluide lubrifiant (fluide pollué) est donnée comme suit :

- Pour fluide Newtonien (*fluide sans particules solides c.-à-d. fluide propre*, $\Phi = 0$) : $G(\Phi) = 1$,

- Pour fluide avec particules solides (*fluide pollué*) les modèles proposés sont :

- Modèle d' Einstein : $G(\Phi) = (1 + 2.5 \times \Phi)$

- Modèle de Batchelor et Green : $G(\Phi) = (1 + 2.5 \times \Phi + 6.2 \times \Phi^2)$

- Modèle de Ball et Richmond : $G(\Phi) = \left(1 - \frac{\Phi}{\Phi_m} \right)^{-2.5 \times \Phi_m}$

- Modèle de Phan-Thien et Pham : $G(\Phi) = (1 - \Phi)^{-2.5}$

3-1. Expression de l'épaisseur du film

Pour une vitesse de rotation stable est une charge (\vec{W}) constante, le centre de l'arbre (O_a) occupe une position fixe à l'intérieur du coussinet. Si le torseur des forces extérieures se réduit à une force unique (\vec{W}) qui agit dans le plan de la section médiane du palier (aligné), les axes de l'arbre et du coussinet sont alors parallèles. Dans ce cas deux paramètres sont nécessaires pour positionner O_a par rapport au O_c :

- l'excentricité : $e = |\vec{O_a O_c}|$

- l'angle que fait la direction de la charge (\vec{W}) avec la ligne des centres, appelé angle de calage (ϕ).

Considère une section droite du palier (*figure III-11*) un point M_1 appartenant à la surface du coussinet sera repère par la coordonnée angulaire tel que :

$\theta = (\vec{O_c A}, \vec{O_c M_1})$.

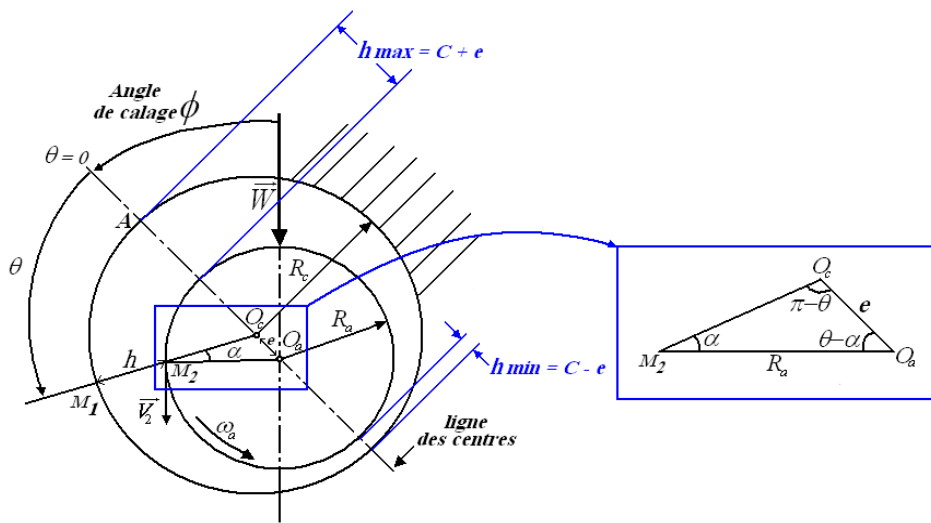


Fig. III-11: Section droite d'un palier

L'expression géométrique de l'épaisseur du film est :

$$h = O_c M_1 - O_c M_2 = R_c - O_c M_2 \quad \text{(III-3)}$$

Détermination du segment $O_c M_2$:

En appliquant la règle des sinus au triangle, $O_c O_a M_2$, il vient :

$$\frac{R_a}{\sin(\pi - \theta)} = \frac{e}{\sin \alpha} = \frac{O_c M_2}{\sin(\theta - \alpha)}$$

$$\text{d'où, } \sin \alpha = \frac{e}{R_a} \sin \theta \quad \text{et} \quad O_c M_2 = \frac{R_a}{\sin \theta} \sin(\theta - \alpha)$$

or,

$$\sin(\theta - \alpha) = \sin \theta \cos \alpha - \sin \alpha \cos \theta = \sin \theta \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} - \sin \alpha \cos \theta = \sin \theta \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} - \frac{e}{R_a} \sin \theta \cos \theta$$

$$\text{Donc, } O_c M_2 = R_a \left[\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} - \frac{e}{R_a} \cos \theta \right] = R_a \left[\sqrt{1 - \left(\frac{e}{R_a} \right)^2 \sin^2 \theta} - \frac{e}{R_a} \cos \theta \right]$$

En développant le terme $\sqrt{1 - \left(\frac{e}{R_a} \sin \theta \right)^2}$, on obtient :

$$\left[1 - \left(\frac{e}{R_a} \sin \theta \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{e}{R_a} \sin \theta \right)^2 + \frac{1}{8} \left(\frac{e}{R_a} \sin \theta \right)^4 + \dots$$

La quantité $\left(\frac{e}{R_a} \right)$ est très petite devant l'unité (de l'ordre 10^{-3}), on peut donc négliger le terme $\left(\frac{e}{R_a} \sin \theta \right)^2$ et $\left(\frac{e}{R_a} \sin \theta \right)^4$, etc. devant un, il vient alors :

$$O_c M_2 = R_a \left(1 - \frac{e}{R_a} \cos \theta \right) = R_a - e \cos \theta \quad \text{(III-4)}$$

$$\text{Donc : } h = R_a + C - O_c M_2 = R_a + C - R_a + e \cos \theta \quad \text{(III-5)}$$

Il vient alors :

$$h(\theta) = C + e \cos \theta = C (1 + \varepsilon \cos \theta) \quad \text{(III-6)}$$

C'est l'équation de l'épaisseur du film en tout point du palier, cette relation est applicable dans le cas d'un palier lisse aligné et rigide (indéformable), qui définit en chaque point et à chaque instant l'épaisseur du film lubrifiant.

Avec, $\varepsilon = \frac{e}{C}$ qui est l'excentricité relative varie de 0 à 1.

Si, $\varepsilon = 0$, l'arbre et le coussinet sont coaxiaux.

Si, $\varepsilon = 1$, il y a présence de contact entre les surfaces de l'arbre et du coussinet.

3-2. Conditions aux limites

Le champ de pression dans le film lubrifiant doit satisfaire à l'équation de Reynolds et à certaines conditions limites liées à l'alimentation du palier ainsi qu'à l'écoulement du lubrifiant dans le palier.

3-2-1. Conditions liées à l'alimentation et à l'environnement du palier

$$\begin{cases} p(\theta = 0) = p_a & \text{dans les rainures d'alimentation axiale du palier} \\ p(z = \pm \frac{L}{2}) = p_{\text{atm}} & \text{pression atmosphérique aux extrémités du palier} \end{cases} \quad \text{(III-7)}$$

3-2-2. Conditions liées à l'écoulement du lubrifiant

L'équation de Reynolds s'applique que dans les zones où il n'y a pas rupture du film c.-à-d. le milieu est continu (*figure III-12*).

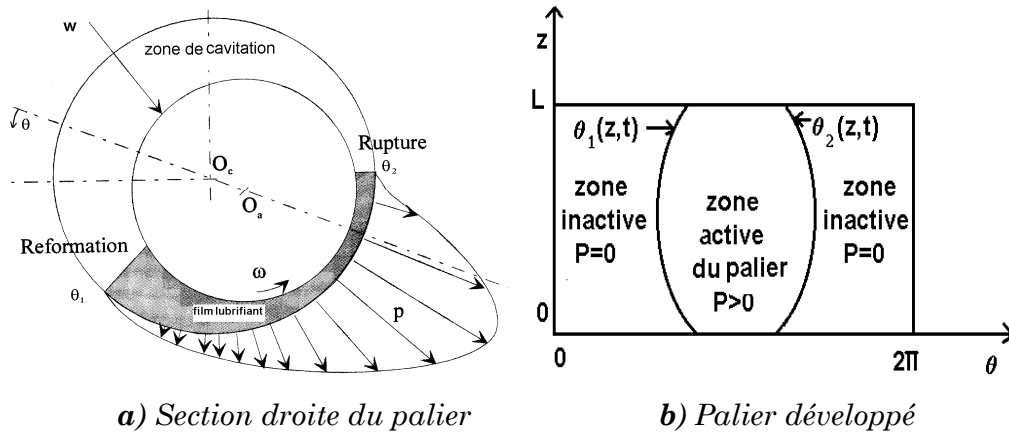


Fig. III.12 : Présentation des zones active et inactive dans un palier hydrodynamique

On distingue trois types de conditions aux limites :

a) conditions de Sommerfeld

Ces conditions ne tiennent pas compte du phénomène de cavitation (zone dans laquelle on trouve huile mélangé avec l'air) qui obligeant le film en entier d'être actif (figure III-13):

$$\begin{cases} p(\theta = 0) = 0 \\ p(\theta = \pi \text{ ou } 2\pi) = 0 \end{cases} \quad * \quad \text{(III-8)}$$

La solution de Sommerfeld donne une distribution de pression antisymétrique au point $\theta = \pi$ pour une position de l'arbre. La solution donne aussi un angle de calage égale $\frac{\pi}{2}$ par rapport à la direction de charge, ces conditions aux limites ne sont valables que pour des paliers fonctionnant à de très faibles charges ou sous des pressions très élevées.

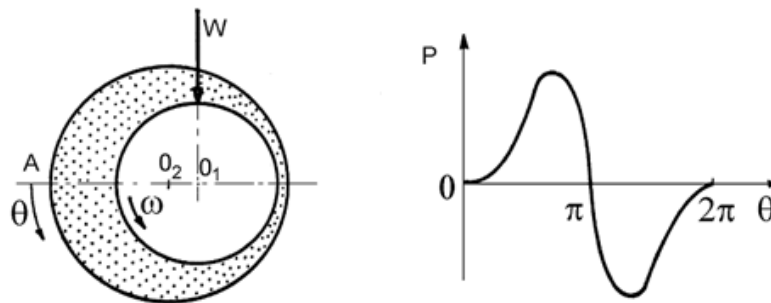


Fig. III-13: Conditions de Sommerfeld

b) Conditions de Gümbel ou de demi-Sommerfeld

Gümbel en 1921, à la suite des travaux de Sommerfeld, propose comme conditions aux limites :

$$\begin{cases} p(\theta = 0, z) = 0 \\ p(\theta = \pi, z) = 0 \\ p(\theta, z) = 0 \quad \text{si } \pi < \theta < 2\pi \text{ (étendue de la zone de cavitation)} \end{cases} \quad \text{(III-9)}$$

Ces conditions (**figure III-14**) prennent en compte la rupture du film lubrifiant mais elles ne respectent pas la continuité du débit qui est physiquement inacceptable. Cette solution est fréquemment employée car elles permettent d'obtenir, dans le cas du palier court.

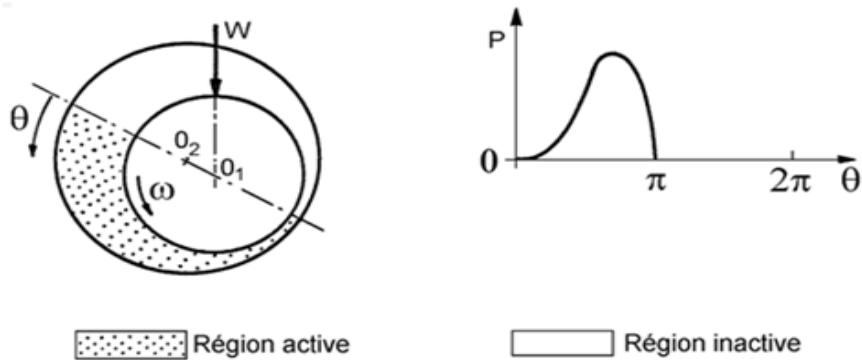


Fig. III-14: Conditions de Gumbel

c) Conditions de Reynolds ou de Swift-Stieber

Ces conditions proposées indépendamment par Swift en 1932 et par Steiber en 1933, respectent la continuité du débit et supposent que pour une abscisse θ_s à priori inconnue, appelée angle de cavitation la pression et le gradient de pression s'annulent (figure III-15) :

$$\begin{cases} P(\theta = 0, z) = 0 \\ p(\theta = \theta_s, z) = 0 \\ p(\theta, z) = 0 \quad \text{si } \theta_s < \theta < 2\pi \end{cases} \quad \text{et} \quad \frac{\partial p}{\partial \theta}(\theta = \theta_s, z) = \frac{\partial p}{\partial z}(\theta = \theta_s, z) = 0 \quad \text{(III-10)}$$

On distingue ainsi deux régions dans le palier : une région active où la pression est positive et le film complet, pour des valeurs de θ comprises entre 0 et θ_s et une région inactive à pression nulle et dans laquelle en régime dynamique, peut apparaître de la cavitation, pour $\theta_s < \theta < 2\pi$. Ces conditions sont celles qui donnent les solutions les plus exactes ; elles ont été vérifiées dans de nombreuses études expérimentales.

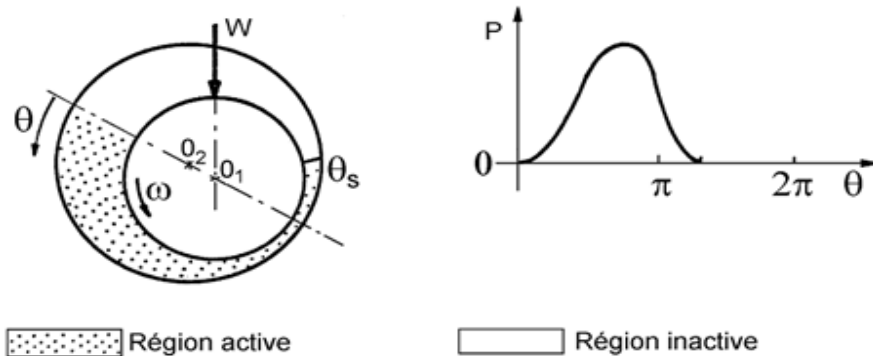


Fig. III-15 : Conditions de Reynolds

Les conditions les plus utilisées et relativement proche de la réalité physique sont celles de Swift-Stieber connues sous le nom de conditions de Reynolds, une des difficultés

majeures du calcul réside dans la double recherche de la répartition de pression dans le film et la frontière de la zone active du palier.

3-3 performances statiques du palier

La résolution de l'équation de Reynolds modifiée permet de définir le champ de pression hydrodynamique dans le film lubrifiant. Une fois la pression hydrodynamique connue en chaque point du contact, les performances statiques du palier fluide, tels que la portance hydrodynamique, l'angle de calage, le couple de frottement, la puissance dissipée, le champ des vitesses moyennes de l'écoulement ainsi que le débit moyen de fuite à l'extrémité de palier peuvent être recalculées.

3-3-1. Portance hydrodynamique et angle de calage du palier

L'intégration du champ de pression à la surface de l'arbre permet de déterminer les composantes de l'action du film sur l'arbre dans les directions ε et Φ et l'angle de calage. Dans le repère intermédiaire $(O_a, \vec{\varepsilon}, \vec{\Phi}, \vec{z})$ (**figure III-8**), les composantes de la portance s'expriment par :

$$\begin{cases} F_\varepsilon = \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^{2\pi} p(\theta, z) \cos \theta R d\theta dz \\ F_\Phi = \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^{2\pi} p(\theta, z) \sin \theta R d\theta dz \end{cases} \quad \text{(III-11)}$$

De ces deux relations, on peut déterminer la valeur de la portance hydrodynamique (*charge portante hydrodynamique*, W) et de l'angle de calage (ϕ) du palier fluide, comme suit :

$$W = (F_\varepsilon^2 + F_\Phi^2)^{1/2} \quad \text{(III-12)}$$

$$\phi = \tan^{-1} \left(-\frac{F_\Phi}{F_\varepsilon} \right) \quad \text{(III-13)}$$

3-3-2. Forces de frottement sur le coussinet et l'arbre

Le calcul des forces de frottement s'effectue par intégration des contraintes de cisaillement (relations **III-25**) à la surface de l'arbre ($y = h$) où du coussinet ($y = 0$). Ainsi, les valeurs des forces de frottement sont calculées à partir des relations suivantes :

$$\begin{cases} F_a = \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^{2\pi} \tau_{xy} \Big|_{y=h} R d\theta dz \\ F_c = \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^{2\pi} \tau_{xy} \Big|_{y=0} R d\theta dz \end{cases} \quad \text{(III-14)}$$

avec,

$$\begin{aligned} \tau_a = \tau_{xy} \Big|_{y=h} &= G(\phi) \mu_s \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=h} - \underbrace{\eta \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} \Big|_{y=h}}_{=0} = \\ &= G(\phi) \mu_s \left(\frac{\omega R}{h} + \frac{1}{2G(\phi)^2 \mu_s R} \frac{\partial p}{\partial \theta} \left(G(\phi) h - 2\ell \sqrt{G(\phi)} \tanh \left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)} \right) \right) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tau_c = \tau_{xy}|_{y=0} &= G(\phi)\mu_s \frac{\partial u}{\partial y}|_{y=0} - \underbrace{\eta \frac{\partial^3 u}{\partial y^3}}_0 \Big|_{y=0} = \\ &= G(\phi)\mu_s \left(\frac{\omega R}{h} - \frac{1}{2G(\phi)^2 \mu_s R} \frac{\partial p}{\partial \theta} \left(G(\phi)h - 2\ell \sqrt{G(\phi)} \tanh\left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right) \right) \right)\end{aligned}$$

Après dérivation du terme de la vitesse u (II-53), et en remplaçant dans (III-14), il vient :

$$\begin{cases} F_a = \int_0^{2\pi} \int_{-L/2}^{L/2} G(\phi)\mu_s \left(\frac{\omega R}{h} + \frac{1}{2G(\phi)^2 \mu_s R} \frac{\partial p}{\partial \theta} \left(G(\phi)h - 2\ell \sqrt{G(\phi)} \tanh\left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right) \right) \right) R d\theta dz \\ F_c = \int_0^{2\pi} \int_{-L/2}^{L/2} G(\phi)\mu_s \left(\frac{\omega R}{h} - \frac{1}{2G(\phi)^2 \mu_s R} \frac{\partial p}{\partial \theta} \left(G(\phi)h - 2\ell \sqrt{G(\phi)} \tanh\left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right) \right) \right) R d\theta dz \end{cases} \quad \text{(III-15)}$$

Le nombre de frottement sur l'arbre et sur le coussinet sont définis par :

$$f_a = \frac{F_a}{W} \text{ et } f_c = \frac{F_c}{W}$$

3-3-3. Couples de frottement sur le coussinet et l'arbre

Les couples de frottement sur l'arbre (C_a) et sur le coussinet (C_c) s'écrivent :

- couple de frottement sur l'arbre ($y = h_0$) :

$$C_a = R^2 \int_0^{2\pi} \int_{-L/2}^{L/2} G(\phi)\mu_s \left(\frac{\omega R}{h} + \frac{1}{2G(\phi)^2 \mu_s R} \frac{\partial p}{\partial \theta} \left(G(\phi)h - 2\ell \sqrt{G(\phi)} \tanh\left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right) \right) \right) d\theta dz \quad \text{(III-16)}$$

- couple de frottement sur le coussinet ($y = 0$) :

$$C_c = R^2 \int_0^{2\pi} \int_{-L/2}^{L/2} G(\phi)\mu_s \left(\frac{\omega R}{h} - \frac{1}{2G(\phi)^2 \mu_s R} \frac{\partial p}{\partial \theta} \left(G(\phi)h - 2\ell \sqrt{G(\phi)} \tanh\left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right) \right) \right) d\theta dz \quad \text{(III-17)}$$

3-3-4. Puissance dissipée

La puissance dissipée est calculée à partir de l'intégration de la fonction de dissipation visqueuse (Φ_0) :

$$P_{\text{c}} = \iiint_V \Phi_0 dx dy dz \quad \text{(III-18)}$$

$$\text{Avec : } \Phi_0 = \mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 - \frac{\ell^2}{G(\phi)} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} \right) \right] \text{ et } V = [0, 2\pi R] \times [0, h_0] \times \left[-\frac{L}{2}, \frac{L}{2}\right] \text{ est}$$

le volume occupé par le fluide.

Après intégration par rapport à y, l'expression de la puissance dissipée devient :

$$P_{\text{c}} = \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^{2\pi} \left[\frac{G'(h, \ell, \phi)}{12G(\phi)\mu_s} \left(\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)^2 \right) + \frac{G(\phi)\mu_s (\omega R)^2}{h} \right] R d\theta dz \quad \text{(III-19)}$$

$$\text{où, } G'(h, \ell, \phi) = G(\phi)h^3 - 12\ell^2 h + \frac{24\ell^3}{\sqrt{G(\phi)}} \text{th}\left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right)$$

3-3-4. Vitesses moyennes de l'écoulement et le débit de fuite

Les vitesses moyennes de l'écoulement de fluide données par l'expression suivante :

$$\begin{cases} u_{\text{moy}} = \frac{1}{h} \int_0^h u dy = \frac{\omega R}{2} - \frac{h^2}{12G(\phi)\mu_s} \frac{\partial p_0}{R\partial\theta} + \frac{\ell^2}{G(\phi)^2\mu_s} \frac{\partial p}{R\partial\theta} \left(1 - \frac{2\ell}{h\sqrt{G(\phi)}} \tanh\left(\frac{h}{2\ell}\sqrt{G(\phi)}\right) \right) \\ w_{\text{moy}} = \frac{1}{h} \int_0^h w dy = -\frac{h^2}{12G(\phi)\mu_s} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\ell^2}{G(\phi)^2\mu_s} \frac{\partial p}{\partial z} \left(1 - \frac{2\ell}{h\sqrt{G(\phi)}} \tanh\left(\frac{h}{2\ell}\sqrt{G(\phi)}\right) \right) \end{cases} \quad (\text{III-20})$$

Les débits moyens volumiques aux extrémités de palier s'expriment par:

$$Q_+ = \int_0^{2\pi} \int_0^h w_{\text{moy}} |_{z=L/2} R dy d\theta \quad (\text{III-21})$$

$$Q_- = \int_0^{2\pi} \int_0^h w_{\text{moy}} |_{z=-L/2} R dy d\theta \quad (\text{III-22})$$

- Le débit moyen volumique total est donné par :

$$Q_{\text{moy}} = |Q_+| + |Q_-| \quad (\text{III-23})$$

Q_+ et Q_- sont les débits moyens volumiques à chaque extrémité du palier ($z = \pm L/2$) (figure III-16).

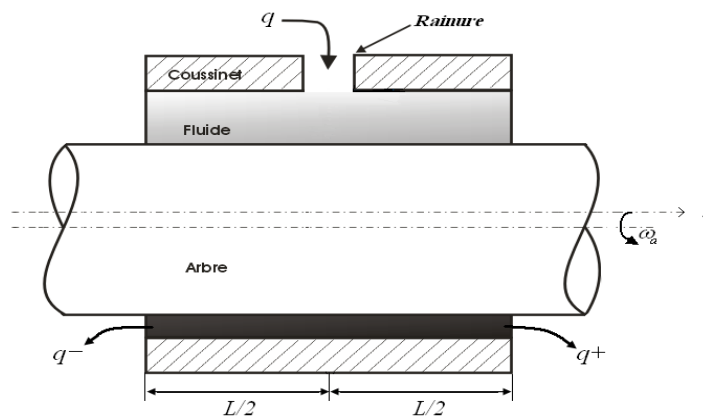


Fig. III-16 : Profile d'un palier aligné

4- ECRITURE DE L'EQUATION DE REYNOLDS MODIFIEE EN VARIABLES SANS DIMENSION

Pour les traitements numériques, il est recommandé de réécrire toutes les équations de la lubrification hydrodynamique en variables sans dimension. Le dimensionnement pour but de diminuer le nombre de paramètres physiques en utilisant des paramètres composés sans dimension. Dans le cas d'un palier fluide, on pose :

$$\theta = \frac{x}{R}, \quad \tilde{z} = \frac{z}{L}, \quad \tilde{h} = \frac{h}{C}, \quad \tilde{t} = \omega t, \quad \tilde{\ell} = \frac{\ell}{C} \quad \text{et} \quad \tilde{p} = p / \mu_s \omega \left(\frac{R}{C} \right)^2$$

En remplaçant ces variables réduites dans l'équation de Reynolds modifiée (III-2) pour un fluide additivé et pollué, on obtient :

$$\frac{1}{G(\phi)^2} \left\{ \frac{\partial}{\partial \theta} \left[G'(\tilde{h}, \tilde{\ell}, \phi) \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} \right] + \left(\frac{R}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \left[G'(\tilde{h}, \tilde{\ell}, \phi) \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} \right] \right\} = 6 \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \theta} + 12 \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \tilde{t}} \quad (\text{III-24})$$

$$\text{avec, } \tilde{G}'(\tilde{h}, \tilde{\ell}, \phi) = G(\phi) \tilde{h}^3 - 12 \tilde{\ell}^2 \tilde{h} + \frac{24 \tilde{\ell}^3}{\sqrt{G(\phi)}} \operatorname{th} \left(\frac{\tilde{h}}{2 \tilde{\ell}} \sqrt{G(\phi)} \right)$$

- Equation géométrique de film adimensionnée

Dans le cas le palier rigide aligné, l'expression de l'épaisseur du film adimensionnée :

$$\tilde{h} = 1 + \varepsilon \cos \theta \quad (\text{III-25})$$

4-1. Portance hydrodynamique sans dimension

En variables réduites, les équations III-11 deviennent :

$$\begin{cases} \tilde{F}_\varepsilon = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_0^{2\pi} \tilde{p}(\theta, \tilde{z}) \cos \theta d\theta d\tilde{z} \\ \tilde{F}_\phi = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_0^{2\pi} \tilde{p}(\theta, \tilde{z}) \sin \theta d\theta d\tilde{z} \end{cases} \quad (\text{III-26})$$

$$\text{Avec, } (\tilde{F}_\varepsilon, \tilde{F}_\phi) = \frac{(F_\varepsilon, F_\phi)}{\mu_s \omega R L \left(\frac{R}{C} \right)^2}$$

$$\text{La charge portante hydrodynamique adimensionnée } (\tilde{W}_0) : \tilde{W}_0 = (\tilde{F}_\varepsilon^2 + \tilde{F}_\phi^2)^{1/2} \quad (\text{III-27})$$

4-2. Forces de frottement sur le coussinet et l'arbre adimensionnées

Les forces de frottement sans dimensions sont :

$$\begin{cases} \tilde{F}_a = \int_0^{2\pi} \int_{-L/2}^{L/2} \left(\frac{G(\phi)}{\tilde{h}} + \frac{1}{2G(\phi)} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} \left(G(\phi) \tilde{h} - 2 \tilde{\ell} \sqrt{G(\phi)} \operatorname{th} \left(\frac{\tilde{h}}{2 \tilde{\ell}} \sqrt{G(\phi)} \right) \right) \right) d\theta d\tilde{z} \\ \tilde{F}_c = \int_0^{2\pi} \int_{-L/2}^{L/2} \left(\frac{G(\phi)}{\tilde{h}} - \frac{1}{2G(\phi)} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} \left(G(\phi) \tilde{h} - 2 \tilde{\ell} \sqrt{G(\phi)} \operatorname{th} \left(\frac{\tilde{h}}{2 \tilde{\ell}} \sqrt{G(\phi)} \right) \right) \right) d\theta d\tilde{z} \end{cases} \quad (\text{III-27})$$

$$\text{Avec, } \begin{cases} \tilde{F}_a \\ \tilde{F}_c \end{cases} = \frac{C}{\mu_s \omega R^2 L} \begin{cases} F_a \\ F_c \end{cases}$$

$$\text{Les nombres de frottement sont définis par : } f_a = \frac{\tilde{F}_a}{\tilde{W}} \quad \text{et } f_c = \frac{\tilde{F}_c}{\tilde{W}}$$

4-3. Couples de frottement sur le coussinet et l'arbre adimensionnés

- couple de frottement sur l'arbre et sur le coussinet sans dimensions sont

$$\begin{cases} \tilde{C}_a = \int_0^{2\pi} \int_{-L/2}^{L/2} \left(\frac{G(\phi)}{\tilde{h}} + \frac{1}{2G(\phi)} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} \left(G(\phi) \tilde{h} - 2 \tilde{\ell} \sqrt{G(\phi)} \operatorname{th} \left(\frac{\tilde{h}}{2 \tilde{\ell}} \sqrt{G(\phi)} \right) \right) \right) d\theta d\tilde{z} \\ \tilde{C}_c = \int_0^{2\pi} \int_{-L/2}^{L/2} \left(\frac{G(\phi)}{\tilde{h}} - \frac{1}{2G(\phi)} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} \left(G(\phi) \tilde{h} - 2 \tilde{\ell} \sqrt{G(\phi)} \operatorname{th} \left(\frac{\tilde{h}}{2 \tilde{\ell}} \sqrt{G(\phi)} \right) \right) \right) d\theta d\tilde{z} \end{cases} \quad (\text{III-28})$$

$$\text{Avec, } \begin{Bmatrix} \tilde{C}_a \\ \tilde{C}_c \end{Bmatrix} = \frac{C}{\mu_s \omega R^3 L} \begin{Bmatrix} C_a \\ C_c \end{Bmatrix}$$

4-4. Puissance dissipée adimensionnée

Soit en variables sans dimension la puissance dissipée est :

$$\tilde{P}_0 = \left(\frac{C}{\mu_s \omega^2 R^3 L} \right) P_0 = \int_0^{2\pi} \int_{-1/2}^{1/2} \left[\frac{\tilde{G}'}{12} \left(\left(\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} \right)^2 + \left(\frac{R}{L} \right)^2 \left(\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} \right)^2 \right) + \frac{G(\phi)}{\tilde{h}} \right] d\theta d\tilde{z} \quad (\text{III-29})$$

4-5. Vitesses moyennes de l'écoulement et le débit de fuite

- Les vitesses moyennes d'écoulement adimensionnées s'écrivent :

$$\begin{cases} \tilde{u}_{\text{moy}} = \frac{u_{\text{moy}}}{\omega R} = \frac{1}{2} - \frac{\tilde{h}^2}{12G(\phi)} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} + \frac{\tilde{\ell}^2}{G(\phi)^2} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} \left(1 - \frac{2\tilde{\ell}}{\tilde{h}\sqrt{G(\phi)}} \tanh \left(\frac{\tilde{h}}{2\tilde{\ell}} \sqrt{G(\phi)} \right) \right) \\ \tilde{w}_{\text{moy}} = \frac{Lw_{\text{moy}}}{\omega R^2} = -\frac{\tilde{h}^2}{12G(\phi)} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} + \frac{\tilde{\ell}^2}{G(\phi)^2} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} \left(1 - \frac{2\tilde{\ell}}{\tilde{h}\sqrt{G(\phi)}} \tanh \left(\frac{\tilde{h}}{2\tilde{\ell}} \sqrt{G(\phi)} \right) \right) \end{cases} \quad (\text{III-30})$$

- Le débit moyen volumique total adimensionné est donné par :

$$\tilde{Q}_{\text{moy}} = |\tilde{Q}_+| + |\tilde{Q}_-| \quad (\text{III-31})$$

$$\text{Avec, } \begin{cases} \tilde{Q}_+ = \int_0^{2\pi} \left[\tilde{h} \tilde{w}_{\text{moy}} \right]_{\tilde{z}=1/2} d\theta \\ \tilde{Q}_- = \int_0^{2\pi} \left[\tilde{h} \tilde{w}_{\text{moy}} \right]_{\tilde{z}=-1/2} d\theta \end{cases}$$

\tilde{Q}_+ et \tilde{Q}_- sont les débits moyens volumiques adimensionnés à chaque extrémité du palier ($\tilde{z} = \pm 1/2$).

5- CONCLUSION

Dans ce chapitre, on a présenté une étude bibliographique succincte sur les différents types de paliers hydrodynamiques, leurs modes de fonctionnement et les caractéristiques géométriques. L'étude cinématique du palier a conduit à l'écriture de l'équation de Reynolds modifiée en régime dynamique. L'équation géométrique du film qui permet de définir à chaque point et en chaque instant l'épaisseur du film lubrifiant dans le palier a été déterminée pour un palier rigide et aligné. On a présenté aussi les différentes expressions de toutes les caractéristiques statiques d'un palier lisse lubrifié par un fluide additivé par des additifs améliorant la viscosité et pollué par des particules solides (pollution solide).

1- INTRODUCTION

La contamination est la cause principale des pannes produites dans les machines tournantes et réductrices car, elle influe directement sur les propriétés du lubrifiant et la dégradation des organes de machines tournantes (paliers, roulements, engrenages, etc.). 75% des pannes des systèmes lubrifiés sont causées par la contamination, la plupart des composants machines sont endommagés par la pollution solide contenue dans les fluides lubrifiants. La présence des additifs améliorant la qualité des huiles lubrifiantes (viscosité) serait permis de diminuer les effets de la pollution solides en lubrification hydrodynamique.

Dans ce chapitre, on va présenter une étude théorique et numérique sur effets des additifs améliorant la qualité des lubrifiants (viscosité) sur la présence de la pollution solide des huiles lubrifiantes sur les performances statiques d'un paliers lisses des machines tournantes tels que : le champ de pression dans le film lubrifiant, l'angle de calage, les vitesses moyennes d'écoulement, le débit de fuite volumique, le nombre de frottement ou la puissance dissipée.

2- METHODE DE RESOLUTION DU PROBLEME DE LA LUBRIFICATION HYDRODYNAMIQUE PAR FLUIDE ADDITIVE ET POLLUE

L'équation de Reynolds modifiée est une équation aux dérivées partielles du second ordre de type elliptique. Les géométries souvent complexes des paliers ainsi que les conditions limites ne permettent pas toujours d'envisager une résolution analytique de cette équation, sauf dans le cas des hypothèses de paliers infiniment court ($L/D \rightarrow 0$) ou des paliers infiniment long ($L/D \rightarrow \infty$). Pour les paliers de longueur finie (lorsque l'écoulement est bidimensionnel 2D), les méthodes actuelles utilisées sont pour la plupart des méthodes numériques telles que les différences finies (MDF) et les éléments finis (MEF). La méthode de discrétisation retenue dans cette étude est celle des différences finies centrées bidimensionnelle (2D).

La méthode des différences finies (2D) est utilisée dans le cas du palier de longueur finie où l'écoulement du fluide est bidimensionnel. Dans cette méthode, simple à mettre en œuvre pour des géométries de films et d'alimentation régulières, le domaine est discrétisé en rectangles élémentaires appelés mailles. La pression aux nœuds du maillage est l'inconnue nodale, les dérivées partielles de la pression sont évaluées en un point du maillage en fonction des valeurs de la pression aux points environnants.

2-1. Discrétisation de l'équation de Reynolds modifiée

Dans un palier, les rayons de l'arbre et du coussinet étant voisins la courbure du film est négligeable, le palier est alors développé suivant sa direction circonférentielle. On est ainsi ramené à un problème bidimensionnel. La figure IV-1, représente la discrétisation du palier par la méthode des différences finies (2D). Si on considère que le palier est aligné et que la pression à ses extrémités est nulle, le palier étant symétrique par rapport à la coordonnée axiale z , seul le demi-palier est considéré (figure IV-1). Dans ces conditions, le domaine de discrétisation de l'équation de Reynolds se réduit à $(0, 2\pi) \times (0, 1/2)$.

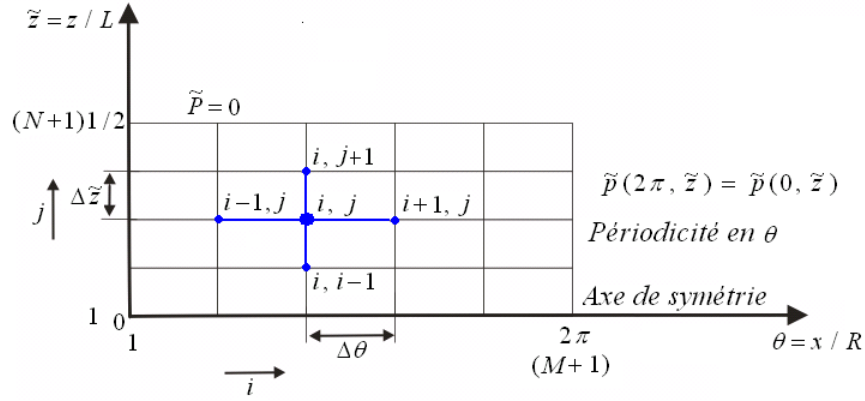


Fig. IV-1: Maillage du film lubrifiant par la MDF (2D)
(Discrétisation du demi-palier)

M et N sont respectivement les nombres de mailles suivant θ et \tilde{z} .

$\Delta\theta$ et $\Delta\tilde{z}$ sont respectivement les pas du maillage dans les directions circonférentielle et axiale tel que: $\Delta\theta = 2\pi/M$ et $\Delta\tilde{z} = 0.5/N$

Les variables continues θ et \tilde{z} sont remplacées par des variables discrètes i et j :

$$\tilde{p}(\theta_i, \tilde{z}_j) = \tilde{p}_{ij} \quad \text{et} \quad \tilde{h}(\theta_i, \tilde{z}_j) = \tilde{h}_{ij}$$

Les gradients de pression en un point du maillage sont approchés par :

$$\left(\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta}\right)_{ij} = \frac{\tilde{p}_{i+1,j} - \tilde{p}_{i-1,j}}{2\Delta\theta}$$

$$\left(\frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial \theta^2}\right)_{ij} = \frac{\tilde{p}_{i+1,j} - 2\tilde{p}_{ij} + \tilde{p}_{i-1,j}}{(\Delta\theta)^2}$$

$$\left(\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}}\right)_{ij} = \frac{\tilde{p}_{i,j+1} - \tilde{p}_{i,j-1}}{2\Delta\tilde{z}}$$

$$\left(\frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial \tilde{z}^2}\right)_{ij} = \frac{\tilde{p}_{i,j+1} - 2\tilde{p}_{ij} + \tilde{p}_{i,j-1}}{(\Delta\tilde{z})^2}$$

La méthode des différences finies centrées est aussi utilisée pour la discrétisation de l'équation de Reynolds modifiée (III-24) pour un fluide additivé par des additifs améliorant la viscosité et pollué par des particules solide en régime permanent ($\frac{\partial \tilde{h}}{\partial t} = 0$).

Alors, l'équation aux différences s'écrit :

$$\tilde{p}_{ij}^{(K+1)} = a_{ij}\tilde{p}_{i+1,j}^{(K)} + b_{ij}\tilde{p}_{i-1,j}^{(K+1)} + c_{ij}\tilde{p}_{i,j+1}^{(K)} + d_{ij}\tilde{p}_{i,j-1}^{(K+1)} - e_{ij} \quad (\text{IV-1})$$

Où,

$$\begin{cases} a_{ij} = \left[\frac{\tilde{G}'(\tilde{h}, \tilde{\ell})}{(\Delta\theta)^2} + \frac{1}{2\Delta\theta} \frac{\partial \tilde{G}'(\tilde{h}, \tilde{\ell})}{\partial \theta} \right] \frac{1}{\text{den}_{ij}} \\ b_{ij} = \left[\frac{\tilde{G}'(\tilde{h}, \tilde{\ell})}{\Delta\theta^2} - \frac{1}{2\Delta\theta} \frac{\partial \tilde{G}'(\tilde{h}, \tilde{\ell})}{\partial \theta} \right] \frac{1}{\text{den}_{ij}} \\ c_{ij} = \left(\frac{R}{L} \right)^2 \left[\frac{\tilde{G}'(\tilde{h}, \tilde{\ell})}{\Delta\tilde{z}^2} + \frac{1}{2\Delta\tilde{z}} \frac{\partial \tilde{G}'(\tilde{h}, \tilde{\ell}, \phi)}{\partial \tilde{z}} \right] \frac{1}{\text{den}_{ij}} \\ d_{ij} = \left(\frac{R}{L} \right)^2 \left[\frac{\tilde{G}'(\tilde{h}, \tilde{\ell}, \phi)}{\Delta\tilde{z}^2} - \frac{1}{2\Delta\tilde{z}} \frac{\partial \tilde{G}'(\tilde{h}, \tilde{\ell}, \phi)}{\partial \tilde{z}} \right] \frac{1}{\text{den}_{ij}} \\ e_{ij} = \left[6 \frac{\partial \tilde{h}_{ij}}{\partial \theta} \right] \frac{G(\phi)^2}{\text{den}_{ij}} \end{cases}$$

$$\text{den}_{ij} = \left[2\tilde{G}'(\tilde{h}, \tilde{\ell}, \phi) \left(\frac{1}{\Delta\theta^2} + \frac{1}{\Delta\tilde{z}^2} \right) \right]$$

$$\text{avec, } \tilde{G}'(\tilde{h}, \tilde{\ell}, \phi) = G(\phi)\tilde{h}^3 - 12\tilde{\ell}^2\tilde{h} + \frac{24\tilde{\ell}^3}{\sqrt{G(\phi)}} \text{th} \left(\frac{\tilde{h}}{2\tilde{\ell}} \sqrt{G(\phi)} \right)$$

- Pour fluide sans particules solides (*fluide propre*, $\Phi = 0$) : $G(\Phi) = 1$,

- Pour fluide avec particules solides (*fluide pollué*) :

- Modèle Einstein : $G(\Phi) = (1 + 2.5 \times \Phi)$

- Modèle de Batchelor et Green : $G(\Phi) = (1 + 2.5 \times \Phi + 6.2 \times \Phi^2)$

- Modèle de Ball et Richmond : $G(\Phi) = \left(1 - \frac{\Phi}{\Phi_m} \right)^{-2.5 \times \Phi_m}$

- Modèle de Phan-Thien et Pham : $G(\Phi) = (1 - \Phi)^{-2.5}$

Où, Φ est la concentration volumique des particules rigides diluées dans le solvant de viscosité dynamique (μ_s).

L'utilisation de l'algorithme de Gauss-Seidel avec coefficients de sur-relaxation donne :

$$\tilde{p}_{ij}^{(K+1)} = (1 - \Omega)\tilde{p}_{ij}^{(K)} + \Omega \left[a_{ij}\tilde{p}_{i+1,j}^{(K)} + b_{ij}\tilde{p}_{i-1,j}^{(K+1)} + c_{ij}\tilde{p}_{i,j+1}^{(K)} + d_{ij}\tilde{p}_{i,j-1}^{(K+1)} - e_{ij} \right] \quad (\text{IV-2})$$

Où, Ω est le facteur de sur-relaxation dans la valeur est comprise entre 1 et 2.

2-2. Calcul des caractéristiques statiques

Les intégrales des caractéristiques statiques sont évaluées à l'aide de la formule des trapèzes généralisée.

2-2-1. Portance hydrodynamique

Les composantes de la portance hydrodynamique \tilde{F}_ε et \tilde{F}_ϕ adimensionnée (III-26) s'écrivent :

$$\begin{Bmatrix} \tilde{F}_\varepsilon \\ \tilde{F}_\phi \end{Bmatrix} \approx (\Delta\tilde{z} \times \Delta\theta) \sum_{i=2}^M \sum_{j=2}^N \tilde{p}_{ij} \begin{Bmatrix} \cos\theta_i \\ \sin\theta_i \end{Bmatrix} \quad (\text{IV-3})$$

Ces relations sont valables pour le cas d'un palier lisse complet avec une rainure axiale infiniment mince située à ($\theta = 0$), la pression d'alimentation est supposée égale à la pression atmosphérique.

2-2-2. Forces de frottement

D'après la formule Forces de frottement adimensionnées (III-27) :

$$\begin{cases} \tilde{F}_a = \Delta\theta \Delta\tilde{z} \sum_{i=2}^M \sum_{j=2}^N \left[\frac{G(\phi)}{\tilde{h}_{ij}} + \frac{1}{2G(\phi)} \left(\frac{\tilde{p}_{i+1,j} - \tilde{p}_{i-1,j}}{2\Delta\theta} \right) \left(G(\phi)\tilde{h}_{ij} - 2\tilde{\ell}\sqrt{G(\phi)} \operatorname{th} \left(\frac{\tilde{h}_{ij}}{2\tilde{\ell}} \sqrt{G(\phi)} \right) \right) \right] \\ \tilde{F}_c = \Delta\theta \Delta\tilde{z} \sum_{i=2}^M \sum_{j=2}^N \left[\frac{G(\phi)}{\tilde{h}_{ij}} - \frac{1}{2G(\phi)} \left(\frac{\tilde{p}_{i+1,j} - \tilde{p}_{i-1,j}}{2\Delta\theta} \right) \left(G(\phi)\tilde{h}_{ij} - 2\tilde{\ell}\sqrt{G(\phi)} \operatorname{th} \left(\frac{\tilde{h}_{ij}}{2\tilde{\ell}} \sqrt{G(\phi)} \right) \right) \right] \end{cases} \quad (\text{IV-4})$$

2-2-3. Vitesses moyennes de l'écoulement

D'après la formule Vitesses moyennes de l'écoulement adimensionnées (III-30) :

$$\begin{cases} \tilde{u}_m = \frac{1}{2} - \left[\frac{\tilde{h}_{ij}^2}{12G(\phi)} - \frac{\tilde{\ell}^2}{G(\phi)^2} \left(1 - \frac{2\tilde{\ell}}{\tilde{h}_{ij}\sqrt{G(\phi)}} \operatorname{th} \left(\frac{\tilde{h}_{ij}}{2\tilde{\ell}} \sqrt{G(\phi)} \right) \right) \right] \left(\frac{\tilde{p}_{i+1,j} - \tilde{p}_{i-1,j}}{2\Delta\theta} \right) \\ \tilde{w}_m = - \left[\frac{\tilde{h}_{ij}^2}{12G(\phi)} - \frac{\tilde{\ell}^2}{G(\phi)^2} \left(1 - \frac{2\tilde{\ell}}{\tilde{h}_{ij}\sqrt{G(\phi)}} \operatorname{th} \left(\frac{\tilde{h}_{ij}}{2\tilde{\ell}} \sqrt{G(\phi)} \right) \right) \right] \left(\frac{\tilde{p}_{i,j+1} - \tilde{p}_{i,j-1}}{2\Delta\tilde{z}} \right) \end{cases} \quad (\text{IV-5})$$

2-2-4. Débit volumique

D'après le débit moyen volumique total adimensionné (III-31):

$$\tilde{q} = -\Delta\theta \Delta\tilde{z} \left(\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \left[\frac{\tilde{h}_{ij}^2}{12G(\phi)} - \frac{\tilde{\ell}^2}{G(\phi)^2} \left(1 - \frac{2\tilde{\ell}}{\tilde{h}_{ij}\sqrt{G(\phi)}} \operatorname{th} \left(\frac{\tilde{h}_{ij}}{2\tilde{\ell}} \sqrt{G(\phi)} \right) \right) \right] \right) \left(\frac{\tilde{p}_{i,j+1} - \tilde{p}_{i,j-1}}{6\Delta\tilde{z}} \right) \quad (\text{IV-6})$$

3- ETUDE DES EFFETS DES ADDITIFS AMELIORANT LA VISCOSITE DES HUILES LUBRIFIANTS SUR LES EFFETS LA PRESENCE DE LA POLLUTION SOLIDES DANS LES PALIERS HYDRODYNAMIQUES

Le travail proposé s'intéresse à l'étude théorique et numérique des effets des additifs améliorant la qualité des huiles lubrifiantes (viscosité) sur les performances statiques d'un palier lisse hydrodynamique lubrifié par fluide pollué par particules solides fonctionnant en régime permanent et isotherme.

L'étude de l'influence de la présence des additifs améliorant la qualité des huiles lubrifiantes (par exemple la viscosité de lubrifiant) sur les effets de la concentration volumiques des particules solides dans le fluide dues à l'usure des surfaces de contact ou l'arrachement des particules solides des surfaces de contacts surtout pendant la phase de rodage des organes du palier conduit à l'écriture, en langage ms-fortran, d'un programme de calcul basé sur l'approche numérique (2D) développée précédemment.

Ce programme permet de déterminer plusieurs paramètres de palier hydrodynamique tels que, le champ de pression dans le film lubrifiant, la portance hydrodynamique, les

vitesses moyennes d'écoulement, le débit de fuite volumique, forces de frottement sur le coussinet et sur l'arbre ou les nombres de frottement, etc...

3-1. Schéma général de résolution du problème

Dans le cas d'un palier lubrifié par fluide additivé avec des additifs améliorant la viscosité de lubrifiant et pollué par des suspensions diluées de particules solides de forme sphérique, l'équation de Reynolds modifiée (III-24) est discrétisée par la méthode des différences finies centrée (2D). Le système d'équations algébriques obtenu après discrétisation est résolu à l'aide d'un processus itératif (IV-2).

Le processus de résolution est comme suit :

- 1- Lecture des données : $R, L, C, \tilde{\ell}, \mu_s, \varepsilon, \Phi, M, N$, facteurs de relaxation, critères de convergence et le nombre maximal d'itérations ;
- 2- Calcul de l'épaisseur de film adimensionnée dans le cas indéformable (\tilde{h}) à partir des équations (III-25) ;
- 3- Initialiser le compteur d'itération n à 0 ;
- 4- Calcul du champ de pression hydrodynamique statique adimensionné, $\tilde{p}_0^{(n+1)}$ par résolution de l'équation de Reynolds (III-24) à l'aide de la méthode itérative de Gauss-Seidel avec coefficient de sous-relaxation en régime permanent ;
- 5- Vérifier le critère de convergence : $\frac{1}{N} \sum_{i,j} \left| \frac{\tilde{p}_{0ij}^{(n+1)} - \tilde{p}_{0ij}^{(n)}}{\tilde{p}_{0ij}^{(n+1)}} \right| \leq 10^{-5}$, où N est le nombre total de nœuds pour lesquels la pression est positive, si la convergence n'est pas atteinte, incrémenter le nombre d'itération de 1 et revenir à l'étape 5.
- 6- Si, la convergence est atteinte, calculer les performances statiques adimensionnées du palier fluide à partir des équations (IV-3 ÷ IV-6)

3-2. Résultats et discussions

L'étude paramétrique menée dans ce travail permet de mettre en évidence l'influence des effets des additifs améliorant la viscosité des huiles lubrifiantes sur les performances statiques d'un palier hydrodynamique de longueur finie lubrifié par fluide pollué par des particules solides dues à l'usure des surfaces de contact, tels que le champ de pression, la portance hydrodynamique, les forces de frottement sur le coussinet, les vitesses moyennes d'écoulement, et début de fuite volumique moyen, dont les caractéristiques géométriques, les conditions de fonctionnement, les propriétés physiques du lubrifiant sont portées dans le tableau suivant :

Tableau IV-1 : Caractéristiques géométriques et conditions de fonctionnement

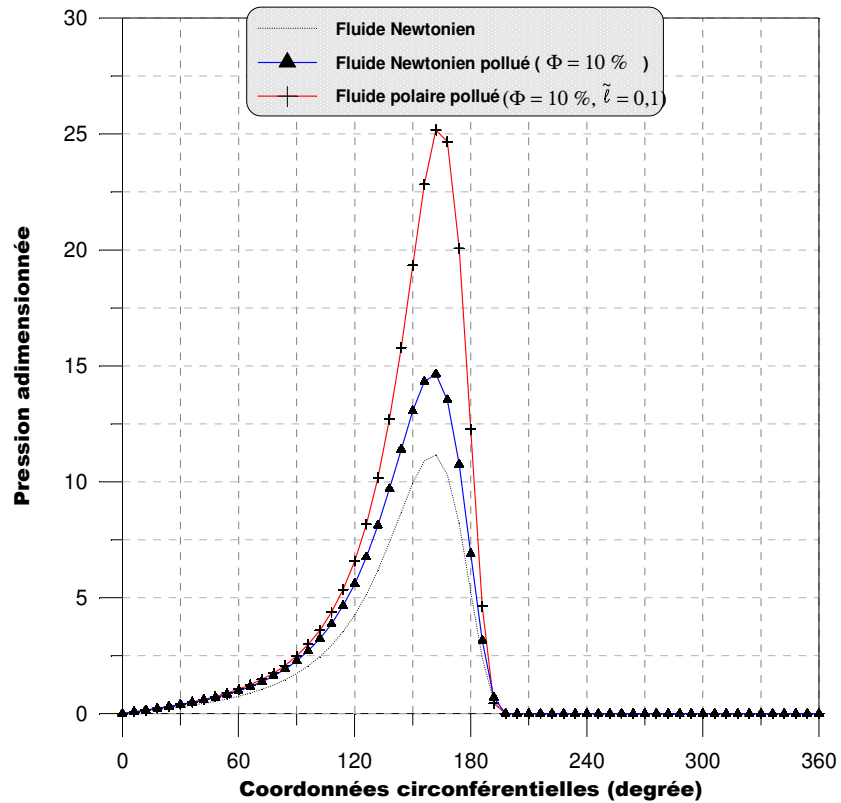
Caractéristiques géométriques	
- Diamètre du palier, L	50×10^{-3} m
- Rayon de l'arbre, R	25×10^{-3} m
- Jeu radial, C	50×10^{-6} m
Conditions de fonctionnement	
- Vitesse angulaire de l'arbre, ω	$100 \times \pi$ rad/s
Propriétés du lubrifiant, ISO VG 32 à 40°C	
- Viscosité dynamique mesurée à la pression atmosphérique, μ_s	0.03 Pa.s
- Masse volumique, ρ	870 kg/m ³
- Concentration volumique, Φ	0, 10, et 40 %
- Paramètre du couple des contraintes adimensionné, $\tilde{\ell}$ (longueur de la chaîne moléculaire des additifs)	0, 0.1 et 0.4

3-2-1. Effets des additifs améliorant la qualité des huiles lubrifiantes sur le pic de pression dans le film lubrifiant d'un palier pollué par des particules solides

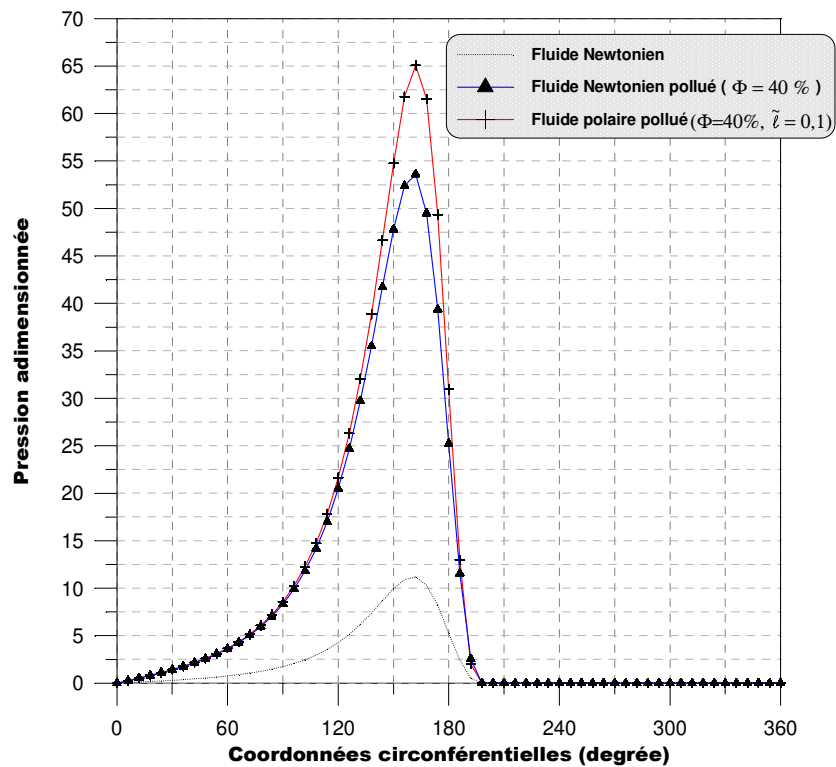
La figure IV-2, présente l'influence des effets de paramètre de couples des contraintes relatif ($\tilde{\ell}$) qui présente la longueur de la chaîne moléculaire des additifs améliorant la qualité des huiles lubrifiantes sur le champ de pression statique adimensionnée en 2-D dans la section médiane du palier lubrifié par huile propre (sans pollution et une huile polluée par des particules solides (faible concentration volumique, $\Phi = 10\%$ et forte concentration volumique, $\Phi = 40\%$) et pour une excentricité relative statique imposée, $\varepsilon = 0.8$.

On observe une augmentation de pic de pression maximale dans le film avec l'augmentation de concentration volumique des particules solides rigides (Φ) dans le fluide lubrifiant. Cette augmentation de pic de pression maximale est due à l'augmentation de la viscosité effective de mélange (huile lubrifiante + particules solides) est d'autant importante pour grande concentration volumique ($\Phi = 40\%$) par rapport au fluide lubrifiant propre sans particules solides ($\Phi = 0\%$) et non additivé (figure IV-2-b).

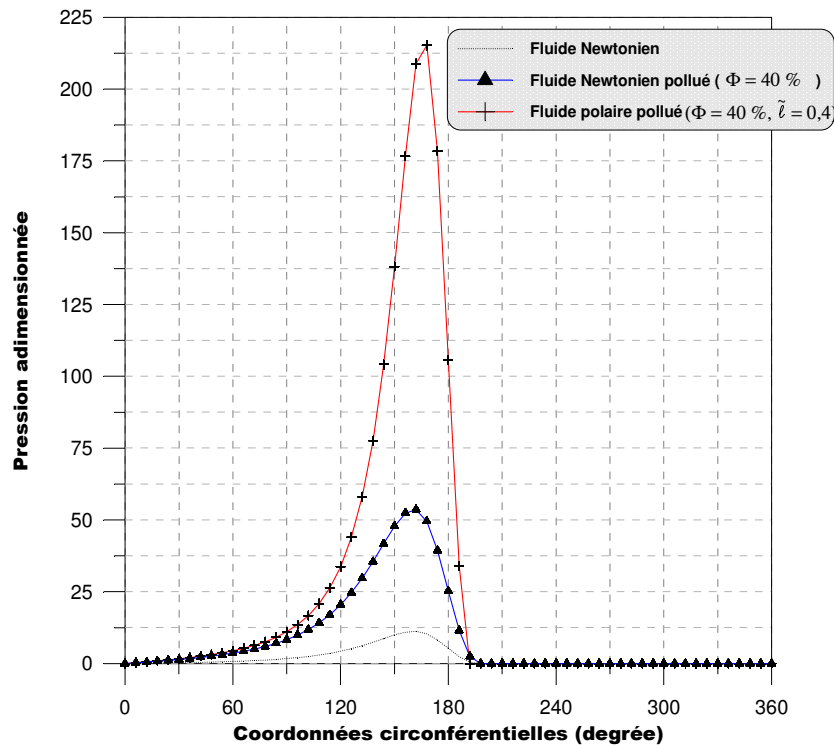
En outre, on constate que cette augmentation de pic de pression devient très importante et remarquable pour fluide additivé à grande chaîne moléculaire des additifs ($\tilde{\ell} = 0.4$) par rapport au fluide pollué non additive ($\Phi = 40\%$) (figure IV-2-c).



a) faible concentration volumique ($\Phi = 10\%$) et faible de couple des contraintes relatif ($\tilde{\ell} = 0.1$)



b) forte concentration volumique ($\Phi = 40\%$) faible de couple des contraintes ($\tilde{\ell} = 0.1$)



c) forte concentration volumique ($\Phi = 40\%$) et forte couple des contraintes ($\tilde{\ell} = 0.4$)

Fig. IV-2 : Variations circonférentielles de la pression statique adimensionnée dans la section médiane différents fluides lubrifiants

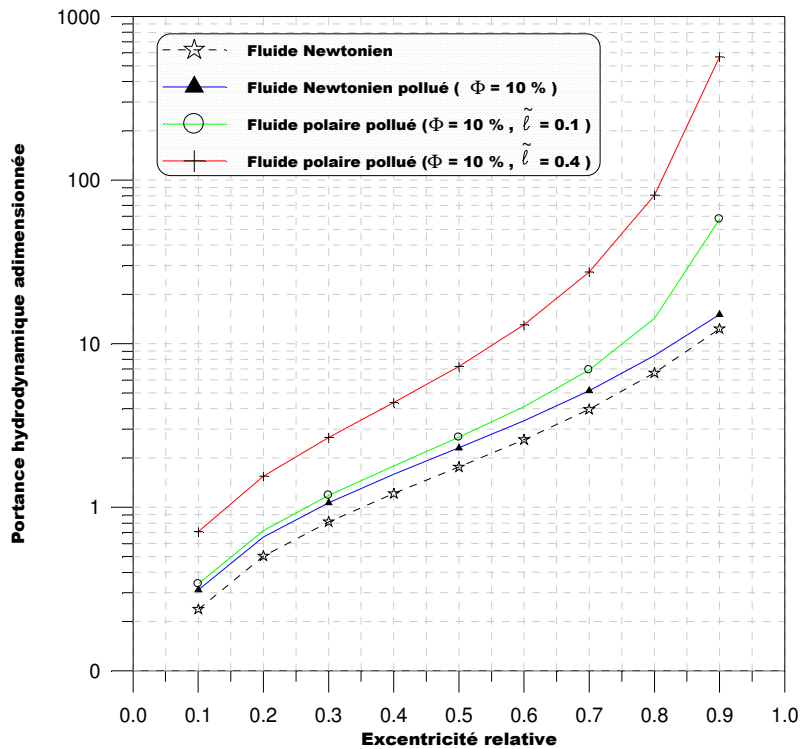
4-2-3. Effets des additifs améliorant la qualité des huiles lubrifiantes sur les performances statiques d'un palier pollué par des particules solides

Les performances statiques ont été obtenues pour une excentricité relative statique, ε variant de 0.1 à 0.90 d'un palier lubrifié par un fluide additivé (fluide polaire) et pollué par des particules solides à faible et forte de concentration volumique ($\Phi = 0$ (fluide propre sans particules), 10 et 40 %).

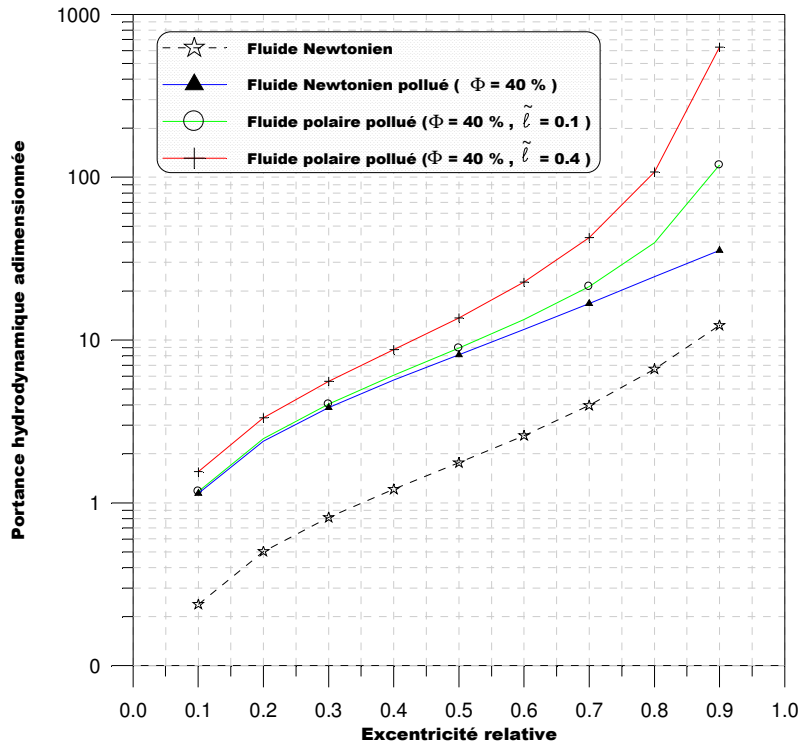
La figure IV-3, présente les variations de la portance hydrodynamique adimensionnée en fonction de l'excentricité relative statique pour différent paramètre de couples des contraintes relatif: $\tilde{\ell} = 0$ (fluide non additivé), $\tilde{\ell} = 0.1$ et $\tilde{\ell} = 0.4$ (qui représente la longueur de la chaîne moléculaire des additifs améliorant la qualité des huiles lubrifiantes) d'un palier lubrifié par fluide pollué à faible et forte concentration volumique des particules solides ($\Phi = 10\%$ et $\Phi = 40\%$).

On remarque une augmentation de la portance hydrodynamique du palier avec l'augmentation de concentration volumique des particules solides rigides (Φ) dans le fluide lubrifiant par rapport au fluide propre ($\Phi = 0\%$, sans particules solides) (figure IV-3-b). Cette augmentation de la portance hydrodynamique devient très considérable pour fluide additivé à grande chaîne moléculaires des additifs ($\tilde{\ell} = 0.4$) par rapport au fluide pollué non additive ($\Phi = 40\%$) (figure IV-3-b) surtout à forte excentricité relative, c'est-à-dire lorsque le palier est lourdement chargé.

on peut conclure que la présence des additifs (polymère) dans le lubrifiant permet d'améliorer la capacité de charge du palier. Autrement dit, un palier lubrifié avec une huile additivée permet de supporter des charges plus importantes que dans le cas d'un palier lubrifié avec des huiles pures ne contenant pas d'additifs.



a) faible concentration volumique ($\Phi = 10\%$) et différent paramètre de couple des contraintes



b) forte concentration volumique ($\Phi=40\%$) et différent paramètre de couple des contraintes

Fig.IV-3: Variations la portance hydrodynamique en fonction de l'excentricité relative pour différent fluides lubrifiants

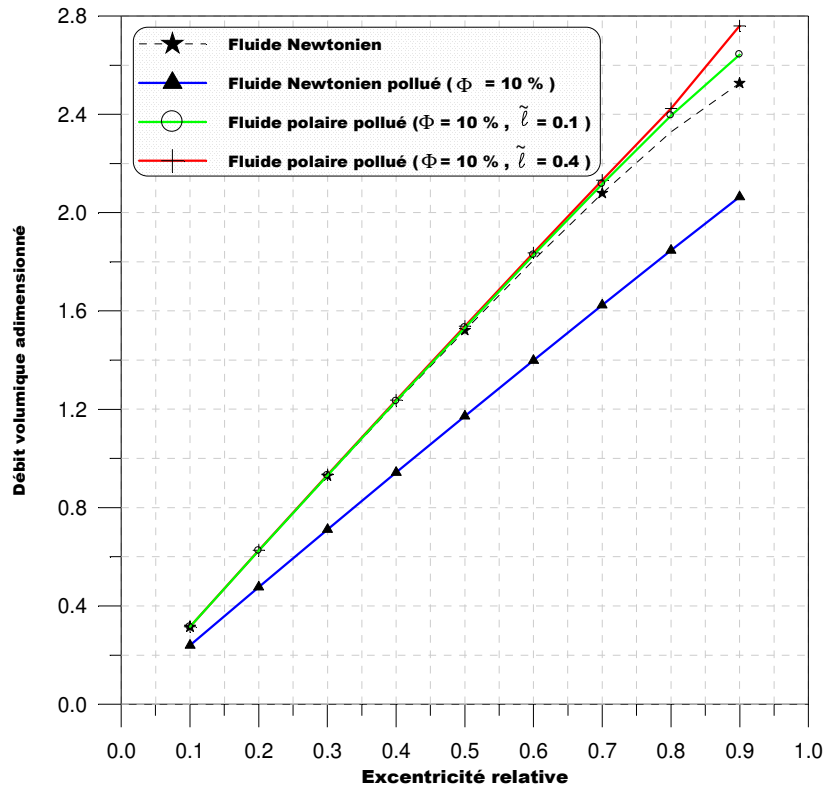
La figure IV-4 présente les variations de débit volumique moyen d'écoulement à l'extrémité du palier en fonction de l'excentricité relative statique pour différentes longueurs de la chaîne moléculaire des additifs (paramètre de couples des contraintes relatif), $\tilde{\ell} = 0$ (fluide non additivé), $\tilde{\ell} = 0.1$ (faible longueur de la chaîne moléculaire des additifs) et $\tilde{\ell} = 0.4$ (forte longueur de la chaîne moléculaire des additifs) d'un palier lubrifié par une huile newtonienne propre ($\Phi = 0$) et, par fluide pollué à faible et forte concentration volumique des particules solides ($\Phi = 10\%$ et $\Phi = 40\%$).

Le débit de fuite moyen volumique diminue avec l'augmentation de la valeur de concentration volumique des particules solides surtout pour les grandes valeurs de l'excentricité relative statique (palier lourdement chargé) et forte concentration volumique ($\Phi = 40\%$). Cette diminution est due à l'augmentation de la viscosité effective de l'huile lubrifiante qui permet d'augmenter la force de frottement interne de fluide à l'écoulement, comparativement à l'huile propre non additivée.

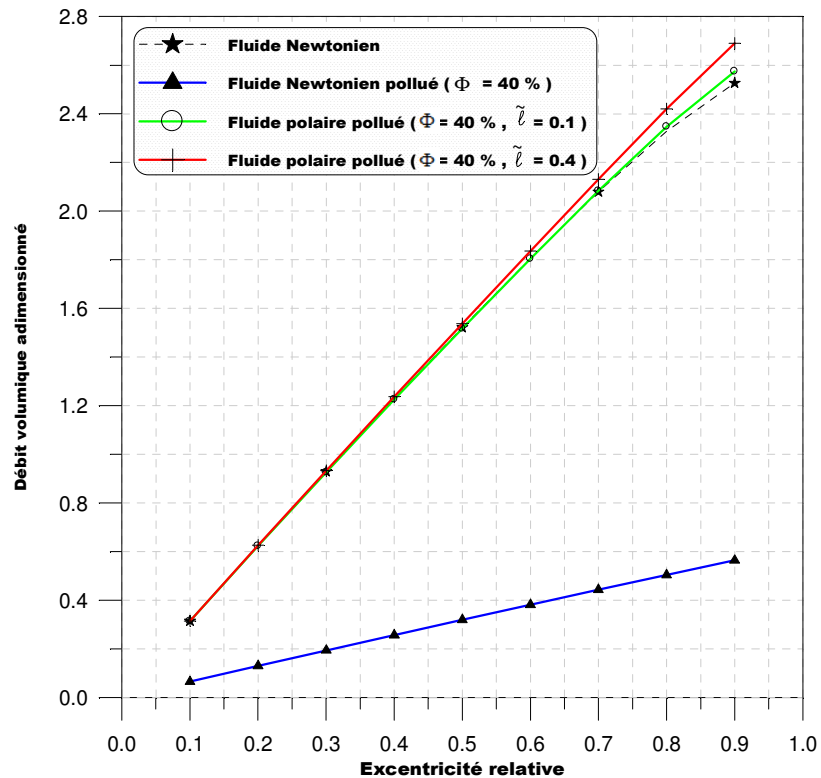
On constate que si, on ajoute des additifs à l'huile lubrifiante permet d'augmenter le débit d'écoulement du fluide pollué. Cette augmentation de débit est très importante pour les additifs à grande chaîne moléculaire, $\tilde{\ell} = 0.4$.

On peut conclure que, l'ajout des additifs améliorant la viscosité des huiles lubrifiantes permet d'améliorer l'écoulement des huiles lubrifiantes polluées par des particules solides qui conduit à la diminution des pertes d'énergie par frottement interne au sein de lubrifiant.

Cette amélioration de l'écoulement des huiles lubrifiantes à un intérêt de diminuer le temps de circuit des huiles afin d'assurer une bonne filtration d'huiles des particules solides et un bon refroidissement des zones de contacts.



a) faible concentration volumique ($\Phi = 10\%$) et différent paramètre de couples des contraintes



b) forte concentration volumique ($\Phi=40\%$) et différent paramètre de couples des contraintes

Fig.IV-4 : Variations du débit de fuite moyen volumique en fonction de l'excentricité relative pour différent fluides lubrifiants

Les variations de force de frottement adimensionnée de l'huile lubrifiante sur le coussinet du paliers en fonction de l'excentricité relative statique pour différentes longueur de la chaine moléculaire des additifs, $\tilde{\ell} = 0$ (fluide non additif), $\tilde{\ell} = 0.1$ (faible longueur de la chaine moléculaire des additifs) et $\tilde{\ell} = 0.4$ (forte longueur de la chaine moléculaire des additifs) d'un palier lubrifié par une huile newtonien propre ($\Phi = 0$) et, par fluide pollué à faible et forte concentration volumique des particules solides ($\Phi = 10\%$ et $\Phi = 40\%$) sont présentées sur la figure IV-5.

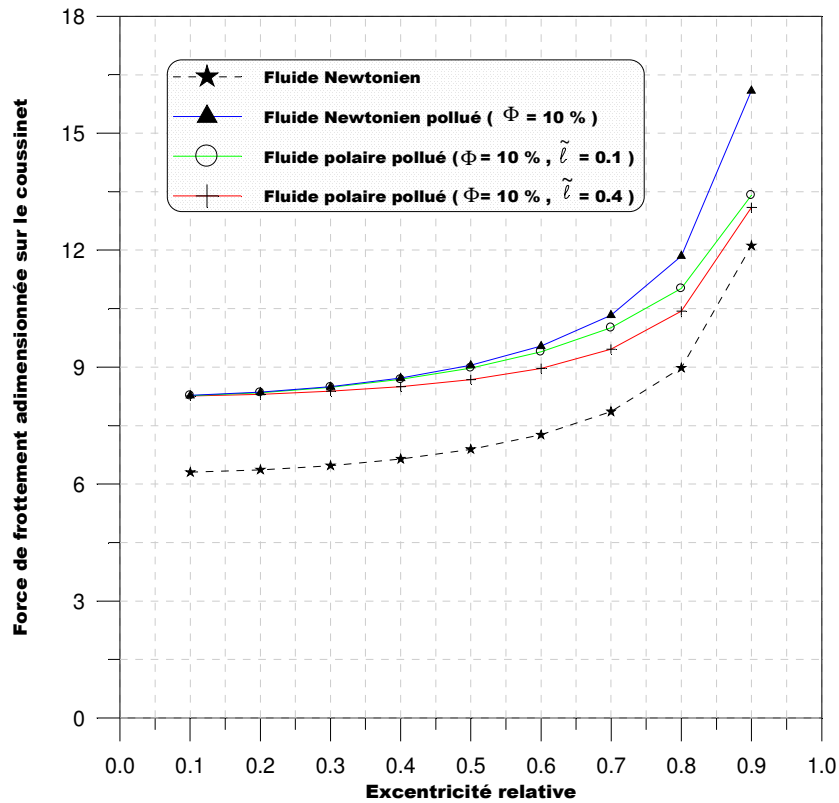
Comme montre la figure, d'une part, l'effet de la concentration volumique des particules solides dans l'huile lubrifiant conduit à une augmentation significative des forces des frottements adimensionnées de l'huile lubrifiante sur le coussinet.

Cette augmentation est plus importante avec forte concentration volumique des particules solides ($\Phi = 40\%$) (figure IV-5-b) pour des grandes valeurs de l'excentricité relative comparativement à l'huile propre.

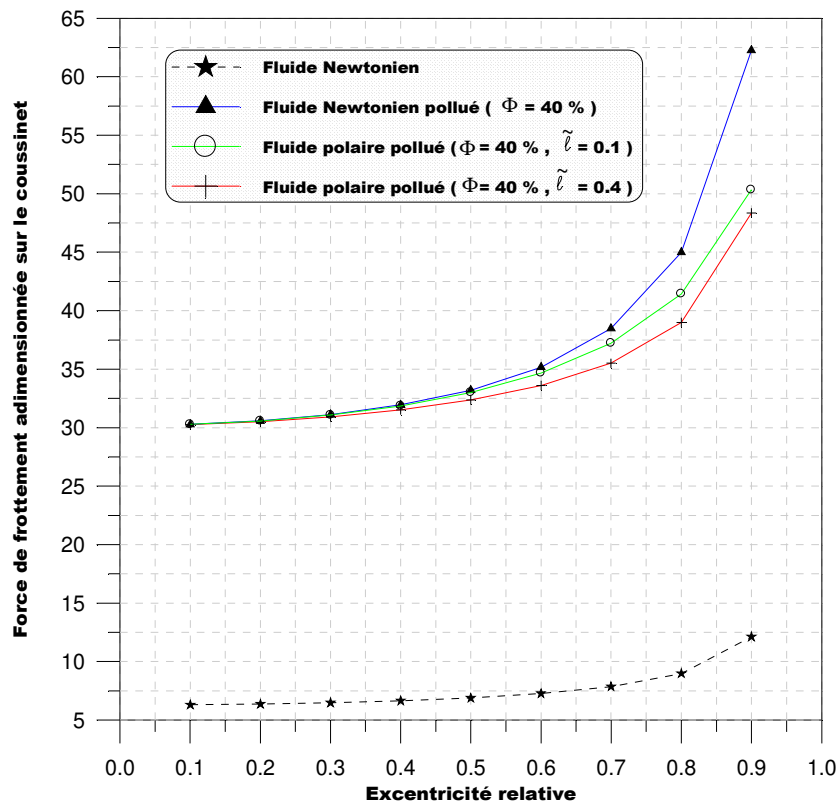
On peut conclure, que la présence des suspensions diluées de particules solides dans les huiles lubrifiantes conduit d'augmenter sensiblement les pertes d'énergie par frottement de fluide lubrifiant sur le coussinet surtout dans le cas où le palier est lourdement chargé avec forte concentration volumiques de ces particules solides ($\Phi = 40\%$).

D'autre part, la figure montre clairement, l'ajout des additives améliorant la viscosité l'huile lubrifiante permet de diminuer la force de frottement adimensionnée de l'huile lubrifiante sur le coussinet. Cette diminution de la force de frottement adimensionnée de l'huile lubrifiante sur le coussinet est devient importante pour le palier est lourdement chargé avec forte concentration volumiques de ces particules solides ($\Phi = 40\%$) (figure IV-5-b).

On peut conclure, que la présence des additifs dans les huiles lubrifiantes permet de diminuer les pertes d'énergie par frottement de fluide lubrifiant sur le coussinet surtout dans le cas où le palier est lourdement chargé avec forte concentration volumiques de ces particules solides ($\Phi = 40\%$).



a) faible concentration volumique ($\Phi = 10\%$) et différent paramètre de couples des contraintes



b) forte concentration volumique ($\Phi=40\%$) et différent paramètre de couples des contraintes

Fig. IV-5 : Variations de la force de frottement sur le coussinet du palier en fonction de l'excentricité relative pour différent fluides lubrifiants

4-CONCLUSION

Dans ce chapitre, on a présenté une étude théorique et numérique sur effets des additifs améliorant la viscosité des huiles lubrifiantes sur la présence des particules solides (pollution solide des huiles lubrifiantes) sur les performances statiques des paliers hydrodynamiques des machines tournantes tels que, le champ de pression dans le film lubrifiant, la portance hydrodynamique de palier, le débit de fuite volumique, la force de frottement de l'huile lubrifiant sur le coussinet.

L'étude paramétrique menée dans ce présent chapitre a permis de mettre en évidence d'une part, les effets non négligeables de la présence des particules rigides diluées dans l'huile lubrifiante sur les caractéristiques statiques d'un palier hydrodynamique.

La présence des particules solides dans l'huile lubrifiant, par exemples huile lubrifiante pollué ou contaminé des particules solides dues à l'usure des surfaces de conduit d'augmenter le pic de pression maximale dans le film lubrifiant, diminuer de débit volumique moyen d'écoulement à l'extrémité du palier due à l'augmentation de la viscosité effective de l'huile lubrifiante qui permet d'augmenter la force de frottement interne de fluide à l'écoulement et d'augmenter sensiblement les pertes d'énergie par frottement entre huile lubrifiante et le coussinet, surtout dans le cas où le palier est fortement chargé et forte concentration volumiques de la pollution solide.

D'autre part, l'étude paramétrique a montré que l'ajout des additives améliorant la viscosité l'huile lubrifiante permet d'augmenter le pic pression maximale dans le film, d'améliore la capacité de charge du palier, d'améliorer l'écoulement des huiles lubrifiantes polluées par des particules solides et de diminuer la force de frottement de l'huile lubrifiante sur les surfaces de contacts.

CONCLUSION GENERALE

La contamination est la cause principale des pannes produites dans les machines tournantes et réductrices, car elle influe directement sur les propriétés du lubrifiant et la dégradation des composants machines (roulements, engrenages, paliers, etc.). 75% des pannes des systèmes lubrifiés sont causées par la contamination, la plupart des composants machines sont endommagés par la pollution solide contenue dans les huiles de lubrification. Au cours du fonctionnement, la pollution solide peut conduire jusqu'à l'arrêt total de l'installation. En effet, l'intensité de la détérioration des composants machines tournantes dépend essentiellement du type de polluant, de la pression du contact et de la taille et du nombre des particules présentes entre les surfaces en contact. Souvent une grande partie de ces particules solides est inférieure à $30\mu\text{m}$ qui ne sont pas détectables à l'œil nu, ceci signifie qu'un fluide propre à première vue peut être en réalité fortement pollué.

Notre travail a été consacré à l'étude théorique et numérique de l'influence des effets des additifs améliorants la viscosité de l'huile lubrifiante sur effets de concentration volumique de la pollution solide (par exemple, suspensions diluées des particules solides dans huile lubrifiante dues à l'usure des surfaces de contact surtout pendant la phase de rodage des organes d'une machine tournante) dans le lubrifiant d'un palier hydrodynamique fonctionnant en régime permanent et isotherme.

Cette étude a nous conduit, de présenter les différentes lois rhéologiques des fluides lubrifiants, la dérivation de l'équation de Reynolds modifiée et quelques expressions des performances statiques d'un palier hydrodynamique lubrifié par un fluide additivé par des additifs améliorant la qualité de lubrifiant et pollué par la présence des particules solide.

L'étude paramétrique a montré en évidence d'une part la présence de la pollution solide dans une huile lubrifiante d'un palier hydrodynamique comparativement à l'huile propre (sans particules solides) conduit à :

- augmenter le pic de pression maximale dans le film lubrifiant ;
- diminuer de débit volumique moyen d'écoulement à l'extrémité du palier due à l'augmentation de la viscosité effective de l'huile lubrifiante qui permet d'augmenter la force de frottement interne de fluide à l'écoulement ;
- augmenter sensiblement les pertes d'énergie par frottement entre huile lubrifiante et le coussinet, surtout dans le cas où le palier est fortement chargé et forte concentration volumiques de la pollution solide.

D'autre part, l'étude paramétrique a montré que l'ajout des additives améliorant la viscosité l'huile lubrifiante à l'huile polluée par particules solides permet :

- augmenter le pic pression maximale dans le film ;
- améliore la capacité de charge du palier ;
- améliorer l'écoulement des huiles lubrifiantes polluées par des particules solides qui conduit de diminuer les pertes d'énergie par frottement interne au sein de lubrifiant, de diminuer le temps de circuit des huiles afin d'assurer une bonne

filtration d'huiles des particules solides et un bon refroidissement des zones de contacts ;

- diminuer les pertes d'énergie par frottement de fluide lubrifiant sur le coussinet surtout dans le cas où le palier est lourdement chargé avec forte concentration de la pollution solide.

Les prolongements possibles de ce travail :

- Etude de l'influence des effets des additifs sur la présence de la pollution solide dans les huiles lubrifiantes des paliers hydrodynamiques : Analyse dynamique linéaire ;
- Etude de l'influence des effets des additifs sur la présence de la pollution solide dans les huiles lubrifiantes des paliers hydrodynamiques : Analyse dynamique non linéaire.

ANNEXE

ANALYSE DIMENSIONNELLE DES EQUATIONS DE MOUVEMENT D'UN FLUIDE ADDITIVE ET POLLUE PAR DES PARTICULES SOLIDES POUR UN ECOULEMENT EN FILM MINCE

En mécanique des films minces, la dimension suivant l'épaisseur du film (O, \bar{X}_2) est très faible par rapport aux deux autres dimensions (longueur et largeur du contact (figure 1)). Ce qui permet de déterminer l'ordre de grandeur des différents termes dans l'équation (II-42). Pour cela,

$$\text{on pose : } \tilde{X}_1 = \frac{X_1}{L}, \tilde{X}_2 = \frac{X_2}{h}, \tilde{X}_3 = \frac{X_3}{L}, \tilde{u}_1 = \frac{U_1}{V}, \tilde{u}_2 = \frac{U_2 L}{Vh}, \tilde{u}_3 = \frac{U_3}{V}, \tilde{t} = \frac{tV}{L},$$

$$\tilde{\mu} = \frac{\mu}{\mu_0}, \tilde{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0}, \tilde{\eta} = \frac{\eta}{\eta_0}, \tilde{\ell}_0 = \frac{\ell_0}{h} \text{ et } \varepsilon = \frac{h}{L}.$$

Dans ces expressions, L et V sont respectivement la dimension et la vitesse caractéristiques selon les axes (O, \bar{X}_1) et (O, \bar{X}_3) , h et $\frac{Vh}{L}$ celles suivant (O, \bar{X}_2) , $\frac{L}{V}$, μ_0 , ρ_0 et η_0 définissent l'ordre de grandeur du temps, coefficient de viscosité, de la masse volumique et le paramètre de couples de contraintes à la température de référence (T_0) .

En régime de lubrification hydrodynamique, V est la vitesse caractéristique d'une des parois du contact.

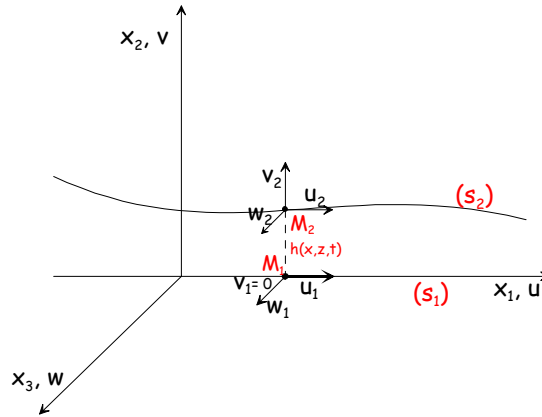


Fig.1: Schéma d'un écoulement en film mince ($h / L \ll 1$).

Compte tenu de ces changements de variables :

- Pour, $i = 1$, l'équation (II-41) d'un fluide polaire non pollué devient:

$$\tilde{\rho}\rho_0\tilde{U}_j V \frac{\partial \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_j} = -\frac{1}{L} \left(\frac{\partial p}{\partial \tilde{X}_1} \right) + \tilde{\mu}\mu_0 \left[\frac{V}{L^2} \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1^2} \right) + \frac{V}{h^2} \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^2} \right) + \frac{V}{L^2} \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_3^2} \right) \right]$$

$$- \tilde{\eta}\eta_0 \left[\frac{V}{L^4} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1^4} \right) + \frac{V}{h^4} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^4} \right) + \frac{V}{L^4} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_3^4} \right) \right] -$$

$$2\tilde{\eta}\eta_0 \left[\frac{V}{L^2 h^2} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1^2 \partial \tilde{X}_2^2} \right) + \frac{V}{L^4} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1 \partial \tilde{X}_2^2} \right) + \frac{V}{L^2 h^2} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^2 \partial \tilde{X}_3^2} \right) \right] \quad (1)$$

Ou encore :

$$\begin{aligned} & \frac{\tilde{\rho}\rho_0V^2}{L}\tilde{U}_j\left(\frac{\partial\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_j}\right) - \frac{\tilde{\mu}\mu_0V}{L^2}\left(\frac{\partial^2\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_1^2} + \frac{\partial^2\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_2^2}\right) - \frac{\tilde{\mu}\mu_0V}{h^2}\left(\frac{\partial^2\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_3^2}\right) - \frac{\eta_0\tilde{\eta}V}{L^4}\left[\frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_1^4} + \frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_3^4}\right] \\ & - \frac{\eta_0\tilde{\eta}V}{h^4}\left(\frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_2^4}\right) - \frac{2\eta_0\tilde{\eta}V}{L^2h^2}\left[\frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_1^2\partial\tilde{X}_2^2} + \frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_2^2\partial\tilde{X}_3^2}\right] - \frac{2\eta_0\tilde{\eta}V}{L^4}\left(\frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_1^2\partial\tilde{X}_3^2}\right) = -\frac{1}{L}\left(\frac{\partial p}{\partial\tilde{X}_1}\right) \end{aligned} \quad (2)$$

L'équation (d-2) multipliée par h^2 donne :

$$\begin{aligned} & \frac{\tilde{\rho}\rho_0Vh^2}{\mu_0L}\tilde{U}_j\left(\frac{\partial\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_j}\right) - \frac{\tilde{\mu}h^2}{L^2}\left(\frac{\partial^2\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_1^2} + \frac{\partial^2\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_2^2}\right) - \frac{\tilde{\mu}h^2}{h^2}\left(\frac{\partial^2\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_2^2}\right) - \frac{\tilde{\eta}\eta_0h^2}{\mu_0L^4}\left(\frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_1^4} + \frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_3^4}\right) - \frac{\tilde{\eta}\eta_0h^2}{\mu_0h^4}\left(\frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_2^4}\right) \\ & - \frac{2\tilde{\eta}\eta_0}{L^2\mu_0}\left[\frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_1^2\partial\tilde{X}_2^2} + \frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_2^2\partial\tilde{X}_3^2}\right] - \frac{2\tilde{\eta}\eta_0h^2}{\mu_0L^4}\left(\frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_1^2\partial\tilde{X}_3^2}\right) = -\frac{h^2}{LV\mu_0}\left(\frac{\partial p}{\partial\tilde{X}_1}\right) \end{aligned} \quad (3)$$

Alors :

$$\begin{aligned} & R_h\varepsilon\tilde{\rho}\left(\tilde{U}_j\frac{\partial\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_j}\right) - \tilde{\mu}\varepsilon\left(\frac{\partial^2\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_1^2} + \frac{\partial^2\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_2^2}\right) - \tilde{\mu}\left(\frac{\partial^2\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_2^2}\right) - \frac{\tilde{\eta}\ell_0^2\varepsilon^2}{L^2}\left(\frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_1^4} + \frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_3^4}\right) - \frac{\tilde{\eta}\ell_0^2}{h^2}\left(\frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_2^4}\right) \\ & - \frac{2\tilde{\eta}\ell_0^2}{L^2}\left[\frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_1^2\partial\tilde{X}_2^2} + \frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_2^2\partial\tilde{X}_3^2}\right] - \frac{2\tilde{\eta}\ell_0^2}{L^2}\left(\frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_1^2\partial\tilde{X}_3^2}\right) = -\frac{h^2}{LV\mu_0}\left(\frac{\partial p}{\partial\tilde{X}_1}\right) \end{aligned} \quad (4)$$

Avec,

$R_h = \frac{\rho_0Vh}{\mu_0}$: nombre de Reynolds relatif à l'épaisseur d'écoulement du fluide

$\varepsilon = \frac{h}{L}$: paramètre d'échelle qui en mécanique des films minces visqueux, de l'ordre de 10^{-3} . En

négligeant les termes multipliés par ε^2 , l'équation (d-4) devient :

$$\begin{aligned} & -\tilde{\rho}R_h\varepsilon\left(\tilde{U}_j\frac{\partial\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_j}\right) + \tilde{\mu}\left(\frac{\partial^2\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_2^2}\right) + \frac{\tilde{\eta}\ell_0^2}{h^2}\left(\frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_2^4}\right) + 2\frac{\tilde{\eta}\ell_0^2}{L^2}\left(\frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_1^2\partial\tilde{X}_2^2} + \frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_2^2\partial\tilde{X}_3^2}\right) + 2\frac{\tilde{\eta}\ell_0^2}{L^2}\left(\frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_1^2\partial\tilde{X}_3^2}\right) \\ & = \frac{h^2}{LV\mu_0}\left(\frac{\partial p}{\partial\tilde{X}_1}\right) \end{aligned} \quad (5)$$

ℓ_0 étant le paramètre de couple des contraintes

L'équation (5) devient :

$$\begin{aligned} & -\tilde{\rho}R_h\varepsilon\left(\tilde{U}_j\frac{\partial\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_j}\right) + \tilde{\mu}\left(\frac{\partial^2\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_2^2}\right) + \tilde{\ell}_0^2\tilde{\eta}\left(\frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_2^4}\right) + 2\tilde{\ell}_0^2\tilde{\eta}\frac{h^2}{L^2}\left(\frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_1^2\partial\tilde{X}_2^2} + \frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_2^2\partial\tilde{X}_3^2}\right) \\ & 2\tilde{\ell}_0^2\tilde{\eta}\frac{h^2}{L^2}\left(\frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_1^2\partial\tilde{X}_3^2}\right) = -\frac{h^2}{LV\mu_0}\left(\frac{\partial p}{\partial\tilde{X}_1}\right) \end{aligned} \quad (6)$$

Avec : $\tilde{p} = \frac{h^2p}{LV\mu_0}$, l'équation 6 devient :

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial\tilde{p}}{\partial\tilde{X}_1} = -\tilde{\rho}R_h\varepsilon\left(\tilde{U}_j\frac{\partial\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_j}\right) + \tilde{\mu}\left(\frac{\partial^2\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_2^2}\right) + \tilde{\ell}_0^2\tilde{\eta}\left(\frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_2^4}\right) + \\ & \left[2\frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_2^2\partial\tilde{X}_1^2} + 2\frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_2^2\partial\tilde{X}_3^2}\right]\frac{\tilde{\ell}_0^2\tilde{\eta}h^2}{L^2} + 2\left(\frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_1^2\partial\tilde{X}_3^2}\right)\frac{\tilde{\ell}_0^2\tilde{\eta}h^2}{L^2} \end{aligned} \quad (7)$$

- Pour $i = 1, 3$, l'équation (7) donne :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{X}_i} &= -\tilde{\rho} R_h \varepsilon \left(\tilde{U}_j \frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial \tilde{X}_j} \right) + \tilde{\ell}_0^2 \tilde{\eta} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_i}{\partial \tilde{X}_2^4} \right) + \tilde{\mu} \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_i}{\partial \tilde{X}_2^2} \right) + \\ &2 \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_i}{\partial \tilde{X}_1^2 \partial \tilde{X}_2^2} + \frac{\partial^4 \tilde{U}_i}{\partial \tilde{X}_2^2 \partial \tilde{X}_3^2} + \frac{\partial^4 \tilde{U}_i}{\partial \tilde{X}_1^2 \partial \tilde{X}_3^2} \right) \frac{\tilde{\ell}_0^2 \tilde{\eta} h^2}{L^2} \end{aligned} \quad (8)$$

- Pour $i = 2$, l'équation (II-35) pour un fluide polaire propre donne :

$$\begin{aligned} \rho_0 \tilde{\rho} U_j V \frac{Vh}{L} \left(\frac{\partial \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_j} \right) &= -\frac{1}{h} \left(\frac{\partial p}{\partial \tilde{X}_2} \right) + \tilde{\mu} \mu_0 \left[\frac{hV}{LL^2} \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_2^2} \right) + \frac{hV}{Lh^2} \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_1^2} \right) + \frac{hV}{LL^2} \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_3^2} \right) \right] \\ &- \eta_0 \tilde{\eta} \left[\frac{hV}{LL^4} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_1^4} \right) + \frac{hV}{Lh^4} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_2^4} \right) + \frac{hV}{LL^4} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_3^4} \right) \right] - \\ &2\eta_0 \tilde{\eta} \left[\frac{hV}{LL^2 h^2} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_1^2 \partial \tilde{X}_2^2} \right) + \frac{hV}{LL^4} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_1^2 \partial \tilde{X}_3^2} \right) + \frac{hV}{LL^2 h^2} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_2^2 \partial \tilde{X}_3^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (9)$$

$$\text{Avec, } \frac{hV\rho}{L} \left(\frac{V}{L} \tilde{U}_1 \frac{\partial \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_1} + \frac{V}{L} \tilde{U}_3 \frac{\partial \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_3} + \frac{hV}{Lh} \tilde{U}_2 \frac{\partial \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_2} \right) = \frac{hV\rho}{L} \frac{V}{L} \left(\tilde{U}_j \frac{\partial \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_j} \right)$$

On multiplie l'équation (9) par $\left(\frac{h^3}{VL\mu_0} \right)$, on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{hV\tilde{\rho}\rho_0 h^3}{\mu_0 L^3} \left(\tilde{U}_j \frac{\partial \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_j} \right) &= -\frac{h^2}{L\mu_0 V} \left(\frac{\partial p}{\partial \tilde{X}_2} \right) + \tilde{\mu} h^4 \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_1^2} + \frac{\partial^2 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_3^2} \right) - \frac{\tilde{\eta} \eta_0 h^4}{\mu_0 L^6} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_1^4} + \frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_3^4} \right) \\ &+ \frac{\tilde{\mu} h^2}{L^2} \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_2^2} \right) - \frac{\tilde{\eta} \eta_0}{\mu_0 L^2} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_2^4} \right) - 2 \frac{\tilde{\eta} \eta_0 h^2}{\mu_0 L^4} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_1^2 \partial \tilde{X}_2^2} + \frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_2^2 \partial \tilde{X}_3^2} \right) \end{aligned} \quad (10)$$

Avec, $\ell_0^2 = \frac{\eta_0}{\mu_0}$, l'équation 10 devient :

$$\begin{aligned} \tilde{\rho} \varepsilon^3 R \left(\tilde{U}_j \frac{\partial \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_j} \right) &= -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{X}_2} + \tilde{\mu} \varepsilon^4 \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_1^2} + \frac{\partial^2 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_3^2} \right) - \tilde{\eta} \tilde{\ell}_0^2 \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_1^4} \right) \\ &- \tilde{\eta} \tilde{\ell}_0^2 \varepsilon^4 \left(\frac{h^2}{L^2} \right) \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_1^4} + \frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_3^4} \right) - \tilde{\mu} \varepsilon^2 \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_2^2} \right) - \tilde{\eta} \tilde{\ell}_0^2 \varepsilon^2 \left(\frac{h^2}{L^2} \right) \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_1^2 \partial \tilde{X}_2^2} + \frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_2^2 \partial \tilde{X}_3^2} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

Tant que : ε^2 , ε^4 et $\frac{h^2}{L^2}$ sont d'ordre zéro, donc l'équation (11) devient égale zéro :

$$-\left(\frac{\partial p}{\partial \tilde{X}_2} \right) = 0 \quad (12)$$

Compte tenu de ces changements des variables l'équation (II-35) devient :

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{X}_i} = \tilde{\mu} \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_i}{\partial \tilde{X}_2^2} \right) - \tilde{\eta} \tilde{\ell}_0^2 \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_i}{\partial \tilde{X}_2^4} \right) - \varepsilon \tilde{\rho} R_h \left(\tilde{U}_j \frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial \tilde{X}_j} \right) \\ \left(\frac{\partial p}{\partial \tilde{X}_2} \right) = 0 \end{cases} \quad (13)$$

Avec : $i = 1, 3$ et $j = 1, 2, 3$

Les termes en \mathcal{E} ou termes d'inertie de l'équation (d-13) seront négligeable devant les termes de viscosité, quand $\mathcal{E}R_h$ est inférieure à l'unité. Si, pour hypothèse, on néglige les forces d'inertie, le système d'équations (13) devient :

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{X}_i} = \tilde{\mu} \frac{\partial^2 \tilde{U}_i}{\partial \tilde{X}_2^2} - \tilde{\eta} \tilde{\ell}_0^2 \frac{\partial^4 \tilde{U}_i}{\partial \tilde{X}_2^4} \\ \frac{\partial p}{\partial \tilde{X}_2} = 0 \end{cases} \quad (14)$$

Pour, $i = 1,3$

En revenant aux variables dimensionnées les équations de mouvement d'un fluide additivé par des additifs améliorant la viscosité (14) s'écrivent :

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial X_1} = \mu_0 \left(\frac{\partial^2 U_1}{\partial X_2^2} \right) - \eta_0 \left(\frac{\partial^4 U_1}{\partial X_2^4} \right) \\ \frac{\partial p}{\partial X_2} = 0 \\ \frac{\partial p}{\partial X_3} = \mu_0 \left(\frac{\partial^2 U_3}{\partial X_2^2} \right) - \eta_0 \left(\frac{\partial^4 U_3}{\partial X_2^4} \right) \end{cases} \quad (15)$$

La deuxième équation du système montre que la pression dans le film est indépendante de X_2 .

Si, le fluide devient pollué par des particules solides, seulement la valeur de la viscosité effective de fluide change ; il s'agit de la théorie des suspensions diluées [9, 10], elle s'écrit :

$$\mu = G(\Phi)\mu_s \quad (16)$$

Dans cette loi rhéologique, la fonction $G(\Phi)$ est due à la présence des particules solides dans le fluide lubrifiant (fluide pollué) est donnée comme suit :

- Pour fluide Newtonien (fluide sans particules solides c.-à-d. fluide propre, $\Phi = 0$) : $G(\Phi) = 1$,

- Pour fluide avec particules solides (fluide pollué) :

- Modèle d' Einstein : $G(\Phi) = (1 + 2.5 \times \Phi)$

- Modèle de Batchelor et Green : $G(\Phi) = (1 + 2.5 \times \Phi + 6.2 \times \Phi^2)$

- Modèle de Ball et Richmond : $G(\Phi) = \left(1 - \frac{\Phi}{\Phi_m}\right)^{-2.5 \times \Phi_m}$

- Modèle de Phan-Thien et Pham : $G(\Phi) = (1 - \Phi)^{-2.5}$

Alors, les équations de mouvement d'un fluide isovisqueux additivé par des additifs améliorant la viscosité et pollué par des particules solides s'écrivent (Eqs-15):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial p}{\partial x} = G(\phi)\mu_s \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \eta \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} \end{array} \right. \quad (17 - a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \end{array} \right. \quad (17 - b)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial p}{\partial z} = G(\phi)\mu_s \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \eta \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \end{array} \right. \quad (17 - c)$$

REFERENCES

- [1] Nicolas D., Etude du Glissement dans les roulements à billes grandes vitesses, Le turbomachine influence de la pollution du lubrifiant, thèse de Docteur Ingénieur, Institut National des sciences appliquées de Lyon, 1989.
- [2] Ville F., pollution solide des lubrifiants, indentation et fatigue des surfaces, thèse de Docteur Ingénieur, Institut National des sciences appliquées de Lyon, 1998.
- [3] Failure cause analysis, turbine bearing systems, Phase I Development of data collection, EPRI ISOI-SY, Summer Rep., 1981.
- [4] McKee S. A., Effect of abrasive in lubricant, SAE Trans., 22 , 73-77, 1927.
- [5] Hunt T. M., Handbook of Wear Debris Analysis and Particle Detection in Liquids, London, Elsevier Applied Science, pp.488, 1993.
- [6] Akl E. S. Y., La Méthode Ferro graphique, Morphologique, Avaries. Etude de la Séparation Morphologique des Particules dans un Contact Hertzien Lubrifié. Application aux Mécanismes d'Avaries, I. N. S. A. de Lyon et Université Lyon I, 1983.
- [7] Akl E. Y., Khalifa S. E., Flamand L. et Berthe D., Investigation of Wear Debris Associated with Different Stages of Operation in EHD Contact, Second A.S.A.T. Conference, Caire, pp.671-687, 1987.
- [8] Nicolas N., Les paliers hydrodynamiques soumis à un torseur de forces quelconque, Thèse de Docteur Ingénieur, Lyon, 1972.
- [9] Tanner Roger I, Engineering Rheology, Oxford Engineering Science Series, 2nd Edition, 2000.
- [10] R. B. Bird, R. C. Armstrong and O. Hassager, Dynamics of polymeric liquids, Fluid Mechanics, John Wiley & Sons Edition, Volume 1, 1987.
- [11] Thomas D.G., Transport characteristics of suspension : a note on the viscosity of newtonian suspensions of uniform spherical particles, J. Colloid Sci, (20) :267-277, 1965.
- [12] Trung Kien Luu, Upscaling approach to the rheological behavior of a suspension of particles in a yield stress fluid, Engineering Sciences. Ecole des Ponts Paris Tech, 2009.
- [13] H. Boucherit, B. BOU-SAID, M. LAHMAR, “ The Effect Solid Particle Lubricant Contamination on the Dynamic Behavior of Compliant Journal Bearings ”, Journal of Lubrication Science, Volume 29, Issue 7, pp. 425-439, November 2017, John Wiley Editor, 2017.
- [14] Stokes V. K. Couple stresses in fluids, the physics fluids, 1966, 9, 1709-1715.

NOMENCLATURES

C : jeu radial du palier, (m)

C_c : couple de frottement sur le coussinet, (N.m)

C_b : le jeu radial d'assemblage

D_{ij} : tenseur des taux de déformation,

e : excentricité de fonctionnement, (m)

F_ε, F_ϕ : Composantes de la portance hydrodynamique, (N)

h : épaisseur du film lubrifiant, (m)

\tilde{h} : épaisseur du film adimensionnée

L : longueur du palier, (m)

$\ell = \sqrt{\frac{\eta}{\mu_s}}$: paramètre des couples de contraintes ou la longueur de la chaîne moléculaire

des additifs

$\tilde{\ell} = \frac{\ell}{C}$: paramètre des couples de contraintes relative

O_a : Centre de l'arbre,

O_c : Centre du coussinet,

M_{rk} : tenseur des couples de contraintes

e_{ijk} : tenseur de permutation d'ordre trois

K_{ij} : tenseur du taux de rotation

p : Pression dans le film lubrifiant, (Pa)

\tilde{p} : Pression adimensionnée,

R_a : Rayon de l'arbre, (m)

R_c : Rayon du coussinet, (m)

t : temps, (s)

u, v, w : composantes de vecteur vitesse d'écoulement de lubrifiant, (m/s)

$u_{\text{moy}}, w_{\text{moy}}$: vitesses moyennes de l'écoulement du fluide lubrifiant, (m/s)

$\tilde{U}_{\text{moy}}, \tilde{W}_{\text{moy}}$: vitesses moyennes d'écoulement adimensionnées

\tilde{W}_0 : Portance hydrodynamique adimensionnée,

τ_{xy} et τ_{zy} : contraintes de cisaillement visqueuses.

λ et μ : coefficients de Navier

μ_s : viscosité du solvant

μ : viscosité dynamique du fluide lubrifiant, (Pa.s)

ε : Excentricité relative, $\varepsilon = \left(\frac{e}{C}\right)$

ϕ : Angle de calage, (rad)

θ : Coordonnée circonférentielle dont l'origine est située sur la ligne des centres

θ_s : Angle de cavitation, (rad)

ω : Vitesse angulaire de l'arbre (rad/s)

ρ : Masse volumique du lubrifiant, (kg/m³)

Θ : Taux de dilatation cubique ($\Theta = D_{kk}$)

Φ : Concentration volumique des sphères rigides dans le solvant newtonien

Φ_m : Concentration maximale admissible

δ_{ij} : Symbole de Kronecker ou tenseur unité

- Chapitre Un :

**La lubrification et la
Contamination des Lubrifiants**

- Chapitre Deux :

Equations de la Lubrification Hydrodynamique par Fluide additifs et Pollué par des Particules Solides

- Chapitre Trois :

Equations de la Lubrification Hydrodynamique par Fluide Additivé et pollué dans le cas d'un Palier Lisse

- Chapitre quatre :

**Etude Paramétrique des Effets
des Additifs Améliorant la
Viscosité des Huiles Lubrifiantes
sur la Présence de la Pollution
Solide dans les Paliers
Hydrodynamiques des Machines
Tournantes**

- Conclusion Générale

- Introduction Générale

- Références Bibliographie

- Nomenclatures

- **Liste des illustrations et des Tableaux**

- Table des matières

ملخص

يركز العمل المقترح على الدراسة النظرية والعددية لتأثيرات المضافات على تحسين جودة زيوت التشحيم (اللزوجة) على وجود تلوث صلب (جزئيات صلبة) في زيوت التشحيم للمحامل الهيدروديناميكية.

وجود إضافات تعزيز للزوجة (البوليمرات) من زيوت التشحيم يجعل السلوك الريولوجي لسائل التشحيم غير النيوتوني. تستند دراسة تدفق هذه الأنواع من السوائل المضافة إلى تطبيق نظرية الوسائط المستمرة فيجاي كومار ستوكس التي تأخذ في الاعتبار وجود الجزيئات (المضافات) المدمجة في الزيوت الأساسية ذات الأصل المعدني أو اصطناعي. يتم الاحتفاظ بالنموذج المجهرى البسيط لبول وريتشموند لمراعاة وجود تلوث صلب بسبب وجود جزئيات صلبة في زيوت التشحيم.

يتم تقدير معادلة رينولدز غير الخطية المعدلة في حالة المحمل الهيدروديناميكي المشحم بواسطة السائل المضاف والملوث بواسطة الطريقة المركزة للفرق. يتم حل نظام المعادلات الجبرية التي تم الحصول عليها باستخدام عملية تكرارية Gauss-Seidel مع معاملات الاسترخاء الزائد.

أوضحت الدراسة البارامترية أولاً وجود تلوث صلب في زيت تشحيم ذي تأثير هيدرودينامي مدفع ، لزيادة قوة احتكاك السوائل الداخلية في التدفق وزيادة الخسائر بشكل كبير. طاقة احتكاكية بين زيت التشحيم والمحمل ، خاصة في الحالة التي يكون فيها المحمل محملاً بكثافة وتركيز عالٍ من التلوث الصلب مقارنة بالزيت النظيف (بدون جزئيات صلبة).

من ناحية أخرى ، أظهرت دراسة حدية أن إضافة محسنات اللزوجة إلى الزيت الملوث بجزئيات صلبة تجعل من الممكن تحسين قدرة التحميل على المحمل ، لتحسين تدفق زيوت التشحيم الملوثة. مما يؤدي إلى تقليل فقد الطاقة عن طريق الاحتكاك الداخلي داخل مادة التشحيم ، وتقليل فقد الطاقة عن طريق احتكاك السوائل في مواد التشحيم على الوسادة خاصة في الحالة التي يكون فيها الحمل محملاً بكثافة عالية مع تركيز عالٍ من التلوث الصلب.

الكلمات المفتاحية: الزيوت الملوثة ، الزيوت المضافة ، التشحيم EHD ، المحامل الهيدروديناميكية ،

V.K Stokes نظرية ، معادلة رينولدز المعدلة.