

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

Mémoire de Magister

**Présenté à l'Université de Guelma
Faculté des Sciences et de l'Ingénierie**

Département de : Mécanique
Spécialité : Construction, Energétique et Productique

Présenté par : **HAFFARESSAS Widad**

**MODELISATION VIBRATOIRE D'UNE SUSPENSION ACTIVE ET
UNE SUSPENSION PASSIVE D'UN VEHICULE ROULANT.**

Sous la Direction du : **Dr N. OUELAA**

Juin 2003

Soutenu le :.....devant la Commission d'Examen

∞ JURY ∞

MM.

CHAOUI K.	Pr. Université d'Annaba, Président ;
OUELAA N.	Dr. M. C, Université de Guelma, Rapporteur;
GUENFOUD M.	Pr. Université de Guelma, Examineur ;
TABIHK H.	Dr. M.C, Université de Guelma, Examineur;

REMERCIEMENTS

Je voudrais commencer par rendre hommage à mon très cher Père et ma très chère mère , ainsi qu'aux membres de ma famille, pour m'avoir prodigué conseils et encouragements et pour tout ce qu'ils ont partagé avec moi durant mes études : enthousiasme, angoisse, sacrifices, ... Que mon succès soit le leur.

Je suis redevable à Monsieur OUELAA Nourdinne, Maître de conférence à l'institut de Genie-Mécanique de l'université de Guelma, pour m'avoir guidé, soutenu, conseillé... dans mon travail, depuis le début jusqu'à la fin. Qu'il trouve ici l'expression de ma profonde gratitude.

Monsieur CHAOUI KAMEL, professeur à l'institut de Genie-Mécanique de Annaba, me fait le grand honneur de s'intéresser à mon travail et de présider la commission d'examination, qu'il en soit remercié.

J'exprime mes sincères remerciements et mon plus profond respect à Messieurs : GUENFOUD M., professeur à l'institut de Génie Civil de l'université de Guelma. TABIHK H. , docteur et chef département de l'institut de Génie Electrique de l'université de Guelma, qui me font l'honneur d'examiner ce mémoire et de participer à mon jury de soutenance.

Je ne manquerai pas de remercier Monsieur MOUSSAOUI A., enseignant dans l'institut de Génie Electrique de l'université de Guelma. Pour sa totale collaboration et son soutien morale, qui m'a permis d'achever cette étude dans les meilleures conditions.

Je remercie cordialement tous mes amis dont l'amitié, le soutien et les conseils m'ont aidé à surmonter bien des difficultés et tout particulièrement mes collègues de la post-graduation : Sonia, Nassima, Fairouz, Khaider, Fouzi, Nabil et Mounir.

Mes derniers remerciements mais non les moindres, vont à tous les enseignants et responsables qui ont collaboré à notre formation.

SOMMAIRE

	<u>PAGE</u>
Nomenclature	7
Introduction Générale	10
<u>Chapitre I : Généralité sur les suspensions des véhicules (types et intérêts)</u>	12
1. Introduction	12
2. Les systèmes de suspension des véhicules	12
3. Le fonctionnement d'une suspension	14
4. Les différents types des systèmes de suspension	16
4.1. Les systèmes de suspension passive	16
4.2. Les systèmes de suspension active	17
4.2.1. Système de suspension entièrement actives	19
4.2.2. Système de suspension partiellement active en ce qui concerne la charge	20
4.2.3. Système de suspension partiellement actif point de vue fréquence	20
4.3. Les systèmes de suspension semi-active	20
5. Optimisation des systèmes de suspension	22
6. Conclusion	23
<u>Chapitre II : Théorie sur la commande optimale pour les systèmes continus linéaires</u>	24
1. Introduction	24
2 Représentation d'un système continu dans l'espace d'état	24
2.1 Discussion des cas particuliers	25
3 L'intégration de l'équation d'état	26
3.1 Le calcul de $C(t)$	27
3.2 Le calcul de e^{At}	28
4 Commandabilité et observabilité	29
4.1. Commandabilité de l'état et de la sortie	29
4.3. L'observabilité	31
5. Le critère d'optimisation et le critère quadratique	32
6. L'équation de Riccati	33

7. Conclusion.....	36
Chapitre III : Modélisation des systèmes et formulation du problème de véhicule	37
1. Introduction.....	37
2. Modélisation des systèmes dynamiques linéaires des véhicules.....	37
2.1. La modélisation des systèmes de véhicule doté d'une suspension active	38
2.1.1. Modélisation d'un quart de véhicule (à 2-ddl).....	38
2.1.2. Le critère de performance d'un quart de véhicule.....	41
2.1.3. Modélisation linéaire du système demi-véhicule (à4-ddl)...	43
2.1.4. Le critère de performance du système demi-véhicule.....	46
2.2. La modélisation des systèmes de véhicules dotés d'une suspension passive	48
2.2.1. Modélisation d'un quart de véhicule (à 2-ddl).....	48
2.2.2. Le critère de performance d'un quart de véhicule.....	50
2.2.3. Modélisation linéaire du système demi-véhicule (à4-ddl).....	51
2.2.4. Le critère de performance du système demi-véhicule.....	55
3. Conclusion	56
Chapitre IV : Simulation numérique des modèles quart de véhicule par l'application	
 de la commande pré-informée	57
1. Introduction	57
2. Application mathématique de la commande pré-informée sur le modèle quart de	
véhicule comprenant une suspension active	57
3. Résultats de la simulation	60
3.1. Choix des fonctions d'excitations.....	60
3.2. Simulations et résultats du modèle quart de véhicule comprenant une	
suspension active et une suspension passive.....	62
3.2.1. Réponses dynamiques verticales pour les deux types de	
suspensions.....	63
3.2.2. Optimisation du temps de pré-information pour le système	
quart de véhicule doté d'une suspension active.....	70
3.2.3. Les forces de commande optimales et les réponses	
d'accélération.....	74
4. L'application de l'action intégrale sur le modèle quart de véhicule à suspension	
active.....	77

4.1. Résultats de la simulation	79
5. Conclusion.....	83
Chapitre V : Simulation numérique des modèles demi-véhicule par l'application	
de la commande pré-informée	84
1. Introduction	84
2. Application mathématique de la commande pré-informée sur le modèle demi-véhicule comprenant une suspension active	84
3. Simulations et résultats	87
3.1. Réponses dynamiques verticales pour les deux types de suspensions.....	88
3.2. Optimisation du temps de pré-information pour le système demi-véhiculé doté d'une suspension active	93
3.3. Les forces de commande optimales et les réponses d'accélération obtenues.....	95
3.4. Influence de la vitesse de roulements du véhicule sur son comportement dynamiques.....	99
3.5. Influence de la superposition de deux types de profil de la route sur le comportement vibratoire du demi-véhicule roulant.....	101
4. L'application de l'action intégrale sur le modèle demi-vehicule à suspension active.....	107
4.1. Résultats de la simulation.....	109
5. Conclusion.....	111
Conclusion Générale	112
Références bibliographiques.....	114

La nomenclature

<u>Symbole</u>	<u>Désignation</u>	<u>Unité</u>
$x(t)$	Le vecteur d'état	
$U(t)$	Le vecteur de commande	
$U_o(t)$	Le vecteur de commande sous optimal	
$Y(t)$	Le vecteur de sortie	
$w(t)$	Le vecteur d'excitation dit aussi de perturbation	
$x_a(t), x_b(t)$	Les déplacements verticaux provoqués par les excitations de la route	
$x_0(t)$	La variation verticale du profil de la route du système quart de véhicule	
A	La matrice d'évaluation du système normal dite aussi la matrice d'état.	
A_{aq}	La matrice dynamique d'un quart de véhicule à suspension active	
A_{pq}	La matrice dynamique d'un quart de véhicule à suspension passive	
A_{ah}	La matrice dynamique d'un moitié-voiture à suspension active	
A_{ph}	La matrice dynamique d'un moitié-voiture à suspension passive	
B	La matrice de commande du système normal.	
B_{aq}, B_{pq}	Les matrices d'entrée des deux systèmes d'un quart de véhicule comprenant respectivement la suspension active et la suspension passive	
B_{ah}, B_{ph}	Les matrices d'entrée des deux systèmes, d'un moitié-voiture comprenant respectivement la suspension active et la suspension passive	
B_{ah}, B_{ph}	Les matrices d'entrée des deux systèmes, d'un moitié-voiture comprenant respectivement la suspension active et la suspension passive	
C_q, C_h	Le vecteur de sortie respectivement pour un quart de véhicule et moitié-voiture	
D_q, D_h	Les matrice de coefficients de perturbation respectivement pour un quart de véhicule et moitié-voiture,	
π	Le critère de performance global	
π_{aq}, π_{pq}	Le critère de performance d'un quart de véhicule respectivement à	

	suspension active et à suspension passive	
π_{ah}, π_{ph}	Le critère de performance d'un moitié de voiture respectivement à suspension active et à suspension passive	
η	La trajectoire désirée	
col	Le vecteur colonne	
Q, R	Les matrices de pondération relative au critère de performance	
Q_h, R_h	Les matrices de pondération du système moitié voiture	
Q_q, R_q	Les matrices de pondération du système quart de véhicule	
θ	L'angle de rotation du bloc rigide (angle de tangage du châssis du véhicule)	(degré)
M	La moitié de la masse du corps rigide (le châssis)	(Kg)
M_1, M_3	Les masses simples respectivement de l'ensemble roue-essieu avant et l'ensemble roue-essieu arrière	(Kg)
U_1, U_3	Les composantes du vecteur de commande du système moitié-voiture à suspension active	(N)
k_1, k_3	Les raideurs linéaires radiales respectivement des pneus des roues avant et arrière du système moitié-voiture	(N/m)
m_1, m_3	Les masses respectivement du châssis et de la roue du système quart de véhicule	(Kg)
k_0	La raideur radiale du pneu du système quart de véhicule	(N/m)
kk_0	La raideur radiale de la suspension passive (quart de véhicule)	(N/m)
C_0	L'amortissement de la suspension passive (quart de véhicule)	(N.s/m)
C_1, C_3	Les amortissements de la suspension passive (moitié-voiture)	(N.s/m)
kk_1, kk_3	Les raideurs radiales de la suspension passive (moitié-voiture)	(N/m)
J	Le moment d'inertie	(Kg.m ²)
V	La vitesse de roulement du véhicule	(m/s)
pt	Le temps de pré-information	(s)
ft	Le temps de simulation	(s)
t	Variable de temps	(s)
τ	Variable de temps de pré-information	(s)
$P(t)$	La matrice constante, symétrique défini positif, appelé «équation algébrique de Riccati »	
$q_1 \text{ à } q_4$	Les facteurs de pondération	

ρ_0, ρ_1 et ρ_i	Les facteurs de pondération	
λ	La largeur de la bosse	(s)
$g(t)$	Le vecteur d'anticipation	
π_{hor}, π_{vir}	Les composantes du critère de performance, avant et arrière du système moitié-voiture à suspension active.	
Λ	Le temps de passage entre les entrées de l'essieu avant et arrière.	(s)

INTRODUCTION GENERALE

Depuis les dernières décennies, la suspension des véhicules mobiles a fait l'objet d'intensives recherches dans le but de mettre l'accent sur différentes stratégies de contrôle. Ces différentes stratégies ont pour objectif principal d'assurer :

- Un bon contacte roue/sol ;
- Une bonne sécurité : tenue de route et freinage ;
- Un bon confort, lié à la physiologie du corps humain ;

Malgré l'emploi de suspension traditionnel (suspensions passives) par la plus part des fabricants, ce type a atteint ses limites d'amélioration en terme d'optimisation des éléments mécaniques de la suspension (amortisseur + ressort). Ces limitations sur la performance des suspensions passives ont mené à l'élaboration d'autres types de systèmes de suspension (active et semi-active). Ces nouveaux systèmes de suspension sont caractérisés par la présence d'une source d'énergie extérieure capable d'activer le système de suspension.

L'objectif assigné au présent travail est une contribution à l'étude comparative du comportement dynamique d'un véhicule comprenant soit une suspension active ou une suspension passive vis-à-vis d'un critère de performance considéré.

Le présent travail est organisé en 5 chapitres :

Le chapitre 1 : est consacré aux généralités sur les systèmes de suspensions des véhicules, leur fonctionnement et les différents types existant de point de vue amélioration et intérêt.

Le chapitre 2 : aborde d'une manière générale la théorie de la commande optimale des systèmes continus.

Le chapitre 3 : présente la modélisation mathématique des systèmes de véhicules à suspension active et à suspension passive pour un quart de véhicule (systèmes à 2-ddl) et pour un demi-véhicule (systèmes à 4-ddl), ainsi que les expressions de leur critère de performance.

Le chapitre 4 : est consacré à la simulation du modèle mathématique quart de véhicules à suspension passive et active sous l'excitation de quatre types de profil de la route (échelon unitaire, bruit blanc, bosse douce et profil spéciale) sous environnement *MATLAB*

Le chapitre 5 : ce chapitre traite la simulation du modèle demi-véhicule à suspension passive et active sous environnement MATLAB, à la réponse des perturbations d'entrées de profil de la route de type : échelon unitaire, bosse douce et profil spéciale par l'application de la technique d'optimisation par la pré-information .

CHAPITRE I

GENERALITE SUR LES SUSPENSIONS DES VEHICULES (TYPES ET INTERETS)

1 INTRODUCTION :

Dans un passé récent les systèmes de suspension des véhicules terrestres étaient conçus selon des précédés passifs qui consistent en composants adéquats et dissipatifs, réglés en un point particulier du système. Pour cette raison on a consacré ce chapitre à l'étude des différentes stratégies employées pour l'amélioration des systèmes de suspension. Cette amélioration est atteinte par les emplacements des générateurs d'effort dans l'équipement de suspension des véhicules.

A partir d'un modèle à un degré de liberté (1-ddl) et par fois, à 2 degrés de liberté (2-ddl), on a mis en évidence la conception et la modélisation des différents types des systèmes de suspension, on joue sur le confort et la tenue de route, ainsi que sur les domaines de limitations dans lesquels les éléments (passifs, actifs ou semi-actifs) d'une suspension peuvent apporter des améliorations.

2. LES SYSTEMES DE SUSPENSIONS DES VEHICULES :

L'absorption de choc dans les automobiles est exécutée par un système qui porte le poids du véhicule tandis que ce même système essaye de réduire ou d'éliminer les vibrations produites par les forces de vent, les forces freinantes et les irrégularités de route c'est l'identification de la suspension [1].

Les chocs et les trépidations ainsi que les vibrations qu'ils entraînent ont un effet néfaste sur les différents organes de la voiture. Ils engendrent des déformations, des usures anormales et, quelquefois, des ruptures (notamment de rivets) et des fissures.

Les organes de suspension jouent également un rôle important sur la tenue de route et sur la douceur de fonctionnement de la direction, notant aussi que la suspension d'une voiture est constituée, en principe, de plusieurs types d'organes (figure 1.1) :

1. les organes de suspension proprement dits, qui sont :

- métalliques : ressorts à lames, ressorts hélicoïdaux dits aussi ressorts à boudin et les barres de torsion ;
- Pneumatique ou oléopneumatiques.

2. Les organes accessoires de suspension qui sont habituellement les ressorts et les amortisseurs sont destinés à supprimer ou tout au moins à atténuer les effets sur la voiture, et notamment sur la direction, des mouvements parasites qui prennent naissance par suite de différents causes : inégalités de la route, virage, vitesse excessive, etc.
3. Les pneumatiques qui, par l'air comprimé qu'ils contiennent, présentent une certaine élasticité absorbant une partie des chocs.

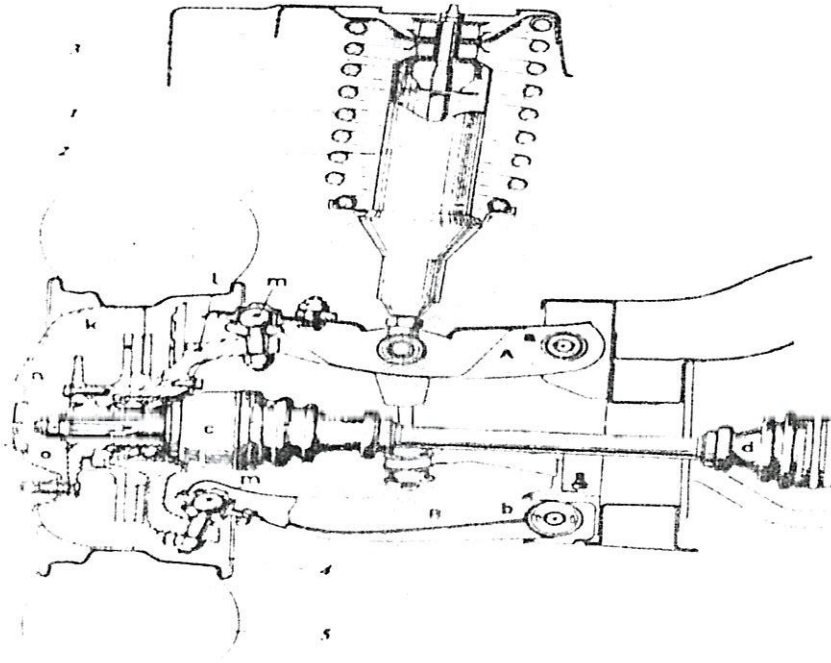


Figure 1.1 : représentation d'un train avant d'un véhicule.

NUMEROS DES PIECES	NOMS
1	Ressort de suspension
2	Amortisseur
3	Carrosserie
4	Roue
5	Pneumatique

On peut adjoindre, dans le cadre de la suspension :

- Les amortisseurs, qui servent à freiner les oscillations des organes de suspension ;
- Les coussins, dont le seul rôle est de concourir au confort des passagers en les isolant élastiquement de la carrosserie qui, malgré les meilleures conditions de suspension réalisées, n'est jamais stable.

3. LE FONCTIONNEMENT D'UNE SUSPENSION :

Au cours d'un parcours, si une roue rencontre une dénivellation au moment où elle quitte sa trajectoire horizontale, elle est projetée vers le bas par une force égale à la somme de son poids et du poids suspendue puisque la tension du ressort correspond à ce dernier poids. Au cours de la chute, la tension va diminuer, donc la caisse (le corps rigide) de la voiture va s'affaisser et va comprimer le ressort, quand la roue va toucher le sol au fond de la dénivellation. La position d'équilibre sera dépassée et la tension du ressort supérieure au poids de la caisse va rejeter celle-ci vers le haut. Il va se produire une amorcée d'oscillations du poids suspendu.

Si la roue rencontre un obstacle en saillie, le ressort sera d'abord comprimé, la caisse projetée vers le haut dépassera la position d'équilibre et, comme dans le cas précédent, il s'ensuivra une série d'oscillations. Si un deuxième obstacle se présente avant que l'ensemble ait repris sa position d'équilibre, il en résultera une nouvelle action qui, suivant le cas, pourra augmenter ou diminuer l'amplitude du mouvement. Par exemple si, après un premier obstacle en saillie, la voiture en rencontre rapidement un second de même nature alors que le ressort est encore comprimé par la première action, ce dernier sera comprimé davantage et la caisse sera projetée violemment vers le haut ; au contraire, si une dénivellation se présente au moment où après un premier obstacle la roue s'écarte de la caisse, c'est à dire au moment où le ressort est tendu, celui-ci aura tendance à se détendre davantage et il y a risque de rupture. On conçoit donc qu'il y ait un intérêt primordial à amortir, dans le plus court délai, les oscillations.

Lorsqu'une roue passe sur un obstacle, il en résulte un mouvement brusque ascendant, qui détermine une énergie assimilée par une force vive de valeur $\frac{1}{2}mv^2$, dans laquelle m est la masse du train roulant et v sa vitesse verticale.

La plus grande partie de cette force vive s'annule par le mouvement ascendant consécutif imprimé à la caisse. Le mouvement de celle-ci engendre alors une force vive de valeur, dans laquelle m' est la masse des organes suspendus et v' leur vitesse verticale,

vitesse qu'il est nécessaire de réduire au minimum pour obtenir une suspension convenable. La valeur $1/2.m.v^2$ est approximativement égale à la force vive du train roulant.

Pour avoir une suspension confortable, il y a une fréquence optimale des oscillations à ne pas dépasser. Cette fréquence se situe aux environs de soixante périodes par minute (période idéale). Il est facile d'adapter cette fréquence sur une suspension ayant des qualités permanentes. Mais ce n'est pas le cas et les charges peuvent varier considérablement d'un moment à l'autre pour un même véhicule. Il est donc impossible d'avoir une suspension parfaite, car elle sera molle ou dure suivant qu'elle sera chargée ou vide.

La courbe des oscillations d'un ressort se présente sous la forme de la figure 1.2, dans laquelle h représente la flèche du ressort sous une charge statique P . On démontre que la période T est donnée par la formule. On conséquence, si la charge P croît, la flèche h croît également et la période augmente. Au contraire, si la charge P décroît, la flèche h décroît et la période diminue.

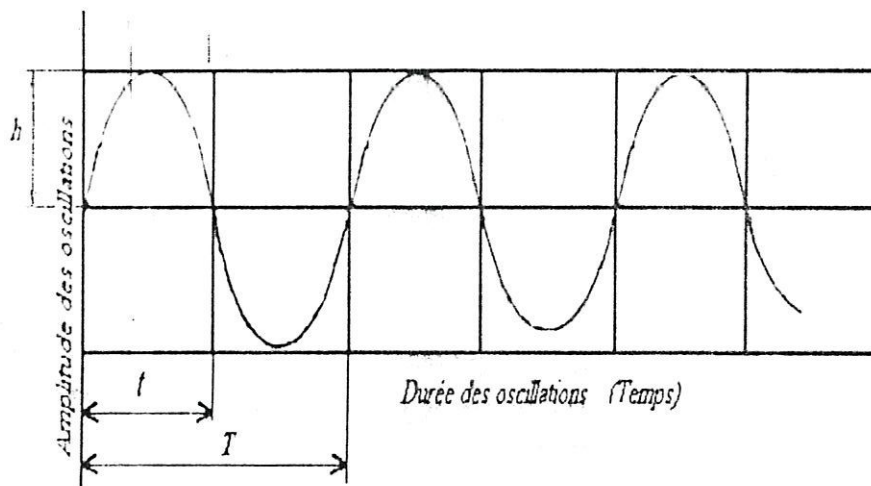


Figure 1.2 : courbe d'oscillation d'un ressort.

Une bonne suspension est une suspension dans laquelle la flèche reste constante quelle que soit la charge : c'est la suspension dite «isochrone», c'est-à-dire ayant des périodes d'oscillations égales et constantes. D'autre part, la flexibilité d'un ressort ne doit pas être constante afin de pouvoir s'adapter aux conditions de la charge. En conséquence, on peut dire qu'une suspension parfaite doit être isochrone et à flexibilité variable [2].

4. LES DIFFERENTS TYPENT DES SYSTEMES DE SUSPENSIONS :

Pour comprendre les fondations des suspensions de véhicule et pour démontrer l'arrangement nouvellement suggéré de suspension, un modèle simple (à un degré de liberté) est considéré. De nos jours, trois types de suspension existent : Suspension passive, suspension active et suspension semi-active. La plupart des véhicules ont une suspension passive.

4.1. LES SYSTEMES DE SUSPENSIONS PASSIVES :

D'une manière générale, ceci concerne un support parallèle d'un ressort et d'un amortisseur. La suspension passive est linéaire en nature. Elle est basée sur le principe de la dissipation d'énergie par l'amortisseur. La force agissant sur le corps de voiture résulte du mouvement relatif et de la vitesse relative de la suspension[1].

Traditionnellement, l'isolement de vibration est accompli par l'insertion de l'élément linéaire de rigidité (le ressort) et d'un élément d'atténuation linéaire (l'amortisseur) entre la source de vibration et le système exigeant la protection (figure 1.3.). Dans le cas de la suspension passive, la rigidité et l'amortissement des caractéristiques d'élément, à savoir k et c , ne peuvent pas être changées une fois choisie. Par conséquent, il est nécessaire de choisir ces composants soigneusement afin de fournir la meilleure performance. Cependant, ce choix concerne un certain nombre de compromis résultant du désir qu'une suspension doit sembler molle pour réduire au minimum les niveaux d'accélération et simultanément dur pour contrôler les changements d'attitude de véhicule et pour maintenir le bon contact pneu / terre [3].

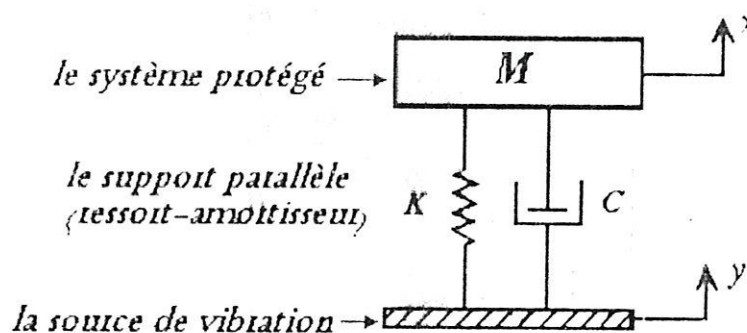


Figure 1.3 : modélisation d'un système de suspension passive (1-DDL).

En ce qui concerne l'énergie, les composants agissent conservativement et/ou déssipativement, c.-à-d. tous ces composants peuvent absorber l'énergie mécanique. Les composants essentiellement élastiques renvoient la plupart de l'énergie absorbée une fois soulagée tandis que principalement le frottement ou les composants d'amortissement convertissent la plupart de l'énergie mécanique assurée irréversiblement en chaleur.

La suspension passive ne contient aucun équipement pour l'énergie d'approvisionnement. Le système de suspension passif, qui inclut des ressorts et des amortisseurs, doit être ainsi conçu de façon qu'il puisse faire face à n'importe quelle condition de fonctionnement prévisible. Pour cette raison le système de suspension doit être conforme aux demandes extrêmes d'un " plus mauvais cas " dans lequel la sûreté adéquate doit demeurer assurée. Ce " plus mauvais cas " représente un état de fonctionnement extrême qui est probable dans les limites des conditions de fonctionnement du type de véhicule. L'optimisation doit être conduite avec une vue des effets d'un cas grave de charge sur la sûreté de véhicule. Pour l'autre optimisation moins grave de cas de charge pourrait être conduit sur la base d'autres critères, comme -- par exemple -- les conditions pour la sûreté de véhicule ne sont pas critiques et une plus grande signification peut être fixée au confort. Le choix correct d'un " plus mauvais cas " est critique pour le calcul des dimensions des systèmes de suspension passives [4].

Malgré que ce type de suspension soit couramment employé par la plupart des fabricants, ces derniers ne donnent pas une satisfaction au point de vue confort du véhicule routier. Chalasani (1986) a démontré que l'augmentation du coefficient d'amortissement de la suspension passive augmente le confort de véhicule. Ce qui provoque, l'augmentation du débattement de roue, par conséquent conduit à la diminution de la qualité du contact de route / pneu. Ces limitations sur la performance des suspensions passives ont mené à l'exécution d'autres types de systèmes de suspension[1].

4.2. LES SYSTEMES DE SUSPENSIONS ACTIVE :

En raison des limitations des systèmes de suspension passives mentionnés dans la section précédente, une suspension active peut être employée. Considérez le système à 1 degré de liberté présenté sur la figure 1.4.

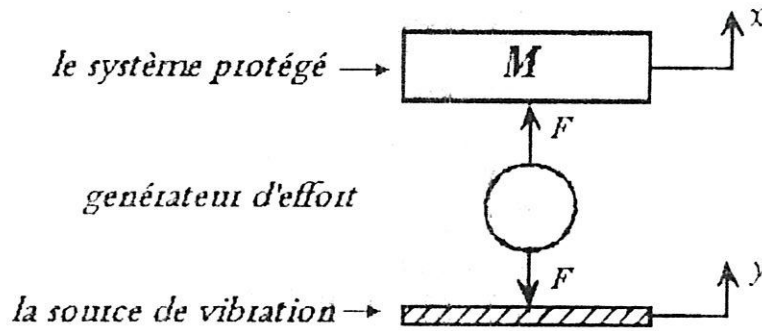


Figure 1.4 : modélisation d'une suspension active (1-DDL).

Si on assume que le générateur actif de force peut générer une force de toute grandeur et de tout signe à chaque instant, en utilisant " la théorie de contrôle optimale ", la force F peut être montrée pour être donnée par :

$$F = b \dot{x} + k(x - y)$$

où : b et k dépendent des coefficients de pondération [5, 6] ;
 x et y sont les déplacements verticaux du système.

La suspension active est caractérisée par le besoin de source extérieure d'énergie. Cette énergie permet d'activer le système de contrôle qui contrôlera sans interruption la force produite par le système de suspension. Très souvent, le système de contrôle réagit aux paramètres de véhicule (des vitesses et des déplacements). Ceci est réalisé au moyen d'éléments de contrôle réglables pour la longueur en utilisant l'énergie, les ressorts liquides imputables, etc. En adaptant la formulation du système de contrôle, la tenue de la route et le confort sont affectés. Beaucoup de chercheurs ont travaillé sur la suspension active afin d'avancer la recherche dans ce domaine. Karnopp (1992, 1989), Thompson (1969, 1989) et d'autres (Crolla, 1992 ; Hrovat, 1991 ; Goodall et Kortüm, 1983 ; Yi et Hedrick, 1992) ont démontré qu'il est possible d'appliquer le principe de la suspension active dans le secteur des véhicules routiers.

Thompson a démontré que la performance de la suspension active est certainement supérieure à celle des suspensions classiques. Mais d'un point de vue technique, une suspension active ne peut pas être appliquée sans foule de mesures paramétriques comprenant les vitesses et les débattements, qui compliquent l'exécution de tels systèmes, comme en dépit de sa performance, s'ajouter une source extérieure d'énergie complique le système et augmente le coût par rapport au modèle classique. Cependant, la suspension active

peut employer de divers algorithmes de contrôle, et différentes variables peuvent être mesurées et combinées pour dicter la force de contrôle entre le corps et la roue.

La figure suivante (Figure 1.5. (a, b, c)) montre les principales variantes des systèmes de suspension actifs appliqués sur les véhicules (modèle à 2-DDL), qui sont conçus pour l'alimentation d'énergie.

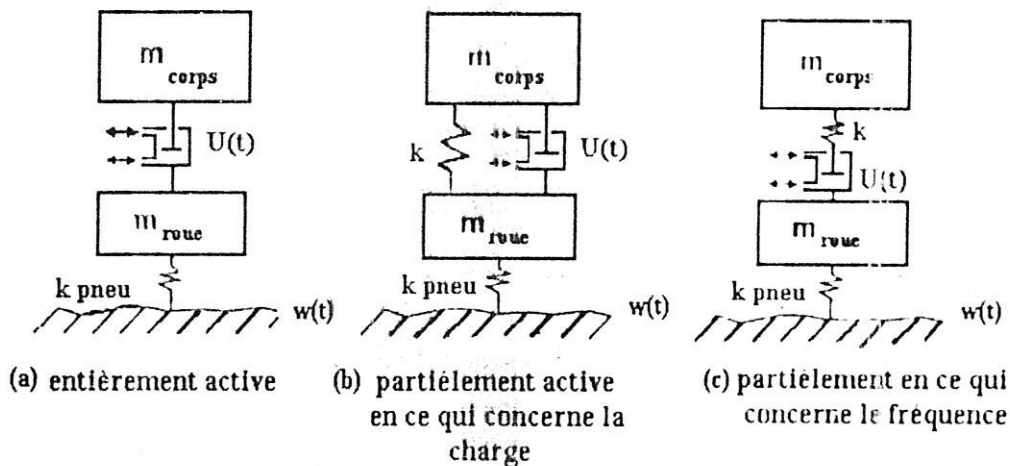


Figure 1.5 : les différents types des systèmes de suspension active.

4.2.1 SYSTEMES DE SUSPENSION ENTIEREMENT ACTIFS :

Un tel système se nomme entièrement actif, si aucune pièce élastique n'est reliée en série avec les éléments du système de suspension, et si les composants passifs de la vitesse courante sont remplacés par des composants réglables de la longueur qui assurent l'énergie (voir la figure 1.5. (a)). Dans la pratique, bien que, les pièces élastiques soient habituellement présentes et qui se tiennent principalement les hautes fréquences de la suspension entièrement active. Une suspension entièrement active agit simultanément contre le corps de véhicule et les roues, dans les limites techniques du système d'ajustement, avec n'importe quelle force désirée et selon la loi de " action et réaction ". Les pièces actives soutiennent seule la masse de véhicule, la soulèvent, au besoin, avec la consommation d'énergie élevée et déplacent des axes des roues à la grande vitesse[4].

Les changements de l'attitude ou de la vitesse des pièces importantes de véhicule exigent l'utilisation d'une énergie considérable, qui sera transmis au contrôle électronique par la sonde et le signal transmis. Une suspension active est habituellement conçue avec les éléments hydrauliques de contrôle. La consommation d'énergie d'un tel système est généralement grande et souvent un multiple de 10 kilowatts.

4.2.2. SYSTEMES DE SUSPENSION PARTIELLEMENT ACTIFS EN CE QUI CONCERNE LA CHARGE :

Les systèmes de suspension partiellement actifs en ce qui concerne la charge se composent d'un élément de suspension passive (le ressort) monté en parallèle avec des composants actifs réglables pour la longueur (voir Figure 1.5(b)). Dans ce cas-ci, le ressort passif soutient la charge du corps tandis que le support parallèle (le composant actif) joue le rôle d'un correcteur d'effort dans le cas des grandes vitesses. Donc, la partie active est habituellement conçue pour être partiellement en activité en ce qui concerne la fréquence.

4.2.3 SYSTEMES DE SUSPENSION PARTIELLEMENT ACTIF POINT DE VUE FREQUENCE :

Les systèmes de suspension partiellement actifs en ce qui concerne la fréquence se composent des combinaisons des éléments de suspension active montés en ligne avec des composantes passives, qui sont les ressorts à longueur-réglables (la figure 1.5. (c)). L'avantage de cet arrangement se situe dans le fait que l'élément de la suspension passive empêche les perturbations de hautes fréquences d'atteindre le composant actif [4].

Remarque :

- Les suspensions actives sont bien plus complexes et dur pour mettre en application, elles exigent des déclencheurs, et des dispositifs de sensation de surveiller des accélérations et des forces du système. Cependant, l'inconvénient le plus sérieux des suspensions actives est la grande quantité de puissance externe qu'elles exigent pour leur fonctionnement, ayant pour résultat un système de contrôle coûteux et bien plus complexe de boucle bloquée [7].

4.3. LES SYSTEMES DE SUSPENSION SEMI-ACTIVE :

Le troisième modèle est le modèle d'une suspension semi-active. Ce type de suspension est à mi-chemin entre ceux précédents, passif et active (voir figure 1.6). Ce type de système est similaire au système passif tant que tous les éléments génèrent respectivement leurs propres forces; toutes fois on considère que l'amortissement peut être changer instantanément. Le choix de ce système est motivé par le désir d'améliorer partiellement les performances des suspensions passives mais avec un minimum de matière [8]. Il utilise une puissance plus grande et possède une combinaison de cylindres hydrauliques et de valves électrodynamiques créant des forces de suspension.

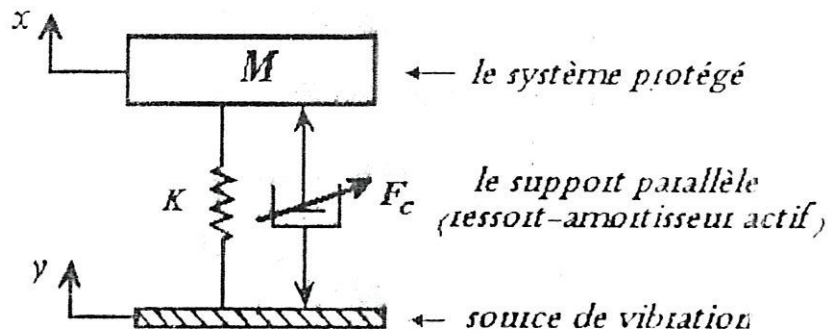


Figure 1.6 : modélisation d'une suspension semi-active.

L'amortisseur actif est un organe qui fournit instantanément une force contrôlable dont la variation et l'intensité dépendent du type de la suspension semi-active désirée. Cette force dérivée des mouvements absolus et/ou relatifs de la masse suspendue, est régie par des lois de commandes particulières, où les vitesses absolues et relatives sont des paramètres de contrôle importants pour la quantification de l'effort d'amortissement nécessaire à la dissipation de l'énergie du ressort.

Selon le type de la suspension semi-active utilisée, et pour un amortisseur électromécanique (figure 1.7), la force commandée F_c est en générale fonction de plusieurs signaux variant dans le temps. Ces signaux sont normalement obtenus par des capteurs de déplacement, de vitesse et d'accélération fixée sur la masse vibrante et parfois sur les amortisseurs pour les capteurs de forces[9].

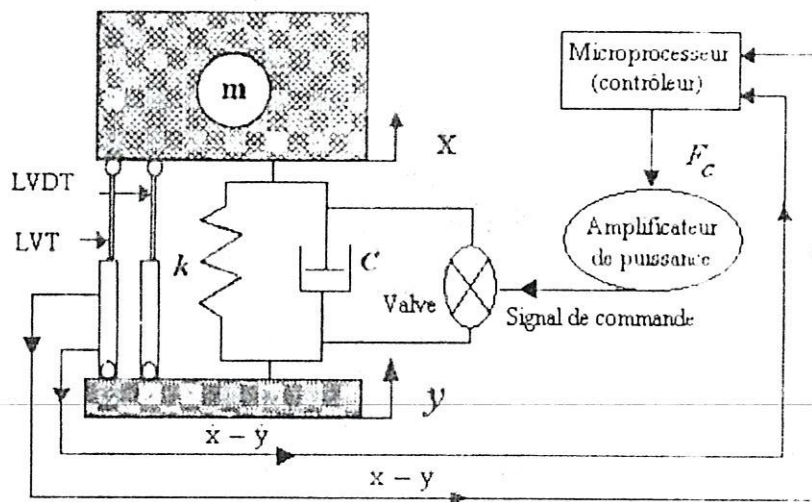


Figure 1.7 : schéma de conception électromécanique d'une suspension semi-active.

Remarques :

- Dans le cas des systèmes de suspension semi-actifs l'énergie est employée seulement pour ajuster les dispositifs de contrôle tels que les valves et le suchlike. La demande énergétique demeure moins de 100 watts par roue.
- L'amortissement actif est représenté par le même symbole qu'un amortisseur visqueux, mais avec une flèche qui indique que la force d'amortissement produite est variable.

5. OPTIMISATION DES SYSTÈMES DE SUSPENSION :

L'optimisation est habituellement, le résultat d'un compromis entre plusieurs valeurs indépendantes qui sont partiellement exclusives des autres. Il est donc nécessaire d'optimiser les objectifs contradictoires. Dans le cas des systèmes dynamiques, la peser de chacun de ces valeurs (la tenue et le confort de la route) peuvent rigoureusement changer les valeurs dans le processus ou même en certaines circonstances ayant comme conséquence leur rang étant renversé. La tâche d'optimisation est très compliquée, à cause des contraintes reliées au système.

Le diagramme de conflit pour les différents types de suspensions de véhicule est représenté sur la figure 1.8, qui est basé sur la représentation du conflit d'optimisation de la suspension courante de vitesse employée par Darenberg [10].

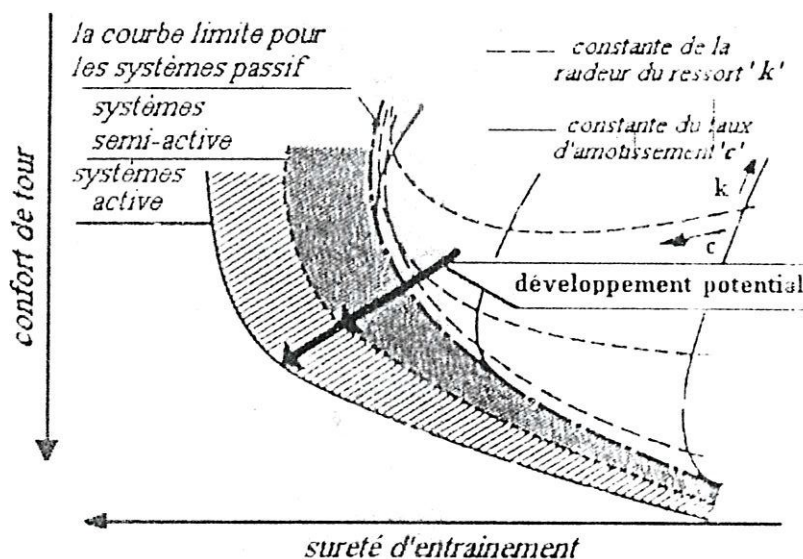


Figure 1.8 : l'adaptation des systèmes passive à l'état de charge.

Les critères d'optimisation utilisés ici sont deux : les paramètres physiques de pertinence pour la sûreté de véhicule et le confort de véhicule. Cela est employé pour la sûreté de véhicule est la fluctuation statistique de la charge dynamique de roue liée à la charge statique de roue. Ces deux paramètres, d'importance pour la sûreté de véhicule et le confort de véhicule, s'avèrent contraires en ce qui concerne l'optimisation des systèmes de suspension de véhicule pour n'importe quel type de systèmes de suspensions.

Les résultats obtenus en réalités pour le confort et la sûreté de véhicule pour chaque type de système de suspension se trouvent sur une courbe limiteuse particulière indépendamment de la laquelle ne peut pas être excédée par un système de suspension de ce saisissent la direction d'origine du même rang, quelques valeurs de calcul des dimensions aient été choisies.

Il n'est pas généralement possible d'atteindre les courbes limiteuses avec des réalisations pratiques des suspensions d'axe, car les systèmes de suspension sont sujets encore d'autres à contraintes reliées au système. Ainsi, la courbe limiteuse des systèmes passifs se relie à une suspension de corps avec une rigidité infinitésimal de ressort qui est unachievable en raison du voyage trop grand de ressort. La courbe limiteuse du système de suspension actif idéal exige un élément actif de contrôle sans la limitation sur le taux et les forces. Les courbes limiteuses cochent les secteurs possibles dans le diagramme de conflit dans lequel des systèmes de suspension réalisables peuvent être établis. Les possibilités techniquement contraintes des systèmes de suspension rendent nécessaire une plus petite ou plus grande distance aux courbes limiteuses idéales.

6. CONCLUSION :

Les suspensions de véhicule font l'objet, depuis de nombreuses années, de travaux concernant la recherche d'un compromis entre le confort et la tenue de route. Des améliorations ont été obtenues, non seulement grâce aux progrès technologiques en matière de composants hydrauliques et électroniques (actionneurs hydropneumatiques, servovalves, capteur, microcontrôleur, ...). En fait, bien que tous les problèmes technologiques liés au développement des suspensions (passive, active et semi-active) ne sont pas résolus, la difficulté réside dans le choix d'une ou plusieurs grandeurs physiques mesurables à partir desquelles des lois de commande peuvent être élaborées.

CHAPITRE II :

THEORIE SUR LA COMMANDE OPTIMALE POUR LES SYSTEMES CONTINUS LINEAIRES.

1 INTRODUCTION :

A fin de définir les règles de la détermination de la commande d'un processus, il faut lui donner un modèle, c'est-à-dire un ensemble de relations, en général de nature mathématique et d'origine physique, qui représentent théoriquement la réalité pratique du processus et permet une estimation satisfaisante de l'évolution des variables intéressantes pour l'utilisateur.

Le modèle d'état est l'un parmi plusieurs types de modèles de représentation, il est caractérisé par un ensemble de variables (variables d'état) en nombre minimum (pour assurer l'unicité du comportement du processus), dont la connaissance à un instant t_0 associée à la connaissance de l'évolution de la commande $U(t)$ pour $t > t_0$, permet à partir de ce modèle de prévoir l'évolution future du processus.

2. REPRESENTATION D'UN SYSTEME CONTINU DANS L'ESPACE D'ETAT :

Dans le cas général, le comportement d'un système continu peut être décrit dans l'espace d'état sous la forme suivante [11] :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = f(x(t), U(t), Z(t), t) \\ Y(t) = g(x(t), U(t), \Omega(t), t) \end{cases} \quad (2.01)$$

D'où :

$x(t) \in \mathbb{R}^n$: le vecteur d'état ;

$U(t) \in \mathbb{R}^l$: le vecteur de commande ;

$Z(t) \in \mathbb{R}^p$: le vecteur de perturbation sur l'état (peut être déterministe ou aléatoire) ;

$Y(t) \in \mathbb{R}^m$: le vecteur de sortie ;

$\Omega(t) \in \mathbb{R}^q$: le vecteur de perturbation sur la sortie ;

f et g : sont des fonctions vectorielles ;

2.1. DISCUSSION DES CAS PARTICULIERS :

Sur le plan pratique, on rencontre généralement l'une des formes de modèles d'état suivants :

(a) Système non linéaire, non stationnaire, perturbé :

Le comportement d'un tel système est décrit ci-dessus par le système d'équation (2.01).

(b) Système non linéaire, non stationnaire, non perturbé :

C'est le même système que précédent à l'acceptation de l'élimination du terme de perturbation. La forme de ce type de système s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = f(x(t), U(t), t) \\ Y(t) = g(x(t), U(t), t) \end{cases} \quad (2.02)$$

(c) Système non linéaire, stationnaire, perturbé :

Dans ce cas de système on élimine le terme du temps de l'équation (2.01), donc le système devient :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = f(x(t), U(t), Z(t)) \\ Y(t) = g(x(t), U(t), \Omega(t)) \end{cases} \quad (2.03)$$

(d) Système non linéaire, stationnaire, non perturbé :

C'est l'absence du terme de perturbation et du terme de temps qui caractérise ce type de système.

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = f(x(t), U(t)) \\ Y(t) = g(x(t), U(t)) \end{cases} \quad (2.04)$$

(e) Système linéaire, non stationnaire, perturbé :

Le comportement d'un tel système est décrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = A(t).x(t) + B(t).U(t) + E(t).Z(t) \\ Y(t) = C(t).x(t) + D(t).U(t) + W(t).\Omega(t) \end{cases} \quad (2.05)$$

D'où :

$A(t)$: La matrice d'état de dimension $n \times n$;

$B(t)$: La matrice de commande de dimension $n \times l$;

$E(t)$: La matrice de perturbation sur l'état de dimension $n \times p$;

$C(t)$: La matrice de sortie de dimension $m \times n$;

$D(t)$: La matrice de couplage de dimension $m \times l$, si $D(t) \neq 0$ ça signifie qu'il existe une transmission directe entre la commande et la sortie.

$W(t)$: La matrice de perturbation sur la sortie, de dimension $m \times p$.

(f) Système linéaire, non stationnaire, non perturbé :

Les matrices de perturbation sur l'état $E(t)$ et sur la sortie $W(t)$ dans ce type de système sont nulles, ce qui conduit à l'obtention d'une nouvelle forme est écrite ci-dessous :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = A(t).x(t) + B(t).U(t) \\ Y(t) = C(t).x(t) + D(t).U(t) \end{cases} \quad (2.06)$$

(g) Système linéaire, stationnaire, perturbé :

Les matrices A, B, C, D, E, W sont des matrices constantes ; ce qui donne la description suivantes :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = A.x(t) + B.U(t) + E.Z(t) \\ Y(t) = C.x(t) + D.U(t) + W.\Omega(t) \end{cases} \quad (2.07)$$

(h) Système linéaire, stationnaire, non perturbé :

Il a la même forme que celle du système (2.7) , à l'exception de la nullité des matrices E, W , donc le système devient :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = A.x(t) + B.U(t) \\ Y(t) = C.x(t) + D.U(t) \end{cases} \quad (2.08)$$

3. L'INTEGRATION DE L'EQUATION D'ETAT :

Le système considéré est supposé linéaire et stationnaire, non perturbé. Dans le cas le plus simple où le système est de premier ordre ($n = 1$) , l'équation d'état [12]

$$\dot{x}(t) = A.x(t) + B.U(t) \quad (2.09)$$

s'écrit donc: $\dot{x}(t) = a.x(t) + b.u(t)$ (2.10)

$$\Rightarrow \dot{x}(t) - ax(t) = bu(t) \quad (2.11)$$

Pour résoudre cette équation on résout d'abord l'équation homogène $\dot{x}(t) - ax(t) = 0$. Ce qui donne :

$$\frac{\dot{x}(t)}{x(t)} = a \quad (\text{avec } x(t) \text{ est supposé non nul}).$$

En intégrant les deux membres de l'égalité précédente, on obtient :

$$\Rightarrow \ln(x(t)) = at + c_1 \Rightarrow x(t) = e^{at + c_1} = e^{c_1} \cdot e^{at} = c \cdot e^{at} \quad (c = e^{c_1})$$

On utilise la méthode de variation de constante pour trouver la solution de l'équation complète (2.11) donc on a :

$$x(t) = c(t) \cdot e^{at} \quad (2.12)$$

3.1. Le calcul de C(t) :

dérivant maintenant l'expression (2.12) :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \dot{c}(t) \cdot e^{at} + a \cdot c(t) \cdot e^{at} \\ &= \dot{c}(t) \cdot e^{at} + ax(t) \\ \Rightarrow \dot{x}(t) - a \cdot x(t) &= \dot{c}(t) \cdot e^{at} \end{aligned} \quad (2.13)$$

En comparant la relation (2.13) avec celle de (2.11), on constate que :

$$\begin{aligned} \dot{c}(t) \cdot e^{at} &= b \cdot u(t) \Rightarrow \dot{c}(t) \cdot e^{at} = e^{-at} \cdot b \cdot u(t) \\ \Rightarrow c(t) &= c_0 + \int_0^t e^{-a\tau} b \cdot u(\tau) d\tau \quad \text{avec } (c_0 = c(0)) \end{aligned} \quad (2.14)$$

En remplaçant (2.14) dans (2.12), on trouve :

$$\begin{aligned} x(t) &= c_0 \cdot e^{at} + \int_0^t e^{a(t-\tau)} b \cdot u(\tau) d\tau \quad \text{à } t=0 \text{ on a : } x(0) = c_0 \\ \Rightarrow x(t) &= e^{at} x_0 + \int_0^t e^{a(t-\tau)} b u(\tau) d\tau \quad \text{avec : } x(0) = x_0 \end{aligned} \quad (2.15)$$

Dans le cas où l'instant initial serait imposé en $t = t_0$ l'intégration se fait à partir de t_0 et la relation (2.12) s'écrit

$$x(t) = e^{a(t-t_0)} x(t_0) + \int_{t_0}^t e^{a(t-\tau)} b \cdot u(\tau) d\tau \quad (2.16)$$

Remarques :

- ♦ Le terme $e^{A(t-t_0)}x(t_0)$ représente le régime libre à la condition initiale $x(t_0)$;
- ♦ Le terme $\int_{t_0}^t e^{A(t-\tau)}bu(\tau)d\tau$ représente le régime forcé par $u(t)$ qu'on suppose nul avant $t = t_0$;
- ♦ Dans le cas générale où l'ordre du système (la valeur de n) peut prendre une valeur différente de '1', l'intégration de l'équation (2.9) conduit à l'expression suivante :

$$x(t) = e^{A(t-t_0)}x(t_0) + \int_{t_0}^t e^{A(t-\tau)}BU(\tau)d\tau \quad (2.17)$$

3.2. Le calcul de e^{At} :

Le développement en série de taylor de e^{At} nous donne :

$$e^{At} = I + At + \frac{A^2t^2}{2!} + \dots$$

$$\text{soit : } P_A(\lambda) = a_0 + a_1\lambda + \dots + a_{n-1}\lambda^{n-1} + \lambda^n$$

le polynôme caractéristique de la matrice A . On a :

$$P_A(\lambda) = \det(\lambda I - A)$$

$$\Rightarrow P_A(A) = \det(AI - A) = \det(A - A) = \det[0] = 0$$

$$\Rightarrow a_0I + a_1A + \dots + a_{n-1}A^{n-1} + A^n = 0$$

$$A^n = -\sum a_i A^i.$$

- ✓ Donc toute puissance de A de degré supérieur à ' $n-1$ ' peut s'exprimer à partir de ' n ' première puissance de A . Alors il existe des fonctions $\alpha_i(t)$, telles que :

$$e^{At} = \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_i(t).A^i \quad (2.18)$$

La relation (2.17) est appelée formule de *SYLVESTER*.

4. COMMANDABILITE ET OBSERVABILITE :

4.1. LA COMMANDABILITE DE L'ETAT ET DE LA SORTIE :

Considérons le système linéaire, stationnaire, non perturbé, d'écrit par (2.8) [13] :

♦ **Définition :**

L'état $X(t)$ et la sortie $Y(t)$ du système considéré est dit complètement commandable sur un intervalle de temps $t_0 < t < t_f$ s'il existe une commande $U(t)$ définie sur le même intervalle permettant de transférer cet état et cette sortie de ses valeurs initiales données $X(t_0)=X_0$ et $Y(t_0)=Y_0$ à l'instant t_0 à des valeurs finales choisies $X(t_f)=X_f$ et $Y(t_f)=Y_f$ à l'instant t_f .

♦ **Démonstration de la loi de commandabilité sur l'état et la sortie :**

(a) **La loi de Commandabilité sur l'état :**

En remplaçant t par t_f dans (2.17), on trouve :

$$X_f = e^{A(t_f-t_0)} X_0 + \int_{t_0}^{t_f} e^{A(t_f-\tau)} B U(\tau) d\tau$$

et d'après l'application de la formule de SYLVESTER on a :

$$X_f = e^{A(t_f-t_0)} X_0 + \sum_{i=0}^{n-1} A^i B \int_{t_0}^{t_f} \alpha_i(t_f - \tau) U(\tau) d\tau$$

cette équation peut être réécrite sous la forme suivante :

$$X_f = e^{A(t_f-t_0)} X_0 + \begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \int_{t_0}^{t_f} \alpha_0(t_f - \tau) U(\tau) d\tau \\ \int_{t_0}^{t_f} \alpha_1(t_f - \tau) U(\tau) d\tau \\ \vdots \\ \int_{t_0}^{t_f} \alpha_{n-1}(t_f - \tau) U(\tau) d\tau \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

(b) **La Commandabilité sur la sortie :**

On remplaçant t par t_f dans l'expression de la sortie de la formule (2.8), on obtient :

$$Y_f = C X_f + D U_f \quad (2.20)$$

Puis on remplaçant (2.19) dans (2.20), on trouve :

$$Y_f = C e^{A(t_f - t_0)} X_0 + C \begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \int_{t_0}^{t_f} \alpha_0(t_f - \tau) U(\tau) d\tau \\ \int_{t_0}^{t_f} \alpha_1(t_f - \tau) U(\tau) d\tau \\ \vdots \\ \int_{t_0}^{t_f} \alpha_{n-1}(t_f - \tau) U(\tau) d\tau \end{bmatrix} + D U_f$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} CB & CAB & \dots & CA^{n-1}B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \int_{t_0}^{t_f} \alpha_0(t_f - \tau) U(\tau) d\tau \\ \int_{t_0}^{t_f} \alpha_1(t_f - \tau) U(\tau) d\tau \\ \vdots \\ \int_{t_0}^{t_f} \alpha_{n-1}(t_f - \tau) U(\tau) d\tau \\ U_f \end{bmatrix} = Y_f - C e^{A(t_f - t_0)} X_0 \quad (2.21)$$

- ✓ Le problème consiste à commander les ' n ' variables d'état et les ' m ' variables de sortie (calcul de la commande transférant l'état de X_0 à X_f et la sortie de Y_0 à Y_f). Donc la condition nécessaire et suffisante pour pouvoir commander ces ' n ' et ces ' m ' variables (résolution du système d'équations (2.18) et (2.20) est que :

la matrice $C = [A \ AB \dots \dots A^{n-1}B]$ a au moins ' n ' vecteurs ligne ou colonne linéairement indépendants. Cette matrice est de dimension $n \times (n \cdot l)$ donc son rang maximal est de valeur n , et la matrice $[CD \ CAB \dots \dots CA^{n-1}B \ D]$ est de rang maximal ($\geq m$) « cette matrice est de dimension $m \times (l \cdot n)$ »

On traduit alors la condition de commandabilité par :

- pour l'état : $(Rang \ C_{(A,B)} = n)$ (2.22)

- et pour la sortie par : $Rang [CB \ CAB \dots \dots CA^{n-1}B \ D] = m$ (2.23)

4.2. L'OBSERVABILITE :

♦ définition :

Un système est dit complètement observable sur l'intervalle temporel $t_0 < t < t_f$ si la connaissance de la commande $U(t)$ et la sortie $Y(t)$ sur cette intervalle permet de déterminer l'état initial $X(t_0) = X_0$.

♦ démonstration de la loi d'observabilité :

En remplaçant la relation (2.17) dans l'expression [13] $Y(t) = C'X(t) + DU(t)$:

$$\Rightarrow Y(t) = C'e^{A(t-t_0)}X_0 + C' \int_{t_0}^t e^{A(t-\tau)} B U(\tau) d\tau + D U(t) \quad (2.24)$$

Avec l'utilisation de la formule de SYLVESTER, cette expression peut être réécrite :

$$Y(t) = C' \left[\sum \alpha_i(t-t_0) A^i \right] X_0 + C' \int_{t_0}^t e^{A(t-\tau)} B U(\tau) d\tau + D U(t)$$

$$\Rightarrow [\alpha_0(t-t_0) \quad \alpha_1(t-t_0) \quad \dots \quad \alpha_{n-1}(t-t_0)] \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} X_0 = Y(t) - C' \int_{t_0}^t e^{A(t-\tau)} B U(\tau) d\tau + D U(t) \quad (2.25)$$

Le problème consiste à déterminer la valeur initiale de 'n' variables d'état, alors la conditions nécessaire et suffisante pour pouvoir calculer X_0 (résolution du système d'équation (2.25) est que la matrice :

$$O_{(A,C)} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \text{ est de rang maximal.}$$

Cette matrice est de dimension $(m.n) \times n$; donc la condition d'observabilité s'écrit :

$$\text{Rang } O_{(A,C)} = n \quad (2.26)$$

5. LE CRITERE D'OPTIMISATION ET LE CRITERE QUADRATIQUE :

- On générale, dans les problèmes de la commande optimale le critère d'optimisation sur l'état ou sur la sortie du système considéré est présente sous la forme d'une somme de deux termes :

- pour l'état :
$$J = S(X(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} L(X(t), U(t), t) dt \quad (2.27)$$

- pour la sortie :
$$J = S(Y(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} L(Y(t), U(t), t) dt \quad (2.28)$$

où :

$S(X(t_f), t_f)$ et $S(Y(t_f), t_f)$: représentent respectivement le coût de l'écart final sur l'état et le temps, et sur la sortie et le temps par rapport à leur valeurs désirées.

L : est une fonction scalaire , continue et dérivable par rapport à X, U, t (ou Y, U, t), et admet des dérivées premières et secondes continues sur $[t_f, t_f]$.

La formulation générale du critère (2.27) et (2.28) peut être présente sur divers aspects, selon les propriétés du système considéré et l'objective du problème d'optimisation. Par exemple si le système considéré est linéaire on peut le présenté sous une forme quadratique du critère.

- Les formules suivantes représentent la forme générale du critère quadratique :

- Pour l'état :
$$J = X^T(t_f).G.X(t_f) + \int_{t_0}^{t_f} [X^T(t).Q(t).X(t) + U^T.R(t).U(t)] dt \quad (2.29)$$

- Pour la sortie :
$$J = Y^T(t_f).G.Y(t_f) + \int_{t_0}^{t_f} [Y^T(t).Q(t).Y(t) + U^T.R(t).U(t)] dt \quad (2.30)$$

D'où :

G : est une matrice constante symétrique au moins semi définie positive ;

G, Q et R : sont les matrices de pondérations , spécifiées à l'optimisation sur l'état ou la sortie , selon le cas .

$Y^T(t).Q(t).Y(t)$ et $X^T(t).Q(t).X(t)$: sont des termes quadratiques liés à la nature du régime transitoire obtenu par la minimisation de la distance existante entre l'état ou la sortie (selon le cas) du système à un instant « t » et l'état ou la sortie désirée (selon le cas).

$U^{T(t)}.R(t).U(t)$: représente un terme quadratique correspond à la recherche d'une commande d'amplitude minimale sur l'intervalle $[t_0, t_f]$.

Remarques :

- ✓ Les matrices $Q(t)$ et $R(t)$ sont telles que sur tout l'intervalle $[t_0, t_f]$, leurs éléments $q_{ij}(t)$ et $r_{kp}(t)$ ($i=1, \dots, n$; $j=1, \dots, n$; $k=1, \dots, l$; $p=1, \dots, l$) sont des fonctions continues du temps.
- ✓ Un choix approprié de la matrice G dans la fonction de coût final S_f permet de réduire à volonté l'écart final sur l'état (ou la sortie) désiré.
- ✓ Les trois termes de la formule (2.29) ou (2.30) sont proposés à des raisons de nature physique, technique, ou économique, puisque l'état (ou la sortie) du système ne peut pas prendre n'importe quelle valeur, et aussi, il n'est pas pensable d'envisager des commandes d'amplitude infinie.

6. L'EQUATION DE RICCATI :

Soit un système linéaire, non stationnaire dont le comportement est décrit par l'équation suivante [11]:

$$\dot{X}(t) = A(t).X(t) + B(t).U(t) \quad (2.31)$$

Considérant le critère quadratique (2.29) et en commençant par la formulation *Hamiltonien* (2.32).

$$H = H(X(t), U(t), \lambda(t), t) \text{ définie par : } H = L + \lambda^t . f \quad (2.32)$$

d'où :

$\lambda(t)$ est le vecteur adjoint, et H est l'opérateur d'*Hamilton*.

$$\Rightarrow H(X(t), U(t), \lambda(t), t) = X^T(t).Q(t).X(t) + U^T(t).R(t).U(t) + \lambda^t(t).A(t).X(t) + \lambda^t(t).B(t).U(t) \quad (2.33)$$

En dérivant cet Hamiltonien par rapport au vecteur adjoint et au vecteur d'état, on obtient les équations canoniques suivantes :

$$\dot{X}^*(t) = \frac{\partial H^*}{\partial \lambda} = A(t).X^*(t) + B(t).U^*(t) \quad (2.34)$$

$$\dot{\lambda}^*(t) = \frac{\partial H^*}{\partial X} = -2.Q(t).X^*(t) - A^T(t).\lambda^*(t) \quad (2.35)$$

Et d'après l'équation algébrique (2.36) ;

$$\frac{\partial H^*}{\partial U} = \frac{\partial}{\partial U} [L + \lambda^t . f] = 0 \quad (2.36)$$

D'où : $U^*(t), X^*(t), \lambda^*(t)$: sont considérés respectivement la commande optimale correspondante au vecteur d'état optimal et au vecteur adjoint optimal.

$$\begin{aligned} 2.R(t)U^*(t) + B^T(t)\lambda^*(t) &= 0 \\ \Rightarrow U^*(t) &= -1/2.R^{-1}(t)B^T(t)\lambda^*(t) \end{aligned} \quad (2.37)$$

La matrice $R(t)$ est toujours inversible puisqu'elle est associée à une application bijective.

En reportant l'expression (2.37) dans les équations canoniques (2.34) et (2.35), on obtient :

$$\begin{bmatrix} \dot{X}^*(t) \\ \dot{\lambda}^*(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(t) & -1/2.B(t)R^{-1}(t)B^T(t) \\ -2Q(t) & -A^T(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X^*(t) \\ \lambda^*(t) \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

La solution de ce système est de la forme :

$$\begin{bmatrix} \dot{X}^*(t) \\ \dot{\lambda}^*(t) \end{bmatrix} = \phi_{X,\lambda}(t, t_0) \begin{bmatrix} X^*(t_0) \\ \lambda^*(t_0) \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

Où : $\phi_{X,\lambda}(t, t_0)$ est la matrice de transition d'état.

Cette matrice permet de calculer l'état final et le vecteur adjoint final à partir de leur connaissance à un instant quelconque t , ce qui permet d'écrire :

$$\begin{bmatrix} \dot{X}^*(t) \\ \dot{\lambda}^*(t) \end{bmatrix} = \phi_{X,\lambda}(t_f, t) \begin{bmatrix} X^*(t) \\ \lambda^*(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{X,\lambda,11}(t_f, t) & \phi_{X,\lambda,12}(t_f, t) \\ \phi_{X,\lambda,21}(t_f, t) & \phi_{X,\lambda,22}(t_f, t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X^*(t) \\ \lambda^*(t) \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

Avec

$\phi_{X,\lambda,ij}(t_f, t) : (i=1,2 ; j=1,2)$ est une matrice de dimension $n \times n$.

L'instant final étant supposé fixe et l'état final étant supposé libre, donc la condition de transversalité s'exprime comme suit :

$$\Rightarrow \lambda^*(t_f) = 2.G.X^*(t_f) \quad (2.41)$$

Reportant (2.41) dans (2.40) ; on obtient :

$$\dot{X}^*(t_f) = \phi_{X,\lambda,11}(t_f, t)X^*(t) + \phi_{X,\lambda,12}(t_f, t)\lambda^*(t) \quad (2.42)$$

$$2.G.X^*(t_f) = \phi_{X,\lambda,21}(t_f, t)X^*(t) + \phi_{X,\lambda,22}(t_f, t)\lambda^*(t) \quad (2.43)$$

Les deux relations (2.42) et (2.43), nous donnent :

$$\left[\phi_{x,\lambda,22}(t_f, t) - 2.G.\phi_{x,\lambda,12}(t_f, t) \right] \lambda^*(t) = \left[2.G.\phi_{x,\lambda,11}(t_f, t) - \phi_{x,\lambda,21}(t_f, t) \right] X^*(t) \quad (2.44)$$

Posons maintenant :

$$\psi(t_f, t) = \left[\phi_{x,\lambda,22}(t_f, t) - 2.G.\phi_{x,\lambda,12}(t_f, t) \right]^{-1} \quad (2.45)$$

$$2.P(t) = \psi(t_f, t) \left[2.G.\phi_{x,\lambda,11}(t_f, t) - \phi_{x,\lambda,21}(t_f, t) \right] \quad (2.46)$$

D'où :

$$\lambda^*(t) = 2.P(t).X^*(t) \quad (2.47)$$

L'expression de la commande optimale (2.37) ; devient :

$$U^*(t) = -R^{-1}(t).B^T(t).P(t).X^*(t) \quad (2.48)$$

Posons par définition :

$$K(t) = R^{-1}(t).B^T(t).P(t) \quad (2.49)$$

$$\Rightarrow U^*(t) = -K(t).X^*(t) \quad (2.50)$$

Ce résultat montre que la solution du problème de commande optimale, conduit à une loi de commande en boucle fermée, sous la forme d'une matrice de gain de retour d'état $K(t)$ fonction du temps.

La dérivée de l'égalité (2.47) implique :

$$\dot{\lambda}^*(t) = 2.\dot{P}(t).X^*(t) + 2.P(t).\dot{X}^*(t) \quad (2.51)$$

Le remplacement de (2.31) et (2.48) dans (2.51) nous donne :

$$\dot{\lambda}^*(t) = 2.\dot{P}(t).X^*(t) + 2.P(t) \left[A(t).X^*(t) - 1/2.B(t).R^{-1}(t).B^T(t).\lambda^*(t) \right] \quad (2.52)$$

En tenant compte de (2.47) :

$$\dot{\lambda}^*(t) = 2.\dot{P}(t).X^*(t) + 2.P(t) \left[A(t).X^*(t) - B(t).R^{-1}(t).B^T(t).P(t).X^*(t) \right] \quad (2.53)$$

En reportant le seconde terme (2.35) dans le premier terme de (2.53), on obtient :

$$-2.Q(t).X^*(t) - A^T(t).\lambda^*(t) = 2.\dot{P}(t).X^*(t) + 2.P(t) \left[A(t).X^*(t) - B(t).R^{-1}(t).B^T(t).P(t).X^*(t) \right] \quad (2.54)$$

Avec (2.46) on obtient finalement l'équation différentielle suivante :

$$\left[\dot{P}(t) + P(t).A(t) + A^T(t).P(t) - P(t).B(t).R^{-1}(t).B^T(t).P(t) + Q(t) \right].X^*(t) = 0 \quad (2.55)$$

Dans le cas général l'état n'est pas identiquement nul sur tout l'intervalle $[t_0, t_f]$; on obtient donc l'équation de *Riccati* :

$$\dot{P}(t) = -P(t).A(t) - A'(t).P(t) + P(t).B(t).R^{-1}(t).B'(t).P(t) - Q(t) \quad (2.56)$$

La solution de cette équation permet de déterminer la trajectoire optimale (solution de l'équation différentielle) :

$$\dot{X}^*(t) = [A(t) - B(t).R^{-1}(t).B'(t).P(t)]X^*(t) \quad (2.57)$$

Et par conséquent la commande optimale $U^*(t)$ d'après (2.48).

Les conditions aux limites de l'équation de *Riccati* s'obtiennent en égalisant les seconds membres de (2.41) et (2.42) pour $t_f = t$:

$$P(t_f) = G \quad (2.58)$$

Remarques :

- ✓ L'équation de *Riccati* (2.56) associée aux conditions de limites (2.58) admet une solution unique, donc, la commande optimale $U^*(t)$ existe, et elle est unique.
- ✓ La matrice $P(t)$ admet les caractéristiques suivantes :
 - La symétrie (puisque $P'(t)$ est aussi une solution de l'équation de *Riccati*) ;
 - La stationnarité à l'infini ($P(\infty) = P_0$ et $P'(\infty) = 0$) ;
 - Dans certains cas on peut atteindre le régime permanent de $P(t)$ avec un horizon temporel fini (commande sous optimale).

2.7. CONCLUSION :

L'utilisation des principes de la commande optimale pour déterminer une commande d'un processus se résume essentiellement par la minimisation d'un critère d'optimisation, le choix de ce critère est lié par les caractéristiques du processus lui-même, et du problème à résoudre.

La représentation de n'importe quel système à un instant donné représente la mémoire minimale du passé nécessaire à la détermination du futur. Les variables d'état permettent une description interne du système (monovarié ou multivarié) dans le domaine temporel. Deux critères sont importants : la commandabilité et l'observabilité.

CHAPITRE III

MODELISATION DES SYSTEMES ET FORMULATION DU PROBLEME DE VEHICULE

1. INTRODUCTION :

Ce chapitre est consacré à la définition des modèles de véhicule à étudier et des critères de performance à employer, et de poser le problème de la conception des véhicules à système de suspension selon les exigences de la théorie de la commande optimale linéaire.

Les systèmes utilisés pour la modélisation d'un quart de et de demi-véhicule, avec deux et quatre degrés de liberté, respectivement, sont les systèmes de suspensions passive et active. Les modèles utilisés dans ce chapitre choisis parmi plusieurs représentation des modèles linéaires considérés dans la littérature [14,15].

2. MODELISATION DES SYSTEMES DYNAMIQUES LINIAIRES DES VEHICULES :

Hypothèses et notation :

Le modèle du véhicule est construit sous les hypothèses suivantes :

1. Les déformation au niveau des variables du véhicule sont purement verticales.
2. Les pneus du véhicule restent en contact permanent avec la route afin de satisfaire l'exigence de sécurité (figure 3.1), et les déplacements des points de contacts s'expriment par :

$$w_i(t) = \bar{w}(s_i, t) + r(s_i) \quad (3.01)$$

où $\bar{w}(s_i, t)$ est ici le déplacement vertical de la chaussée au point de contact de coordonnées curvilignes s_i à l'instant t , dans notre cas on suppose $\bar{w}(s_i, t) = 0$. $r(s_i)$ est la valeur de la profondeur (profil) de la chaussée au point de contact de coordonnées curviligne s_i . Donc, l'expression des déformations des points de contacts devient [16] :

$$w_i(t) = r(s_i) \quad (3.02)$$

3. La rotation θ du bloc rigide du véhicule est considérée petite (figure 3.1):

$$\begin{cases} \cos \theta \cong 1 \\ \sin \theta \cong \theta \end{cases}$$

4. Le comportement des amortisseurs du véhicule est linéaire.
5. Dans le cas de la suspension active, le générateur d'effort dit aussi actionneur développe une force supposée être appliquée avec la même intensité mais de sens opposé, au châssis et à l'essieu.
6. Pour le même cas aussi, pour les masses connectées l'une à l'autre à travers l'actionneur, on suppose qu'ils ont une dynamique idéale.

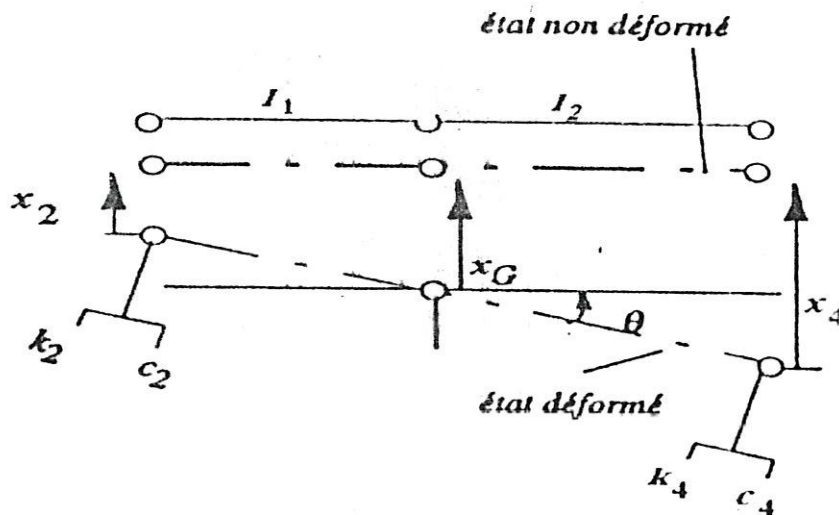


Figure 3.1 Rotation du bloc rigide du véhicule.

Pour décrire le modèle mathématique d'un véhicule constitué de plusieurs composantes, on peut utiliser :

- Le principe de l'équation de Lagrange ;
- La loi d'équilibre des forces ;
- Le principe de travail virtuel sous forme discrète.

Dans notre étude, nous avons utilisé l'approche d'équilibre des forces dite aussi la loi de Newton, qui permet de mieux comprendre la physique et la distribution des efforts.

2.1. LA MODELISATION DES SYSTEMES DE VEHICULE DOTE D'UNE SUSPENSION ACTIVE :

2.1.1. MODELISATION D'UN QUART DE VEHICULE (à 2 D.D.L) :

Le modèle dynamique représenté par la figure(3.2), montre un modèle d'un quart de véhicule (2-DDL) comprenant un générateur d'effort « U_1 », qui constitue l'élément actif de la suspension. m_2 et m_1 représentent respectivement la masse suspendue(supposée égale au

quart de la masse du compartiments de voyageur) et la masse non suspendue (masse de l'essieu et de la roue). Le pneu est représenté par un ressort linéaire de raideur radiale K_0 .

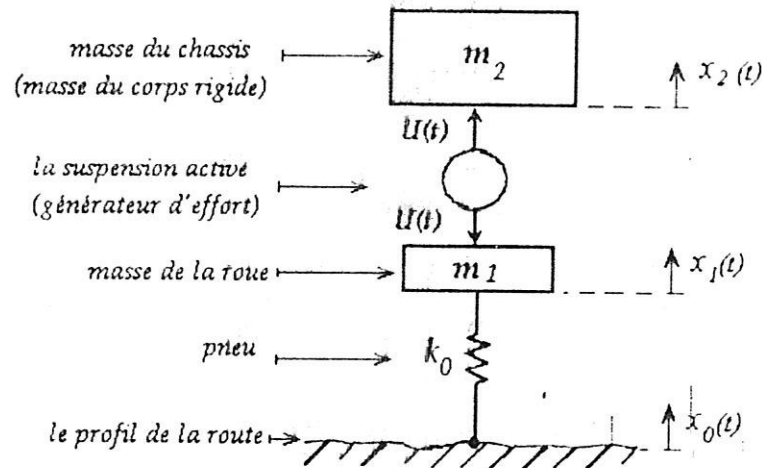


Figure 3.2 Schéma représentatif du modèle d'un quart de véhicule (à 2-DDL.)
comprenant une suspension active.

D'où :

$x_1(t)$ Et $x_2(t)$ représentent respectivement les déplacements verticaux de la roue et de la caisse.

$x_0(t)$ désigne la variation verticale du profil de la route.

De façon générale, les équations différentielles de mouvement régissant la dynamique du véhicule peuvent se mettre sous la forme matricielle suivante [17]:

$$[M] \{\ddot{q}\} + [C] \{\dot{q}\} + [K] \{q\} = [C_e] \{\dot{h}\} + [K_e] \{h\} \quad (3.03)$$

où :

$[M]$: matrice masse diagonale ;

$[C]$: matrice amortissement symétrique, dans ce cas-ci $[C] = 0$ (absence de l'amortissement dans la modélisation de la structure);

$[K]$: matrice rigidité symétrique ;

$\{q\}$: vecteur de coordonnées généralisées ;

$\{h\}$: vecteur excitation ;

$[C_e]$: matrice amortissement d'excitation, $[C_e] = 0$;

$[K_e]$: matrice rigidité d'excitation.

On appliquant la loi de *Newton* sur la figure précédente, on obtient l'équation linéaire du mouvement vertical du système, qui s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1(t) = k_0(x_0(t) - x_1(t)) - U(t) \\ m_2 \ddot{x}_2(t) = U(t) \end{cases} \quad (3.04)$$

D'une façon réduite, on peut aussi écrire notre système d'équation avec les variable d'état (x_1, x_2, x_3, x_4) .

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_3(t) \\ \dot{x}_2(t) = x_4(t) \\ \dot{x}_3(t) = k_0(x_0(t) - x_1(t))/m_1 - U(t)/m_1 \\ \dot{x}_4(t) = U(t)/m_2 \end{cases} \quad (3.05)$$

Ce même ensemble d'équations peut être écrite sous une forme matricielle comme étant :

$$\dot{x}(t) = A_{aq} \cdot x(t) + B_{aq} \cdot U(t) + D_{aq} \cdot w(t) \quad (3.06)$$

où :

x : est le vecteur variables d'état du système ;

$x = \text{col}[x_1, x_2, x_3, x_4]$

$w(t)$: est le vecteur d'excitation dit aussi de perturbation ;

$w(t) = x_0(t)$;

$U(t)$: est le vecteur de commande ;

A_{aq} : est la matrice dynamique du système ;

B_{aq} et D_{aq} : sont les matrices d'entrée.

La résolution de l'équation (3.3) nous permet de calculer le vecteur déplacement q du système composé de n premiers éléments du vecteur d'état $\{x\}$. Le vecteur d'accélération $\ddot{q}$ sera déduit du vecteur $\{\dot{x}\}$ de cette équation.

Toutes les variables d'état (x_1, x_2, x_3, x_4) étant supposées à leurs positions d'équilibre, en d'autre terme, nulle à l'instant initial.

Le vecteur de sortie est supposé formé de deux mesures : $y_1(t) = x_1(t)$, $y_2(t) = x_2(t)$

Donc on peut mettre notre système, sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_{\omega_q} x(t) + B_{\omega_q} U(t) + D_{\omega_q} w(t) \\ Y(t) = C_q x(t) \end{cases} \quad (3.07)$$

Où :

$$A_{\omega_q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -k_0/m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad B_{\omega_q} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1/m_1 \\ 1/m_2 \end{bmatrix}; \quad D_{\omega_q} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k_0/m_1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ et } C_q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Remarques :

- ✓ En comparant l'équation (3.06) avec celles discutées dans le chapitre II, paragraphe 1.1, on conclue que notre système est un système linéaire, stationnaire, perturbé seulement à l'entrée à cause de l'absence des matrices de perturbation à la sortie. Donc la représentation de n'importe quel système continu dans l'espace d'état est le meilleur moyen qui permet d'identifier la catégorie du système étudié.
- ✓ Les masses m_1 et m_2 , la raideur radiale k_0 sont supposés invariants dans le temps. ce qui implique que la forme d'équation (3.07) représente le modèle d'un système linéaire invariant dans le temps.

2.1.2. LE CRITERE DE PERFORMANCE D'UN QUART DE VEHICULE:

pour les systèmes de suspension active, deux critères essentiels qu'il faut les prendre en considération, le taux de confort et le taux de sécurité :

Le taux de confort est exprimé par l'absence des vibrations mécanique (accélération) dans la voiture (véhicule). Le temps de taux de sécurité est mesuré par l'aptitude de garder la roue en contact permanent avec la route, dans toutes les circonstances (virage, braquage, etc....).

On conclu de la figure précédente, que la masse suspendue m_2 est proportionnelle à la force de contrôle $U(t)$, aussi elle permet de mesurer indirectement le taux de gêne. Pour le taux de sécurité, la déformation pneumatique $(x_1 - x_0)$ est la propriété de mesure.

Le but principal de la suspension active est d'arriver à minimiser l'accélération (de la masse suspendue) et la déformation pneumatique, aussi la contrainte imposée par l'exigence de l'espace de travail. Donc de minimisé les quantités $U(t)$, $(x_1 - x_0)$ et $(x_1 - x_2)$. Cette minimisation est exigée à cause de l'action simultanée de la force de contrôle $U(t)$, sur la masse suspendue et l'essieu.

La minimisation individuelle de ces trois quantités ne garantit pas le but des systèmes de suspension active. C'est pour cette raison qu'une manière adéquate a été procédée, dans le but de minimiser ou d'optimiser les trois termes simultanément, on considère la minimisation d'une équation simple, qui est le critère de performance, représenté sous forme d'une équation quadratique (pour plus de détail, voir paragraphe 2.4) conformée aux conditions optimales linéaires de technique de contrôle.

En vue d'obtenir un compromis entre ces exigences dynamiques, le critère de performance quadratique suivant est considéré :

$$\pi_{\omega_f} = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [\rho_0 u^2 + q_1 (x_1 - x_0)^2 + q_2 (x_1 - x_2)^2] dt \quad (3.08)$$

où :

ρ_0 , q_1 et q_2 : sont les facteurs de pesanteur dit aussi de pondération .

Reportant les notation matricielle de (3.07) dans le critère quadratique (2.28) ; on obtient la forme simplifier suivante du critère de performance [18] .

$$\pi_{\omega_f} = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [(x(t) - \eta(t))^T Q_{qa} (x(t) - \eta(t)) + u'(t) R_q u(t)] dt \quad (3.09)$$

où :

η : est la trajectoire désirée ;

$\eta = \text{col}[x_0, x_0, 0, 0]$, qui peut être écrite aussi comme suit : $\eta(t) = N_q \cdot w(t)$ (3.10)

$Q_{qa} = C_q^T \cdot Q_{q1} \cdot C_q$ et $R_q = \rho_0$;

$$Q_{q1} = \begin{bmatrix} q_1 + q_2 & -q_2 \\ -q_2 & q_2 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad N_q = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Remarques :

- ✓ L'intégration précédente est effectuée sur un temps infini parce que en pratique, la période de commande est considérée très longue.
- ✓ On comparant la formule générale de l'indice de performance (équation 2.28) avec celle obtenue dans cette section (équation 3.9), on constate qu'un terme constant (le terme est $\frac{1}{2}$) est ajouté à la seconde formule, ça est souvent utilisé dans le but de rendre le développement de l'expression analytiquement plus commode.

2.1.3. MODELISATION LINEAIRE DU SYSTEME DEMI VEHICULE (à 4 D.D.L) :

Les investigations analytiques sur les arrangements actifs de suspension sont prolongées sur un modèle d'un demi-véhicule (à 4-ddl) qui tient compte des mouvements de rebondissement et de tangage du véhicule, qui mettent en évidence la dynamique verticale liée directement au confort vibratoire [19]. Un tel modèle est schématiquement illustré sur la figure(3.3).

Le choix d'un tel modèle résulte du désir d'avoir un modèle qui permettra l'étude de la poussée et lancera des modes avec le débattement des pneus et des suspensions. Tous ces avantages sont de grande importance dans la conception des suspensions de véhicule.

Le modèle choisi du demi-véhicule (4-ddl) est également relativement simple à l'analyse une fois comparées à un modèle de voiture À TROIS DIMENSIONS (7-DDL), mais peut raisonnablement prévoir la réponse du dernier [20,21].

Le schéma représentatif de la figure (3.3), illustre un véhicule divisé longitudinalement dans un plan vertical de sorte que M soit la moitié de la masse de corps rigide (la masse suspendue) et J soit la moitié du moment de l'inertie du châssis par rapport au centre de gravité. L'axe de l'essieu avant et la roue sont représenté par la masse simple M_1 , alors que M_3 représente ceux de l'arrière. Les deux masses M_1 et M_3 sont reliées à la masse M du corps rigide par des actionneurs idéaux, qui développent des forces de contrôles respectivement U_1 et U_3 , assumés pour être appliqué également à l'opposé du corps et des axes des essieux. Les pneus des roues avant et arrière respectivement sont représentés par des ressorts linéaires radiaux ayant des raideurs k_1 et k_3 .

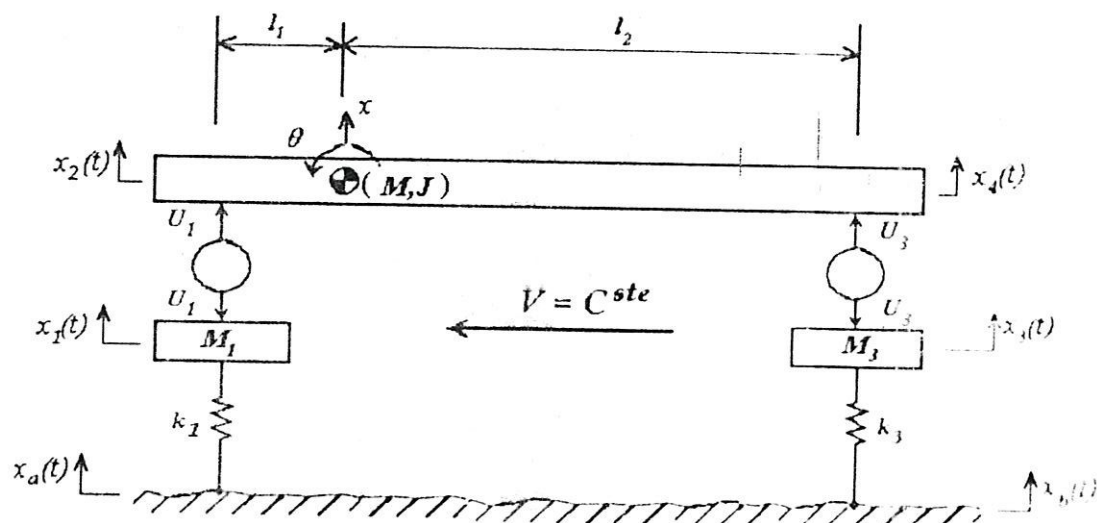


Figure 3.3 : Schéma représentatif du modèle demi-véhicule (à 4-DDL) comprenant une suspension active.

Où :

$x_1(t)$ et $x_3(t)$ désigne les déplacements verticaux d'équilibre provoqués respectivement par les masses M_1 et M_3 .

$x_2(t)$ et $x_4(t)$ représentent les rebondissements verticaux du bloc rigide provoqués par la masse M .

$x_a(t)$ et $x_b(t)$ désigne les déplacements verticaux provoqués par des excitations de route.

Les équations du mouvement peuvent être écrites sous la forme de l'espace d'état.

En examinant la figure (3.3), la force et le moment résultant du centre de gravité du corps suspendu peuvent être exprimé comme suit :

$$M \ddot{x}(t) = U_1(t) + U_2(t) \quad (3.11)$$

$$J \ddot{\theta}(t) = l_1 U_1(t) + l_2 U_2(t) \quad (3.12)$$

Avec prise en considération que la rotation θ du bloc rigide (corps suspendu) est très petite.

$$\cos \theta \approx 1 ; \sin \theta \approx \theta \Rightarrow \tan \theta \approx \theta \quad (3.13)$$

Et aussi que :

$$x_2 = x + l_1 \theta \quad (3.14)$$

$$x_4 = x - l_2 \theta \quad (3.15)$$

En appliquant la loi de Newton sur les deux masses M_1 et M_3 on obtient :

$$M_1 \ddot{x}_1(t) = k_1(x_a(t) - x_1(t)) - U_1(t) \quad (3.16)$$

$$M_3 \ddot{x}_3(t) = k_3(x_b(t) - x_3(t)) - U_2(t) \quad (3.17)$$

En remplaçant les dérivées secondes de (3.14) et (3.15) dans les équations (3.11) et (3.12), et après développement on obtient :

$$\ddot{x}_2(t) = \left(\frac{1}{M} + \frac{l_1^2}{J} \right) U_1(t) + \left(\frac{1}{M} - \frac{l_1 l_2}{J} \right) U_2(t) \quad (3.18)$$

$$\ddot{x}_4(t) = \left(\frac{1}{M} - \frac{l_1 l_2}{J} \right) U_1(t) + \left(\frac{1}{M} + \frac{l_2^2}{J} \right) U_2(t) \quad (3.19)$$

L'ensemble suivant représentent l'équation d'état linéaire du système dynamique, on pose :

$$\dot{x}_1(t) = x_5(t) ; \dot{x}_2(t) = x_6(t) ; \dot{x}_3(t) = x_7(t) \text{ et } \dot{x}_4(t) = x_8(t) \quad (3.20)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_5 \\ \dot{x}_2(t) = x_6 \\ \dot{x}_3(t) = x_7 \\ \dot{x}_4(t) = x_8 \\ \dot{x}_5(t) = k_1(x_a(t) - x_1(t))/M_1 - U_1(t)/M_1 \\ \dot{x}_6(t) = \left(\frac{1}{M} + \frac{l_1^2}{J}\right)U_1(t) + \left(\frac{1}{M} - \frac{l_1 l_2}{J}\right)U_3(t) \\ \dot{x}_7(t) = k_1(x_b(t) - x_3(t))/M_1 - U_3(t)/M_1 \\ \dot{x}_8(t) = \left(\frac{1}{M} - \frac{l_1 l_2}{J}\right)U_1(t) + \left(\frac{1}{M} + \frac{l_2^2}{J}\right)U_3(t) \end{cases} \quad (3.21)$$

Nous pouvons écrire aussi notre système d'équation sous la forme matricielle suivante :

$$\dot{x}(t) = A_{hu} x(t) + B_{hu} U(t) + D_{hu} w(t), \quad (3.22)$$

où :

$x(t)$: Sont les 8 nouveaux variables d'état de notre système ;

$x(t)^T = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8]$;

$w(t) = \begin{Bmatrix} x_a(t) \\ x_b(t) \end{Bmatrix}$: Sont les variables d'entrée ou bien les perturbations en terme de vitesse due aux micros profil de la route ;

$U(t) = \begin{Bmatrix} U_1(t) \\ U_3(t) \end{Bmatrix}$: sont les forces de commande.

La matrice dynamique A_h du système et les matrices d'entrée B_h et D_h sont données comme suit :

$$A_{hu} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -k_1/M_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_3/M_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad B_{hu} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1/M_1 & 0 \\ (1/M + l_1^2/J) & (1/M - l_1 l_2/J) \\ 0 & -1/M_1 \\ (1/M - l_1 l_2/J) & (1/M + l_2^2/J) \end{bmatrix}$$

$$D_{hu} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ k_1/M_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & k_3/M_3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Notant que toutes les variables d'état ($x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$) étant supposées à leurs positions d'équilibre, en d'autre terme, nulles à l'instant initial. Aussi que le vecteur de sortie contient seulement des composants x_1, x_2, x_3 et x_4 ; tel que :

$$y_1(t) = x_1(t) ; y_2(t) = x_2(t) ; y_3(t) = x_3(t) \text{ et } y_4(t) = x_4(t).$$

Donc, l'équation de sortie ou bien d'observation peut être écrite sous forme matricielle comme suit :

$$Y(t) = C_h' \cdot x(t) \quad (3.23)$$

tel que :

$$C_h' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Les masses M, M_f et M_3 ; le moment d'inertie J et les raideurs radiales K_f et K_3 sont des constantes c'est-à-dire invariant dans le temps implique que la forme d'équation (3.22) et (3.23) représentent elles aussi, le modèle d'un système linéaire invariant dans le temps.

2.1.4. LE CRITERE DE PERFORMANCE DU SYSTEME DEMI VEHICULE:

L'indice de performance pour les systèmes de suspension active moitié-voiture, qui est une quantité sans dimensions, est écrit sous le format standard suivant [22]:

$$\pi_{ha} = 1/2 \cdot \int_0^{\infty} [\rho_1 U_1^2 + \rho_3 U_3^2 + q_1 (x_1(t) - x_a(t))^2 + q_2 (x_1(t) - x_3(t))^2 + q_3 (x_3(t) - x_b(t))^2 + q_4 (x_3(t) - x_4(t))^2] dt \quad (3.24)$$

$\rho_1, \rho_3, q_1, q_2, q_3, q_4$: sont les facteurs de pondération, qui restent à fixer sur la base de considération pratiques.

L'emploi de cet indice implique ou démontre les contraintes dans les valeurs moyenne carrés de forces U_1 et U_3 , c'est-à-dire sur les accélérations (x_2 et x_4) aux points de support du châssis, aussi sur les déformations pneumatiques ($x_1 - x_a$) et ($x_3 - x_b$), ainsi que sur des

déplacements relatifs de la suspension (dit aussi les espaces de fonctionnement) $(x_1 - x_2)$ et $(x_3 - x_4)$.

En utilisant la notation matricielle donnée dans la section précédente, l'indice de performance peut alors être exprimé sous la forme matricielle équivalente :

$$\pi_{ha} = \int_0^{\infty} [U^T(t) \cdot R_h \cdot U(t) + (x(t) - \eta(t))^T \cdot Q_h \cdot (x(t) - \eta(t))] dt \quad (3.25)$$

d'où :

$\eta(t)$: est la trajectoire désirée ;

$$\eta(t) = \text{col}[x_a, x_a, x_b, x_b, 0, 0, 0, 0] = N_h \cdot w(t)$$

R_{ha}, Q_{ha} : les matrices de pondération du demi-véhicule ;

$$Q_h = C_h^T \cdot Q_{h1} \cdot C_h ;$$

$U(t)$: vecteur de commande du système demi véhicule ;

$x(t)$: variables d'état du système nominal (système à 4-ddl) ;

$$x(t) = \text{col}[x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8] ;$$

$$R_h = \begin{bmatrix} \rho_1 & 0 \\ 0 & \rho_3 \end{bmatrix} ; \quad Q_{h1} = \begin{bmatrix} q_1 + q_2 & -q_2 & 0 & 0 \\ -q_2 & q_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 + q_4 & -q_4 \\ 0 & 0 & -q_4 & q_4 \end{bmatrix} ;$$

$$Q_h = \begin{bmatrix} q_1 + q_2 & -q_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -q_2 & q_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 + q_4 & -q_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -q_4 & q_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} ; \quad N_h = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Le problème maintenant est de trouver la commande optimale $U(t)$ du (3.22) , qui permet de réduire au minimum l'indice de performance de l'équation (3.25). C'est un problème de régulateur optimal linéaire stochastique [20] compliqué seulement par le fait que les deux perturbations (excitations) x_a et x_b proviennent de la même source.

L'indice de performance est une somme moyenne carrée intégrée sur un temps infini et ne dépendra ainsi pas de l'état initial du système. Nous supposons, donc, que l'état initial est zéro.

Notant aussi que le problème défini par les équations (3.07, 3.09, 3.22 et 3.25) représente un problème linéaire d'optimisation quadratique classique de poursuite [23].

2.2. LA MODELISATION DES SYSTEMES DE VEHICULE COMPRENANT UNE SUSPENSION PASSIVE :

2.2.1. MODELISATION D'UN QUART DE VEHICULE (à 2-D.D.L) :

Nous considérons un modèle de suspension linéaire simplifié à deux degrés de liberté dit modèle « 1/2 » [24,25,26,27,28] (Figure 3.4), utilisé par plusieurs auteurs pour l'analyse dynamique et examinons les réponses des systèmes passifs à des sollicitations extérieures.

Le modèle considéré est composé de deux étages : le premier représente la roue du véhicule de masse m_1 et de tous les organes qui lui rattachent et un ressort de raideur k_1 du pneu. Le second étage comprend la masse du châssis m_2 et les éléments de la suspension : un ressort de raideur kk_0 et d'un amortisseur doté de l'amortissement c_0 .

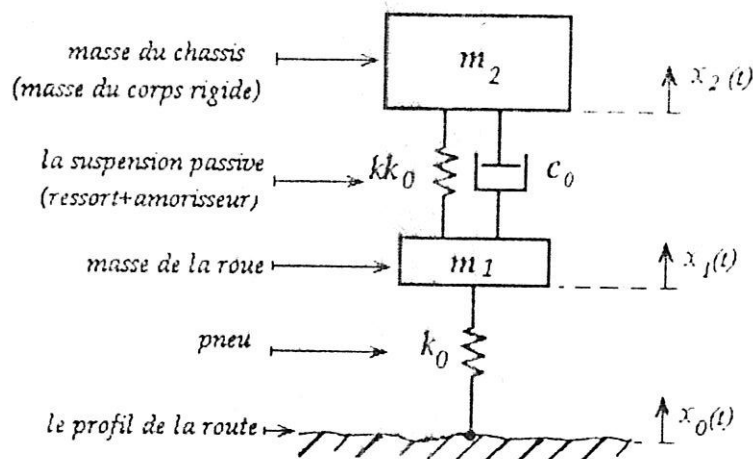


Figure 3.4 : Schéma représentatif du modèle d'un quart de véhicule (à 2-d.d.l) comprenant une suspension passive.

L'application de la loi d'équilibre des forces (loi de *Newton*) sur le schéma précédant, permet d'établir les équations différentielles suivantes :

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1(t) = k_0(x_0(t) - x_1(t)) + c_0(\dot{x}_2(t) - \dot{x}_1(t)) + k k_0(x_2(t) - x_1(t)) \\ m_2 \ddot{x}_2(t) = c_0(\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t)) + k k_0(x_1(t) - x_2(t)) \end{cases} \quad (3.26)$$

Ecrivant maintenant ce même système d'équations dans l'espace d'état, en prenant en considération les quatre nouveaux variables d'état :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_3(t) \\ \dot{x}_2(t) = x_4(t) \\ \dot{x}_3(t) = k_0(x_0(t) - x_1(t))/m_1 + c_0(\dot{x}_2(t) - \dot{x}_1(t))/m_1 + k k_0(x_2(t) - x_1(t))/m_1 \\ \dot{x}_4(t) = c_0(\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t))/m_2 + k k_0(x_1(t) - x_2(t))/m_2 \end{cases} \quad (3.27)$$

Comme on a : $x_1(t) = x_3(t)$ et $x_2(t) = x_4(t)$, donc remplaçant les dans le système précédent.

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_3(t) \\ \dot{x}_2(t) = x_4(t) \\ \dot{x}_3(t) = k_0(x_0(t) - x_1(t))/m_1 + c_0(x_4(t) - x_3(t))/m_1 + k k_0(x_2(t) - x_1(t))/m_1 \\ \dot{x}_4(t) = c_0(x_3(t) - x_4(t))/m_2 + k k_0(x_1(t) - x_2(t))/m_2 \end{cases} \quad (3.28)$$

Le vecteur de sortie est supposé formé de deux mesures : $y_1(t) = x_1(t)$, $y_2(t) = x_2(t)$

Ce système d'équations peut être écrite aussi sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_{pq} x(t) + D_{pq} w(t) \\ Y(t) = C_q^* x(t) \end{cases} \quad (3.29)$$

où :

$x(t)$: sont les variable d'état du système considéré ;

$x(t) = col[x_1, x_2, x_3, x_4]$;

$w(t)$: le vecteur de perturbation extérieure ;

$w(t) = \{x_0\}$

Les matrices de l'équation (3.29) sont définies comme suit :

$$A_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -k_0/m_1 & kk_0/m_1 & -c_0/m_1 & c_0/m_1 \\ kk_0/m_2 & -kk_0/m_2 & c_0/m_2 & -c_0/m_2 \end{bmatrix}; \quad D_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k_0/m_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad C_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2.2.2. LE CRITERE DE PERFORMANCE D'UN QUART DE VEHICULE (SUSPENSION PASSIVE) :

Dans les problèmes de contrôle de vibrations de véhicules comprenant une suspension passive, le déplacement relatif ou/et l'accélération du véhicule sont souvent utilisés comme paramètres principaux de la fonction objective. Nous cherchons bien sûr, à améliorer le confort du passager, lequel est caractérisé par accélération de la masse suspendue (variable mesurable). En plus, la stabilité du véhicule et la fatigue de la suspension est proportionnelle au déplacement relatif. Par conséquent, nous dégageons le critère de performance suivant à partir de la relation (2.27) :

$$\pi_{12} = \int_{t_0}^{t_f} X^T(t) \cdot Q(t) \cdot X(t) \cdot dt \quad (3.30)$$

En vue d'obtenir un compromis entre ces exigences dynamiques, le critère de performance quadratique suivant est considéré :

$$\pi_{12} = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [q_1 (x_1 - x_0)^2 + q_2 (x_1 - x_2)^2] dt \quad (3.31)$$

où :

q_1 et q_2 : sont les facteurs de pesanteur dits aussi de pondération.

Reportant les notation matricielle de (3.29) dans le critère quadratique (3.31) ; on obtient la forme simplifier suivante du critère de performance :

$$\pi_{12} = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [(x(t) - \eta(t))^T Q_q (x(t) - \eta(t))] dt \quad (3.32)$$

où :

η : est la trajectoire désirée ;

$\eta = \text{col}[x_0, x_0, 0, 0]$, qui peut être écrite aussi comme suit : $\eta(t) = N_q \cdot w(t)$ (3.33)

$$Q_q = C_q^T \cdot Q_{q1} \cdot C_q \quad \text{et} \quad Q_{q1} = \begin{bmatrix} q_1 + q_2 & -q_2 \\ -q_2 & q_2 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad N_q = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Remarque :

En comparant la formule de l'indice de performance de la suspension active (équation 3.09) avec celle obtenue dans cette section (équation 3.32), on constat l'absence du second terme quadratique de la commande optimale, est ça est explique par le fait que la suspension passive ne contient pas un générateur d'effort.

2.2.3. MODELISATION LINEAIRE DU SYSTEME DEMI-VEHICULE (à 4-D.D.L) :

Considérons maintenant un modèle de suspension passive linéaire simplifié à quatre degré de liberté dit modèle «demi-véhicule » (Figure 3.5). Cette modélisation à quatre degrés de liberté qui tient compte des mouvements de rebondissement et de tangage du véhicule, permet de mettre en évidence la dynamique verticale du système liée directement au confort vibratoire.

Le model considéré (Figure 3.5), illustre un véhicule divisé longitudinalement dans un plan vertical de sorte que M soit la moitié de la masse du corps rigide (la masse suspendue) et J soit le moitié du moment de l'inertie du châssis par rapport au centre de gravité. L'axe de l'essieu avant et de tous les organes qui lui rattachent sont représentés par la masse simple M_1 , alors que M_3 représente ceux de l'arrière. Les deux masses M_1 et M_3 sont reliées respectivement d'une part à la masse M du corps rigide par deux couples d'éléments de la suspension passive, kk_1, c_1 et kk_3, c_3 et d'autre part au profil de la route par les pneus des roues avant et arrière respectivement, qui sont représentés par des ressorts linéaires radiaux ayant des raideurs k_1 et k_3 .

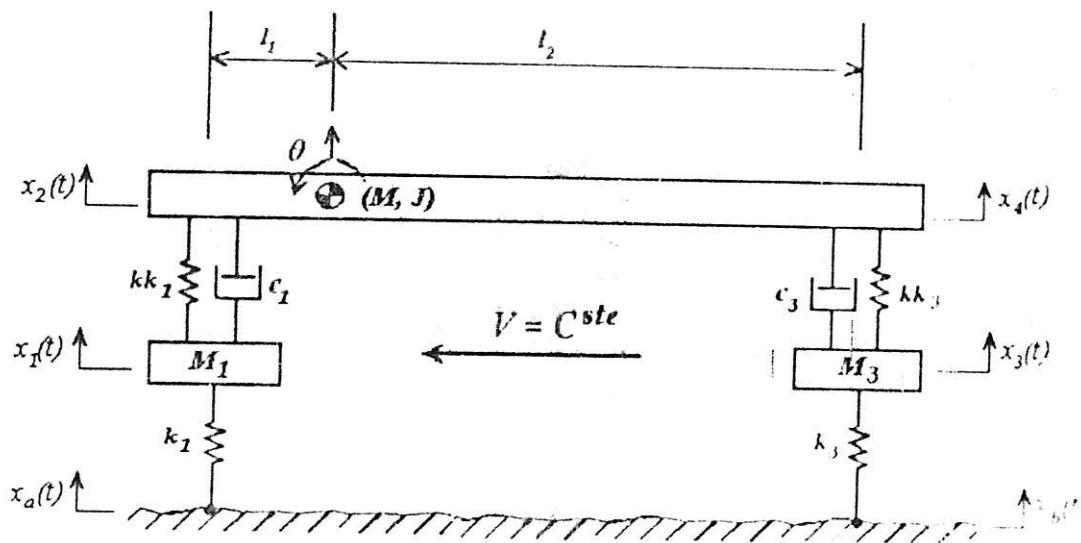


Figure 3.5 : Schéma représentatif du modèle demi-véhicule (à 4-D.D.L.)

comprenant une suspension passive.

Le mouvement du corps rigide, peut être exprimé par les expressions suivantes :

$$\begin{cases} M.\ddot{x}(t) = c_1(\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t)) + kk_1(x_1(t) - x_2(t)) + c_3(\dot{x}_3(t) - \dot{x}_4(t)) + kk_3(x_3(t) - x_4(t)) \\ J.\ddot{\theta}(t) = c_1 l_2(\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t)) + kk_1 l_2(x_1(t) - x_2(t)) - c_3 l_1(\dot{x}_3(t) - \dot{x}_4(t)) - kk_3 l_1(x_3(t) - x_4(t)) \end{cases} \quad (3.34)$$

- Au point x_2 :

$$\text{avec : } x_2 = x - l_1 \theta \quad \Rightarrow \begin{cases} x = x_2 + l_1 \theta \\ \theta = \frac{x_2 - x}{l_1} \end{cases} \quad \Rightarrow \begin{cases} x = x_2 + l_1 \theta \\ \theta = \frac{x - x_2}{l_1} \end{cases} \quad (3.35)$$

Remplaçant maintenant (3.30) dans (3.29).

$$\Rightarrow \begin{cases} M.(\ddot{x}_2 + l_1 \ddot{\theta}) = c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + kk_1(x_1 - x_2) + c_3(\dot{x}_3 - \dot{x}_4) + kk_3(x_3 - x_4) \\ J.(\frac{\ddot{x} - \ddot{x}_2}{l_1}) = c_1 l_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + kk_1 l_2(x_2 - x_1) - c_3 l_1(\dot{x}_4 - \dot{x}_3) - kk_3 l_1(x_4 - x_3) \end{cases} \quad (3.36)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} M.\ddot{x}_2 = c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + kk_1(x_1 - x_2) + c_3(\dot{x}_3 - \dot{x}_4) + kk_3(x_3 - x_4) + l_1 \theta.M \\ J.\ddot{x}_2 = -c_1 l_1 l_2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - kk_1 l_1 l_2(x_1 - x_2) + c_3 l_1^2(\dot{x}_3 - \dot{x}_4) + kk_3 l_1^2(x_3 - x_4) + J.\ddot{x} \end{cases} \quad (3.37)$$

Avec prise en considération que la rotation θ du bloc rigide (corps suspendu) est très petite, et l'accélération du corps rigide au point de centre de gravité est constante :

$$\cos \theta \approx 1 ; \sin \theta \approx \theta \Rightarrow \tan \theta \approx 0 \quad (3.38)$$

$$\Rightarrow \ddot{x}_2 = c_1 \left(\frac{1}{M} + \frac{l_1^2}{J} \right) (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + kk_1 \left(\frac{1}{M} + \frac{l_1^2}{J} \right) (x_1 - x_2) + c_3 \left(\frac{1}{M} - \frac{l_1 l_2}{J} \right) (\dot{x}_3 - \dot{x}_4) + kk_3 \left(\frac{1}{M} - \frac{l_1 l_2}{J} \right) (x_3 - x_4) \quad (3.39)$$

- Au point x_4 :

On a :

$$x_4 = x + l_2 \theta ; \quad \Rightarrow \begin{cases} x = x_4 - l_2 \theta \\ \theta = \frac{x_4 - x}{l_2} \end{cases} \quad \Rightarrow \begin{cases} x = x_4 - l_2 \theta \\ \theta = \frac{x_4 - x}{l_2} \end{cases} \quad (3.40)$$

Remplaçant maintenant (3.40) dans (3.34). Après calcul et simplification on obtient l'équation du mouvement vibratoire du bloc rigide au point x_4 .

$$\Rightarrow \ddot{x}_4 = c_1 \left(\frac{1}{M} - \frac{l_1 l_2}{J} \right) (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k k_1 \left(\frac{1}{M} - \frac{l_1 l_2}{J} \right) (x_1 - x_2) + c_3 \left(\frac{1}{M} + \frac{l_2^2}{J} \right) (\dot{x}_3 - \dot{x}_4) + k k_3 \left(\frac{1}{M} + \frac{l_2^2}{J} \right) (x_3 - x_4) \quad (3.41)$$

Par l'application de la loi de *Newton* sur les masses M_1 et M_3 , on obtient :

$$M_1 \cdot \ddot{x}_1(t) = k_1(x_a(t) - x_1(t)) + c_1(x_2(t) - x_1(t)) + k k_1(x_2(t) - x_1(t)) \quad (3.42)$$

$$M_3 \cdot \ddot{x}_3(t) = k_3(x_b(t) - x_3(t)) + c_3(x_4(t) - x_3(t)) + k k_3(x_4(t) - x_3(t)) \quad (3.43)$$

$$\text{Et on pose : } \dot{x}_2 = \dot{x}_6 \quad ; \quad \dot{x}_1 = \dot{x}_5 \quad ; \quad \dot{x}_4 = \dot{x}_8 \quad \text{et} \quad \dot{x}_3 = \dot{x}_7 \quad (3.44)$$

Notre model qui est un système à 4 degrés de liberté s'écrit avec ses 8 variables d'état qui sont $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$ et x_8 comme suit :

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_5 \\ \dot{x}_2(t) = x_6 \\ \dot{x}_3(t) = x_7 \\ \dot{x}_4(t) = x_8 \\ \ddot{x}_5(t) = k_1(x_a(t) - x_1(t))/M_1 + c_1(x_2(t) - x_1(t))/M_1 + k k_1(x_2(t) - x_1(t))/M_1 \\ \ddot{x}_6(t) = c_1 \left(\frac{1}{M} + \frac{l_1^2}{J} \right) (\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t)) + k k_1 \left(\frac{1}{M} + \frac{l_1^2}{J} \right) (x_1(t) - x_2(t)) \\ \quad + c_3 \left(\frac{1}{M} - \frac{l_1 l_2}{J} \right) (\dot{x}_3(t) - \dot{x}_4(t)) + k k_3 \left(\frac{1}{M} - \frac{l_1 l_2}{J} \right) (x_3(t) - x_4(t)) \\ \ddot{x}_7(t) = k_3(x_b(t) - x_3(t))/M_3 + c_3(x_4(t) - x_3(t))/M_3 + k k_3(x_4(t) - x_3(t))/M_3 \\ \ddot{x}_8(t) = c_1 \left(\frac{1}{M} - \frac{l_1 l_2}{J} \right) (\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t)) + k k_1 \left(\frac{1}{M} - \frac{l_1 l_2}{J} \right) (x_1(t) - x_2(t)) \\ \quad + c_3 \left(\frac{1}{M} + \frac{l_2^2}{J} \right) (\dot{x}_3(t) - \dot{x}_4(t)) + k k_3 \left(\frac{1}{M} + \frac{l_2^2}{J} \right) (x_3(t) - x_4(t)) \end{cases} \quad (3.45)$$

Remplaçant maintenant (3.44) dans le système d'équation (3.45).

$$\begin{aligned}
 & \begin{cases}
 \dot{x}_1(t) = x_5 \\
 \dot{x}_2(t) = x_6 \\
 \dot{x}_3(t) = x_7 \\
 \dot{x}_4(t) = x_8 \\
 \dot{x}_5(t) = k_1(x_6(t) - x_1(t))/M_1 + c_1(x_6(t) - x_5(t))/M_1 + k k_1(x_2(t) - x_1(t))/M_1 \\
 \Rightarrow \dot{x}_6(t) = c_1 \left(\frac{1}{M} + \frac{l_1^2}{J} \right) (x_5(t) - x_6(t)) + k k_1 \left(\frac{1}{M} + \frac{l_1^2}{J} \right) (x_1(t) - x_2(t)) \\
 \quad + c_3 \left(\frac{1}{M} - \frac{l_1 l_2}{J} \right) (x_7(t) - x_8(t)) + k k_3 \left(\frac{1}{M} - \frac{l_1 l_2}{J} \right) (x_3(t) - x_4(t)) \\
 \dot{x}_7(t) = k_3(x_8(t) - x_3(t))/M_3 + c_3(x_8(t) - x_7(t))/M_3 + k k_3(x_4(t) - x_3(t))/M_3 \\
 \dot{x}_8(t) = c_1 \left(\frac{1}{M} - \frac{l_1 l_2}{J} \right) (x_5(t) - x_6(t)) + k k_1 \left(\frac{1}{M} - \frac{l_1 l_2}{J} \right) (x_1(t) - x_2(t)) \\
 \quad + c_3 \left(\frac{1}{M} + \frac{l_2^2}{J} \right) (x_7(t) - x_8(t)) + k k_3 \left(\frac{1}{M} + \frac{l_2^2}{J} \right) (x_3(t) - x_4(t))
 \end{cases} \quad (3.46)
 \end{aligned}$$

Le système d'équation précédent peut être écrit aussi sous forme matricielle d'équation d'état, on pose :

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \frac{1}{M} + \frac{l_1^2}{J} ; \quad a_2 = \frac{1}{M} - \frac{l_1 l_2}{J} ; \quad a_3 = \frac{1}{M} + \frac{l_2^2}{J} \\
 \dot{x}(t) &= A_{ph} \cdot x(t) + D_{ph} \cdot w(t) \quad (3.47)
 \end{aligned}$$

Aussi que le vecteur de sortie contient seulement des composants x_1 , x_2 , x_3 et x_4 ; tel que :

$$y_1(t) = x_1(t) ; \quad y_2(t) = x_2(t) ; \quad y_3(t) = x_3(t) \quad \text{et} \quad y_4(t) = x_4(t).$$

Donc, l'équation de sortie ou bien d'observation peut être écrite sous forme matricielle comme suit :

$$Y(t) = C_h \cdot x(t) \quad (3.48)$$

tel que :

$$C_h = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

avec :

$x(t)$: sont les variable d'état du système considéré ;

$$x(t) = \text{col}[x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8] ;$$

$w(t)$: le vecteur de perturbation extérieure ;

$$w(t) = \begin{Bmatrix} x_a \\ x_b \end{Bmatrix}$$

$$A_{ph} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -(k_1 + kk_1)/M_1 & kk_1/M_1 & 0 & 0 & -c_1/M_1 & c_1/M_1 & 0 & 0 \\ a_1kk_1 & -a_1kk_1 & a_2kk_3 & -a_2kk_3 & a_1c_1 & -a_1c_1 & a_2c_3 & -a_2c_3 \\ 0 & 0 & -(k_3 + kk_3)/M_3 & kk_3/M_3 & 0 & 0 & -c_3/M_3 & c_3/M_3 \\ a_2kk_1 & -a_2kk_1 & a_3kk_3 & -a_3kk_3 & a_2c_1 & -a_2c_1 & a_3c_3 & -a_3c_3 \end{bmatrix}$$

$$D_{ph} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ k_1/M_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & k_3/M_3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2.2.4. LE CRITERE DE PERFORMANCE POUR UN DEMI VEHICULE (SUSPENSION PASSIVE) :

L'indice de performance pour les systèmes de suspension passive demi-véhicule, qui est une quantité sans dimensions, est écrit à partir de la forme standard (3.30), comme suit :

$$\pi_{ph} = 1/2 \cdot \int_0^{\infty} [q_1(x_1(t) - x_a(t))^2 + q_2(x_1(t) - x_3(t))^2 + q_3(x_3(t) - x_b(t))^2 + q_4(x_3(t) - x_4(t))^2] dt \quad (3.49)$$

q_1, q_2, q_3, q_4 : sont les facteurs de pondération, qui restent à fixer sur la base de considération pratiques.

L'emploi de cet indice démontre les contraintes dans les valeurs moyenne carrées sur les déformations pneumatiques $(x_1 - x_2)$ et $(x_3 - x_4)$, ainsi que sur des déplacements relatifs de la suspension (dit aussi les espaces de fonctionnement) $(x_1 - x_2)$ et $(x_3 - x_4)$.

En utilisant la notation matricielle donnée dans la section précédente, l'indice de performance peut alors être exprimé sous la forme matricielle équivalente :

$$\pi_{ph} = \int_0^{\infty} (x(t) - \eta(t))^T \cdot Q_h \cdot (x(t) - \eta(t)) \cdot dt \quad (3.50)$$

d'où :

$\eta(t)$: est la trajectoire désirée ;

$$\eta(t) = \text{col}[x_a, x_a, x_b, x_b, 0, 0, 0, 0] = N_h \cdot w(t)$$

Q_h : est la matrice de pondération du demi véhicule ;

$$Q_h = C_h^T \cdot Q_a \cdot C_h ;$$

$x(t)$: variables d'état du système nominal (système à 4-DDL) ;

$$x(t) = \text{col}[x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8] ;$$

$$; \quad Q_a = \begin{bmatrix} q_1 + q_2 & -q_2 & 0 & 0 \\ -q_2 & q_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 + q_4 & -q_4 \\ 0 & 0 & -q_4 & q_4 \end{bmatrix} ;$$

$$Q_h = \begin{bmatrix} q_1 + q_2 & -q_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -q_2 & q_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 + q_4 & -q_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -q_4 & q_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} ; \quad N_h = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3. CONCLUSION :

La conception des modèles de suspension active et passive des véhicules permet de mettre en évidence la loi de commande vis-à-vis d'un critère de performances. Ainsi cette même conception permet le développement informatique : modèle à 2DDL et à 4ddl, servant à la validation informatique, pour l'extrapolation des phénomènes du comportement global, en particulier le tangage pour le cas des systèmes à 4DDL.

CHAPITRE IV

SIMULATION NUMERIQUE DES MODELES QUART DE VEHICULE PAR L'APPLICATION DE LA COMMANDE PRE-INFORMEE

1. INTRODUCTION :

Pour améliorer les performances des systèmes de suspension intelligente, dite active des véhicules, on a fait recourir à une technique qui est basée sur le principe de la pré-information de la chaussée lors du roulement de véhicule sur une piste quelconque.

Les résultats de la simulation sous environnement MATLAB par la technique d'optimisation et de la pré-information sur les modèles étudiés auparavant sous différents types d'excitations de profil de la route sont représentés dans le présent chapitre.

2. APPLICATION MATHÉMATIQUE DE LA COMMANDE PRÉ-INFORMÉE SUR LE MODÈLE QUART DE VÉHICULE COMPRENANT UNE SUSPENSION ACTIVE :

Dans ce chapitre, un exemple pratique est considéré où la pré-information de la chaussée est utilisée pour améliorer les performances de la suspension intelligente dite active, d'un véhicule poursuivant une piste quelconque. Le problème est posé comme étant celui de la poursuite de cette piste (ou trajectoire) tout en satisfaisant un critère donné de performance.

Cette technique est basée sur l'exploitation des informations issues d'un capteur monté en avant du châssis du véhicule pendant son mouvement. Celui-ci permet de détecter les irrégularités de la voie à une distance L_0 , par conséquent, le contrôleur peut avoir un temps de pré-information $T_p = L_0/V$, où V est la vitesse du véhicule. L'extension théorique de cette technique a été entreprise dans la référence [29].

Le schéma représentatif d'un quart de véhicule doté d'une suspension active et pré-information sur la surface de la route est représenté par la figure (4.1).

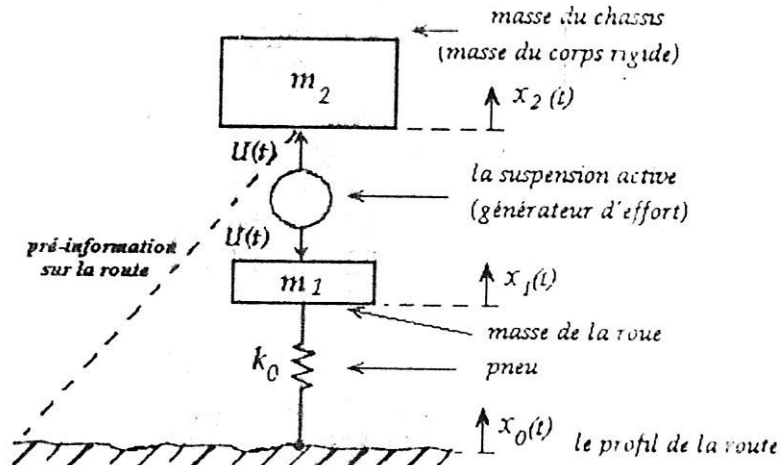


Figure 4.1 : Schéma représentatif d'un quart de véhicule comprenant une suspension active et un capteur de pré-information.

La solution du problème d'un quart de voiture comprenant une suspension active relevant le cas d'une commande pré-informée à horizon fini est donnée par :

$$U(t) = -R_{uq}^{-1} \cdot B_{uq}^T [P \cdot x_r(t) - g_r(t)] \quad (4.01)$$

Où la matrice P est la solution de l'équation de *Riccati* :

$$0 = P \cdot A_{uq} + A_{uq}^T \cdot P - P \cdot B_{uq} \cdot R_{uq}^{-1} \cdot B_{uq}^T \cdot P + Q_{uq} \quad (4.02)$$

Et le vecteur d'anticipation $g_r(t)$ donnée par :

$$g_r(t) = \int_t^{t+\tau} e^{(t+\tau-\xi)A_{uq}} \cdot y_{uq}(\xi) \cdot w(\xi) \cdot d\xi, \quad t \geq 0 \quad (4.03)$$

Où : τ est le temps de pré-information et la matrice d'évolution du système en boucle fermée A_{caq} est donnée par :

$$A_{caq} = A_{uq} - B_{uq} \cdot R_{uq}^{-1} \cdot B_{uq}^T \cdot P \quad (4.04)$$

et

$$y_{uq}(t) = Q_{uq} \cdot N - P \cdot D_{uq} \quad (4.05)$$

avec :

La trajectoire désirée : $\eta(t) = N_{uq} \cdot w(t)$, et $N_{uq} = \text{col}[1, 1, 0, 0]$

Le vecteur d'excitation extérieur : $w(t) = x_0(t)$

La trajectoire d'état sous optimale, en réponse à la commande (4.01) est alors exprimée par :

$$\dot{x}_r(t) = A_{caq} \cdot x_r(t) + B_{uq} \cdot R_{uq}^{-1} \cdot B_{uq}^T \cdot g_r(t) + D_{uq} \cdot x_0(t) \quad (4.06)$$

L'évaluation de la valeur pratique du critère de performance pour la commande pré-informée est calculée à partir de l'équation originelle (3.08) comme suit :

$$\pi_{aq} = \frac{1}{2} \int_0^{tr} \rho_0 u^2(t) dt + \frac{1}{2} \int_0^{tr} q_1 (x_1(t) - x_0(t))^2 dt + \frac{1}{2} \int_0^{tr} q_2 (x_1(t) - x_2(t))^2 dt \quad (4.07)$$

où : tr est le temps de simulation.

Les termes de l'expression (4.07), peuvent être écrit aussi comme suit :

$$\pi_{aq} = \pi_{aqc} + \pi_{aqd} + \pi_{aqw} \quad (4.08)$$

où :

π_{aqc} : c'est une mesure indirecte qui ne réduit pas les effets des vibrations verticales sur les passagers.

π_{aqd} : représente une indication sur l'état de d'écoulement de la roue sur la chaussée (à minimiser) : $(x_1 - x_0)$.

π_{aqw} : est l'excursion physique du système de suspension (à réduire) : $(x_2 - x_1)$.

Pour chaque instant, le profil de la route est connu par le moyen d'un capteur idéal monté en avant du châssis de la voiture pendant son mouvement.

On remarque que l'équation (4.03) peut être résolue facilement en utilisant une des méthodes numériques d'intégration connue (rectangulaire, trapézoïde, ...). Ce pendant, pour les résultats nous calculons $g_r(t)$ comme suit :

$$g_r(t) = e^{r \cdot A_{aq}^T} \cdot g_r(t+\tau) - \int_{t+\tau}^t e^{(t-\tau) \cdot A_{aq}^T} \cdot y(\xi) \cdot w(\xi) d\xi, \quad t \geq 0 \quad (4.09)$$

$$\text{où :} \quad g_r(t+\tau) = 0 \quad (4.10)$$

Donc, (4.09) est la solution de l'équation différentielle (4.19), en prenant en considération la condition (4.10) :

$$g_r(t) = -A_{aq}^T \cdot g_r(t) - y(t) \cdot x_0(t) \quad (4.11)$$

Le vecteur d'anticipation peut $g(t)$, peut être calculé, depuis sa valeur nulle à l'instant final $(t+\tau)$ jusqu'à l'instant initial t_0 , en considérant l'équation suivante :

$$g_r(t) = A_{aq}^T \cdot g_r(t) + y(t) \cdot x_0(t) \quad (4.12)$$

3. RESULTATS DE LA SIMULATION :

3.1. CHOIX DES FONCTIONS D'EXCITATION :

Dans le cas où le véhicule se déplacerait à une vitesse constante sur une route à profil aléatoire, les mesures effectuées sur celle-ci ont montré que, sauf à de basses fréquences, le profil de la route (déplacement vertical de la surface) peut être bien approximé par une intégral [24,26,30]. Dans cette étude nous considérons que le véhicule au cours de son déplacement est soumis d'une manière ou d'une autre à quelque type de fonctions d'excitation (voir figure 4.3, 4, 5 et 6) très représentatives du profil de la surface de la route. Les déplacements de la route correspondant au même type d'entrée, sont exprimés de la manière suivante :

(a) **Fonction Echelon unitaire** : ce type est représenté comme suit :

$$x_0(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < t_0 \\ +1 & \text{si } t \geq t_0 \end{cases} \quad (4.13)$$

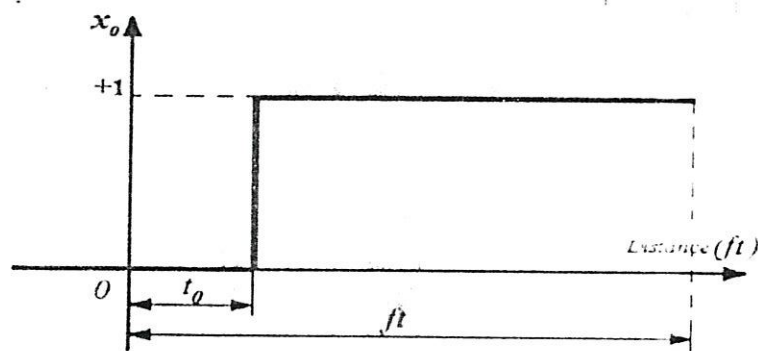


Figure 4.2 : Fonction d'excitation Echelon unitaire (avec un décalage de t_0)

Où:

ft : est le temps de simulation ;

t_0 : Temps initial.

(b) **Fonction aléatoire** : le profil de la route est supposé aléatoire et continu avec une densité spectrale de puissance représentée par un bruit blanc intégré, formulé comme suit :

$$\phi(\omega) = cv / \omega^2 \quad (4.14)$$

Où :

« c » est la constante de rugosité de la route, « v » est la vitesse de véhicule (m/s) et « ω » est la pulsation temporelle (rd/s).

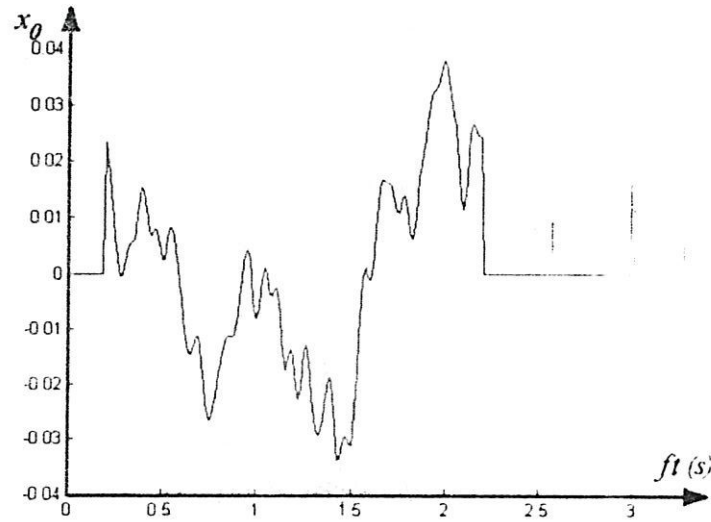


Figure 4.3 : Fonction d'excitation (Bruit blanc intégré).

(c) **Fonction d'excitation sous forme d'une bosse :** ce type de profil (figure 4.4) est formulé comme suit :

$$x_0(t) = x_{\max} \cdot \sin^2(\pi t / \lambda) \quad (4.15)$$

où : $x_{\max}$: est l'amplitude maximale ;

λ : Durée de la pulsation dit aussi largeur de la bosse ;

$\pi t / \lambda$: Paramètre de pulsation.

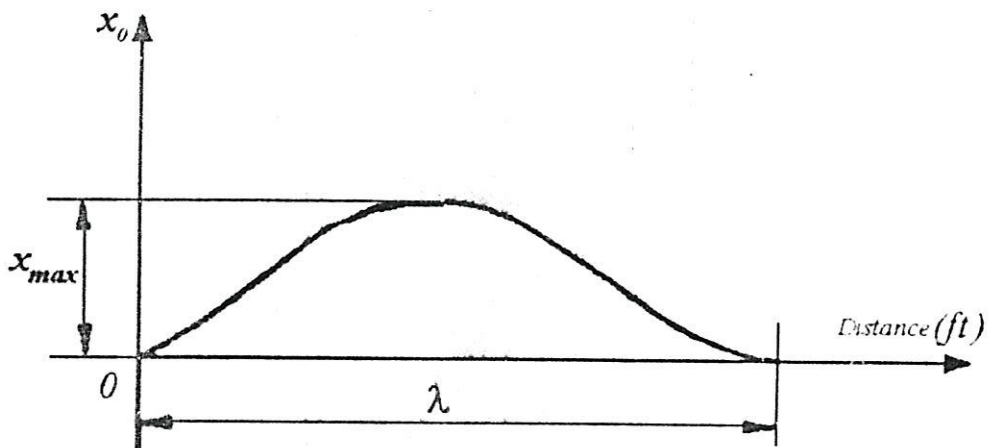


Figure 4.4 : . Bosse douce de longueur λ .

(d) **Fonction représentative d'un profil spéciale :** ce type de profil de la route représente une succession de deux fonctions harmonique : une bosse et une fonction sinusoïdal représentent comme suit :

$$x_0(t) = x_0'(t) + x_0''(t) \quad (4.16)$$

avec : $x_0'(t) = x_{\max} \cdot \sin^2(\pi t / \lambda)$ et $x_0''(t) = x_{\max} \cdot \sin(\pi t / \lambda)$ (4.17)

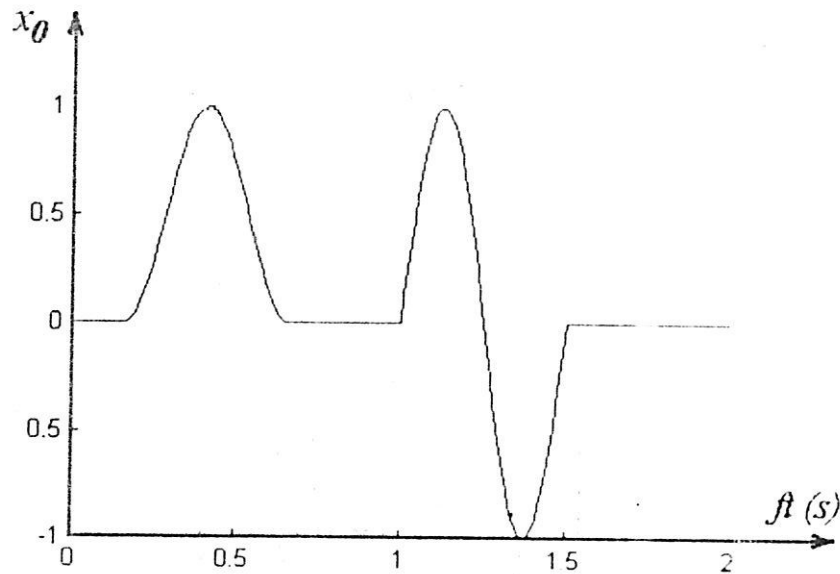


Figure 4.5 : fonction d'un profil spécial.

- ✓ Les quatre types de profils de la route citée ci-dessus, sont été choisi pour la simulation des différents modèles de véhicule représenté dans le chapitre 3.

3.2.SIMULATION ET RESULTATS DU MODELE QUART DE VEHICULE COMPRENANT UNE SUSPENSION PASSIVE ET SUSPENSION PASSIVE :

Les calculs de simulation et d'optimisation de l'indice de performance de la suspension passive et de la suspension active à commande pré-informée sont effectués sous environnement *MATLAB*, et ça par l'application des données numériques (représente dans le tableau 4.1) et des résultats théoriques (chapitre 3) relatifs à la solution du problème de quart de véhicule sur un programme contenant un certain nombre de subroutine permettant entre autre de tester le signe des fonctions conditions des lois de commande utilisée et détecte toute annulation ou changement de signe de ces fonctions.

PARAMETRES	UNITE	QUART DE VEHICULE	
		CAS D'UNE SUSPENSION PASSIVE	CAS D'UNE SUSPENSION ACTIVE
Masse du châssis	Kg	$m_2 = 1000.0$	$m_2 = 1000.0$
Masse des roues	Kg	$m_1 = 100.0$	$m_1 = 100.0$
Pondérations	-	-	$\rho_0 = 8.10^{-10}$
Pondérations	-	$q_1 = 10$	$q_1 = 10$
Pondérations	-	$q_2 = 1$	$q_2 = 1$
Raideurs radiales des pneus	N/m	$k_0 = 360000.0$	$k_0 = 360000.0$
Raideur radiale de la suspension	N/m	$kk_0 = 36000.0$	-
L'amortissement radial de la suspension.	N.s/m	$C_0 = 1398.0$	-

Tableau 4.1 : Paramètres du système de suspension passive et active d'un quart de véhicule.

3.2.1. REPONSES DYNAMIQUE VERTICALES POUR LES DEUX TYPES DE SUSPENSIONS :

Les déplacements verticaux du modèle quart de véhicule pour une suspension passive d'une part et d'autre part pour une suspension active. Pour un temps de pré-information égale 0.8s, et pour des excitations d'entrées des profils de la route suivantes : bruit blanc intégré, bosse douce, échelon unitaire retardé et profil de forme spécial sont.

(a) Réponse à une excitation Echelon :

On a simulé le profil de la route (la perturbation d'entrer) par une excitation de type échelon caractérisé par un retard de 0.2s et un temps de simulation de 3s, appliquée sur les deux modèles de suspension, avec un temps de pré-information égale 0.8 pour la suspension active.

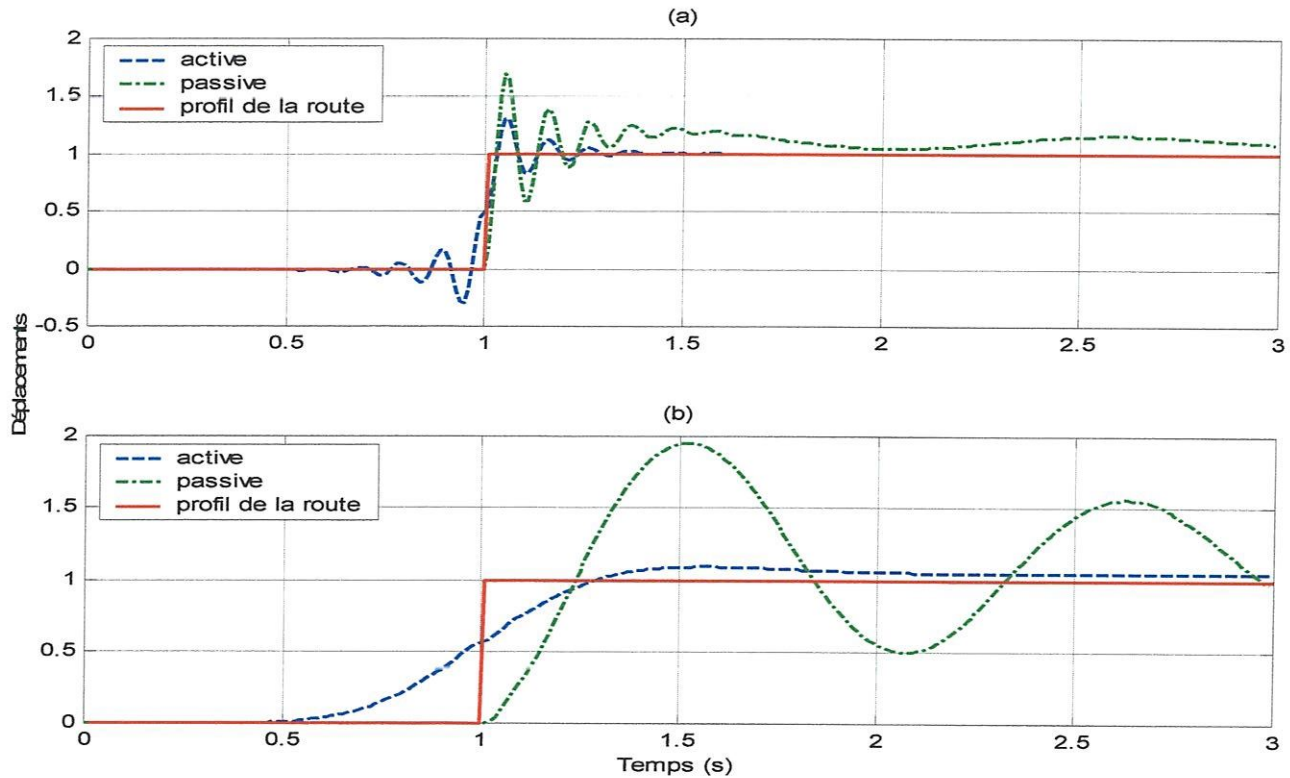


Figure 4.6 : Déplacements dynamiques verticaux du modèle quart de véhicule en réponse à une excitation échelon unitaire retardée
(a) Déplacements de l'essieu « x_1 », (b) déplacements de du châssis « x_2 ».

Les résultats des différentes valeurs du critère de performance et de ces composantes dans les deux cas de suspension et pour une excitation échelon sont représentées dans le tableau 4.2.

	<i>Critère</i>	<i>Suspension passive</i>	<i>Suspension active (temps de pré-information=0.8s)</i>	<i>Amélioration (%)</i>
Echelon unitaire	π_{qc}	0	0.1002	79.34
	π_{qd}	0.4172	0.0803	
	π_{qw}	0.6165	0.0331	
	π_q	1.0337	0.2135	

Tableau 4.2

- Analyse et discussion de la réponse en fonction des valeurs propre (les pôles) des modèles étudiés :

D'après les lois des comportements dynamiques des systèmes étudiés d'un quart de véhicule comprenant une suspension passive et une suspension active représentés respectivement par les relations (3.06) et (3.29). On a pu déterminer les valeurs propres des systèmes étudiés, qui sont :

Pour le cas de la suspension passive :

$$p_1' = -7.1222 + 59.4694i$$

$$p_1'' = -7.1222 - 59.4694i$$

$$p_2' = -0.5668 + 5.6739i$$

$$p_2'' = -0.5668 - 5.6739i$$

Pour le cas de la suspension active :

$$p_1' = 0 + 60i$$

$$p_1'' = 0 - 60i$$

$$p_2' = 0$$

$$p_2'' = 0$$

Les pôles des systèmes étudiés sont complexes conjugués, ce qui signifie que nous sommes dans le cas d'un faible amortissement structural. On constate aussi pour le cas de la suspension passive que les valeurs propres (les pôles) du système sont à partie réelle négative, le système est donc dit stable, c'est-à-dire que la solution revient à 1 (dans le cas d'une excitation échelon), ce qui est illustré bien par l'allure des sorties x_1 et x_2 (figure 4.6a et b).

Pour la suspension active, on constate que les deux premiers pôles sont purement imaginaires (parties réelles de valeur nulle). La réponse du système correspondante à ces deux pôles (déplacement de l'essieu) dans ce cas est sinusoïdale, et pour les deux autres pôles (déplacement du châssis) la réponse est apériodique du fait que les pôles sont purement réels (plus précisément nuls), donc le système de façon générale est dit stable, et comme on a établi un générateur d'effort dans la conception de la suspension active, ce dernier a fait l'effet sur la réponse du système et ça est traduit par la stabilité rapide de ce système par rapport au système de suspension passive.

- **Analyse et discussion de la réponse en fonction du critère de performance :**

On constate d'après le tableau 4.2, que les composantes du critère de performances de la suspension active sont nettement améliorées par rapport au système de suspension passive, qui est

de l'ordre de 79.34(%), car l'application de la commande préinformée sur le problème de poursuite à permet de minimiser les termes quadratiques liés à la nature du régime transitoire, qui sont π_{qd} et π_{qw} .

On remarque que le terme quadratique correspond à la recherche d'une commande d'amplitude minimale π_{qc} est nul pour le cas de la suspension passive. Cette absence est significative car la suspension passive ne contient pas un régulateur d'effort.

Note :

Les valeurs propres des modèles étudiés sont tirées à partir de la modélisation utilisée et les paramètres géométriques, donc le type d'excitation n'influe pas sur les pôles. C'est pour cette raison que les valeurs propres des systèmes étudiés restent les mêmes pour les quatre types d'excitations utilisées.

(b) Réponse à une excitation «bruit blanc intégré» :

Le profil de la route (la perturbation d'entrer) est simulée à une excitation type bruit blanc intégré caractérisé par une fonction aléatoire pouvant dans une expérience prendre une forme quelconque inconnue à l'avance. Et par un temps de simulation de 3s appliqué sur les deux modèles de suspension, avec un temps de pré-information égale 0.8s (voir figure 4.7.a et b).

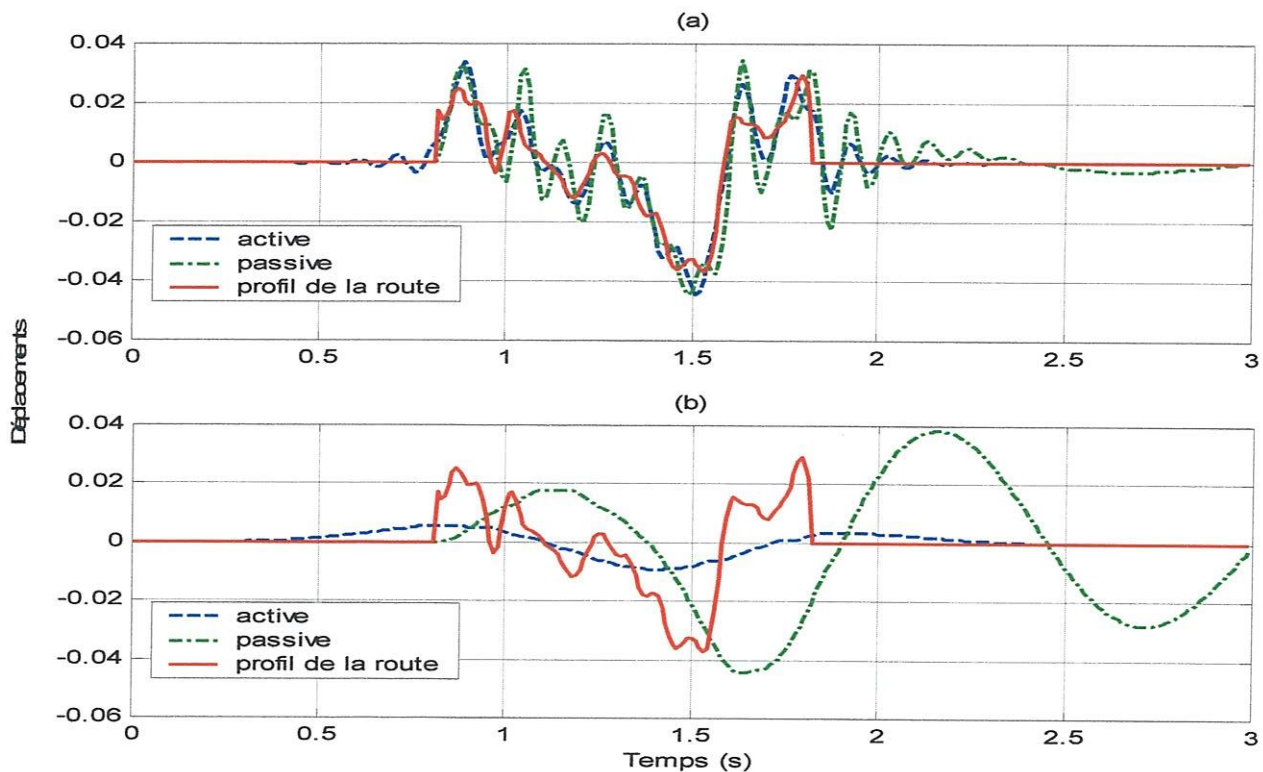


Figure 4.7 : Déplacements dynamiques verticaux du modèle quart de véhicule en réponse à une excitation d'un bruit blanc intégré
(a) Déplacements de l'essieu «x1», (b) déplacements de du châssis «x2».

Les résultats des différentes valeurs du critère de performance et de ces composantes pour les deux cas de suspension pour une excitation bruit blanc intégré sont représenté dans le tableau 4.3.

	<i>Critère</i>	<i>Suspension passive</i>	<i>Suspension active (temps de pré-information=0.8s)</i>	<i>Amélioration (%)</i>
Un bruit blanc	π_{qc}	0	0.3455e-003	83.67
	π_{qd}	0.0004	0.2489e-003	
	π_{qw}	0.0041	0.1404e-003	
	π_q	0.0045	7.3474e-004	

Tableau 4.3

- **Analyse et discussion de la réponse en fonction du critère de performance et des déplacements :**

D'après la figure 4.7.b, on constate que le déplacement dynamique du châssis pour une excitation bruit blanc dans le cas d'une suspension active représente un parfait lissage de son comportement avec des amplitudes très faibles et un retour très rapide du châssis à son état initial. Pour la suspension passive, on constate une amplification des amplitudes plus un décalage vers la droite (dans le sens de roulement du véhicule) et un retour oscillatoire très long à l'état initial du châssis. Ces grandes différences du comportement de ces deux types de suspensions d'un quart de véhicule sont bien expliquées sur le tableau 4.3, par la grande valeur de l'erreur π_{qw} de la suspension passive (qui est due à l'erreur (x_2-x_1)), par rapport à la valeur π_{qw} de la suspension active.

La réponse de l'essieu, figure 4.8.a est pratiquement confondue avec le profil de la route dans le cas de la suspension active, la même remarque pour la suspension passive avec une augmentation des amplitudes des pics et un retour à l'état initial plus long. Cette remarque est apparue très clair dans le tableau 4.3, car la valeur de l'erreur π_q du système actif qui est due à l'erreur (x_1-x_0) et Nettement inférieure à la valeur π_q du système passif, on remarque aussi que le système de suspension passive met du temps pour se stabiliser, on le comparant avec le système active.

On constate aussi d'après le tableau ci-dessus, que l'amélioration des performances de la suspension active est de l'ordre de 83.67(%).

(b) Réponse à une excitation « bosse douce » :

La route est représentée par une bosse douce, qui est une alternance positive d'une onde sinusoïdale caractérisée par une largeur de bosse " λ " dans ce cas égale à 0.5s et par un temps de simulation de 3s appliqué sur les deux modèles de suspension, avec un temps de pré-information 0.8s pour la suspension active (figure 4.8.a et b).

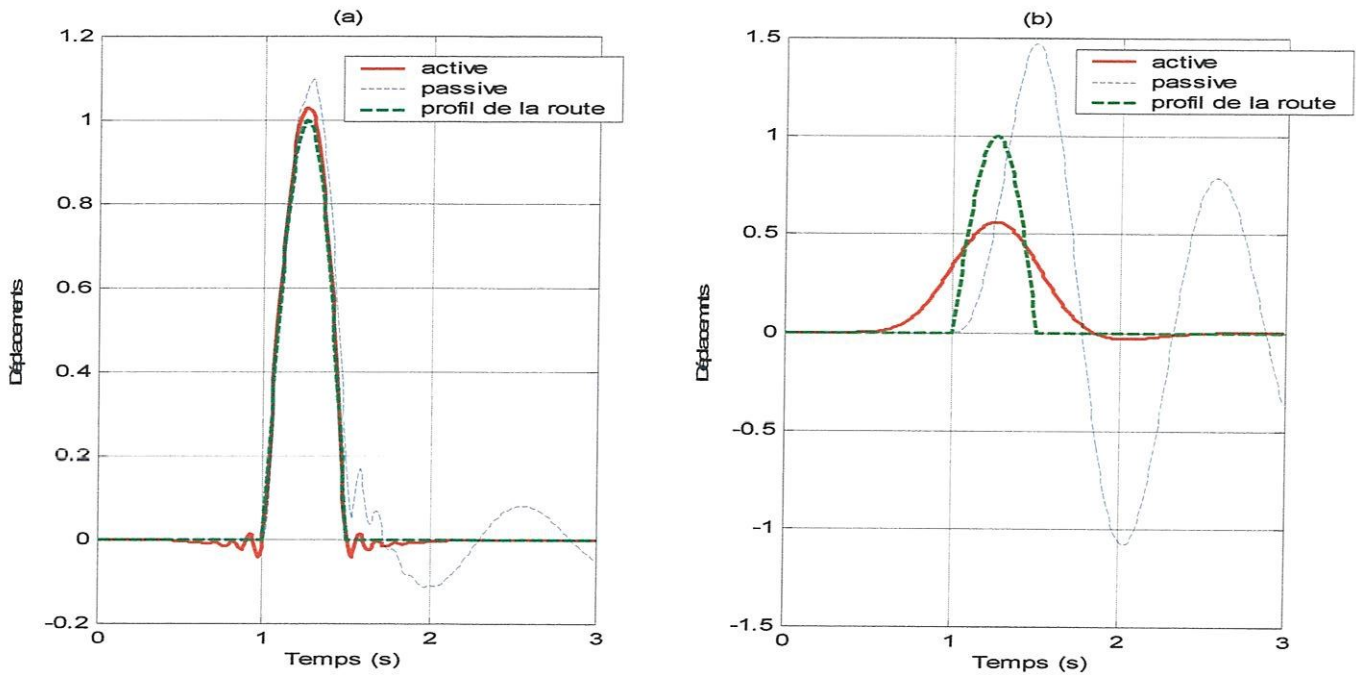


Figure 4.8 : Déplacements dynamiques verticaux du modèle quart de véhicule en réponse à une excitation d'une bosse douce

(a) Déplacements de l'essieu «x1 », (b) Déplacements de du châssis «x2 ».

Les résultats des différentes valeurs du critère de performance et de ces composantes pour les deux cas de suspension et pour une excitation de bosse douce sont représentées dans le tableau 4.4.

	<i>Critère</i>	<i>Suspension passive</i>	<i>Suspension active (temps de pré-information=0.8s)</i>	<i>Amélioration (%)</i>
Une bosse douce	π_{qc}	0	0.0126	95.52
	π_{qd}	0.0737	0.0030	
	π_{qw}	1.0879	0.0364	
	π_q	1.1617	0.0520	

Tableau 4.4

- **Analyse et discussion de la réponse en fonction du critère de performance et des déplacements:**

D'après les figures (4.8.a et b), représentant les déplacements de l'essieu « $x1$ » et du châssis « $x2$ » pour une excitation bosse douce dans le cas de suspension active et passive, on constate les mêmes remarques de la figure 4.7a et b, sauf que d'après les valeurs du critère de performance présenté dans le tableau 4.4, on constate une augmentation de l'erreur dans le cas de l'excitation par bosse douce par rapport à l'excitation par échelon.

On constate aussi d'après le tableau ci-dessus, que l'amélioration des performances de la suspension active est de l'ordre de 95.52(%).

(b) Réponse à une excitation « profil spécial » :

On a simulé le profil de la route par un profil spécial caractérisé par la succession de deux fonctions (une bosse douce et une fonction sinusoïdale) représentés dans la section 4.2.1.d et par un temps de simulation de 3s appliqué sur les deux modèles de suspension, avec un temps de pré-information égale 0.8s.

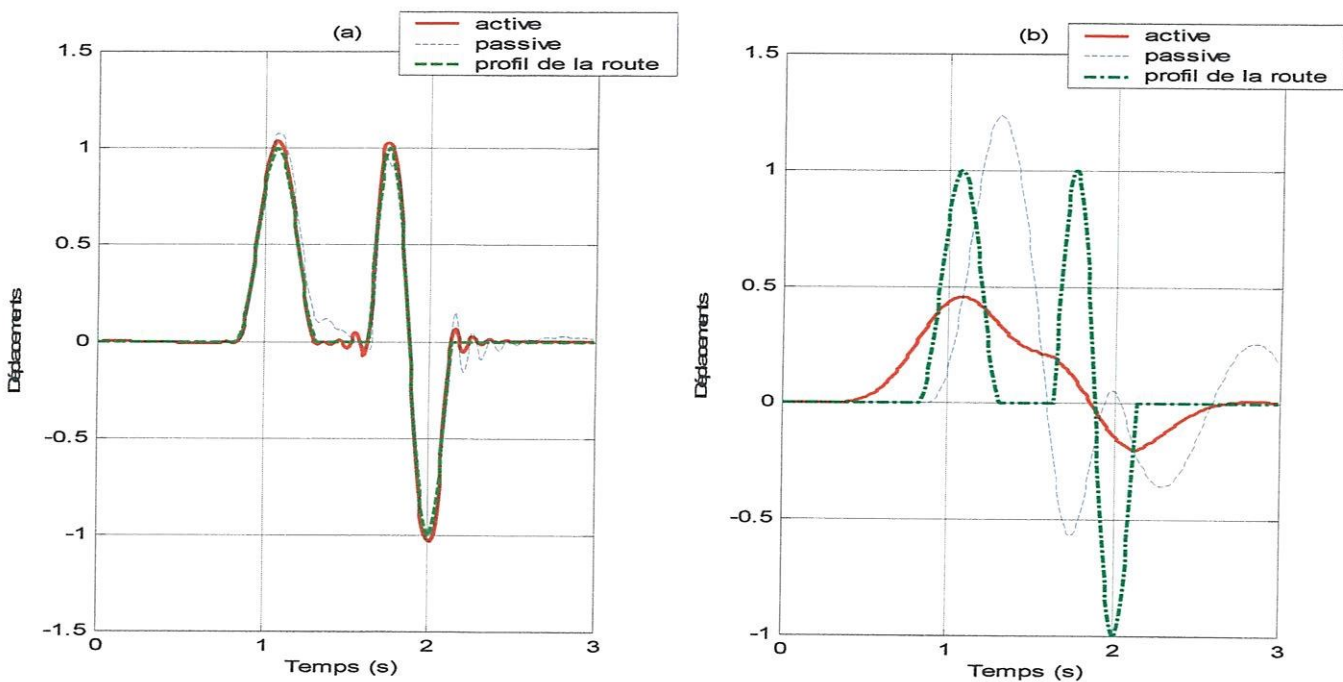


Figure 4.9 : Déplacements dynamiques verticaux du modèle quart de véhicule

En réponse à une excitation d'un profil spécial

(a) Déplacements de l'essieu « $x1$ », (b) Déplacements de du châssis « $x2$ ».

Les résultats des différentes valeurs du critère de performance et de ces composantes pour les deux cas à une excitation d'un profil spécial sont représentées dans le tableau 4.5.

	<i>Critère</i>	<i>Suspension passive</i>	<i>Suspension active (temps de pré-information=0.8s)</i>	<i>Amélioration (%)</i>
<i>Un profil spécial</i>	π_{qc}	0	0.0188	95.78
	π_{qd}	0.0583	0.0103	
	π_{qw}	4.2076	0.1509	
	π_q	4.2659	0.1799	

Tableau 4.5

- **Analyse et discussion de la réponse en fonction du critère de performance et des déplacements :**

L'analyse des résultats du tableau 4.5 à permet d'illustré très clair les améliorations des composantes du critère de performance du système active par rapport au système passif, et par conséquent l'amélioration globale du critère de performance du système active face au système passive. Donc l'amélioration du critère de performance vis-à-vis d'une approche optimale à permet d'aborder le problème des suspensions automobiles dans sa globalité.

On observe par ailleurs, que les réponses du système actif et passif représenté par la figure 4.10.a c'est-à-dire les déplacements de la roue « x1 » résistent bien aux perturbations extérieurs (profil de la route) que celle du système passif et actif représenté par la figure 4.10.b, c'est-à-dire les déplacements du châssis (la masse suspendue). Cette no résistance pour le cas de la suspension passive est explique par le fait que toute variation de la réponse provoque une variation de l'erreur ($x_1 - x_0$) et ($x_2 - x_1$) dans le même sens. Donc il n'y a pas de correction (absence d'un correcteur dans la conception de la suspension passive), mais exagération des variations de la réponse en conséquence instabilité de la réponse du système passive. Par contre pour le cas de la suspension active l'effet du générateur est apparu très clair sur le comportement dynamique de la masse suspendue qui est traduit par la réduction significative de cette dernière par rapport au profil de la route et la réponse passive du châssis.

3.2.2. OPTIMISATION DU TEMPS DE PRÉ-INFORMATION POUR LE SYSTEME QUART DE VEHICULE DOTE D'UNE SUSPENSION ACTIVE :

L'application de la commande pré-informée sur les systèmes de suspension est traduit par l'emplacement d'un capteur de pré-information de la route, à l'avant du châssis du véhicule dans le but de capter l'information du profil de la route à l'avance et ça pour permettre à l'élément de la suspension active de préparé l'effort nécessaire pour la réaction. Notant que

cette technique est applicable surtout pour les systèmes de suspension active (ce type de suspension possède un régulateur d'effort).

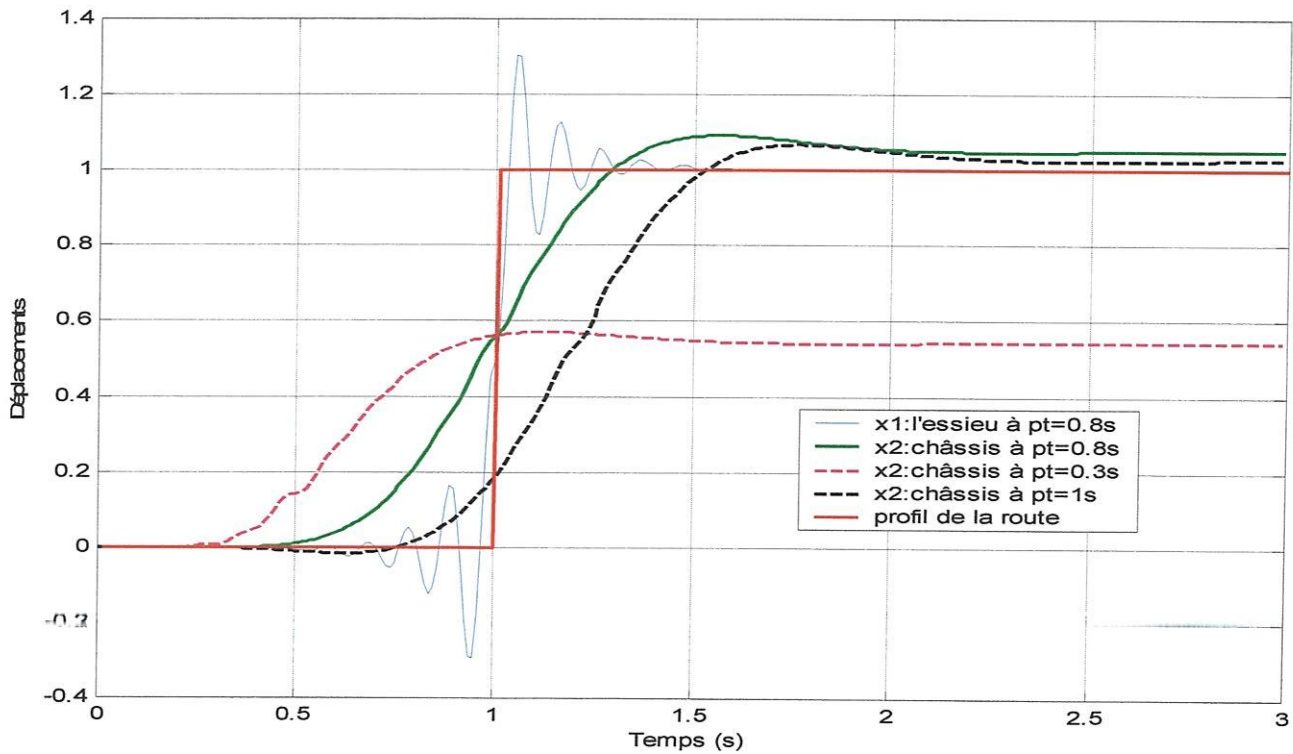


Figure 4.10 : Réponse dynamique du châssis x_2 à échelon unitaire pour différents temps de pré-information.

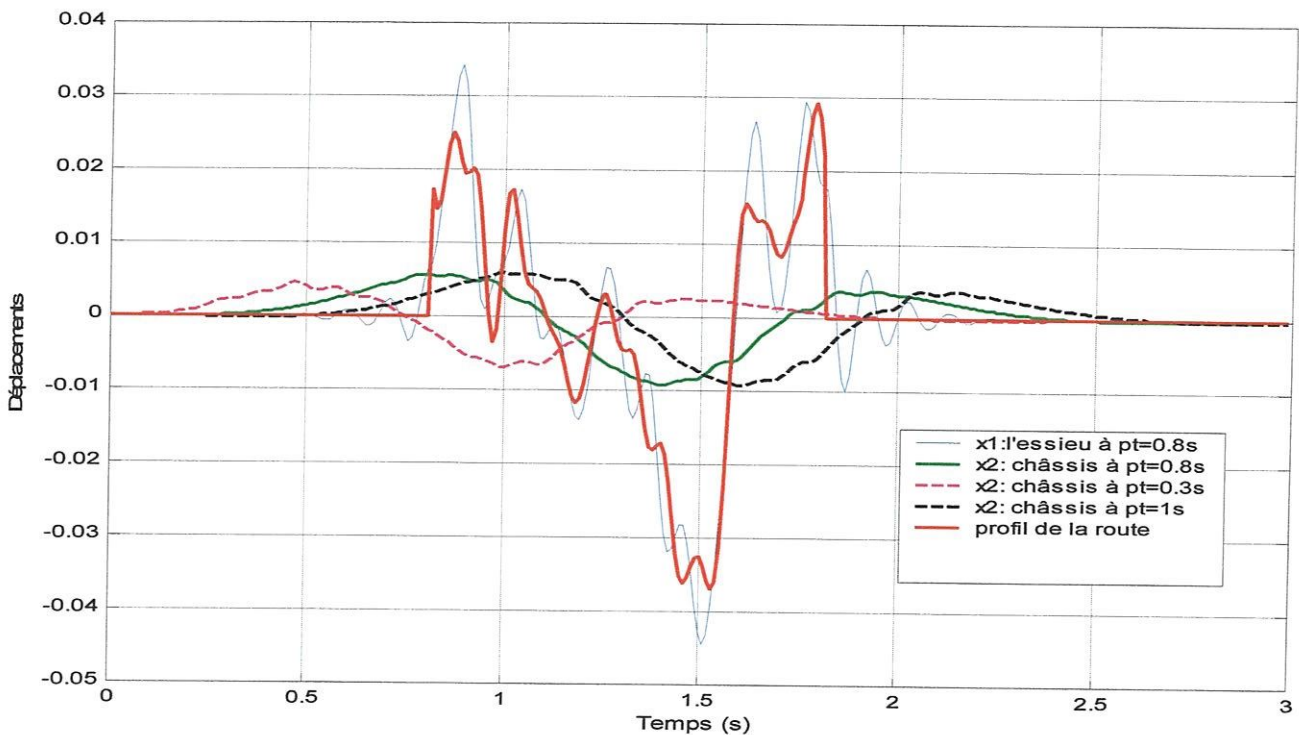


Figure 4.11 : Réponse dynamique du châssis x_2 à bruit blanc intégré pour différents temps de pré-information.

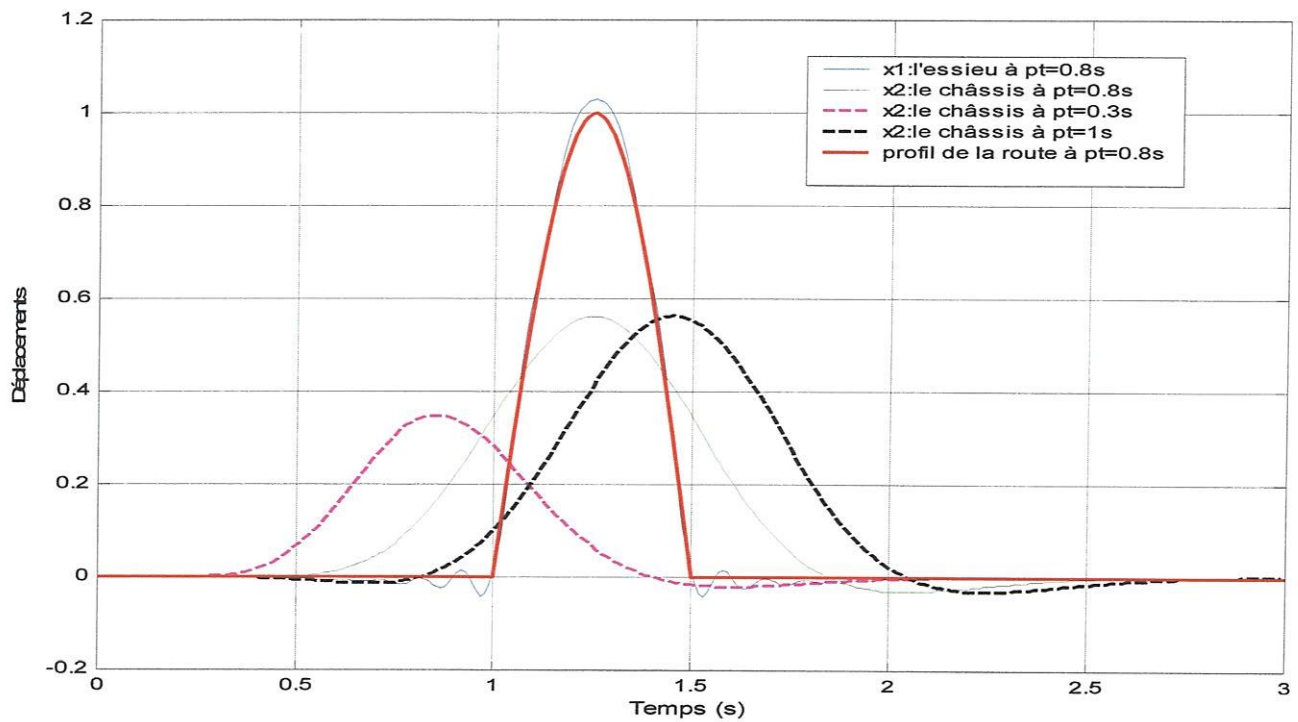


Figure 4.12 : réponse dynamique du châssis x2 à une bosse douce pour différents temps de pré-information.

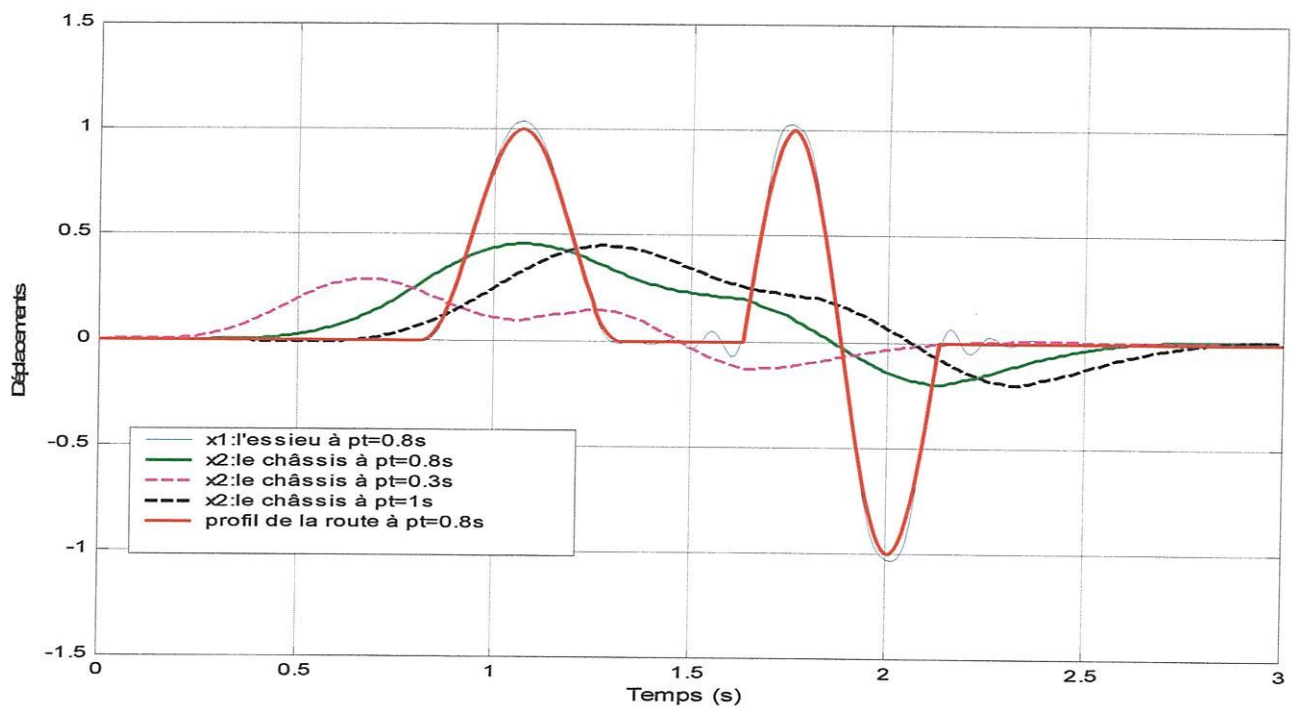


Figure 4.13 : réponse dynamique du châssis x2 à un profil spécial pour différents temps de pré-information.

	Critère	Suspension Active (2-DDL)			
		à $pt= 0.1s$	à $pt= 0.3s$	à $pt= 0.8s$	à $pt= 1s$
Echelon unitaire	π_{qc}	0.1196	0.0982	0.1002	0.1003
	π_{qd}	0.0741	0.0794	0.0803	0.0803
	π_{qw}	0.8821	0.3040	0.0331	0.0304
	π_q	1.0758	0.4816	0.2135	0.2110
Un bruit blanc	π_{qc}	0.4535e-003	0.3495e-003	0.3455e-003	0.3457e-003
	π_{qd}	0.212 e-003	0.2464e-003	0.2489e-003	0.2488e-003
	π_{qw}	0.168 e-003	0.1576e-003	0.1404e-003	0.1401e-003
	π_q	8.3371e-004	7.5355e-004	7.3474e-004	7.3468e-004
Une bosse douce	π_{qc}	0.0042	0.0090	0.0126	0.0129
	π_{qd}	0.0017	0.0026	0.0030	0.0031
	π_{qw}	0.0971	0.0643	0.0364	0.0359
	π_q	0.1030	0.0759	0.0520	0.0519
Un profil spécial	π_{qc}	0.0166	0.0219	0.0188	0.0183
	π_{qd}	0.0100	0.0112	0.0103	0.0102
	π_{qw}	0.2024	0.1724	0.1509	0.1513
	π_q	0.2290	0.2055	0.1799	0.1798

Tableau 4.6 :

D'après le tableau 4.6 et les figures (4.10), (4.11), (4.12) et (4.13), on constate pour les différents temps de préinformation appliqués sur le modèle quart de véhicule à suspension active que la réponse optimale du châssis pour les quatre types d'excitations convergent mieux pour le cas d'un temps de préinformation suffisamment grand. Ce dernier ne peut être choisi qu'empiriquement, dans notre étude est de l'ordre 0.8s.

On remarque aussi d'après les figures précédentes que pour un temps de préinformation inférieur à 0.8s, il y a une erreur statique entre les déplacements du châssis et les déplacements de l'essieu. Cette erreur diminue lorsque le temps de préinformation augmente et elle devienne presque nul pour un temps de préinformation supérieur ou égal à 0.8s. Cette remarque est bien illustre pour le cas d'une excitation échelon.

3.2.3. LES FORCES OPTIMALES ET LES REPONSES D'ACCELERATIONS :

Les commandes correspondantes aux entrées échelon unitaire, un bruit blanc intégré, une bosse douce et un profil spécial obtenus pour un quart de véhicule comprenant une suspension active, pour un temps de préinformation de 0.8s sont représentés sur les figures suivantes :

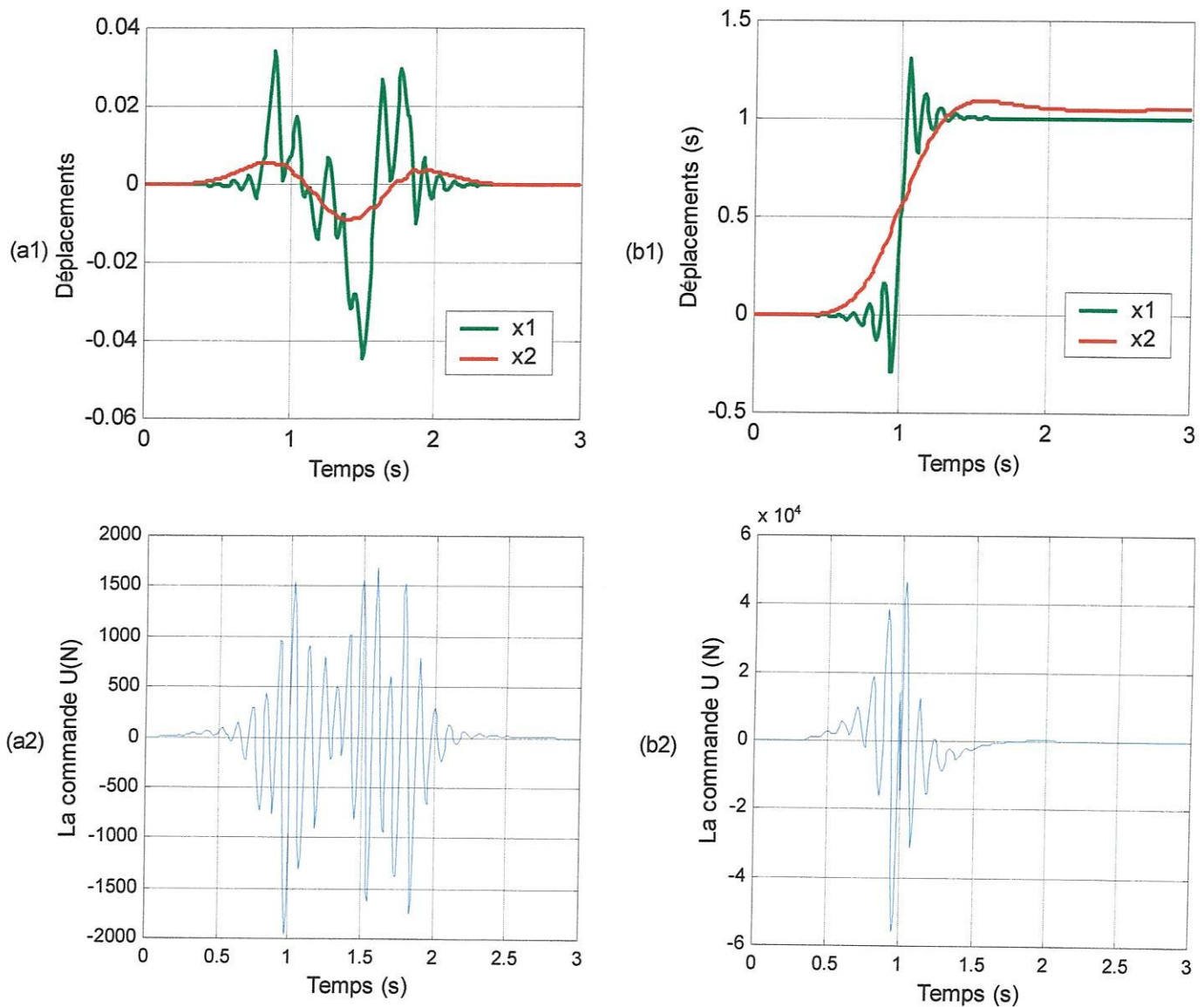


Figure 4.14 : les commandes optimales obtenues pour les quatre types d'excitation à un temps de pré-infrmation $p_t=0.8s$

D'après la figure (4.14), on constate une grande signification de la commande optimale sur la réponse du système quart de véhicule à suspension active point de vue effort,

car l'emplacement du capteur de pré-information à permet au régulateur d'effort de fournir seulement l'effort nécessaire pour l'amélioration du comportement du châssis au moment nécessaire, c'est-à-dire réduire les vibrations de la masse amortie (la masse du châssis m_2), donc cette technique nous a permet de gagner plus d'énergie et par conséquent augmentée la durée de vie de la suspension vis à vis aux chocs et aux trépidations provoquées lors du déplacement de véhicule.

Les accélérations de l'essieu et du châssis du système quart de véhicule à suspension active et à suspension passive pour les entrées échelon et un bruit blanc intégré sont présenté sur les figures suivantes :

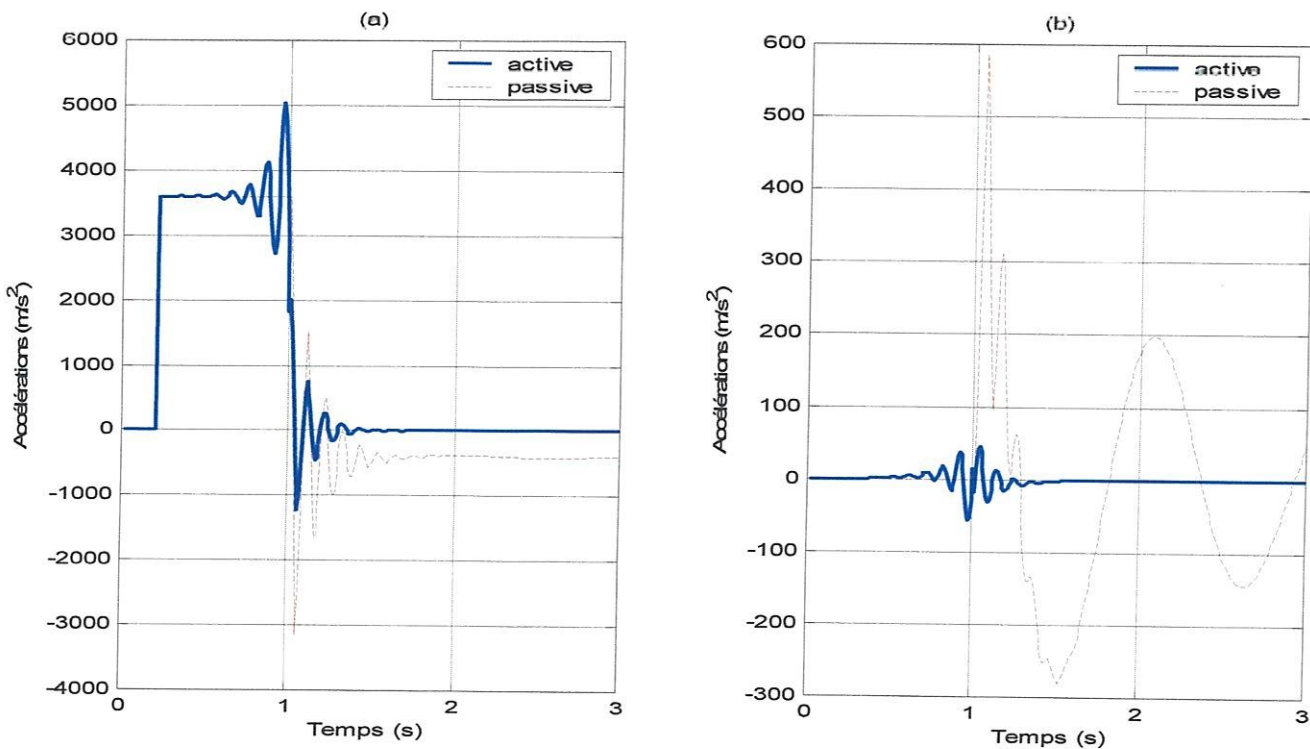


Figure 4.15 : Les accélérations du système quart de véhicule à la réponse d'une excitation d'un échelon,

(a) accélérations de l'essieu « $\ddot{x}_1$ », (b) accélérations du châssis « $\ddot{x}_2$ ».

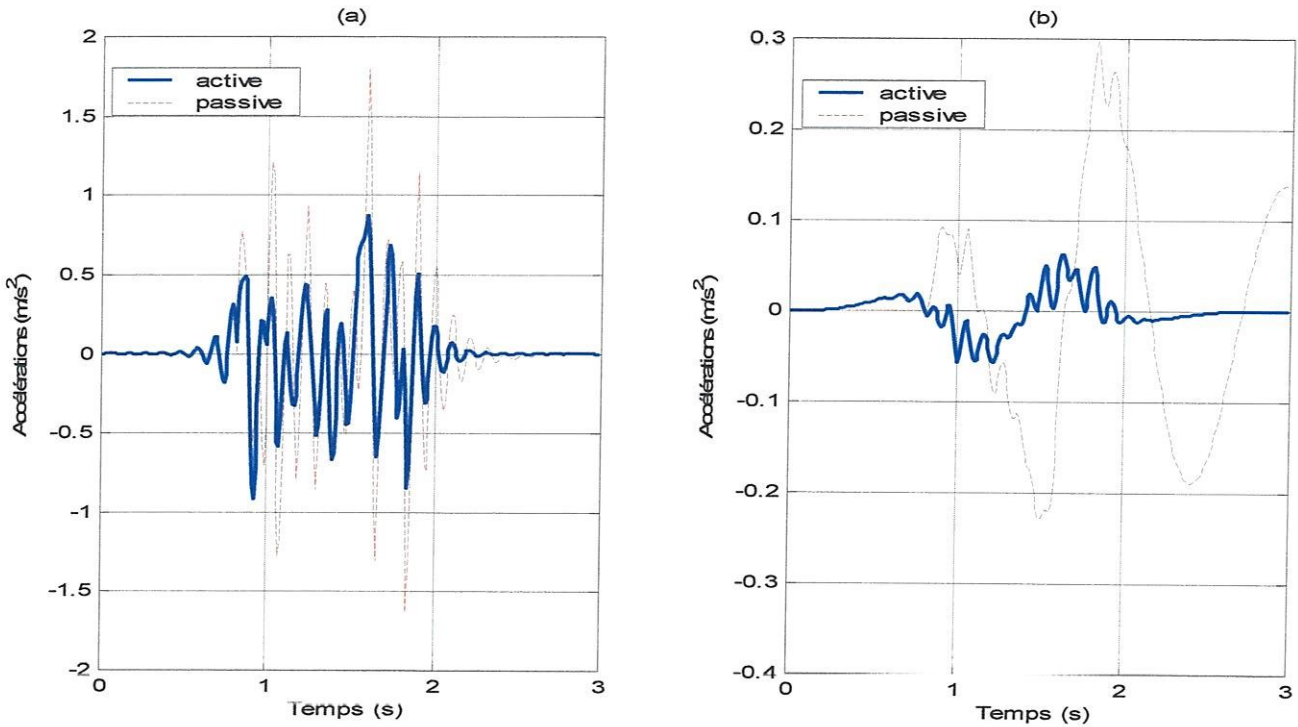


Figure 4.17 : Les accélérations du système quart de véhicule à la réponse d'une excitation bruit blanc intégré,

(a) accélérations de l'essieu « $\ddot{x}_1$ », (b) accélérations du châssis « $\ddot{x}_2$ ».

Afin de confirmer les résultats précédents, point de vue amélioration du confort de véhicule lors de son déplacement, nous avons mis en évidence l'effet de cette amélioration sur les accélérations de l'essieu et du châssis. Nous sommes arrivés aux conclusions suivantes :

- D'après les accélérations de l'essieu pour le cas des excitations d'entrées échelon et bruit blanc intégré, on constate une légère amélioration de l'accélération du système actif par rapport au système passif. Cette légère amélioration est expliquée par le fait que les éléments de la suspension (active ou bien passive) se trouvent entre l'essieu et le châssis et non pas entre la chaussée et l'essieu. Encore cette légère amélioration est obtenue par l'effet de la pré-information sur le système actif.
- D'après les accélérations du châssis pour les deux types d'excitations d'entrées (bruit blanc et échelon), on remarque une très grande amélioration du confort du châssis du système actif par rapport au système passif, car l'effet de la technique de la commande optimale et la commande pré-informée c'est illustré très clair sur le comportement du châssis actif par la diminution des vibrations de ce dernier, car on a obtenu pour le cas de bruit blanc une amélioration de confort de l'ordre de 99.96(%) et pour le cas d'échelon une amélioration de l'ordre de 99.81(%)

4. L'APPLICATION DE L'ACTION INTEGRALE SUR LE MODELE QUART DE VEHICULE A SUSPENSION ACTIVE :

L'application de la théorie de la commande optimale à la conception des systèmes de suspensions active des véhicules terrestres provoque sur leur comportement dynamique une erreur statique entre les déplacements des essieux et ceux du châssis, en réponse à des forces statiques ou à des rampes [31]. Pour éliminer ou diminuer ces erreurs statiques non désirables au comportement dynamique des véhicules en a envisagé d'associer avec la technique de la préinformation une commande intégrale dite aussi action intégrale [32,33].

L'application d'une telle action intégrale se résume comme suit [32] :

Au commencement, on doit reformulé l'expression (3.08) par l'addition au système d'équation différentielle l'expression suivante :

$$\dot{x}_5 = x_1 - x_2 \quad (4.18)$$

En tenant compte de l'expression (4.18), l'équation du système augmenté est donnée comme suit :

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \tilde{A}_{aq} \tilde{x}(t) + \tilde{B}_{aq} \tilde{U}(t) + \tilde{D}_{aq} x_0(t) \quad (4.19)$$

Où :

$\tilde{x}(t)$: est le vecteur variable d'état augmenté du système (par l'action intégrale) ;

$\tilde{x} = \text{col}[x_1, x_2, x_3, x_4, x_5]$;

$w(t)$: est le vecteur d'excitation dit aussi de perturbation ;

$w(t) = x_0(t)$;

$\tilde{U}(t)$: est le vecteur de commande augmentée ;

$\tilde{A}_{aq}$: est la matrice dynamique augmentée du système ;

$\tilde{B}_{aq}$ et $\tilde{D}_{aq}$: sont les matrices d'entrée augmentée.

$$\tilde{A}_{aq} = \left[\begin{array}{cccc|c} & & & & 0 \\ & & & & 0 \\ & & & & 0 \\ & & & & 0 \\ & & & & 0 \\ \hline 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right], \quad \tilde{B}_{aq} = \begin{bmatrix} B_{aq} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \tilde{D}_{aq} = \begin{bmatrix} D_{aq} \\ 0 \end{bmatrix}$$

En utilisant la nouvelle variable d'état, le critère de performance est modifié s'écrit comme suit :

$$\pi_{\alpha} = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \rho_0 u^2(t) dt + \frac{1}{2} \int_0^{\infty} q_1 (x_1(t) - x_0(t))^2 dt + \frac{1}{2} \int_0^{\infty} q_2 (x_1(t) - x_2(t))^2 dt + \frac{1}{2} \int_0^{\infty} q_5 x_5^2 dt \quad (4.20)$$

Où : q_5 est un facteur de pondération associé à l'action intégrale.

D'une manière similaire à l'expression (4.08), les termes de l'équation (4.20) sont respectivement exprimés par :

$$\pi_{\alpha j} = \pi_{\alpha j c} + \pi_{\alpha j d} + \pi_{\alpha j w} + \pi_{\alpha j l} \quad (4.21)$$

Où : $\pi_{\alpha j l}$ est la valeur du critère associé à l'action intégrale.

Sous forme matricielle, on peut écrire l'expression (4.20) comme suit :

$$\pi_{h,i} = \int_0^{\infty} [U^T(t) \tilde{R}_q U(t) + (\tilde{x}(t) - \tilde{\eta}(t))^T \tilde{Q}_q (\tilde{x}(t) - \tilde{\eta}(t))] dt \quad (4.22)$$

avec :

$\tilde{\eta}$: est la trajectoire désirée augmentée ;

$\tilde{\eta} = \text{col}[x_0, x_0, 0, 0, 0]$, qui peut être écrite aussi comme suit :

$$\tilde{\eta} = N_q w(t) \quad (4.23)$$

$$\tilde{N}_q = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \tilde{R}_q = R_q \quad , \text{ et } \quad \tilde{Q}_q = \begin{bmatrix} & & & & 0 \\ & & & & 0 \\ & & & & 0 \\ & & & & 0 \\ & & & & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & q_5 \end{bmatrix}$$

Le problème donné par les expressions (4.19) et (4.22) pour un quart véhicule à suspension active augmentée par l'action intégrale sont exprimées sous la même forme que celle des problèmes donnés par les relations (3.04) et (3.09) pour un quart véhicule.

Par conséquent la technique d'optimisation utilisée la l'action intégrale dans ce chapitre demeure la même que celle de la technique de la pré-information, car la solution aux problèmes exprimés au paravent pour un temps de pré-information fini, est donnée par :

$$\tilde{U}^*(t) = -\tilde{R}_q^{-1} \tilde{B}_q' [\tilde{P} \tilde{x}_i(t) - \tilde{g}_i(t)] \quad (4.24)$$

Où $\tilde{P}$ est une matrice constante augmentée, symétrique défini positif, appelé «équation algébrique de Riccati Augmentée »

$$0 = \tilde{P} \cdot \tilde{A}_q + \tilde{A}_q^T \cdot \tilde{P} - \tilde{P} \cdot \tilde{B}_q \cdot \tilde{R}_q^{-1} \cdot \tilde{B}_q^T \cdot \tilde{P} + \tilde{Q}_q \quad (4.25)$$

Et le vecteur auxiliaire $\tilde{g}_r(t)$ est la fonction d'anticipation augmentée donnée par :

$$\tilde{g}(t) = \int_t^{t+\tau} e^{(t+\tau-\xi) \tilde{A}_q} \cdot \tilde{y}_q(\xi) \cdot w(\xi) d\xi, \quad t \geq 0 \quad (4.26)$$

Où la matrice d'évolution du système en boucle fermée augmentée $\tilde{A}_q$ est donnée par :

$$\tilde{A}_q = \tilde{A}_q - \tilde{B}_q \tilde{R}_q^{-1} \tilde{B}_q^T \tilde{P} \quad (4.27)$$

Et :

$$\tilde{y}_q(t) = \tilde{Q}_q \cdot \tilde{N}_q - \tilde{P}(t) \cdot \tilde{D}_q \quad (4.28)$$

Finalement, la trajectoire d'état sous-optimale augmentée au sens de dépassement en réponse à (4.01) est donnée par :

$$\tilde{x}(t) = \tilde{A}_{eq} \cdot \tilde{x}(t) + \tilde{B}_q \cdot \tilde{R}_q^{-1} \cdot \tilde{B}_q^T \cdot \tilde{g}(t) + \tilde{D}_q \cdot w(t) \quad (4.29)$$

Le vecteur d'anticipation $\tilde{g}(t)$ peut être calculé depuis sa valeur nulle à l'instant final jusqu'à l'instant initial t , en considérant l'équation suivante :

$$\tilde{g}(t) = \tilde{A}_{eq}^T \cdot \tilde{g}(t) + \tilde{y}_q(t) \cdot w(t) \quad (4.30)$$

avec la condition initiale :

$$\tilde{g}(0) = \int_0^{t+\tau} e^{(t+\tau-\xi) \tilde{A}_q} \cdot \tilde{y}_q(\xi) \cdot w(\xi) d\xi \quad (4.31)$$

4.1. RESULTATS DE LA SIMULATION :

♦ Les déplacements et les forces de commande :

Les réponses verticales et les forces de commandes correspondantes aux entrées échelon unitaire et un profil spécial obtenus pour un quart de véhicule à suspension active par l'association de la pré-information de la chaussée (Sans Action Intégrale « SAI ») et de l'action intégrale (Avec Action Intégrale « AAI ») pour différent temps de pré-information sont représentés sur les figures suivantes :

<i>Suspension Active (2-ddl)</i>							
	<i>Critère</i>	<i>Pt=0.3s (SAI)</i>	<i>Pt=0.3s (AAI)</i>	<i>Erreur (%)</i>	<i>Pt=0.8s (SAI)</i>	<i>Pt=0.8s (AAI)</i>	<i>Erreur (%)</i>
Echelon unitaire	π_{qc}	0.0982	0.1053	1.72	0.1002	0.1035	4.30
	π_{qd}	0.0794	0.0803		0.0803	0.0805	
	π_{qw}	0.3040	0.0452		0.0331	0.0286	
	π_q	0.4816	0.4733		0.2135	0.2227	
Profil spécial	π_{qc}	0.0219	0.0391	14.01	0.0188	0.0221	7.55
	π_{qd}	0.0112	0.0141		0.0103	0.0109	
	π_{qw}	0.1724	0.1557		0.1509	0.1475	
	π_q	0.2055	0.2343		0.1799	0.1935	

Tableau 4.7

D'après les figures (4.18 (a) et (b)) et le tableau 4.7, on constate une remarquable amélioration du comportement dynamique du châssis amélioré par l'action intégrale que celui non amélioré. Cette amélioration se joue surtout sur les déplacements de châssis et de l'essieu, c'est à dire amélioration du critère π_{qw} ce qui est clairement montrée sur les valeurs de ce dernier dans le tableau 4.7.

On constate aussi d'après le tableau ci-dessus, que la suppression ou l'élimination de l'erreur statique entre les déplacements du châssis et de l'essieu se diffère d'un profil à l'autre, et d'un temps de pré-information à l'autre.

♦ Les accélérations :

Les accélérations de l'essieu et du châssis d'un quart de véhicule à suspension active pour les temps de pré-information 0.3s et 0.8s amélioré et non amélioré par l'action intégrale, et qui sont obtenus pour une excitation échelon unitaire sont présentées sur les figures suivantes :

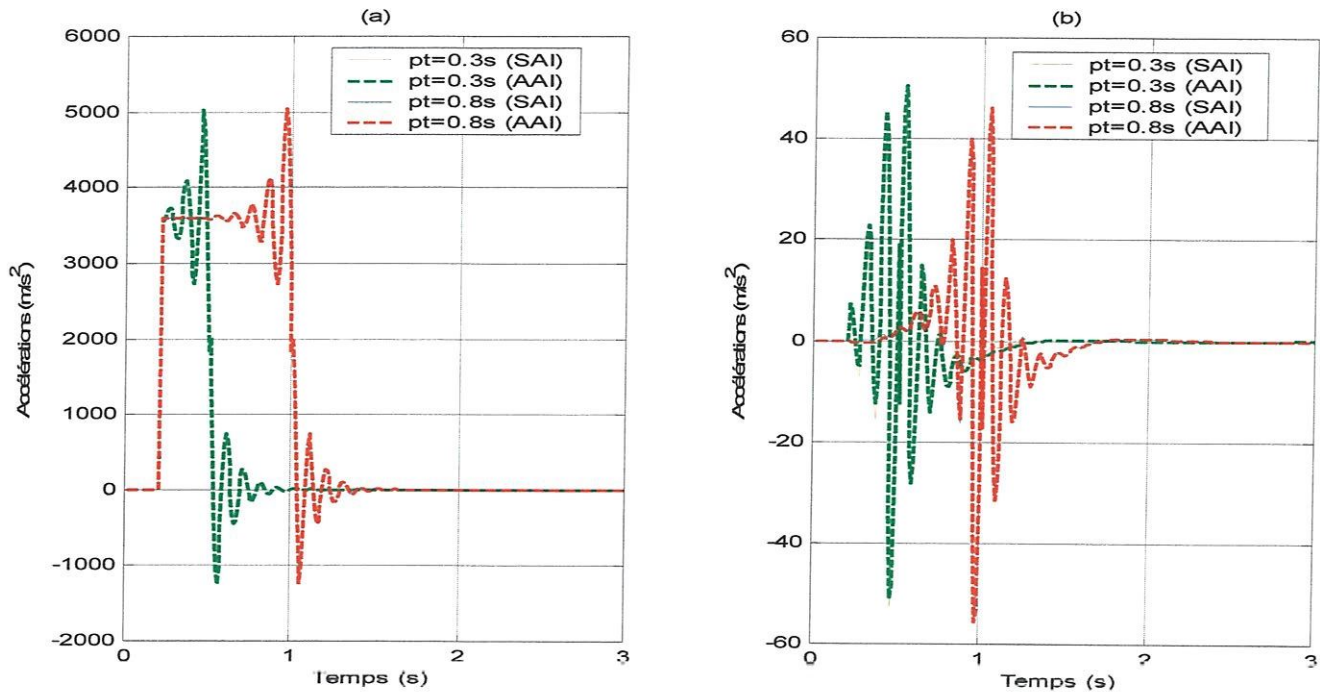


Figure 4.19 : Accélérations verticales d'un quart de véhicule pour différent temps de pré-information avec et sans action intégrale à une excitation échelon unitaire.

(a) accélérations de l'essieu « $\ddot{x}_1$ », (b) accélérations du châssis « $\ddot{x}_2$ ».

Le tableau suivant illustre les différent gammes d'accélérations à la réponse des différent temps de pré-information avec et sans action intégrale pour une excitation échelon unitaire.

	Les accélérations (m/s^2)	à $pt=0.3s$			à $pt=0.8s$		
		SAI	AAI	Amélioration	SAI	AAI	Amélioration
échelon unitaire	Mim	-1240.2	-1241.6	-0.113 (%)	-55.62	-55.74	-0.220 (%)
	Max	5031.2	5029.3	0.037 (%)	64.19	64.11	0.134 (%)

Tableau 4.8 :

L'analyse des résultats obtenus pour les accélérations du châssis et de l'essieu à différent temps de pré-information avec et sans action intégrale nous ont permet de constate une très légère amélioration des vibrations du système de véhicule, car nous avons trouve que l'amélioration pour les accélérations max et la dégradation pour les accélérations min est de l'ordre de 0.20 (%). Donc, on peut conclure que l'action intégrale n'a pas de très grande influence sur les accélérations.

5. CONCLUSION :

D'après les expressions et les résultats de la simulation du critère de performance globale des systèmes de véhicules étudiés d'un quart de véhicule (les systèmes passifs et les systèmes actifs), on constate que l'optimisation a traité trois problèmes, qui sont :

- ♦ L'écart final sur l'état des systèmes ;
- ♦ La nature du régime transitoire ;
- ♦ L'amplitude de la commande.

L'objectif de la minimisation du critère de performance de la suspension des véhicules effectuer sur un horizon temporel fixé, est d'atteindre et d'amener les réponses des déplacements verticaux du véhicule au voisinage d'un état désiré, ce qui est clairement atteint par les systèmes de suspensions actives des véhicules.

On observe pour les systèmes de suspensions active une atténuation des pics d'amplitude, ce qui a conduit à un lissage des courbes de la réponse du déplacement du bloc rigide (le châssis). Ce fait est confirmé par le glissement vers le bas du premier mode et par l'augmentation de l'amortissement.

Le contrôle préinformé atteint des performances remarquables pour un temps de préinformation t_p optimal de l'ordre de 0.8s pour notre cas, et des performances spectaculaires par la technique de l'action intégrale, car on a pu gagner du temps de pré-information et de supprimer l'erreur statique entre les déplacements du châssis et de l'essieu.

On constate aussi une bonne diminution de l'amplitude des accélérations des systèmes actifs toujours par rapport aux systèmes passifs par la technique d'optimisation, surtout pour le châssis, ce qui est notre but et objectif dans cette étude.

CHAPITRE V

SIMULATION NUMERIQUE DES MODELES DEMI-VEHICULE PAR L'APPLICATION DE LA COMMANDE PRE-INFORMEE.

1. INTRODUCTION :

Dans le chapitre présent, nous allons présenter quelques types de stratégie d'optimisation et de contrôle des suspensions des véhicules terrestre (à 4-DIOL), appliquée sur les modèles mathématiques demi-vehicule possédant des suspensions passive et active sous des excitations de profil de la route de type échelon, bosse douce et profil spéciale.

On a signalé dans le chapitre III, que l'ensemble des systèmes étudié représente un problème de poursuite optimal, sa résolution mathématique directe n'est pas possible, car il est demandé de minimiser le critère de performance dit aussi de poursuite d'erreur sur une période infinie. La résolution de ce problème nous conduit à proposer une solution en utilisant la pré-information traitée par [33].

Les résultats de simulation de l'association de l'action intégrale avec la commande preinformée [31], applique sur le système demi-vehicule à suspension active montre la diminution ou la suppression de l'erreur statique existée entre les déplacements des essieux et celles du châssis.

2. APPLICATION MATHEMATIQUE DE LA COMMANDE PRE-INFORMEE SUR LE MODELE DEMI-VEHICULE COMPRENANT UNE SUSPENSION ACTIVE :

Dans cette section, nous allons considérer un exemple pratique où la pré-information de la chaussée est utilisée pour améliorer les performances de la suspension intelligente dite active, d'un véhicule poursuivant une piste quelconque. Le problème est posé comme étant celui de la poursuite de cette piste (ou trajectoire) tout en satisfaisant un critère donné de performance.

Cette technique est basée sur le principe de monter deux capteurs (contrôleur) idéaux en avant des parties avant et arrière du châssis du véhicule pendant son mouvement. Ces capteurs permettent de détecter les irrégularités du profil de la route à une distance L_0 , par conséquent, le contrôleur peut avoir un temps de pré-information $T_p = L_0/V$ appliquée sur les deux parties du véhicule, avec V est la vitesse du véhicule.

L'extension théorique de cette technique à été entreprise dans la référence [29].

Le schéma représentatif d'un demi-véhicule dote d'une suspension active et une pré-information sur la surface de la route est représentée par la figure (5.1).

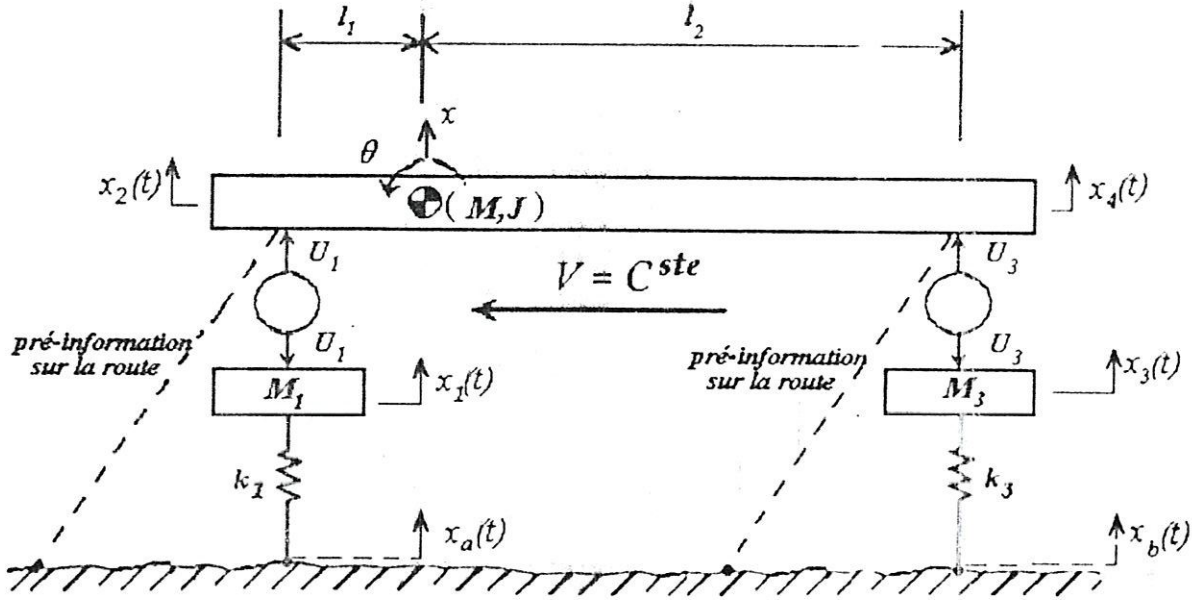


Figure 5.1 : Schéma représentatif d'un demi-véhicule comprenant une suspension active à un capteur de pré-information.

La solution du problème du demi véhicule tirée à partir du cas de la commande pré-informée à horizon fini est résumée dans les équations suivantes :

La commande pré-informée est donnée par :

$$U(t) = -R_{ha}^{-1} \cdot B_{ha}^T [P \cdot x_r(t) - g_r(t)] \quad (5.01)$$

Avec les indices « ha » désigne un système demi véhicule à suspension active.

où P est la solution de l'équation algébrique de Riccati :

$$0 = P \cdot A_{ha} + A_{ha}^T \cdot P - P \cdot B_{ha} \cdot R_{ha}^{-1} \cdot B_{ha}^T \cdot P + Q_{ha} \quad (5.02)$$

et le vecteur auxiliaire $g_r(t)$ est écrit comme suit :

$$g_r(t) = \int_t^{t+\tau} e^{(\xi-t) A_{ha}^T} \cdot y_{ha}(\xi) \cdot w(\xi) \cdot d\xi, \quad t \geq 0 \quad (5.03)$$

où :

τ : est le temps de pré-information (choisi empiriquement) ;

$w(t)$: le profile de la chaussée.

$$w(t) = \begin{Bmatrix} x_a(t) \\ x_b(t) \end{Bmatrix}.$$

A_{cha} :est la matrice du système en boucle fermée :

$$A_{cha} = A_{ha} - B_{ha} \cdot R_{ha}^{-1} \cdot B_{ha}^T \cdot P \quad (5.04)$$

et

$$y_{ha}(t) = Q_{ha} \cdot N - P \cdot D_{ha} \quad (5.05)$$

avec :

$$N = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Donc, la trajectoire d'état est donnée par :

$$\dot{x}_r(t) = A_{cha} \cdot x_r(t) + B_{ha} \cdot R_{ha}^{-1} \cdot B_{ha}^T \cdot g_r(t) + D_{ha} \cdot w(t) \quad (5.06)$$

Comme dans le cas d'un quart de véhicule, le critère de performance peut être calculer à partir de leur équation originale (3.24), comme suit :

$$\begin{aligned} \pi_{ha} &= \frac{1}{2} \int_0^T \rho_1 U_1^2(t) \cdot dt + \frac{1}{2} \int_0^T \rho_3 U_3^2(t) \cdot dt + \frac{1}{2} \int_0^T q_1 (x_1(t) - x_a(t))^2 \cdot dt + \frac{1}{2} \int_0^T q_2 (x_1(t) - x_i(t))^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} \int_0^T q_3 (x_3(t) - x_b(t))^2 + \frac{1}{2} \int_0^T q_4 (x_3(t) - x_4(t))^2 \cdot dt \\ &= \pi_{fc} + \pi_{rc} + \pi_{fd} + \pi_{rd} + \pi_{fw} + \pi_{rw} \\ &= \pi_{huf} + \pi_{har} \end{aligned} \quad (5.07)$$

Où : $\pi_{fc}, \pi_{fd}, \pi_{fw}$: sont les composantes du critère de performance pour l'avant du véhicule ;

$\pi_{rc}, \pi_{rd}, \pi_{rw}$: sont les composantes du critère de performance pour l'arrière du véhicule.

Dans la suite, on utilise les notations π_{huf}, π_{har} , respectivement pour les composantes du critère de performance, avant et arrière de la suspension active.

Le vecteur d'anticipation $g_r(t)$ dans l'équation (5.03) peut être calculer depuis le temps final $t+\tau$ jusqu'au temps initial t , en considérant l'équation :

$$g_r(t) = A_{cha}^T \cdot g_r(t) + y_{ha}(t) \cdot w(t) \quad (5.08)$$

Notre système est linéaire et invariant dans le temps, donc l'équation (5.03) qui est la solution de l'équation (5.08), peut être partagée pour $t \geq 0$ comme suit :

$$g_r(t) = \int_t^{t+\tau} e^{(\xi-t)A_{\text{ss}}} \cdot y_{\text{ss}}(\xi) \cdot w_1(\xi) \cdot d\xi + \int_t^{t+\tau} e^{(\xi-t)A_{\text{ss}}} \cdot y_{\text{ss}}(\xi) \cdot w_2(\xi) \cdot d\xi. \quad (5.09)$$

avec :

$$w_1(t) = \begin{bmatrix} x_a(t) \\ 0 \end{bmatrix} ; \quad w_2(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ x_b(t) \end{bmatrix}.$$

Le premier intégral dans l'équation (5.09) compte l'entrée appliquée à la roue avant et le seconde pour de l'arrière.

Pour calculer $g_r(t)$ à chaque instant t , nous avons besoin de connaître la perturbation de la route appliquée à chaque roue, et le temps de pré-information τ . Les données peuvent être connues par deux capteurs par exemple, comme montre la figure (5.1).

En pratique l'entrée de l'essieu arrière est retardée par rapport à celle de l'avant, en d'autre terme.

$$x_b(t) = x_a(t - \Delta) \quad (5.10)$$

où : Δ est le temps de passage entre les entrées de l'essieu avant et arrière.

Donc, le temps de pré-information de l'essieu arrière peut être augmenté de Δ et l'actionneur arrière peut contrôler par le capteur avant, donc on a besoin d'un seul capteur. Par conséquent, l'avantage de cette pré-information peut être donné, en écrivant l'équation (5.09) comme suit :

$$g_r(t) = \int_t^{t+\tau} e^{(\xi-t)A_{\text{ss}}} \cdot y_{\text{ss}}(\xi) \cdot w_1(\xi) \cdot d\xi + \int_t^{t+\tau+\Delta} e^{(\xi-t)A_{\text{ss}}} \cdot y_{\text{ss}}(\xi) \cdot w_2(\xi) \cdot d\xi \quad (5.11)$$

Où la limite supérieure du deuxième intégrale est étendu par Δ .

Les deux intégrales de l'équation (5.11), peuvent être calculer respectivement, à leurs valeurs nulles aux instants $(t+\tau)$ et $(t+\tau+\Delta)$, en utilisant l'équation (5.08) dans ce cas.

3. RESULTATS DE LA SIMULATION :

Les calculs de simulation et l'optimisation de l'indice de performance du problème de poursuite du demi vehicule à suspension passive et active à commande pré-informée sont effectués sous environnement *MATLAB*, et ça par l'application des données numériques représentées dans le tableau 5.1.

PARAMETRES	UNITE	DEMI-VEHICULE	
		CAS D'UNE SUSPENSION PASSIVE	CAS D'UNE SUSPENSION ACTIVE
Masse du châssis	Kg	$M=700.0$	$M=700.0$
Masse de l'essieu avant	Kg	$M_1=25.0$	$M_1=25.0$
Masse de l'essieu arrière	Kg	$M_3=25.0$	$M_3=25.0$
Moment d'inertie	$Kg.m^2$	$J=1200.0$	$J=1200.0$
Pondérations	-	-	$\rho_1 = \rho_3 = 8.10^{-10}$
Pondérations	-	$q_1 = q_3 = 10$	$q_1 = q_3 = 10$
Pondérations	-	$q_2 = q_4 = 1$	$q_2 = q_4 = 1$
Raideur du pneu avant	N/m	$k_1=178000.0$	$k_1=178000.0$
Raideur du pneu arrière	N/m	$k_3=178000.0$	$k_3=178000.0$
Raideur radiale de la suspension (avant)	N/m	$kk_1=10000.0$	-
Raideur radiale de la suspension(arrière)	N/m	$kk_3=10000.0$	-
L'amortissement de la suspension (avant)	N.s/m	$C_1=1250.0$	-
L'amortissement de la suspension(arrière)	N.s/m	$C_3=1250.0$	-
La distance L	m	$L=2.5$	$L=2.5$
Les distances l_1 et l_2	m	$l_1=1.0$ et $l_2=1.5$	$l_1=1.0$ et $l_2=1.5$

Tableau 5.1 : Paramètres du système de suspension passive et active d'un demi véhicule.

3.1.REPONSES DYNAMIQUES VERTICALES POUR LES DEUX TYPES DE SUSPENSIONS :

Les déplacements verticaux du châssis et les essieux avant et arrière d'un demi-vehicule pour une suspension passive et une suspension active, roulant à une vitesse constante de $20(m/s^2)$, avec un temps de pré-information de 0.8s, en réponse à une excitation d'entrée du profil de la route de type : bosse douce, échelon unitaire retardé et profil de forme spécial sont représentés dans les figures suivantes.

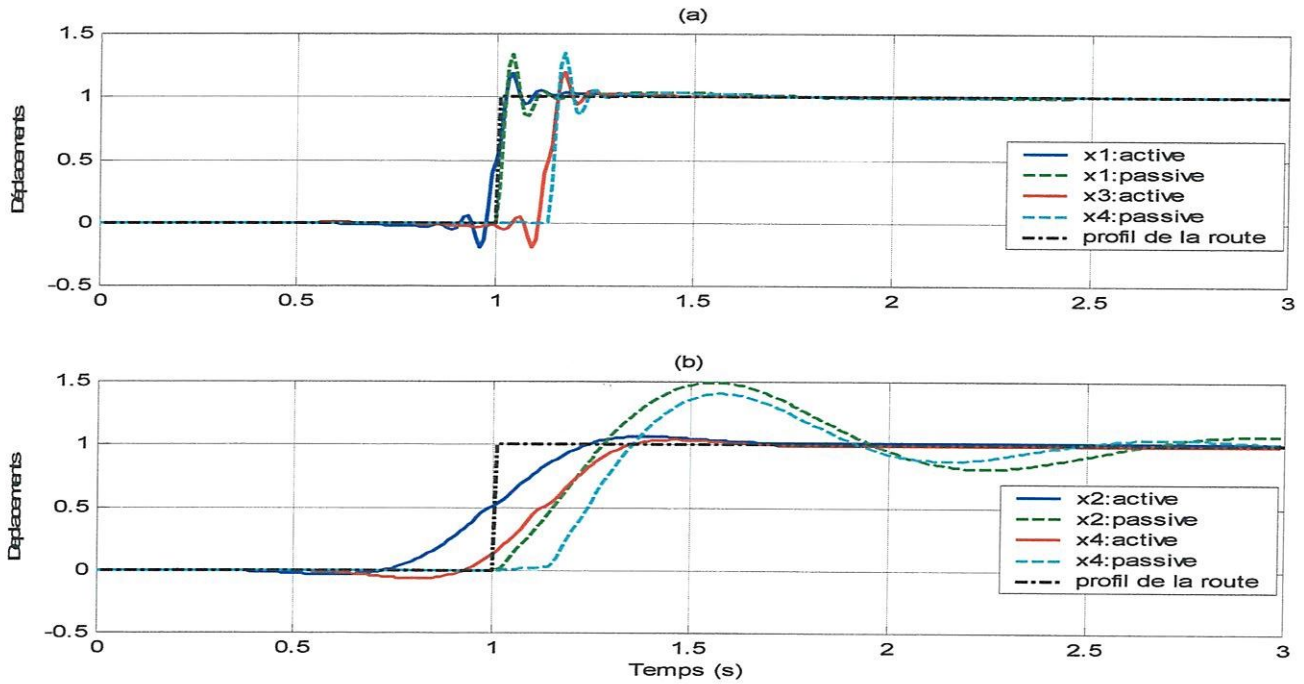


Figure 5.2 : Déplacements dynamiques verticaux des essieux avant et arrière et du châssis, en réponse à une excitation échelon unitaire retardée (véhicule à 4-ddl)
(a) déplacements des essieux avant et arrière, (b) déplacements châssis.

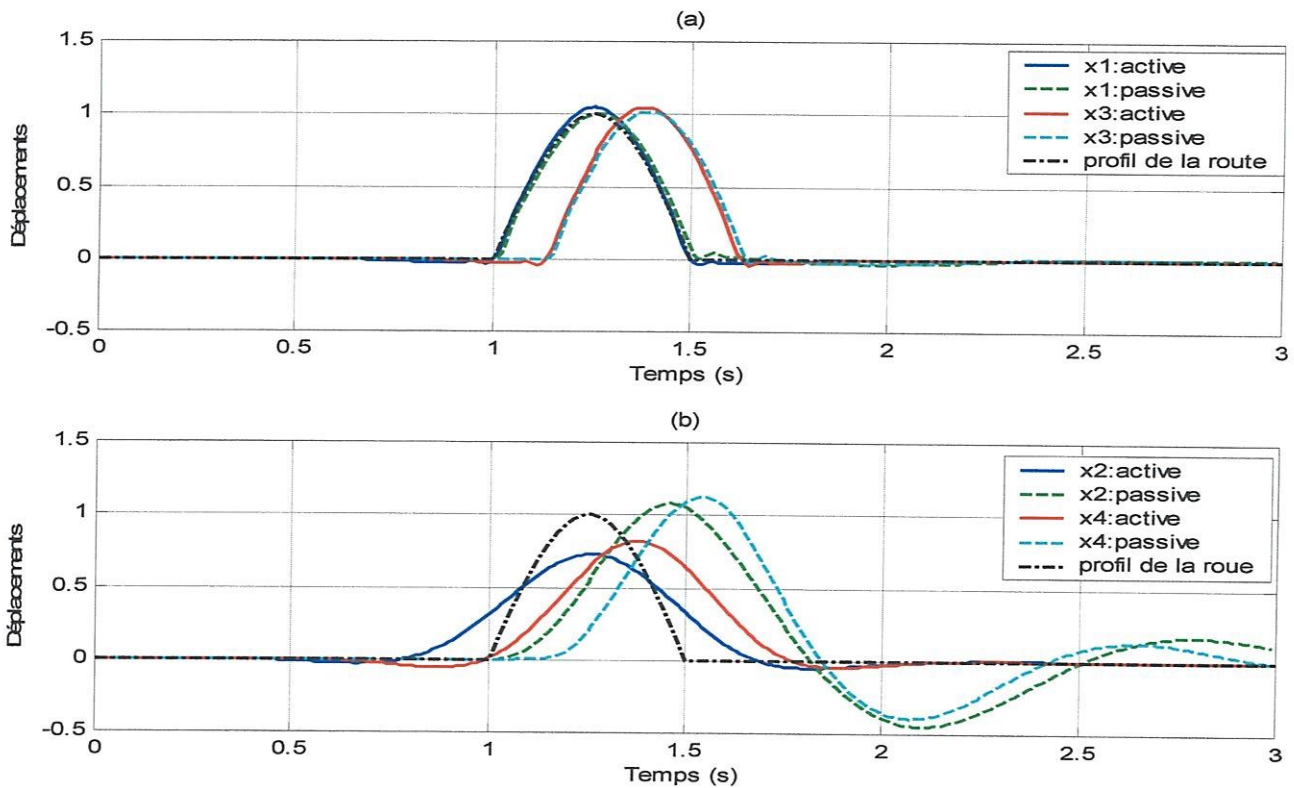


Figure 5.3 : Déplacements dynamiques verticaux des essieux avant et arrière du châssis, en réponse à une excitation d'une bosse douce (véhicule à 4-ddl)
(a) déplacements des essieux avant et arrière, (b) déplacements châssis.

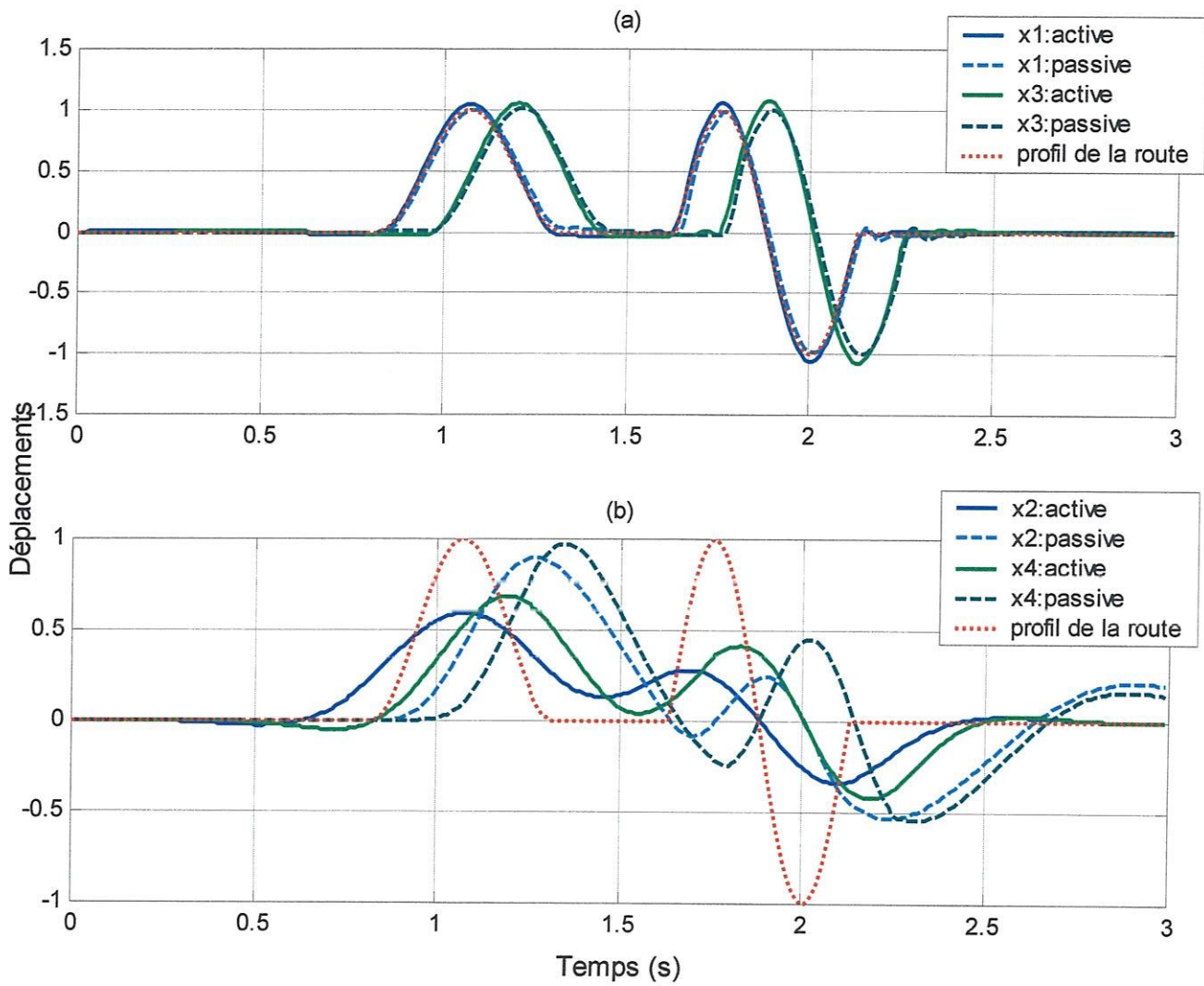


Figure 5.4 : Déplacements dynamiques verticaux des essieux avant et arrière et du châssis en réponse à une excitation d'un profil spécial (véhicule à 4-ddl)
(a) déplacements des essieux avant et arrière, (b) déplacements châssis.

Les résultats des différentes valeurs du critère de performance et de ces composantes pour les deux cas à une excitation de bosse douce, échelon unitaire et profil spécial sont représentées dans le tableau 5.2.

	<i>Critère</i>	<i>Suspension passive</i>	<i>Suspension active (temps de pré- information=0.8s)</i>	<i>Amélioration (%)</i>
<i>Echelon unitaire</i>	$\pi_{fc}, \pi_{fd}, \pi_{fw}$	0, 0.0920, 0.0924	0.0464, 0.0379, 0.0188	39.21
	$\pi_{rc}, \pi_{rd}, \pi_{rw}$	0, 0.0914, 0.0585	0.0465, 0.0377, 0.0159	
	π_{hf}, π_{hr}	0.1844, 0.1499	0.1032, 0.1001	
	π_{ah}	0.3343	0.2032	
<i>Une bosse douce</i>	$\pi_{fc}, \pi_{fd}, \pi_{fw}$	0, 0.0094, 0.1558	0.0078, 0.0038, 0.0187	81.08
	$\pi_{rc}, \pi_{rd}, \pi_{rw}$	0, 0.0073, 0.1013	0.0068, 0.0035, 0.0112	
	π_{hf}, π_{hr}	0.1651, 0.1087	0.0303, 0.0215	
	π_{ah}	0.2738	0.0518	
<i>Un profil spécial</i>	$\pi_{fc}, \pi_{fd}, \pi_{fw}$	0, 0.0252, 0.2581	0.0164, 0.0093, 0.1087	54.85
	$\pi_{rc}, \pi_{rd}, \pi_{rw}$	0, 0.0255, 0.2365	0.0200, 0.0116, 0.0892	
	π_{hf}, π_{hr}	0.2832, 0.2620	0.1343, 0.1118	
	π_{ah}	0.5453	0.2462	

Tableau 5.2 :

- Analyse et discussion de la réponse en fonction des valeurs propres (les pôles) des modèles étudiés :

D'après les lois du comportement dynamique d'un demi-vehicule comprenant des suspensions passive et active représentées respectivement par les relations (3.22) et (3.48). On a pu déterminer les valeurs propres des systèmes étudiier, qui sont :

Pour le cas de la suspension passive :

$$p_1^I = -25.1246 + 82.2308i$$

$$p_1^{II} = -25.1246 - 82.2308i$$

$$p_2^I = -25.1705 + 81.8218i$$

$$p_2^{II} = -25.1705 - 81.8218i$$

$$p_3^I = -1.2705 + 4.4590i$$

$$p_3^{II} = -1.2705 - 4.4590i$$

$$p_4' = -1.9129 + 5.3597i$$

$$p_4'' = -1.9129 - 5.3597i.$$

Pour le cas de la suspension active :

$$p_1' = 0 + 84.3801i$$

$$p_1'' = 0 - 84.3801i$$

$$p_2' = 0 + 84.3801i$$

$$p_2'' = 0 - 84.3801i$$

$$p_3' = 0$$

$$p_3'' = 0$$

$$p_4' = 0$$

$$p_4'' = 0$$

En examinant les pôles des systèmes étudiés actifs et passifs pour un demi-véhicule, on constate que pour le cas de la suspension passive, tous les pôles sont complexes conjugués possédants des parties réelles négatives ce qui signifie que leurs réponses est de type sinusoïdal, et le système dans ce cas est stable. Tandis pour le système actif on constate que les quatre premiers pôles sont purement imaginaires, et les quatre derniers pôles sont nul, le système est donc à la limite de la stabilité. Malgré ça ses réponses demeure stable sous l'effet du régulateur et de la préinformation du profil de la route.

- **Analyse et discussion de la réponse en fonction du critère de performance et des déplacements:**

D'après les figures (5.2), (5.3) et (5.4), on constate une amélioration remarquable du comportement dynamique du système active face au système passive (comportement intrinsèque du processus d'un point de vue dynamique) et ça est traduit par la diminution des vibrations du châssis et des essieux avant et arrière, la bonne stabilité et la bonne rapidité de réaction du système. Aussi, on remarque que le régulateur (l'élément actif) de la suspension active à obliger le système de suivre au plus près la consigne (la perturbation d'entrée) quant celle-ci varie et à gommer l'effet de la perturbation, ce qui est illustré très clair sur les figures (5.2), (5.3) et (5.4), car l'effet de la perturbation s'est effacé au bout d'un certain temps.

A partir du tableau (5.2), on constate une amélioration globale du critère de performance du système demi-véhicule à suspension active par rapport au système demi-véhicule à suspension passive, cette amélioration est représentée par la diminution

considérable de tous les composantes du critère de performance ce qui signifie que l'objective de la suspension active est atteinte.

Notant aussi d'après les figures illustrées ci-dessus, on remarque que les déplacements de la partie arrière du châssis et de l'essieu arrière pour les deux types de modèles étudiés (système à 4-ddl à suspension active et à suspension passive) sont décalés par rapport aux déplacements de la partie avant du châssis et de l'essieu avant, par une distance constante. Cette distance est toujours la même, et elle est de l'ordre de 0.125s. L'explication unique de cet effet, se résume dans le fait que ce décalage représente la distance réelle qui sépare l'ensemble de la partie avant et l'ensemble de la partie arrière du véhicule, car on a $V=20(m/s^2)$, $S_{critique}=0.125(s) \Rightarrow L=V \cdot S_{critique}=2.5(m)$.

Où : $S_{critique}$ est le temps de décalage des réponses des parties avant et arrière du demi-véhicule.

3.2. OPTIMISATION DU TEMPS DE PRE-INFORMATION POUR LE SYSTEME DEMI-VEHICULE DOTE D'UNE SUSPENSION ACTIVE :

L'application de la commande pré-informée sur les systèmes de suspension est traduit par l'emplacement d'un capteur de pré-information de la route à l'avant du châssis du véhicule dans le but de capter l'information du profil de la route à l'avance et ça pour permettre à l'élément de la suspension active de préparer l'effort nécessaire pour la réaction pour les deux parties du véhicule avant et arrière. Notant que cette technique est applicable surtout pour les systèmes de suspension active (ce type de suspension possède un régulateur d'effort).

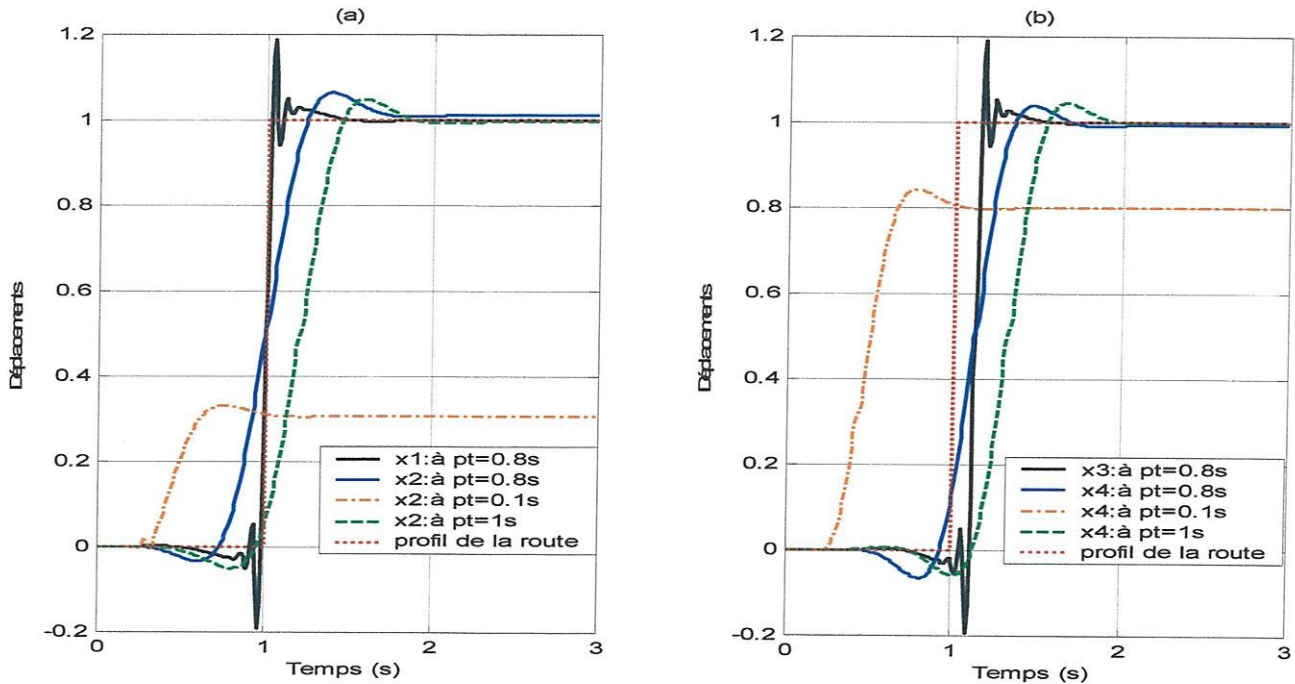


Figure 5.5 : Réponse dynamique du châssis du système actif d'un demi-vehicule à une excitation échelon unitaire pour différents temps de pré-information.

(a) partie avant du véhicule, (b) partie arrière du véhicule.

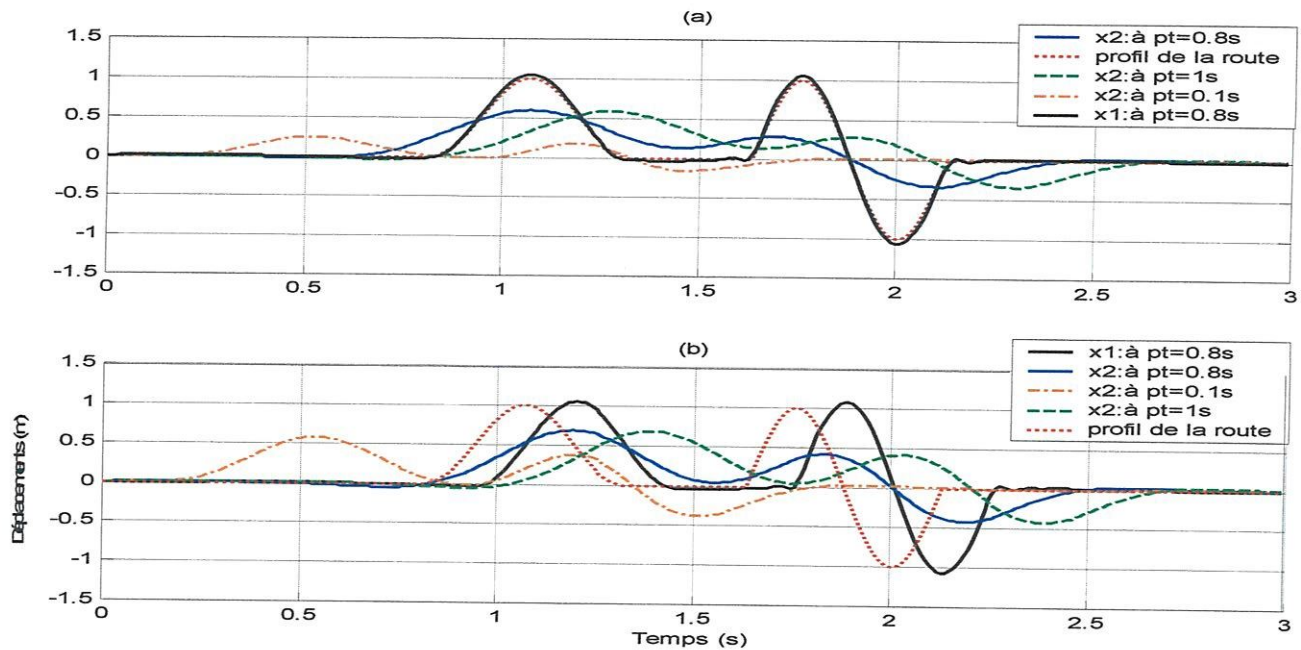


Figure 5.6 : réponse dynamique du châssis du système actif d'un moitié voiture à une excitation de type profil spécial pour différents temps de pré-information .

(a) partie avant du véhicule, (b) partie arrière du véhicule.

Les résultats des différentes valeurs du critère de performance et de ces composantes pour les deux cas à une excitation profil spécial et échelon unitaire sont représenté dans le tableau 5.3.

		<i>Suspension Active (4-DDL)</i>		
<i>Critère</i>		<i>pt=0.1s</i>	<i>pt= 0.8s</i>	<i>pt= 1s</i>
Echelon unitaire	π_{hj}	0.7614	0.1032	0.1030
	π_{hr}	0.1541	0.1001	0.1000
	π_{ah}	0.9156	0.2032	0.2030
Un profil spécial	π_{hj}	0.2095	0.1312	0.1033
	π_{hr}	0.1235	0.1022	0.0703
	π_{ah}	0.3330	0.2335	0.1736

Tableau 5.3 :

C'est comme pour le cas du quart de véhicule à suspension active, on constate la convergence de la réponse des déplacements vers un temps de pre-information égale 0.8s. Après cette valeur de pre-information la réponse demeure presque la même.

On constate aussi d'après le tableau 5.3, et les figures (5.5) et (5.6) que les réponses et les performances de la partie arrière du véhicule (système à 4-ddl) et considérables meilleur que celle de la partie avant du véhicule.

3.3. LES FORCES DE COMMANDE OPTIMALES ET LES REPONSES D'ACCELERATIONS OBTENUES :

♦ Les forces de commandes :

Les figures suivantes représentent les forces de commandes obtenues par la technique d'optimisation appliquée sur le système active d'un moitié voiture, pour les deux types d'excitations (un échelon et un profil spécial), lors d'un temps de pre-information de 0.8s et d'une vitesse de roulement de véhicule de 20(m/s²).

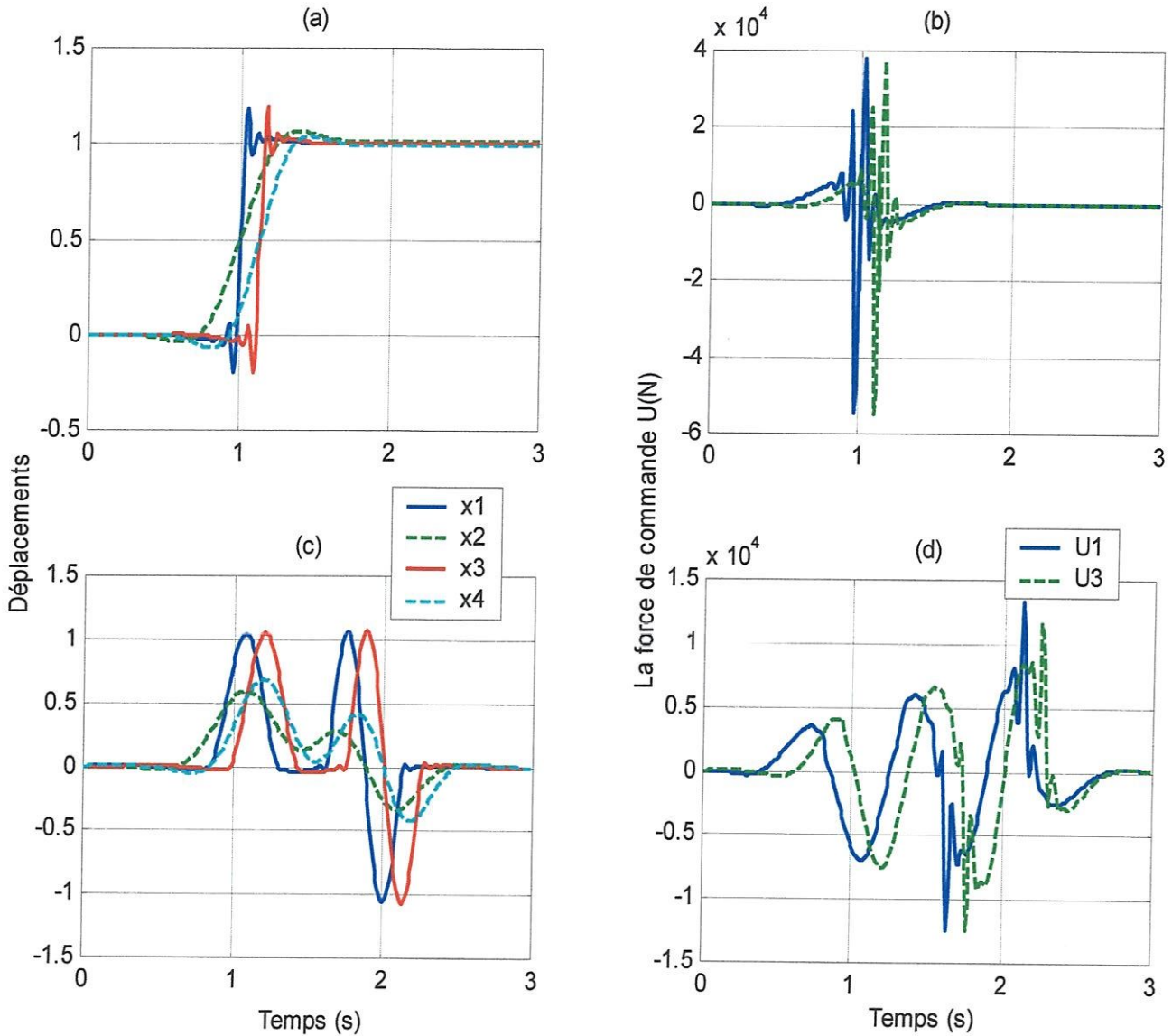


Figure 5.7 : les commandes optimales obtenues pour les deux types d'excitations

à un temps de pré-information $p_t=0.8s$ et à une vitesse de $20(m/s^2)$

(a) et (c): Les déplacements correspondants respectivement à échelon et profil spéciale ;

(b) et (d): Les commandes correspondants respectivement à échelon et profil spéciale .

On constate d'après la figure(5.7), que l'actionnaire arrière à donnes de façon générale plus d'effort pour la réaction que l'actionnaire avant par conséquent, il a donnes de meilleur comportement de la réponse de la partie arrière du système par rapport à la partie avant de ce même système.

- **Les accélérations du châssis :**

Les figures suivantes illustrent les accélérations de la partie avant et arrière du châssis pour le système demi-vehicule à suspension active et à suspension passive, soumis à des excitations de profil de la route de type échelon et profil spécial pour un temps de pré-information de 0.8s, et une vitesse de roulement du véhicule de 20(m/s²).

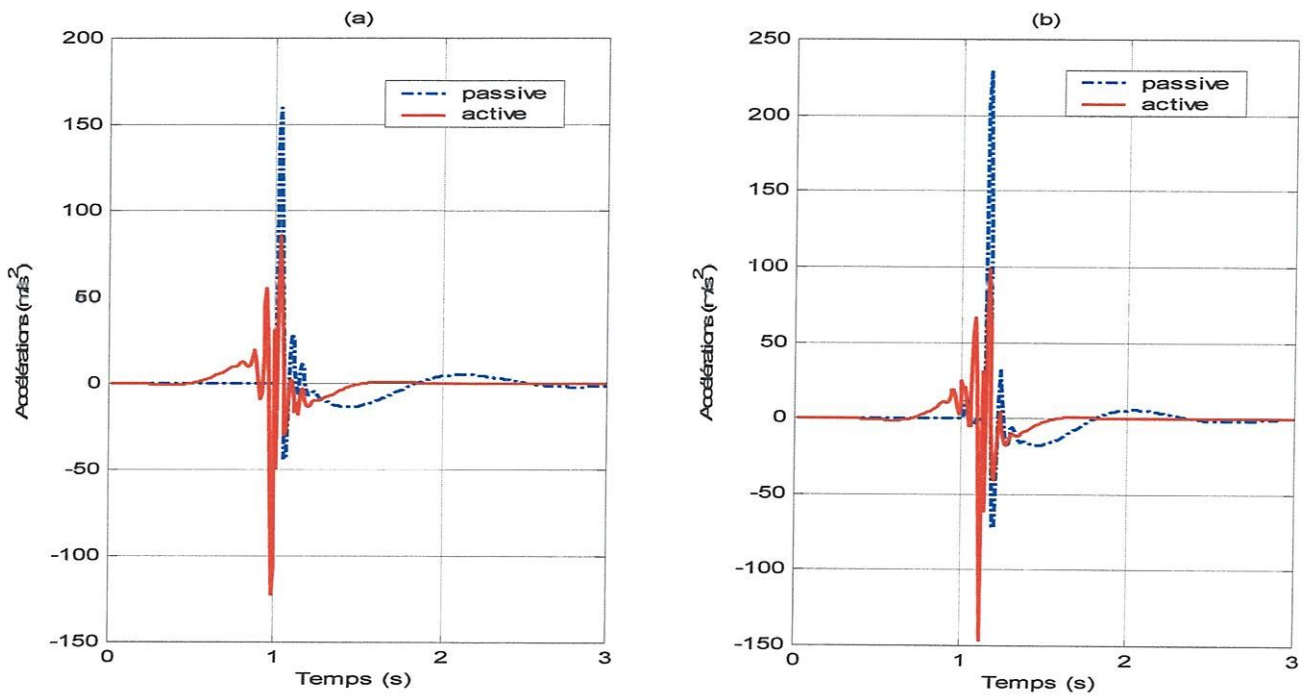


Figure 5.8 : Les accélérations de la partie avant et arrière du châssis du système demi véhicule sous une excitation échelon.

(a) partie avant du châssis « $\ddot{x}_2$ », (b) partie arrière du châssis « $\ddot{x}_4$ ».

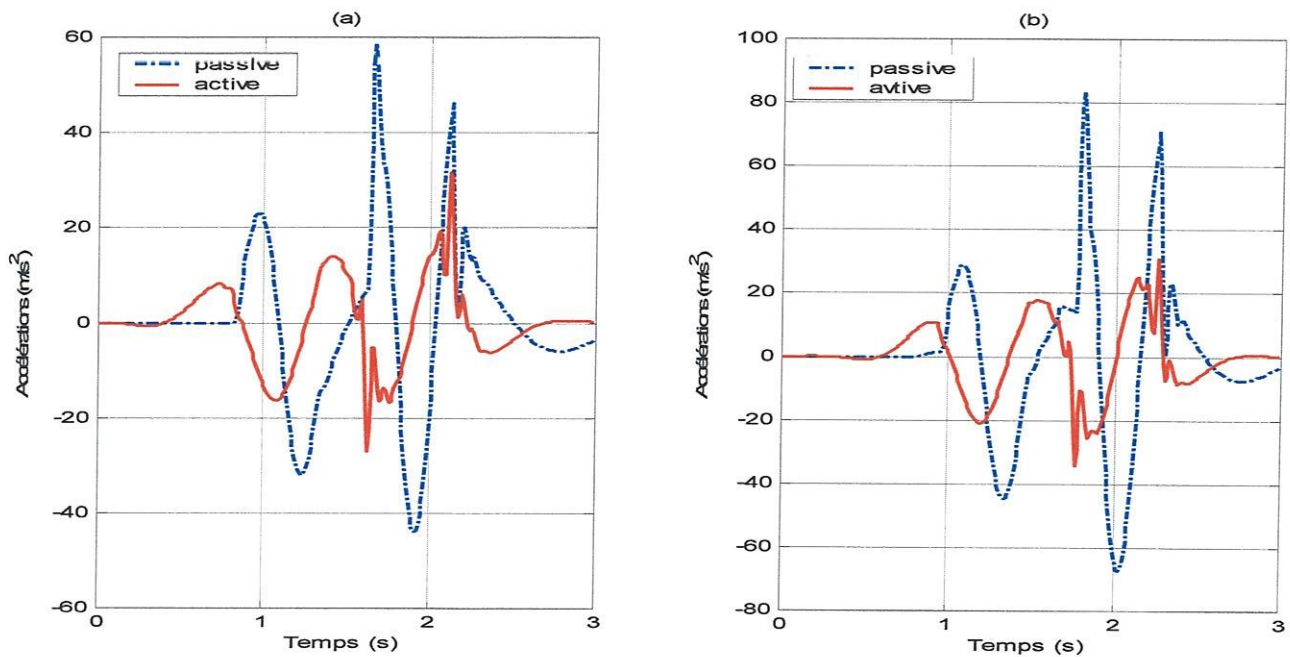


Figure 5.9 : Les accélérations du châssis du système demi-vehicule sous une excitation profil spéciale.

(a) partie avant du châssis « $\ddot{x}_2$ », (b) partie arrière du châssis « $\ddot{x}_4$ ».

Le tableau suivant illustre les différentes valeurs max et min de l'accélération du châssis d'un demi-vehicule lors d'une excitation profil spécial et une excitation échelon unitaire.

	Les valeurs des accélérations (m/s ²)	Suspension passive		Suspension active	
		châssis avant	châssis arrière	châssis avant	châssis arrière
échelon	Mim	-43.6879	-72.4385	-122.1536	-146.4314
	Max	159.7396	228.2878	85.5052	99.2793
Profil spécial	Min	-43.9812	-67.3642	-27.0951	-34.5107
	Max	58.6276	83.3305	31.6643	30.7877

Tableau 5.4 :

L'analyse des résultats obtenus pour les accélérations de la partie avant et arrière du châssis (les figures (5.8), (5.9) et le tableau 5.4) nous permet de constater une remarquable régression de la gamme des accélérations du système à suspension active par rapport au système à suspension passive, dans le cas d'excitation par profil spécial ainsi que par

excitation échelon. Donc, on peut conclure d'après le tableau 5.4 que le type d'excitation influe sur le confort du système.

3.4. INFLUENCE DE LA VITESSE DE ROULEMENTS DU VEHICULE SUR LE COMPORTEMENT DYNAMIQUE DU DEMI-VEHICULE :

Les figures suivantes illustrent les déplacements du demi-vehicule à suspension active, soumis à des excitations de profil de la route de type échelon et profil spécial pour un temps de pré- information de 0.8s, et pour différentes valeurs de vitesses de roulements du véhicule.

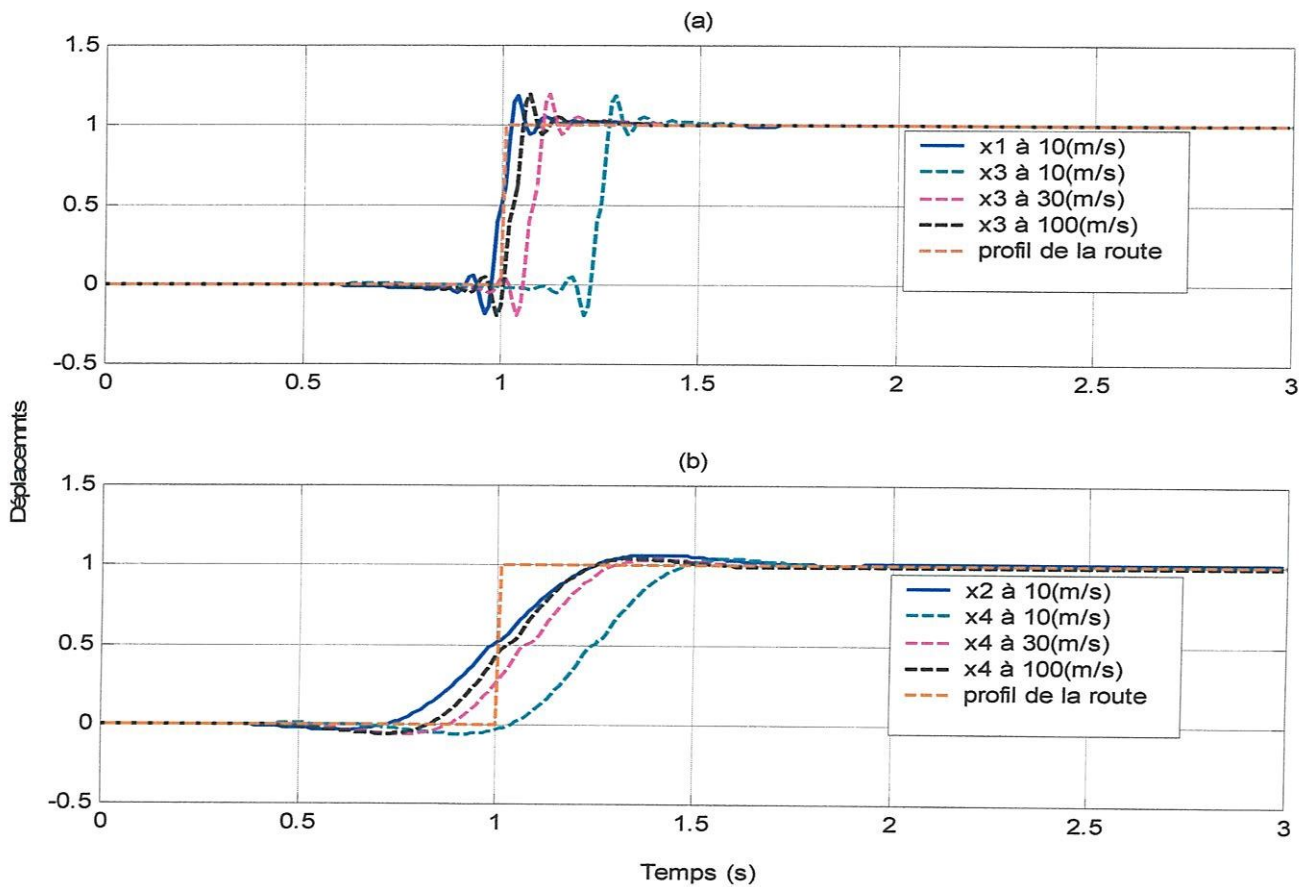


Figure 5.10 : Réponse dynamique du demi-vehicule à une excitation échelon unitaire pour différentes valeurs de vitesses de roulement.

(a) déplacements des essieux avant et arrière, (b) déplacements du châssis.

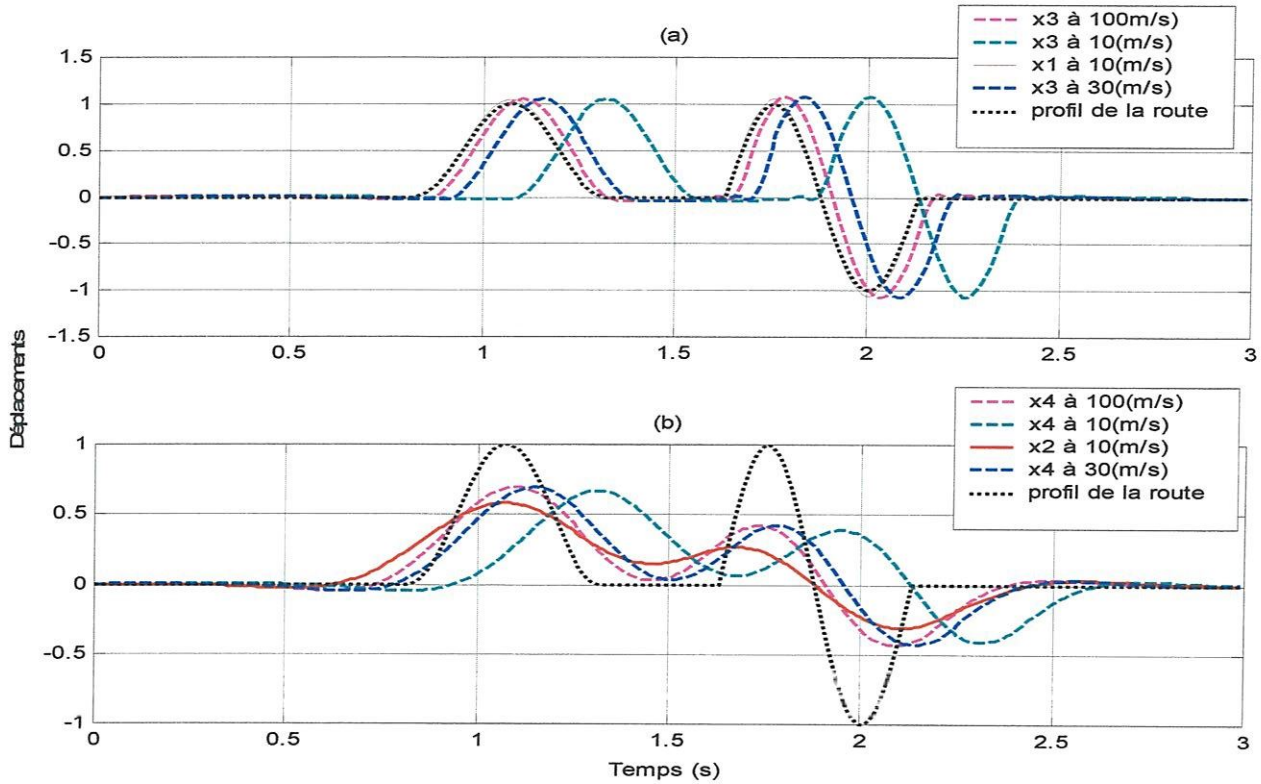


Figure 5.11 : Réponse du demi-véhicule à une excitation profil spéciale pour différentes valeurs de vitesses de roulement.

(a) déplacements des essieux avant et arrière, (b) déplacements du châssis.

Les résultats des différentes valeurs du critère de performance et de ces composantes pour les deux type d'excitation, profil spécial et échelon à différentes valeurs de vitesses sont représentées dans le tableau 5.5.

Critère		Suspension Active (4-DDL) à un temps de préinformation $pt=0.8s$			
		$V=10(m/s)$	$V=30(m/s)$	$V=100(m/s)$	$V=300(m/s)$
Echelon unitaire	π_{hf}	0.1038	0.1029	0.1026	0.1028
	π_{hr}	0.1004	0.0999	0.0998	0.1000
	π_{ah}	0.2042	0.2029	0.2024	0.2028
Un profil spécial	π_{hf}	0.1389	0.1324	0.1312	0.1310
	π_{hr}	0.1148	0.1107	0.1100	0.1099
	π_{ah}	0.2537	0.2430	0.2412	0.2409

Tableau 5.5 :

D'après les figures illustrées ci-dessus, on remarque que les déplacements de la partie arrière du châssis et de l'essieu arrière pour les deux types d'excitation (échelon unitaire et profil spéciale) sont décalés par rapport aux déplacements de la partie avant du châssis et de l'essieu avant, par une certaine distance, qui diminue où la vitesse de roulement du véhicule augmente. Cette distance diminue jusqu'elle devienne nulle pour les grandes vitesses (envient 100 m/s), ce qui est confirmée par les résultats du critère de performance représenté dans le tableau 5.5, car on constate que les performances de la partie arrière du véhicule est nettement améliorée par rapport à la partie avant du même véhicule. Donc on constate que l'influence principale de l'augmentation de la vitesse sur le comportement dynamique du demi-vehicule est la suppression du décalage qui sépare en réalité les deux essieux.

3.5. INFLUENCE DE LA SUPERPOSITION DE DEUX TYPES DU PROFIL DE LA ROUTE SUR LE COMPORTEMENT VIBRATOIRE DU DEMI-VEHICULE ROULANT.

- **Les déplacements :**

Les déplacements verticaux du demi-vehicule comprenant une suspension passive d'une part et d'autre part une suspension active, à un temps de pré-information égale 0.8s, à la réponse d'une superposition de deux types d'excitations l'une sur la partie avant et l'autre sur la partie arrière de véhicule, pour une vitesse de 20(m/s) sont représentés dans les figures suivantes.

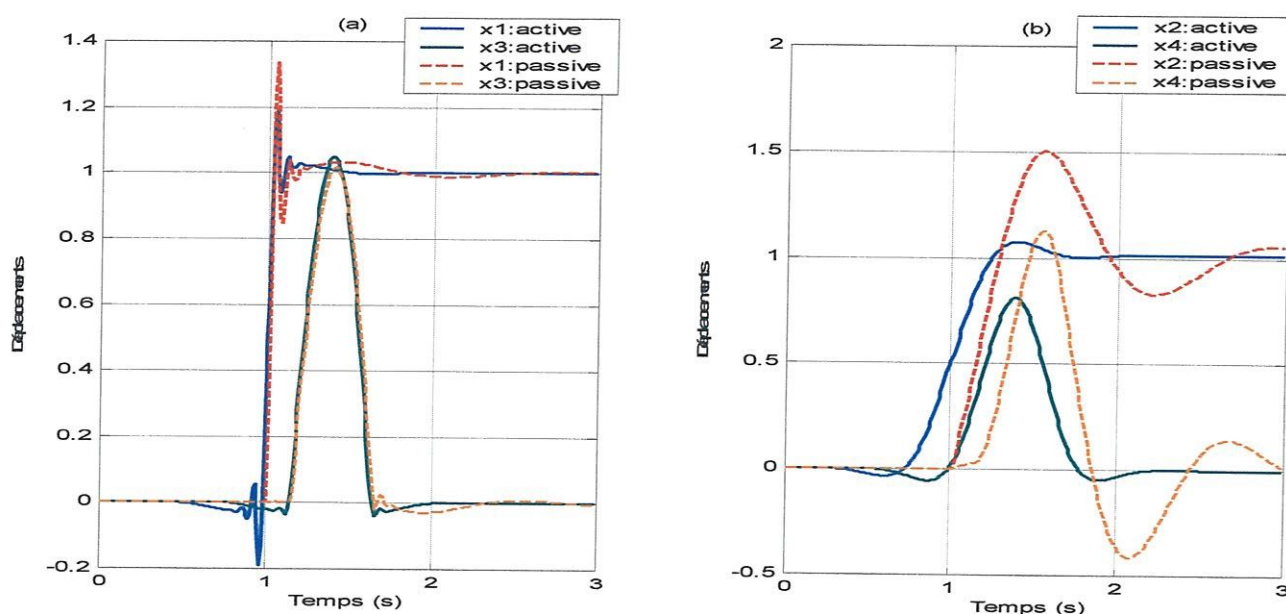


Figure 5.12 : Déplacements dynamiques verticaux des parties avant et arrière d'un demi-vehicule respectivement pour un échelon et une bosse douce.

(a) déplacements des essieux avant et arrière, (b) déplacements du châssis.

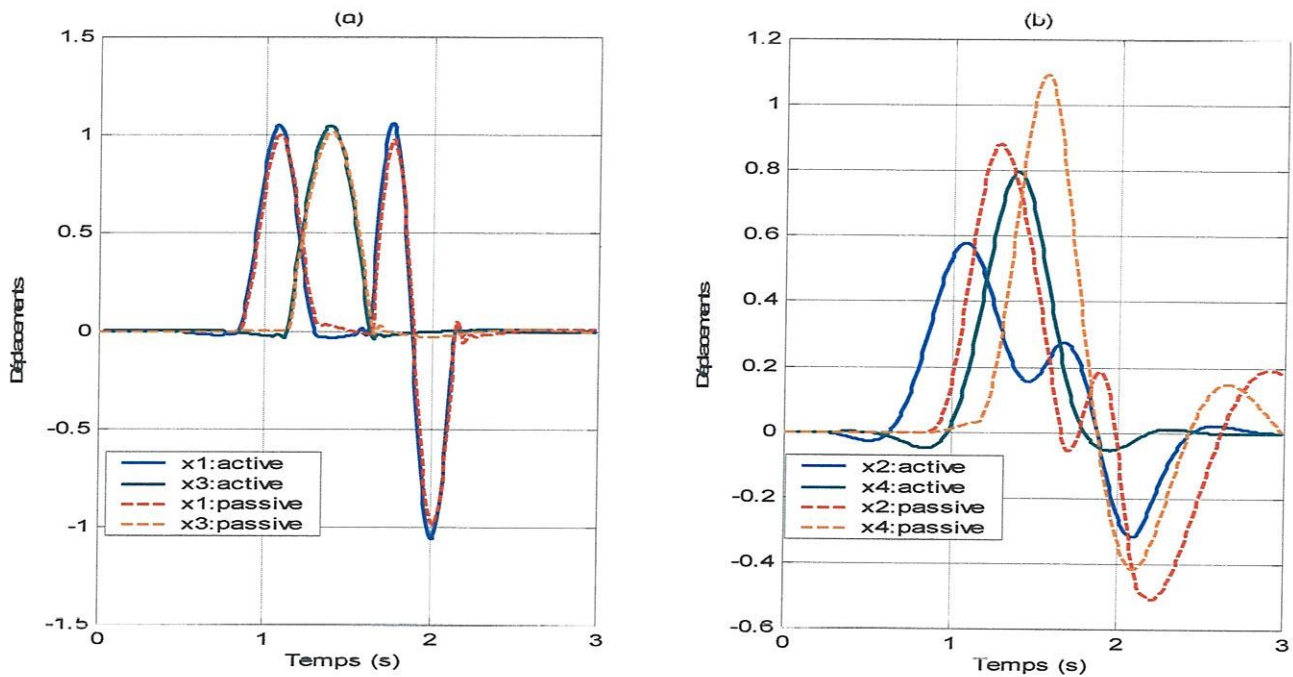


Figure 5.13 : Déplacements dynamiques verticaux des parties avant et arrière d'un demi-vehicule respectivement pour le profil spécial et une bosse douce.

(a) déplacements des essieux avant et arrière, (b) déplacements du châssis.

Les résultats des différentes valeurs du critère de performance et de ces composantes pour les deux cas de couple d'excitation de profil de la route sont représentées dans le tableau 5.6.

		DEMI-VEHICULE		
	Critère	<i>à suspension passive</i>	<i>à suspension active</i>	<i>Amélioration (%)</i>
		<i>à pt= 0.8s</i>	<i>à pt=0.8s</i>	
Echelon unitaire-bosse	π_{hf}	0.1825	0.1035	43.28
	π_{hr}	0.1193	0.0246	79,37
	π_{ah}	0.3018	0.1281	57,55
Profil spécial-bosse	π_{hf}	0.2685	0.1377	48,71
	π_{hr}	0.1138	0.0236	79,26
	π_{ah}	0.3823	0.1612	57,83

Tableau 5.6 :

D'après les figures (5.12), (5.13) et le tableau 5.6, on remarque globalement une remarquable amélioration du comportement dynamique du demi véhicule à suspension active que celle à suspension passive surtout la partie arrière du véhicule, malgré le fait qu'on à employée deux types d'excitation différente l'une sur la partie arrière et l'autre sur la partie avant du demi véhicule. L'amélioration apporte par la technique de la pré-information pour les deux couples d'excitation utilise (Echelon unitaire-bosse douce et profil speciale-bosse douce) de la partie avant est de l'ordre de 48 ou 43 (%), pour la partie arrière est de 79 (%) et pour le système entier est de l'ordre de 57 (%), et ça quel que soit le couple de profil de la route utilisé.

- **Les forces de commandes :**

Les forces de commandes correspondantes aux couples de profil de la route appliquée sur le modèle demi-vehicule à suspension active (Echelon unitaire-bosse douce et profil speciale-bosse douce), pour un temps de préinformation de 0.8s et pour une vitesse de roulement de véhicule de l'ordre 20 (m/s) sont représentés sur les figures suivantes :

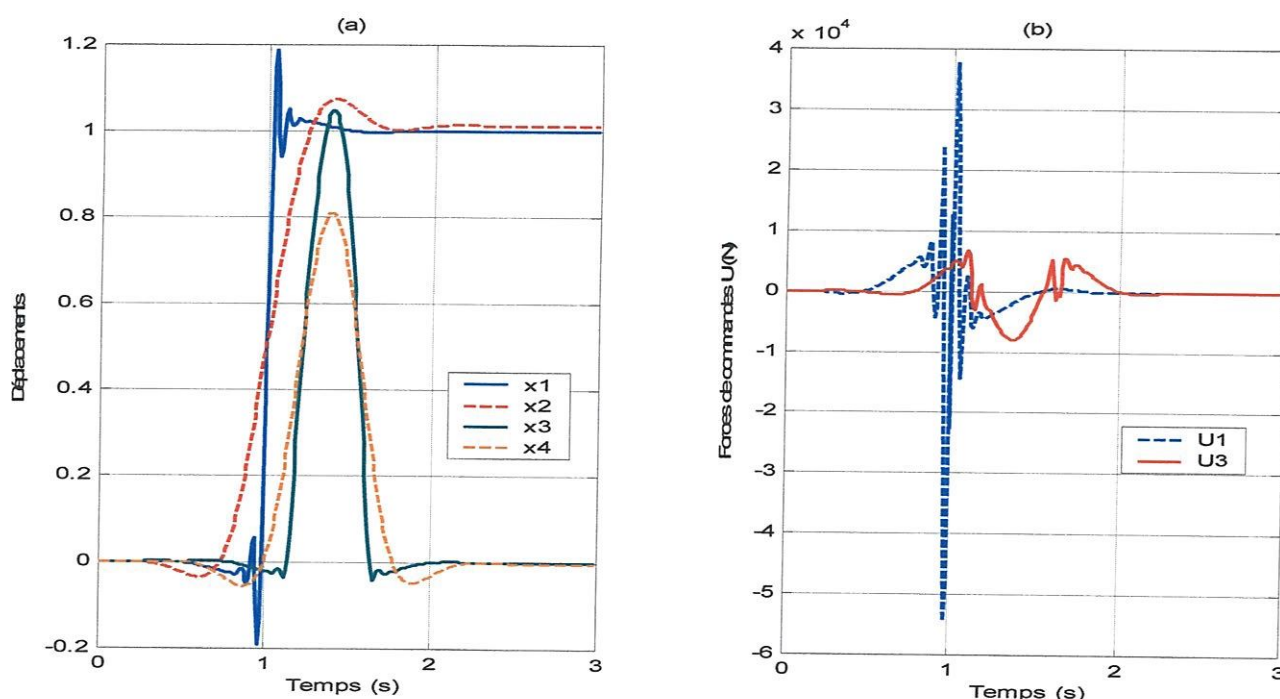


Figure 5.14 : Les forces de commande pour la partie avant et arrière d'un demi-vehicule à suspension active respectivement à une excitation échelon et bosse douce.

(a) les déplacements, (b) les forces de commande.

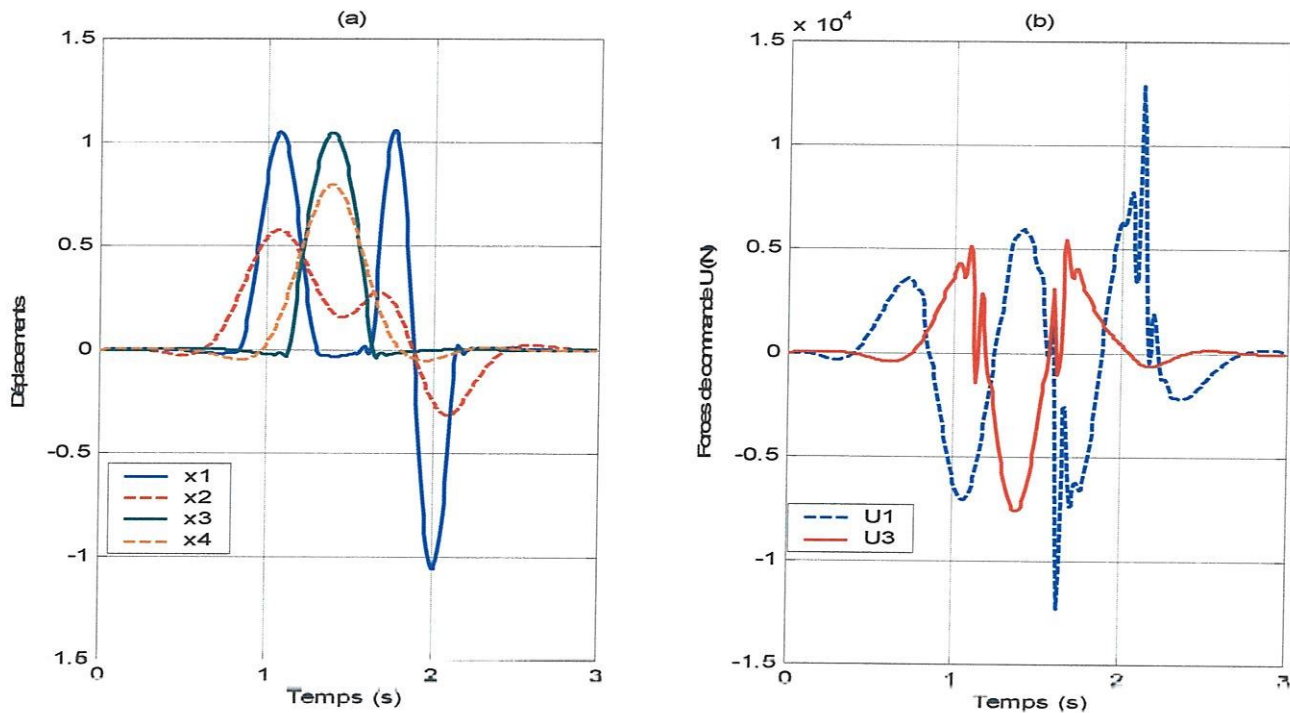


Figure 5.15 : Les forces de commande pour la partie avant et arrière d'un demi-vehicule à suspension active respectivement à une excitation profil spécial et bosse douce.
(a) les déplacements, (b) les forces de commande.

On remarque d'après les figures (5.14) et (5.15), que selon le type d'excitation applique sur la partie avant ou arrière du demi-vehicule, le régulateur fourni la force de commande nécessaire au bon moment, donc on peut constater effectivement que chaque régulateur réagit séparément au perturbation du profil de la route.

- **Les accélérations :**

Les accélérations des parties avant et arrière du châssis ainsi du bloc rigide du système demi-vehicule à suspension active et à suspension passive pour les couples d'excitation du profil de la route (Echelon unitaire-bosse douce et profil speciale-bosse douce) appliquée sur les entrées du même système sont présentées sur les figures suivantes :

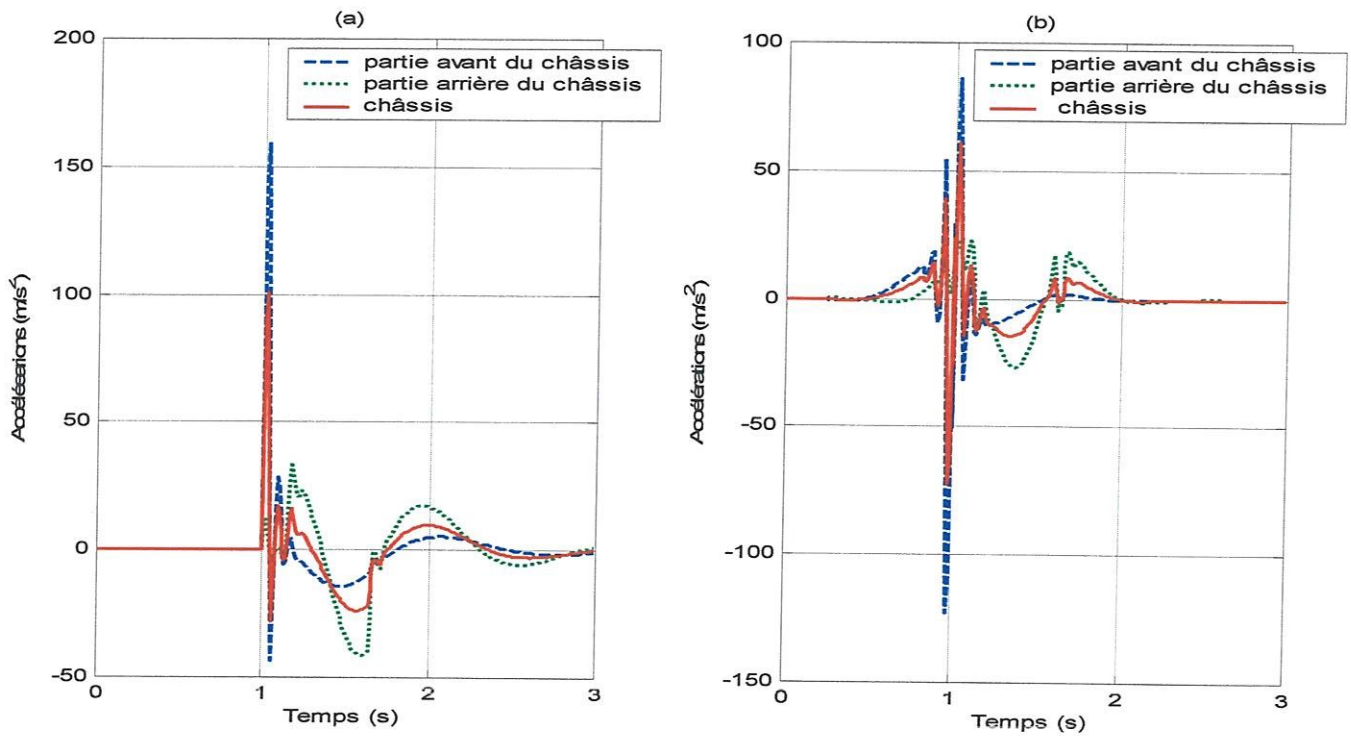


Figure 5.16 : Les accélérations du châssis et de ces composantes d'un demi-véhicule pour un échelon et bosse douce.

(a) Suspension passive, (b) Suspension active.

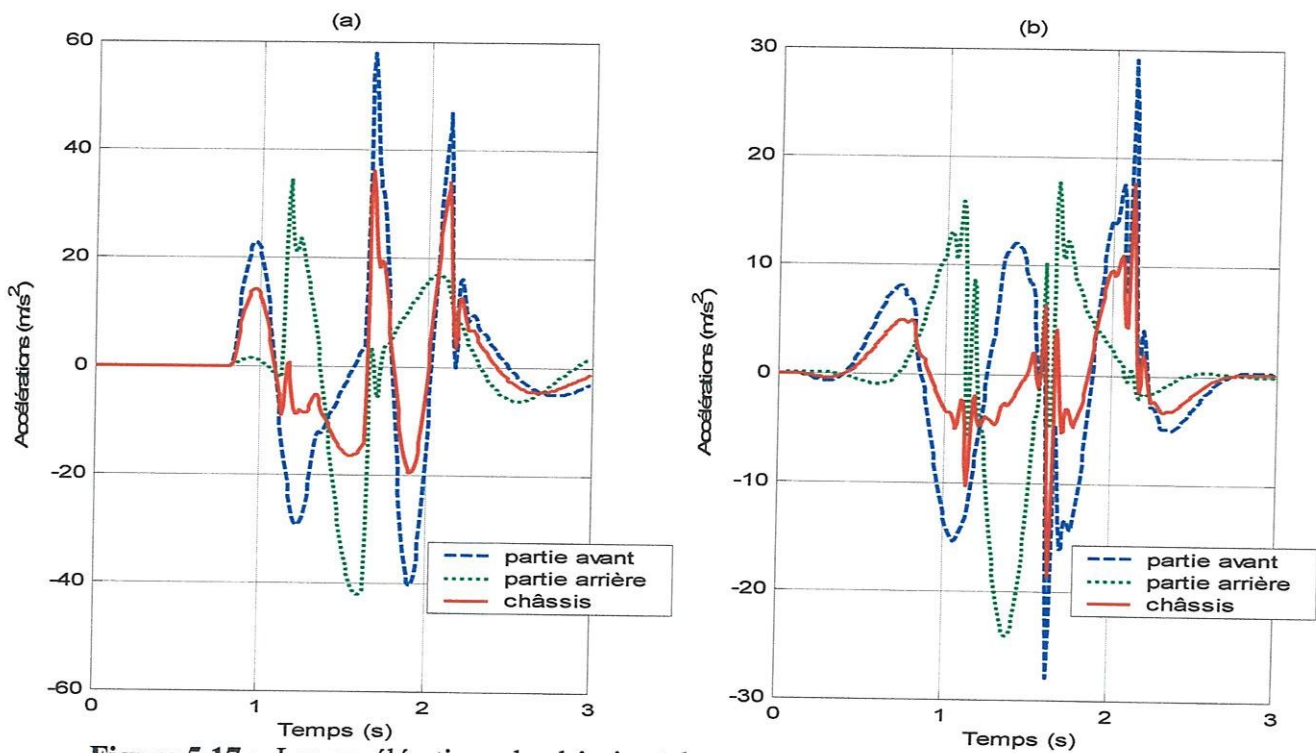


Figure 5.17 : Les accélérations du châssis et de ces composantes d'un demi-véhicule pour profil spéciale et bosse douce.

(a) Suspension passive, (b) Suspension active.

Le tableau suivant illustre les différentes valeurs max et min de l'accélération du châssis et de ses composantes d'un demi-véhicule lors d'une excitation profil spécial-bosse douce et une excitation échelon unitaire-bosse douce.

	Les accélérations (m/s^2)	Suspension passive			Suspension active		
		châssis avant	châssis arrière	bloc rigide	châssis avant	châssis arrière	bloc rigide
échelon unitaire- bosse douce	Min	-43.68	-41.47	-28.05	-122.62	-26.80	-72.57
	Max	159.73	33.98	100.65	85.99	23.26	60.90
profil spécial- bosse douce	Min	-40.42	-42.11	-19.62	-27.97	-24.10	-18.57
	Max	58.05	34.37	36.26	29.08	17.69	17.72

Tableau 5.7 :

L'analyse des résultats obtenus pour les accélérations de la partie avant et arrière du châssis ainsi que du bloc rigide (les figures (5.16), (5.17) et le tableau 5.7) nous a permis de constater que la gamme des accélérations du bloc rigide demeure presque toujours entre la bande d'accélération de la partie avant et la partie arrière du système demi-véhicule que se soit à suspension passive ou active. Aussi, on a remarqué une régression remarquable de la gamme d'accélération du système de suspension active par rapport au système de suspension passive, car on a trouvé :

- Pour le couple profil spécial-bosse douce, l'accélération du bloc rigide :
 $V_p (moy) = -0.1253 (m/s^2)$ et $V_a (moy) = -0.0026 (m/s^2) \Rightarrow$ l'amélioration est de l'ordre de 97.92 (%).
- Pour le couple échelon unitaire-bosse douce, l'accélération du bloc rigide :
 $V_p (moy) = -0.1107 (m/s^2)$ et $V_a (moy) = -0.0075 (m/s^2) \Rightarrow$ l'amélioration est de l'ordre de 93.22 (%).

4. L'APPLICATION DE L'ACTION INTEGRALE SUR LE MODELE DEMI-VEHICULE A SUSPENSION ACTIVE :

Comme dans le cas d'un quart de véhicule et dans le but d'adapter une telle action à notre système les expressions (3.22) et (3.24) doivent être reformulées comme suit :

$$\begin{aligned}\dot{x}_9 &= x_1 - x_2 \\ \dot{x}_{10} &= x_3 - x_4\end{aligned}\tag{5.12}$$

En tenant compte aux expressions (3.37), l'équation du système augmenté est donnée comme suit :

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \tilde{A}_{ah} \tilde{x}(t) + \tilde{B}_{ah} \tilde{U}(t) + \tilde{D}_{ah} w(t)\tag{5.13}$$

Où :

$$\tilde{A}_{ah} = \left[\begin{array}{cccccccc|cc} & & & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right], \quad \tilde{x} = \begin{bmatrix} x \\ x_9 \\ x_{10} \end{bmatrix}, \quad \tilde{B}_{ah} = \begin{bmatrix} B_{ah} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{D}_{ah} = \begin{bmatrix} D_{ah} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

En utilisant les nouvelles variables d'états, le critère de performance est modifié comme suit :

$$\begin{aligned}
 \pi_{ha} &= \frac{1}{2} \int_0^T \rho_1 U_1^2(t) dt + \frac{1}{2} \int_0^T \rho_3 U_3^2(t) dt + \frac{1}{2} \int_0^T q_1 (x_1(t) - x_a(t))^2 dt + \frac{1}{2} \int_0^T q_2 (x_1(t) - x_i(t))^2 \\
 &\quad + \frac{1}{2} \int_0^T q_3 (x_3(t) - x_b(t))^2 + \frac{1}{2} \int_0^T q_4 (x_3(t) - x_4(t))^2 dt + \frac{1}{2} \int_0^T q_9 x_9^2 dt + \frac{1}{2} \int_0^T q_{10} x_{10}^2 dt \\
 &= \pi_{fc} + \pi_{rc} + \pi_{fd} + \pi_{rd} + \pi_{fw} + \pi_{rw} + \pi_{fi} + \pi_{ri} \\
 &= \pi'_{haf} + \pi'_{har}
 \end{aligned} \tag{5.14}$$

Où :

π_{fi} , π_{ri} : représentent respectivement les valeurs du critère de performance associées aux actions intégrales avant et arrière du demi-véhicule à suspension active.

Sous forme matricielle, on peut écrire l'expression (5.14) comme suit :

$$\pi_{ha} = \int_0^T [U^T(t) \tilde{R}_h U(t) + (\tilde{x}(t) - \tilde{\eta}(t))^T \tilde{Q}_h (\tilde{x}(t) - \tilde{\eta}(t))] dt \tag{5.15}$$

Avec :

$$\tilde{R}_h = R_h, \quad \tilde{\eta} = \begin{bmatrix} \eta \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \tilde{Q}_h = \begin{bmatrix} & & & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_9 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & q_{10} \end{bmatrix}$$

Le problème donné par les expressions (5.13) et (5.15) un demi-véhicule à suspension active sont exprimées sous la même forme que celle des problèmes donnés (3.22) et (3.25) pour un demi-véhicule.

Par conséquent la technique d'optimisation utilisée la l'action intégrale dans ce chapitre demeure la même que celle de la technique de la pré-information, car la solution aux problèmes exprimés au paravent pour un temps de pré-information fini, est donnée par :

$$\tilde{U}_r(t) = -\tilde{R}_h^{-1} \tilde{B}_h^T [\tilde{P} \tilde{x}_r(t) - \tilde{g}_r(t)] \tag{5.16}$$

Où $\tilde{P}$ appelé «équation algébrique augmentée de Riccati »

$$0 = \tilde{P} \cdot \tilde{A}_h + \tilde{A}_h^T \cdot \tilde{P} - \tilde{P} \cdot \tilde{B}_h \cdot \tilde{R}_h^{-1} \cdot \tilde{B}_h^T \cdot \tilde{P} + \tilde{Q}_h \quad (5.17)$$

Et le vecteur auxiliaire augmenté $\tilde{g}_r(t)$ est la fonction d'anticipation augmentée donnée par :

$$\tilde{g}(t) = \int_t^{t+\tau} e^{(t+\tau-\xi) \tilde{A}_h^T} \cdot \tilde{y}_h(\xi) \cdot w(\xi) \cdot d\xi, \quad t \geq 0 \quad (5.18)$$

Où la matrice d'évolution augmentée du système en boucle fermée $\tilde{A}_h$ est donnée par :

$$\tilde{A}_h = \tilde{A}_h - \tilde{B}_h \cdot \tilde{R}_h^{-1} \cdot \tilde{B}_h^T \cdot \tilde{P} \quad (5.19)$$

Et :

$$\tilde{y}_h(t) = \tilde{Q}_h \cdot \tilde{N}_h - \tilde{P}(t) \cdot \tilde{D}_h \quad (5.20)$$

Finalement, la trajectoire d'état sous-optimale au sens de dépassement en réponse à (4.01) est donnée par :

$$x_r(t) = \tilde{A}_{ch} \cdot x_r(t) + \tilde{B}_h \cdot \tilde{R}_h^{-1} \cdot \tilde{B}_h^T \cdot \tilde{g}(t) + \tilde{D}_h \cdot w(t) \quad (5.21)$$

Le vecteur d'anticipation $\tilde{g}(t)$ peut être calculé depuis sa valeur nulle à l'instant final jusqu'à l'instant initial t , en considérant l'équation suivante :

$$\tilde{g}(t) = \tilde{A}_{ch}^T \cdot \tilde{g}(t) + \tilde{y}_h(t) \cdot w(t) \quad (5.22)$$

avec la condition initiale :

$$\tilde{g}(0) = \int_0^{t+\tau} e^{A_{ch}^T \cdot \xi} \cdot \tilde{y}_h(\xi) \cdot w(\xi) \cdot d\xi \quad (5.23)$$

4.1. RESULTATS DE LA SIMULATION :

Les déplacements verticaux du châssis et des essieux avant et arrière d'un demi-vehicule comprenant une suspension active, roulant à une vitesse constante de $20(m/s^2)$ pour un temps de pré-information de 0.8s (sans action intégrale) et de 0.3s (avec action intégrale), en réponse à une excitation d'entrée du profil de la route de type : un échelon unitaire retardé et un profil de forme spécial sont représentés sur les figures suivantes.

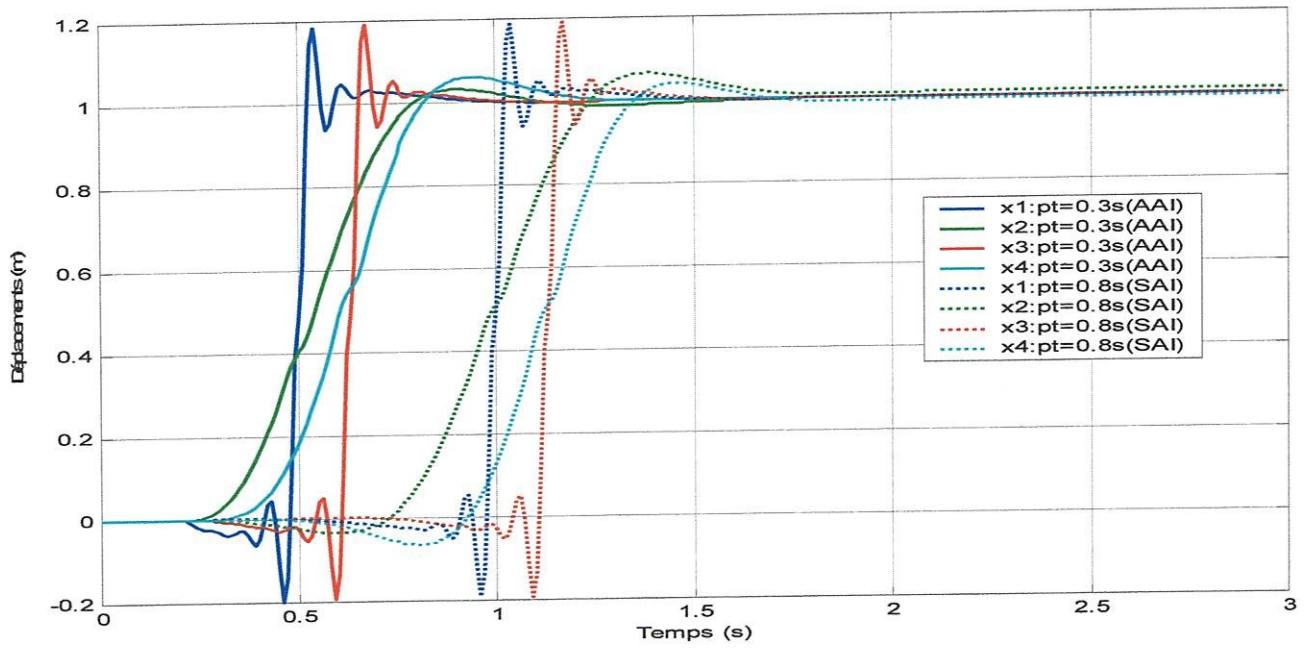


Figure 5.18 : Déplacements dynamiques verticaux d'un demi-vehicule à suspension active avec et sans action intégrale pour différent temps de pré-information ;

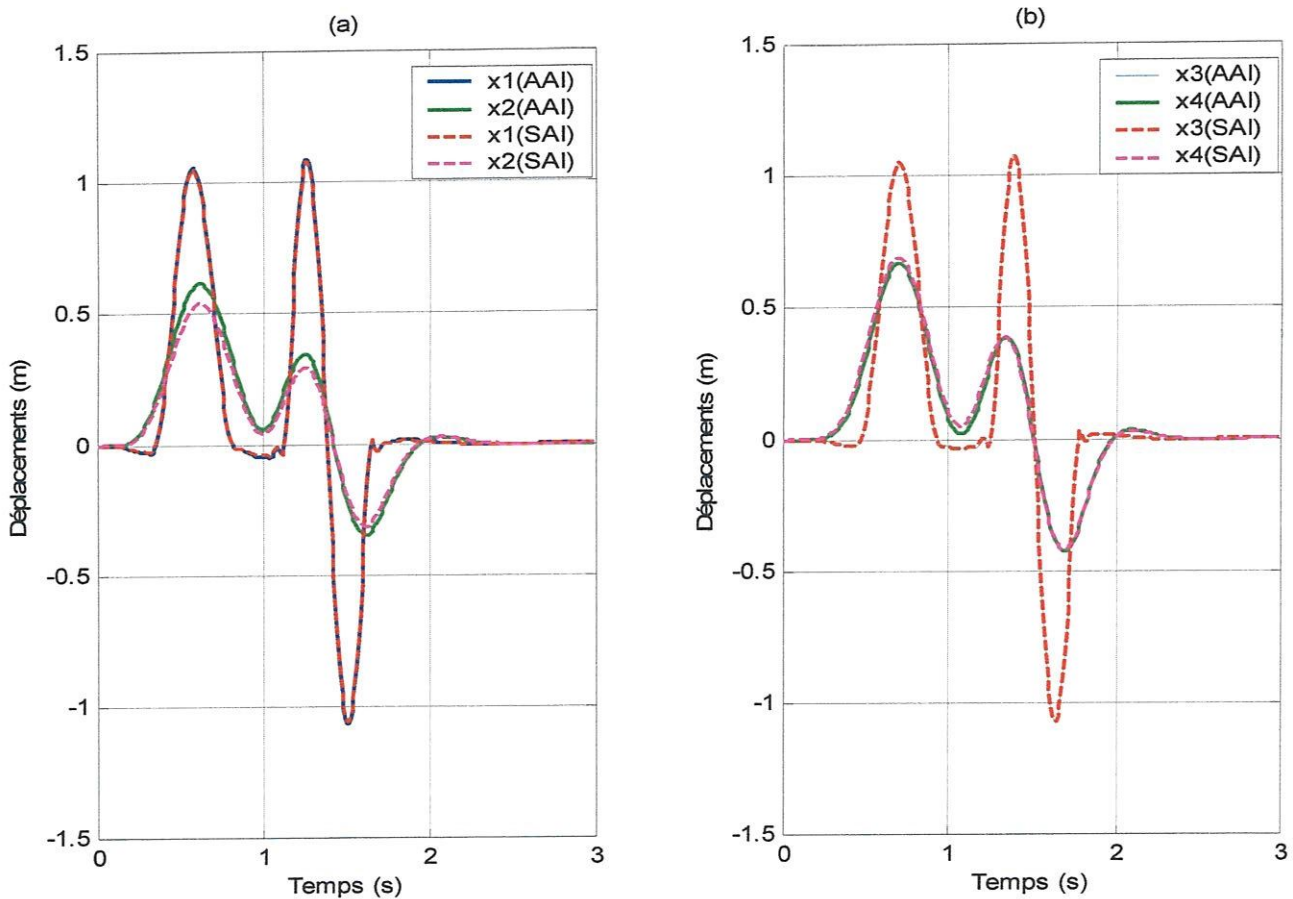


Figure 5.19 : Déplacements dynamiques verticaux d'un demi-vehicule à suspension active avec et sans action intégrale pour une excitation profil spéciale.
(a) Partie avant du demi-vehicule, (b) Partie arrière du demi-vehicule.

D'après les figures (5.18) et (5.19), on constate une remarquable amélioration du comportement dynamique du châssis amélioré par l'action intégrale par rapport à celui non amélioré, car on a constaté que les réponses avec action intégrale se ramènent toujours le plus vite à la réponse de convergence (qui est à $t=0.8s$ dans le cas sans action). Donc par cette méthode nous avons tout de fois supprimées les erreurs statiques entre les déplacements des essieux et des parties avant et arrière du châssis, et en plus nous avons gagné du temps de pré-information.

5. CONCLUSION :

Dans de nombreuses applications, une masse est isolée des chocs et des vibrations en interposant une suspension entre elle et le moyen perturbateur. Dans de pareil cas les éléments de la suspension agissent comme un filtre mécanique qui atténue et empêche les forces dues aux chocs et des vibrations d'atteindre la masse. Les systèmes de type demi-véhicules ont servi de base aux études menées par plusieurs auteurs [15,34] sur les suspensions des véhicules terrestres dont les éléments jouent un rôle d'isolateur du corps des irrégularités du profil de la route.

L'approche optimale des modèles mathématiques d'un demi-véhicule à suspension passive et active permet de mettre en évidence la présence de dilemmes entre les différentes grandeurs caractéristiques du confort et de la tenue de route, ces différentes grandeurs montrent les limites du domaine dans le quel les différentes suspensions de véhicules (passive ou active) peuvent apporter des améliorations. Il apparaît alors clairement que seule l'approche optimale vis-à-vis d'un critère de performances permet d'aborder le problème des suspensions automobiles dans sa globalité.

On peut constater d'après l'analyse des résultats d'optimisation appliquée sur les deux types de modèles de véhicules «demi-vehiculé», une amélioration considérable des déplacements et une réduction significative des vibrations du châssis du système à suspension active que celles du système à suspension passive. Dans cette étude l'amélioration est approximativement de l'ordre de 39 à 82 %.

CONCLUSION GENERALE

L'utilisation des systèmes de suspension active dans l'amélioration du confort vibratoire des véhicules, a donné de très bons résultats qu'une suspension passive même optimisée ne peut offrir. En effet, l'inconvénient des suspensions passives optimisée est qu'elles ne peuvent pas s'adapter à toutes les situations de circulation du véhicule, étant donné le caractère invariant des amortisseurs passifs. D'autre part, les conséquences d'une optimisation de ces amortissements est de provoquer inévitablement des couplages supplémentaires entre les modes. Notant que l'amélioration du comportement dynamique des modèles mathématique des véhicules terrestre étudié à suspension active par rapport à suspension passive est atteinte par l'application des stratégies de contrôle active, de la préinformation et de l'association de cette dernière avec l'action intégrale sur les modèles de véhicules à suspension active.

Les systèmes de suspensions des véhicules soit active ou passive doivent être optimisés en respectant l'indice de performance préalablement défini comme étant une combinaison linéaires de termes directement en relations avec les critères de performance à savoir : le confort, la course de la suspension et parfois les forces en présences. Les critères les plus importants sont :

- L'accélération du compartiment des passagers (le châssis) doit être inférieure à une limite admissible. (Critère de confort).
- Les déplacements relatifs entre les masses des essieux et du châssis, qui limitent l'espace exigé de la suspension et le dispositif actif. C'est une contrainte technologique. (Critère d'encombrement).
- Les déplacements relatifs entre les masses des essieux et le profil de la route, appelées aussi «les déformations pneumatiques» qui sont une indication sur l'aptitude que possède la roue à suivre les variations du profil de la route.

Les modélisations qui ont été formulés au paravent pour les systèmes dynamiques dont les modèles mathématiques sont représentés par les équations d'état. Bien souvent on caractérisé la dynamique du système par le comportement de ses variables de sorties. Ceci peut constituer une information supplémentaire concernant le comportement du système, mais peut aussi être nécessaire pour l'étude de système réel.

L'approche optimale des modèles mathématiques d'un 1/2 et d'un 1/4 de véhicule à suspension passive et active, sous l'excitation de quatre types de profil de la route, représentée par échelon unitaire, bruit blanc, bosse douce et profil spécial, nous a permis de constater une amélioration considérable des déplacements et une réduction significative des vibrations surtout du châssis du système à suspension active que celles du système à suspension passive.

Le choix des coefficients de pondération reste difficile, car ils sont fixés sur la base de considérations pratiques, ce qui reflète directement sur les performances obtenues qui sont ces dernières en principale dépendance.

Notant bien, que malgré le fait que l'optimisation des systèmes de véhicules doté d'une suspension active, on donne des résultats très encourageants, mais elle reste des résultats théoriques, car en réalité les chocs provoqués par l'excitation du profil de la route sont encore plus compliqués car ils s'agit de contrôler les efforts d'actionnaires par des composants tels que les servovalves très complexes à modéliser et qui ont des comportements hautement non linéaires. Aussi par le fait que lors de la modélisation on a considéré que les actionnaires sont parfaits et linéaires mais en réalité il n'est pas le cas, ce qui influe sur les résultats.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] Mouhamed Bouazara. Marc J, Richard . "*An optimisation method designed to improve 3-D comfort and road holding capability through the use of active and semi-active suspensions*" , 2001 Editions scientifiques et médicales Elsevier SAS. All rights reserved S0997-7538(01)01138-X/FLA
- [2] Marcel Menardon (ingénieur A. & M.). « *Les organes de transmission et d'utilisation* », la mécanique automobile CDFGWED ;CHOTARD ET ASSOCIES EDETEURS , 1986
- [3] R. S. Sharp and S. A. "*The fundamentals of passive automotive suspension system design*". society of environmental Engineers, Conference on Dynamics in Automotive Engineering, 104-115. Hassen 1984
- [4] E. Göhring, E.-C. Von Glasner, R. Povel, P. Schützner, "*Intelligent suspension systems for commercial vehicles*" , Ecole Centrale de lyon.
- [5] E. K. Bender, D. Karnopp and I.L. "*On the optimization of vehicle suspensions using random process theory*". Paul 1967 ASME Publication 67, 12.
- [6] E. K. Bender, "*Optimum linear random vibration isolation*" 135-143. 1967 Reprints JACC
- [7] J. K. Hedrick, "*Railway vehicle active suspensions*". *Vehicle System Dynamics* 10, 267-283. 1981
- [8] M. Maghraoui , M. Kazoula « *Suspension Active Pour Véhicules Utilisant Une Technique D'optimisation* » ;Universite de BLIDA, ALGERIE.
- [9] M. R. Jolly and L.R. Miller, « *the control of semi-active dampers using relative feedback signals* » , SAE Technical Paper Series November 6-9, 1980, pp. 9-17.
- [10] Darenbenberg W., Gall H.,Acker B. :Chancen und Probleme aktiver Kraftfahrzeugfederungen (Chances and Problems of Active Vehicle Suspensions), VDI-Report Nr.515, 1984
- [11] J-P. Babary and W. Peleczewski, « *Commande Optimale des Systemes Continus Déterministes* », MASSON 1985.
- [12] P. Borne and G. Dauphin-Tanguy, « *Analyse et Régulation des Processus Industriels* », Tome I : Régulation continue, Technip 1993.
- [13] P. Borne and G. Dauphin-Tanguy, « *Analyse et Régulation des Processus Industriels* », Tome II , Technip 1993.

- [14] Thompson A.G.(1976), « *An active suspension with Optimal Linear State Feedback* », *Vehicule System dynamics*, 5, pp.187-203.
- [15] Thompson A.G. and Pearce C.E.M(1979), « *an Optimal Suspension for an Automobile on a Random Road* », Society of Automotive Engineers Inc., Paper No.790478.
- [16] Kamel Henchi « *Analyse Dynamiques Des Pont Par Elements Finis Sous Les Sollicitations Des Vehicules Mobiles* », *Mecanique Appliqué et Accoustique et Materiaux*, Universite de Technologie de Compiègne, 1995.
- [17] S. Boukerroum, N. Khenadji & A. Berouaken « *Analyse Des Performances Des Suspensions Semi-Actives De Cabines De Véhicules Dans Le Domaine Fréquentiel* » Faculté de Génie Mécanique et Génie Civil (2èmes journées de Mecanique JM-EMP'2001 « 23,24/12/2001 »). U.S.T.B.,BP 32, El Ali, Bab Ezzouar 16111 Alger.
- [18] N. Louam « *The Application f Linear Lptimal Control Theory to the Design of Active Automotive Suspension* », Departement of Electronic and Electrical Engineering the University of Leeds. 1990.
- [19] F. Gelineau et D. Florentin., « *Confort Vibratoire* », Rapport R.V.I, Novembre 1999
- [20] R. M. Chalasani , "Symposium on simulation and Control of ground Vehicle"s. AMD-Vol. 80, DSC Vol. 2, 187-204. Ride potential of active suspension systems-- Part I : simplified analysis based on a quarter-car model. 1986 *ASME*
- [21] R. M. Chalasani , "Symposium on simulation and Control of ground Vehicles", AMD-Vol. 80, DSC Vol. 2, 187-204. Ride potential of active suspension systems - Part II : comprehensive analysis based on a full-car model. 1986 *ASME*
- [22] H.Kwakernaak and R. Sivan, « *Linear Optimal Control Systems* », Wiley -- Interscience, 1972.
- [23] Athans M. and Falb P.L. (1966), « *optimal control an introduction to the Theory and its Applications* », McGraw-Hill Book Company, New York.
- [24] chalasani , R.M. , « *Ride performance Potential of Active Suspension Systems* », part I American Society of Mecanical Engineers, Vol 80, 1986.
- [25] Allan, Y. and Mutasim, A. « *On the Design Suspension Incorporation Human Sensitivity to Vibration* », *Optimal Control Applications and Method*, Vol.10 pp- 189-195, 1988.

- [26] Hedrick, J.K. « *Some Optimal Control Techniques Applicable to Suspension System Design* », American Society of Mechanical Engineers, 73-IC1-55.
- [27] Karnopp, D. « *Active Damping in Road Vehicle Suspension Systems* », Vehicle System Dynamics, Vol.12, pp- 291-316, 1983.
- [28] Redfield, R.C. and Karnopp, D. « *Performance Sensitivity of an actively Damped Vehicle Suspension to Feedback Variation* », Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control. Vol .111, pp-51-59, 1987.
- [29] Louam N.(1992), « *overtakingoptimality Approach for Solving the linear infinite-Time tracking Problem with External Inputs* », colloque Sur les Méthodes et Outils d'Aide à la Décision, MOAD492, Univercity de Béjaïa, Algérie.
- [30] Tompson, R.g., (1971) « *Design of Active Suspension* », Proceedings of the Institution of Mechanoca Energineers, Automobile Division, pp. 36-71, 1971.
- [31] Davis B. R. and Thompson A. G. « *Optimal Linear Active Suspensions With Integral Constraints* », Vehicule system Dynamics, 17(6), pp357-366. (1988).
- [32] Ray W.H. (1981), « *Advanced process Control* », Mc Graw-Hill Book Company, New York.
- [33] Moussaoui A. and Louam N. (1993), « *Application Of The Linear Optimum Proportional-plus-integral Preview Control In The Design Of An Active Automotive Suspension* », Proceedings of the Maghrebin conference on automatics and industrial electronics, COMAEI'93, INES Djelfa, Algeria, Vol.I, pp.63-69.
- [34] F. Oueslati and S. Sankar « *A Class Of Semi-Active Suspensions Schemes For Vehicules Vibration Control* ». CONCAVE Research centre, departement of Mecanical Engineering, concordia University, Montreal, Quebec, Canada H3G 1M8
(Received 12 February 1992, and in final 10 november 1992).

RESUME :

L'objectif essentiel de ce travail est de présenter une étude comparative du comportement dynamique d'un véhicule roulant poursuivant une piste quelconque, comprenant une suspension traditionnelle dite passive composée d'un support parallèle d'un ressort+amortisseur d'une part et d'autre part une suspension intelligente dite active composée d'un régulateur d'effort qui contrôlera sans interruption la force produite par le système de suspension. Au cours du déplacement du véhicule, ce dernier est excité par des fonctions d'excitations très représentatives du profil de la route, qui sont échelon unitaire, bruit blanc intégré, bosse douce et profil spéciale.

Les systèmes de véhicule traité dans ce modeste travail sont : les systèmes quart de véhicule (à 2-ddl) et les systèmes demi-véhicule (à 4-ddl). Ces différents systèmes de véhicules (à 2-ddl et à 4-ddl) à suspension passive et active sont décrit par des modèles mathématiques. Ces modèles sont développés par l'approche d'équilibre des forces dite de *Newton*, qui permettra de mieux comprendre la physique et la distribution des efforts.

Les modèles mathématiques sont développés dans l'espace d'état qui est l'un parmi plusieurs types de modèles de présentations.

Une étude de performance des différents types de suspension est élaborée moyennant la considération de critère d'optimisation quadratique. Il est pris en compte comme critère de performance de la tenue de route (sécurité de conduite) et le confort.

L'amélioration du comportement dynamique du véhicule à suspension active est atteinte par l'application de la technique de pré-information qui est basée sur le principe de la pré-information du profil de la route.