

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

Mémoire de Magister

**Présenté à l'Université de Guelma
Faculté des Sciences et de l'Ingénierie**

Département de : Mécanique
Spécialité : Construction, Productique et Energétique

Présenté par : **KHAROUBI Mounir**

**CONTRIBUTION A L'ETUDE EXPERIMENTALE ET NUMERIQUE
DE STRATIFIES CROISES A RENFORT UNIDIRECTIONNEL**

Sous la Direction du : **Dr L. FATMI**

Décembre 2002

Soutenu le : devant la Commission d'Examen

¤ JURY ¤

MM.

OUELA A. N. Maître de conférences, Université de Guelma, Président ;

REDJEL B. Pr. Université d'Annaba, Examinateur ;
BELBAH A. Dr M. A. C. C, Université de Guelma, Examinateur;
BOUTABBA S. Dr M. A. C. C, Université de Guelma, Examinateur;
FATMI L. Dr M. A. C. C, Université de Guelma, Rapporteur;
Rep. du Doyen de la Faculté des Sciences et de
l'Ingénierie.

-A mes parents ;
-A mes frères ;
-A ma famille ;
-A mes amis.

Ce travail a été réalisé au Laboratoire de Mécanique et Structure, Département de Mécanique de l'Université de Guelma.

Je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à mon encadreur **Dr L. FATMI** pour ses conseils précieux et sa patience pour l'élaboration de ce travail.

Je tiens à exprimer ma gratitude et ma sympathie aux membres du jury **Pr. B. REDJEL**, **Dr A. BELBAH** et **Dr S. BOUTABBA** qui ont bien voulu examiner le contenu de ce travail.

Mes vifs remerciements s'adressent à monsieur **YALLES** chef du département de mécanique ainsi qu'au directeur du Laboratoire de Mécanique et Structures **Dr N. OUELAA** pour leurs encouragements sans oublier le personnel du département de mécanique et plus particulièrement les techniciens du hall technologique et du centre de calcul du département .

Je tiens également à remercier monsieur **R. BOUGHIDA** pour son aide et ces conseils pour la réalisation du dispositif de flexion, ainsi que tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin à l'accomplissement de ce mémoire.

TABLE DES MATERIES

INTRODUCTION.....	12
-------------------	----

CHAPITRE 1 – LES MATERIAUX COMPOSITES

1.1 – DEFINITION.....	15
1.2 – CARACTERISTIQUES GENERALES.....	15
1.3 – CLASSIFICATION DES MATERIAUX COMPOSITES.....	16
1.3.1 –Classification suivant la forme des constituants.....	16
1.3.1.1 – Composites à fibres.....	16
1.3.1.2 – Composites à particules.....	17
1.3.2 – Classification suivant la nature des constituants.....	17
1.4 – ELEMENTS CONSTITUANTS UN MATERIAU COMPOSITE.....	17
1.4.1 – Les résines.....	17
1.4.1.1 – Les résines thermodurcissables.....	17
1.4.1.1.1 – Les résines polyesters.....	17
1.4.1.1.2 – Les résines de condensation.....	18
1.4.1.1.2.1 – Les résines phénoliques.....	18
1.4.1.1.2.2 – Les résines aminoplastes.....	18
1.4.1.1.2.3 – Les résines furaniques.....	18
1.4.1.1.3 – Les résines époxydes.....	18
1.4.1.2 – Les résines thermoplastiques.....	19
1.4.1.3 – Les charges et additifs.....	19
1.4.1.3.1 – Les charges.....	19
1.4.1.3.1.1 – Les charges renforçantes.....	19
1.4.1.3.1.2 – Les charges non renforçantes.....	19
1.4.1.3.2 – Les additifs.....	20
1.4.1.3.2.1 – Les lubrifiants et les agent de démoulage.....	20
1.4.1.3.2.2 – pigments et colorants.....	20
1.4.1.3.2.3 – Agents anti-retrait et agents de fluege.....	20
1.4.1.3.2.4 – Agents anti-ultraviolets.....	20
1.4.2 – Les fibres et tissus.....	21
1.4.2.1 – Généralités.....	21
1.4.2.1 – Fibres de formes linéiques.....	21
1.4.2.2 – Fibres de formes surfaciques.....	21
1.4.2.2.1 – Les mats.....	21
1.4.2.2.2 – Les tissus et rubans.....	21
1.4.2.2.3 – Structures tissées multidirectionnelles.....	22
1.4.2.2 – Les principales fibres.....	22
1.4.2.2.1 – Les fibres de verre.....	22
1.4.2.2.1.1 – Elaboration des fibres de verre.....	22
1.4.2.2.1.2 – Ensimage des fibres de verre.....	23
1.4.2.2.1.3 – Caractéristiques mécaniques des fibres de verre.....	23
1.4.2.2.2 – Les fibres de carbone.....	24
1.4.2.2.2.1 – Elaboration des fibres de carbone.....	24
1.4.2.2.2.2 – Caractéristiques mécaniques des fibres de carbone.....	25
1.4.2.2.3 – Les fibres aramides à caractéristiques mécaniques élevées.....	26
1.4.2.2.3.1 – Caractéristiques mécaniques des fibres aramides.....	26
1.4.2.2.3.2 – Domaines d'utilisations.....	26
1.4.2.2.4 – Les fibres céramiques.....	27
1.4.2.2.4.1 – Caractéristiques mécaniques et utilisation des fibres céramiques.....	27

1.4.2.2.5 – Les fibres synthétiques thermostables.....	27
1.4.2.2.6 – Autres fibres.....	28
1.5 – PROCEDES DE FABRICATION.....	28
1.5.1 – Introduction.....	28
1.5.2 – Mise en œuvre des matériaux composites.....	28
1.5.2.1 – Moulage sans pression.....	28
1.5.2.1.1 – Moulage au contact.....	29
1.5.2.1.2 – Moulage par projection simultanée.....	29
1.5.2.2 – Moulage sous vide.....	30
1.5.2.3 – Moulage par compression.....	30
1.5.2.3.1 – Moulage par injection de résine.....	30
1.5.2.3.2 – Moulage par compression à froid.....	31
1.5.2.3.3 - Moulage par compression à chaud.....	31
1.5.2.3.4 – Moulage par injection.....	31
1.5.2.4 – Moulage continu.....	32
1.5.2.5 – Moulage par pultrusion.....	32
1.5.2.6 – Moulage par centrifugation.....	33
1.5.2.7 – Moulage par enroulement filamentaire.....	33
1.5.2.7.1 – Enroulement circonférentiel.....	34
1.5.2.7.2 – Enroulement hélicoïdal continu.....	34
1.6 – ARCHITECTURES DES MATERIAUX COMPOSITES.....	34
1.6.1 – Les stratifiés.....	34
1.6.1.1 – Stratifiés à base de fils ou de tissus unidirectionnels.....	34
1.6.1.2 – Désignation des stratifiés.....	35
1.6.2 – Les composites sandwiches.....	38
1.6.2.1 – Généralités.....	38
1.6.2.2 – Différents types de sandwiches.....	38
1.6.2.2.1 – Les sandwiches à âme pleines.....	38
1.6.2.2.1 – Les sandwiches à âme creuses.....	39
1.6.2.3 – Autres architectures.....	40
1.6.3.1 – Plastiques renforcés.....	40
1.6.3.2 – Composites volumiques.....	40
1.7 – CONCLUSIONS	40

CHAPITRE 2 – ETUDE EXPERIMENTALE DES MATERIAUX CONSIDERES

2.1 – INTRODUCTION.....	42
2.2 – ELABORATION DES STRATIFIÉS.....	42
2.3 – PYROLYSE DES MATERIAUX ETUDES.....	42
2.4 – BANC D’ESSAIS.....	43
2.5 – ESSAIS DE TRACTION.....	43
2.5.1 – Préparation des éprouvettes.....	43
2.5.2 – Principe de l’essai.....	44
2.5.3 – Résultats obtenus.....	44
2.5.4 – Analyse des résultats.....	45
2.5.4.1 – Analyse des résultats au point de vue comportement.....	46
2.5.4.2 – Analyse des résultats au point de vue endommagement.....	46
2.6 – ESSAIS DE FLEXION 3-POINTS STATIQUE.....	46
2.6.1 – Préparation des éprouvettes.....	47
2.6.2 – Résultats obtenus.....	48
2.6.3 – Analyse des résultats.....	49

2.6.3.1 – Analyse des résultats au point de vue comportement.....	50
2.6.3.2 – Analyse des résultats au point de vue endommagement.....	51
2.7 – CONCLUSIONS.....	52

CHAPITRE 3 – FORMULATION NUMERIQUE DU COMPORTEMENT MECANIQUE DES STRATIFIES.

3.1 – BUT.....	54
3.2 – CONSTANTES ELASTIQUES D’UN PLI DANS LE REPERE D’ORTHOTROPIE.....	54
3.2.1 – Loi des mélanges	54
3.2.1.1 – Module d’élasticité longitudinal E_L	54
3.2.1.2 – Module d’élasticité transversal E_T	56
3.2.1.3 – Coefficient de Poisson ν	57
3.2.1.4 – Module de cisaillement G_{LT}	57
3.2.2 – Autres formules donnant les modules.....	58
3.2.2.1 – Module de cisaillement longitudinal G_{LT}	59
3.2.2.2 – Module de compression latéral K_L	59
3.2.2.3 – Module de cisaillement transversal G_{TZ}	59
3.2.2.4 – Module de Young transversal E_T	59
3.3 – CHAMP DES DEFORMATIONS.....	59
3.4 – CHAMP DES CONTRAINTES.....	63
3.5 – EXPRESSION DES RESULTANTES, MOMENTS ET EQUATION CONSTITUTIVE.....	65
3.5.1 – Résultantes en membrane.....	65
3.5.2 – Moments de flexion et de torsion.....	66
3.5.3 – Equations du comportement mécanique d’un stratifié.....	68
3.5.3.1 - Equation constitutive.....	68
3.5.3.2 – Matrice de rigidité.....	68
3.6 – DETERMINATION DES DEFORMATIONS ET CONTRAINTES D’UN STRATIFIÉ.....	69
3.6.1 – Détermination des constantes de rigidité réduites dans les axes principaux.....	69
3.6.2 – Détermination des constantes de rigidité de chaque couche exprimée dans les axes du stratifié.....	69
3.6.3 – Construction de la matrice de rigidité de l’équation constitutive.....	69
3.6.4 – Champ de déformations.....	70
3.6.5 – Champ de contraintes.....	70
3.7 – FLEXION DES POUTRES.....	71
3.7.1 – Généralités.....	71
3.7.2 – Expression générales.....	72
3.7.3 – Flexion 3 points statique.....	75
3.8 – ALGORITHME DU PROGRAMME.....	76
3.9 – CONCLUSIONS.....	81

CHAPTRÉ 4 – VALIDATION NUMERIQUE ET APPLICATION AUX MATERIAUX ETUDES

4.1 – VALIDATION DU PROGRAMME	83
4.1.1 – Validation du programme en structure chargée en résultantes membranes.....	83
4.1.11 – Résultats obtenus.....	83
4.1.2 – Validation du programme en flexion 3 points statique.....	86
4.1.2.1 – Résultats obtenus.....	86
4.4.3 – Commentaire sur la validité du programme en traction et flexion.....	88
4.2 – APPLICATION DU PROGRAMME AUX STRATIFIES ETUDES.....	89
4.2.1 – Résultats numériques en traction.....	89
4.2.2 – Analyse de résultats numériques en traction.....	91
4.2.3 – Résultats numériques en flexion 3 points statique.....	91
4.2.4 – Analyse de résultats numériques en flexion 3 points statique.....	94
4.3 – CONCLUSIONS.....	94
CONCLUSIONS GENERALES.....	96
BIBLIOGRAPHIE.....	97
ANNEXES	
Annexe 1 : dispositif d'essais de flexion réalisé.....	100
Annexe 2 : résultats graphiques détaillés des essais de :	104
– traction.....	104
– flexion.....	107
Annexe 3 : résultats numériques détaillés des essais de :	114
– Traction.....	114
– flexion.....	119

INTRODUCTION

INTRODUCTION

Un des domaines d'application des matériaux composites est l'industrie de transport qui voit apparaître de plus en plus dans les prototypes automobiles des grandes firmes des éléments fabriqués à base de ces matériaux (pare chocs, éléments de carrosserie, etc....). Cet intérêt provient de la volonté de réduire le poids à vide des véhicules pour pouvoir transporter la plus grande quantité de marchandises autorisées. Ainsi, l'utilisation de matériaux spécifiques adaptés aux solutions technologiques des problèmes à résoudre a conduit au développement de matériaux composites de grande diffusion et à la croissance rapide de leurs applications malgré la connaissance encore insuffisante de leur comportement sous les diverses sollicitations. La rupture finale des stratifiés constitués de fibres longues résulte du développement et de l'accumulation de plusieurs types d'endommagements intralaminaire et interlaminaire dont l'ordre d'apparition est conditionné par l'architecture du stratifié. Une modélisation analytique quasi-tridimensionnelle de type approche variationnelle a permis d'étudier la cinétique d'endommagement d'un stratifié orthotrope à fibres longues et à matrice organique sollicité en traction uniaxiale dans la direction des plis [1]. L'endommagement des composites stratifiés et des matériaux hétérogènes a fait l'objet de modélisations diverses tant numériques qu'expérimentales [2, et 3]. Les renseignements concernant les propriétés mécaniques des matériaux composites obtenus avec des renforts tricotés, tissés et non tissés ont été intéressantes à noter [4]. Une méthodologie de conception des stratifiés exhibant des propriétés de rigidités données et une description des principaux aspects de sa mise en œuvre numérique ont été proposées dans la littérature [5]. Les performances de cette approche dont les résultats diffèrent des séquences d'empilement proposées dans la littérature sont illustrées par divers exemples obtenus lors de la recherche de stratifiés complètement isotropes. D'autres travaux se sont intéressés aux dispersions importantes souvent constatées sur les résistances des composites unidirectionnels et dont le concepteur doit tenir compte lors du dimensionnement des structures. La cause de cette dispersion et ses liens avec la microstructure des matériaux composites à fibres longues sont toujours d'actualité. Même si la détermination par des essais normalisés des propriétés mécaniques du matériau s'avère primordiale, il est également très intéressant de disposer de modèles permettant la prévision de ces propriétés en fonction de celles des constituants. Ainsi des améliorations des modèles prévisionnels de la résistance des matériaux composites unidirectionnels par une meilleure prise en compte de la reprise des efforts le long des fibres et un développement des probabilités conditionnelles intervenant dans la probabilité de rupture du matériau ont été effectuées [6]. Différentes techniques développées puis appliquées à ces matériaux comme l'émission acoustique, la mesure de la résistance électrique, la spectroscopie ultrasonore, la variation de raideur ou la thermographie infrarouge ont permis d'identifier et de quantifier les différents mécanismes d'endommagements des composites unidirectionnels [7 et 8]. Dans cette optique nous avons procéder à une étude expérimentale et numérique du comportement mécanique de stratifiés croisés à renfort unidirectionnel, en présentant notre mémoire en quatre chapitres.

- Le chapitre 1 est d'ordre bibliographique, il présente une étude détaillée des matériaux composites et plus particulièrement, définitions, classifications, éléments constituants, modes d'obtentions et désignation.
- Le chapitre 2 est consacré à l'étude expérimentale des matériaux considérés sous trois aspects : le premier utilise la technique de l'ingénierie inverse ayant pour but de comparer les résultats obtenus à ceux du constructeur, le deuxième traite le comportement expérimental de ces matériaux et le troisième est réservé à l'étude des mécanismes de ruptures et d'endommagements.

- Le chapitre 3 est une étude approfondie des principales lois du comportement mécanique des stratifiés, couronnée par la mise au point d'un programme sous matlab ayant pour but le calcul et la présentation des contraintes et des déformations dans l'épaisseur d'un stratifié soumis à une sollicitation donnée dans les repères d'orthotropie et global.

- Le chapitre 4 est réservé d'une part à la validation du programme sur des exemples tirés de la bibliographie et d'autre part à son application aux matériaux étudiés.

CHAPITRE 1

LES MATERIAUX COMPOSITES

1.1 – DEFINITIONS

On définit un matériau composite, comme étant un matériau différent des matériaux habituels macroscopiquement homogène, ce matériau est constitué de l'assemblage de deux ou plusieurs matériaux de natures différentes donnant un comportement mécanique global plus performant que celui de ses composants pris séparément.

1.2 – CARACTERISTIQUES GENERALES

En général un matériau composite est caractérisé par une ou plusieurs phases discontinues distribuées de façon uniforme dans une phase continue. Dans la majorité des cas, on trouve la phase discontinue sous forme de particules ou de fibres appelées "renfort ou matériau renforçant" ayant des propriétés mécaniques plus élevées que celles de la phase continue, qu'on trouve sous forme de résine (polyester, époxyde, etc.). La phase continue est appelée matrice figure 1.1.

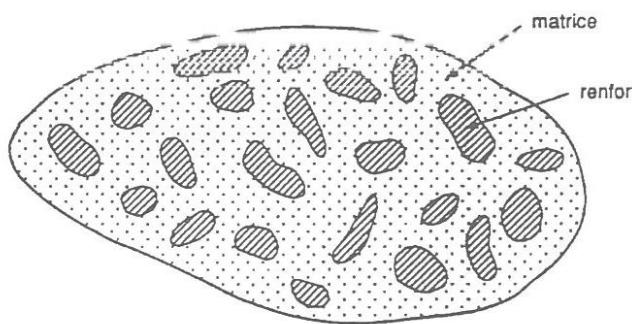


Figure 1.1 : Matériau composite

Les propriétés des matériaux composites sont le résultat :

- Des propriétés des matériaux constituants ;
- De leur distribution géométrique ;
- De leurs interactions, etc..

Ainsi, pour accéder à la description d'un matériau composite, il sera nécessaire de spécifier :

- La nature des constituants et leurs propriétés ;
- La géométrie du renfort et sa distribution ;
- La nature de l'interface matrice- renfort.

Le tableau 1.1 illustre les différents types de matériaux composites et leur constituants.

	Constituants	Domaines d'application
<i>1. Composite à matrice minérale.</i>		
Béton	Ciment / sable / granulats	Génie civil
Composite carbone-carbone	Carbone / fibre de carbone	Aviation, espace, sports, biomédecine, etc.
Composite céramique	Céramique / fibre céramique	Pièces thermo-mécaniques
<i>2. Composite à matrice métallique</i>	Aluminium / fibre de bore Aluminium / fibre de carbone	Espace

Tableau 1.1 : Différents types de matériaux composites et leurs constituants [9].

Constituants	Domaines d'application	
3. Composite à matrice organique. Papier, carton ; Panneaux de particules ; Panneaux de fibres ; Toiles enduites ; Matériaux d'étanchéité ; Pneumatiques ; Stratifiés ; Plastiques renforcés.	Résine / change / fibres cellulosiques Résine / copeaux de bois Résine / fibre de bois Résine souples/ tissus. Elastomères / bitume / textiles Caoutchouc / toiles / acier Résine / charges / fibre de verre, de carbone, etc.. Résines / microsphères.	Imprimerie, emballage, etc. Menuiserie ; Bâtiment ; Sports, bâtiment ; Toiture, terrasse, etc. ; Automobile ; Domaines multiples.
4. Sandwiches peaux âmes	Métaux, stratifiés, etc. Mousse, nids d'abeilles, balsa Plastiques renforcés, etc.	Domaines multiples

Tableau 1.1 suite : Différents types de matériaux composites et leurs constituants [9].

1.3 – CLASSIFICATION DES MATERIAUX COMPOSITES

La classification des matériaux composites se fait selon la forme et la nature des constituants de ces matériaux.

1.3.1 – Classification suivant la forme des constituants

Suivant la forme des constituants, les composites sont classés en deux classes :

- Les matériaux composites à fibres ;
- Les matériaux composites à particules.

1.3.1.1 – Composites à fibres

Un matériau composite à fibre est un matériau renforcé de fibres (longues, courtes ou coupées) ; l'orientation et l'arrangement de ces fibres permettent de modéliser les propriétés mécaniques de ce composite, ces dernières sont modifiables et modulables selon la variation de :

- La nature des constituants ;
- La proposition des constituants ;
- L'orientation des fibres.

1.3.1.2 – Composites à particules

Un matériau composite à renfort de particules est un composite chargé de particules ne possédant ni dimensions ni formes bien précises. L'utilisation de ce type de matériau composite est limitée, les particules sont utilisées pour réduire le coût du matériau, tout en conservant leurs propriétés mécaniques.

1.3.2 – Classification suivant la nature des constituants

Selon la nature de la matrice, les matériaux composites sont classés, en matériaux composites à matrice organique, métallique ou minérale.

1 – Composites à matrice organique avec résine chargée :

- Fibres minérales : verre, carbone, etc. ;
- Fibres organiques : kevlar, polyamides, etc. ;
- Fibres métalliques : bore, aluminium, etc.

2 – Composites à matrice métallique avec résine chargée :

- Fibres minérales : carbone, carbure de silicium (sic) ;
- Fibres métalliques : bore ;
- Fibres métallo- minérale : fibres de bore revêtues de carbure de silicium(BorSic).

3 – Composites à matrice minérale renforcée de :

- Fibres métalliques ; bore ;
- Particules métalliques ; cermets ;
- Particules minérales ,carbure, nitrures, etc.

1.4 – ELEMENTS CONSTITUANTS UN MATERIAU COMPOSITE

Un matériau composite est constitué principalement d'une matrice (résine) et d'un renfort (fibres, particules).

1.4.1 – Les résines

Les résines permettent de transmettre les sollicitations mécaniques aux fibres, les protéger des agressions extérieures, elles doivent être déformables et ayant une masse volumique faible de façon à conserver les caractéristiques mécaniques des matériaux composites. Il existe deux grandes familles de résines [9, 10 et 11]: les résines thermoplastiques et les résines thermodurcissables

1.4.1.1 – Les résines thermodurcissables

En partant de l'ordre décroissant en tonnage des résines thermodurcissables on a :

- Les résines polyesters insaturées : polyesters condensés, vinylesters, dérivés allyliques, etc.,
- Les résines de condensation : phénoliques, aminoplastes, furaniques ;
- Les résines époxides.

1.4.1.1.1 – Les résines polyesters

Les résines polyesters insaturées sont obtenues par polycondensation d'un ou plusieurs glycols sur un ou plusieurs diacides dont l'un au moins contient une double liaison éthylénique, elles sont classées en résines souple ; semi-rigide et rigide, leurs principaux avantages sont :

- Une bonne rigidité ;
- Facilité de mise en œuvre ;
- Bonne stabilité dimensionnelle ;
- Bonne tenue chimique aux acides non oxydants, aux alcools et aux hydrocarbures ;
- Un faible coût de production.

De même elles présentent certains inconvénients :

- Retrait lors du moulage important de l'ordre de 8 à 10 % ;
- Mauvais comportement au feu ;
- Mauvaise tenue aux bases et l'eau bouillante ;
- Une dégradation à la lumière par les ultraviolets.

1.4.1.1.2 – Les résines de condensation

Les résines de condensation comportent les résines phénoliques, les aminoplastes et les résines furaniques.

1.4.1.1.2.1 – Les résines phénoliques

Elles sont obtenues par polymérisation d'un phénol et d'un aldéhyde, leur développement est dû aux travaux du Belge BAEKELAND d'où leur nom de Bakélite, parmi leur avantages :

- Un très bon comportement à la température ;
- Une bonne propriété mécanique ;
- Une bonne tenue chimique, sauf aux bases fortes ;
- Un bon comportement au feu ;
- Un faible coût de production.

De même elles présentent les inconvénients suivants :

- Cadences de moulage limitées ;
- Non adaptation à des utilisations alimentaires ;
- Coloration foncée.

1.4.1.1.2.2 – Les résines aminoplastes

Leurs caractéristiques sont voisines de celle des résines phénoliques. Elles ont en plus les avantages suivant :

- La possibilité d'utilisation dans l'industrie alimentaire ;
- La possibilité de leurs colorations.

1.4.1.1.2.3 – Les résines furaniques

Elles sont peu utilisées, à cause de leur coût élevé par rapport aux autres résines polyesters, parmi leurs avantages on note :

- Un durcissement plus rapide ;
- Une grande inertie vis-à-vis des agents chimiques corrosifs.

1.4.1.1.3 – Les résines époxydes

Les résines époxydes sont les matrices des composites à haute performance (construction aéronautique, espace, missile, etc.). Elles ne représentent que 5% du marché composite à cause de leurs prix élevés. Ces principaux avantages sont :

- Excellentes propriétés mécaniques en association avec les fibres de Verre, aramides, carbones ;
- Bonne résistance chimique à l'eau, aux bases, aux hydrocarbures, aux acides faibles et aux solvants organiques ;
- Caractéristiques thermiques élevées ;
- Stabilité dimensionnelle ;
- Excellente adhérence aux matériaux métalliques ;

– Faible retrait au moulage.

Elles présentent aussi les inconvénients suivants :

– Coût élevé ;

– Un temps de polymérisation long ;

– Tenue thermique en continu de 180°;

– Une sensibilité à la fissuration.

1.4.1.2 – Les résines thermoplastiques

Les résines thermoplastiques font partie d'une grande famille. Nous pouvons les subdiviser en plastiques de grande diffusion et plastiques techniques (ou technopolymères). Les premiers sont mis en œuvre par injection afin d'obtenir des objets moulés ou par extrusion pour obtenir : des films, des plaques, des tubes, etc., les secondes sont généralement mis en œuvre par injection. On distingue parmi les résines thermoplastiques : le polychlorure de vinyle (PVC), le polyéthylène, le polypropylène, etc., c'est dans leur faible coût que réside l'intérêt des résines thermoplastiques lié à des propriétés mécaniques et thermo-mécanique faibles. Les divers thermoplastiques peuvent être renforcés par des fibres. Cependant ils ont un développement limité, du fait de la nécessité de faire appel à des transformations à hautes températures de produits solides.

1.4.1.3 – Les charges et les additifs

Différents produits peuvent être incorporés à la résine pour lui conférer des caractéristiques particulières ou réduction du coût, l'addition de ces produits a pour but soit d'améliorer les caractéristiques mécaniques et physiques du produit fini, soit d'en faciliter la mise en œuvre.

1.4.1.3.1 – Les charges

1.4.1.3.1.1 – Les charges renforçantes

L'objet de l'incorporation de charges renforçantes est l'amélioration des caractéristiques mécaniques de la résine. Ces charges peuvent être classées selon leurs formes géométriques en :

Charge sphériques : l'intérêt de ces charges réside dans la forme sphérique qui évite les concentrations de contraintes et, par conséquent, diminue la susceptibilité à la fissuration de la matrice par rapport à des charges non sphériques. Ces sphères pleines ou creuses ont un diamètre de 10 à 150 µm. Elles peuvent être en verre, en carbone ou en matière organique (époxyde, phénolique, polystyrène, etc.). Les microbilles de verre creuses représentent plus de 99 % des charges sphériques utilisées.

Charges non sphériques : le mica et le matériau le plus utilisé. Il est alors incorporé sous forme d'écailles de dimensions transversales de 100 à 150 µm, et d'épaisseur 1 à 20 µm. Le mica est ajouté à des résines thermoplastiques.

1.4.1.3.1.2 – Les charges non renforçantes

Les charges non renforçantes ont pour rôle soit de diminuer le coût des résines tout en conservant leurs performances, soit d'améliorer certaines propriétés de résines ;

Les charges de faible coût : ces charges sont extraites de roches ou de minerais :

– Les carbonates : craies ou calcaire (CaCO₃), sont les plus utilisées ;

– Les silicates : talc, kaolin, felspath, wollastonite,

– Les silices, obtenues par broyage et tamisage de sable de quartz.

Charges ignifugeantes : ont pour rôle de réduire ou d'empêcher les phénomènes de combustion. On distingue :

- L'hydrate d'alumine, produit le plus utilisé dans les résines thermodurcissables ;
- L'oxyde d'antimoine.

charges conductrices et antistatiques : les résines organiques sont des isolants thermique et électrique. Pour certaines applications, il est nécessaire d'ajouter un élément conducteur tel que :

- Des poudres ou paillettes métalliques : cuivre, fer, aluminium, etc. ;
- Des microbilles de verre métallisées (cuivre, argent) ;
- Des filaments métalliques.

1.4.1.3.2 – Les additifs

1.4.1.3.2.1 – Les lubrifiants et les agents de démoulage

Ces additifs ont pour rôle de faciliter le façonnage de la résine et de réduire la tendance de la résine à adhérer aux moules.

1.4.1.3.2.2 – pigment et colorants

Les pigments sont obtenus à partir d'oxydes ou de sels métalliques, ils ont la caractéristique d'être insolubles, il est possible d'obtenir des pâtes colorantes constituées de dispersions de pigments dans une pâte (résine, plastifiant), de manière à avoir une utilisation aisée.

Les colorants sont des composés organiques solubles dans l'eau ou dans un solvant organique. Le choix d'un pigment ou d'un colorant est fonction de sa compatibilité avec la résine du composite et de l'utilisation du matériau composite.

1.4.1.3.2.3 – Agents anti-retrait et agents de fluege

La polymérisation des résines conduit à une diminution des distances interatomiques du monomère de départ. Il s'ensuit un retrait de la résine polymérisée, qui peut aboutir à un mauvais état de surface, à un gauchissement ou à des microfissurations des pièces moulées. Bien que l'incorporation des charges à la résine limite le retrait, il est souvent nécessaire d'ajouter des produits spécifiques anti-retrait, qui diminuent ou annulent le phénomène de retrait.

1.4.1.3.2.4 – Agents anti-ultraviolets

Ces agents ont pour rôle de protéger les résines des effets nocifs des rayons ultraviolets. Le principe de ces agents est d'absorber le rayonnement ultraviolet et d'éviter ainsi une dégradation prématuée de la résine par rupture de liaisons atomiques ou par passage à un état excité qui favorise l'oxydation (phénomène de photo-oxydation).

1.4.2 – Les fibres et tissus

1.4.2.1 – Généralités

Les renforts permettent d'améliorer certaines des propriétés physiques [9, 10, 11 et 12] des matériaux composites : comportement thermique, tenue aux températures, tenue au feu, résistance à l'abrasion, propriétés électriques, etc., ainsi que certaines des propriétés mécaniques : rigidité, résistance à la rupture, dureté, etc.

Les caractéristiques recherchées pour les renforts sont : caractéristiques mécaniques élevées, masse volumique faible, bonne compatibilité avec les résines, facilité de mise en œuvre, faible coût, etc. Les renforts se présentent sous diverses formes commerciales :

- Sous forme linéique (fil, mèches, etc.) ;
- Sous forme de tissus surfaciques (tissus simples, mats, etc.) ;
- Sous forme multidirectionnelle (tresses, tissus complexes, etc.).

Des fibres courtes particulières, les whiskers, dont les caractéristiques mécaniques étant élevées, sont également développées.

1.4.2.1 – Fibre de formes linéiques

Les fibres sont fabriquées en filament de quelques dizaines de microns, et ne peuvent donc pas être utilisées sous forme unitaire. La fibre unitaire est généralement appelée filament élémentaire ou monofilament. Les monofilaments sont ensuite réunis en fils ou mèches. Les fils continus ou discontinus sont caractérisés par leur masse linéique ou, l'unité de masse linéique est le *tex*.

$$1 \text{ tex} = 1 \text{ g / km}$$

où $1 \text{ tex} = 10^{-6} \text{ kg / m}$

1.4.2.2 – Fibres de formes surfaciques

Les fils peuvent être utilisés pour réaliser des formes surfaciques de divers types : mats, tissus ou rubans, essentiellement développés dans le cas de fibres de verre.

1.4.2.2.1 – Les mats

Les mats sont des nappes de fils continus ou discontinus, disposés dans un plan sans aucune orientation préférentielle. Ils sont maintenus ensemble par un liant soluble ou non dans les résines. L'absence d'orientation préférentielle des fibres conduit à une isotropie des propriétés mécaniques du mat dans son plan.

1.4.2.2.2 – Les tissus et rubans

Un tissu (ou ruban) est un ensemble surfacique de fils, de mèches, réalisé sur un métier à tisser figure 1.2. Il est constitué :

- D'une chaîne, ensemble de fils parallèles répartis dans un plan suivant la longueur du tissu.
- D'une trame, ensemble de fils s'entrecroisant avec les fils de chaîne.

Les tissus diffèrent par le type de fils utilisés (fils simples, mèches, etc.), donc par la masse linéique des fils, et par le mode d'entrecroisement (ou armure) des fils de chaînes et des fils de trames. Les armures utilisées sont : toile ou taffetas, satin, sergé, armure haut module, armure unidirectionnelle.

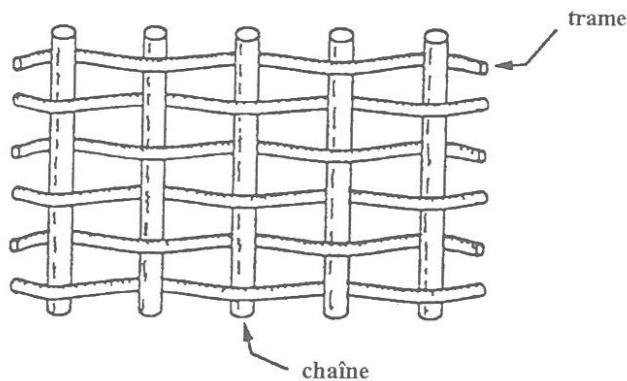


Figure 1.2 : Chaînes et trames d'un tissu

1.4.2.2.3 – Structures tissées multidirectionnelles

Il est possible de réaliser des tresses ou préformes par tissage cylindrique ou conique d'un tissu tubulaire. Les fils s'entrecroisent en hélice, comme il est possible de réaliser une pièce de révolution ayant un diamètre variable le long de son arc. Par ce procédé, divers tissus peuvent être obtenus en forme de « chaussalettes » coniques, ovales ou hémisphériques, utilisées pour satisfaire aux besoins de la construction aéronautique (cône de rentrée, tuyères, etc.).

Des tissages volumiques sont également utilisés, caractérisés par le nombre de directions de tissage : 3D, 4D, etc. La structure la plus simple est celle du tissage 3D où les fils sont disposés suivant trois directions orthogonales.

1.4.2.2 – Les principales fibres

1.4.2.2.1 – Les fibres de verre

Le verre est caractérisé par une très grande fragilité sous forme massive, mais devient souple lorsqu'il est filé. Les fibres de verre sont obtenues à partir du verre textile. On distingue les différents types de verre filables tableau 1.2.

Type	Caractéristiques générales
E	à usage général ; bonnes propriétés électriques
D	haut es propriétés diélectriques
A	haute teneur en alcali
C	bonne résistance chimique
R, S	haute résistance mécanique

Tableau 1.2 : Différents types de verre filables [9]

1.4.2.2.1.1 – Elaboration des fibres de verre

Le verre fondu dans un four alimente les filières. Ces dernières sont maintenues à des températures aux environs de 1250°C ce qui permet l'écoulement par gravitation à travers les orifices calibrés à 2 mm de diamètres. Les fibres de verre en état plastique sont simultanément étirées à grande vitesse et refroidies. Il existe deux procédés de tirage :

- Etirage mécanique donnant des fibres continues ;
- Etirage pneumatique donnant des fibres discontinues.

1.4.2.2.1.2 – Ensimage des fibres de verre

L'ensimage est l'opération qui consiste à déposer une couche d'enzyme de composition chimique complexe sur les fibres de verre à la sortie de la filière, cette opération à pour objectif de :

- Etablir une cohésion entre les filaments ;
- Donner une raideur aux fils ;
- Protéger les filaments contre l'abrasion ;
- Eliminer les charges électrostatiques ;
- Faciliter l'imprégnation par la résine ;
- Favoriser la liaison verre- résine.

1.4.2.2.1.3 – Caractéristiques mécaniques des fibres de verre

Les caractéristiques mécaniques de référence qu'on peut citer, sont celles mesurées sur des monofilaments prélevés à la sortie de la filière, tableau 1.3. Les filaments de verre qui sont soumis à diverses sollicitations mécaniques (abrasion, etc.), chimiques (humidité, etc.), suite à leur fibrage, voient leurs caractéristiques mécaniques initiales réduites. On mesure les valeurs de la contrainte à la rupture sur monofilaments et fils de base ayant subit l'ensimage, tableau 1.4. Dans les matériaux composites, la liaison verre-résine par l'intermédiaire de l'ensimage assure une répartition assez homogène de la charge. Les mesures, déduites de la rupture des matériaux composites unidirectionnels, conduisent aux valeurs des contraintes et d'allongements à la rupture des fibres suivantes tableau 1.5.

Caractéristiques		Verre E	Verre R
Masse volumique	ρ	Kg/m ³	2 600
Module d'Young	E_f	GPa	73
Contrainte à la rupture	σ_{fu}	MPa	3 400
Allongement à la rupture	ε_{fu}	%	4,4
Coefficient de poisson	ν_f		0,22

Tableau 1.3 : Caractéristiques mécaniques des verres types E et R, mesurées sur monofilament à la sortie de la filière [9].

	Verre E [MPa]	Verre R [MPa]
Monofilament prélevé à la sortie de la filière	3 400	4 400
Monofilament prélevé sur fil silionne industriel	2 000 - 2 400	3 600
Fil silionne industriel comportant un grand nombre de filaments	1 200 – 1 550	1 700 – 2 000

Tableau 1.4 : Contraintes à la rupture mesurées sur monofilament et fils de base [9].

	Verre E	Verre R
Contraintes à la rupture [MPa]	2 400 – 2 600	3 000 – 3 600
Allongement à la rupture en [%]	3,4	4

Tableau 1.5 : Caractéristiques à la rupture fil silionne industriel, déduites des caractéristiques mesurées sur un composite unidirectionnel résine époxyde / fil de verre [9].

Enfin, il est important de noter que les fibres de verre conservent leurs caractéristiques mécaniques jusqu'à des températures assez élevées, de l'ordre de 200°C pour le verre E et de 250°C pour le verre R.

1.4.2.2.2 – Les fibres de carbone

Le graphite a une structure hexagonale d'atomes de carbone, disposées en plan cristallographiques parallèles figure 1.3. Ces plans sont décalés de telle sorte qu'un atome de carbone se projette au milieu d'un hexagone des plans voisins ; la liaison entre atomes de plans voisins est faible, et confère au graphite de bonnes propriétés de conduction thermique et électrique.

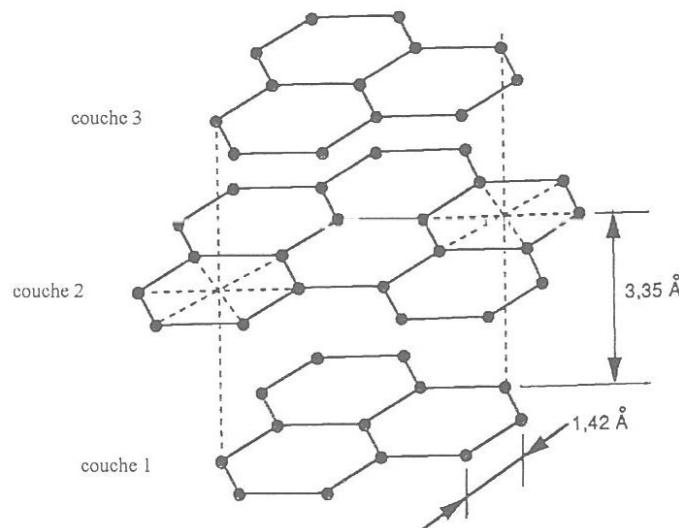


Figure 1.3 : Structure cristalline du graphite

Alors que, les liaisons entre atomes voisins d'un même plan sont fortes, et donnent au graphite des propriétés mécaniques élevées dans la direction parallèle aux plans cristallographiques ; l'étude théorique des liaisons prévoit dans cette direction 1200 GPa pour le module de Young et 2000 MPa pour la contrainte à la rupture. Aussi, une masse volumique faible (inférieure à 2000 kg/m³) conduit à des propriétés mécaniques spécifiques théoriques remarquablement élevées. Ces faits permettent d'obtenir des fibres de carbone les plus parfaites possibles. Cependant les caractéristiques des fibres élaborées restent élevées et peuvent atteindre l'ordre de 650 GPa pour le module de Young et l'ordre 4000 MPa pour la contrainte à la rupture.

1.4.2.2.2.1 – Elaboration des fibres de carbone

a) – A partir des fibres acryliques :

A partir du polyacrylonitrile (PAN) on fabrique des mèches de filaments acryliques assemblés sans torsion (500 à 10 000), puis on leur fait subir quatre traitements successifs : une oxydation, une carbonisation, une graphitisation et un traitement de surface, pour obtenir à la fin du cycle des carbones HM où HR.

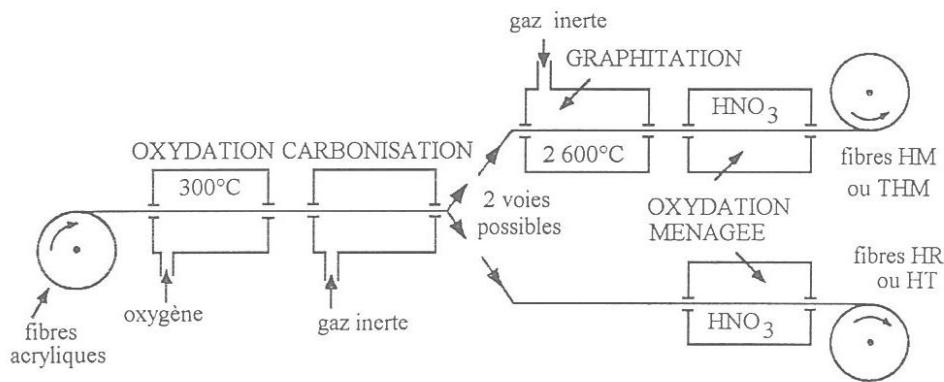


Figure 1.4 : Elaboration des fibres carbone

b) – A partir du précurseur brai :

Des fibres de carbone ont été produites en filant le brai qui est le résidu pâteux de la distillation du charbon ou du pétrole, mais leurs caractéristiques sont inférieures à celles obtenues par le procédé (PAN) ; pour cela on les fait subir un traitement comparable à celui des fibres obtenues par (PAN) pour obtenir des fibres de carbone de haut et de très haut module. Les avantages de ce nouveau procédé sont :

- Bon marché de la matière première ;
- Rendement massique précurseur/ filament de l'ordre de 80%.

1.4.2.2.2 – Caractéristiques mécaniques des fibres de carbone

Les fibres de carbone ont de très bonnes caractéristiques mécaniques, aussi leur masse volumique est faible (inférieur généralement à $2000^{\circ}\text{C} \text{ kg/m}^3$). On compare les caractéristiques des fibres de carbone à celle des fibres de verre E tableau 1.6. Les fibres de carbone ont une excellente tenue à la température, en atmosphère non oxydante. Leurs caractéristiques mécaniques peuvent être maintenues jusqu'à 1500°C . Les composites à fibre de carbone, à haute tenue thermique, ont été développés grâce à cette propriété, qu'on utilise dans les tuyères, pour les disques de freins, etc.

Caractéristiques	Verre E	Carbone HR	Carbone HM	Carbone THM	Carbone HM (brai)
Masse volumique ρ [Kg/m ³]	2600	1750	1810	1950	2000
Diamètre [μm]		8	8	8	12
Module d'Young E_f [GPa]	73	220	400	600	380
Module spécifique E_f / ρ [MNm/Kg]	28	120	210	310	190
Contrainte à la rupture σ_{fu} [MPa]	3400	3000-5000	2800	2000	2000-2400
Contrainte spécifique σ_{fu} / ρ [KN m/Kg]	1300	1710-2860	1550	1030	1000-1200
prix de revient rapporté aux fibres de verre E	1*	25-30	50-60	65-70	25-30

Tableau 1.6 : Caractéristiques des fibres de carbone, comparées à celles du verre E.

1.4.2.2.3 – Les fibres aramides à caractéristique mécaniques élevées

L’élaboration des fibres est effectuée par synthèse à basse température (-10°C), puis par filage en solution. Les fibres sont ensuite étirées et traitées thermiquement pour augmenter leur module d’élasticité. Les fibres aramides sont des fibres polyaramides ou polyamides aromatiques de synthèse dont la structure est constituée de noyaux benzéniques reliés par des groupes CO et HN. Elles sont généralement plus connues sous le nom de « **Kevlar** ». Elles ont été commercialisées la première fois en 1972 et mise au point par le groupe Dupont de Nemours (USA). Le groupe Hollandé AKZO les produit sous le nom « **Twaron** », et le groupe Japoné Teijin Ltd les surnomme « **Technora** ».

1.4.2.2.3.1 – Caractéristiques mécaniques des fibres aramides

Comme le montre le tableau 1.7 les fibres aramides ont des contraintes à la rupture voisine à celle des fibres de carbone HR tableau 1.6 avec un prix de revient 3 à 5 fois moindre. Les matériaux composites aux fibres aramides ont des utilisations limitées à cause des faiblesses suivantes :

- Faibles résistances à la compression, à la flexion, et au flambement ;
- Sensibilité au cisaillement interlaminaires ;
- Sensibilité aux ultraviolets ;
- Mauvaise résistance chimique aux acides forts.

Ces faiblesses sont généralement dues à une mauvaise adhérence fibre – matrice. Pour résoudre ces problèmes des développements sur des ensimages adaptés sont en cours. Des composites hybrides (verre – kevlar, carbone – kevlar) sont également utilisés.

Caractéristiques	Kevlar 29	Kevlar 49	Kevlar 149	Twaron	Technora
Masse volumique ρ [Kg/m ³]	1 440	1 450	1 470	1 440	1 390
Diamètre [μm]	12	12	12	12	12
Module d’Young E _f [GPa]	60	130	200	100	90
Module spécifique E _f / ρ [MNm /Kg]	42	90	136	70	65
Contrainte à la rupture σ_{fu} [MPa]	3 000	3 600	3 000	3 500	3 800
Contrainte spécifique σ_{fu} / ρ [KN m/Kg]	2 080	2 480	2 040	2 430	2 730
Allongement à la rupture en [%]	4	3	1.5	3	4

Tableau 1.7 : Caractéristiques mécaniques de monofilaments aramides.

1.4.2.2.3.2 – Domaines d’utilisations.

La première utilisation des fibres aramides est les remplacement des armatures d’acier dans les pneumatiques, à cause de leurs bonne résistance au choc et à l’impact, les fibres aramides sont utilisées pour la fabrication de protections contre les projectiles (blindages, gilets pare-balles, etc.), de protection thermiques et pour la fabrication de certains articles des sports (skis, raquettes de tennis, etc.).

1.4.2.2.4 – Les fibres céramiques

Diverses fibres de matériaux réfractaires ou céramiques (carbures, borures, nitrures, etc.) peuvent être élaborées par dépôt chimique en phase vapeur sur un fil support. Les fibres obtenues par ce procédé sont :

- Les fibres de bore (B) ;
- Les fibres de bore (B)-carbure de bore (B_4C) ;
- Les fibres de carbure de silicium (SiC) ;
- Les fibres de bore – carbure de silicium, appelées BorSiC.

Les fibres sont en réalité de gros filaments de diamètre de l'ordre de $100\mu\text{m}$, formés d'une âme (le fil support) en tungstène ou en carbone d'un diamètre d'environ $10\mu\text{m}$, recouverts :

- D'une couche de bore d'épaisseur environ $40\mu\text{m}$ (fibres SiC) ;
- D'une couche de bore d'épaisseur environ $40\mu\text{m}$ et d'une couche de carbure de bore de $4\mu\text{m}$ d'épaisseur (fibres B- B_4C) ;
- D'une couche de carbure de silicium (fibres SiC),
- D'une couche de bore et d'une couche de carbure de silicium (fibres BorSiC).

1.4.2.2.4.1 – Caractéristiques mécaniques et utilisation des fibres céramiques

Les caractéristiques mécaniques des diverses fibres sont assez voisines (tableau 1.8). Ces caractéristiques restent maintenues jusqu'à des températures allant de 500°C à 1000°C . A cause du prix de revient élevé, l'utilisation de ces fibres est limitée. Les fibres SiC et BorSiC sont essentiellement utilisées avec des matrices métalliques (aluminium, etc.) ou des matrices céramiques, conduisant à des matériaux composites de coûts très élevés, destinés aux aubes de compresseur, et turbines. Les fibres de bore et fibres bore-carbure de silicium associées aux résines époxydes, résines thermoplastiques, thermodurcissables, sont utilisées dans les domaines de sports et de loisirs.

Caractéristiques	Bore	Bore+ B_4C	SiC
Masse volumique ρ [Kg/m ³]	2 600	2 600	3 000
Diamètre [μm]	100 – 150	100 – 150	100 – 150
Module d'Young E_f [GPa]	430	430	410
Module spécifique E_f / ρ [MNm /Kg]	165	165	140
Contrainte à la rupture σ_{fu} [MPa]	3 800	4 000	3 900
Contrainte spécifique σ_{fu} / ρ [KN m/Kg]	1 460	1 540	1 300

Tableau 1.8 : Caractéristiques mécaniques des fibres de bore, bore-carbure de bore et carbure de silicium [9].

1.4.2.2.5 – Les fibres synthétiques thermostables

Les fibres synthétiques thermostables sont des fibres organiques obtenues par synthèse, conservant leurs caractéristiques mécaniques à des températures élevées. Associées à des résines thermostables, elles permettent d'obtenir des matériaux dont les caractéristiques mécaniques en température sont conservées.

Les caractéristiques mécaniques de ces fibres sont nettement plus faibles que celles des fibres usuelles. Elles sont utilisées dans les isolants électriques et thermiques, les protections thermiques : boucliers de missiles, cônes de rentrée de véhicule spatial, etc. Parmi ces fibres nous avons :

- Le Kermel élaboré par Rhône-Poulenc,
- Le Nomex développé par Duppon de Nemours,

- Le Kynol fabriqué par Nippon Kynol,
- La fibre PBI (polybenzimidazole) élaborée par Hoechst-Celanese,
- La fibre Apyeil de Unitika Ltd.

1.4.2.2.6 – Autres fibres

Il existe d'autres fibres utilisées pour des applications particulières. Ces fibres sont généralement à faibles module et contrainte à la rupture, excepté les fibres métalliques dont l'utilisation est réservée à la recherche de :

- Produits à bas prix de revient,
- Produit à haute isolation thermique,
- Produit de bonne conductibilité thermique ou électrique.

Parmi ces fibres nous avons :

a) – *Les fibres d'origine végétale :*

- Le bois, utilisé sous forme de fibre orientées, feutres, papiers imprégnés, etc.
- Le sisal, le jute, le lin, de moins en moins utilisés au profit des fibres de verre.

b) – *Les fibres d'origine minérale :*

- L'amiante (interdite dans certaines utilisations),
- La silicate

c) – *Les fibres synthétiques :*

- Fibres polyester (tergal, dacron, térylène, etc ;),
- Fibres polyamides.

d) – *les fibres métalliques :*

- Acier,
- Cuivre,
- Aluminium

Ces fibres sont utilisées avec des matrices métalliques afin d'obtenir :

- Une bonne conductivité thermique et électrique,
- Des caractéristiques thermo-mécaniques.

1.5 – PROCEDES DE FABRICATION

1.5.1 – Introduction

Le mode d'obtention des matériaux composites [9 et 11] consiste à fabriquer des matériaux constitués de renforts et de matrices. L'empilement de couche composites donne naissance à des stratifiés.

1.5.2 – Mise en œuvre des matériaux composites

L'ensemble des procédés de fabrication par moulage tient compte de la nature des pièces, du prix de revient et du type de série de production c'est pour ces raisons qu'on trouve plusieurs types de moulages. Les formes des moules sont en matériaux divers : métal, résine, bois, plâtre.

1.5.2.1 – Moulage sans pression

Parmi les méthodes les plus simples on trouve le moulage sans pression, qui se fait à froid. Ces méthodes n'exigent pas beaucoup d'équipements et on peut obtenir des pièces moulées de formes différentes, dont la qualité dépend des compétences du mouleur.

1.5.2.1.1 – Moulage au contact

La première phase consiste à préparer la surface du moule en étalant une couche d'un agent de démolage généralement la cire, puis on applique une couche de gel-coat qui a pour but de donner un bel aspect et d'empêcher l'affleurement des fibres de verre en surface.

Lors de la deuxième phase, on applique sur le gel-coat une couche de résine catalysée et accélérée, à l'aide d'un pinceau ou un rouleau (figure 1.5), puis on dépose sur la résine une première couche du renfort qui doit être sec puis on l'imprègne avec de la résine et un ébullage est effectué à l'aide d'un rouleau cannelé. Après la gélification de la première couche on ajoute les couches suivantes de la même manière.

La troisième phase consiste à démolir la pièce après qu'elle aura pris le temps de gélifier, puis la pièce polymérisé en milieu ambiant pendant quelques jours ou bien cette opération peut être accélérée par étuvage (5 à 10 heures aux environs de 180°C), puis on procède à la finition de la pièce : ébarbage, ponçage, peinture, etc.

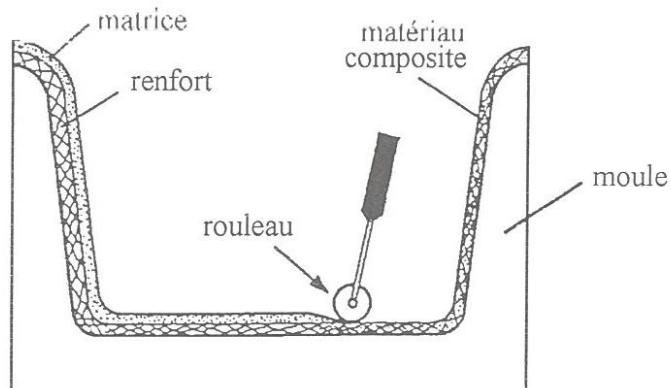


Figure 1.5 : Principe du moulage au contact

1.5.2.1.2 – Moulage par projection simultanée

Le moulage par projection simultanée (figure 1.6) est un procédé de moulage au contact mécanisé, avec la différence que dans la deuxième phase on projette simultanément les fibres coupées et la résine catalysée par un pistolet sur le moule. Le renfort imprégné de résine est compacté par un rouleau cannelé et après gélification de la première couche on ajoute les couches suivantes. Le renfort est limité à des fibres coupées.

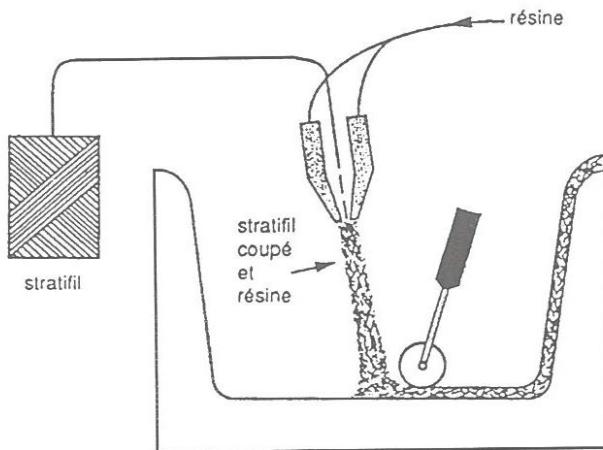


Figure 1.6 : Principe du moulage par projection simultanée

1.5.2.2 – Moulage sous vide

Sur un moule rigide couvert par du gel-coat (figure 1.7) on pose le renfort puis on étale une couche de résine, recouvrant le moule par contre moule poreux et une membrane flexible (feuille de caoutchouc, Nylon etc.), puis on applique un vide entre zéro et un bar qui a pour but d'imprégnier et d'ébuler le renfort. Pour le moulage au sac sous vide on n'a besoin que d'un sac flexible pour recouvrir le moule.

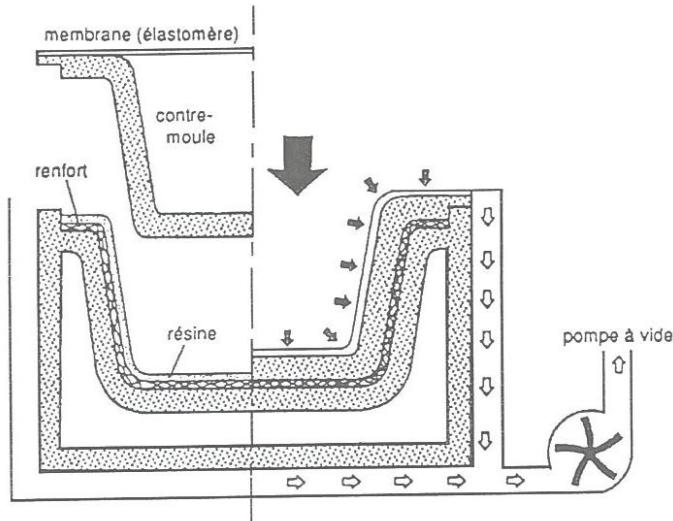


Figure 1.7 : Moulage sous vide

1.5.2.3 – Moulage par compression

1.5.2.3.1 – Moulage par injection de résine

Sur le renfort préalablement positionné entre le moule et le contre-moule (figure 1.8) on injecte de la résine sous pression, ce procédé permet l'obtention des pièces de formes compliquées et de grandes dimensions. Le principal avantage de cette technique est l'obtention de pièces à caractéristiques mécanique élevées.

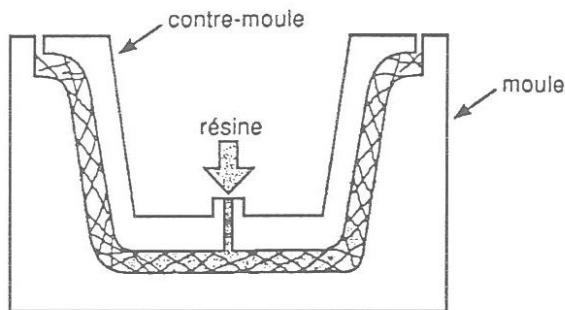


Figure 1.8 : Moulage par injection de résine

1.5.2.3.2 – Moulage par compression à froid

Le moulage se fait sans chauffage extérieur du moule et à basses pressions (inférieur à 5 bars). Après préparation du moule et du contre-moule, on place le renfort et la matrice sur le moule, puis on ferme l'ensemble moule et contre-moule par pression, l'échauffement progressif du moule est obtenu par l'exothermie de polymérisation de la résine (figure 1.9 a).

1.5.2.3.3 – Moulage par compression à chaud

Le moule est chauffé à des températures entre 80° et 150°C, on l'induit d'un agent de démoulage, puis on place le renfort et la matrice sous forme de poudre et on ferme le contre-moule sur lequel on exerce une pression de l'ordre de 10 à 50 bar, (figure 1.9b). Le durcissement de la pièce demande généralement plusieurs minutes, après on ouvre le moule et on éjecte la pièce.

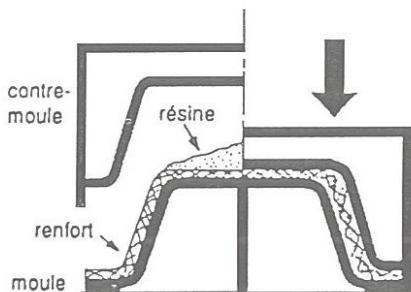


figure 1.9a A froid

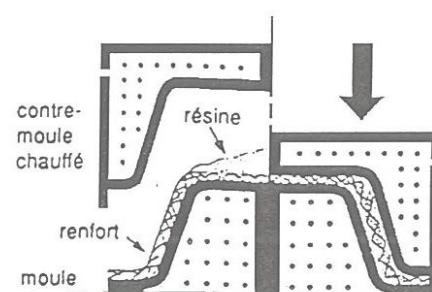


figure 1.9b A chaud

Figure 1.9 : Principe de moulage par compression

1.5.2.3.4 – Moulage par injection

Consiste à injecter les matériaux formés de granulés et de poudre à mouler par l'intermédiaire d'une vis d'Archimède, le cycle de moulage comporte quatre étapes (figure 1.10) :

- Plastification : qui a pour rôle d'abaisser la viscosité de la matière afin de permettre son injection ;
- Injection : la matière est injectée dans le moule par avance de la vis qui joue le rôle de piston ;
- Cuisson ou polymérisation : le moule est chauffé à une température entre 160° et 190°C

pour accélérer la polymérisation de la résine ;

– Ejection : après polymérisation, on ouvre le moule et on éjecte la pièce.

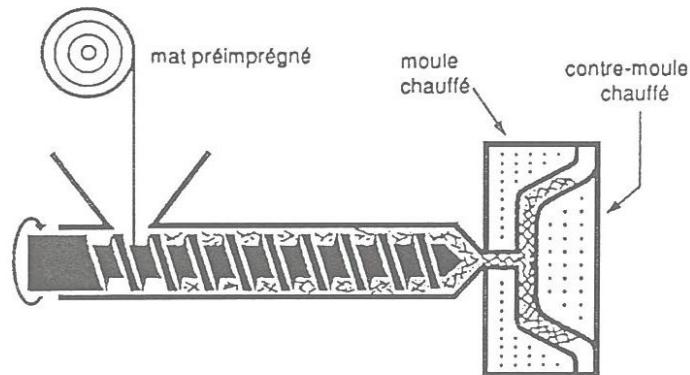


Figure 1.10 : Principe du moulage par injection

1.5.2.4 – Moulage continu

Le moulage continu (figure 1.11) est un procédé qui permet d'élaborer les plaques planes et les panneaux sandwichs. Le renfort (fibres, mat ou tissu) et la résine catalysée sont transportés sur un film de démoulage, jusqu'au rouleau de calandrage où se déroule la mise en forme du composite. La polymérisation est réalisée dans une étuve (60 à 150°C) sous forme de tunnel. A la sortie du tunnel se fait le refroidissement et le découpage du produit fini.

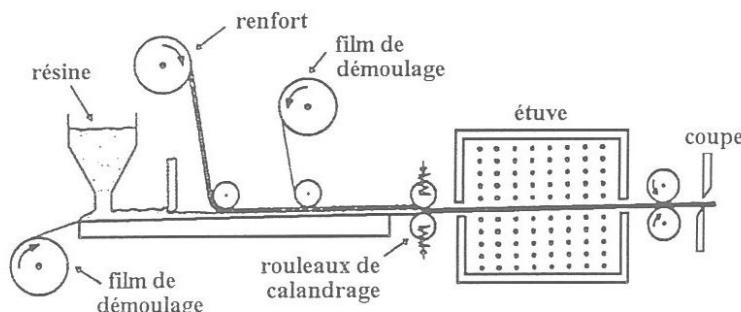


Figure 1.11 : Moulage en continu de plaques

1.5.2.5 - Moulage par pultrusion

Ce type de moulage est destiné à l'obtention des profils à section constante rectiligne ou courbe (figure 1.12), la première étape consiste à imprégner le renfort (fils stratifiés, ruban, etc.) en continu dans un bain d'imprégnation. Dans la seconde étape le renfort imprégné passe dans une filière chauffée à l'intérieur d'une étuve où a lieu simultanément la mise en forme du profil et la polymérisation de la résine.

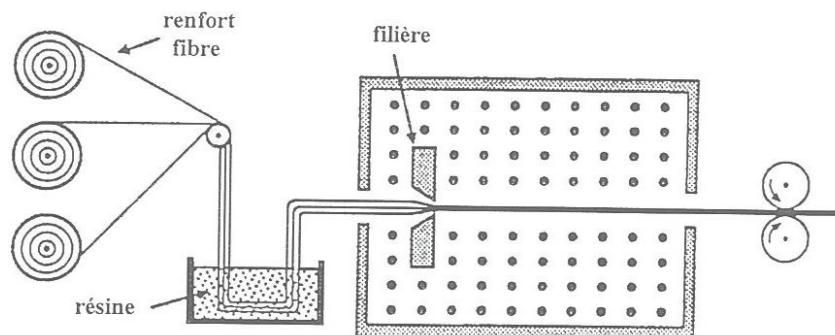


Figure 1.12 : Moulage par pultrusion

1.5.2.6 – Moulage par centrifugation

Ce processus est aussi utilisé pour la réalisation des tubes en béton, il trouve son application dans la fabrication des tuyaux et des citernes en composites, il consiste à introduire le renfort de verre (mat, tissu ou roving) coupé et la résine à l'aide d'une tête de projection simultanée dans un tube cylindrique qui joue le rôle de moule (figure 1.13). La force centrifuge permet l'imprégnation des fibres par la matrice, à la fin du processus nous obtenons des pièces qui ont des surfaces (intérieur et extérieur) parfaitement lisses et des épaisseurs bien calibrées.

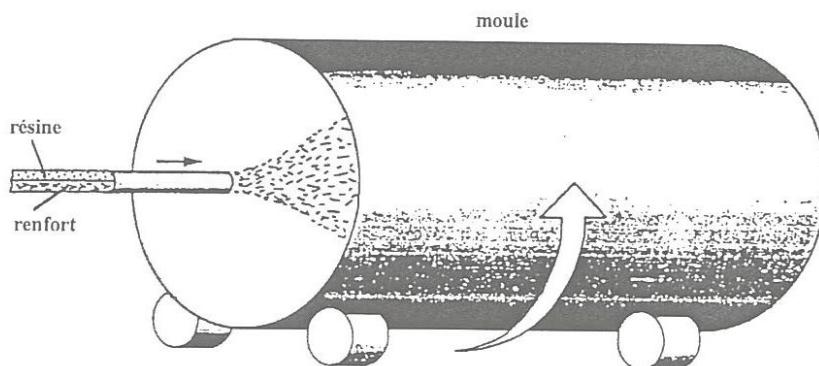


Figure 1.11 : Moulage centrifugation

1.5.2.7 – Moulage par enroulement filamentaire

La technique de moulage par enroulement filamentaire est réservée à la fabrication des pièces de révolutions cylindriques et sphériques, effectuée sur des mandrins en rotation, avec un système d'approvisionnement en renfort.

1.5.2.7.1 – Enroulement circonférentiel

Dans ce procédé, on bobine sur un mandrin divers renforts, sous forme de préperges ou préimprégnés en continu à travers un bain de résine (figure 1.14). Le bobinage est effectué à 90° par rapport à l'axe du mandrin, ce qui confère au matériau composite une très grande résistance circonférentielle, la résistance longitudinale peut être obtenue en incorporant des tissus unidirectionnels entre les couches circonférentielles dans le sens de l'axe du mandrin.

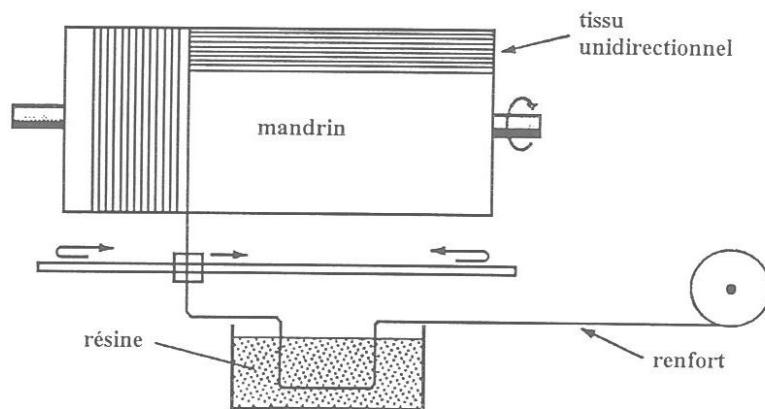


Figure 1.14 : Moulage par enroulement circonférentiel

1.5.2.7.2 – Enroulement hélicoïdal continu

L'enroulement hélicoïdal continu permet la fabrication industrielle de tubes et de tuyaux de hautes performances de divers diamètres et de grandes longueurs figure 1.15.

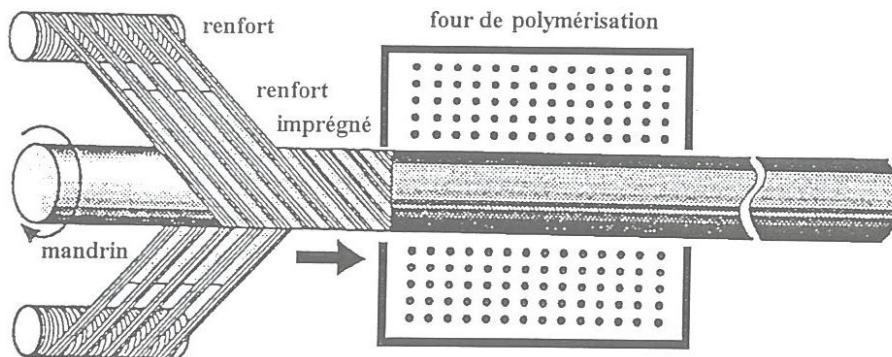


Figure 1.15 : Moulage par enroulement hélicoïdal continu

1.6 – ARCHITECTURES DES MATERIAUX COMPOSITES

1.6.1 – Les stratifiés

1.6.1.1 – Stratifiés à base de fils ou de tissus unidirectionnel

Les stratifiés sont constitués de couches successives appelées plis (figure 1.16). Les couches des stratifiés sont composées de résines renforcées de fils ou de tissus unidirectionnels, dont l'orientation des fibres est choisie ou quelconque.

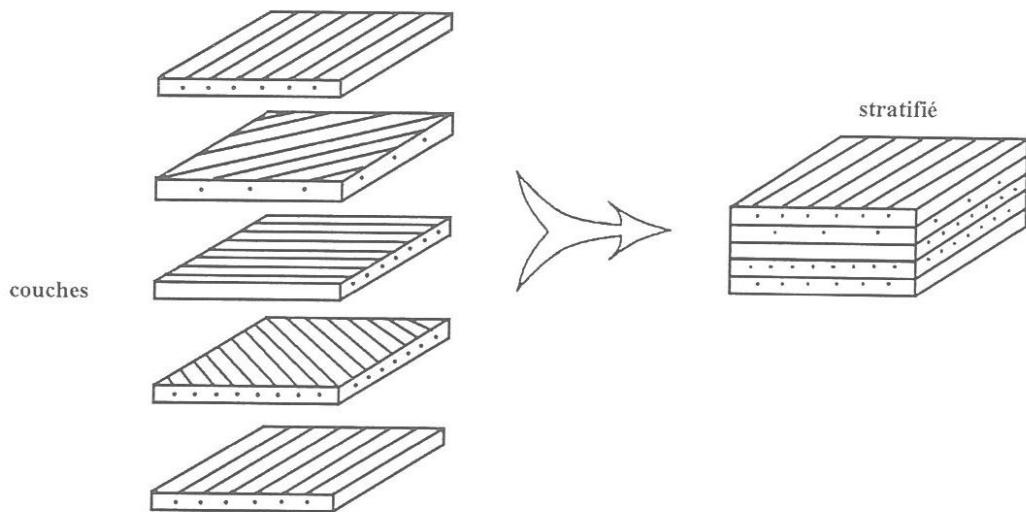


Figure 1.16 : Constitution d'un stratifié

1.6.1.2 – Désignation des stratifiés

La désignation de ces stratifiés est généralement effectuée selon le code suivant :

- Chaque couche est désignée par un nombre indiquant la valeur en degrés de l'angle que fait la direction des fibres avec l'axe x de référence.
- Les couches successives sont séparées par un / si leurs angles sont différents.
- Les couches successives de même orientation sont désignées par un indice numérique.
- Les couches sont nommées successivement en allant d'une face à l'autre. Des crochets (ou des parenthèses) indiquent le début et la fin du code.

La désignation dépend du système d'axes choisi, à titre indicatif un exemple est donné à la figure 1.17

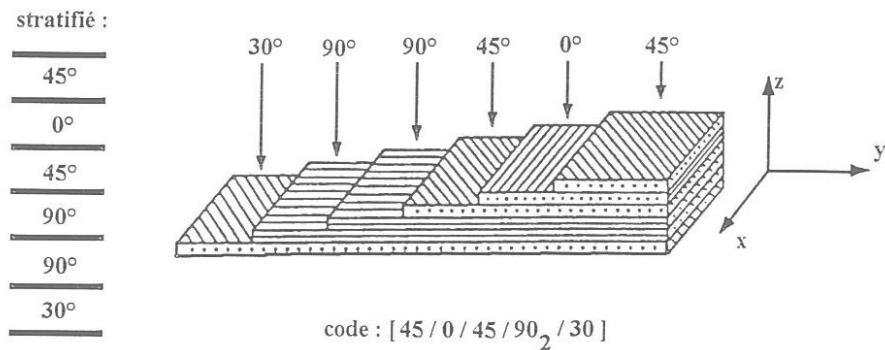


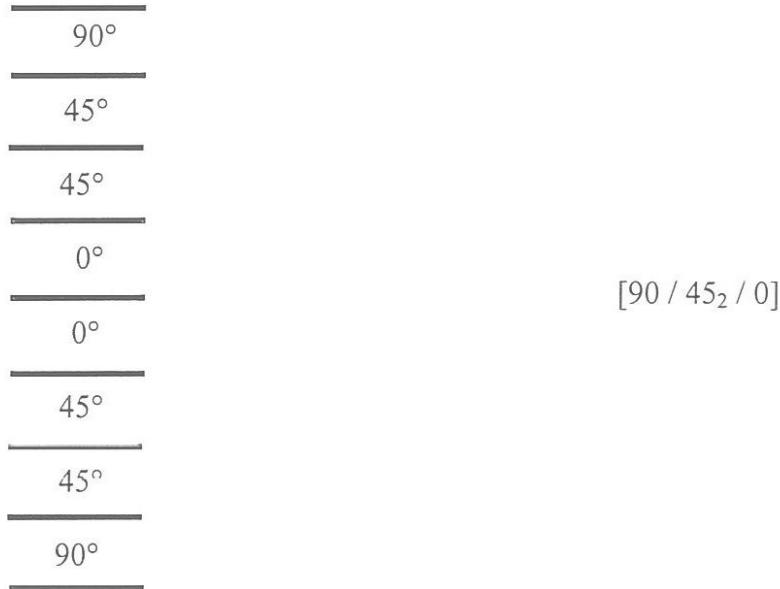
Figure 1.17 : Désignation d'un stratifié

a) – Angles positifs et négatifs

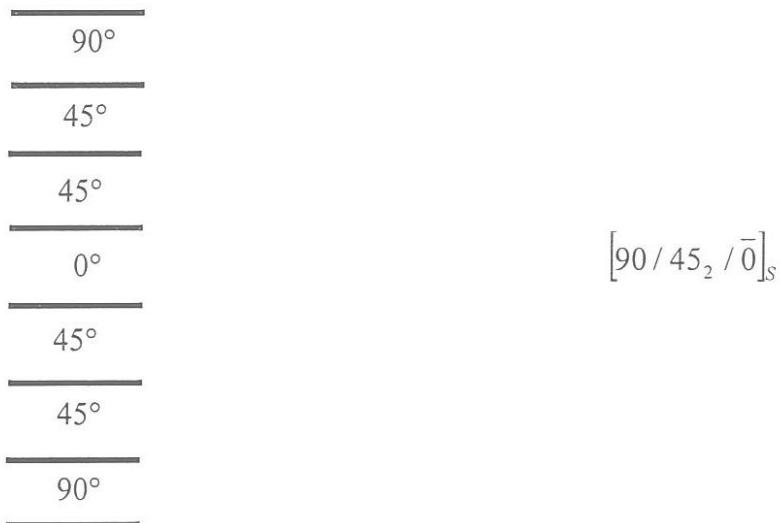
Lorsque des couches sont orientées à des angles égaux en valeurs absolues, mais de signe opposés, les signes + et - sont utilisés. La convention pour les angles positifs ou négatifs dépend du système d'axes choisi : une inversion peut apparaître suivant le choix effectué.

b) – Stratifiés symétriques

Un stratifié est symétrique si son plan moyen est un plan de symétrie. Sa désignation ne nécessite que la moitié des couches successives. Si le stratifié a un nombre paire de couches, la désignation débute sur une face pour finir au plan de symétrie. Un indice S indique que le stratifié est symétrique .

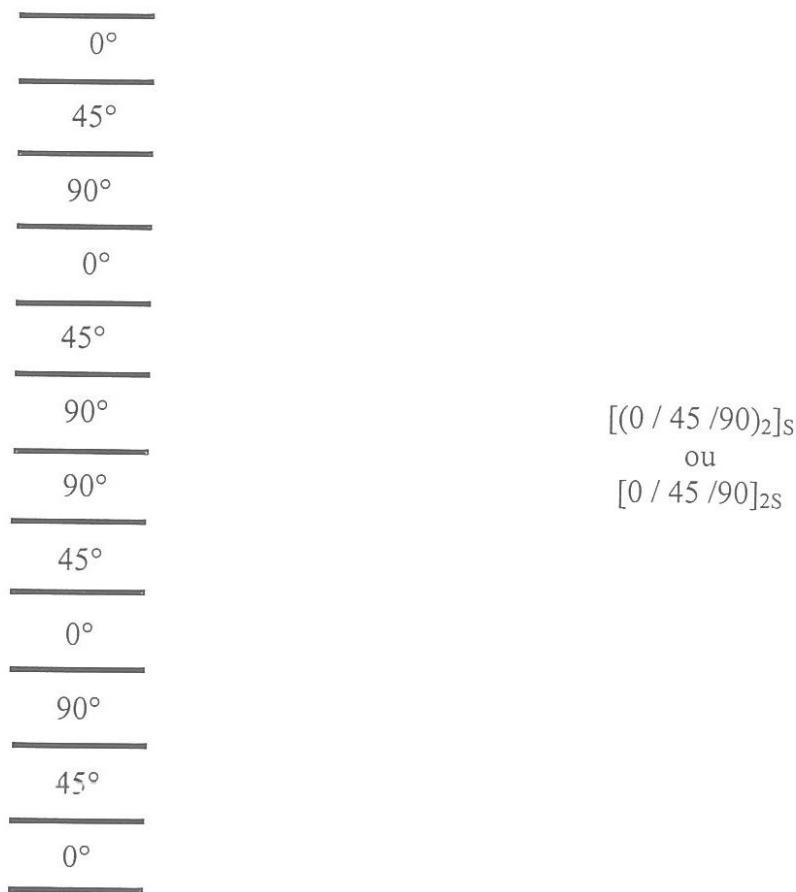


Si le stratifié comporte un nombre impair de couches, la désignation est semblable à la précédente. la couche centrale étant surlignée.



c) – Séquences

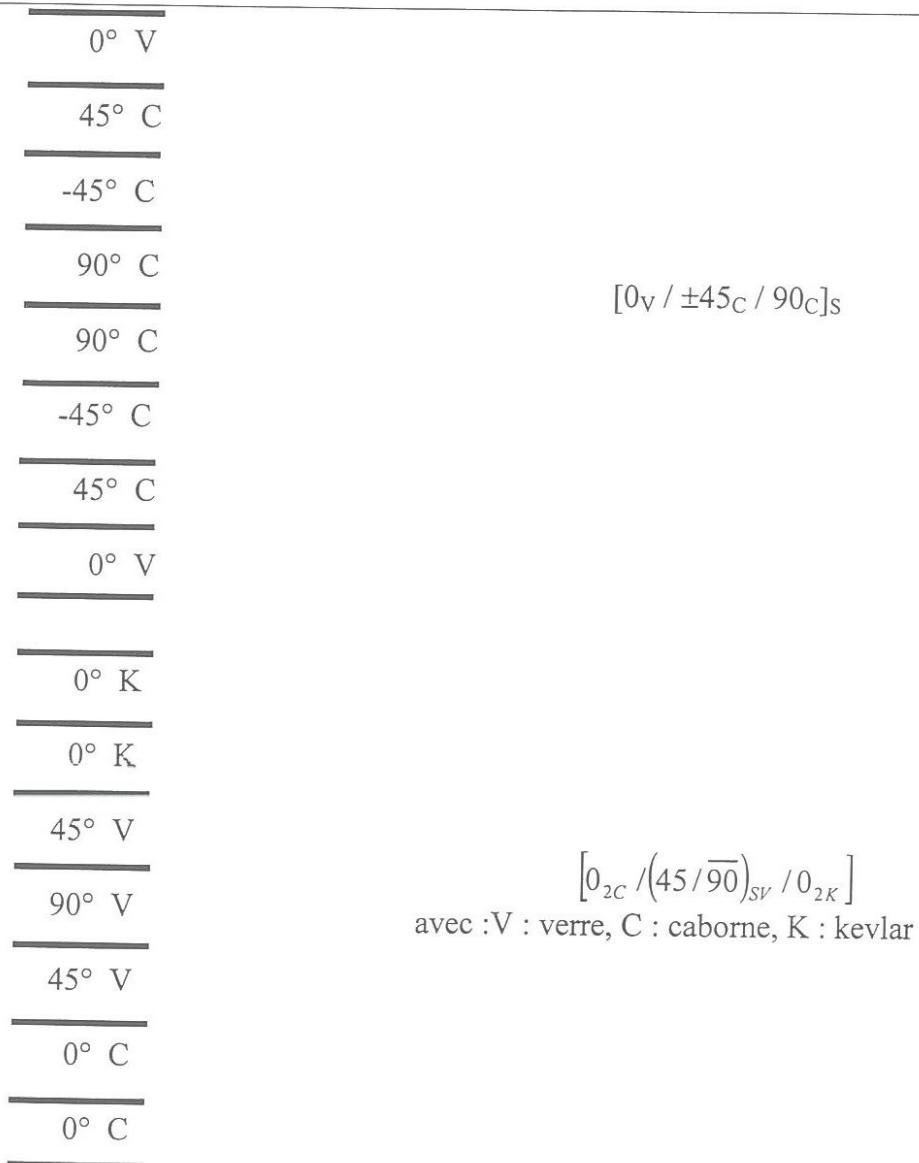
La répétition de séquences peut être indiquée par un indice montrant le nombre de fois où une séquence est successivement répétée. L’alternance $[0 / 90]_n$ désigne un stratifié croisé.



d) – Stratifiés hybrides

Les stratifiés hybrides sont constitués de couches successives comportant des fibres de natures différentes. Ils donnent une meilleure performance en utilisant au mieux les propriétés de ses renforts. On peut distinguer :

- Des hybrides interplis, constitués d'une suite de couches, chacune de nature différente ;
 - Des hybrides intraplis, constitués par une séquence de plis identiques, chaque pli étant constitué de couches différentes ;
 - Des couches métalliques peuvent également être intercalées entre les couches.
- Il sera nécessaire de mentionner la nature des fibres dans la désignation.



1.6.2 – Les composites sandwiches

1.6.2.1 – Généralités

Le principe consiste à placer une âme [9 et 11] (constituée d'un matériau ou d'une structure légère possédant de bonnes propriétés en compression) entre deux « feuilles »- ou peaux – (possédant de bonnes caractéristiques en traction). L'objectif d'un tel procédé est de constituer une structure permettant de concilier légèreté et rigidité. Pour que les structures sandwiches jouent pleinement leurs rôle, il est nécessaire de veiller à avoir une bonne adhésion de l'ensemble âme-peaux, de manière à assurer une bonne répartition des efforts.

1.6.2.2 – Différents types de sandwiches

1.6.2.2.1 – Les sandwiches à âme pleines

L'âme peut être constituée des matériaux suivant :

- Le balsa ou bois cellulaire ;
- Diverses mousses cellulaires ;
- Des résines chargées de microsphères creuses de verre, appelées mousses syntactiques (figure 1.18).

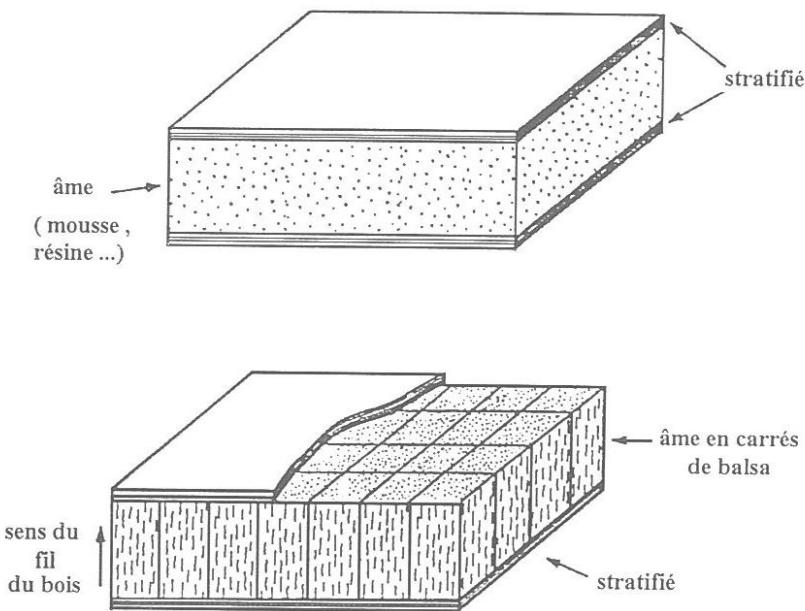


Figure 1.18 : Matériaux sandwiches à âmes pleines

1.6.2.2.2 – Les sandwiches à âme creuses

L'âme est constituée essentiellement de nids d'abeilles et de profilés figure 1.19 :

- Des alliages métalliques légers ;
- Du papier kraft (enduit ou non de résine) ;
- Du papier polyamide, type papier Nomex ;

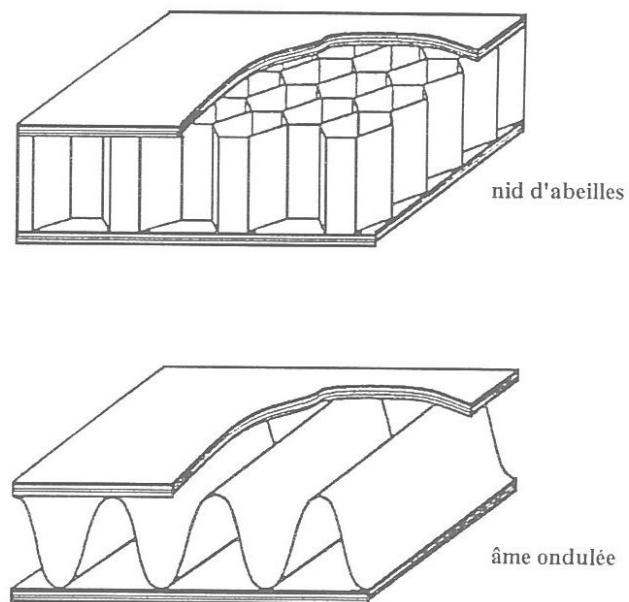


Figure 1.19 : Matériaux sandwiches à âmes creuses

1.6.3 – Autres architectures

les autres architectures des matériaux composites peuvent être classées en :

- Plastiques renforcés,
- Composites volumiques.

1.6.3.1 – Plastiques renforcés

Ces matériaux sont constitués de matrices dans lesquelles sont introduits des renforts de type :

- Fibres courtes,
- Billes pleines ou billes creuses,
- Poudres : métalliques, de graphite .

Les renforts permettent généralement d'augmenter le module d'élasticité d'un facteur 2 à 5. Le comportement mécanique de ces matériaux peut être homogénéisé, et son étude est ramenée à celle d'un matériau usuel isotrope.

1.6.3.2 – Composites volumiques

Les composites volumiques ont été introduits pour des besoins spécifiques de l'aéronautique. Ils sont élaborés à partir de tissages volumiques. Ces matériaux sont très onéreux. Outre des intérêts spécifiques, ils permettent d'obtenir des caractéristiques mécaniques très élevées, avec un comportement sensiblement isotrope en volume.

1.7 – CONCLUSIONS

Ce chapitre présente une étude bibliographique détaillée sur les matériaux composites points de vues : définitions, classification, éléments constituants, procédés de fabrication et architectures des matériaux composites.

CHAPITRE 2

ETUDE EXPERIMENTALE DES MATERIAUX CONSIDERES

2.1 – INTRODUCTION

Un des domaines d'application des matériaux composites est l'industrie de transport. On voit apparaître de plus en plus dans les prototypes d'automobile des grandes firmes des éléments fabriqués en matériaux composites (pare chocs, éléments de carrosserie, etc.). L'intérêt de ces matériaux provient de la volonté de réduire le poids à vide des véhicules pour pouvoir transporter la plus grande quantité de marchandises autorisées. Ces matériaux sont supposés être utilisés comme plancher des remorques de camions ainsi que de parois latérales.

De nombreux travaux ont été réalisés afin d'étudier d'une part le comportement mécanique et d'autre part le suivi et l'évolution des mécanismes de rupture et d'endommagement au cours de l'essai et après rupture des éprouvettes [4, 5 et 13]. Dans le but d'apporter notre contribution et vu la complexité et la diversité de ces matériaux liées à la technique de stratification, modes de fabrication et types de renforts utilisés, nous présentons dans ce chapitre les matériaux considérés, leur mode d'obtention, la vérification des taux des constituants en utilisant la technique de l'ingénierie inverse, suivie de leurs caractérisations sous sollicitations de traction et de flexion ainsi que des mécanismes de ruptures et d'endommagement.

2.2 – ELABORATION DES STRATIFIES

Quatre stratifiés croisés contenant 16 plis chacun différenciés par leur séquence d'empilement ont été élaborés par le groupe composites et structures mécaniques de l'université du Maine France, ces matériaux sont représentés sur le tableau 2.1. Ils sont constitués d'un tissu de fibres de verre unidirectionnel de masse surfacique 300 g/m^2 et de résine époxyde SR 1500 / SD 2505. Ces constituants sont fabriqués par la société Sicomin France. Le mode d'obtention de ces matériaux est le moulage sous vide, par la technique dite du sac [9]. Les plis sont stratifiés et imprégnés à température ambiante, puis sous vide à dépression de 30 KPa pendant 10 heures entre le moule et le contre moule.

Stratifiés mince	Stratifiés Epais
ST1 ; $[0_6/90_2]_s$ m	ST3 ; $[0_6/90_2]_s$ Ep
ST2 ; $[90_6/0_2]_s$ m	ST4 ; $[90_6/0_2]_s$ Ep

Tableau 2.1 : Matériaux étudiés

2.3 – PYROLYSE DES MATERIAUX ETUDES

Pour vérifier les taux de résine et de renforts contenus dans chaque matériau nous avons eu recourt à une technique appelée pyrolyse [14], en découpant quatre échantillons de surface approximativement égale à 1 cm^2 , suivi d'un pesage de chacun d'eux noté M_1 en gramme. Les échantillons sont alors fixés dans un four à renouvellement d'air enflammé, la calcination à lieu à 600° pour une durée de 10 heures. Après refroidissement le résidu de verre est pesé de masse notée M_2 en gramme, la perte de résine par calcination est $M = M_1 - M_2$, le taux de résine en pour cent est alors $R\% = M/M_1\%$. Le taux de fibres de verre en pour cent est donc $F\% = 100 - R$. Les résultats obtenus sont représentés sur le tableau 2.2.

Matériaux	Echantillon	Poids (en gramme)			Taux (en %)			
		Avant Pyrolyse	Après Pyrolyse	Résine	Fibre	Moyen Des fibres	Résine	Moyen de résine
ST1&ST2	1	0,63	0,50	0,13	79,37	79,64	20,63	
	2	0,61	0,48	0,13	78,69		21,31	
	3	0,62	0,48	0,14	77,75		22,25	20,36
	4	0,58	0,48	0,10	82,76		17,24	
ST3&ST4	1	0,81	0,48	0,33	59,26	61,46	40,74	
	2	0,79	0,50	0,29	63,30		36,70	
	3	0,79	0,50	0,29	63,30		36,70	38,54
	4	0,80	0,48	0,32	60,00		40,0	

Tableau 2.2 : Résultats obtenus

2.4 – BANC D'ESSAIS

Les essais de traction et de flexion sont réalisés sur une machine d'essais statique d'une cellule de 100 KN pilotée par ordinateur et équipée d'un système d'acquisition de données (figure 2.1).



Figure 2.1 : Banc d'essais

2.5 – ESSAIS DE TRACTION

Dans le cas des essais de traction, seuls les matériaux ST1 et ST2 sont testés en traction.

2.5.1 – Préparation des éprouvettes

Cinq éprouvettes prismatiques ont été découpées à partir d'une plaque de 300x300 mm² par une tronçonneuse à disque diamanté, puis usinées sur une fraiseuse horizontale pour leurs donner la forme d'une éprouvette I S O, norme NF 57-101 [15], (figure 2.2).

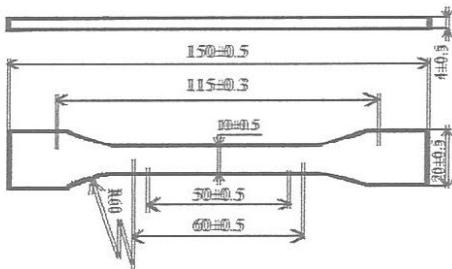


Figure 2.2 : Eprouvette de traction

2.5.2 – Principe de l'essai

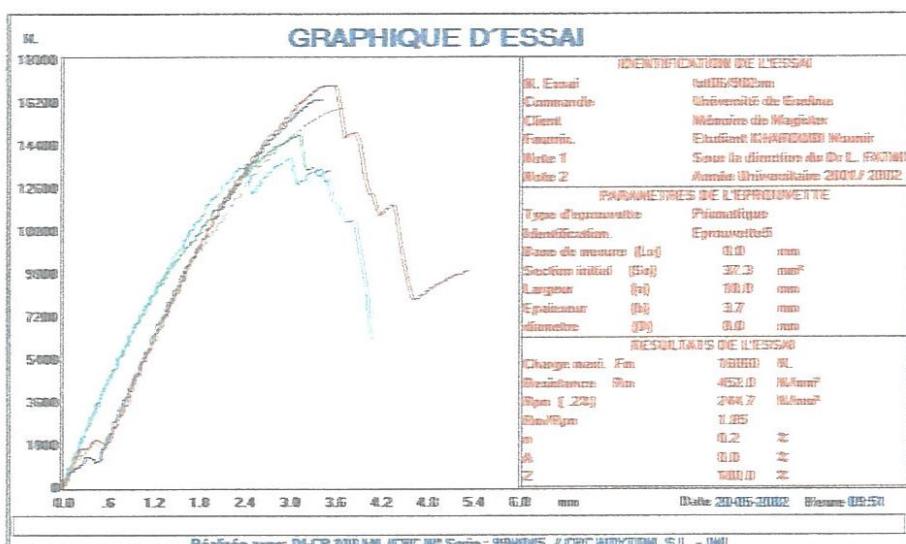
L'éprouvette est placée dans des mâchoires auto-serrantes dont celle supérieure est montée sur rotule animée d'une vitesse de 2 mm/mn, figure 2.3.



Figure 2.3 : Principe de l'essai de traction.

2.5.3 – Résultats obtenus

Les courbes de comportement mécanique charge-déplacement obtenues pour les deux types de matériaux sont représentées sur la figure 2.4. Cinq essais ont été réalisés pour chaque type de matériau.



a) ST1 ; [0₆ / 90₂]_{sm}

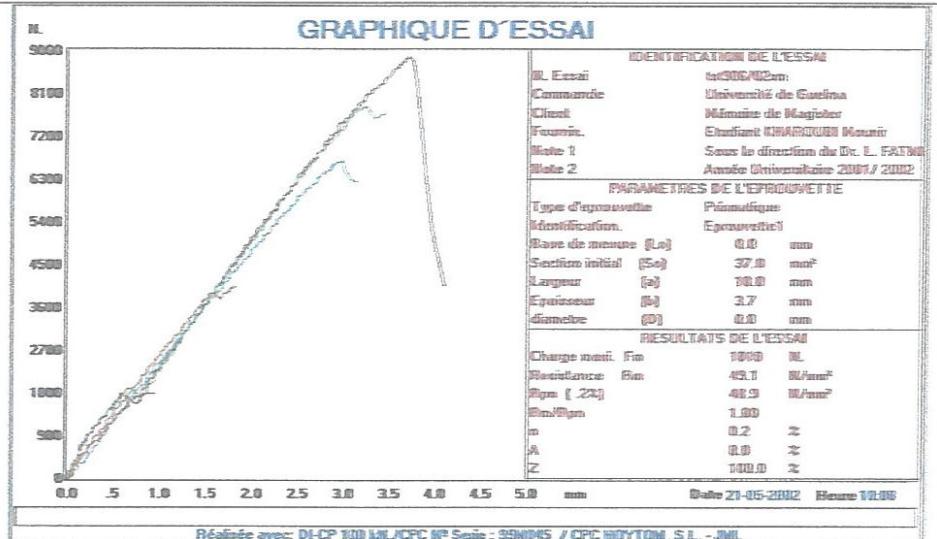
b) ST2 ; [90₆/0₂]_{sm}

Figure 2.4.: Courbes de comportement expérimental charge-déplacement en traction des matériaux ST1 et ST2.

2.5.4 Analyse des résultats

A partir des courbes de comportement charge-déplacement, nous avons calculé le module de Young en utilisant la relation de Hooke généralisée reliant la contrainte à la déformation. Les résultats obtenus sont reportés sur le tableau 2.3.

$$\sigma = E \varepsilon \quad (2.1)$$

avec

$$\sigma = \frac{F}{S_0} \quad (2.2)$$

où σ : est la contrainte de traction en [MPa] ; F : est la force appliquée en [N] ; S_0 : est la section initiale de l'éprouvette en [mm²].

Le module de Young recherché est déterminé à partir de la relation suivante :

$$E = \frac{\Delta F}{\Delta L} \frac{L_0}{S_0} \quad (2.3)$$

où E : est le module de Young recherché en [MPa] ; ΔF : est la variation de la force déterminée graphiquement en [N] ; ΔL : est la variation de l'allongement en [mm] ; L_0 : est la longueur initiale de référence en [mm] ;

ST1 ; [90 ₆ /0 ₂] _{sm}				ST2 ; [90 ₆ /0 ₂] _{sm}			
E[MPa]	E moy [MPa]	σ_r [MPa]	σ_r moy [MPa]	E[Mpa]	E moy [MPa]	σ_r [MPa]	σ_r moy [MPa]
1	16520	15684	429	6344	5500	108 id	49
2	16500		440		6086		Erroné
3	14210		404		6345		180
4	14790		368		7000		208
5	16400		452		6787		232

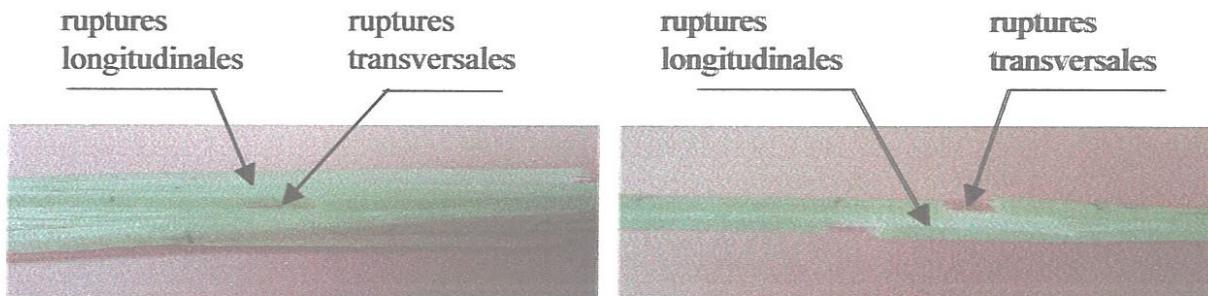
Tableau 2.3 : Contraintes à la rupture et modules de Young calculés en traction des deux matériaux

2.5.4.1 – Analyse des résultats au point de vue comportement

Il ressort des ces résultats que la valeur de la contrainte à la rupture en traction varie de [368 à 452 MPa] pour le stratifié ST1 et de [180 à 232 MPa] pour le stratifié ST2. Pour le module de Young, la variation de sa valeur va de [14210 à 16520 MPa] pour le matériau ST1 et de [5500 à 7000 MPa] pour le matériau ST2. Les défauts d'élaboration (bulles, porosités) et de réalisation des éprouvettes (défauts de surfaces et de découpe) sont à l'origine de la dispersion des contraintes, tandis que la dispersion constatée pour les valeurs du module d'élasticité est beaucoup plus attribuée à la diversité des microstructures (taux et orientation des fibres) [16]. Comme nous pouvons le constater sur la figure 2.4, le matériau possédant le plus grand nombre de plis à 0° a la plus grande rigidité et la meilleure tenue à la rupture. Les chutes de charges observées sur les courbes de comportement des éprouvettes 1, 2 et 5 du stratifié ST1 sont attribuées à l'apparition de la première macrofissure, une fois la macrofissure bute contre le renfort la charge croît à rigidité décroissante jusqu'à l'apparition de nouvelles macrofissures. La coalescence de ces macrofissures conduit à la ruine de l'éprouvette [17]. Ces mêmes phénomènes sont observés sur les courbes de comportement des éprouvettes 4 et 5 du stratifié ST2.

2.5.4.2 – Analyse des résultats au point de vue endommagement

L'analyse des mécanismes de rupture et d'endommagement observés lors et après réalisation des essais montre une initiation des ruptures de la résine pour les plis à 90° et ruptures des fibres pour les plis orientés à 0° (figure 2.5). Ces résultats vont dans le même sens que ceux obtenus par [19] lors de l'observation des processus de rupture dans des composites unidirectionnels



a) Mécanismes de ruptures "matériau ST1". b) Mécanismes de ruptures "matériau ST2".

Figure 2.5 : Modes d'endommagements observés après rupture des éprouvettes en traction

2.6 – ESSAIS DE FLEXION 3-POINTS STATIQUE.

Les essais de flexion trois points statique sont réalisés sur le banc d'essai utilisé en traction. Cinq essais ont été réalisés pour chaque type de matériau. La vitesse de l'essai est de 2 mm/mn.

2.6.1 – Préparation des éprouvettes

Des éprouvettes parallélépipédiques figure 2 ont été découpées à l'aide d'une tronçonneuse à disque diamanté à partir de plaques de $300 \times 300 \text{ mm}^2$ de dimensions, $L = 20h$, $l = 16h$ et $b = 15 \text{ mm}$ selon la norme AFNOR NF T 57-105 [18], où L , l , b et h sont respectivement la longueur totale, la longueur entre appuis, la largeur et l'épaisseur de l'éprouvette. Le tableau 2.4 résume les épaisseurs des éprouvettes utilisées.

Eprouvettes	$h \text{ [mm]}$ ST1 ; $[0_6 / 90_2]_{s_m}$	$h \text{ [mm]}$ ST2 ; $[90_6 / 0_2]_{s_m}$	$h \text{ [mm]}$; ST3 ; $[0_6 / 90_2]_{s_{Ep}}$	$h \text{ [mm]}$; ST4 ; $[90_6 / 0_2]_{s_{Ep}}$
1	3,60	3,46	5,05	4,55
2	3,71	3,58	5,31	4,70
3	3,50	3,66	4,40	4,76
4	3,61	3,43	5,26	4,75
5	3,46	3,53	4,96	4,96

Tableau 2.4 : Epaisseurs des éprouvettes utilisées

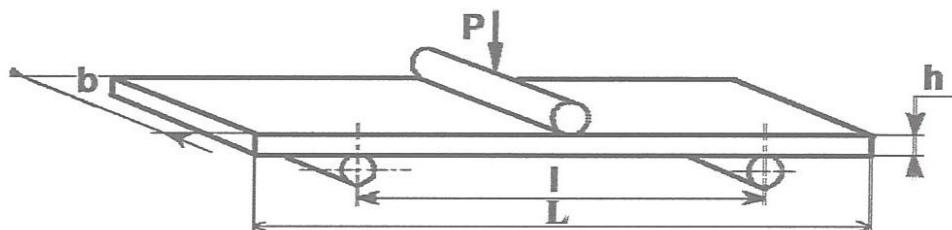


Figure 2.6 : Forme et dimensions des éprouvettes de flexion 3 points statique

La figure 2.7 représente le principe d'essai : l'éprouvette est posée sur deux tiges cylindriques de cinq millimètres de rayon des pannes inférieures, la charge est appliquée au milieu de l'éprouvette à l'aide de la panne supérieure

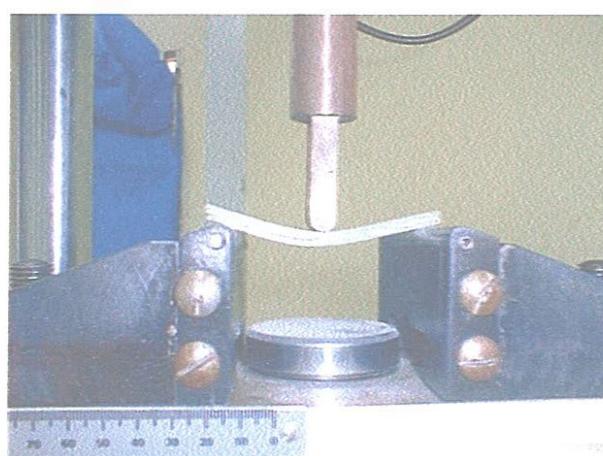
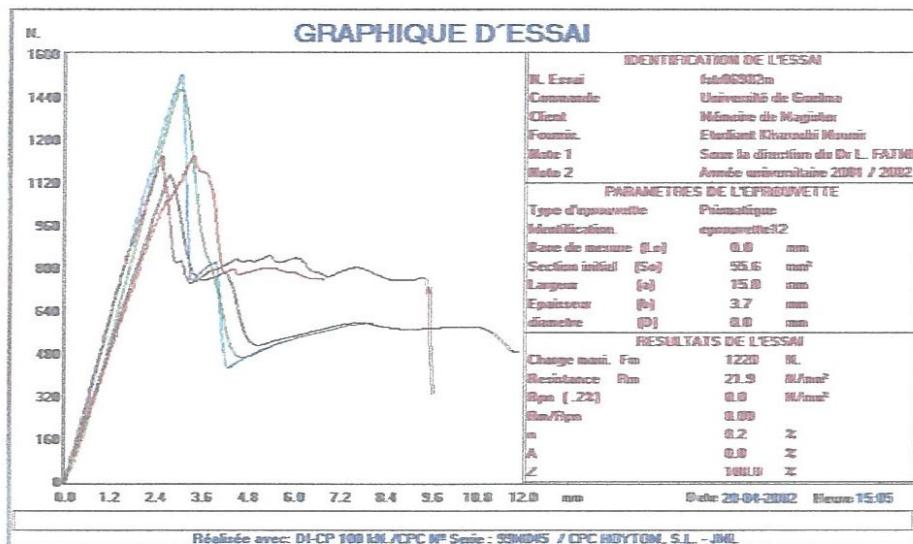


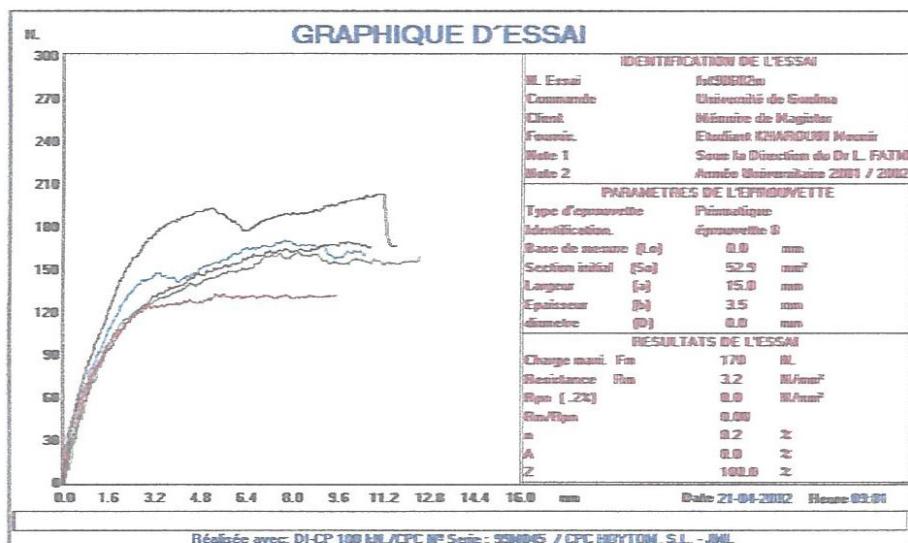
Figure 2.7 : Principe d'essai de flexion 3 points statique

2.6.2 – Résultats obtenus

Les courbes de comportement mécanique charge-déplacement obtenues en flexion 3 points statique pour les quatre types de matériaux sont représentées sur les figures 2.8 et 2.9



a) ST1 ; [0₆ / 90₂]_{sm}



b) ST2 ; [90₆ / 0₂]_{sm}

Figure 2.8 : Courbes de comportement expérimental charge-déplacement en flexion 3 points statique des stratifiés minces ST1 et ST2

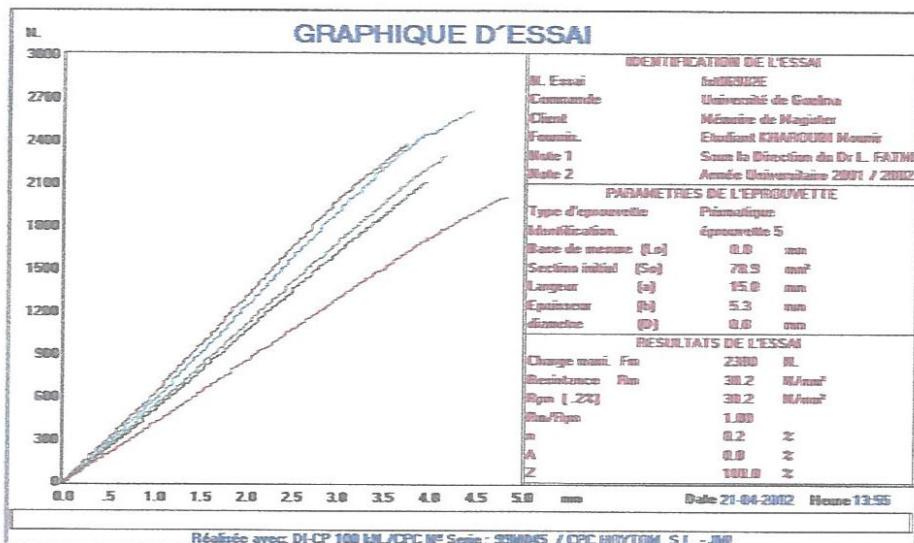
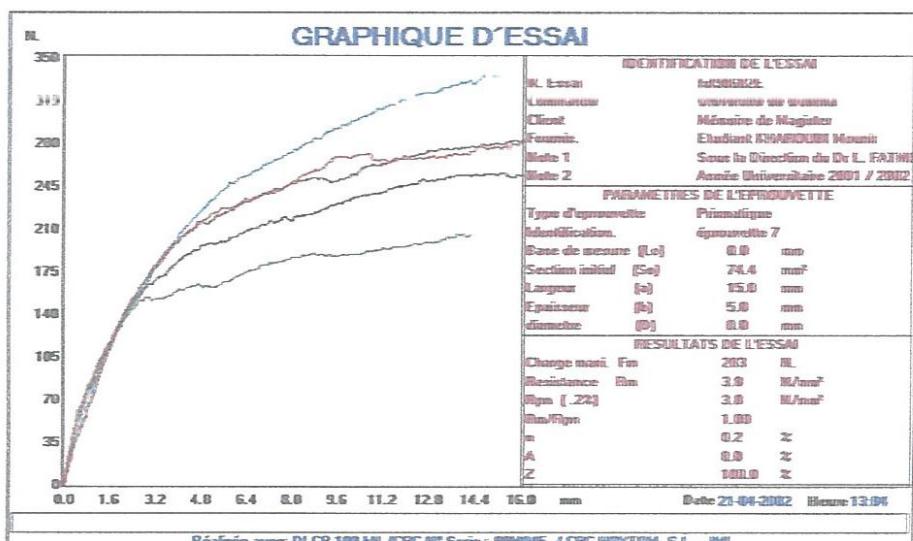
a) ST3 ; [0₆ / 90₂]_s Epb) ST 4 ; [90₆ / 0₂]_s Ep

Figure 2.9 : Courbes de comportement expérimental charge-déplacement en flexion 3 points statique des stratifiés épais ST3 et ST4

2.6.3 – Analyse des résultats

Le calcul des caractéristiques mécaniques en flexion 3 points statiques [13] est basé sur la relation (2.4) pour les contraintes à la rupture en flexion σ_f et par l'utilisation de la relation (2.5) pour la détermination des valeurs du module d'élasticité en flexion E_f .

$$\sigma_f = \frac{3F1}{2bh^2} \quad (2.4)$$

$$E_f = \frac{l^3}{4bh^3} \cdot \frac{\Delta F}{\Delta \delta} \quad (2.5)$$

où : F : la charge à la rupture appliquée [N] ; l : longueur entre appui [mm] ; b : largeur de l'éprouvette [mm] ; h : l'épaisseur [mm] ; ΔF : variation de la force sur la partie rectiligne de la courbe charge-déplacement ; $\Delta \delta$: variation de la flèche en [mm], correspondante à la variation de la force.

Eprouv.	ST1 ; [0 ₆ / 90 ₂] _{s m}					ST2 ; [90 ₆ / 0 ₂] _{s m}				
	F _{max} [N]	σ _f [MPa]	σ _{f moy} [MPa]	E _f [MPa]	E _{f moy} [MPa]	F _{max} [N]	σ _f [MPa]	σ _{f moy} [MPa]	E _f [MPa]	E _{f moy} [MPa]
1	1465	656	596	33121	34089	170	82	78	4531	4300
2	1220	514		36547		203	92		5193	
3	1218	577		33357		162	70,		3908	
4	1520	677		33688		133	66		3856	
5	1150	558		33733		170	79		4014	
ST3 ; [0 ₆ / 90 ₂] _{s Ep}					ST4 ; [90 ₆ / 0 ₂] _{s Ep}					
Eprouv.	F _{max} [N]	σ _f [MPa]	σ _{f moy} [MPa]	E _f [MPa]	E _{f moy} [MPa]	F _{max} [N]	σ _f [MPa]	σ _{f moy} [MPa]	E _f [MPa]	E _{f moy} [MPa]
	1	2291	661	674	31723	29838	89	206	73	4263
2	2608	681	30635			256		85		
3	2003	761	34671			338		110		
4	2380	633	31978			281		92		
5	2115	633	31492			283		85		

Tableau 2.5 : Contraintes à la rupture et modules d'élasticités calculés en flexion trois points statique des quatre matériaux

2.6.3.1 – Analyse des résultats au point de vue comportement

Il ressort des résultats obtenus que les valeurs calculées de la contrainte à la rupture et des modules d'élasticité en flexion varient d'une éprouvette à l'autre :

Pour les stratifiés minces on obtient :

Contraintes à la rupture en flexion	Module d'élasticité Young en flexion
514 à 677 Mpa pour le stratifié ST1	33121 à 36547 MPa pour le stratifié ST1
66 à 92 Mpa pour le stratifié ST2	3856 à 5193 MPa pour le stratifié ST2

Pour les stratifiés épais on a :

Contraintes à la rupture en flexion	Module d'élasticité en flexion
633 à 761 Mpa pour le stratifié ST3	29838 à 34671 MPa pour le stratifié ST3
73 à 110 Mpa pour le stratifié ST4	3267 à 5114 MPa pour le stratifié ST4

Les défauts d'élaboration (bulles, porosités) et de réalisation des éprouvettes (défauts de surfaces et de découpe) sont à l'origine de la dispersion des contraintes, tandis que la dispersion constatée pour les valeurs du module d'élasticité, elle est attribuée à la diversité des microstructures (taux et orientation des fibres) [16]. Comme nous pouvons le constater sur les tableaux 2 et 4, le matériau possédant le plus grand nombre de plis à 0° et le faible taux de résine possède la plus grande rigidité et la faible tenue à la rupture. Ces résultats mettent en évidence un comportement linéaire élastique pour les matériaux ST1 et ST3, la création de premières macrofissures et leurs coalescences conduisent à la rupture des éprouvettes. Les matériaux ST2 et ST4 présentent trois phases de comportements une première linéaire élastique, puis lorsque la charge augmente il y a création d'une deuxième phase à rigidité décroissante due à la propagation des microfissures conduisant à la création de macrofissures diffuses. La troisième phase est le résultat de la jonction des macrofissures menant à la ruine des éprouvettes. Ces deux matériaux sont caractérisés par un comportement à endommagement progressif. Ces phénomènes sont semblables à ceux obtenus par [17] lors de la simulation des essais de flexion 3 points statique des matériaux hétérogènes.

2.6.3.2 – Analyse des résultats au point de vue endommagement

L'analyse des mécanismes de rupture et d'endommagement observés après réalisation des essais a été faite par observation sous microscope optique (figure 2.10).



Figure 2.10 : Microscope optique

L'étude réalisée sur les quatre matériaux a permis de dégager trois types d'endommagements (figures 2.10).

Pour les stratifiés 1 et 3 dont les plis orientés 0° sont à l'extérieur, l'endommagement se fait par délaminaison entre deux ou plusieurs plis pour ST1 et mixte pour ST3, ce phénomène est la conséquence respectivement de la présence des contraintes de cisaillement inter laminaires et des contraintes de traction induites par ce type d'essais.

Pour les stratifiés 2 et 4 dont les plis à 90° sont disposés à l'extérieur l'endommagement se produit par fissuration transversale localisée essentiellement dans la résine.



a) Rupture par délaminaison localisé de ST1 dans un ou plusieurs plis ; x 40 fois.



b) Rupture transversale avec bifurcation de ST2 ; x 40 fois.



c) Rupture mixte : délaminaison et transversale de ST3 ; x 40 fois.



d) Rupture transversale bifurque de ST4 ; x 40 fois.

Figure 2.11 : Mécanismes de rupture d'endommagements observés après rupture des éprouvettes en flexion 3 points statique des quatre stratifiés

2.7 – CONCLUSIONS

Dans ce chapitre nous avons étudié des stratifiés croisés constitués de résine époxyde et de fibre de verre unidirectionnel fabriqués par le laboratoire de mécanique et structures de l'université du Maine. Plusieurs séquences d'empilement et différentes couches à 0° et 90° ont été considérées. L'étude est portée dans un premier temps sur la détermination exacte des constituants composants les matériaux en utilisant la technique de l'ingénierie inverse ayant pour but de vérifier les données constructeurs. L'étude est poursuivie sous deux autres aspects, l'un traitant le comportement mécanique sous sollicitations de traction et de flexion 3 points statique, l'autre traitant les mécanismes de rupture et d'endommagement.

L'étude des constituants des stratifiés considérés a fait apparaître des taux de fibres de 79,64 pour ST1 et ST2 et de 61,46 pour les stratifiés ST3 et ST4. Ces taux sont conformes aux données constructeur d'où l'intérêt d'une telle technique simple d'utilisation pouvant servir d'expertise pour la conformité ou pas des normes appliquées dans l'industrie de la nouvelle génération d'automobile.

Pour les essais de traction en général le comportement est linéaire élastique. Pour un certain nombre d'éprouvettes des chutes de charges ont été enregistrées liées à l'apparition de la première macrofissure. Lorsque la macrofissure se trouve entourée de renforts la charge croît à rigidité décroissante. La création de nouvelles macrofissures et leurs coalescences conduisent à la ruine de l'éprouvette [13]. Les premières ruptures apparaissent dans la résine et plus particulièrement dans les plis orientés à 90°, puis se propagent dans le reste de l'éprouvette, suivi de la rupture des fibres orientées à zéro degré. Les valeurs des contraintes à la rupture et des modules d'élasticité en traction varient du simple au double. Cette variation est principalement liée au nombre de couches orientées à zéro degré et à leurs dispositions dans l'éprouvette.

Pour les essais de flexion 3 points statique le comportement mécanique peut être classé en deux catégories l'un purement linéaire élastique jusqu'à rupture c'est le cas des matériaux ST1 et ST3 ; l'autre à endommagement progressif avec trois phases de comportement cas des stratifiés ST2 et ST4 :

- La première est linéaire élastique pour les faibles charges dont la présence de microfissures n'influe pas sur la rigidité de l'éprouvette ;
- Lorsque la charge augmente la rigidité décroît avec la progression de microfissures. La création de macrofissures diffuses caractérisent la deuxième phase ;
- La troisième phase est marquée par l'accentuation de la perte de rigidité liée à la coalescence de macrofissures, leur jonction conduit à la ruine de l'éprouvette.

L'analyse des résultats obtenus a mis en évidence une dispersion des valeurs des contraintes à la rupture et des modules d'élasticité en flexion. Le matériau possédant le plus grand nombre de plis à 0° et le faible taux de résine possède la plus grande rigidité et la plus faible tenue à la rupture.

Les mécanismes de rupture et d'endommagement observés après réalisation des essais peuvent être classés en trois catégories :

- Des ruptures par délamination localisées pour les stratifiés ST1 et mixte pour le stratifié ST3 ;
- Des ruptures transversales localisées avec bifurcation pour les stratifiés ST2 et ST4.

CHAPITRE 3

FORMULATION NUMERIQUE
DU COMPORTEMENT MECANIQUE
DES STRATIFIES

3.1 - BUT

L'objectif assigné à ce chapitre est l'élaboration d'un programme de calcul des stratifiés sous Matlab, ayant pour but la détermination et la représentation graphique des contraintes et des déformations dans les repères global et d'orthotropie tout en connaissant les caractéristiques mécaniques d'un pli (E_L , E_T , G_{LT} et ν), son orientation et son épaisseur. Pour atteindre ce but nous allons développer dans ce qui suit les principales relations nécessaires.

3.2 – CONSTANTES ELASTIQUES D'UN PLI DANS LE REPERE D'ORTHOTROPIE

Nous étudions l'assemblage de deux matériaux matrice et renfort de caractéristiques différentes, de géométrie donnée, chargé en sollicitation simple, afin d'évaluer les caractéristiques élastiques du matériau composite [20] (figure 3.1).

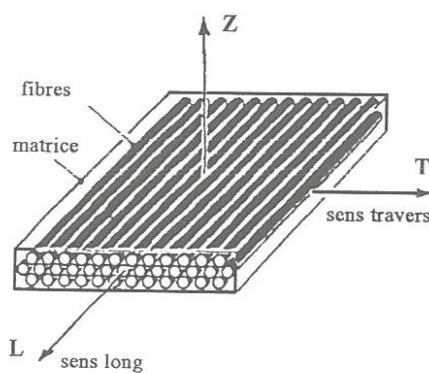


Figure 3.1 : Pli unidirectionnel

3.2.1 – Loi des mélanges

3.2.1.1 – Module d'élasticité longitudinal E_L

Les deux matériaux matrice et fibre sont considérés collés (figure 3.2), par hypothèse ; la matrice (m) et la fibre (f) possèdent la même déformation longitudinale ε_L ; une liberté suivant Z sur l'interface entre les deux matériaux conduit à des déformations de la matrice et de la fibre différentes $\varepsilon_{zm} \neq \varepsilon_{zf}$.

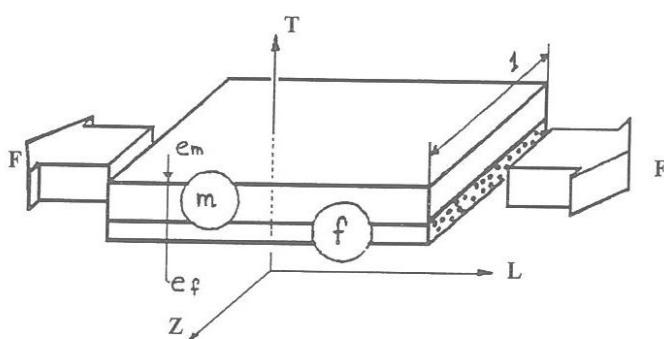


Figure 3.2 : Chargement longitudinal

L'état de contraintes correspondant au chargement F peut être présenté sous la forme :

$$\Sigma_m \rightarrow \begin{bmatrix} \sigma_L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_m \quad \text{et} \quad \Sigma_f \rightarrow \begin{bmatrix} \sigma_L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_f$$

avec : Σ_m et Σ_f tenseurs de contraintes respectifs de la matrice et des fibres.

A cet état de contraintes correspondent des états de déformations de la matrice et de la fibre donnés par :

$$\varepsilon_m \rightarrow \begin{bmatrix} \varepsilon_L & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_T & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix}_m \quad \text{et} \quad \varepsilon_f \rightarrow \begin{bmatrix} \varepsilon_L & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_T & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix}_f$$

Les constituants du matériau ont un comportement linéaire élastique et isotrope, la loi de comportement peut s'écrire sous la forme :

$$\varepsilon = \frac{1+\nu}{E} \Sigma - \frac{\nu}{E} \text{trace}(\Sigma) I$$

Relation dans laquelle ε et Σ représentent respectivement les tenseurs de déformations et de contraintes et I le tenseur unité. Les coefficients E et ν sont les caractéristiques mécaniques du matériau.

Le comportement du matériau composite dans le plan L, T se réduit à :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_T \\ \varepsilon_{LT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_L} & -\frac{\nu_{TL}}{E_T} & 0 \\ -\frac{\nu_{LT}}{E_L} & \frac{1}{E_T} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \tau_{LT} \end{bmatrix}$$

La contrainte longitudinale obtenue par l'application de la charge F sur la section S du matériau est donnée par l'expression :

$$\sigma_{L(m+f)} = \frac{F}{S} = \frac{F}{(e_m + e_f) \times 1}$$

où e_m et e_f sont respectivement l'épaisseur de la matrice et des fibres et.

$$F = F_m + F_f$$

$$F_m = \sigma_{Lm} e_m \quad \text{et} \quad F_f = \sigma_{Lf} e_f$$

Donc :

$$\sigma_{L(m+f)} = \frac{F_m}{S} + \frac{F_f}{S} = \sigma_{Lm} \frac{e_m}{(e_m + e_f) \times 1} + \sigma_{Lf} \frac{e_f}{(e_m + e_f) \times 1}$$

$$V_m = \frac{e_m}{e_m + e_f} \text{ et } V_f = \frac{e_f}{e_m + e_f}$$

$$\sigma_{L(m+f)} = \sigma_{Lm} V_m + \sigma_{Lf} V_f = E_L \varepsilon_L = E_m \varepsilon_m V_m + E_f \varepsilon_f V_f$$

V_m et V_f sont respectivement les fractions volumiques de la matrice et des fibres.

L'expression de la contrainte conduit à l'expression du module d'élasticité longitudinal :

$$E_L = E_m V_m + E_f V_f$$

Sachons que $V_m + V_f = 1$, nous pouvons écrire :

$$E_L = E_m V_m + E_f (1 - V_m) = E_f V_f + E_m (1 - V_f) \quad (3.1)$$

3.2.1.2 – Module d'élasticité transversal E_T

Pour évaluer le module d'élasticité transversal E_T , nous appliquons un chargement différent tout en conservant le même matériau que précédemment (figure 3.3). Une liberté suivant la direction L nous ramène à des valeurs distinctes de $\varepsilon_{Lm} \neq \varepsilon_{Lf}$ et une liberté suivant la direction Z donne des valeurs différentes de $\varepsilon_{Zm} \neq \varepsilon_{Zf}$.

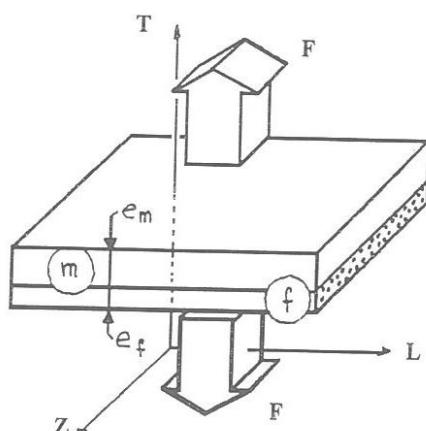


Figure 3.3 : Chargement transversal

D'après cette hypothèse le chargement F provoque des états de contraintes identiques pour la matrice et la fibre.

$$\sum_{m \text{ ou } f} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_T & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{m \text{ ou } f}$$

Les déformations s'écrivent :

$$\varepsilon_{m \text{ ou } f} \rightarrow \begin{bmatrix} \varepsilon_L & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_T & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_Z \end{bmatrix}_{m \text{ ou } f}$$

pour le composite (m + f) on aura :

$$\varepsilon_T = \frac{1}{E_T} \sigma_T = \frac{\Delta(e_m + e_f)}{e_m + e_f} = \frac{\Delta e_m}{e_m + e_f} + \frac{\Delta e_f}{e_m + e_f} = \varepsilon_{Tm} V_m + \varepsilon_{Tf} V_f$$

cette expression peut être réécrite sous la forme :

$$\frac{1}{E_T} \sigma_T = \frac{1}{E_m} \sigma_T V_m + \frac{1}{E_f} \sigma_T V_f \Rightarrow \frac{1}{E_T} = \frac{1}{E_m} V_m + \frac{1}{E_f} V_f \Rightarrow E_T = \frac{E_m E_f}{V_m E_f + V_f E_m}$$

En divisant le numérateur et le dénominateur de l'expression précédente par E_f , la relation finale prendra la forme suivante :

$$E_T = E_m \left[\frac{1}{V_m + \frac{E_m}{E_f} V_f} \right] = E_m \left[\frac{1}{(1 - V_f) + \frac{E_m}{E_f} V_f} \right] \quad (3.2)$$

3.2.1.3 – Coefficient de Poisson ν

Considérons le chargement défini (figure 3.2), la déformation transversale pour la matrice et les fibres s'écrit :

$$\varepsilon_T = -\frac{\nu}{E} \sigma_T = -\nu \varepsilon_L$$

soit pour le composite :

$$\varepsilon_{T(m+f)} = -\frac{\nu_{lt}}{E_L} \sigma_{L(m+f)} = -\nu_{LT} \varepsilon_L$$

Les variations transverses s'écrivent :

$$\varepsilon_{T(m+f)} = \frac{\Delta(e_m + e_f)}{(e_m + e_f)} = \frac{\Delta e_m}{e_m} V_m + \frac{\Delta e_f}{e_f} V_f$$

$$\varepsilon_{T(m+f)} = \varepsilon_{Tm} V_m + \varepsilon_{Tf} V_f$$

En ayant une valeur commune de ε_L dans la fibre et la matrice on a :

$$-\nu_{LT} \varepsilon_L = -\nu_m \varepsilon_L V_m - \nu_f \varepsilon_L V_f \Rightarrow \nu_{LT} = \nu_m V_m + \nu_f V_f \quad (3.3)$$

ν_m , ν_f : Sont les coefficients de Poisson respectifs de la matrice et des fibres.

3.2.1.4 – Module de cisaillement G_{LT}

La figure 3.4 représente le schéma de chargement permettant de mettre en évidence le module de cisaillement G_{LT} en partant des déformations angulaires provoquées par la sollicitation.

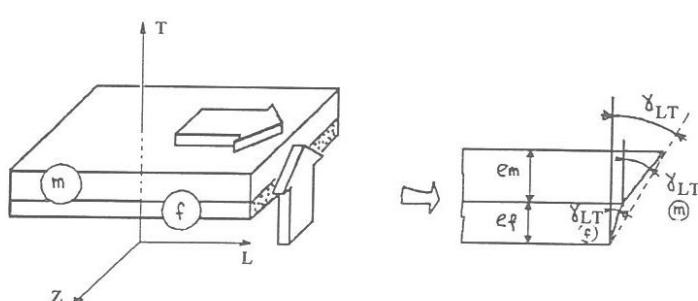


Figure 3.4 : Chargement donnant le cisaillement

L'état de contraintes est le même pour la matrice (m) et les fibres (f).

$$\Sigma \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & \tau_{LT} & 0 \\ \tau_{LT} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

L'état de déformations engendré par cet état de contraintes est donné par :

$$\varepsilon_{m \text{ ou } f} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & \varepsilon_{LT} & 0 \\ \varepsilon_{LT} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Les lois de comportements du matériau matrice plus fibres nous permettent d'écrire :

$$\varepsilon_{LT} = \frac{1+\nu}{E} \tau_{LT} = \frac{\tau_{LT}}{2G} \text{ et } \gamma_L = \frac{\tau_{LT}}{G}$$

où τ_{LT} , γ_L , et G désignent respectivement la contrainte de cisaillement, la déformation angulaire et le module de cisaillement.

D'autre part on observe sur la figure 3.4 que :

$$\gamma_{LT(m+f)} (\varepsilon_m + \varepsilon_f) = \gamma_{LTm} \varepsilon_m + \gamma_{LTf} \varepsilon_f = \gamma_{LTm} V_m + \gamma_{LTf} V_f$$

$$\frac{\tau_{LT}}{G_{LT}} = \frac{\tau_{LTm}}{G_m} V_m + \frac{\tau_{LTf}}{G_f} V_f \text{ en ayant } \tau_{LTm} = \tau_{LTf} \text{ nous pouvons écrire :}$$

$$\frac{1}{G_{LT}} = \frac{1}{G_m} V_m + \frac{1}{G_f} V_f \Rightarrow G_{LT} = G_m \left[\frac{1}{\left(1 - V_f\right) + \frac{G_m}{G_f} V_f} \right] \quad (3.4)$$

Avec : G_m et G_f modules de cisaillements respectifs de la matrice et des fibres.

3.2.2 – Autres formules donnant les modules

La comparaison entre valeurs expérimentales et numériques [9] a montré que seules les formules (3.1) et (3.3) donnent des valeurs proches de celles obtenues expérimentalement, d'où la nécessité d'utiliser d'autres formules. Pour calculer ces valeurs numériques il est nécessaire au préalable de déterminer les valeurs de divers modules des fibres et de la matrice en utilisant les expressions suivantes :

	Pour la matrice	pour les fibres
Module de cisaillement	$G_m = \frac{E_m}{2(1+\nu_m)}$	$G_f = \frac{E_f}{2(1+\nu_f)}$
Module de compressibilité	$k_m = \frac{E_m}{3(1+2\nu_m)}$	$k_f = \frac{E_f}{3(1+2\nu_f)}$
Module de compression latérale	$K_m = k_m + \frac{G_m}{3}$	$K_f = k_f + \frac{G_f}{3}$

3.2.2.1 – Module de cisaillement longitudinal G_{LT}

La valeur du module de cisaillement longitudinal du composite est donnée par la formule suivante :

$$G_{LT} = G_m \frac{G_f (1 + V_f) + G_m (1 - V_f)}{G_f (1 - V_f) + G_m (1 + V_f)} \quad (3.5)$$

3.2.2.2 – Module de compression latéral K_L

Le module de compression latérale d'un matériau composite est obtenue par :

$$K_L = K_m + \frac{V_f}{\frac{1}{k_f - k_m + \frac{(G_f - G_m)}{3}} + \frac{1 - V_f}{k_m + \frac{4}{3} G_m}} \quad (3.6)$$

3.2.2.3 – Module de cisaillement transversal G_{TZ}

La valeur du module de cisaillement transversal rapportée au repère de la figure 3.1 est donné par :

$$G_{TZ} = G_m \left(1 + \frac{V_f}{\frac{G_m}{G_f - G_m} + \frac{k_m + 7 G_m/3}{2 k_m + 8 G_m/3} (1 - V_f)} \right) \quad (3.7)$$

3.2.2.4 – Module de Young transversal E_T

L'expression (3.8) permet d'obtenir la valeur du module de Young transversal.

$$E_T = \frac{2}{\frac{1}{2 K_L} + \frac{1}{2 G_{TZ}} + \frac{2 \nu_{LT}^2}{E_L}} \quad (3.8)$$

3.3 – CHAMP DES DEFORMATIONS

Le champ des déplacements du premier degré est écrit sous la forme :

$$\begin{cases} u(x, y, z) = u(x, y, 0) + z \varphi_x(x, y) \\ v(x, y, z) = v(x, y, 0) + z \varphi_y(x, y) \\ w(x, y, z) = w(x, y, 0) \end{cases} \quad (3.9)$$

La déformée de la normale au plan moyen (Oxy) est alors un segment de droite normale à la déformée du plan moyen.

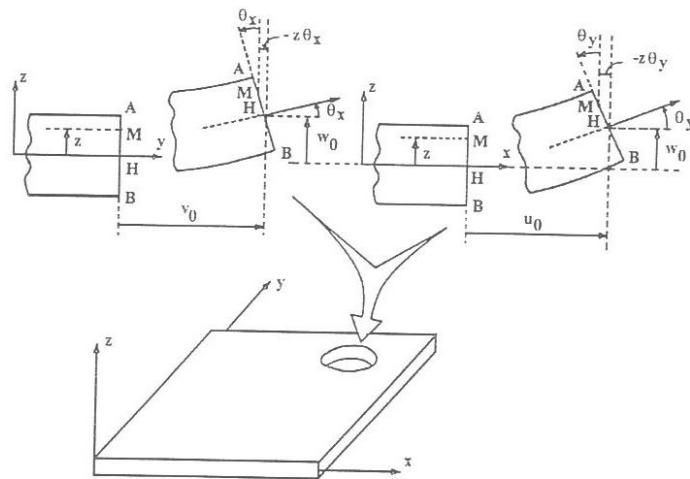


Figure 3.5 : Schématisation des déformations dans le cas de la théorie classique des stratifiés

Le champ des déformations déduit du champ des déplacements (3.9) a la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial x} + z \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \\ \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v_0}{\partial y} + z \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} \\ \varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial w_0}{\partial z} = 0 \\ \gamma_{xy} = 2 \varepsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + z \left(\frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} \right) \\ \gamma_{xz} = 2 \varepsilon_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial w_0}{\partial x} + \varphi_x \\ \gamma_{yz} = 2 \varepsilon_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial w_0}{\partial y} + \varphi_y \end{array} \right. \quad (3.10)$$

Avec :

ε_{ij} : tenseur de déformations de rang 2, symétrique. $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.11)$$

γ_{ij} : déformation en cisaillement

$$\gamma_{ij} = 2 \varepsilon_{ij} \quad (3.12)$$

u_0 , v_0 et w_0 : sont les déplacements d'un point de référence M_0 (figure 3.5) de coordonnées x , y , du plan (Oxy)

$$\begin{aligned}
 u_0 &= u_0(x, y) = u(x, y, 0) \\
 v_0 &= v_0(x, y) = v(x, y, 0) \\
 w_0 &= w_0(x, y) = w(x, y, 0)
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

u, v, w sont les déplacements d'un point quelconque $M (x, y, z)$. L'hypothèse de la théorie des stratifiés consiste à négliger le cisaillement transverse donc :

$$\gamma_{xz} = 0 \text{ et } \gamma_{yz} = 0 \tag{3.14}$$

En remplaçant γ_{xz} et γ_{yz} par leurs valeurs dans l'expression (3.10) nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned}
 \varphi_x(x, y) &= -\frac{\partial w_0}{\partial x} \\
 \varphi_y(x, y) &= -\frac{\partial w_0}{\partial y}
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

Le champ des déformations se réduit à (3.16) en tenant compte de (3.15)

$$\left\{
 \begin{aligned}
 \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u_0}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\
 \varepsilon_{yy} &= \frac{\partial v_0}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\
 \varepsilon_{zz} &= 0 \\
 \gamma_{xy} &= \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) - 2z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \\
 \gamma_{xz} &= 0 \\
 \gamma_{yz} &= 0
 \end{aligned}
 \right. \tag{3.16}$$

Le tenseur des déformations en tout point M est donné par :

$$\varepsilon(M) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & 0 \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.17}$$

et la matrice des déformations se présente sous la forme :

$$\varepsilon(M) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \tag{3.18}$$

Le champ des déformations est la superposition des déformations en membrane et des déformations en flexion - torsion :

$$\varepsilon(M) = \varepsilon_m(M) + \varepsilon_f(M) \quad (3.19)$$

Les déformations en membranes s'expriment sous la forme :

$$\varepsilon_m(M) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Les déformations en flexion- torsion sont données par :

$$\varepsilon_f(M) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^f \\ \varepsilon_{yy}^f \\ \gamma_{xy}^f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -z \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Généralement, les déformations en flexion- torsion sont présentées sous la forme.

$$\varepsilon_f(M) = z K(x, y) \quad (3.22)$$

en posant,

$$K(x, y) = \begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

La matrice $K(x, y)$ est appelée matrice des courbures de la plaque sollicitée en flexion et le champ des déformations s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

avec :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx}^0 &= \frac{\partial u_0}{\partial x}, & \varepsilon_{yy}^0 &= \frac{\partial v_0}{\partial y}, & \gamma_{xy}^0 &= \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \\ K_x &= -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}, & K_y &= -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2}, & K_{xy} &= -2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{aligned}$$

3.4 – CHAMP DES CONTRAINTES

La théorie élémentaire des plaques fait l'hypothèse que les contraintes normales σ_{zz} sont négligeables $\sigma_{zz} = 0$ dans le volume de la plaque par rapport aux autres composantes σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{xy} . Cette hypothèse est étendue à la théorie des stratifiés (figure 3.6).

En utilisant la matrice de rigidité d'un pli d'un composite unidirectionnel, rapporté au axes (o,x,y,z) du stratifié. L'état de contrainte en un point M appartenant à la couche k du stratifié s'écrit en fonction du champ de déformation.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ 0 \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & C_{36} \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{45} & C_{55} & 0 \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Cette relation peut être réécrite en séparant les contraintes de cisaillement et les déformations de cisaillement transverse comme suit :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ 0 \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{16} & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{26} & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{36} & 0 & 0 \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{45} & C_{55} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

où C_{ij} sont les coefficients de rigidité de la couche k.

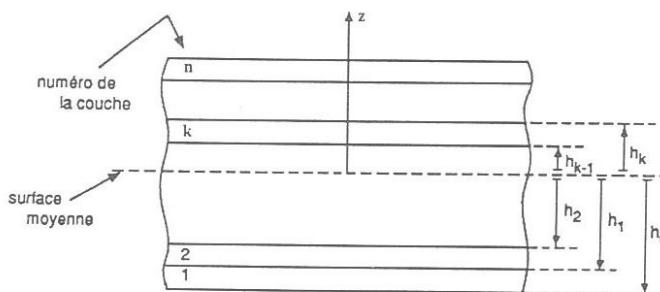


Figure 3.6 : Elément de plaque stratifiée

Les contraintes dans la couche k s'expriment à l'aide des coefficients de rigidité Q'_{ij} suivant :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} & 0 & 0 \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} & 0 & 0 \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{45} \\ 0 & 0 & 0 & C_{45} & C_{55} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} \text{ ou } Q'_{ij} = C_{ij} \frac{C_{i3} C_{j3}}{C_{33}} \quad (3.27)$$

Le champ des contraintes est obtenu à l'aide de la relation (3.27). Dans le cadre de la théorie classique des stratifiés, nous obtenons pour la couche k.

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = Q'_{11} \varepsilon_{xx} + Q'_{12} \varepsilon_{yy} + Q'_{16} \gamma_{xy} \\ \sigma_{yy} = Q'_{12} \varepsilon_{xx} + Q'_{22} \varepsilon_{yy} + Q'_{26} \gamma_{xy} \\ \sigma_{xy} = Q'_{16} \varepsilon_{xx} + Q'_{26} \varepsilon_{yy} + Q'_{66} \gamma_{xy} \\ \sigma_{yz} = 0 \\ \sigma_{xz} = 0 \end{cases} \quad (3.28)$$

Le tenseur des contraintes au point M est donc de la forme :

$$\sigma(M) = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Les relations (3.28) montrent que les contraintes dans la couche k peuvent être écrites sous la forme :

$$[\sigma_{ij}] = Q'_k [\varepsilon_{ij}] \quad (3.30)$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_k = Q'_k \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

Avec, : $Q'_k = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k$, matrice de rigidité réduite de la couche k .

En tenant compte de (3.24) et (3.31) nous pouvons écrire :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \varepsilon_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

$$\text{ou } \sigma_k(M) = \sigma_k(M(x, y, z)) = Q'_k \varepsilon_m(x, y) + z Q'_k K(x, y) \quad (3.33)$$

$\sigma_k(M)$ représente la matrice des contraintes dans la couche k située à une distance z de la fibre neutre avec $h_{k-1} \leq z \leq h_k$. La matrice de rigidité réduite Q'_k varie d'une couche à l'autre, il en résulte donc une discontinuité du champ des contraintes entre couches successives.

3.5 – EXPRESSION DES RESULTANTES, MOMENTS ET EQUATION CONSTITUTIVE

3.5.1 – Résultante en membrane

Le champ des résultantes en membrane[21], noté $N(x,y)$ est défini par :

$$N(x, y) = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_k(M) dz \quad (3.34)$$

où $\sigma_k(M)$ est la matrice des contraintes en membrane σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{xy} dans la couche k :

$$N(x, y) = \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} dz \quad (3.37)$$

N_x , N_y , N_{xy} sont les résultantes par unité de longueur, respectivement des contraintes normales selon x , y et des contraintes de cisaillement, dans le plan (x, y) . Elles sont schématisées sur la figure 3.7.

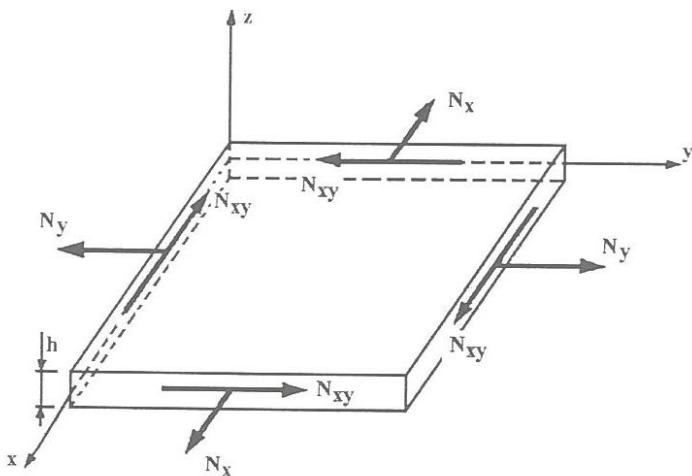


Figure 3.7 : Représentation des résultantes en membrane des actions exercées sur un élément de plaque stratifiée.

La discontinuité des contraintes en passant d'une couche à l'autre conduit à réécrire la relation (3.35) sous la forme :

$$N(x, y) = \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} dz \quad (3.36)$$

En introduisant (3.33) dans (3.36), l'expression des résultantes en membrane s'écrit alors :

$$\begin{aligned}
 N(x, y) &= \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} [Q'_k \varepsilon_m(x, y) + z Q'_k K(x, y)] dz \\
 N(x, y) &= \sum_{k=1}^n \left[Q'_k \varepsilon_m(x, y) \int_{h_{k-1}}^{h_k} dz \right] + \sum_{k=1}^n \left[Q'_k K(x, y) \int_{h_{k-1}}^{h_k} z dz \right] \\
 N(x, y) &= \left[\sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1}) Q'_k \right] \varepsilon_m(x, y) + \left[\frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (h_k^2 - h_{k-1}^2) Q'_k \right] K(x, y)
 \end{aligned}$$

$$\text{soit : } N(x, y) = A \varepsilon_m(x, y) + B K(x, y) \quad (3.37)$$

Avec :

$$A = \sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1}) Q_k, \text{ ou } A = [A_{ij}], \text{ Avec } A_{ij} = \sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1}) (Q_{ij})_k \quad (3.38)$$

$$B = \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} (h_k^2 - h_{k-1}^2) Q'_k, \text{ ou } B = [B_{ij}] \text{ Avec } B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (h_k^2 - h_{k-1}^2) (Q'_{ij})_k \quad (3.39)$$

L'expression développée des résultantes s'écrit :

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

Ces équations montrent que dans le cas d'un stratifié, les résultantes en membrane (N_x, N_y, N_{xy}) ne sont pas seulement fonction des déformations en membrane ($\varepsilon_{xx}^0, \varepsilon_{yy}^0, \gamma_{xy}^0$) comme dans le cas de plaque homogène, mais sont également fonction des courbures de flexion et de torsion (K_x, K_y, K_{xy}).

3.5.2 – Moment de flexion et de torsion

Les relations fondamentales des stratifiés font également intervenir les moments résultants des contraintes exercées sur un élément du stratifié [21]. Les moments de flexion et de torsion (figure 3.8) sont définis par :

$$M_f(x, y) = \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} z \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_k dz \quad (3.41)$$

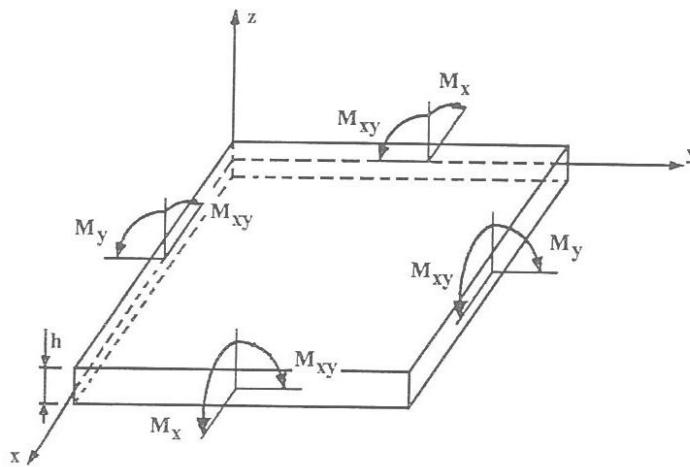


Figure 3.8 : Représentation des moments de flexion et de torsion

En introduisant (3.33) dans (3.41), l'expression du champ des moments s'écrit :

$$M_f(x, y) = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} [z Q'_k \varepsilon_m(x, y) + z^2 Q'_k K(x, y)] dz$$

ou

$$M_f(x, y) = \left[\frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (h_k^2 - h_{k-1}^2) Q'_k \right] \varepsilon_m(x, y) + \left[\frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (h_k^3 - h_{k-1}^3) Q'_k \right] K(x, y)$$

soit

$$M_f(x, y) = B \varepsilon_m(x, y) + D K(x, y) \quad (3.42)$$

En introduisant la matrice $[D_{ij}]$:

$$D = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (h_k^3 - h_{k-1}^3) Q'_k, \text{ ou } D = [D_{ij}], \text{ Avec } D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (h_k^3 - h_{k-1}^3) (Q'_{ij})_k \quad (3.43)$$

Alors l'expression développée des moments s'écrit sous la forme :

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

Les moments de flexion et de torsion sont donc fonction des courbures en flexion et en torsion, mais sont également fonction des déformations en membrane.

3.5.3 – Equation du comportement mécanique d'un stratifié

3.5.3.1 – Equation constitutive

L'équation constitutive d'une plaque stratifiée exprimant les résultantes et les moments en fonction des déformations en membrane et courbures ; est obtenue en regroupant les expressions (3.40) et (3.44) sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

ou bien sous forme contractée :

$$\begin{bmatrix} N \\ M_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_m \\ K \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

En introduisant l'épaisseur e_k et la cote z_k du centre de la couche k dans les expressions (3.39), (3.38) et dans (3.43) on obtient :

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n (Q_{ij})_k e_k. \quad (3.47)$$

$$B_{ij} = \sum_{k=1}^n (Q_{ij})_k e_k z_k \quad (3.48)$$

$$D_{ij} = \sum_{k=1}^n (Q_{ij})_k (e_k z_k^2 + \frac{e_k^3}{12}) \quad (3.49)$$

Les coefficients A_{ij} , B_{ij} , D_{ij} de l'équation constitutive (3.46) d'un stratifié s'expriment donc à partir des constantes de rigidité réduites des couches, obtenues pour chaque couche en fonction des modules de l'ingénieur

3.5.3.2 – Matrice de rigidité

La matrice de l'expression (3.46) représente la rigidité du stratifié, décrivant macroscopiquement le comportement élastique du stratifié au point $M(x,y,0)$. La matrice A est la matrice de rigidité en membrane, D la matrice de rigidité en flexion et B la matrice de couplage membrane–flexion-torsion. Ce couplage existe même si les matériaux des couches sont isotropes. Il est le résultat de la stratification des couches de caractéristiques mécaniques différentes. Le couplage est nul, seulement dans le cas où le stratifié est symétrique. La symétrie implique une symétrie des propriétés des couches, de leurs cotes et de leurs orientations.

Divers couplages peuvent être observés et mis en évidence. Le couplage traction – cisaillement provient des termes A_{16} et A_{26} ; le couplage membrane – flexion résulte des

termes B_{11} , B_{12} et B_{22} , le couplage membrane – torsion résulte des termes B_{16} et B_{26} alors que le couplage flexion – torsion résulte des coefficients D_{16} et D_{26} .

3.6 – DETERMINATION DES DEFORMATIONS ET CONTRAINTES D’UN STRATIFIÉ

Les problèmes de conception des structures en matériaux composites nécessitent de résoudre le problème inverse, connaissant les résultantes en membrane et les moments, on recherche les déformations en membrane, les courbures puis les contraintes.

3.6.1 – Détermination des constantes de rigidité réduites dans les axes principaux

La matrice de rigidité réduite [20], exprimée dans les axes principaux, s’écrit :

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

avec :

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{E_L}{1 - \frac{E_T}{E_L} v_{LT}^2} & Q_{22} &= \frac{E_T}{1 - \frac{E_L}{E_T} v_{LT}^2} = \frac{E_T}{E_L} Q_{11} \\ Q_{12} &= v_{LT} Q_{22} & Q_{66} &= G_{LT} \end{aligned} \quad (3.51)$$

3.6.2 – Détermination de la rigidité de chaque couche exprimée dans les axes du stratifié

Pour chaque couche la matrice de rigidité réduite exprimée dans les axes du stratifié est notée :

$$Q' = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

avec :

$$\begin{aligned} Q'_{11} &= Q_{11} \cos^4 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\ Q'_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} + 4Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{12} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) \\ Q'_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta \\ Q'_{22} &= Q_{11} \sin^4 \theta + Q_{22} \cos^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\ Q'_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta \\ Q'_{66} &= [Q_{11} + Q_{22} - 2(Q_{12} + Q_{66})] \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{66} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) \end{aligned} \quad (3.53)$$

3.6.3 – Construction de la matrice de rigidité du stratifié

Le regroupement des matrices de rigidité A_{ij} , B_{ij} , D_{ij} , permet la construction de la matrice de rigidité de l’équation constitutive.

$$\begin{bmatrix} N \\ M_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_m \\ K \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

L'inversion de la matrice de rigidité de l'équation constitutive conduit à :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_m \\ K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} N \\ M_f \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

3.6.4 – Champ des déformations

Les déformations rapportées aux axes de référence (x,y) (figure 3.9) peuvent être écrites comme suit :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix}_k + z \begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix}_k \quad (3.56)$$

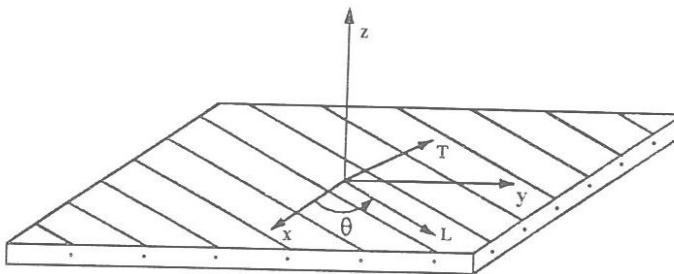


Figure 3.9 : Axes principaux d'une couche (L,T,z) et axes de référence du stratifié (x,y,z)

Les déformations, exprimées dans les axes principaux de la couche d'orientation θ par rapport aux axes de référence du stratifié sont données par :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_T \\ \gamma_{LT} \end{bmatrix}_k = T \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

$$T = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & sc \\ s^2 & c^2 & -sc \\ -2sc & 2sc & c^2 - s^2 \end{bmatrix}_k \quad \text{où } s = \sin \theta \text{ et } c = \cos \theta \quad (3.58)$$

L'introduction des déformations en membrane et courbures dans (3.57) mènent à

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_T \\ \gamma_{LT} \end{bmatrix}_k = A_k + z B_k \quad \text{où } A_k = T \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix}_k \text{ et } B_k = T \begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix}_k \quad (3.59)$$

3.6.5 – Champ des contraintes

Les contraintes dans chaque couche, rapportées aux axes de référence (x,y) sont déterminées par l'expression suivante :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}_k \quad (3.60)$$

L'introduction des déformations en membrane et courbures dans (3.60) conduit à :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_k = A_{1k} + z B_{1k} \text{ où } A_{1k} = Q'_k \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} \text{ et } B_{1k} = Q'_k \begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

Les contraintes, exprimées par rapport aux axes principaux de la couche se calculent ensuite soit effectuant un changement de base sur les contraintes σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{xy} ou directement à partir des déformations ε_L , ε_T , ε_{LT} dans les axes principaux.

Par changement de base :

$$\begin{bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \sigma_{LT} \end{bmatrix}_k = T' \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 2sc \\ s^2 & c^2 & -2sc \\ -sc & sc & c^2 - s^2 \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_k \text{ où } c = \cos\theta \text{ et } s = \sin\theta \quad (3.62)$$

L'utilisation de l'expression (3.61) conduit à la réécriture de l'expression (3.62) sous la forme :

$$\begin{bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \sigma_{LT} \end{bmatrix}_k = A_{2k} + z B_{2k} \text{ où } A_{2k} = T' A_{1k} \text{ et } B_{2k} = T' B_{1k} \quad (3.63)$$

Par des déformations dans les axes principaux :

$$\begin{bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \sigma_{LT} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_T \\ \gamma_{LT} \end{bmatrix}_k \quad (3.64)$$

3.7 – FLEXION DES POUTRES

3.7.1 – Généralités

Les poutres sont utilisées comme des éléments de base des structures. La caractérisation mécanique des stratifiés ou sandwiches se fait sur des éprouvettes sous forme de poutres, nous développons dans ce qui suit une analyse des poutres.

Dans le cas de la théorie des poutres la longueur L est prise très supérieure à sa largeur b (figure 3.10). La présente partie traite la flexion des poutres stratifiées symétriques (absence de couplage flexion-membrane).

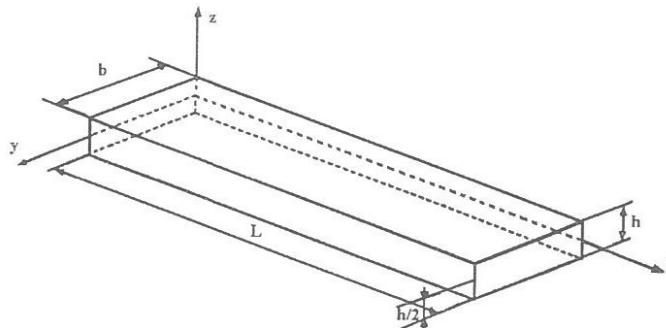


Figure 3.10 : Elément de poutre

3.7.2 – Equation générales

L'équation d'une flexion pure d'un stratifié symétrique se présente sous la forme :

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.65)$$

où K_x , K_y et K_{xy} sont définis par les relation (3.23)

$$K_x = - \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \quad K_y = - \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \quad K_{xy} = - 2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \quad (3.66)$$

L'inversion de l'équation (3.57) donne :

$$\begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{D}_{11} & \bar{D}_{12} & \bar{D}_{16} \\ \bar{D}_{12} & \bar{D}_{22} & \bar{D}_{26} \\ \bar{D}_{16} & \bar{D}_{26} & \bar{D}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.67)$$

Les termes \bar{D}_{ij} sont les éléments de la matrice inverse de $[D_{ij}]$. La théorie des poutres à pour hypothèse que dans le cas d'une flexion suivant l'axe x , les moments M_y et M_{xy} sont nuls :

$$M_y = M_{xy} = 0 \quad (3.68)$$

En se basant sur les relations (3.67) et (3.68) nous pouvons écrire :

$$K_x = - \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} = \bar{D}_{11} M_x \quad (3.69)$$

Sachons que la théorie des poutres fait également l'hypothèse que la flèche n'est fonction que de x , on peut noter :

$$w_0 = w_0(x) \quad (3.70)$$

Les courbures K_y et K_{xy} sont fonctions du moment de flexion M_x d'où :

$$K_y = -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} = \bar{D}_{12} M_x \text{ et } K_{xy} = -2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial y \partial x} = \bar{D}_{16} M_x \quad (3.71)$$

Ces deux relations montrent que la flèche w_0 dépend de la variable y . Il en résulte que la flexion et la torsion induites par les termes \bar{D}_{12} et \bar{D}_{16} dans l'équation (3.71) concourent à produire un décollement partiel de la poutre au niveau des supports. En tenant compte de l'hypothèse (3.69) et l'équation (3.69) soient :

$$\frac{d^2 w_0}{d x^2} = -\bar{D}_{11} M_x = -\frac{M}{E_x I} \quad (3.72)$$

E_x : représente le module de flexion de la poutre,

$$E_x = \frac{12}{h^3 \bar{D}_{11}} \quad (3.73)$$

I : le moment quadratique de la section droite de la poutre par rapport au plan (x, y).

$$I = I_{xy} = \frac{b h^3}{12} \quad (3.74)$$

M : le moment de flexion,

$$M = b M_x \quad (3.75)$$

Tenant compte des hypothèses faites l'équation de flexion des plaques s'écrit :

$$\frac{d^2 M_x}{d x^2} + q = 0 \quad (3.76)$$

En introduisant la relation (3.72), l'équation (3.76) s'écrit,

$$\frac{d^4 w_0}{d x^4} = \bar{D}_{11} \cdot q \quad (3.77)$$

ou

$$\frac{d^4 w_0}{d x^4} = \frac{P}{E_x I} \quad (3.78)$$

Avec, $P = b \cdot q$, b est la largeur de la poutre.

on note également la quatrième équation des plaques sous la forme :

$$\frac{d M_x}{d x} = Q_x \quad (3.79)$$

ou

$$\frac{d M}{d x} = Q \quad (3.80)$$

en posant :

$$Q = Q_x \quad (3.81)$$

D'après l'expression (3.32) les contraintes dans la couche k du stratifié s'écrivent :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx}^k \\ \sigma_{yy}^k \\ \sigma_{xy}^k \end{bmatrix} = z \begin{bmatrix} Q_{11}^k & Q_{12}^k & Q_{16}^k \\ Q_{12}^k & Q_{22}^k & Q_{26}^k \\ Q_{16}^k & Q_{26}^k & Q_{66}^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.82)$$

pour simplifier la notation nous utilisons Q_{ij}^k au lieu de Q_{ij} .

$$\begin{aligned} \sigma_{xx}^k &= z (Q_{11}^k \bar{D}_{11} + Q_{12}^k \bar{D}_{12} + Q_{16}^k \bar{D}_{16}) M_x \\ \sigma_{yy}^k &= z (Q_{12}^k \bar{D}_{11} + Q_{22}^k \bar{D}_{12} + Q_{26}^k \bar{D}_{16}) M_x \\ \sigma_{xy}^k &= z (Q_{16}^k \bar{D}_{11} + Q_{26}^k \bar{D}_{12} + Q_{66}^k \bar{D}_{16}) M_x \end{aligned} \quad (3.83)$$

En introduisant M et I, l'équation (3.83) prend la forme

$$\sigma_{xx}^k = z a_{xx}^k \frac{M}{I} \quad (3.84)$$

$$\sigma_{yy}^k = z a_{yy}^k \frac{M}{I} \quad (3.85)$$

$$a_{xy}^k = z a_{xy}^k \frac{M}{I} \quad (2.86)$$

avec :

$$\begin{aligned} a_{xx}^k &= (Q_{11}^k \bar{D}_{11} + Q_{12}^k \bar{D}_{12} + Q_{16}^k \bar{D}_{16}) \frac{h^3}{12} \\ a_{yy}^k &= (Q_{12}^k \bar{D}_{11} + Q_{22}^k \bar{D}_{12} + Q_{26}^k \bar{D}_{16}) \frac{h^3}{12} \\ a_{xy}^k &= (Q_{16}^k \bar{D}_{11} + Q_{26}^k \bar{D}_{12} + Q_{66}^k \bar{D}_{16}) \frac{h^3}{12} \end{aligned} \quad (3.87)$$

La contrainte de cisaillement dans les poutres se déduit de l'équation d'équilibre soit :

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{xz}^k}{dz} &= -\frac{d\sigma_{xx}^k}{dx} = -z a_{xx}^k \frac{1}{I} \frac{dM}{dx} \\ \text{d'où : } \sigma_{xz}^k &= -\frac{Q}{2I} a_{xx}^k (z^2 + c_k) \end{aligned} \quad (3.88)$$

L'annulation de σ_{xz} sur les faces supérieure et inférieure conduit à la détermination des constantes c_k dans chaque couche, en assurant la continuité de σ_{xz} entre chaque couche. Dans le cas d'un matériau homogène ($a_{xx} = 1$), $\sigma_{xz} = 0$ pour $\pm h/2$ implique :

$$\sigma_{xz} = \frac{Q h^2}{8I} \left[1 - 4 \left(\frac{z}{h} \right)^2 \right] = \frac{3Q}{2b h} \left[1 - 4 \left(\frac{z}{h} \right)^2 \right] \quad (3.89)$$

La contrainte de cisaillement est maximum pour $z = 0$, soit :

$$\sigma_{xz}(z = 0) = \tau_0 = \frac{3Q}{2b h} \quad (3.90)$$

la relation (3.88) peut être réécrite sous la forme :

$$\sigma_{xz}^k = -a_{xx}^k \tau_0 \left[4 \left(\frac{z}{h} \right)^2 + d_k \right] \quad (3.91)$$

Où d_k sont les nouvelles constantes à déterminer en assurant la continuité de σ_{xz} dans l'épaisseur du stratifié.

3.7.3 – Flexion 3 points statique.

Dans le cas d'une poutre en flexion 3 points Figure 3.11, la symétrie du problème mène à ne considérer qu'une moitié de poutre. Le moment de flexion est donné par la relation,

$$M = -\frac{P \cdot x}{2} \text{ pour } 0 \leq x \leq \frac{L}{2} \quad (3.92)$$

où, P est la charge totale exercée au milieu de la poutre, en remplaçant cette expression dans l'équation (3.72), on obtient,

$$\frac{d^2 w_0}{dx^2} = \frac{P \cdot x}{2 \cdot E_x I} \text{ pour } 0 \leq x \leq \frac{L}{2} \quad (3.93)$$

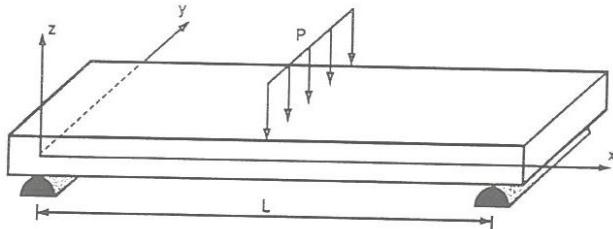


Figure 3.11 : Flexion 3- points statique.

Les conditions aux limites dans le cas d'appuis simples sont :

$$\text{Pour } x = 0 \rightarrow M = w_0 = 0 \quad (3.94)$$

La symétrie impose.

$$\text{Pour } x = L/2 \rightarrow \frac{dw_0}{dx} = 0 \quad (3.95)$$

L'intégration de l'équation (3.93) et l'introduction des conditions (3.94) et (3.95) conduit à :

$$w_0 = \frac{PL^2}{48E_x I} x \left[3 - \left(\frac{2x}{L} \right)^2 \right] \quad (3.96)$$

La flèche w_c au centre de la poutre ($x = L/2$) s'écrit :

$$w_c = \frac{PL^3}{48E_x I} = \frac{PL^3}{48b} \cdot \bar{D}_{11} = \frac{PL^3}{4bh^3 E_x} \quad (3.97)$$

D'après cette relation, on peut déterminer soit le module de flexion de la poutre, soit le coefficient \bar{D}_{11} , connaissant la flèche au centre w_c pour la charge P .

$$E_x = \frac{PL^3}{48w_c I} = \frac{PL^3}{4bh^3 w_c} \quad (3.98)$$

$$\text{et } \bar{D}_{11} = \frac{48bw_c}{PL^3} \quad (3.99)$$

En introduisant (3.93) dans (3.84) à (3.86), on détermine les contraintes dans la couche k :

$$\sigma_{xx}^k = -6a_{xx}^k \frac{P}{bh^3} xz, \quad \sigma_{yy}^k = -6a_{yy}^k \frac{P}{bh^3} xz \quad \text{et} \quad \sigma_{xy}^k = -6a_{xy}^k \frac{P}{bh^3} xz \quad (3.100)$$

Elles sont maximales pour $x = L/2$, soit :

$$\sigma_{xx}^k = -3a_{xx}^k \frac{PL}{bh^3} z, \quad \sigma_{yy}^k = -3a_{yy}^k \frac{PL}{bh^3} z \quad \text{et} \quad \sigma_{xy}^k = -3a_{xy}^k \frac{PL}{bh^3} z \quad (3.101)$$

Un matériau homogène isotrope implique que $a_{xx} = 1$, et la contrainte normale s'écrit :

$$\sigma_{xx} = -\frac{3PL}{bh^3} z \quad (3.102)$$

À $z = -h/2$ la contrainte de traction est maximale sur la face inférieure et s'exprime :

$$\sigma_{xx \max} = \sigma_0 = \frac{3PL}{2bh^2} \quad (3.103)$$

et la contrainte dans la couche k du stratifié peut s'écrire sous la forme :

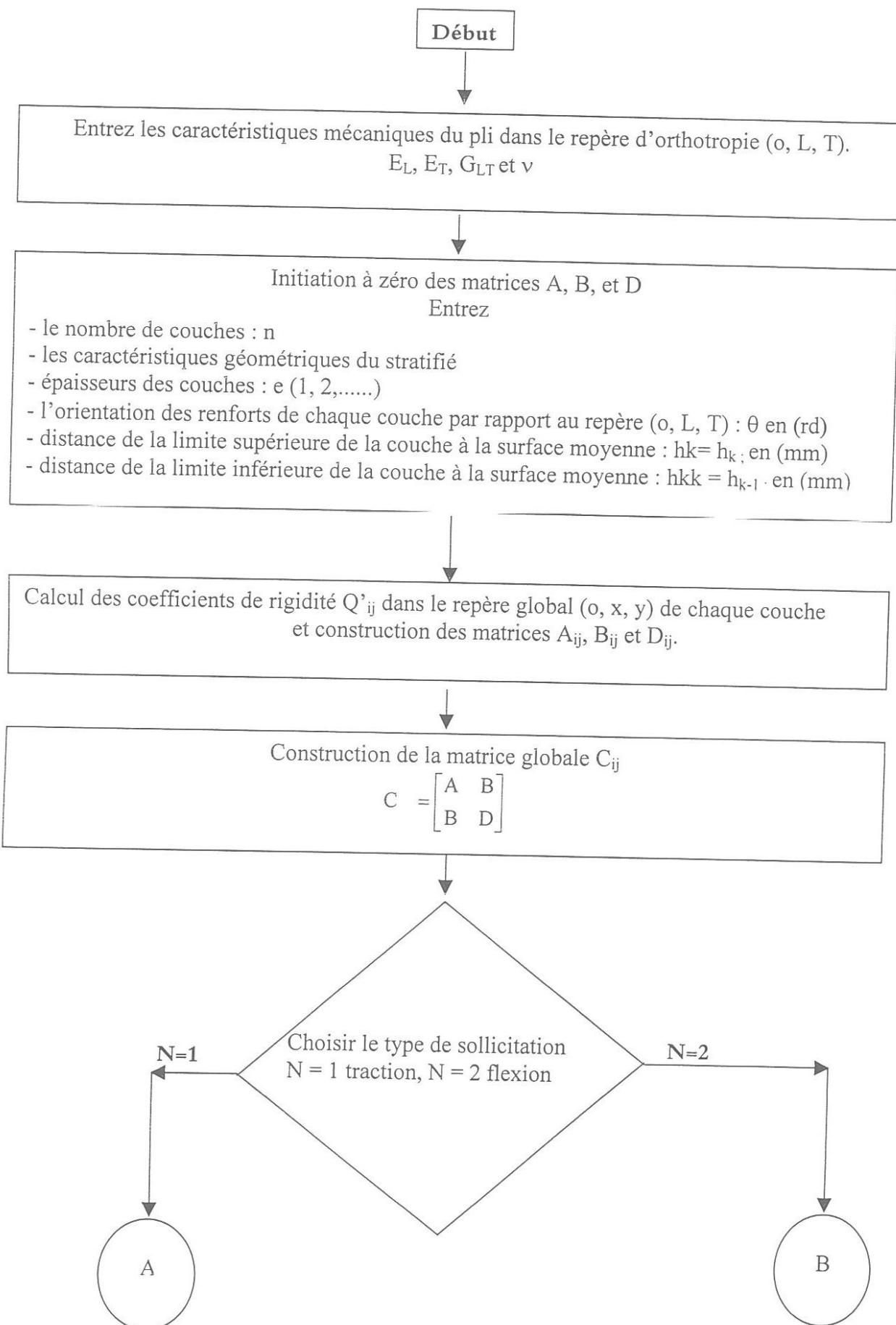
$$\sigma_{xx}^k = -2a_{xx}^k \sigma_0 \frac{z}{h} \quad (3.104)$$

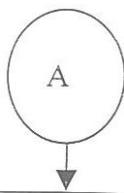
Dans le cas d'un stratifié en flexion 3-points statique $Q = -P/2$, la contrainte de cisaillement est donnée par l'expression suivante :

$$\sigma_{xz}^k = -a_{xx}^k \tau_0 \left[4 \left(\frac{z}{h} \right)^2 + d_k \right], \quad \text{avec } \tau_0 = -\frac{3P}{4bh} \quad (3.105)$$

3.8 – ALGORITHME DU PROGRAMME.

L'algorithme du programme représenté aux pages suivante illustre l'architecture du programme [27 et 28] mis au point et les différentes étapes de calcul basées sur les principales relations développées lors de la formulation numérique du comportement mécanique des stratifiés.





Entrez les valeurs de l'épaisseur totale du stratifié h ,
la largeur b_0 et la longueur initiale l_0 en (mm)

Entrez les valeurs des expressions des résultantes $N(x, y)$ et des Moments $M_f(x, y)$

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix}$$

L'équation constitutive inversée $\begin{bmatrix} \varepsilon_m \\ K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} N \\ M_f \end{bmatrix}$ conduit à

la détermination des valeurs des déformations en membranes $\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix}$ et courbures $\begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix}$

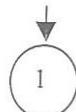
Calcul des valeurs des déformations de chaque couche dans le repère global (o, x, y)

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \cdot \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix}$$

Calcul des déformations de chaque couche dans le repère d'orthotropie (o, L, T)

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_T \\ \gamma_{LT} \end{bmatrix} = A_k + B_k \cdot z \quad \text{avec} \quad A_k = T \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix}, \quad B_k = T \cdot \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix}$$

$$\text{et} \quad T = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & sc \\ s^2 & c^2 & -sc \\ -2cs & 2sc & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \quad \text{où} \quad c = \cos\theta \quad \text{et} \quad s = \sin\theta$$





Calcul des contraintes dans chaque couche du stratifié dans le repère global

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = A_{1k} + B_{1k} \cdot z \text{ avec } A_{1k} = Q_k \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} \text{ et } B_{1k} = Q_k \cdot \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix}$$

Calcul des contraintes de chaque couche dans le repère d'orthotropie

$$\begin{bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \sigma_{LT} \end{bmatrix} = A_{2k} + B_{2k} \cdot z \text{ Avec, } B_{2k} = T' \cdot B_{1k}$$

et $T' = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 2sc \\ s^2 & c^2 & -2sc \\ -cs & sc & c^2 - s^2 \end{bmatrix}$ où $c = \cos\theta$ et $s = \sin\theta$

Impression des résultats

Graphiques

Courbes des contraintes et déformations en fonction de z dans le repère global

σ_{xx} , σ_{yy} et σ_{xy}

ε_{xx} , ε_{yy} et γ_{xy}

Courbes des contraintes et déformations en fonction de z dans le repère d'orthotropie

σ_L , σ_T et σ_{LT}

ε_L , ε_T et γ_{LT}

Numériques

Valeurs des contraintes et déformations dans le repère global

σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{xy} ,

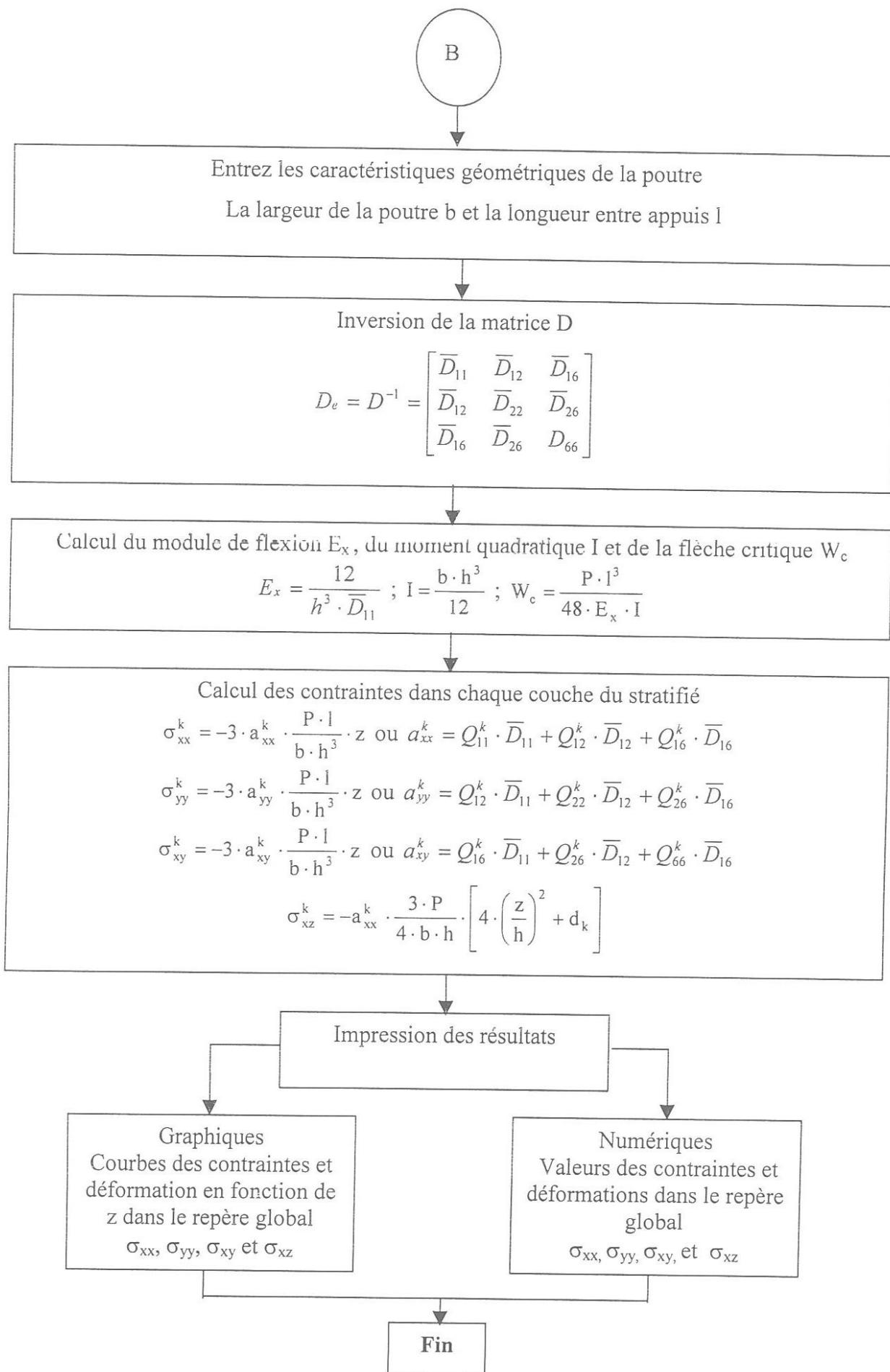
ε_{xx} , ε_{yy} et γ_{xy}

Valeurs des contraintes et déformations dans le repère d'orthotropie

σ_L , σ_T , σ_{LT} ,

ε_L , ε_T et γ_{LT}

Fin



3.9 – CONCLUSIONS

Dans ce chapitre nous avons présenter une étude approfondie des principales lois du comportement mécanique des stratifiés. Cette démarche est couronnée par l’élaboration d’un programme de calcul des stratifiés ayant pour but le calcul et la représentation graphique des caractéristiques recherchées d’un stratifié dans les repères d’orthotropie et global sous sollicitations simples de traction et de flexion.

CHAPITRE 4

VALIDATION NUMERIQUE ET APPLICATION AUX MATERIAUX ETUDES

4.1 – VALIDATION DU PROGRAMME

Dans le but de tester la validité de notre programme nous avons procédé à des tests sur des éléments de structures chargés en résultantes membranaires et en flexion constitués de stratifiés types, utilisés lors de l'application de la théorie des stratifiés pour déterminer leurs comportements mécaniques.

4.1.1 – Validation du programme en structure chargée en résultantes membranaires

Un chargement en résultantes membranaires ($N_x = 1000 \text{ N/mm}$, $N_y = 500 \text{ N/mm}$ et $N_{xy} = 250 \text{ N/mm}$) est appliqué à un élément de stratifié membranaire de $1 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$, composé de quatre couches d'une épaisseur totale de 5 mm , dont l'orientation des renforts des couches est représentée à la figure 4.1

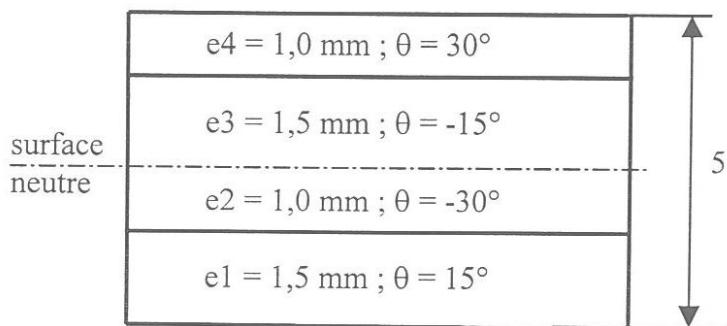
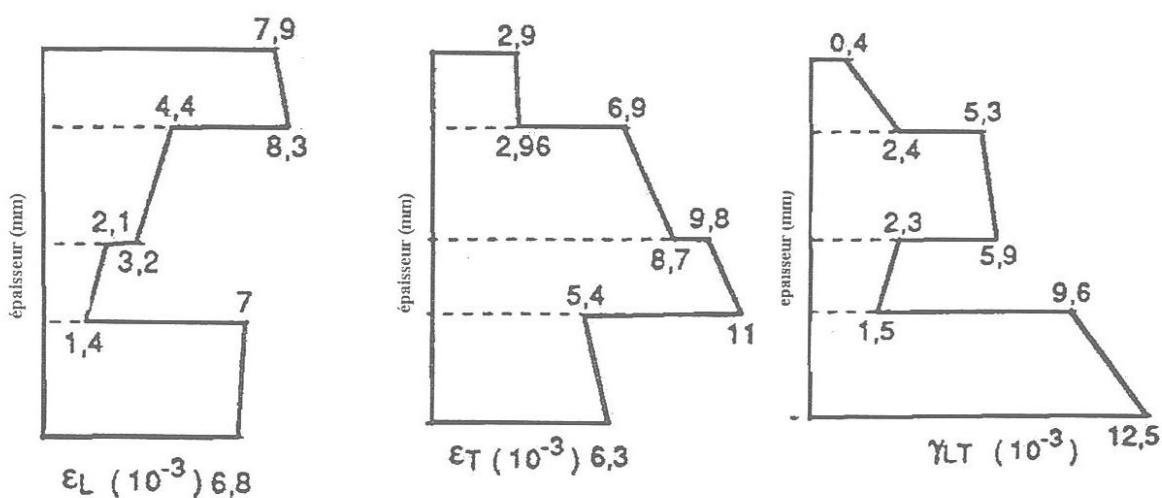


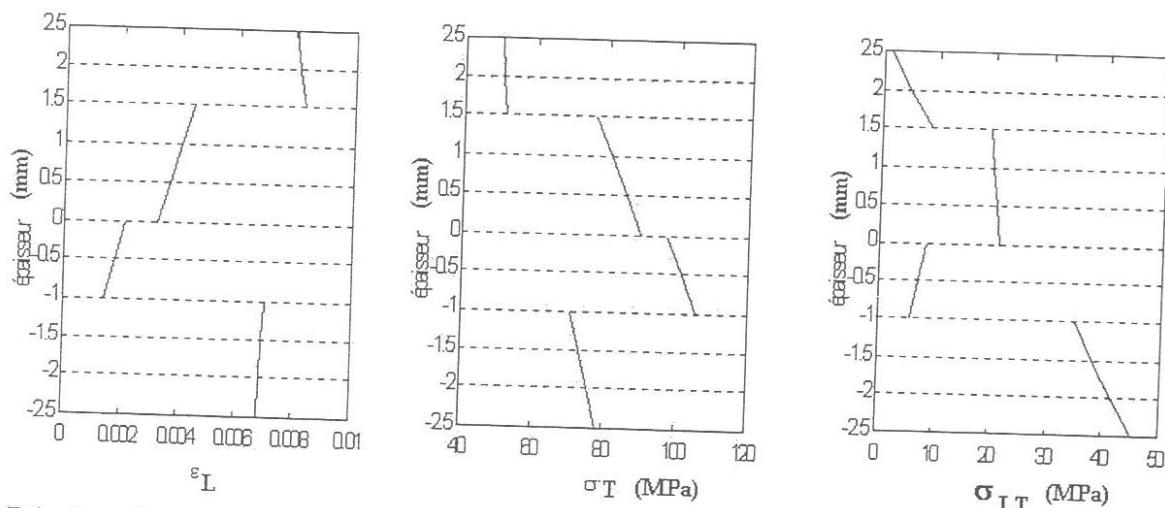
Figure 4.1 : Stratifié à renforcement unidirectionnel [15/-30/-15/30]

4.1.1.1 – Résultats obtenus

Les figures 4.2 à 4.5 représentent respectivement la variation des déformations et des contraintes dans l'épaisseur du stratifié de la figure 4.1, rapportée aux repères d'orthotropie et global.

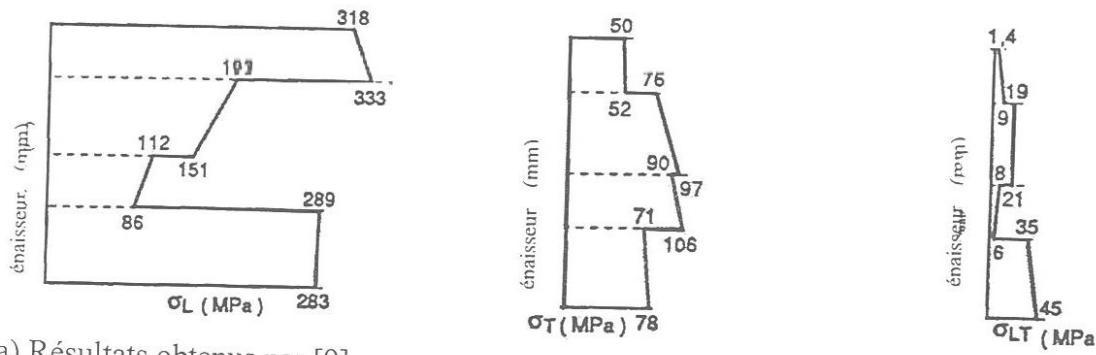


a) Résultats obtenus par [9]

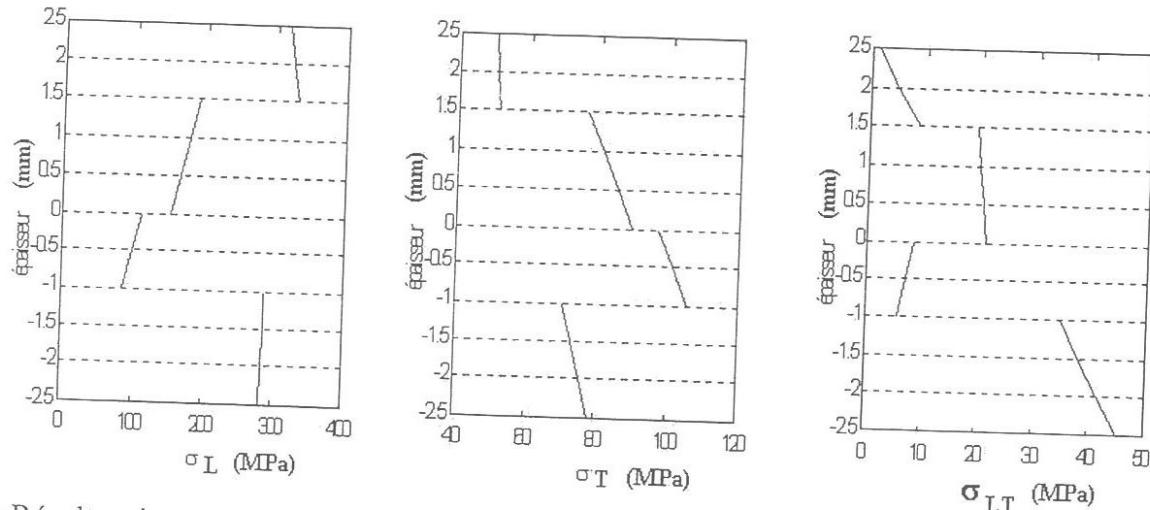


b) Résultats issus de notre programme

Figure 4.2 : Variation des déformations dans l'épaisseur du stratifié repère d'orthotropie.

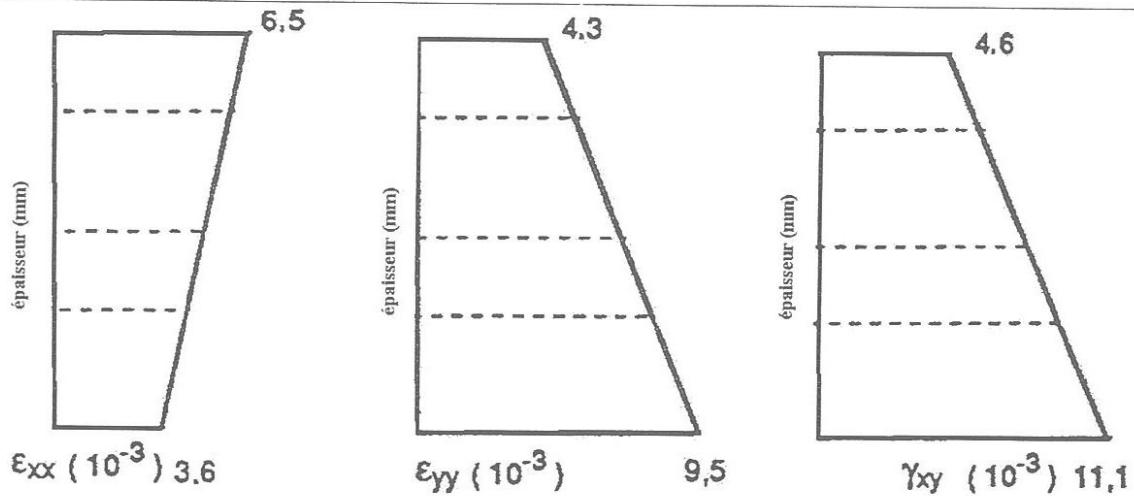


a) Résultats obtenus par [9]

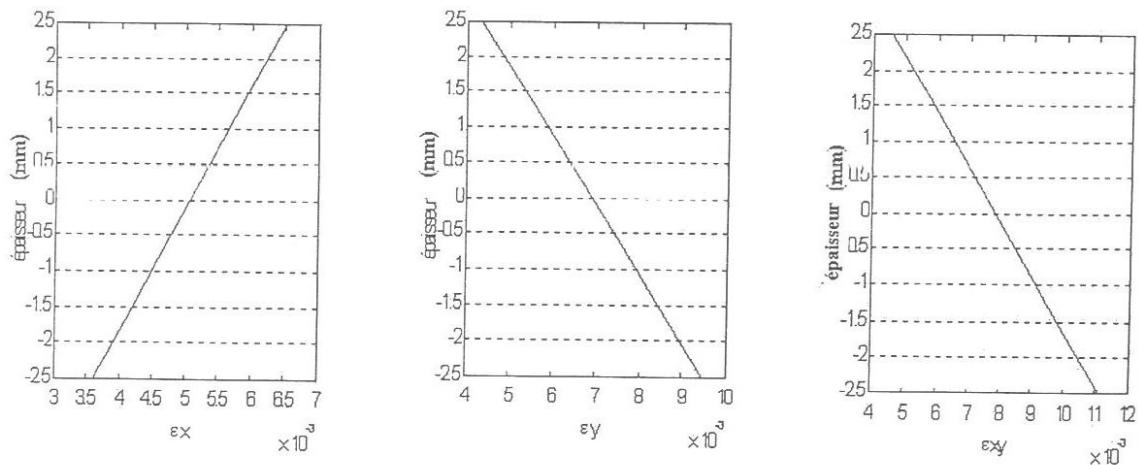


b) Résultats issus de notre programme

Figure 4.3 : Variation des contraintes dans l'épaisseur du stratifié repère d'orthotropie.

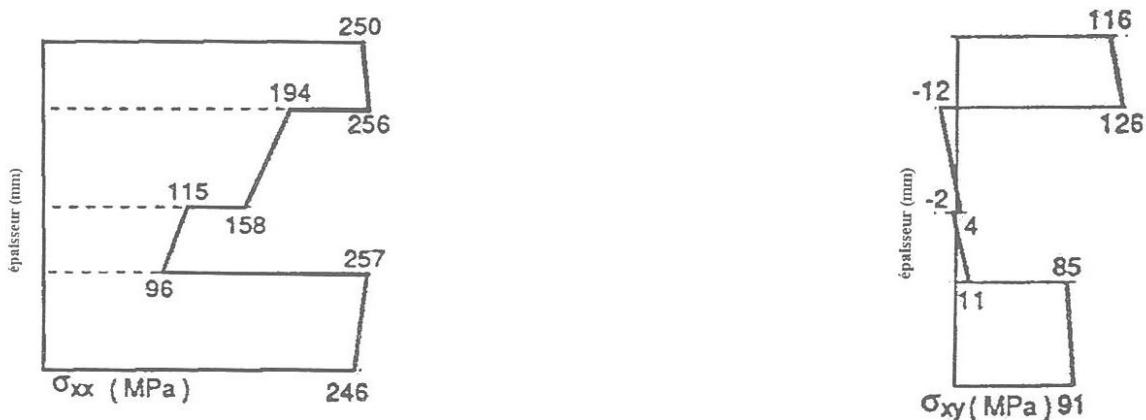


a) Résultats obtenus par [9]

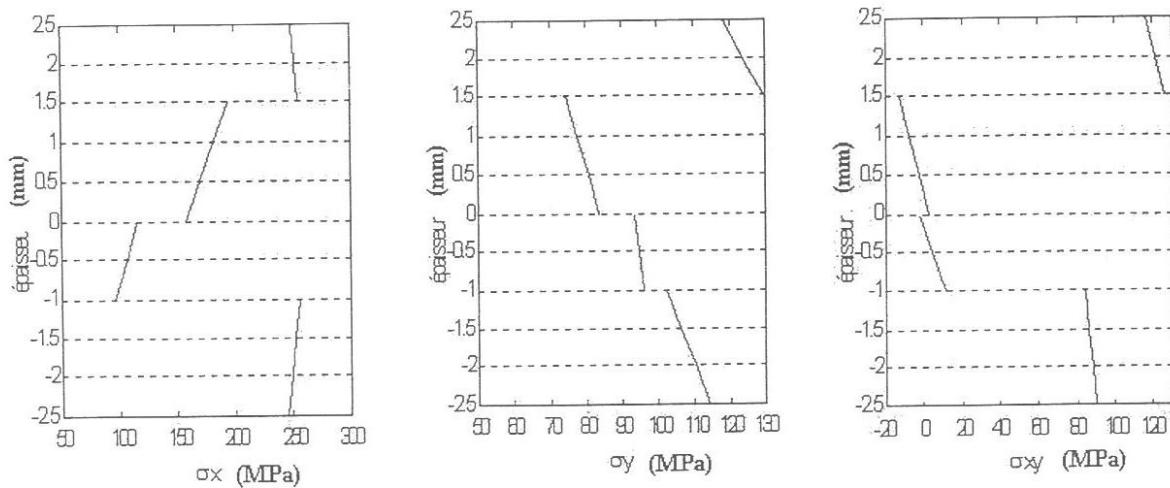


b) Résultats issus de notre programme

Figure 4.4 : Variation des déformations dans l'épaisseur du stratifié repère global.



a) Résultats obtenus par [9]



b) Résultat issus de notre programme

Figure 4.5 : Variation des contraintes dans l'épaisseur du stratifié repère global.

4.1.2. — Validation du programme en flexion 3 points statique

Afin de tester les performances de notre programme en flexion 3 points statique, nous avons procédé à des tests sur deux stratifiés symétrique STAs et STBs figure 4.6.

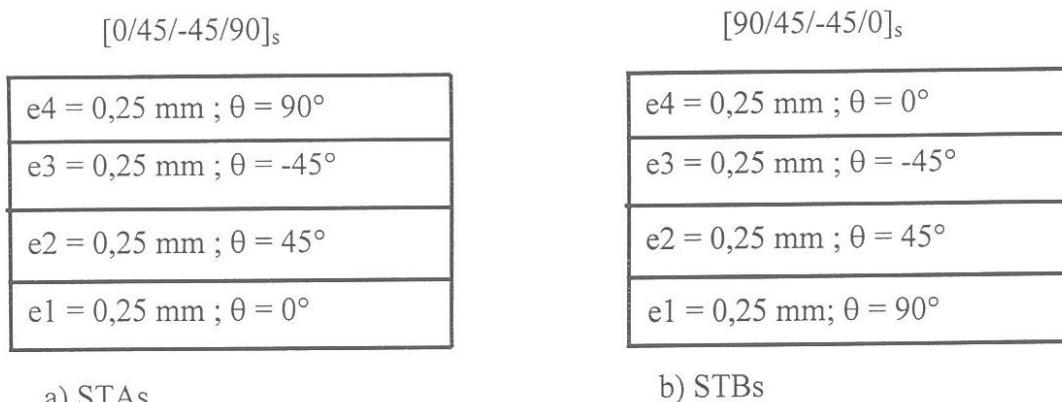
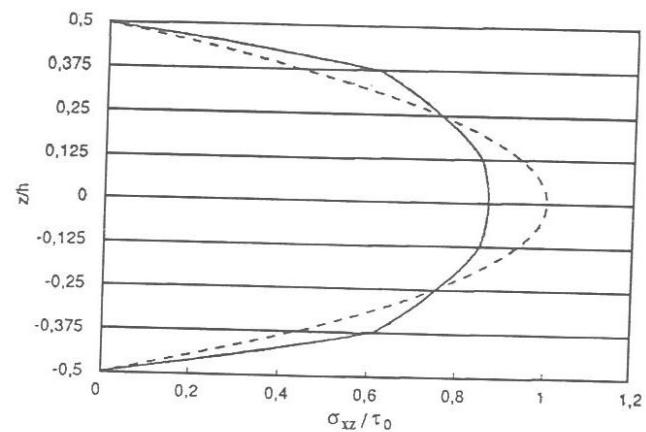
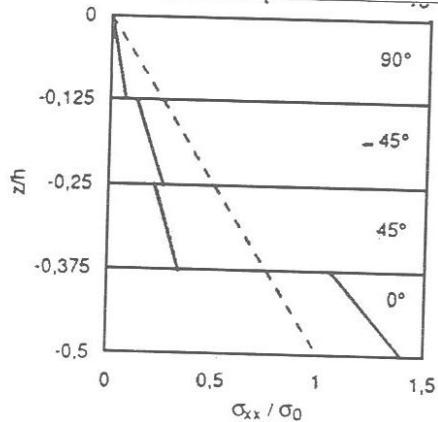


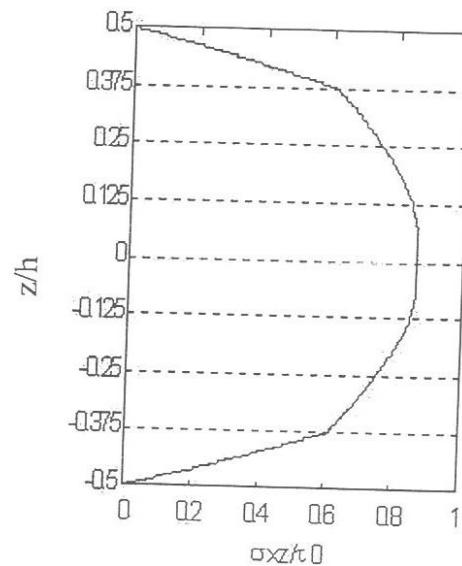
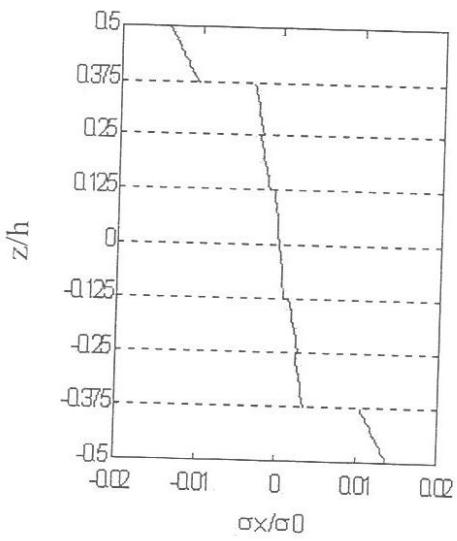
Figure 4.6 : Stratifiés STAs et STBs.

4.1.2.1 – Résultats obtenus

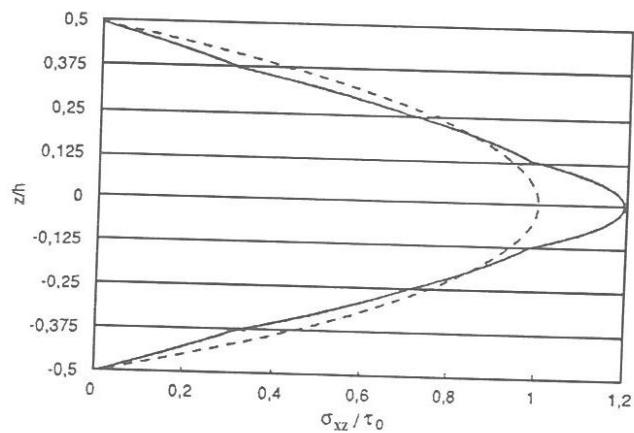
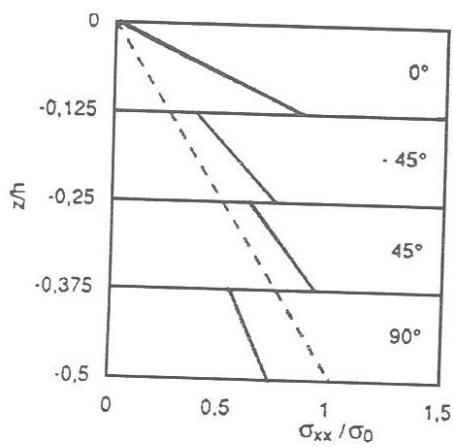
Les figures 4.7 et 4.8 représentent respectivement la variation des contraintes normales et tangentielle dans l'épaisseur du stratifié en fonction de l'ordonnée z de la surface neutre du stratifié, et la flèche au centre de l'éprouvette en fonction de la longueur entre appuis l .



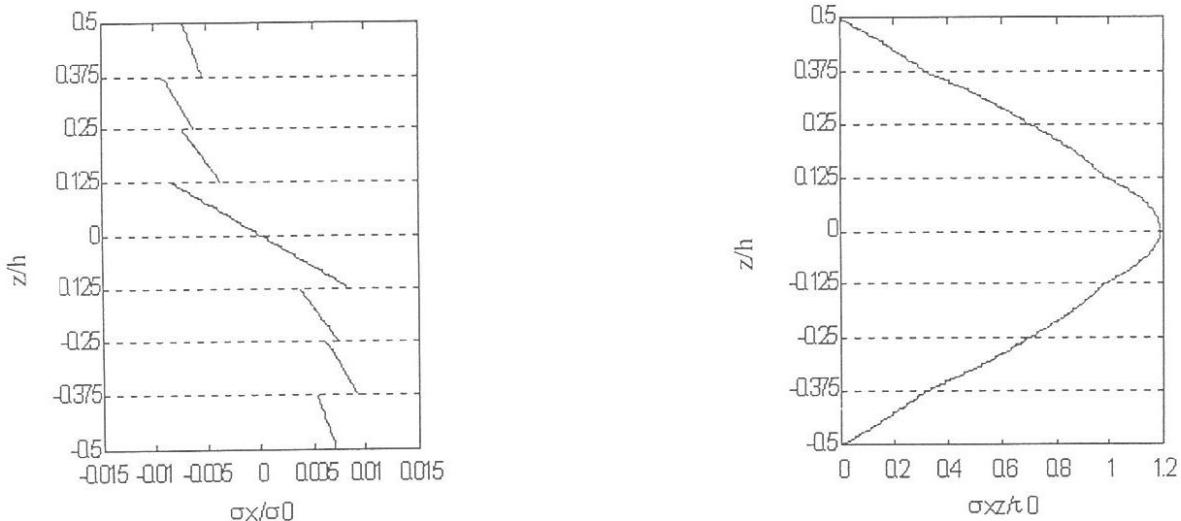
a) STAs : Résultats obtenus par [9]



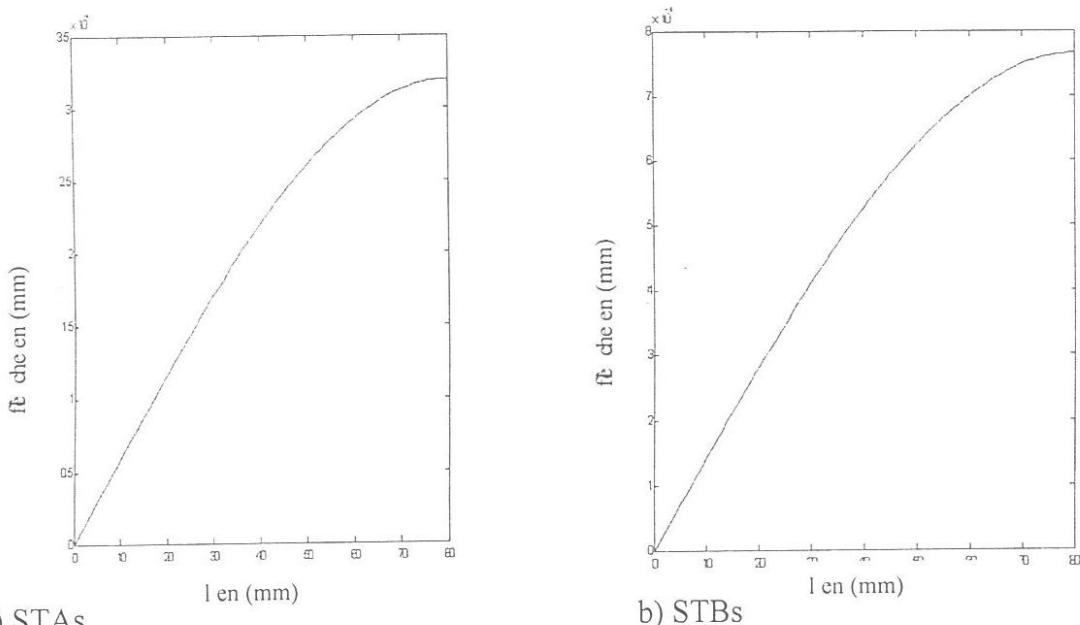
b) STAs : Résultats issus de notre programme



c) STBs : Résultats obtenus par [9]



d) STBs : Résultats issus de notre programme

Figure 4.7 : Variation des contraintes normales et tangentielles dans l'épaisseur du stratifié en fonction de l'ordonnée z de la surface neutre du stratifiéFigure 4.8 : Variation de la flèche en fonction de la longueur de l'entre appuis l .

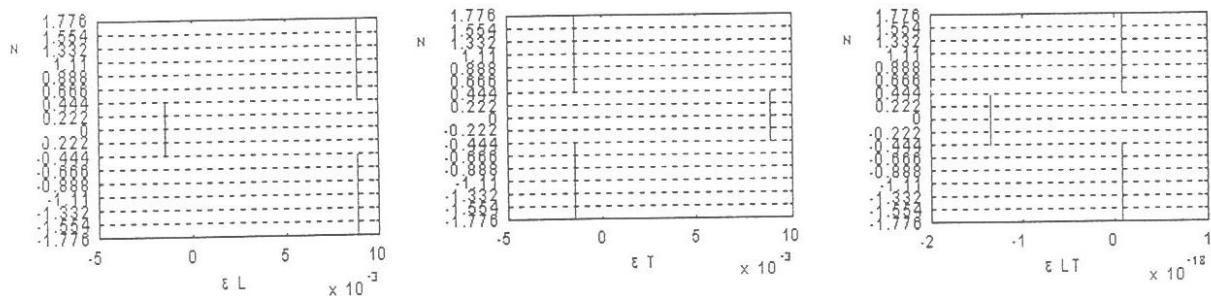
4.1.3 – Commentaire sur la validité du programme en traction et flexion

Les résultats obtenus et représentés aux figures 4.2 à 4.5 pour un élément de structure chargé en résultantes membranaires et 4.7 pour la flexion montrent une bonne concordance de nos résultats à ceux recensés en bibliographie, ainsi qu'à l'aptitude du programme à décrire convenablement la variation des contraintes et des déformations dans l'épaisseur du stratifié dans les repères d'orthotropie et global, cas de la traction et variation des contraintes normales et tangentielles dans l'épaisseur en fonction de l'ordonnée z de la surface neutre du stratifié.

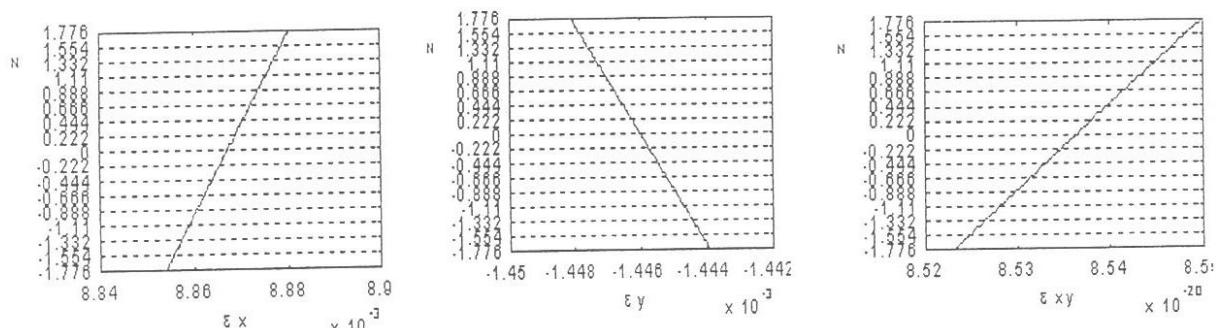
4.2 – APPLICATION DU PROGRAMME AUX STRATIFIES ETUDES

4.2.1 – Résultats numériques en traction

L'application du programme élaboré aux spécimens ST1 et ST2 en traction simple sous chargements respectifs par unité de longueur de 1552,9 et 777,43 N/mm (valeurs déterminées expérimentalement) a permis de tracer la variation des déformations et des contraintes dans l'épaisseur des composites dans les repères d'orthotropie et global (figures 4.9 à 4.12).

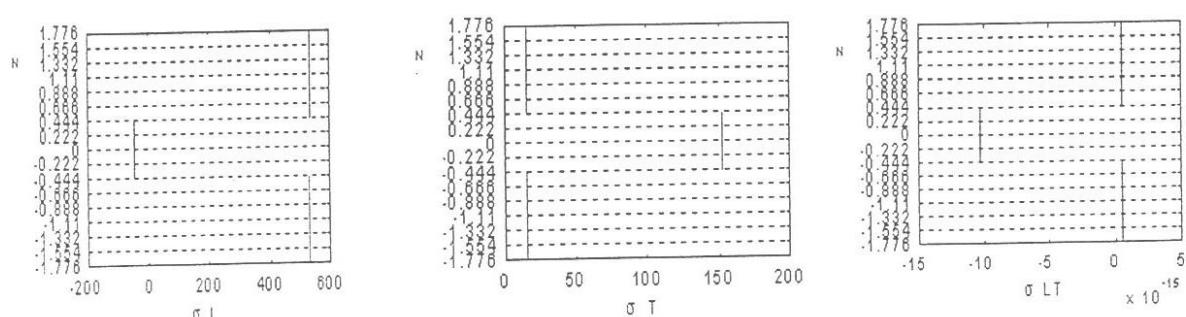


a) déformations dans le repère d'orthotropie

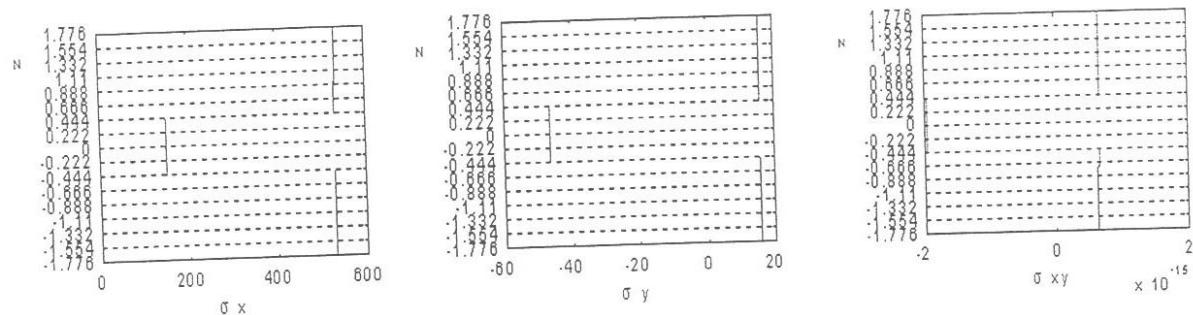


b) déformations dans le repère global

Figure 4.9 : Déformations dans les repères d'orthotropie et global pour le stratifié ST1
[0₆/90₂]_{sm}

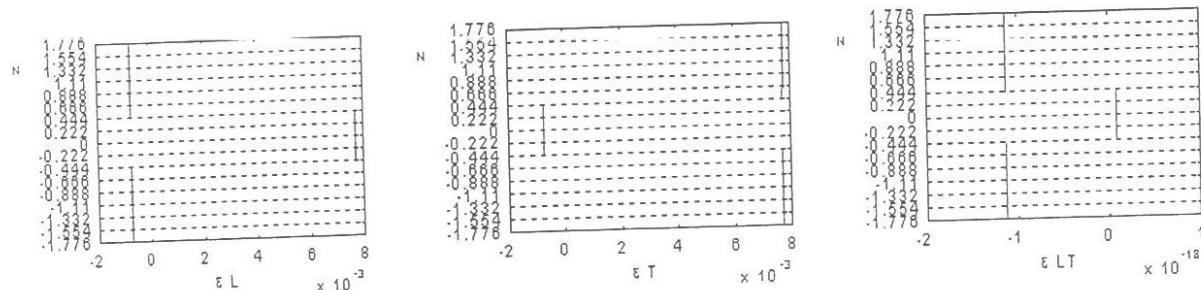


a) contraintes dans le repère d'orthotropie

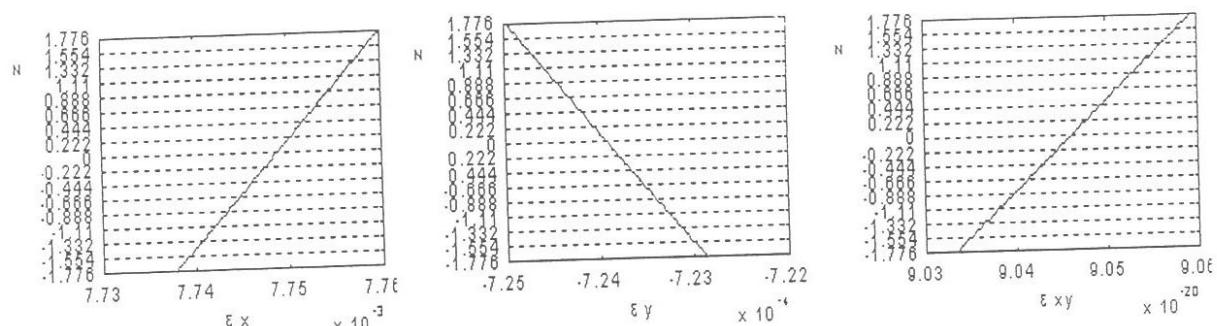


b) contraintes dans le repère global

Figure 4.10 : Contraintes dans les repères d'orthotropie et global pour le stratifié ST1
 $[0_6/90_2]_{sm}$

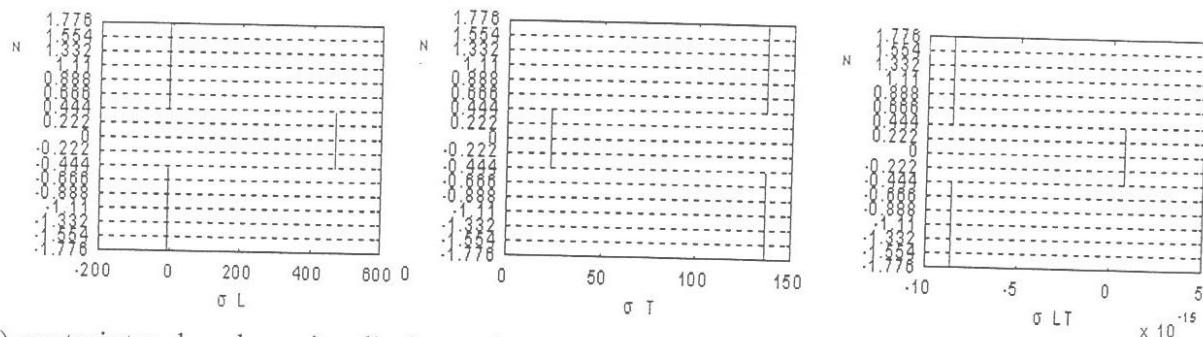


a) déformations dans le repère d'orthotropie

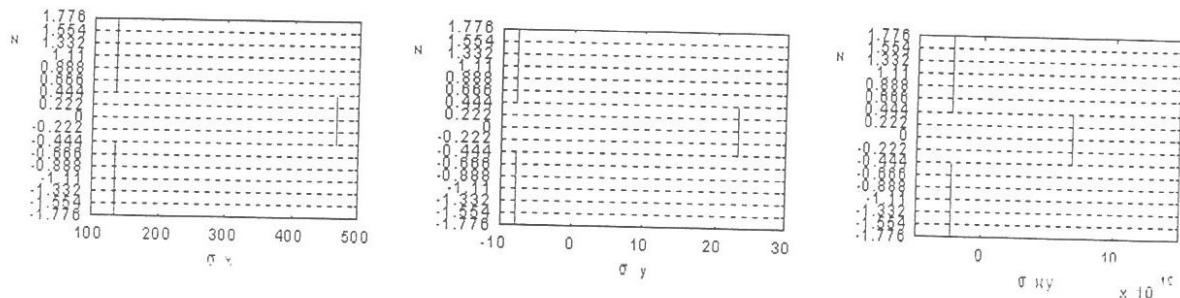


b) déformations dans le repère global

Figure 4.11 : Déformations dans les repères d'orthotropie et global pour le stratifié ST2
 $[90_6/0_2]_{sm}$



a) contraintes dans le repère d'orthotropie



b) contraintes dans le repère global

Figure 4.12 : Contraintes dans les repères d'orthotropie et global pour le stratifié ST2
 $[90_6/0_2]_{sm}$

4.2.2 – Analyse des résultats numériques en traction

Les figures 4.9 à 4.12 montrent que les champs de contraintes et de déformations sont uniformes dans les plis du stratifié. Dans le repère d'orthotropie ils sont maximales dans les plis orientés à zéro degrés, minimales dans les plis à quatre vingt dix degrés et négligeable dans le plan LT.

Dans le repère global seuls les champs de contraintes sont uniformes dans les plis, le chargement est encaissé par les plis extérieurs. Tandis que les champs de déformations sont linéaire élastique positif selon l'axe des x, négatif pour l'axe des y et négligeable dans le plan xy.

4.2.3 – Résultats numériques en la flexion 3 points statique

Les figures 4.13 à 4.16 représentent les variations des contraintes normales et tangentielles dans l'épaisseur des composites pour les quatre stratifiés étudiés ST1, ST2, ST3 et ST4. Les chargements appliqués sont de 1314,6 N pour le stratifié ST1 et 2279,4 N pour le stratifié ST3, tandis que les charges appliquées pour les stratifiés ST2 et ST4 sont respectivement de 167,6 et 272,8 N. Les valeurs de chargements appliqués sont celles obtenus expérimentalement (chapitre 2).

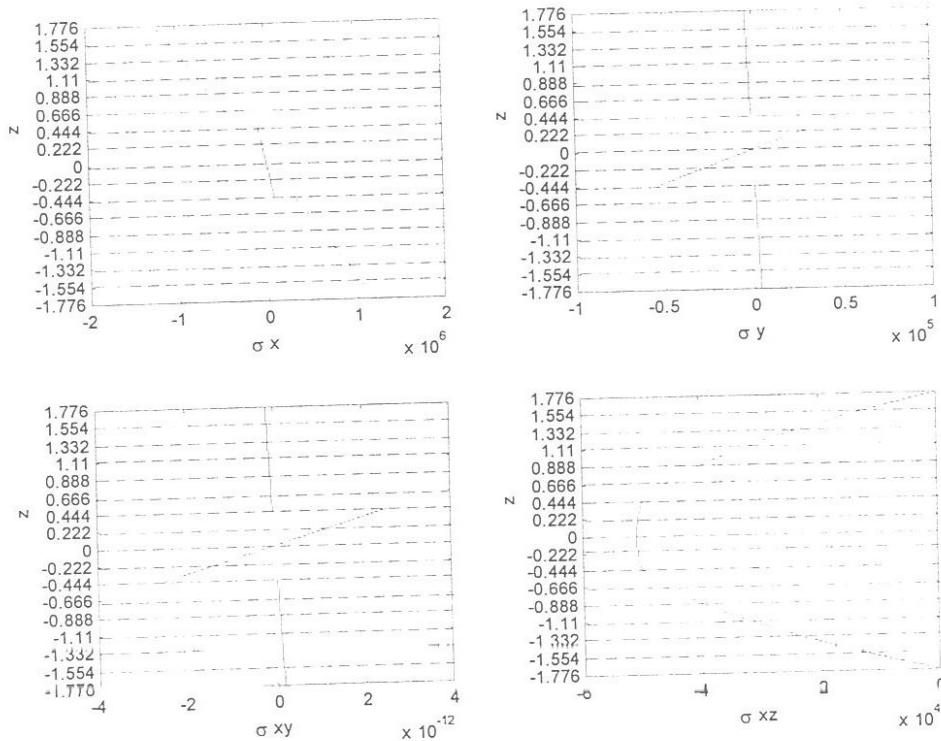


Figure 4.13 : Contraintes normales et tangentielles dans l'épaisseur du stratifié en fonction de l'ordonnée z de la surface neutre du stratifié ST1 $[0_6/90_2]_{sm}$

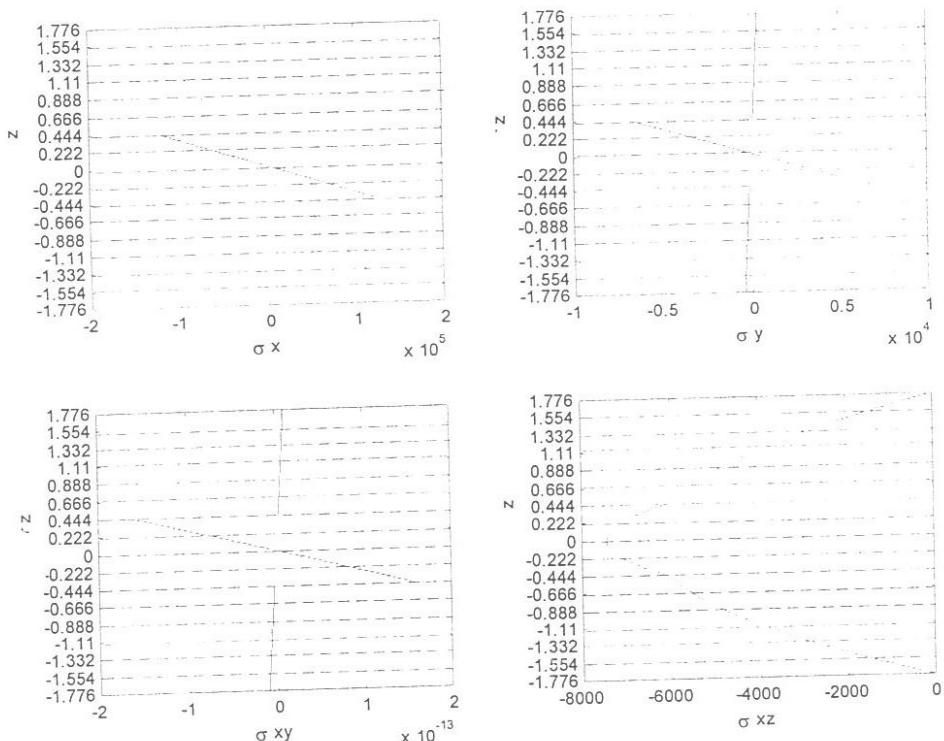


Figure 4.14 : Contraintes normales et tangentielles dans l'épaisseur du stratifié en fonction de l'ordonnée z de la surface neutre du stratifié ST2 $[90_6/0_2]_{sm}$

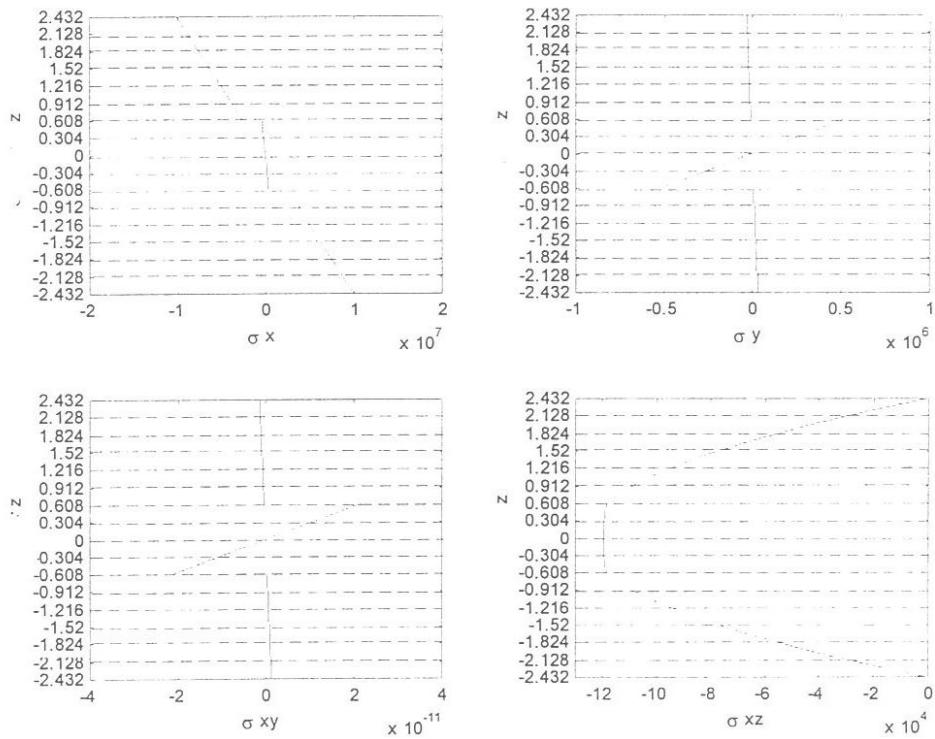


Figure 4.15 : Contraintes normales et tangentielles dans l'épaisseur du stratifié en fonction de l'ordonnée z de la surface neutre du stratifié ST3 $[0_6/90_2]_{sEp}$

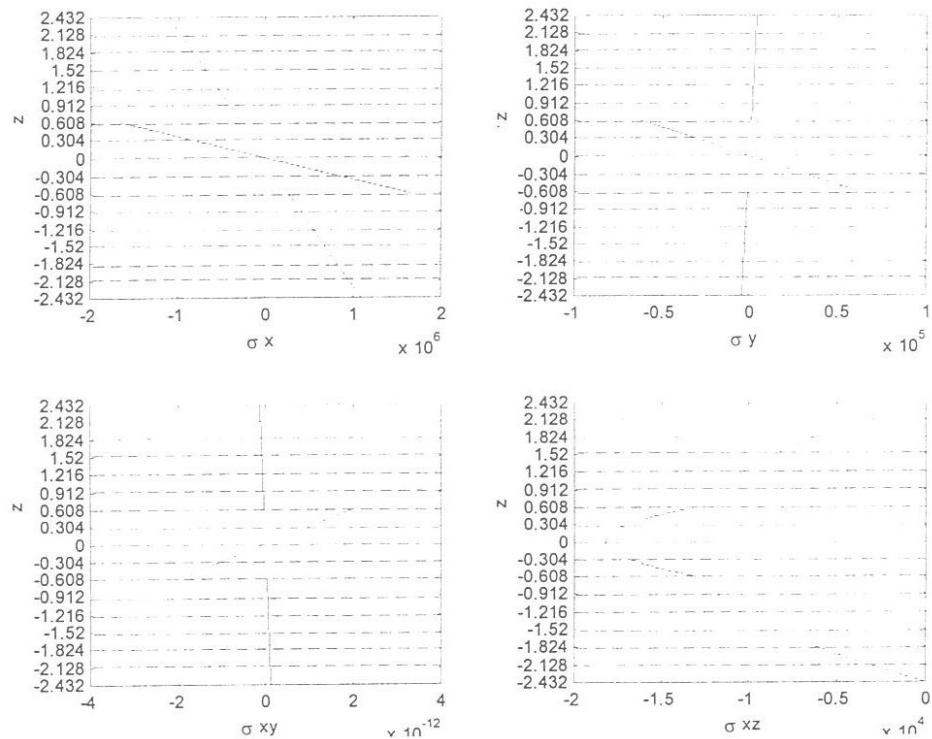


Figure 4.16 : Contraintes normales et tangentielles dans l'épaisseur du stratifié en fonction de l'ordonnée z de la surface neutre du stratifié ST4 $[90_6/0_2]_{sEp}$.

4.2.4 – Analyse des résultats numériques en flexion 3 points statique

Les tracés des courbes des champs de contraintes dans l'épaisseur des stratifiés étudiés montrent une symétrie de comportement par rapport à la surface neutre, les phénomènes observés lors de la simulation des essais de flexion 3 points statique sur des matériaux hétérogènes sont calcable [3]. Ces résultats montrent que le champ de contraintes est non uniforme, les fibres les plus tendues sont soumises à des contraintes de traction tandis que les fibres les plus comprimées sont soumises à une compression due à la nature de l'essai effectué. Pour les matériaux ST1 et ST3 dont l'orientation des fibres à zéro degrés sont à l'extérieures ils présentent les mêmes comportements (figures 4.13 à 4.15). Pour ces matériaux la contrainte de cisaillement dans l'épaisseur est minimale à la surface neutre et maximale sur les bords des éprouvettes, l'addition de ces contraintes aux contraintes induites par la nature de l'essai conduisent à notre sens à des ruptures par délamination dans les zones les plus tendues.

Les matériaux ST2 et ST4 diffèrent des matériaux ST1 et ST3 par la variation des contraintes de cisaillement dans l'épaisseur, Ils présentent deux paliers de comportements, l'étendu du palier est lié au nombre de plis des couches de même orientation.

4.3 – CONCLUSIONS

Dans ce chapitre nous avons présenter notre travail en deux étapes. La première est consacrée à la validation du programme par des résultats issus de la théorie des stratifiés. La comparaison de nos résultats à ceux recensés en bibliographie montre une parfaite concordance des résultats.

La deuxième est réservée à l'application du programme aux matériaux étudié, les résultats obtenus montrent la capacité du programme à décrire convenablement la variation des champs de contraintes et de déformations dans l'épaisseur du stratifié dans les repères d'orthotropie et global.

CONCLUSIONES GENERALES

L'objectif assigné à ce travail est une contribution à l'étude expérimentale et numérique des stratifiés à renfort unidirectionnel. Pour atteindre cet objectif nous avons commencer par une étude bibliographique détaillée sur les matériaux composites et plus particulièrement les stratifiés, une attention particulière a été orientée vers les travaux réalisés dans ce domaine sous deux aspects : L'un expérimentale aux points de vues comportement et analyse des mécanismes de ruptures et d'endommagements, l'autre numérique.

La synthèse de ses travaux nous a conduit à procéder par la technique dite " Ingénierie inverse " à vérifier les taux de renforts dans les matériaux étudiés et leur comparaison avec les données constructeur. Les résultats obtenus sont pratiquement les mêmes. Cette partie a été élargie aux essais de traction et de flexion 3 points statique en traitant les aspects de comportement mécanique et les mécanismes de ruptures et d'endommagements.

Les résultats obtenus dans le cas de la traction font ressortir en général un comportement linéaire élastique. Pour un certain nombre d'éprouvettes, nous avons constater sur les courbes de comportement charge-déplacement, des chutes de charges et de reprise de celle ci à rigidité décroissante liées principalement à l'apparition de premières macrofissures. Les premières ruptures apparaissant dans la résine des plis orientés à quatre-vingt-dix degrés puis se propagent dans le reste de l'éprouvette, suivi de la rupture des fibres, la coalescence de ces macrofissures conduit à la ruine des éprouvettes. L'examen des valcurs des contraintes à la rupture et des modules d'élasticité en traction montre une variation allant du simple au double. Cette variation est fonction du nombre de couches à zéro degrés et à leurs dispositions dans le stratifié.

Les essais de flexion 3 points statique ont été appliqués à quatre stratifiés, les comportements mécaniques obtenus peuvent être divisés en linéaire élastique pour les stratifiés ST1 et ST3 et à endommagement progressif avec 3 phases de comportements pour les stratifiés ST2 et ST4. Une dispersion des résultats a été observée pour les valeurs des contraintes à la rupture et des modules d'élasticités en flexion liée principalement au mode de mise en œuvre de ce type de matériau, au taux de fibres et à leur disposition dans les matériaux. Les matériaux possédant le plus grand nombre de plis à zéro degrés et le faible taux de résine ont la plus grande rigidité et la faible tenue à la rupture. L'examen des faciès de ruptures après réalisation des essais fait ressortir des ruptures par délamination localisé pour le stratifié ST1, mixte pour le stratifié ST3 et transversales localisées avec bifurcation pour les stratifiés ST2 et ST4.

La partie numérique de notre travail est basée sur la théorie des stratifiés, la formulation du problème à conduit à l'élaboration d'un programme de calcul des stratifiés ayant pour but la détermination et la représentation des contraintes et des déformations dans les repères d'orthotropie et global. Cette partie a été suivie par la validation du programme sur des exemples types tirés de la littérature. La comparaison de nos résultats à ceux recensés en bibliographie montre une bonne concordance. L'application du programme élaboré aux matériaux étudiés à permis de représenter la variation des champs de contraintes et de déformations dans l'épaisseur des stratifiés. Les résultats obtenus montrent l'aptitude du programme à décrire convenablement ces phénomènes dans les repères d'orthotropie et global.

BIBLIOGRAPHIE

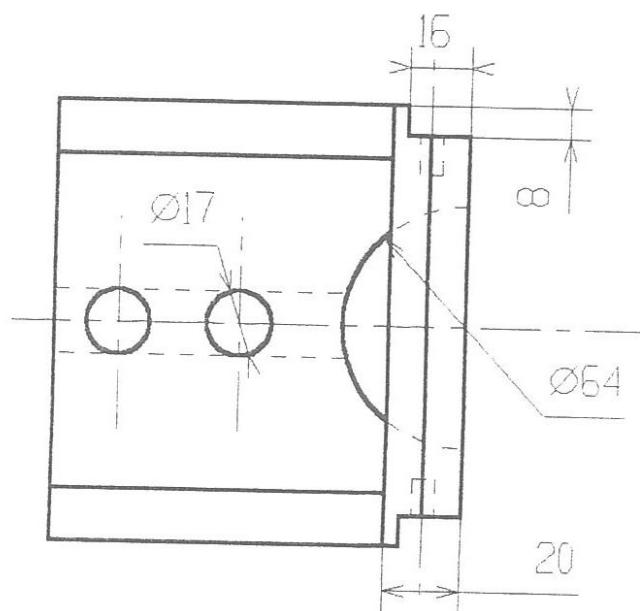
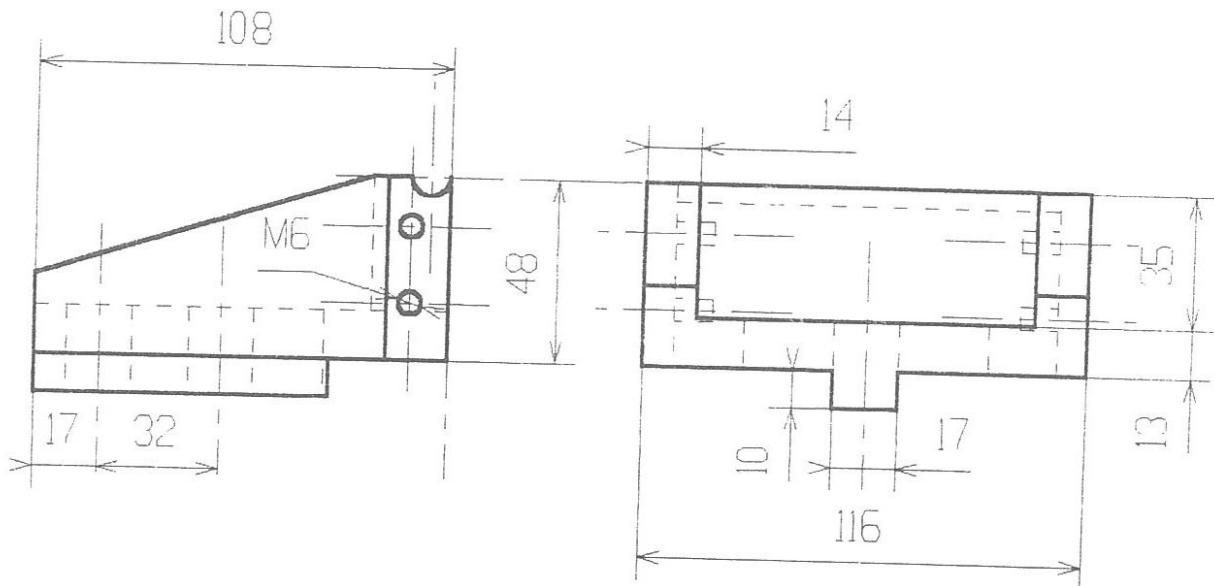
BIBLIOGRAPHIE

- [1] **Maâtalah M.N., Rebière J.L.**, « Cinétique d'endommagement d'un stratifié croisé. Influence du confinement », Comptes Rendus des Onzièmes Journées Nationales sur les Composites, v. 3, Arcachon 18-19-20 Nov. 98, Publiés par J. Lamon et D. Baptiste, pp. 917-927.
- [2] **El mahi A.**, « Contribution à la modélisation numérique et expérimentale de l'endommagement par fissuration transverse des composites stratifiés », Thèse de Doctorat, Université de Poitiers, 1991, France.
- [3] **Fatmi L., Berthelot J.M.**, « Modélisation de l'endommagement des matériaux hétérogènes : application au béton cas de la flexion 3 points statique », Revue Française de Mécanique, N 2, Juin 2001, pp. 89-97.
- [4] **Dixneuf E., Lamy B., Bueno M.A.**, « Spécificités du comportement en flexion trois points de matériaux monolithiques et sandwiches à renforts tissés, non tissés et tricotés » Comptes Rendus des Onzièmes Journées Nationales sur les Composites, v.1, Arcachon 18-19-20 Nov. 98, publiés par J. Lamon et D. Baptiste, pp. 99-107.
- [5] **Grédiau M.**, « Un programme de conception des stratifiés présentant des rigidités données », Comptes Rendus des Onzièmes Journées Nationales sur les Composites, v. 1, Arcachon 18-19-20 Nov. 98, publiés par J. Lamon et D. Baptiste, pp. 197-204.
- [6] **Boyer C., Béakou A.**, « Dispersion de la résistance des composites unidirectionnels : résultats de la dispersion de celles des fibres ? », Comptes Rendus des Onzièmes Journées Nationales sur les Composites, v.3, Arcachon 18-19-20 Nov. 98, publiés par J. Lamon et D. Baptiste, pp. 1131-1140.
- [7] **Ceysson O., Salvia M.**, Vincent L., « Damage mechanisms characterization of carbon fiber/epoxy laminates by both electrical resistance measurements and acoustic emission analysis », Scripta Materialia, v. 34, n°8, 1996, pp. 1273-1280.
- [8] **Zellouf D., Jayet Y., Gaertner R.**, « Apport de la spectroscopie ultrasonore au suivi d'endommagement d'un composite », Comptes Rendus des Onzièmes Journées Nationales sur les Composites , v. 1, Arcachon 18-19-20 Nov. 98, publiés par J. Lamon et D. Baptiste, pp. 235-243.
- [9] **BERTHELOT J-M.**, « Comportement mécanique et analyse des structures », Masson, 1992, 2^{ème} édition 1996, France.
- [10] **DESSARTHE A.**, « Assemblage des Matériaux Composites, Structures Sandwichs, et Matières plastiques », Cetim, 1992.
- [11] **CHRETIEN G.**, « Matériaux composites à matrice organique polymère et renfort type, Caractéristique Technique de mise en oeuvre application », LAVOISIER, PARIS 1986.
- [12] **DESSARTHE A., CARAYOL M.**, « Usinage des Matériaux Composites et élastomères », Cetim, 1996, 139p.

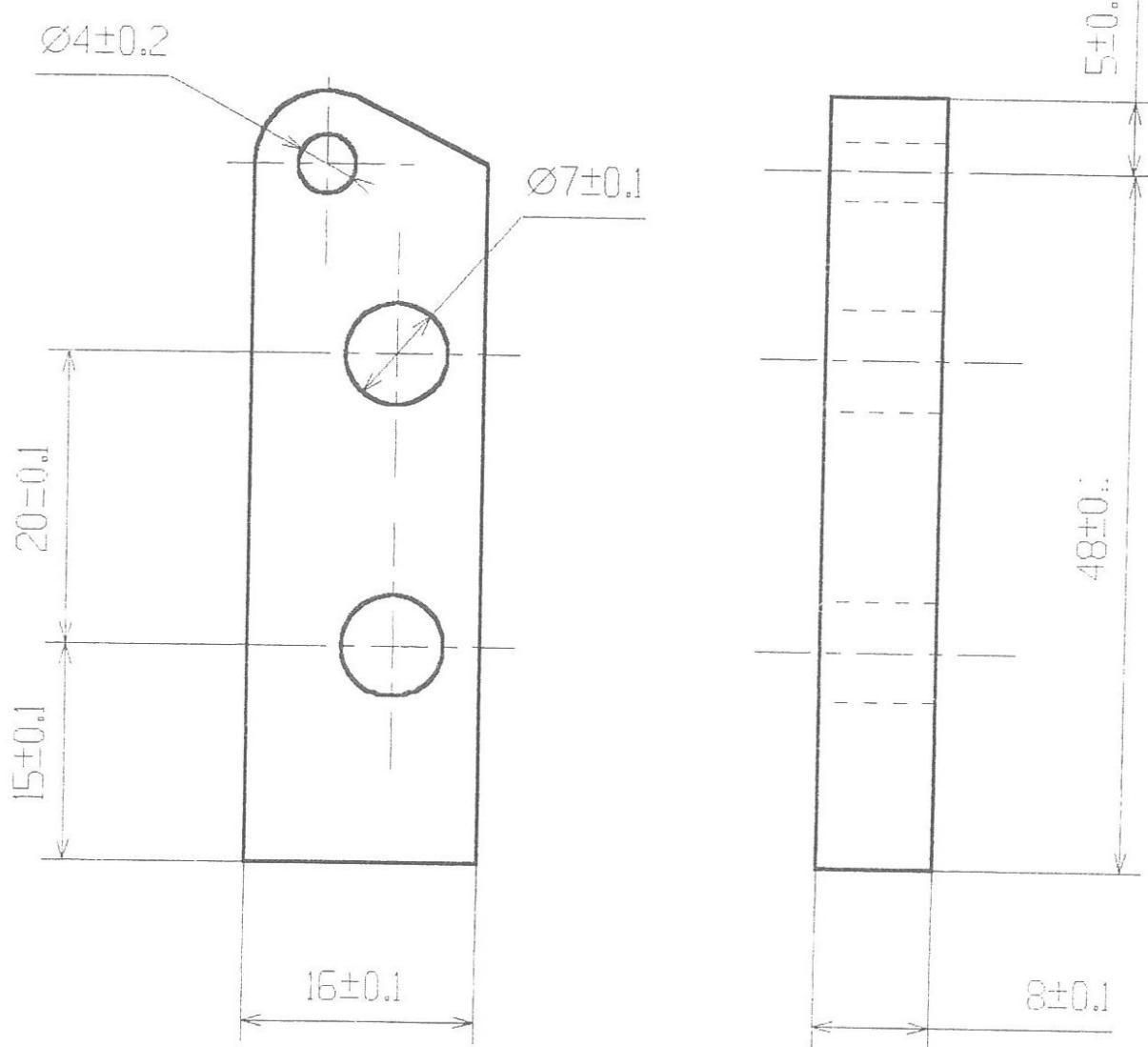
- [13] **FATMI L., BERTHELOT J-M.**, « Contribution a l'étude du comportement en flexion 3 points statique et cyclique de matériaux composites stratifiés », Cimasi 2000, Casablanca, Maroc.
- [14] **GEIR M.**, « Manuel qualité des composites », Technique et documentation, Lavoisier 1989, France.
- [15] Matières plastiques renforcées au verre textile détermination des caractéristiques en traction, édité par l'association française de normalisation (AFNOR). Juin 1977, Paris la défense, France.
- [16] **REDJEL B., DE CHARENTENAY F.X.**, « Comportement mécanique des matériaux composites SMC ». Matériaux et Technique, mai juin 1987, p. 221-228.
- [17] **FATMI L.**, « Modélisation de l'endommagement des matériaux hétérogènes par ré analyse après modification locale de la matrice de rigidité », Thèse de Doctorat Université de Maine Mai 1994.
- [18] Matières plastiques renforcées au verre textile détermination des caractéristiques de flexion méthode des trois pannes, édité par l'association française de normalisation (AFNOR). Juin 1977, Paris la défense, France.
- [19] **CHATEAUMINOIS A.**, « Cours Matériaux Composites », Mai 2000 www.mdi.espci.fr/~chateau/cours/co_posite/Applet_comp/systus, antoine.chateauminois@espci.fr 28 pages.
- [20] **GAY D.**, « Matériaux Composites », HERMES, Juin 1991.
- [21] **BAHLOULI N.**, « Les matériaux composites », www-ipst.u-strasb.fr/nadia/courcomp/ 40 pages.
- [22] **LAROZE S.L., BARRAU J-J.**, « Mécanique des Structures, Tome 4, Calcule des Structures En Matériaux Composites », Eyrolles Masson, 1987.
- [23] **JACQUIET P.**, « Utilisation des matériaux composites », HERMES, 1991.
- [24] **REYNAUD V., SUBRA G., CALDERRINI M.**, « Les Matériaux composites », <http://www.Aae.enscm.fr/anciens/94-mc/TP.marco.htm>, ENSCM1992-93, 27 pages.
- [25] **BOS F.**, « Modélisation du Comportement élastique des panneaux Structuraux à base de bois », Laboratoire de Rhéologie du bois de bordeaux Domaine de l'hermitage. 9 pages
- [26] **EDWARDS K.L.**, « An Overview of the technology of fibre reinforced plastics for design purposes », ELSEVIER, 02/12/1998, 10 pages
- [27] **MATLAB**, « The Language of Technical Computing », Version 5.3. (R11), 21/01/1999.
- [28] **MESBAH A., MOKHTARI M.**, « Apprendre et maîtriser MATLAB pour étudiants, chercheurs et ingénieurs, version 4, 5 et Simlink », Springer-verlag Berlin Hridelberg 1997.

ANNEXES

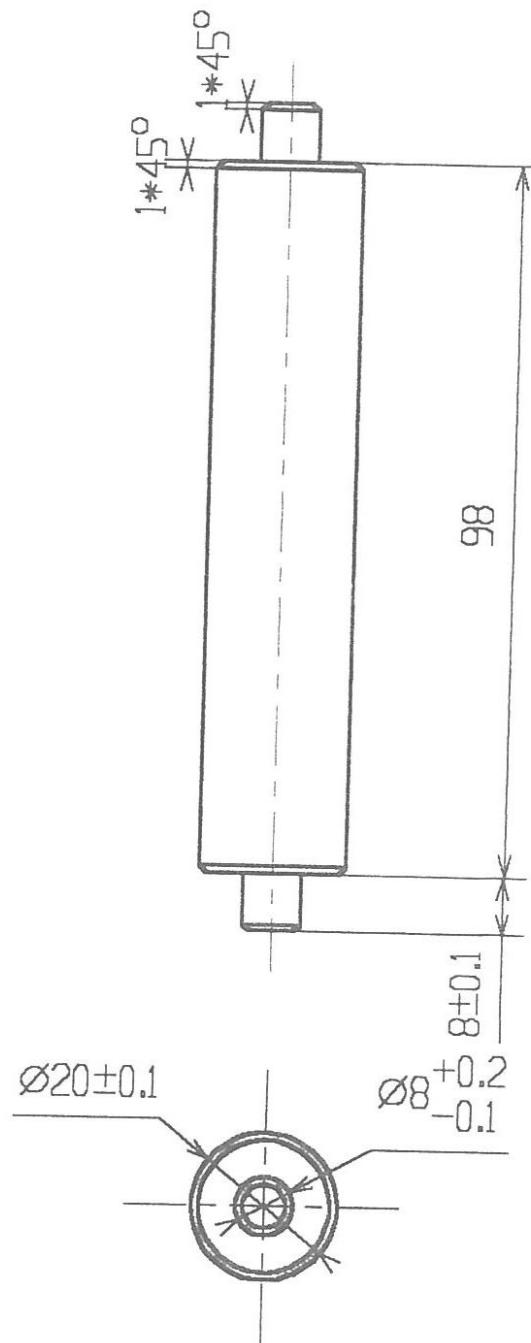
Annexe 1: pièces composant le dispositif réalisé



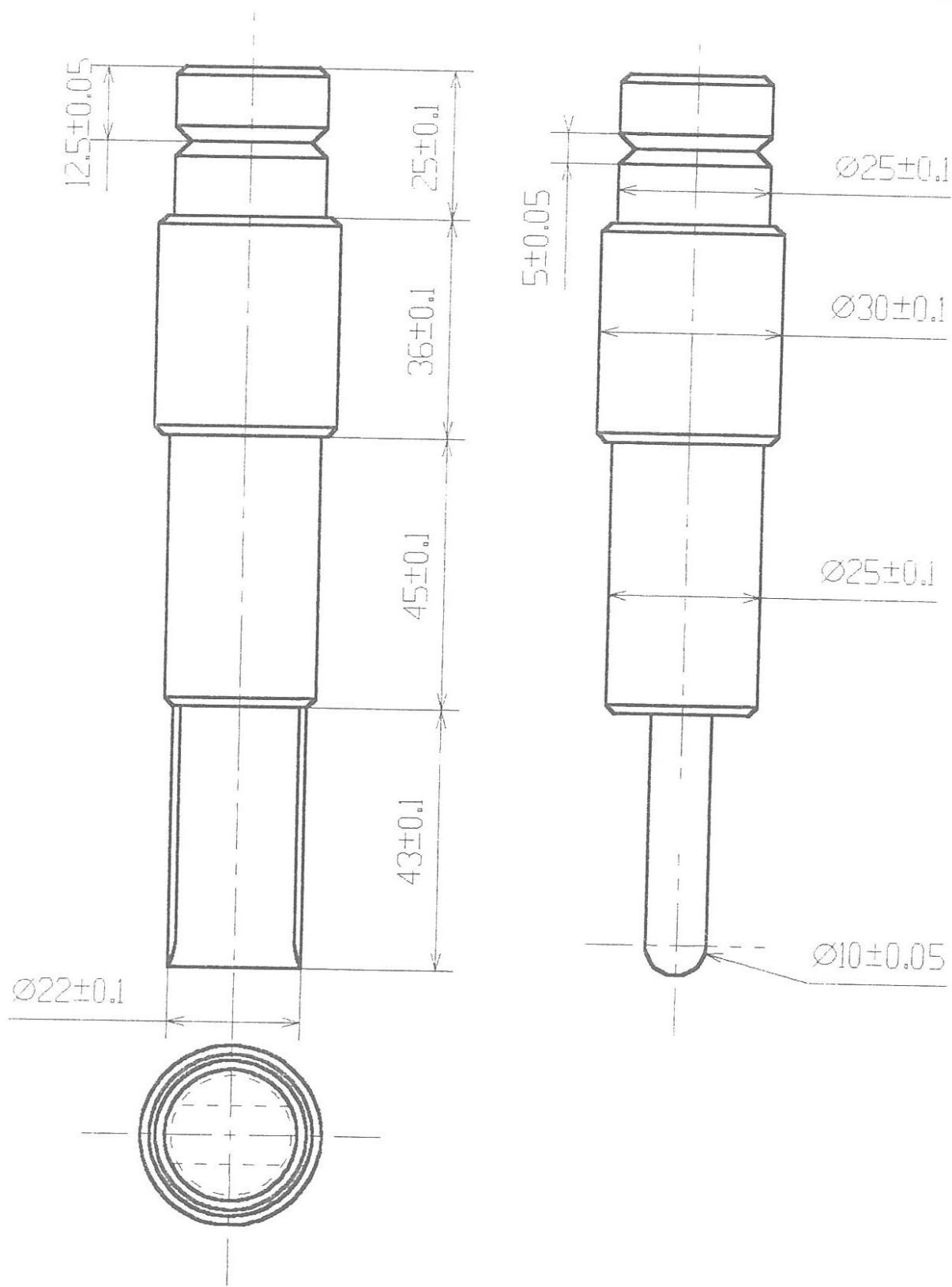
10	Désignation	Matière	Observation	Référence
Nb				
mat. A4				
1:1:2	corps de flexion			
dessiné par: horoubi	Université de Guelma			
N°				



0	Désignation	Matière	Observation	Référence
0 Nb				
format: A4				
h. 2:1	Entrettoise			
ssiné par: Choroudi	Université de Guelma			
	N°			

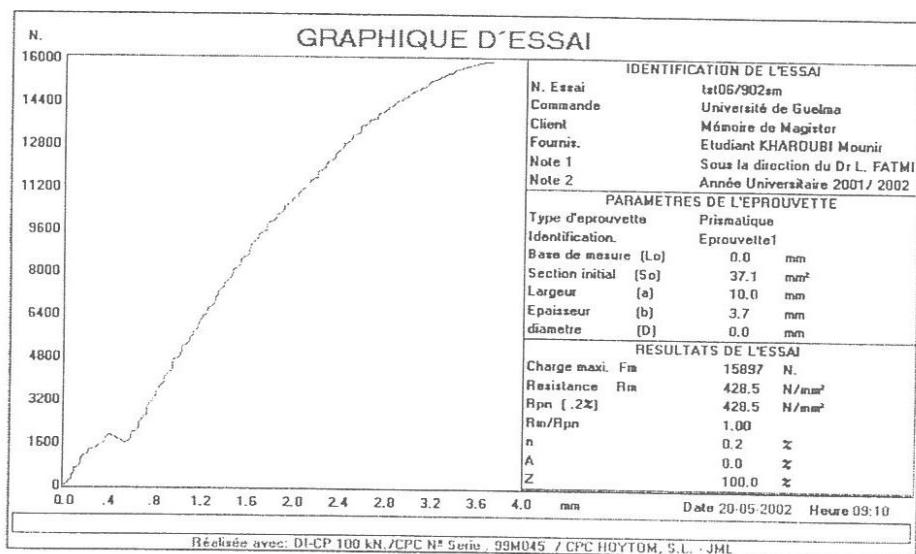


0	Désignation	Matière	Observation	Référence
Nb				
Format : A4				
1:1	Axe			
Conçu par : Kharoubi	Université de Guelma			
	N°			

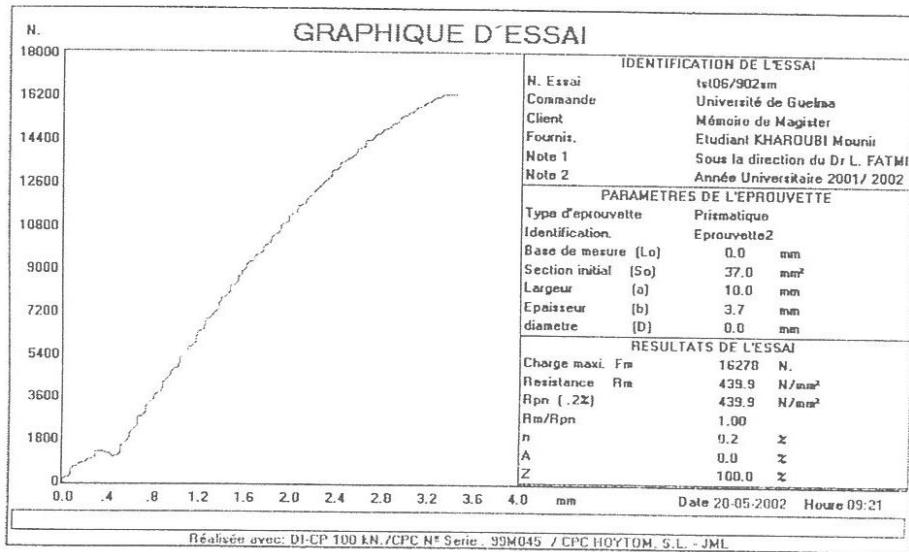


0				
Nb	Désignation	Matière	Observation	Référence
mot : A4				
1:1	Pointçon			
signé par : haroubi	Université de Guelma			
	N°			

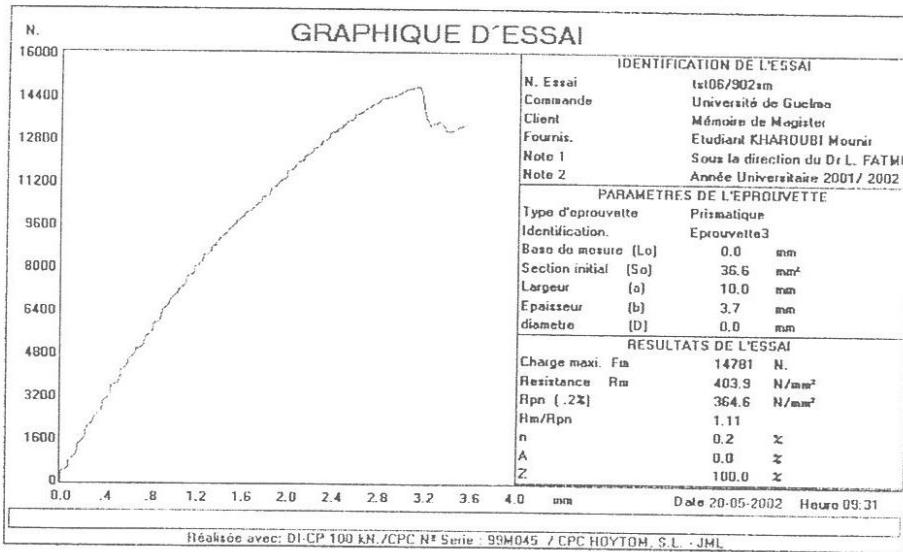
* Pour le stratifié ST1 en traction



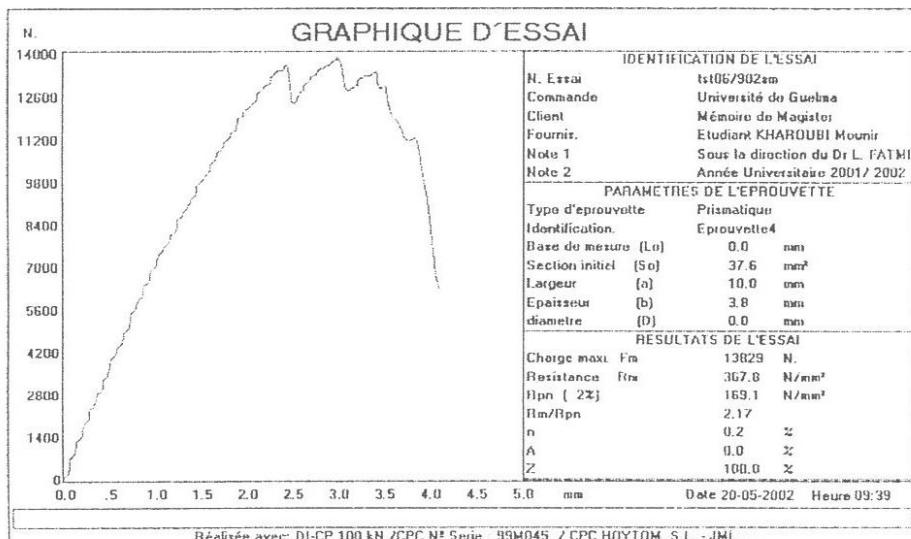
a) ST1



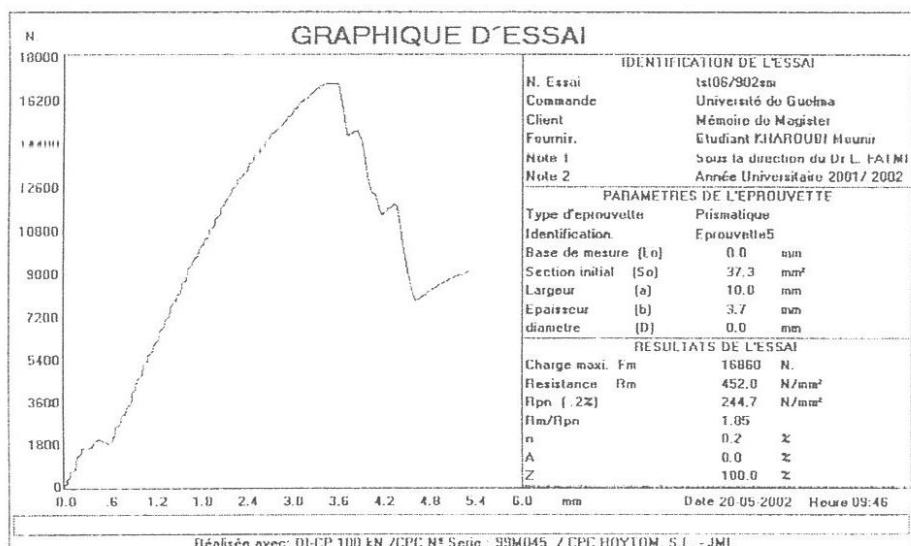
b) ST1



c) ST1



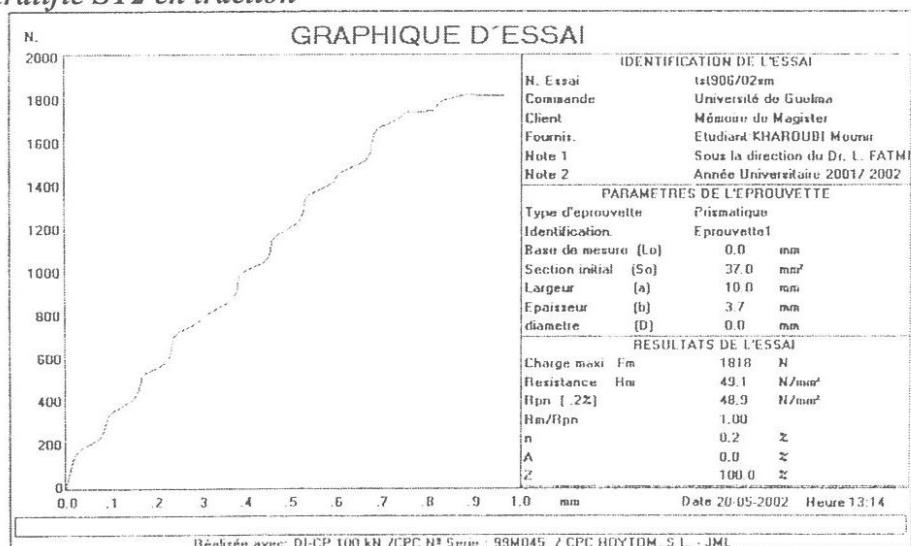
d) ST1



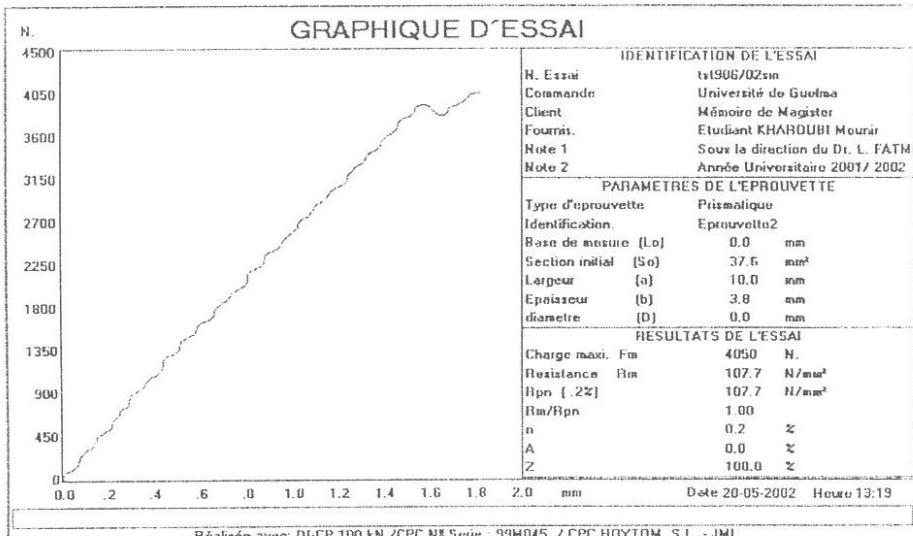
e) ST1

Courbes de comportement expérimental charge déplacement en traction du stratifié ST1

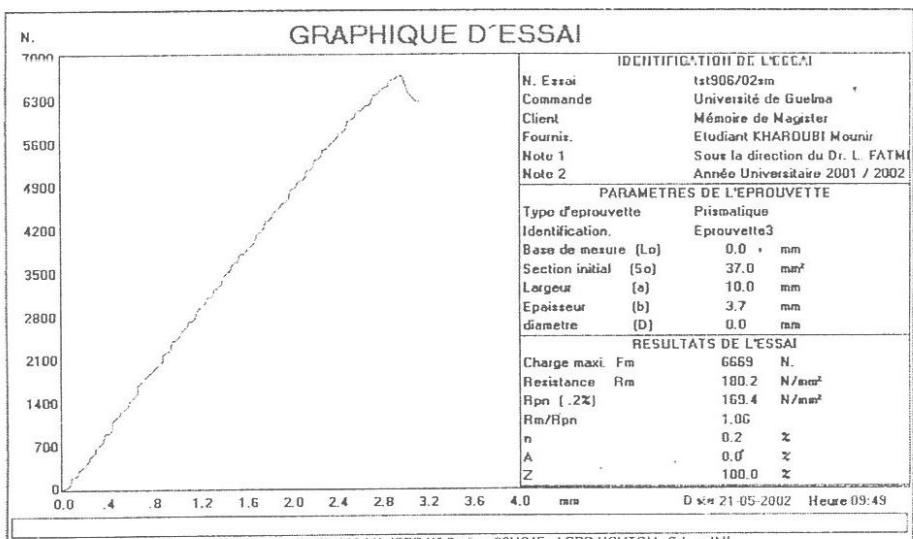
* Pour le stratifié ST2 en traction



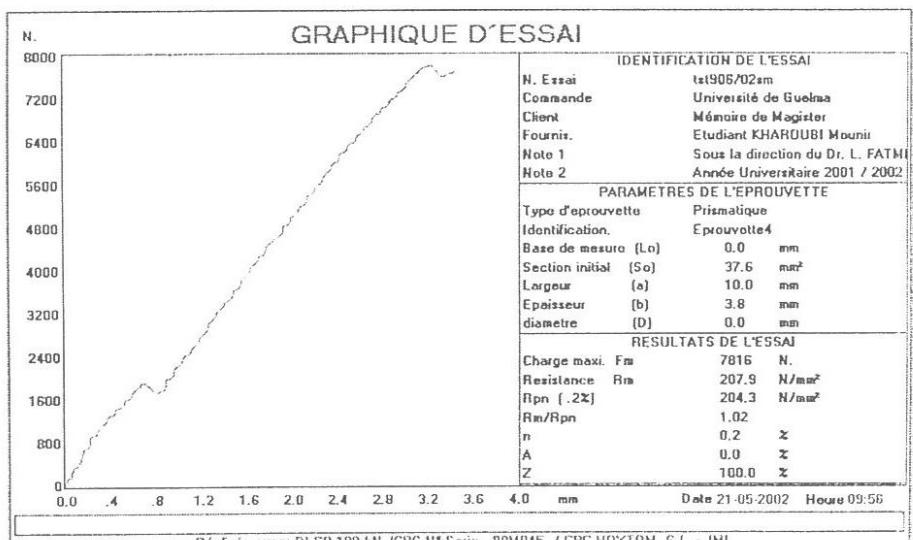
a) ST2



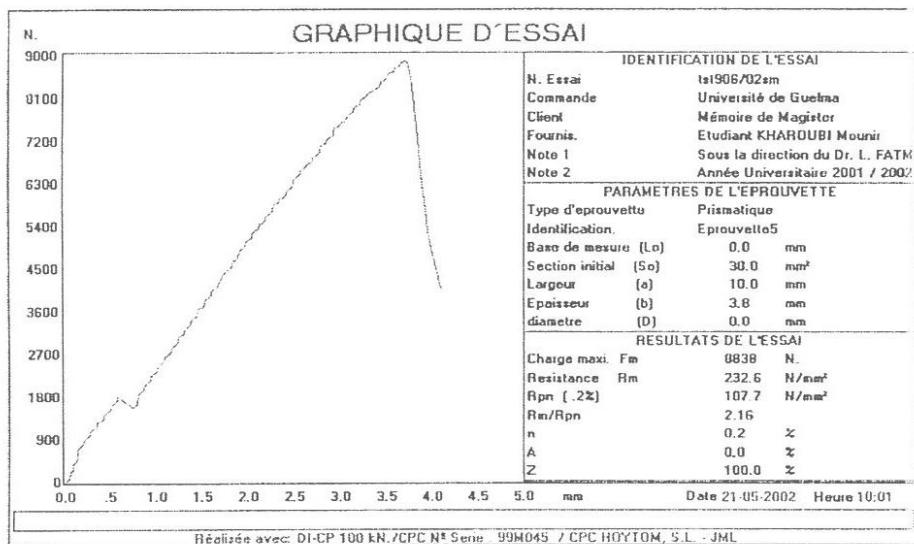
b) ST2



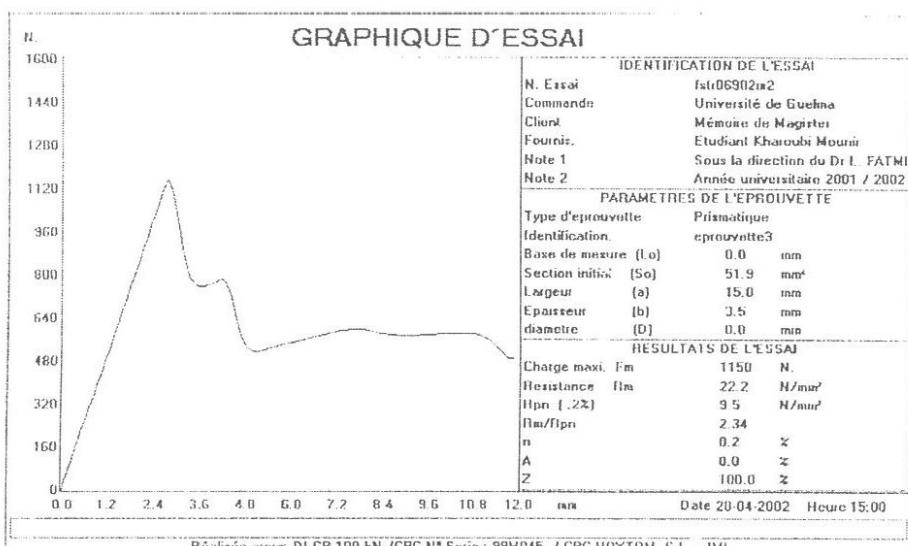
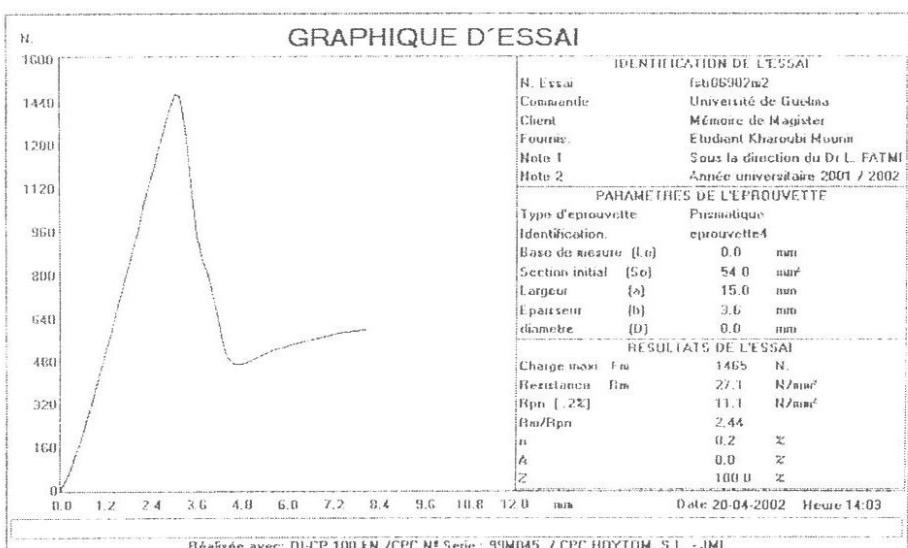
c) ST2

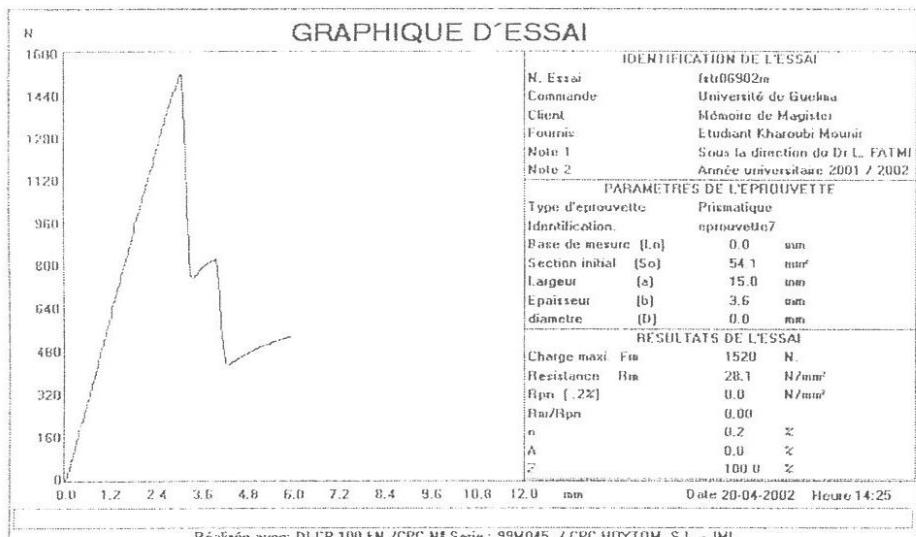


d) ST2

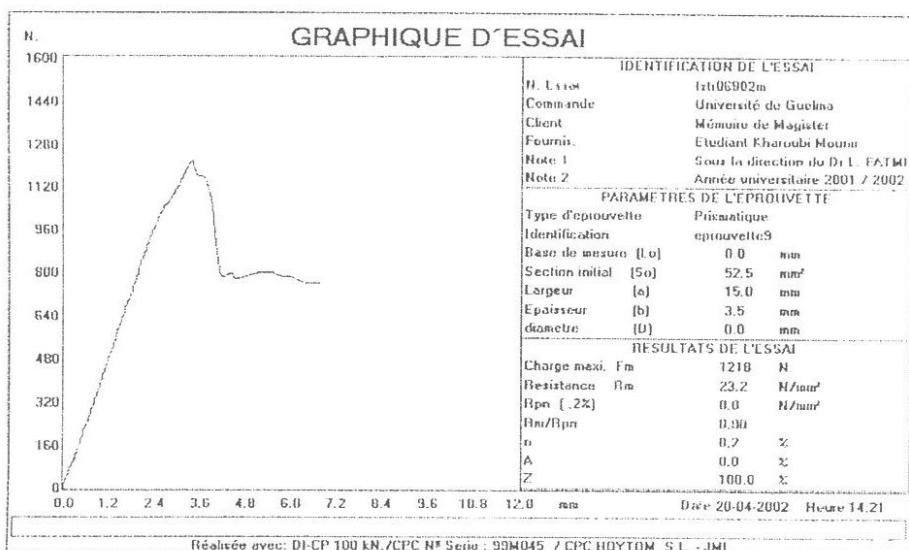
**e) ST2**

Courbes de comportement expérimental charge déplacement en traction du stratifié ST2

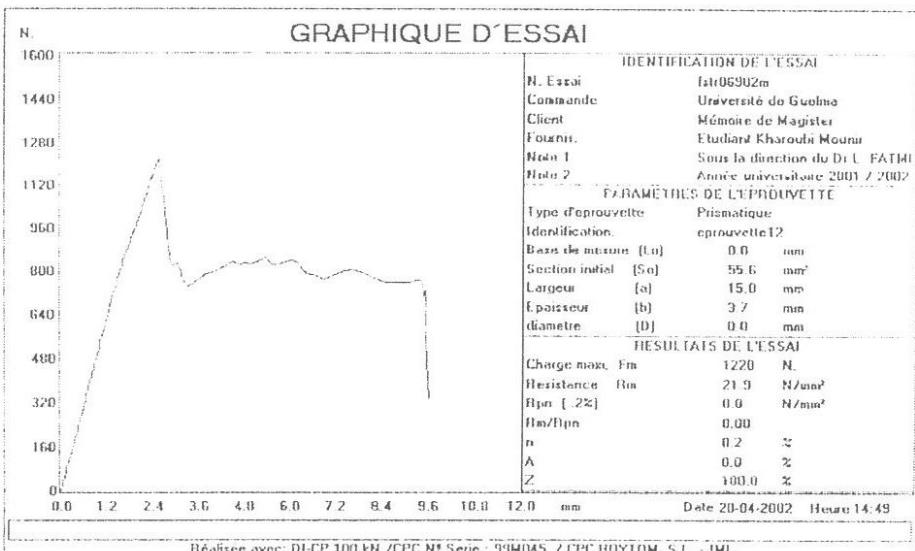
** Pour le stratifié ST1 en flexion 3 points statique***a) ST1****b) ST1**



c) ST1



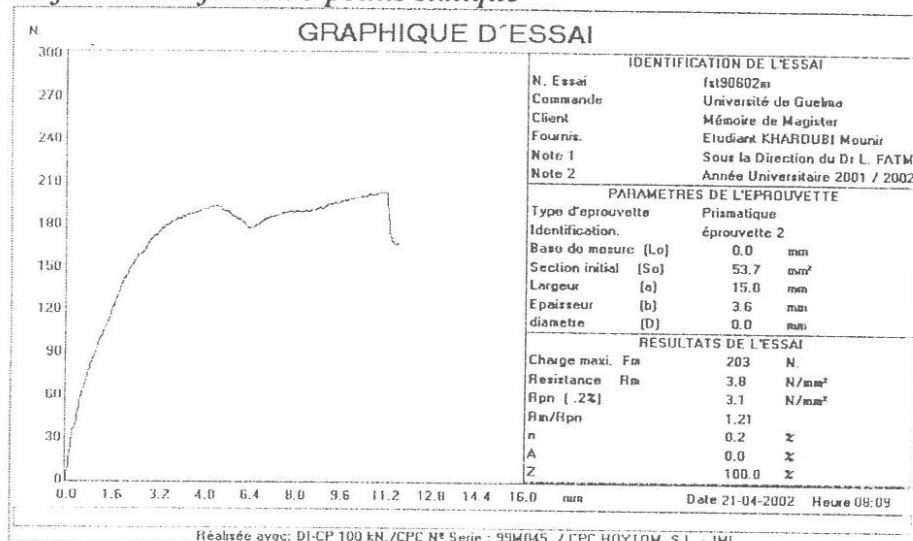
d) ST1



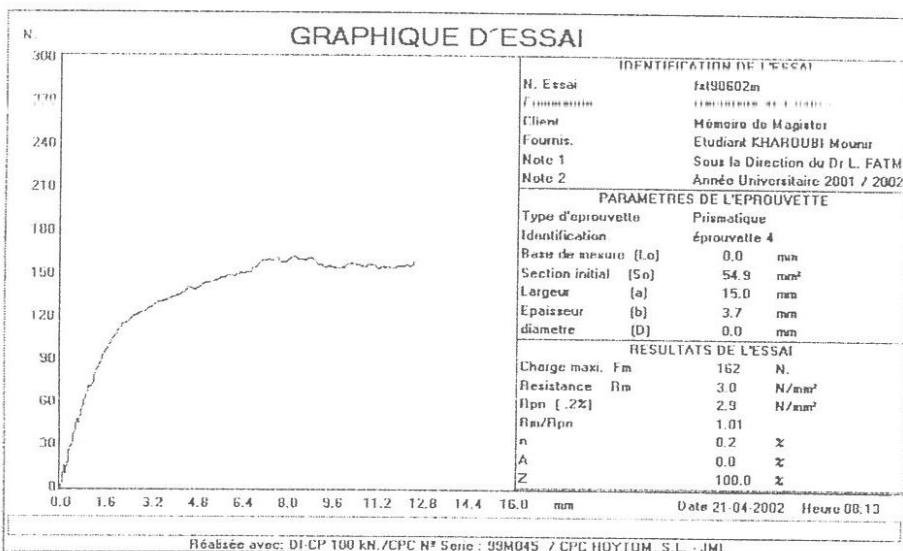
e) ST1

Courbes de comportement expérimental charge déplacement en flexion 3 points statique du stratifié ST1

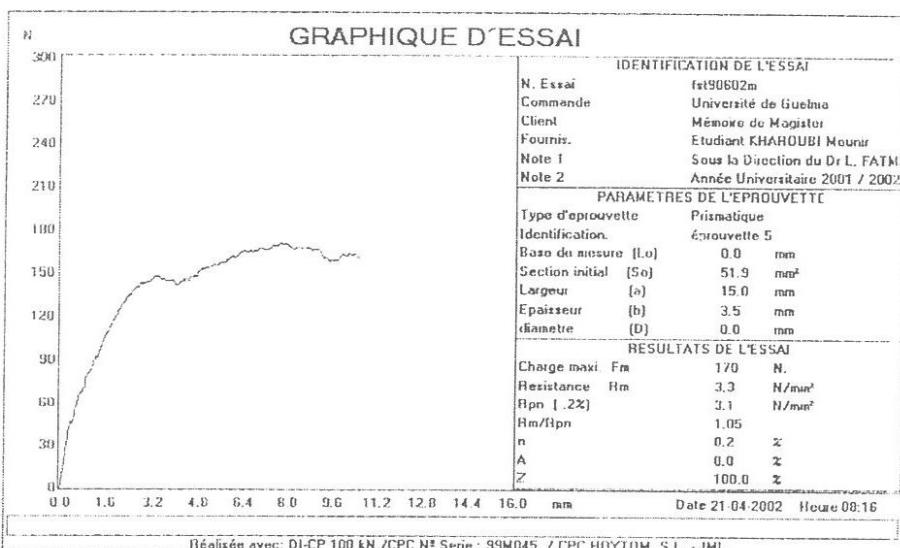
* Pour le stratifié ST2 en flexion 3 points statique



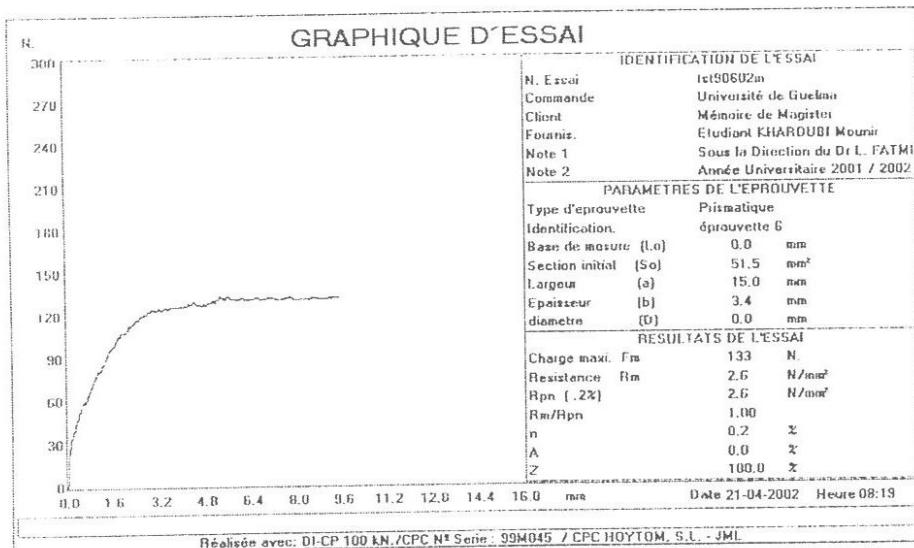
a) ST2



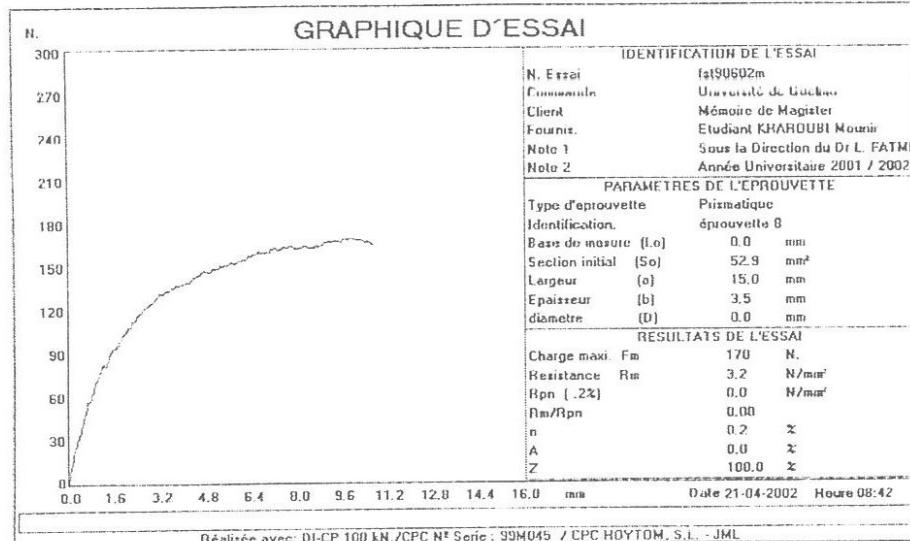
b) ST2



c) ST2



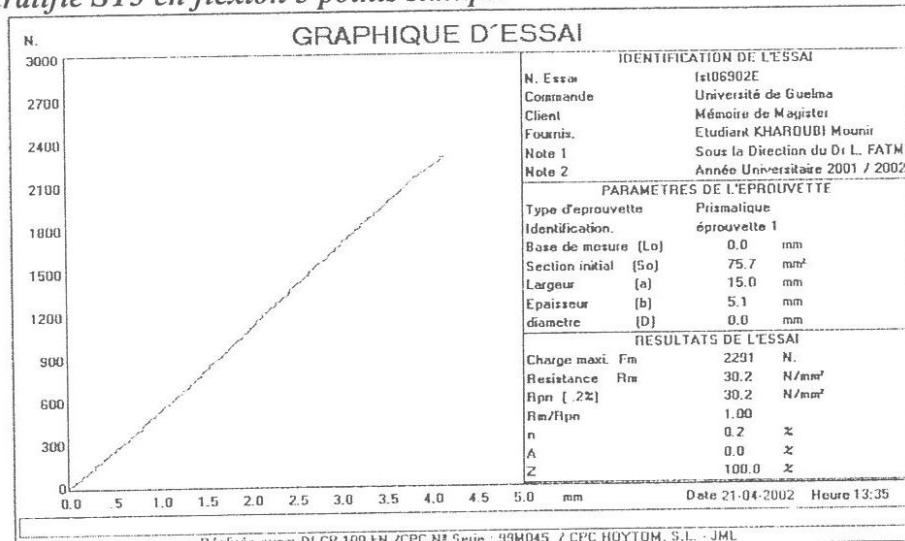
d) ST2



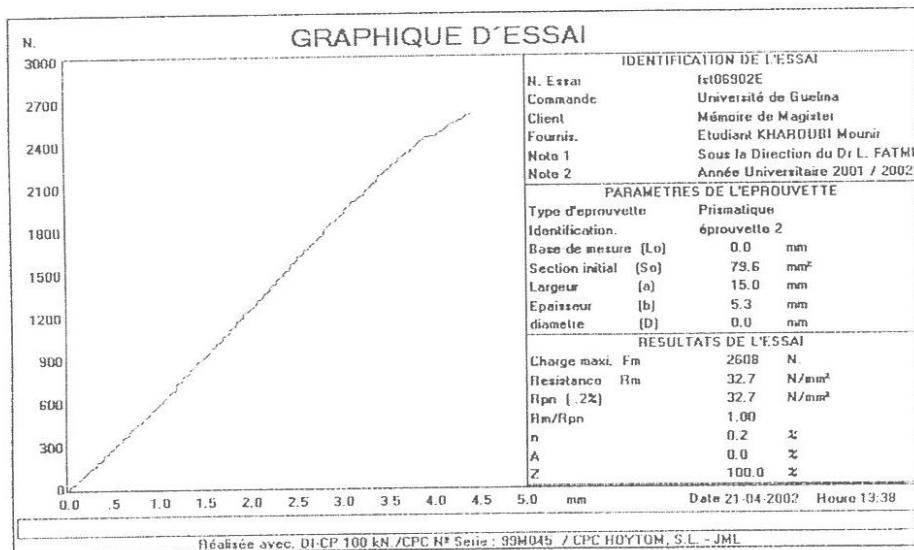
e) ST2

Courbes de comportement expérimental charge déplacement en flexion 3 points statique du stratifié ST2

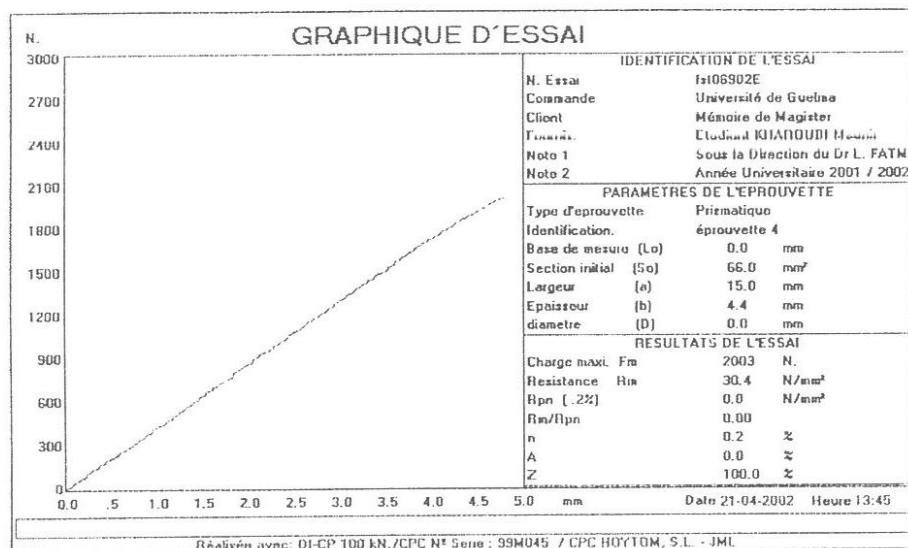
* Pour le stratifié ST3 en flexion 3 points statique



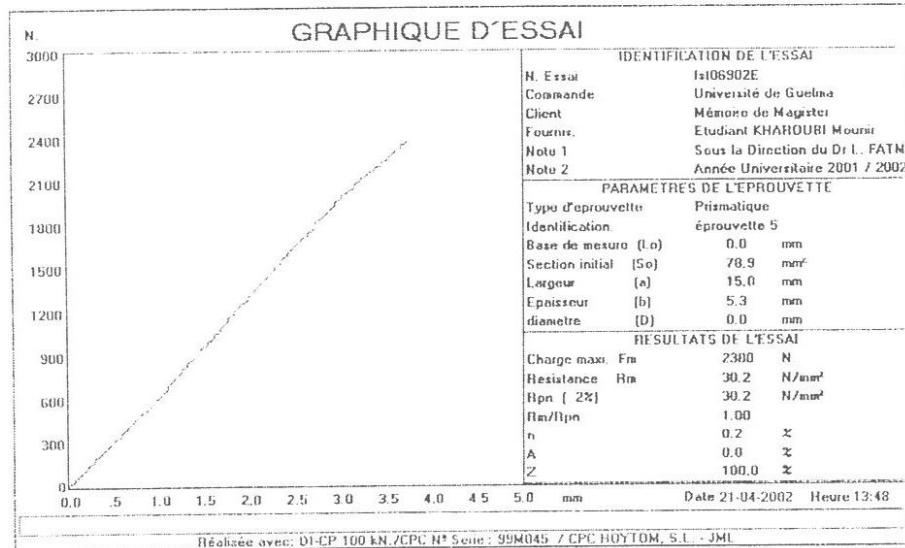
a) ST3



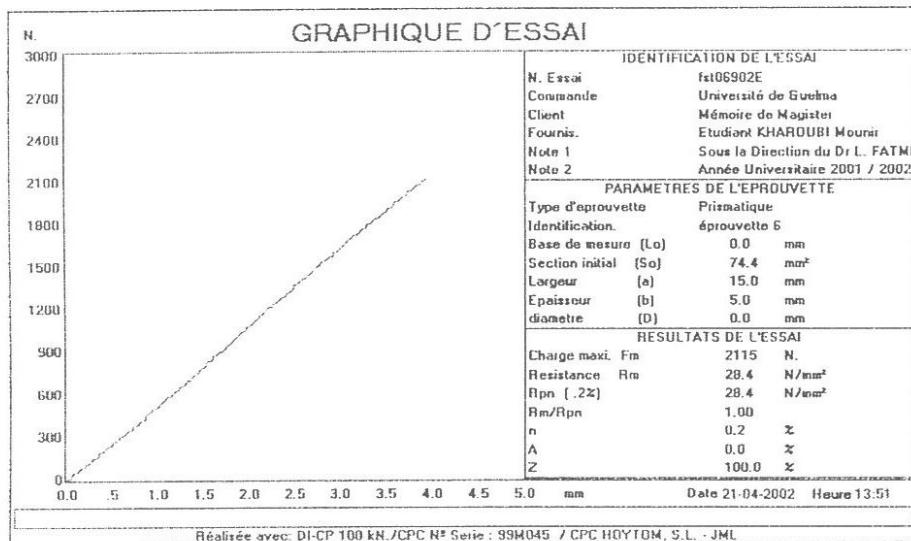
b) ST3



c) ST3



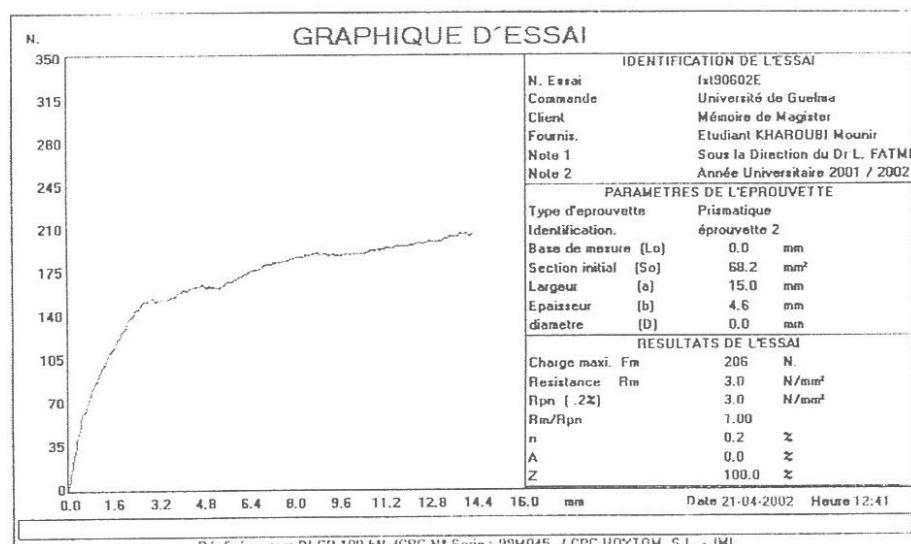
d) ST3



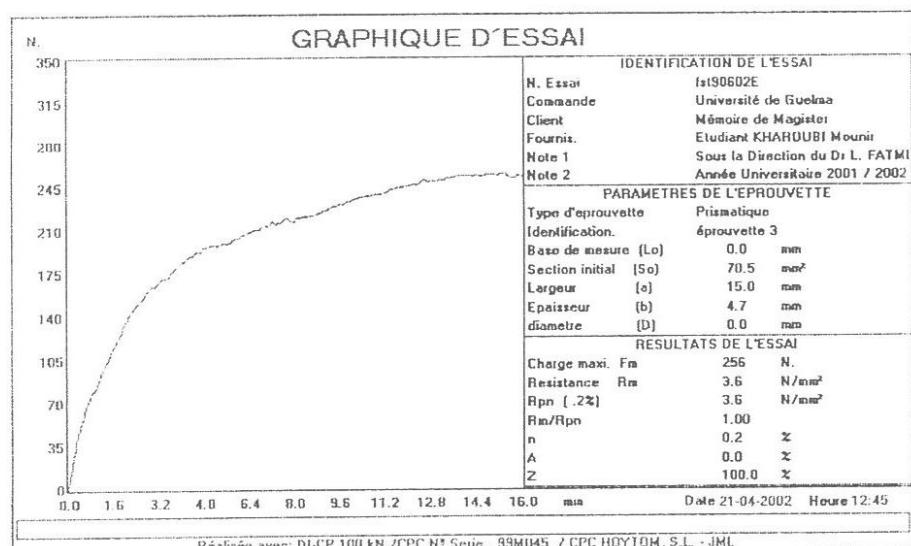
e) ST3

Courbes de comportement expérimental charge déplacement en flexion 3 points statique du stratifié ST3

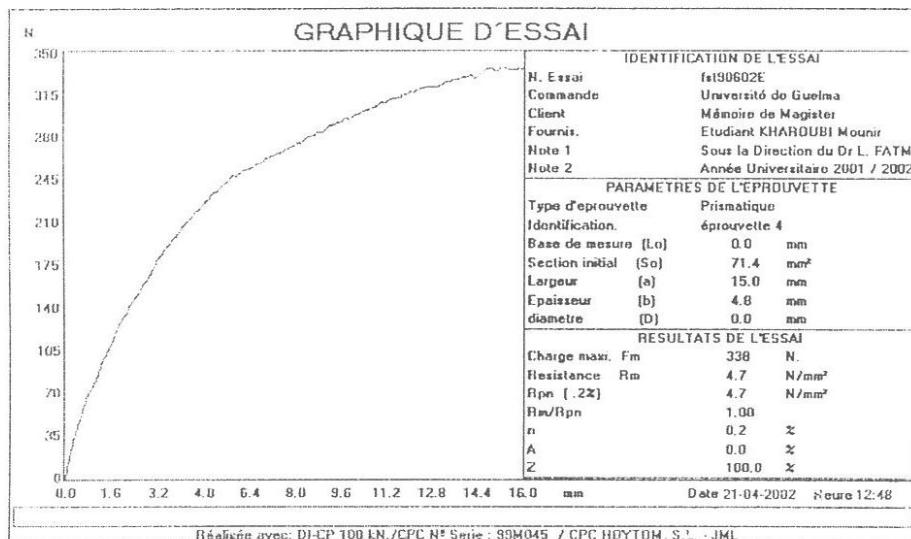
* Pour le stratifié ST4 en flexion 3 points statique



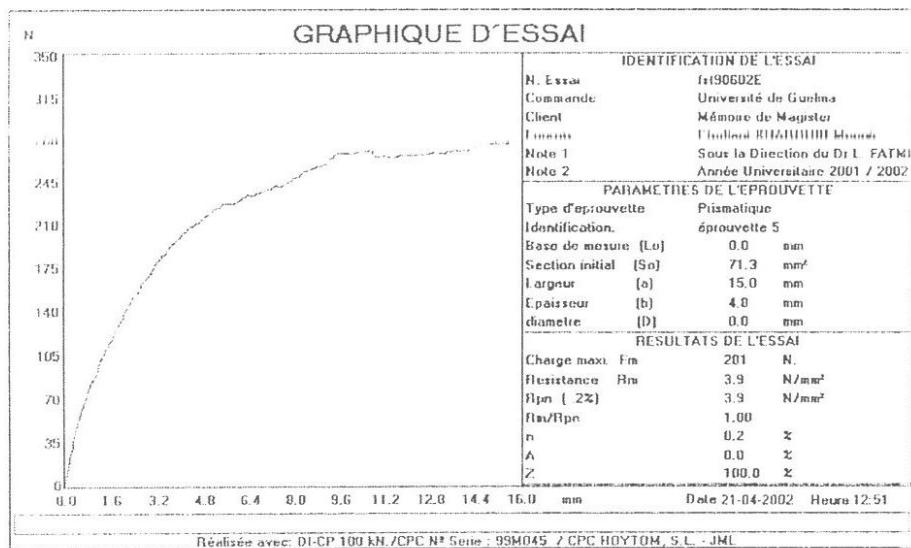
a) ST4



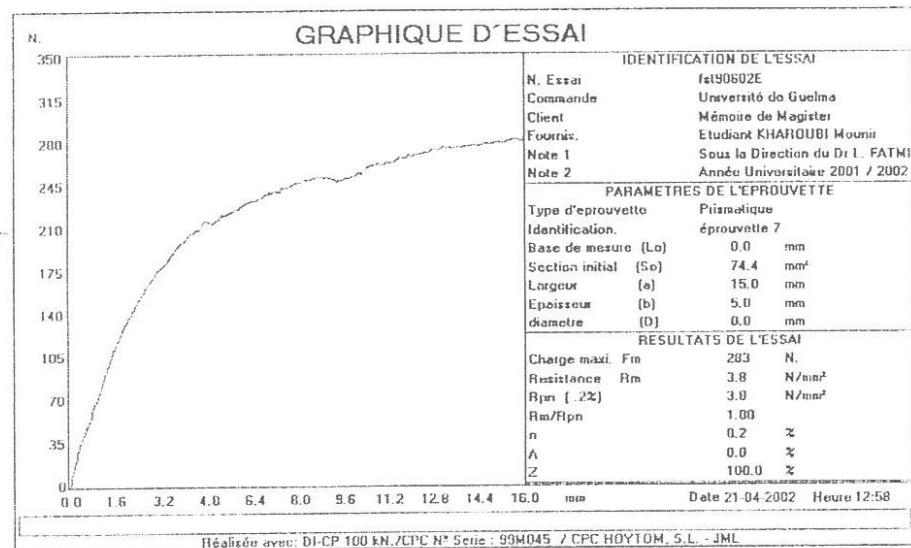
b) ST4



c) ST4



d) ST4



e) ST4

Courbes de comportement expérimental charge déplacement en flexion 3 points statique du stratifié ST4

** Pour le stratifié ST1 en traction*

EL = 59544 MPa

ET = 17630 MPa

GLT = 7600 MPa

Mu = 0.2600

$$Q = 1.0e+004 * 6.0760 \quad 0.4677$$

$$0 \quad 1.7990$$

$$e \text{ (mm)} = [0.2220 \quad 0.2220 \quad 0.2220]$$

$$0.2220 \quad 0.2220 \quad 0.2220 \quad 0.2220 \quad 0.2220 \quad 0.2220 \quad 0.2220 \quad 0.2220]$$

$$\text{teta (rd)} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1.5708 \quad 1.5708 \quad 1.5708 \quad 1.5708 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$hk \text{ (mm)} = [-1.5540 \quad -1.3320 \quad -1.1100 \quad -0.8880 \quad -0.6660 \quad -0.4440 \quad -0.2220 \quad 0 \quad 0.2220]$$

$$0.4440 \quad 0.6660 \quad 0.8880 \quad 1.1100 \quad 1.3320 \quad 1.5520 \quad 1.7760]$$

$$hkk \text{ (mm)} = [-1.7760 \quad -1.5540 \quad -1.3320 \quad -1.1100 \quad -0.8880 \quad -0.6660 \quad -0.4440 \quad -0.2220 \quad 0]$$

$$0.2220 \quad 0.4440 \quad 0.6660 \quad 0.8880 \quad 1.1100 \quad 1.3320 \quad 1.5540]$$

Le nombre de couche n = 16

$$A = 1.0e+005 *$$

$$1.7784 \quad 0.1661 \quad 0.0000$$

$$0.1661 \quad 1.0188 \quad 0.0000$$

$$0.0000 \quad 0.0000 \quad 0.2700$$

$$B = -188.7210 \quad -14.5281 \quad 0$$

$$-14.5281 \quad -55.8772 \quad 0$$

$$0 \quad 0 \quad -23.6056$$

$$D = 1.0e+005 *$$

$$2.2412 \quad 0.1745 \quad 0.0000$$

$$0.1745 \quad 0.6959 \quad 0.0000$$

$$0.0000 \quad 0.0000 \quad 0.2835$$

$$C = 1.0e+005 *$$

$$1.7784 \quad 0.1661 \quad 0.0000 \quad -0.0019 \quad -0.0001 \quad 0$$

$$0.1661 \quad 1.0188 \quad 0.0000 \quad -0.0001 \quad -0.0006 \quad 0$$

$$0.0000 \quad 0.0000 \quad 0.2700 \quad 0 \quad 0 \quad -0.0002$$

$$-0.0019 \quad -0.0001 \quad 0 \quad 2.2412 \quad 0.1745 \quad 0.0000$$

$$-0.0001 \quad -0.0006 \quad 0 \quad 0.1745 \quad 0.6959 \quad 0.0000$$

$$0 \quad 0 \quad -0.0002 \quad 0.0000 \quad 0.0000 \quad 0.2835$$

L'épaisseur totale du stratifié h est égale à 3.552 mm.

La largeur de l'éprouvette est égale à 10 mm.

La longueur entre pointes est égale à 50 mm.

char = 1.0e+003 *[1.5529 0 0 0 0 0]

dep = [0.0089
 -0.0014
 0.0000
 0.0000
 -0.0000
 0.0000]

epsi0 =[0.0089 -0.0014 0.0000]

kx = 1.0e-005 *[0.7465 -0.1181 0.0000]

La section initiale est égale S0 = 35.5200

epssiL = 0.0089 0.0089 0.0089 0.0089 0.0089 0.0089 -0.0014 -0.0014 -0.0014
 0.0089 0.0089 0.0089 0.0089 0.0089 0.0089 -0.0014 -0.0014 -0.0014
 -0.0014 0.0089 0.0089 0.0089 0.0089 0.0089 0.0089
 -0.0014 0.0089 0.0089 0.0089 0.0089 0.0089 0.0089

epssiT = -0.0014 -0.0014 -0.0014 -0.0014 -0.0014 -0.0014 0.0089 0.0089 0.0089
 -0.0014 -0.0014 -0.0014 -0.0014 -0.0014 -0.0014 0.0089 0.0089 0.0089
 0.0089 -0.0014 -0.0014 -0.0014 -0.0014 -0.0014 -0.0014 -0.0014
 0.0089 -0.0014 -0.0014 -0.0014 -0.0014 -0.0014 -0.0014 -0.0014

epssiLT = 1.0e-017 *
 0.0085 0.0085 0.0085 0.0085 0.0085 0.0085 -0.1348 -0.1348 -0.1348
 0.0085 0.0085 0.0085 0.0085 0.0085 0.0085 -0.1348 -0.1348 -0.1349
 -0.1349 0.0085 0.0085 0.0085 0.0085 0.0085 0.0085
 -0.1349 0.0085 0.0085 0.0085 0.0085 0.0085 0.0085

sigmaL = 531.2065 531.3060 531.4055 531.5049 531.6044 531.7038 -46.3678 -46.3760
 531.3060 531.4055 531.5049 531.6044 531.7038 531.8033 -46.3760 -46.3842
 -46.3842 -46.3924 532.2012 532.3006 532.4001 532.4995 532.5990 532.6985
 -46.3924 -46.4006 532.3006 532.4001 532.4995 532.5990 532.6976 532.7979

sigmaT = 15.4371 15.4402 15.4432 15.4462 15.4493 15.4523 152.6990 152.7275
 15.4402 15.4432 15.4462 15.4493 15.4523 15.4554 152.7275 152.7561
 152.7561 152.7847 15.4675 15.4705 15.4736 15.4766 15.4796 15.4827
 152.7847 152.8133 15.4705 15.4736 15.4766 15.4796 15.4826 15.4857

sigmaLT = 1.0e-013 *
 0.0065 0.0065 0.0065 0.0065 0.0065 0.0065 -0.1024 -0.1025 -0.1025
 0.0065 0.0065 0.0065 0.0065 0.0065 0.0065 -0.1025 -0.1025 -0.1025
 -0.1025 0.0065 0.0065 0.0065 0.0065 0.0065 0.0065
 -0.1025 0.0065 0.0065 0.0065 0.0065 0.0065 0.0065

epssixx = 0.0089 0.0089 0.0089 0.0089 0.0089 0.0089 0.0089 0.0089 0.0089
 0.0089 0.0089 0.0089 0.0089 0.0089 0.0089 0.0089 0.0089 0.0089
 0.0089 0.0089 0.0089 0.0089 0.0089 0.0089 0.0089 0.0089
 0.0089 0.0089 0.0089 0.0089 0.0089 0.0089 0.0089 0.0089

epssiyy = -0.0014 -0.0014 -0.0014 -0.0014 -0.0014 -0.0014 -0.0014 -0.0014 -0.0014
 -0.0014 -0.0014 -0.0014 -0.0014 -0.0014 -0.0014 -0.0014 -0.0014 -0.0014
 -0.0014 -0.0014 -0.0014 -0.0014 -0.0014 -0.0014 -0.0014 -0.0014 -0.0014
 -0.0014 -0.0014 -0.0014 -0.0014 -0.0014 -0.0014 -0.0014 -0.0014 -0.0014

epssixy = 1.0e-019 *
 0.8523 0.8525 0.8526 0.8528 0.8530 0.8532 0.8533 0.8535 0.8537
 0.8525 0.8526 0.8528 0.8530 0.8532 0.8533 0.8535 0.8537 0.8538
 0.8538 0.8540 0.8542 0.8543 0.8545 0.8547 0.8548
 0.8540 0.8542 0.8543 0.8545 0.8547 0.8548 0.8550

sigmaxx =
 531.2065 531.3060 531.4055 531.5049 531.6044 531.7038 152.6990 152.7275
 531.3060 531.4055 531.5049 531.6044 531.7038 531.8033 152.7275 152.7561
 152.7561 152.7847 532.2012 532.3006 532.4001 532.4995 532.5990 532.6985
 152.7847 152.8133 532.3006 532.4001 532.4995 532.5990 532.6976 532.7979

sigmayy = 15.4371 15.4402 15.4432 15.4462 15.4493 15.4523 -46.3678 -46.3760
 15.4402 15.4432 15.4462 15.4493 15.4523 15.4554 -46.3760 -46.3842
 -46.3842 -46.3924 15.4675 15.4705 15.4736 15.4766 15.4796 15.4827
 -46.3924 -46.4006 15.4705 15.4736 15.4766 15.4796 15.4826 15.4857

sigmaxy = 1.0e-014 *
 0.0648 0.0648 0.0648 0.0648 0.0648 0.0648 -0.1946 -0.1946 -0.1946
 0.0648 0.0648 0.0648 0.0648 0.0648 0.0649 -0.1946 -0.1946 -0.1947
 -0.1947 0.0649 0.0649 0.0649 0.0649 0.0650 0.0650
 -0.1947 0.0649 0.0649 0.0649 0.0650 0.0650 0.0650

* Pour le stratifié ST2 en traction

EL = 59544 MPa

ET = 17630 MPa

GLT = 7600 MPa

Mu = 0.2600

Q = 1.0e+004 *6.0760 0.4677
 0 1.7990

e (mm) =[0.2220 0.2220 0.2220 0.2220 0.2220 0.2220 0.2220 0.2220 0.2220
 0.2220 0.2220 0.2220 0.2220 0.2220 0.2220 0.2220 0.2220]

teta (rd) =[1.5708 1.5708 1.5708 1.5708 1.5708 1.5708 0 0 0 0
 1.5708 1.5708 1.5708 1.5708 1.5708 1.5708]

$$hk (\text{mm}) = [-1.5540 \quad -1.3320 \quad -1.1100 \quad -0.8880 \quad -0.6660 \quad -0.4440 \quad -0.2220 \quad 0 \quad 0.2220 \\ 0.4440 \quad 0.6660 \quad 0.8880 \quad 1.1100 \quad 1.3320 \quad 1.5520 \quad 1.7760]$$

$$hkk (\text{mm}) = [-1.7760 \quad -1.5540 \quad -1.3320 \quad -1.1100 \quad -0.8880 \quad -0.6660 \quad -0.4440 \quad -0.2220 \quad 0 \\ 0.2220 \quad 0.4440 \quad 0.6660 \quad 0.8880 \quad 1.1100 \quad 1.3320 \quad 1.5540]$$

Le nombre de couche $n = 16$

$$A = 1.0e+005 * \\ \begin{matrix} 1.0188 & 0.1661 & 0.0000 \\ 0.1661 & 1.7784 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.2700 \end{matrix}$$

$$B = -55.8772 \quad -14.5281 \quad -0.0000 \\ -14.5281 \quad -188.7210 \quad -0.0000 \\ -0.0000 \quad -0.0000 \quad -23.6056$$

$$D = 1.0e+005 * \\ \begin{matrix} 0.6959 & 0.1745 & 0.0000 \\ 0.1745 & 2.2412 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.2835 \end{matrix}$$

$$C = 1.0e+005 * \\ \begin{matrix} 1.0188 & 0.1661 & 0.0000 & -0.0006 & -0.0001 & -0.0000 \\ 0.1661 & 1.7784 & 0.0000 & -0.0001 & -0.0019 & -0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.2700 & -0.0000 & -0.0000 & -0.0002 \\ -0.0006 & -0.0001 & -0.0000 & 0.6959 & 0.1745 & 0.0000 \\ -0.0001 & -0.0019 & -0.0000 & 0.1745 & 2.2412 & 0.0000 \\ -0.0000 & -0.0000 & -0.0002 & 0.0000 & 0.0000 & 0.2835 \end{matrix}$$

L'épaisseur totale du stratifié h est égale à 3.552 mm.

La largeur de l'éprouvette est égale à 10 mm.

La longueur entre pointes est égale à 50 mm.

$$\text{char} = [777.4300 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$\text{dep} = [0.0077 \\ -0.0007 \\ 0.0000 \\ 0.0000 \\ -0.0000 \\ 0.0000]$$

$$\text{epsi0} = [0.0077 \quad -0.0007 \quad 0.0000]$$

$$kx = 1.0e-005 * [0.6219 \quad -0.0591 \quad 0.0000]$$

La section initiale est égale $S_0 = 35.5200$

epssiL = -0.0007 -0.0007 -0.0007 -0.0007 -0.0007 -0.0007 0.0077 0.0077 0.0077
 -0.0007 -0.0007 -0.0007 -0.0007 -0.0007 -0.0007 0.0077 0.0077 0.0078
 0.0078 -0.0007 -0.0007 -0.0007 -0.0007 -0.0007 -0.0007 -0.0007
 0.0078 -0.0007 -0.0007 -0.0007 -0.0007 -0.0007 -0.0007

epssiT = 0.0077 0.0077 0.0077 0.0077 0.0077 0.0077 -0.0007 -0.0007 -0.0007
 0.0077 0.0077 0.0077 0.0077 0.0077 0.0077 -0.0007 -0.0007 -0.0007
 -0.0007 0.0078 0.0078 0.0078 0.0078 0.0078 0.0078 0.0078
 -0.0007 0.0078 0.0078 0.0078 0.0078 0.0078 0.0078 0.0078

epssiLT = 1.0e-017 *
 -0.1126 -0.1127 -0.1127 -0.1127 -0.1127 -0.1127 0.0090 0.0090 0.0090 0.0090
 -0.1127 -0.1127 -0.1127 -0.1127 -0.1127 -0.1128 0.0090 0.0090 0.0090 0.0090
 -0.1128 -0.1129 -0.1129 -0.1129 -0.1129 -0.1129
 -0.1129 -0.1129 -0.1129 -0.1129 -0.1130

sigmaI = -7.7283 -7.7298 -7.7314 -7.7329 -7.7344 -7.7359 467.2688 467.3521
 -7.7298 -7.7314 -7.7329 -7.7344 -7.7359 -7.7374 467.3521 467.4353
 467.4353 467.5186 -7.7435 -7.7450 -7.7465 -7.7481 -7.7496 -7.7511
 467.5186 467.6019 -7.7450 -7.7465 -7.7481 -7.7496 -7.7511 -7.7526

sigmaT = 135.8226 135.8469 135.8711 135.8953 135.9195 135.9438 23.2132 23.2173
 135.8469 135.8711 135.8953 135.9195 135.9438 135.9680 23.2173 23.2214
 23.2214 23.2255 136.0649 136.0891 136.1133 136.1375 136.1618 136.1860
 23.2255 23.2296 136.0891 136.1133 136.1375 136.1618 136.1858 136.2102

sigmaLT = 1.0e-014 *
 -0.8561 -0.8563 -0.8564 -0.8566 -0.8567 -0.8569 0.0687 0.0687 0.0688
 -0.8563 -0.8564 -0.8566 -0.8567 -0.8569 -0.8570 0.0687 0.0688 0.0688
 0.0688 -0.8576 -0.8578 -0.8580 -0.8581 -0.8583 -0.8584
 0.0688 -0.8578 -0.8580 -0.8581 -0.8583 -0.8584 -0.8586

epssixx = 0.0077 0.0077 0.0077 0.0077 0.0077 0.0077 0.0077 0.0077 0.0077
 0.0077 0.0077 0.0077 0.0077 0.0077 0.0077 0.0077 0.0077 0.0077
 0.0077 0.0078 0.0078 0.0078 0.0078 0.0078 0.0078 0.0078 0.0078
 0.0078 0.0078 0.0078 0.0078 0.0078 0.0078 0.0078 0.0078 0.0078

epssiyy = 1.0e-003 *
 -0.7229 -0.7230 -0.7231 -0.7233 -0.7234 -0.7235 -0.7237 -0.7238 -0.7239
 -0.7230 -0.7231 -0.7233 -0.7234 -0.7235 -0.7237 -0.7238 -0.7239 -0.7240
 -0.7240 -0.7242 -0.7243 -0.7244 -0.7246 -0.7247 -0.7248
 -0.7242 -0.7243 -0.7244 -0.7246 -0.7247 -0.7248 -0.7250

epssixy = 1.0e-019 *
 0.9033 0.9035 0.9037 0.9038 0.9040 0.9041 0.9043 0.9045 0.9046
 0.9035 0.9037 0.9038 0.9040 0.9041 0.9043 0.9045 0.9046 0.9048
 0.9048 0.9050 0.9051 0.9053 0.9055 0.9056 0.9058
 0.9050 0.9051 0.9053 0.9055 0.9056 0.9058 0.9059

sigmaxx = 135.8226 135.8469 135.8711 135.8953 135.9195 135.9438 467.2688
 135.8469 135.8711 135.8953 135.9195 135.9438 135.9680 467.3521
 467.3521 467.4353 467.5186 136.0649 136.0891 136.1133 136.1375 136.1618 136.1860
 467.4353 467.5186 467.6019 136.0891 136.1133 136.1375 136.1618 136.1858 136.2102

sigmayy = -7.7283 -7.7298 -7.7314 -7.7329 -7.7344 -7.7359 23.2132 23.2173
 -7.7298 -7.7314 -7.7329 -7.7344 -7.7359 -7.7374 23.2173 23.2214
 23.2214 23.2255 -7.7435 -7.7450 -7.7465 -7.7481 -7.7496 -7.7511
 23.2255 23.2296 -7.7450 -7.7465 -7.7481 -7.7496 -7.7511 -7.7526

sigmaxy = 1.0e-015 *
 -0.2288 -0.2289 -0.2289 -0.2289 -0.2290 -0.2290 0.6873 0.6874
 -0.2289 -0.2289 -0.2289 -0.2290 -0.2290 -0.2291 0.6874 0.6875
 0.6875 0.6876 -0.2293 -0.2293 -0.2294 -0.2294 -0.2294 -0.2295
 0.6876 0.6878 -0.2293 -0.2294 -0.2294 -0.2294 -0.2295 -0.2295

* Pour le stratifié ST1 en flexion

EL = 59544 MPa

ET = 17630 MPa

GLT = 7600 MPa

Mu = 0.2600

Q = 1.0e+004 *
 6.0760 0.4677
 0 1.7990

e (mm) =[0.2220 0.2220 0.2220 0.2220 0.2220 0.2220 0.2220 0.2220 0.2220
 0.2220 0.2220 0.2220 0.2220 0.2220 0.2220 0.2220 0.2220]

teta (rd) =[0 0 0 0 0 1.5708 1.5708 1.5708 1.5708 0 0 0 0 0 0]

hk (mm) =[-1.5540 -1.3320 -1.1100 -0.8880 -0.6660 -0.4440 -0.2220 0 0.2220
 0.4440 0.6660 0.8880 1.1100 1.3320 1.5520 1.7760]

hkk (mm) =[-1.7760 -1.5540 -1.3320 -1.1100 -0.8880 -0.6660 -0.4440 -0.2220 0
 0.2220 0.4440 0.6660 0.8880 1.1100 1.3320 1.5540]

Le nombre de couche n = 16

A = 1.0e+005 *
 1.7784 0.1661 0.0000
 0.1661 1.0188 0.0000
 0.0000 0.0000 0.2700

B = -188.7210 -14.5281 0
 -14.5281 -55.8772 0
 0 0 -23.6056

D = 1.0e+005 * 2.2412 0.1745 0.0000
 0.1745 0.6959 0.0000
 0.0000 0.0000 0.2835

C = 1.0e+005 *
 1.7784 0.1661 0.0000 -0.0019 -0.0001 0
 0.1661 1.0188 0.0000 -0.0001 -0.0006 0
 0.0000 0.0000 0.2700 0 0 -0.0002
 -0.0019 -0.0001 0 2.2412 0.1745 0.0000
 -0.0001 -0.0006 0 0.1745 0.6959 0.0000
 0 0 -0.0002 0.0000 0.0000 0.2835

l'épaisseur totale de stratifié h est égale à 3.554 mm

la largeur du stratifié b est égale à 15 mm

la longueur entre les appuis l est égale à 56.832 mm

la charge appliquée au milieu de la poutre P est égale à 1314.6 N

De = 1.0e-004 * 0.0455 -0.0114 0.0000
 -0.0114 0.1466 -0.0000
 0.0000 -0.0000 0.3528

Ex (MPa) = 5.8743e+004

I (mm⁴)= 56.1128

Wc (mm) = 1.5251

sigma0 (MPa) = 2.1233e+007

tau0 (MPa) = -5.2561e+004

sigmaxx (MPa) = 1.0e+006 *
 1.2084 1.0574 0.9063 0.7553 0.6042 0.4532 0.0853 0.0426 0
 1.0574 0.9063 0.7553 0.6042 0.4532 0.3021 0.0426 0 -0.0426
 -0.0426 -0.3021 -0.4532 -0.6042 -0.7553 -0.9063 -1.0574
 -0.0853 -0.4532 -0.6042 -0.7553 -0.9063 -1.0560 -1.2084

sigmayy (MPa) = 1.0e+004 *
 0.3402 0.2976 0.2551 0.2126 0.1701 0.1276 -5.3506 -2.6753 0 2.6753
 0.2976 0.2551 0.2126 0.1701 0.1276 0.0850 -2.6753 0 2.6753 5.3506
 -0.0850 -0.1276 -0.1701 -0.2126 -0.2551 -0.2976
 -0.1276 -0.1701 -0.2126 -0.2551 -0.2973 -0.3402

sigmaxy (MPa) = 1.0e-011 *
 0.0162 0.0142 0.0122 0.0102 0.0081 0.0061 -0.2555 -0.1277 0 0.1277
 0.0142 0.0122 0.0102 0.0081 0.0061 0.0041 -0.1277 0 0.1277 0.2555
 -0.0041 -0.0061 -0.0081 -0.0102 -0.0122 -0.0142
 -0.0061 -0.0081 -0.0102 -0.0122 -0.0142 -0.0162

$\text{sigmaxz (MPa)} = 1.0\text{e+004} *$

0	-1.2482	-2.3300	-3.2453	-3.9942	-4.5767	-4.9928	-5.0633	-5.0868
-1.2482	-2.3300	-3.2453	-3.9942	-4.5767	-4.9928	-5.0633	-5.0868	-5.0633
-5.0633	-4.9928	-4.5767	-3.9942	-3.2453	-2.3300	-1.2482		
-4.9928	-4.5767	-3.9942	-3.2453	-2.3300	-1.2587	-0.0000		

* Pour le stratifié ST2 en flexion

$\text{EL} = 59544 \text{ MPa}$

$\text{ET} = 17630 \text{ MPa}$

$\text{GLT} = 7600 \text{ MPa}$

$\text{Mu} = 0.2600$

$\text{Q} = 1.0\text{e+004} *$

6.0760	0.4677
0	1.7990

$\text{e (mm)} = [0.2220 \quad 0.2220]$

$\text{teta (rd)} = [1.5708 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1.5708 \quad 1.5708 \quad 1.5708 \quad 1.5708 \quad 1.5708]$

$\text{hk (mm)} = [-1.5540 \quad -1.3320 \quad -1.1100 \quad -0.8880 \quad -0.6660 \quad -0.4440 \quad -0.2220 \quad 0 \quad 0.2220 \quad 0.4440 \quad 0.6660 \quad 0.8880 \quad 1.1100 \quad 1.3320 \quad 1.5520 \quad 1.7760]$

$\text{hkk (mm)} = [-1.7760 \quad -1.5540 \quad -1.3320 \quad -1.1100 \quad -0.8880 \quad -0.6660 \quad -0.4440 \quad -0.2220 \quad 0 \quad 0.2220 \quad 0.4440 \quad 0.6660 \quad 0.8880 \quad 1.1100 \quad 1.3320 \quad 1.5540]$

Le nombre de couche $n = 16$

$\text{A} = 1.0\text{e+005} * 1.0188 \quad 0.1661 \quad 0.0000 \quad 0.1661 \quad 1.7784 \quad 0.0000 \quad 0.0000 \quad 0.0000 \quad 0.2700$

$\text{B} = -55.8772 \quad -14.5281 \quad -0.0000 \quad -14.5281 \quad -188.7210 \quad -0.0000 \quad -0.0000 \quad -0.0000 \quad -23.6056$

$\text{D} = 1.0\text{e+005} * \quad 0.6959 \quad 0.1745 \quad 0.0000 \quad 0.1745 \quad 2.2412 \quad 0.0000 \quad 0.0000 \quad 0.0000 \quad 0.2835$

$C = 1.0e+005 *$

1.0188	0.1661	0.0000	-0.0006	-0.0001	-0.0000	
0.1661	1.7784	0.0000	-0.0001	-0.0019	-0.0000	
0.0000	0.0000	0.2700	-0.0000	-0.0000	-0.0002	
-0.0006	-0.0001	-0.0000	0.6959	0.1745	0.0000	
-0.0001	-0.0019	-0.0000	0.1745	2.2412	0.0000	
-0.0000	-0.0000	-0.0002	0.0000	0.0000	0.2835	

l'épaisseur totale de stratifié h est égale à 3.552 mm

la largeur du stratifié b est égale à 15 mm

la longueur entre les appuis l est égale à 56.832 mm

la charge appliquée au milieu de la poutre P est égale à 167.6 N

$De = 1.0e-004 *$

0.1466	-0.0114	0.0000	
-0.0114	0.0455	-0.0000	
0.0000	-0.0000	0.3528	

$Ex (\text{MPa}) = 1.8272e+004$

$I (\text{mm}^4) = 56.0182$

$Wc (\text{mm}) = 0.6262$

$\sigma_0 (\text{MPa}) = 2.7039e+006$

$\tau_0 (\text{MPa}) = -6.6973e+003$

$\sigma_{maxx} (\text{MPa}) = 1.0e+005 *$

1.4626	1.2798	1.0970	0.9142	0.7313	0.5485	1.2529	0.6265	0
1.2798	1.0970	0.9142	0.7313	0.5485	0.3657	0.6265	0	-0.6265
-0.6265	-0.3657	-0.5485	-0.7313	-0.9142	-1.0970	-1.2798		
-1.2529	-0.5485	-0.7313	-0.9142	-1.0970	-1.2782	-1.4626		

$\sigma_{mayy} (\text{MPa}) = 1.0e+003 *$

-0.4322	-0.3782	-0.3242	-0.2701	-0.2161	-0.1621	6.7985	3.3992	0
-0.3782	-0.3242	-0.2701	-0.2161	-0.1621	-0.1081	3.3992	0	-3.3992
-3.3992	0.1081	0.1621	0.2161	0.2701	0.3242	0.3782		
-6.7985	0.1621	0.2161	0.2701	0.3242	0.3777	0.4322		

$\sigma_{maxy} (\text{MPa}) = 1.0e-012 *$

-0.0103	-0.0090	-0.0077	-0.0064	-0.0051	-0.0039	0.1619	0.0810	0
-0.0090	-0.0077	-0.0064	-0.0051	-0.0039	-0.0026	0.0810	0	-0.0810
-0.0810	0.0026	0.0039	0.0051	0.0064	0.0077	0.0090		
-0.1619	0.0039	0.0051	0.0064	0.0077	0.0090	0.0103		

$\text{sigmaxz (MPa)} = 1.0\text{e+003} *$

0	-1.5142	-2.8266	-3.9370	-4.8455	-5.5522	-6.0569	-7.0946
-1.5142	-2.8266	-3.9370	-4.8455	-5.5522	-6.0569	-7.0946	-7.4405
-7.4405	-7.0946	-6.0569	-5.5522	-4.8455	-3.9370	-2.8266	-1.5142
-7.0946	-6.0569	-5.5522	-4.8455	-3.9370	-2.8266	-1.5269	0

* Pour le stratifié ST3 en flexion

$\text{EL} = 46636 \text{ MPa}$

$\text{ET} = 7790 \text{ MPa}$

$\text{GLT} = 4190 \text{ MPa}$

$\text{Mu} = 0.2700$

$\text{Q} = 1.0\text{e+004} *$

4.7211	0.2129
0	0.7886

$\text{teta (rd)} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1.5708 \ 1.5708 \ 1.5708 \ 1.5708 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$

$\text{e (mm)} = [0.3040 \ 0.3040 \ 0.3040 \ 0.3040 \ 0.3040 \ 0.3040 \ 0.3040 \ 0.3040 \ 0.3040 \ 0.3040 \ 0.3040 \ 0.3040 \ 0.3040 \ 0.3040]$

$\text{hk (mm)} = [-2.1280 \ -1.8240 \ -1.5200 \ -1.2160 \ -0.9120 \ -0.6080 \ -0.3040 \ 0 \ 0.3040 \ 0.6080 \ 0.9120 \ 1.2160 \ 1.5200 \ 1.8240 \ 2.1280 \ 2.4320]$

$\text{hkk (mm)} = [-2.4320 \ -2.1280 \ -1.8240 \ -1.5200 \ -1.2160 \ -0.9120 \ -0.6080 \ -0.3040 \ 0 \ 0.3040 \ 0.3040 \ 0.6080 \ 0.9120 \ 1.2160 \ 1.5200 \ 1.8240 \ 2.1280]$

Le nombre de couche $n = 16$

$\text{A} = 1.0\text{e+005} * 1.8181 \ 0.1036 \ 0.0000 \ 0.1036 \ 0.8618 \ 0.0000 \ 0.0000 \ 0.0000 \ 0.2038$

$\text{B} = 1.0\text{e-010} * -0.1455 \ -0.0091 \ 0.0000 \ -0.0091 \ -0.0091 \ 0 \ 0.0000 \ 0 \ -0.0045$

$\text{D} = 1.0\text{e+005} * 4.4684 \ 0.2042 \ 0.0000 \ 0.2042 \ 0.8152 \ 0.0000 \ 0.0000 \ 0.0000 \ 0.4018$

$\text{C} = 1.0\text{e+005} * 1.8181 \ 0.1036 \ 0.0000 \ -0.0000 \ -0.0000 \ 0.0000 \ 0.1036 \ 0.8618 \ 0.0000 \ -0.0000 \ -0.0000 \ 0 \ 0.0000 \ 0.0000 \ 0.2038 \ 0.0000 \ 0 \ -0.0000 \ -0.0000 \ 0.0000 \ 4.4684 \ 0.2042 \ 0.0000 \ -0.0000 \ -0.0000 \ 0.2042 \ 0.8152 \ 0.0000 \ 0.0000 \ 0.0000 \ 0 \ -0.0000 \ -0.0000 \ 0 \ 0.2042 \ 0.8152 \ 0.0000 \ 0.0000 \ 0.4018$

l'épaisseur totale de stratifié h est égale à 4.864 mm

la largeur du stratifié b est égale à 15 mm

la longueur entre les appuis l est égale à 77.824 mm

la charge appliquée au milieu de la poutre P est égale à 2279.4 N

De = 1.0e-004 *

0.0226	-0.0057	0.0000
-0.0057	0.1241	-0.0000
0.0000	-0.0000	0.2489

Ex (MPa) = 4.6063e+004

I (mm⁴) = 143.8437

Wc (mm) = 3.3781

sigma0 (MPa) = 9.4429e+007

tau0 (MPa) = -1.2473e+005

sigmaxx (MPa) = 1.0e+007 *

1.0062	0.8804	0.7546	0.6288	0.5031	0.3773	0.0396	0.0198	0
0.8804	0.7546	0.6288	0.5031	0.3773	0.2515	0.0198	0	-0.0198
-0.0198	-0.2515	-0.3773	-0.5031	-0.6288	-0.7546	-0.8804		
-0.0396	-0.3773	-0.5031	-0.6288	-0.7546	-0.8804	-1.0062		

sigmayy (MPa) = 1.0e+005 *

0.3318	0.2903	0.2488	0.2073	0.1659	0.1244	-5.2252	-2.6126	0
0.2903	0.2488	0.2073	0.1659	0.1244	0.0829	-2.6126	0	2.6126
2.6126	-0.0829	-0.1244	-0.1659	-0.2073	-0.2488	-0.2903		
5.2252	-0.1244	-0.1659	-0.2073	-0.2488	-0.2903	-0.3318		

sigmaxy (MPa) = 1.0e-010 *

0.0135	0.0119	0.0102	0.0085	0.0068	0.0051	-0.2134	-0.1067	0
0.0119	0.0102	0.0085	0.0068	0.0051	0.0034	-0.1067	0	0.1067
0.1067	-0.0034	-0.0051	-0.0068	-0.0085	-0.0102	-0.0119		
0.2134	-0.0051	-0.0068	-0.0085	-0.0102	-0.0119	-0.0135		

sigmaxz (MPa) = 1.0e+005 *

0	-0.2962	-0.5530	-0.7702	-0.9479	-1.0862	-1.1849	-1.1943	-1.1974
-0.2962	-0.5530	-0.7702	-0.9479	-1.0862	-1.1849	-1.1943	-1.1974	-1.1943
-1.1943	-1.1849	-1.0862	-0.9479	-0.7702	-0.5530	-0.2962		
-1.1849	-1.0862	-0.9479	-0.7702	-0.5530	-0.2962	0		

** Pour le stratifié ST4 en flexion*

EL = 46636 MPa

ET = 7790 MPa

GLT = 4190 MPa

Mu = 0.2700

Q = 1.0e+004 *

4.7211	0.2129
0	0.7886

teta (rd) =[1.5708 1.5708 1.5708 1.5708 1.5708 1.5708 0 0 0 0 1.5708
1.5708 1.5708 1.5708 1.5708 1.5708]

e (mm) =[0.3040 0.3040 0.3040 0.3040 0.3040 0.3040 0.3040 0.3040 0.3040 0.3040
0.3040 0.3040 0.3040 0.3040 0.3040 0.3040 0.3040]

hk (mm) =[-2.1280 -1.8240 -1.5200 -1.2160 -0.9120 -0.6080 -0.3040 0 0.3040
0.6080 0.9120 1.2160 1.5200 1.8240 2.1280 2.4320]

hkk (mm) =[-2.4320 -2.1280 -1.8240 -1.5200 -1.2160 -0.9120 -0.6080 -0.3040
0 0.3040 0.6080 0.9120 1.2160 1.5200 1.8240 2.1280]

Le nombre de couche n = 16

A = 1.0e+005 *

0.8618	0.1036	0.0000
0.1036	1.8181	0.0000
0.0000	0.0000	0.2038

B = 1.0e-010 *

-0.0091	-0.0091	0.0000
-0.0091	-0.1455	0
0.0000	0	-0.0045

D = 1.0e+005 *

0.8152	0.2042	0.0000
0.2042	4.4684	0.0000
0.0000	0.0000	0.4018

C = 1.0e+005 *

0.8618	0.1036	0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000
0.1036	1.8181	0.0000	-0.0000	-0.0000	0
0.0000	0.0000	0.2038	0.0000	0	-0.0000
-0.0000	-0.0000	0.0000	0.8152	0.2042	0.0000
-0.0000	-0.0000	0	0.2042	4.4684	0.0000
0.0000	0	-0.0000	0.0000	0.0000	0.4018

l'épaisseur totale de stratifié h est égale à 4.864 mm

la largeur du stratifié b est égale à 15 mm

la longueur entre les appuis l est égale à 77.824 mm

la charge appliquée au milieu de la poutre P est égale à 272.8 N

De = 1.0e-004 *

0.1241	-0.0057	-0.0000
-0.0057	0.0226	-0.0000
-0.0000	-0.0000	0.2489

Ex (MPa) = 8.4032e+003

I (mm⁴) = 143.8437

Wc (mm) = 2.2162

sigma0 (MPa) = 1.1301e+007

tau0 (MPa) = -1.4928e+004

sigmaxx (MPa) = 1.0e+006 *

1.1014	0.9637	0.8261	0.6884	0.5507	0.4130	1.6656	0.8328	0
0.9637	0.8261	0.6884	0.5507	0.4130	0.2754	0.8328	0	-0.8328
-0.8328	-0.2754	-0.4130	-0.5507	-0.6884	-0.8261	-0.9637		
1.6656	-0.4130	-0.5507	-0.6884	-0.8261	-0.9637	-1.1014		

sigmayy (MPa) = 1.0e+004 *

-0.3970	-0.3474	-0.2978	-0.2482	-0.1985	-0.1489	6.2535	3.1268	0
-0.3474	-0.2978	-0.2482	-0.1985	-0.1489	-0.0993	3.1268	0	-3.1268
-3.1268	0.0993	0.1489	0.1985	0.2482	0.2978	0.3474		
-6.2535	0.1489	0.1985	0.2482	0.2978	0.3474	0.3970		

sigmaxy (MPa) = 1.0e-011 *

0.0128	0.0112	0.0096	0.0080	0.0064	0.0048	-0.2016	-0.1008	0
0.0112	0.0096	0.0080	0.0064	0.0048	0.0032	-0.1008	0	0.1008
0.1008	-0.0032	-0.0048	-0.0064	-0.0080	-0.0096	-0.0112		
0.2016	-0.0048	-0.0064	-0.0080	-0.0096	-0.0112	-0.0128		

sigmaxz (MPa) = 1.0e+004 *

0	-0.3243	-0.6053	-0.8431	-1.0377	-1.1890	-1.2971	-1.6894	-1.8202
-0.3243	-0.6053	-0.8431	-1.0377	-1.1890	-1.2971	-1.6894	-1.8202	-1.6894
-1.6894	-1.2971	-1.1890	-1.0377	-0.8431	-0.6053	-0.3243		
-1.2971	-1.1890	-1.0377	-0.8431	-0.6053	-0.3243	0		

RESUME

Dans ce mémoire nous avons présenter l'ensemble des travaux réalisés en trois grande parties :

Une première d'ordre bibliographique présentant une étude détaillée des matériaux composites et en particulier les stratifiés.

La deuxième partie est purement expérimentale traitant la détermination exacte des constituants des matériaux testés, suivi des essais de traction et de flexion 3 points statiques, ainsi qu'à l'observation des mécanismes de rupture et d'endommagement.

L'étude des constituants des matériaux a confirmé les données constructeur. Les résultats des essais de traction ont montré que ces matériaux ont un comportement linéaire élastique excepté quelque éprouvettes où des chutes de charges ont été observées liées à l'apparition de premières macrofissures. Les premières ruptures apparaissent dans la résine et plus particulièrement dans les plis orientés à quatre-vingt-dix degrés par rapport à la direction du chargement. Les valeurs des contraintes à la rupture et des modules d'élasticités varient du simple au double. Cette variation est fonction du nombres de couches orientées dans le sens du chargement et de leurs positions dans l'épaisseur des éprouvettes.

Les résultats des essais de flexion 3 points statique ont mis en évidence deux types de comportements l'un linéaire élastique, l'autre à endommagement progressif avec trois phases de comportements. Une dispersion des valeurs des contraintes à la rupture et des modules d'élasticités en flexion a été notée ayant pour origine le mode de mise en œuvre de ces matériaux. Le matériau possédant le plus grand nombre de plis orientés dans le sens du chargement a la plus grande rigidité et la plus faible tenue à la rupture. Les matériaux ST1 et ST3 présentent respectivement des ruptures par délamination localisé et mixte. Pour les stratifiés ST2 et ST4 les ruptures sont transversales localisées avec bifurcation.

La troisième partie et la dernière est une formulation théorique du comportement mécanique des stratifiés, couronnée par l'élaboration d'un programme de calcul des stratifiés dans les repères d'orthotropie et global. Une validation du programme a été effectuée sur des exemples tirés de la bibliographie, suivi de son application aux matériaux étudiés. Les résultats obtenus ont montré la capacité du programme à décrire convenablement la variation des contraintes et des déformations dans l'épaisseur du stratifié rapportée aux repères d'orthotropie et global.