

**Université du 8 mai 1945 – Guelma**  
**Faculté des Sciences et de la Technologie**  
**Département de Génie Mécanique**



**Mémoire de fin d'étude pour  
l'obtention de diplôme de Master**

**Option : Maintenance Industriel**

Présenté par : DJAFFALI Ala eddine

=====

***Titre du mémoire :***

**ETUDE DES EFFETS DE CONCENTRATION DES  
PARTICLES SOLIDES DANS LE FLUIDE LUBRIFIANT  
SUR LE COMPORTEMENT STATIQUE DES PALIERS  
HYDRODYNAMIQUES**

=====

Sous la Direction de :

**Dr. BOUCHERIT Hamid.**

**Année universitaire 2014 / 2015**

# Remerciements

*Au terme de ce mémoire, nous tenons à remercier ALLAH qui nous a donné le courage et la force pour mener à bien ce modeste travail.*

Nos remerciements s'adressent particulièrement au **Dr. BOUCHERIT Abd Al-Hamid** ; Encadreur de ce mémoire, qui, grâce à sa disponibilité, ses corrections et ses conseils, en a permis la réalisation effective.

*Notre reconnaissance est également formulée envers tous nos enseignants et tous les employés de l'administration de département de Génie Mécanique.*

Notre gratitude s'adresse aussi à nos amis MOUHATION, KADEUR et ALA ; qui, malgré sa lourde tâche, a voulu bien collaborer avec nous. Ses précieux conseils et suggestions empreints de bonne volonté nous ont été d'un grand secours.

*Sans oublier de remercier l'ensemble de personnels de l'unité C.P.G de E.N.M.T.P AIN SMARA (constantine).*

*En fin nous remercions profondément nos familles pour le soutien morale, nous oublier pas aussi les petites enfants ISAK, ABD ELMOHIMENE, SKANDAR, BARAA et le petit bourgeon ABD ELBARI et toute la promotion de 5<sup>ème</sup> ICM 2009 et nos amis pour les encouragements et pour le temps agréable que nous avons passé ensemble et tous nos amis qui nous ont apporté aide et soutien pour la réalisation de notre projet.*

*Merci à tous*

*\* ILyas et Cherif\**

# **SOMMAIRE**

## **- INTRODUCTION GENERALE**

## **- CHAPITRE UN**

**Recherche Bibliographie sur les Fluides Lubrifiants**

## **- CHAPITRE DEUX**

**Equation de la Lubrification Hydrodynamique par Fluide Avec Particules rigides dans le Solvant Newtonien**

## **- CHAPITRE TOIS**

**Application : Equation de la Lubrification Hydrodynamique par Fluide avec Particules Rigides Diluées de Formes Sphérique de dans le cas d'un Palier Compliant en Régime Hydrodynamique**

## **- CHAPITRE QUATRE**

**Etude de l'Influence des Effets de Concentration Volumique des Particules Rigides Diluées de Forme Sphérique dans Les Huiles Lubrifiantes sur les Caractéristiques d'un Palier Compliant de Longueur Finie**

## **- CONCLUSION GENERAL**

## **- ANNEXES**

**Annexe A : pollution solide des huiles lubrifiantes**

**Annexe B : analyse dimensionnelle de l'équation de Navier-stokes**

## **- REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES**

## **- NOMENCLATURES**

## **- LISTE DES ILLUSTRATION**

## **- TABLE DES MATIERES**

## INTRODUCTION GENERALE

Actuellement, il y'a un fort besoin de faire des machines plus efficaces par la localisation et la réduction des pertes de puissance. Les plus importantes pertes dans une machine proviennent des paliers. Les paliers hydrodynamiques sont utilisés pour supporter une charge radiale et présentent plusieurs avantages tels que le faible frottement et l'usure, une bonne dissipation de la chaleur par l'huile, et la réduction du bruit et des vibrations. Leur lubrification est vraiment importante car un contact entre les surfaces provoquerait une usure rapide.

Les lubrifiants utilisés contiennent de nombreux polluants avant même leur mise en service. Ces polluants sont présents dans les huiles neuves ou introduits lors de la fabrication ou des opérations de montage même en service, de nouveaux polluants sont produits soit par rodage et l'usure, soit par ingestion de l'extérieur selon l'étanchéité des joints et l'environnement de fonctionnement (par exemples lubrifiant pollué ou contaminé par sable, poussières ou des particules solides dues à l'usure des surfaces de contact : *arrachement des particules solides des surfaces de contacts surtout pendant la phase de rodage des organes d'un mécanisme*).

Enfin, il arrive aussi que les polluants pénètrent dans le système lors des opérations de maintenance. Ces particules ont généralement un diamètre jusqu'à  $50\mu\text{m}$ . Des particules sont donc susceptibles d'indenter les surfaces et de conduire à la fatigue du mécanisme. Des filtres sont habituellement utilisés pour atténuer ces risques. Malheureusement, la filtration n'élimine pas complètement le problème car les petites particules ne sont pas toutes arrêtées. Les filtres automobiles laissent par exemple passer des particules dont la taille peut atteindre  $40\mu\text{m}$  [2, 3]. De plus, l'utilisation de filtres ultrafins, qui pourraient encore réduire la taille des particules susceptibles de passer, n'est pas souhaitable. En effet, ils provoquent des pertes de charges et se colmatent assez rapidement. La pollution solide des lubrifiants est donc un sujet d'actualité.

L'objectif principal de notre étude est de modéliser et de comprendre l'évolution des caractéristiques statiques d'un palier lisse compliant lubrifié par un fluide avec la présence des particules sphériques rigides très diluées dans un solvant newtonien.

L'étude résumée dans ce mémoire représente une étape vers une meilleure connaissance théorique de l'influence des effets de concentration volumique des sphères rigides diluées dans un solvant newtonien sur les caractéristiques statiques des paliers fluides en régime hydrodynamique. Elle nous conduit à la mise au point d'un programme de calcul en MS-Fortran.

Le mémoire présentant ce travail comporte quatre chapitres:

Dans le premier chapitre, on va présenter une étude succincte sur la tribologie, une étude bibliographique sur les différentes lois de comportement rhéologique permettant de

décrire le comportement des huiles lubrifiantes ainsi que une présentation de notre problématique.

Le deuxième chapitre est consacré d'une part, un rappel des lois fondamentales de la mécanique des milieux continus écrites dans le cas d'une lubrification hydrodynamique pour un fluide avec de la présence des suspensions diluées de particules solides et d'autre part, à la présentation de la dérivation de l'équation de Reynolds pour un fluide lubrifiant avec des suspensions diluées de particules solides dans un solvant newtonien.

Le troisième chapitre est réservé à la présentation d'une étude bibliographique succincte sur les différents types de paliers hydrodynamiques, l'écriture de l'équation de Reynolds en régime dynamique dans le cas d'un palier lisse compliant lubrifié par un fluide avec la présence des particules solides dans un solvant newtonien et les différentes expressions de toutes les caractéristiques statiques d'un palier.

Enfin, le quatrième chapitre est consacré d'un part à la validation de programme de calcul et d'autre part à une étude paramétrique permettant de mettre en évidence l'influences des effets de concentration volumique des particules rigides diluées de forme sphérique dans un solvant newtonien sur les caractéristiques statiques d'un palier lisse compliant de longueur finie.

## 1- INTRODUCTION

Dans un mécanisme, deux organes en mouvement relatif l'un par rapport à l'autre sont le siège de forces de frottement. Ce frottement s'accompagne de l'usure des pièces, augmente les efforts qu'elles subissent ce qui oblige à les surdimensionner, dissipe de l'énergie ce qui a pour conséquence d'élever la température des organes et donc d'augmenter l'usure. La Tribologie est la science qui regroupe tous ces phénomènes. La lubrification est une partie importante de la tribologie. Elle concerne les contacts lubrifiés pour lesquelles un lubrifiant est intercalé entre deux corps solides en mouvement relatif, et de diminuer le frottement et limiter l'usure des surfaces du contact.

## 2- TRIBOLOGIE

Le nom **tribologie**, créé en 1966, vient du Grec *Tribein* : frotter, et *logos* : parole, étude ou science ; ainsi la tribologie est l'étude ou la science du frottement. Plus généralement la tribologie regroupe l'étude de la lubrification, du frottement et de l'usure des éléments de machine (*frottement et usure se produisent à la surface entre deux solides en contact*), Il faut tout d'abord remarquer que le frottement ne présente pas que des aspects négatifs, ainsi la tenue de route d'une automobile dépend directement du frottement entre les pneumatiques et la route. On peut citer aussi le cas des automobiles actuelles pour lesquelles plus du quart de la puissance indiquée du moteur est perdue en frottement dans le moteur et dans la transmission.

La lubrification permet de séparer les surfaces en contact par un film lubrifiant, et donc de limiter l'usure de contact, diminuer le frottement et la puissance dissipée et augmenter le rendement des mécanismes. La figure I.1 décrit schématiquement les relations qui existent entre les trois aspects de la tribologie.

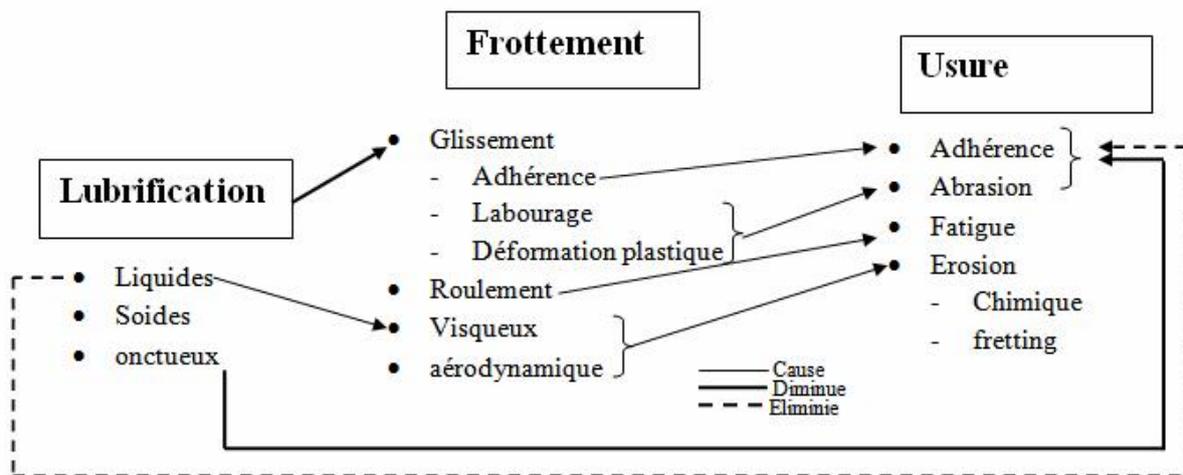


Fig.I-1: Schéma décrivant les relations entre le frottement, l'usure et la lubrification

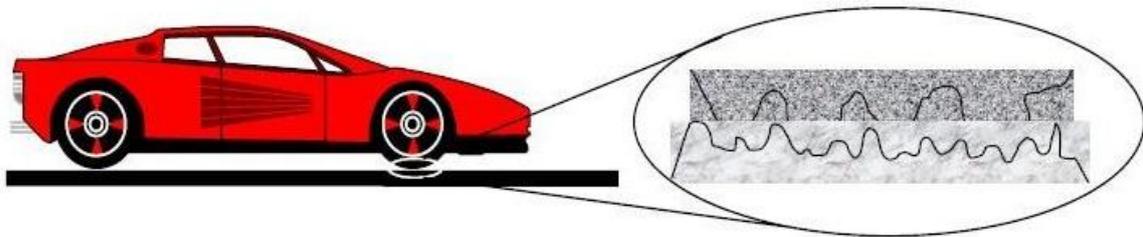
### 2-1. Frottement

Par définition c'est l'action de deux corps en contact et en mouvement l'un par rapport à l'autre. Les phénomènes de frottement font partie intégrante de notre vie. Ils

interviennent dans de nombreuses applications quotidiennes et industrielles telle que la marche, une roue qui roule, un tire-bouchon, un roulement à bille, une chaîne de vélo, une courroie, une vis... Ce frottement peut être utile comme parasite. Il est utile à la marche mais parasite dans le cas des roulements et d'usures de pièces mécaniques.

Le phénomène de frottement n'est pas un phénomène unique. En effet, il existe différentes sortes de frottements :

- Le frottement sec (*figure I-2*), mis en évidence par Coulomb apparaît lorsque deux surfaces physiquement distinctes sont en contact et peuvent glisser l'une contre l'autre. Ce frottement est dû à l'encastrement des petites irrégularités positives d'une des surfaces dans les irrégularités négatives de l'autre surface.



**Fig.I-2:** Frottement secs (*vue microscopique de la zone de contact*)

- Le frottement visqueux (*figure I-3*) apparaît lorsqu'un fluide sépare les deux surfaces en contact. Le frottement visqueux est généralement moins important que le frottement sec. Il est dû à la viscosité du fluide. La viscosité est une notion qui sera abordée plus tard.



**Fig.I-3:** Frottement visqueux (*vue microscopique*)

## 2-2. Usure

L'usure est par définition la perte de matériaux sur la surface de contact entre deux solides en mouvement relatif. Elle est fonction des propriétés du matériau, des conditions ambiantes et d'opération ainsi que de la géométrie des corps en contact. L'usure est un ensemble complexe de phénomènes difficiles à interpréter. L'usure a pour conséquence une émission de débris avec perte de masse, de cote, de forme, le tout s'accompagnant de transformations physiques et chimiques des surfaces.

En ingénierie, on divise l'usure selon les principaux mécanismes qui la génèrent : l'adhérence, l'abrasion, l'érosion, la fatigue et le fretting.

- **Usure par abrasion** : C'est une coupure provoquée par des irrégularités sur la surface (figure I-4). Cette forme de dégradation est généralement combattue, mais aussi utilisée pour l'usinage : des taux d'usure importants sont recherchés et obtenus avec des outils abrasifs en rectification, affûtage, etc. L'abrasion coûte très cher, on lui attribue à peu près le tiers du total des pertes économiques dues à l'usure. Elle concerne de nombreux mécanismes fonctionnant dans des conditions sévères : machines agricoles, matériels de travaux publics, matériel minier. Les surfaces présentent des sillons de profondeur variable, parallèles au déplacement. L'usure est assez constante au cours du temps, le volume des débris croît linéairement avec la charge appliquée et la distance parcourue. La vitesse n'intervient que si l'échauffement modifie les caractéristiques du matériau.



**Fig.I-4:** Conséquence de l'usure par abrasion

- **Usure par fatigue**: C'est la rupture du matériau due à des contraintes répétées exercées par des irrégularités sur la surface. L'usure par fatigue est lente et habituellement masquée par l'abrasion ou l'adhésion. Induite par le frottement de roulement ou de roulement avec glissement sous fortes charges répétées, on la rencontre essentiellement dans les engrenages et les roulements dont elle constitue le mode normal de destruction. Une longue phase de vieillissement précède les accidents visibles. Une pièce peut être atteinte irrémédiablement tout en gardant jusqu'au dernier moment une apparence intacte. Il existe cependant un certain nombre de manifestations extérieures qui permettent, dans certains cas, un suivi des pièces en service.

- **Usure par adhérence** : Le matériau d'une pièce est transféré et solidement soudé sur l'autre. Les pièces peuvent être immobilisées par un grippage, dont la forme n'est reconnaissable qu'au début, avant que les surfaces ne soient complètement défigurées. Contrairement à ce qui se passe dans le cas de l'abrasion, de brusques changements de régime d'usure peuvent résulter de légères modifications des paramètres. Pour des surfaces non lubrifiées, le coefficient de frottement n'est pas multiplié par plus de vingt mais le taux d'usure peut varier d'un facteur un million. Il faut insister sur la solidité des soudures formées par usure adhésive.

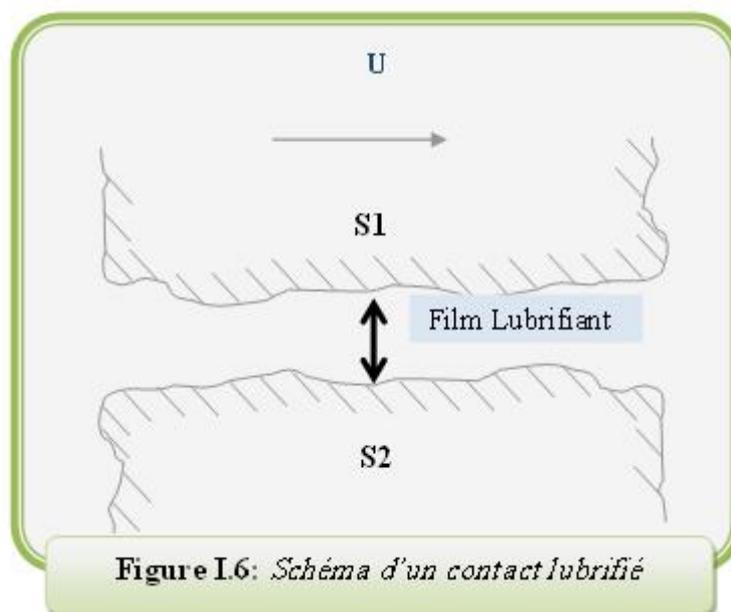


**Fig.I-5 :** Conséquence de l'usure par adhésion

## 2-4.LUBRIFICATION

**La lubrification** est la partie la plus importante de **la tribologie** qui concerne tous les contacts pour lesquels un fluide lubrifiant appelé troisième corps est intercalé entre deux corps solides en mouvement relatif. Elle joue un rôle important partout où des surfaces sont en mouvement relatif les unes par rapport aux autres. Tous les systèmes mécaniques comportent, plus ou moins, des éléments lubrifiés.

Le but de la lubrification est de diminuer les frottements, en réduisant l'usure et en améliorant le rendement (*c'est-à-dire que l'on cherche plus de puissance et moins de consommation*). C'est la fonction la plus évidente de l'huile. Il résulte de tout ce qui précède concernant les lois du frottement sec et les inconvénients du frottement entre les corps mobiles tel que l'usure ou l'échauffement, qu'il s'avère très nécessaire d'interposer une couche fluide entre les surfaces frottantes permettant de diminuer considérablement la résistance au glissement, donc de protéger contre l'usure adhésive les pièces en contact (*figure I-6*).



**Figure I.6:** Schéma d'un contact lubrifié

### 3- LOIS RHEOLOGIQUES DES FLUIDES LUBRIFIANTS

Pour identifier le comportement des fluides et le mouvement de ses éléments les uns par rapport aux autres, on se place dans le cadre de la rhéologie qui exprime les lois de comportement. La rhéologie est l'étude de l'écoulement et de la déformation des matériaux sous l'effet des contraintes appliquées (forces appliquées). L'objet de la rhéologie est de déterminer les contraintes et les déformations en chaque point d'un milieu, son domaine d'application couvre l'ensemble des fluides complexes, tels que les polymères, les suspensions diluées de particules solides (**sable ou poussières dans un solvant**), les émulsions etc. Il est nécessaire de connaître le comportement de ces matières pour leur mise en œuvre. De nombreuses lois de comportement donnant la relation entre la contrainte de cisaillement et le taux de cisaillement (gradients de vitesses) ont été proposées pour décrire les comportements rhéologiques couramment observées expérimentalement.

#### 3-1. Fluides newtoniens

La plus simple des lois de comportement rhéologique proposées dans la littérature, qui présente le plus grand intérêt en lubrification, est celle du fluide newtonien, qui ne fait intervenir que la viscosité dynamique ( $\mu$ ) donnant une relation rhéologique linéaire entre les contraintes de cisaillement et les gradients de vitesses dans le cas contraire, le fluide est dit non newtonien. En lubrification et plus particulièrement en film mince (*figure I-7*) où seulement les contraintes de cisaillement  $\tau_{xy}$  et  $\tau_{zy}$  sont prises en compte[1], les lois constitutives d'un fluide newtonien s'écrivent alors :

$$\begin{cases} \tau_{xy} = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \\ \tau_{zy} = \mu \frac{\partial w}{\partial y} \end{cases} \quad \text{(I-1)}$$

Où,

$\mu$  : viscosité dynamique du fluide lubrifiant

$u$  et  $w$  : composantes du vecteur vitesse d'écoulement d'une particule fluide selon les axes  $x$  et  $z$

$\tau_{xy}$  et  $\tau_{zy}$  : contraintes de cisaillement visqueuses.

Dans le cas général, pour un fluide newtonien, la relation qui lie le tenseur de contraintes ( $\sigma_{ij}$ ) au tenseur de taux de déformation ( $D_{ij}$ ) s'écrit :

$$\sigma_{ij} = (-p + \lambda \Theta) \delta_{ij} + 2\mu D_{ij} \quad \text{(I-2)}$$

Avec,

$p$  : pression

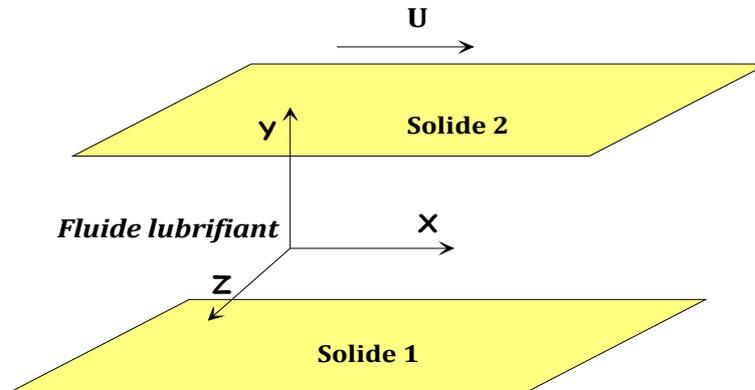
$D_{ij}$  : tenseur de taux de déformation ( $D_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})$ )

$\Theta$  : taux de dilatation cubique ( $\Theta = D_{kk} = \frac{\partial u_k}{\partial x_k}$ )

$\delta_{ij}$  : symbole de Kronecker

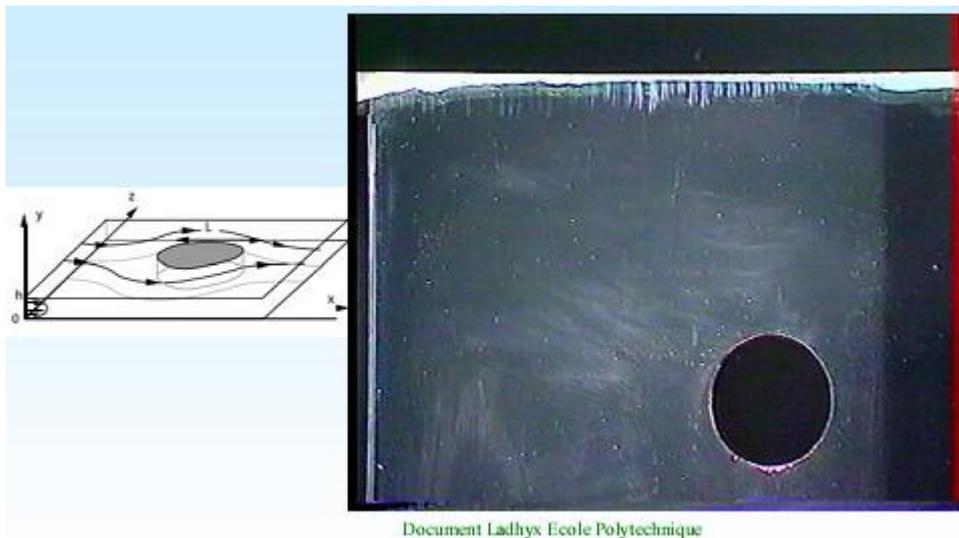
$\lambda$  et  $\mu$  : coefficients de Navier.

Pour un fluide incompressible ( $\Theta = 0$ ), le second coefficient de viscosité  $\lambda$  n'intervient plus.



**Fig.I-7:**Schéma du contact lubrifié

La présence des polymères (*additifs*) ou de suspension diluée de particules solides par exemples lubrifiant pollué ou contaminé par poussier,sable ou des particules solides dues à l'usure des surfaces de contact (***arrachement des particules solides des surfaces de contacts surtout pendant la phase de rodage des organes d'un mécanisme***) dans un solvant newtonien [2, 3] (**Annexe A**), (*figure I-8*)rend le comportement rhéologique des huiles lubrifiantes non newtonien, ainsi leur écoulement ne peut pas être décrit par la théorie des milieux continus classique qui néglige la taille des particules fluides.



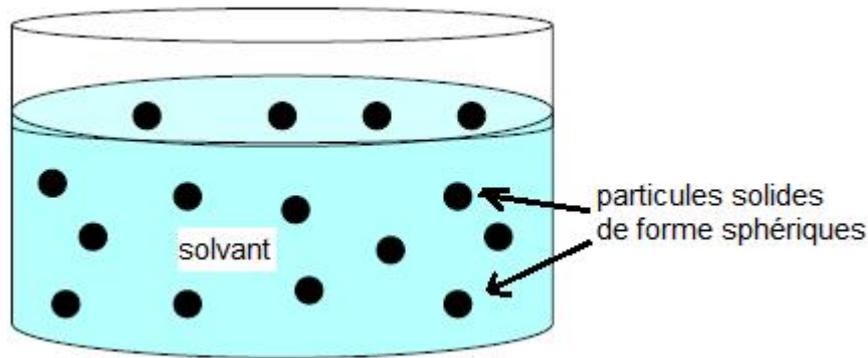
**Fig.I-8 :** Photo graphique d'écoulement d'une huile lubrifiante avec des particules solides de forme sphères entre deux plaques très proche

### 3-2. Fluide non newtoniens

Depuis longtemps les fluides non-newtoniens tels que les graisses et l'huile lourde ou les huiles additivées sont utilisés comme lubrifiant dans un nombre considérable de systèmes mécaniques. Pour la plupart des applications, ces fluides jouent un rôle dans la création du film supportant la charge dans des contacts comme les roulements, les engrenages et les paliers fluides etc. Les fluides non-newtoniens comprennent une très large gamme de produits de différents types, et leur développement technologique s'accompagne de recherche importante dans le domaine chimique afin d'améliorer les caractéristiques tribologiques des lubrifiants pour des conditions réelles de fonctionnement de plus en plus sévères. L'utilisation très répandue de ces produits nécessite des études sur leurs lois de comportement rhéologique dans ces conditions. De nombreux travaux, tant expérimentaux que théorique, montrent la diversité et la complexité de ces lois pour les fluides non-newtoniens. Les lois de comportement des fluides non-newtoniens tels que les graisses sont caractérisées par la composition multi phase du milieu à savoir une phase liquide et une phase solide. Chacune des phases fait intervenir différents caractères liés à son état de mouvement tels que viscosité, élasticité, plasticité, ainsi que l'influence de la température, l'effet régressif, etc. La prise en compte de l'ensemble de ces facteurs conduit alors aux lois de comportement non-linéaires des fluides non-newtoniens.

#### 3-2-1. Théorie de suspension de particules sphériques solides (*Effet de la concentration*)

La méthode la plus simple pour décrire la structure *microscopique* des fluides polymériques ou fluides additivés (*additifs anti usure, additifs dispersants, additifs anti mousse, additifs de point d'écoulement, additifs extrême pression, etc*) et les fluides avec des suspensions diluées de particules solides par exemple lubrifiant pollué ou contaminé par sable, poussières ou des particules solides dues à l'usure des surfaces de contact (*arrachement des particules solides des surfaces de contacts surtout pendant la phase de rodage des organes d'un mécanisme*) et globules rouges dans le sang (en admettant que les globules soient solides) dans un solvant est de voir celui-ci comme une suspension des particules rigides de forme sphères dans un solvant newtonien (*figure I-9*), la loi de comportement rhéologique du fluide newtonien reste la même seulement la valeur de la viscosité effective du fluide change (*La viscosité est la grandeur la plus couramment utilisée pour décrire le comportement d'un fluide, c'est une propriété intrinsèque d'un fluide*) ; il s'agit de la théorie des suspensions diluées (*figure I-8*) [4] .



**Fig.I-9 :** Suspension des particules rigides de forme sphères dans un solvant newtonien  
(théorie des suspensions diluées de particules solides)

### 3-2-1-1. Les modèles de suspensions de sphères rigides dans un solvant

#### a) Modèle d'Einstein

Les travaux d'Einstein en rhéologie portent sur les suspensions très diluées de sphères rigides, de concentration volumique ( $\Phi$ ), dans un solvant newtonien de viscosité dynamique ( $\mu_s$ ) [4]. Einstein fut le premier à calculer l'évolution de la viscosité d'une suspension diluée en fonction de la fraction volumique des solides, il propose la formule valable pour tout type d'écoulement du fluide :

$$\frac{\mu}{\mu_s} = 1 + 2.5 \times \Phi \quad \text{(I-3)}$$

Où,

$\frac{\mu}{\mu_s}$  : viscosité relative moyenne de la suspension des particules solides

$\mu$  : viscosité du fluide additivé

$\mu_s$  : viscosité du solvant

#### b) Modèle de Batchelor et Green

En 1972, Batchelor et Green, ajoutent à la formule d'Einstein un terme quadratique, pour tenir compte du mouvement brownien des particules, la formule (I-4) devient :

$$\frac{\mu}{\mu_s} = 1 + 2.5 \times \Phi + 6.2 \times \Phi^2 \quad \text{(I-4)}$$

#### c) Modèle de Ball et Richmond

En 1980, Ball et Richmond modifient le modèle de Batchelor et Green, en faisant intervenir une concentration maximale admissible ( $\Phi_m \approx 0.64$  pour des sphères dans le solvant) :

$$\frac{\mu}{\mu_s} = \left(1 - \frac{\Phi}{\Phi_m}\right)^{-2.5 \times \Phi_m} \quad \text{(1-5)}$$

#### d) Modèle Frankel & Acrivos

S'attacha au fait que pour les suspensions denses, les forces de lubrification (force exercée par le fluide sur les particules permet d'empêcher le contact entre des particules lisses) entre les particules voisines dominaient et que la distance sphère-sphère était un paramètre important. Ils proposèrent la relation :

$$\frac{\mu}{\mu_s} = \frac{9 * \frac{\phi}{\phi_m}^{1/3}}{8 * 1 - \frac{\phi}{\phi_m}^{1/3}} \quad (1-6)$$

#### e) Modèle de Phan-Thien et Pham

Phan-Thien et Pham, en 1987 proposent une expression plus complexe de la viscosité effective des fluides polymériques (fluides additivés) et les fluides avec des suspensions diluées de particules solides qui est donnée par la formule suivante :

$$\frac{\mu}{\mu_s} = (1 - \Phi)^{-2.5} \quad (1-7)$$

### 3-2-2. Théorie de l'Haltère (Modèle FENE-P)

Les fluides polymériques ou additivés sont constitués de longues chaînes macromoléculaires baignées dans un solvant. Ces chaînes peuvent se lier entre elles, soit temporairement par des forces intermoléculaires, soit de manière permanente par des liaisons chimiques. Si les chaînes sont très longues, des enchevêtrements sont possibles.

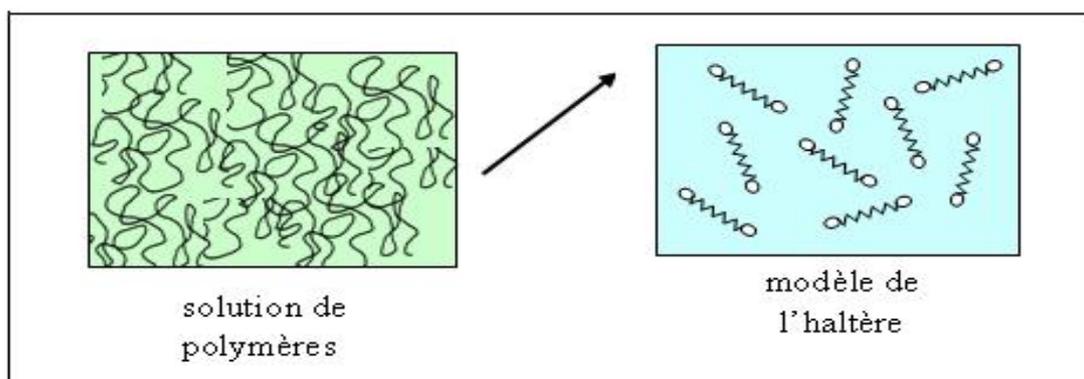
Pour décrire la structure *microscopique* des fluides polymériques ou fluides additivés dans un solvant en basant sur la théorie de l'haltère qui consiste à modéliser les molécules de polymères par des systèmes billes-ressort appelés haltères. Le comportement visqueux est modélisé par l'action du frottement sur les billes, tandis que le ressort permet d'introduire l'élasticité du fluide en représentant les interactions entre molécules et les

enchevêtrements de polymères. La loi rhéologique du modèle FENE-P en film mince est [5, 6,7, 8] :

$$\begin{cases} \tau_{xy} = \mu_s \frac{\partial u}{\partial y} + \tau_{(p)xy} \\ \tau_{zy} = \mu_s \frac{\partial w}{\partial y} + \tau_{(p)zy} \end{cases} \quad \text{(I-8)}$$

Avec,  $\tau_{xy}$  et  $\tau_{(p)xy}$  sont les contraintes de cisaillement visqueuses du solvant et des polymères.

$\mu_s$  : viscosité du solvant



**Fig.I-10 : Modèle de l'haltère**

#### 4-PROBLEMATIQUE

Le travail proposé s'intéresse à l'étude théorique et numérique des effets de concentration des particules solides ou des effets des contaminants en lubrification (**huiles polluées ou contaminées** par : sable, poussières ou des particules solides dues à l'usure des surfaces de contact ; arrachement des particules solides des surfaces de contacts surtout pendant la phase de rodage des organes d'un mécanisme) dans les huiles lubrifiantes sur le comportement statique des paliers fluides (annexe A). La présence des macromolécules, c'est à dire des particules solides dans une lubrifiante rend le comportement rhéologique des huiles lubrifiantes non newtonien, ainsi leur écoulement ne peut pas être décrit par la théorie des milieux continus classique qui néglige la taille de ces particules solides dans le fluides lubrifiant. La méthode la plus simple pour décrire la structure macroscopique de ces fluides lubrifiants est de voir celui-ci comme une suspension des particules rigides de forme sphères dans un solvant newtonien [3,4], il s'agit de la théorie des suspensions diluées (effet de la concentration), cette théorie peut être utilisée dans l'étude des effets des contaminants en lubrification (**huiles polluées ou contaminées**), c'est-à-dire l'analyse des huiles lubrifiantes. L'analyse des lubrifiants en service entre dans le cadre

d'une maintenance préventive conditionnelle pour diminuer les coûts de maintenance en optimisant les intervalles de vidanges. L'analyse des huiles lubrifiantes permet de découvrir la présence anormale d'eau, l'éventuelle perte de viscosité de l'huile, ou encore la présence de métaux d'usure ou des contaminants comme la poussière ou sable.

## **5- CONCLUSION**

La première partie de ce chapitre a été consacrée à une étude succincte sur la tribologie, qui regroupe l'étude de la lubrification, du frottement et de l'usure des éléments de machine (frottement et usure se produisent à la surface entre deux solides en contact), tandis que la deuxième partie a été réservée à une étude bibliographique sur les différentes lois de comportement rhéologique permettant de décrire le comportement des huiles lubrifiantes ainsi que une présentation de notre problématique.

## 1- INTRODUCTION

**La lubrification hydrodynamique** est la partie la plus importante de **la tribologie** qui concerne tous les contacts pour lesquels un fluide lubrifiant appelé troisième corps est intercalé entre deux corps solides en mouvement relatif. Elle joue un rôle important partout où des surfaces sont en mouvement relatif les unes par rapport aux autres. Tous les systèmes mécaniques comportent, plus ou moins, des éléments lubrifiés. Le but de la lubrification est de diminuer les frottements, en réduisant l'usure et en améliorant le rendement (*c'est-à-dire que l'on cherche plus de puissance et moins de consommation*), c'est la fonction la plus évidente de l'huile lubrifiante.

Dans la première partie de ce chapitre, on va rappeler les différentes lois rhéologiques : fluide newtoniens et fluides avec particules sphériques solides infinitésimales (suspension de particules solides : effet de la concentration). Dans la deuxième partie, on présentera les équations de la lubrification hydrodynamique en régime isotherme.

L'utilisation des hypothèses d'un écoulement en film mince permettra de simplifier sensiblement les équations de mouvement du fluidelubrifiant. Le comportement du film fluide peut être décrit par une équation aux dérivées partielles du deuxième ordre appelée équation de Reynolds. La résolution de l'équation de Reynolds permettra de déterminer le champ de pression dans le film lubrifiant, qui servira pour le calcul des performances hydrodynamiques du contact lubrifié.

## 2- LOIS DE COMPORTEMENT RHEOLOGIQUE DES HUILES LUBRIFIANTES EN FILM MINCE

La plus simple de ces lois de comportement rhéologique, qui présente le plus grand intérêt en lubrification, est celle du fluide newtonien, qui ne fait intervenir que la viscosité dynamique ( $\mu$ ) donnant une relation rhéologique linéaire entre les contraintes de cisaillement et le gradient de vitesse, en lubrification et plus particulièrement en film mince (*figureII.1*) où seulement les contraintes de cisaillement  $\tau_{xy}$  et  $\tau_{zy}$  sont prises en compte, les lois constitutives d'un fluide newtonien s'écrivent alors :

$$\begin{cases} \tau_{xy} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ \tau_{zy} = \mu \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right) \end{cases} \quad \text{(II-1)}$$

Où :

$\mu$  : viscosité dynamique du fluide lubrifiant

u et w : composantes du vecteur vitesse d'écoulement d'une particule fluide selon l'axe x et z

$\tau_{xy}$  et  $\tau_{zy}$  : contraintes de cisaillement.

Dans le cas général, pour un fluide newtonien, la relation qui lie le tenseur de contraintes ( $\sigma_{ij}$ ) au tenseur de taux de déformation ( $D_{ij}$ ) s'écrit :

$$\sigma_{ij} = (-p + \theta) \delta_{ij} + 2\mu D_{ij} \quad (\text{II-2})$$

Avec,

$p$  : pression dans le fluide

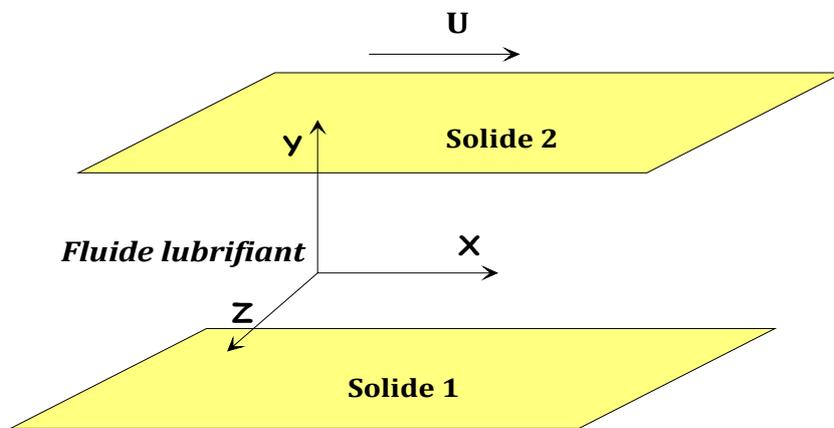
$D_{ij}$  : tenseur de taux de déformation, ( $D_{ij} = 1/2(u_{ij} + u_{ji})$ )

$\theta$  : taux de dilation cubique, ( $\theta = D_{kk}$ )

$\delta_{ij}$  : symbole de Kronecker

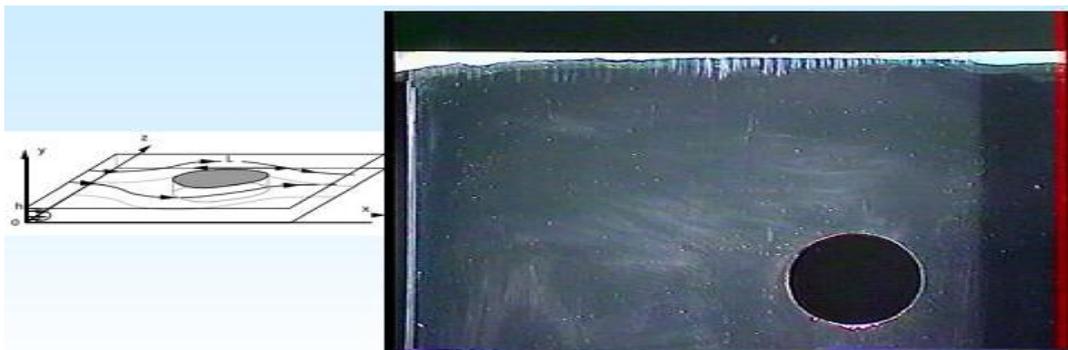
$\lambda$  et  $\mu$  : coefficients de Navier.

Pour un fluide incompressible ( $\theta = 0$ ), le second coefficient de viscosité  $\lambda$  n'intervient plus.



**Fig.II-1:** Schéma du contact lubrifié

La présence des polymères (*additifs*) ou de suspension diluée de particules solides par exemples lubrifiant pollué ou contaminé par sable, poussières ou des particules solides dues à l'usure des surfaces de contact (*arrachement des particules solides des surfaces de contacts surtout pendant la phase de rodage des organes d'un mécanisme*) dans un solvant newtonien [2, 3] (**Annexe A**) (*figure II-2*) rend le comportement rhéologique des huiles lubrifiantes non newtonien, ainsi leur écoulement ne peut pas être décrit par la théorie des milieux continus classique (*II-1*) qui néglige la taille des particules fluides.



**Fig.II-2 :** Photo graphie d'écoulement d'une huile lubrifiante avec des particules solides de forme sphères entre deux plaques très proche

### 2-1. Théorie de suspension de particules sphériques solides (*Effet de la concentration*)

La méthode la plus simple pour décrire la structure des fluides polymériques ou fluides additivés et les fluides avec des suspensions diluées de particules solides infinitésimales par exemple lubrifiant pollué ou contaminé par sable, poussières ou des particules solides dues à l'usure des surfaces de contact (***arrachement des particules solides des surfaces de contacts surtout pendant la phase de rodage des organes d'un mécanisme***) dans un solvant est de voir celui-ci comme une suspension des particules rigides de forme sphères dans un solvant newtonien, la loi de comportement rhéologique du fluide newtonien **(II-1)** reste la même seulement la valeur de la viscosité effective du fluide change; il s'agit de la théorie des suspensions diluées [4] dont les prémices remontent à 1960 avec les résultats d'Einstein, qui furent ensuite largement repris et modifiés.

#### 2-1-2. Les modèles de suspensions des sphères rigides dans un solvant

##### b) Modèle d'Einstein

Les travaux d'Einstein en rhéologie portent sur les suspensions très diluées de sphères rigides, de concentration volumique ( $\Phi$ ), dans un solvant newtonien de viscosité dynamique ( $\mu_s$ ) [4]. Einstein fut le premier à calculer l'évolution de la viscosité d'une suspension diluée en fonction de la fraction volumique des solides, il propose la formule valable pour tout type d'écoulement du fluide pour une faible concentration volumique ( $\Phi \leq 15\%$ ) [9]:

$$\mu = \mu_s (1 + 2.5 \times \Phi) \quad \text{(II-3)}$$

Où,

$\mu$  : viscosité effective du fluide lubrifiant

$\mu_s$  : viscosité du solvant

$\Phi$  : concentration volumique

##### b) Modèle de Batchelor et Green

En 1972, Batchelor et Green, ajoutent à la formule d'Einstein un terme quadratique, pour tenir compte du mouvement brownien des particules, la formule Einstein **(II-3)** devient :

$$\mu = \mu_s (1 + 2.5 \times \Phi + 6.2 \times \Phi^2) \quad \text{(II-4)}$$

Cette formule valable pour une concentration volumique,  $\Phi \leq 30\%$  [9]

##### c) Modèle de Ball et Richmond

En 1980, Ball et Richmond modifient le modèle de Batchelor et Green, en faisant intervenir une concentration maximale admissible ( $\Phi_m \approx 0.64$  pour des sphères dans le solvant) :

$$\mu = \mu_s \left( 1 - \frac{\Phi}{\Phi_m} \right)^{-2.5 \times \Phi_m} \quad (\text{II-5})$$

Cette formule valable pour une concentration volumique,  $\Phi \leq 50\%$  [9].

#### d) Modèle de Phan-Thien et Pham

Phan-Thien et Pham, en 1987 proposent une expression plus complexe de la viscosité effective des fluides polymériques (fluides additivés) et les fluides avec des suspensions diluées de particules solides, qui est donnée par la formule suivante :

$$\mu = \mu_s (1 - \Phi)^{-2.5} \quad (\text{II-6})$$

La figure II-3, présente une comparaison de différents modèles rhéologiques, avec les résultats expérimentaux de Thomas obtenus pour une suspension de sphères rigides de forme sphérique dans un solvant newtonien à divers taux de concentration volumique [9]. Ces résultats ont permis de mettre en évidence d'une part l'influence de la concentration des particules solides en suspension dans une huile lubrifiante sur sa viscosité dynamique et d'autre part l'intérêt de chaque modèle rhéologique et sa plage d'application, par exemple, le modèle d'Einstein est utilisé pour une faible concentration volumique ( $\Phi \leq 15\%$ ) au-delà de cette concentration ce modèle perd son efficacité, le modèle Batchelor et Green est valable pour des concentrations volumiques  $\Phi \leq 30\%$  et le modèle Ball & Richmond est valable pour des fortes concentrations volumiques  $\Phi \leq 50\%$ .

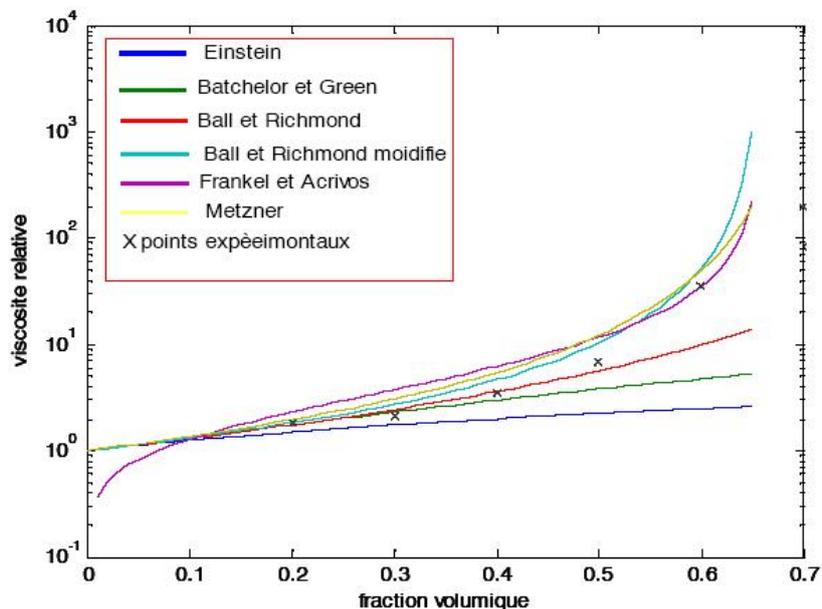


Fig.II-3 : Influence de la concentration en particules sphériques sur la viscosité. Comparaison de divers modèles et résultats expérimentaux [9].

### 3-LOIS GÉNÉRALES DE LA LUBRIFICATION HYDRODYNAMIQUE

Les équations générales de la lubrification hydrodynamique permettent compte tenu des conditions géométriques et cinématiques de déterminer les caractéristiques d'un écoulement en film mince et en particulier sa portance (*figure II-1*). Elles sont déduites des équations de la mécanique des milieux continus appliquées aux fluides lubrifiants.

Les équations qui décrivent le comportement d'un fluide compressible sont établies à partir de :

- des principes fondamentaux de la mécanique des milieux continus (lois de conservation de la masse et de la quantité de mouvement)
- régime d'écoulement isotherme en tous points du fluide (c.-à-d. la température reste constante en tous points du fluide lubrifiant)

### 3-1. Equation de conservation de la masse

La loi fondamentale de la mécanique classique concernant la conservation de la masse traduit le fait que la masse d'un système matériel que l'on suit dans son mouvement reste constante. Cette équation peut être décrite par sa forme différentielle suivante :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0 \quad (\text{II-7})$$

$i = 1 \div 3$

avec,  $\rho$  est la densité ou la masse volumique de fluide

Pour un fluide incompressible, la masse volumique reste constante, l'équation de continuité (**II-7**) devient :

$$\rho \frac{\partial}{\partial x_i} (u_i) = 0 \quad (\text{II-8})$$

### 3-2. Equation de conservation de la quantité de mouvement

L'équation générale de conservation de la quantité de mouvement de fluide est donnée par :

$$\frac{du_i}{dt} = f_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij} \quad (\text{II-9})$$

Avec, 
$$\frac{du_i}{dt} = \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$$

let  $j = 1 \div 3$

#### 3-2-1. LES EQUATIONS DE NAVIER-STOKES OU EQUATIONS DE MOUVEMENT D'UN FLUIDE NEWTONIEN

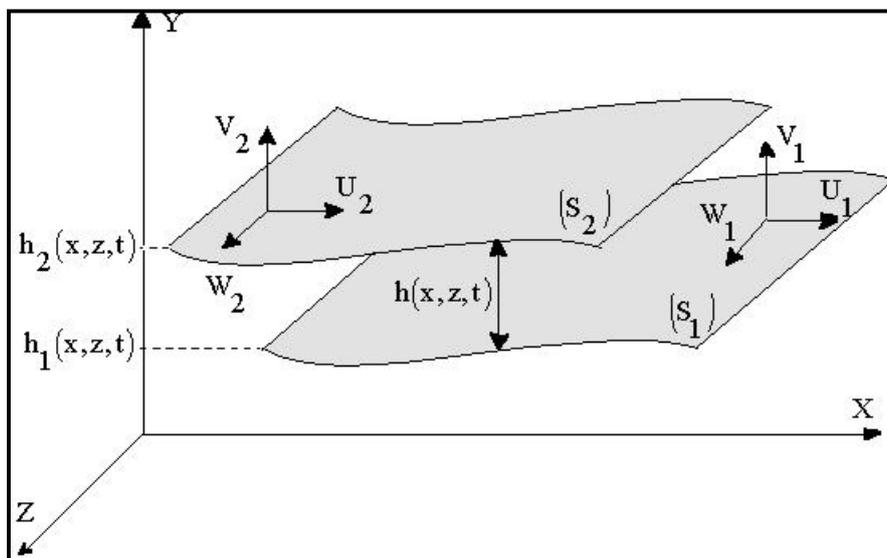
En reportant l'équation du comportement rhéologique (**II-2**) dans l'équation de mouvement (**II-9**), on obtient les équations de Navier-Stokes:

$$\rho \frac{du_i}{dt} = \rho f_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \left( \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_j} \right) + \frac{\partial \mu}{\partial x_j} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \lambda \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \frac{\partial \lambda}{\partial x_i} \quad (\text{II} - 10)$$

Avec,  $i$  et  $j = 1 \div 3$

### 3-3. EXPRESSION DES EQUATIONS DE NAVIER POUR UN ECOULEMENT EN FILM MINCE VISQUEUX ET LE CHAMP DE VITESSES D'ECOULEMENT

En lubrification hydrodynamique, les équations de Navier se simplifient très sensiblement car l'épaisseur du film suivant  $(0, \bar{x}_2)$  est très faible par rapport aux deux autres dimensions du contact (*figure II-4*), ce qui permet de déterminer l'ordre de grandeur des différents termes de l'équation (II-10), de faire une analyse dimensionnelle.



**Fig.II-4:** Schéma général d'un contact hydrodynamique

Pour cela, on pose :  $\tilde{x}_1 = \frac{x_1}{L}$ ,  $\tilde{x}_2 = \frac{x_2}{h}$ ,  $\tilde{x}_3 = \frac{x_3}{L}$ ,  $\tilde{t} = \frac{tV}{L}$ ,  $\tilde{u}_1 = \frac{u_1}{V}$ ,  $\tilde{u}_2 = \frac{u_2 L}{Vh}$ ,

$$\tilde{u}_3 = \frac{u_3}{V} \quad \tilde{\mu} = \frac{\mu}{\mu_0}, \quad \tilde{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0} \quad (\text{II-11})$$

Où,  $\mu$  est la viscosité dynamique de référence ( $\mu = \mu(T)$ ) et  $\rho$  est la masse volumique de référence ( $\rho = \rho(T)$ ).

Dans ces expressions L et V sont respectivement la dimension et la vitesse caractéristiques selon les axes  $(o, \bar{x}_1)$  et  $(o, \bar{x}_3)$ , h et  $\frac{Vh}{L}$ , celles suivant  $(o, \bar{x}_2)$ ,  $\frac{L}{V}$  l'ordre de grandeur du temps. Ce changement de variable conduit à poser que  $\tilde{p} = \frac{\rho h^2}{\mu_r VL}$ .

On remarque que la vitesse caractéristique (V) peut être définie de plusieurs façons, en hydrodynamique, V sera la vitesse de l'une des parois du contact.

Compte tenu de ces changements de variables, les équations **(II-10)** se réduisent à **(annexe B)**:

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_i} = -\tilde{\rho} \varepsilon R_h \left[ \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{t}} + \tilde{u}_j \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_j} \right] + \tilde{\mu} \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_2^2} + \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_2} \cdot \frac{\partial \tilde{\mu}}{\partial \tilde{x}_2} \\ \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_2} = 0 \rightarrow \tilde{p} = \tilde{p}(\tilde{x}_1, \tilde{x}_3) \end{cases} \quad \text{(II-12)}$$

Avec,  $i = 1$  et  $3$

$\Re = \rho_0 \frac{Vh}{\mu_0}$  : nombre sans dimension de Reynolds représente le rapport des forces d'inertie aux forces de viscosité exercées sur une particule fluide.

$\varepsilon = \frac{h}{L}$  : paramètre d'échelle, est en mécanique des films minces visqueux il est de l'ordre de  $10^{-3}$ .

Les termes en  $\varepsilon \Re$  ou termes d'inertie de l'équation **(II-12)** seront négligeables devant les termes de viscosité ( $\varepsilon \Re \ll 1$ ); ce qui est vérifié dans la plus part des écoulements rencontrés en lubrification. Quelques exceptions se rencontrent toutefois quand la viscosité du fluide est faible, quand l'épaisseur du film est importante ou pour des paliers de grandes dimensions.

Si par hypothèse on néglige les forces d'inertie l'équation **(II-12)** il devient :

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_i} = \frac{\partial}{\partial \tilde{x}_2} \left( \tilde{\mu} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_2} \right) \\ \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_2} = 0 \end{cases} \quad \text{(II-13)}$$

$i = 1$  et  $3$

Et on revenant aux variables dimensionnées l'équation II-12 donne :

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial x_1} = \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \mu \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right) \\ \frac{\partial p}{\partial x_2} = 0 \\ \frac{\partial p}{\partial x_3} = \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \mu \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \right) \end{cases} \quad \text{(II-14)}$$

D'après le système d'équation président la pression varie en fonction de  $x$  et  $z$ , (  $p=p(x,z)$ ).

Ce sont les équations de Navier écrites dans le cadre de la théorie de lubrification. Ces équations auxquelles s'ajoute l'équation de la conservation de la masse (II-8) et les conditions aux limites et après intégration, permettent formellement de connaître le champ de vitesses  $u_1$  et  $u_3$  ( $u_2 \ll u_1$  et  $u_3$ : écoulement bidimensionnel de lubrifiant dans la direction  $(o, \bar{x}_1)$   $(o, \bar{x}_3)$ ) la pression et les contraintes de cisaillement dans le film.

### 3-3-1. Détermination du champ de vitesses d'écoulement

Lorsque la vitesse de paroi du contact est tangente en tous points à cette paroi, l'équation de la mécanique des films minces visqueux généralisées se simplifie car en plaçant l'origine du système d'axes sur cette paroi, on pose que :  $h_1 = 0$  et  $h_2 = h(x,z,t)$  (figure II-4).

Définition des hypothèses et des conditions aux limites sur les vitesses :

- surface du contact lisse
- le fluide adhère parfaitement aux parois (vitesse de glissement négligeable)
- on suppose que la paroi inférieure ( $S_1$ ) est plane et confondue avec le plan  $(x_1, 0, x_3)$  du référentiel
- la vitesse en tous points de la surface ( $S_1$ ) est tangente à cette surface.

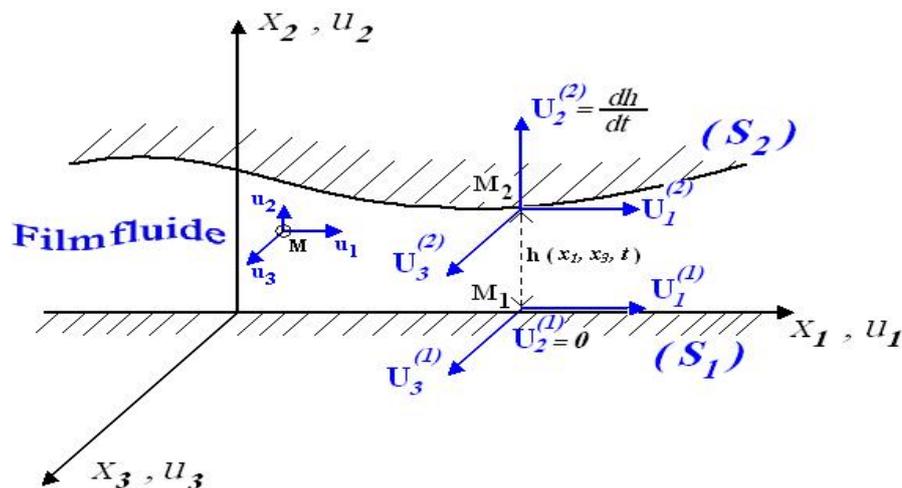


Fig.II-5 : Géométrie et cinématique d'un contact hydrodynamique

Pour un écoulement bidimensionnel (2D) en film mince visqueux (figureII-5), les équations de Navier (II-13)s'écrivent :

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial x_1} = \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \mu \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right) \\ \frac{\partial p}{\partial x_3} = \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \mu \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \right) \end{cases} \quad \text{(II-15)}$$

Après deux intégrations de ces équations par rapport à la variable  $x_2$ , on obtient :

- Première intégration par rapport à  $x_2$  :

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial x_1} x_2 + A(x_1, x_3) = \mu \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial p}{\partial x_3} x_2 + B(x_1, x_3) = \mu \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \end{cases}$$

Ou encore:

$$\begin{cases} \frac{\partial u_1}{\partial x_2} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x_1} x_2 + \frac{A(x_1, x_3)}{\mu} \\ \frac{\partial u_3}{\partial x_2} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x_3} x_2 + \frac{B(x_1, x_3)}{\mu} \end{cases} \quad \text{(II-16)}$$

- Deuxième intégration par rapport à  $x_2$  donne:

$$\begin{cases} u_1(x_2) = \frac{\partial p}{\partial x_1} \int \frac{x_2}{\mu} dx_2 + A(x_1, x_3) \int \frac{dx_2}{\mu} + C(x_1, x_3) \\ u_3(x_2) = \frac{\partial p}{\partial x_3} \int \frac{x_2}{\mu} dx_2 + B(x_1, x_3) \int \frac{dx_2}{\mu} + D(x_1, x_3) \end{cases}$$

Soit :

$$\begin{cases} u_1(x_2) = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x_1} x_2^2 + \frac{A}{\mu} x_2 + C \\ u_3(x_2) = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x_3} x_2^2 + \frac{B}{\mu} x_2 + D \end{cases} \quad \text{(II-17)}$$

Pour déterminer les constantes A, B, C et D en utilise les conditions aux limites sur les vitesses suivantes : d'après la figure **II-4**, les conditions aux limites sur les vitesses sont :

$$\begin{cases} \text{pour } x_2 = 0, & u_1 = U_1^{(1)}, & u_2 = U_2^{(1)} = 0, & u_3 = U_3^{(3)} \\ \text{pour } x_2 = h, & u_1 = U_1^{(2)}, & u_2 = U_2^{(2)}, & u_3 = U_3^{(2)} \end{cases} \quad \text{(II-18)}$$

En utilisant ces conditions aux limites sur les vitesses **(II-17)**, on trouve :

$$\begin{cases} A = \frac{\mu}{h} \left[ U_1^{(2)} - U_1^{(1)} - \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x_1} h^2 \right] \\ B = \frac{\mu}{h} \left[ U_3^{(2)} - U_3^{(1)} - \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x_3} h^2 \right] \\ C = U_1^{(1)} \\ D = U_3^{(1)} \end{cases}$$

En remplaçant par leurs valeurs, les deux composantes de la vitesse d'écoulement s'expriment :

$$\begin{cases} u_1(x_2) = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x_1} (x_2^2 - x_2 h) + \frac{x_2}{h} U_1^{(2)} + U_1^{(1)} \left(1 - \frac{x_2}{h}\right) \\ u_3(x_2) = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x_3} (x_2^2 - x_2 h) + \frac{x_2}{h} U_3^{(2)} + U_3^{(1)} \left(1 - \frac{x_2}{h}\right) \end{cases} \quad (\text{II-19})$$

Les premiers termes des deux équations de vitesses, représentent l'écoulement de Poiseuille (dû au gradient de pression) et les seconds termes représentent l'écoulement de Couette (dû au déplacement de parois).

### 3-3-2. EXPRESSION DES TENSEURS DE CONTRAINTES ET DES TAUX DE DEFORMATIONS

Dans le cas d'un fluide newtonien le tenseur de contrainte est symétrique et la matrice représentative de ce tenseur s'écrit en un point (M) (*figure II-4*) :

$$\bar{\bar{\sigma}}(M) = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \text{Sym} & & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{II-20})$$

On a :

$$\frac{\partial u_1}{\partial x_1} \approx \varepsilon, \quad \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \approx \varepsilon, \quad \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} \approx \varepsilon^2, \quad \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} \approx \varepsilon^2 \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_3^2} \approx \varepsilon^2, \quad \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} \approx \varepsilon^2$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial x_2} \approx \varepsilon, \quad \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \approx \varepsilon, \quad \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} \approx \varepsilon^2, \quad \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2^2} \approx \varepsilon^2 \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2^2} \approx \varepsilon^2, \quad \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2^2} \approx \varepsilon^2$$

En prenant en considération les hypothèses ci-dessus, la loi de comportement rhéologique (*II-2*) se réduit à :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \text{Sym} & & \sigma_{33} \end{bmatrix} = -p \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ & 1 & 0 \\ \text{Sym} & & 1 \end{bmatrix} + 2\mu \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} u_{1,2} & 0 \\ & 0 & \frac{1}{2} u_{1,2} \\ \text{Sym} & & 0 \end{bmatrix}$$

Soit encore :

$$\overline{\overline{\sigma}}(\mathbf{M}) = \begin{bmatrix} -p & \mu u_{1,2} & 0 \\ & -p & \mu u_{3,2} \\ \text{Sym} & & -p \end{bmatrix} \quad (\text{II-21})$$

Le taux de déformation:

$$\overline{\overline{D}}(\mathbf{M}) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} \frac{\partial u_1}{\partial x_2} & 0 \\ & 0 & \frac{1}{2} \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \\ \text{Sym} & & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II-22})$$

Le fluide étant newtonien, les champs de contraintes de cisaillement dans le fluide s'expriment par :

$$\begin{cases} \sigma_{12} = \sigma_{21} = \mu \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \\ \sigma_{23} = \sigma_{32} = \mu \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \end{cases} \quad (\text{II-23})$$

En remplaçant  $u_1$  et  $u_3$  par leurs expressions (II-19), on obtient les champs de contraintes exercées par le fluide sur les parois :

$$\begin{cases} \sigma_{12} = \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x_1} (2x_2 - h) + \frac{\mu}{h} (U_1^{(2)} - U_1^{(1)}) \\ \sigma_{23} = \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x_3} (2x_2 - h) + \frac{\mu}{h} (U_3^{(2)} - U_3^{(1)}) \end{cases} \quad (\text{II-24})$$

- **Changement de notation** : Dans ce qui suit, on adoptera la nouvelle notation pour les variables d'espace et les composants de vitesses d'écoulement comme suit :

$$\begin{aligned} (x, y, z) & \text{ au lieu de } (x_1, x_2, x_3) \\ (u, v, w) & \text{ au lieu de } (u_1, u_2, u_3) \end{aligned}$$

$$(U_1, V_1, W_1) \text{ au lieu de } (U_1^{(1)}, U_2^{(1)}, U_3^{(1)}) \quad (\text{II-25})$$

$$(U_2, V_2, W_2) \text{ au lieu de } (U_1^{(2)}, U_2^{(2)}, U_3^{(2)})$$

Les composantes de vitesses d'écoulement (II-17) deviennent:

$$\begin{cases} u(y) = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} (y^2 - yh) + \frac{y}{h} U_2 + U_1 \left(1 - \frac{y}{h}\right) \\ w(y) = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial z} (y^2 - yh) + \frac{y}{h} W_2 + W_1 \left(1 - \frac{y}{h}\right) \end{cases} \quad (\text{II-26})$$

Les contraintes de cisaillement dans le fluide deviennent aussi :

$$\begin{cases} \sigma_{xy} = \tau_{xy} = \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} (2y - h) + \frac{\mu}{h} (U_2 - U_1) \\ \sigma_{yz} = \tau_{yz} = \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial z} (2y - h) + \frac{\mu}{h} (W_2 - W_1) \end{cases} \quad (\text{II-27})$$

### 3-3-3. DERIVATION DE L'ÉQUATION DE REYNOLDS POUR UN FLUIDE NEWTONIEN AVEC DES PARTICULES SOLIDES

- Hypothèses de la théorie de Reynolds : la dérivation de l'équation de Reynolds nécessite l'emploi des hypothèses suivantes :

- le milieu est continu : *l'équation de Reynolds ne s'applique pas dans les zones où il y a rupture du film*
- l'épaisseur du film est très faible devant la largeur et la longueur du contact, le rapport entre ces grandeurs doit être de l'ordre de  $10^{-3}$ . *C'est l'hypothèse fondamentale de la lubrification hydrodynamique. Si cette hypothèse n'est pas vérifiée, l'équation de Reynolds ne peut s'appliquer.*
- l'écoulement est laminaire
- Les forces massiques extérieures dans le fluide sont négligeables, ce qui est très généralement vérifié sauf en magnétohydrodynamique
- les forces d'inertie dans le fluide sont négligeables devant les forces de viscosité et de pression : *ce l'est vérifié dans le cas des films minces tant que l'écoulement est laminaire*
- Il n'y a pas de glissement entre le fluide et les parois du contact : *ainsi, sur les parois, la vitesse du fluide est égale à celle des parois*
- la courbure générale du film est négligée, *on peut démontrer qu'en film mince, dans un palier par exemple, l'effet de courbure est du second ordre*
- la vitesse d'une des parois du contact est toujours tangente à cette paroi : *ce qui permet de placer le système d'axe  $(o, x, z)$  sur la paroi  $(S_1)$  où  $H_1=0$  et  $H_2=h(x,y,t)$  (figure II-4).*

#### - Dérivation de l'équation de Reynolds

Pour un fluide newtonien avec des particules solides à partir de l'équation de continuité (II-7), on a :

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0 \quad (\text{II-28})$$

L'intégration de cette équation à travers l'épaisseur  $(h(x, z))$  de film donne :

$$\int_0^{h(x,z)} \left[ \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) \right] dy = 0 \quad (\text{II-29})$$

$$\text{Où : } \int_0^{h(x,z)} \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(\rho u)}_{I_1} dy + \int_0^{h(x,z)} \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(\rho v)}_{I_2} dy + \int_0^{h(x,z)} \underbrace{\frac{\partial}{\partial z}(\rho w)}_{I_3} dy = 0$$

On a :  $p=p(x, z)$ ,  $\rho=\rho(p)$  et  $\mu=\mu(p)$ , il vient alors,  $\mu=\mu(x, z)$  et  $\rho=\rho(x, z)$

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0 \quad (\text{II-30})$$

Avec :

$$\begin{cases} I_1 = \int_0^{h(x, z)} \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) dy \\ I_2 = \int_0^{h(x, z)} \frac{\partial}{\partial y} (\rho v) dy \\ I_3 = \int_0^{h(x, z)} \frac{\partial}{\partial z} (\rho w) dy \end{cases} \quad (\text{II-31})$$

$$\text{Où : } I_2 = \rho [v]_0^h = \rho(v(h) - v(0)) = \rho(v_2 - v_1) = \rho v_2$$

$I_1$  et  $I_3$  des intégrales sont difficile à calculer, pour les déterminer en utilisant le théorème de Leibnitz :

$$\int_{h_1(x, z, t)}^{h_2(x, z, t)} \frac{\partial}{\partial x} f(x, y, z) dy = \frac{\partial}{\partial x} \int_{h_1}^{h_2} f(x, y, z) dy - f(x, h_2, z) \frac{\partial h_2}{\partial x} + f(x, h_1, z) \frac{\partial h_1}{\partial x}$$

Les intégrales  $I_1$  et  $I_3$  devient alors :

$$\begin{cases} I_1 = \frac{\partial}{\partial x} \int_0^h (\rho u(y)) dy - \rho u(y) \frac{\partial h}{\partial x} \\ I_3 = \int_0^h (\rho w(y)) dy - \rho w(y) \frac{\partial h}{\partial z} \end{cases} \quad (\text{II-32})$$

Avec :  $U(h)=U_2$  et  $W(h)=W_2$

Comme la variation de  $\rho$  à travers l'épaisseur du film n'est pas importante l'équation (II-32) devient :

$$\begin{cases} I_1 = \left( \frac{\partial Q_x}{\partial x} \right) - \rho U_2 \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right) \\ I_2 = \rho V_2 = \rho \frac{dh}{dt} \\ I_3 = \left( \frac{\partial Q_z}{\partial z} \right) + \rho W_2 \left( \frac{\partial h}{\partial z} \right) \end{cases} \quad (\text{II-33})$$

Ainsi :

$$\begin{cases} Q_x = \rho \int_0^h (U(y)) dy \\ Q_z = \rho \int_0^h (w(y)) dy \end{cases}$$

$$\text{Et, } \frac{dh}{dt} = \frac{\partial h}{\partial t} + U_2 \frac{\partial h}{\partial x} + W_2 \frac{\partial h}{\partial z}$$

On intègre  $Q_x$  et  $Q_z$  selon l'épaisseur de film on obtient :

$$\begin{cases} Q_x = \rho \left( -\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{h}{2} (U_2 + U_1) \right) \\ Q_z = \rho \left( -\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{h}{2} (W_2 + W_1) \right) \end{cases} \quad (\text{II-34})$$

$Q_x$  et  $Q_z$  sont les débits massiques par unité de longueur suivant les directions  $x$  et  $z$ . L'équation (II-30) alors devient :

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_z}{\partial z} = \rho U_2 \frac{\partial h}{\partial x} + \rho W_2 \frac{\partial h}{\partial z} - \rho V_2 \quad (\text{II-35})$$

En remplaçant  $V_2, Q_x$  et  $Q_z$  par leurs expressions on obtient l'équation suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\rho h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{\rho h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right] = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} [\rho h (U_1 + U_2)] + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} [\rho h (W_1 + W_2)] + \frac{\partial}{\partial t} (\rho h) \quad (\text{II-36})$$

C'est l'équation de base de la mécanique de film mince visqueux par un fluide newtonien avec des particules solides en régime permanent et isotherme.

C'est l'équation de Reynolds écrite pour un écoulement bidimensionnel (2D) en régime permanent et isotherme, c'est une équation aux dérivées partielles du second ordre de type elliptique, qui n'admet généralement pas une solution analytique sauf dans des cas où la simplifier.

Le second membre de l'équation générale de Reynolds (II-36) correspond à deux effets qui sont :

$\frac{1}{2} \text{div}(\rho h \vec{U})$  : l'effet d'entraînement (wedge effect).

$\frac{\partial}{\partial t} (\rho h)$  : l'effet d'écrasement (squeeze effect).

$$\text{Avec : } \vec{U} = \begin{Bmatrix} U_2 + U_1 \\ W_2 + W_1 \end{Bmatrix}$$

Généralement en lubrification hydrodynamique, les fluides lubrifiants sont des fluides considérés comme incompressibles [7] c.-à-d. la densité de lubrifiant reste constante en fonction de pression (la densité varie peu avec la pression dans le film lubrifiant ... ( $p$ ) = *cte.*) dans ce cas l'équation de Reynolds (II-36) devient :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right] = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} [h(U_1 + U_2)] + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} [h(W_1 + W_2)] + \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{II-37})$$

Dans le cas, si on prend en considération la présence de suspension diluée de particules solides par exemple lubrifiant pollué ou contaminé par poussières, sable ou des particules solides dues à l'usure des surfaces de contact (**arrachement des particules solides des surfaces de contacts surtout pendant la phase de rodage des organes d'un mécanisme**) dans un solvant newtonien (figure II-2) rend le comportement rhéologique des huiles lubrifiantes non newtonien, ainsi leur écoulement ne peut pas être décrit par la théorie des milieux continus classique (II-1) qui néglige la taille des particules fluides. La méthode la plus simple pour décrire la structure des fluides polymériques ou fluides additivés et les fluides avec des suspensions diluées de particules solides dans un solvant est de voir celui-ci comme une suspension des particules rigides de forme sphères dans un solvant newtonien, la loi de comportement rhéologique du fluide newtonien (II-1) reste la même seulement la valeur de la viscosité effective du fluide change sa valeur; il s'agit de la théorie des suspensions diluées de particules sphériques solides (**effet de concentration**)[4]. Donc en lubrification hydrodynamique, si on veut prendre en considération les effets de la présence de suspension diluée de particules solides par exemple arrachement des particules solides des surfaces de contacts surtout pendant la phase de rodage des organes d'un mécanisme ou lubrifiant pollué par la poussière, sable, etc. [2, 3], l'équation de Reynolds (II-37) garde la même forme sauf la viscosité dynamique de lubrifiant sa change et calculer à partir des modèles proposés (II-2 ÷ II-4) (**Modèle d'Einstein, Modèle de Phan-Thien et Pham, Modèle de Ball et Richmond, Modèle de Batchelor et Green**). Exemple équation de Reynolds le cas modèle Einstein :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{h^3}{12\mu_s(1 + 2.5 \times \Phi)} \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{h^3}{12\mu_s(1 + 2.5 \times \Phi)} \frac{\partial p}{\partial z} \right] = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} [h(U_1 + U_2)] + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} [h(W_1 + W_2)] + \frac{\partial}{\partial t} (h) \quad (\text{II-38})$$

Où,

$\mu$  : viscosité effective du fluide lubrifiant

$\mu_s$  : viscosité du solvant

$\Phi$  : concentration volumique

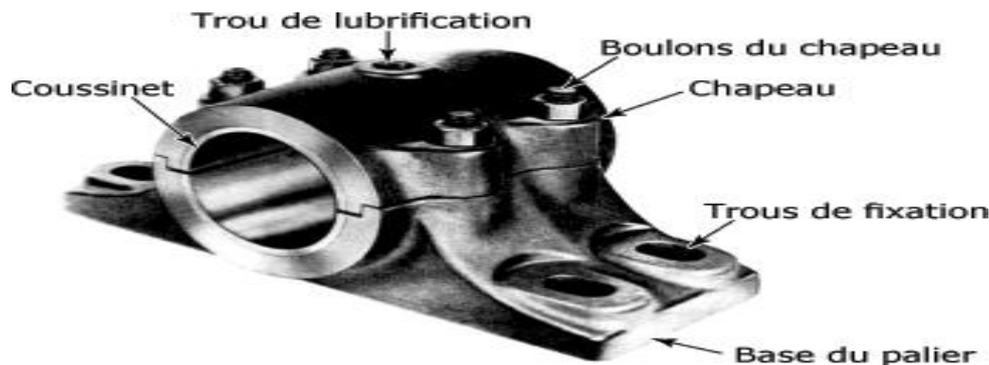
#### **4- CONCLUSION**

Dans ce chapitre, d'une part, on a rappelé les lois fondamentales de la mécanique des milieux continus écrites dans le cas d'une lubrification hydrodynamique pour un fluide newtonien et aussi dans le cas de la présence de suspension diluée de particules solides par exemples lubrifiant pollué ou contaminé par poussières, sable ou des particules solides dues à l'usure des surfaces de contact.

D'autre part, on a présenté la dérivation de l'équation de Reynolds pour un fluide newtonien ou fluide lubrifiant avec des suspensions diluées de particules solides fines dans un solvant newtonien qui est nécessité l'emploi de plusieurs hypothèses simplificatrices.

## 1- INTRODUCTION

Les paliers sont des organes de machines utilisés pour guider les arbres en rotation. Deux grandes familles de paliers existent : les paliers lisses et les paliers à roulements. Dans les premiers, l'arbre prend appui sur un coussinet et est séparé de celui-ci par un film lubrifiant, dans les seconds, des corps roulants (billes ou rouleaux) séparent la bague en rotation de l'alésage extérieur. Selon la direction de la charge par rapport à l'arbre en rotation, on distingue les paliers porteurs pour lesquels la charge est radiale, généralement appelés paliers, des paliers de butée ou butées pour lesquels la charge est axiale. On ne parlera que des paliers fluides et plus particulièrement des paliers et des butées **hydrodynamiques** dans lesquels un film mince de fluide sépare **totalemment** les surfaces en mouvement relatif. Le comportement, la durée de vie et la tenue des paliers hydrodynamiques dépendent de nombreux paramètres, parmi lesquels les paramètres géométriques (dimensions et formes du palier), cinématiques et dynamiques (vitesse de rotation et charge appliquée), les caractéristiques du lubrifiant (**essentiellement sa viscosité et dans certains cas sa masse volumique**) et la nature des matériaux formant le palier. La figure ci-dessous montre les principaux composants d'un palier en deux parties.



**Fig.III-1** : Principaux composants d'un palier

Dans ce chapitre, les principaux supports présentés sont:

- paliers de roulements;
- paliers secs;
- paliers poreux;
- paliers hydrodynamiques.

## 2- LES DIFFERENTES CLASSES DE SUPPORTS

### 2-1. Paliers secs

Ce sont des paliers généralement constitués d'une matrice (résine, métal, carbone) imprégnée de graphite. Ces paliers sont utilisés sans apport extérieur de lubrifiant.

Le frottement sec est particulièrement dangereux pour les organes qui y sont soumis, le dégagement de chaleur peut provoquer une amorce de fusion entre les surfaces en

contact et aboutir au grippage, on ne les utilise que pour des systèmes fonctionnant rarement ou à vitesse réduite et faible charge, et doivent être envisagés dans toute application où la présence et le maintien du film lubrifiant est impossible (vide spatial, par exemple).



**Fig.III-2** : Coussinets pour paliers Secs

## 2-2. Paliers de roulements

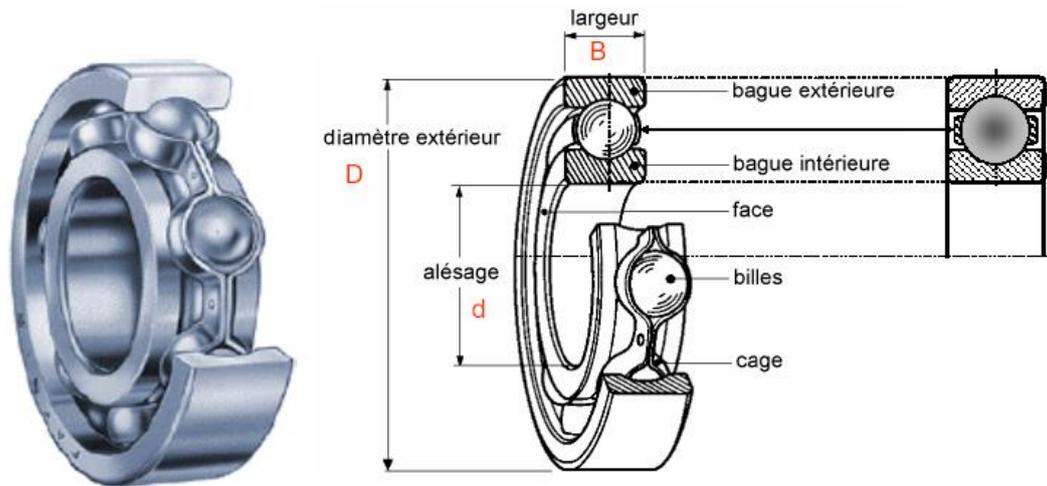
Dans un palier à roulements (figure *III-3*), le glissement de l'arbre sur le coussinet est remplacé par le roulement de corps intermédiaires (billes, rouleaux et aiguilles) ce qui permet de supporter des charges plus fortes tout en réduisant l'usure et le frottement à cause de leur coefficient de frottement très faible au démarrage. Les avantages et inconvénients des paliers à roulements sont :

### *a) Avantages*

- installation simple et facile à remplacer;
- durée de vie prévisible;
- possibilité de graissage à vie;
- possibilité de supporter des charges combinées;
- faible coût;
- supportent mieux les interruptions temporaires de lubrification;
- assurent un meilleur alignement radial et axial;
- pas de phénomène de fouettement (*whirl*);
- présentent un faible couple au démarrage même à basse température.

### *b) Inconvénient*

- problèmes de fatigue plus importants;
- faible capacité d'amortissement;
- encombrement radial important;
- générateur de bruits;
- fréquence de rotation limitée;
- diamètre nominal limité.



**Fig.III-3:** Composantes d'un palier à roulement

### 2-3. Paliers poreux

Les paliers à coussinet poreux sont dits autolubrifiants car c'est le coussinet lui-même qui imbibé d'huile joue le rôle de réservoir de lubrifiant (*figure III-4*). La couche auto lubrifiée est constituée par une poudre frittée à haute température (bronze, fer, cuivre). Ces paliers comportent des pores remplis d'huile avec un volume qui représente de 16 à 36% du volume total. Dans un palier poreux, l'huile circule d'une part dans le jeu, circonférentielle et axialement, et d'autre part dans le coussinet, de la zone de pression élevée vers la zone de basse pression, l'huile est filtrée au travers de la surface interne du coussinet, du film vers le coussinet dans la zone de pression élevée, du coussinet vers le film dans la zone de basse pression. L'utilisation de ces paliers est limitée par la température de fonctionnement.

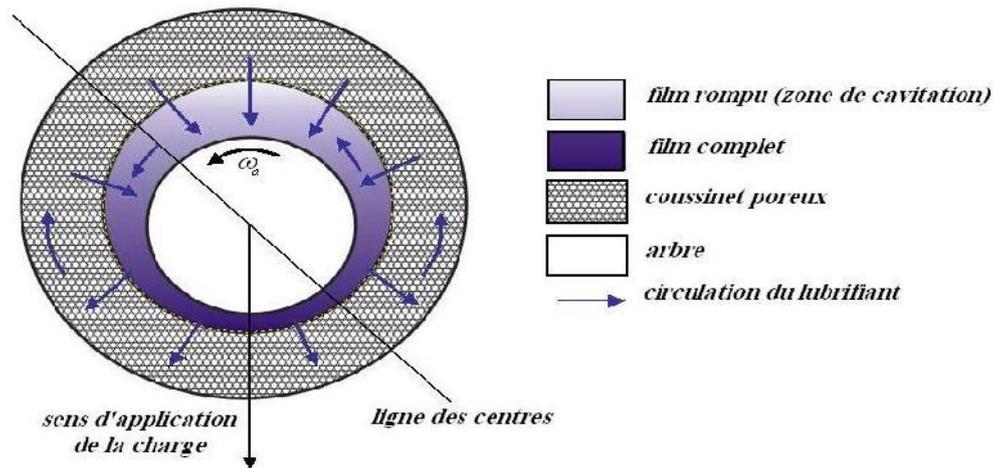
Les avantages et les inconvénients de ce type de palier sont :

#### a) Avantages

- l'absence de l'alimentation du lubrifiant permet d'avoir un montage simple;
- faible coût de fabrication du coussinet.

#### b) Inconvénient

- ils ne supportent pas les grandes vitesses et les grandes charges;
- un couple de démarrage faible;
- ils nécessitent un grand couple au démarrage à des basses températures.



**Fig.III-4:** Coupe schématique d'un palier poreux

## 2-4. Paliers hydrodynamiques

Les paliers hydrodynamiques sont fréquemment le plus utilisés pour supporter des charges radiales et pour guider les rotors de dimensions importantes surtout lorsque les conditions de fonctionnement sont sévères (charges et fréquences de rotations élevées). Par conséquent, pour remplir leur fonction dans des parfaites conditions, les paliers hydrodynamiques doivent être soigneusement conçus. Il existe deux types de configuration de paliers hydrodynamiques :

- paliers à géométrie fixe;
- paliers à géométrie variable.

### a) Avantages

- Assez économique à mettre en œuvre (pas forcément besoin d'une pompe) ;
- Frottement assez faibles une fois le régime hydrodynamique atteint ;
- S'il y a circulation de lubrifiants, celui-ci sert en même temps à refroidir le palier.

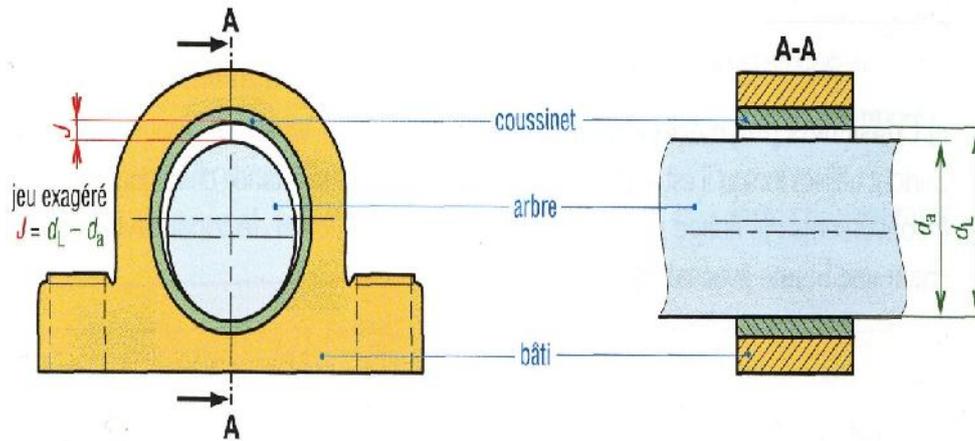
### b) Inconvénient

- les surfaces sont mal lubrifiées au démarrage, surtout après une longue période d'arrêt.

## A) Paliers à géométrie fixe

### A-1. Paliers lisses cylindriques

Les paliers lisses sont fréquemment utilisés, les plus simples sont constitués d'un arbre qui tourne à l'intérieur d'un coussinet complet (figure III-5 et III-6). Dans certains mécanismes, ils correspondent à la meilleure solution technologique existante actuellement. On les rencontre dans les moteurs thermiques, les compresseurs, les turbomachines, les alternateurs, les réducteurs, etc.



**Fig.III-5:** Schémas d'un palier lisse



**Fig.III-6 :** Photographie des coussinets des paliers cylindriques  
(Doc. le coussinet moderne)

### - Caractéristiques géométriques

Un palier lisse est constitué de deux éléments, l'arbre de rayon  $R_a = \left(\frac{d_a}{2}\right)$  et le coussinet de rayon  $R_c = \left(\frac{d_L}{2}\right)$  et de longueur  $L$  (figure III-5). Ainsi, un palier peut être schématisé par deux cercles de rayons voisins et caractérisé par trois grandeurs :

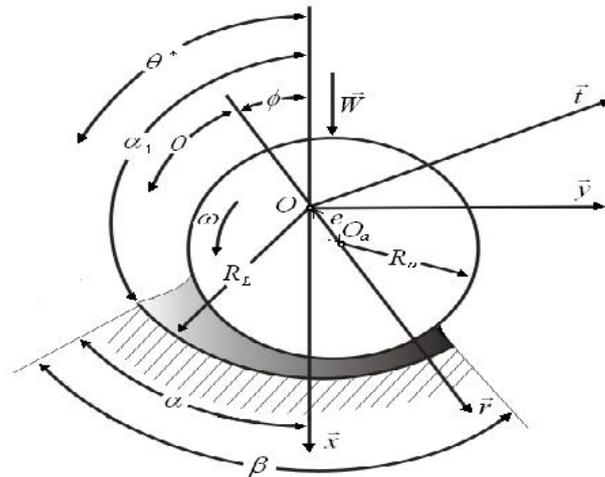
- le jeu radial ( $J = C = R_c - R_a$ ) ;
- le jeu relatif ( $C/R$ ) qui est de l'ordre de  $10^{-3}$  ;
- le rapport ( $L/D$ ) de la longueur au diamètre du palier.

Le calcul de ce type de palier est similaire à celui d'un palier circulaire complet.

### A-2. Palier à arc partiel

La figure III-7 représente la section droite d'un palier à arc partiel, avec  $O_a$  et  $O$  indiquent respectivement le centre de l'arbre et le centre géométrique du palier,  $O$  représente aussi dans ce cas le centre de courbure de l'arc partiel ou du lobe. Comme pour le palier lisse, deux paramètres sont nécessaires pour repérer le centre de l'arbre

( $O_a$ ) vis-à-vis de centre du coussinet ( $O$ ) qui sont  $e$  (jeu radial du palier) et  $\phi$  (angle de calage). Le début du lobe est repéré par l'angle  $\alpha_1$  et sa fin par l'angle  $\alpha_2 = \alpha_1 + \beta$  où  $\beta$  représente l'amplitude circonférentielle de l'arc.



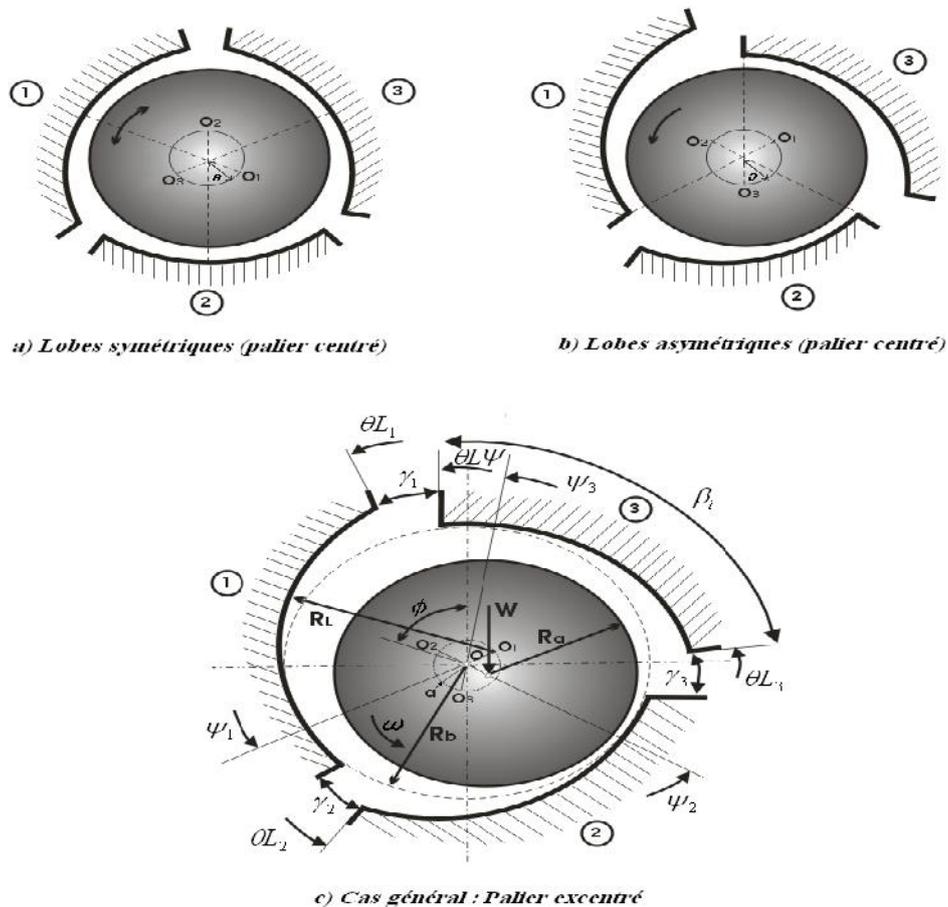
**Fig.III-7:** Schématisation d'un palier à arc partiel.

### A-3. Paliers multilobes

Les paliers lisses cylindriques ou à arc partiel faiblement chargés à vitesse élevée, présentent de grands risques d'instabilité. L'idée d'améliorer la stabilité du palier en modifiant son profil de manière à augmenter l'excentricité de fonctionnement, c'est-à-dire de la précharge. En effet, Newkirk et Grobelont vérifiaient expérimentalement que l'existence d'une discontinuité dans la géométrie à la surface du coussinet pouvant améliorer la stabilité du palier.

La figure III-8 représente un palier à trois lobes pour deux conditions de fonctionnement différentes: position centrée (figure III-8-a et b) et excentrée (figure III-8-c). Le coussinet est constitué de trois lobes d'amplitude circonférentielle  $\beta_1$  de longueur axiale  $L$ , le rayon de courbure  $R_L$  et de centre courbure  $O_i$ .

Les centres de courbure  $O_i$  des lobes sont situés sur un cercle de rayon  $a$  et de centre  $O$ , centre géométrique du palier, le palier est dit préchargé géométriquement d'une valeur  $a$ . Le rôle de cette précharge géométrique apparaît clairement sur les (figure III-8-a et b) en position centrée. Il existe toujours une suite d'espace convergent divergent répartis autour de l'arbre, ce qui entraîne une succession de coins d'huile qui vont opposer une certaine résistance à tout déplacement du centre de l'arbre. L'arbre étant en position centrée, on définit deux types de paliers à lobes selon le lieu de la ligne des centres  $O_iO$  vis-à-vis des lobes. Si cette ligne des centres est l'axe de symétrie du lobe, le palier est dit à lobes symétriques (figure III-8 (a)), dans le cas contraire il est dit à lobes asymétrique (figure III-8 (b)).



**Fig.III-8:** Schématisation d'un palier à trois lobes.

### - Caractéristiques géométriques

La caractérisation géométrique d'un palier à lobes impose la définition des grandeurs suivantes:

- le nombre de lobes  $n$ ;
- les amplitudes circonférentielle  $\beta_i$  et axiale  $L$  des lobes;
- les rayons de courbure des lobes  $R_L$ , de l'arbre  $R_a$  et du centre inscrit au coussinet  $R_b$ ;
- la précharge géométrique  $a$  qui correspond à la distance entre le centre géométrique du palier et le centre de courbure du lobe;
- la position des lobes vis-à-vis d'une direction fixe arbitraire ( $\vec{Ox}$ ) (direction de la charge, par exemple) caractérisée par les coordonnées  $\theta_{Li}$  et  $\psi_i$  où  $\theta_{Li}$  positionne le début du lobe (i) et  $\psi_i$  repère sa ligne des centres en position centrée  $O_iO$ ;
- l'amplitude circonférentielle  $\gamma_i$  (et éventuellement axiale) des rainures de couplages ;

La connaissance de ces grandeurs permet de définir :

- le jeu radial d'usinage :  $C_L = R_L - R_a$  ;

- le jeu radial d'assemblage :  $C_b = R_b - R_a$ ,
- le coefficient de précharge géométrique :  $m = a/C_L$  ;
- les coefficients d'asymétrie  $\alpha_i = (\psi_i - \theta_{L_i})/\beta_i$  qui caractérisent le rapport de l'amplitude de la région convergente à celle du lobe ;

Si  $m = 0$ , le palier n'est pas préchargé, c'est un palier circulaire à  $n$  rainures axiales, tandis que la valeur  $m = 1$  représente le cas limite où il y a contact permanent entre l'arbre et chacun des lobes.

Si  $\alpha_i = 0.5$ , le lobe est symétrique.

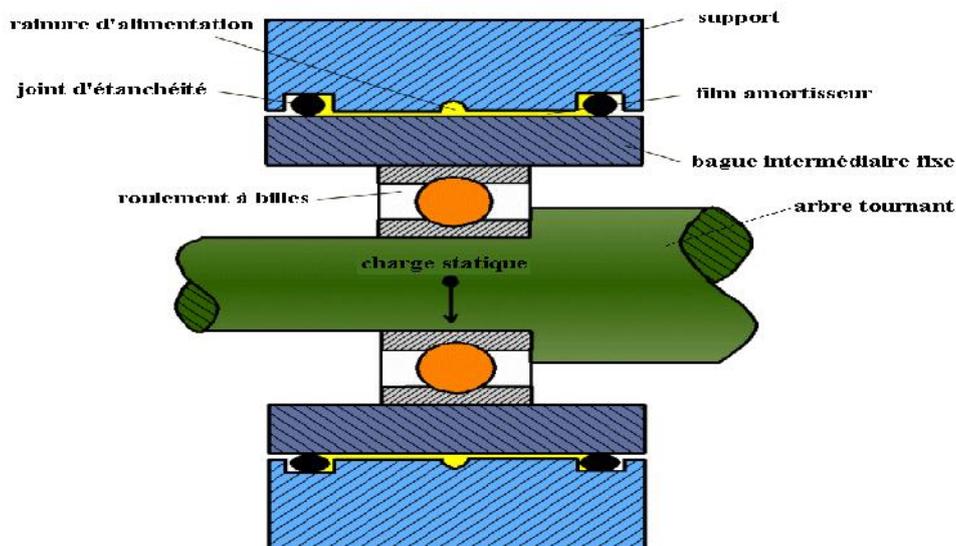
Si  $\alpha_i = 1$ , toute la région est convergente.

#### A-4. Palier à film amortisseur (*Squeeze film damper bearings*)

L'idée de base de ce type de palier est de monter l'ensemble rotor-roulement à billes dans un palier fluide. Le guidage en rotation de l'arbre est assuré par le roulement alors que le palier fluide joue le rôle d'un amortisseur visqueux. La bague intermédiaire (fixe en rotation) permet de réduire le mouvement de la bague extérieure du roulement dans le palier à une translation. Deux technologies de paliers à film amortisseur peuvent être envisagées.

- montage d'un ressort en parallèle avec le film amortisseur permettant de donner une certaine raideur au palier;
- film amortisseur libre (sans ressort) ;

Ce type de palier est surtout utilisé pour le guidage des rotors de turbines tournant à grande vitesse tels que les turbo-réacteurs d'avion qui utilisent fréquemment des paliers de roulement au lieu des paliers à film d'huile. A cause de leur faible amortissement, les paliers de roulement ne permettent pas d'atténuer les amplitudes de vibration surtout lors du passage des vitesses critiques. En effet, il a été montré expérimentalement que pour un rotor monté dans deux paliers de roulement rigides, le passage de vitesse critique est très délicat car les amplitudes de vibration sont trop importantes. Celles-ci peuvent être atténuées si le rotor est monté dans des paliers à film amortisseur.

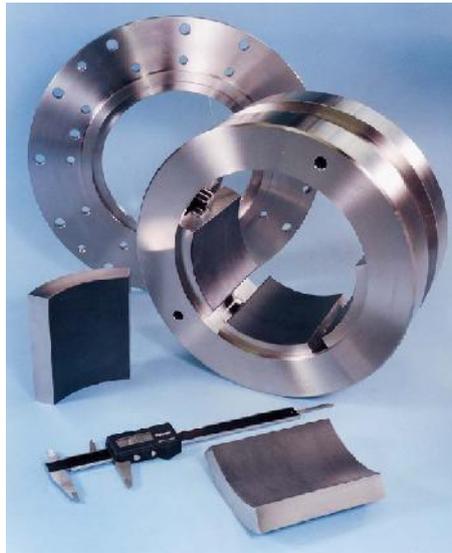


**Fig.III-9:** Schéma de principe d'un palier à film amortisseur (SFDB).

## B) Paliers à géométrie variable

### B-1. Palier à patins oscillant : Description et principe de fonctionnement

Les paliers à patins oscillants sont des paliers réglables par leur mode de fonctionnement. Ils sont composés de  $n$  patins, identiques ou non, individuellement articulés autour de pivots situés généralement sur un cercle appelé cercle des pivots (*figure III-10* : représente une photographie d'un palier à cinq patins oscillants non chargé).



*Fig. III-10: Photographie d'un palier à cinq patins oscillants.*

- **Caractéristiques géométriques** : Les principaux paramètres sont :

- le nombre de patins  $n$ ;
- le rayon de l'arbre  $R_a$  ;
- le rayon de cercle des pivots  $R_b$  ;
- l'amplitude angulaire  $\beta$ , la largeur  $L$ , le rayon de courbure  $R_p$ , la masse équivalente de chaque patin ( $M = I/R_p$ ) où  $I$  est le moment d'inertie du patin par rapport à son pivot;
- la position des pivots  $\psi_i$  ;
- le jeu d'usinage du patin  $C_p = R_p - R_a$  ;
- le rapport  $(\alpha/\beta)$  qui définit la position angulaire du pivot;
- la distance  $a$  qui sépare le centre géométrique du palier du centre de courbure du patin;
- le coefficient de précharge géométrique  $m = a/C_p$ .

Sous charge nulle, les centres de l'arbre  $O_a$  et du palier  $O$  sont confondus (*figure III-11*).

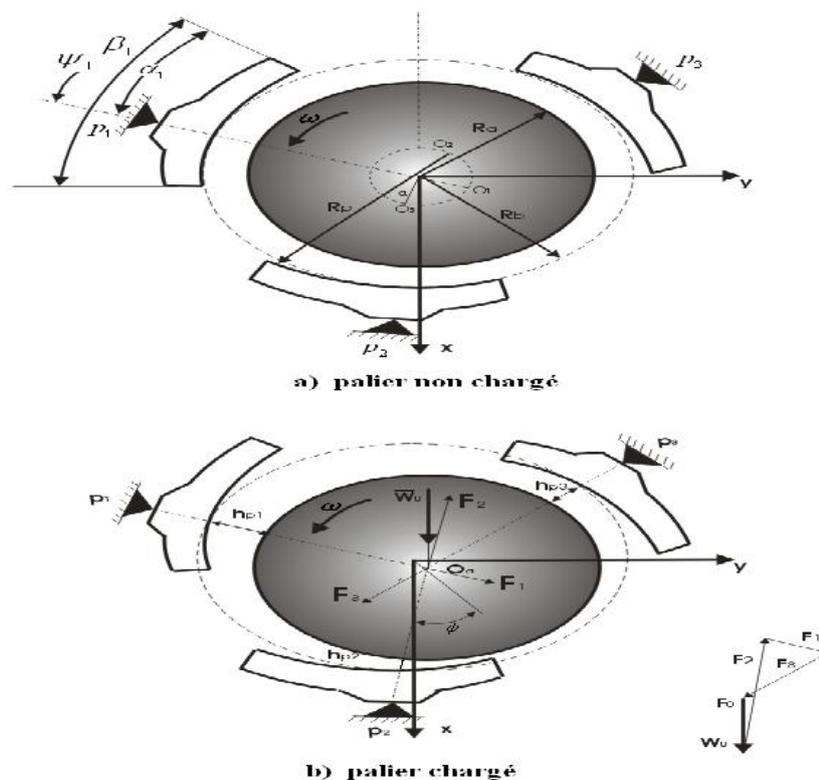
Si le coefficient de précharge géométrique  $m$  est nul, il n'y a pas de génération de pression hydrodynamique. Les patins sont alors en position d'équilibre. Il y a alors risque de contact entre l'extrémité du patin et l'arbre. Par contre, lorsque le coefficient

de précharge géométrique  $m$  est différent de zéro, tous les patins sont hydrodynamiquement chargés.

Le paramètre de précharge géométrique est donc très important puisqu'il assure, comme dans le cas des paliers à géométrie fixe, une bonne rigidité du système sous charge nulle.

Lorsque le palier est chargé, l'arbre est excentré (*figure III-11*) et les patins tournent autour de leurs pivots et occupent alors une position d'équilibre statique telle que l'action hydrodynamique exercée sur chaque patin passe par son pivot et que la résultante de toutes les forces  $\vec{F}_i$  soit égale et opposée à la charge statique extérieure  $\vec{W}_0$  supportée par le palier.

En régime dynamique, les patins peuvent suivre le mouvement de l'arbre. Ce qui est à l'origine de la grande stabilité de ce type de palier.



**Fig.III-11:** Schématisation d'un palier à trois patins oscillants.

## 2-5. Butées hydrodynamiques

Les butées hydrodynamiques sont utilisées pour supporter des charges axiales et immobiliser en translation les rotors des machines tournantes. L'axe du rotor peut être soit vertical, soit horizontal. Cette position joue un rôle significatif dans la conception de la butée.

Pour un rotor horizontal, on utilise généralement une butée à double effet schématisée sur la *figure III-12*.

Lorsque la charge axiale a une direction déterminée la contre face est destinée à supporter les inversions transitoires de charge, chaque butée est alors dimensionnée différemment en fonction de son rôle.

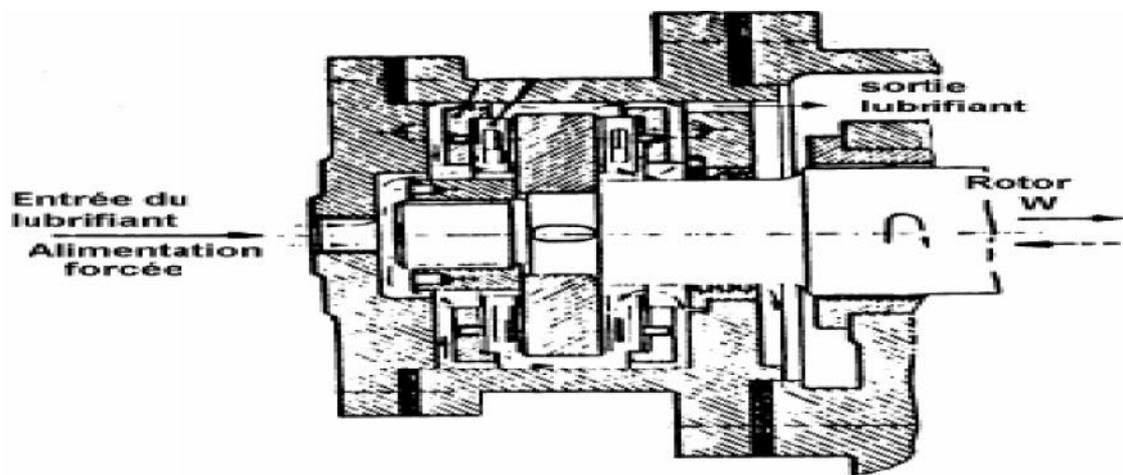
Pour un rotor vertical, la charge est généralement due au poids et on utilise une butée à simple effet (*figure III-13*).

La génération d'une pression hydrodynamique impose l'effet simultané de vitesse et d'espace convergent.

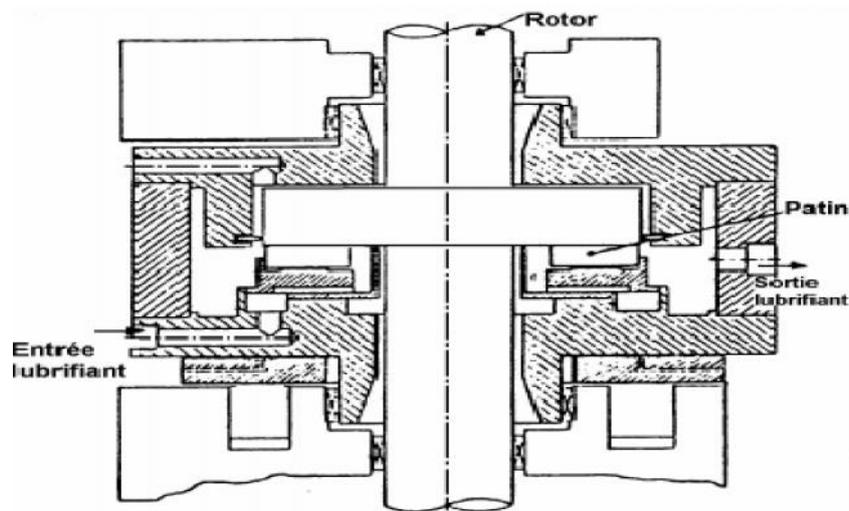
Dans le cas de butées le secteur circulaire est en général divisé en un ensemble discontinu de surfaces appelées patins.

Il existe trois tendances pour l'alimentation en fluide lubrifiant :

- par barbotage: la butée étant immergée dans un bain d'huile
- par circulation forcée du fluide
- par alimentation sous pression de fluide frais au niveau de chaque patin au travers d'orifices judicieusement situés.



**Fig.III-12: Butée double effet**



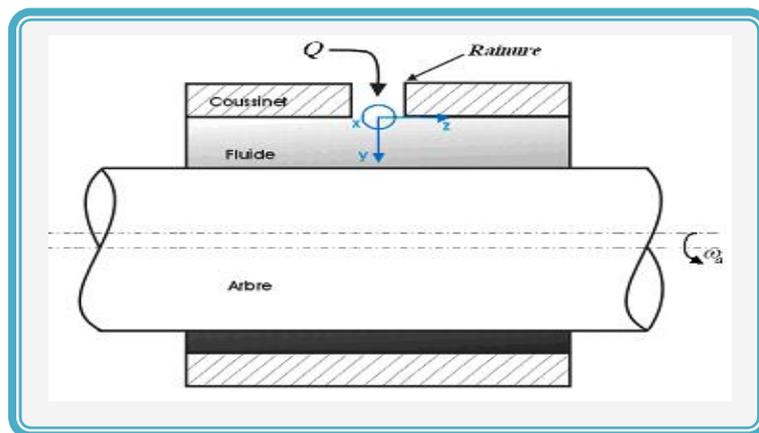
**Fig.III-13 : Butée simple effet**

### 3-EXPRESSION DES EQUATIONS DE LA LUBRIFICATION HYDRODYNAMIQUE PAR FLUIDE AVEC DES PARTICULES SOLIDES : DANS LE CAS D'UN PALIER COMPLIANT

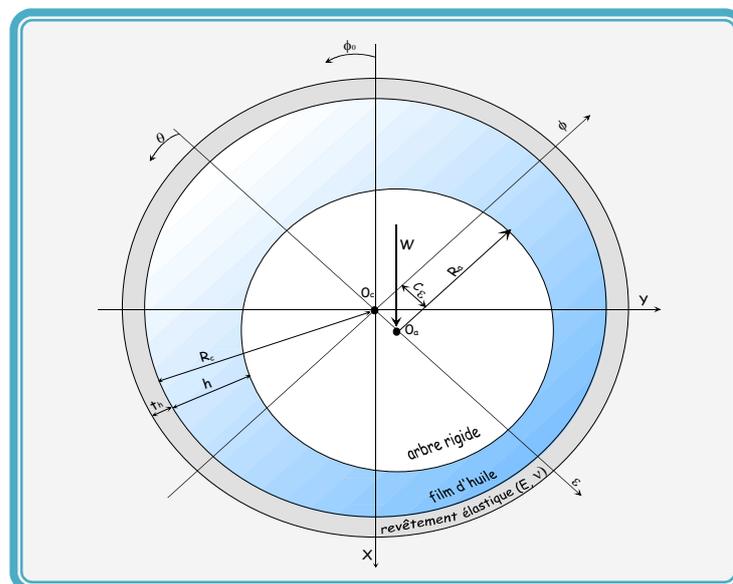
Les paliers lisses sont fréquemment utilisés, les plus simples sont constitués d'un arbre cylindrique tournant à l'intérieur d'un alésage en présence de lubrifiant (figure III-5). Sur certains mécanismes, ils correspondent à la meilleure solution technologique existant actuellement. On les rencontre dans les moteurs thermiques, les compresseurs, les turbomachines, les alternateurs, les réducteurs, etc.

Un palier lisse est constitué de deux éléments, l'arbre généralement en acier de rayon ( $R_a$ ) et le coussinet en bronze ou en acier régulé même en polymère de rayon intérieur ( $R_c$ ) et de longueur ( $L$ ) (figure III-14-b). Ainsi, un palier lisse peut être schématisé par deux cercles (figure III-14-b) de rayons voisins et caractérisé par trois grandeurs : le jeu radial ( $C = R_c - R_a$ ), le rapport ( $C/R$ ) (ou jeu relatif de l'ordre de  $10^{-3}$ ) et le rapport ( $L/D$ ) de la longueur au diamètre du palier.

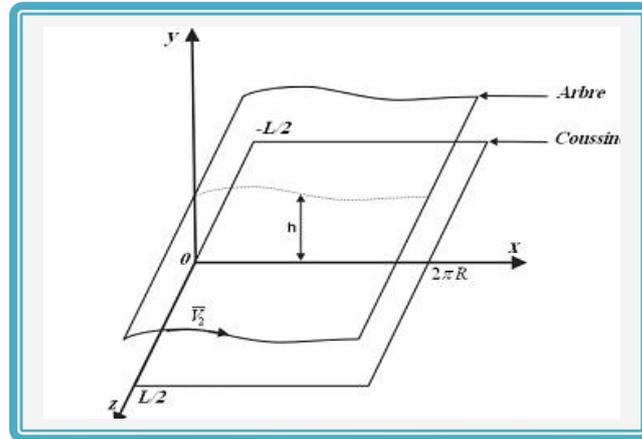
Le jeu radial étant très petit devant le rayon du coussinet ou de l'arbre. On peut alors négliger, la courbure du film est développée suivant sa direction circonférentielle (figure III-7-c). Dans ces conditions, la surface du coussinet est confondue avec le plan ( $O, x, z$ ) du référentiel local.



a) Vue de profil d'un palier



**b) Section droite d'un palier**



**c) Palier développé**

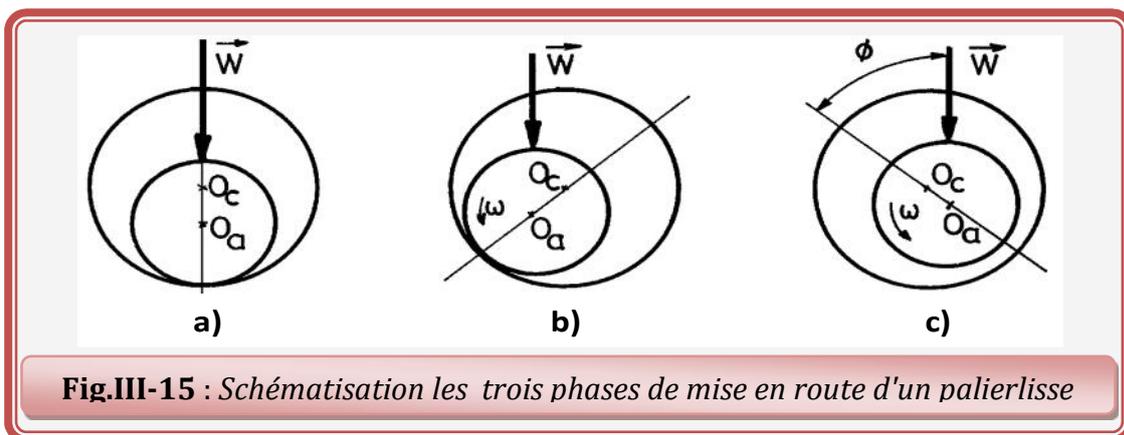
**Fig.III-14: Schémas d'un palier lisse**

La figure **III.15** présente les trois phases que l'on observe lors de la mise en route d'un palier sous charge. Les points  $O_a$  et  $O_c$  représentent respectivement les centres de l'arbre et du coussinet et  $W$  désigne la charge extérieure appliquée à l'arbre.

- A l'arrêt, (figure **III-15-a**), l'arbre et le coussinet sont en contact, la génératrice commune est opposée à la charge et la distance  $O_c O_a$  est égale au jeu radial ( $C$ ).

- Au démarrage, (figure **III-15-b**), l'arbre roule en glissant à l'intérieur du coussinet, le régime de lubrification est dit mixte, le lubrifiant est entraîné dans l'espace convergent formé par l'arbre et le coussinet. Dès que la vitesse de rotation devient suffisante, il y a création d'un champ de pression hydrodynamique qui s'oppose à la charge (figure **III-15-c**). Pour une vitesse de rotation stable et une charge constante ( $W$ ), le centre de l'arbre  $O_a$  occupe une position fixe à l'intérieur du coussinet. Si le torseur des forces extérieures se réduit à une force unique ( $\vec{W}$ ) qui agit dans le plan de la section médiane du palier, les axes de l'arbre et du coussinet sont parallèles.

Deux paramètres sont alors nécessaires pour positionner  $O_a$  par rapport à  $O_c$ . On utilise habituellement la distance  $O_c O_a$  appelée excentricité ( $e$ ) et l'angle que fait la direction de la charge ( $\vec{W}$ ) avec la ligne des centres  $O_a O_c$  appelé angle de calage ( $\phi$ ).



**Fig.III-15 : Schématisation les trois phases de mise en route d'un palier lisse**

Dans cette étude, on se limitera au régime hydrodynamique établi et on supposera que le régime d'écoulement du fluide à travers le palier est laminaire, et isotherme ( $T=cts$ ). L'analyse de comportement statique d'un palier peut être basée sur trois parties :

- écriture de l'équation de Reynolds correspondant au palier étudié
- écriture de l'équation géométrique donnant l'épaisseur du film lubrifiant
- définition des conditions aux limites sur la pression.

Les conditions cinématiques relatives aux surfaces de contact (figure III-16) sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} U_1 = V_1 = W_1 = 0; \\ U_2 = R_a \omega_a \cos \alpha = R_a \omega_a; \\ W_2 = 0 \quad (\text{vitesse de l'arbre selon l'axe } z) \quad \text{(III-1)} \\ V_2 = R_a \omega \sin \alpha = R_a \omega \frac{dh}{dx} \end{array} \right.$$

Où,  $\text{tg} \alpha \approx \alpha \approx \frac{dh}{dx}$ , car  $\alpha \ll 1$ .

Dans l'équation (III-1):

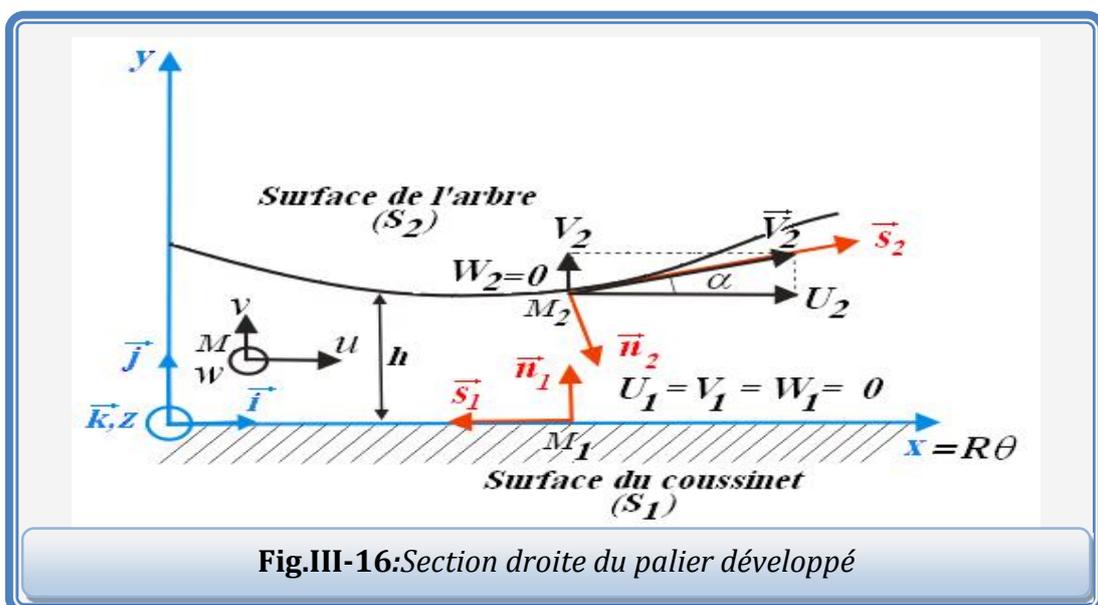
- $U_1, V_1$  et  $W_1$  sont les vitesses du coussinet (fixe) ;
- $U_2, V_2$  et  $W_2$  sont les vitesses de l'arbre (mobile) ;
- $R_a$  et  $R_b$  sont respectivement le rayon de l'arbre et du coussinet tel que:  $R_a \approx R_b = R$ .

$\theta$ : coordonnée circonférentielle dont l'origine est située sur la ligne des centres du palier

$\omega$  : vitesse angulaire de l'arbre

$\varepsilon$  : excentricité relative du palier,  $\varepsilon = \left(\frac{e}{C}\right)$

$e$  : excentricité du palier.



On remplace les expressions (III-1) et (III-2) dans l'équation (II-38), on obtient l'équation de Reynolds dans le cas d'un palier lisse lubrifié par fluide avec la présence des suspensions diluées de particules solides de forme sphérique (par exemple lubrifiant pollué ou contaminé par poussières, sable ou des particules solides dues à l'usure des surfaces de contact; *arrachement des particules solides des surfaces de contacts surtout pendant la phase de rodage des organes d'un mécanisme*) dans un solvant newtonien et isovisqueux fonctionnant en régime permanent (**Modèle d'Einstein**) :

$$\frac{\partial}{R\partial\theta} \left[ \frac{h^3}{\mu_s(1+2.5 \times \Phi)} \frac{\partial p}{R\partial\theta} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{h^3}{\mu_s(1+2.5 \times \Phi)} \frac{\partial p}{\partial z} \right] = 6\omega \frac{\partial h}{\partial\theta} \quad \text{(III-2)}$$

Avec,  $x = R.\theta$

$h$  : épaisseur de film lubrifiant

$\mu$  : viscosité effective du fluide lubrifiant

$\mu_s$  : viscosité du solvant

### 3-1. Expression de l'épaisseur du film

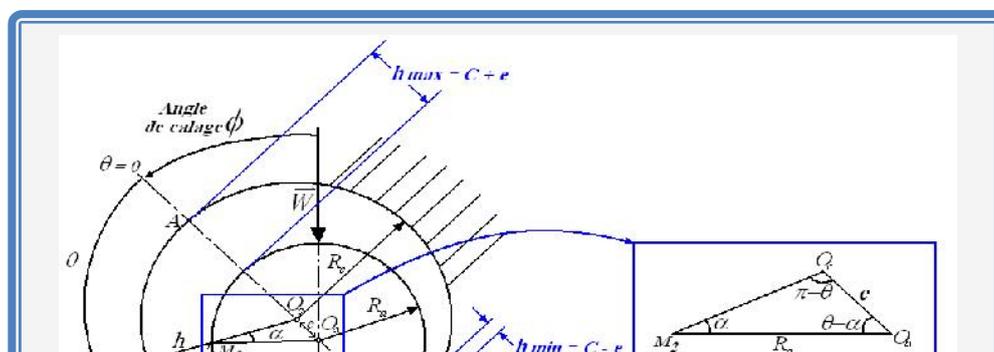
#### a) palier rigide (indéformable)

Pour une vitesse de rotation stable est une charge ( $W$ ) constante, le centre de l'arbre ( $O_a$ ) occupe une position fixe à l'intérieur du coussinet. Si le torseur des forces extérieures se réduit à une force unique ( $\vec{W}$ ) qui agit dans le plan de la section médiane du palier (aligné), les axes de l'arbre et du coussinet sont alors parallèles. Dans ce cas deux paramètres sont nécessaires pour positionner  $O_a$  par rapport à  $O_c$ :

- l'excentricité :  $e = |\overrightarrow{O_a O_c}|$
- l'angle que fait la direction de la charge ( $\vec{W}$ ) avec la ligne des centres, appelé angle de calage ( $\phi$ ).

Considère une section droite du palier (figure III-17) un point  $M_1$  appartenant à la surface du coussinet sera repère par la coordonnée angulaire tel que :

$\theta = (\overrightarrow{O_c A}, \overrightarrow{O_c M_1})$ .



L'expression géométrique de l'épaisseur du film est :

$$h = O_c M_1 - O_c M_2 = R_c - O_c M_2 \quad \text{(III-3)}$$

Détermination du segment  $O_c M_2$  :

En appliquant la règle des sinus au triangle  $O_c O_a M_2$  il vient

$$\frac{R_a}{\sin(\pi - \theta)} = \frac{e}{\sin \alpha} = \frac{O_c M_2}{\sin(\theta - \alpha)}$$

$$\text{d'où, } \sin \alpha = \frac{e}{R_a} \sin \theta$$

$$\text{et, } O_c M_2 = \frac{R_a}{\sin \theta} \sin(\theta - \alpha)$$

$$\text{or, } \sin(\theta - \alpha) = \sin \theta \cos \alpha - \sin \alpha \cos \theta$$

$$= \sin \theta \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} - \sin \alpha \cos \theta = \sin \theta \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} - \frac{e}{R_a} \sin \theta \cos \theta$$

$$\text{Donc, } O_c M_2 = R_a \left[ \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} - \frac{e}{R_a} \cos \theta \right] = R_a \left[ \sqrt{1 - \left( \frac{e}{R_a} \right)^2 \sin^2 \theta} - \frac{e}{R_a} \cos \theta \right]$$

En développant le terme  $\sqrt{1 - \left( \frac{e}{R_a} \sin \theta \right)^2}$ , on obtient :

$$\left[ 1 - \left( \frac{e}{R_a} \sin \theta \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{e}{R_a} \sin \theta \right)^2 + \frac{1}{8} \left( \frac{e}{R_a} \sin \theta \right)^4 + \dots$$

La quantité  $\left( \frac{e}{R_a} \right)$  est très petite devant l'unité (de l'ordre  $10^{-3}$ ), on peut donc négliger le

terme  $\left( \frac{e}{R_a} \sin \theta \right)^2$  et  $\left( \frac{e}{R_a} \sin \theta \right)^4$ , etc. devant un, il vient alors :

$$O_c M_2 = R_a \left( 1 - \frac{e}{R_a} \cos \theta \right) = R_a - e \cos \theta \quad \text{(III-4)}$$

$$\text{Donc : } h = R_a + C - O_c M_2 = R_a + C - R_a + e \cos \theta \quad \text{(III-5)}$$

Il vient alors :

$$\begin{aligned} h(\theta) &= C + e \cos \theta \\ &= C (1 + \varepsilon \cos \theta) \end{aligned} \quad \text{(III-6)}$$

C'est l'équation de l'épaisseur du film en tout point du palier, cette relation est applicable dans le cas d'un palier lisse aligné et rigide (indéformable), qui définit en chaque point et à chaque instant l'épaisseur du film lubrifiant.

Avec,  $\varepsilon = \frac{e}{C}$  qui est l'excentricité relative (*eccentricity ratio*), elle varie de 0 à 1.

Si,  $\varepsilon = 0$ , l'arbre et le coussinet sont coaxiaux.

Si,  $\varepsilon = 1$ , il y a présence de contact entre les surfaces de l'arbre et du coussinet.

### **b) palier compliant (déformable)**

La prise en considération des déformations élastiques du revêtement de l'alésage conduit à la modification de l'équation géométrique du film. Dans le cas où le Modèle Couche Élastique Mince (**MCEM**) est retenu l'expression de l'épaisseur du film d'huile **(III-6)** devient **[10]** :

$$h = C(1 + \varepsilon \cos \theta) + U_r \quad \text{(III-7)}$$

Avec,  $U_r$  est le déplacement radial défini par :  $U_r = L_0 \times p$

Où,  $p$  est la pression hydrodynamique engendrée dans le film lubrifiant et  $L_0$  est

l'opérateur de compliance qui s'exprime comme suit :  $L_0 = \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{(1 - \nu)} \frac{t_h}{E}$

$E$  et  $\nu$  sont respectivement le module d'Young et le coefficient de Poisson de la couche élastique mince représentant le revêtement du palier et  $t_h$  est l'épaisseur du revêtement de surface du palier (*figure III-14-b*).

Notons que l'hypothèse de Modèle Couche Élastique Mince permet de déduire un modèle de calcul rapide du champ de déplacement radial. Lorsque l'épaisseur de la couche élastique mince du revêtement est très petite devant le rayon du palier, ce modèle est en général suffisant pour la prise en considération des effets de déformations élastiques dans le calcul des performances statiques et dynamiques du palier fluide **[10]**.

### **3-2. Conditions aux limites**

Le champ de pression dans le film lubrifiant doit satisfaire à l'équation de Reynolds et à certaines conditions limites liées à l'alimentation du palier ainsi qu'à l'écoulement du lubrifiant dans le palier.

### 3-2-1. Conditions liées à l'alimentation et à l'environnement du palier

$$\begin{cases} p(\theta = 0) = p_a & \text{dans les rainures d'alimentation axiale du palier} \\ p(z = \pm \frac{L}{2}) = p_{atm} & \text{pression atmosphérique aux extrémités du palier} \end{cases} \quad \text{(III-8)}$$

### 3-2-2. Conditions liées à l'écoulement du lubrifiant

On distingue trois types de conditions aux limites :

#### a) Conditions de Sommerfeld

Ces conditions ne tiennent pas compte du phénomène de cavitation (zone dans lequel on trouve huile mélangé avec l'air) qui obligeant le film en entier d'être actif (figure III-18):

$$\begin{cases} p(\theta = 0) = 0 \\ p(\theta = f \text{ ou } 2f) = 0 \end{cases} \quad \text{(III-9)}$$

La solution de Sommerfeld donne une distribution de pression antisymétrique au point  $\theta = \pi$  pour une position de l'arbre. La solution donne aussi un angle de calage égale  $\frac{\pi}{2}$  par rapport à la direction de charge, ces conditions aux limites ne sont valables que pour des paliers fonctionnant à de très faibles charges ou sous des pressions très élevées.

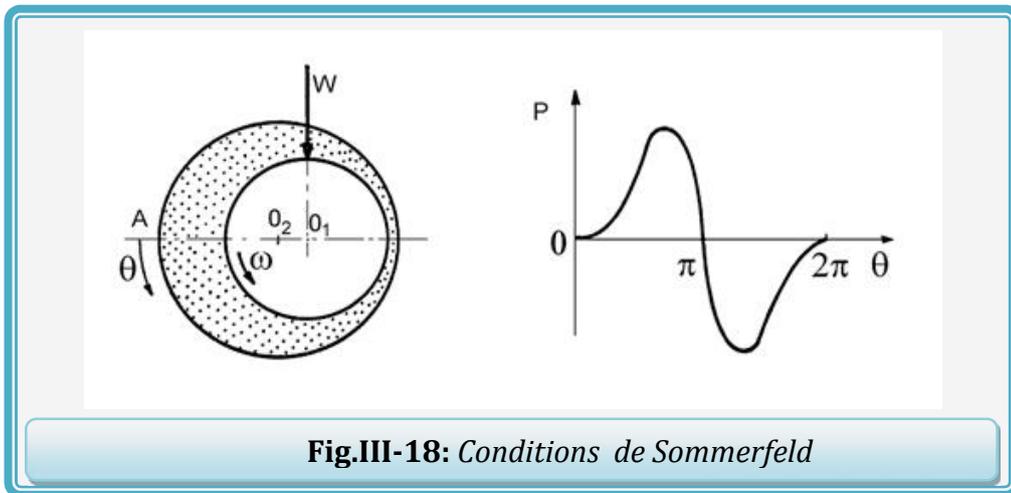


Fig.III-18: Conditions de Sommerfeld

#### b) Conditions de Gümbel ou de demi-Sommerfeld

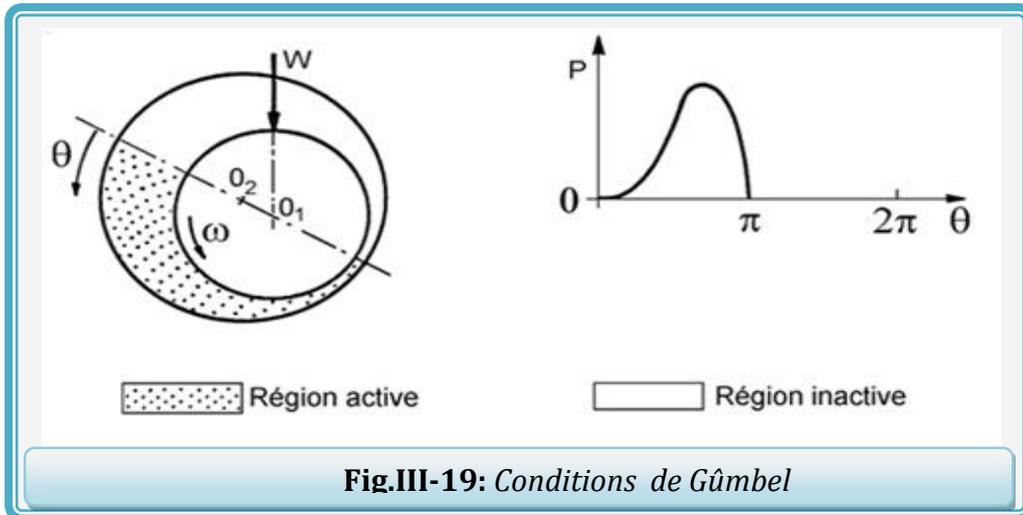
Gümbel en 1921 [11], à la suite des travaux de Sommerfeld, propose comme conditions aux limites :

$$\begin{cases} p(\theta = 0, z) = 0 \\ p(\theta = \theta_c, z) = 0 \\ p(\theta, z) = 0 & \text{si } \theta_c < \theta < 2\pi - \theta_c \end{cases} \quad \text{(III-10)}$$

(étendue de la zone de cavitation)

Ces conditions (figure III-19) prennent en compte la rupture du film lubrifiant mais elles ne respectent pas la continuité du débit qui est physiquement inacceptable. Cette

solution est fréquemment employée car elles permettent d'obtenir, dans le cas du palier court.

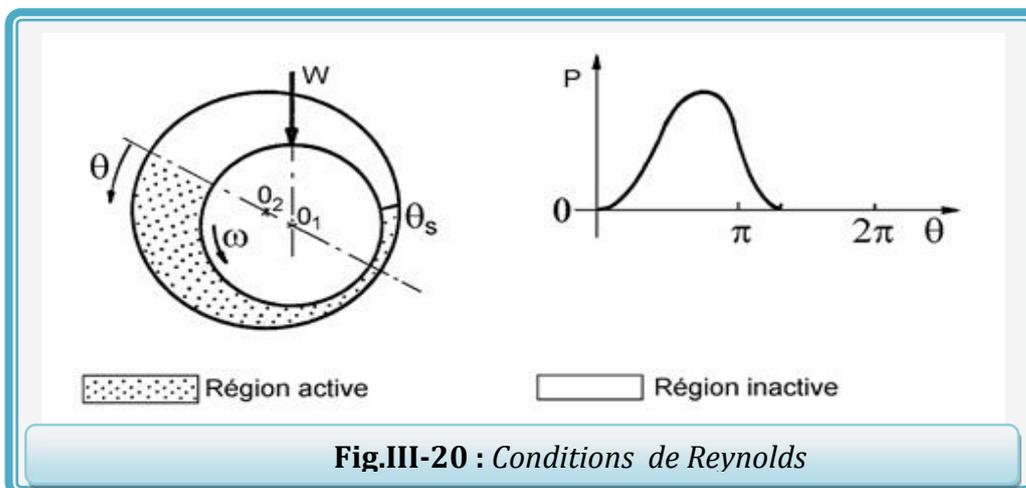


**c) Conditions de Reynolds ou de Swift-Stieber**

Ces conditions proposées indépendamment par Swift en 1932 et par Steiber en 1933[11,12], respectent la continuité du débit et supposent que pour une abscisse  $\theta_s$  à priori inconnue, appelée angle de cavitation la pression et le gradient de pression s'annulent (figure III-20) :

$$\begin{cases} P(\theta = 0, z) = 0 \\ p(\theta = \theta_s, z) = 0 \\ p(\theta, z) = 0 \end{cases} \quad \text{si} \quad \theta_s < \theta < 2\pi \quad \text{et} \quad \frac{\partial p}{\partial \theta}(\theta = \theta_s, z) = \frac{\partial p}{\partial \theta}(\theta = \theta_s, z) = 0 \quad \text{(III-13)}$$

On distingue ainsi deux régions dans le palier : une région active où la pression est positive et le film complet, pour des valeurs de  $\theta$  comprises entre 0 et  $\theta_s$  et une région inactive à pression nulle et dans laquelle en régime dynamique, peut apparaître de la cavitation, pour  $\theta_s < \theta < 2\pi$ . Ces conditions sont celles qui donnent les solutions les plus exactes ; elles ont été vérifiées dans de nombreuses études expérimentales.



Les conditions les plus utilisées et relativement proche de la réalité physique sont celles de Swift-Stieber connues sous le nom de conditions de Reynolds, une des difficultés majeures du calcul réside dans la double recherche de la répartition de pression dans le film et la frontière de la zone active du palier. L'application de ces conditions impose l'emploi de l'algorithme de Christopherson [13].

#### 4- ECRITURE DES EQUATIONS DE LA LUBRIFICATION EN VARIABLES SANS DIMENSION

Pour les traitements numériques, il est recommandé de réécrire toutes les équations de la lubrification hydrodynamique en variables sans dimension. Le dimensionnement pour but de diminuer le nombre de paramètres physiques en utilisant des paramètres composés sans dimension. Dans ce cas, l'ordre des paramètres est de un, ce qui améliore la précision numérique et facilite l'interprétation des résultats obtenus. Dans le cas d'un palier fluide, on pose :  $\tilde{x} = \frac{x}{R}$ ,

ue des sphères rigides très diluées dans un solvant newtonien de viscosité dynamique

$$\tilde{z} = \frac{z}{L}, \quad \tilde{h} = \frac{h}{C}, \quad \tilde{t} = t \quad \text{et} \quad \tilde{p} = \frac{p}{\mu_s \left(\frac{R}{C}\right)^2}$$

En remplaçant les variables réduites dans l'équation de Reynolds (III-2) pour un fluide avec la présence des particules solide (**Modèle d'Einstein**), on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \frac{\tilde{h}^3}{(1 + 2.5 \times \Phi)} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} \right] + \left(\frac{R}{L}\right)^2 \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \left[ \frac{\tilde{h}^3}{(1 + 2.5 \times \Phi)} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} \right] = 6 \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \theta} \quad \text{(III-14)}$$

Où,  $\Phi$  est la concentration volumique ( $\mu_s$ ).

##### - Equation géométrique de film adimensionnée

Dans le cas le palier compliant aligné, l'expression de l'épaisseur du film adimensionnée :

$$\tilde{h} = 1 + \varepsilon \cos \theta + \tilde{U}_r \quad \text{(III-15)}$$

Où,  $\tilde{U}_r$  est le déplacement radial adimensionné défini par :  $\tilde{U}_r = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{(1-\nu)} \times \tilde{C}_d \times \tilde{t}_h \times \tilde{p}$

Avec,  $\tilde{t}_h = t_h / R$  est l'épaisseur relative de la couche élastique mince du revêtement de surface du palier et  $\tilde{C}_d$  est le coefficient de déformation élastique ( $\tilde{C}_d = \frac{\mu_s \omega (R/C)^3}{E}$ ).

D'après l'expression de  $\tilde{C}_d$ , on remarque que le coefficient de déformation est nul lorsque le module d'élasticité du matériau tend vers l'infini (couche rigide).

#### 5- PERFORMANCES STATIQUES DU PALIER

La résolution numérique de l'équation de Reynolds permet de définir le champ de pression hydrodynamique dans le film lubrifiant. Une fois la pression hydrodynamique

connue en chaque point du contact, les performances statiques du système (arbre et coussinet), tels que la portance hydrodynamique, l'angle de calage, le couple de frottement, la puissance dissipée, le champ des vitesses moyennes de l'écoulement ainsi que le débit moyen de fuite à l'extrémité de palier peuvent être calculées numériquement.

### 5-1. Portance hydrodynamique et angle de calage du palier

L'intégration du champ de pression à la surface du coussinet permet de déterminer les composantes de la portance hydrodynamique et l'angle de calage. Dans le repère intermédiaire  $(O_a, \vec{\varepsilon}, \vec{\phi}, \vec{z})$  (figure III-21), les composantes de la portance s'expriment par

$$\begin{cases} F_\varepsilon = \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^{2\pi} p(\theta, z) \cos \theta R d\theta dz \\ F_\phi = \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^{2\pi} p(\theta, z) \sin \theta R d\theta dz \end{cases} \quad \text{(III-16)}$$

En variables réduites, les équations (III-16) et pour prise en considération l'existence des particules solides dans le lubrifiant (*modèle d'Einstein*) deviennent :

$$\begin{cases} \tilde{F}_\varepsilon = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_0^{2\pi} \tilde{p}(\theta, \tilde{z}) \cos \theta d\theta d\tilde{z} \\ \tilde{F}_\phi = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_0^{2\pi} \tilde{p}(\theta, \tilde{z}) \sin \theta d\theta d\tilde{z} \end{cases} \quad \text{(III-17)}$$

$$\text{Avec : } (\tilde{F}_\varepsilon, \tilde{F}_\phi) = \frac{(F_\varepsilon, F_\phi)}{\mu_s \omega R L \left(\frac{R}{C}\right)^2}$$

De ces deux relations, on peut déterminer les valeurs de la charge portante hydrodynamique adimensionnée ( $\tilde{W}_0$ ) et de l'angle de calage ( $\phi_0$ ) du palier fluide, comme suit :

$$\tilde{W}_0 = (\tilde{F}_\varepsilon^2 + \tilde{F}_\phi^2)^{1/2} \quad \text{(III-18)}$$

$$\phi_0 = \tan^{-1} \left( -\frac{\tilde{F}_\phi}{\tilde{F}_\varepsilon} \right) \quad \text{(III-19)}$$

### 5-2. Forces de frottement sur le coussinet et l'arbre

Le calcul des forces de frottement s'effectue par intégration des contraintes de cisaillement (relations II-27) à la surface de l'arbre ( $y=h$ ) ou du coussinet ( $y=0$ ). Ainsi, les valeurs des forces de frottement sont calculées à partir des relations suivantes :

$$\begin{cases} F_a = \int_0^{2\pi} \int_{-L/2}^{L/2} \tau_{xy} \Big|_{y=h} R d\theta dz \\ F_c = \int_0^{2\pi} \int_{-L/2}^{L/2} \tau_{xy} \Big|_{y=0} R d\theta dz \end{cases} \quad \text{(III-20)}$$

avec,  $\tau_{xy} = \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} (2y - h) + \frac{\mu U_2}{h}$

$$\begin{cases} F_a = \int_0^{2\pi} \int_{-L/2}^{L/2} \left[ \frac{\mu U_2}{h} + \frac{h}{2} \frac{\partial p}{R \partial \theta} \right] R d\theta dz \\ F_c = \int_0^{2\pi} \int_{-L/2}^{L/2} \left[ \frac{\mu U_2}{h} - \frac{h}{2} \frac{\partial p}{R \partial \theta} \right] R d\theta dz \end{cases} \quad \text{(III-21)}$$

Soit en utilisant les variables réduites et en utilisant le **modèle d'Einstein** pour prise en considération l'existence des particules solides dans le lubrifiant, on obtient alors :

$$\begin{cases} \tilde{F}_a = \int_0^{2\pi} \int_{-1/2}^{1/2} \left[ \frac{(1 + 2.5 \times \Phi)}{\tilde{h}} + \frac{\tilde{h}}{2} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} \right] d\theta d\tilde{z} \\ \tilde{F}_c = \int_0^{2\pi} \int_{-1/2}^{1/2} \left[ \frac{(1 + 2.5 \times \Phi)}{\tilde{h}} - \frac{\tilde{h}}{2} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} \right] d\theta d\tilde{z} \end{cases} \quad \text{(III-22)}$$

Avec,  $\begin{Bmatrix} \tilde{F}_a \\ \tilde{F}_c \end{Bmatrix} = \frac{C}{\mu_s \omega R^2 L} \begin{Bmatrix} F_a \\ F_c \end{Bmatrix}$

Le nombre de frottement sur le coussinet est défini par :  $f = \frac{\tilde{F}_c}{\tilde{W}}$

### 5-3. Puissance dissipée

La puissance dissipée est calculée à partir de l'intégration de la fonction de dissipation visqueuse ( $\Phi_0$ ) :

$$P_0 = \iiint_V \Phi_0 dx dy dz \quad \text{(III-23)}$$

Avec :  $\Phi_0 = \mu \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right]$  et  $V = [0, 2\pi R] \times [0, h_0] \times \left[-\frac{L}{2}, \frac{L}{2}\right]$  est le volume occupé par le

fluide.

Après intégration par rapport à y, l'expression de la puissance dissipée devient :

$$P_0 = \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^{2\pi} \left[ \frac{h^3}{12\mu} \left( \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial p}{\partial z} \right)^2 \right) + \frac{\mu (\omega R)^2}{h} \right] R d\theta dz \quad \text{(III-24)}$$

Soit en variables sans dimension et en utilisant le **modèle d'Einstein** pour prise en considération l'existence des particules solides dans le lubrifiant, on obtient alors:

$$\dot{P}_0 = \left( \frac{C}{\mu_s \omega^2 R^3 L} \right) P_0 = \int_0^{2\pi} \int_{-1/2}^{1/2} \left[ \frac{(1+2.5 \times \Phi) \times \tilde{h}^3}{12} \left( \left( \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} \right)^2 + \left( \frac{R}{L} \right)^2 \left( \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} \right)^2 \right) + \frac{(1+2.5 \times \Phi)}{\tilde{h}_0} \right] d\theta d\tilde{z} \quad (\text{III-25})$$

#### 5-4. Vitesses moyennes de l'écoulement et le débit de fuite

Les vitesses moyennes de l'écoulement de fluide données par l'expression suivante :

$$\begin{cases} u_m = \frac{1}{h} \int_0^h u dy = \frac{\omega R}{2} - \frac{h^2}{12 \times \mu} \frac{\partial p}{R \partial \theta} \\ w_m = \frac{1}{h} \int_0^h w dy = -\frac{h^3}{12 \times \mu} \frac{\partial p}{\partial z} \end{cases} \quad (\text{III-26})$$

Les vitesses moyennes d'écoulement adimensionnées deviennent et en utilisant le **modèle d'Einstein** pour prise en considération l'existence des particules solides dans le lubrifiant, on obtient alors:

$$\begin{cases} \tilde{u} = \frac{u_{\text{moy}}}{\omega R} = \frac{1}{2} - \frac{\tilde{h}^2}{12 \times (1+2.5 \times \Phi)} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} \\ \tilde{w} = \frac{L w_{\text{moy}}}{\omega R^2} = -\frac{\tilde{h}^2}{12 \times (1+2.5 \times \Phi)} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} \end{cases} \quad (\text{III-27})$$

Le débit moyen volumique à l'extrémité de palier s'exprime par:

$$Q_+ = \int_0^{2\pi} \int_0^h w_{\text{moy}} |_{z=L/2} R dy d\theta \quad (\text{III-28})$$

- Le débit moyen volumique total adimensionné est donné par :

$$\tilde{Q}_{\text{moy}} = |\tilde{Q}_+| + |\tilde{Q}_-| \quad (\text{III-29})$$

En variable sans dimension et en utilisant le **modèle d'Einstein** pour prise en considération l'existence des particules solides dans le lubrifiant, on obtient alors:

$$\tilde{Q} = \left( \frac{L}{C \omega R^3} \right) Q = \int_0^{2\pi} \left[ -\frac{\tilde{h}^3}{6 \times (1+2.5 \times \Phi)} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} \right]_{\tilde{z}=\pm 1/2} d\theta \quad (\text{III-30})$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} \tilde{Q}_+ = \int_0^{2\pi} \left[ \tilde{h} \tilde{w}_{\text{moy}} \right]_{\tilde{z}=1/2} d\theta \\ \tilde{Q}_- = \int_0^{2\pi} \left[ \tilde{h} \tilde{w}_{\text{moy}} \right]_{\tilde{z}=-1/2} d\theta \end{cases}$$

$\tilde{Q}_+$  et  $\tilde{Q}_-$  sont les débits moyens volumiques adimensionnés à chaque extrémité du palier ( $\tilde{z} = \pm 1/2$ ).

## 6- CONCLUSION

Dans ce chapitre, on a présenté une étude bibliographique succincte sur les différents types de paliers hydrodynamiques, leurs modes de fonctionnement et les caractéristiques géométriques. L'étude cinématique du palier a conduit à l'écriture de l'équation de Reynolds en régime dynamique. L'équation géométrique du film qui

permet de définir à chaque point et en chaque instant l'épaisseur du film lubrifiant dans le palier a été déterminée pour un palier compliant et aligné ; c'est-à-dire les axes de l'arbre et du coussinet sont parallèles. On a présenté aussi les différentes expressions de toutes les caractéristiques statiques d'un palier lisse lubrifié par un fluide avec l'existence des particules solides dans le solvant newtonien.

## 1- INTRODUCTION

L'équation de Reynolds est une équation aux dérivées partielles du second ordre de type elliptique. Les géométries souvent complexes des paliers ainsi que les conditions limites ne permettent pas toujours d'envisager une résolution analytique de cette équation, sauf dans le cas des hypothèses de paliers infiniment court ( $L/D \rightarrow 0$ ) ou des paliers infiniment long ( $L/D \rightarrow \infty$ ).

Pour les paliers de longueur finie (lorsque l'écoulement est bidimensionnel **2D**), les méthodes actuelles utilisées sont pour la plupart des méthodes numériques telles que les différences finies (MDF) et les éléments finis (MEF). La méthode de discrétisation retenue dans notre étude est celle des différences finies centrées bidimensionnelle (**2D**).

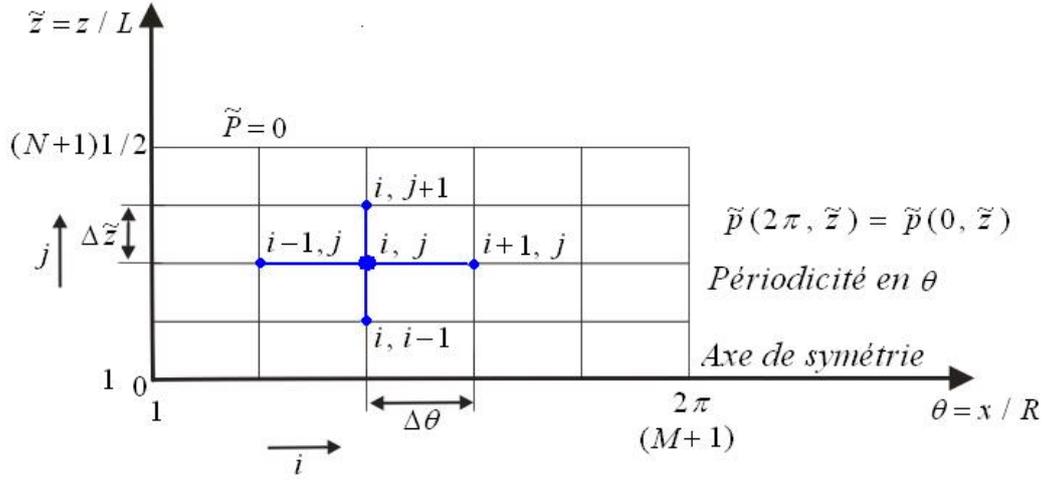
## 2- METHODE DE RESOLUTION DU PROBLEME DE LA LUBRIFICATION HYDRODYNAMIQUE PAR FLUIDE AVEC DES PARTICULES SOLIDES DE FORME SPHERIQUES (Approche bidimensionnelle (2D))

La méthode des différences finies (**2D**) est utilisée dans le cas du palier de longueur finie où l'écoulement du fluide est bidimensionnel. Dans cette méthode, simple à mettre en œuvre pour des géométries de films et d'alimentation régulières, le domaine est discrétisé en rectangles élémentaires appelés mailles. La pression aux nœuds du maillage est l'inconnue nodale, les dérivées partielles de la pression sont évaluées en un point du maillage en fonction des valeurs de la pression aux points environnants.

### 2-1. Discrétisation de l'équation de Reynolds

Dans un palier, les rayons de l'arbre et du coussinet étant voisins la courbure du film est négligeable, le palier est alors développé suivant sa direction circonférentielle. On est ainsi ramené à un problème bidimensionnel. La figure **IV-1**, représente la discrétisation du palier par la méthode des différences finies (**2D**).

Si on considère que le palier est aligné et que la pression à ses extrémités est nulle, le palier étant symétrique par rapport à la coordonnée axiale  $z$ , seul le demi-palier est considéré (*figure IV-1*). Dans ces conditions, le domaine de discrétisation de l'équation de Reynolds se réduit à  $(0, 2\pi) \times (0, 1/2)$ .



**Fig.IV-1:** Maillage du film lubrifiant par la MDF (2D)  
(Discretisation du demi-palier)

M et N sont respectivement les nombres de mailles suivant  $\theta$  et  $\tilde{z}$ .

$\Delta\theta$  et  $\Delta\tilde{z}$  sont respectivement les pas du maillage dans les directions circonférentielle et axiale tel que:

$$\Delta\theta = 2\pi/M$$

$$\Delta\tilde{z} = 0.5/N$$

Les variables continues  $\theta$  et  $z$  sont remplacées par des variables discrètes  $i$  et  $j$ :

$$p(\theta_i, z_j) = p_{ij}$$

$$h(\theta_i, z_j) = h_{ij}$$

Les gradients de pression en un point du maillage sont approchés par :

$$\frac{\partial p}{\partial \theta}_{ij} = \frac{p_{i+1,j} - p_{i-1,j}}{2\Delta\theta}$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2}_{ij} = \frac{p_{i+1,j} - 2p_{ij} + p_{i-1,j}}{\Delta\theta^2}$$

$$\frac{\partial p}{\partial z}_{ij} = \frac{p_{i,j+1} - p_{i,j-1}}{2\Delta z}$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial z^2}_{ij} = \frac{p_{i,j+1} - 2p_{ij} + p_{i,j-1}}{\Delta z^2}$$

La méthode des différences finies centrées est aussi utilisée pour la discrétisation de l'équation de Reynolds **(III-14)** pour un fluide avec la présence des particules solide de forme sphériques (**Modèle d'Einstein, pour faible concentration [9]**). Alors, l'équation aux différences s'écrit:

$$p_{ij}^{(K+1)} = a_{ij}p_{i+1,j}^{(K)} + b_{ij}p_{i-1,j}^{(K+1)} + c_{ij}p_{i,j+1}^{(K)} + d_{ij}p_{i,j-1}^{(K+1)} - e_{ij} \text{ (IV-1)}$$

Où :

$$a_{ij} = \frac{1}{\text{Coef}} \frac{3h_{ij}^2}{2\Delta\theta} \frac{\partial h_{ij}}{\partial\theta} + \frac{h_{ij}^3}{\Delta\theta^2} \frac{1}{\text{den}_{ij}}$$

$$b_{ij} = \frac{1}{\text{Coef}} \frac{h_{ij}^3}{\Delta\theta^2} - \frac{3h_{ij}^2}{2\Delta\theta} \frac{\partial h_{ij}}{\partial\theta} \frac{1}{\text{den}_{ij}}$$

$$c_{ij} = \frac{1}{\text{Coef}} \frac{R^2}{L} \frac{h_{ij}^3}{\Delta z^2} \frac{1}{\text{den}_{ij}}$$

$$d_{ij} = c_{ij}$$

$$e_{ij} = 6 \frac{\partial h_{ij}}{\partial\theta} \frac{1}{\text{den}_{ij}}$$

$$\text{den}_{ij} = \frac{2}{\text{Coef}} \frac{h_{ij}^3}{\Delta\theta^2} + \frac{R^2}{L} \frac{h_{ij}^3}{\Delta z^2}$$

Avec, pour :

- **Fluide Newtonien** : Coef = 1

- **Modèle d'Einstein** : Coef = (1 + 2.5 × Φ)

- **Modèle de Batchelor et Green** : Coef = (1 + 2.5 × Φ + 6.2 × Φ<sup>2</sup>)

- **Modèle de Ball et Richmond** : Coef =  $\left(1 - \frac{\Phi}{\Phi_m}\right)^{-2.5 \times \Phi_m}$

- **Modèle de Phan-Thien et Pham** : Coef = (1 - Φ)<sup>-2.5</sup>

Où, Φ est la concentration volumique des sphères rigides très diluées dans un solvant newtonien de viscosité dynamique (μ<sub>s</sub>).

Pour un fluide newtonien, on a : Φ = 0.

L'utilisation de l'algorithme de Gauss-Seidel avec coefficients de sur-relaxation donne :

$$p_{ij}^{(K+1)} = 1 - \Omega p_{ij}^{(K)} + \Omega a_{ij}p_{i+1,j}^{(K)} + b_{ij}p_{i-1,j}^{(K+1)} + c_{ij}p_{i,j+1}^{(K)} + d_{ij}p_{i,j-1}^{(K+1)} - e_{ij} \text{ (IV-2)}$$

Où, Ω est le facteur de sur-relaxation dans la valeur est comprise entre 1 et 2.

## 2-2. Calcul des caractéristiques statiques

Les intégrales des caractéristiques statiques sont évaluées à l'aide de la formule des trapèzes généralisée.

### 2-2-1. Portance hydrodynamique

Les composantes de la portance hydrodynamique  $F_\varepsilon$  et  $F_\phi$  adimensionnée (III-17) s'écrivent :

$$\frac{\tilde{F}_\varepsilon}{\tilde{F}_\phi} \approx \Delta z \times \Delta \theta \sum_{i=2}^M \sum_{j=2}^N p_{ij} \frac{\cos \theta_i}{\sin \theta_i} \quad (\text{IV-3})$$

Ces relations sont valables pour le cas d'un palier lisse complet avec une rainure axiale infiniment mince située à  $(\theta=0)$ , la pression d'alimentation est supposée égale à la pression atmosphérique.

### 2-2-2. Forces de frottement

$$\begin{aligned} F_a &= Z \times \sum_{i=2}^M \sum_{j=2}^N \frac{\text{Coef}}{\tilde{h}_{ij}} + \frac{1}{2} \frac{\tilde{p}_{i+1,j} - \tilde{p}_{i-1,j}}{2 \theta} h_{ij} \\ F_c &= Z \times \sum_{i=2}^M \sum_{j=2}^N \frac{\text{Coef}}{\tilde{h}_{ij}} - \frac{1}{2} \frac{\tilde{p}_{i+1,j} - \tilde{p}_{i-1,j}}{2 \theta} h_{ij} \end{aligned} \quad (\text{IV-4})$$

### 2-2-3. Vitesses moyennes de l'écoulement

$$\begin{aligned} U_m &= \frac{1}{2} - \frac{\tilde{h}_{ij}^2}{12 \times \text{Coef}} \frac{\tilde{p}_{i+1,j} - \tilde{p}_{i-1,j}}{2 \theta} \\ W_m &= - \frac{\tilde{h}_{ij}^2}{12 \times \text{Coef}} \frac{\tilde{p}_{i,j+1} - \tilde{p}_{i,j-1}}{2 \tilde{z}} \end{aligned} \quad (\text{IV-5})$$

### 2-2-4. Débit volumique

$$Q = - \times \sum_{i=1}^M \frac{\tilde{h}_{ij}^3}{6 \times \text{Coef}} \frac{\tilde{p}_{i,j+1} - \tilde{p}_{i,j-1}}{2 \tilde{z}} \quad (\text{IV-6})$$

### 2-2-5. Puissance dissipée

$$\tilde{\mathcal{P}} = \text{Coef} \times \times Z \sum_{i=2}^M \sum_{j=2}^N \frac{\tilde{h}_{ij}^3}{12} \frac{\tilde{p}_{i+1,j} - \tilde{p}_{i-1,j}}{2}^2 + \frac{R}{L} \sum_{i,j} \frac{\tilde{p}_{i,j+1} - \tilde{p}_{i,j-1}}{2 \tilde{z}}^2 + \frac{1}{\tilde{h}_{ij}} \quad (\text{IV-7})$$

## 3- ETUDE DE L'INFLUENCE DE LA CONCENTRATION DES PARTICULES SOLIDES DANS LE FLUIDE LUBRIFIANT SUR LE COMPORTEMENT STATIQUE D'UN PALIER LISSE COMPLIANT

L'étude de l'influence des suspensions diluées de particules solides de forme sphérique (par exemples lubrifiant pollué ou contaminé par poussières, sable ou des particules solides dues à l'usure des surfaces de contact ; *arrachement des particules solides des surfaces de contacts surtout pendant la phase de rodage des organes d'un mécanisme*) dans un solvant newtonien sur le comportement statique du palier lisse compliant conduit à l'écriture, en langage ms-fortran, d'un programme de calcul basé sur l'approche numérique (2D) développée précédemment.

Ce programme permet de déterminer: le champ de pression dans le film lubrifiant, l'angle de calage, les vitesses moyennes d'écoulement, le débit de fuite volumique, le nombre de frottement ou la puissance dissipée et les déplacements radiaux de revêtement de surfaces ou déformations radiales du palier dus au champ de pression engendré dans le film lubrifiant.

### 3-1.Schémagénéralderésolutionduproblème

Dans le cas d'un palier compliant lubrifié par fluide avec des suspensions diluées de particules solides de forme sphérique, l'équation de Reynolds **(III-14)** est discrétisée par la méthode des différences finies centrée **(2D)**. Le système d'équations algébriques obtenu après discrétisation est résolu à l'aide d'un processus itératif **(IV-2)**. Le processus de résolution est comme suit :

- 1- Lecture des données :  $R, L, C, \tilde{h}_0, E, \nu, \varepsilon, \Phi, M, N$  , facteurs de relaxation, critères de convergence et le nombre maximal d'itérations
- 2- Calcul de l'épaisseur de film adimensionnée dans le cas indéformable ( $\tilde{h}_0$ ) à partir des équations **(III-6)**
- 3- Initialiser le compteur d'itération  $n$  à 0
- 4- Initialiser le champ de pression statique adimensionné,  $\tilde{p}_0^{(n)} = 0$  et l'épaisseur de film adimensionnée,  $\tilde{h}^{(n)} = \tilde{h}_0$
- 5- calcul du champ de pression hydrodynamique statique adimensionné,  $\tilde{p}_0^{(n+1)}$  par résolution de l'équation de Reynolds **(III-14)** à l'aide de la méthode itérative de Gauss-Seidel avec coefficient de sous-relaxation
- 6- calcul le déplacement radial adimensionné ( $\tilde{u}_r$ ) et le l'épaisseur de film dans le cas d'un palier compliant ( $\tilde{h}$ ) à partir des équations **(III-15)**

7- vérifier le critère de convergence :  $\frac{1}{N} \sum_{i,j} \left| \frac{\tilde{p}_{0ij}^{(n+1)} - \tilde{p}_{0ij}^{(n)}}{\tilde{p}_{0ij}^{(n+1)}} \right| \leq 10^{-5}$  , où

$N$  est le nombre total de nœuds pour lesquels la

pression est positive, si la convergence n'est pas atteinte, incrémenter le nombre d'itération de 1 et revenir à l'étape 5.

8- si la convergence est atteinte, calculer les performances statiques adimensionnées du palier fluide à partir des équations **(IV-3 ÷ IV-7)**

#### 4- RESULTATS ET DISCUSSIONS

##### 4-1. Validation de programme développé

Pour valider le programme de calcul développé pour l'étude des effets de concentration des particules solides sur les performances statique d'un palier lisse compliant de longueur finie, il est nécessaire de faire une comparaison des résultats obtenus à partir de la présente étude avec ceux qui disponibles dans la littérature. Les caractéristiques statiques présentés dans le tableau **IV-1**, tels que le nombre de Sommerfeld, angle de calage et le nombre de frottement sur l'arbre pour une excentricité relative statique varie de **0.1** au **0.95**, d'un palier rigide de longueur finie ( $R/L=0.5$ ), lubrifié avec un fluide newtonien.

Comme il est montre, dans le tableau **IV-1**, les résultats obtenus sont en bonne concordance avec ceux qui publiés par Nicolas **[16]**.

**Tableau IV-1:** Comparaison de quelques performances statiques d'un palier de longueur finie ( $R/L = 0.5$ ) lubrifié par fluide newtonien

		0.1	0.3	0.5	0.7	0.9	0.95
	a	79.5	68	56.5	44	26	19
	b	79.4	68.25	56.69	43.82	26.39	19.32
	c	<b>0.1257</b>	<b>0.3663</b>	<b>0.3315</b>	<b>0.4090</b>	<b>1.4778</b>	<b>1.6531</b>
S	a	1.33	0.388	0.178	0.0776	0.0185	0.00831
	b	1.33	0.389	0.178	0.0778	0.0183	0.00856
	c	0.00	0.257	0.00	0.2570	1.0810	2.9205
$f_a$	a	25.36	7.35	3.67	1.99	0.859	0.563
	b	26.44	8.18	4.28	2.39	1.056	0.698
	c	<b>4.0847</b>	<b>10.1466</b>	<b>14.2523</b>	<b>16.7364</b>	<b>18.6553</b>	<b>19.3409</b>

Avec : (a) résultats de référence **[15]**

(b) résultats de travail présenté

(c) l'écart en les deux résultats en (%).

## 4-2. Etude paramétrique

L'étude paramétrique menée dans ce travail permet de mettre en évidence l'influence des effets de concentration des suspensions diluées de particules solides de forme sphérique rigides (*par exemples huile lubrifiante pollué ou contaminé par poussières, sable ou des particules solides dues à l'usure des surfaces de contact ; arrachement des particules solides des surfaces de contacts surtout pendant la phase de rodage des organes d'un mécanisme*) dans un solvant newtonien sur le champ de pression, la portance hydrodynamique, la déformation de revêtement de surface du palier, les forces de frottement et le nombre de frottement sur le coussinet et l'arbre, les vitesses moyennes d'écoulement et début de fuite volumique moyen d'un palier lisse compliant de longueur finie lubrifié par un fluide avec la présence des particules solides, dont les caractéristiques géométriques, les conditions de fonctionnement, les propriétés physiques du lubrifiant et les caractéristiques élastiques et géométriques du revêtement de surface sont portés dans le tableau IV-2 :

**Tableau IV-2:** Caractéristiques géométriques et conditions de fonctionnement

	<b>Caractéristiques géométriques</b>
- Diamètre du palier, L	$50 \times 10^{-3} \text{ m}$
- Rayon de l'arbre, R	$25 \times 10^{-3} \text{ m}$
- Jeu radial, C	$50 \times 10^{-6} \text{ m}$

---

### Conditions de fonctionnement

- Vitesse angulaire de l'arbre,  $\omega 100 \times \pi \text{ rad/s}$

### Propriétés du lubrifiant, ISO VG 32 à 40°C

- Viscosité dynamique mesurée à la pression atmosphérique,  $\mu_s 0.03 \text{ Pa.s}$

- Masse volumique,  $\rho 870 \text{ kg/m}^3$

- Concentration volumique,  $\Phi 0, 10, 20, 30$  et  $40 \%$

### Caractéristiques élastiques et géométriques du revêtement de surface

- Module d'Young du matériau,  $E 3 \text{ GPa}$

- Coefficient de Poisson,  $\nu 0.36$

- Epaisseur du revêtement mince,  $t_h 5 \times 10^{-4} \text{ m}$

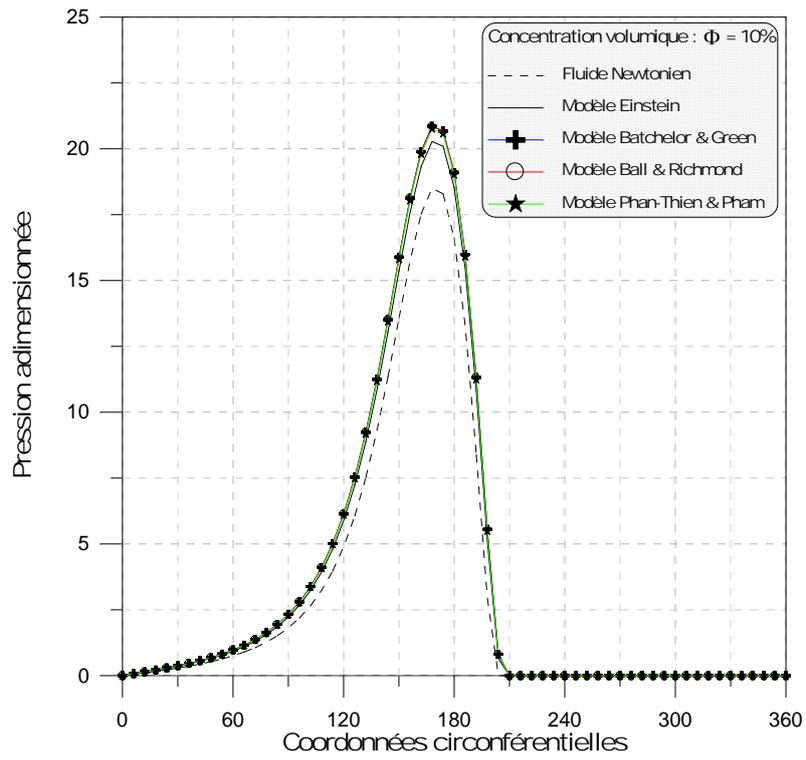
---

#### 4-2-1. Effets de concentration volumique sur le pic de pression dans le film

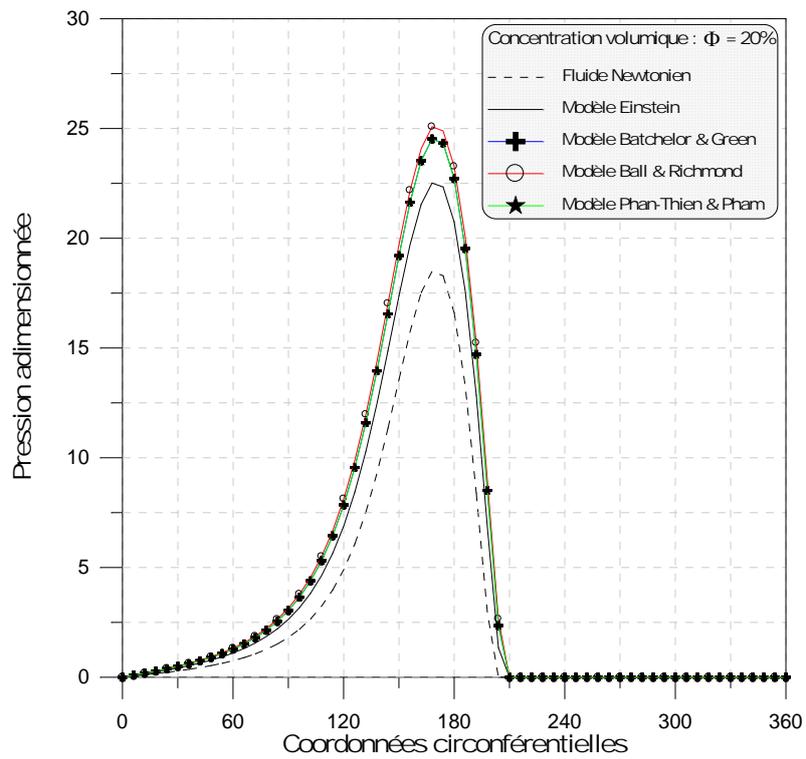
Les figures **IV-2**, présente l'influence des effets de concentration volumique des sphères rigides diluées dans un solvant newtonien de viscosité dynamique ( $\mu_s$ ) sur le pic de pression statique adimensionnée en (2D) dans la section médiane d'un palier compliant lubrifié avec un fluide avec des particules solides, pour une excentricité relative statique imposée ( $\varepsilon = 0.90$ ) et quatre valeurs de concentration volumique :  $\Phi = 0$  (fluide newtonien),  $10, 20, 30$  et  $40 \%$  [9].

On observe une augmentation significative de pic de pression maximale dans le film avec l'augmentation de concentration volumique des particules solides rigides ( $\Phi$ ) dans l'huile lubrifiante. Cette augmentation de pic de pression est due à l'augmentation de la viscosité effective de mélange (*huile lubrifiante + particules solides*) [9].

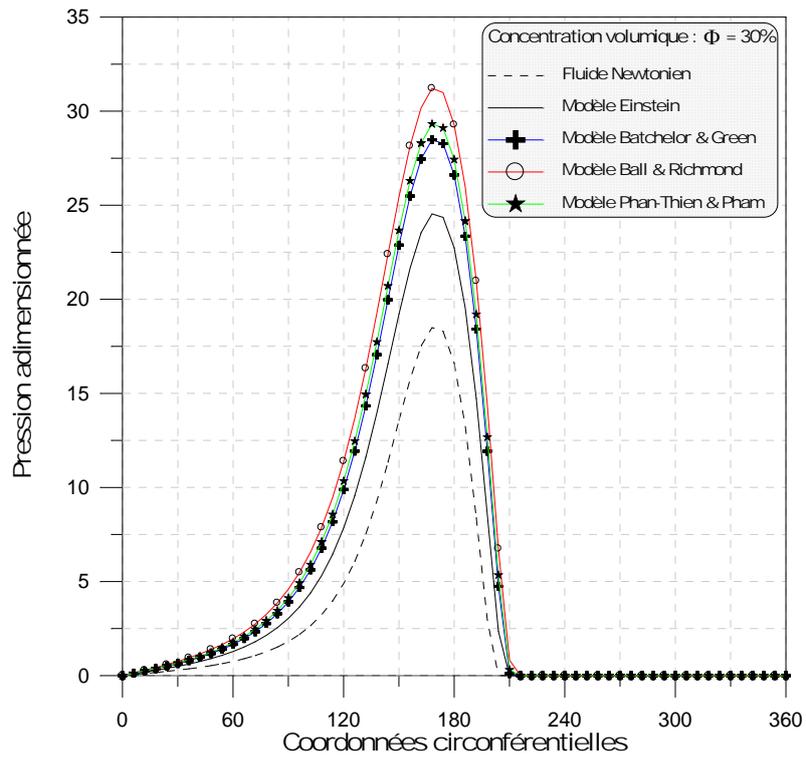
En outre, cette augmentation est d'autant plus importante pour des grandes concentrations volumiques dans le solvant ( $\Phi = 40\%$ ), surtout pour le modèle Ball & Richmond qui est le modèle le plus valable et plus recommandé de l'utiliser pour tenir en compte de la présence des fortes concentrations volumiques dans le solvant ( $\Phi \leq 50\%$ ) [9], cette augmentation est de l'ordre de 122% par rapport au fluide lubrifiant sans particules solides (**figure IV-2-d**).



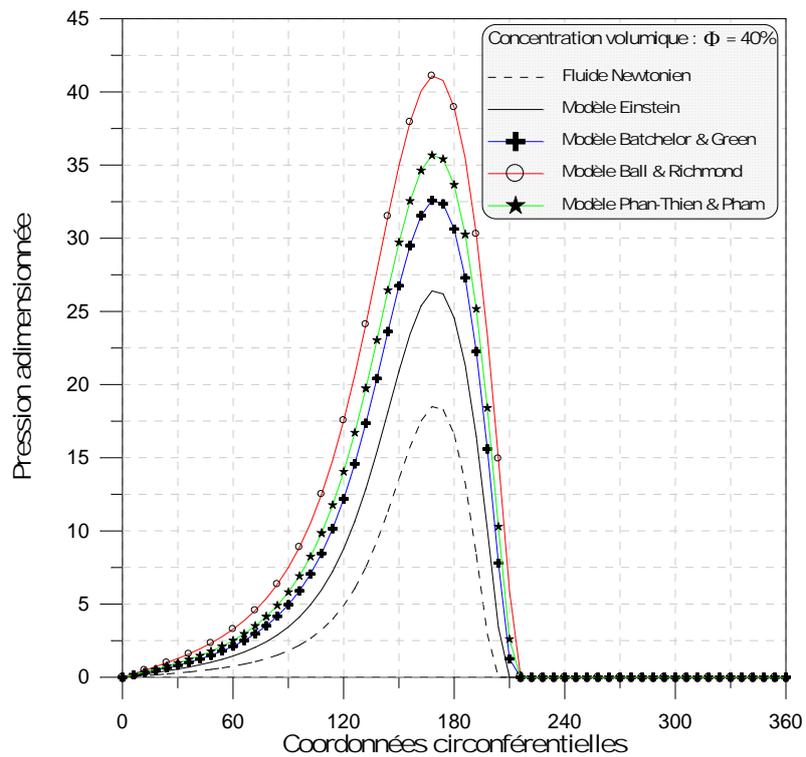
a) Concentration volumique  $\Phi = 10\%$



b) Concentration volumique  $\Phi = 20\%$



c) Concentration volumique  $\Phi = 30\%$



d) Concentration volumique :  $\Phi = 40\%$

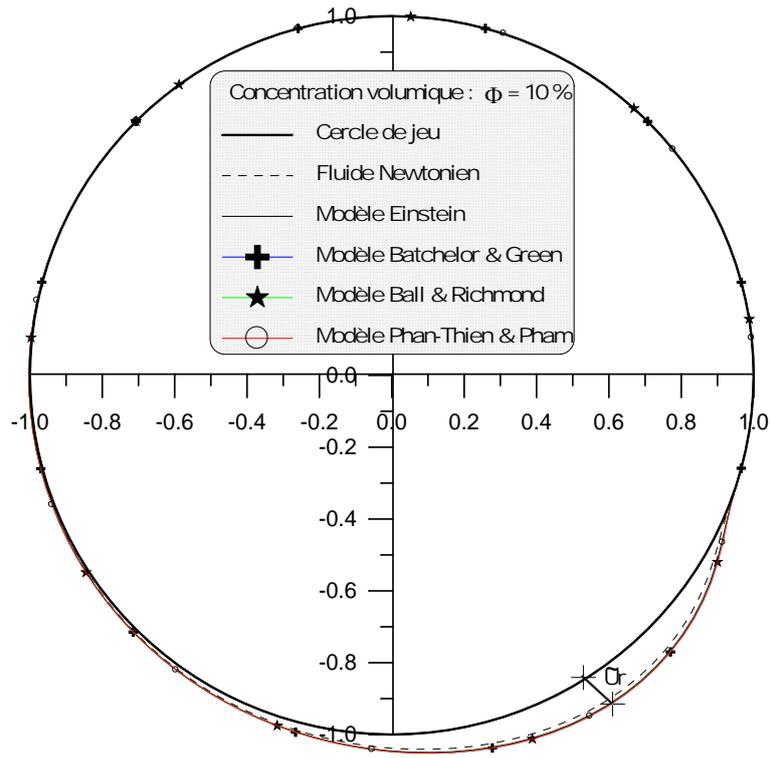
**Fig.IV-2** : Variations circonférentielles de la pression adimensionnée dans la section médiane du palier pour différents modèles rhéologiques

#### 4-2-2. Effets de concentration volumique des particules rigides sur les déformations élastiques du revêtement de surface du palier

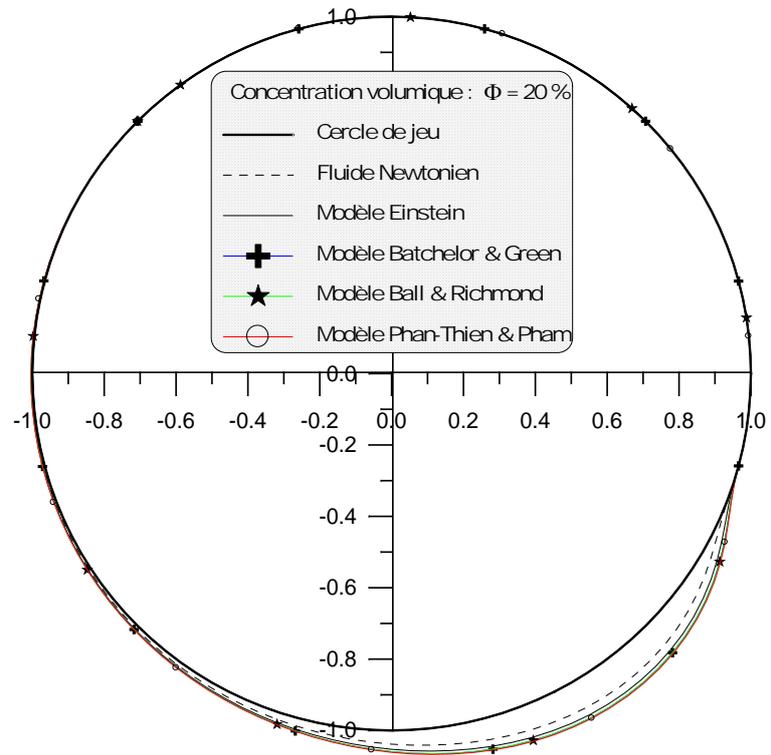
Dans la figure **IV-3**, on compare la déformée géométrique (le déplacement radial) du revêtement de surface du coussinet de la section médiane du palier pour une épaisseur du revêtement de surface du palier,  $t_h=0.5\text{mm}$  et d'un matériau compressibles ( $E=3\text{GPa}$ ,  $\nu=0.36$ ) correspondant aux caractéristiques élastiques du polyamide (PA) (*Caractéristiques principales : haute résistance mécanique, rigidité, dureté, bonne résistance à la fatigue, haut pouvoir amortissant, bonnes propriétés de glissement, excellente résistance à l'usure*), ce matériau utilisé dans plusieurs applications : revêtement des surfaces de paliers, pièces de guidages, engrenages, galets, éléments d'accouplements, cages de roulements, construction mécanique.

On observe une augmentation remarquable de la déformée de surface du revêtement du palier avec l'augmentation de la concentration volumique des particules solides dans le fluide lubrifiant. Cette déformée devient plus importante avec forte concentration volumique des particules rigide ( $\Phi =40\%$ )(figure **IV-3-d**) est due à l'augmentation importante de pic de pression dans le film, surtout pour le modèle de Ball & Richmond qui est le plus recommandé pour tenir en compte de la présence des fortes concentrations volumiques dans le solvant ( $\Phi \leq 50\%$ ) [9],

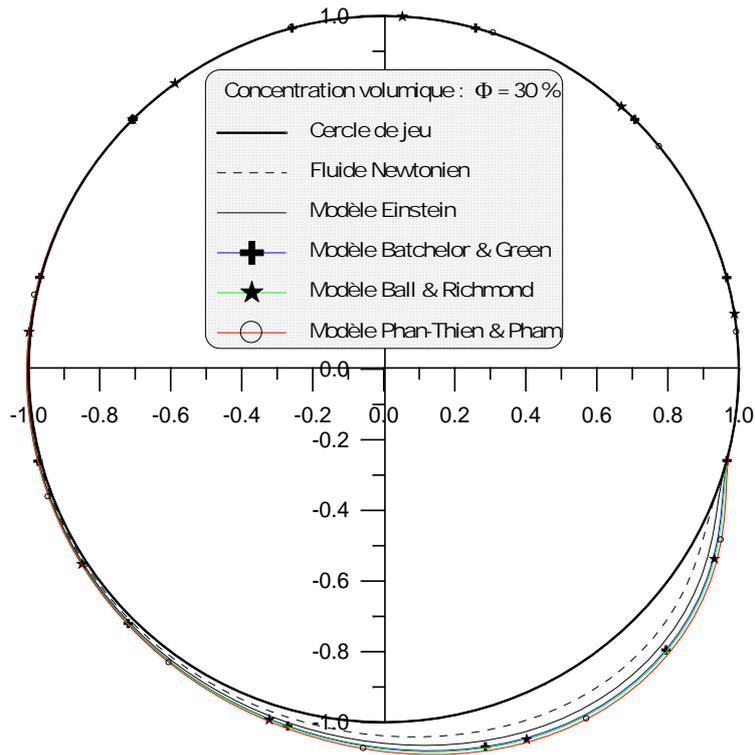
Il est intéressant de noter également, que cette déformée permet de modifier la géométrie du palier et augmenter le jeu de fonctionnement.



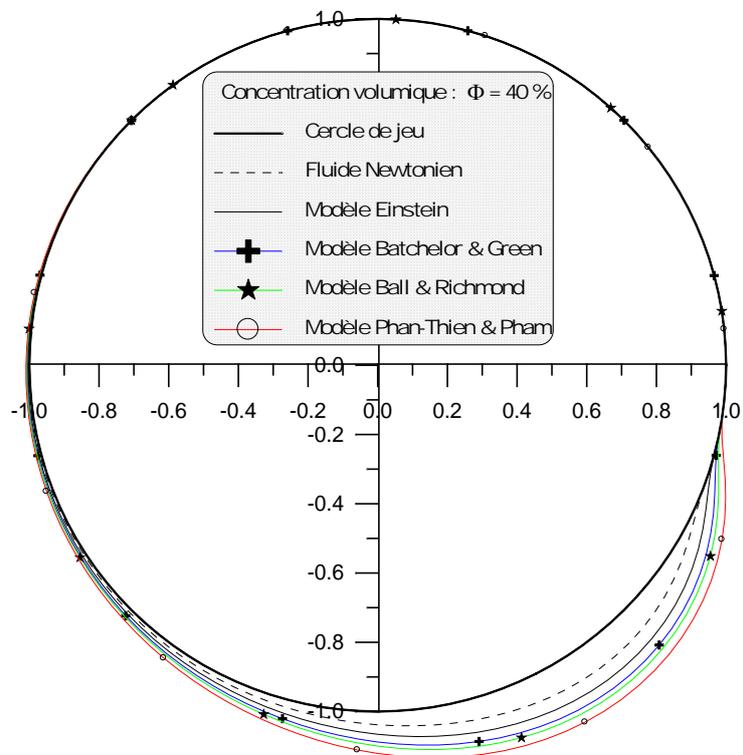
a) Concentration volumique :  $\Phi = 10\%$



b) Concentration volumique :  $\Phi = 20\%$



c) Concentration volumique :  $\Phi = 30\%$



d) Concentration volumique :  $\Phi = 40\%$

**Fig.IV-3** :Déformée de revêtement de surface du coussinet dans la section

### médiane du palier pour différents modèles rhéologiques

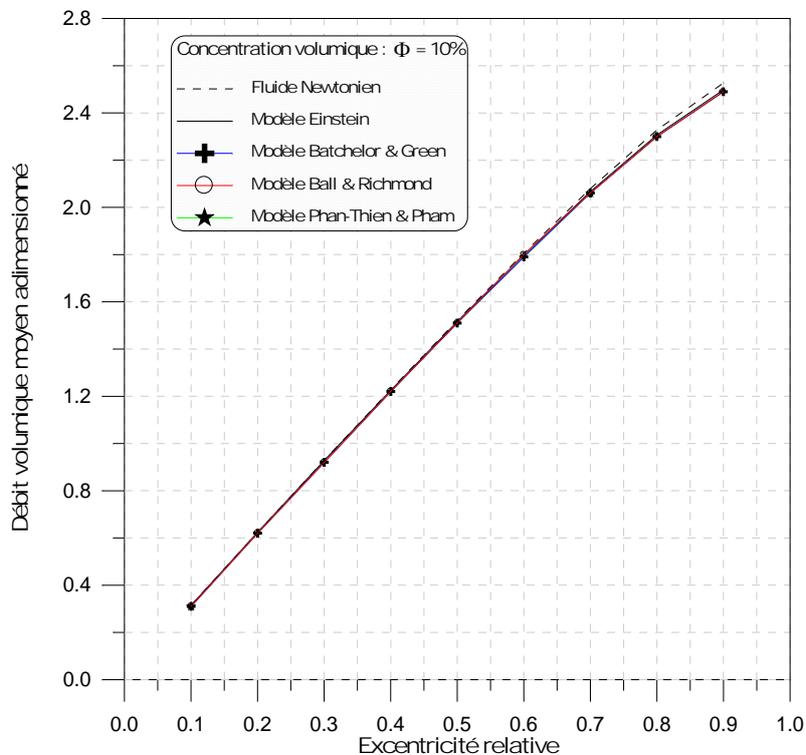
#### 4-2-3. Effets de concentration volumique des particules rigides sur les performances statiques du palier

Les performances statiques ont été obtenues pour une excentricité relative statique ( $\varepsilon$ ) variant de 0.01 à 0.90 et différentes valeurs de concentration volumique :  $\Phi = 0$  (fluide newtonien), 10, 20, 30 et 40 % [9].

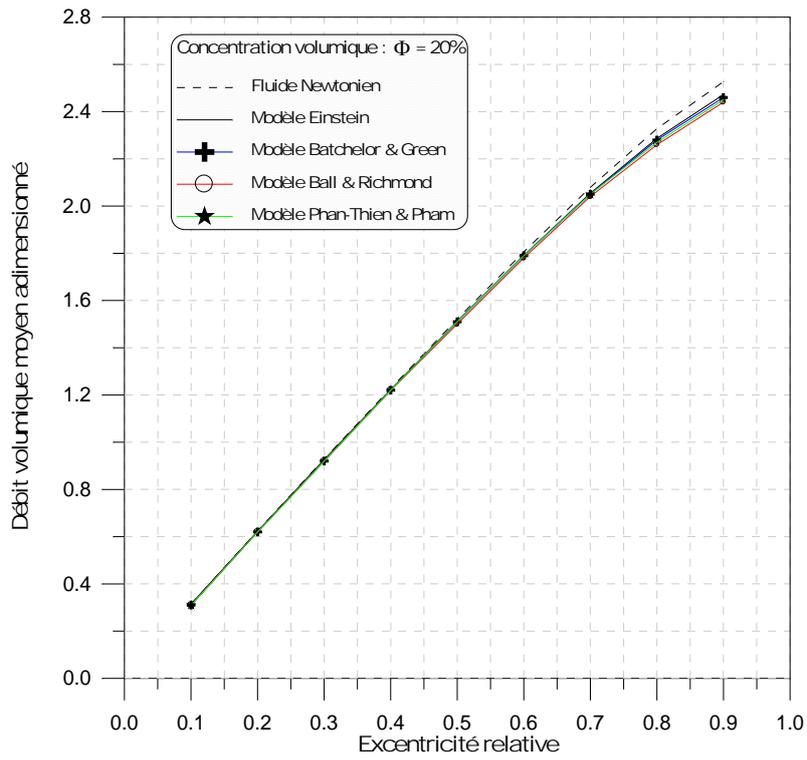
La figure IV-4 présente les variations de débit volumique moyen d'écoulement du palier en fonction de l'excentricité relative pour quatre valeurs de concentration volumique proposées :  $\Phi = 0$  (fluide newtonien), 10, 20, 30 et 40 %.

Le débit de fuite moyen volumique diminue avec l'augmentation de la valeur concentration volumique pour les grandes valeurs de l'excentricité relative (palier lourdement chargé) surtout pour les deux modèles rhéologiques de Ball & Richmond et Phan-Thien et Thamles plus recommandés à forte concentration volumique.

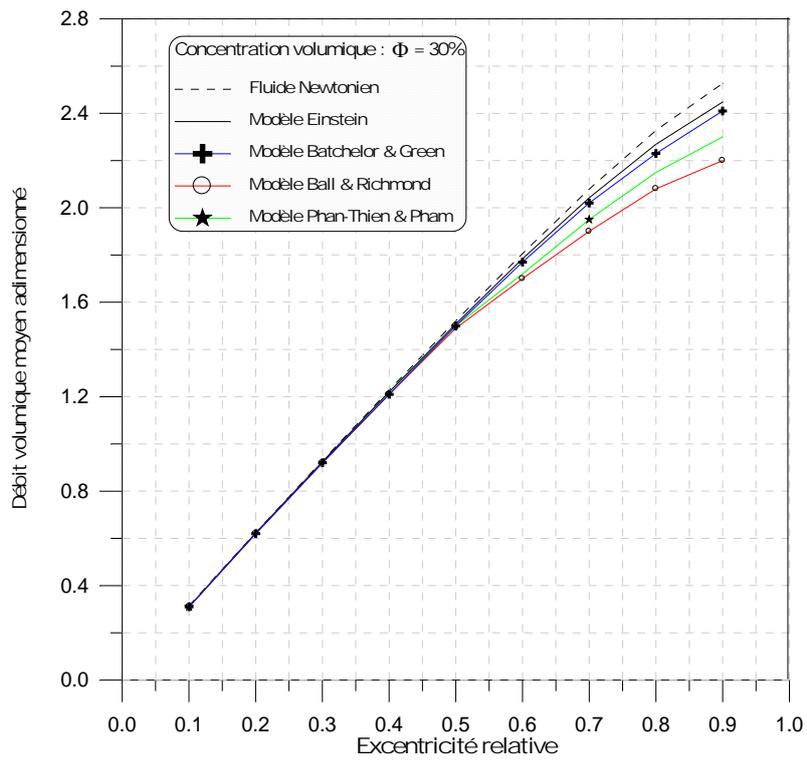
Notant que cette diminution est due à l'augmentation de la viscosité effective de l'huile lubrifiante qui est la force de frottement interne de fluide à l'écoulement [9]. Le débit de fuite moyen du palier a été calculé à partir des vitesses moyennes de l'écoulement du lubrifiant (Eq.IV-4).



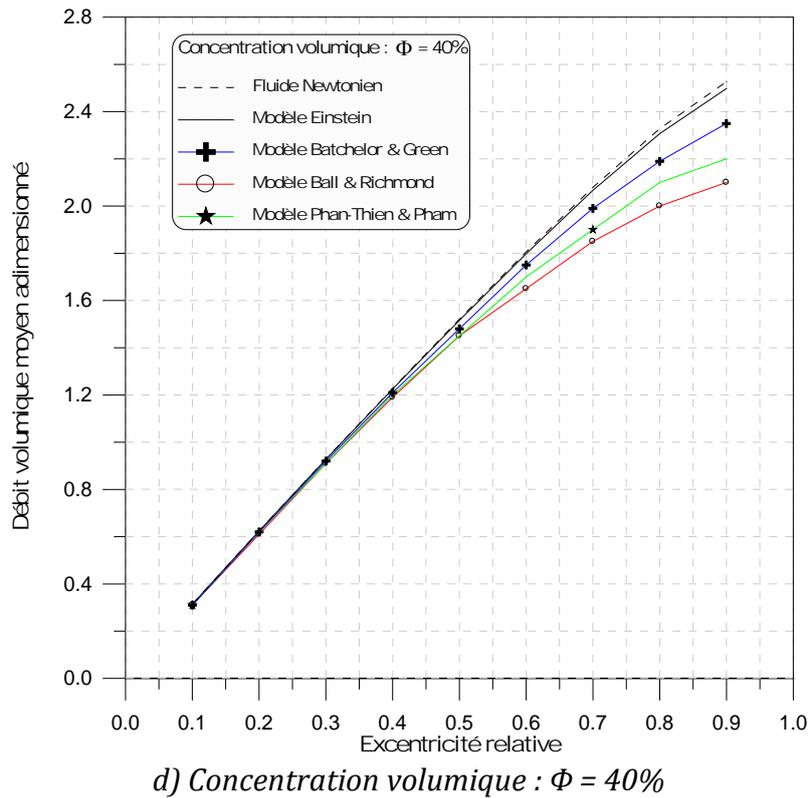
a) concentration volumique  $\Phi = 10\%$



*b) concentration volumique :  $\Phi = 20\%$*



*c) Concentration volumique :  $\Phi = 30\%$*

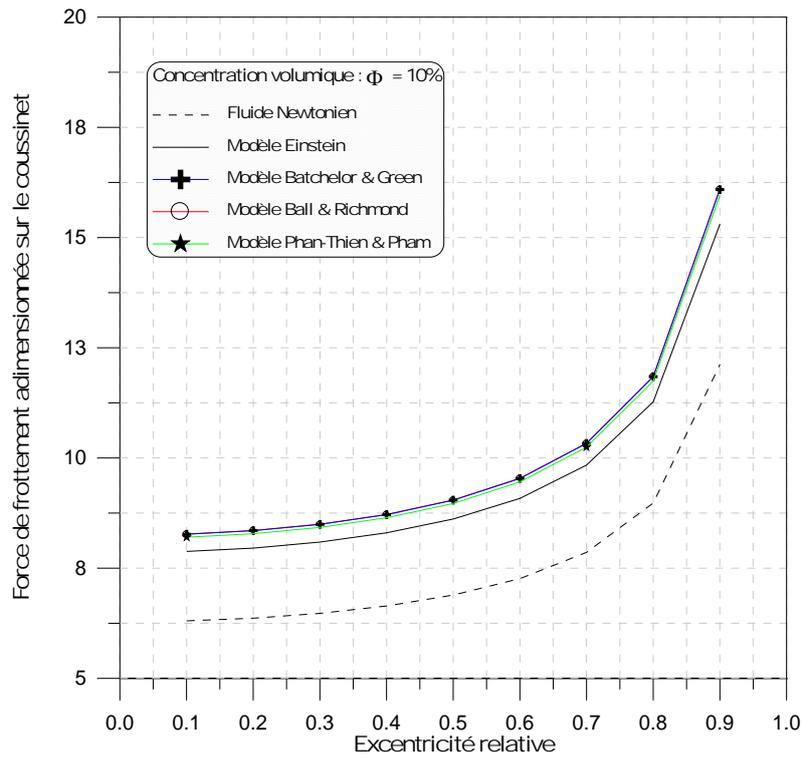


**Fig.IV-4:** Variations du débit de fuite moyen volumique en fonction de l'excentricité relative pour différents modèles rhéologiques

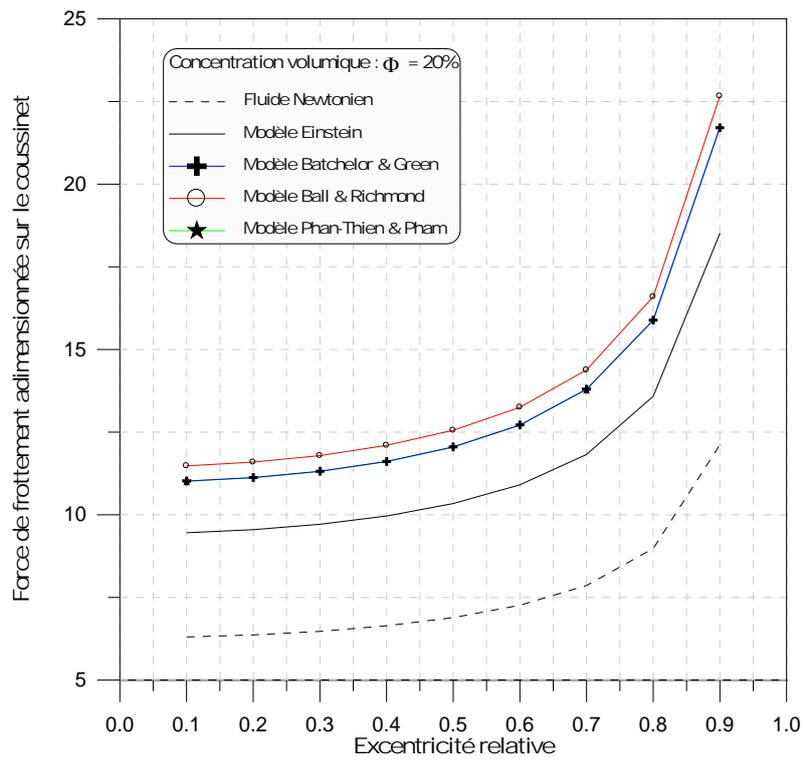
Les variations des forces des frottements adimensionnées de l'huile lubrifiante sur le coussinet et l'arbre du paliers en fonction de l'excentricité relative statique pour quatre valeurs de concentration volumique proposées :  $\Phi = 0$  (fluide newtonien), 10, 20, 30 et 40 %, sont présentées sur les figures **Fig.IV-5** et **Fig.IV-6**. Comme montrent les figures, l'effet de la concentration volumique des particules rigides dans le solvant conduit à une augmentation significative des forces des frottements adimensionnées de l'huile lubrifiante.

Cette augmentation est plus importante avec forte concentration volumique des particules rigide ( $\Phi = 40\%$ ) (**figure IV-5-d** et **figure IV-6-d**) pour des grandes valeurs de l'excentricité relative statique surtout pour le modèles rhéologiques de Ball & Richmond qui le plus recommandé pour les fortes concentrations volumiques.

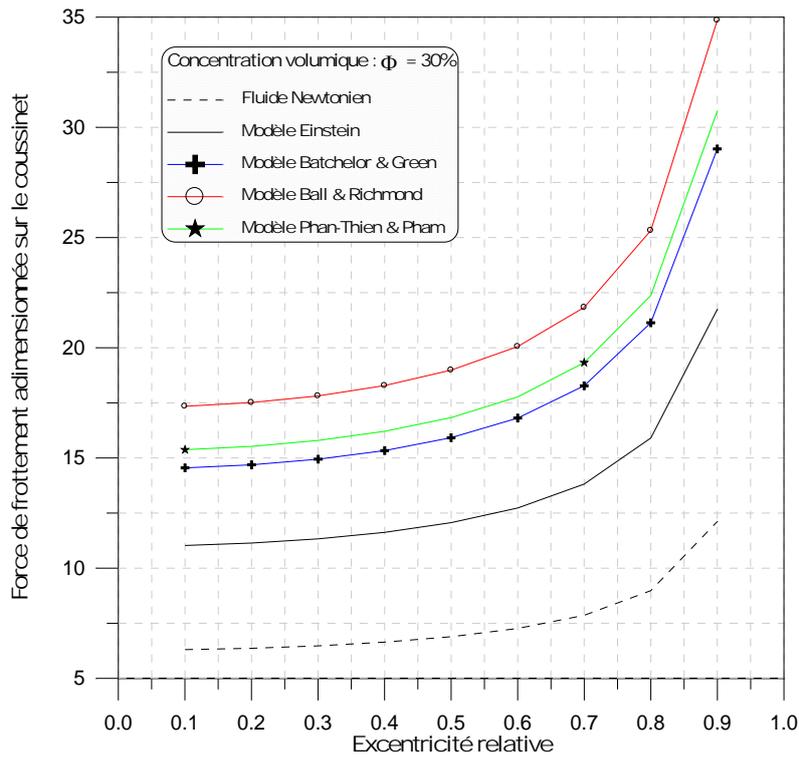
On peut conclure que la présence des suspensions diluées de particules solides de forme sphérique rigides (**par exemples huile lubrifiante pollué ou contaminé par poussières, sable ou des particules solides dues à l'usure des surfaces de contact ; arrachement des particules solides des surfaces de contacts surtout pendant la phase de rodage des organes d'un mécanisme**) dans un solvant newtonien conduit d'augmenter sensiblement les pertes d'énergie par frottement dans le film lubrifiant surtout dans le cas où le palier est fortement chargé et forte concentration volumiques.



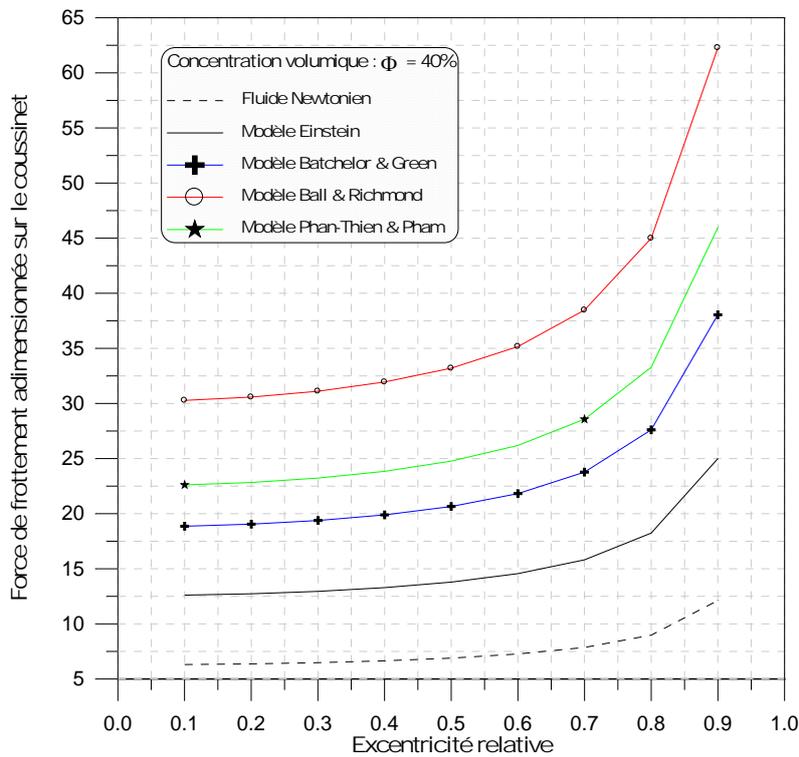
a) Concentration volumique :  $\Phi = 10\%$



b) Concentration volumique :  $\Phi = 20\%$

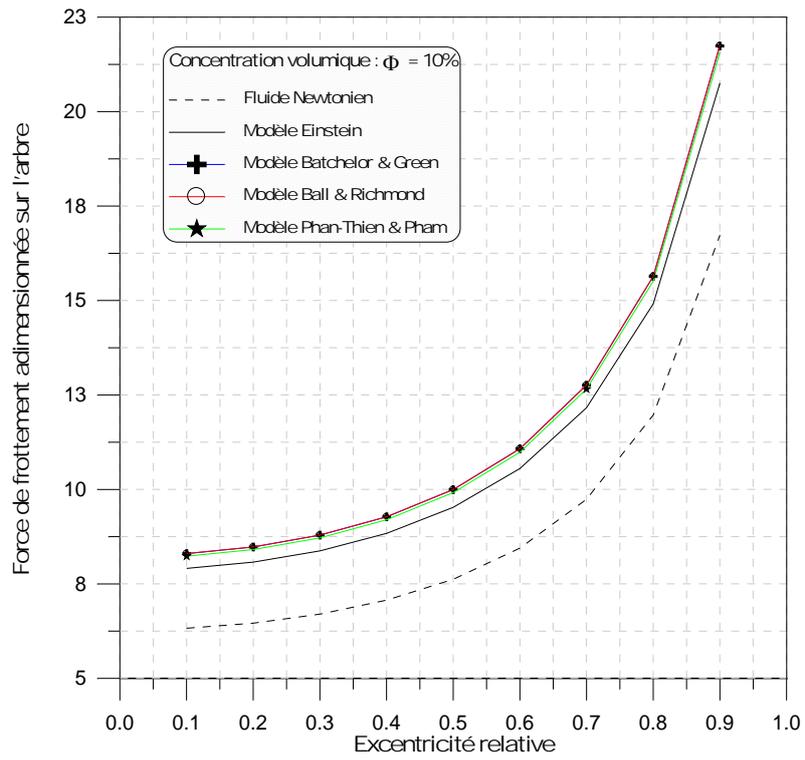


c) Concentration volumique :  $\Phi = 30\%$

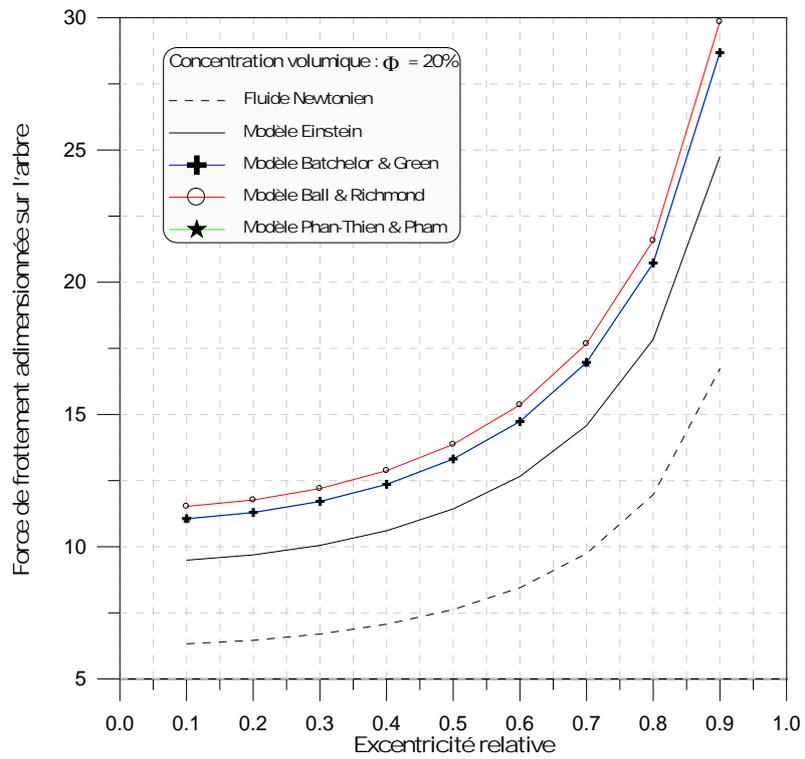


d) Concentration volumique :  $\Phi = 40\%$

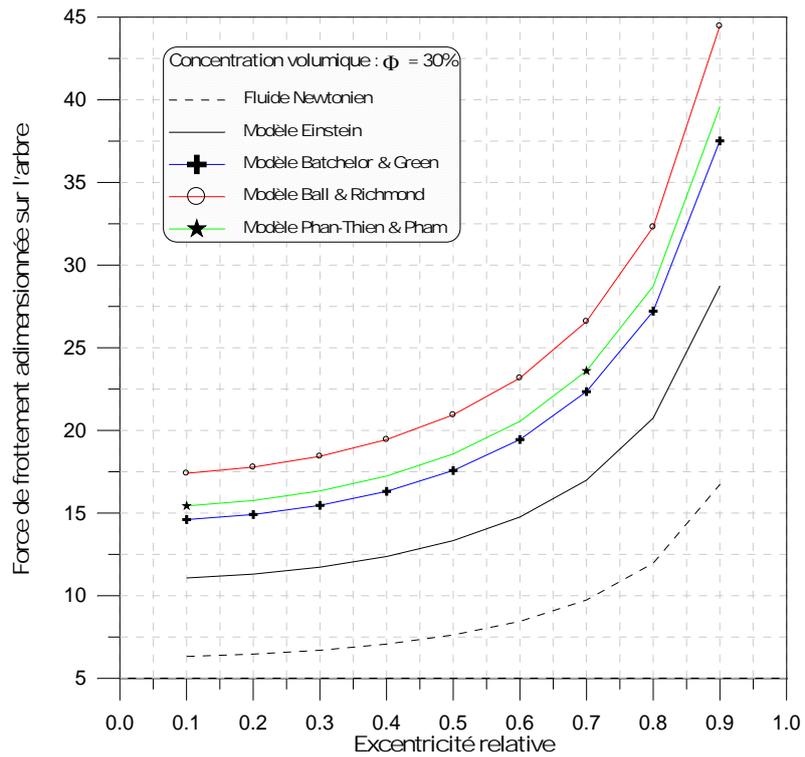
**Fig. IV-5:** Variations de la force de frottement sur le coussinet du palier en fonction de l'excentricité relative pour différents modèles rhéologiques



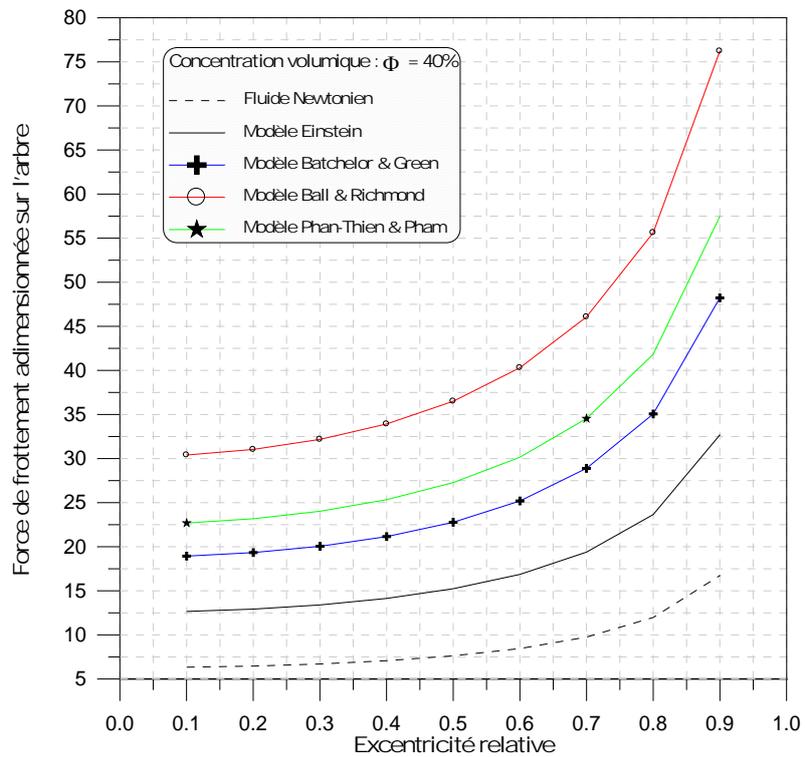
a) Concentration volumique :  $\Phi = 10\%$



b) Concentration volumique :  $\Phi = 20\%$



c) Concentration volumique :  $\Phi = 30\%$



d) Concentration volumique :  $\Phi = 40\%$

**Fig.IV-6:** Variations de la force de frottement sur l'arbre du palier en fonction de l'excentricité relative pour différents modèles rhéologiques

## 5-CONCLUSION

Après validation de programme développé, on a étudié l'influence des effets de concentration volumique des particules rigides très diluées dans un solvant newtonien sur les caractéristiques statiques du paliercompliant.

L'étude paramétrique menée dans ce présent chapitre a permis de mettre en évidence les effets non négligeables de la présence des particules rigides très diluées dans un solvant newtonien sur les caractéristiques statiques du paliercompliant.

La présence des suspensions diluées de particules solides de forme sphérique rigides (***par exemples huile lubrifiante pollué ou contaminé par poussières, sable ou des particules solides dues à l'usure des surfaces de contact; arrachement des particules solides des surfaces de contacts surtout pendant la phase de rodage des organes d'un mécanisme***) dans un solvant newtonien conduit d'augmenter sensiblement les pertes d'énergie par frottement dans le film lubrifiant surtout dans le cas où le palier est fortement chargé et forte concentration volumiques.

# ANNEXE A

## POLLUTION SOLIDE DES HUILES LUBRIFIANTES

Un polluant est une substance non désirée qui peut conduire à la détérioration d'éléments de mécanismes. Pour bien appréhender le rôle de la pollution solide des lubrifiants, il convient tout d'abord d'identifier l'origine, la nature et la forme des polluants.

### A-1. ORIGINE ET NATURE DE LA POLLUTION

La pollution peut être liquide, gazeuse ou solide. on ne s'intéressera qu'à la pollution solide des huiles lubrifiantes.

Elle peut avoir cinq origines principales. Il s'agit de la pollution :

- présente dans une huile
- due à la fabrication. Lors des usinages, il arrive que des copeaux ou encore des particules issus des outils coupants ou des meules de rectification restent dans le mécanisme ;
- générée. Lors du fonctionnement du dispositif, des particules d'usure se forment à partir des composants en mouvement. Il peut y avoir également de la pollution due à l'oxydation et à la décomposition du lubrifiant ;
- ingérée de l'environnement. Cela provient d'une étanchéité insuffisante, des filtres qui n'éliminent pas toutes les particules (des filtres de taille absolue 40 µm sont utilisés dans l'automobile) ou encore de l'ouverture des réservoirs ;
- ingérée lors des opérations de maintenance. Cela se produit lors des démontages et remontages des pièces ou lors des pleins et appoints en lubrifiants.

#### - Procédure d'analyse d'huile

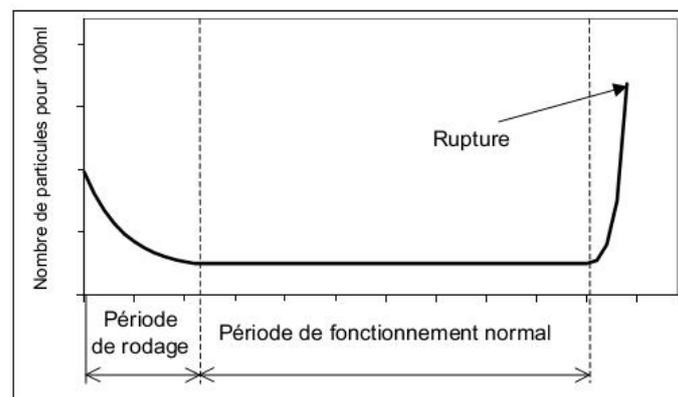
Elle repose sur l'étude du lubrifiant prélevé directement sur le mécanisme. De nombreux problèmes peuvent apparaître lors du prélèvement, comme l'ajout de particules issues de l'atmosphère ambiante. L'échantillon est analysé en utilisant diverses techniques. L'analyse peut être découpée en quatre catégories :

- examens physico-chimiques ;
- comptage de particules ;
- examens spectrométriques ;
- examens ferrographiques.

Les examens physico-chimiques permettent de vérifier l'état de l'huile utilisée. Ils passent entre autres par une mesure de :

- la viscosité qui permet entre autres de détecter un échauffement important de l'huile ;
- la teneur en eau par chromatographie en phase gazeuse. Il est alors possible de détecter une éventuelle infiltration de l'extérieur ;
- l'acidité et de la basicité de l'huile par TAN (Total Acidity Number) et TBN (Total Basicity Number). Ceci permet de connaître le niveau de dégradation de l'huile. En effet la précipitation ou la destruction de certains additifs conduit à l'acidification de l'huile par exemple.

Le comptage de particules présentes dans l'huile donne des informations sur le niveau d'usure d'un mécanisme. En effet il est maintenant bien établi que la vie d'un mécanisme peut se lire sur sa courbe d'usure (*figure A-1*). La première partie correspond au rodage du mécanisme. Le volume d'usure est important mais va toujours en diminuant. Cette zone est suivie par un plateau qui correspond au fonctionnement normal du mécanisme. L'usure est faible. Enfin la troisième partie témoigne d'une augmentation rapide du volume d'usure. Il s'agit de la fin de vie du mécanisme et la rupture d'un ou plusieurs éléments est proche. Il apparaît donc clairement que le suivi de la quantité de polluants solides présents dans le mécanisme peut donner des informations capitales sur son état de santé.



**Fig.A-1 : Vie d'un mécanisme**

Plusieurs techniques de comptage sont utilisées. Le premier type est le comptage en ligne. Il consiste à placer un compteur directement branché sur le circuit de lubrification.

Ainsi toute intrusion extérieure est évitée lors des comptages. Le deuxième type est le comptage par prélèvement. Plus délicat à mettre en œuvre pour les raisons déjà exposées, il est couplé très souvent à l'analyse des particules polluantes puisqu'il utilise la filtration sur membranes ou la ferrographie analytique.

Les examens spectrométriques menés sur une huile permettent de connaître la composition chimique des particules présentes. Ces particules peuvent provenir :

- de l'usure des pièces en mouvement. Les éléments alors détectés seront le fer, le cuivre, le plomb, le nickel, le chrome... ;

- de l'extérieur du mécanisme. Le silicium sera alors particulièrement recherché durant l'analyse ;
- des additifs de détergence, de dispersivité, des anti-oxydants et anti-usures contenus dans l'huile vierge.

Enfin la ferrographie qui est de deux types :

- à lecture directe. Elle donne un indice de sévérité d'usure ;
- analytique. Elle est utilisée pour obtenir des informations sur la forme, la taille et la nature des particules métalliques présentes dans l'huile.

Elles utilisent le même principe de base. Il consiste à faire s'écouler l'huile sur une plaquette disposée au-dessus d'un champ magnétique. Les particules se déposent alors suivant leur taille. L'analyse de la plaquette permet de déterminer la nature des diverses particules.

Il apparaît ainsi que l'ensemble de ces techniques permet de connaître le niveau d'usure d'un mécanisme mais aussi la quantité et la nature des polluants présents. Cette technique de l'analyse d'huile prend aujourd'hui un rôle important dans le domaine de la maintenance. En effet en effectuant des prélèvements réguliers, il est possible de connaître avec précision l'état de fonctionnement du mécanisme exploré. Les opérations de maintenance ne sont alors effectuées que lorsque cela est nécessaire et non systématiquement comme cela se fait habituellement. Par exemple, il est possible de déterminer si le joint de culasse d'un moteur est en fin de vie. En effet par la détection d'eau dans l'huile couplée à la présence de sodium ou de bore (éléments constitutifs du joint), le diagnostic est établi avec certitude.

Dans le travail mené sur le rôle de la pollution solide des lubrifiants, l'analyse d'huile est en fait un outil qui permet d'obtenir le type de particules rencontrées dans les mécanismes lubrifiés.

### **-Types de particules**

Des études menées sur des huiles utilisées dans des applications aéronautiques ont montré qu'il y avait une grande diversité de particules polluantes (tableau A -1) [2].

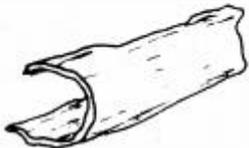
**Tableau A-1 : pollutions présentes dans les turbines aéronautiques**

<b>Type</b>	<b>Source</b>	<b>Génération</b>
Particules métalliques (Fe, Cu, Al,...)	Usinage, montage	Très importante pour les pièces neuves
	Usure, avaries	Important en période de rodage
Minéral (Si .....)	Interne : sable de fonction	Faible et limitée aux pièces neuves
	Externe : ingestion en fonctionnement ou durant la maintenance	Faible à très importante (fonction de l'environnement et du type de moteur)
Oxydes et sulfures	Corrosion de surfaces, des	Tout au long de la vie du mécanisme (fonction de la température et des réactifs chimiques)

métalliques	particules en suspension	présents dans le lubrifiant)
-------------	--------------------------	------------------------------

Ces polluants ont des formes très variées. Hunt propose de les classer en sept familles présentées dans le tableau A-2 [16]. Il apparaît que ce classement basé sur la forme des particules permet également de déterminer l'origine de ces particules. Il constate que la taille des particules va de moins de 1 µm à près de 2mm.

**Tableau A.2 : forme des particules**

Forme	Schéma	Origine
Sphères		agglomération et fusion de débris métalliques d'usure
Ovoïdes déformés lisses (galets)		poussières (quartz, silice...) issues de l'extérieur
Gros morceaux et pavés		particules métalliques produites par la fatigue des surfaces
plaquettes et écailles		particules métalliques produites lors du rodage ou d'une usure dite normale
boucles, copeaux et lamelles		particules produites lors de l'usinage ou par « labourage » de la surface
rouleaux		particules étant à la fois des copeaux et des écailles
brins et fibres		particules non métalliques en général issues d'une atmosphère polluée

## ANNEXE B

### ANALYSE DIMENSIONNELLE DE L'EQUATION DE NAVIER-STOKES

En reportant l'équation du comportement rhéologique **(II-2)** dans l'équation de mouvement **(II-9)**, on obtient les équations de Navier-Stokes comme suit :

$$\rho \frac{du_i}{dt} = \rho f_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \left( \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_j} \right) + \frac{\partial \mu}{\partial x_j} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \lambda \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \frac{\partial \lambda}{\partial x_i} \quad (\text{B-1})$$

En mécanique des films minces visqueux, la dimension suivant l'épaisseur du film  $(o, \bar{x}_2)$  est très faible par rapport des deux autres, ce qui permet, pour déterminer l'ordre de grandeur des différents termes de l'équation **(B-1)** d'écrire :

$$\tilde{x}_1 = \frac{x_1}{L}, \quad \tilde{x}_2 = \frac{x_2}{h}, \quad \tilde{x}_3 = \frac{x_3}{L}, \quad \tilde{t} = \frac{tV}{L}, \quad \tilde{u}_1 = \frac{u_1}{V}, \quad \tilde{u}_2 = \frac{u_2 L}{VH}, \quad \tilde{u}_3 = \frac{u_3}{V}$$

Et d'ajouter pour cette étude :  $\tilde{\mu} = \frac{\mu}{\mu_0}$ ,  $\tilde{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_0}$  et  $\tilde{p} = \frac{p}{\rho_0}$

Dans ces expressions  $L$  et  $v$  sont respectivement la dimension et caractéristique selon les axes  $(o, \bar{x}_1)$  et  $(o, \bar{x}_3)$ ,  $H$ ,  $\frac{VH}{L}$  celles suivant  $(o, \bar{x}_2)$ ,  $\frac{L}{V}$ ,  $\mu_0$ ,  $\lambda_0$  définissent de grandeur du temps et des coefficients de Navier. On supposera que ces deux coefficients sont du même ordre de grandeur.

Ce changement de variable conduit à poser  $\tilde{p} = p \frac{H^2}{\mu_0 VL}$ . Remarque que la vitesse caractéristique

$V$  peut être définie de plusieurs façons, en hydrodynamique, changement sera la vitesse d'une des parois du contact. Si les parois du contact sont immobiles, le contact est hydrostatique, on définit alors la pression sans dimension par  $\tilde{p} = \frac{p}{p_s}$  ou  $p_s$  est par exemple la pression

d'alimentation et la vitesse caractéristique est :  $V = \frac{p_s H^2}{\mu_0 L}$

Compte tenu de ces changements de variable l'équation **(B-1)** s'écrit :

$$\left\{ \begin{aligned}
\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_1} &= \varepsilon \left[ -\mathbf{R} \left( \frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial \tilde{t}} + \tilde{u}_j \frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial \tilde{x}_j} \right) + \varepsilon \left( \tilde{\mu} + \tilde{\lambda} \frac{\lambda_0}{\mu_0} \right) \frac{\partial}{\partial \tilde{x}_1} \left( \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial \tilde{x}_j} \right) + \varepsilon \tilde{\mu} \left( \frac{\partial^2 \tilde{u}_1}{\partial \tilde{x}_1^2} + \frac{\partial^2 \tilde{u}_1}{\partial \tilde{x}_3^2} \right) \right] + \tilde{\mu} \frac{\partial^2 \tilde{u}_1}{\partial \tilde{x}_2^2} + \\
&\quad \varepsilon^2 \left[ \frac{\lambda_0}{\mu_0} \frac{\partial \tilde{\lambda}}{\partial \tilde{x}_1} \left( \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial \tilde{x}_j} \right) + 2 \frac{\partial \tilde{\mu}}{\partial \tilde{x}_1} \frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial \tilde{x}_1} + \frac{\partial \tilde{\mu}}{\partial \tilde{x}_3} \left( \frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial \tilde{x}_3} + \frac{\partial \tilde{u}_3}{\partial \tilde{x}_1} \right) \right] + \frac{\partial \tilde{\mu}}{\partial \tilde{x}_2} \left( \frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial \tilde{x}_2} + \varepsilon^2 \frac{\partial \tilde{u}_2}{\partial \tilde{x}_1} \right) \\
\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_2} &= \varepsilon^2 \left\{ \varepsilon \left[ -\mathbf{R} \left( \frac{\partial \tilde{u}_2}{\partial \tilde{t}} + \tilde{u}_j \frac{\partial \tilde{u}_2}{\partial \tilde{x}_j} \right) + \varepsilon \tilde{\mu} \left( \frac{\partial^2 \tilde{u}_2}{\partial \tilde{x}_1^2} + \frac{\partial^2 \tilde{u}_2}{\partial \tilde{x}_3^2} \right) \right] + \left( \tilde{\mu} + \tilde{\lambda} \frac{\lambda_0}{\mu_0} \right) \frac{\partial}{\partial \tilde{x}_2} \left( \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial \tilde{x}_j} \right) + \tilde{\mu} \frac{\partial^2 \tilde{u}_2}{\partial \tilde{x}_2^2} + \right. \\
&\quad \left. \frac{\lambda_0}{\mu_0} \frac{\partial \tilde{\lambda}}{\partial \tilde{x}_2} \left( \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial \tilde{x}_j} \right) + 2 \frac{\partial \tilde{\mu}}{\partial \tilde{x}_2} \frac{\partial \tilde{u}_2}{\partial \tilde{x}_2} + \frac{\partial \tilde{\mu}}{\partial \tilde{x}_1} \left( \frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial \tilde{x}_2} + \varepsilon^2 \frac{\partial \tilde{u}_2}{\partial \tilde{x}_1} \right) + \frac{\partial \tilde{\mu}}{\partial \tilde{x}_3} \left( \frac{\partial \tilde{u}_3}{\partial \tilde{x}_2} + \varepsilon^2 \frac{\partial \tilde{u}_2}{\partial \tilde{x}_3} \right) \right\} \\
\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_3} &= \varepsilon \left[ -\mathbf{R} \left( \frac{\partial \tilde{u}_3}{\partial \tilde{t}} + \tilde{u}_j \frac{\partial \tilde{u}_3}{\partial \tilde{x}_j} \right) + \varepsilon \left( \tilde{\mu} + \tilde{\lambda} \frac{\lambda_0}{\mu_0} \right) \frac{\partial}{\partial \tilde{x}_3} \left( \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial \tilde{x}_j} \right) + \varepsilon \tilde{\mu} \left( \frac{\partial^2 \tilde{u}_3}{\partial \tilde{x}_1^2} + \frac{\partial^2 \tilde{u}_3}{\partial \tilde{x}_3^2} \right) \right] + \tilde{\mu} \frac{\partial^2 \tilde{u}_3}{\partial \tilde{x}_2^2} + \\
&\quad \varepsilon^2 \left[ \frac{\lambda_0}{\mu_0} \frac{\partial \tilde{\lambda}}{\partial \tilde{x}_3} \left( \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial \tilde{x}_j} \right) + 2 \frac{\partial \tilde{\mu}}{\partial \tilde{x}_3} \frac{\partial \tilde{u}_3}{\partial \tilde{x}_3} + \frac{\partial \tilde{\mu}}{\partial \tilde{x}_1} \left( \frac{\partial \tilde{u}_3}{\partial \tilde{x}_1} + \frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial \tilde{x}_3} \right) \right] + \frac{\partial \tilde{\mu}}{\partial \tilde{x}_2} \left( \frac{\partial \tilde{u}_3}{\partial \tilde{x}_2} + \varepsilon^2 \frac{\partial \tilde{u}_2}{\partial \tilde{x}_3} \right)
\end{aligned} \right. \tag{B-2}$$

Où,  $\Re = \rho_0 \frac{VH}{\mu_0}$  est le nombre de Reynolds relatif à l'épaisseur de l'écoulement et  $\varepsilon = \frac{H}{L}$  paramètre d'échelle, est en mécanique des films minces visqueux de l'ordre de  $10^{-3}$ . En négligeant les termes multipliés soit par  $\varepsilon^2$ , soit par  $\varepsilon^3 \Re$ , il reste :

$$\left\{ \begin{aligned}
\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_i} &= -\tilde{p} \varepsilon \mathbf{R}_h \left[ \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{t}} + \tilde{u}_j \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_j} \right] + \tilde{\mu} \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_2^2} + \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_2} \cdot \frac{\partial \tilde{\mu}}{\partial \tilde{x}_2} \\
\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_2} &= 0 \rightarrow \tilde{p} = \tilde{p}(\tilde{x}_1, \tilde{x}_3)
\end{aligned} \right. \tag{B-3}$$

Avec,  $i = 1$  et  $3$

Le terme en  $\varepsilon \Re$ , ou terme d'inertie, de l'équation **(B-3)** seront négligeables devant les termes de viscosité quand  $\varepsilon \Re \ll 1$ , ce qui est vérifié dans la plupart des écoulements rencontrés en lubrification.

Si par hypothèse on néglige les forces d'inertie il vient :

$$\left\{ \begin{aligned}
\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_i} &= \frac{\partial}{\partial \tilde{x}_2} \left( \tilde{\mu} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_2} \right) \\
\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_2} &= 0
\end{aligned} \right. \tag{B-4}$$

Avec,  $i = 1$  et  $3$

Et en revenant aux variables dimensionnées :

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial x_1} = \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \mu \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right) \\ \frac{\partial p}{\partial x_2} = 0 \\ \frac{\partial p}{\partial x_3} = \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \mu \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \right) \end{cases} \quad \text{(B-5)}$$

La présence des suspensions très diluées de particules solides par exemples lubrifiant pollué ou contaminé par poussier, sable ou des particules solides dues à l'usure des surfaces de contact (**arrachement des particules solides des surfaces de contacts surtout pendant la phase de rodage des organes d'un mécanisme**) dans un solvant newtonien [2, 3], (figure I-8) rend le comportement rhéologique des huiles lubrifiantes non newtonien, ainsi leur écoulement ne peut pas être décrit par la théorie des milieux continus classique qui néglige la taille des particules fluides. Dans ce cas la viscosité effective de fluide lubrifiant est calculé par les modèles proposés comme suit :

**a) Modèle d'Einstein**

$$\mu = \mu_s (1 + 2.5 \times \Phi) \quad \text{(B-6)}$$

Où,

$\mu$  : viscosité effective du fluide lubrifiant

$\mu_s$  : viscosité du solvant

$\Phi$  : concentration volumique

Ce modèle proposé est valable pour tout type d'écoulement du fluide pour une faible concentration volumique ( $\Phi < 15\%$ ) [9].

**b) Modèle de Batchelor et Green**

$$\mu = \mu_s (1 + 2.5 \times \Phi + 6.2 \times \Phi^2) \quad \text{(B-7)}$$

Cette formule valable pour une concentration volumique,  $\Phi < 30\%$  [9].

**d) Modèle de Ball et Richmond**

$$\mu = \mu_s (1 - \Phi)^{-2.5} \quad \text{(B-8)}$$

Cette formule valable pour une concentration volumique,  $\Phi < 50\%$  [9].

**f) Modèle de Phan-Thien et Pham**

$$\mu = \mu_s \left( 1 - \frac{\Phi}{\Phi_m} \right)^{-2.5 \times \Phi_m} \quad \text{(B-9)}$$

## CONCLUSION GENERALE

La contamination est la cause principale des pannes produites dans les machines tournantes et réducteurs car, elle influe directement sur les propriétés du lubrifiant et la dégradation des composants machines (roulements, engrenages, paliers, etc.). 75% des pannes, des systèmes lubrifiés, sont causée par la contamination, la plupart des composants machines sont endommagés par la pollution solide contenue dans les huiles de lubrification. Au cours du fonctionnement, la pollution solide peut conduire jusqu'à l'arrêt total de l'installation. En effet, l'intensité de la détérioration des composants machines tournantes dépend essentiellement du type de polluant, de la pression du contact et de la taille et du nombre des particules présentes entre les surfaces en contact. Souvent une grande partie de ces particules solides est inférieure à  $30\ \mu\text{m}$  qui ne sont pas détectables à l'œil nu, ceci signifie qu'un fluide propre à première vue peut être en réalité fortement pollué.

Notre travail a été consacré à l'étude de l'influence des effets de concentration des suspensions diluées de particules solides de forme sphérique rigides (***par exemples huile lubrifiante pollué ou contaminé par poussières, sable ou des particules solides dues à l'usure des surfaces de contact ; arrachement des particules solides des surfaces de contacts surtout pendant la phase de rodage des organes d'un mécanisme***) dans un solvant newtonien sur les caractéristiques statiques des paliers hydrodynamiques : effets de concentration volumique.

Cette étude a nous conduit, de présenter les différentes lois rhéologiques des fluides lubrifiants avec la présence des suspensions diluées des particules solides dans un solvant newtonien, la dérivation de l'équation de Reynolds et les différentes expressions de toutes les caractéristiques statiques d'un palier lisse compliant lubrifié par un fluide avec des particules rigides de forme sphérique.

Une étude paramétrique réalisée, permet de mettre en évidence l'influence des effets de concentration volumique des suspensions diluées de particules rigides de forme sphérique dans un solvant newtonien sur le champ de pression, la déformée élastique du revêtement de surface du palier, les forces de frottement sur le coussinet et l'arbre et le début de fuite volumique moyen du palier lisse compliant de longueur finie.

Cette étude paramétrique a montré en évidence d'une part la présence des suspensions diluées de particules solides de forme sphérique rigides (***par exemples huile lubrifiante pollué ou contaminé par poussières, sable ou des particules solides dues à l'usure des surfaces de contact ; arrachement des particules solides des surfaces de contacts surtout pendant la phase de rodage des organes d'un mécanisme***) dans un solvant newtonien conduit d'augmenter sensiblement les pertes d'énergie par frottement dans le film lubrifiant surtout dans le cas où le palier est fortement chargé et forte concentration volumiques et d'autre part la nécessité de prendre en considération la présence des suspensions diluées des particules solides dans les huiles lubrifiantes sur le comportement statique ou dynamique des paliers fluides.

L'existence des polluants solides dans l'huile de lubrification est inévitable et le risque parcouru est majeur. Pour toutes ces raisons, la pollution est le premier ennemi des industriels car il est impossible d'avoir un lubrifiant parfaitement propre avant ou au cours de fonctionnement. Pour protéger les composantes des dispositifs contre la pollution solide, plusieurs solutions sont envisagées :

Pour prévenir et maintenir sous contrôle la contamination par les polluants solides, il faut prendre les mesures suivantes :

- Installer dans les circuits de la lubrification des équipements de filtration et dépollution pour traiter les lubrifiants
- Des filtres sont habituellement utilisée pour éliminer le passage des particules, malheureusement, la filtration n'élimine pas complètement le problème car les particules de tailles fines arrivent à passer à travers les mailles des filtres, pour cela l'utilisation des filtre ultrafins, qui pourrait encore réduire la taille des particules susceptible de passer est frottement recommandée.

Dans les opérations de maintenance, il faut agir de la suivante :

- Effectuer des prélèvements continus pour analyse et suivre l'état de santé du lubrifiant(propriétés thermo-physique, comptage des particules, ...), pour avoir de résultat faible, l'échantillon doit être prélevé avec attention particulière :Le prélèvement (dans des récipients propre et sec) doit être réalisé pendant le fonctionnement du système ou juste après l'arrêt

- Si plusieurs échantillons sont nécessaires, la préparation se fait à partir d'un échantillon initial
- Le fonctionnement est préférable à plusieurs prélèvements successifs.

Nettoyer les éléments machines dès que possible (réducteur, réservoir, ..... ) et remplacer l'huile dégradée ou polluée avec des lubrifiants pré-filtrés.

- Pour contrôler la pollution solide : La connaissance du nombre et la taille des particules dans l'huile lubrifiants participe à l'optimisation de la maintenance d'une machine. Le nombre des particules peut être déterminé par un comptage de particules (surveillance des dimensions et des quantités de particules polluantes solides dans les huiles), afin de faire un classement des classes les plus influentes. Par exemple : le nombre et la classe par taille de particules : 15  $\mu\text{m}$ , 15 à 25  $\mu\text{m}$ , 25 à 50  $\mu\text{m}$ , 50 à 100  $\mu\text{m}$  et supérieurs à 100  $\mu\text{m}$ . à partir du nombre des particules présents dans l'huile de lubrification on peut déterminer un seuil critique à partir duquel la vidange ou le remplacement de l'huile est plus que nécessaire. En effet, ce paramètre constitue sans doute un excellent indicateur d'usure et de pollution.

- La connaissance du degré de pollution par les particules solides dans l'huile de lubrification (influence sur les propriétés du lubrifiant, viscosité, indice d'acide, .....), permet d'estimer la période de chaque cycle de vidange

- Protection contre l'entrée de la pollution par l'amélioration de l'étanchéité (joints, couvercles ..... ) des dispositifs.

Les prolongements possibles de ce travail :

- Etude de l'influence des effets des huiles polluants sur comportement dynamique linéaire (stabilité du palier) des paliers hydrodynamiques
- Etude de l'influence des effets des huiles polluants sur de comportement dynamique non linéaire (trajectoires des lignes d'arbre, les amplitudes de vibrations, etc.) des paliers hydrodynamiques.

# LISTES DES FIGURES ET DES TABLEAUX

## CHAPITRE UN

- Figure I-1:** Schéma décrivant les relations entre le frottement, l'usure et la lubrification(3)
- Figure I-2:** Frottement secs (vue microscopique de la zone de contact) (4)
- Figure I-3:** Frottement visqueux (vue microscopique) (4)
- Figure I-4:** Conséquence de l'usure par abrasion (5)
- Figure I-5 :** Conséquence de l'usure par adhésion (6)
- FigureI-6 :** schéma d'un contact lubrifié (6)
- Figure I-7:** Schéma du contact lubrifié (8)
- Figure I-8 :** Photo graphie d'écoulement d'une huile lubrifiante avec des particules solides de forme sphères entre deux plaques très proches (8)
- Figure I-9 :** Suspension des particules rigides de forme sphères dans un solvant newtonien (théorie des suspensions diluées de particules solides) (10)
- Figure I-10 :** *Modèle de l'haltère* (12)

## CHAPITRE DEUX

- Figure II-3 :** Influence de la concentration en particules sphériques sur la viscosité. Comparaison de divers modèles et résultats expérimentaux (18)
- Figure II-5 :** Géométrie et cinématique d'un contact hydrodynamique (20)

## CHAPITRE TROIS

- Figure III-1 :** Principaux composants d'un palier (29)
- Figure III-2 :** Coussinets pour paliers Secs (30)
- Figure III-3:** Composantes d'un palier à roulement (31)
- Figure III-4:** Coupe schématique d'un palier poreux (32)
- Figure III-5:** Schémas d'un palier lisse (33)
- Figure III-6 :** Photographie des coussinets des paliers cylindriques (33)
- Figure III-7:** Schématisation d'un palier à arc partiel (34)
- Figure III-8:** Schématisation d'un palier à trois lobes (35)

<b>Figure III-9:</b> <i>Schéma de principe d'un palier à film amortisseur (SFDB)</i>	(36)
<b>Figure III-10:</b> <i>Photographie d'un palier à cinq patins oscillants.</i>	(37)
<b>Figure III-11 :</b> <i>Schématisation d'un palier à trois patins oscillants</i>	(38)
<b>Figure III-12:</b> <i>Butée double effet</i>	(39)
<b>Figure III-13 :</b> <i>Butée simple effet</i>	(39)
<b>Figure III-14:</b> <i>Schémas d'un palier lisse</i>	(41)
<b>Figure III-15 :</b> <i>Schématisation les trois phases de mise en route d'un palier lisse</i>	(41)
<b>Figure III-16:</b> <i>Section droite du palier développé</i>	(42)
<b>Figure III-17:</b> <i>Section droite d'un palier</i>	(43)
<b>Figure III-18:</b> <i>Conditions de Sommerfeld</i>	(46)
<b>Figure III-19:</b> <i>Conditions de Gûmbel</i>	(47)
<b>Figure III-20 :</b> <i>Conditions de Reynolds</i>	(47)

## CHAPITRE QUATRE

<b>Figure IV-1:</b> <i>Maillage du film lubrifiant par la MDF (2D) (Discrétisation du demi-palier)</i>	(54)
<b>Tableau IV-1:</b> <i>Comparaison de quelques performances statiques d'un palier de longueur finie (<math>R/L = 0.5</math>) lubrifié par fluide newtonien</i>	(58)
<b>Tableau IV-2:</b> <i>Caractéristiques géométriques et conditions de fonctionnement</i>	(59)
<b>Figure IV-2 :</b> <i>Variations circonférentielles de la pression adimensionnée dans la section médiane du palier pour différents modèles rhéologiques</i>	(61)
<b>Figure IV-3 :</b> <i>Déformée du revêtement de surface du coussinet dans la section médiane du palier pour différents modèles rhéologiques</i>	(64)
<b>Figure A-1 :</b> <i>Vie d'un mécanisme</i>	(A.2)
<b>Tableau A-1 :</b> <i>pollutions présentes dans les turbines aéronautiques</i>	(A.3)
<b>Tableau A.2 :</b> <i>forme des particules</i>	(A.4)

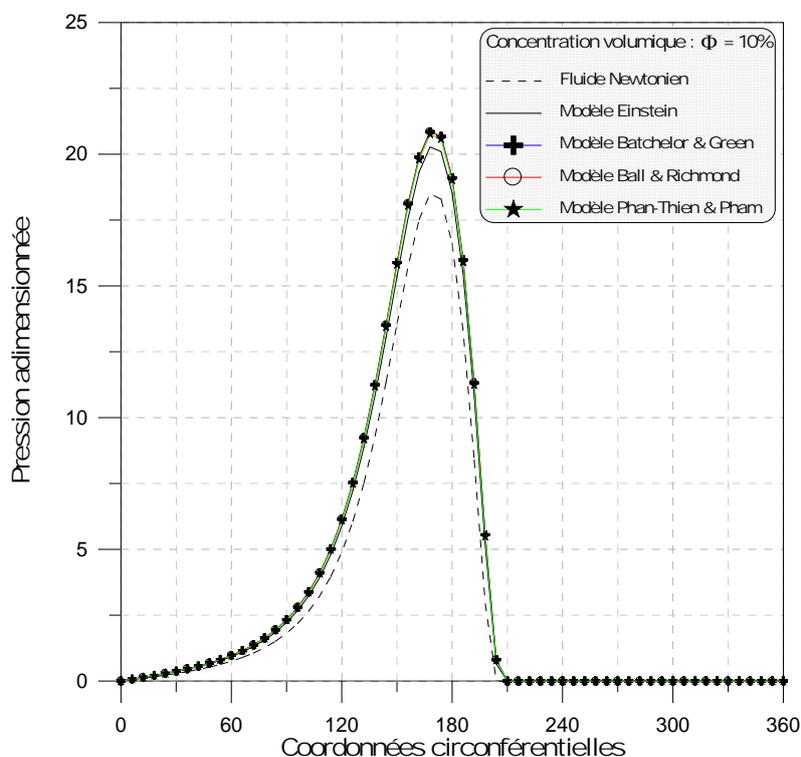
# Figures programme MASTER2015

C:\TRAVAIL\PFE\PFE 2014 - 2015\programmes\MASTERD2015.for

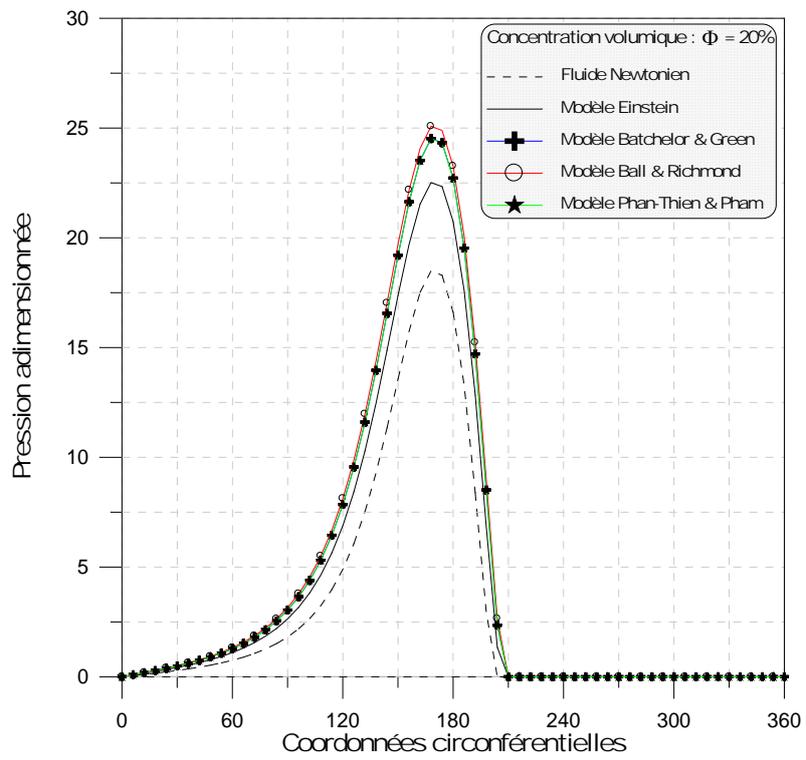
## 4-2-1. Effets de concentration volumique sur le pic de pression dans le film

Les figures de **IV-2-a** au **IV-2-d**, présentent l'influence des effets de concentration volumique des sphères rigides très diluées dans un solvant newtonien de viscosité dynamique ( $\mu_s$ ) sur le pic de pression statique adimensionnée en (2D) dans la section médiane d'un palier compliant lubrifié avec un fluide avec des particules solides, pour une excentricité relative statique imposée ( $\varepsilon = 0.90$ ) et quatre valeurs de concentration volumique :  $\Phi = 0$  (fluide newtonien) , 10 , 20 , 30 et 40 % [9].

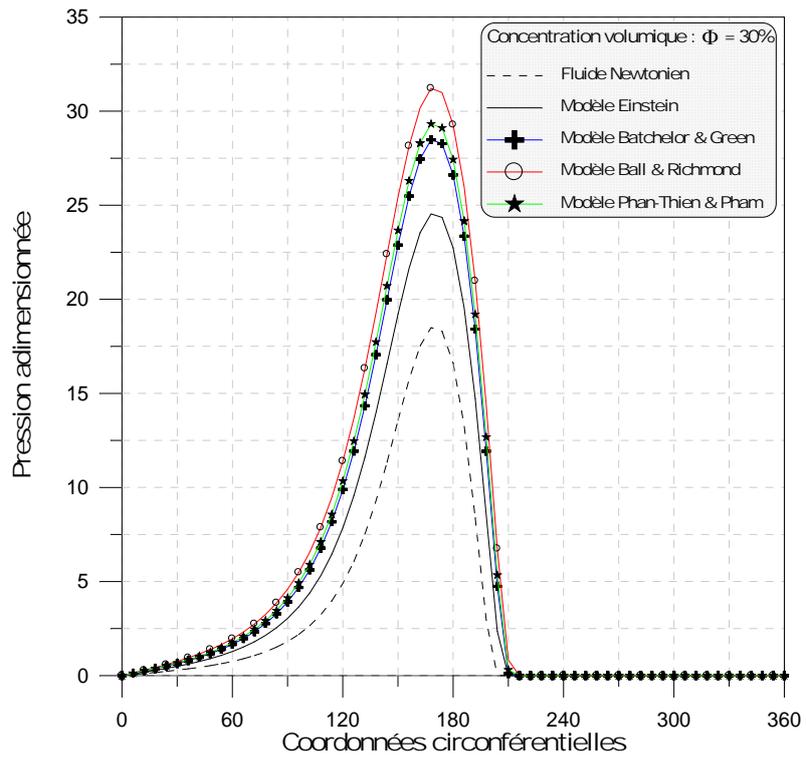
On observe une augmentation significative de pic pression maximale dans le film avec l'augmentation de concentration volumique des particules solides rigides ( $\Phi$ ). Cette augmentation est d'autant plus importante pour des grandes concentrations volumiques dans le solvant ( $\Phi = 40\%$ ), surtout pour le modèle Ball & Richmond qui est le modèle le plus valable et plus recommandé de l'utiliser pour des grandes concentrations volumiques dans le solvant ( $\Phi \leq 50\%$ ), cette augmentation est de l'ordre de 122 % (figure IV-2-d).



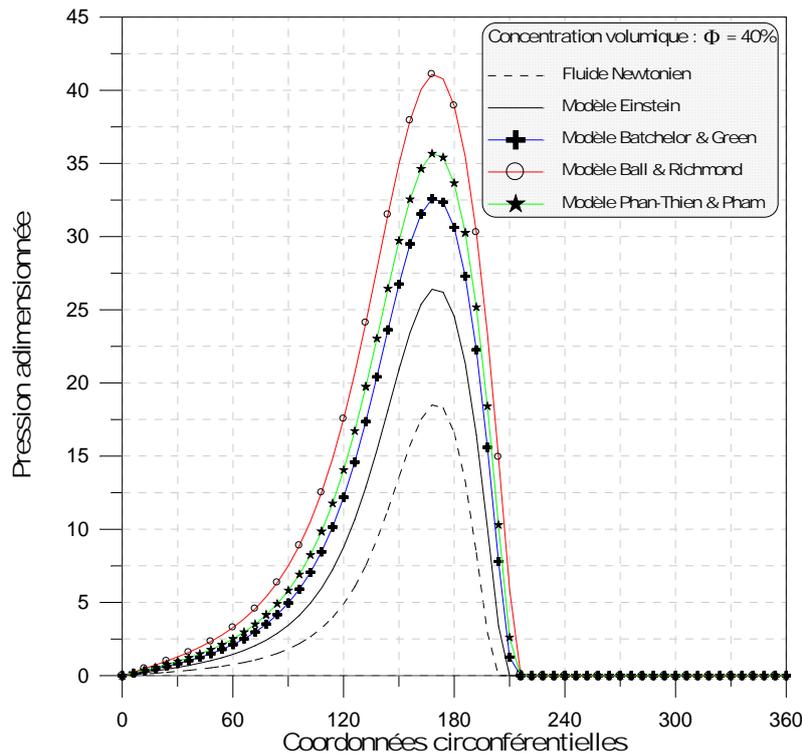
a) Concentration volumique  $\Phi = 10\%$



b) Concentration volumique  $\Phi = 20\%$



c) Concentration volumique  $\Phi = 30\%$



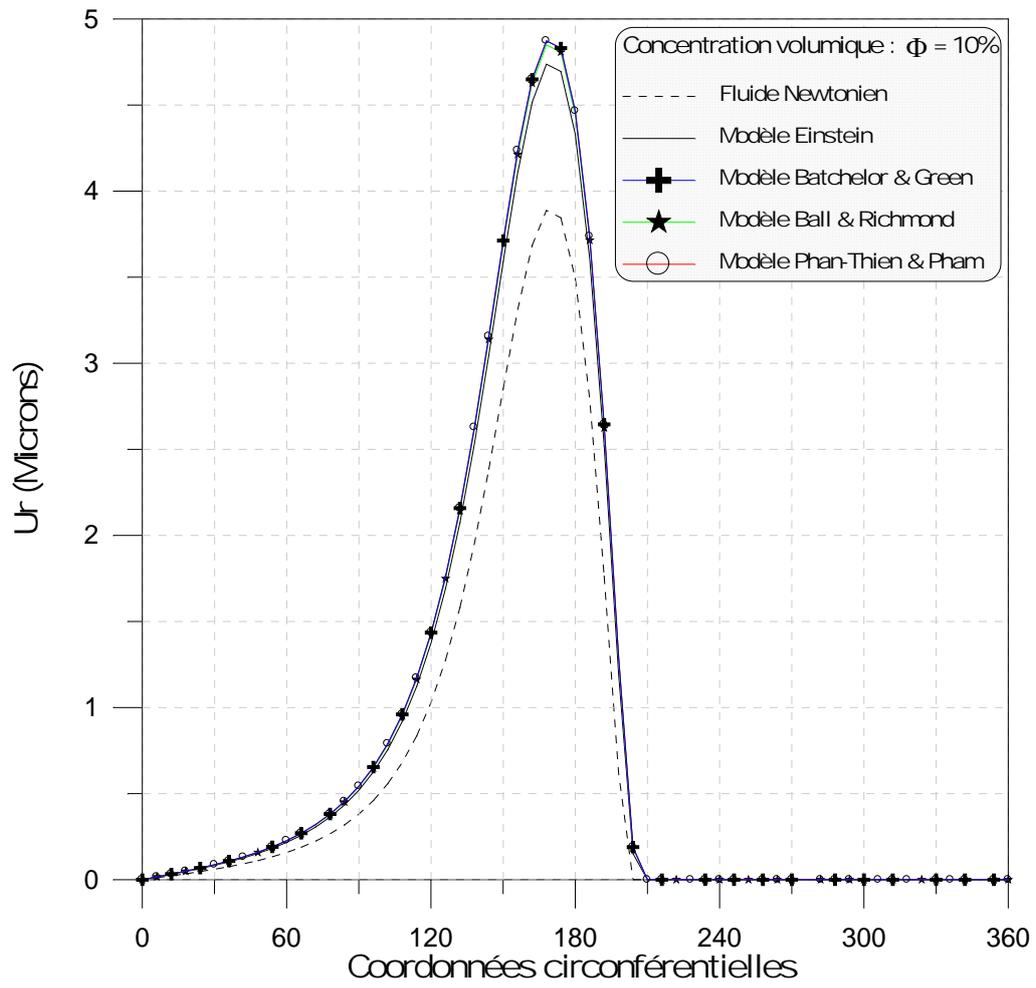
d) Concentration volumique :  $\Phi = 40\%$

**Fig.IV-2 :** Variations circonférentielles de la pression adimensionnée dans la section médiane du palier pour différents modèles rhéologiques

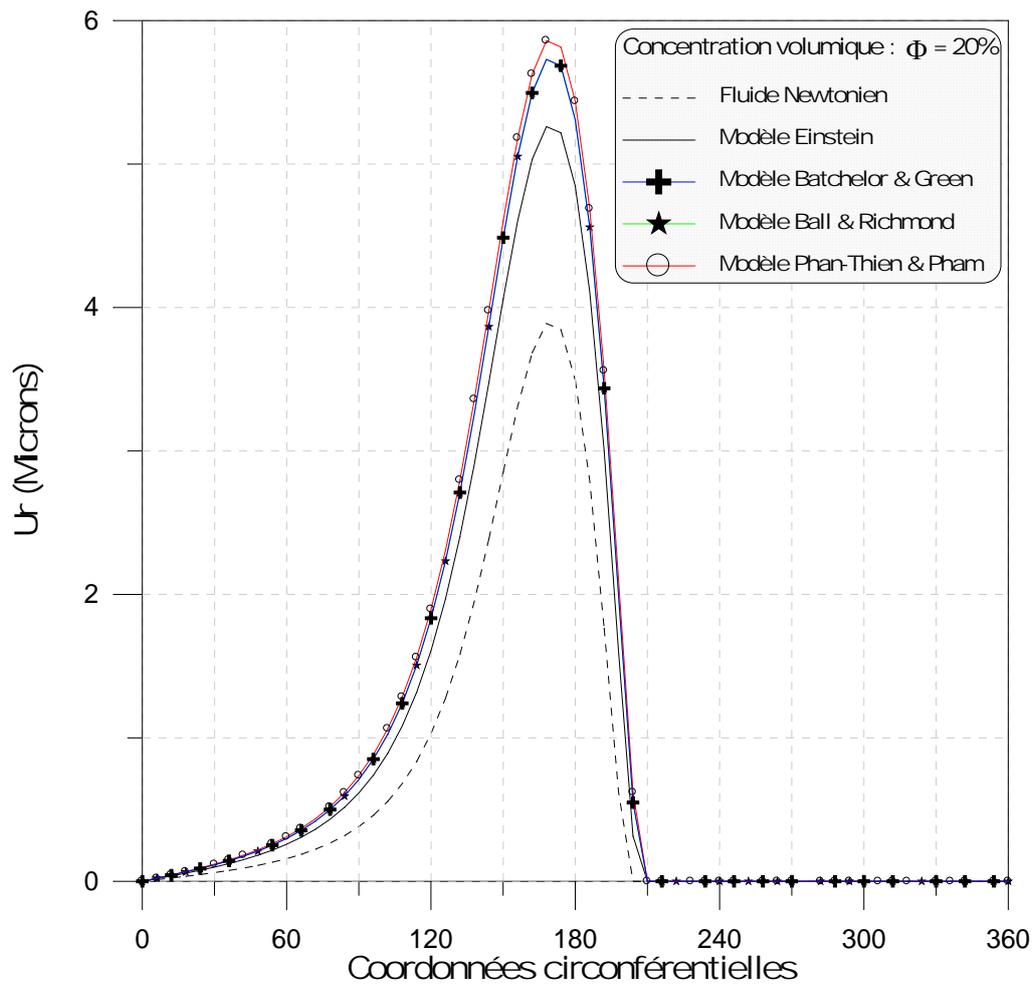
#### 4-2-2. Effets de concentration volumique sur les déformations élastiques du revêtement de surface du palier

Dans les figures de **IV-3-a** au **IV-3-d**, , on compare la déformée (champ de déplacement radial) de revêtement de surface du coussinet de la section médiane du palier pour une épaisseur du revêtement de surface du palier,  $t_h=0.5\text{mm}$  et d'un matériau compressibles ( $E = 3\text{GPa}$ ,  $\nu = 0.36$ ) correspondant aux caractéristiques élastiques du polyamide (PA) (**Caractéristiques principales : haute résistance mécanique, rigidité, dureté, bonne résistance à la fatigue, haut pouvoir amortissant, bonnes propriétés de glissement, excellente résistance à l'usure**), ce matériau utilisé dans plusieurs applications : revêtement des surfaces de paliers, pièces de guidages, engrenages, galets, éléments d'accouplements, cages de roulements, construction mécanique.

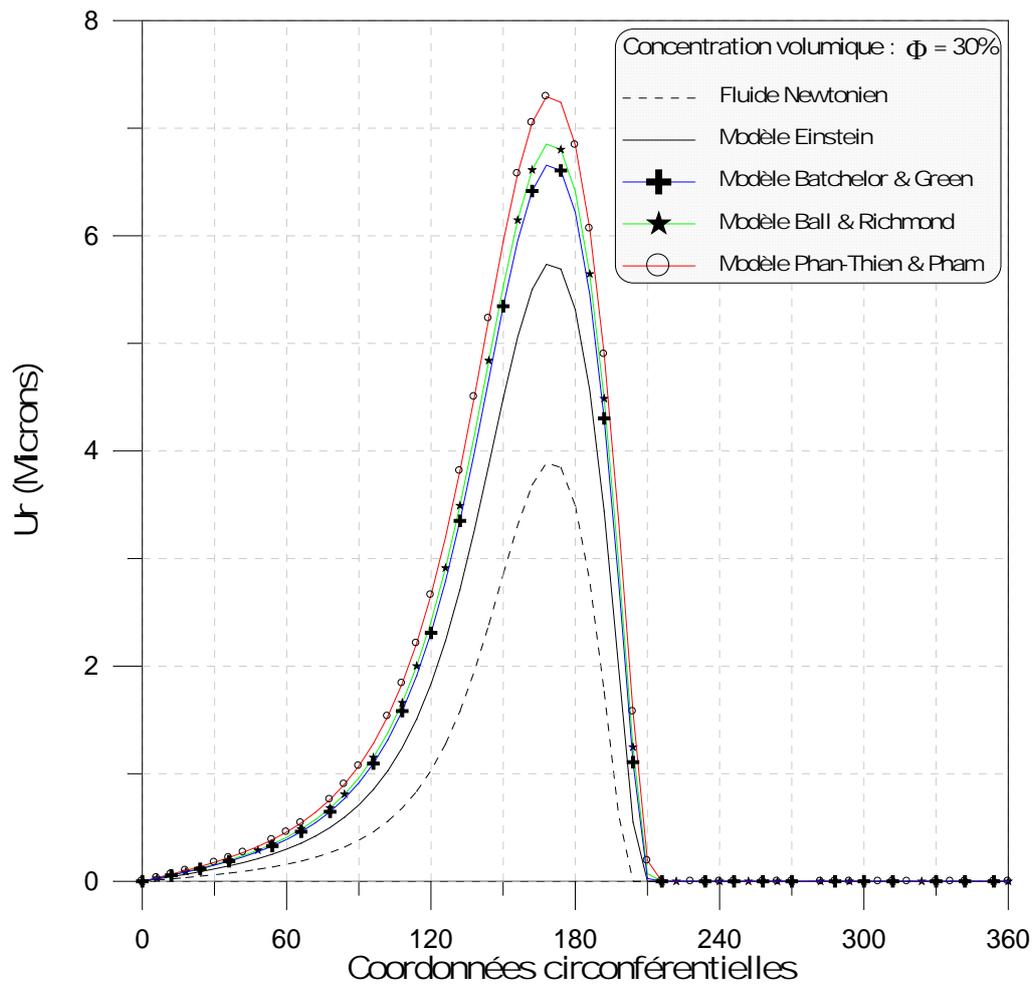
On constate .....



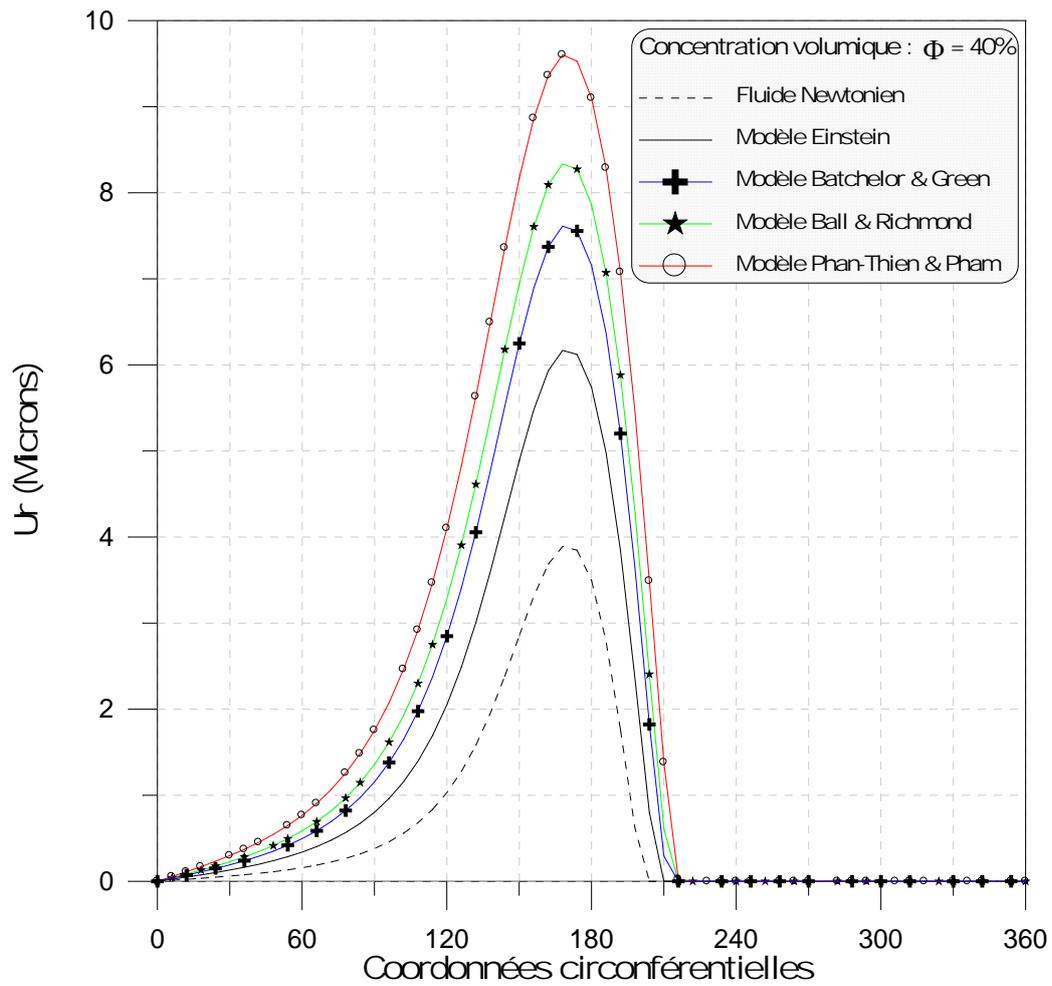
**a) concentration volumique :  $\Phi = 10\%$**



**b) Concentration volumique :  $\Phi = 20\%$**

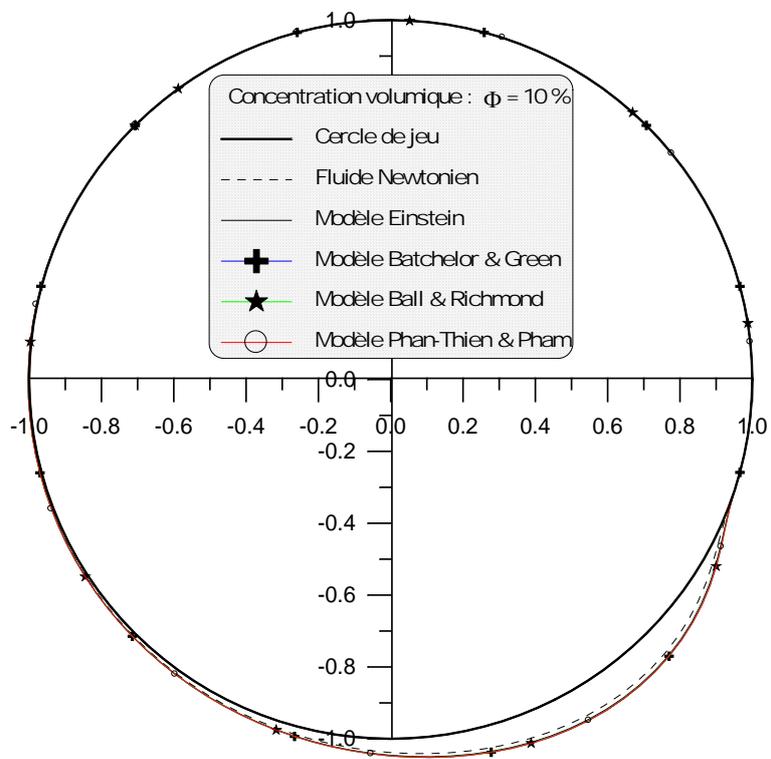


**c) Concentration volumique :  $\Phi = 30\%$**

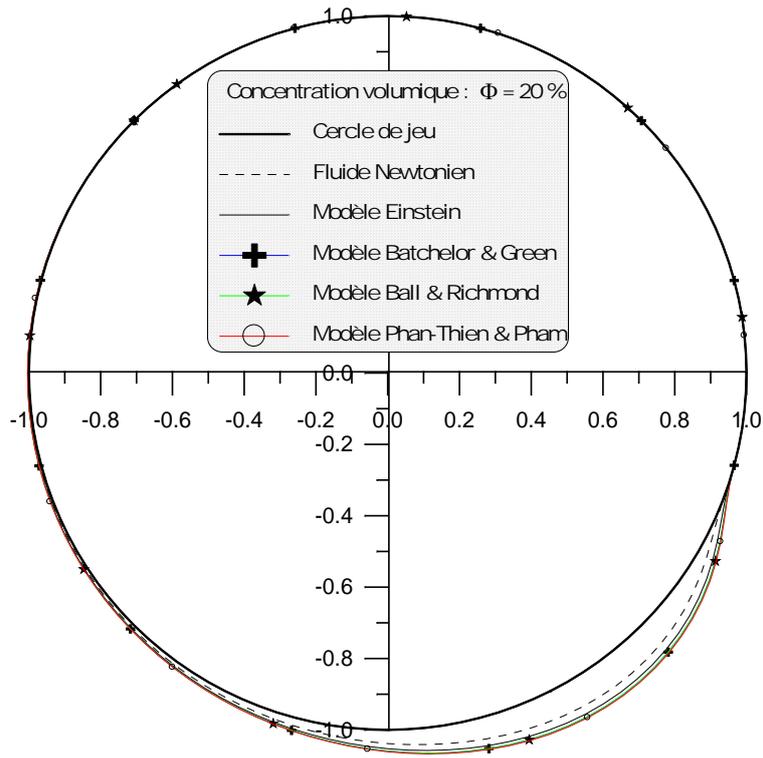


**d) concentration volumique :  $\Phi = 40\%$**

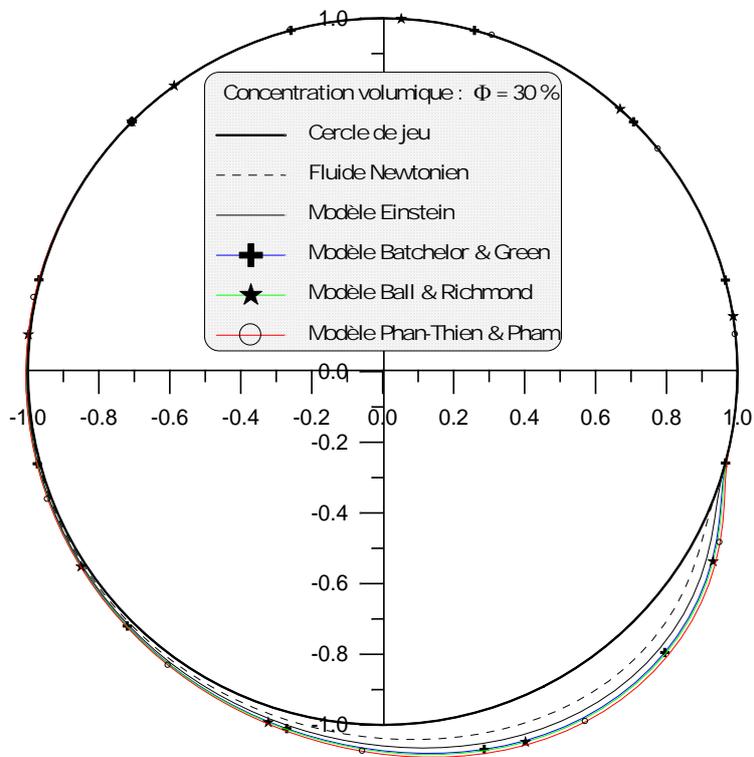
**Fig. VII.8 :** Variations circonférentielles de déformation radiale du revêtement de surface du palier pour différents modèles rhéologiques



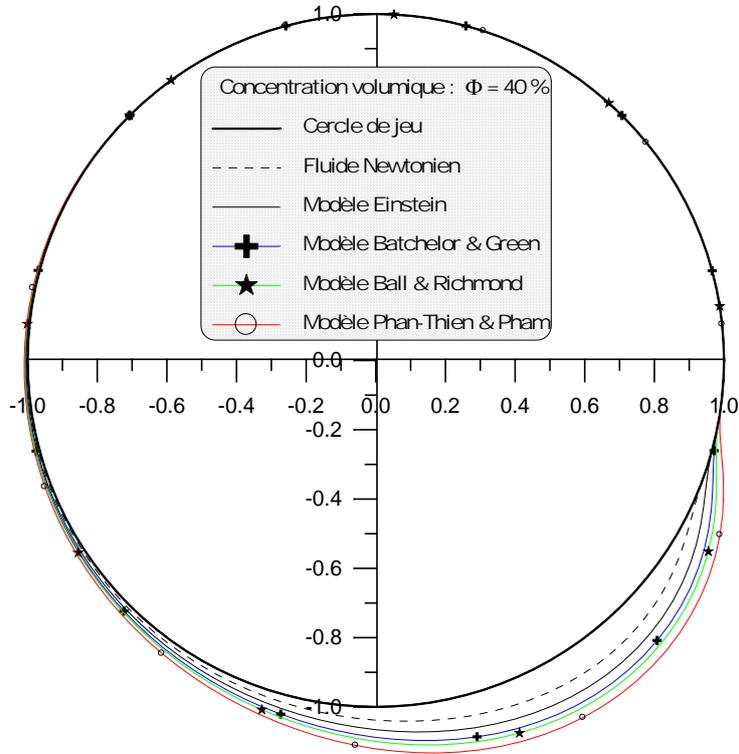
a) Concentration volumique :  $\Phi = 10\%$



b) Concentration volumique :  $\Phi = 20\%$



c) Concentration volumique :  $\Phi = 30\%$



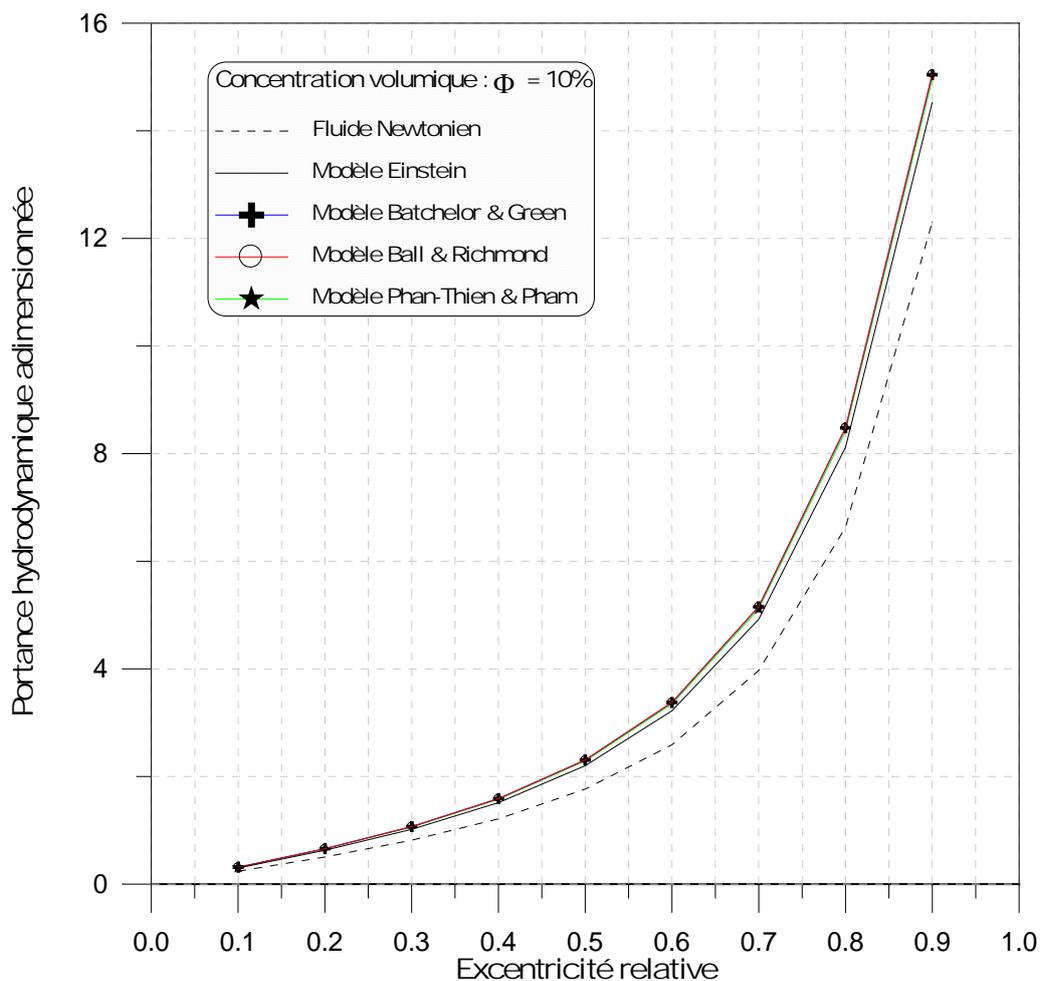
d) Concentration volumique :  $\Phi = 30\%$

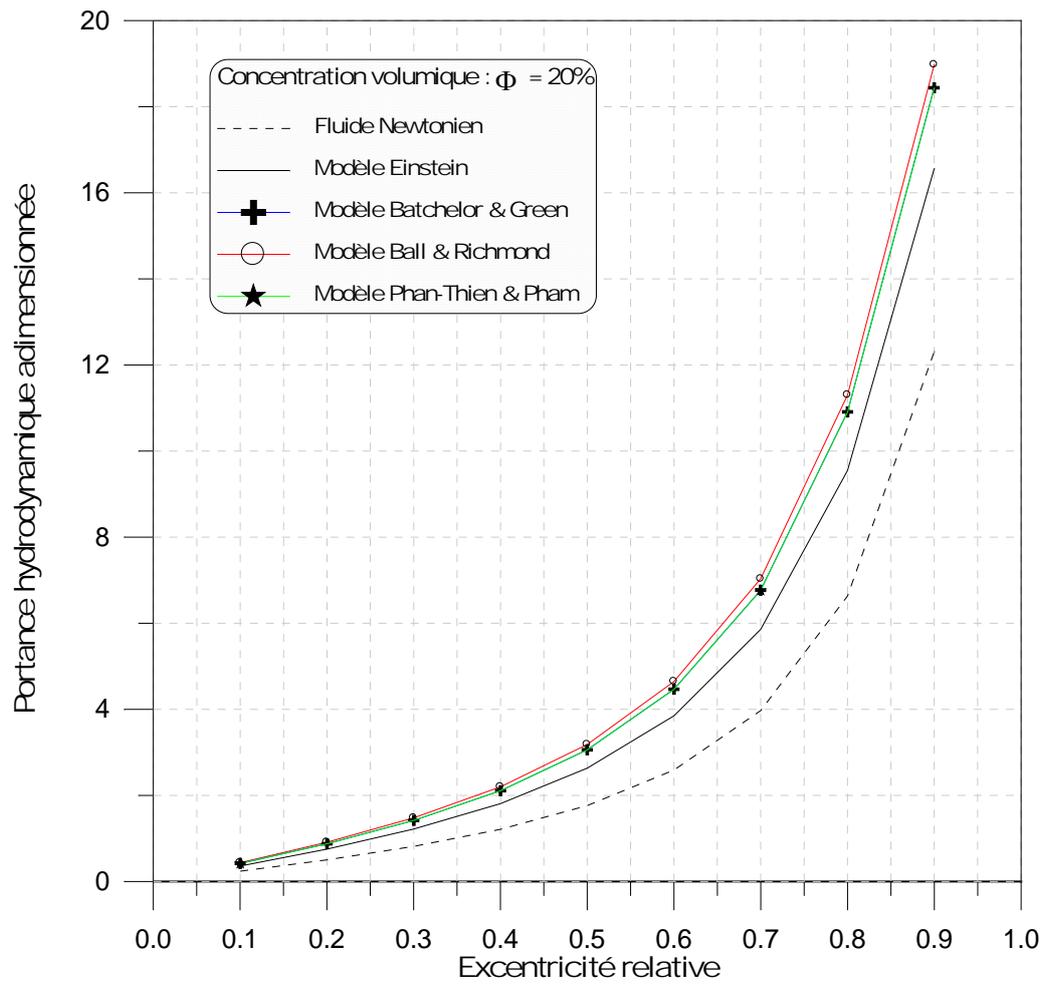
**Fig.IV-3** : Déformée du revêtement de surface du coussinet dans la section médiane du palier pour différents modèles rhéologiques

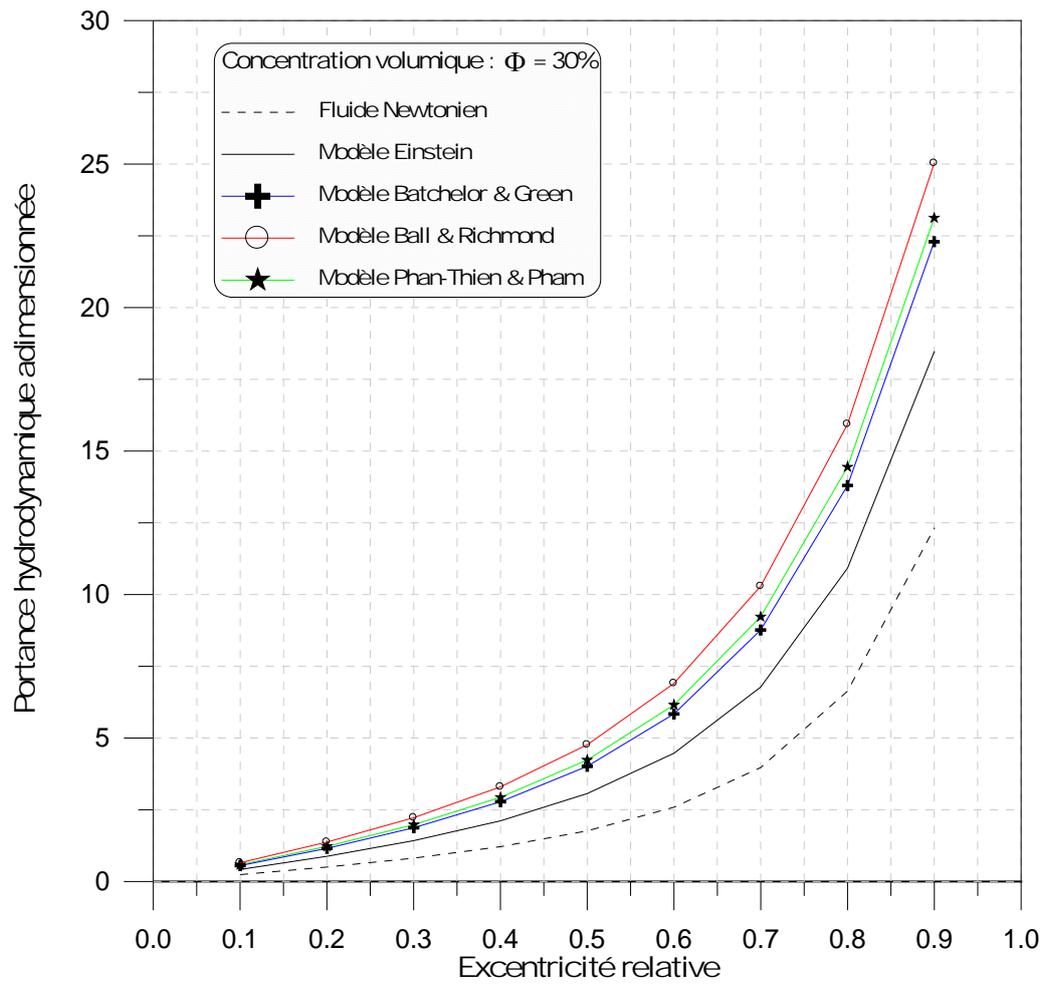
#### 4-2-2. Effets de concentration volumique des particules rigides sur les performances statiques du palier compliant

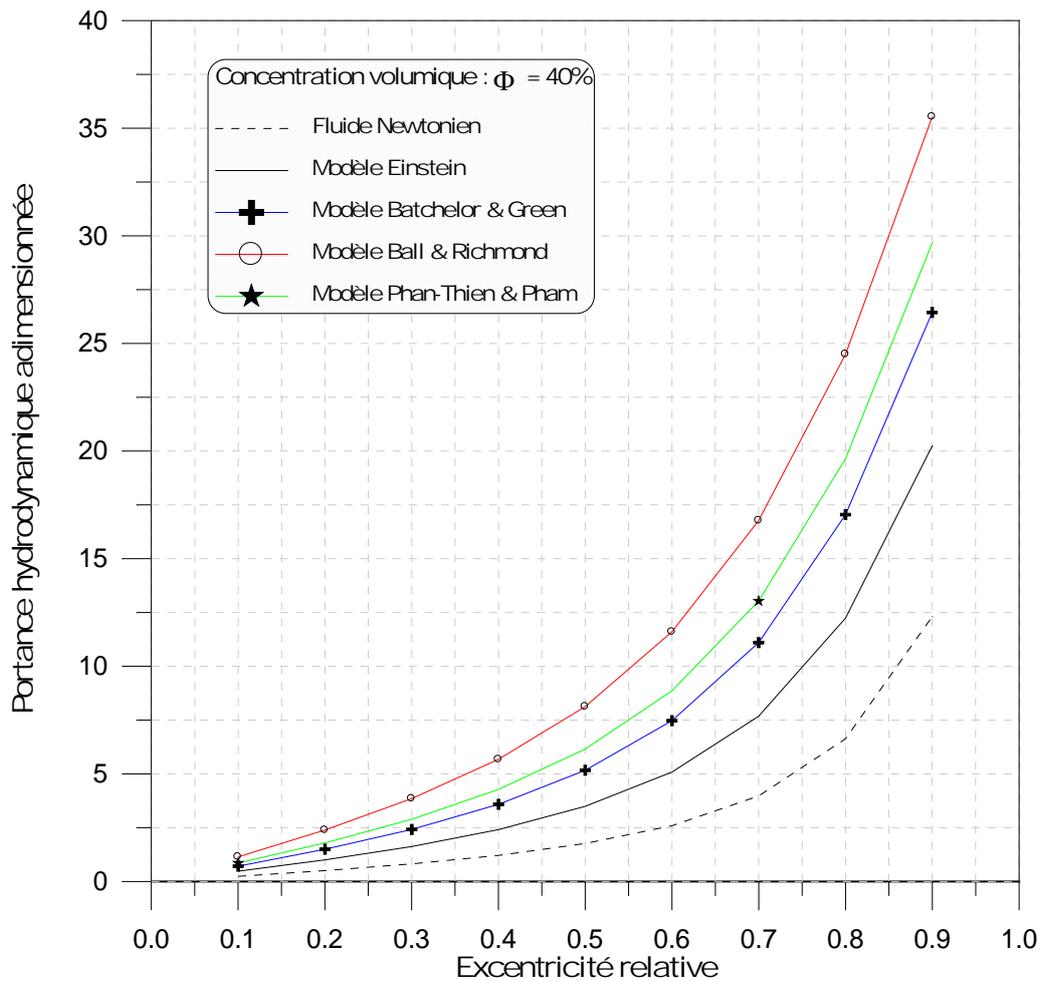
Les performances statiques ont été obtenues pour une excentricité relative statique ( $\varepsilon$ ) variant de 0.01 à 0.90 et différentes valeurs de concentration volumique :  $\Phi = 0$  (fluide newtonien), 10, 20, 30 et 40 % [9].

La fig. VII.15, représente les variations de la portance hydrodynamique en fonction de l'excentricité relative pour différentes valeurs de paramètre de couple des contraintes  $\tilde{\ell}$ . Pour une valeur imposée de l'excentricité relative, on remarque une augmentation de la portance avec  $\tilde{\ell}$ . Cette augmentation est plus significative à forte excentricité, c'est-à-dire lorsque le palier est lourdement chargé on peut conclure que la présence des additifs (polymère) dans le lubrifiant permet d'améliorer la capacité de charge du palier. Autrement dit, un palier lubrifié avec une huile additivée permet de supporter des charges plus importantes que dans le cas d'un palier lubrifié avec des huiles pures ne contenant pas d'additifs améliorants d'indice de viscosité (VI).



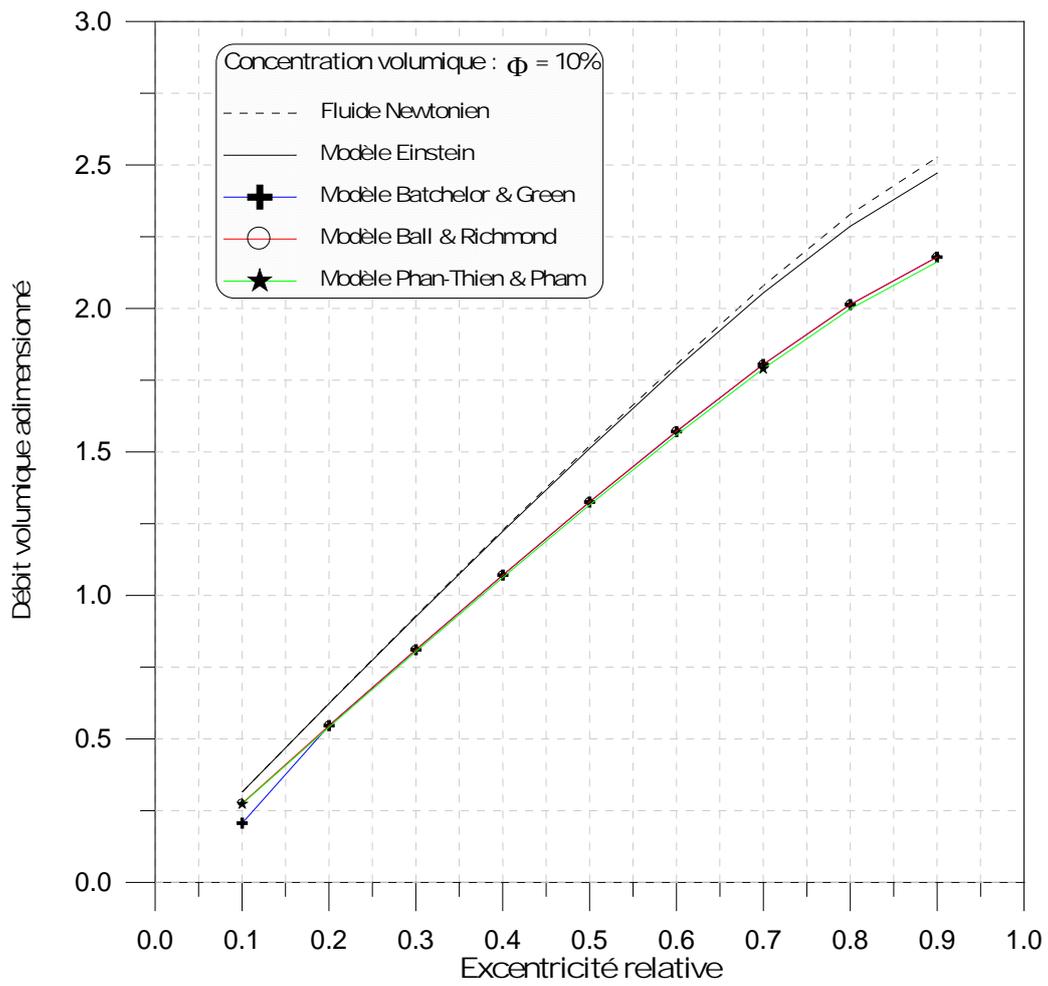




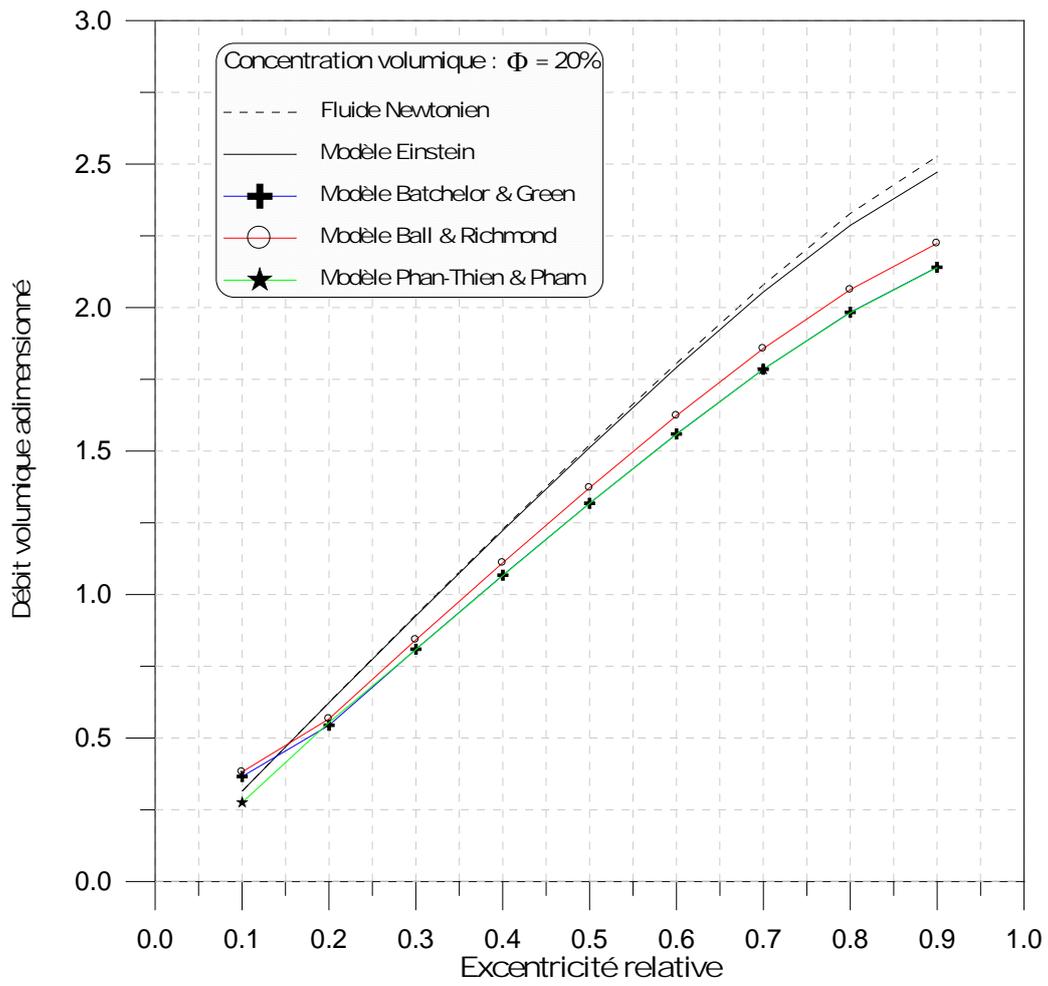


**Fig.VII.15:** Variations de la portance hydrodynamique en fonction de l'excentricité relative pour différents modèles rhéologiques

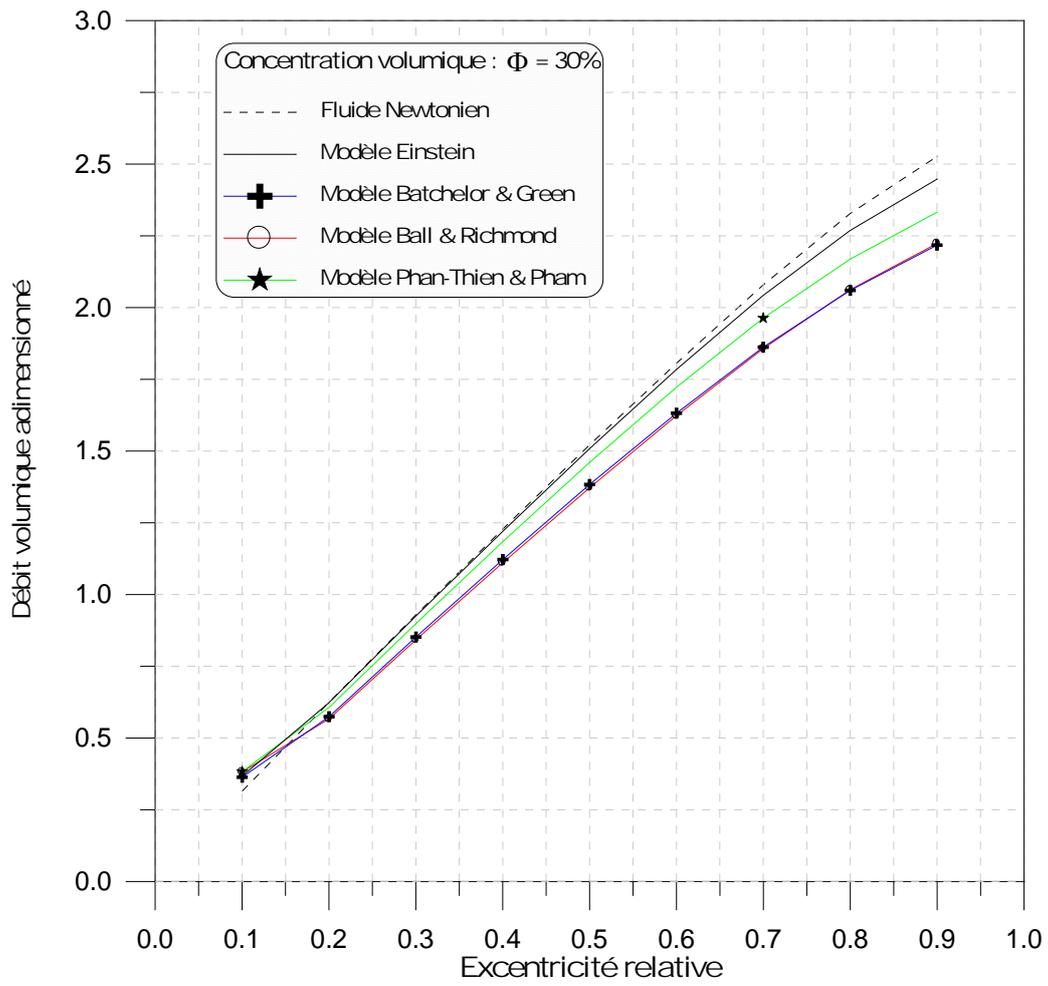
Sur la fig. VII.13, on représente les variations du débit de fuit volumique moyen en fonction de l'excentricité relative pour trois valeurs de  $\tilde{\ell}$ . On remarquant que le débit augment avec l'excentration est que le paramètre du couple de des contraintes  $\tilde{\ell}$  n'a pas d'effet appréciable sur la valeur du débit même au grandes valeurs de l'excentricité de fonctionnement. Ce débit a été calculé à l'extrémité libre du palier à partir du champ de vitesses moyennes de l'écoulement dont la représentation vectorielle est indiquée dans les fig. VII.11.



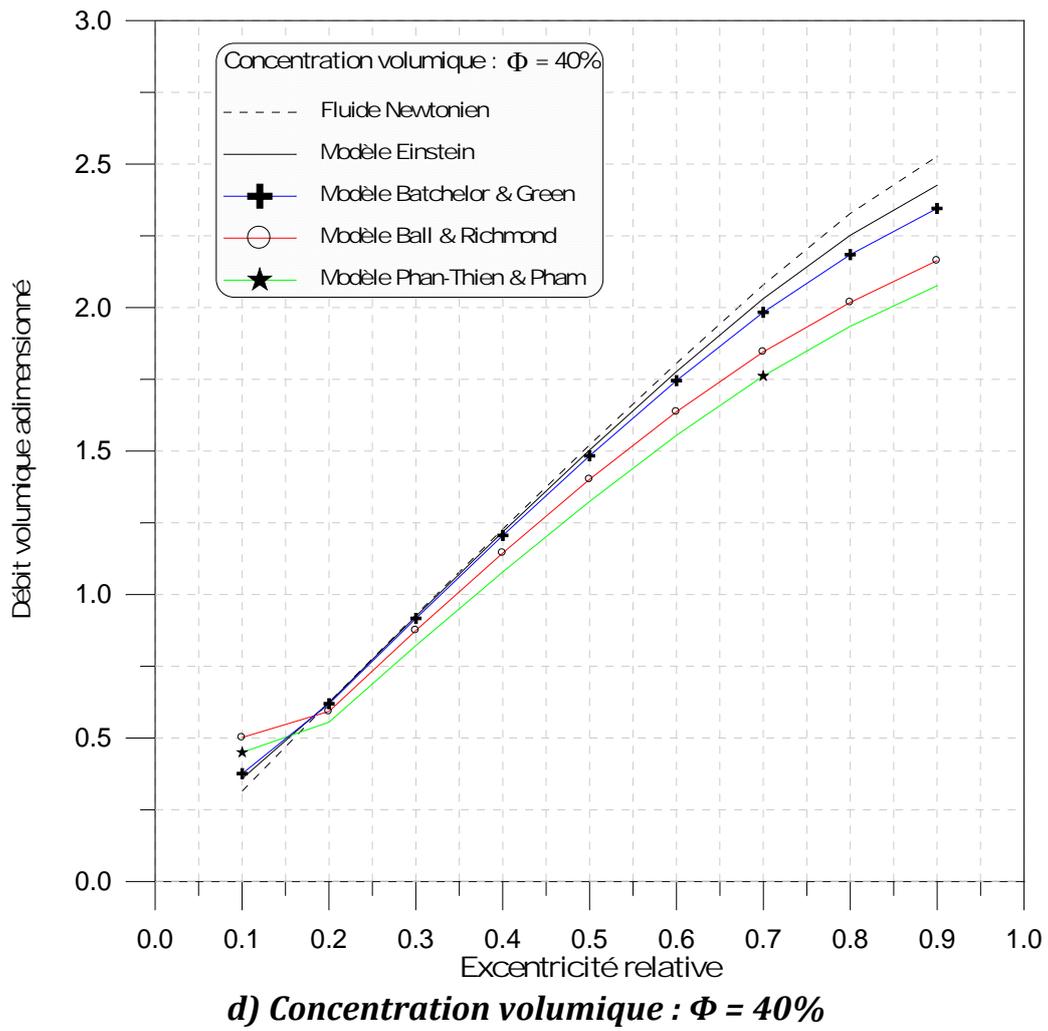
**a) concentration volumique  $\Phi = 10\%$**



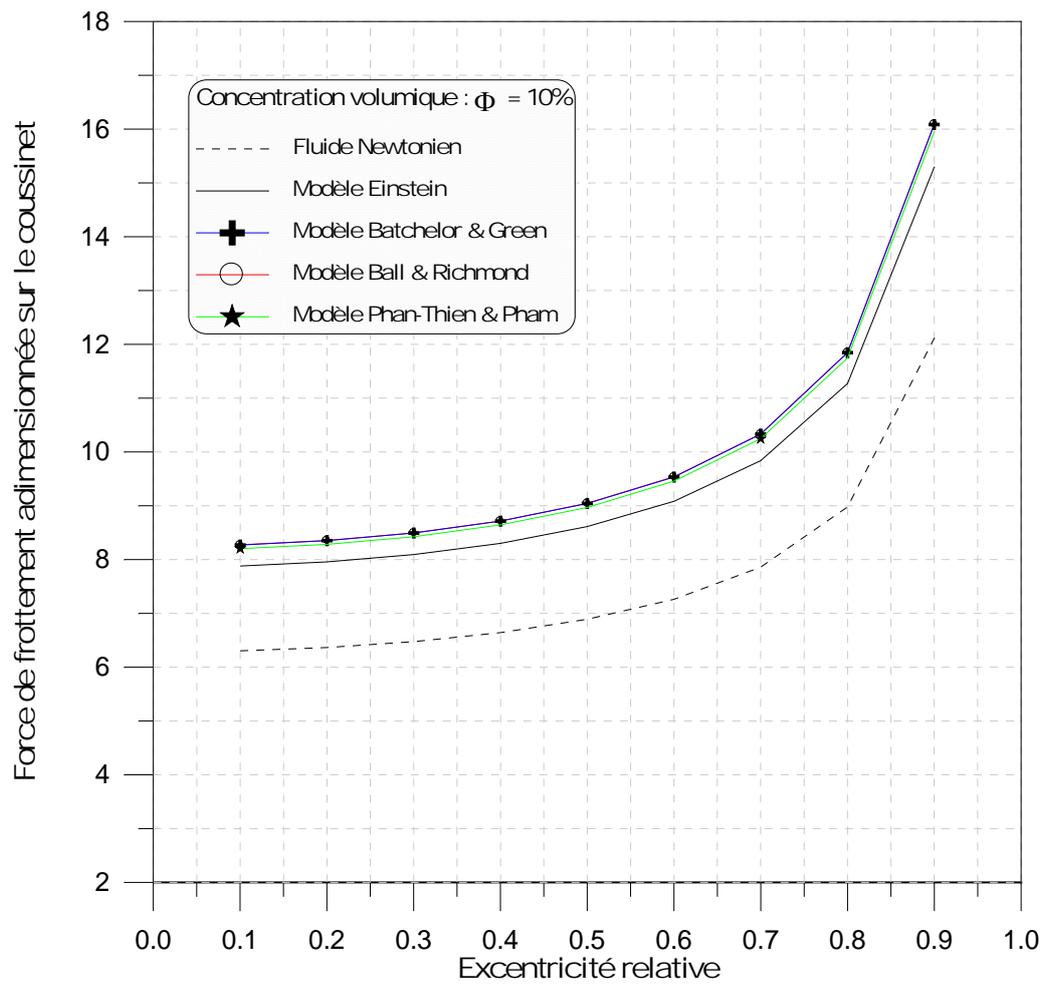
**b) concentration volumique :  $\Phi = 20\%$**



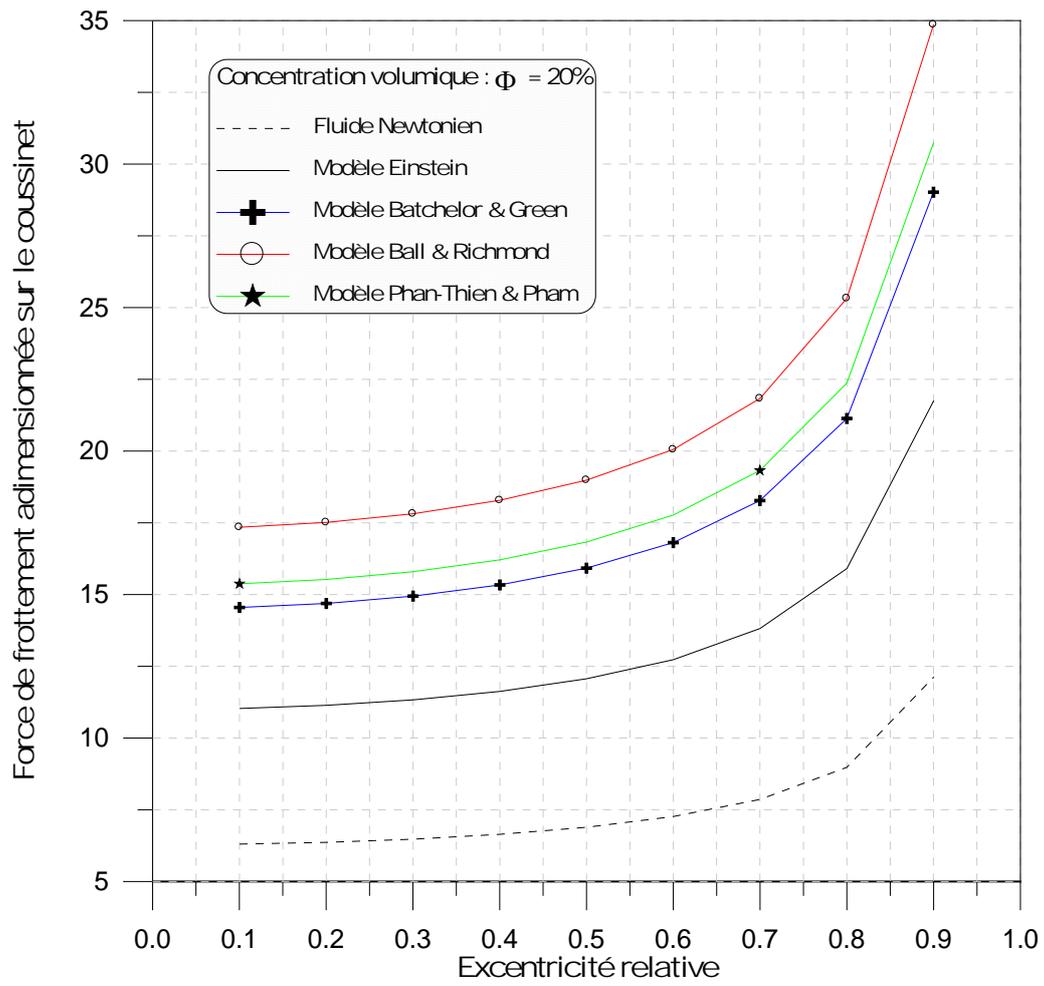
**c) Concentration volumique :  $\Phi = 30\%$**



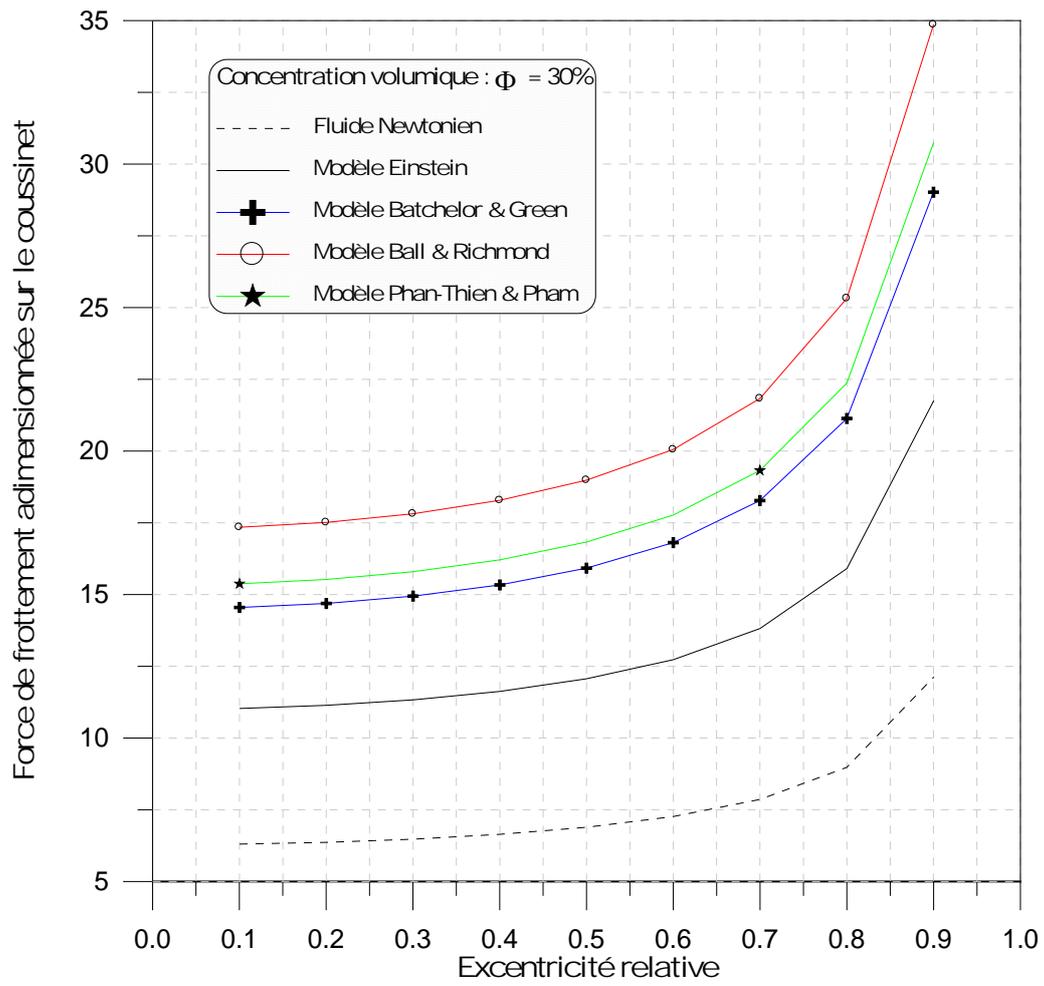
**Fig.VI.13:** Variations du débit de fuite volumique moyen en fonction de l'excentricité relative pour différents modèles rhéologiques



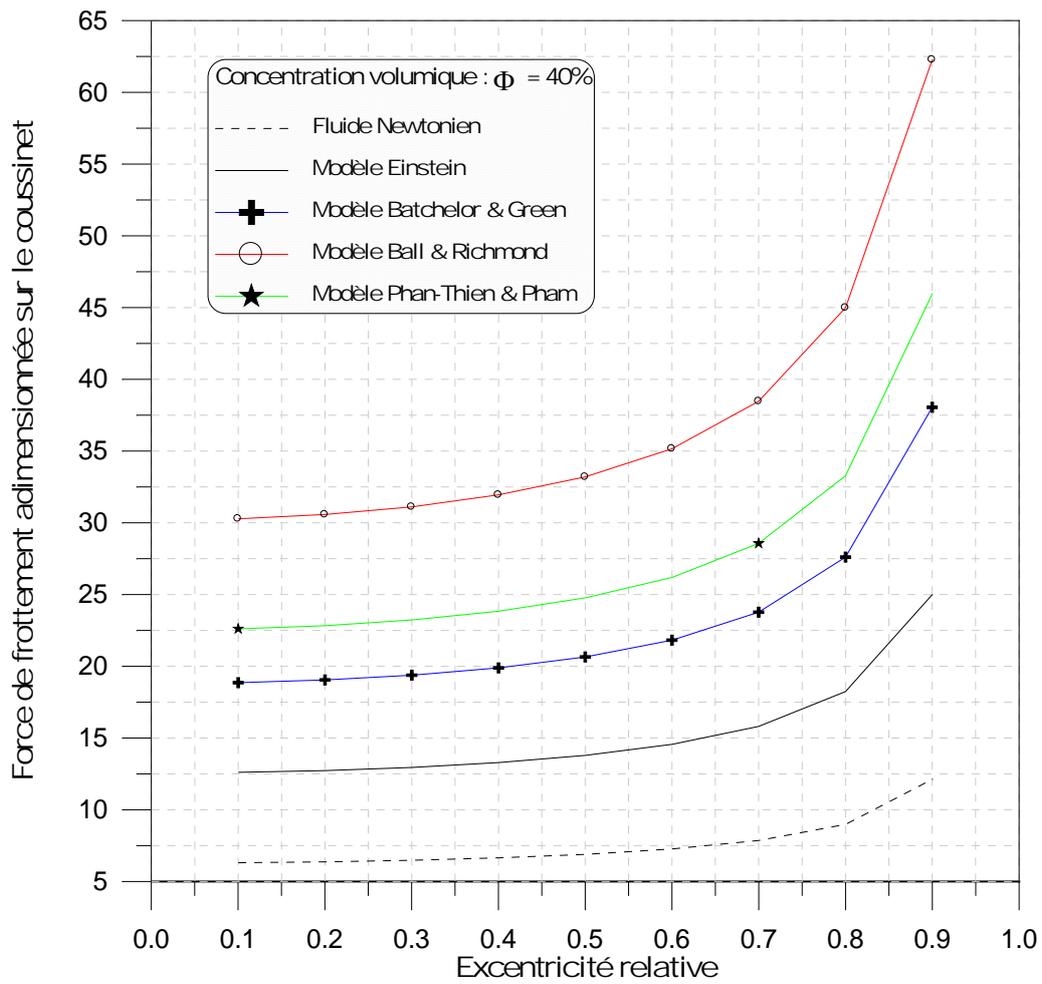
**a) Concentration volumique :  $\Phi = 10\%$**



***b) Concentration volumique :  $\Phi = 20\%$***

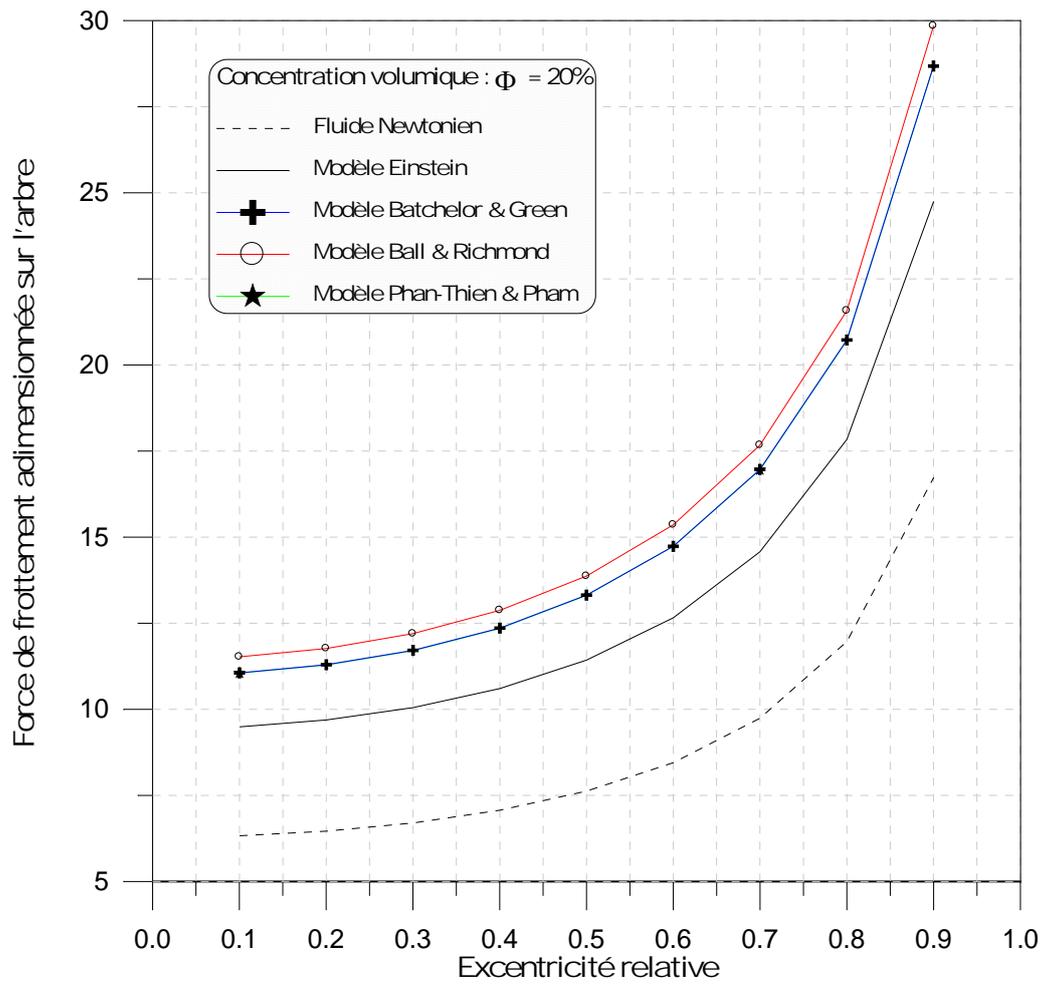


**c) Concentration volumique :  $\Phi = 30\%$**

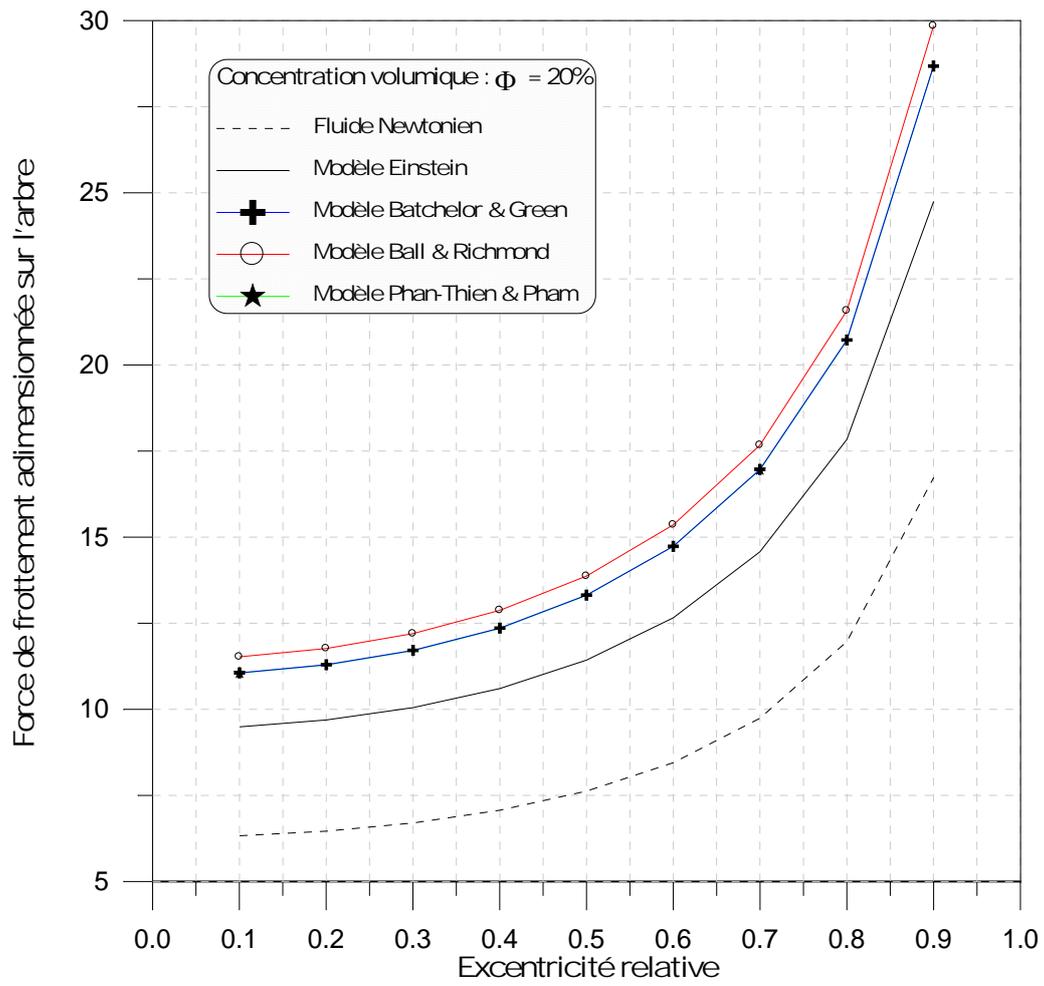


**d) Concentration volumique :  $\Phi = 40\%$**

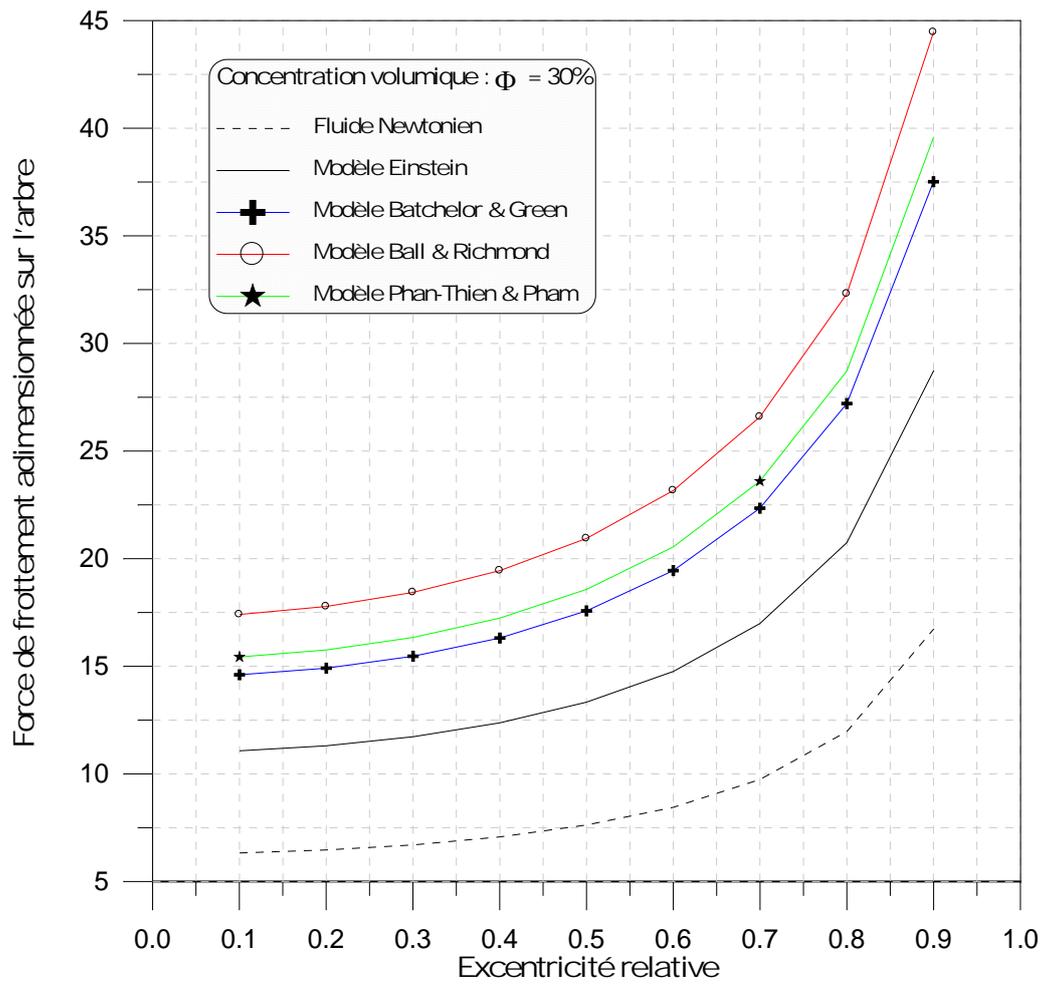
**Fig.VI.13:** Variations de la force de frottement sur le coussinet du palier en fonction de l'excentricité relative pour différents modèles rhéologiques



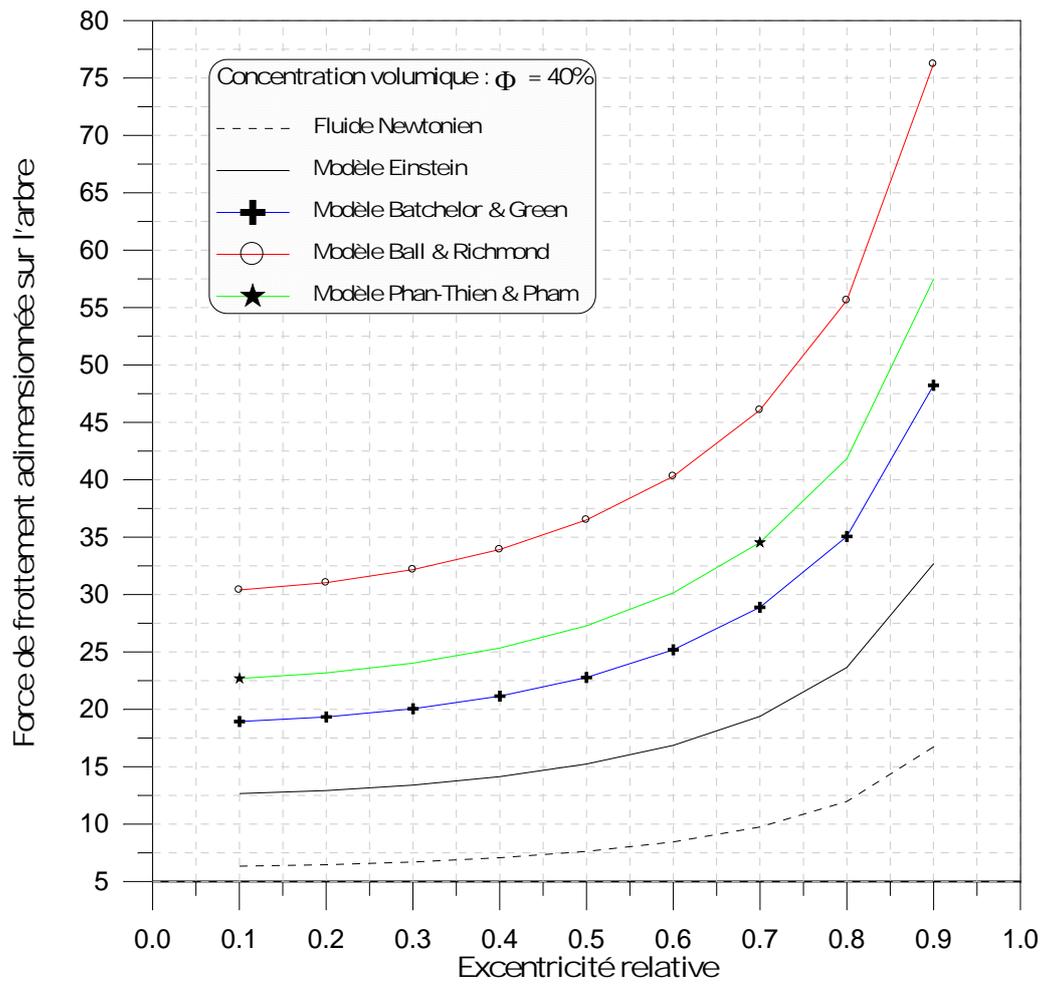
**a) Concentration volumique :  $\Phi = 10\%$**



***b) Concentration volumique :  $\Phi = 20\%$***



**c) Concentration volumique :  $\Phi = 30\%$**



**d) Concentration volumique :  $\Phi = 40\%$**

**Fig.VI.13:** Variations de la force de frottement sur l'arbre du palier en fonction de l'excentricité relative pour différents modèles rhéologiques

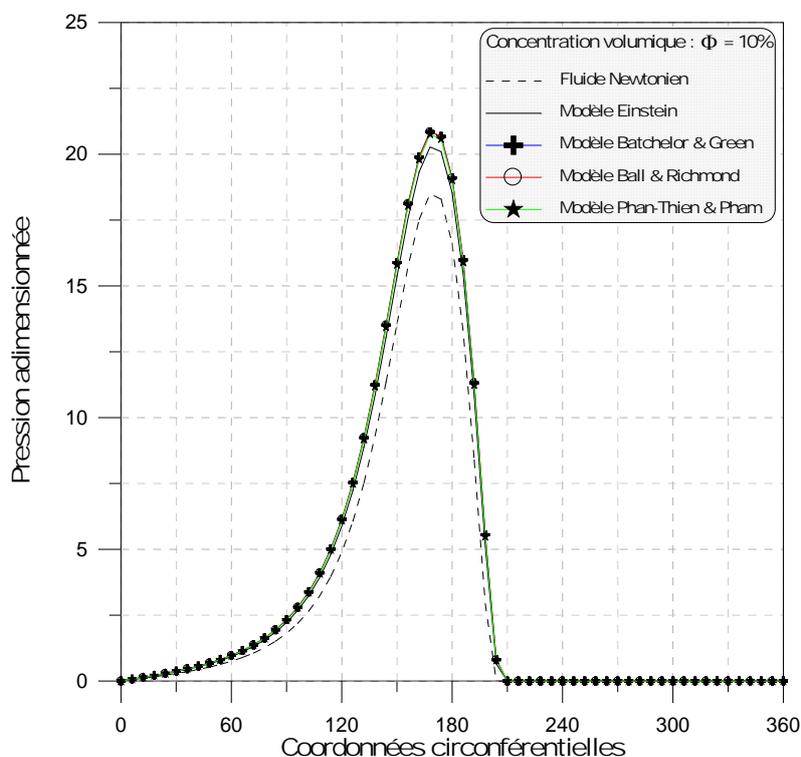
# Figures programme MASTER2015

C:\TRAVAIL\PFE\PFE 2014 - 2015\programmes\MASTERD2015.for

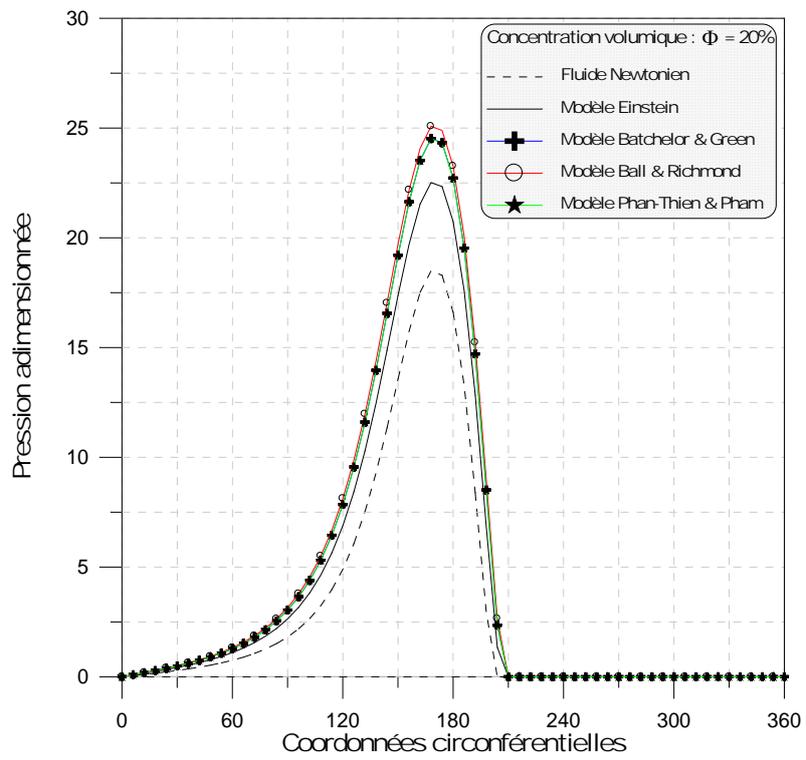
## 4-2-1. Effets de concentration volumique sur le pic de pression dans le film

Les figures de **IV-2-a** au **IV-2-d**, présentent l'influence des effets de concentration volumique des sphères rigides très diluées dans un solvant newtonien de viscosité dynamique ( $\mu_s$ ) sur le pic de pression statique adimensionnée en (2D) dans la section médiane d'un palier compliant lubrifié avec un fluide avec des particules solides, pour une excentricité relative statique imposée ( $\varepsilon = 0.90$ ) et quatre valeurs de concentration volumique :  $\Phi = 0$  (fluide newtonien) , 10 , 20 , 30 et 40 % [9].

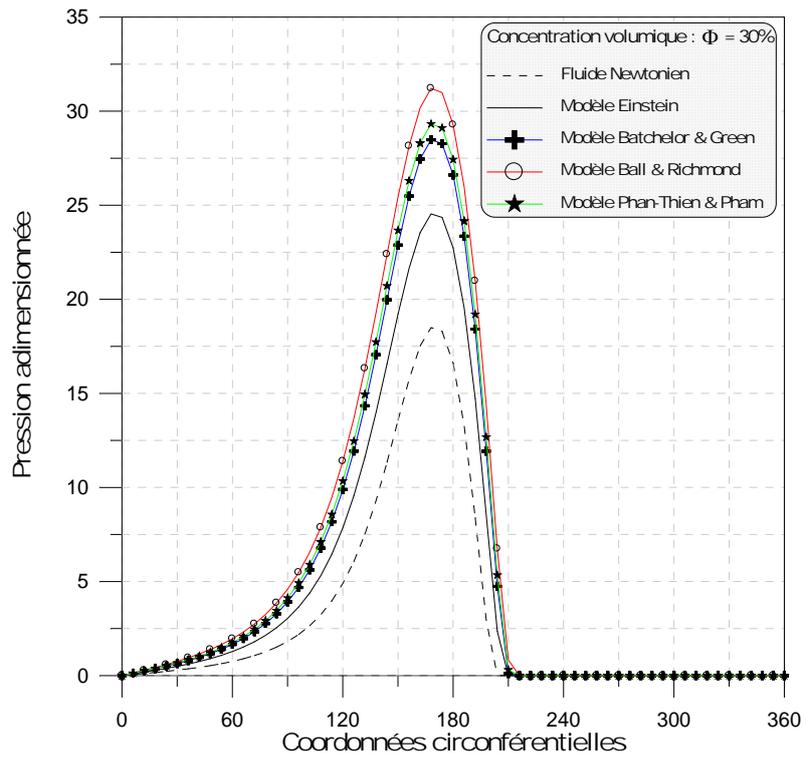
On observe une augmentation significative de pic pression maximale dans le film avec l'augmentation de concentration volumique des particules solides rigides ( $\Phi$ ). Cette augmentation est d'autant plus importante pour des grandes concentrations volumiques dans le solvant ( $\Phi = 40\%$ ), surtout pour le modèle Ball & Richmond qui est le modèle le plus valable et plus recommandé de l'utiliser pour des grandes concentrations volumiques dans le solvant ( $\Phi \leq 50\%$ ), cette augmentation est de l'ordre de 122 % (figure IV-2-d).



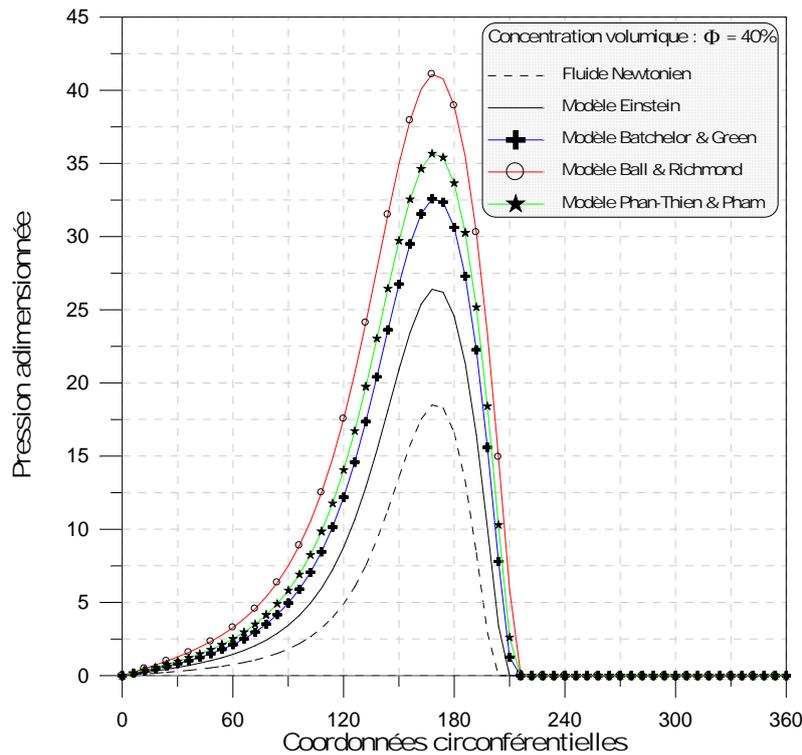
a) Concentration volumique  $\Phi = 10\%$



b) Concentration volumique  $\Phi = 20\%$



c) Concentration volumique  $\Phi = 30\%$



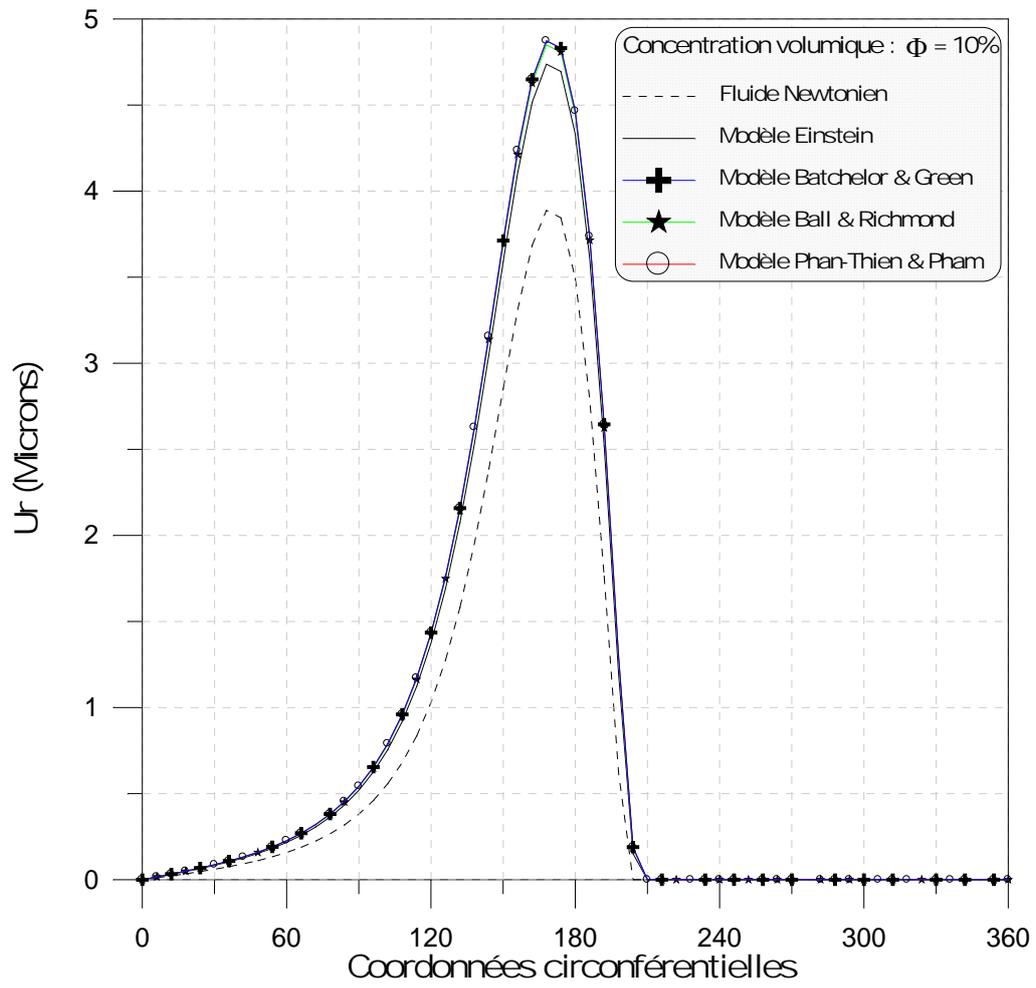
d) Concentration volumique :  $\Phi = 40\%$

**Fig.IV-2 :** Variations circonférentielles de la pression adimensionnée dans la section médiane du palier pour différents modèles rhéologiques

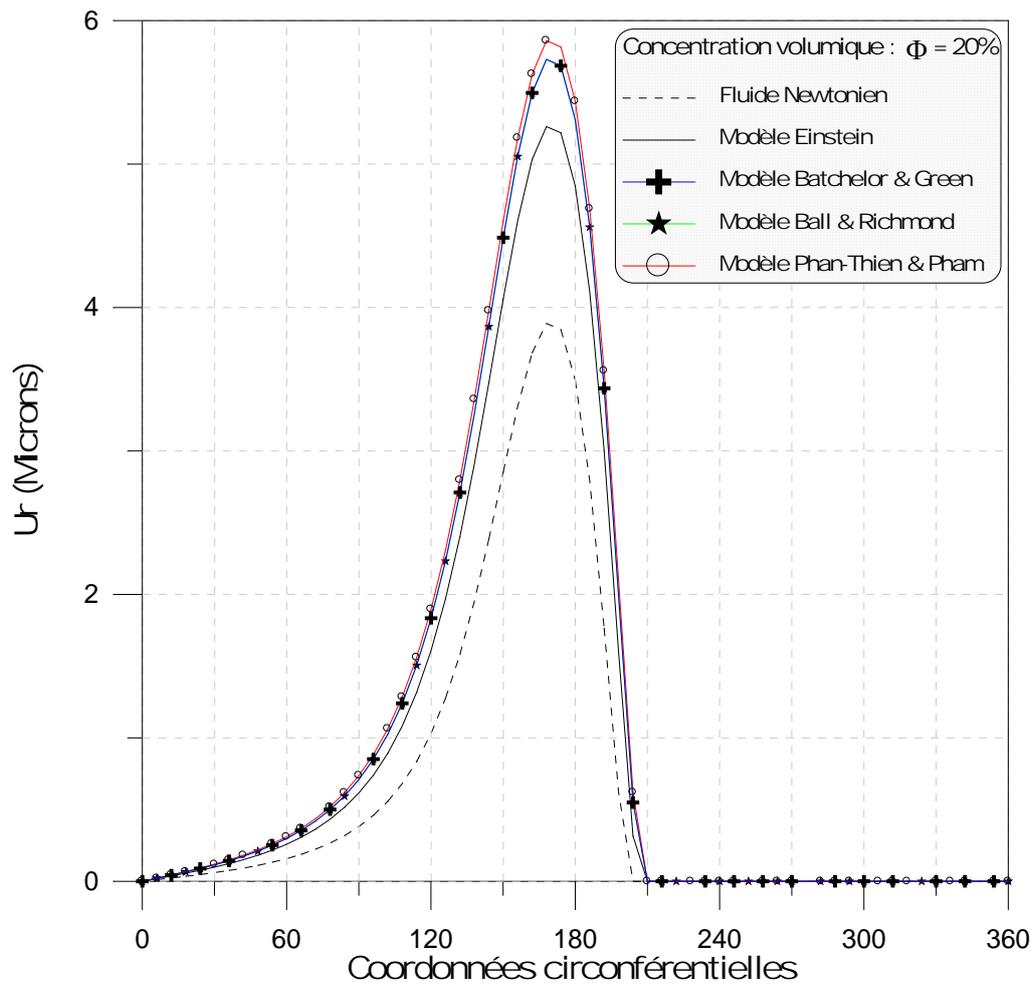
#### 4-2-2. Effets de concentration volumique sur les déformations élastiques du revêtement de surface du palier

Dans les figures de **IV-3-a** au **IV-3-d**, , on compare la déformée (champ de déplacement radial) de revêtement de surface du coussinet de la section médiane du palier pour une épaisseur du revêtement de surface du palier,  $t_h=0.5\text{mm}$  et d'un matériau compressibles ( $E = 3\text{GPa}$ ,  $\nu = 0.36$ ) correspondant aux caractéristiques élastiques du polyamide (PA) (**Caractéristiques principales : haute résistance mécanique, rigidité, dureté, bonne résistance à la fatigue, haut pouvoir amortissant, bonnes propriétés de glissement, excellente résistance à l'usure**), ce matériau utilisé dans plusieurs applications : revêtement des surfaces de paliers, pièces de guidages, engrenages, galets, éléments d'accouplements, cages de roulements, construction mécanique.

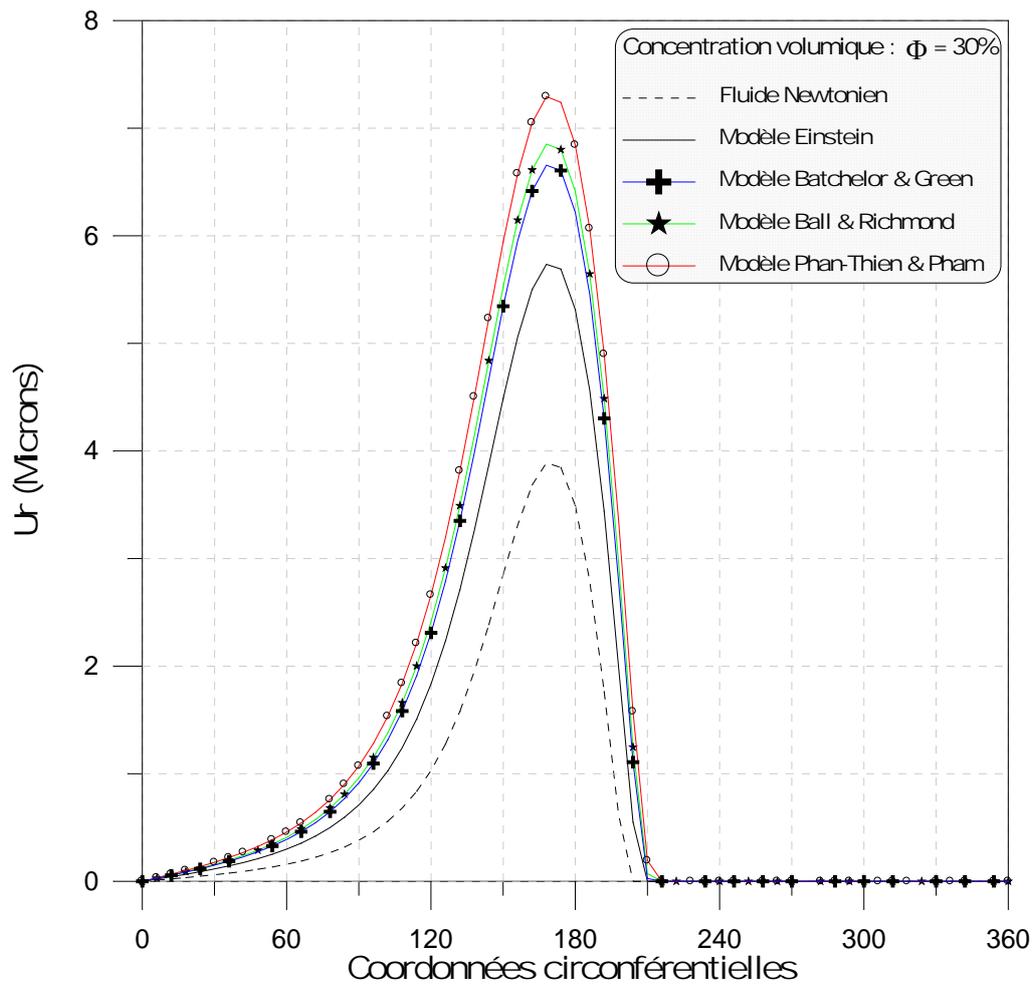
On constate .....



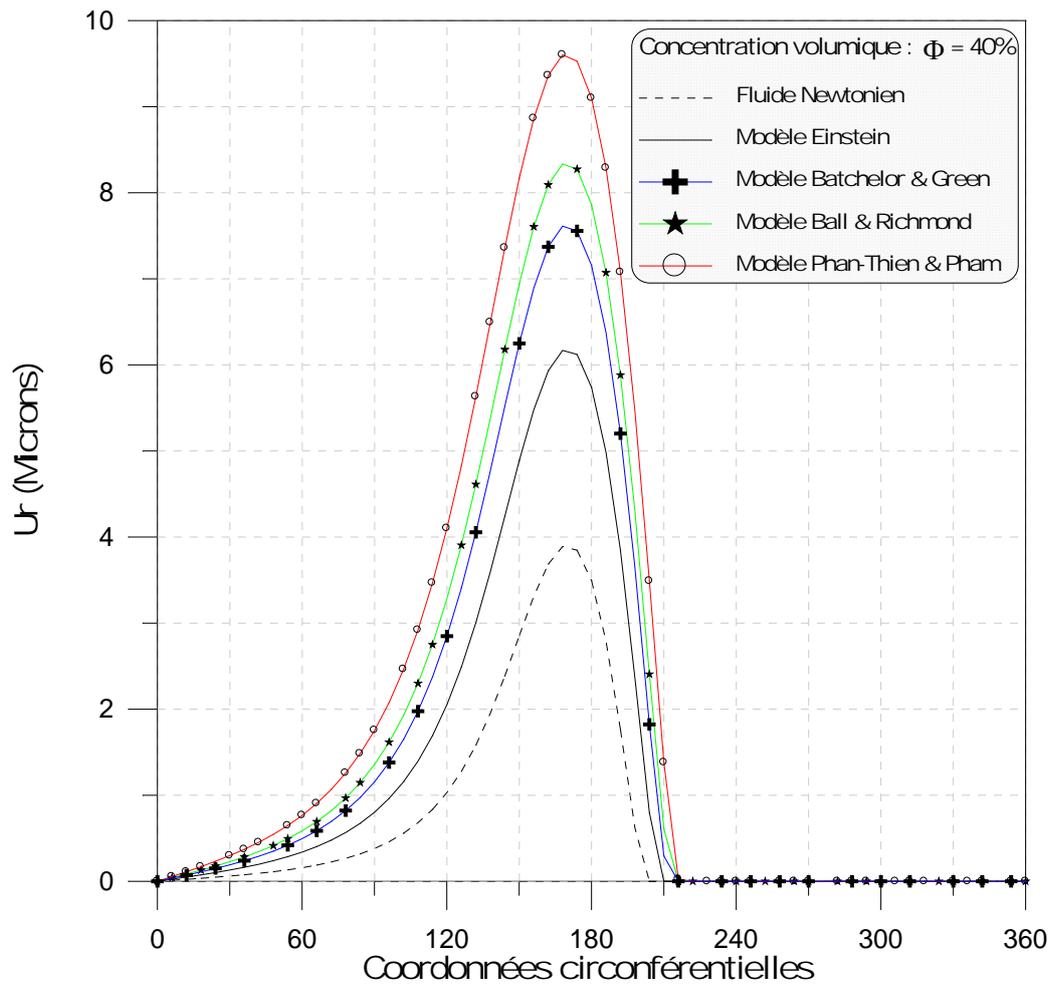
**a) concentration volumique :  $\Phi = 10\%$**



**b) Concentration volumique :  $\Phi = 20\%$**



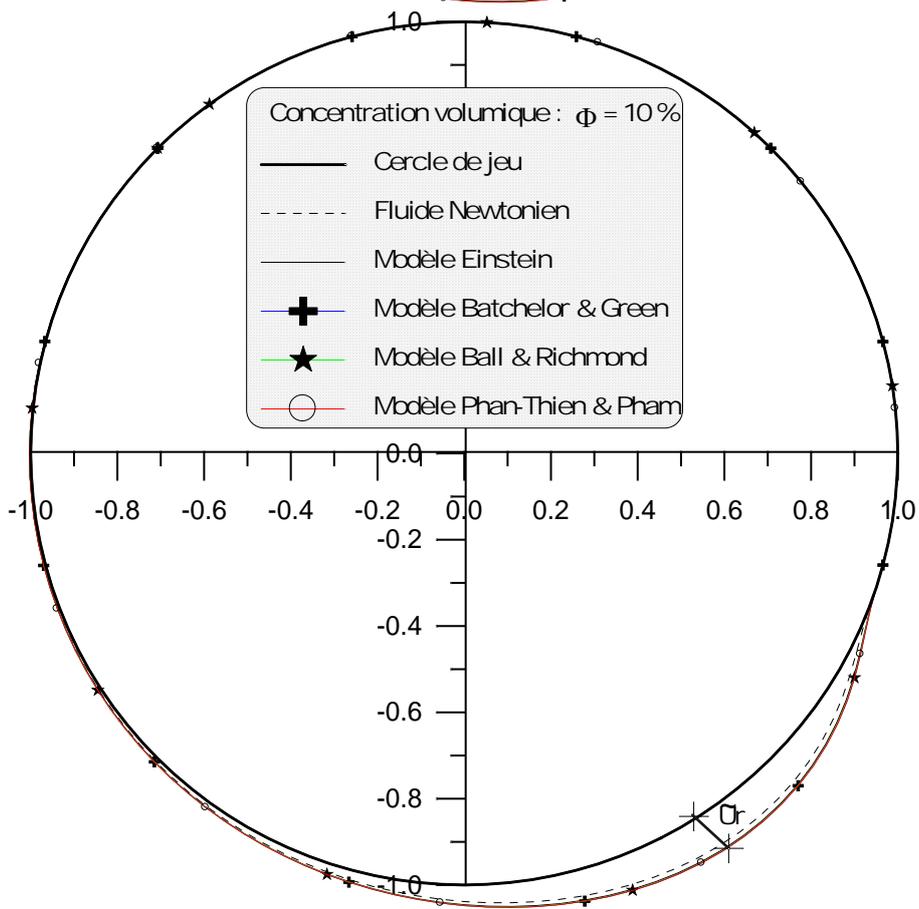
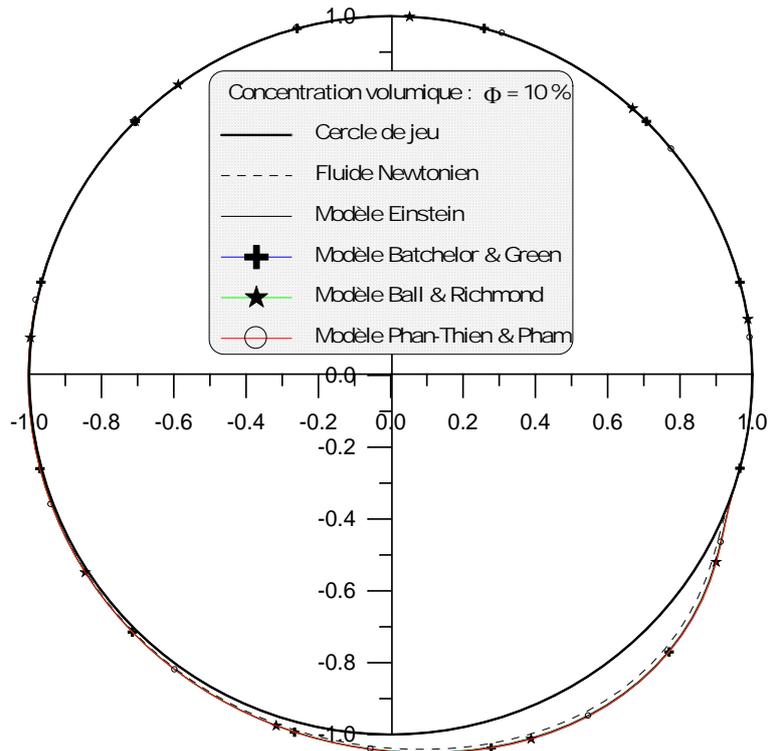
**c) Concentration volumique :  $\Phi = 30\%$**



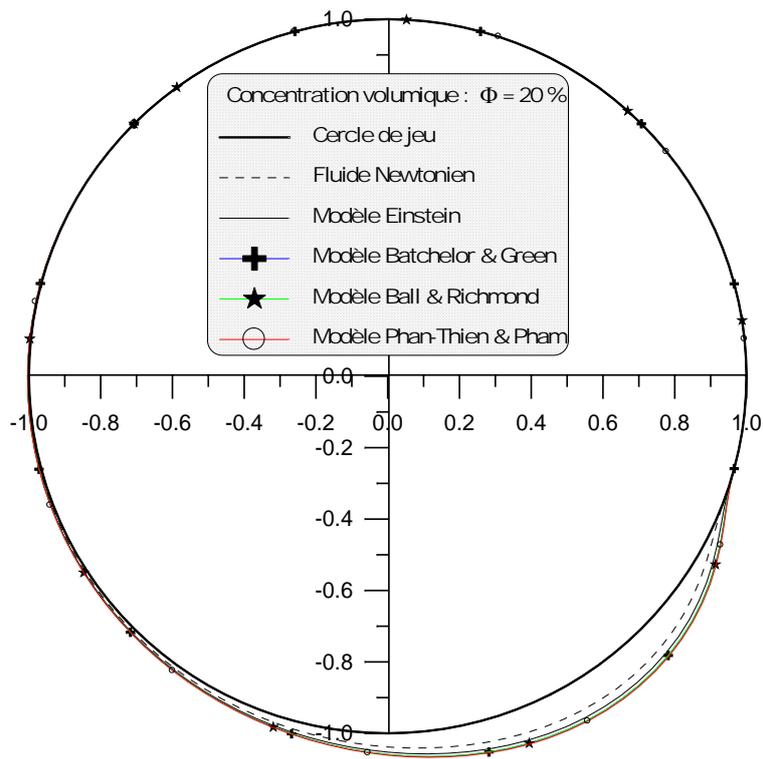
**d) concentration volumique :  $\Phi = 40\%$**

**Fig. VII.8 :** Variations circonférentielles de déformation radiale du revêtement de surface du palier pour différents modèles rhéologiques

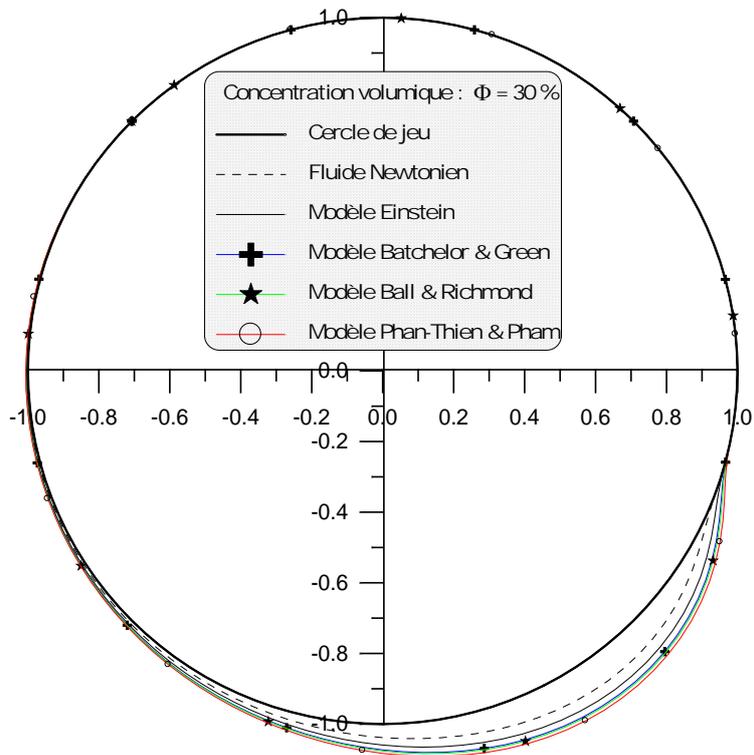




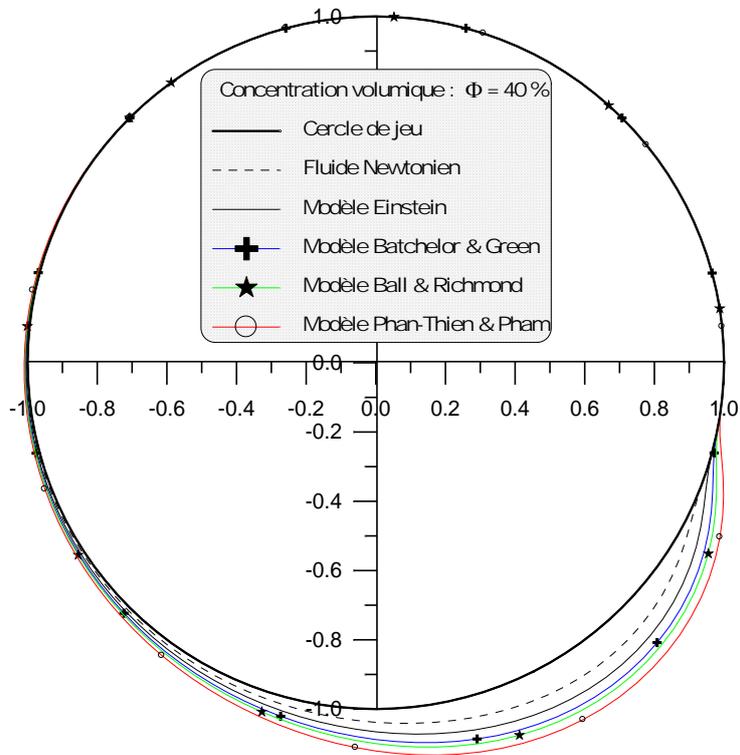
a) Concentration volumique :  $\Phi = 10\%$



b) Concentration volumique :  $\Phi = 20\%$



c) Concentration volumique :  $\Phi = 30\%$



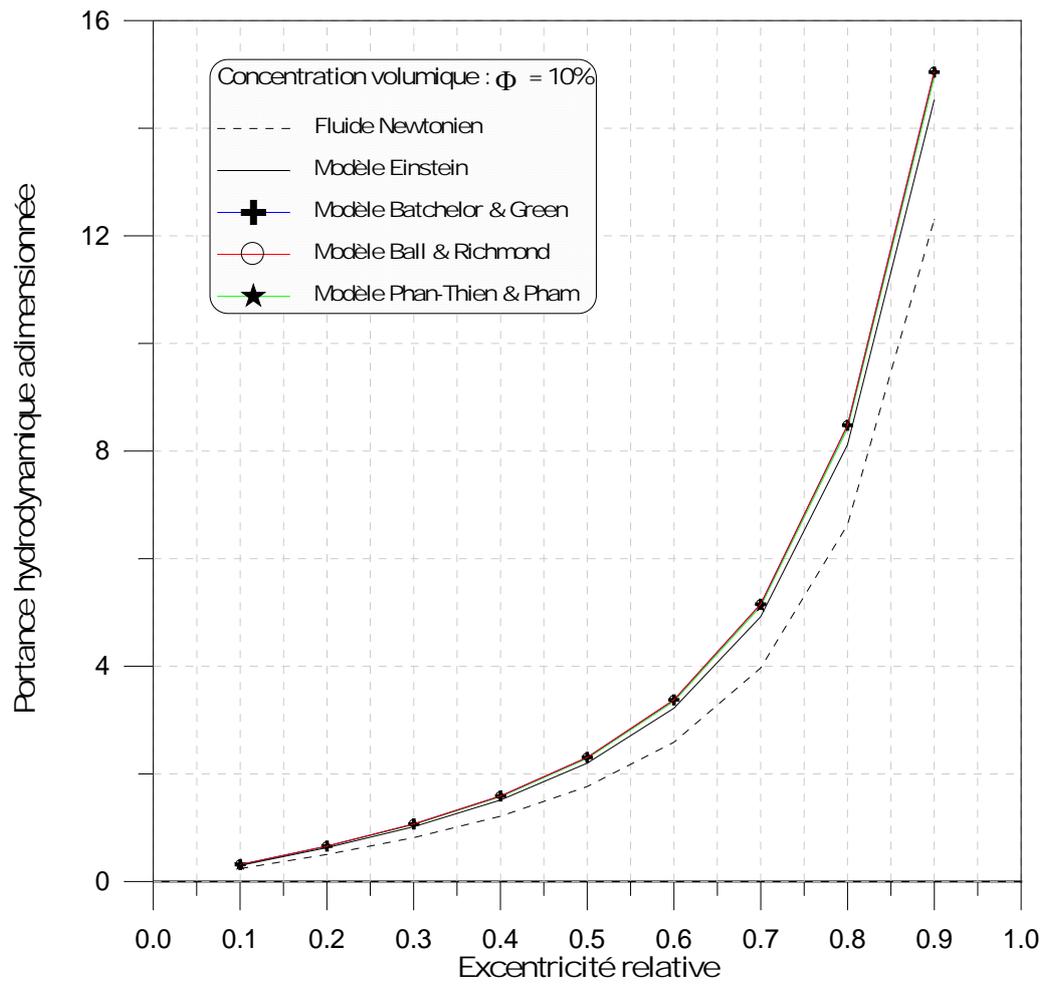
d) Concentration volumique :  $\Phi = 40\%$

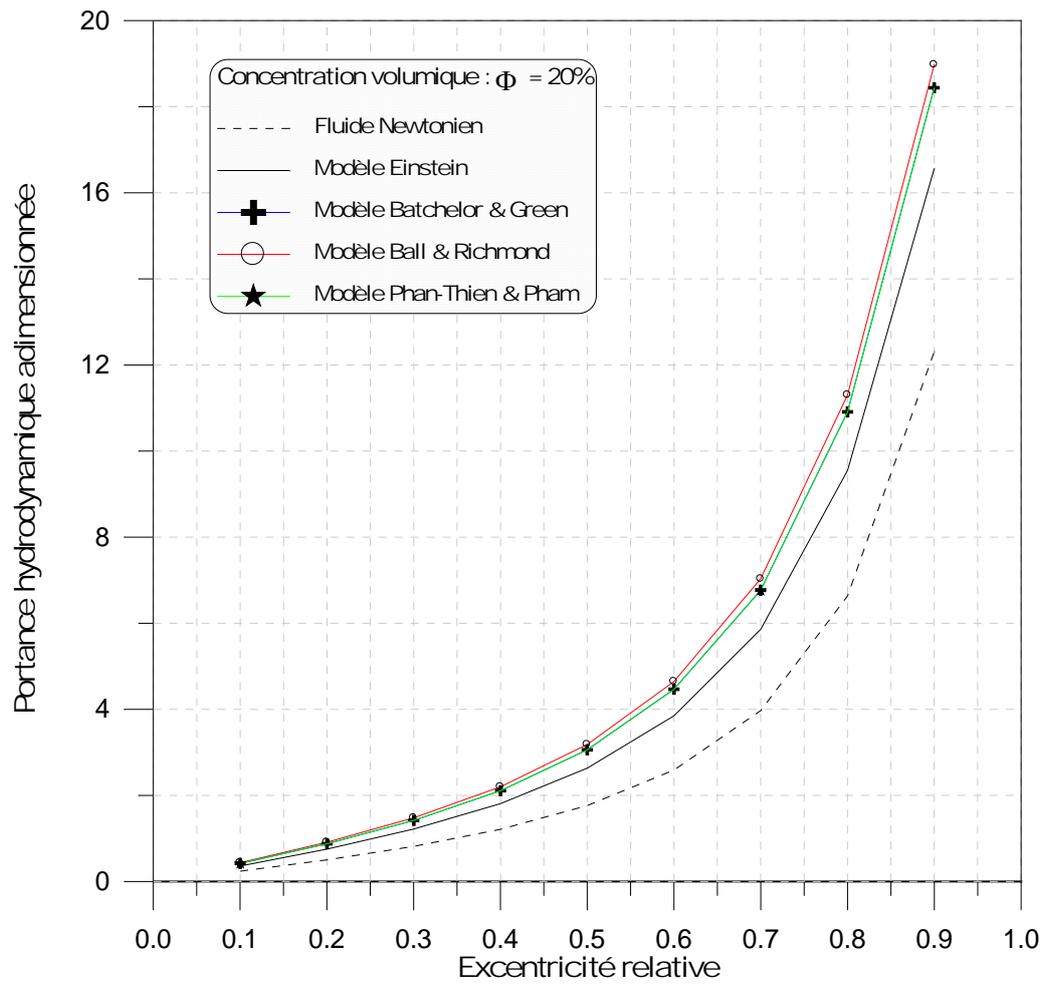
**Fig.IV-3** : Déformée du revêtement de surface du coussinet dans la section médiane du palier pour différents modèles rhéologiques

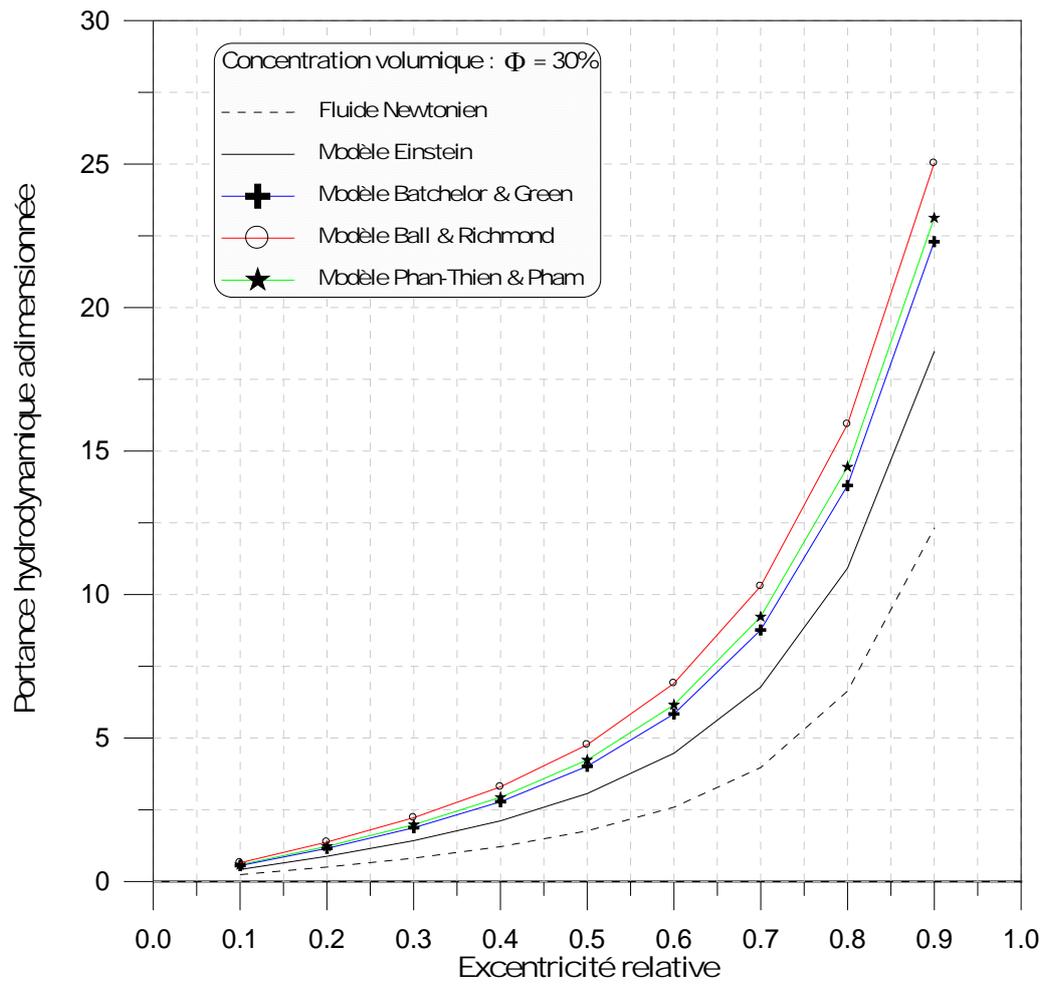
#### 4-2-2. Effets de concentration volumique des particules rigides sur les performances statiques du palier compliant

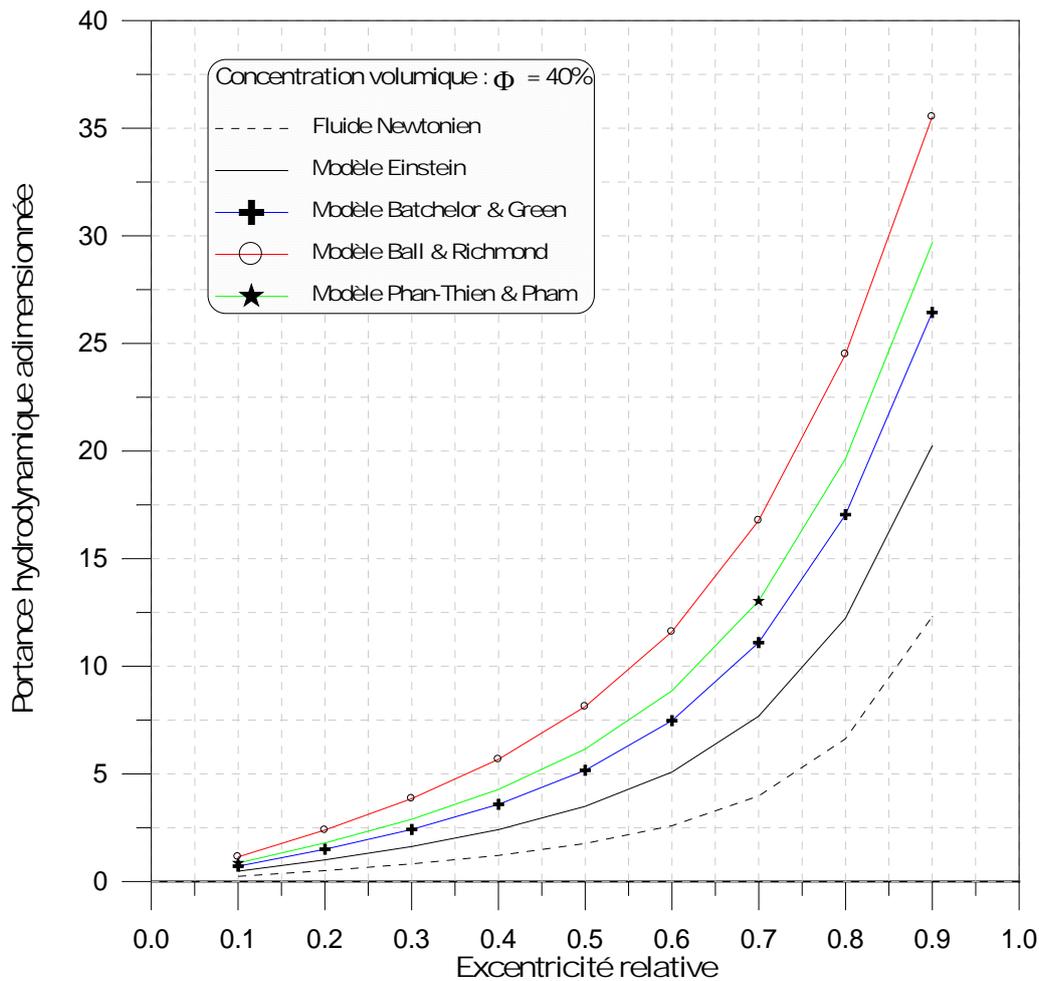
Les performances statiques ont été obtenues pour une excentricité relative statique ( $\varepsilon$ ) variant de 0.01 à 0.90 et différentes valeurs de concentration volumique :  $\Phi = 0$  (fluide newtonien), 10, 20, 30 et 40 % [9].

La fig. VII.15, représente les variations de la portance hydrodynamique en fonction de l'excentricité relative pour différentes valeurs de paramètre de couple des contraintes  $\tilde{\ell}$ . Pour une valeur imposée de l'excentricité relative, on remarque une augmentation de la portance avec  $\tilde{\ell}$ . Cette augmentation est plus significative à forte excentricité, c'est-à-dire lorsque le palier est lourdement chargé on peut conclure que la présence des additifs (polymère) dans le lubrifiant permet d'améliorer la capacité de charge du palier. Autrement dit, un palier lubrifié avec une huile additivée permet de supporter des charges plus importantes que dans le cas d'un palier lubrifié avec des huiles pures ne contenant pas d'additifs améliorants d'indice de viscosité (VI).



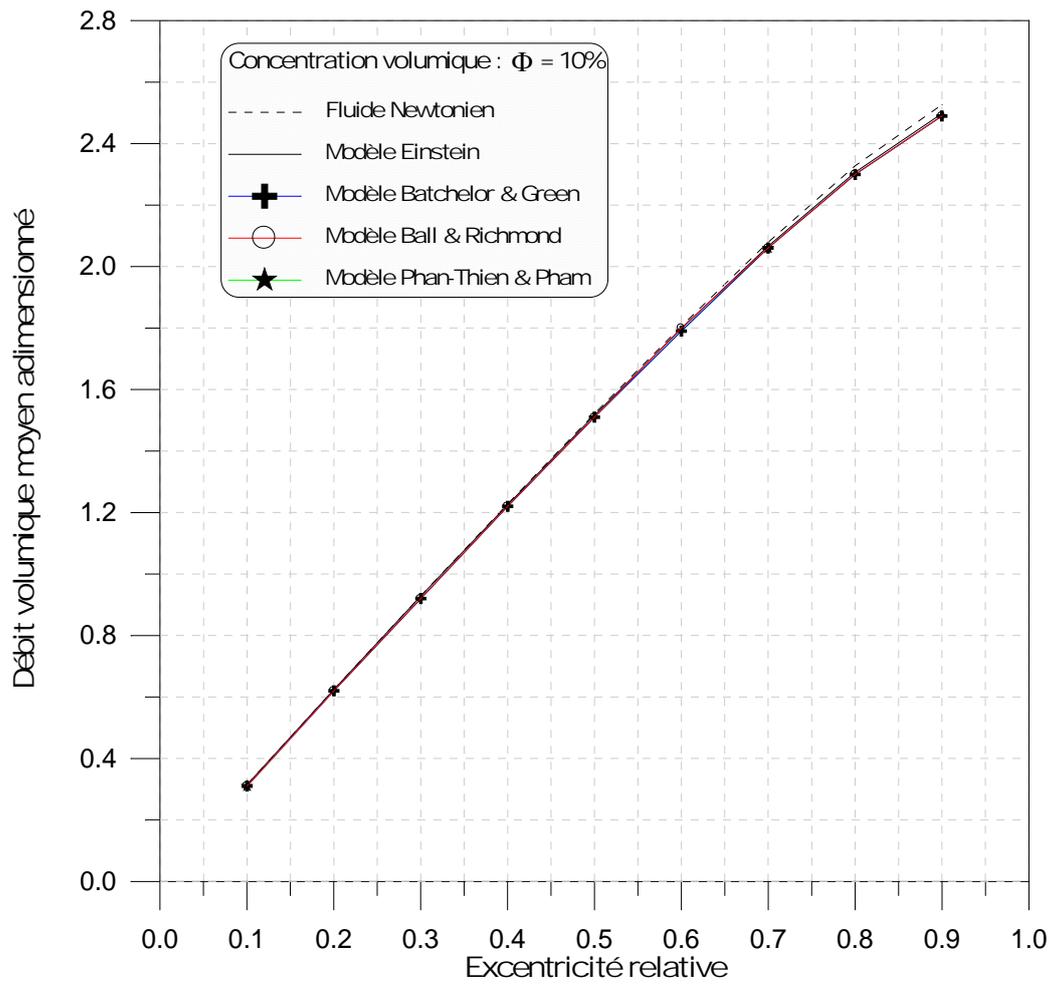




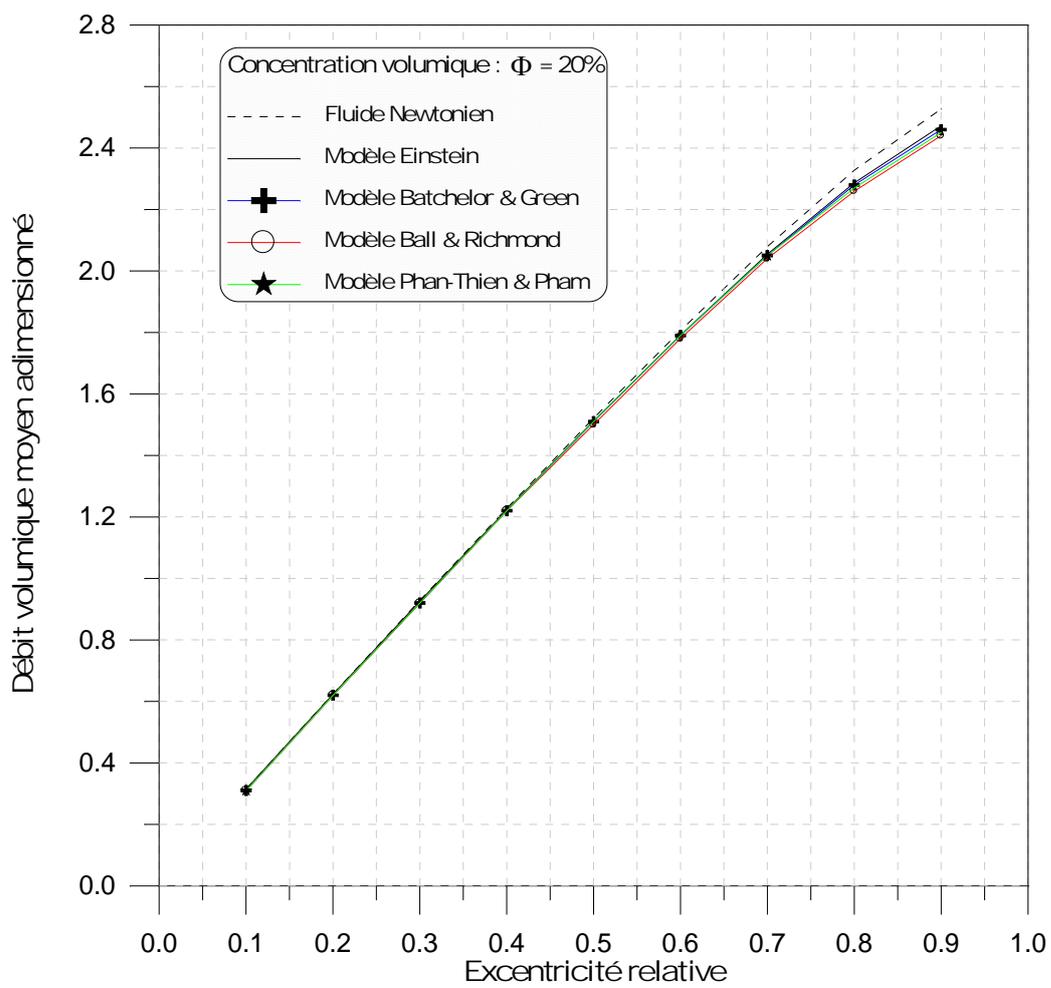


**Fig.VII.15:** Variations de la portance hydrodynamique en fonction de l'excentricité relative pour différents modèles rhéologiques

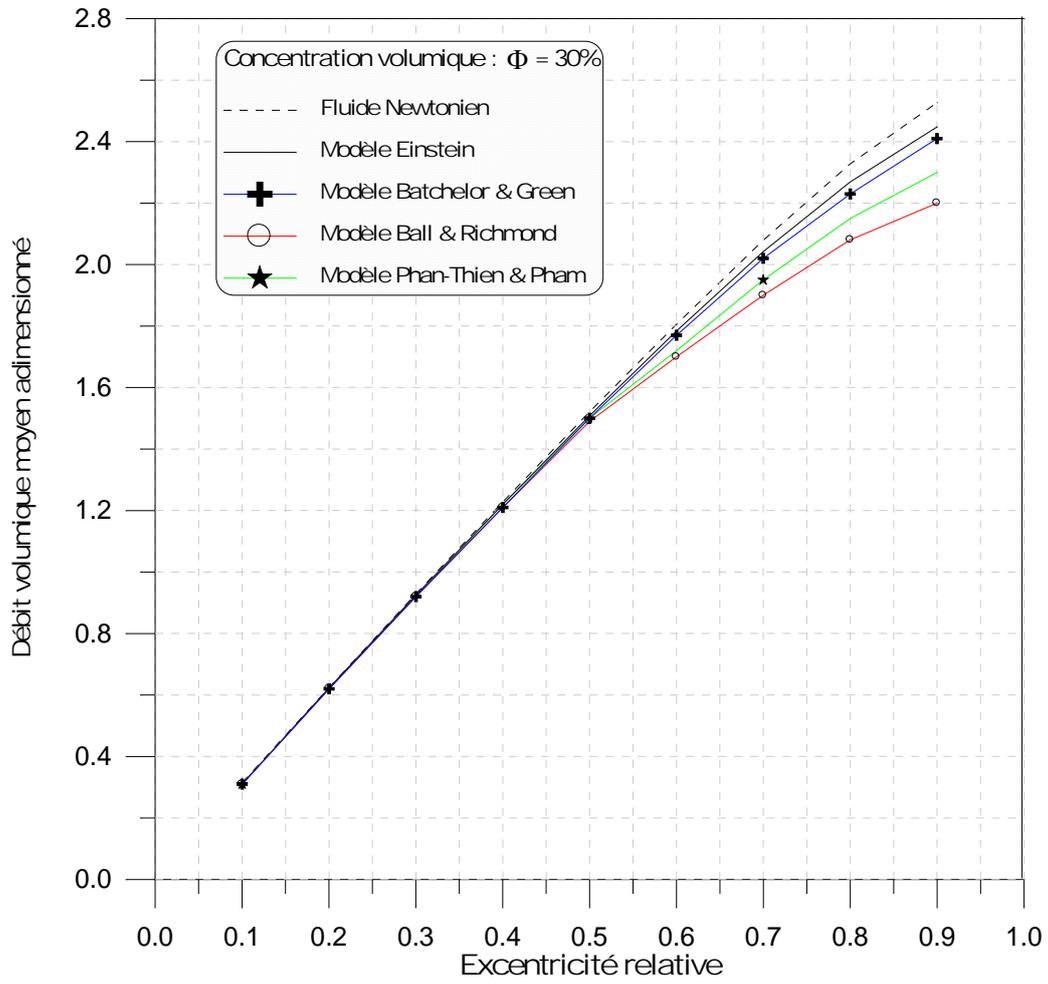
Sur la fig. VII.13, on représente les variations du débit de fuit volumique moyen en fonction de l'excentricité relative pour trois valeurs de  $\tilde{\ell}$ . On remarquant que le débit augment avec l'excentration est que le paramètre du couple de des contraintes  $\tilde{\ell}$  n'a pas d'effet appréciable sur la valeur du débit même au grandes valeurs de l'excentricité de fonctionnement. Ce débit a été calculé à l'extrémité libre du palier à partir du champ de vitesses moyennes de l'écoulement dont la représentation vectorielle est indiquée dans les fig. VII.11.



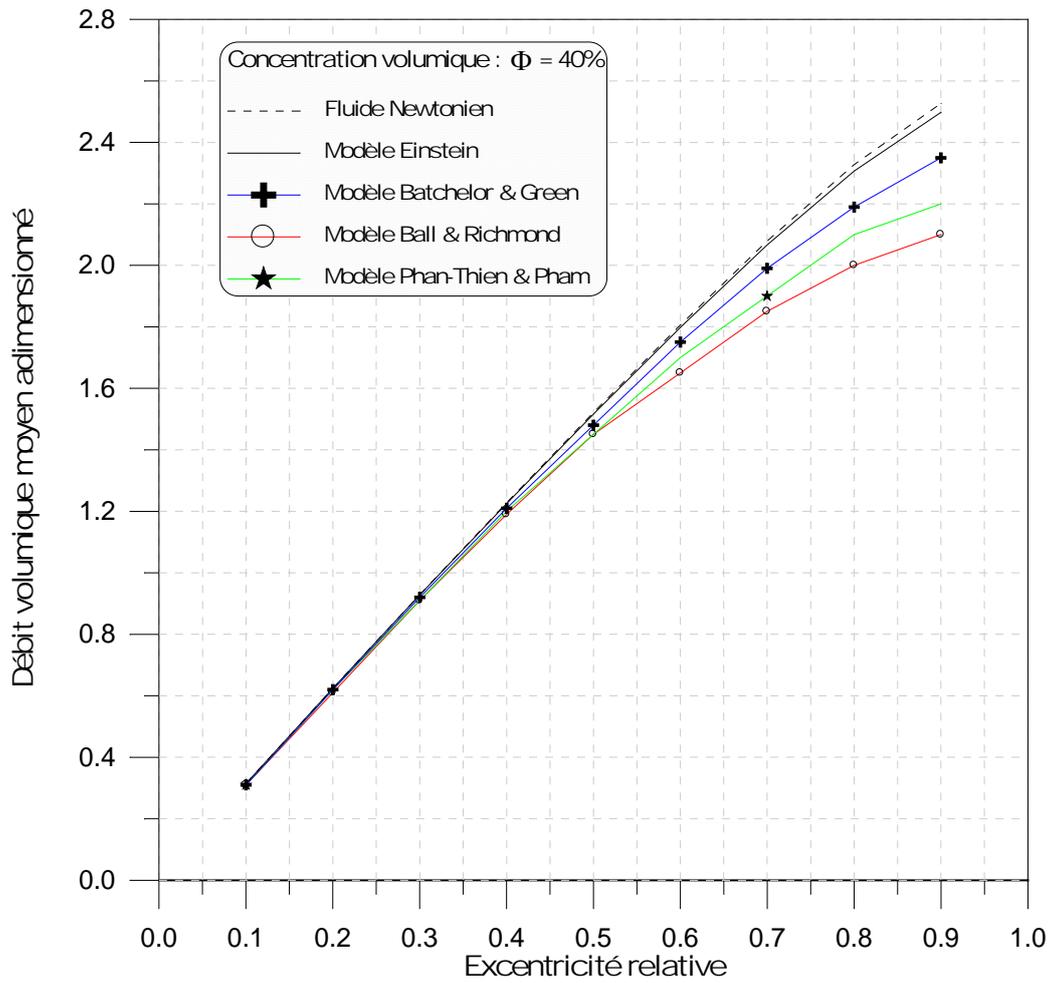
**a) concentration volumique  $\Phi = 10\%$**



**b) concentration volumique :  $\Phi = 20\%$**

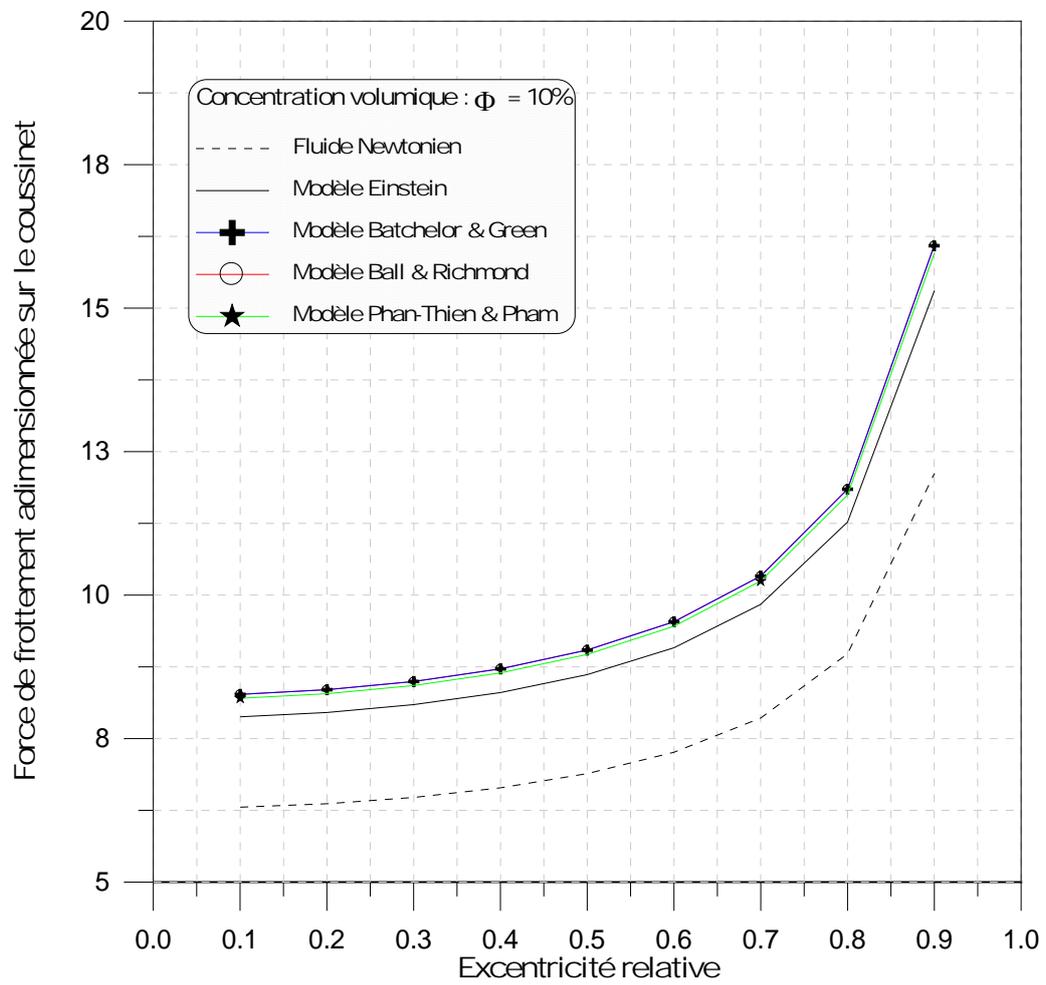


**c) Concentration volumique :  $\Phi = 30\%$**

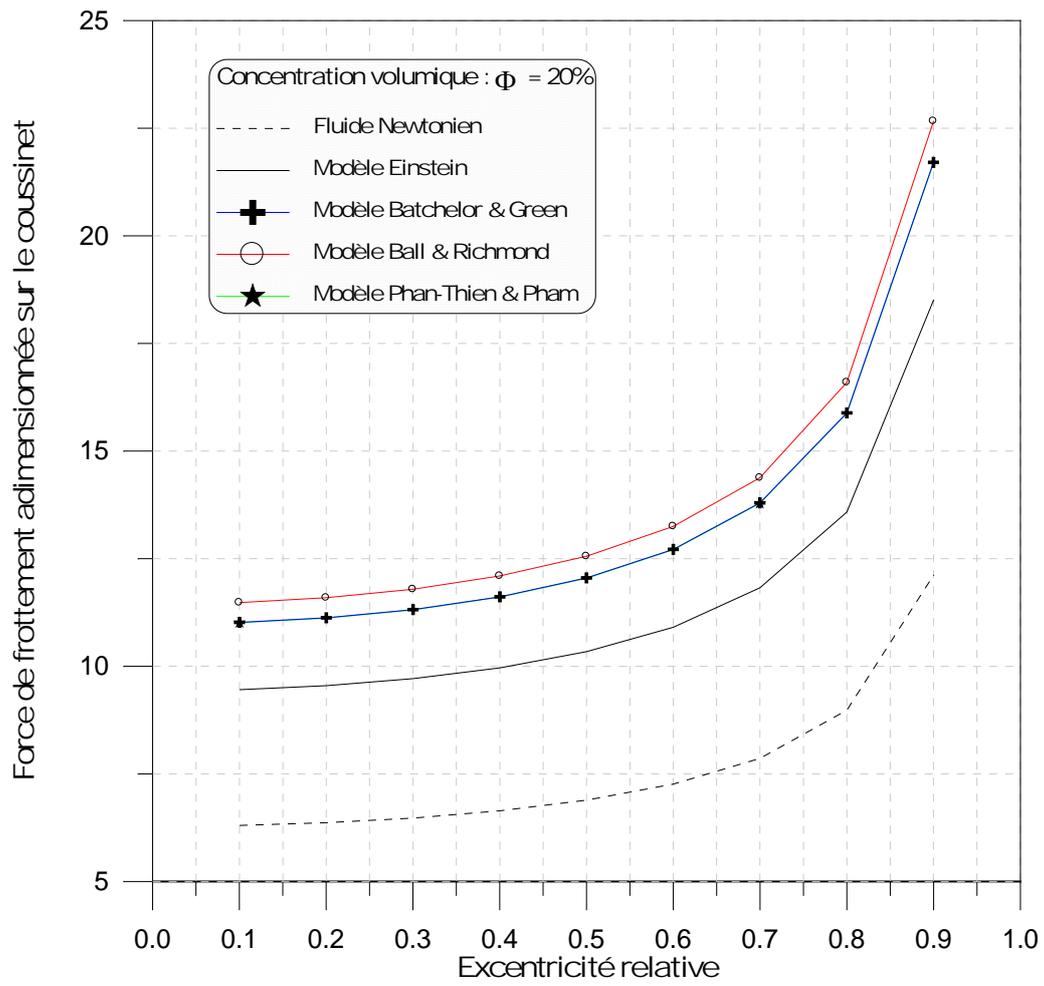


**d) Concentration volumique :  $\Phi = 40\%$**

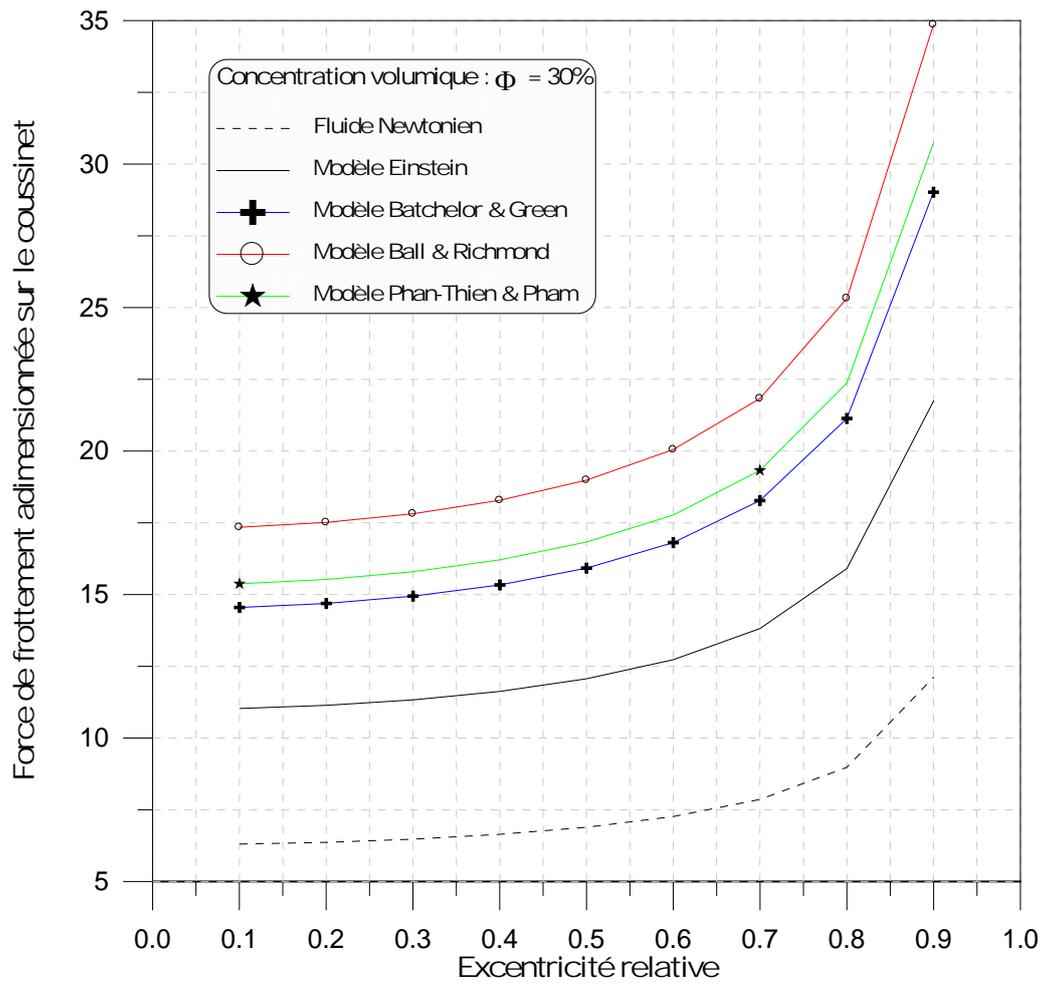
**Fig.VI.13:** Variations du débit de fuite volumique moyen en fonction de l'excentricité relative pour différents modèles rhéologiques



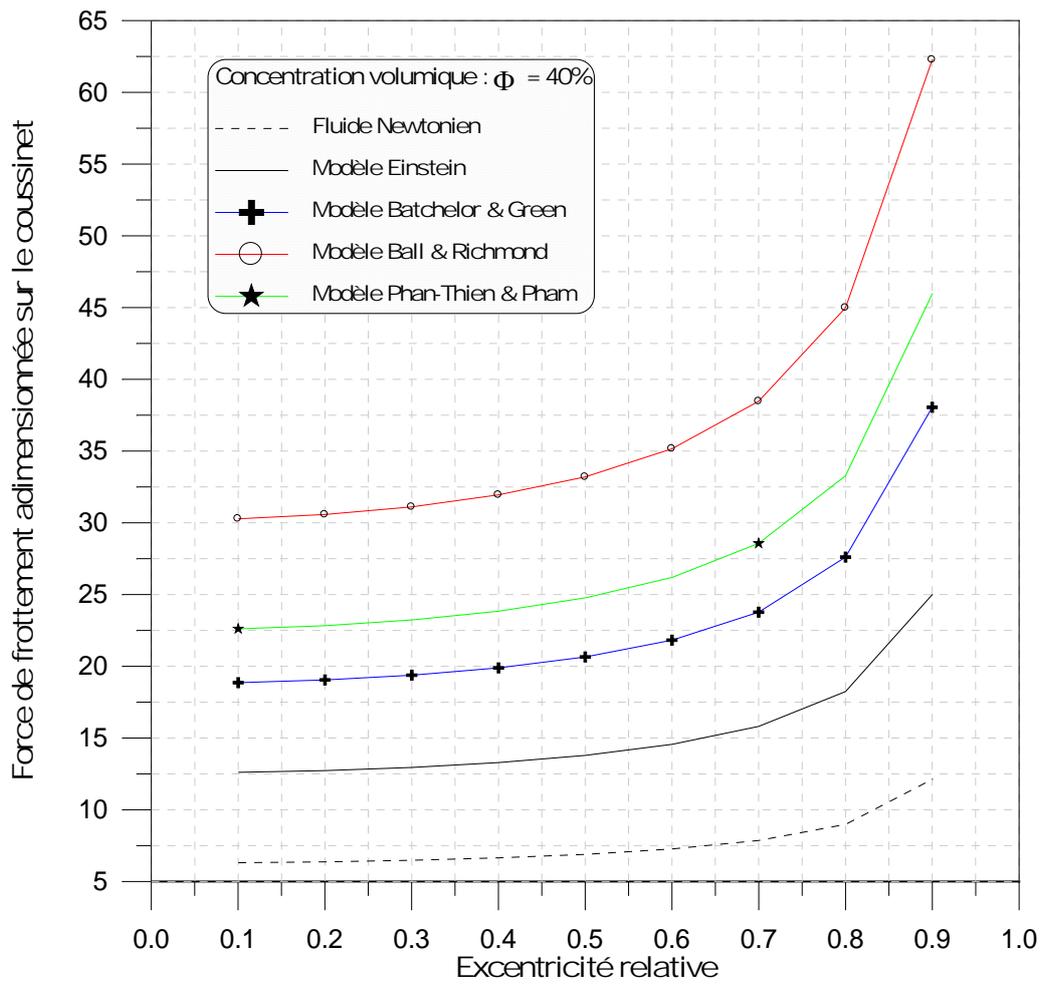
**a) Concentration volumique :  $\Phi = 10\%$**



***b) Concentration volumique :  $\Phi = 20\%$***

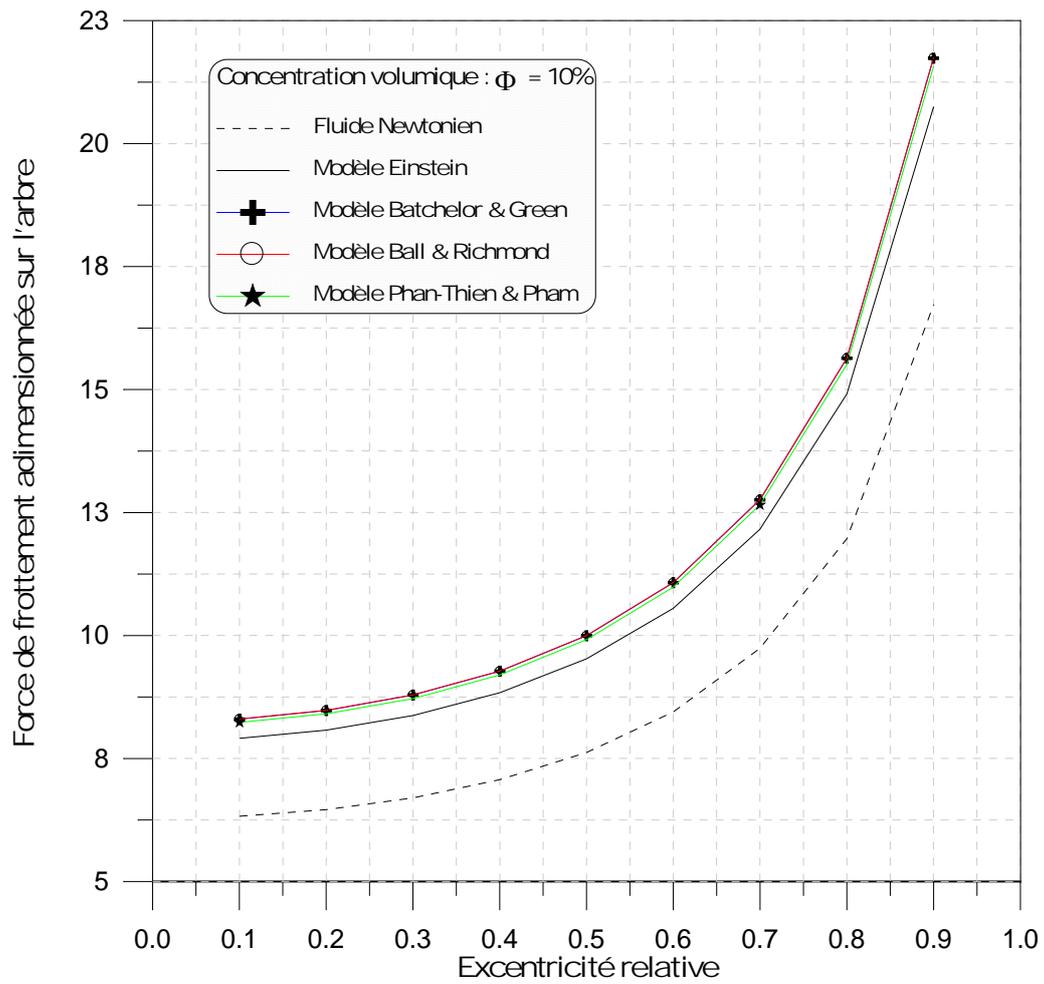


**c) Concentration volumique :  $\Phi = 30\%$**

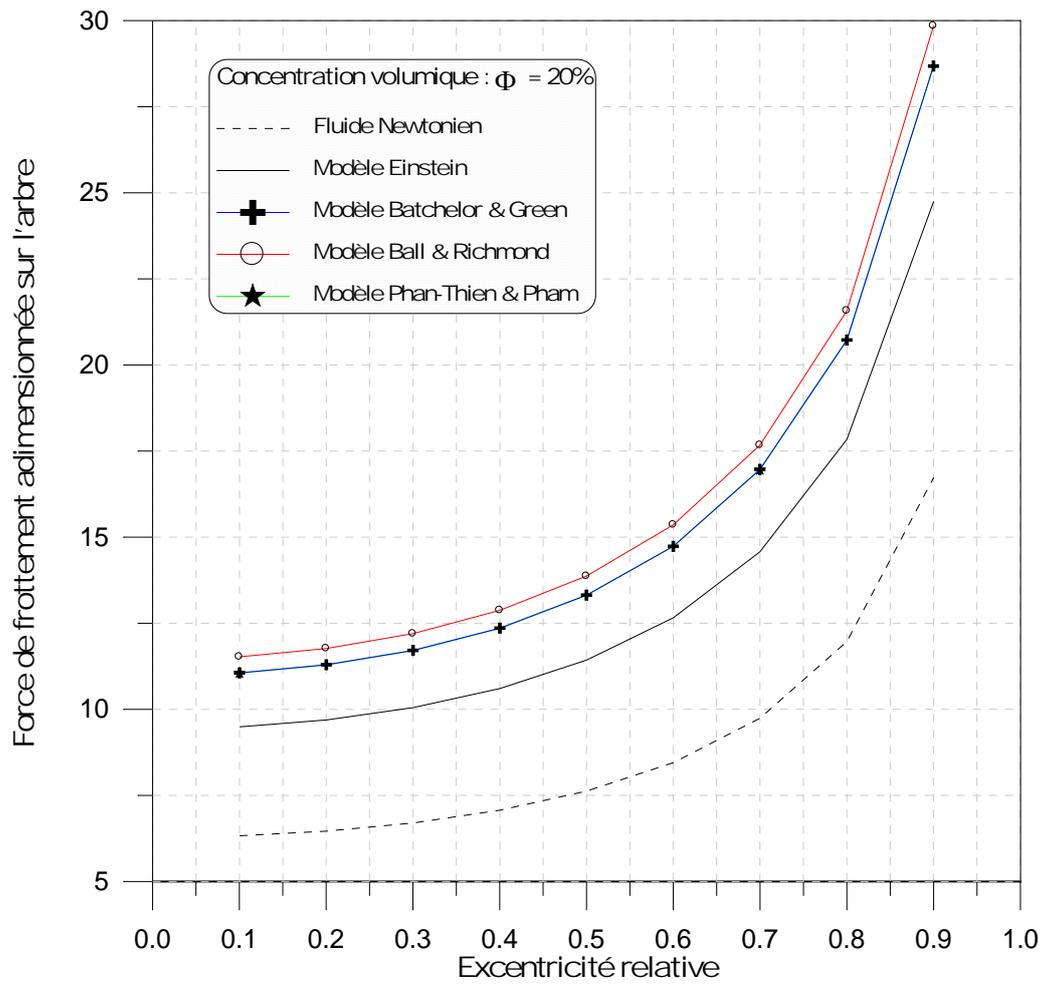


**d) Concentration volumique :  $\Phi = 40\%$**

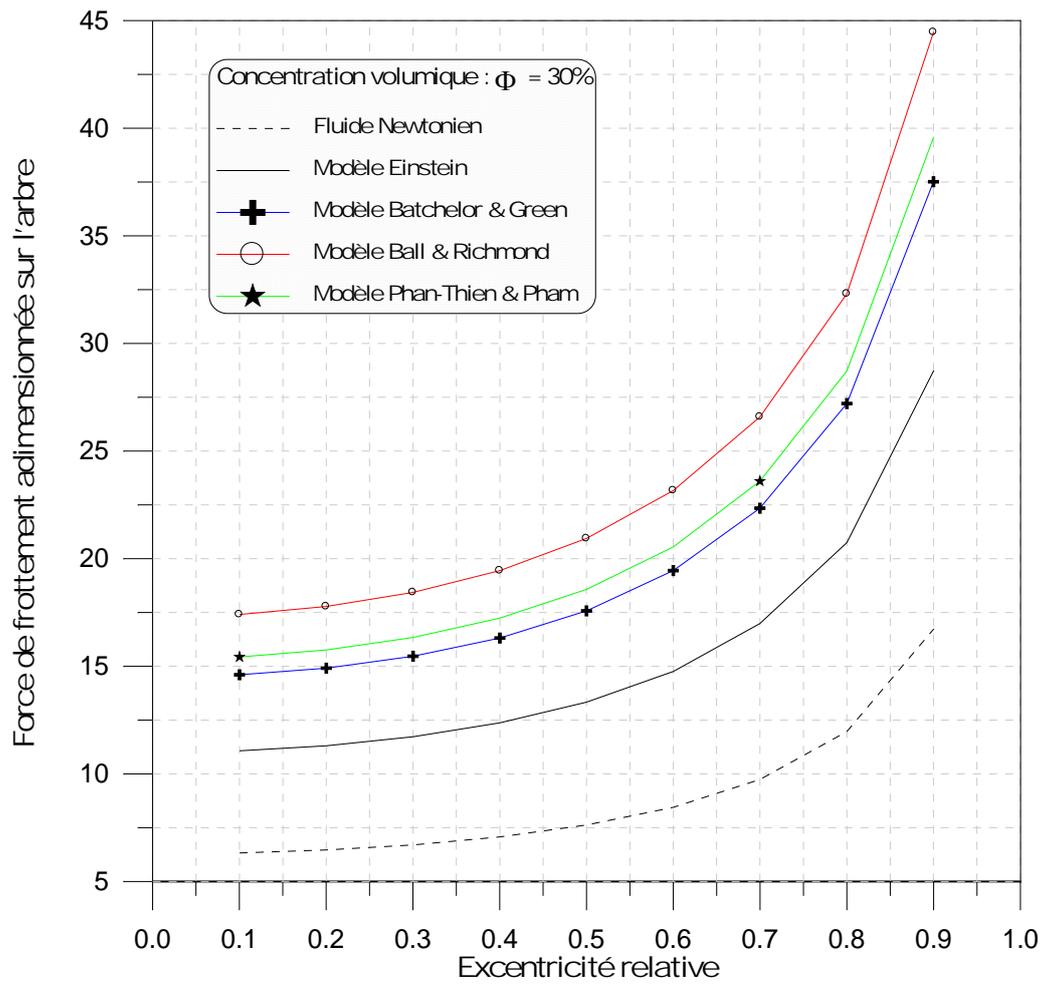
**Fig.VI.13:** Variations de la force de frottement sur le coussinet du palier en fonction de l'excentricité relative pour différents modèles rhéologiques



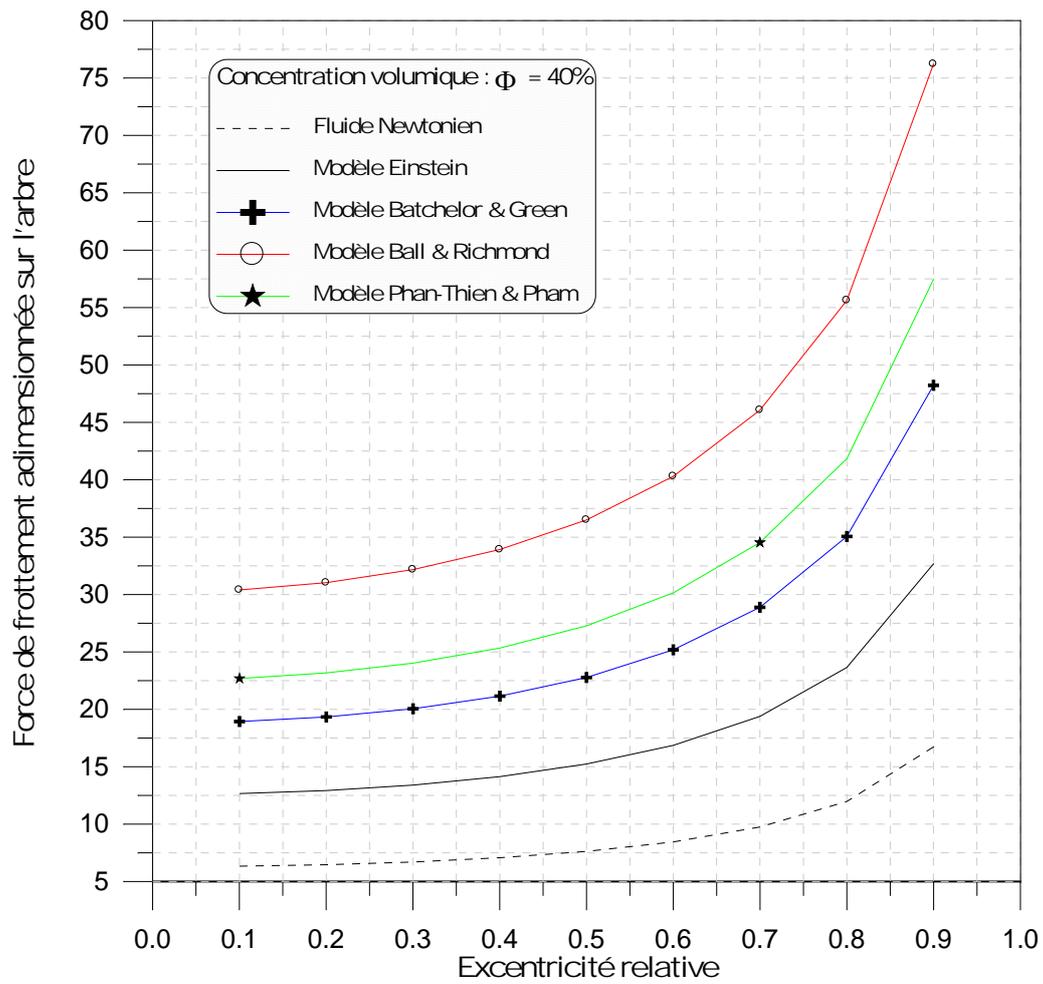
**a) Concentration volumique :  $\Phi = 10\%$**



***b) Concentration volumique :  $\Phi = 20\%$***



**c) Concentration volumique :  $\Phi = 30\%$**



**d) Concentration volumique :  $\Phi = 40\%$**

**Fig.VI.13:** Variations de la force de frottement sur l'arbre du palier en fonction de l'excentricité relative pour différents modèles rhéologiques

# NOMENCLATURES

$C$  : jeu radial du palier, (m)

$C_c$  : couple de frottement sur le coussinet, (N.m)

$C_b$  : le jeu radial d'assemblage

$C_d$ : le coefficient de déformation

$E$ : Module d'Young du matériau

$D_{ij}$  : tenseur des taux de déformation,

$e$  : excentricité de fonctionnement, (m)

$F_\varepsilon, F_\phi$  : Composantes de la portance hydrodynamique, (N)

$h$  : épaisseur du film lubrifiant, (m)

$\tilde{h}$  : épaisseur du film adimensionnée

$L$  : longueur du palier, (m)

$O_a$  : Centre de l'arbre,

$O_c$  : Centre du coussinet,

$p$  : Pression dans le film lubrifiant, (Pa)

$\tilde{p}$  : Pression adimensionnée,

$R_a$  : Rayon de l'arbre, (m)

$R_c$  : Rayon du coussinet, (m)

$t$  : temps, (s)

$\tilde{t}_h$  : l'épaisseur relative de la couche élastique

$\tilde{U}_r$  : déplacement radial adimensionné

$u, v, w$  : composantes de vecteur vitesse d'écoulement de lubrifiant, (m/s)

$u_{\text{moy}}, w_{\text{moy}}$  : vitesses moyennes de l'écoulement du fluide lubrifiant, (m/s)

$\tilde{U}_{\text{moy}}, \tilde{W}_{\text{moy}}$  : vitesses moyennes d'écoulement adimensionnées

$\tilde{W}_0$  : Portance hydrodynamique adimensionnée,

$\tau_{xy}$  et  $\tau_{zy}$  : contraintes de cisaillement visqueuses.

et  $\mu$  : coefficients de Navier

$\mu_s$  : viscosité du solvant

$\mu$  : viscosité dynamique du fluide lubrifiant, (Pa.s)

$\varepsilon$  : Excentricité relative,  $\varepsilon = \left(\frac{e}{C}\right)$

$\phi$  : Angle de calage, (rad)

$\theta$  : Coordonnée circonférentielle dont l'origine est située sur la ligne des centres

$\theta_s$  : Angle de cavitation, (rad)

$\omega$  : Vitesse angulaire de l'arbre (rad/s)

$\rho$  : Masse volumique du lubrifiant, (kg/m<sup>3</sup>)

$\theta_{kk}$  : Taux de dilatation cubique ( $\theta_{kk} = D_{kk}$ )

$\Phi$  : Concentration volumique des sphères rigides dans le solvant newtonien

$\Phi_m$  : Concentration maximale admissible

$\delta_{ij}$  : Symbole de Kronecker ou tenseur unité

$\nu$  : Coefficient de Poisson

$\alpha_i = (\psi_i - \theta_{L_i})/\beta_i$  : les coefficients d'asymétrie

# TABLE DES MATIERES

## INTRODUCTION GENERALE

(1)

## Chapitre un: Recherche Bibliographique sur les Fluides Lubrifiants

1- INTRODUCTION	(3)
2- TRIBOLOGIE	(3)
2-1. Frottement	(3)
2-2. Usure	(4)
- Usure par abrasion	(5)
- Usure par fatigue	(5)
- Usure par adhérence	(5)
2-3. LUBRIFICATION	(6)
3- LOIS RHEOLOGIQUES DES FLUIDES LUBRIFIANTS	(7)
3-1. Fluides newtoniens	(7)
3-2. <i>Fluide non newtoniens</i>	(9)
3-2-1. <i>Théorie de suspension de particules sphériques solides (Effet de la concentration)</i>	(9)
3-2-1-1. <i>Les modèles de suspensions de sphères rigides dans un solvant</i>	(10)
c) Modèle d'Einstein	(10)
d) Modèle de Batchelor et Green	(10)
e) Modèle de Ball et Richmond	(10)
f) Modèle Frankel&Acivos	(11)
g) Modèle de Phan-Thien et Pham	(11)
3-2-2. <i>Théorie de l'Haltère (Modèle FENE-P)</i>	(11)
4- PROBLEMATIQUE	(12)
5- CONCLUSION	(12)

## **Chapitre deux :Equation; de la Lubrification Hydrodynamique par Fluide Avec Particules rigides; dans le Solvant Newtonien**

1- INTRODUCTION	(13)
2- LOIS DE COMPORTEMENT RHEOLOGIQUE DES HUILES LUBRIFIANTES EN FILM MINCE	(13)
2-1. Théorie de suspension de particules sphériques solides (Effet de la concentration)	(15)
2-1-2. Les modèles de suspensions des sphères rigides dans un solvant	(15)
a) Modèle d'Einstein	(15)
b) Modèle de Batchelor et Green	(15)
c) Modèle de Ball et Richmond	(15)
d) Modèle de Phan-Thien et Pham	(16)
3-LOIS GENERALESDE LA LUBRIFICATION HYDRODYNAMIQUE	(17)
3-1. Equation de conservation de la masse	(17)
3-2. Equation de conservation de la quantité de mouvement	(17)
3-2-1. Les équations de Navier-Stokes ou équations de mouvement d'un fluide newtonien	(17)
3-3.Expression des équations de Navier pour un écoulement en film mince visqueux et le champ de vitesses d'écoulement	(18)
3-3-1. Détermination du champ de vitesses d'écoulement	(20)
3-3-2. Expression des tenseurs de contraintes et des taux de Déformations	(22)
3-3-3. Dérivation de l'équation de Reynolds pour un fluide newtonien avec des particules solides	(24)
4- CONCLUSION	(28)

# **Chapitre TROIS : Application : Equations de la Lubrification Hydrodynamique par Fluide avec Particules Rigides Diluées de Formes Sphérique de dans le cas d'un Palier Compliant en Régime Hydrodynamique**

1- INTRODUCTION	(29)
2- LES DIFFERENTES CLASSES DE SUPPORTS	(29)
2-1. Paliers secs	(29)
2-2. Paliers de roulements	(30)
2-3. <i>Paliers poreux</i>	(31)
2-4. <i>Paliers hydrodynamiques</i>	(32)
A) Paliers à géométrie fixe	(32)
A-1. <i>Paliers lisses cylindriques</i>	(32)
A-2. <i>Palier à arc partiel</i>	(33)
A-3. <i>Paliers multilobes</i>	(34)
A-4. <i>Palier à film amortisseur (Squeeze film damper bearings)</i>	(36)
B) Paliers à géométrie variable	(37)
B-1. <i>Palier à patins oscillant : Description et principe de fonctionnement</i>	(37)
2-5. Butées hydrodynamiques	(38)
3- EXPRESSION DES EQUATIONS DE LA LUBRIFICATION HYDRODYNAMIQUE PAR FLUIDE AVEC DES PARTICULES SOLIDES : DANS LE CAS D'UN PALIER COMPLIANT	(39)
3-1. Expression de l'épaisseur du film	(43)
a) <i>palier rigide (indéformable)</i>	(43)
b) <i>palier compliant (déformable)</i>	(45)
3-2. Conditions aux limites	(45)

3-2-1. Conditions liées à l'alimentation et à l'environnement du palier	(45)
<i>3-2-2. Conditions liées à l'écoulement du lubrifiant</i>	<i>(45)</i>
a) Conditions de Sommerfeld	(46)
<i>b) Conditions de Gümbel ou de demi-Sommerfeld</i>	<i>(46)</i>
<i>c) Conditions de Reynolds ou de Swift-Stieber</i>	<i>(47)</i>
4- ECRITURE DES EQUATIONS DE LA LUBRIFICATION EN VARIABLES SANS DIMENSION	(48)
5- PERFORMANCES STATIQUES DU PALIER	(49)
5-1. Portance hydrodynamique et angle de calage du palier	(49)
5-2. Forces de frottement sur le coussinet et l'arbre	(49)
5-3. Puissance dissipée	(50)
5-4. Vitesses moyennes de l'écoulement et le débit de fuite	(51)
6- CONCLUSION	(52)

## **Chapitre QUATRE: Etude de l'Influence des Effets de Concentration Volumique des Particules Rigides Diluées de Forme Sphérique dans Les Huiles Lubrifiantes sur les Caractéristiques d'un Palier Compliant de Longueur Finie**

1- INTRODUCTION	(53)
2- METHODE DE RESOLUTION DU PROBLEME DE LA LUBRIFICATION HYDRODYNAMIQUE PAR FLUIDE AVEC DES PARTICULES SOLIDES DE FORME SPHERIQUES (APPROCHE BIDIMENSIONNELLE (2D))	(53)
2-1. Discrétisation de l'équation de Reynolds	(53)
2-2. Calcul des caractéristiques statiques	(56)
2-2-1. <i>Portance hydrodynamique</i>	<i>(56)</i>
2-2-2. <i>Forces de frottement</i>	<i>(56)</i>
2-2-3. <i>Vitesses moyennes de l'écoulement</i>	<i>(56)</i>

2-2-4. *Débit volumique* (56)

2-2-5. *Puissance dissipée* (56)

3- ETUDE DE L'INFLUENCE DE LA CONCENTRATION DES PARTICULES SOLIDES DANS LE FLUIDE LUBRIFIANT SUR LE COMPORTEMENT STATIQUE D'UN PALIER LISSE COMPLIANT (56)

3-1. Schéma général de résolution du problème (57)

4- RESULTATS ET DISCUSSIONS (57)

4-1. Validation de programme développé (57)

4-2. Etude paramétrique (58)

4-2-1. Effets de concentration volumique sur le pic de pression dans le film (59)

4-2-2. Effets de concentration volumique sur les déformations élastiques du revêtement de surface du palier (62)

4-2-3. Effets de concentration volumique sur les performances statiques du palier (64)

**5- CONCLUSION GENERALE**

## REFERENCES

1. N., Nicolas, Les paliers hydrodynamiques soumis à un torseur de forces quelconque, *Thèse de Docteur Ingénieur, Lyon, 1972.*
2. D., Nicolas, Etude du Glissement dans les roulements à billes grandes vitesse, *Le turbomachine- influence de la pollution du lubrifiant, thèse de Docteur Ingénieur, Institut National des sciences appliquées de Lyon, 1989.*
3. Fabrice Ville, « pollution solide des lubrifiants, indentation et fatigue des surfaces », *thèse de Docteur Ingénieur, Institut National des sciences appliquées de Lyon, 1998.*
4. Tanner Roger I, Engineering Rheology, *Oxford Engineering Science Series, 2<sup>nd</sup> Edition, 2000.*
5. R.B., Bird, R.C., Armstrong, et O., Hassager, Dynamics of polymeric liquid, *Volume 1, Fluid Mechanic, New-York, John Wiley & Sons, 1987.*
6. R.B., Bird, C.F., Curtiss, R.C., Armstrong, et O., Hassager, Dynamics of polymeric liquids, *Volume 2, Kinetic Theory, New-York, John Wiley & Sons, 1987.*
7. BIRD, R.B., "Use of Simple Molecular Models in the Study of the Mechanical Behavior of Solutions of Flexible Macromolecules", *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 1979, Vol. 7, p. 235*
8. BRID, R.B., DOTSON, P.J., JOHNSON, N.L., "Polymer solution rheology based on a finitely extensible bead-spring chain model", *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 7(1980) 213-235.*
9. D.G. Thomas, "Transport characteristics of suspension : a note on the viscosity of newtonian suspensions of uniform spherical particles", *J. Colloid Sci, (20) :267-277, 1965.*
10. H. Boucherit, M. Lahmar, B. Bou-Said, Misalignment effects on steady-state and dynamic behaviour of compliant journal bearings lubricated with couple stress fluids, *Journal of Lubrication Science, John Wiley Editor, 20 (2008) 241-268.*
11. H. W Swift, the stability of lubricating films in journal bearing, *Proc. Inst. Civil Eng, 233, Ptl, PP. 267-322, 1931-1932.*
12. W. Steiber, Das Schwimmlager, Knayn, *VDI, Berlin, 1933.*
13. F. W. Ocvrik, G.B. Dubois, Analytical derivation and experimental evaluation of short bearing approximations of full journal bearing *NACA, Tech. Rep. 1157, 1953.*

**14.** D.G. Christopherson, A new mathematical method of the solution of film lubrication Problems, Proc. *IMechE*, PP. 126-135, 1941.

**15.** N., Nicolas, Les paliers hydrodynamiques soumis à un torseur de forces quelconque, *Thèse de Docteur Ingénieur, Lyon, 1972.*

**16.** T. M., HUNT "Handbook of Wear Debris Analysis & Particle Detection in Liquids", London: Elsevier Applied Science, 1993, 488 p.

**Chapitre un**  
**Recherche Bibliographie sur**  
**les Fluides Lubrifiants**

## **Chapitre Deux**

### **Equations de la Lubrification Hydrodynamique par Fluide Avec Particules rigides dans le Solvant Newtonien**

## **Chapitre Trois :**

**Application : Equations de la  
Lubrification Hydrodynamique par  
Fluide avec Particules Rigides  
Diluées de Formes Sphérique de  
dans le cas d'un Palier Compliant en  
Régime Hydrodynamique**

## **- CHAPITRE QUATRE**

**Etude de l'Influence des Effets de  
Concentration Volumique des  
Particules Rigides Diluées de Forme  
Sphérique dans Les Huiles  
Lubrifiantes sur les Caractéristiques  
d'un Palier Compliant de  
Longueur Finie**

