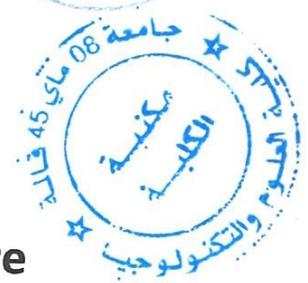


17/531.6/10

Université 8 mai 1945 Guelma
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Mécanique



Mémoire de fin d'études
Pour l'obtention du diplôme de Mastère

Option : Maintenance Industrielle

Présenté par : Kachi Mohamed Liamine

=====
Contribution à l'étude des déformations et des contraintes d'une paroi cylindrique mince. Essais sur machine GUNT (2500N).
=====

Sous la Direction de :
Dr Boutabba Smaïl et Dr Kharoubi Mounir
Année universitaire 2011/2012

SOMMAIRE



Résumé.....1

Partie I : Etude bibliographique

I-1- Introduction :.....	2
I-2- Enveloppes mince	2
I-3- Calcul par l'élasticité linéaire.....	3
I-3-1 Pression radiale uniquement.....	3
I-3- 2- Pression sur les fonds uniquement.....	5
I-3-3- Expression Finale de la Pression.....	5
I-4- Calcul par la résistance des matériaux	6
I-4-1- Enveloppe cylindrique	6
I-4-1-a- Contrainte transversale	
I-4-1-b- Contrainte longitudinale	
I-4-2- Enveloppe sphérique	8
I-4-3- Calcul de l'épaisseur :.....	10
I-4-3-a- Enveloppe cylindrique	
I-4-3-b- Enveloppe: sphérique	
I-4-4- Déformation de l'enveloppe	10
I-4-5- Quelques propriétés mécaniques.....	11
I-5- Jauge de déformation.....	11
I-5- 1- Jauges résistives métalliques.....	12
I-5-2- Méthodes de mesure :.....	13
I-5-3- montage en pont entier - réalisation d'un couple mètre.....	14

Partie II : Etude expérimentale

II-1- Notions d'extensométrie par jauges à résistance Électrique.....	16
II-1-1- Introduction.....	16
II-1-2- Principes de fonctionnement des jauges de déformation.....	17
II-1-3-.La sensibilité du matériau et la déformation (S_A).....	17
II-1-4- Principaux types de jauges.....	18
II-1-5- Principe de fonctionnement.....	18
II-1-5-a- Jauges à fil tramé	
II-1-5-b- jauges a trame pelliculaire	

II-1-6- Le facteur de sensibilité transversale (k).....	20
II-1-7- Circuits de conditionnement.....	20
<i>II-1-7-a- Circuit de base, le pont de Wheatstone</i>	
<i>II-1-7-b -Analyse du circuit</i>	
II-1-8-Réglage du pont d'extensométrie.....	20
II-1-9 Lecture directe du pont de Wheatstone.....	21
II-1- 10 Indicateurs de déformation.	22
II-2- Expérience à l'échelle du laboratoire.....	22
II-2-1- Introduction.....	22
II-2-2- Montage des jauges de déformation.....	23
II-2-3- Description.....	23
II 2 4- Expériences.....	24
II-2-5- Méthode expérimentale	24
II-2-6- Banc expérimental.....	24
II-2-7- Information technique.....	25
II-2-8- Nomenclature.....	25
II-2-9- Théorie appliquée a l'enveloppe mince.....	26
<i>II-2-9-a- Condition extrémité ouverte</i>	
<i>II-2-9-b- Condition extrémité fermé</i>	
II -2-10- Résultats	28
II-2-11- Calcul du coefficient de poisson.....	30
II-2-12- Calcul des déformations.....	30
II-2-13- Condition extrémités fermées.....	31
II-2-14- Cercles de Möhr.....	32
III- Conclusion	34

Résumé

L'utilisation très importante des cylindres à paroi mince sous pression dans les applications industrielles (fuselages de fusées, réservoirs de stockage de gaz et de liquides) impose un calcul théorique rigoureux et des vérifications expérimentales précises.

Notre travail est présenté en deux chapitres :

- une étude bibliographique sur les enceintes à paroi mince qui décrit le calcul des contraintes et des déformations par la méthode de l'élasticité linéaire et les méthodes appliquées de la résistance des matériaux afin que ces enceintes puissent résister en toute sécurité aux efforts appliqués, puis du calcul de la pression à l'intérieur de l'enveloppe à partir de la mesure des déformations mesurées par des jauges de contrainte.
- une étude expérimentale de détermination des contraintes dans une enceinte sur un banc d'essai disponible au niveau du laboratoire de RDM.

Les notions essentielles sur les jauges de contraintes et leur utilisation sont exposées dans la partie bibliographique et la partie expérimentale. Les résultats expérimentaux sont comparés à ceux trouvés par un calcul analytique.

Partie I : Etude bibliographique

I-1- Introduction

Ce travail a pour objectif de permettre de confirmer les connaissances en résistance des matériaux et en élasticité linéaire puis une initiation aux méthodes de mesures expérimentales. Il fera appel au calcul des contraintes et des déformations de traction pour un état plan de contraintes ; à l'utilisation, le montage et le collage des jauges de contrainte pour la mesure dans un ou deux plans. Ce travail permettra de disposer d'une manipulation supplémentaire pour les étudiants au niveau du laboratoire de RDM.

Les cylindres à paroi mince sous pression ont une large utilisation dans différentes applications industrielles telles que les fuselages des fusées, les réservoirs du stockage des liquides.

La connaissance au cours du temps des déformations des parois minces et/ou les contraintes générées sur ces parois est un paramètre primordial pour éviter des situations dangereuses.

L'objectif de ce travail est de mesurer les déformations en utilisant des jauges de déformation de la paroi extérieure d'un cylindre soumis à une pression à l'intérieur et ensuite comparer ces déformations avec celles obtenues par le calcul théorique.

I-2- Enveloppes minces

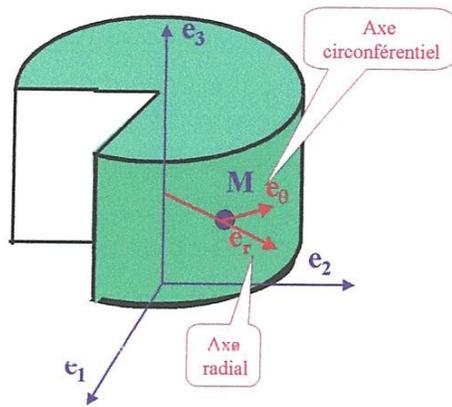
Le calcul consiste à retrouver les expressions de la pression en fonction des déformations circonférentielle et longitudinale (notées respectivement $\epsilon_{\theta\theta}$ et ϵ_{zz} dans le cas d'une enveloppe mince :

$$P=f(\epsilon_{\theta\theta}) \text{ et } P=f(\epsilon_{zz}) \quad (1)$$

Une enveloppe cylindrique de rayon R et de hauteur L_3 est soumise à une pression uniforme P . deux fonds circulaires viennent fermer cette enveloppe.

Pour simplifier les expressions, on peut utiliser le principe de superposition et calculer d'une part l'effet de la pression sur la partie cylindrique (contrainte radiale et circonférentielle), et d'autre part l'effet des fonds (contrainte axiale).

Compte tenu de la symétrie de révolution de la géométrie et du chargement, on a intérêt à travailler en coordonnées cylindriques.



Figure(1) : Repère cylindrique
(M, e_r , e_θ , e_z)

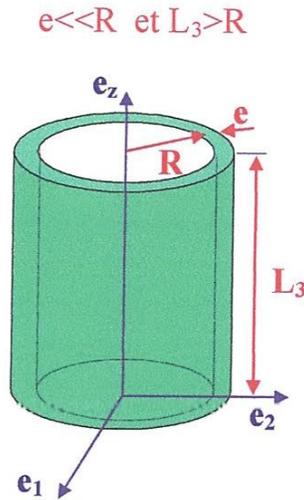


Figure (2) : cylindre sans « fonds »

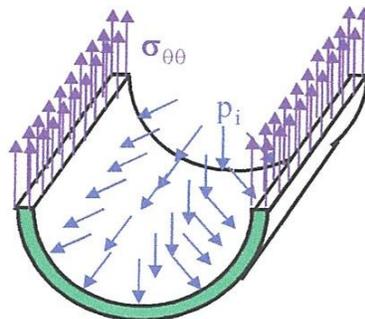
I-3- Calcul par l'élasticité linéaire

Une pression \mathbf{P} est appliquée sur toutes les parois internes, sur la paroi cylindrique ainsi que sur le fond et sur le dessus (surfaces supposées planes).

I-3-1 Pression radiale uniquement.

On considère uniquement la pression radiale, en ignorant celle s'exerçant sur les fonds. Le cylindre est alors dans un état plan de contrainte : (z : axe longitudinal de l'enceinte)

$$\sigma_{zz} = 0 \tag{2}$$



Figure(3) : Pression radiale

Les tenseurs des contraintes et des déformations s'écrivent dans ce cas dans le repère (M, e_r, e_θ, e_z) :

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{rr} & \sigma_{r\theta} & 0 \\ \sigma_{r\theta} & \sigma_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow [\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{rr} & \varepsilon_{r\theta} & 0 \\ \varepsilon_{r\theta} & \varepsilon_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (3)$$

On pose :

$$\mathbf{e} = R\mathbf{e} - R_i \quad (4)$$

Avec R_i = Rayon intérieur $\approx R$ et R_e = Rayon extérieur $\approx R$ et P_i : Pression Interne, notée P et P_e : Pression externe, négligeable devant P .

Dans le cas de la théorie des enveloppes épaisses et dans le cas de contraintes planes, on a :

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1+\nu}{E} \left(\frac{1-\nu}{1+\nu} A + \frac{B}{r^2} \right) \quad (5)$$

$$\varepsilon_{zz} = - \frac{2 \nu A}{E} \quad (6)$$

Avec :

$$A = P \frac{R_i^2}{R_e^2 - R_i^2} \quad \text{et} \quad B = P \cdot \frac{R_i^2 R_e^2}{R_e^2 - R_i^2} \quad (7)$$

Où (r) est la distance radiale entre l'axe et un point de l'enveloppe

Dans le cas des enveloppes minces, on peut alors négliger ε_{rr} car la variation relative d'épaisseur est infinitésimale. La pression P peut alors s'exprimer en fonction de $\varepsilon_{\theta\theta}$ ou de ε_{zz} :

$$P = - \frac{R_e^2 - R_i^2}{R_i^2} \cdot \frac{E}{2 \nu} \cdot \varepsilon_{zz} \quad (8)$$

Dans le cas des enveloppes minces, on peut également considérer : $\frac{R_e^2}{r^2} \approx 1$

$$\text{D'où :} \quad \frac{R_e^2 - R_i^2}{R_i^2} = \frac{(R_e - R_i)(R_e + R_i)}{R_i^2} \approx \frac{2eR}{R^2} = \frac{2e}{R} \quad (9)$$

Ainsi les équations donnant P deviennent :

$$P = E \frac{e}{R} \varepsilon_{\theta\theta} \quad (10)$$

$$P = -E \frac{e}{R} \frac{1}{\nu} \varepsilon_{zz} \quad (11)$$

I-3-1- Pression sur les fonds uniquement.

Dans ce cas, seules les pressions sur les fonds sont considérées, alors : $\sigma_{zz} \neq 0$.

Ceci revient à modéliser l'enveloppe comme une poutre en traction. On a alors :

$$F = \text{effort de traction} = P \times \pi R_i^2 \quad (12)$$

La loi de Hooke dans le cas des sollicitations uniaxiales s'écrit :

$$\sigma_{zz} = E \varepsilon_{zz} \quad (13)$$

Et la contrainte en traction vaut :

$$\sigma_{zz} = \frac{F}{S} \quad (14)$$

En égalant les deux équations, la pression est déterminée sur les fonds par :

$$\sigma_{zz} = E \varepsilon_{zz} = \frac{F}{S} \Rightarrow \frac{\pi R_i^2 P}{\pi (R_e^2 - R_i^2)} = \frac{R_i^2}{R_e^2 - R_i^2} P = E \varepsilon_{zz} \quad (15)$$

De plus, d'après la loi de Hooke on a une relation entre la déformation circonférentielle et la déformation longitudinale :

$$\varepsilon_{\theta\theta} = -\nu \varepsilon_{zz} \quad (16)$$

Dans le cas des enveloppes minces, P s'écrit donc :

$$P = -E \frac{1}{\nu} \frac{2e}{R} \varepsilon_{\theta\theta} \quad (17)$$

$$P = 2E \frac{e}{R} \varepsilon_{zz} \quad (18)$$

I-3-2- Pression sur les fonds uniquement.

On obtient le résultat final en superposant les 2 états de contrainte précédemment établis :

$$\varepsilon_{\theta\theta} = (\varepsilon_{\theta\theta})_{\text{total}} = (\varepsilon_{\theta\theta})_a + (\varepsilon_{\theta\theta})_b \quad (19)$$

$$\varepsilon_{zz} = (\varepsilon_{zz})_{\text{total}} = (\varepsilon_{zz})_a + (\varepsilon_{zz})_b \quad (20)$$

Ainsi, la pression théorique P à l'intérieur de l'enceinte peut s'exprimer à partir de $\varepsilon_{\theta\theta}$ ou de ε_{zz} et a pour expressions :

$$P = E \frac{2}{(2 - \nu)} \frac{e}{R} \varepsilon_{\theta\theta} \quad (21)$$

$$P = E \frac{2}{(1 - 2\nu)} \frac{e}{R} \varepsilon_{zz} \quad (22)$$

Avec : P Pression interne en MPa ; E module d'Young en MPa ; ν coefficient de Poisson ; e épaisseur en mm ; R rayon moyen mm ; $\varepsilon_{\theta\theta}$ déformation circonférentielle et ε_{zz} déformation longitudinale.

I-4- Calcul par la résistance des matériaux

Plusieurs travaux ont été faits pour le calcul des cylindres à paroi mince. [2], [3] et [4] proposent un calcul des contraintes et des déformations à partir des équations de sollicitations de traction dans le sens transversal et le sens longitudinal du cylindre.

Considérons une enveloppe cylindrique dont l'épaisseur est faible par rapport aux autres dimensions qui subit des forces de compression dues à une pression intérieure d'intensité P due à un fluide et à la pression extérieure atmosphérique.

Nous noterons **P** la pression effective :

$$P = P_{\text{ext}} - P_{\text{int}} \quad (23)$$

La pression extérieure étant la pression atmosphérique (10^5 Pa).

I-4-1- Enveloppe cylindrique :

I-4-1-a- Contrainte transversale :

Considérons un réservoir cylindrique (E) de diamètre extérieur **D**, de longueur **L** et d'épaisseur **e**. Soit P la pression effective.

Effectuons une coupure fictive par un plan de symétrie et étudions l'équilibre de la partie (E₁). Soit S l'aire de la section fictive : $S = 2.e.L$ (24)

(S₁) la surface extérieure du demi-réservoir (E₁).

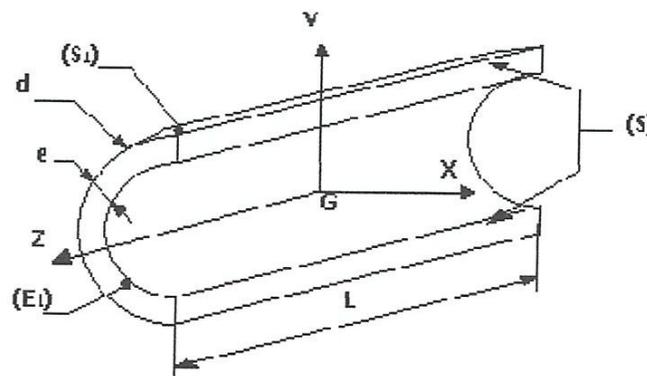
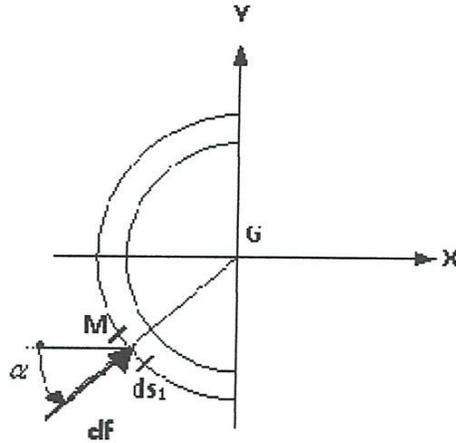


Figure (4) : demi-réservoir



Figure(5) : surface élémentaire dS_1

Soit $R(G, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ le repère de définition des sollicitations tel que :

$$\alpha = \left(-\vec{x}, \vec{GM} \right) \tag{25}$$

La surface élémentaire dS_1 entourant le point M est soumise à une force élémentaire

\vec{df} perpendiculaire en M à la paroi :

$$\|\vec{df}\| = PdS_1 \tag{26}$$

Le torseur des forces extérieures agissant sur (E_1) s'exprime par :

$$\{\tau(\text{fluide} \rightarrow (E_1))\}_G = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}(\text{fluide} \rightarrow E_1) = \iint_{S_1} \vec{df} \\ \vec{M}_G(\text{fluide} \rightarrow E_1) = \iint_{S_1} \vec{GM} \wedge \vec{df} \end{array} \right\} \tag{27}$$

Le torseur des efforts de cohésions qui s'exercent sur (S) s'exprime par :

$$\{\tau_{coh}\}_G = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R} \\ \vec{M}_G \end{array} \right\} \tag{28}$$

L'équilibre du demi réservoir (E_1) entraîne que :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{R} = - \iint_{(S_1)} \vec{df} \dots\dots \\ \vec{M}_G = - \iint_{(S_1)} \vec{GM} \wedge \vec{df} \end{array} \right. \tag{29}$$

Compte tenu de la symétrie de (E₁) et donc de (S') par rapport au plan (G, \vec{x}, \vec{z}), les composantes du torseur des forces de cohésion en G se réduisent à :

$$\begin{cases} F_x = p \iint_{(S_1)} dS_1 \cdot \cos \alpha \\ F_y = 0 \dots\dots\dots \\ F_z = 0 \dots\dots\dots \end{cases} \quad \begin{cases} M_x = 0 \\ M_y = 0 \\ M_z = 0 \end{cases} \quad (30)$$

On remarque que $dS_1 \cdot \cos \alpha$ est la projection de dS_1 sur le plan (G, \vec{y}, \vec{z}).

Par conséquent :

$$\iint_{(S_1)} dS_1 \cdot \cos \alpha = L \times D \quad (31)$$

$$L'effort normal s'exprime par : \quad N = PL.D \quad (32)$$

N étant négatif, le réservoir subit une sollicitation de compression :

$$\sigma = \frac{N}{S} \quad \text{Avec } S = 2.e.L \quad (33)$$

Donc :

$$\sigma_t = \frac{PD}{2.e} \quad (34)$$

I-4-1-b- Contrainte longitudinale :

Isolons la partie (E₂) de l'enveloppe située d'un côté du plan (π_2) perpendiculaire à l'axe du cylindre et étudions son équilibre. Par un calcul analogue, on détermine la contrainte longitudinale :

$$\sigma_t = \frac{(P_{ext} - P_{int})D}{4.e} \Rightarrow \sigma_t = \frac{PD}{4.e} \quad (35)$$

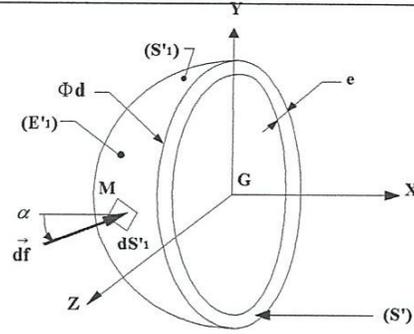
La répartition des contraintes dues aux forces de cohésion étant supposée uniforme.

I-4-2- Enveloppe sphérique :

La surface élémentaire dS_1' de (S₁') entourant le point M est soumise à une force de compression \vec{df} perpendiculaire en M à la paroi

$$\left\| \vec{df} \right\| = P.DS_1 \quad (36)$$

Figure : (6) surface élémentaire ds_1' de (S₁')



Le torseur des forces extérieures agissant sur $(E'1)$ s'exprime par :

$$\{\tau(\text{fluide} \rightarrow (E'1))\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}(\text{fluide} \rightarrow E'1) = \iint_{(S'1)} \vec{df} \\ \vec{M}_G(\text{fluide} \rightarrow E'1) = \iint_{(S'1)} \vec{GM} \wedge \vec{df} \end{array} \right\} \quad (37)$$

Le torseur des actions de cohésion qui s'exercent sur (S') s'exprime par :

$$\{\tau_{coh}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R} \\ \vec{M}_G \end{array} \right\} \quad (38)$$

L'équilibre du demi réservoir $(E'1)$ entraîne que :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{R} = - \iint_{(S'1)} \vec{df} \\ \vec{M}_G = - \iint_{(S'1)} \vec{GM} \wedge \vec{df} = \vec{0} \text{..(vecteurs..colinéaires)} \end{array} \right. \quad (39)$$

Compte tenu des symétries de $(E'1)$ et donc de $(S'1)$ par rapport aux plans (G, \vec{x}, \vec{y}) et

(G, \vec{x}, \vec{z}) les composantes du torseur des forces de cohésion en G se réduisent à :

$$\left| \begin{array}{l} F_X = P \iint_{(S'1)} dS'1 \cdot \cos \alpha \\ F_Y = 0. \\ F_Z = 0 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} M_X = 0 \\ M_Y = 0 \\ M_Z = 0 \end{array} \right. \quad (40)$$

Avec :

$$\alpha = \left(-\vec{x}, \vec{GM} \right) \quad (41)$$

Et :

$$\iint_{(S'1)} dS'1 \cdot \cos \alpha = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \quad (42)$$

L'effort normal s'exprime par :

$$N = P \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \quad (43)$$

N étant négatif, le réservoir subit une sollicitation de compression :

$$\sigma = \frac{N}{S} \quad \text{Avec } S \approx \pi \cdot D \cdot e \quad (44)$$

Et donc :

$$\sigma_s = \frac{P \cdot D}{4 \cdot e} \quad (45)$$

I-4-3- Calcul de l'épaisseur :

Pour que l'enveloppe résiste en toute sécurité, la contrainte transversale ne doit pas dépasser la contrainte admissible σ_p du métal adopté.

I-4-3-a- Enveloppe cylindrique :

$$\sigma_t = \frac{P \cdot D}{2 \cdot e} \leq \sigma_p \Rightarrow e \geq \frac{P \cdot D}{2 \cdot \sigma_p} \quad (46)$$

I-4-3-b- Enveloppe: sphérique :

$$\sigma_s = \frac{P \cdot D}{4 \cdot e} \leq \sigma_p \Rightarrow e \geq \frac{P \cdot D}{4 \cdot \sigma_p} \quad (47)$$

Pour tenir compte des effets de liaisons des tôles (soudures, rivet...) et des phénomènes de corrosion, la valeur de e est souvent majorée, on introduit un coefficient λ .

$$e \geq \frac{P \cdot D}{2 \cdot \lambda \cdot \sigma_p} + 1 \quad (\text{Enveloppe cylindrique}) \quad (48)$$

$$e \geq \frac{P \cdot D}{4 \cdot \lambda \cdot \sigma_p} + 1 \quad (\text{Enveloppe sphérique}) \quad (49)$$

Avec $\lambda < 1$ ($\lambda = 0.7$)

1mm est la constante d'usure.

I-4-4- Déformation de l'enveloppe :

(Diminution du diamètre extérieur **D**)

Appliquons la loi de Hooke :

Avant déformation :

$$\sigma = E \cdot \varepsilon = E \cdot \frac{\Delta L}{L} \quad (50)$$

$$\text{Avec } L = \pi.D \quad \text{et} \quad \Delta L = L.\varepsilon = \pi.D.\varepsilon \quad (51)$$

Soit D' : le diamètre extérieur après déformation :

$$L' = L - \Delta L \Rightarrow \pi.D' = \pi.D - \pi.D.\varepsilon$$

$$D' = D(1 - \varepsilon) = D\left(1 - \frac{\sigma}{E}\right) \quad (52)$$

Donc :

$$D' = D\left(1 - \frac{\sigma}{E}\right) \quad (53)$$

I-4-5- Quelques propriétés mécaniques

Sciences fondamentales > MÉCANIQUE > Calcul des structures

Tableau 1 - Valeurs du module d'Young E et du coefficient de Poisson ν pour les matériaux les plus courants		
Matériau	ν	E (MPa)
Acier doux	0,25 à 0,30	210 000
Acier invar (Ni : 36 %)	0,30	141 000
Fonte	0,30	80 000
Aluminium	0,34	70 000
Laiton	0,33	92 000
Bronze	0,31	106 000
Verre	0,25	66 000
Plexiglas	0,30	2 900
Béton de ciment	0,15	10 000 à 50 000
Bois de chêne	(1)	11 000
Bois de pin	(1)	9 000

(1) Matériau non isotrope, ν insuffisamment défini.

Tableau :(1) propriétés mécaniques

I-5- Jauge de déformation

La connaissance des contraintes mécaniques auxquelles une structure est soumise est un élément essentiel pour l'appréciation de la sécurité de son fonctionnement. Les contraintes produisent des déformations du milieu auquel elles sont appliquées et les relations entre les deux grandeurs, contrainte et déformation, peuvent être explicitées par la théorie de la résistance des matériaux.

La mesure des déformations en des zones judicieusement choisies permet donc de calculer les contraintes qui sont à leur origine.

Les capteurs de déformation sont aussi désignés comme extensomètres ou jauges de déformation, le type le plus souvent utilisé étant la jauge résistive : elle est collée sur la structure dont elle subit la déformation et ses faibles dimensions, du mm au cm selon les modèles, permettent des mesures quasi ponctuelles.

Les applications des jauges de déformation débordent de la seule analyse des contraintes.

En effet toute grandeur physique, en particulier mécanique, dont l'action sur un corps d'épreuve entraîne sa déformation est mesurable par extensomètre : c'est le cas de la pression, de la force, de l'accélération, du couple. La jauge et le corps d'épreuve constituent alors un capteur composite de la grandeur physique agissante

I-5- 1- Jauges résistives métalliques

Les jauges résistives sont des capteurs passifs traduisant en variation de résistance leur propre déformation qui est en principe égale à celle de la structure à l'endroit où elles sont collées.

Le domaine des déformations mesurables avec une précision pouvant atteindre 0,1% s'étend environ de 10^{-3} % à quelques %. La limite inférieure est fixée par le bruit de fond de la jauge et des circuits associés, la limite supérieure est celle imposée par l'élasticité de la jauge et de la colle de fixation.

Dans le cas général, une jauge est constituée d'une grille formée par un conducteur filiforme de résistivité ρ de section s et de longueur $n\ell$, ℓ étant la longueur d'un brin et n leur nombre (généralement compris entre 10 et 20).

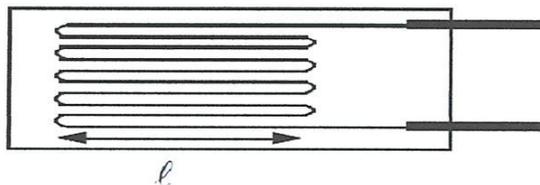


Figure : (7) Jauge de contrainte

Le conducteur étant fixé sur un support isolant, lui-même collé sur la structure étudiée, il subit une déformation identique à celle de la structure, dans une direction parallèle ou non aux brins, ce qui entraîne une déformation : $\Delta\ell/\ell$ (54)

La résistance de la jauge métallique ayant pour expression :

$$R = \rho n\ell / S \quad (55)$$

sous l'influence de la déformation elle varie de ΔR tel que :

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta\ell}{\ell} - \frac{\Delta S}{S} + \frac{\Delta\rho}{\rho} \quad (56)$$

$\frac{\Delta S}{S}$ et $\frac{\Delta\rho}{\rho}$ pouvant s'exprimer en fonction de

$$\frac{\Delta\ell}{\ell}, \Delta R/R \quad (57)$$

s'écrit sous la forme:

$$\Delta R/R = K \frac{\Delta\ell}{\ell}, \quad ($$

Où K, appelé facteur de jauge, a pour expression :

$$K = 1 + 2\nu + C(1 - 2\nu) \quad (59)$$

Où ν est le coefficient de poisson et C la constante de Bridgman. Compte tenu des valeurs numériques ($\nu = 0,3$ et $C = 1$ environ) le facteur de jauge K est généralement de l'ordre de 2. La variation relative de résistance étant de l'ordre de la déformation, déformation qui vaut tout au plus quelques %, on a toujours $\Delta R \ll R$ dans le cas des jauges métalliques.

Les matériaux utilisés sont généralement à base d'alliages de nickel; les jauges qui sont mises en œuvre dans la manipulation sont constituées d'un alliage de Nickel-Cuivre ; (Constantan) dont le facteur K est précisément égal à 2,1.

I-5-2- Méthodes de mesure :

Les résistances des jauges et leurs variations sont mesurées par les méthodes classiques étudiées, à savoir:

- montage potentiométrique ou source de courant
- pont de Wheatstone le plus fréquemment.

Les principales difficultés proviennent de l'influence de la température et des non linéarités. La température agit sur la résistance par l'intermédiaire de la dilatation du fil métallique. Le problème des non-linéarités ne se pose pas du point de vue pratique pour les

jauges métalliques si on reste dans leur domaine élastique (réponse linéaire du capteur) pour lequel la variation relative de résistance est toujours faible (réponse linéaire du conditionneur si : $\Delta R_c \ll R_{c0}$).

Pour pallier aux variations des résistances des jauges avec la température, il faut s'efforcer, dans la mesure du possible, de réaliser des montages différentiels du type pushpull ou en pont entier. Ceci nécessite d'utiliser un corps d'épreuve présentant des déformations égales et opposées dans des zones équivalentes de sa structure.

Un exemple simple est celui d'une poutre en flexion sur laquelle on colle, à une même distance de son point d'ancrage, deux jauges identiques sur ses faces opposées. Placées dans des branches contigües d'un pont de Wheatstone, 2 jauges de résistances initiales égales R_{c0} dont les variations ΔR_c sont égales et opposées provoquent une tension de déséquilibre qui s'écrit :

$$V_m = \frac{e_s}{2} \frac{\Delta R_c}{R_{c0}} = \frac{e_s}{2} K \varepsilon \quad (60)$$

Où $\varepsilon = \Delta l / l$, et dans l'approximation où une variation de température ambiante entraîne une variation de résistance petite devant R_{c0}

Dans le cas du pont entier, 4 jauges identiques R_{c0} doivent présenter des variations ΔR_c égales et opposées deux à deux dans des branches contigües et opposées du pont dans lequel elles sont placées. Dans ce cas, la sensibilité du conditionneur ($\Delta V_m / \Delta R_c$) est doublée par rapport au montage push-pull puisque la tension de mesure devient :

$$V_m = e_s \frac{\Delta R_c}{R_{c0}} = e_s K \varepsilon \quad (61)$$

I-5-3- montage en pont entier réalisation d'un couple mètre

On dispose d'un cylindre mince de longueur L , de diamètre extérieur $D1$ et de diamètre intérieur $D2$. L'une de ses extrémités étant maintenue fixe, l'autre extrémité, soumise à un couple C , subit une rotation θ donnée par l'expression suivante:

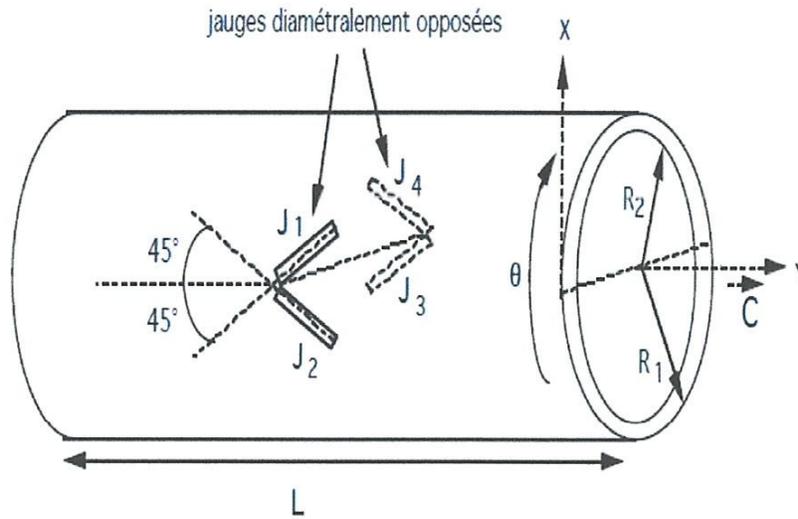
$$\theta = \frac{2LC}{\pi(R_1^4 - R_2^4)G} \quad (62)$$

Où $R_1 = D1/2$, $R_2 = D2/2$, et G est le module de glissement du matériau constituant le tube.

La déformation longitudinale $\varepsilon = \Delta l / l$ d'une jauge d'extensomètre $J1$ collée à 45° de l'axe du cylindre (noté y) est reliée à la déformation transversale (tangentielle selon x) $\varepsilon_{xy} = \Delta X / \Delta Y$ de celui-ci donnée par: $\varepsilon_{xy} = R1\theta / L$, par la relation:

$$\varepsilon = \Delta l / l = \varepsilon_{xy} / 2 \Leftrightarrow \varepsilon_{xy} = \frac{R_1 C}{\Pi(R_1^4 - R_2^4)} \quad (63)$$

Les jauges J2, J3 et J4 placées comme sur le schéma ci-dessus subissent alors des déformations qui valent respectivement $-\varepsilon$, $-\varepsilon$ et $+\varepsilon$. [5]



Figure(8) : emplacement des jauges

Partie II : Etude expérimentale

II-1-- Notions d'extensométrie par jauges à résistance électrique

II-1-1- Introduction

L'origine des jauges à résistance électrique trouve sa source dans une série d'expériences conduites par William Thomson (Lord Kelvin) au sujet des propriétés électromécaniques des métaux. Une de ses découvertes (1856) était que la résistance électrique de certains fils varie lorsqu'ils sont étirés. Depuis, ce phénomène a été quantifié comme étant le facteur de jauge qui est le rapport entre la variation de résistance unitaire ($\Delta R/R$) et l'allongement unitaire ($\Delta L/L$) du conducteur. Nous discuterons en détails du facteur de jauge plus loin dans le texte.

Le développement des premières jauges en Amérique du Nord remonte aux années 1930. Elles furent fabriquées par Simmons et Ruge dans leur laboratoire du MIT. Ces premières jauges consistaient en un fil enroulé autour d'un support de papier. En 1952, les anglais Sanders and Roe introduisirent les jauges à trame pelliculaire qui sont fabriquées par un procédé de photogravure. Depuis lors, c'est devenu la technique expérimentale d'analyse des contraintes la plus populaire. Citons quelques caractéristiques importantes : [7]

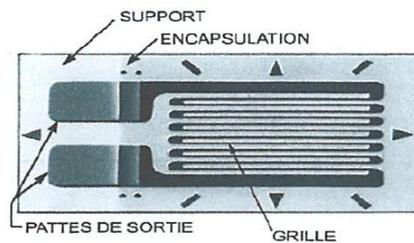
- La technique des jauges à résistance électrique est une méthode d'extensométrie indirecte, ponctuelle, qui se pratique essentiellement sur des prototypes réels.
- La jauge collée sur la pièce à étudier est un capteur passif qui nécessite un circuit de conditionnement.
- C'est la technique d'analyse expérimentale des contraintes la plus utilisée actuellement pour les raisons suivantes :
 - Fiabilité des mesures
 - Précision obtenue (1 $\mu\text{m}/\text{m}$)
 - Simplicité de mise en œuvre par rapport à d'autres méthodes
 - Possède une chaîne de mesure efficace et performante
 - Coût faible par rapport aux autres méthodes
- L'utilisation des jauges se fait aussi bien en laboratoire qu'en chantier pour:
 - États de contrainte statique et dynamique (basse fréquence)
 - Concentration de contraintes, contraintes résiduelles, contraintes thermiques

- Fabrication de capteurs divers et de pseudo capteurs
- Techniques connexes comme les indicateurs de propagation de fissure.

II-1-2- Principes de fonctionnement des jauges de déformation

La jauge est un petit élément résistif qui est collé sur une pièce au point où on veut mesurer la déformation. Cet élément est fait d'un fil fin enroulé selon une direction préférentielle et collé à la pièce par l'entremise d'un support d'isolation. Lorsque la pièce est soumise au chargement, sa déformation est transmise à travers la colle et le support à la jauge.

Un changement proportionnel de la résistance résulte



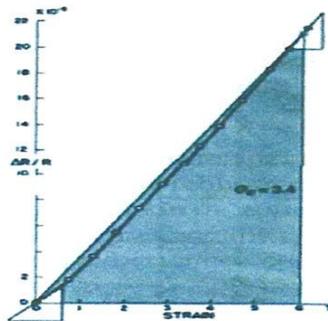
Figure(9) : Diagramme des jauges

II-1-3- La sensibilité du matériau et la déformation (S_A)

Lorsqu'on trace la courbe de variation unitaire de la résistance d'un fil conducteur en fonction de sa déformation axiale, on peut voir qu'il existe une relation qui est définie comme étant la sensibilité S_A du matériau.

$$S_A = \frac{\Delta R/R}{\Delta L/L} \quad (64)$$

- $\Delta R/R$ = variation relative de la résistance
- $\Delta L/L$ = variation relative de la longueur (déformation EA)
- S_A = sensibilité du matériau à la déformation



Figure(10) : sensibilité en fonction de la déformation

II-1-4- Principaux types de jauges

On trouve sur le marché quatre principaux types de jauges :

- 1) Jauges à fil tramé (wire strain gage)
- 2) Jauges à trame pelliculaire (foil strain gage)
- 3) Jauges à élément semi-conducteur que l'on retrouve aussi sur micro-puces
- 4) Jauges soudables pour application à haute température

II-1-5- Principe de fonctionnement

Types 1,2 : Variation de la résistance électrique des alliages métalliques sous l'effet de la déformation,

Type 3 : Effet piézorésistif d'un cristal de silicium. Bon pour les petites déformations et aussi pour fabriquer des capteurs miniatures sur puce,

Type 4 : Variation de la résistance électrique des alliages métalliques ou bien variation de la capacitance par écartement des plaques d'un condensateur.

II-1-5-a- Jauges à fil tramé

En général 10 à 12 cm de constantan de diamètre 0.025 mm pour une résistance totale de 120 Ω

- Trame plate - longueur minimum 6 mm
- Bobine aplatie - longueur minimum 0.25 mm
- Support: Papier, plastique, souvent temporaire
- Autocompensation en température difficile
- Facteur de sensibilité transversale (K) plus grand que pour les jauges à trame pelliculaire
- Peu répandues de nos jours, sauf pour des applications spéciales, comme la haute température

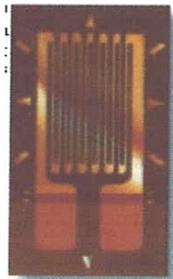


Figure (11) : Jauge simple à Fil tramé

II-1-5-b- jauges a trame pelliculaire

Fabrication par photogravure (plusieurs géométries possibles)

- Grille très mince (0.004 mm) et grande variété des dimensions (0.2 mm à 50 mm et plus)
- Support mince (0.013 mm) et très flexible (époxy ou polyamide)
- Variété de résistances disponibles: 120, 350, 1000, 5000 Q
- Bonne adhésion et dissipation de chaleur
- Bonne auto compensation en température
- Diminution de l'effet transversal par boucles de raccordement épaisses Possibilité de combiner plusieurs jauges sur un seul support (rosettes)

On retrouve principalement trois types de colle sur le marché :

a) Résine d'époxyde :

- Plastique thermodurcissable qui polymérise par addition d'un durcisseur
- Polymérisation à T ambiant, température d'utilisation max. 70°C
- Polymérisation à chaud, température d'utilisation max. 260°C
- Bon pour tout type de jauge, très stable, longue durée de vie
- Excellentes propriétés électriques (isolation) et chimiques (inertie)

b) Cvano-acrylate

- Colle instantanée, très répandue (similaire à de la 'crazy-glu')
- Polymérisation rapide (moins d'une minute)
- Température d'utilisation maximale de 85°C
- Nécessite une préparation élaborée des surfaces avant le collage
- Durée de vie limitée

c) Colle à base de céramique :

- = Utilisation pour applications comprises entre 200° et 800°C
- = Pour le collage des jauges à support temporaire
- Colle très fragile bonne pour des petites déformations seulement
- Très délicat d'utilisation

Il existe également sur le marché des jauges qui sont pré-collées sur un support métallique mince. Ces jauges sont attachées à la structure par soudage (résistance électrique par point).

II-1-6- Facteur de sensibilité transversale (k)

Lorsqu'une jauge collée selon une direction x est placée dans un champ de déformation $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ ses boucles de raccordement réagissent aussi à la déformation transversale ε_y . On obtient donc une variation de résistance de la jauge qui a la forme suivante :

$$\frac{\Delta R}{R} = S_{XX} \cdot \varepsilon_X + S_{XY} \cdot \varepsilon_Y \quad (65)$$

S_{XX} : sensibilité à ε_X

S_{XY} : sensibilité à ε_Y

II-1-7- Circuits de conditionnement

II-1-7-a- Circuit de base, le pont de Wheatstone

Le pont de Wheatstone (Figure14) est le circuit le mieux adapté pour la mesure de petites variations de résistances électriques (maximum 10%) telles que rencontrées lors de l'utilisation de jauges de déformation

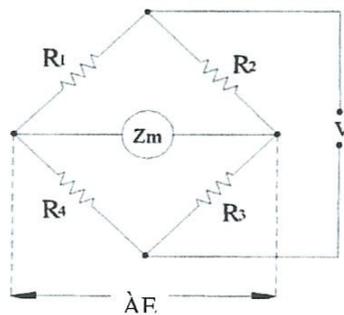
$$(\Delta R/R = S_G \varepsilon) \quad (66)$$

II-1-7-b- Analyse du circuit

$R_1 R_4$: 4 résistances variables

V : Alimentation en DC ou AC

AE_m : Voltage de sortie à travers un instrument de mesure d'impédance



Figure(12) :Pont de Wheatstone

II-1-8- Réglage du pont d'extensométrie

Réglage du zéro : Enfoncer le bouton ZERO AMP, et régler le zéro en agissant sur la vis ZERO AMP par simple rotation à l'aide de l'extrémité du doigt.

Réglage du facteur de jauge : Appuyer sur le bouton FACTEUR DE JAUGE, et rentrer la valeur correspondante de la jauge avec les deux potentiomètres grossier et fin.

Équilibrage : Appuyer sur le bouton MESURE, et faire le zéro avec les potentiomètres grossier et fin d'EQUILIBRAGE. Verrouiller le potentiomètre EQUILIBRAGE.

Étalonnage : Cet étalonnage a pour but de compenser les résistances de ligne (i.e. des fils).

A cet effet, le pont d'extensométrie contient une résistance d'étalonnage shunt qui est mise en parallèle sur la jauge lorsque le bouton CAL est enfoncé. Cette résistance simule une déformation de 5000 $\mu\text{m}/\text{m}$ avec un facteur de jauge égal à 2,000.

Calculer la valeur d'étalonnage :

$$\frac{2,000}{K_{\text{CONSTRUCTEUR}}} \times 5000 \mu\text{m}/\text{m}$$

Ajuster alors le réglage du potentiomètre FACTEUR DE JAUGE pour afficher cette valeur.

Verrouiller le potentiomètre FACTEUR DE JAUGE.

Mesures: appuyer sur le bouton mesure. La valeur affichée est la déformation en mm/m .

II-1-9- Lecture directe du pont de Wheatstone

Aujourd'hui, l'instrumentation est très fiable et le traitement numérique des signaux est très répandu. De ce fait, les utilisations du pont de Wheatstone en lecture directe sont les plus courantes. La variation de résistance de la jauge (ou des jauges) dans le pont de Wheatstone est obtenue directement à partir de la mesure du signal AE_m . Cette lecture doit être faite à l'aide d'un instrument très sensible comme un voltmètre numérique. Les avantages de la lecture directe sont très évidents :

- La sortie peut être amplifiée, numérisée, enregistrée sur traceur, bande magnétique, imprimante, ordinateur, etc.;
- La sortie, tout en restant analogique, peut être enregistrée sur un oscillographe (phénomènes dynamiques);
- Plusieurs ponts peuvent être reliés ensemble et leurs sorties mesurées par commutation automatique (ex : système d'acquisition de données) ou manuelle.

La source d'alimentation DC du pont a un effet direct sur le signal AE_m . Elle doit donc être très stable et dénuée de bruit. Les appareils commerciaux utilisent souvent une alimentation AC. Dans ce dernier cas, le circuit de base est alors modifié afin de démoduler la partie alternative du signal AE_m .

Comme dans la plupart des cas, l'impédance de l'instrument de mesure est très grande

II-1-10- Indicateurs de déformation

Les indicateurs de déformation commerciaux (Figure 13) ont un amplificateur à gain variable qui permet d'afficher directement la déformation en réglant le facteur de jauge sur l'appareil (valide seulement si $r = 1$). . [7]



Figure(13) :Indicateur de déformation portable

II-2-- Expérience à l'échelle du laboratoire

II-2-1- Introduction

Les cylindres à paroi mince sous pression ont une large utilisation dans différentes applications industrielles telles que les fuselages des fusées, les réservoirs du stockage des liquides.

La connaissance au cours du temps des déformations des parois minces et/ou les contraintes générées sur ces parois est un paramètre primordial pour éviter une quelconque catastrophe.

L'objectif de ce travail est de mesurer les déformations, en utilisant des jauges de déformation, de la paroi extérieure d'un cylindre soumis à une pression à l'intérieur et ensuite comparer ces déformations avec celles obtenues par le calcul théorique.

L'appareil utilisé a été conçu pour permettre de vérifier, par l'expérience les diverses formules analytiques. Des jauges de contraintes, placées en différents points et selon différentes orientations sur le cylindre, fournissent la possibilité d'interpréter les contraintes et les déformations pour un système de contrainte bi-axial.

L'appareil permet de supprimer toute contrainte longitudinale du cylindre, et de déterminer ainsi de façon précise le module de Young et le Coefficient de poisson .

II-2-2- Montage des jauges de déformation

Six jauges sont collées sur la paroi extérieure du cylindre afin de mesurer les déformations selon l'axe longitudinal, circonférentiel et selon les trois directions à 30° , 45° et 60° (Figure 14)

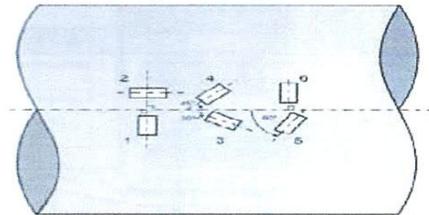


Figure (14) : Position des jauges de déformation sur la paroi extérieure du cylindre

II-2-3- Description

L'appareil permettra de vérifier par l'expérience la théorie de base relative aux enveloppes minces, en mesurant les déformations de la paroi du cylindre en différents points et suivant différentes orientations.

L'appareil consiste en un cylindre en aluminium, à paroi mince, fermé à ses extrémités par des pistons. Ceux-ci sont positionnés axialement à l'intérieur du cylindre par des butoirs vissés sur les extrémités du cylindre. Le cylindre est supporté par un cadre robuste, spécialement conçu pour recevoir la poussée axiale du cylindre, quand celui-ci est mis sous pression et dans les conditions à "extrémités libres".

Pour se placer dans les conditions à "extrémités libres" (ou de contrainte circonférentielle), un bouton molleté, fixé sur le bâti, est vissé jusqu'à ce qu'il appuie sur un des pistons par l'intermédiaire d'une bille d'acier trempé. Le piston est alors dégagé du butoir du cylindre et toute la charge longitudinale est transmise au cadre. Cette disposition permet d'étudier les états de déformations en absence de contrainte axiale.

Les conditions à "extrémités fixes" (ou de contrainte bi-axiale) peuvent être obtenues en dévissant le bouton molleté. De l'huile sous pression est introduite dans le cylindre et la charge axiale sur les pistons est transférée directement à la paroi du cylindre par les butoirs.

Six jauges de contrainte sont fixées sur le cylindre, pour mesurer les contraintes circonférentielles-et longitudinales, ainsi que celles dans des directions à 30° , 45° et 60° , par rapport à l'axe du cylindre. Les jauges de compensation de température sont collées sur une plaque fixée au bâti. La pression dans le cylindre est mesurée à l'aide d'un manomètre à **tube de Bourdon**.

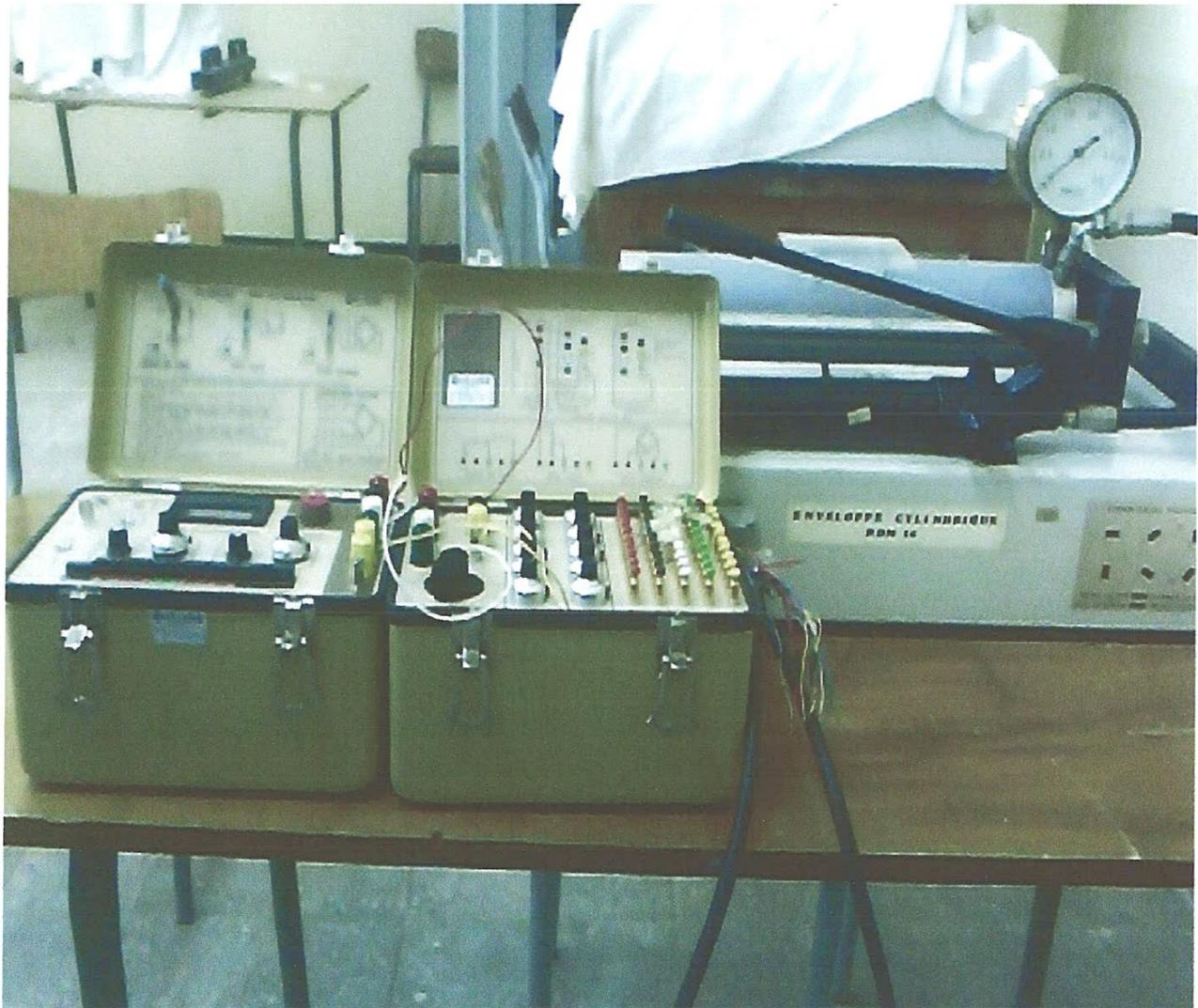
II-2-4- Expériences

- Analyse d'un système de contraintes circonférentielles.
- Analyse d'un système combiné de contraintes axiales et circonférentielles.
- Dans chaque cas le cercle des déformations, ou cercle de Mohr, peut être tracé.

II-2-5- Méthode expérimentale

Dans les conditions à "extrémités libres", les contraintes sont purement circonférentielles, et il est possible de calculer les valeurs du Module de Young et du Coefficient de Poisson, à partir des déformations principales. .

II-2-6- Le banc expérimental



Figure(15) : Banc expérimental

II-2-7- Information technique

- Capacité du cylindre et réservoir	environ →2 litres.
- Manomètre	0 à 3,5 MPa
- Dimensions du cylindre	diamètre intérieur →76,14 mm épaisseur de paroi →3,18 mm longueur →360,00 mm
- Matériau du cylindre	. alliage d'aluminium.
- Module de Young (E)	69 GPa
- Coefficient de Poisson	0,33.
- Jauges de contraintes	à résistance électrique

NOTE Toutes les jauges sur chaque cylindre sont choisies de façon à avoir le même facteur de jauge, bien que celui-ci puisse varier de cylindre à cylindre. Le facteur de jauge est gravé sur la plaquette de position de la jauge de contraintes, sur le devant de l'appareil.

II-2-8- Nomenclature des symboles utilisés

Tableau (1) : nomenclature

SYMBOLE	DEFINITION	UNITES
σ	Contrainte normale	MPa
τ	Contrainte de cisaillement...	MPa
θ	Position angulaire	Degrés
P	Pression interne	MPa
ε	Déformation directe	
E	Module de Young	GPa
ν	Coefficient de Poisson	
D	Diamètre interne du cylindre.	mm
T	Epaisseur de paroi cylindre..	mm

Les suffixes suivants sont utilisés dans le texte :

- x et y directions particulières

- H direction circonférentielle
- L directions longitudinale
- I déformation dans les conditions "extrémité ouverte"

II-2-9- Théorie appliquée a l'enveloppe mince.

Puisque nous avons affaire à une enveloppe mince, c'est-à-dire où le rapport épaisseur de paroi/diamètre interne est inférieur à 1/20, les valeurs de σ_H et σ_L peuvent, raisonnablement, être considérées comme constantes à travers l'épaisseur de paroi et la contrainte radiale sera ignorée. Par symétrie, les deux contraintes principales seront circonférentielles (H) et longitudinales, et seront données par

$$\sigma_H = \frac{pd}{2t} \quad (67)$$

$$\sigma_L = \frac{pd}{4t} \quad (68)$$

Dans l'appareil il y a deux conditions possibles de contraintes qui seront traitées séparément

II-2-9-a- Condition extrémité ouverte

Le cylindre, dans ces conditions, n'a pas d'extrémité contrainte, et la composante longitudinale de contrainte L sera zéro, mais il y aura quelques déformations dans cette direction dues au coefficient de Poisson.

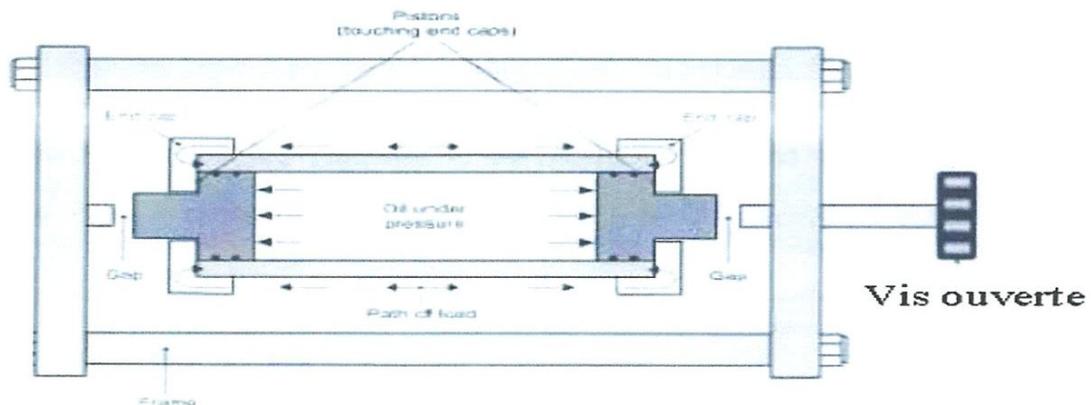


Figure (16) : extrémité ouverte

Considérons un élément de matière :

σ_H entraînera des déformations de :

$$\varepsilon_{H^1} = \frac{\sigma_H}{E} \quad (69)$$

$$\varepsilon_L = \frac{-\nu\sigma_H}{E} \quad (70)$$

Qui sont les deux déformations principales. D'après l'équation (67), ε_L sera une quantité négative, c'est-à-dire que le cylindre, dans la direction longitudinale, sera en compression.

II-2-9-b -Condition extrémité fermée ;

Il existe alors des contraintes longitudinales et circonférentielles.

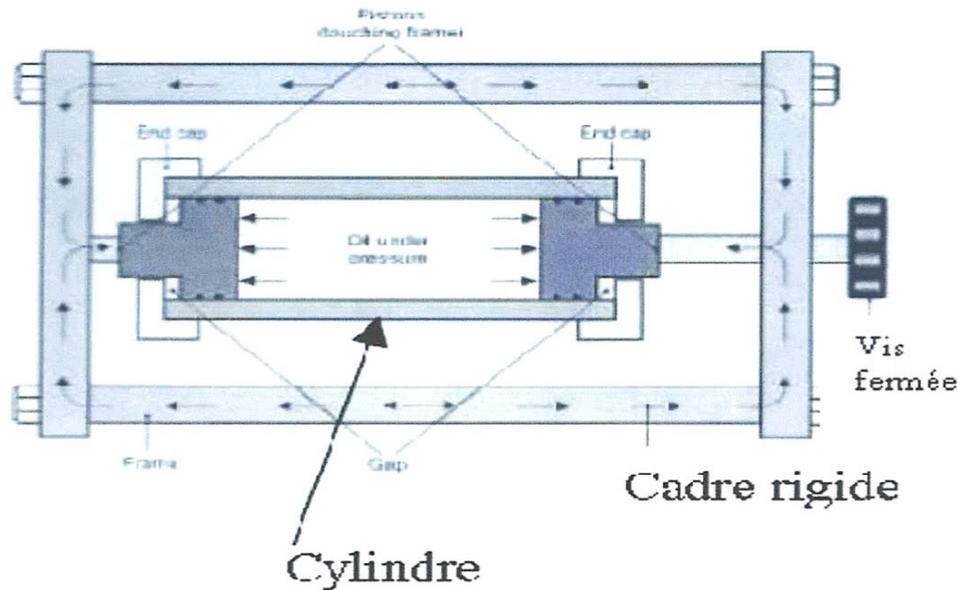


Figure (17) : extrémité fermée ;

Considérons un élément de matière :

σ_H entraînera des déformations de

$$\varepsilon_H = \frac{\sigma_H}{E} \quad (71)$$

$$\varepsilon_L = \frac{-\nu\sigma_H}{E} \quad (72)$$

σ_L entraînera des déformations de

$$\varepsilon_L = \frac{\sigma_L}{E} \quad (73)$$

$$\varepsilon_H = \frac{-\nu\sigma_L}{E} \quad (74)$$

Les déformations principales sont une combinaison de ces valeurs, c'est-à-dire :

$$\varepsilon_H = \frac{1}{E}(\sigma_H - \nu\sigma_L) \quad (75)$$

$$\varepsilon_L = \frac{1}{E}(\sigma_L - \nu\sigma_H) \quad (76)$$

Les déformations principales peuvent être évaluées et le Cercle de Mohr construit pour chaque condition d'essais. A partir de ce Cercle, les déformations à chaque position par rapport aux axes principaux, peuvent être déterminées.

Les déformations expérimentales peuvent alors être comparées avec celles déduites de la théorie,- pour les jauges 3, 4, 5. Les déformations principales théoriques peuvent être calculées à partir des équations (69), (70), (75), et (76), et comparées avec les valeurs expérimentales des jauges 1, 2, 6.

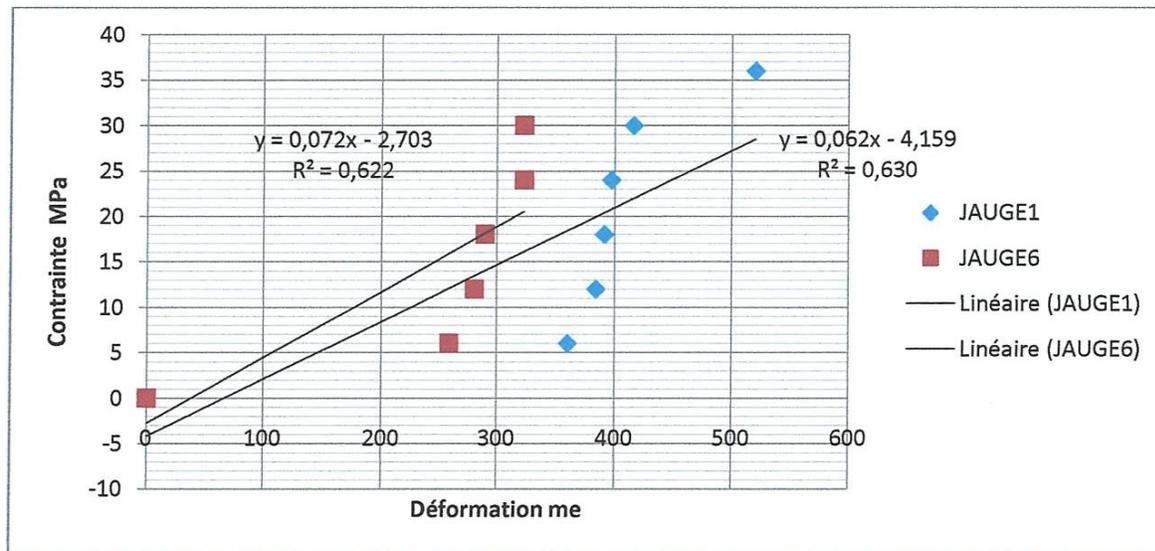
Les déformations sous divers angles, peuvent également être comparées avec les valeurs théoriques, en traçant les courbes de déformation, en fonction de $\cos 2\theta$, où θ est le déplacement angulaire par rapport à la direction circonférentielle.

II -2-10- Résultats

La contrainte circonférentielle est calculée d'après l'équation (76).

Tableau (2) : détermination du module de Young(E)

Pression du Cylindre (MPa)	Contrainte Circonférentielle σ_H (MPa)	Déformation Circonférentielle mesurée $\epsilon_H(\mu\epsilon)$	
		Jauge N°1	Jauge N°6
0,5	6	360	281
1,0	12	384	290
1,5	18	391	315
2,0	24	397	328
2,5	30	416	384
3,0	36	516	515

Figure .(19) Déformation circonférentielle (μ)

Valeur de E :

$$E = \frac{\text{contrainte}}{\text{déformation}} \quad (77)$$

Une valeur de E est obtenue d'après la droite du graphique pour la jauge 1, et également pour la jauge 6, on prendra la valeur moyenne de E.

Tableau (3) : Condition extrémités ouvertes à une pression du cylindre de ' 3 MN/m²

Jauge N°	Déformation actuelle	Déformation théorique	Différence
1	516	520	4
.2	171	171	4
3	39	0	39
4	180	174	6
5	369	378	9
6	515	520	5

Les résultats de ce tableau peuvent être représentés sous forme graphique figure (20) .

Tableau (4) : Condition extrémités fermées à une pression du cylindre de 3 MN/m².

Jauge N°	Déformation actuelle	Déformation Théorique	Différence
1	426	435	9
2	91	87	8
3	203	174	41
4	228	261	21
5	355	378	23
6	420	435	15

Les résultats de ce tableau peuvent être représentés sous forme graphique figure (21).

II-2-11- Calcul du coefficient de poisson :

D'après les résultats du (tableau 3) avec les valeurs indiquées par les jauges longitudinales et circonférentielles 1, 6, et 2, et en utilisant l'équation :

$$\frac{\varepsilon_l^1}{\varepsilon_H^1} = -\nu \quad (78)$$

$$-\nu = \frac{\varepsilon_l^1}{\varepsilon_H^1} \quad (79)$$

Où ε_l^1 déformation actuelle à partir de la jauge 2

ε_H^1 Moyenne des déformations des jauges 1 et 6

Donc : $\nu = \frac{\text{déformation actuelle à partir de la jauge 2}}{\text{moyenne de déformation des 1 et 6}}$

$$\nu = \frac{171}{\left(\frac{516+515}{2}\right)} = 0,331$$

II-2-12- Calcul des déformations

D'après l'équation (69) on a :

$$\varepsilon_H = \frac{\sigma_H}{E}$$

Et d'après le tableau (2) on a :

$$\sigma_H = 36 \text{ MPa}$$

La valeur de E : valeur obtenue d'après le diagramme de E

$$E \approx 68,5 \text{ GN/m}^2$$

Donc :

$$\varepsilon_H = \frac{36 \times 10^6}{68,5 \times 10^9 (\mu\varepsilon)} = 5,255 \times 10^{-4}$$

D'après l'équation (70) :

$$\varepsilon_L = \frac{-\nu\sigma_H}{E}$$

$$\varepsilon_L = \frac{-0,331 \times 36 \times 10^6}{68,5 \times 10^9} = -1,739 \times 10^{-4}$$

II-2-13- Condition extrémités fermées

D'après l'équation (74)

$$\varepsilon_H = \frac{1}{E} (\sigma_H - \nu\sigma_L)$$

$$\sigma_L = \frac{Pd}{4t} \Rightarrow \frac{3 \times 76,2}{4 \times 3,18} = 17,97 \approx 18 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_H = \frac{1}{68,5 \times 10^9} \times (36 \times 10^6 - (0,331 \times 18 \times 10^6))$$

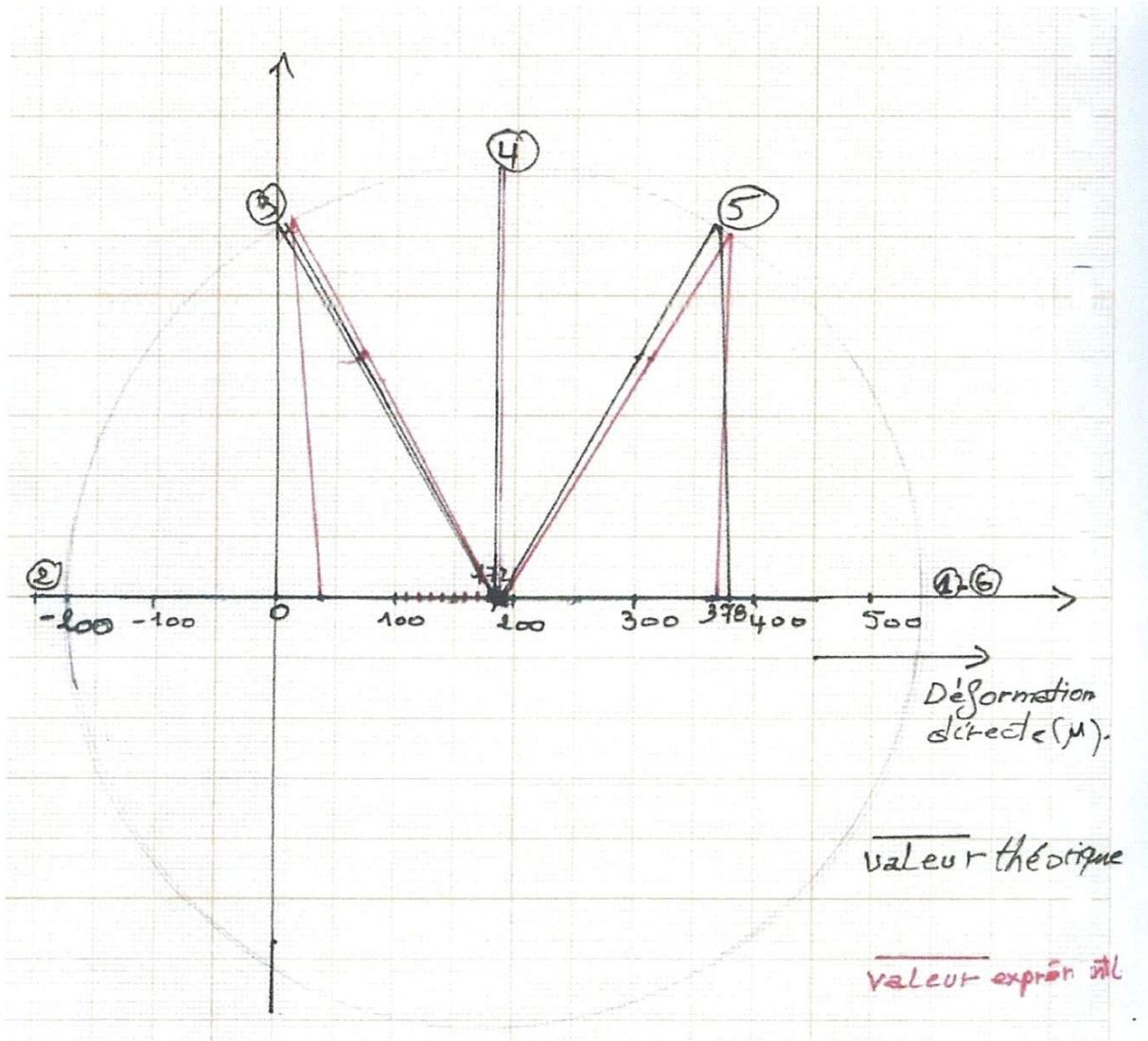
$$\varepsilon_H = 4,385 \times 10^{-4}$$

D'après l'équation (75)

$$\varepsilon_L = \frac{1}{E} (\sigma_L - \nu\sigma_H)$$

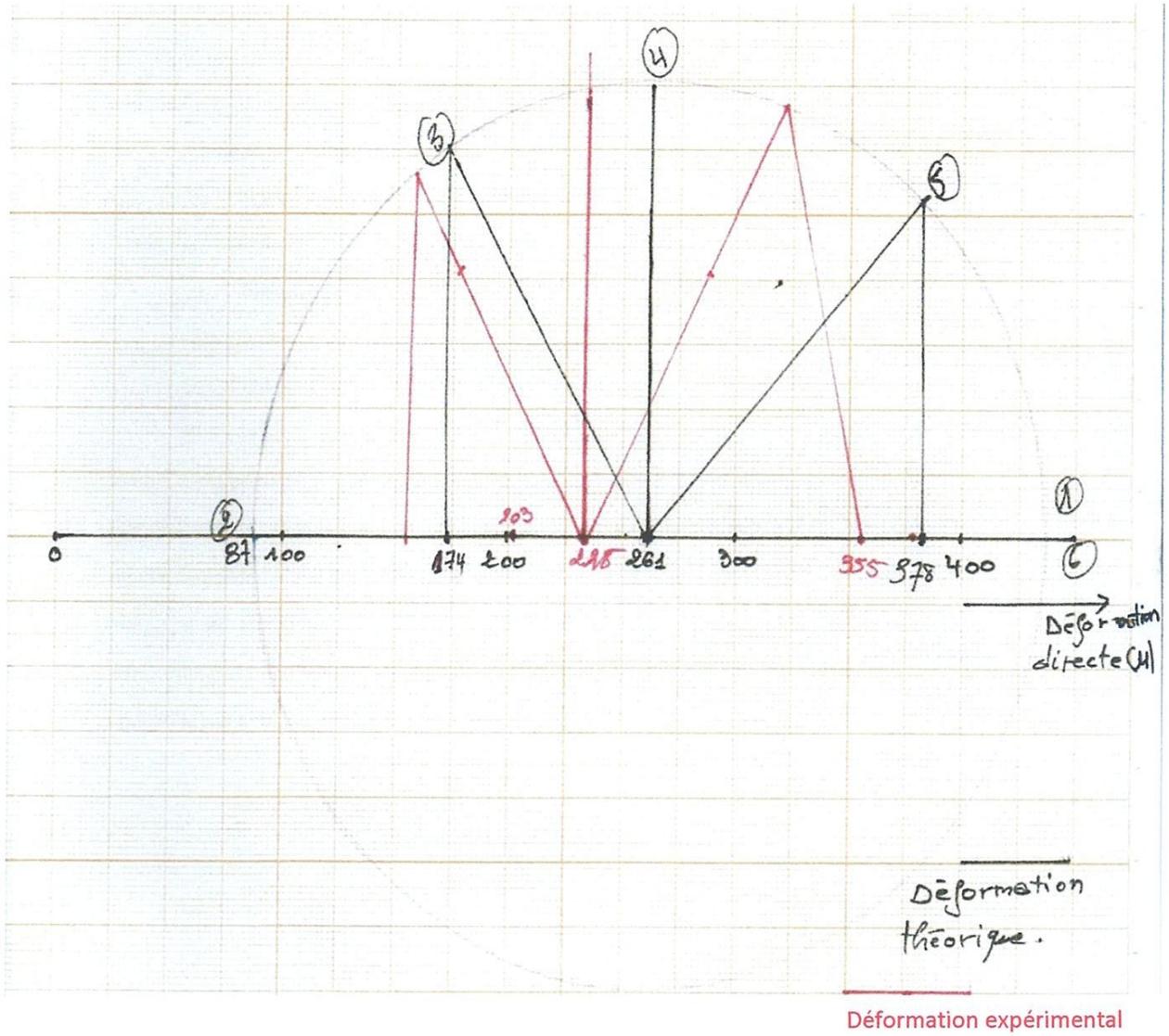
$$\varepsilon_L = \frac{1}{68,5 \times 10^9} (18 \times 10^6 - (0,331 \times 36 \times 10^6))$$

$$\varepsilon_L = 8,881 \times 10^{-5}$$



Echelle : 10mm \rightarrow 50 $\mu(\epsilon)$

Figure : (20) cercle de mohr condition extrémités ouvertes



Echelle : 40mm \rightarrow 100 $\mu(\epsilon)$

Figure : (21) cercle de mohr condition extrémités fermées

Conclusion

Ce travail nous a permis de faire une étude précise sur les enceintes à paroi mince que l'on rencontre dans de nombreuses applications industrielles.

Dans la première partie nous avons évalué à partir de la théorie de l'élasticité et de la théorie de la résistance des matériaux la pression admissible afin d'éviter la ruine de la structure ou ce qui revient au même à évaluer les contraintes et les déformations dans la structure lorsqu'on se fixe une pression donnée.

Dans la partie expérimentale lorsque le dispositif est mis sous charge par une pression d'huile nous avons effectué une étude quantitative complète par une connexion rapide à un pont d'extensométrie pour la détermination :

- des différentes déformations dans une enveloppe mince au moyen de jauges de contraintes ;
- des systèmes de contraintes circonférentielles ou bi-axiales ;
- du module de Young et du coefficient de Poisson

Nous avons constaté de légères différences sur les valeurs des déformations au niveau des jauges 1 et 6 alors que le calcul théorique fournit les mêmes valeurs. Les dimensions des câbles de connexion ont aussi une influence sur la valeur de la déformation et donc sur la précision des mesures.

Nous comptons développer ce travail en effectuant une simulation numérique pour faire une comparaison avec les études théorique et expérimentale pour des applications industrielles.

Références bibliographiques

- [1] JC Boyer, Cours 3GMC, INSA, Lyon
- [2] P. Agati - N. Mattera, Mécanique appliquée, DUNOD, 1990
- [3] S. Boutabba, Notes de Cours de Résistance Des Matériaux, 2^{ème} année ST
- [4] A. Chettah et A. Gat, Mémoire d'Ingénieur construction Mécanique, Guelma 2002
- [5] A. Beloufa, TP, Etude théorique et expérimentale d'un cylindre mince soumis à une pression à l'intérieur, 2009-2010
- [6] Yann Le Grand, TP , Capteurs de déformation
- [7] Cours II-1- Notions d'extensométrie par jauges à résistance électrique

http://www.aminebeloufa.com/file/.../tp_cylindre_mince_ws27175066.pdf

[http://perso.univ-rennes1.fr/denis.rouede/.../TP_capteur_de_deformation.](http://perso.univ-rennes1.fr/denis.rouede/.../TP_capteur_de_deformation)

