



---

UNIVERSITÉ 08 MAI 45  
FACULTÉ DES SCIENCES DE L'INGÉNIEUR  
DÉPARTEMENT DE GÉNIE CIVIL

## MEMOIRE

*Présenté pour obtenir le diplôme de*

**Magister en Génie Civil**

**OPTION : Mécanique des Sols**

*Thème :*

**ETUDE THEORIQUE DU MECANISME DE FORMATION DU  
BOUCHON A L'INTERIEUR DES PIEUX BATTUS A BASE  
OUVERTE**

*Présenté par :*

**Sekfali Nasser**

Date de soutenance : le 25./05./2008.

Composition du jury :

Président	Mr : <b>Mohamed. Guenfoud</b>	<b>Pr.</b> UNIVERSITE DE 08 MAI 45
Examineurs	Mr : <b>Lazhar. Belabed</b>	<b>Mc.</b> UNIVERSITE DE 08 MAI 45
	Mr : <b>Med Salah. Nouaouria</b>	<b>Mc.</b> UNIVERSITE DE 08 MAI 45
	Mr : <b>Mounir. Hamami</b>	<b>Pr.</b> UNIVERSITE DE SKIKDA
Rapporteur	Mr : <b>Mohamed Meksaouine</b>	<b>Mc.</b> BAJI MOKHTAR ANNABA



---

## *Dédicaces*

---

*Je dédie ce modeste travail :*

*à ma mère pour son sacrifice, ma femme pour ces  
encouragements, mes filles ( Arij et Rouaia)  
et mon fils Dhiya eddine*

---

## *Auant - Propos*

---

*Je remercie en premier Dieu pour tout.*

*Je voudrai tout d'abord exprimer mes plus vifs remerciements au président et aux membres du jury, d'honorer ce travail en acceptant de l'examiner.*

*Je remercie respectueusement tous enseignant de l'institut de Génie Civil et en particulier ceux qui ont participé à notre formation.*

*Je tiens plus particulièrement à exprimer ma plus grande reconnaissance à mon encadreur monsieur M. Meksaouine, qui a su bien m'éclairer de ses conseils avisés durant toute la durée de ma mémoire.*

*Un mot de remerciements à tous mes collègues qui à un moment ou à un autre ont su être la par leur présence amicale ou par leur aide.*

---

## *Résumé*

---

Ce travail de recherche concerne l'étude du comportement des pieux en milieu pulvérulent liée au développement très rapide des structures en mer faisant intervenir des profondeurs d'ancrage et des surcharges largement supérieures à celle rencontrées dans le domaine terrestre.

Ce type de pieux , est utilisé généralement dans les ouvrages offshore, ce sont des tubes ouverts mis en place par battage dans les sables très denses de mer du nord.

Pendant l'installation du pieu cylindrique à paroi mince, le sol progresse à l'intérieur du tube jusqu'à ce qu'il développe la résistance nécessaire pour s'opposer à toute autre pénétration du matériau, créant ainsi le « Bouchon ».

Notre étude tente à modéliser ce phénomène de bouchon, par la détermination d'un modèle basé sur le théorème cinématique de la théorie de l'analyse limite dans le cas du critère de Mohr-coulomb. Ce modèle est en accord dans la forme du mécanisme, ainsi qu'en valeur de l'effort maximum que peut supporter ce genre de pieux. Nous nous limiterons à l'effort de pointe ; certains auteurs, en effet considèrent qu'il convient de ne pas prendre en compte le frottement latéral sur la hauteur de retournement des lignes de glissement, car ils estiment que le sol est déjà mobilisé par la pointe et en état d'équilibre limite.

Nous proposons deux modèles en plan et en trois dimensions avec l'utilisation du théorème cinématique de l'analyse limite en considérant que le pieu met le sol en butée ( LEONARD 1967).

A l'issue de la confrontation de ces modèles entre eux et aux résultats expérimentaux, le deuxième modèle est retenu ayant cependant des résultats satisfaisants.

### **Mots Clefs :**

Pieu battu à base ouverte, bouchon, approche cinématique, analyse limite, plaxis, Mohr-coulomb.

---

## *Abstract*

---

This research work is related to the study of the piles behavior in pulverulent medium, hence the very rapid use in offshore structures cases; utilizing depths of anchoring and superimposed loads higher than normal loads.

This type of piles are ganarally used in the offshore structure cases, these piles are open tubes carried out by beating them in very dense north sea sand.

During the installation of the thin-walled cylindrical pile, the ground moves inside the tube by developing a resistance againt any further material to move inside the tube, thus creating a “Stopper”.

This study tries to model, this phenomenon by calculating a model based upon the limit analysis theory of the kenematic theorem of the Mohr-coulomb creterion case. This model is a good agreement with the shape of the mechanism, as well as in term of maximum value of effort, that can support this kind of pile. We will limit ourselves to the very end pile effort; some autore do not take into account the latéral friction along the slip lines over the overturning height due to the fact, that the ground is already mobilized by the pile end, hence the equilibrium limit state.

Two models, in one-dimensional and three-dimensional using the kinematic théorem of the limit analysis are considered where the pile blocks up the ground (Leonard 1967).

From the results, it is found that the second model gives a satisfactory out put.

**Key words :**

Pile beaten at opened base, stopper, kinematic approach, analyzes limit, plaxis, Mohr-Coulomb.

## الخلاصة

هذا العمل البحثي يخص دراسة سلوكيات الأوتاد في الأوساط الرملية المرتبطة بالتطورات السريعة للمنشآت البحرية جاعلة تدخل أعماق التثبيت والتحميلات الواسعة الزيادة على ما هو معتاد مصادفته في المجال الأرضي.

هذا النوع من الأوتاد، يستعمل عادة في المنشآت البترولية والمتكون من أنابيب حديدية مفتوحة القاعدة والتي توضع عن طريق الضرب في الرملات ذات كثافة عالية في البحار الشمالية.

خلال عملية التثبيت للوتد الأسطوانى الشكل ذو السمك الرفيع، يتسرب التراب الى داخل الأنبوب الى أن تتطور مقاومة كافية لتعيق كل تسرب آخر للتراب، مكونة خلالها ما يسمى بـ«السد».

هاته الدراسة تهدف الى انشاء نموذج لظاهرة السد، عن طريق إيجاد نموذج يتأسس بنظرية الحركيات وفق نظريات التحليل المحدد في حالة معيار مور كولون. هذا النموذج على اتفاق في الشكل الآلى، كما في قيمة الحمولة القسوة التي يمكن لهذا النوع من الأوتاد تحملها. ننحصر في حمولة الرأس، البعض من الباحثين باعتبارهم أنه من المستحسن أن لا يأخذ في الحسبان الاحتكاك الجانبى على علو انحناء خطوط الأنزلاق، لأنهم يقدروا أن التربة معبئة مسبقا من الطرف الرأسى وفي حالة توازن نهائى.

نأتى بعرض نموذجين في المستوى وفي الثلاثى الأبعاد، مع استعمال نظرية الحركيات للتحليل المحدد معتبرين أن الوتد يضع التربة في وضعية شد. <ليونارد 1967>

على مخرج المقارنة للنموذجين فيما بينهم ومع نتائج التجارب، النموذج الثانى يحجز لكون نتائجه مرضية نوع ما.

### الكلمات المفاتيح:

وتد مضروب ذو قاعدة مفتوحة، السد، مقرب الحركيات، تحليل محدد، بلاكسيس، مور - كولون.

---

# *Table des matières*

---

Introduction générale.....	1
----------------------------	---

## Chapitre (I)

### - Pieu battu à base ouverte (Etude bibliographique).

I.1. Formation du bouchon.....	5
I.2 Le comportement du bouchon au cours du chargement statique.....	10
I.3 Capacité portante d'un pieu a base ouverte.....	16
I.4 Règles de dimensionnement actuellement utilisé pour des pieux offshore.....	20
I.4.1 Dimensionnement du frottement latéral.....	20
I.4.1.1 Méthodes ne tenant pas compte de la dégradation du frottement au cours du battage .....	20
I.4.1.2 Méthodes tenant compte de la dégradation du frottement latéral au cours du battage .....	22
I.4.2 Dimensionnement de la résistance de pointe.....	27
I.5. Conclusion.....	33

## Chapitre (II)

### - Application de la théorie de l'analyse limite.

II.1. Introduction :.....	35
II.2. Généralités sur la plasticité des sols :.....	35
II.2.1 Critère d'écoulement - surface de charge :.....	35
II.2.2. Plasticité Parfaite :.....	36
II.2.3. Loi d'écoulement plastique :.....	37
II.2.3.1. Introduction :.....	37
II.2.3.2. Règle de normalité :.....	37
II.2.3.3. Principe du travail maximal de HILL (1950) :.....	38
II.3. Méthode de l'analyse limite :.....	39
II.3.1. Introduction.....	39
II.3.2. Théorème de la borne inférieure.....	40
II.3.3. Théorème de la borne supérieure :.....	40
II.3.3.1. Méthode de recherche de la borne supérieure.....	41

II.3.3.2. Surface de discontinuité d'un matériau de COULOMB standard :.....	42
II.3.3.3. Dissipation d'énergie :.....	44
II.3.4. Extension aux matériaux non-standards - Théorème de RADENKOVIC.....	45
II.3.5. Aperçu succinct des travaux de différents auteurs :.....	45
II.3.6. Choix du modèle de calcul :.....	47
II.3.6.1 Introduction :.....	47
II.3.6.2 Détail de calcul en bidimensionnel :.....	49
A) Modèle (1) : .....	49
A-1) Mécanisme a deux triangles non surchargé.....	49
A-2) Mécanisme a deux triangles surchargé.....	52
B) Modèle(2) : .....	52
B-1) Mécanisme a deux triangles non surchargé.....	52
B-2) Mécanisme a deux triangles surchargé.....	55
II.4 Le Matériau Utilisé.....	56
II.4.1 Caractéristiques Physique et Granulométrique.....	56
II.4.2 Caractéristiques Mécaniques.....	57
II.5 Conclusion.....	58

## *Chapitre (III)*

### **- Calcul Tridimensionnel par la borne Supérieure de la charge limite**

III.1. Introduction.....	60
III.2. Modèle (1) .....	61
III.2.1. Mécanisme non surchargé .....	62
III.2.1.1 Principe du modèle.....	62
III.2.1.2. Application.....	64
III.2.1.3. Résultats.....	65
III.2.2. Mécanisme surchargé.....	67
III.2.2.1. Principe du modèle.....	67
III.2.2.2. Application .....	67
III.2.2.3. Résultats .....	69
III.3. Modèle (2) .....	71
III.3.1. Mécanisme non surchargé .....	71
III.3.1.1. Principe du modèle .....	71
III.3.1.2. Application.....	73
III.3.1.3. Résultats.....	75

III.3.2. Mécanisme surchargé .....	76
III.3.2.1. Principe du modèle.....	76
III.3.2.2. Application.....	77
III.3.2.3. Résultats.....	78
III.4. Influence de la surcharge.....	80
III.4.1. Principe.....	80
III.4.2. Résultats.....	80
III.5. Conclusion .....	83

## **Chapitre (IV)**

### **- Présentation du code de calcul PLAXIS**

IV.1. Introduction .....	85
IV.1.1. Options par défaut, Solutions approchées .....	85
IV.2. Méthode des éléments finis en géomécanique .....	87
IV.2.1. Introduction.....	87
IV.2.2. Concepts de base .....	88
IV.2.3. Les éléments finis et la géomécanique.....	88
IV.2.4. Formulation de la MEF en géomécanique .....	89
IV.2.5. Remarques .....	90
IV.3. Quelques rappels d'élastoplasticité en Géomécanique.....	91
IV.3.1. Comportement élastique.....	91
IV.3.2. Comportement plastique.....	92
IV.3.3. Comportement élasto-plastique .....	92
IV.3.4. Hypothèses de base de la théorie incrémentale de la plasticité .....	93
IV.4. Les modèles de comportement utilisés par PLAXIS .....	95
IV.4.1. Introduction .....	95
IV.4.2. Contraintes totales, effectives, et pressions interstitielles :.....	96
IV.4.3. Modélisation d'un comportement d'un sol .....	97
IV.4.4. Modèle élastique linéaire.....	97
IV.4.5. Le modèle de Mohr-Coulomb.....	98
IV.4.6. Modèle de sol avec écrouissage (Hardening Soil Model) .....	102
IV.4.7. Modèle pour sols « mous » (Soft Soil Model. S.S.M) .....	106
IV.4.8. Modèle pour sols « mous » avec effet de temps (Soft Soil Creep Model).....	109
IV.5. Conclusion.....	111

## Chapitre (V)

### - Modélisation avec la méthode des éléments finis- code PLAXIS

V.1. Introduction :	113
V.2. Résultats d'essais.....	113
V.3. Matériaux utilisés.....	115
V.3.1. Le pieu d'essai.....	115
V.3.2. Le sable.....	116
V.4. Représentation du modèle de référence .....	117
V.4.1. Définition géométrique du modèle.....	117
V.4.2. Les modèles de comportements utilisés.....	118
V.4.3. Maillage.....	119
V.4.4. Conditions aux limites.....	120
V.4.5. Chargement.....	120
V.4.6. Conditions initiales.....	121
V.5. Procédure de calcul .....	122
V.5.1. Type de calcul .....	122
V.6. Résultats.....	122
V.7. Récapitulatif des résultats de la charge limite.....	129
V.8. Conclusion.....	132

## Chapitre (VI)

### - Comparaison théorique de la charge limite

VI.1. Introduction.....	134
VI.2. Capacité portante d'un pieu a base fermée.....	134
VI.2.1. Résistance de pointe limite.....	134
VI.3. Capacité portante d'un pieu a base ouverte.....	135
VI.3.1. Résistance de pointe limite.....	135
VI.4. Comparaison des valeurs avec nos modèles .....	136
VI.4.1. Principe.....	136
VI.4.2. Comparaison du modèle (1) .....	141
VI.4.3. Comparaison du modèle (2) .....	142
VI.5. Conclusion.....	143

<b>Conclusion générale</b> .....	144
<b>Perspectives</b> .....	145
<b>Références Bibliographiques</b> .....	146
<b>Annexes</b>	
Annexe A :..Détail de calcul . << Modèle 1 >> ...( Analyse Limite ).....	153
Annexe B :.. Détail de calcul. << Modèle 2 >> ...( Analyse Limite ).....	168

---

# *Listes des figures*

---

## **Chapitre(I)**

I.1	<i>Déformations au sein d'un échantillon de sol du au changement des contraintes au niveau de la base d'un carottier.....</i>	<i>6</i>
I.2	<i>Courbe type d'analyse de la position du bouchon.....</i>	<i>7</i>
I.3	<i>Distribution de la densité du sol a l'intérieur du bouchon.....</i>	<i>8</i>
I.4	<i>Etat des contraintes a l'intérieur du bouchon.....</i>	<i>8</i>
I.5	<i>Les formes du sabot de battage.....</i>	<i>9</i>
I.6	<i>Nombre de coups normalisé pour des pieux avec les différents sabots de battage.....</i>	<i>9</i>
I.7	<i>L'influence des la forme du sabot du battage et l'angle de frottement entre le tube et le sol <math>\delta</math> sur la pénétration du bouchon.....</i>	<i>10</i>
I.8	<i>L'expérience de FAHEY et JEWELL.....</i>	<i>10</i>
I.9	<i>Modèle bilinéaire de MURFF[90].....</i>	<i>11</i>
I.10	<i>Conception de la longueur active du bouchon.....</i>	<i>12</i>
I.11	<i>Schéma de l'expérience.....</i>	<i>12</i>
I.12	<i>Les courbes force en tête – déplacement avant et après L'enlèvement partielle du bouchon.....</i>	<i>13</i>
I.13	<i>Le schéma d'essais de chargement statique.....</i>	<i>14</i>
I.14	<i>Le mouvement du bouchon en fonction du déplacement du pieu.....</i>	<i>15</i>
I.15	<i>L'état de contraintes a l'intérieur du bouchon.....</i>	<i>16</i>
I.16	<i>La mobilisation de la résistance de pointe pour le pieu ouvert / fermé et différentes formes de sabot du battage.....</i>	<i>17</i>
I.17	<i>L'augmentation des contraintes radiales autour d'un pieu battu ouvert/fermé.....</i>	<i>17</i>
I.18	<i>Schéma d'évaluation de la capacité portante d'un pieu ouvert en Compression.....</i>	<i>18</i>
I.19	<i>Frottement latéral.....</i>	<i>22</i>
I.20	<i>Les valeurs de <math>\beta</math> proposées par TOOLAN.....</i>	<i>23</i>
I.21	<i>Dégradation du coefficient de poussée des terres avec l'élanement du pieu pour les différents densités du sol.....</i>	<i>24</i>
I.22	<i>Profils du frottement latéral normalisé.....</i>	<i>25</i>

I.23	Arrachement du pieu modèle sous chargement Cyclique.....	26
I.24	Comparaison de la dégradation du frottement local sous sollicitation cyclique.....	26
I.25	Schéma de principe de la méthode CPT.....	28
I.26	Les valeurs limites de la résistance de pointe pour des pieux battus.....	29
I.27	Relation entre la pression limite d'expansion des cavités et la résistance de pointe limite.....	29
I.28	L'influence du module de cisaillement sur la résistance de pointe.....	31
I.29	L'abaque de COYLE et CASTELLO.....	32
I.30	L'évolution de la résistance de pointe.....	32

## **Chapitre(II)**

II.1	Représentation de la Surface de charge et de la règle de normalité.....	36
II.2	Courbe contrainte -déformation pour des sols réels et idéaux.....	37
II.3	Zone mince de transition.....	42
II.4	Condition de glissement cinématique.....	43
II.5	Surface de discontinuité.....	43
II.6	Spirale logarithmique ( SOUBRA 1989 ).....	46
II.7	Discretisation du massif en éléments triangulaire ( LYSMER 1970 ).....	46
II.8	Mécanismes de rupture ( CHEN 1975 ).....	48
II.9	Mécanisme des deux Triangles < cas d'un pieu rugueux > (Modèle 1) .....	49
II.10	Représentation des massifs (Modèle 1).....	50
II.11	Diagramme des vitesses des deux Blocs ( AOC et ABC ) (Modèle 1) .....	51
II.12	Mécanisme des deux Triangles Surchargé (Modèle 1).....	52
II.13	Mécanisme des deux Triangles < cas d'un pieu rugueux > (Modèle 2).....	53
II.14	Diagramme des vitesses des deux Blocs ( ABC et ADC ) (Modèle 2).....	54
II.15	Mécanisme des deux Triangles Surchargé (Modèle 2).....	55
II.16	Courbe Granulométrique du matériau utilisé .....	56
II.17	Relation $\Phi$ densité Sèche.....	57
II.18	Relation $\Phi$ densité Relative.....	57
II.19	Relation $\varphi = f(\text{densité sèche})$ pour nos calculs.....	58

## **Chapitre(III)**

III.1	Projection du Mécanisme dans le plan Modèle (1).....	61
-------	------------------------------------------------------	----

III.2	<i>Perspectives du massif (ACO) Modèle(1)</i> .....	62
III.3	<i>Perspectives du massif (ABC) Modèle(1)</i> .....	62
III.4	<i>Forme de la charge P dans l'espace (Modèle 1) sans surcharge</i> .....	64
III.5.	<i>Evolution de la résistance limite avec l'angle de frottement interne <math>\varphi</math>(Modèle1)</i> .....	66
III.6a.	<i>Evolution du rapport <math>h/d</math> avec l'angle de frottement interne <math>\varphi</math> (Modèle1)</i> .....	66
III.6b.	<i>Evolution du rapport <math>h/d</math> avec la densité sèche <math>\gamma</math> (Modèle1)</i> .....	66
III.7	<i>Représentation en plan de la surcharge Modèle(1)</i> .....	67
III.8	<i>Forme de la charge P dans l'espace Modèle1 avec surcharge</i> .....	68
III.9.	<i>présentation du volume réel après amélioration</i> .....	69
III.10	<i>Evolution de la résistance limite avec l'angle de frottement interne <math>\varphi</math>(Modèle1)</i> .....	70
III.11a	<i>Evolution du rapport <math>h/d</math> avec l'angle de frottement interne <math>\varphi</math>(Modèle1)</i> .....	70
III.11b	<i>Evolution du rapport <math>h/d</math> avec la densité sèche <math>\gamma</math> (Modèle1)</i> .....	70
III.12	<i>Projection du Mécanisme dans le plan Modèle (2)</i> .....	71
III.13	<i>Perspectives des massifs (ABC et ADC)Modèle(2)</i> .....	71
III.14	<i>Forme de la charge P dans l'espace (Modèle2) sans surcharge</i> .....	74
III.15.	<i>Etat du modèle 2 lors de la formation de pointe Modèle(2)</i> .....	74
III.16.	<i>Evolution de la résistance limite avec l'angle de frottement interne <math>\varphi</math> Modèle(2)</i> .....	75
III.17a.	<i>Evolution du rapport <math>h/d</math> avec l'angle de frottement interne <math>\varphi</math> Modèle(2)</i> .....	75
III.17b.	<i>Evolution du rapport <math>h/d</math> avec la densité sèche <math>\gamma</math> Modèle(2)</i> .....	76
III.18	<i>Représentation en espace de la surcharge Modèle(2)</i> .....	76
III.19	<i>Forme de la charge P dans l'espace (Modèle2) avec surcharge</i> .....	78
III.20	<i>Evolution de la résistance limite avec l'angle de frottement interne <math>\varphi</math> Modèle(2)</i> .....	79
III.21a	<i>Evolution du rapport <math>h/d</math> avec l'angle de frottement interne <math>\varphi</math> Modèle(2)</i> .....	79
III.21b	<i>Evolution du rapport <math>h/d</math> avec la densité sèche <math>\gamma</math> Modèle(2)</i> .....	79
III.22	<i>Evolution de la résistance limite avec la hauteur de la surcharge Modèle(2) ..</i> .....	81
III.22a	<i>Evolution de la résistance limite avec la hauteur de la surcharge(détail)</i> .....	81
III.23	<i>Evolution du rapport <math>h/d</math> avec la hauteur de la surcharge Modèle(2)</i> .....	81
III.23a	<i>Evolution du rapport <math>h/d</math> avec la hauteur de la surcharge(détail)</i> .....	82

## **Chapitre(IV)**

IV.1	<i>Actions agissant sur le domaine <math>\Omega</math></i> .....	90
IV.2	<i>Domaine <math>\Omega</math> discrétisé</i> .....	90
IV.3	<i>Comportement élastique a- idéal, b- réel</i> .....	91
IV.4	<i>Modèle unidimensionnel du comportement élasto-plastique</i> .....	92

IV.5	Représentation du comportement élastique-parfaitement plastique.....	93
IV.6	Représentation du comportement élasto-plastique avec écrouissage.....	93
IV.7	Définition des modules $E_0$ et $E_{50}$ .....	99
IV.8	Résultats d'essais triaxiaux CD sur un sable dense. ....	100
IV.9	Pyramide de Mohr-Coulomb tracée pour $C=0$ .....	101
IV.10	Représentation du Hardening Soil Model dans le repère Contrainte- déformation.....	103
IV.11	Forme des surface de charge du HSM.....	104
IV.12	Surface de rupture pour le Hardening soil model cas d'un sol frottant.....	104
IV.13	Définition du module oedométrique tangent.....	105
IV.14	Définition de l'angle de dilatance.....	105
IV.15	Différentes représentations de l'essai oedométrique ....	107
IV.16	Surface de rupture pour un soft soil model SSM.....	109
IV.17	Effet du temps sur les essais oedométriques. ....	109
IV.18	Diagramme de $p^{éq}$ dans le plan $p,q$ .....	110

## **Chapitre(V)**

V.1	Résistance de pointe dans le sable dense pour les différents critères de rupture.....	114
V.2	Le pieu modèle utilisé pour des essais en chambre d'étalonnage.....	115
V.3	Courbes granulométriques des sables utilisés.....	116
V.4	Définition de la géométrie du problème(pieu lisse Essai 92-2).....	117
V.5	Maillage du problème(pieu lisse Essai 92-2).....	120
V.6	Pression interstitielle(pieu lisse Essai 92-2).....	121
V.7	Contraintes effectives(pieu lisse Essai 92-2).....	122
V.8	Points dont on suit le déplacement (pour tous pieux).....	123
V.9	Maillage déformé(pieu lisse Essai 92-2).....	123
V.10	Champ de déplacement incrémental(pieu lisse Essai 92-2).....	123
V.11	Contraintes moyennes (pieu lisse Essai 92-2).....	124
V.12	Courbe charge- déplacement(pieu lisse Essai 92-2).....	124
V.13	Courbes charge- déplacement aux points ( A,B et C) (pieu lisse Essai 92-2).....	124
V.14	Le Bilan du calcul(pieu lisse Essai 92-2).....	125
V.15	Maillage déformé(pieu rugueux Essai 92-4).....	125
V.16	Champ de déplacement incrémental (pieu rugueux Essai 92-4).....	126
V.17	Contraintes moyennes (pieu rugueux Essai 92-4).....	126

V.18	<i>Courbe charge- déplacement(pieu rugueux Essai 92-4).....</i>	<i>126</i>
V.19	<i>Courbes charge- déplacement aux points ( A,B et C) (pieu rugueux Essai 92-4).....</i>	<i>127</i>
V.20	<i>Le Bilan du calcul(pieu rugueux Essai 92-4).....</i>	<i>127</i>
V.21	<i>Champ de déplacement incrémental (pieu rugueux Essai 93-1).....</i>	<i>127</i>
V.2	<i>Contraintes moyennes(pieu rugueux Essai 93-1).....</i>	<i>128</i>
V.23	<i>Courbe charge- déplacement(pieu rugueux Essai 93-1).....</i>	<i>128</i>
V.24	<i>Courbes charge- déplacement aux points ( A,B et C) (pieu rugueux Essai 93-1).....</i>	<i>128</i>
V.25	<i>Le Bilan du calcul (pieu rugueux Essai 93-1).....</i>	<i>129</i>
V.26	<i>Le Bilan comparatif des résultats analytique et numérique par rapport a l'expérimentale .....</i>	<i>130</i>
V.27.	<i>Maillage déformé(pieu rugueux Essai 93-1).....</i>	<i>130</i>
V.28.	<i>Champ de déplacement incrémental (pieu rugueux Essai 93-1.....</i>	<i>131</i>
V.29.	<i>Détail de la cinématique a l'intérieur et a l'extérieur du pieu.....</i>	<i>131</i>
V.30.	<i>Contraintes totales normales (pieu rugueux Essai 93-1).....</i>	<i>131</i>

## **Chapitre(VI)**

VI.1	<i>Valeurs de <math>N_q</math> en fonction de <math>\varphi</math>. Caquot et j.Kerisel.....</i>	<i>135</i>
VI.2	<i>Comparaison de la mobilisation de la résistance de pointe Pour un pieu Ouvert / Fermé.....</i>	<i>136</i>
VI.3	<i>Evolution de la résistance limite avec l'augmentation de l'angle de frottement interne <math>\varphi</math> ( modèle 1).....</i>	<i>138</i>
VI.4	<i>Evolution de la résistance limite avec l'augmentation de l'angle de frottement interne <math>\varphi</math> ( modèle 2).....</i>	<i>139</i>
VI.5	<i>Evolution du Coefficient de capacité portante en fonction de l'angle de frottement interne <math>\varphi</math> ( modèle 1).....</i>	<i>140</i>
VI.6	<i>Evolution du Coefficient de capacité portante en fonction de l'angle de frottement interne <math>\varphi</math> ( modèle 2).....</i>	<i>140</i>
VI.7	<i>Comparaison du Coefficient de capacité portante avec le modèle(1).....</i>	<i>141</i>
VI.8	<i>Comparaison du Coefficient de capacité portante avec le modèle(2).....</i>	<i>142</i>
VI.9	<i>Schéma de refoulement du sol après la formation du bouchon .....</i>	<i>143</i>

---

# Listes des Tableaux

---

## **Chapitre(I)**

I.1	Frottement limite unitaire (API RP2A).....	20
I.2	Frottement latéral limite (LLOYD).....	21
I.3	Valeurs de dimensionnement du frottement en KPA (TOOLAN et al ).....	23
I.4	Valeurs de résistance de pointe limite (API RP2A).....	27
I.5	Valeurs de résistance de pointe limite (LLOYD).....	27
I.6	Valeurs du coefficient S (RANDOLPH).....	31

## **Chapitre(II)**

II.1.	Valeurs du coefficient de butée proposées par différents auteurs( $\phi = 40^\circ$ ; $\delta = 20^\circ$ ).....	47
II.3	Caractéristiques Physiques du matériau.....	56

## **Chapitre(III)**

III.1.	Valeurs du paramètre $\beta$ .....	65
--------	------------------------------------	----

## **Chapitre(IV)**

IV.1	Valeur des paramètres de compressibilité et de gonflement $\lambda$ et $k$ .....	106
------	----------------------------------------------------------------------------------	-----

## **Chapitre(V)**

V.1.	Résultats d'essais en chambre d'étalonnage.....	115
V.2	Valeurs de $E_p$ , $E_t$ et $E_{t,max}$ suivant la surcharge verticale Cas du sable dense d'Hostun 'RF' dense.....	117
V.3.	Définition de la géométrie du problème.....	118
V.4	Les paramètres des modèles Elastique et Elasto-plastique de Mohr-coulomb.....	119
V.5.	Valeurs des déplacements imposés.....	121
V.6.	Valeurs de la charge limite aux phases finales de chargement.....	129

---

# *Notations et Abréviations*

---

Nous présentons ci-dessous les principales notations utilisées dans ce mémoire :

## **Lettres Grecques**

$\Gamma$	: Frontière. ....	[-]
$\varepsilon_v$	: Déformation volumique.....	[ $m^3$ ]
$K^*$	: Indice de gonflement.....	[-]
$\lambda^*$	: Indice de compression. ....	[-]
$\mu^*$	: Indice de fluage. ....	[-]
$\nu$	: Coefficient de poisson. ....	[-]
$\nu_u$	: Coefficient de poisson ultime.....	[-]
$\nu_{ur}$	: Coefficient de poisson en charge décharge.....	[-]
$\sigma_n$	: Contraintes normales. ....	[ $Kn/m^2$ ]
$\varphi$	: Angle de frottement interne du sol. ....	[ $^\circ$ ]
$\varphi_{cv}$	: Angle de frottement à volume constant au palier. ....	[ $^\circ$ ]
$\varphi_u$	: Angle de frottement ultime. ....	[ $^\circ$ ]
$\psi$	: Angle de dilatance du sol. ....	[ $^\circ$ ]
$\Omega$	: Domaine. ....	[-]
$\delta$	: Angle de frottement ....	[ $^\circ$ ]

## **Lettres Latines**

$E_{50}^{ref}$	: Module sécant dans un essai Triaxial.....	[ $Kn/m^2$ ]
$E_{Oed}^{ref}$	: Module Tangent dans un essai Oedométrique.....	[ $Kn/m^2$ ]
$E_{ur}^{ref}$	: Module en décharge ....	[ $Kn/m^2$ ]
$EA$	: Rigidité normale ....	[ $Kn/m$ ]
$EI$	: Rigidité de flexion ....	[ $Kn.m^2/m$ ]
$G$	: Module de cisaillement ....	[ $Kn/m^2$ ]
$G_u$	: Module de cisaillement ultime ....	[ $Kn/m^2$ ]
$K_0$	: Coefficient des Terres au repos.....	[-]

$K_0^{NC}$	: $K_0$ -Consolidation.....	[-]
$K_x$	: Perméabilité horizontale.....	[m/ jour]
$K_y$	: Perméabilité verticale. ....	[m/ jour]
$M$	: Paramètre en fonction de $K_0^{NC}$ .....	[-]
OCR	: Over-Consolidation Ratio.....	[-]
$p^{ref}$	: Contrainte de référence. ....	[Kn/m <sup>2</sup> ]
$R_{inter}$	: facteur de rigidité de l'interface .....	[-]
$q_{bd}$	: Résistance de pointe unitaire drainée .....	[Kn/m <sup>2</sup> ]
$q_{bu}$	: Résistance de pointe unitaire non drainée .....	[Kn/m <sup>2</sup> ]
$Q$	: Capacité portante .....	[Kn]
$Q_f$	: Résistance au frottement latéral .....	[Kn]
$Q_p$	: Résistance de pointe .....	[Kn]
$A_s$	: Surface latérale .....	[m <sup>2</sup> ]
$A_p$	: Surface brut de la base du pieu .....	[m <sup>2</sup> ]
$W'$	: Poids d'acier immergé dans le sol.....	[Kn]
$Q_{fe}$	: Résistance au frottement latéral extérieure.....	[Kn]
$p_{col}$	: Poids de la colonne de sol à l'intérieure du pieu .....	[Kn]
$A_{se}$	: Surface latérale extérieure .....	[m <sup>2</sup> ]
$f_{lim}$	: Frottement unitaire limite.....	[Kn/m <sup>2</sup> ]
$q_c$	: Résistance de pointe au pénétromètre.....	[Kn/m <sup>2</sup> ]
$N_q$	: Coefficient de capacité portante.....	[-]
$q_{lim}$	: Résistance de pointe limite .....	[Kn/m <sup>2</sup> ]
$\lambda$	: Facteur de forme de pointe.....	[-]
$L/D$	: Profondeur d'encastrement relative.....	[-]
$W_i$	: Poids du massif de sol.....	[Kn]
$E_{ij}$	: Energie interne dissipée.....	[Kn/s]
$V_{ij}$	: Vitesse relative des massifs.....	[m/s]
$P$	: Charge limite.....	[Kn]
$T$	: Travail du massif de sol.....	[Kn.m]

$L_{ij}$  : Longueurs des lignes de rupture ..... [m]  
 $S_{ij}$  : Surface de la section de rupture..... [m<sup>2</sup>]

## **Abréviations**

*HSM* : Hardening soil model  
*MEF* : Méthode des Elements finis  
*POP* : Pre Overburden Pressure (poids des terres de préconsolidation)  
*SSCM* : Soft Soil Creep Model  
*SSM* : Soft Soil Model

## *Introduction générale*

La demande croissante de pétrole et l'épuisement progressif des gisements terrestres et situés près de la cote ainsi que des considérations stratégiques incitent les grandes entreprises pétrolières à exploiter les champs dans des conditions géotechniques de plus en plus difficiles.

Il s'agit du problème de la construction et de l'exploitation de plates-formes pétrolières en mer, a la présence des sables silicieux très denses surconsolidés en mer du nord, ou l'application des règles courantes de design semble mener à un surdimensionnement des constructions offshore, justifie un intérêt scientifique (et économique) pour les recherches au niveau international.

La connaissance du comportement de pieux pour les plates-formes pétrolières n'est pas un problème entièrement résolu. L'extrapolation à de très grandes profondeurs des règles de dimensionnement établies pour des pieux courants terrestres est délicates, car dans le domaine de contraintes élevés d'autres phénomènes se produisent dans la masse du sol et au contact sol-pieu. En particulier, dans les sables c'est l'attrition et la rupture des grains ainsi que leur compressibilités sous fortes contraintes.

Les pieux en mer comportent de plus certaines particularités ; Ce sont des pieux tubulaires métalliques a base ouverte mis en place systématiquement par battage. Le sol progresse à l'intérieur du tube jusqu'à ce qu'il développe la résistance nécessaire pour s'opposer a toutes autre pénétration du matériau, créant ainsi un « Bouchon ». Le pieu est bouché si le

frottement intérieur augmenté par le poids propre du bouchon dépasse la valeur de la force portante du sol au dessous de la pointe.

Le but de notre recherche est d'analyser les mécanismes qui interviennent après la mise en place, au cours d'un chargement statique des pieux à bases ouvertes. En particulier le problème de la formation du bouchon formant une pointe artificielle à la base du tube ouvert doit être analysée à partir du comportement dilatant ou contractant du sol. Il s'agit de donner les évolutions de la hauteur du bouchon et de la résistance limite en pointe en fonction de l'angle de frottement interne. Nous sommes limités au cas d'un pieu unique, chargé statiquement par des charges verticales.

Cette recherche est consacrée à l'étude d'un massif sollicité en butée par l'intermédiaire d'un pieu chargé statiquement dans un milieu pulvérulent. Une recherche de modèles de calcul plus fiables car basés eux sur un fondement théorique, la borne supérieure de la théorie de l'analyse limite. Des modèles seront comparés ensuite aux résultats expérimentaux, aussi bien en terme de hauteur du bouchon, qu'en terme de charge limite de pointe.

Un calcul avec le code Elements finis PLAXIS permettant de reproduire numériquement les expériences réalisés en chambre d'Etalonnage, prise comme outil de la modélisation physique des pieux offshore. Les résultats montrent qu'on peut obtenir une bonne concordance entre l'expérience et la modélisation numérique avec un modèle relativement simple à condition de choisir correctement les paramètres du sol.

# *Chapitre (I)*

## **Etude bibliographique des pieux battus à base ouverte**

## Chapitre(I)

### I- Pieu battu à base ouverte

#### I.1. Formation du bouchon

Ce type de fondation est généralement utilisé dans les ouvrages offshore ; sont des tubes ouverts mis en place par battage dans les sables très denses de mer du nord, souvent caractérisés par une résistance de pointe supérieure à 50-60 MPa.

Pendant l'installation du pieu cylindrique à paroi mince, le sol progresse à l'intérieur du tube jusqu'à ce qu'il développe la résistance nécessaire pour s'opposer à toute autre pénétration du matériau, créant ainsi le "bouchon". Le pieu est bouché si le frottement intérieur augmenté par le propre du bouchon dépasse la valeur de la force portante du sol au-dessous de la pointe.

Pour analyser le mécanisme de formation du bouchon, trois sources d'information sont disponibles :

- L'analyse d'enfoncement d'un carottier.
- Des essais modèles à échelle réduite.
- Les observations du bouchon pendant l'installation de pieux réels.

Il y a une analogie entre le comportement du sol au cours du fonçage d'un carottier à parois minces et la formation du bouchon dans les pieux off-shore. la Figure (I.1). Montre les trois schémas différents de la déformation du sol dans un carottier et les zones de déformation du sol correspondant à l'intérieur du pieu réel.

La colonne du sol à l'intérieur du carottier est composée en trois zones différentes, la première est de forme convexe en raison de la réduction des contraintes dans la masse du sol. La partie centrale reste non-remaniée avec l'augmentation de la hauteur égale à la pénétration du carottier. La partie inférieure est de forme concave attribuée à la formation d'une "bulbe" de fortes contraintes verticales qui se développent à la suite d'un bouchonnage. Dans cette zone la hauteur de sol augmente moins que la pénétration.

Des essais sur les pieux- modèles permettent d'étudier l'influence des différents paramètres sur le mécanisme de formation du bouchon. KISHIDA[111] et à la suite des essais réalisés à l'aide d'un fonçage continue de tubes à différents diamètres dans un sable très lâche,

montrent que les bouchons courts et rigides se forment pour des pieux à petit diamètre, par contre la colonne de sol est plus longue et plus lâche pour les pieux à grand diamètre.

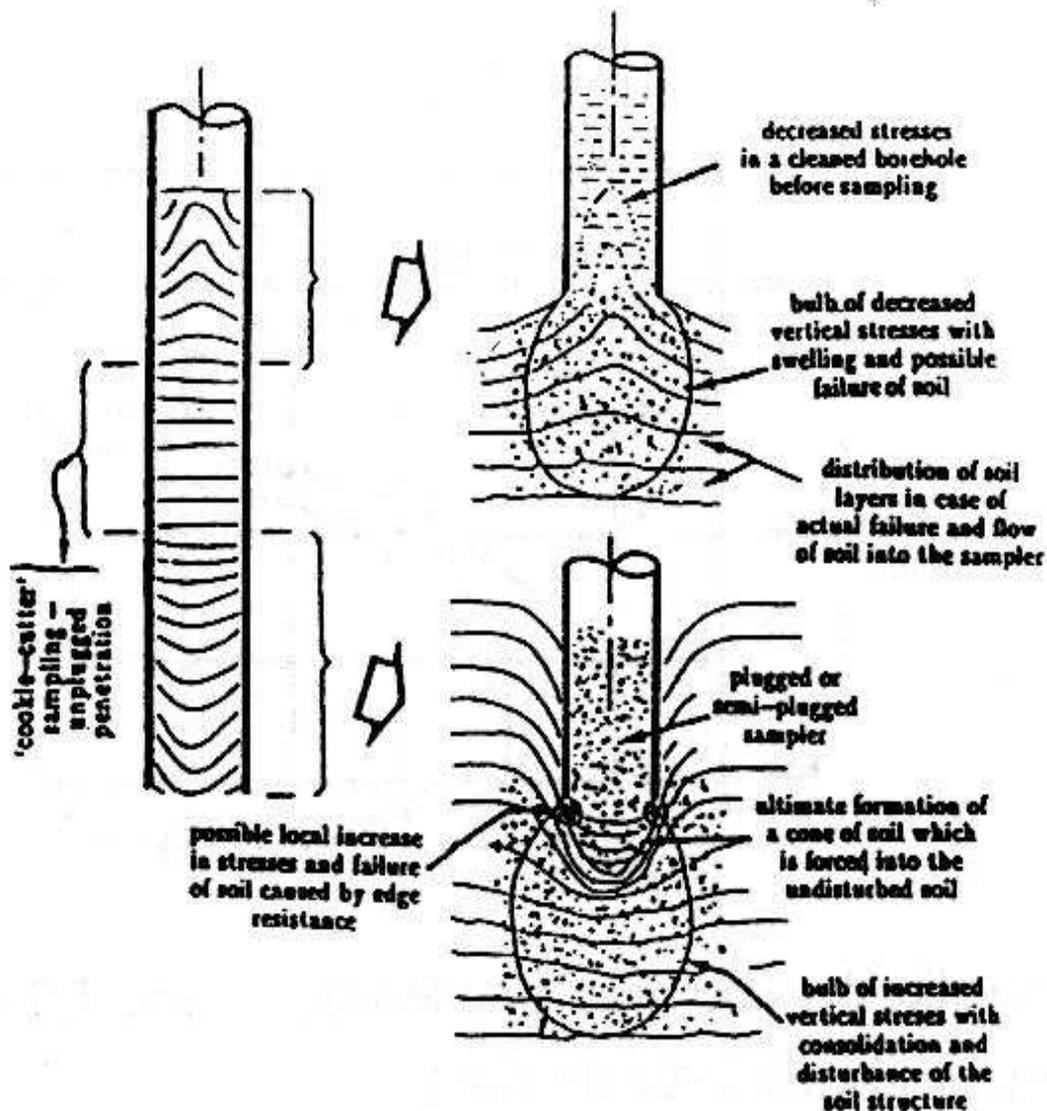


Fig. (I.1) Déformations au sein d'un échantillon de sol du au changement des contraintes au niveau de la base d'un carottier , d'après PAIKOWSKY [90b]

Dans le domaine de la construction off-shore deux termes qui décrivent la position du bouchon :

- PLR (Plug Length Ratio) rapport de la longueur du bouchon à la fiche total du pieu.
- $\gamma$  le taux instantané de remplissage défini comme le rapport d'augmentation de la hauteur de bouchon et d'incrément de la pénétration du pieu.

BRUCY et al [91a] ont comparé le processus du battage et la capacité portante d'un pieu de 324mm de diamètre et 12 mètres de longueur à ceux d'un pieu modèle de 70mm de diamètre et

2,5 mètres de longueur. Les pieux ont été testés dans un sable dense sur un site à dunkerque. Pour le grand pieu de 12m, dont 11m dans le sable, la colonne de sol a atteint 6m. pour le pieu de 2,5m, encastré 2m dans le sable, elle a été égale à 1,3m. Il s'avère que la colonne de sol augmente relativement plus pour des pieux de grand diamètre.

Le suivi détaillé de la progression du bouchon au cours du battage permet de constater que la hauteur de la colonne de sol est une fonction de la densité et de la compressibilité du sable. MALHOTRA[91], avec des essais de pieux dans la chambre d'étalonnage de l'université de Texas, prouve que les pieux dans un sable dense sont entièrement carottants ( $\gamma = 100\%$ ) au début de battage, puis ce taux instantané de remplissage se stabilise a (80%) figure(I.2).

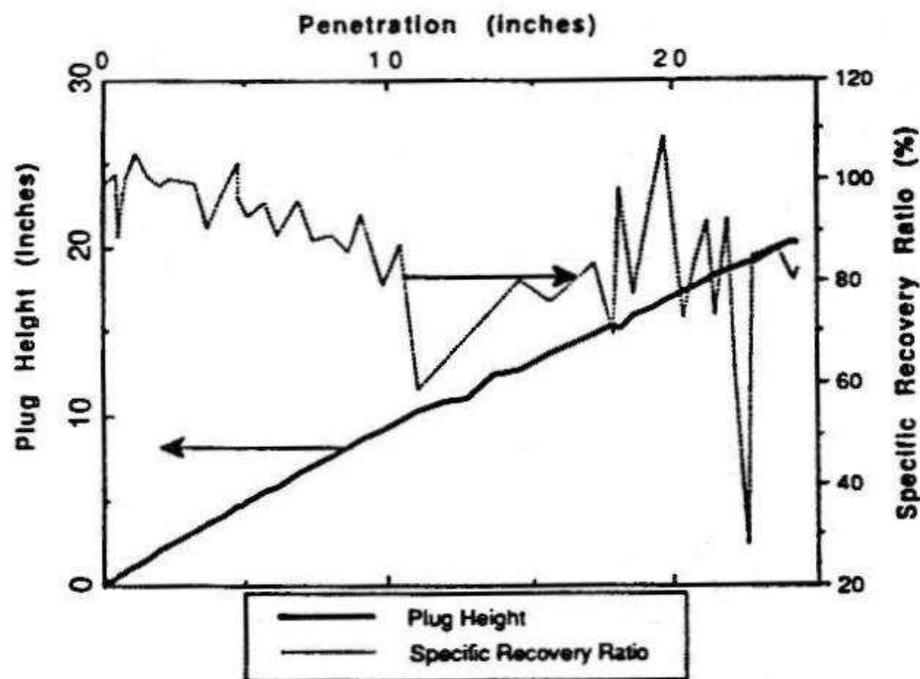


Fig. (I.2) Courbe type d'analyse de la position du bouchon, d'après MALHOTRA [91]

Le mécanisme de la formation du bouchon induit une augmentation de la résistance dans la partie basse de la colonne du sol. Dès que cette résistance dépasse la capacité portante du sol, le pieu bouchonne, bloquant ainsi toute autre pénétration du sol à l'intérieur du pieu. Ceci est attribué au phénomène de création de voûtes qui mobilise le frottement intérieur par la transformation des forces verticales sous la base du pieu en forces normales aux parois internes du pieu. Lorsque le chargement dépasse la capacité de voûte, il produit un cisaillement et une dilatance le long de la voûte. Ce qui permet pour une pénétration supplémentaire à l'intérieur du pieu qui par la suite donne une autre création nouvelle de forme de voûte dès que sa résistance

dépasse la résistance de pointe. Ceci montre qu'à l'intérieur d'une colonne de sol l'existence d'une alternance de couches denses et lâches Figure(I.3).

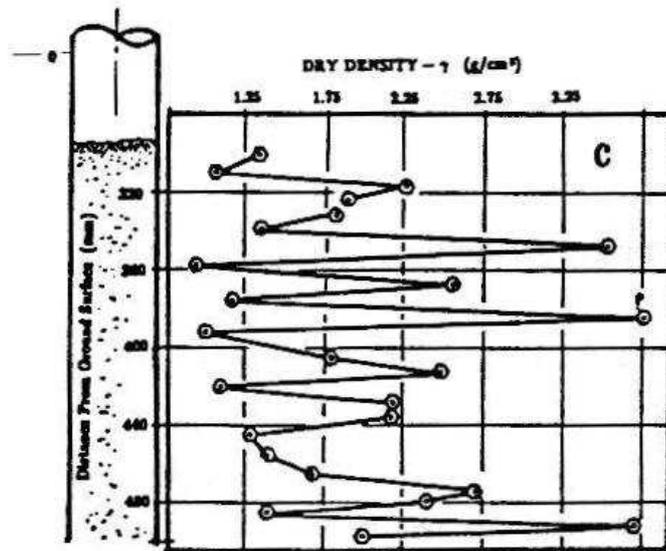


Fig. (I.3) Distribution de la densité du sol a l'intérieur du bouchon, d'après PAIKOWSKY[90a]

Le mouvement relatif sol-parois du pieu nous permet de distinguer les deux formes de voûtes :

- « Active » ayant lieu dans le cas de silos, avec le sol qui tasse par rapport aux parois.
- « Passive » ayant lieu dans la cas de pénétration des pieux a base ouverte, avec le sol qui monte par rapport aux parois.

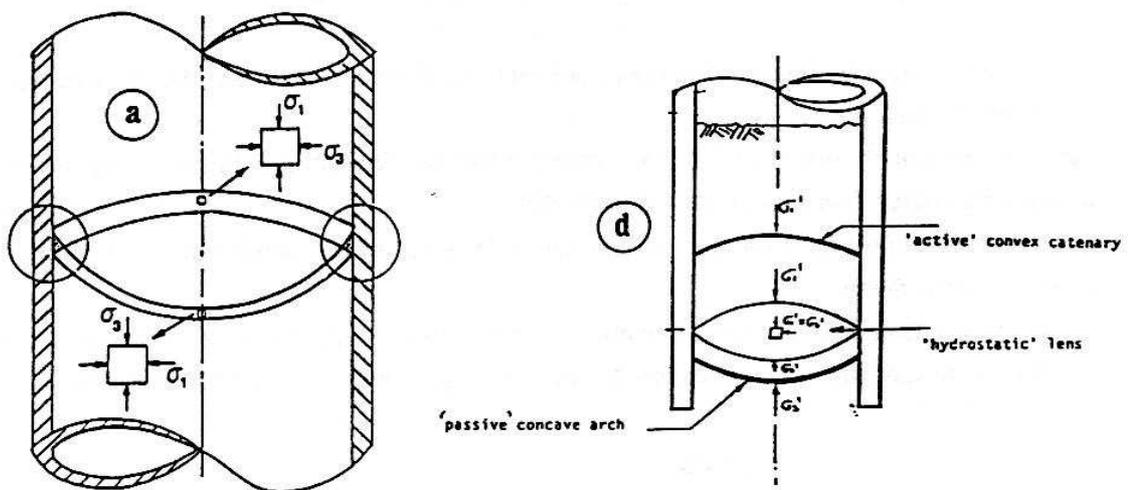


Fig. (I.4) Etat des contraintes a l'intérieur du bouchon, d'après PAIKOWSKY[90b]

A l'installation du pieu, une voûte passive se forme dans la partie basse du bouchon, avec une contrainte horizontale plus forte que la contrainte verticale Figure(I.4), qui diminue au fur et à mesure que l'on s'éloigné de la couche de sol très compacte. Pour une certaine longueur du bouchon il existe une zone où les contraintes horizontales et verticales deviennent égales.

Le phénomène de formation du bouchon dépend aussi de la forme du sabot de battage. RAINES, UGAZ, O'NEILL Figure (I.5) montrent que pour des géométries des sabots, la pénétration était plus grande pour la forme P (sans sabot). Les formes DB et FB sont plus efficaces et demandent (27%) d'énergie cinématique de moins que la forme (P). la Figure(I.6) indique la mise en place du pieu avec le sabot du type DB demande le plus petit nombre de coups.

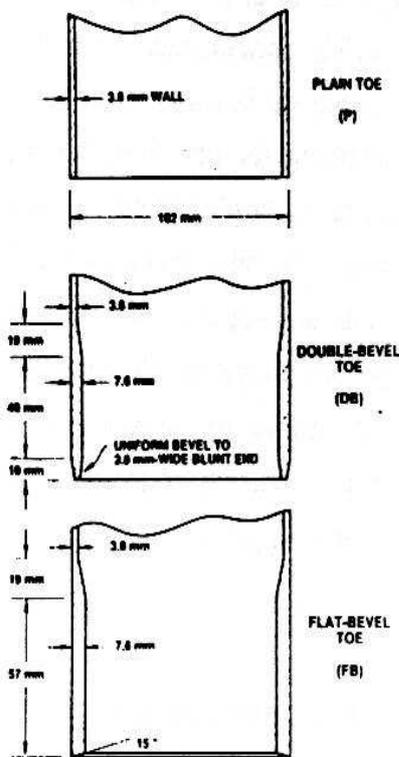


Fig.(I.5) Les formes du sabot de battage[48]

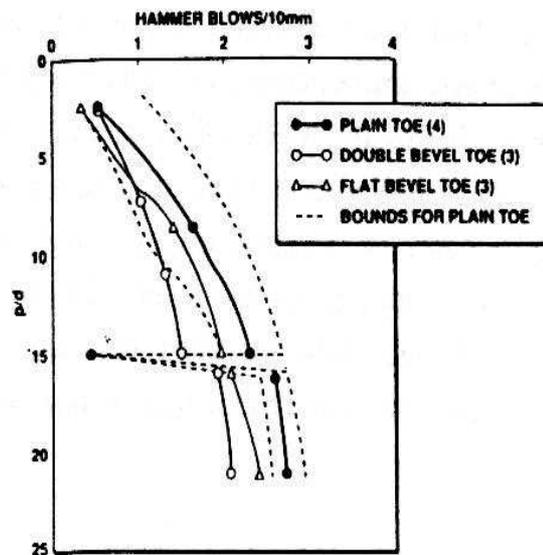


Fig. (I.6) Nombre de coups normalisé pour des pieux avec les différents sabots de battage [48]

Des essais effectués sans sabot de battage (forme P) montrent l'influence du paramètre  $\delta$  dans la formation de la colonne de sol Figure(I.7). Au début du battage le pieu et entièrement carottant quel que soit l'angle de frottement  $\delta$ . Pour des angles  $\delta$  petits, ce comportement peut se poursuivre jusqu'à un enfoncement de 10 fois le diamètre, par contre dans le cas d'une surface propre caractérisé par ( $\delta = 29.4^\circ$ ), le pieu bouchonne dès que son enfoncement dépasse 4 fois le diamètre.

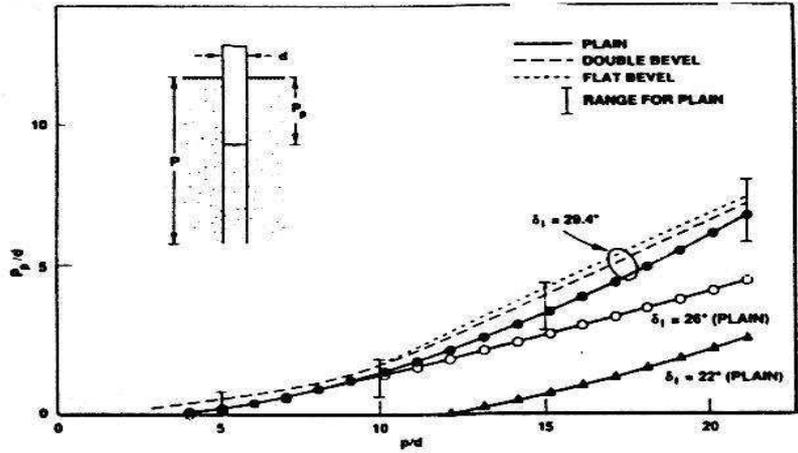


Fig. (I.7) L'influence des la forme du sabot du battage et l'angle de frottement entre le tube et le sol  $\delta$  sur la pénétration du bouchon, d'après RAINES et al [92]

### I.2 Le comportement du bouchon au cours du chargement statique

Une analyse de propagation d'ondes de choc dans le matériau du pieu, permettent de constater que pendant l'installation du pieu dans les sables, le frottement interne mesuré et voisin du frottement extérieur. A l'égard de nombreuses études de comportement du bouchon lors d'un chargement statique sur modèles réduits ont démontré la supériorité du frottement mobilisé à l'intérieur du pieu. Selon RANDOLPH[88] la mobilisation du frottement interne nécessite moins de déplacement que celle du frottement externe.

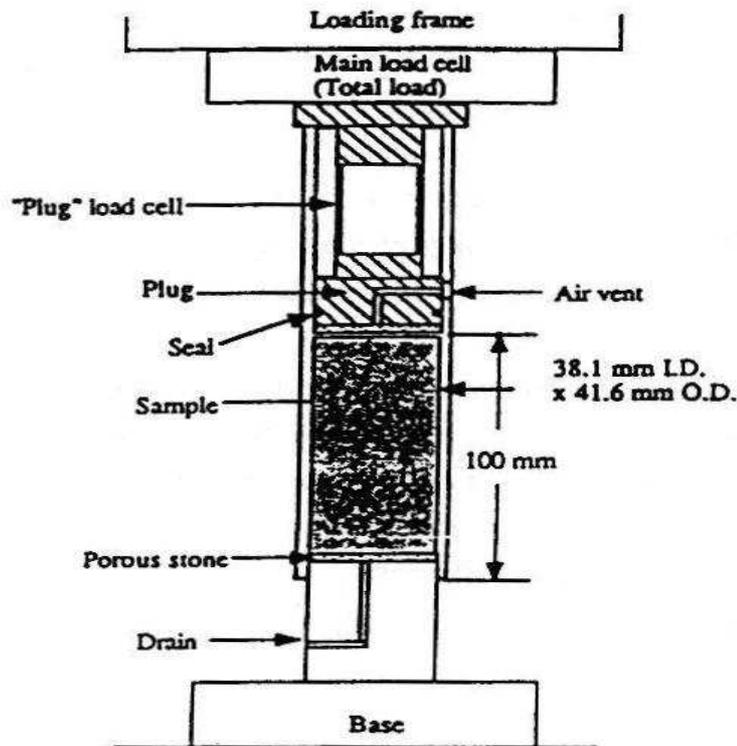


Fig. (I.8) L'expérience de FAHEY et JEWELL, d'après RANDOLPH (88)

Des essais de FAHEY et JEWELL [88] dans des conditions oedométriques, et au cours d'un chargement statique dans un sable calcaire ont montré des valeurs très fortes du frottement pouvant atteindre jusqu'à 2Mpa figure(I.8).

Dans les mêmes conditions MURFF [90] sur un sable dense préparé par pluviation ont confirmé l'existence de très fortes valeurs de frottement mobilisé à l'intérieur du tube. La décroissance du frottement apparent  $\beta$  avec la longueur du bouchon permet de constater que la majorité du frottement se développe dans une zone compacte dont la longueur ne dépasse pas quelques diamètres du pieu. Dans le domaine de fortes contraintes, les auteurs ont observé un phénomène intense de rupture des grains qui pouvant entraîner une dégradation du frottement interne. Le comportement du bouchon a été décrit par un modèle bilinéaire ( $e-\ln \sigma$ ) présenté dans la Figure (I.9) ou un coude caractéristique correspond au seuil critique d'écrasement des grains.

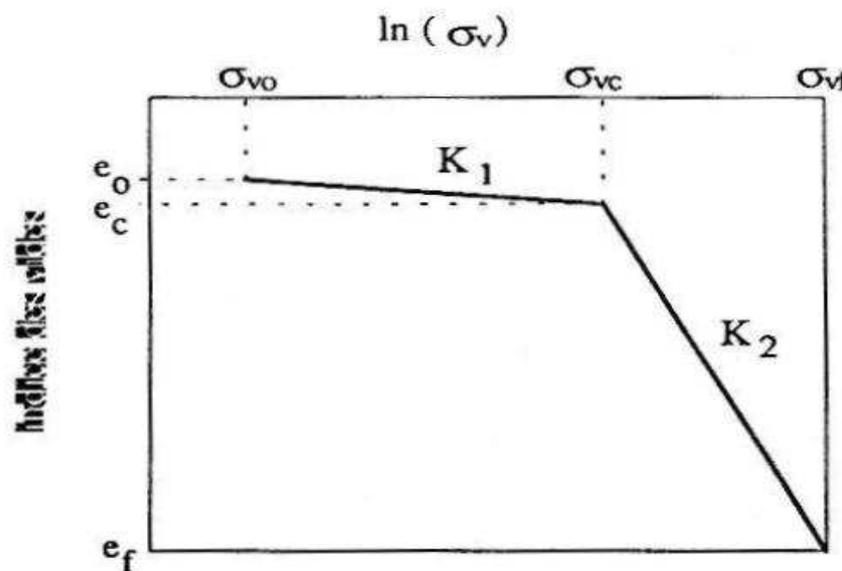


Fig. (I.9) Modèle bilinéaire de MURFF[90]

De nombreuses études montrent que le bouchon n'est pas uniforme Figure(I.10). Dont la partie basse est très compacte et « soudée » aux parois du pieu, par contre la partie haute est plus « lâche » ne peut que exercer une surcharge. C'est dans la partie basse « active » que se produisent les frottements les plus importants, dont la correspondante a été prise comme (2-3) fois le diamètre du pieu.

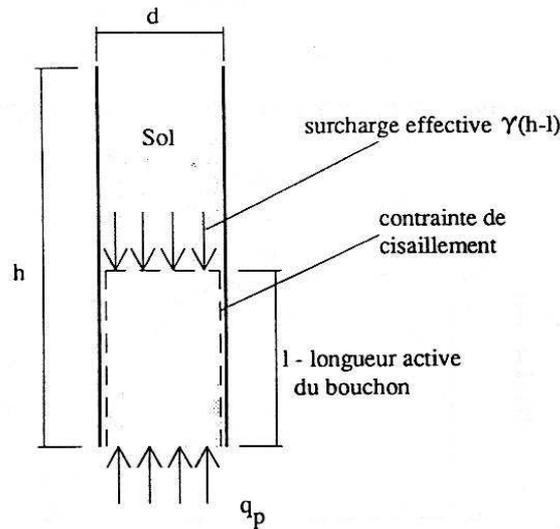


Fig. (I.10) Conception de la longueur active du bouchon, d'après RANDOLPH [88]

Lors du chargement statique d'un pieu réel, un gradient de contraintes verticales a lieu au sein du bouchon. Pour tenir compte de ce phénomène, RANDOLPH[92] à modifier l'expérience traditionnelle en introduisant des forces de volume additionnelles, et l'état de contraintes effective est obtenue par application d'un gradient hydraulique Figure (I.11). La zone concernée ayant une perméabilité réduite à cause de la compression statique, ce qui reflète la réalité ou le gradient de contraintes verticales est plus grand dans la partie basse du bouchon.

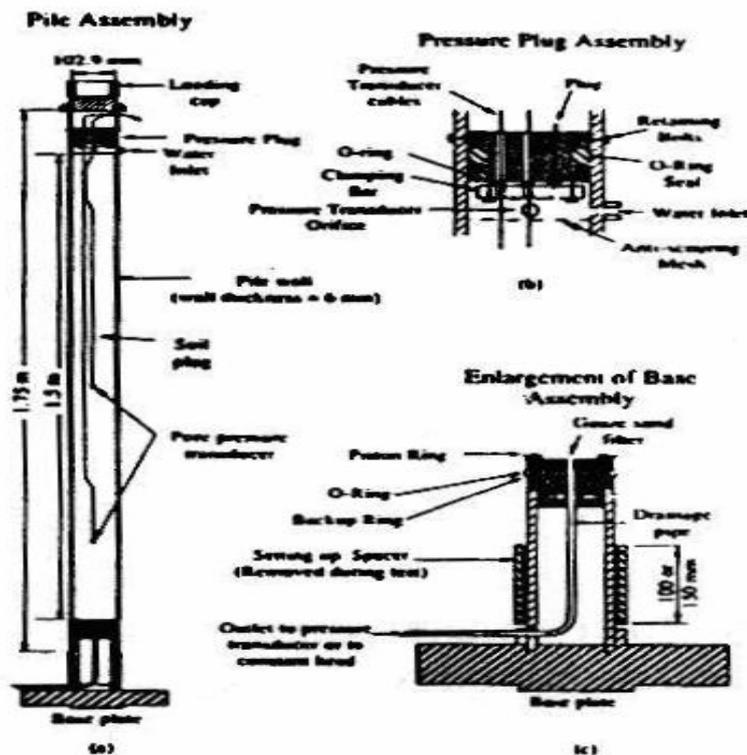


Fig. (I.11) Schéma de l'expérience, d'après RANDOLPH [92]

Le bouchon a été instrumenté de capteurs de pression interstitielle pour mesurer l'évolution de la pression pendant le chargement statique, les jauges d'extensométrie collées sur les parois permettant d'étudier le transfert des charges entre le sol et le tube, les résultats montrent que :

- Le frottement interne reste largement supérieur au frottement extérieur, dont le frottement moyen mesuré était voisins de 400 KPa.
- La suppression interstitielle générée au cours du chargement reste faible et ne dépassant pas (3 - 4%) de la contrainte maximale à la base du pieu, ce qu'il fallait bien noter que le travail en conditions non drainée réduit considérablement la capacité du bouchon.

Des essais sur pieux modèles en traction et en compression BRUCY et al [91] ont permis de séparer les frottements interne et externe, le frottement interne est évaluée par la différence entre la charge transmise en compression et en traction. Les essais de chargement statique sur des pieux effectués avec l'enlèvement partiel de la colonne Figure(I.12) ont démontré que la plupart des charges sont transmises dans la partie basse du bouchon d'épaisseur (2-3) fois le diamètre de pieu.

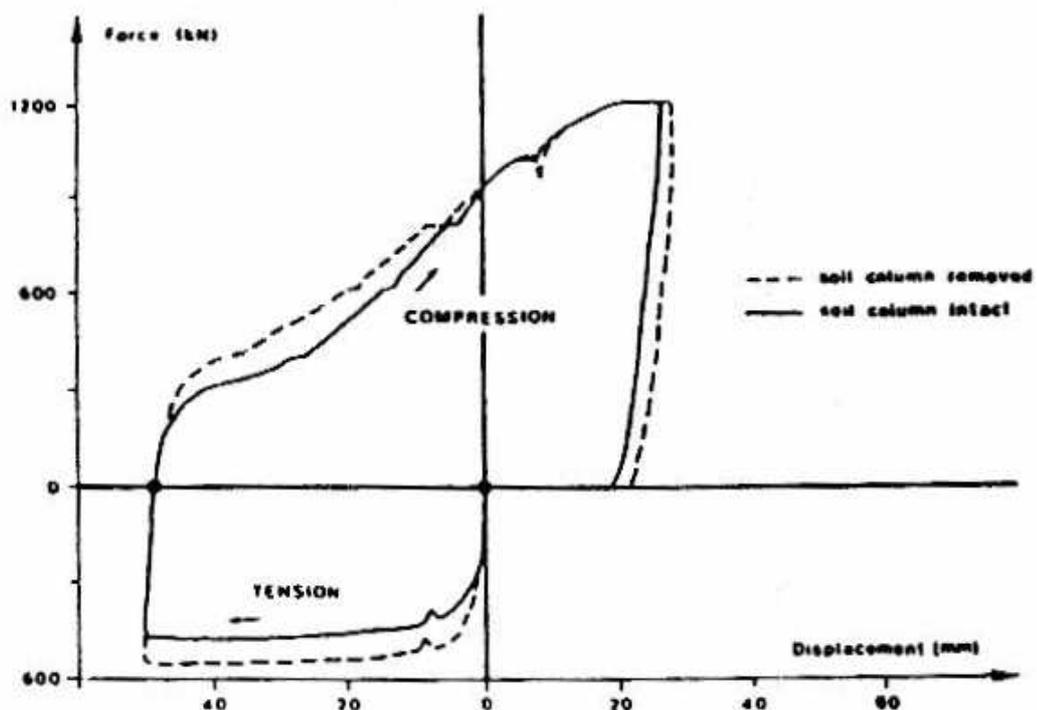


Fig. (I.12) Les courbes force en tête – déplacement avant et après L'enlèvement partiel du bouchon , d'après BRUCY et al [91]

Des essais menés sur les déplacements locaux au sien du bouchon sur des pieux modèles de 139,3mm de diamètre installés par battage dans une cuve de sable montrent que l'essentiel du déplacement dans le bouchon est concentré dans une zone de 2 fois le diamètre à partir de la base de pieu. Cette constatation confirme les résultats des essais sur pieux réels effectués par KISHIDA et al [77].

NIYAMA [94] à partir des essais présentés par la Figure (I.13) ont montré que le frottement interne en bas du pieu est de l'ordre de (6,5) fois de frottement extérieur. Cette relation a permis d'affiner l'évaluation de la résistance de pointe par la détermination du frottement interne.

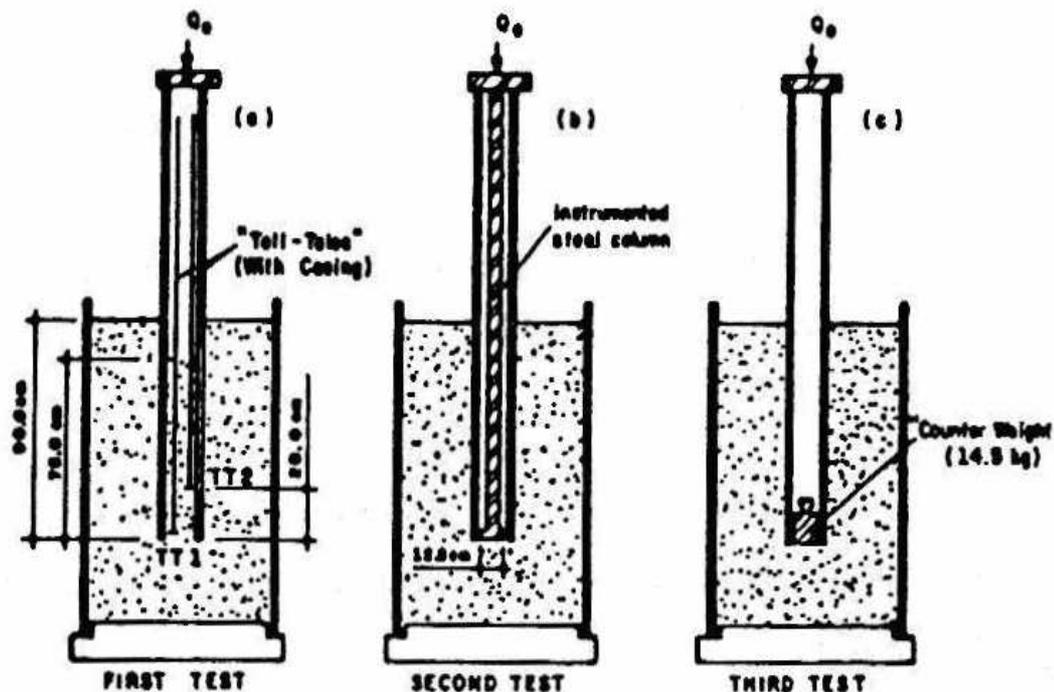


Fig. (I.13) Le schéma d'essais de chargement statique a) pieu ouvert après battage, b) simulation du pieu fermé, c) simulation du pieu ouvert (sans frottement intérieur).

Pendant le changement statique de pieux modèles dans une chambre d'étalonnage O'NEIL et al [91] ont pu observer le déplacement de la surface du bouchon. L'allure de la courbe Figure (I.14) indique que pour les faibles déplacements, l'enfoncement du pieu est encaissé par la compressibilité du bouchon dans sa partie basse. Pour des pieux offshore ayant un bouchon de quelques dizaines de mètres, on ne devait observer aucun déplacement à la surface de la colonne de sol.

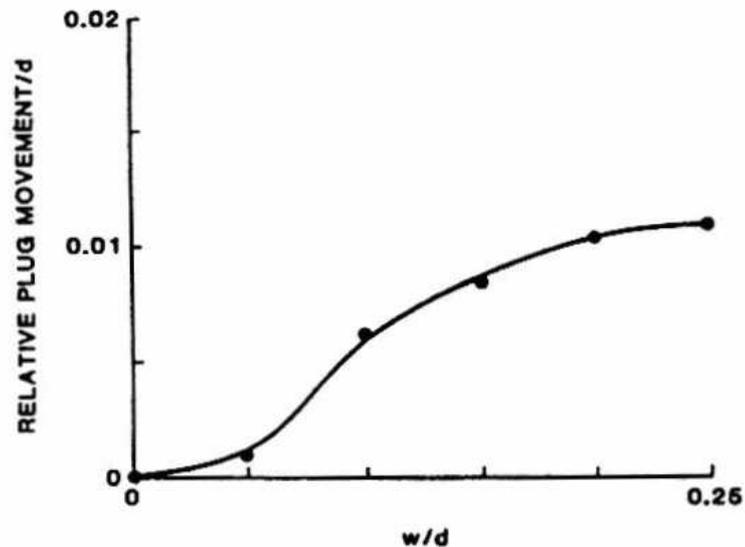


Fig. (I.14) Le mouvement du bouchon en fonction du déplacement du pieu, d'après O'NEIL et al [91]

RANDOLPH [91] à proposé un modèle simple unidimensionnel pour l'analyse du comportement du bouchon dans le cas drainé et non drainé figure(I.15). La condition d'équilibre d'une tranche (dz) du sol à l'intérieure du bouchon permet d'exprimer sa résistance de la manière suivante :

- En condition drainées

$$q_{bd} = \left[ \frac{\alpha}{e-1} - 1 \right] \cdot \gamma' \cdot h \quad \text{avec} \quad \alpha = 4 \cdot \beta \cdot \frac{h}{d}$$

C'est une variation exponentielle de la résistance de pointe drainée ( $q_{bd}$ ) en fonction du coefficient ( $\alpha$ ) mène a des valeurs très élevées. En pratique la résistance du bouchon sera limitée par la rupture du sol sous la base du pieu.

- En condition non drainées

$$q_{bu} = 0,5 \cdot \alpha \cdot \gamma' \cdot h$$

C'est une variation linéaire du coefficient ( $\alpha$ ) et donne des valeurs de résistance du bouchon nettement inférieur qu'en conditions drainées.

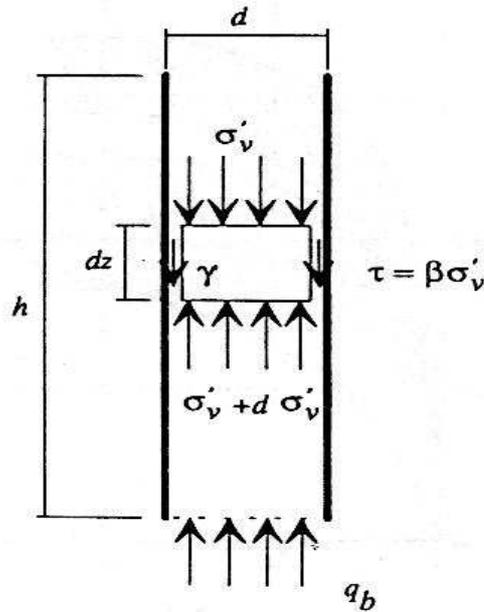


Fig. (I.15) L'état de contraintes a l'intérieur du bouchon ,  
d'après RANDOLPH [91]

En pratique, l'action de la houle impose un chargement cyclique dans des conditions intermédiaires entre le drainage total et la condition non drainée. Pour ces conditions la consolidation du bouchon est décrite par une équation différentielle du second ordre.

$$\frac{\partial \sigma'_v}{\partial t} = C_v \left( \frac{\partial^2 \sigma'_v}{\partial Z^2} - \frac{4}{d} \left( \frac{\partial \tau}{\partial Z} \right) \right)$$

### **I.3 Capacité portante d'un pieu a base ouverte**

Selon PAIKOWSKY et WHITMAN [90] la capacité portante d'un pieu bouché est égale à celle d'un pieu a base fermée, alors les essais de O'NEILL et RAINES [91] démontrent que la compressibilité du bouchon à pour effet de réduire la résistance de pointe qui varie du fonction de la forme du sabot Figure (I.16).

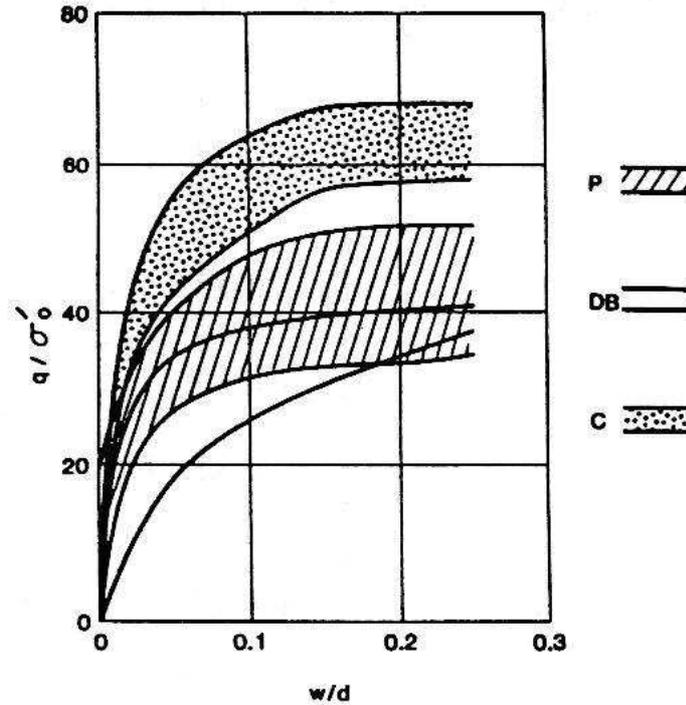


Fig. (I.16) La mobilisation de la résistance de pointe pour le pieu ouvert/fermé et différentes formes de sabot du battage, d'après O'NEIL et al [91a]

Il faut tenir compte que pour un pieu a base ouverte le frottement latéral pendant le battage et au cours du fonçage est moins élevé que pour au pieu à base fermé. La différence du frottement latéral pour un pieu ouvert/fermé augmente avec la compacité du sable Figure (I.17). puisque le passage du sable dense a l'intérieur du pieu ayant une rigidité plus forte réduit partiellement le refoulement du sol.

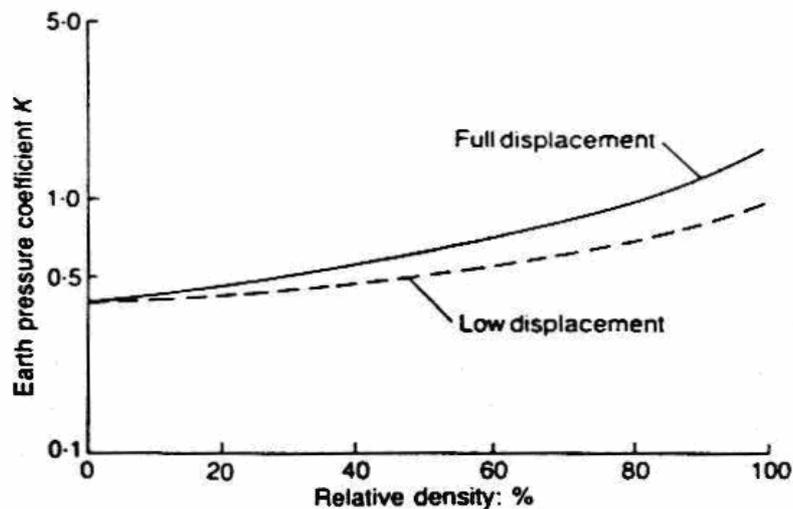


Fig. (I.17) L'augmentation des contraintes radiales autour d'un pieu battu ouvert/fermé, d'après KRAFT[90]

Dans le cas général la capacité est déterminée :

- En compression par la relation :

$$Q = Q_p + Q_f - W' = q_p \cdot A_p + f \cdot A_s - W'$$

- En traction par la relation :

$$Q = Q_f + W' = f \cdot A_s + W'$$

Avec  $Q_f$  : Résistance au frottement latéral (KN).

$f$  : Frottement latéral unitaire (KPa).

$Q_p$  : Résistance de pointe (KN).

$A_s$  : Surface latérale (m<sup>2</sup>).

$q_p$  : Résistance de pointe unitaire (KPa).

$A_p$  : Surface brut de la base de pieu (m<sup>2</sup>)

$W'$  : Poids d'acier immergé dans le sol (KN).

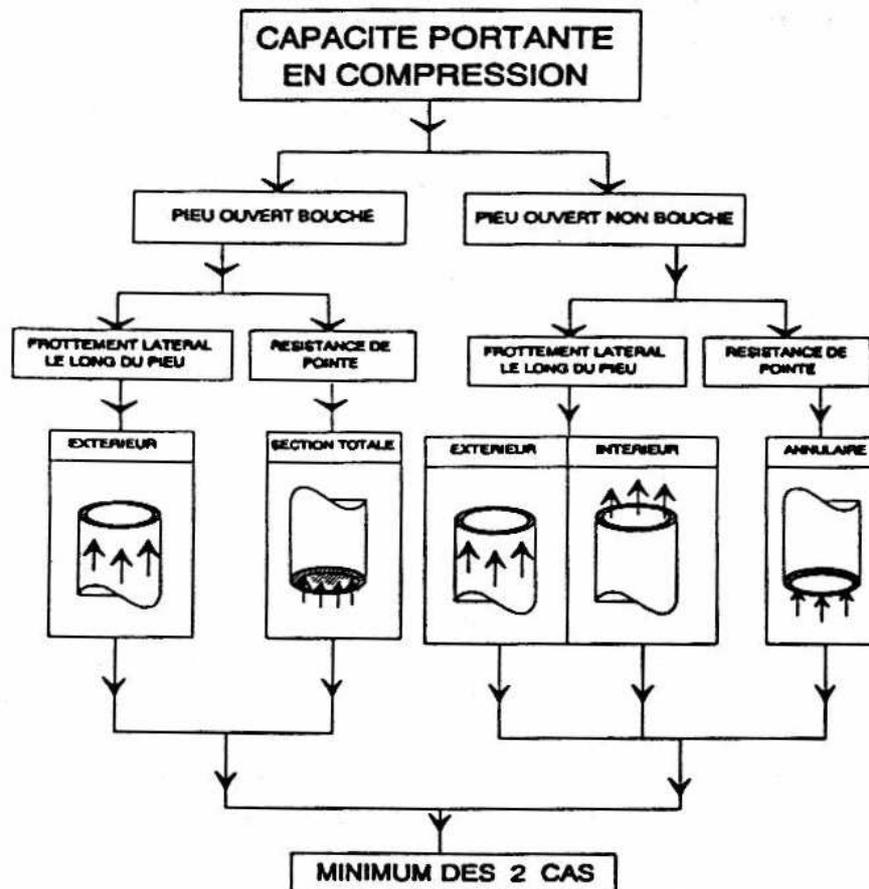


Fig. (I.18) Schéma d'évaluation de la capacité portante d'un pieu ouvert en compression , d'après JEAN[93]

En compression la capacité portante d'un pieu ouvert bouché est égale à la somme du frottement latéral extérieur et de la résistance de pointe déterminée pour la section totale du pieu. Pour le cas du pieu non bouché elle comprend le frottement mobilisé à l'extérieur, celui de l'intérieur et la résistance de pointe de la section annulaire du pieu.

En pratique Figure(I.18) la détermination de la capacité portante des pieux bouchés et non bouchés s'effectue en choisissant la valeur minimale des deux cas.

La capacité portante du pieu ouvert en traction est la somme du frottement latéral extérieur, du poids du pieu et celui de la colonne du sol, elle est déterminée par l'expression suivante :

$$Q = Q_{fe} + W' + p_{col} = f \cdot A_{se} + W' + P_{col}$$

Avec  $Q_{fe}$  : Résistance au frottement latéral extérieure (KN).

$P_{col}$  : poids de la colonne de sol à l'intérieure du pieu (KN).

$A_{se}$  : Surface latérale extérieure ( $m^2$ ).

## **I.4 Règles de dimensionnement actuellement utilisé Pour des pieux offshore**

### **I.4.1 Dimensionnement du frottement latéral**

#### **I.4.1.1 Méthodes ne tenant pas compte de la dégradation du frottement au cours du battage**

##### **La Méthode API RP2A1993**

Le frottement unitaire est évalué par la relation suivante :

$$f = \min\{K\sigma_v^i \cdot \tan \delta \cdot f_{\text{lim}}\}$$

- $(f_{\text{lim}}, \delta)$  : sont représenté au tableau (I.1) en fonction de la nature et de la densité du sol.
- (K) le coefficient de poussée des terres est pris égal à (1) pour les pieux fermés et (0.8) pour les pieux ouverts. Il est le même en traction qu'en compression.

Tableau (I.1)

Densité	Densité relative %	sol	$\delta$ degré	$f_{\text{lim}}$ KPa
Très faible	0 - 15	Sable	15	48
Faible	15 - 35	Sable silteux	15	48
Moyen	35 - 65	Silt	15	48
Faible	15 - 35	Sable	20	67
Moyen	35 - 65	Sable silteux	20	67
Dense	65 - 85	Silt	20	67
Moyen	35 - 65	Sable	25	81
Dense	65 - 85	Sable silteux	25	81
Dense	65 - 85	Sable	30	96
Très dense	85 - 100	Sable silteux	30	96
Dense	65 - 85	Gravier	35	115
Très dense	85 - 100	Sable	35	115

##### **La Méthode de LLOYD (1989)**

utilise la même expression de la méthode de l'API avec une distinction entre le frottement latéral en traction et en compression dont le valeurs limites du frottement latéral sont représentés au tableau (I.2).

avec  $K \begin{cases} = 0.7 \text{ pour les pieux en compression.} \\ = 0.5 \text{ pour les pieux en traction} \end{cases}$

Tableau (I.2)

Type du sol	$\delta$ degré	$f_{lim}$ sans CPT KPa	$f_{lim}$ avec CPT KPa
Sable	30	100	120*
Sable silteux	25		
Silt sableux	20		
silt	15		

\* pour les sables très denses

**La Méthode CPT de RUITER et BERINGEN (1979)** ils préconisent l'estimation du frottement latéral unitaire à partir de la résistance de pointe au pénétromètre ( $q_c$ ) mesuré in- situ, en faisant la distinction entre le frottement latéral en traction et en compression. Le frottement latéral unitaire est déterminé par l'expression :

$$f = \frac{q_c}{N_s}$$

Avec  $N_s = 400$  pour des efforts en arrachement.

$N_s = 300$  pour des efforts en enfoncement.

Les valeurs limites du frottement sont :  $\begin{cases} f_{lim} = 120 \text{ KPa} - \text{en compression.} \\ f_{lim} = 100 \text{ KPa} - \text{en traction.} \end{cases}$

**La Méthode CPT de BEGEMANN** les valeurs du frottement unitaire  $f_s$  sont en fonction du frottement  $f_{loc}$  sur le manchon du pénétromètre.

- Le frottement latéral unitaire en compression est déterminé par l'expression :

$$f_s = 0.7 \cdot f_{loc}$$

- La valeur limite du frottement latéral unitaire est de 120 KPa.

- La capacité portante du pieu en traction est évaluée par :

$$Q_s = \pi \cdot D \int_0^{L/4} f_s \cdot dx + \frac{\pi \cdot D}{3} \int_{L/4}^{3L/4} f_s \cdot dx + \pi \cdot D \int_{3L/4}^L f_s \cdot dx$$

avec  $f_s = 0.7 f_{Loc}$  et L= longueur du pieu

La Méthode KRAFT (1990) préconise une augmentation linéaire du frottement avec la profondeur, la Figure (I.19) donne les valeurs du frottement en fonction de la compacité du sable et de la profondeur, selon cette méthode les valeurs du frottement pour les grandes profondeurs est largement supérieur a celui de l'API.

- le frottement latéral unitaire est déterminé par l'expression classique :

$$f = K \cdot \sigma_{iv} \cdot tg \delta \text{ avec } \delta = 0.7 \cdot \phi^i$$

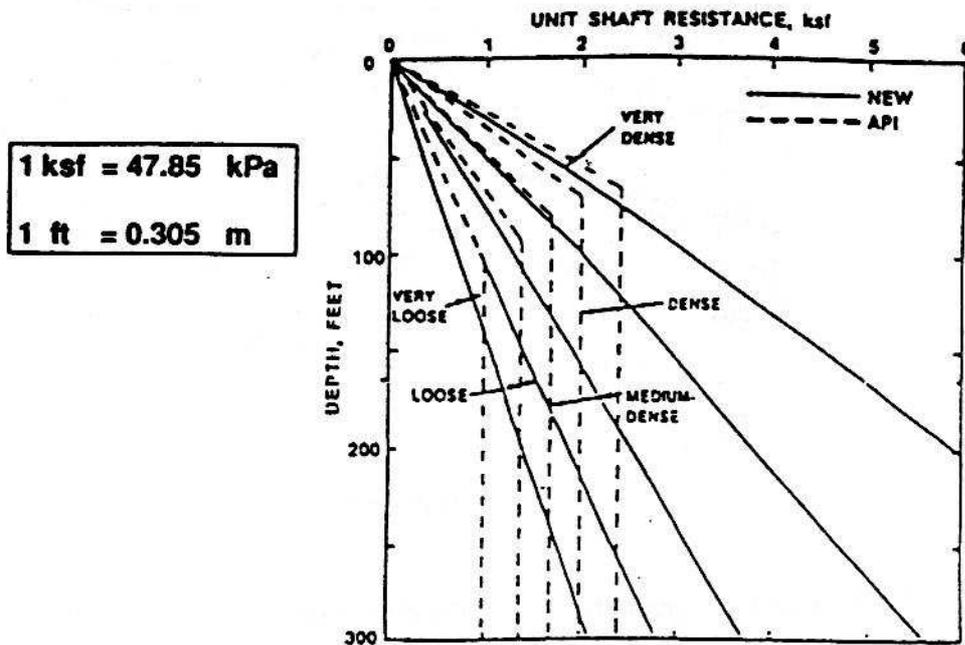


Fig. (I.19) Frottement latéral , d'après KRAFT [90]

- le coefficient de poussée des terres (K) est déterminé en fonction de la densité relative Figure (I.17 ), pour les pieux ouverts (pieux sans refoulement du sol) et pour pieux fermés (pieux avec refoulement du sol).

**I.4.1.2 Méthodes tenant compte de la dégradation du frottement au cours du battage :**

On ne dispose pas jusqu'à présent d'aucune modélisation du processus d'installation du pieu incluant le phénomène de dégradation du frottement latéral, tout de même certain auteur ont présenté quelques approches simplifiées d'évaluation de cette dégradation.



contraintes verticales effectives, pour les sables denses le coefficient (K) décroît de la valeur (10) pour les pieux courts à une valeur de (1) pour les pieux longs. Pour les fiches courtes, cette méthode intègre des valeurs de K nettement supérieures à celle de l'API. En revanche, pour des fiches longues les valeurs de K préconisées par HOSSAIN et BRIAUD sont égales voire inférieures à l'API.

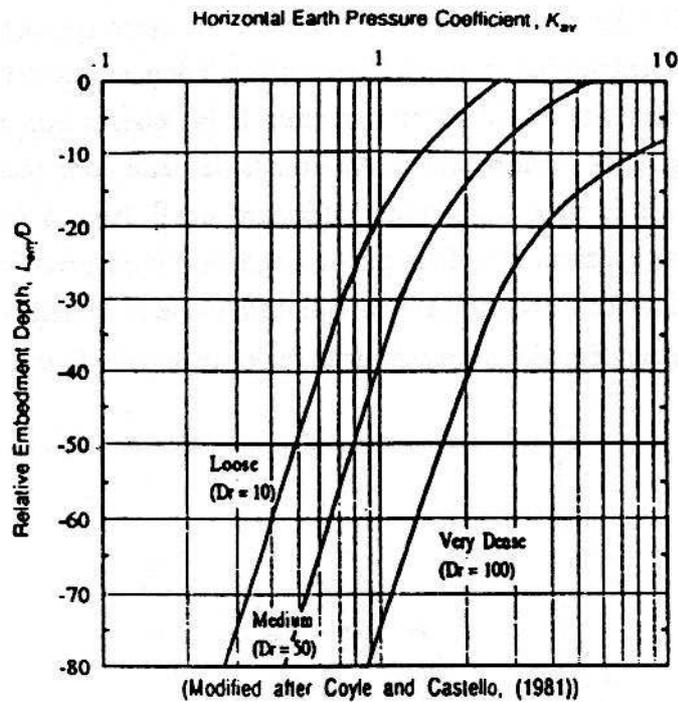


Fig. (I.21) Dégradation du coefficient de poussée des terres avec l'éclancement du pieu pour les différents densités du sol, d'après HOSSAIN et BRIAUD [93]

HEEREMA[80] indique que le profil simplifié devrait être choisi avec la valeur maximale située juste au-dessus de la pointe, et les valeurs du frottement diminuent d'une manière exponentielle. TOOLAN [90] indique l'existence d'une valeur minimale du coefficient de poussée des terres K (liée probablement au coefficient de poussée active  $K_a$ ) et de l'angle de frottement  $\delta_{cv}$ . Cette valeur minimale peut être atteinte uniquement pour les pieux très longs.

Le coefficient K est déterminé en fonction de la profondeur (z) par la relation :

$$K(Z) = K_{\min} + (K_{\max} - K_{\min}) \cdot \exp[-\mu(L - Z)/d]$$

Avec  $K_{\max} = S_t \cdot N_q$ , le paramètre  $\mu$  est égal à (0.05).

$K_{\min} = K_a$ , L = longueur total du pieu.

La figure(I.22) présente une dégradation du frottement latéral avec des valeurs de  $\mu$  de 0,25 à 0,1 et l'élancement du pieu  $L/D$  entre 15 et 20. Cette dégradation est d'autant plus forte que l'élancement du pieu est grand et le paramètre  $\mu$  élevé.

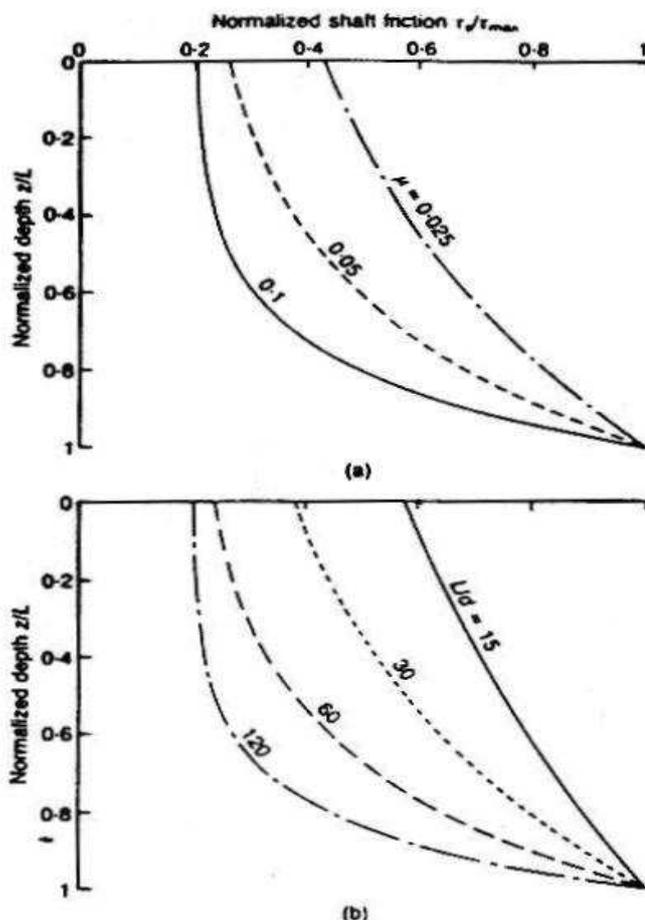


Fig. (I.22) Profils du frottement latéral normalisé, d'après TOOLAN [90]

Le phénomène de dégradation du frottement sous sollicitation cyclique (houles, vent), peut être reproduit en laboratoire avec des essais cyclique dans un appareil de cisaillement direct d'interface à rigidité contrôlée. En effet le processus d'installation est impossible à modéliser dans une boîte à cisaillement, il modifie l'état de contrainte et de déformations au voisinage du fût. Cette procédure permet de comparer le phénomène de dégradation de différents types de sol et sous différentes conditions de confinement, de compacité et de rigidité normale d'interface.

FORAY et al [79], NIAMA [79], NAUROY et al [85] avec des essais cyclique d'arrachement des pieux modèles ont montré que le frottement demeure inchangé au-dessous d'un seuil critique de sollicitation, au delà duquel intervient une dégradation du frottement

latéral. Ce phénomène, lié à la contractante à l'interface sol- pieu et à la diminution de la contrainte radiale, qui peut être modélisé dans un appareil cyclique de cisaillement d'interface à rigidité normale imposée.

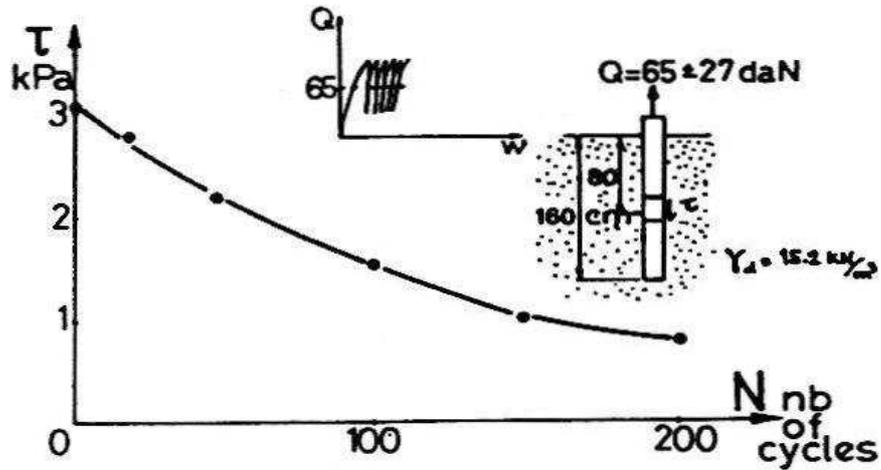


Fig. (I.23) Arrachement du pieu modèle sous chargement cyclique , d'après FORAY et al [79]

AIREY et al [92] ont effectué une série d'essais cycliques de cisaillement d'interface a rigidité latérale imposée sur un sable carbonaté dense, en comparant les résultats avec un chargement cyclique in situ des pieux modèles Figure(I.24). La différence entre la dégradation du frottement mesuré et celle à partir d'essais au laboratoire attribué probablement au choix de la rigidité latérale imposée. Choisie comme valeur moyenne (entre les deux niveaux du pieu modèle), cette rigidité devrait en réalité augmenter avec la profondeur.

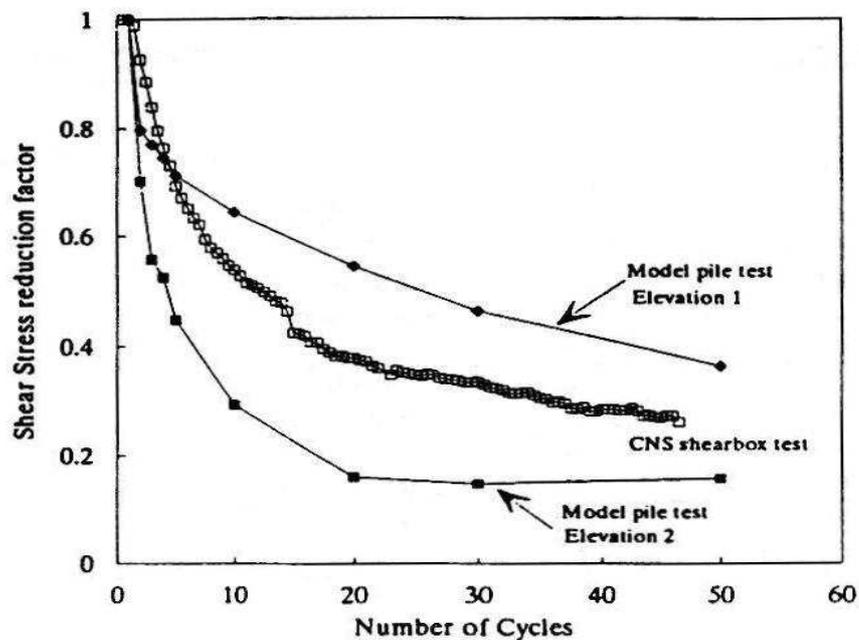


Fig. (I.24) Comparaison de la dégradation du frottement local sous sollicitation cyclique mesurée in-situ sur un pieu -modèle et dans un appareil de cisaillement à rigidité imposée, d'après AIREY et al [92]

### I.4.2 Dimensionnement de la résistance de pointe

La Méthode API RP2A (1993) donne pour valeur de résistance de pointe unitaire par l'expression suivante :

$$q_p = \min \{ \sigma'_v \cdot N_q, q_{lim} \}$$

Où la valeurs de  $N_q$  et  $q_{lim}$  sont données par le tableau (I.4)

Tableau (I.4)

Densité	Densité relative %	Sol	$N_q$	$q_{lim}$ MPa
Très faible	0 - 15	Sable	8	1.9
Faible	15 - 35	Sable silteux	8	1.9
Moyen	35 - 65	Silt	8	1.9
Faible	15 - 35	Sable	12	2.9
Moyen	35 - 65	Sable silteux	12	2.9
Dense	65 - 85	Silt	12	2.9
Moyen	35 - 65	Sable	20	4.8
Dense	65 - 85	Sable silteux	20	4.8
Dense	65 - 85	Sable	40	9.6
Très dense	85 - 100	Sable silteux	40	9.6
Dense	65 - 85	Gravier	50	12
Très dense	85 - 100	Sable	50	12

La Méthode de LLOYD propose une résistance de pointe par la même façon que celle de l'API.

avec les valeurs de  $N_q$  et  $q_{lim}$  d'après le tableau (I.5).

Tableau (I.5)

Type du sol	$N_q$	$q_{lim}$ sans CPT KPa	$q_{lim}$ avec CPT KPa
Sable	40	10	15*
Sable silteux	20		
Silt sableux	12		
silt	8		

\* pour les sables très denses

### La Méthode CPT (RUITER et BERINGEN) (1979)

La résistance de pointe ( $q_p$ ) est donnée en fonction des valeurs de la résistance pénétrométriques mesurées en in-situ par la relation suivante :

$$q_p = \min\{0,5[(I + II)/2 + III], q_{p \text{ lim}}\}$$

*I* : Valeur moyenne de  $q_c$  sous la pointe.

*II* : Valeur minimale de  $q_c$ .

*III* : Valeur moyenne de l'enveloppe des valeurs minimales ( $q_c$ ) mesurées au dessus de la pointe.

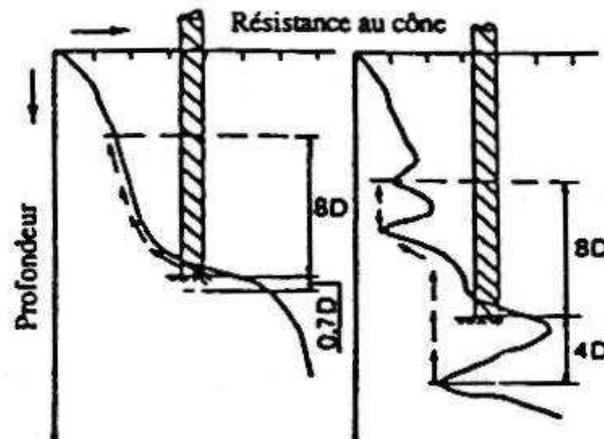


Fig. (I.25) Schéma de principe de la méthode CPT, d'après BERINGEN [79]

$$q_l = \frac{\left(\frac{q_{c1} + q_{c2}}{2}\right) + q_{c3}}{2}$$

avec  $D$  : diamètre de pieu

$q_{c1}$  : Résistance de pointe moyenne mesurée au pénétromètre entre les cotes (0,7D) et (4D) repérées par rapport à la base du pieu.

$q_{c2}$  : Résistance de pointe minimum mesurée au pénétromètre entre les cotes (0,7D) et (4D) repérées à la base du pieu.

$q_{c3}$  : Résistance de pointe moyenne de la courbe pénétromètre entre les cotes (4D) et (8D) par repérées à la base du pieu.

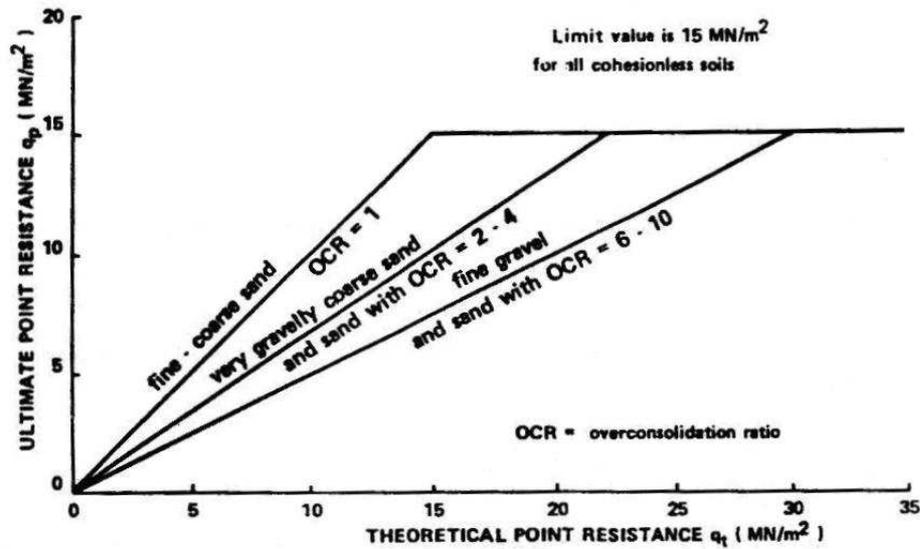


Fig. (I.26) Les valeurs limites de la résistance de pointe pour des pieux battus , d'après BERINGEN [79]

Généralement la résistance de pointe limite  $q_{p\text{ limite}}$  pour les sables normalement consolidés est fixée à (15 MPa). Dans les sables surconsolidés Figure (I.26), cette résistance est limitée en fonction de la granulométrie du sol et du taux de surconsolidation.

**La Méthode d'expansion de cavités :**

Cette méthode prévoit l'existence d'une pression limite au-delà de laquelle les déformations n'ont aucune influence sur la pression à l'intérieur de la cavité, cette pression est une fonction du module de cisaillement du sol, de la contrainte effective, de l'angle dilatance, de l'angle de frottement interne et du coefficient de poisson.

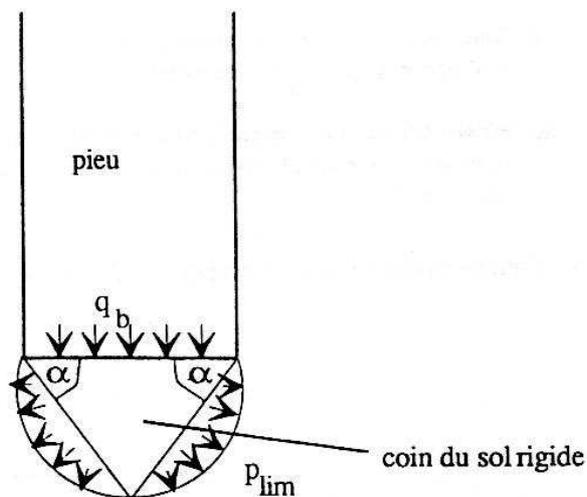


Fig. (I.27) Relation entre la pression limite d'expansion des cavités et la résistance de pointe limite, d'après RANDOLPH [94]

VESIC [72] propose pour des cavités cylindriques et sphériques les expressions de la résistance de pointe respectivement les suivantes :

$$q_c = \lambda \left[ 1 + \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) \operatorname{tg} \phi \right] . e^{\left( \frac{\pi}{2} - \phi \right)} . P_l$$

Ou  $\lambda$  : facteur de forme de pointe.

$\lambda = 1 + \operatorname{tg} \phi$  pour une pointe plate.

Alors 
$$q_c = \operatorname{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) \left( \frac{1}{1 + \sin \phi} \right) . e^{\left[ \left( \frac{\pi}{2} - \phi \right) \operatorname{tg} \phi \right]} . P_l$$

RANDOLF et al [94] propose la relation suivante :

$$q_c = (1 + \operatorname{tg} \phi' . \operatorname{tg} \alpha) . P_l$$

ou

$\alpha$  : Est un coefficient qui sera fonction du paramètre  $(45 + \phi_{cv})$

Pour la résistance pénétrométrique on prend  $(\alpha = 60^\circ)$  (angle du cône du pénétromètre)

$\phi'$  : Angle de frottement du sol.

$\delta$  : interface sol-cône.

BOLTON [86] indique que les valeurs moyennes des angles de frottement et de dilataance entre l'état initial  $(\phi' = \phi_{\max}, \psi = \psi_{\max})$  et l'état limite  $(\phi' = \phi_{cv}, \psi = 0)$  peuvent être liés à la densité relative et à la contrainte moyenne effective :

$$\bar{\phi}' = \phi_{cv} + 1,5 I_r \quad \text{et} \quad \bar{\psi} = 1,875 . I_r$$

$$\text{Avec} \begin{cases} I_r = 5 . I_d - 1 \rightarrow \text{Pour} : P' \leq 150 \text{Kla} \\ I_r = I_d \left[ 5,4 - \ln \left( \frac{P'}{P_a} \right) \right] - 1 \quad \text{Pour} : P' > 150 \text{Kla} \end{cases}$$

Le module de cisaillement est corrélé avec la pression moyenne et la densité relative par la relation :

$$\frac{G_o}{P_a} = S . e^{(c_1 . I_d)} . \left[ \frac{P'}{P_a} \right]^n$$

LOPRESTI [87] à suggéré que : **S** soit égal à 60, **C1** égal à 0.7 et **n** égal à 0.43. RANDOLPH propose pour le coefficient S une valeur de (400) pour le sable siliceux et qui diminue avec le contenu du silt selon le tableau suivant :

Tableau (I.6) les valeurs du coefficient S

% passant par le tamis de 0.2 mm	0 - 5	5 - 10	10 - 15	15 - 30
S	400	200	100	75

La résistance de pointe calculée par la méthode de l'expansion de cavités augmente d'une manière plutôt parabolique avec la profondeur figure(I.28).

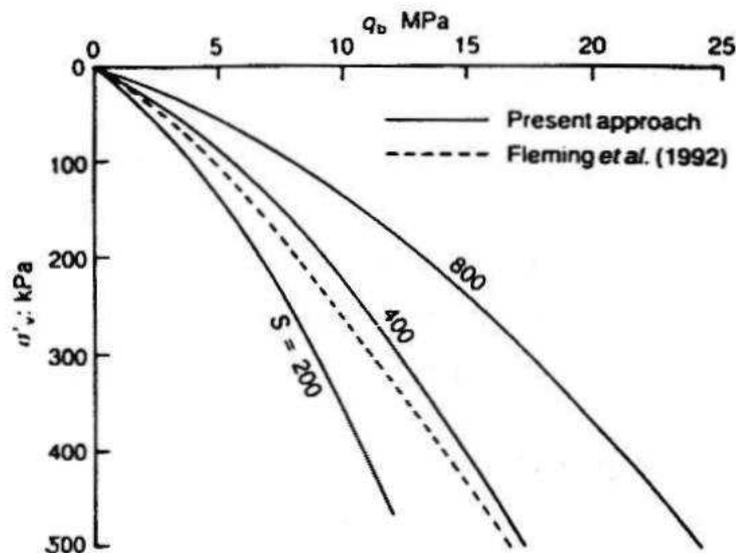


Fig. (I.28) L'influence du module de cisaillement sur la résistance de pointe, d'après RANDOLPH et al [94]

La Méthode de HOSSAIN et BRAIUD (93) préconise l'utilisation de l'abaque de COYLE et CASTELLO [81] dont la résistance de pointe est tracée en fonction de la profondeur d'encastrement relative ( $L/D$ ).

Cette méthode a pour valeurs de la résistance de pointe presque le double de celles des l'API, l'allure parabolique ne préconise aucune valeur limite de pointe.

L'emploi du paramètre ( $L/D$ ) ne paraît pas correcte, car l'évolution de la résistance de pointe est en principe fonction de la profondeur et au-delà d'une profondeur critique cette résistance ne serait plus fonction du diamètre.

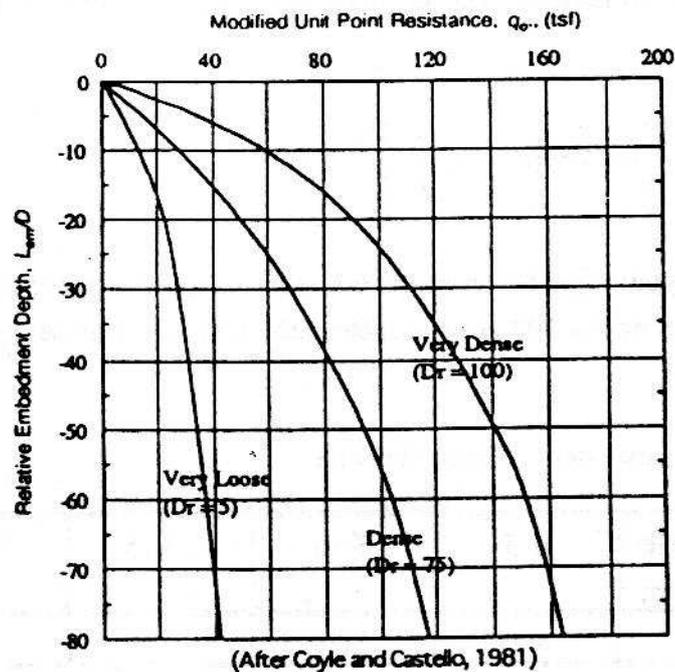


Fig. (I.29) L'abaque de COYLE et CASTELLO [81]

La Méthode de KRAFT (1990) a été élaborée à partir des essais en chambre d'étalonnage, elle préconise aussi une augmentation parabolique de la résistance de pointe avec la profondeur, sans fixé une valeur limite. Elle a pour valeur deux fois supérieures à celle recommandées par l'API.

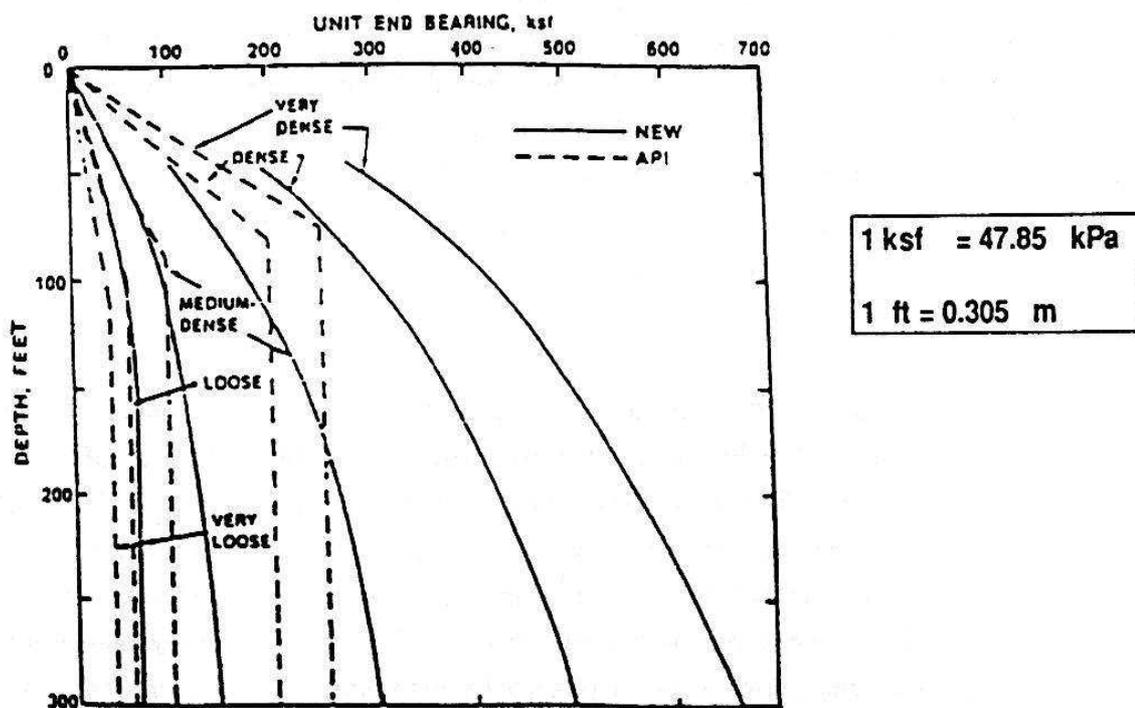


Fig. (I.30) L'évolution de la résistance de pointe, d'après KRAFT [90]

## **I.5 Conclusion**

Les observations faites sur le comportement des pieux ouverts mise en place par battage nous ont permis de tirer les conclusions suivantes :

- Au cours du battage, le pieu et carottant tandis que pendant le chargement statique il reste en général bouchonnant
- Le bouchon est compressible, et sa progression à l'intérieur du pieu dépend de la densité du sol.
- La majorité des déplacements à l'intérieur du bouchon, provenant à la fois du mouvement du pieu et de la compressibilité du bouchon lui-même est concentré dans sa partie basse, sur ( 2 à 3 ) fois le diamètre.
- Les déplacements détectés en surface du bouchon pendant le chargement statique du pieu deviennent pratiquement nuls, surtout pour les pieux longs du type offshore, alors qu'en bas du bouchon ( dans sa partie active) sont suffisants pour mobiliser un frottement élevé, en revanche ils sont insuffisants dans la partie haute, ou le frottement interne demeure faible.
- La mobilisation de la résistance sous la pointe du pieu ouvert nécessite la mobilisation du frottement à l'intérieur du tube.
- La résistance de pointe d'un pieu à base ouverte est d'environ 20% inférieure à celle d'un pieu fermé. Par contre le frottement latéral moyen mesuré est seulement de 10% inférieur.

Cette étude bibliographique a permis de montrer que, malgré un nombre important de recherches déjà consacrées a la modélisation physique de pieux offshore, certains aspects sont restés peu développés. Il s'agit notamment de l'étude de la formation du bouchon à l'intérieur du pieu pendant le battage et pendant le chargement statique d'une part , et d'autre part la détermination de la résistance de pointe limite d'un pieu tubulaire. Nous allons donc étudier théoriquement le comportement du bouchon au cours du chargement statique en abordant l'influence de la densité du massif, et en déduisant aussi la hauteur du bouchon nécessaire pour s'opposer a toute autre pénétration.

Nous allons par la suite confronter les valeurs déduites de la résistance de pointe limite par rapport à celle des pieux fermés, cela s'effectue en estimant la différence des valeurs du facteur de capacité portante  $N_q^M$  Pour un pieu ouvert et celles d'un pieu fermé proposés dans la littérature.

## *Chapitre (II)*

### **Application de la théorie de l'analyse limite**

## Chapitre(II)

### II- Application de la théorie de l'analyse limite.

#### II.1. Introduction :

En vue du choix d'une approche théorique pour le calcul avec un mécanisme tridimensionnel, nous rappelons ici les notions fondamentales de la théorie de l'analyse limite, puis l'application de cette théorie aux calculs bidimensionnelle.

Les schémas de calcul proposés par divers auteurs sont passés en revue, afin de sélectionner des schémas apparaissant satisfaisants et susceptibles de servir de base à un schéma tridimensionnel.

#### II.2. Généralités sur la plasticité des sols :

Nous allons rappeler ici quelques notions fondamentales sur le comportement des sols à la rupture en nous limitant à celles qui sont utilisées dans les méthodes d'études de la stabilité.

##### II.2.1 Critère d'écoulement - surface de charge :

De façon générale, pour un petit élément (macroscopique) de matière, sous une sollicitation quelconque définie par le tenseur des contraintes  $\sigma$  agissant sur lui, l'expérience montre que la notion de seuil de plasticité, correspondant au cas unidimensionnel, est remplacée par celle de critère d'écoulement ou critère de plasticité du matériau:

Il existe une fonction  $f$  à valeur scalaire, de l'état de contrainte  $\sigma$  de l'élément, telle que :

- $f(\sigma) < 0$  corresponde au domaine de l'élasticité du matériau;
- $f(\sigma) > 0$  corresponde à l'apparition de déformations irréversibles ou écoulement plastique;

C'est à l'égalité  $f(\sigma) = 0$  que l'on donne le nom de critère de plasticité ou critère d'écoulement. La fonction  $f$  est appelée fonction de charge, et la surface  $f(\sigma) = 0$  dans l'espace  $\{\sigma\}$  est appelée surface de charge (figure.II.1a).

Dans le cas du matériau parfaitement plastique, la fonction de charge ne varie pas; la surface de charge est une surface fixe et les déformations plastiques se produisent si  $\sigma$  est sur cette surface et y reste.

Dans le cas du matériau écrouissable, la fonction de charge change au fur et à mesure du développement des déformations permanentes. On doit alors distinguer la surface de charge initiale et la surface de charge actuelle (voir figure.II.1b). Pour tenir compte de l'écrouissage, on notera le critère de plasticité sous la forme :  $f(\sigma, E)=0$  où E symbolise l'ensemble des paramètres d'écrouissage.

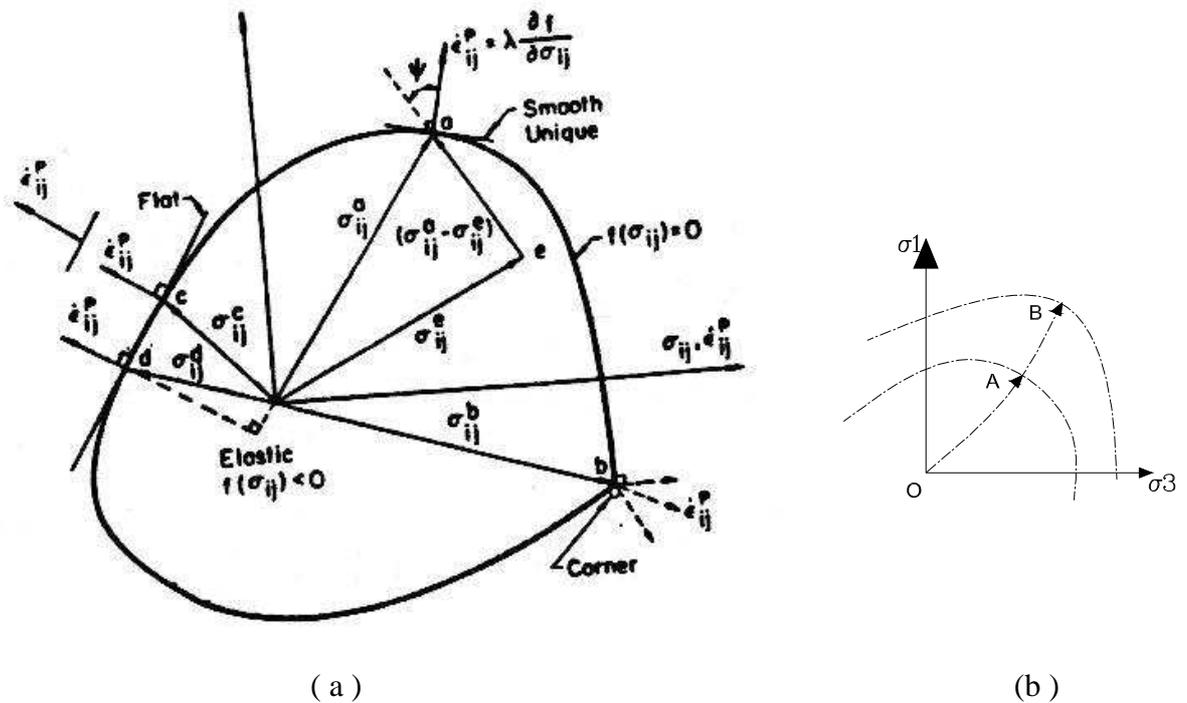


Fig. II.1 Représentation de la Surface de charge et de la règle de normalité.

**II.2.2 Plasticité Parfaite :**

La figure II.2 montre un diagramme typique de contrainte-déformation pour les sols. Le comportement contrainte-déformation de la plupart des sols réels est caractérisé par une portion initiale linéaire et un pic, ou contrainte de rupture, suivie par une détente vers un état de contrainte résiduelle. Dans l'Analyse Limite, on ignore ce travail de détente, et on considère un diagramme contrainte-déformation simplifié, du type élastique linéaire parfaitement plastique (courbe pointillée, figure II.2).

Un hypothétique matériau obéissant à cette propriété d'écoulement plastique non-contenu à contrainte constante est dit plastique idéal ou parfaitement plastique.

On notera que le niveau de contrainte de rupture utilisé dans les applications de l'Analyse Limite, avec l'hypothèse de plasticité parfaite, doit être choisi de telle façon qu'elle représente la contrainte moyenne dans une plage appropriée de déformation.

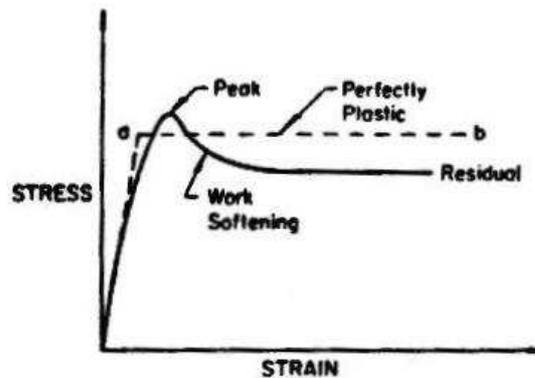


Fig. II.2 Courbe contrainte -déformation pour des sols réels et idéaux.

## II.2.3 Loi d'écoulement plastique :

### II.2.3.1. Introduction :

Contrairement à l'élasticité, en plasticité, la déformation actuelle dépend essentiellement de la façon dont a été atteint l'état de contrainte actuel, autrement dit de l'histoire du chargement. Le temps n'intervenant pas, mais Seulement l'ordre de succession des états de contraintes, le trajet du chargement correspond au trajet suivi par le point de coordonnées  $\sigma_{ij}$  dans l'espace représentatif de l'état de contraintes, entre l'état initial et l'état actuel. On ne peut donc établir de relations qu'entre les incréments de contraintes et de déformations.

### II.2.3.2. Règle de normalité :

Supposons que les axes de coordonnées de l'espace de contraintes représentent simultanément les accroissements de déformation plastique. Chaque axe  $\sigma_{ij}$  étant également l'axe de l'accroissement de déformation plastique correspondant  $\epsilon_{ij}^p$ . Ainsi, un point représente un état de vitesse de déformation plastique (figure.II.1). Dans cette représentation, la règle de normalité apparaît clairement : le vecteur représentant la vitesse de déformation plastique a la direction de la normale extérieure de la surface de charge.

Dans divers cas, la surface de charge peut avoir des angles où il n'y a pas de directions uniques normales (Figure.II.1). Dans ce cas, la règle de normalité implique seulement ce que le vecteur  $\varepsilon_{ij}^p$  ait n'importe quelle direction comprise à l'intérieur de l'angle défini par les normales aux surfaces contiguës.

La relation contrainte -vitesse de déformation dérivant de la condition de normalité correspondant à la fonction de charge prend la forme générale :

$$\varepsilon_{ij}^p = \mu \cdot \frac{\delta f}{\delta \sigma_{ij}}$$

Où  $\mu > 0$  est un facteur scalaire de proportionnalité.

### II.2.3.3. Principe du travail maximal de HILL (1950) :

On fait souvent l'hypothèse que les matériaux obéissent au principe du travail maximal de HILL, que l'on peut énoncer de la manière suivante :

Soit pour un élément, un tenseur contrainte  $\sigma$  à la limite d'écoulement telle que  $f(\sigma) = 0$ , et  $\varepsilon_p$  le tenseur vitesse de déformation plastique correspondant : si  $\sigma^*$  est un tenseur tel que  $f(\sigma^*) < 0$ , alors :

$$(\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^*) \varepsilon_{ij}^p \geq 0$$

$$(\sigma - \sigma^*) \cdot \varepsilon^p \geq 0$$

Les matériaux obéissant au principe du travail maximal de HILL sont appelés matériaux standards.

On démontre (MANDEL, 1964) que ce principe implique que la surface de charge est convexe.

## **II.3. Méthode de l'analyse limite :**

### **II.3.1. Introduction**

Avant de procéder à une discussion générale sur la méthode de l'Analyse limite, voyons les conditions requises pour une solution valide dans la Mécanique des Milieux déformables.

Trois conditions de base sont requises :

- Les équations d'équilibre des contraintes.
- La loi de comportement.
- Les équations de compatibilité reliant les déplacements et les déformations.

En général, une infinité d'états de contrainte satisfont les conditions aux limites de contrainte, les équations d'équilibre, et le critère de rupture. Et un nombre infini de modes de déplacements sont compatibles avec une distorsion continue satisfaisant les conditions aux limites de déplacements.

Comme dans la théorie de l'élasticité, on doit utiliser la loi de comportement pour savoir si les états de contraintes et de déplacements correspondent : il en résulte une solution unique vérifiant les conditions requises.

Dans un matériau élastique plastique, cependant, il y a trois étapes de développement dans une solution (quand on augmente progressivement le chargement à partir de zéro) qui sont :

- La Réponse initiale élastique,
- L'écoulement plastique imminent intermédiaire,
- L'écoulement plastique libre.

La solution compète par cette approche est vraisemblablement lourde pour tous les problèmes mais surtout pour les plus simples. Pour cela, nous avons besoin de méthodes qui fournissent la charge limite ultime de la manière la plus directe.

L'Analyse limite est la méthode permettant de définir une valeur de la charge de rupture sans utilisation de l'Analyse élastique plastique incrémentale. Contrairement à la méthode des lignes de glissement et à la méthode de l'équilibre limite (ou prisme de rupture), la méthode de l'Analyse limite considère une loi de comportement idéalisée. Cette idéalisation, nommée

Normalité (ou Règle d'écoulement), établit es théorèmes limites sur lesquels est basée l'Analyse limite.

Dans le cadre de cette hypothèse, l'approche est rigoureuse et ses techniques sont compétitives avec celles de l'équilibre limite. Certains cas sont pourtant plus simples à résoudre avec la méthode de l'équilibre limite. Les théorèmes plastiques limites de DRUCKER et al.(1952) peuvent alors être employés pour obtenir des bornes inférieure et supérieure de la charge de rupture dans les problèmes de stabilité, ou encore de la profondeur critique pour la stabilité des tranchés, ou encore de la capacité portante de sols non- homogènes.

### **II.3.2. Théorème de la borne inférieure**

DRUCKER, PRAGER, GREENBERG (1952) démontrent qu'une charge, déterminée à partir d'une distribution de contrainte seule, et satisfaisant aux conditions suivantes :

- (a)- Les équations d'équilibre sont vérifiées en tout point.
- (b)- Les conditions aux limites des contraintes sont vérifiées.
- (c)- Cette distribution des contraintes satisfait au critère de rupture en tout point.

n'est pas supérieure à la charge réelle de rupture.

La distribution des contraintes qui satisfait aux conditions (a), (b) et (c) est appelée "champ de contrainte statiquement admissible".

Le théorème de la borne inférieure peut donc s'exprimer de la façon suivante :

Si une distribution de contrainte statiquement admissible peut être trouvée, l'écoulement plastique libre ne se produira pas sous l'effet d'une charge plus petite.

A partir de toutes ces considérations, on peut voir que la technique de la borne inférieure se base seulement sur es conditions d'équilibre et le critère de rupture. Elle ne dit rien sur la cinématique du sol.

### **II.3.3. Théorème de la borne supérieure :**

DRUCKER, PRAGER, GREENBERG (1952) démontrent aussi qu'une charge, déterminée en écrivant que le taux de travail extérieur est égal au taux de dissipation d'énergie interne pour un certain mode de déformation (ou champ de vitesse) et satisfaisant :

(a)- Aux conditions aux limites des vitesses.

(b)- Aux conditions de compatibilité entre vitesses et déformations.

n'est pas plus petite que la charge de rupture réelle.

Un champ de vitesse, satisfaisant les conditions précédentes, est appelée "champ de vitesse cinématiquement admissible".

On peut énoncer le théorème de la façon suivante :

Si un champ de vitesse cinématiquement admissible peut être trouvé, l'écoulement plastique libre doit être imminent ou a eu lieu auparavant.

La technique de la borne supérieur considère seulement le champ de vitesse ou le mode de rupture et la dissipation d'énergie. Alors qu'il n'est pas nécessaire dans cette approche que la distribution des contraintes satisfasse aux conditions d'équilibre statique.

### **II.3.3.1. Méthode de recherche de la borne supérieure**

Le théorème de la borne supérieure exprime que les charges imposées ne peuvent pas être supportées par la masse de sol si, pour un mécanisme de rupture bien déterminé, le taux de travail dû aux forces extérieures excède le taux de travail interne de dissipation d'énergie. Dès lors, en égalisant le taux de travail extérieur au taux de travail interne pour un mécanisme de rupture cinématiquement admissible, on obtient une borne supérieure de la charge de rupture. L'équation ainsi obtenue s'appelle l'équation de travail pour le mécanisme de rupture choisi.

En résumé, les conditions nécessaires pour établir une solution type borne supérieure sont les suivantes :

- a- Un mécanisme de rupture "admissible" satisfaisant aux conditions aux limites doit être choisi.
- b- La dissipation d'énergie des forces extérieures due aux petits déplacements définis par le mécanisme doit être calculée.
- c- La dissipation d'énergie interne dans les régions plastiquement déformées du mécanisme doit être calculée.
- d- La solution la plus critique (plus petite borne supérieure), correspondante au mécanisme de rupture choisi, est obtenue en effectuant une minimisation de la charge de rupture par rapport aux paramètres définissant ce mécanisme.

On fera remarquer qu'en appliquant le théorème de la borne supérieure en analyse limite, on peut utiliser des champs de vitesse discontinus. Les surfaces de discontinuité de vitesse peuvent être admises à condition que la dissipation d'énergie interne soit bien calculée le long de ces surfaces. Le glissement d'un corps rigide sur un autre est un bon exemple.

La surface discontinue doit être regardée comme un cas particulier d'un champ de vitesse continu dans lequel une ou plusieurs composantes de vitesse changent très rapidement à travers une faible couche de transition, qui est remplacée par une surface de discontinuité par simplicité.

La méthode de la borne supérieure suppose que l'on calcule la dissipation d'énergie interne dans les régions plastiquement déformées. Nous présentons, dans le paragraphe qui suit, quelques explications concernant la surface de discontinuité d'un matériau de COULOMB standard et la méthode de calcul de l'énergie de dissipation interne le long de cette surface de discontinuité.

### II.3.3.2. Surface de discontinuité d'un matériau de COULOMB standard :

L'hypothèse selon laquelle le matériau de COULOMB est standard, implique que toute déformation plastique est accompagnée d'une augmentation de volume.

Si une masse de sol se déplace en translation par rapport à une autre comme le montre la Figure (II.3), la zone de transition entre ces masses est limitée par deux plans parallèles.

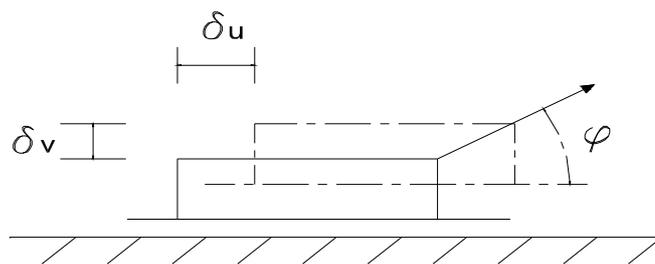


Fig. II.3  
Zone mince de transition.

La notion de normalité exige que la variation de vitesse tangentielle  $\delta u$  doit être accompagnée par une vitesse de séparation  $\delta v = \delta u .tg \phi$ . Cette condition de glissement cinématique signifie que le changement de vitesse relatif  $\delta w$  dans la couche mince de transition limitée par deux plans parallèles, doit faire un angle  $\phi$  avec les plans de glissement (Figure.II.4).

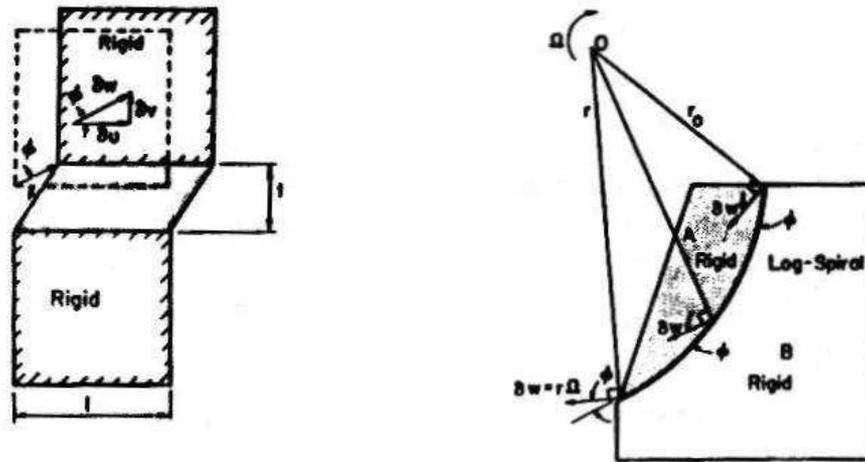


Fig.II.4  
Condition de glissement cinématique.

Si une masse de sol rigide effectue une rotation par rapport à une autre masse, la trace de la zone de transition dans un plan normal à l'axe de rotation ne peut pas être limitée par deux cercles concentriques, mais plutôt par deux spirales logarithmiques qui font, avec le rayon, un angle constant égal à  $(\pi/2 + \phi)$ . Ceci est illustré dans la Figure (2.4). La partie supérieure rigide. A tourne par rapport au centre avec une vitesse angulaire  $\Omega$ . Les deux parties A et B sont séparées par une couche en forme de spirale logarithmique. La vitesse relative  $\delta w$  fait un angle constant  $\phi$  avec la couche de transition le long de la longueur de la spirale.

En résumé, on doit savoir que, dans la méthode de la borne supérieure en analyse limite, la surface de discontinuité circulaire n'est pas acceptable pour un mouvement de corps rigide à cause de la condition de séparation. La surface plane et la surface limitée par une spirale logarithmique d'angle  $\phi$  (Figure.II.5) sont donc les seules surfaces (ou plans) de discontinuité qui sont acceptables en Analyse limite pour le cas d'un mouvement de corps rigide par rapport à une surface fixe.

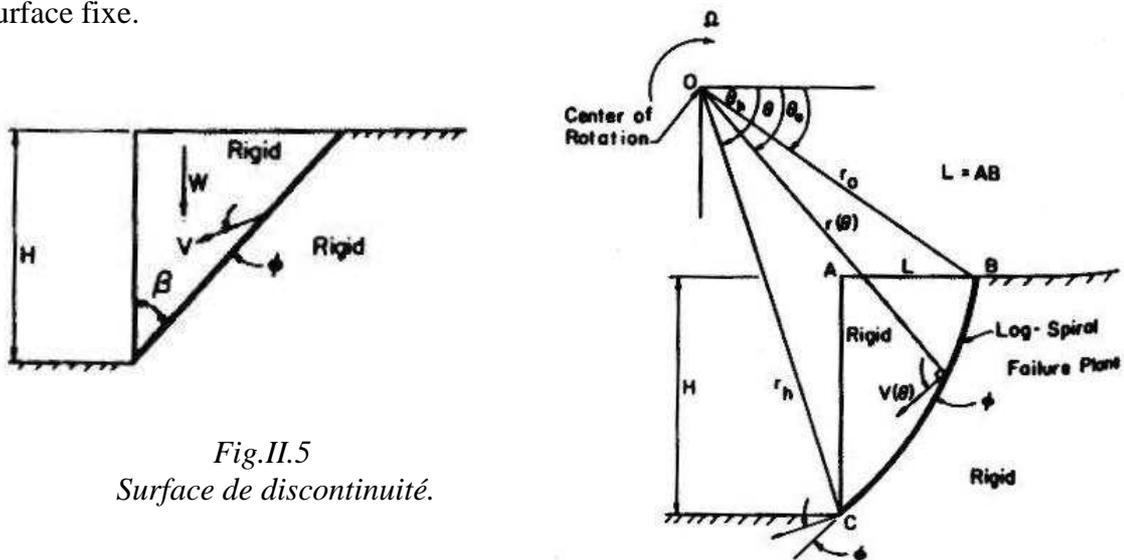


Fig.II.5  
Surface de discontinuité.

### II.3.3.3. Dissipation d'énergie :

Nous allons calculer le taux de dissipation d'énergie interne  $\Delta D$  dans la couche mince de cisaillement plastique d'épaisseur  $t$ .

Le mode de déformation dans cette couche de transition (Figure 2.3) est une combinaison d'un écoulement en cisaillement parallèle à la couche de transition d'une part, et d'extension normale à la couche d'autre part.

Le taux de déformation en cisaillement, supposé uniforme dans la couche de transition, est égal à  $\delta u / t$ ; et le taux de déformation normal est égal à  $\delta v / t$ . Ainsi, la taux de dissipation d'énergie est égal à " $\tau \cdot \gamma - \sigma \cdot \varepsilon$ " par unité de volume,  $\tau$  et  $\sigma$  (ici pris positifs en compression) sont respectivement les contraintes tangentielles et normales. Le volume de la couche est égal à  $t$ ; ainsi :

$$\Delta D = (\tau \cdot \gamma - \sigma \cdot \varepsilon) \cdot t = \tau \cdot \delta u - \sigma \cdot \delta v \dots\dots\dots(\text{II.1})$$

ou encore:

$$\Delta D = \delta u \cdot (\tau - \sigma \cdot \tan \varphi) \dots\dots\dots(\text{II.2})$$

Comme le critère de rupture de MOHR-COULOMB doit être satisfait dans la couche plastique, l'équation (II.2) se réduit à:

$$\Delta D = c \cdot \delta u \dots\dots\dots(\text{II.3})$$

Cette équation signifie que le taux de dissipation d'énergie par unité de la surface de discontinuité pour un sol ( $\emptyset, c$ ) est tout simplement le produit de la cohésion et de la variation de vitesse 'tangentielle  $\delta u$  à travers la couche de transition.

Comme l'équation (II.3) est indépendante de l'épaisseur de la couche de transition  $t$ , on peut prendre  $t$  d'autant plus petit que l'on veut (épaisseur nulle par simplicité).

### **II.3.4. Extension aux matériaux non-standards**

#### **Théorème de RADENKOVIC**

Cette prolongation concerne le cas où le principe du travail maximal n'est pas vérifié. Elle permet de situer les charges de rupture du matériau non-standards par rapport à celles obtenues pour le matériau standard.

Considérons un matériau non-standards caractérisé par un critère de plasticité  $f$ , et dont la règle d'écoulement admet  $g$  comme fonction potentielle. En notant :

$K^f$  : La charge de rupture obtenue pour un matériau standard  $(f,f)$ ,

$K^g$  : La charge de rupture obtenue pour un matériau standard  $(g,g)$ ,

La charge de rupture pour un matériau  $(f,g)$  est comprise entre  $K^f$  et  $K^g$ , frontière comprise.

Le théorème de RADENKOVIC permet d'encadrer les charges limites pour le matériau non-standards entre celles de deux matériaux standards.

- Une approche statique connue pour le matériau standard  $(g,g)$  fournit une approximation par défaut de toute charge limite pour le matériau non-standards  $(f,g)$ .
- Une approche cinématique connue pour le matériau standard  $(f,f)$  fournit une approximation par excès de toute charge limite pour le matériau non-standards  $(f,g)$ .

### **II.3.5. Aperçu succinct des travaux de différents auteurs :**

Comme nous l'avons déjà cité, la méthode de la borne supérieure est simple, facile et souple. Elle a été utilisée pour le calcul de la butée par plusieurs auteurs comme FINN (1967), DAVIS (1968), CHEN et SCAWTHORN (1970), CHEN et ROSENFARB (1973), puis dernièrement SOUBRA (1989).

Ces auteurs ont utilisé des mécanismes de rupture allant du plus simple (prisme triangulaire) au plus compliqué (log.sandwich) (Figure II.7) et (spirale logarithmique) avec SOUBRA (1989) (Figure II.6), obtenant ainsi plusieurs bornes supérieures.

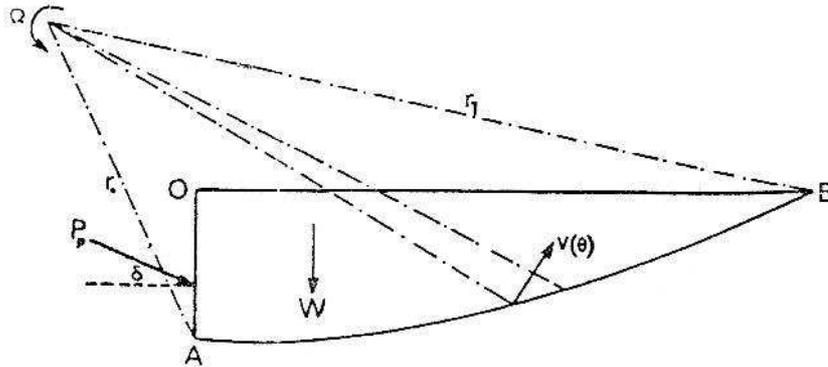


Fig. II.6 Spirale logarithmique ( SOUBRA 1989 ).

Un de ces mécanismes, prisme à deux triangles, sera étudié en détail dans les paragraphes suivants.

La méthode de la borne inférieure qui n'est accessible que par des calculs complexes, a fait l'objet de moins d'études. On peut citer toutefois dans cette catégorie, les travaux de :

- LYSMER (1970) qui admettant un critère de MOHR-COULOMB linéaire, avec un matériau standard, discrétise le massif sollicité en éléments triangulaires (Figure II.7); tout en admettant que le champ de contrainte à l'intérieur de chaque élément varie linéairement.
- BASUDHAR et AL (1979) qui ont aussi résolu le problème par la même approche que LYSMER, mais en gardant la non linéarité du critère de rupture de MOHR-COULOMB.
- LEE et HERINGTON (1972) qui établissent une solution, pour un matériau standard, en déduisant le champ de vitesse du champ des contraintes; cette solution est donc à la fois une borne inférieure et une borne supérieure.

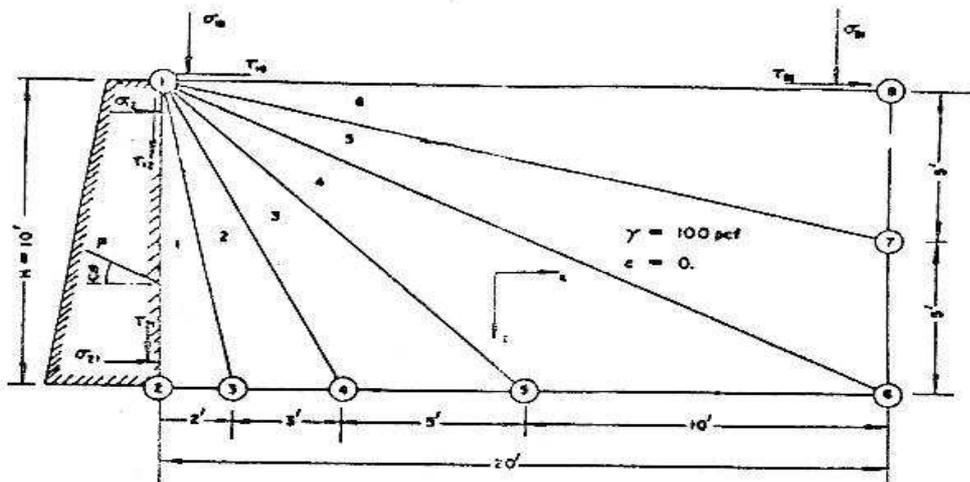


Fig. II.7 Discrétisation du massif en éléments triangulaire ( LYSMER 1970 ).

SOUBRA (1989) donne un tableau récapitulatif (Tableau II.1) intéressant présentant les résultats du coefficient de butée dans le cas où  $\varnothing=40^\circ$ ,  $\delta=20^\circ$ .

Coulomb (1776)	11.771
Soubra (1989)	9.815
Caquot et Kerisel (1948)	9.600
Sokolovski (1960)	9.684
Lysmer (1970)	9.540
Basudhar et al (1979)	9.340
Lee et Herington (1972)	9.300
Chen et Rosenfarb (1975)	10.100

Tableau II.1. Valeurs du coefficient de butée proposées par différents auteurs(  $\varnothing = 40^\circ$  ;  $\delta = 20^\circ$  )

### **II.3.6. Choix du modèle de calcul :**

#### **II.3.6.1. Introduction :**

Comme base de notre travail pour le calcul en bidimensionnel devant un écran de largeur limitée, nous sommes partis des travaux de CHEN (1975) qui a examiné, pour le calcul de la butée bidimensionnelle, les performances de six mécanismes suivant les principes de la borne supérieure représentés sur la FigureII.8 :

- a) le schéma de Coulomb dont on sait qu'il surestime fortement la butée dans certains cas ( $\varphi$  et  $\delta/\varphi$  élevés);
- b) une extension de ce schéma avec deux prismes triangulaires;
- c et e) des combinaisons de prismes limités par des droites et des spirales logarithmiques;
- d et f) des combinaisons de prismes limités par des droites et des arcs de cercle.

Les observations montrent que les mécanismes 2 et 5 donnent les meilleures solutions. Bien que le mécanisme 5 soit physiquement plus complexe, il est entièrement défini par deux paramètres indépendants, à l'opposé des trois paramètres du mécanisme 2. Il apparaît cependant difficile à

extrapoler un mécanisme tridimensionnel. Aussi, dans le but de traiter le problème de la butée sur un écran de largeur limitée, nous nous proposons d'utiliser le mécanisme 2, que nous appellerons prisme à deux triangles.

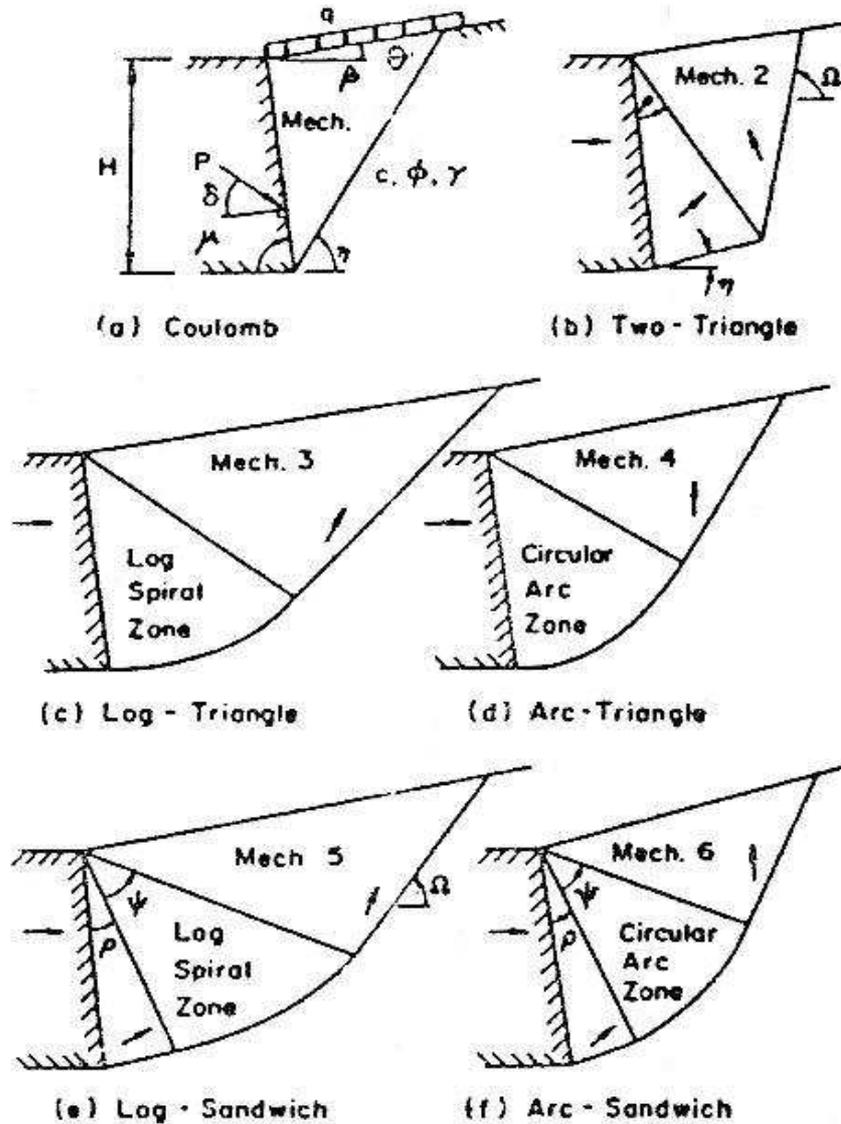


Fig.II.8 Mécanismes de rupture ( CHEN 1975 ).

Nous avons choisi alors deux modèles :

- **Modèle (1) :**

Est un prisme a deux triangles pour son caractère physique simple par rapport au mécanisme 5, limité par des droites dont celle qui forme l'horizontale est choisi au point de chauvauchement des lignes de rupture. Ce mécanisme est définit par Trois paramètres, mais ne conduit pas a des résultats acceptables.

- **Modèle (2) :**

Est aussi un prisme à deux triangles limité par des droites dont celle qui forme l'horizontale se situe au dessus du point de chauvauchement des lignes de rupture. Pour le nombre assez restreint de paramètres (Trois) conduisant a des résultats acceptables.

Nous donnons ici l'Exposé des calculs pour ces deux modèles.

**II.3.6.2 Détail de calcul en bidimensionnel :**

Nous donnons ci-après l'exposé du calcul suivant ces deux schémas cinématiques bidimensionnels, qui seront complétés et développés par la suite en schémas tridimensionnels, suivant les mêmes principes.

**A) Modèle (1) :**

**A-1) Mécanisme a deux triangles non surchargé**

Le mécanisme des deux Blocs rigides de section triangulaire forment la partie la plus compacte de la colonne de sol ( Bouchon ), glissant l'un sur l'autre est totalement décrit par les trois paramètres (  $\alpha, \mu, \beta$  ). Le champs des vitesses est représenté sur la Figure.(II.11).

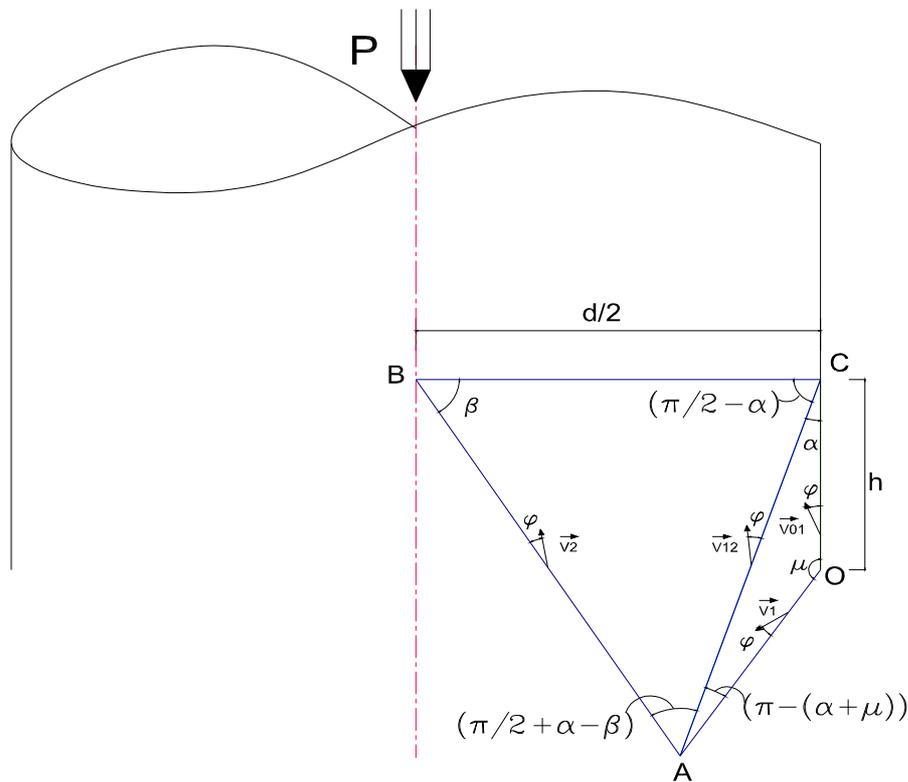
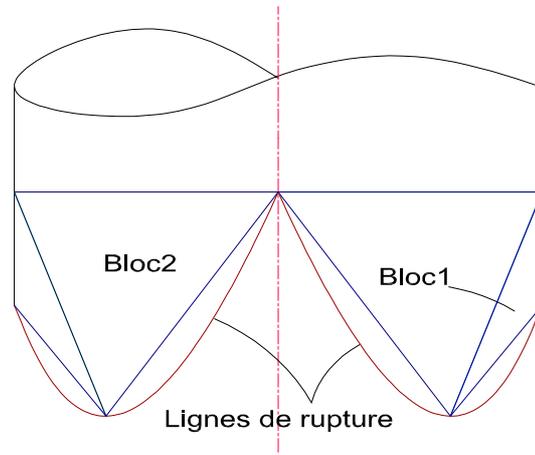


Fig. II.9 MECANISME DES DEUX TRIANGLES  
< CAS D'UN PIEU RUGUEUX >

La Formulation de la charge limite sera généralisée pour le cas d'un sol non Cohérent avec une surface libre plane.

- Le Poids des massifs triangulaire sont donnés par la Figure.(II.12).

Fig. II.10  
Représentation des massifs



$$W_{AOC} = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot h^2 \cdot \frac{\sin(\alpha) \cdot \sin(\mu)}{\sin(\alpha + \mu)}$$

$$W_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot h^2 \cdot \frac{\sin^2(\mu) \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\alpha - \beta)}{\sin^2(\alpha + \mu) \cdot \sin(\beta)}$$

- Le taux de travail des forces extérieures est égal à :

$$\frac{P}{2} \cdot V_0 - W_{AOC} \cdot V_1 \cdot \cos(\mu - \phi) - W_{ABC} \cdot V_2 \cdot \sin(\beta + \phi)$$

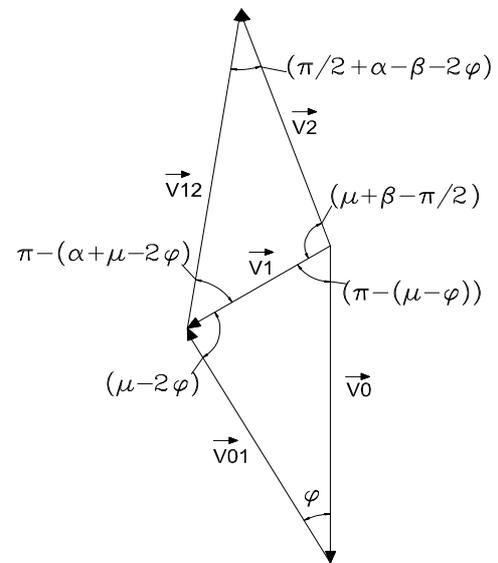
- Le taux d'énergies internes dissipées :

$E_{OC} = C \cdot V_{01} \cdot \cos(\phi) \cdot h$	→	Le Long de OC
$E_{OA} = C \cdot V_1 \cdot \cos(\phi) \cdot h \cdot \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\alpha + \mu)}$	→	Le Long de OA
$E_{AC} = C \cdot V_{12} \cdot \cos(\phi) \cdot h \cdot \frac{\sin(\mu)}{\sin(\alpha + \mu)}$	→	Le Long de AC
$E_{AB} = C \cdot V_2 \cdot \cos(\phi) \cdot h \cdot \frac{\sin(\mu) \cdot \cos(\alpha)}{\sin(\alpha + \mu) \cdot \sin(\beta)}$	→	Le Long de AB

Pour un pieu rugueux (  $\delta > \phi$  ), la dissipation d'énergie par friction d'un sol non cohérent est nulle.

Avec l'utilisation du diagramme des vitesses correspondant, toutes les vitesses seront exprimés en fonction de la vitesse d'enfoncement du pieu ( $v_0$ )Figure.(II.13) .

Fig.II.11  
Diagramme des vitesses des deux Blocs  
( AOC et ABC )



- cas d'un pieu rugueux (  $\delta > \phi$  ) :

$$V_{01} := \frac{\sin(\mu - \phi)}{\sin(\mu - 2\phi)} \cdot V_0$$

$$V_{12} = - \frac{\cos(\mu + \beta) \cdot \sin(\phi)}{\cos(\alpha - \beta - 2\phi) \cdot \sin(\mu - 2\phi)} \cdot V_0$$

$$V_1 := \frac{\sin(\phi)}{\sin(\mu - 2\phi)} \cdot V_0$$

$$V_2 = \frac{\sin(\alpha + \mu - 2\phi) \cdot \sin(\phi)}{\cos(\alpha - \beta - 2\phi) \cdot \sin(\mu - 2\phi)} \cdot V_0$$

Avec  $V_0$  la Vitesse de déplacement du pieu

- La Longueur active du bouchon est exprimée par la relation :

$$h = \frac{1}{2} \cdot d \cdot \frac{\sin(\alpha + \mu) \cdot \sin(\beta)}{\sin(\mu) \cdot \cos(\alpha - \beta)} \quad \text{Avec } d \text{ le Diamètre du pieu}$$

En égalisant le taux de travail des forces extérieures aux taux de dissipation d'énergies internes on obtient :

$$P = \frac{2}{V_0} \cdot (T_{AOC} + T_{ABC}) + 2 \cdot (L_{OC} \cdot \frac{V_{01}}{V_0} + L_{OA} \cdot \frac{V_1}{V_0} + L_{AC} \cdot \frac{V_{12}}{V_0} + L_{AB} \cdot \frac{V_2}{V_0}) \cdot C \cdot \cos(\phi)$$

Avec  $L_{OC}, L_{OA}, L_{AC}$  et  $L_{AB}$  les Longueurs des lignes de rupture  
et  $C$  la cohésion du sol

Soit pour  $C=0$  
$$P = \frac{2}{V_0} \cdot (T_{AOC} + T_{ABC})$$

**A-2) Mécanisme a deux triangles surchargé**

Ce mécanisme se diffère du cas précédent que par l'application d'une surcharge uniforme, représentant la partie haute de la colonne de sol qui est plus lâche et ne transmet pas de chargement. Mais exerce une surcharge verticale sur la surface de la partie basse de la colonne de sol ( Bouchon) Figure.(II.14).

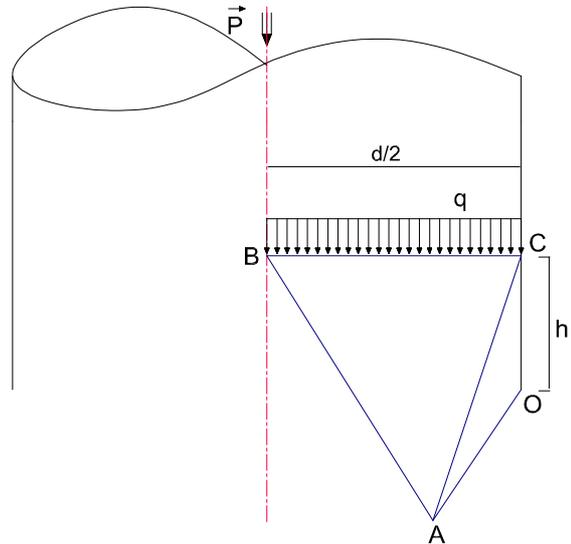


Fig.II.12  
Mécanisme des deux Triangles Surchargé

- La surcharge est exprimée par la relation :

$$q_{sur} = \gamma_1 \cdot h_1 \cdot 1 \quad \text{avec } (\gamma_1, H_1) \text{ Poids volumique et Hauteur de la surcharge}$$

-Le travail du a la surcharge :

$$T_{sur} = \frac{1}{2} \cdot \gamma_1 \cdot h_1 \cdot d \cdot V_2 \cdot \sin(\beta + \varphi)$$

Après égalisation on peut obtenir comme expression de la charge limite la suivante :

$$P = \frac{2}{V_0} \cdot (T_{AOC} + T_{ABC} + T_{sur}) + 2 \cdot (L_{OC} \cdot \frac{V_{01}}{V_0} + L_{OA} \cdot \frac{V_1}{V_0} + L_{AC} \cdot \frac{V_{12}}{V_0} + L_{AB} \cdot \frac{V_2}{V_0}) \cdot C \cdot \cos(\varphi)$$

**B) Modèle(2) :**

**B-1) Mécanisme a deux triangles non surchargé**

Le mécanisme de deux blocs rigides bien qu'il représente la zone active ( partie basse de la colonne de sol) est totalement décrit par les mêmes paramètres du modèle précédent, sauf que la limite supérieure de cette zone est située au point de convergence de la ligne de rupture a la parois du pieu Figure.(II.15).

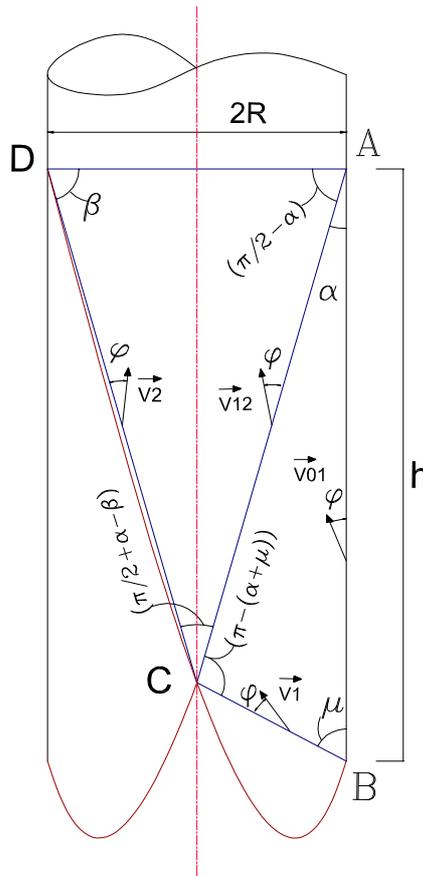


Fig. II.13  
 Mécanisme des deux Triangles  
 < cas d'un pieu rugueux >

- Les poids des prismes triangulaires représentés par la Figure.(II.15) sont :

$$W_{ABC} = \frac{1}{4} \cdot \gamma \cdot d \cdot h \qquad W_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot d \cdot h \cdot \frac{\cos(\alpha) \cdot \sin(\mu)}{\sin(\alpha + \mu)}$$

- Le taux de travail externe du au poids propre de chaque bloc, correspond au produit de la composante verticale de la vitesse du bloc considéré par le poids de ce même bloc. Dont on peut exprimé le travail total des forces extérieures par l'expression suivante :

$$\frac{P}{2} \cdot V_0 - W_{ABC} \cdot V_1 \cdot \cos(\mu - \phi) - W_{ADC} \cdot V_2 \cdot \sin(\beta + \phi)$$

- Le taux de dissipation d'énergies le long des lignes de ruptures :

$$E_{AB} = C \cdot V_{01} \cdot \cos(\phi) \cdot h \qquad \longrightarrow \qquad \text{Le Long de AB}$$

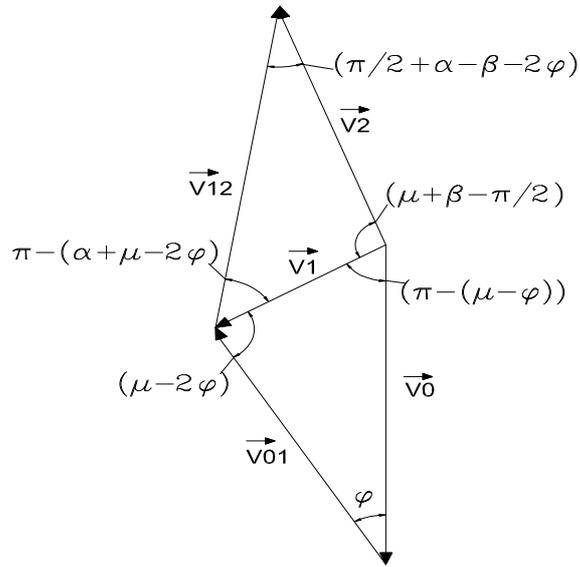
$$E_{BC} = C.V_1 \cdot \cos(\varphi) \cdot h \cdot \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\alpha + \mu)} \quad \longrightarrow \quad \text{Le Long de BC}$$

$$E_{AC} = C.V_{12} \cdot \cos(\varphi) \cdot h \cdot \frac{\sin(\mu)}{\sin(\alpha + \mu)} \quad \longrightarrow \quad \text{Le Long de AC}$$

$$E_{CD} = C.V_2 \cdot \cos(\varphi) \cdot h \cdot \frac{\sin(\mu) \cdot \cos(\alpha)}{\sin(\alpha + \mu) \cdot \sin(\beta)} \quad \longrightarrow \quad \text{Le Long de CD}$$

- Avec l'utilisation du diagramme des vitesses correspondant, toutes les vitesses exprimés en fonction de la vitesse d'enfoncement du pieu restent inchangés ( mêmes expression du modèle 1)Figure.(II.16).

Fig.II.14  
Diagramme des vitesses des deux Blocs  
( ABC et ADC )



- La Longueur active du bouchon est exprimée par la relation :

$$h = \frac{1}{2} \cdot d \cdot \frac{\sin(\alpha + \mu)}{\sin(\alpha) \cdot \sin(\mu)} \quad \mathbf{d} : \text{étant le diamètre du pieu}$$

En égalisant le taux de travail des forces extérieures et le taux de dissipation d'énergie interne on obtient :

- pour le cas d'un pieu rugueux ( $\delta > \varphi$ ).

$$P = \frac{2}{V_0} \cdot (T_{ABC} + T_{ADC}) + 2 \cdot (L_{AB} \cdot \frac{V_{01}}{V_0} + L_{BC} \cdot \frac{V_1}{V_0} + L_{AC} \cdot \frac{V_{12}}{V_0} + L_{CD} \cdot \frac{V_2}{V_0}) \cdot C \cdot \cos(\varphi)$$

Avec  $L_{AB}, L_{BC}, L_{AC}$  et  $L_{CD}$  les Longueurs des lignes de rupture. Dont le détail de calcul est exposé en Annexe.

Soit pour  $C=0$  
$$P = \frac{2}{V_0} \cdot (T_{ABC} + T_{ADC})$$

**B-2) Mécanisme a deux triangles surchargé**

Partant du même principe en tenant compte de l'effet de la colonne de sol en état très lâche, qui exerce une surcharge sur la partie basse dans son état très compacte. Le schéma de principe est représenté dans la Figure.(II.17).

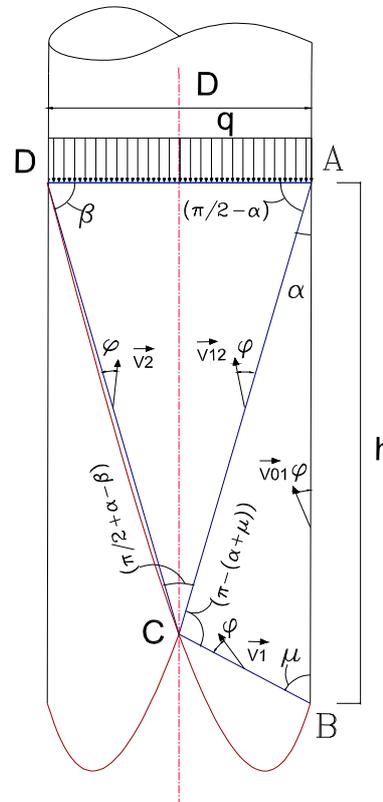


Fig.II.15  
Mécanisme des deux Triangles Surchargé

- La surcharge est exprimée par la relation :

$$q_{sur} = \gamma_1 \cdot h_1 \cdot 1 \quad \text{avec } (\gamma_1, H_1) \text{ Poids volumique et Hauteur de la surcharge}$$

- Le travail externe du a la surcharge correspond au produit du poids de la colonne par la composante verticale de la vitesse du bloc sollicité .

$$T_{sur} = W_{sur} \cdot V_2 \cdot \sin(\beta + \varphi)$$

- Le travail des massifs ( ABC , ADC ) et celui de la charge extérieure (P) restent identique au cas non surchargé.

Après égalisation du taux de travail et des énergies dissipés nous aurons comme expression finale de la charge limite :

$$P = \frac{2}{V_0} \cdot (T_{ABC} + T_{ADC} + T_{sur}) + 2 \cdot (L_{AB} \cdot \frac{V_{01}}{V_0} + L_{BC} \cdot \frac{V_1}{V_0} + L_{AC} \cdot \frac{V_{12}}{V_0} + L_{CD} \cdot \frac{V_2}{V_0}) \cdot C \cdot \cos(\varphi)$$

Soit pour C=0  $P = \frac{2}{V_0} \cdot (T_{ABC} + T_{ADC} + T_{sur})$

## II.4 Le Matériau Utilisé

### II.4.1 Caractéristiques Physique et Granulométrique

Nous avons utilisé un sable provenant des carrières d'Hostun (Drome), dans la vallée de Rhône. C'est un sable à granulométrie serrée Figure(II.18), dont les caractéristiques figurent ci-dessous Tableau(II.3) :

Désignation	Dimensions en mm		Indice des vides	
	$d_{min}$	$d_{max}$	$e_{min}$	$e_{max}$
Sable1	0,3	1	0,607	0,885

Tableau(II.3) Caractéristiques Physiques du matériau

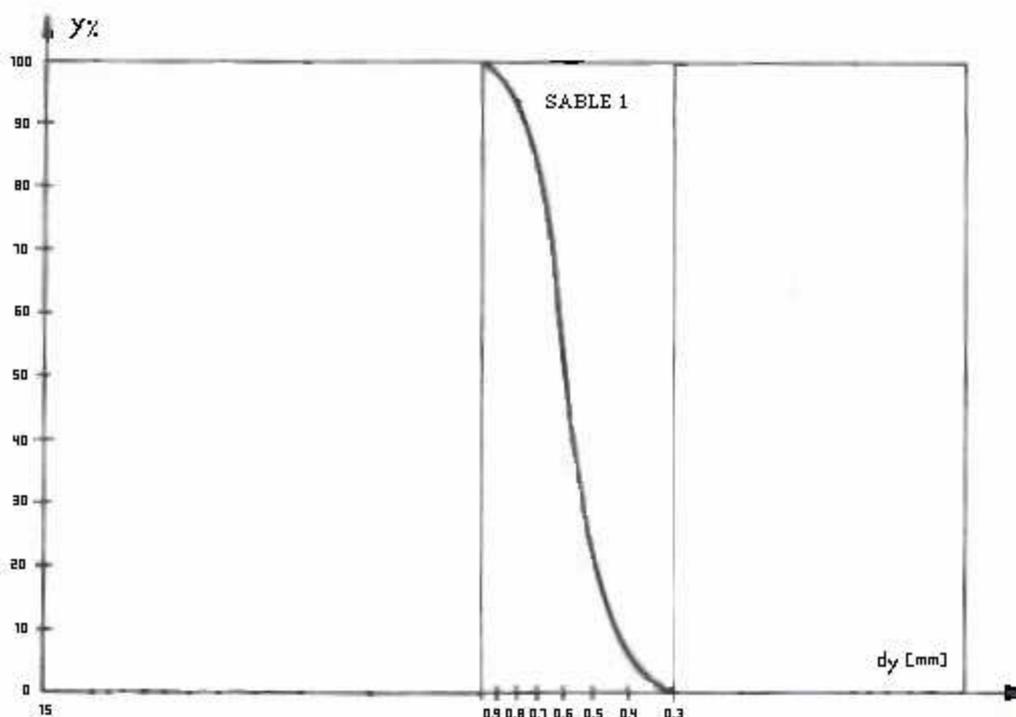


Fig.II.16 Courbe Granulométrique du matériau utilisé

### II.4.2 Caractéristiques Mécaniques

L'angle de frottement interne de ce sable a été déterminé à l'aide de la boîte de casagrande (BOURDEAU 1977).

La relation entre  $\Phi$  et la densité sèche d'une part, et la densité relative d'autre part, sont représentées par les Figures (II.19) et (II.20).

Fig.II.17  
Relation  $\Phi$  densité Sèche

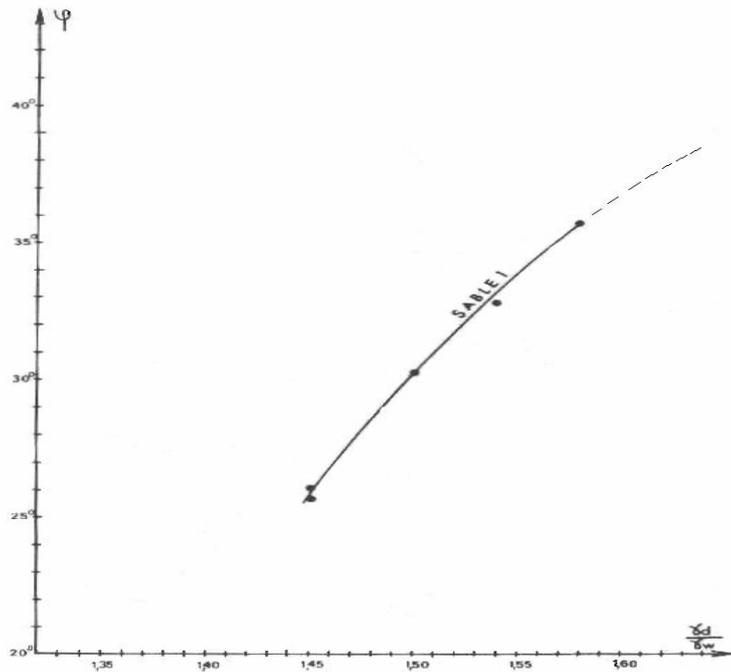
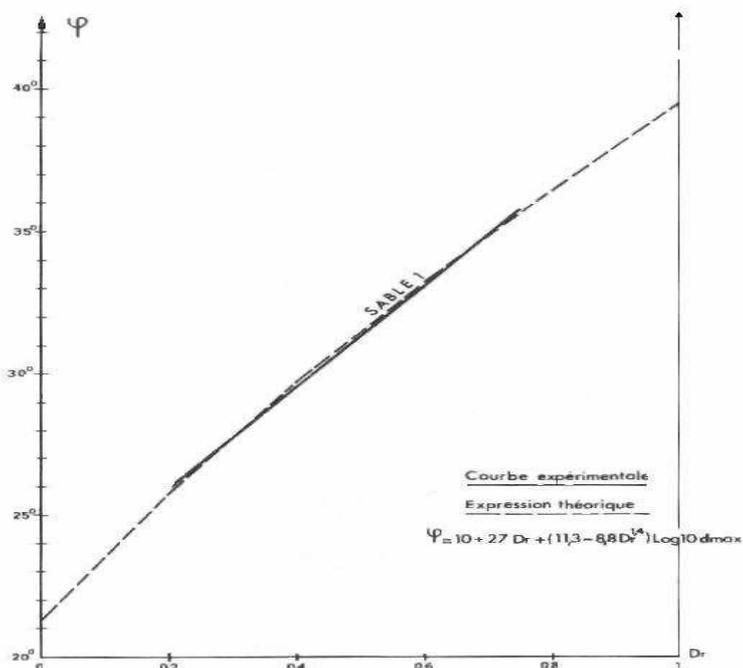


Fig.II.18  
Relation  $\Phi$  densité Relative



A la suite de MEKSAOUINE (1993), nous avons utilisé ce sable concassé d'Hostun dont les caractéristiques sont décrites précédemment. La Figure (II.21) rappelle la relation liant la densité de ce matériau à son angle de frottement interne, mesuré à l'aide d'essais de cisaillement rectiligne, relation mise sous la forme d'un polynôme du second degré.

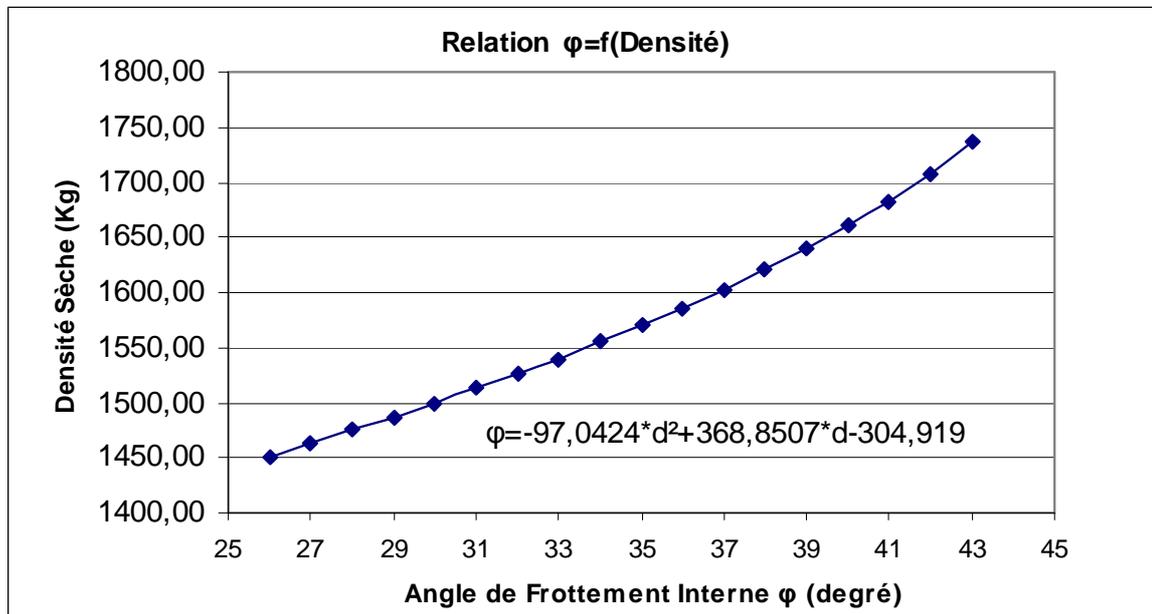


Fig.II.19 Relation  $\varphi = f(\text{densité sèche})$  pour nos calculs

## II.5 CONCLUSION

A l'issu de cet examen des méthodes de l'analyse limite appliquée à la détermination de la hauteur du bouchon et de la charge limite, nous avons retenue comme base pour le développement des schémas tridimensionnels, deux modèles composés par un mécanisme cinématique proposé par CHEN(1975) :

- Un mécanisme à deux blocs tridimensionnels plus complexe, décrit par trois paramètres, mais qui ne conduit pas à des valeurs acceptables quant à la détermination de la hauteur du bouchon .
- Un mécanisme formé de deux blocs tridimensionnels décrit aussi par les mêmes paramètres, conduisant à des valeurs acceptables de la hauteur du bouchon.

## *Chapitre (III)*

### **Calcul Tridimensionnel par la borne Supérieure de la charge limite**

**Chapitre(III)****III- Calcul Tridimensionnel par la borne****Supérieure de la charge limite****III.1. Introduction**

De nombreuses expériences ont été faite par divers auteurs BRUCY(91a), MALHOTRA(91), PAIKOWSKY(90a) sur la formation du bouchon a l'intérieur du pieu nous ont incité à aborder le problème suivant une démarche plus rigoureuse : celle de l'analyse limite. Nous nous somme donc attachés, pour la modélisation du phénomène, a développer des modèles répondants aux critères de la borne supérieure de l'analyse limite. Afin d'examiner la possibilité d'établir un modèle relativement simple donnant des résultats satisfaisants, nous avons développé et testé deux modèles reposant respectivement sur deux modèles bidimensionnels décrit dans le cadre de la borne supérieur par CHEN(1975) :

- Le premier modèle qui conduit à des valeurs de la hauteur du bouchon très inférieur par rapport aux résultats expérimentales.
- Le second modèle nous a conduit à des valeurs proches aux résultats expérimentales.

Pour ne pas alourdir la présentation, nous donnons simplement ici le principe de chacun de ces modèles, le détail des calculs nécessaire a leur construction étant donné en annexe.

Les hypothèses générales communes a tous ces modèles sont les suivantes :

- Sol limité par une surface horizontale.
- Pieu vertical a base circulaire ouverte, avec une valeur de frottement sol- pieu supérieure a l'angle de frottement interne ( $\delta > \varphi$ ).
- Mobilisation du frottement interne par un chargement statique.
- Modèle avec un champ de vitesse cinématiquement admissible permettant le calcul suivant le principe de la borne supérieure en analyse limite.

Le concept principal pour la modélisation de ce phénomène, est de procéder à l'évaluation de la charge limite, ainsi que la hauteur du bouchon en tridimensionnel dans tous nos calculs suivant une base de données représentées comme suit :

- Le matériau choisi est un sol non cohérent (voir Chapitre II).
- Le calcul est effectué pour différents diamètres du pieu.
- Les valeurs d'angle de frottement interne ainsi que la densité sèche correspondante, étaient prises suivant la relation mise sous la forme d'un polynôme du second degré
- La densité  $\gamma_1$  correspondante a la colonne de sol dans son état lâche et qui a pour valeur égale à  $1324 \frac{kg}{m^3}$  ( voir Chapitre II).
- l'Hypothèse mise pour le choix de la hauteur de la surcharge, indiquant que cette dernière est prise égale à ( 16 fois ) le diamètre du pieux selon BRUCY et al [91a].

**III.2. Modèle (1)**

Dans ce modèle le mécanisme de rupture à pour une forme géométrique composée dont la composante verticale suivant un plan orthogonal au milieu du pieu est formé de deux triangles Figure.(III.1).

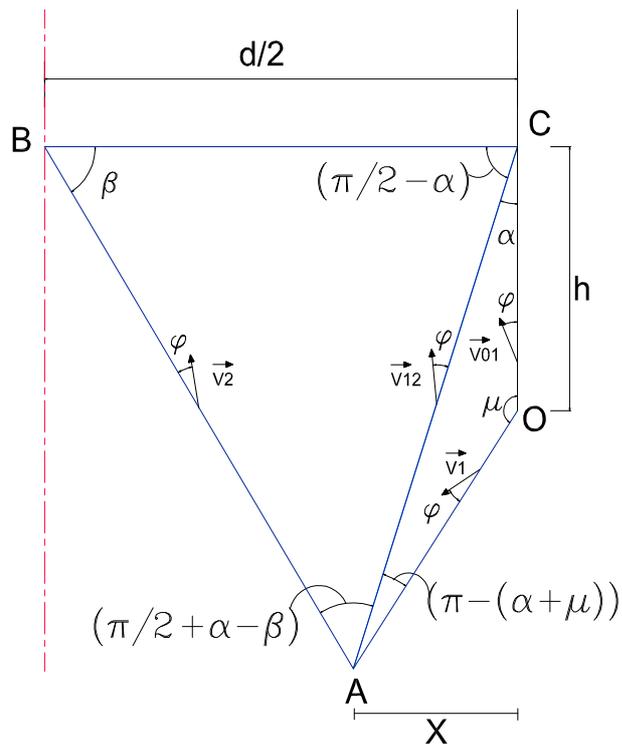


Fig.III.1  
Projection du Mécanisme  
dans le plan Modèle (1)

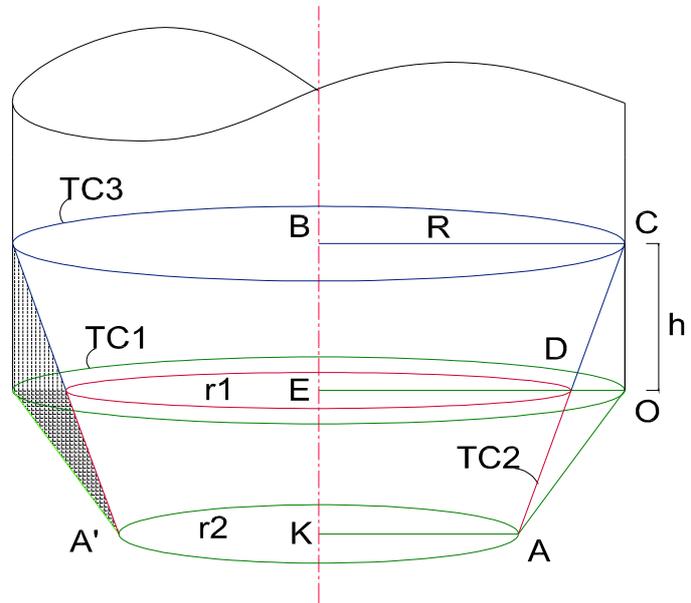
Les deux cas présentés ci-après pour ce modèle diffèrent par la présence ou non de la surcharge surmontant le modèle, et qui a pour forme cylindrique dans l'espace épousant le vide du pieu. Sachant que l'on doit respecter en tous point Figure.(III.1) la condition cinématique d'angle entre le vecteur vitesse et la surface de rupture qui doit être égale à  $(\varphi)$ , Le principe de ce calcul a été présenté en bidimensionnel dans le chapitre précédent.

**III.2.1. Mécanisme non surchargé**

**III.2.1.1 Principe du modèle**

Ce volume est plus au moins complexe dans l'espace, résultant d'une rotation des massifs autour d'un axe passant par le milieu du pieu. On peut les décomposer séparément Figure.(III.2).

Fig. III.2  
Perspectives du massif (ACO)  
Modèle(1)

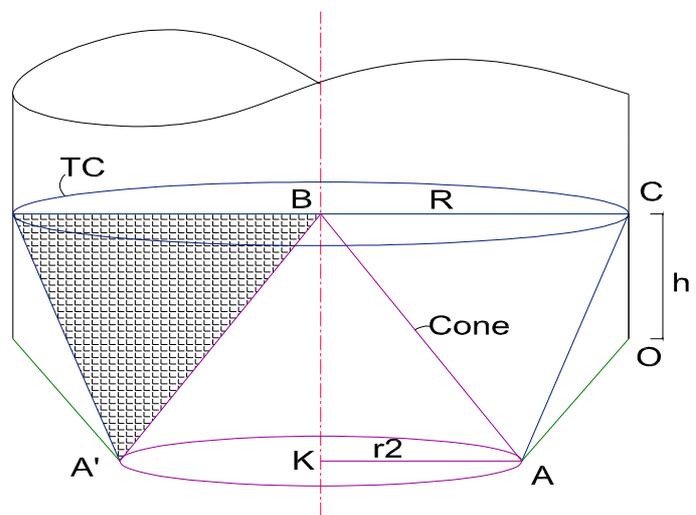


- Massif(ACO)

Son volume qui peut être aussi décomposé en deux parties, la partie inférieure (ADO) qui est limitée par les surfaces du (Tronc de cône1) et du (Tronc de cône2). La partie supérieure (DCO) est limitée par le cylindre et le (Tronc de cône3) Figure.(III.2).

$$\text{avec } \begin{cases} V_{ADO} = V_{TC1} - V_{TC2} \\ \text{et} \\ V_{DCO} = V_{Cylindre} - V_{TC3} \end{cases} \quad \text{On Obtient} \quad V_{ACO} = V_{ADO} + V_{DCO}$$

Fig.III.3  
Perspectives du massif (ABC)  
Modèle(1)



- Massif(ABC)

Son volume est limité par les surfaces latérales du (Tronc de cône) et celle du cône Figure.(III.3).

$$V_{ABC} = V_{TC} - V_{Cone}$$

Les surfaces de rupture sur ce volume sont la surface latérale du (Tronc de cône) formée par la rotation de la droite (AO), et la surface latérale du (cône) formée aussi par la rotation de la droite (AB).

En tridimensionnel et pour les deux cas ( avec et sans surcharge ), il apparaît que la relation donnant la hauteur du bouchon peut se mettre sous la forme générale la suivante :

$$h = \frac{1}{2} \cdot d \cdot \frac{\sin(\alpha + \mu) \cdot \sin(\beta)}{\sin(\mu) \cdot \cos(\alpha - \beta)} \quad \text{avec } d \text{ Diamètre du pieu}$$

La distance donnant la position horizontale du point (A) pour ce modèle représenté sur la figure(III.1) peut être formulée par l'expression suivante :

$$X = h \cdot \frac{\sin(\alpha) \cdot \sin(\mu)}{\sin(\alpha + \mu)}$$

La charge limite correspondante a ce cas est exprimée par la relation suivante :

$$P = \frac{1}{V_0} \cdot (T_{AOC} + T_{ABC}) + (S_{OC} \cdot \frac{V_{01}}{V_0} + S_{OA} \cdot \frac{V_1}{V_0} + S_{AC} \cdot \frac{V_{12}}{V_0} + S_{AB} \cdot \frac{V_2}{V_0}) \cdot C \cdot \cos(\varphi)$$

avec  $S_{OC}$ ,  $S_{OA}$ ,  $S_{AC}$  et  $S_{AB}$  les Surfaces de rupture, dont le détail de calcul est exposé en Annexe. Et  $T_{AOC}$ ,  $T_{ABC}$  le Travail externe des massifs.

Pour une géométrie du pieu donnée, on obtiendra la charge limite par la suite la hauteur du bouchon en minimisant la valeur de (P) par rapport aux trois variables (  $\alpha, \mu, \beta$  ). Cette minimisation est effectuée suivant la méthode du gradient avec contrainte.

**III.2.1.2. Application**

Données :

$$y := 1586 \frac{kg}{m^3} \quad c := 0.0 \frac{kg}{m^3} \quad h := 0.232m \quad \phi := 36 \frac{\pi}{180} \quad v0 := 0.1 \frac{m}{s}$$

$$y_1 := 1324 \frac{kg}{m^3} \quad h_1 := 0m$$

Minimisation :

$$\alpha := 0.1 \quad \mu := 0.1 \quad \beta := 0.1$$

Given

$$0.1 < \alpha < \frac{\pi}{2} \qquad \frac{\pi}{2} < \mu + \beta < \pi$$

$$2\phi < \mu < \pi \qquad \mu + \alpha < \pi + 2\phi$$

$$18 \cdot \frac{\pi}{180} < \beta < 90 \cdot \frac{\pi}{180} \qquad \alpha - \beta > 2\phi - \frac{\pi}{2}$$

$$\text{Minimize}(p, \alpha, \mu, \beta) = \begin{pmatrix} 0.765 \\ 1.581 \\ 0.705 \end{pmatrix}$$

Résultats de la Minimisation :

- $p(0.765, 1.581, 0.705) = 774.579 Kg$
- $d(0.765, 1.581, 0.705) = 1m$
- $\frac{h}{d(0.765, 1.581, 0.705)} = 0.232$
- $X(0.765, 1.581) = 0.225m$

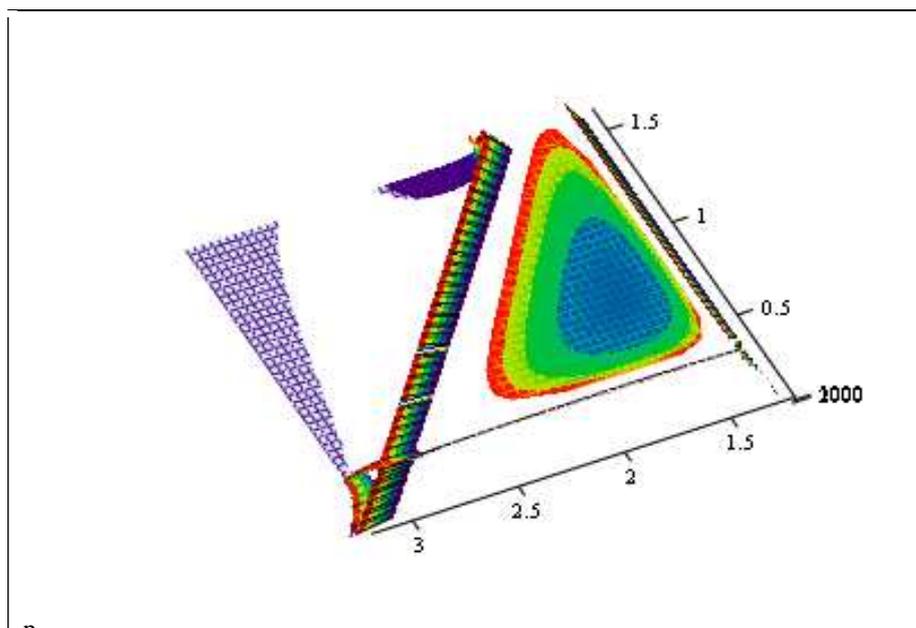


Fig.III.4 Forme de la charge P dans l'espace  
Modèle 1 sans surcharge

- Le résultat donnant la valeur de la distance horizontale du point ( A ) qui devrait avoir comme valeur égale à 0,5m, prouve que la formation de pointe n'est pas encore atteinte. On peut dire aussi que ce schéma ne représente pas le massif du bouchon dans son volume total.

La visualisation des formes de la charge P en 3D, présentent en effet dans l'espace une forme concave (Forme de Cuvette) indiquant l'existence d'un minimum, donc d'une Butée.

Cette dernière est présentée dans un repère cartésien formé de ( P,  $\alpha$  et  $\mu$  ), par contre la variable  $\beta$  n'existe pas sur le repère, et pour bien cerner les limites de la cuvette, l'intervalle de variation de  $\beta$  est déduit manuellement pour chaque valeur d'angle de frottement interne  $\varphi$ . Ce qui peut nous permettre d'avoir un intervalle commun correspondant aux différentes valeurs d'angle de frottement interne  $\varphi$ .

Les abaques représentés ci-après des deux modèles en tridimensionnel sont calculés à partir des intervalles communs donnés comme suit.

variables		intervalle
$\Phi$ (degré)		26-45
$\beta$ (degré)	Modèle 1 avec et sans surcharge	0-38
	Modèle 2 avec et sans surcharge	9-47

*Tableau.III.1. Valeurs du paramètre  $\beta$*

### III.2.1.3. Résultats

A partir des résultats représentés sur les Figures (III.6a) et (III.6b) , Il apparaît que :

- le rapport  $h/d$  (hauteur du bouchon / diamètre du pieu) ne dépend pas de la géométrie du pieu (diamètre). Mais varie inversement avec l'angle de frottement interne  $\varphi$  (que de la densité sèche aussi), et qui a pour valeurs de (0,153 à 0,294). Ce qui indique que ce schéma est moins performant, conduisant à des valeurs de la hauteur du bouchon très éloignées des résultats expérimentaux.

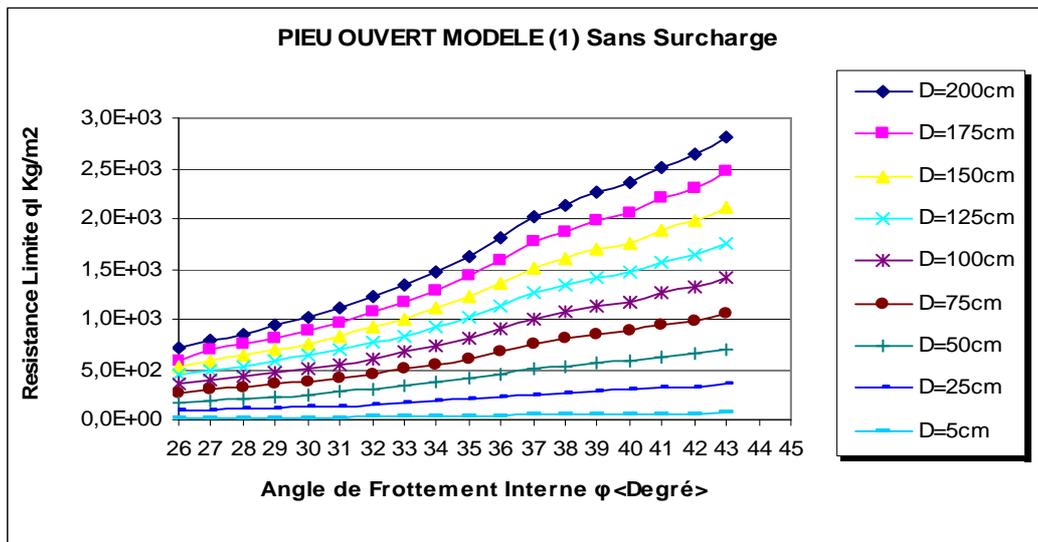


Fig.III.5. Evolution de la résistance limite avec l'angle de frottement interne φ

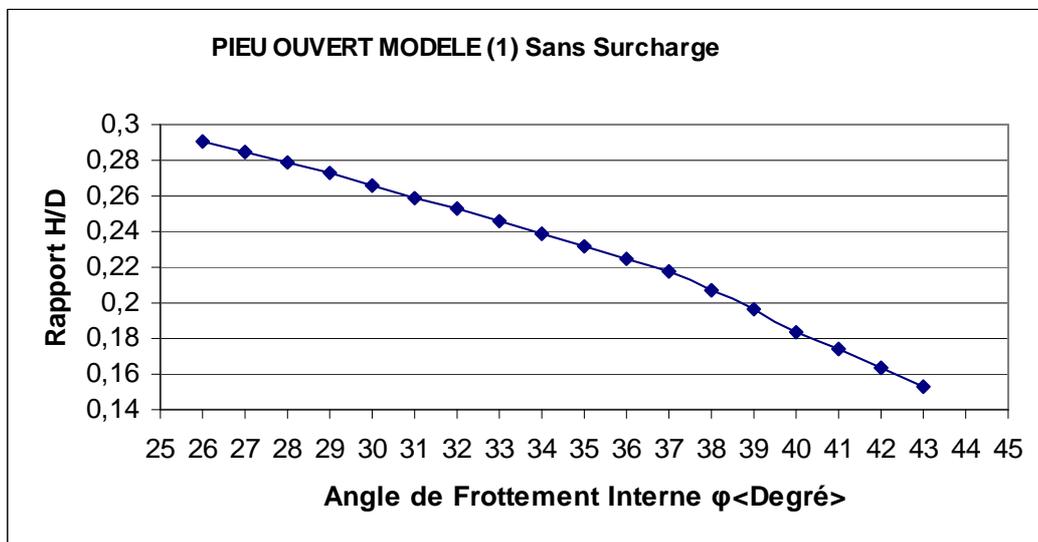


Fig.III.6a. Evolution du rapport h/d avec l'angle de frottement interne φ

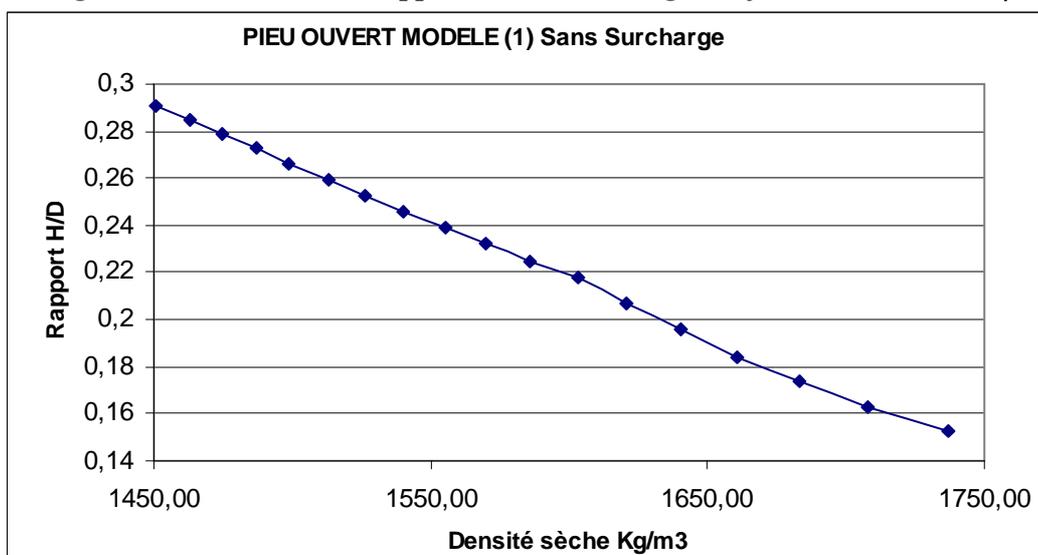


Fig.III.6b. Evolution du rapport h/d avec la densité sèche γ

**III.2.2. Mécanisme surchargé**

**III.2.2.1. Principe du modèle**

Ce volume est identique au cas précédent ( cas non surchargé ), sauf qu’il est sollicité en plus par une surcharge venant de la colonne de sol, de forme cylindrique surmontant les massifs triangulaires Figure.(III.7).

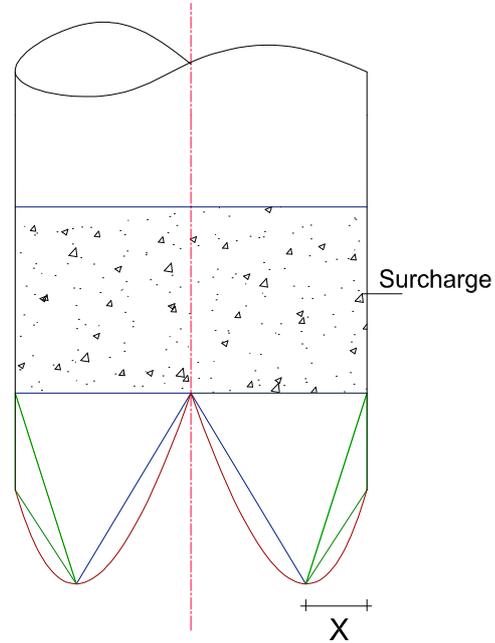


Fig.III.7  
Représentation en plan de la surcharge  
Modèle(1)

La charge limite correspondante est exprimée par la relation suivante :

$$P = \frac{1}{V_0} \cdot (T_{AOC} + T_{ABC} + T_{sur}) + (S_{OC} \cdot \frac{V_{01}}{V_0} + S_{OA} \cdot \frac{V_1}{V_0} + S_{AC} \cdot \frac{V_{12}}{V_0} + S_{AB} \cdot \frac{V_2}{V_0}) \cdot C \cdot \cos(\varphi)$$

Cette expression permet, pour un jeu de paramètres (  $\gamma, \varphi, d, \gamma_1$  ) d’obtenir la borne supérieure de la charge limite en minimisant (P) par rapport aux trois variables (  $\alpha, \beta, \mu$  ).

**III.2.2.2. Application**

Données :

$$y := 1586 \frac{kg}{m^3} \quad c := 0.0 \frac{kg}{m^3} \quad h := 0.203m \quad \phi := 36 \frac{\pi}{180} \quad v_0 := 0.1 \frac{m}{s}$$

$$y_1 := 1324 \frac{kg}{m^3} \quad h_1 := 16m$$

Minimisation :

$$\alpha := 0.1 \quad \mu := 0.1 \quad \beta := 0.1$$

Given

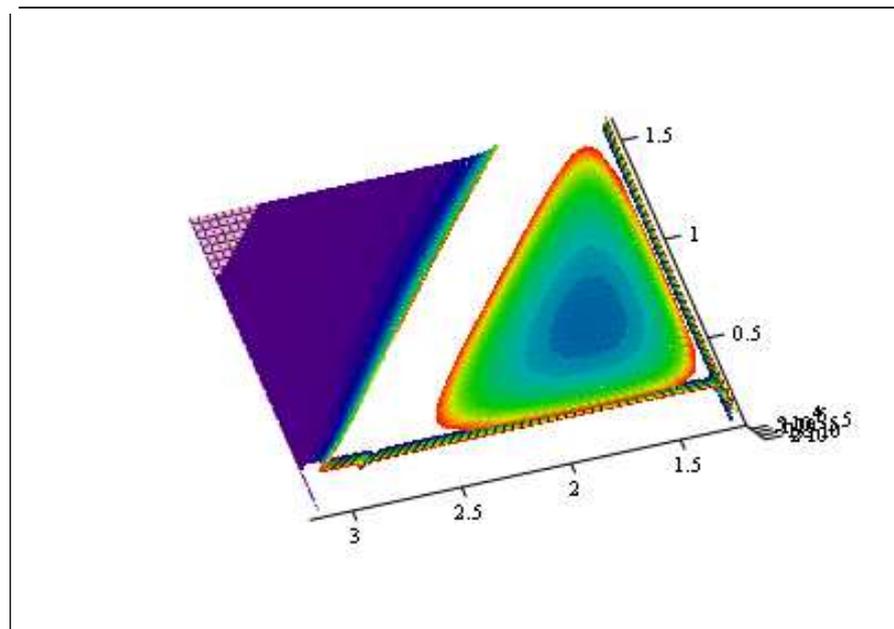
$$\begin{aligned}
 0.1 < \alpha < \frac{\pi}{2} & & \frac{\pi}{2} < \mu + \beta < \pi \\
 2\phi < \mu < \pi & & \mu + \alpha < \pi + 2\phi \\
 0.1 < \beta < 38 \cdot \frac{\pi}{180} & & \alpha - \beta > 2 \cdot \phi - \frac{\pi}{2}
 \end{aligned}$$

$$\text{Minimize } (p, \alpha, \mu, \beta) = \begin{pmatrix} 0.7 \\ 1.66 \\ 0.61 \end{pmatrix}$$

Résultats de la Minimisation :

- $p(0.7, 1.66, 0.61) = 5.379 \cdot 10^4 \text{ Kg}$
- $\frac{h}{d(0.7, 1.66, 0.61)} = 0.203$
- $d(0.7, 1.66, 0.61) = 1m$
- $X(0.7, 1.66) = 0.185m$

La figure(III.8) représente la charge limite dans l'espace en fonction des paramètres ( $\alpha$ ,  $\mu$  et  $\beta$ ) qui à pour forme concave ( forme de cuvette) indiquant réellement un minimum, donc d'une butée.

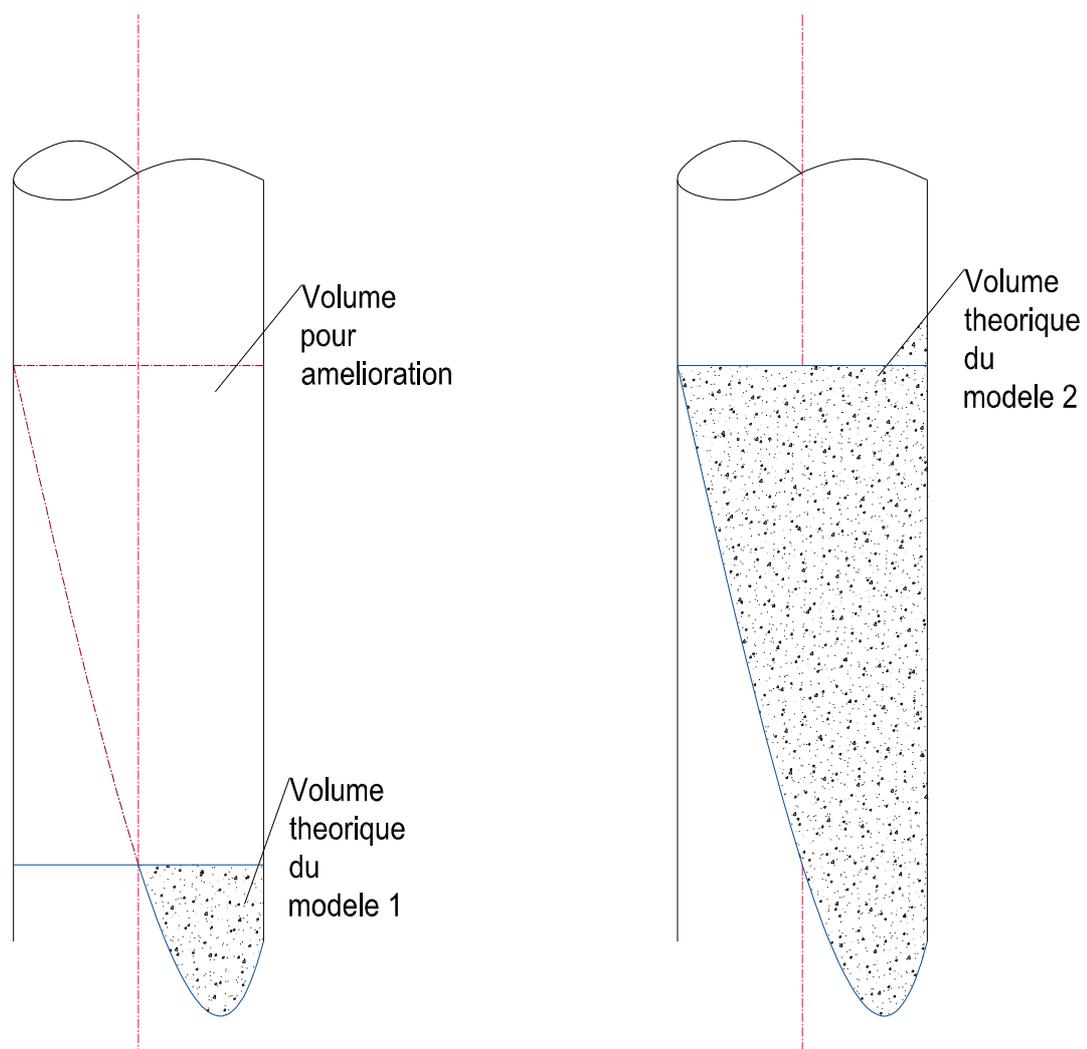


*Fig.III.8 Forme de la charge P dans l'espace  
Modèle1 avec surcharge*

### III.2.2.3. Résultats

l'Ensemble des résultats obtenus avec ce modèle ( cas surchargé ) est présenté sur les Figures.(III.11a) et (III.11b) , comparés à celles donnés par le même modèle ( cas non surchargé ). Il apparaît que ce modèle et a la présence de la surcharge sous-estime toujours la hauteur du bouchon, et qui a pour valeurs de ( 0,137 à 0,286 ). On peut noter également que ce schéma ne répondant toutefois aux critères du champ cinématiquement admissible et ne présente donc pas une borne supérieure.

Il en résulte que le volume réel est bien supérieur a ce schéma théorique et est en fait a la limite surconsrit à l'extérieur Figure.(III.9).



*Fig.III.9. présentation du volume réel après amélioration*

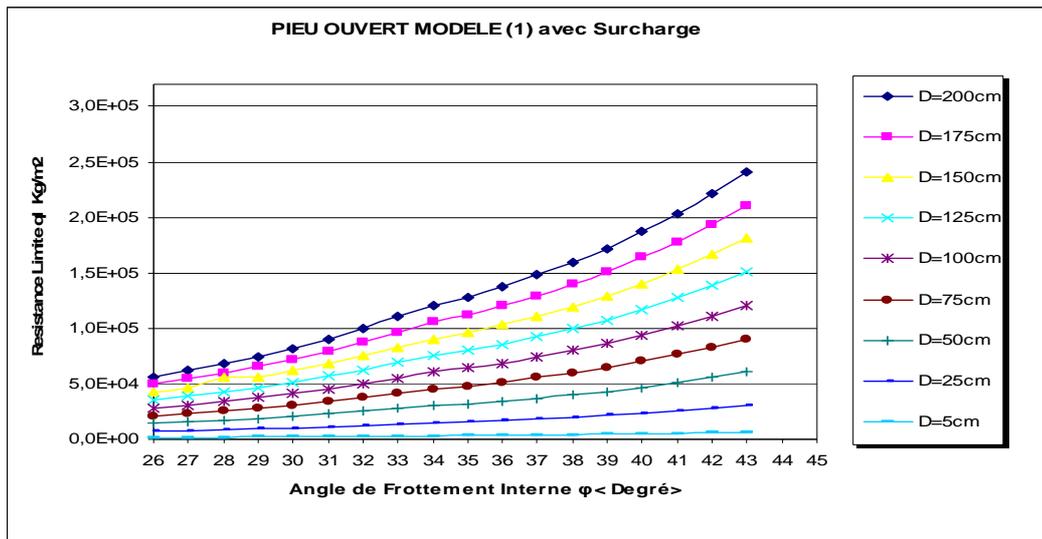


Fig.III.10. Evolution de la résistance limite avec l'angle de frottement interne φ

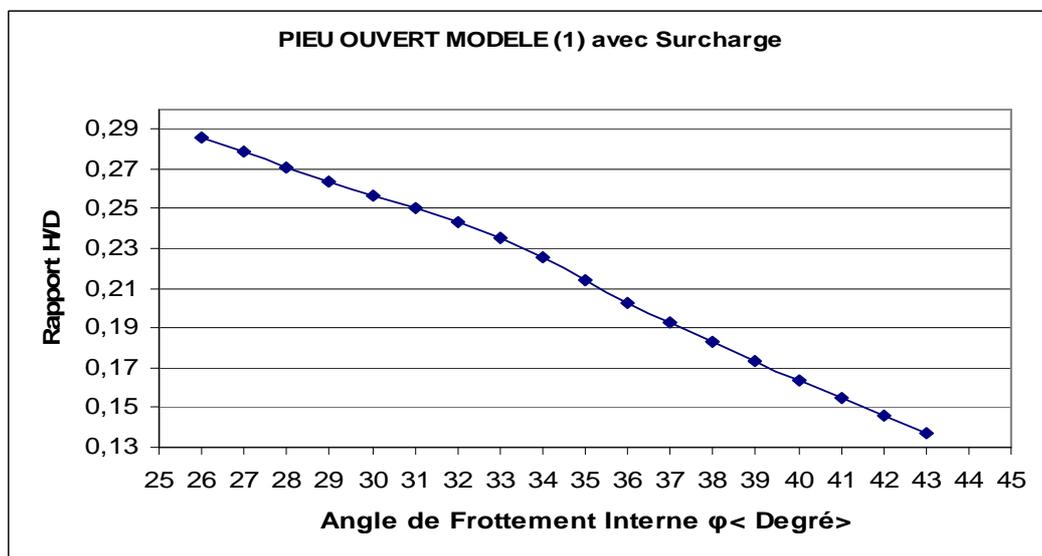


Fig.III.11a. Evolution du rapport h/d avec l'angle de frottement interne φ

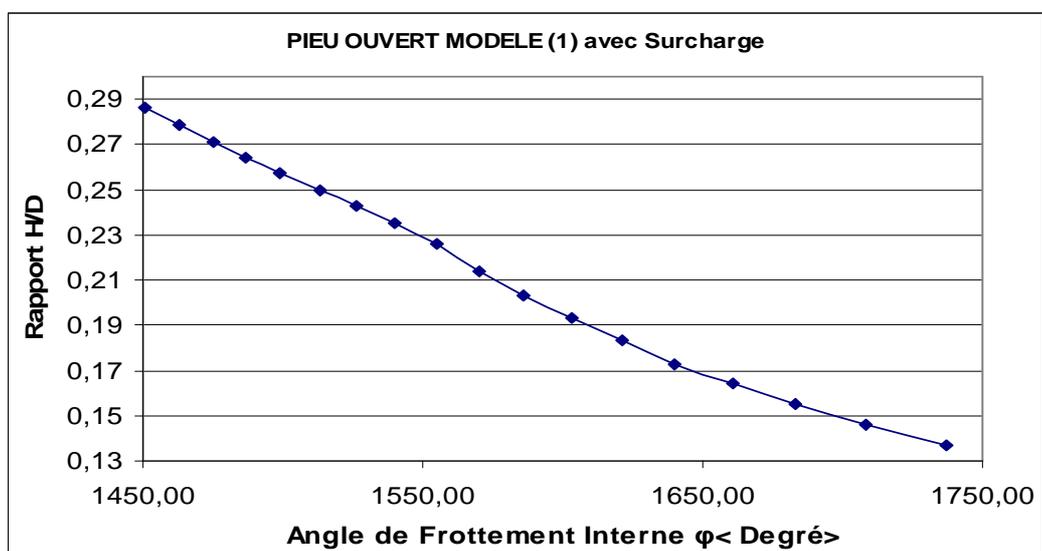


Fig.III.11b. Evolution du rapport h/d avec la densité sèche γ

**III.3. Modèle (2)**

Pour améliorer le modèle (1), Il nous faut augmenter son volume en modifiant la position de sa limite supérieure. En supposant que les lignes de ruptures se poursuivent jusqu'à l'autre extrémité du pieu (au point D ) Figure.(III.12).

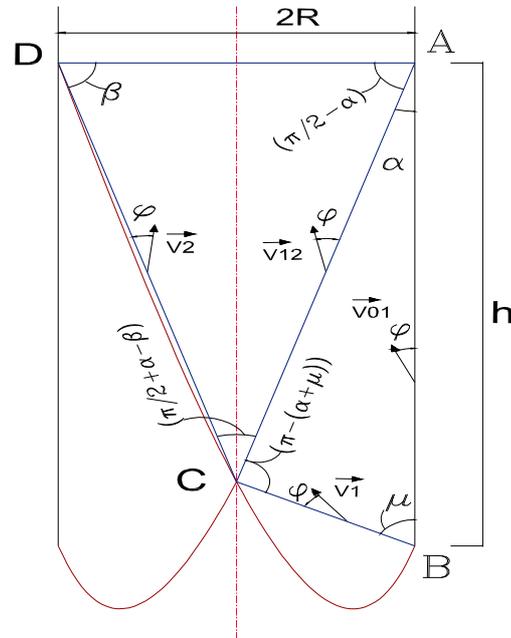


Fig.III.12  
Projection du Mécanisme dans le plan  
Modèle (2)

**III.3.1. Mécanisme non surchargé**

**III.3.1.1. Principe du modèle**

Le volume formé dans l'espace résulte par révolution de massifs en 2D, autour d'un axe passant par le milieu du pieu .Pour faciliter la détermination du volume de chaque massif représenté dans la Figure.(III.13), on peut les décomposés séparément de la manière suivante :

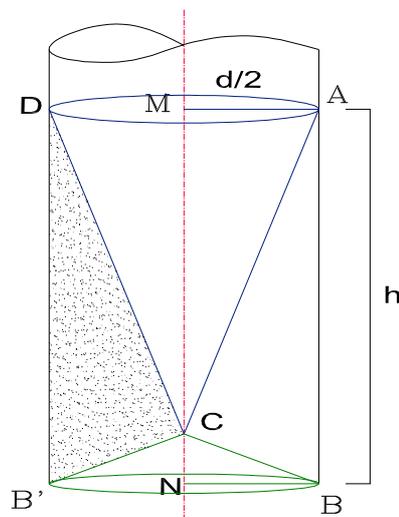
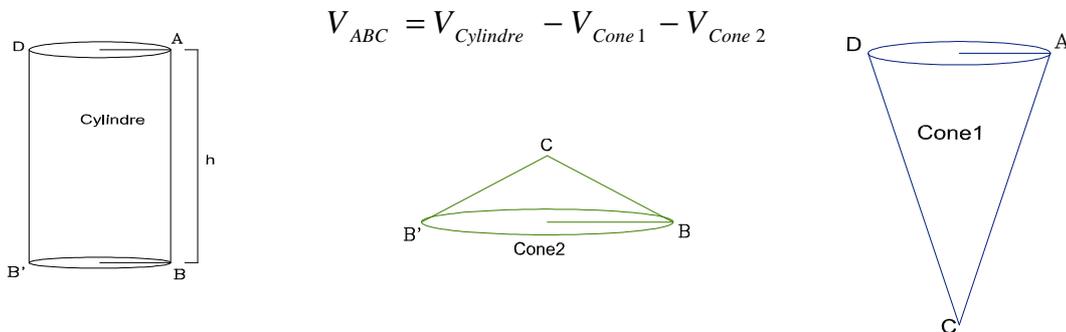


Fig. III.13  
Perspectives des massifs (ABC et ADC)  
Modèle(2)

- Massif ( ABC )

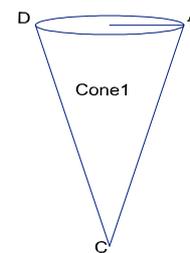
Ce volume peut être déduit a partir des formes géométriques simple exprimé par la relation suivante :



- Massif ( ADC )

Ce volume forme dans l'espace un volume de Cone ( Cone1 ) représenté sur la Figure suivante.

$$V_{ADC} = V_{Cone\ 1}$$



Les surfaces de rupture sur ce volume sont les surfaces latérales du ( Cone1et Cone2). De même il est évident que pour que le mécanisme soit cinématiquement admissible, il faut que les surfaces suivent cette condition d'angle ( $\varphi$ ) avec le vecteur de vitesse V. Ce qu'on peut mettre à partir des schémas cinématique des conditions aux limites valables pour tous cas et pour les deux modèles.

En tridimensionnel, pour les deux cas ( avec et sans surcharge ), l'expression donnant la hauteur du bouchon peut se mettre sous la forme générale la suivante :

$$h = \frac{1}{2} .d. \frac{\sin(\alpha + \mu)}{\sin(\alpha) . \sin(\mu)} \quad \mathbf{d} : \text{étant le diamètre du pieu}$$

La distance horizontale du point (C) est formulée par l'expression :

$$X = h. \frac{\sin(\alpha) . \sin(\mu)}{\sin(\alpha + \mu)} \quad \text{on peut écrire aussi} \quad \frac{X}{d} = 0.5$$

La charge limite correspondante au cas est exprimée par la relation :

$$P = \frac{1}{V_0} \cdot (T_{ABC} + T_{ADC}) + (S_{AB} \cdot \frac{V_{01}}{V_0} + S_{BC} \cdot \frac{V_1}{V_0} + S_{AC} \cdot \frac{V_{12}}{V_0} + S_{CD} \cdot \frac{V_2}{V_0}) \cdot C \cdot \cos(\varphi)$$

La valeur de la charge limite et par conséquent la hauteur du bouchon sont alors obtenue après minimisation de l'expression précédente par rapport aux trois variables ( $\alpha, \beta, \mu$ ).

### III.3.1.2. Application

Données :

$$y := 1586 \frac{kg}{m^3} \quad c := 0.0 \frac{kg}{m^3} \quad h := 1.837m \quad \phi := 36 \frac{\pi}{180} \quad v_0 := 0.1 \frac{m}{s}$$

$$y_1 := 1324 \frac{kg}{m^3} \quad h_1 := 0m$$

Minimisation :

$$\alpha := 0.1 \quad \mu := 0.1 \quad \beta := 0.1$$

Given

$$\begin{aligned} 0.15 < \alpha < \frac{\pi}{2} & \qquad \qquad \qquad \frac{\pi}{2} < \mu + \beta < \pi \\ 2\phi < \mu < \pi & \qquad \qquad \qquad \mu + \alpha < \pi + 2\phi \\ 27 \cdot \frac{\pi}{180} < \beta < 90 \cdot \frac{\pi}{180} & \qquad \qquad \qquad \alpha - \beta > 2 \cdot \phi - \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

$$\text{Minimize}(p, \alpha, \mu, \beta) = \begin{pmatrix} 0.247 \\ 1.855 \\ 0.471 \end{pmatrix}$$

Résultats de la Minimisation :

- $p(0.247, 1.855, 0.471) = 6.899 \times 10^3 \text{ Kg}$
- $\frac{h}{d(0.247, 1.855)} = 1.837$
- $d(0.247, 1.855) = 1m$
- $X(0.247, 1.855) = 0.5m$

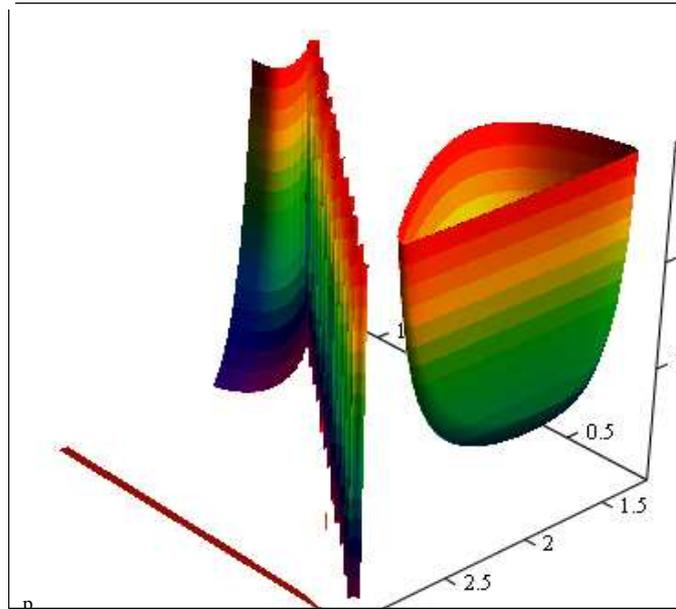


Fig. III.14 Forme de la charge P dans l'espace Modèle2 sans surcharge

- Le rapport de la distance horizontale du point (c) au diamètre du pieu ( $\frac{X}{d}$ ), mis a partir d'une formulation a une valeur constante égale à 0,5. Cela explique que le schéma de notre modèle et en phase finale ( phase complète de bouchonnement ), ou peut on dire aussi que sa conception au départ et en état de bouchonnement complet (état complet de formation de pointe).

Les résultats nous confirment les valeurs des angles ( $\alpha, \mu, \beta$ ) après minimisations respectivement les suivantes : ( $14^\circ.152, 106^\circ.284$ ), dont les valeurs de la variable  $\mu$  sont toujours supérieures a ( $90^\circ$ ) pour tous cas. La Figure.(III.15) montre l'état du modèle a partir des résultats de minimisation.

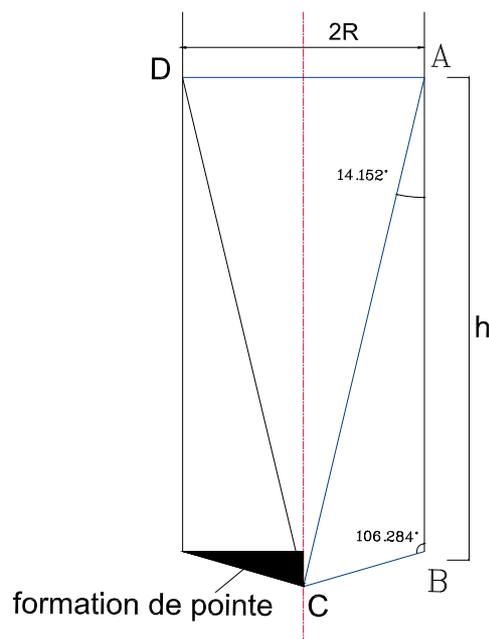


Fig. III.15. Etat du modèle 2 lors de la formation de pointe

### III.3.1.3. Résultats

Il apparaît que l'amélioration du premier modèle par l'augmentation de son volume modifie considérablement la valeur de la hauteur du bouchon. Et les résultats représentés aux Figures (III.17a) et (III.17b), montrent que le rapport ( $h/d$ ) passe de l'intervalle ( 0,153 - 0,291) à (2,141 à 3,022 ), comparativement avec le modèle précédent. Ce qui correspond a une augmentation de 90 % vers une valeur limite égale à 3.

Il en résulte aussi que dans ce modèle le rapport  $h/d$  est en proportionnalité directe avec l'angle de frottement interne  $\phi$  (bien aussi que de sa densité sèche), et présente des valeurs proche des résultats expérimentaux. On peut noter que ce schéma répond toutefois aux critères du champ cinématiquement admissible, et présente donc une petite borne supérieure quant à la détermination de la hauteur du bouchon.

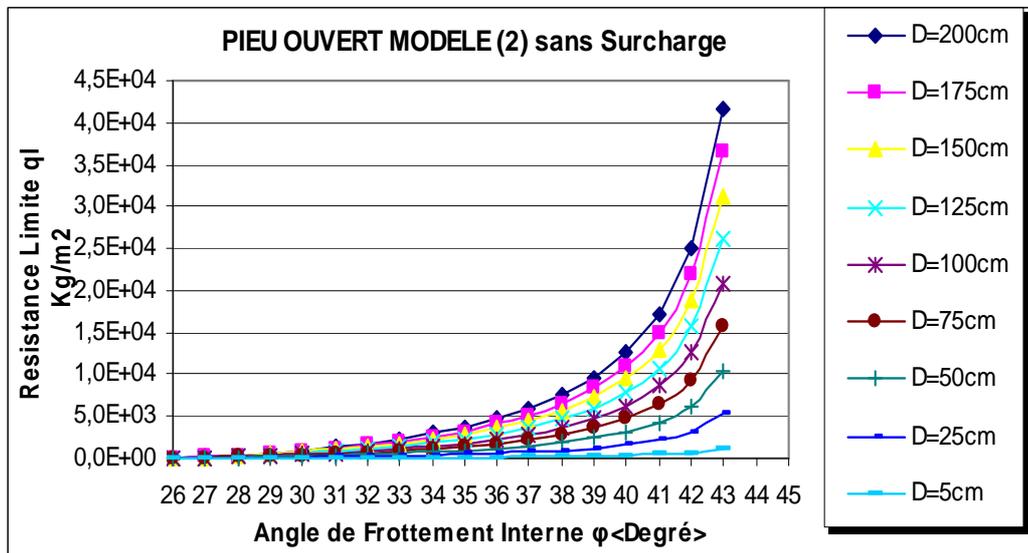


Fig.III.16. Evolution de la résistance limite avec l'angle de frottement interne  $\phi$

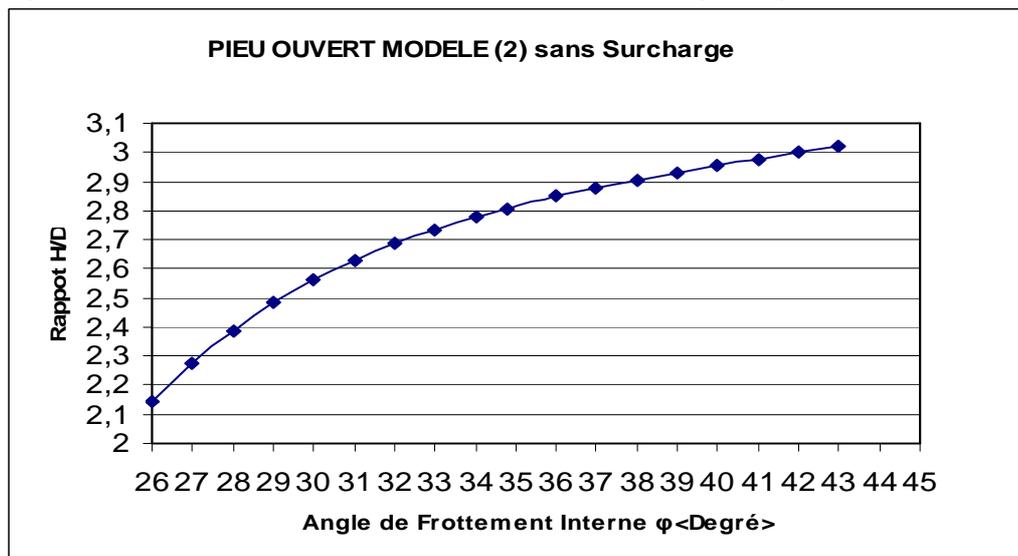


Fig.III.17a. Evolution du rapport  $h/d$  avec l'angle de frottement interne  $\phi$

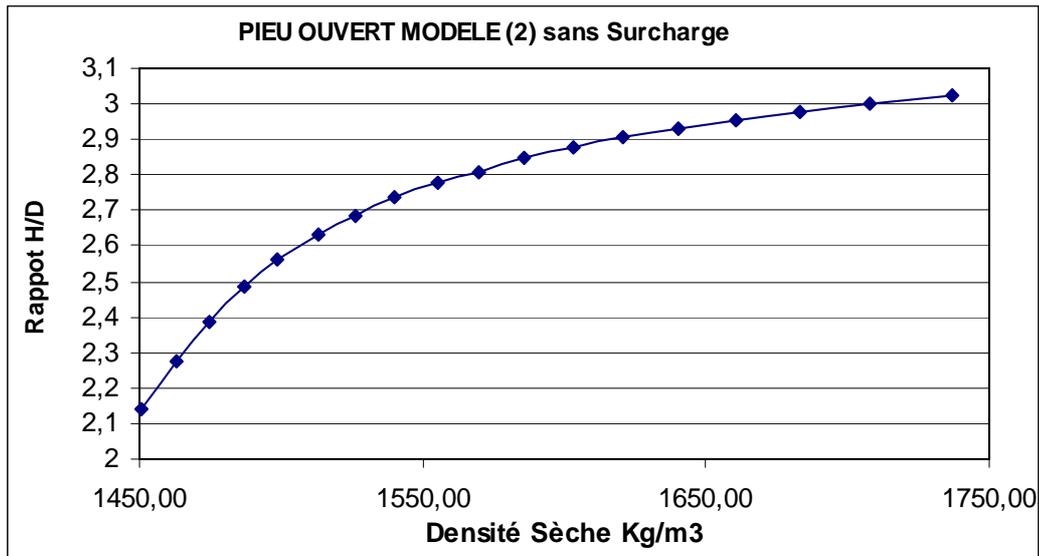


Fig.III.17b. Evolution du rapport  $h/d$  avec la densité sèche  $\gamma$

**III.3.2. Mécanisme surchargé**

**III.3.2.1. Principe du modèle**

Son volume reste inchangé et identique au cas précédent, sauf qu’il est surmonté d’une colonne de sol de forme cylindrique Figure.(III.18).

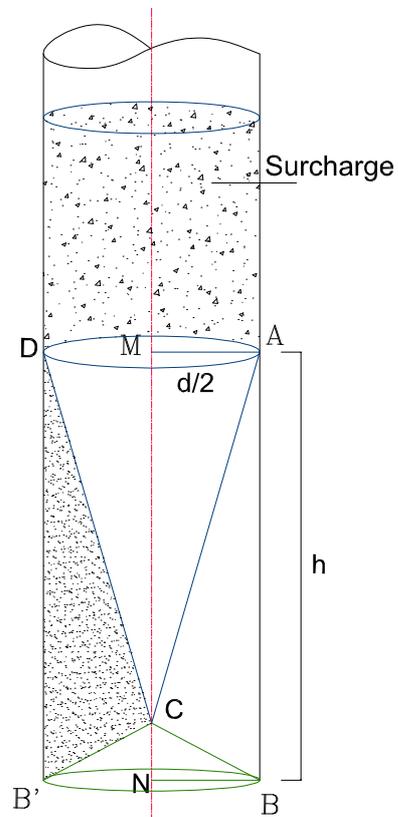


Fig.III.18  
Représentation en espace de la surcharge  
Modèle(2)

La charge limite s'exprime d'une manière générale par la relation suivante :

$$P = \frac{1}{V_0} \cdot (T_{ABC} + T_{ADC} + T_{sur}) + (S_{AB} \cdot \frac{V_{01}}{V_0} + S_{BC} \cdot \frac{V_1}{V_0} + S_{AC} \cdot \frac{V_{12}}{V_0} + S_{CD} \cdot \frac{V_2}{V_0}) \cdot C \cdot \cos(\varphi)$$

Pour une géométrie bien déterminée (D), et pour un jeu de paramètres ( γ , φ), on peut obtenir la hauteur du bouchon et la charge limite par minimisation de l'expression précédente (P) par rapport aux variables (α, β,μ) .

### III.3.2.2. Application

Données :

$$y := 1586 \frac{kg}{m^3} \quad c := 0.0 \frac{kg}{m^3} \quad h := 1.731m \quad \phi := 36 \frac{\pi}{180} \quad v_0 := 0.1 \frac{m}{s}$$

$$y_1 := 1324 \frac{kg}{m^3} \quad h_1 := 16m$$

Minimisation :

$$\alpha := 0.1 \quad \mu := 0.1 \quad \beta := 0.1$$

Given

$$0.15 < \alpha < \frac{\pi}{2} \qquad \frac{\pi}{2} < \mu + \beta < \pi$$

$$2\phi < \mu < \pi \qquad \mu + \alpha < \pi + 2\phi$$

$$27 \cdot \frac{\pi}{180} < \beta < 90 \cdot \frac{\pi}{180} \qquad \alpha - \beta > 2 \cdot \phi - \frac{\pi}{2}$$

$$\text{Minimize } (p, \alpha, \mu, \beta) = \begin{pmatrix} 0.261 \\ 1.845 \\ 0.471 \end{pmatrix}$$

Résultats de la Minimisation :

- $p(0.261, 1.845, 0.471) = 1.193 \times 10^5 \text{ Kg}$
- $\frac{h}{d(0.261, 1.845)} = 1.731$
- $d(0.261, 1.845) = 1m$
- $X(0.261, 1.845) = 0.5m$

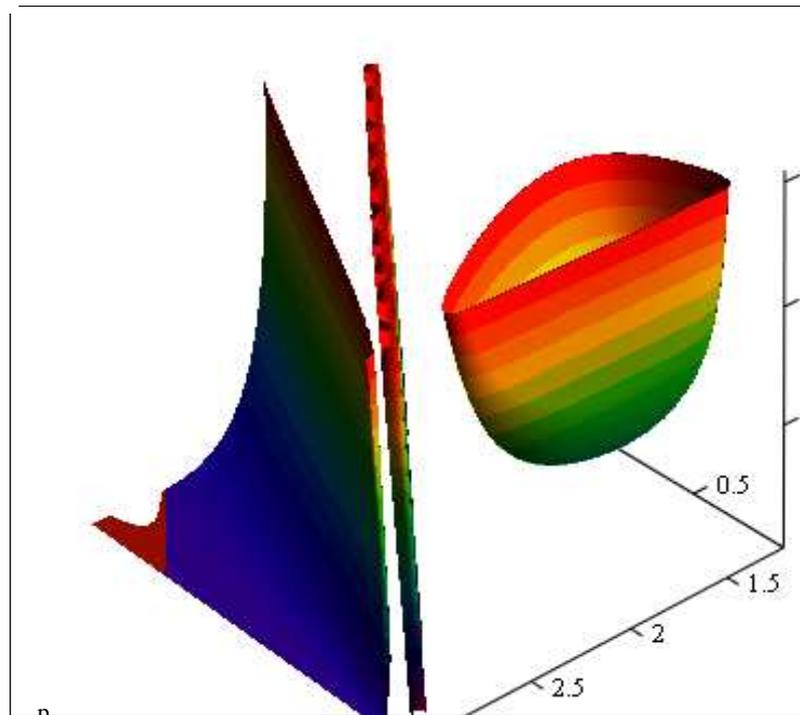


Fig.III.19 Forme de la charge  $P$  dans l'espace  
Modèle2 avec surcharge

### III.3.2.3. Résultats

Les Figures (III.21a) et (III.21b) montrent que pour ce cas le rapport  $h/d$  présente une légère variation avec une proportionnalité inverse de l'angle de frottement interne  $\varphi$  (bien aussi que de sa densité sèche), et qui a pour valeurs de (3,146 à 3,036), ce qui correspond à une augmentation de 90% comparativement au modèle n°1 (cas surchargé). Il en résulte que ce schéma même a la présence de la surcharge, présente des valeurs qui confirment les résultats expérimentaux, et nous montre que le rapport se limite aussi à la même valeur égale à 3.

Nous constatons toujours dans les deux modèles, la grande incidence de la colonne de sol dans son état lâche prise comme surcharge sur les valeurs de la résistance limite de pointe, Comme elle a pour influence aussi de limiter l'intervalle de variation du rapport  $h/d$  et d'augmenter sa valeur vers une valeur presque constante.

#### Nota

Dans tous les cas présentés ci-dessus, les résultats représentés aux figures (III.5), (III.10), (III.16) et (III.20) nous montrent que la résistance limite de pointe dépend de :

- la géométrie du pieu ( diamètre ), qui a pour influence directe sur le volume du massif de sol mobilisé.
- l'angle de frottement interne du sol (ainsi que de sa densité sèche).
- de la hauteur de la surcharge (colonne de sol en état lâche).

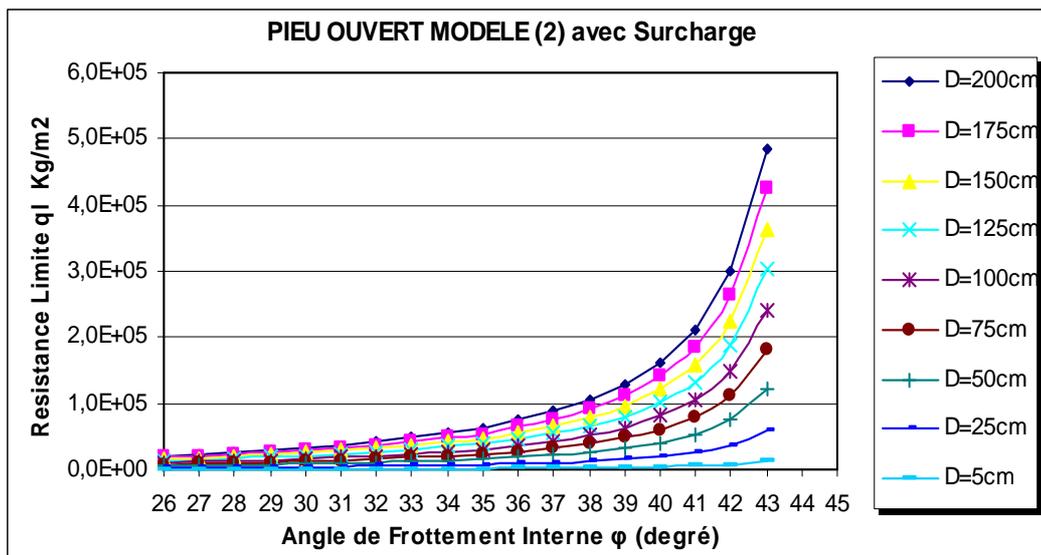


Fig.III.20. Evolution de la résistance limite avec l'angle de frottement interne  $\phi$

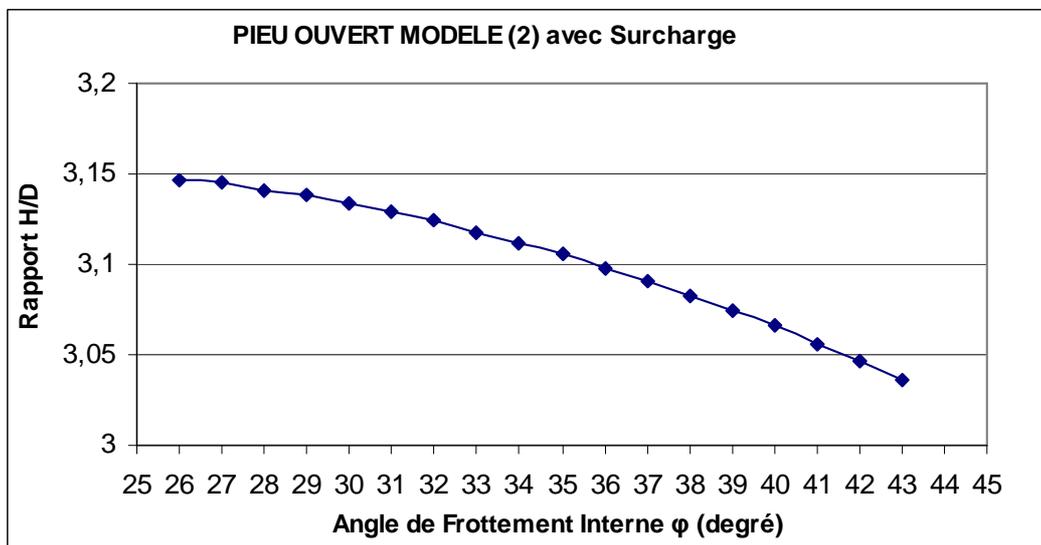


Fig. III.21a. Evolution du rapport  $h/d$  avec l'angle de frottement interne  $\phi$

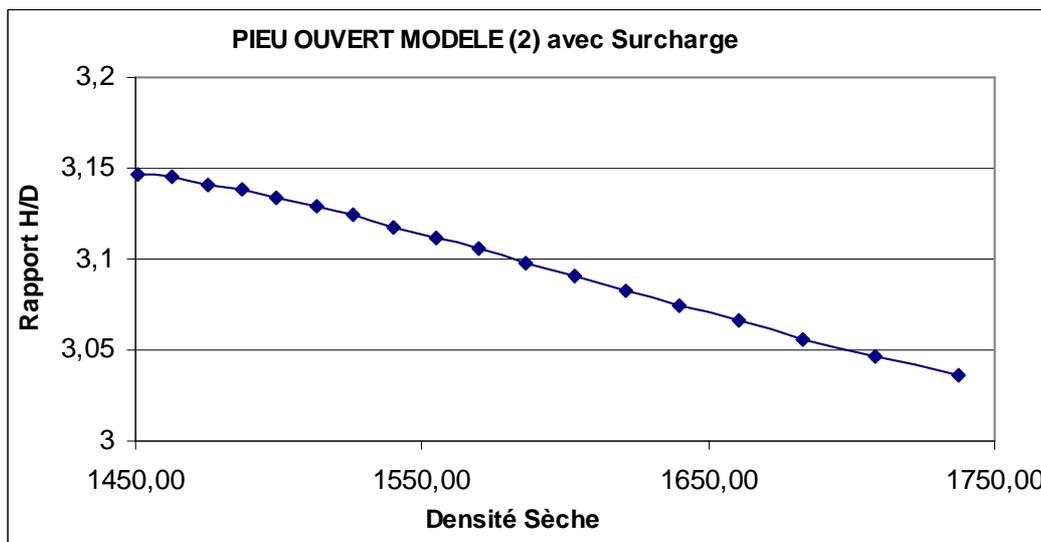


Fig.III.21b. Evolution du rapport  $h/d$  avec la densité sèche  $\gamma$

### **III.4. Influence de la surcharge**

#### **III.4.1. Principe**

Nous avons constaté au calcul précédent l'influence de la surcharge sur le comportement du bouchon ainsi que sur l'évaluation de la résistance limite, à cet effet l'étude de cette dernière nous oblige à retenir le second modèle en tridimensionnel comme modèle de référence pour le cas surchargé et de procéder au calcul conformément aux hypothèses les suivantes .

- Le matériau choisi est un sol non cohérent (voir Chapitre II).
- Le calcul est effectué pour un diamètre unique du pieu.
- Les valeurs d'angle de frottement interne ainsi que la densité sèche correspondante, étaient prises suivant la relation mise sous la forme d'un polynôme du second degré (voir Chapitre II) dont nous avons retenus dans nos calculs pour quelques valeurs seulement.
- La densité  $\gamma_1$  correspondante à la colonne de sol dans son état lâche et qui a pour valeur égale à  $1324 \frac{kg}{m^3}$  ( voir Chapitre II).
- Le choix de la hauteur de la surcharge est une variable de calcul.

#### **III.4.2. Résultats**

La figure (III.22) représente l'évolution de la résistance limite de pointe, nous montrent que cette dernière dépend d'une part de l'angle de frottement interne (ainsi que de sa densité sèche), d'autre part de la hauteur de la surcharge qui se présente en deux phases.

- Une phase initiale présente une variation un peu lente, qui correspond à la zone jugée affectée par la compressibilité .
- Une phase élastique qui représente la partie lâche du sol qui varie vite en dépendance directe avec la résistance limite de pointe.

La figure (III.23) représente l'évolution du rapport  $\frac{h}{d}$  qui a son tour augmente avec l'évolution de l'angle de frottement interne (ainsi que de sa densité sèche) d'une part, d'autre part de la hauteur de la surcharge. Cette augmentation est remarquable que pour des faibles valeurs de la surcharge, et converge vers une valeur constante égale à (3) au delà d'un seuil que nous appellerons *hauteur critique* ( $h_c$ ).

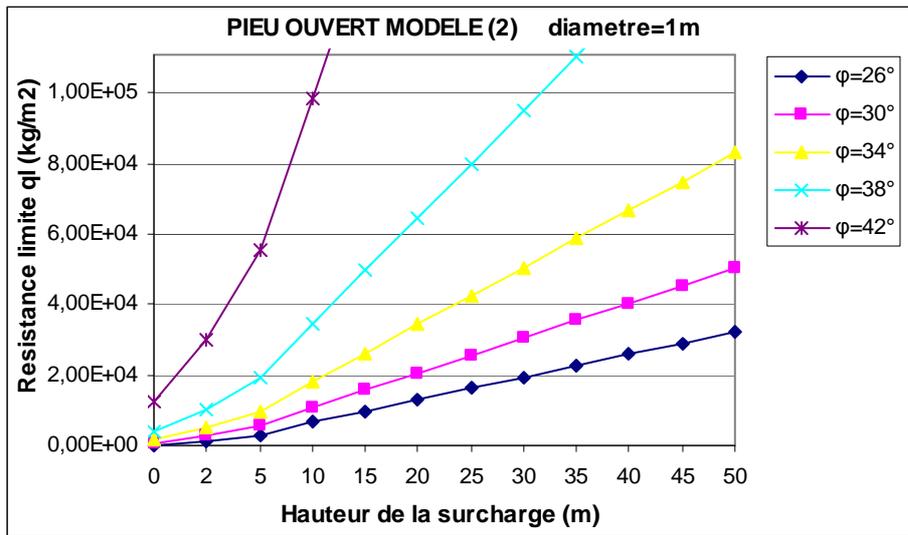


Fig.III.22. Evolution de la résistance limite avec la hauteur de la surcharge

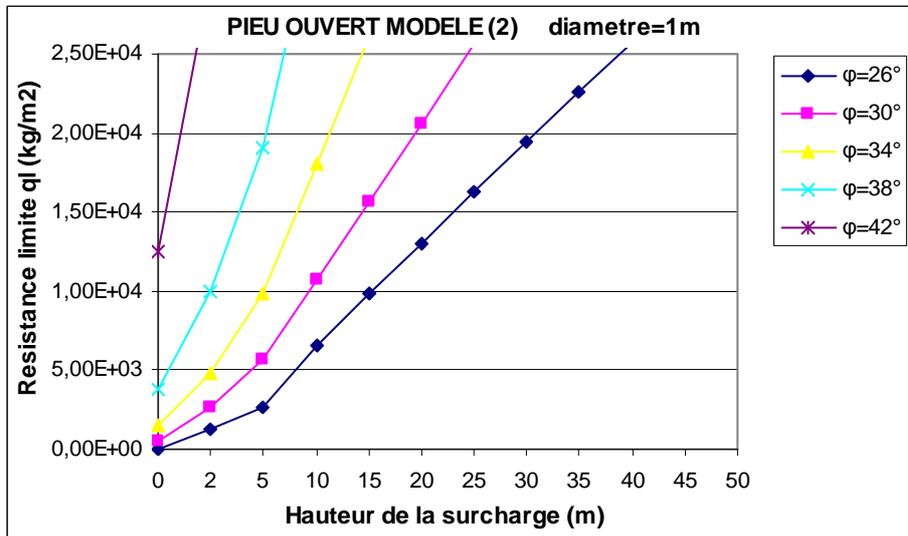


Fig.III.22a. Evolution de la résistance limite avec la hauteur de la surcharge(détail)

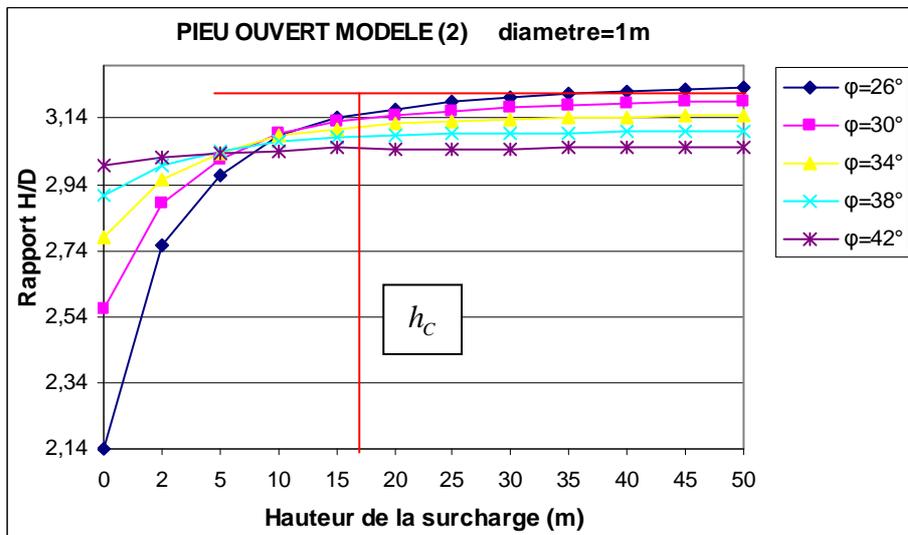


Fig.III.23. Evolution du rapport  $h/d$  avec la hauteur de la surcharge

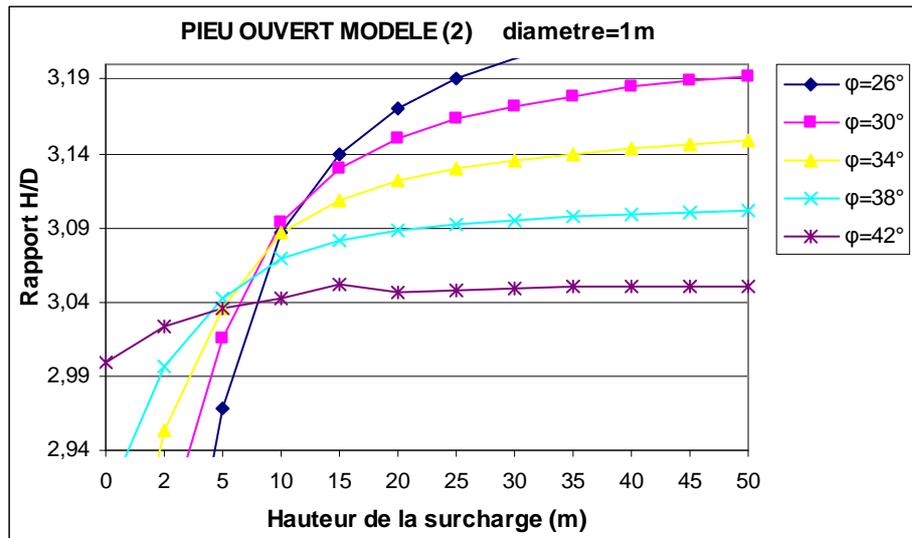


Fig.III.23a. Evolution du rapport  $h/d$  avec la hauteur de la surcharge(détail)

Ce seuil montré sur la figure peut avoir une valeur comprise entre ( 15 fois et 20 fois ) le diamètre du pieu pour les différentes valeurs d'angle de frottement interne , ce qui nous permet de choisir une valeur commune égale à 16 fois le diamètre du pieu, et évaluer la hauteur totale de la colonne de sol par la relation suivante :

$$H= h_c + h \quad \text{avec } h \text{ hauteur du bouchon (hauteur active)}$$

**Nota**

L'évolution de la hauteur du bouchon ne sera plus influencé ni par l'angle de frottement interne, ni par la hauteur de la surcharge au-delà du seuil critique. Par contre ces deux paramètres influent d'une manière notable sur la résistance limite de pointe.

### **III.5. Conclusion**

L'analyse des résultats obtenus donnant la hauteur du bouchon à l'aide des deux modèles que nous avons élaborés montre que :

- Le seul modèle le plus satisfaisant est le second, basé sur le modèle a deux triangle proposé par CHEN(1975), en tridimensionnel conduit à des résultats acceptables comparativement aux valeurs trouvés expérimentalement, répondant effectivement aux critères de la borne supérieure dans l'évaluation de la hauteur du bouchon. On peut dire aussi que ce modèle représente la mobilisation totale du frottement interne.
- En tridimensionnel l'examen des prismes de rupture à montré aussi en dehors de la géométrie (diamètre), l'incidence notable de la densité sur la progression du bouchon à l'intérieur du pieu. Ce dont on peut dire que ce dernier est réellement compressible.
- L'existence d'un seuil critique pour la hauteur de la surcharge  $h_c$  nous a permet de déduire la hauteur totale de la colonne de sol qui progresse à l'intérieur du pieu, et nous confirme avec approximations les essais de BRUCY et al [91a].

Par ailleurs, la capacité portante d'un pieu tubulaire a base ouverte déduite des résultats de la charge Limite de pointe obtenus sera analysée et confrontée au chapitre(VI).

## *Chapitre (IV)*

### **Présentation du code de calcul PLAXIS**

## **Chapitre (IV)**

### **IV- Présentation du code de calcul PLAXIS**

#### **IV.1. Introduction**

Le code de calcul par éléments finis PLAXIS a été développé en premier lieu à l'Université Technologique de Delft (TUD) en 1987. Dans les années suivantes, ce code, initialement réalisé pour analyser les digues en sols mous (argileux), a vu un champ d'application se développer largement afin de pouvoir traiter différents types de problèmes géotechniques. Il permet d'analyser des problèmes élastiques, élastoplastiques, élastoviscoplastiques en 2D ou 3D.

Le éléments finis PLAXIS représente certainement un optimum actuel sur les plans scientifiques et pratique en l'analyse pseudo-statique 2D. Scientifiquement, c'est un outil d'analyse non linéaire en élastoplasticité non standard (5 paramètres), avec prise en compte des pressions interstitielles (et même consolidation linéaire), doté de méthodes de résolution et d'algorithmes robustes, éprouvés, ainsi que de procédures de choix automatique évitant des choix délicats à l'opérateur peu averti. Bien que très fiable sur le plan numérique, le code fait appel à des éléments de haute précision (triangle à 15 nœuds). Du point de vue pratique, le système de menus arborescents à l'écran rend l'utilisation souple et agréable, car l'opérateur ne s'encombre pas l'esprit outre mesure. Le recours aux manuels devenant rare, ceux-ci sont de volume réduit, faciles à consulter. L'ensemble des options par défaut (conditions aux limites) rend la mise en données aisée et rapide. Enfin, les options simplifiées (initialisation des contraintes, pressions interstitielles) permettent d'aller droit au but (prévoir le comportement d'un ouvrage), quitte à réaliser ultérieurement, avec le même code et les mêmes données, un calcul affiné.[9]

#### **IV.1.1. Options par défaut, Solutions approchées**

Le système d'options par défaut et de solutions approchées spécifiques, qui est un des fers de lance de l'outil de projet pour la géotechnique, est destiné à faire gagner du temps à l'opérateur, à lui éviter de devoir faire des choix tracassant, et enfin à améliorer la convivialité du logiciel. Ce système est inséparable de traitement à partir d'un menu arborescent. Chaque branche du menu est évidemment figée, car elle réalise une tâche précise, bien définie, mais la diversité des branches en fait globalement un outil extrêmement souple.

Les options par défaut commencent dès le maillages : l'opérateur peut bien entendu spécifier un maillage très détaillé, mais si seules les grandes lignes de celui-ci importent, le détail des éléments, agencé de manière optimale du point de vue numérique, sera entièrement généré par le logiciel à partir d'un petit nombre de nœuds-clé, avec contrôle permanent à l'écran. Le meilleur est d'ailleurs en cours de refonte en vue d'accroître son efficacité.

De même en ce qui concerne les conditions aux limites en déplacements : si celles-ci sont complexes, l'ingénieur devra en spécifier les subtilités d'une manière précise, face de bloc par face de bloc. Par contre, si elles ont un caractère standard (vecteur déplacement nul à la base du domaine étudié et vecteur déplacement horizontal nul sur les faces latérales), l'application peut être réalisée automatiquement (par défaut) à partir de menu avec contrôle immédiat du résultat à l'écran.

L'application des contraintes initiales dues au poids des terres réalisée de manière exacte par activation du multiplicateur de chargement relatif au poids propre. Par contre, si comme bien souvent en géotechnique on connaît ou on sait estimer un état  $K_0$  donné, celui-ci peut être spécifié directement. Dans ce cas, le massif est souvent en léger déséquilibre (incompatibilité entre  $K_0$  et les autres caractéristiques mécaniques). Le menu permet alors, par un chargement fictif nul, de rééquilibrer le massif, puis de réinitialiser à zéro le champ de déplacement de manière à prendre comme nouvelle origine l'état du matériau après application de la gravité. L'option  $K_0$  est particulièrement intéressante -et réaliste- dans le cas d'un modèle hétérogène de surface libre presque horizontale (paroi moulée dans un sol mou par exemple).

Les pressions interstitielles ont été l'objet d'un soin particulier dans PLAXIS : pour qui souhaite faire un calcul précis du champ de pressions interstitielles en régimes permanent ou transitoire, c'est possible grâce au module d'écoulements en milieu poreux. Mais bien sûr, cette opération demande du temps (d'opérateur et de machine). Si la nappe phréatique est proche de l'horizontale, dans ses états initial et final, on sait que la pression hydrostatique ; si l'on adopte ce champ de pression approché, les calculs deviennent très simples puisqu'il s'agit seulement de manier les variations de la poussée d'Archimède ; PLAXIS offre cette possibilité qui souvent très appréciable.

La conduite des calculs non linéaires constitue un autre exemple de la souplesse d'utilisation que procure ce logiciel : l'opérateur peut évidemment faire lui-même ses choix de taille d'étape de chargement, de nombre d'étapes, de rigidité d'interface, de méthode de résolution,... ; s'il ne désire pas assumer ces choix, le logiciel peut les décider à sa place, compte

tenu de l'expérience des numériciens en la matière. Pour les calculs de consolidation, réalisés en différences finies explicites sur le temps, le choix du pas de temps peut également être décidé par l'utilisateur, ou bien calculé dans l'option par défaut, selon les critères numériques connus.

Le coefficient de sécurité est une notion un peu magique en géotechnique, puisqu'il résume en une seule information une quantité considérable de données. L'approche classique évalue également ce nombre selon la théorie de l'équilibre limite, supposant une réduction proportionnelle généralisée de la résistance mécanique des matériaux impliqués, ce qui ne constitue manifestement pas un scénario réel de rupture. C'est la même approche, adaptée aux éléments finis élasto- plastiques, qui préside à l'évaluation du coefficient de sécurité dans PLAXIS. Le critère de rupture est ici qualitatif, et laissé à l'appréciation de l'observateur ; en tout état de cause, il est fondé sur le niveau de déplacement d'un point de contrôle lié à l'ouvrage étudié. Le champ de déplacement obtenu est évidemment tut à fait fictif.

Un calcul en éléments finis fournit une masse imposante de résultats : des résultats directement utiles au projeteur : déplacement, contraintes, pressions interstitielles à un stade donné du chargement, et des résultats plus mathématiques concernant le déroulement du processus de calcul proprement dit. C'est également un système de menu arborescent qui permet de sélectionner les informations souhaitées. [9]

## **IV.2. Méthode des éléments finis en géomécanique**

### **IV.2.1. Introduction**

L'évolution de la technologie amène l'ingénieur à réaliser des projets de plus en plus complexes, coûteux et soumis à des contraintes de sécurité de plus en plus sévères. Pour réaliser ces projets et vu la complexité des méthodes analytiques de la résistance des matériaux (RDM), l'ingénieur a recours aux méthodes qui lui permettent de simuler le comportement des systèmes physiques complexes. Conditionnée par les progrès effectués dans le domaine informatique et les acquis des mathématiques dans la théorie de l'énergie, des méthodes d'approximation, la méthode des éléments finis (MEF) est devenue éventuellement la plus performante des méthodes numériques vu son grand champ d'application où elle est utilisée dans de nombreux secteurs de l'industrie : aérospatiale, nucléaire, génie civil, construction navale mécanique, technique off-shore, etc...

La MEF est donc une technique récente à caractère pluridisciplinaire car elle met en œuvre les connaissances de trois disciplines de base :

- La mécanique des structures : élasticité, résistances des matériaux, dynamique, plasticité, etc.
- L'analyse numérique : méthodes d'approximations, résolution des systèmes linéaires.
- L'informatique appliquée : technique de développement et de maintenance de grands logiciels.

### **IV.2.2. Concepts de base**

La MEF consiste à remplacer la structure physique à étudier par un nombre fini d'éléments ou de composants discrets qui représentent un maillage. Ces éléments sont liés entre eux par un nombre de points appelés nœuds. On considère d'abord le comportement de chaque partie indépendante, puis on assemble ces parties de telle sorte qu'on assure l'équilibre des forces et la compatibilité des déplacements réels de la structure en tant qu'objet continu.

La MEF est extrêmement puissante puisqu'elle permet d'étudier correctement des structures continues ayant des propriétés géométriques et des conditions de charges compliquées. Elle nécessite un grand nombre de calculs qui, en raison de leur nature répétitive, s'adaptent parfaitement à la programmation numérique.

### **IV.2.3. Les éléments finis et la géomécanique**

Il existe une grande analogie entre le développement de la résistance des matériaux (RDM) au 19<sup>ème</sup> siècle et celui de la méthode des éléments finis (MEF) aujourd'hui. La RDM a vu le jour grâce à des hypothèses cinématiques judicieuses (ligne moyenne et déformation linéaires dans la section d'une poutre droite) qui ont permis de simplifier considérablement l'élasticité. De même, la MEF courante, formulée en déplacements, est née à partir d'hypothèses cinématiques locales (le champ de déplacement d'un solide est continu par morceau ou par élément) ; c'est localement un polynôme de faible degré par rapport à l'espace.

La RDM continue bien sûr à exister, fécondée par la MEF, et la MEF continue à se développer grâce aux progrès permanents sur les lois de comportements, et dans le domaine informatique.

#### IV.2.4. Formulation de la MEF en géomécanique

Nous présentons ci-après un bref rappel de l'écriture de la MEF, sous sa forme la plus simple (pour un solide drainé), lors d'une étape de chargement statique non linéaire ; au demeurant, cette présentation est extrêmement classique. [9]

Le principe des puissance virtuelles permet d'écrire l'équilibre exact du solide occupant le domaine  $\Omega$  quelle que soit sa loi de comportement figure(IV.1).

$$\int_{\Omega} {}^T \boldsymbol{\varepsilon}^* (\boldsymbol{\sigma}_n - \boldsymbol{\sigma}_{n-1}) = \int_{\Omega} {}^T \boldsymbol{u}^* (f_n - f_{n-1}) d\Omega + \int_{\Gamma_{\sigma}} {}^T \boldsymbol{u}^* (\bar{t}_n - \bar{t}_{n-1}) d\Gamma \quad \dots(IV.1).$$

$\forall \boldsymbol{u}^*$  Déplacement virtuel cinématiquement admissible sur l'étape de chargement  $n$ ,

avec :

$\boldsymbol{u}$  : vecteur déplacement réel (petits déplacements).

$\boldsymbol{u}^*$  : vecteur vitesse virtuelle.

$\boldsymbol{\sigma}$  : Pseudo-vecteur contrainte (réelle).

$\boldsymbol{\varepsilon}$  : Pseudo-vecteur déformation (réelle).

$\boldsymbol{\varepsilon}^*$  : Pseudo-vecteur vitesse de déformation virtuelle.

$f$  : Vecteur force de volume.

$t$  : Vecteur contrainte ou forces de surface sur la partie  $\Gamma_{\sigma}$  de la frontière

$\Gamma$  de  $\Omega$

(Conditions aux limites en contraintes).

Conditions aux limites aux déplacements ( $u=u$ ) sur le complément de

$$\Gamma_{\sigma} \quad (\Gamma = \Gamma_{\sigma} \cup \Gamma_u).$$

Indice  $n$  : relatif à l'étape de chargement numéro  $n$  (dont la solution est inconnue).

Indice  $(n-1)$  : relatif à l'étape de chargement précédente numéro  $n-1$  (dont la solution est parfaitement connue).

${}^T X$  : Transposé de la matrice  $X$ .

L'espace est discrétisé en éléments ayant en commun ou en propre des nœuds figure(IV.2).

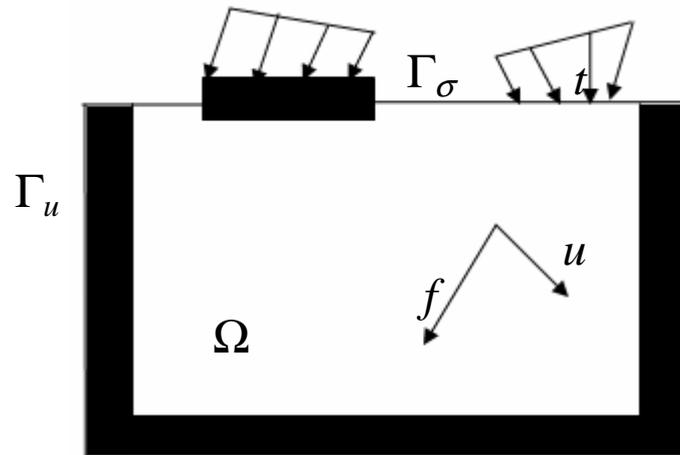


Fig. IV.1 : Actions agissant sur le domaine  $\Omega$ .

Les inconnues de l'étape de chargement sont :

- D'une part le champ de déplacement nodal en fin d'étape  $n$  (inconnues principales).
- D'autre part les chemins de contraintes au cours de l'étape de chargement  $n$  (inconnues liées aux inconnues principales).

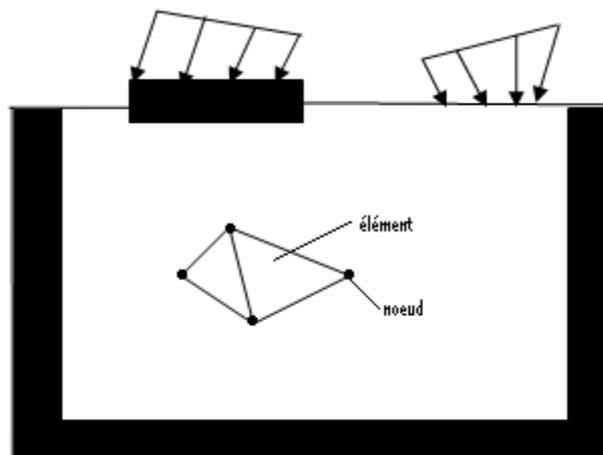


Fig. IV.2 : Domaine  $\Omega$  discrétisé.

#### IV.2.5. Remarques

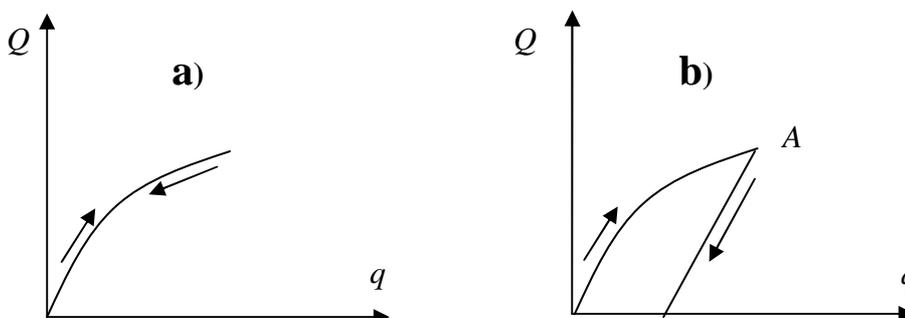
1. Il s'agit d'un problème formulé en contraintes totales. Si l'on désire traiter la consolidation ou un écoulement de fluide interstitiel, d'autres variables (pression interstitielle, vitesse débitante, perméabilité,...) sont à ajouter aux précédentes, et le bilan de masse doit être écrit. Cette formulation est classique.

2. Si l'on est en présence de deux solides (sol et pieu par exemple), la MEF fait apparaître des intégrales supplémentaires de surface, impliquant des éléments spéciaux (d'interface), au sein desquels le déplacement relatif entre les deux solides remplit le rôle joué par les déformations dans les solides. Ces éléments mettent en jeu un comportement « d'interface ».
3. Il arrive qu'on associe RDM et solide volumique, lorsqu'on traite un problème impliquant des palplanches ou des parois moulées ; ceci conduit à une économie de degrés de liberté (composantes de déplacement) et donc de mémoire et de temps de calcul ; des variables de rotation sont alors mobilisées, mais le processus de mise en équation et les éléments résultants restent très voisins de ceux qui ont été évoqués plus haut.
4. On utilise en général une méthode directe classique de résolution de système algébriques linéaires (Gauss par exemple) ; il peut arriver qu'on doive faire appel à des méthodes plus performantes lorsqu'on approche des charges limites ; le chargement est alors lui-même adapté afin d'évaluer au mieux la charge limite.
5. Un algorithme non linéaire peut diverger. Pour éviter ce désagrément, et ne pas perdre le pas de calcul en cours, il convient d'appliquer des étapes de chargement de taille judicieusement choisies, ni trop grandes (divergence), ni trop petites (temps de calcul pénalisant). [9]

### **IV.3. Quelques rappels d'élastoplasticité en Géomécanique**

#### **IV.3.1. Comportement élastique**

C'est celui d'un ressort lorsqu'on supprime la force  $Q$  la déformation revient en arrière, on dit qu'il y a élasticité. Si la courbe de décharge coïncide avec la courbe de charge figure(IV.3) et



*Fig. IV.3 : Comportement élastique a- idéal, b- réel*

rigoureusement le comportement idéal ne se rencontre jamais. La figure(IV.3b), montre un comportement réel : il y a élasticité mais imparfaite.

### **IV.3.2. Comportement plastique**

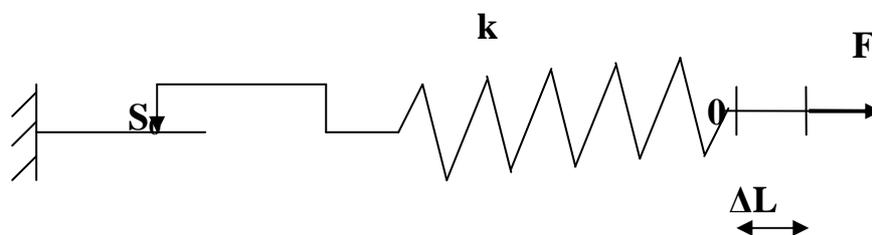
Le comportement plastique est celui d'un corps solide qui prend des déformations permanentes sans se fissurer, c.à.d sans disparition de la cohésion le long de certaines surfaces. On admet en général que ces déformations permanentes se produisent à partir d'un certain seuil de contrainte, dit seuil de plasticité ou limite d'élasticité.

Il faut faire à ce sujet de remarques :

1. On n'exige pas qu'au dessus de seuil les déformations restent parfaitement élastiques mais seulement qu'après décharge le corps reprenne progressivement sa forme initiale.
2. dans la majorité des cas ce seuil doit être considéré comme une schématisation, commode parce qu'au dessus du seuil les déformations permanentes deviennent plus importante que les déformations élastiques.

### **IV.3.3. Comportement élasto-plastique**

Le comportement élasto-plastique peut être représenté par un modèle unidimensionnel associant en série un ressort de raideur  $K$ , pour symboliser l'élasticité du matériau, à un patin de seuil  $S_0$  figure(IV.4). La courbe effort- déplacement ou contrainte-déformation que l'on trouve présenté sur la figure(IV.5).



*Fig. IV.4 : Modèle unidimensionnel du comportement élastoplastique.*

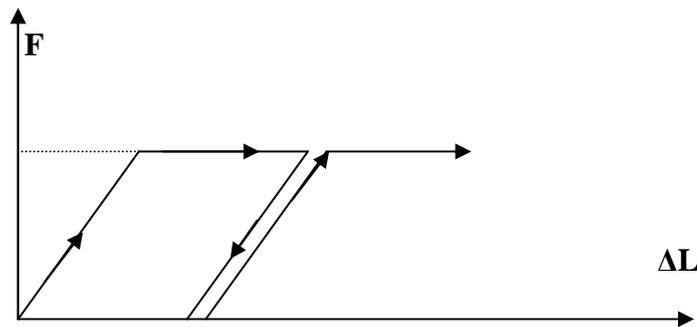


Fig. IV.5 : Représentation du comportement élastique-parfaitement plastique.

Lors d'une décharge élastique, le comportement est élastique et réversible, la longueur de la déformation plastique a priori indéterminée. Le comportement présenté par les figures(IV.4) et(IV.5) est un comportement élasto-plastique sans écrouissage.

La figure(IV.6) représente un comportement élasto-plastique avec écrouissage, qui définit comme un chargement d'un milieu jusqu'à sa limite de plasticité, puis décharger, après rechargement, il se produit une augmentation de sa limite d'élasticité. [11]

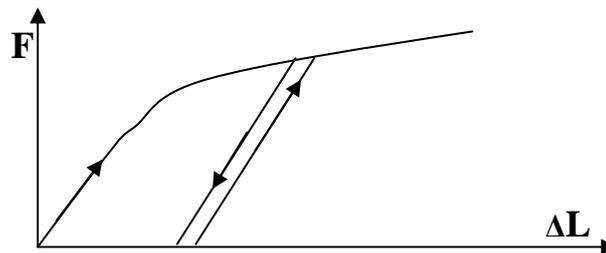


Fig. IV.6 : Représentation du comportement élastoplastique avec écrouissage.

Les schémas présentés en figures(IV.4) et (IV.5) sont une analogie mécanique unidimensionnelle. La généralisation à trois dimensions se fait d'une part, en introduisant une élasticité linéaire isotrope caractérisée par le module d'Young  $E$ , et le coefficient de Poisson  $\nu$ , pour la partie élastique, tandis que le seuil  $S_0$  se généralise en un critère de plasticité (ou surface limite).

#### **IV.3.4. Hypothèses de base de la théorie incrémentale de la plasticité**

##### **a- Sur les déformations**

Les déformations étant admises petites, on peut les décomposer en une partie élastique (e) et l'autre plastique (p), la partie élastique étant liée par la loi de Hooke-Cauchy.

$$d\epsilon = d\epsilon^p + d\epsilon^e \dots\dots\dots (IV.2).$$

De plus les déformations plastiques sont supposées incompressibles, et premier invariant est responsable de changement de volume c.à.d :  $tr(\epsilon_{ij}^p) = 0$  ou  $d\epsilon_{mm}^p = 0$ .

**b- Sur l'existence de surface de plasticité**

L'état de contrainte peut se présenter par un point dans l'espace à neuf dimensions des contraintes, l'origine est l'état non contraint de la configuration initiale du corps, te, en, son voisinage, existe une zone où un accroissement des contraintes  $d\sigma_{ij}$  ne produit qu'un accroissement Elastique  $d\epsilon_{ij}^e (d\epsilon_{ij}^p = 0)$ , la frontière de cette zone est la surface de plasticité ou d'écoulement, initiale dont on suppose qu'elle existe. Elle se présente par l'équation :  $F_0(\sigma_{ij}) = 0$ .

- Un état de contrainte situé à l'intérieur de celle-ci caractérise un état élastique  $d\epsilon_{ij}^p = 0$ .
- Un point situé sur cette surface définit un état élastoplastique.
- Un point situé à l'extérieur de cette surface est impossible à atteindre.

Lorsqu l'écroissage se produit la surface de plasticité change au fur et à mesure que les déformations progressent ; l'expression mathématique de ces surfaces de plasticité successives s'appelle la fonction de charge (loading function), elle dépend de l'état de contrainte atteint  $\sigma_{ij}$ , de l'histoire des déformations plastiques  $\epsilon_{ij}^p$ , et de l'écroissage par l'intermédiaire du paramètre K.

$$F(\sigma_{ij}, \epsilon_{ij}^p, K) = 0 \dots\dots\dots (IV.3)$$

Si le point M représentatif de l'état de contrainte est telle que :

- $F < 0$  : le matériau est élastique c.à.d  $d\sigma_{ij}$  provoque  $d\epsilon_{ij}^e$  seulement.
- $F = 0$  : état plastique,  $d\sigma_{ij}$  peut provoquer  $d\epsilon_{ij}^p$ .
- $F > 0$  : état inadmissible (sans signification).

L'incrément de déformation élastique  $d\epsilon^e$  se calcule à partir de l'élasticité, tandis que l'incrément de déformation plastique  $d\epsilon^p$  dépend de la règle d'écoulement. D'après le postulat de

Drucker qui dit que le travail effectué pendant un cycle quelconque de chargement formé dans l'espace de contraintes est non négatif.

Ce postulat est une définition de l'érouissage, il permet de montrer que toute surface de plasticité ( $F=0$ ) est convexe, et que le tenseur des incréments des déformations est normal à la surface de plasticité. Cette propriété de normalité permet de définir l'incrément de déformation plastique  $d\epsilon^p$  par la donnée d'un potentiel plastique  $G(\sigma_{ij})$  et par un multiplicateur  $\lambda > 0$ , comme suit :

$$d\epsilon^p = \lambda \frac{\partial G}{\partial \sigma} \dots \dots \dots (IV.4)$$

Dans ce cas la plasticité est dite associée à la loi d'écoulement c.à.d au potentiel plastique  $F=0$ . Si  $d\epsilon^p$  est perpendiculaire à une autre surface de plasticité dans ce cas la plasticité est dite non associée.

### **c- Critères de plasticité**

On appelle critère de plasticité une qui définit explicitement la forme de la surface de plasticité. Les critères de plasticité ont été initialement développés pour les métaux et ont ensuite été utilisés pour les sols, notamment en tant que critère de rupture.

## **IV.4. Les modèles de comportements utilisés par PLAXIS**

### **IV.4.1. Introduction**

Les modèles de comportement de sols sont très nombreux : depuis le modèle élasto-plastique de Mohr-Coulomb jusqu'aux lois de comportement les plus sophistiquées permettant de décrire presque tous les aspects du comportement élasto-visco-plastique des sols, aussi bien sous sollicitations monotone que cyclique. Ces modèles ont été développés dans le but d'être intégrés dans des calculs par éléments finis. Dans ce schéma, la modélisation par éléments finis permet de résoudre le problème aux limites en tenant compte, par une loi de comportement réaliste, du comportement réel du sol. Deux difficultés majeures ont empêché la réalisation complète de ce schéma : d'une part les lois de comportement qui décrivent bien le comportement des sols sont complexes et demandent, pour la détermination des paramètres qu'elles contiennent, des études spécifiques lourdes sortant du cadre de l'ingénierie même complexes. La validation des lois de comportement a fait l'objet, dans les années 80 de plusieurs ateliers pour comparer les réponses des différents modèles sur différents chemins de sollicitation.

(Colloque de Villard de Lans 1983, Colloque de Cleveland 1987,...). La seconde difficulté a été l'intégration de ces lois de comportement dans des codes éléments finis, bi ou tridimensionnels. Peu de codes sont opérationnels actuellement, avec des lois sophistiqués. Le coût de ces calculs est très généralement important.

La démarche suivie dans le développement de PLAXIS est différente. Un des objectifs de PLAXIS est de fournir à l'utilisateur un code d'éléments finis qui soit à la fois robuste et convivial, permettant de traiter des problèmes géotechniques réels, dans un délai raisonnable en utilisant des modèles de comportement de sols dont les paramètres puissent être déterminés à partir d'une étude géotechnique normale. En ce sens, PLAXIS peut apparaître comme une « règle à calcul » de l'ingénieur géotechnicien, où le micro-ordinateur a remplacé la règle. C'est pourquoi les différents modèles de comportement utilisés en PLAXIS sont des modèles qui peuvent apparaître simples, voire simplistes, mais qui sont efficaces quand ils sont utilisés dans des cas adaptés.

Pour traiter un problème de soutènement (paroi moulée, palplanche, etc...), il est tout à fait adapté de considérer le sol comme élastoplastique et le modèle de Mohr-Coulomb sera bien adapté dans ce cas : on rejoint ici le calcul des soutènements par les méthodes élastoplastiques de coefficient de raideur. Mais pour traiter d'une construction de remblai sur sols mous, avec chargement par étapes et consolidation, il faut tenir compte de l'érouissage. Le matériau se consolide et il est plus adapté d'utiliser le Soft Soil Model qui prend en compte cette évolution du matériau. Pour un calcul d'écoulement, il suffit de prendre un matériau élastique, mais on peut avoir à coupler écoulement et déformation : dans ce cas un modèle élastoplastique peut être justifié.

Les règles d'or dans le domaine de la simulation du comportement d'un ouvrage sont :

- Quel est le comportement principal à modéliser ?
- Utiliser un modèle qui décrive ce comportement.
- Interpréter les résultats, notamment en fonction des paramètres de la modélisation.

En ce sens, la modélisation numérique ne fournit sous une autre forme que les données du problème posé.

#### **IV.4.2. Contraintes totales, effectives, et pressions interstitielles :**

Le comportement des sols est régi par les propriétés du squelette : il est donc nécessaire d'utiliser des contraintes effectives et décrire les lois de comportement en contraintes effectives.

La pression interstitielle générée dans les ouvrages est une conséquence de la non- variation de volume ; celle-ci est elle-même dépendante de la perméabilité du sol. Un sable peut être non drainé in situ sous sollicitation sismiques (rapides) de même qu'une argile est toujours non drainée à court terme. En fait, celles-ci dépendent des variations de volume ; en élasticité, si les grains de sols sont incompressible, on démontre facilement que :

$$\Delta u = \frac{k_w}{\eta} \epsilon_v \quad \text{où :}$$

$\Delta u$  : est la surpression interstitielle,  $\eta$  : la porosité,

$k_w$  : le module volumique de l'eau

et  $\epsilon_v$  : la déformation volumique.

Des calculs en contraintes totales sont possibles. Ils permettent, par exemple, des calculs de tassements et de stabilité de remblai après construction. Ces calculs ignorent la génération de pressions interstitielles. Ils présentent l'avantage d'être simples et de recaler par rapport à des calculs plus classique de stabilité à court terme.

Leur inconvénient majeur est d'ignorer les pressions interstitielles, quand on connaît leur rôle majeur sur la stabilité de remblai.

#### **IV.4.3. Modélisation d'un comportement d'un sol**

Les sols et les roches tendent à se comporter d'une manière fortement non linéaire sous l'effet de chargement. Ce comportement non- linéaire en contraintes-déformations peut être modélisé suivant différents niveaux de sophistication. Mais le nombre de paramètres à introduire augmente avec ce degré de sophistication.

#### **IV.4.4. Modèle élastique linéaire**

Ce modèle représente la loi de Hooke pour l'élasticité linéaire et isotrope. Le modèle comporte deux paramètres de rigidité élastique, le module d'Young E, et le coefficient de poisson  $\nu$ .

Le modèle élastique est très limité pour simuler le comportement d'un sol. Il est utilisé principalement pour des structures rigides massives placées dans le sol.

Dans PLAXIS, les tableaux de rentrée de données demandent le module de cisaillement  $G$  et le coefficient de Poisson  $\nu$ . L'avantage de  $G$  est d'être indépendant des conditions de drainage du matériau  $G_u = G'$ , ce qui n'est pas le cas des modules d'Young ( $E_u > E'$ ). Il aurait pu sembler logique, si est utilisé comme paramètre élastique d'utiliser  $K$  comme second paramètre. D'une part  $K_u$  est infini (correspond à  $\nu_u = 0.5$ ) et il est moins courant d'emploi.  $G$  est en fait le module mesuré dans les essais pressiométriques [10].

On passe de  $G$  à  $E$ , par la relation :

$$E = 2 G (1+\nu) \dots \dots \dots (IV.5).$$

Le modèle élastique de PLAXIS peut être employé surtout pour modéliser les éléments de structures béton ou métallique en interaction avec le sol. Il peut aussi être intéressant pour certains problèmes de mécanique des roches.

#### **IV.4.5. Le modèle de Mohr-Coulomb**

Ce modèle bien connu est utilisé généralement comme une première approximation du comportement d'un sol. C'est modèle élastique parfaitement plastique (sans écrouissage) nécessite la détermination de cinq paramètres qui sont : le module d'Young  $E$ , le coefficient de Poisson  $\nu$ , la cohésion  $C$ , l'angle de frottement  $\phi$ , l'angle de dilatance  $\psi$ . Les deux premiers paramètres sont des paramètres intrinsèques élastiques, les deux autres  $\phi$  et  $C$  sont des caractéristiques mécaniques de résistance. L'angle de dilatance  $\psi$  est nécessaire pour modéliser l'irréversibilité de l'accroissement volumique fréquemment observé pour les sols granulaires.

##### **a- Le module d'Young**

PLAXIS utilise le module d'Young comme module de déformation de référence dans le modèle élastique et le modèle Mohr-Coulomb, dans ce dernier le module est constant. Il apparaît peu réaliste de considérer un module tangent à l'origine (ce qui correspondrait au  $G_{max}$  mesuré dans des essais dynamiques ou en très faible déformation). Un module de déformation a la dimension d'une contrainte. En mécanique des sols la pente initiale est appelée module tangent  $E_0$ , et le module sécant à 50% de la résistance en compression est noté  $E_{50}$  figure(IV.7). Pour des argiles surconsolidées ou sables denses avec un large domaine élastique, il est réaliste d'utiliser  $E_0$ . Alors pour que les sables lâches et les argiles normalement consolidées, il est préférable de prendre  $E_{50}$ .

Les couches de sol en profondeur ont souvent une raideur plus élevée que les couches en surface.

L'utilisateur doit rester conscient de l'importance du module de déformation constant pour représenter le comportement du sol, l'utilisateur devra retenir une valeur qui prenne à la fois en compte le niveau de contrainte et le cheminement de contrainte.

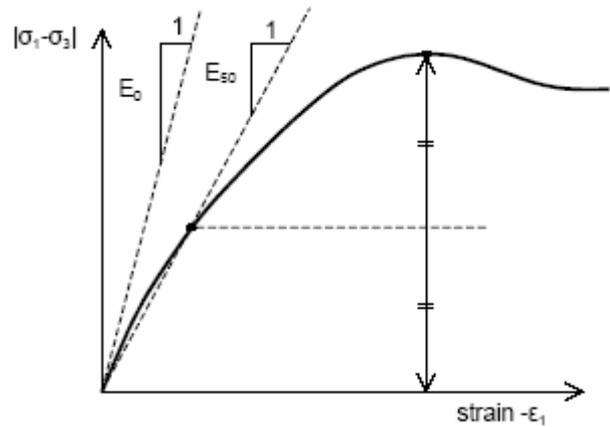


Fig. IV.7 : Définition des modules  $E_0$  et  $E_{50}$

Dans les boîtes de dialogues, on peut aussi rentrer le gradient donnant la variation du module avec la profondeur.

Les modules à employer dépendent alors, du niveau de contrainte ou de niveau de déformation. Le module dit tangent à l'origine  $E_0$  n'est pas représentatif, ni le module moyen  $E_{50}$ . Il y a donc de choisir un module représentatif. Il est possible d'entrer des valeurs de module par élément pour tenir compte de ce phénomène.

**b- Coefficient de Poisson**

$\nu$  est généralement compris entre 0 et 0,50 (0,495 pour un matériau incompressible : argile saturée). La valeur de  $\nu$  est très importante, car elle intervient dans l'initialisation des contraintes

$$k_0 = \frac{\nu}{1-\nu} = \frac{\sigma_h}{\sigma_v}$$

Poisson, celle-ci est réaliste pour l'application du poids propre (procédure K0 ou chargement gravitaire). Pour certains problèmes, notamment en décharge, on peut utiliser des valeurs plus faibles.

**c- Angle de frottement**

Pour des calculs avec des argiles saturées non drainées,  $\phi = 0$  accompagne un calcul prenant en compte la cohésion non drainée  $C_u$ .

Dans PLAXIS, l'angle de frottement à introduire est soit l'angle de frottement « de pic » soit l'angle de frottement de palier.

Les angles de frottement supérieur à  $35^\circ$  peuvent considérablement allonger les temps de calcul. Il peut être avisé de commencer des calculs avec des valeurs raisonnables d'angle de frottement, quitte à les augmenter dans la suite.

#### **d- La cohésion**

La cohésion a la dimension d'une contrainte. PLAXIS peut manipuler des sables sans cohésion ( $C = 0$ ), mais certaines options ne fonctionnent pas bien. Il est conseillé aux utilisateurs, d'attribuer, même à des matériaux purement frottants, une très faible cohésion (0,2 à 1kpa) pour des questions numériques.

Pour les analyse en non drainé avec  $\varphi_u = 0$ , PLAXIS offre l'option de faire varier la cohésion non drainée avec la profondeur : ceci correspond à la croissance linéaire de la cohésion en fonction de la profondeur observée dans des profils au scissomètre ou en résistance de pointe de pénétromètre. Cette option est réalisée avec le paramètre c-depth. Une valeur nulle donne une cohésion constante. Les unités doivent être homogènes avec ce qui a été choisi dans le problème (kpa/m).

#### **e- L'angle de dilatance**

Est une propriété spécifique aux sols grenus (sables et graviers) qui montrent une dilatance (accroissement de volume) sous cisaillement figure(IV.8). On considère une règle d'écoulement définie par  $\psi < \varphi$ . La valeur de  $\psi$  peut être simplement déterminée à partir de la pente de dilatance observée dans les essais triaxiaux.

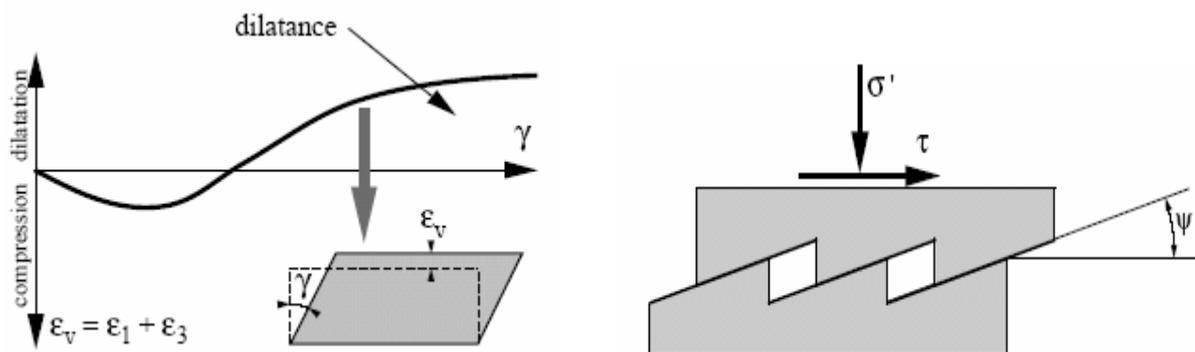


Fig. IV.8 : résultats d'essais triaxiaux CD sur un sable dense.

Il peut cependant être évalué par la règle grossière suivante :

- $\Psi = \varphi - 30^\circ$  pour  $\varphi > 30^\circ$ .
- $\Psi = 0$  pour  $\varphi < 30^\circ$ .

Les cas où  $\Psi < 0$  : PLAXIS accepte des angles de dilatance négatifs cela correspond à des sables lâches. La valeur de  $\Psi = 0$  correspond à un matériau élastique parfaitement plastique, où il n'y a pas de dilatance lorsque le matériau atteint la plasticité. C'est souvent le cas pour les argiles ou pour les sables de densités faibles ou moyenne sous contraintes assez fortes.

### f- Les contraintes de traction

Dans des problèmes pratiques, il peut apparaître une zone soumise à des contraintes de traction. Ceci se produit lorsque la contrainte de cisaillement (rayon de cercle de Mohr) est suffisamment petite. Exemple de la surface du sol proche d'une tranchée creusée dans l'argile montre parfois des fissures de traction. Cela montre que le sol peut se rompre en traction plutôt qu'en cisaillement. Un tel comportement peut être inclus dans une analyse réalisée par PLAXIS.

La pyramide de Mohr-Coulomb permet des contraintes de traction figure(IV.9). Celle-ci sont souvent peu réaliste pour les sols et est possible de supprimer ces contraintes de traction en sélectionnant l'option suppression des traction (tension cut-off), ou les diminuer en sélectionnant (Tensile strength). Ainsi les cercles de Mohr avec des contraintes positives ne sont pas admis. Pour le modèle Mohr-Coulomb et le modèle avec écoulement, la suppression des traction de surface est activée par défaut, avec une résistance à la traction nulle.

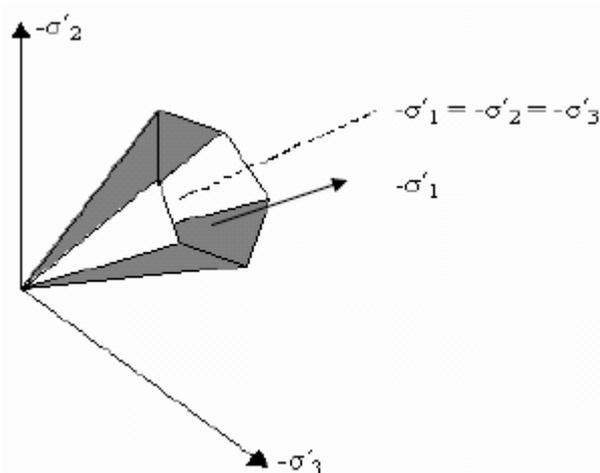


Fig. IV.9 : Pyramide de Mohr-Coulomb tracée pour  $C=0$ .

## **g- Paramètres avancés**

Pour le modèle Mohr-Coulomb l'option (**advanced**) permet d'accéder à des paramètres additionnels pour des modélisations avancées. Les paramètres additionnels comprennent l'accroissement de la rigidité (**stiffness**) et l'accroissement de la cohésion avec la profondeur, ainsi que la suppression des tractions. Cette dernière option est utilisée par défaut mais elle peut être désactivée.

### **g-1 Augmentation de la rigidité ( $E_{\text{increment}}$ )**

Dans les sols réels, la rigidité dépend du niveau de contraintes, ce qui signifie que la rigidité croît généralement avec la profondeur. Dans le modèle de Mohr-Coulomb la rigidité a une valeur constante. Pour prendre en compte cet accroissement, la valeur de  $E_{\text{increment}}$  peut être utilisée.  $E_{\text{increment}}$  est l'accroissement du module d'Young par unité de profondeur (KN/m<sup>2</sup>/m). A la cote donnée par  $y_{\text{ref}}$ , la rigidité est égale au module d'Young de référence  $E_{\text{ref}}$  entré dans l'onglet (**parameters**).

La valeur de module d'Young au niveau des points situés sous  $y_{\text{ref}}$  est obtenue à partir de la valeur de référence et de  $E_{\text{increment}}$ . Remarquons que pendant les calculs, une rigidité fonction de profondeur n'évolue pas en fonction de l'état de contrainte.

### **g-2 Augmentation de la cohésion $C_{\text{increment}}$**

PLAXIS propose une option avancée pour les couches argileuses dans lesquelles la cohésion augmente avec la profondeur, en utilisant l'option  $C_{\text{increment}}$  (KN/m<sup>2</sup>/m).

A la cote  $y_{\text{ref}}$  la cohésion est égale à la cohésion de référence  $C_{\text{ref}}$  entrée dans l'onglet parameters. La cohésion au niveau des points de contraintes sous  $y_{\text{ref}}$  est obtenue à partir de la valeur de référence et de  $C_{\text{increment}}$ .

## **IV.4.6. Modèle de sol avec écoulement (Hardening Soil Model)**

Le modèle HSM a pour objet d'améliorer le modèle de Mohr-Coulomb sur différents points, il s'agit essentiellement :

- De prendre en compte l'évolution du module de déformation lorsque la contrainte augmente : les courbes œdométrique en contrainte-déformation ne sont pas droites.
- De prendre en compte l'évolution non linéaire du module lorsque le cisaillement augmente : le module E50 n'est pas réaliste : il y a une courbure des courbes effort-déformation avant d'atteindre la plasticité.
- De tenir compte de la dilatance qui n'est pas définie.

On pourrait dire que le modèle est dérivée du modèle hyperbolique de Duncan-Chang car il en reprend et améliorant les formulations hyperboliques les courbes effort-déformation.

**a- Courbes effort-déformation**

$$-\varepsilon_1 = \frac{1}{2E_{50}} \cdot \frac{q}{1 - q/q_a} \quad \text{Pour } q < q_f.$$

Et avec :

$$q_f = (c \cdot \cot \varphi - \sigma'_3) \frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad \text{Et } q_a = q_f / R_f.$$

**b-Les modules**

$$E_{50} = E_{50}^{ref} \left( \frac{c \cdot \cot \varphi - \sigma'_3}{c \cdot \cot \varphi + p^{ref}} \right)^m \quad \text{Avec } p^{ref} = 100 \text{Kpa}.$$

Le paramètre  $R_f$  est analogue à celui introduit par Duncan.

Pour la décharge on prend :

$$E_{ur} = E_{ur}^{ref} \left( \frac{c \cdot \cot \varphi - \sigma'_3}{c \cdot \cot \varphi + p^{ref}} \right)^m$$

La figure(IV.10) redonne ces définitions :

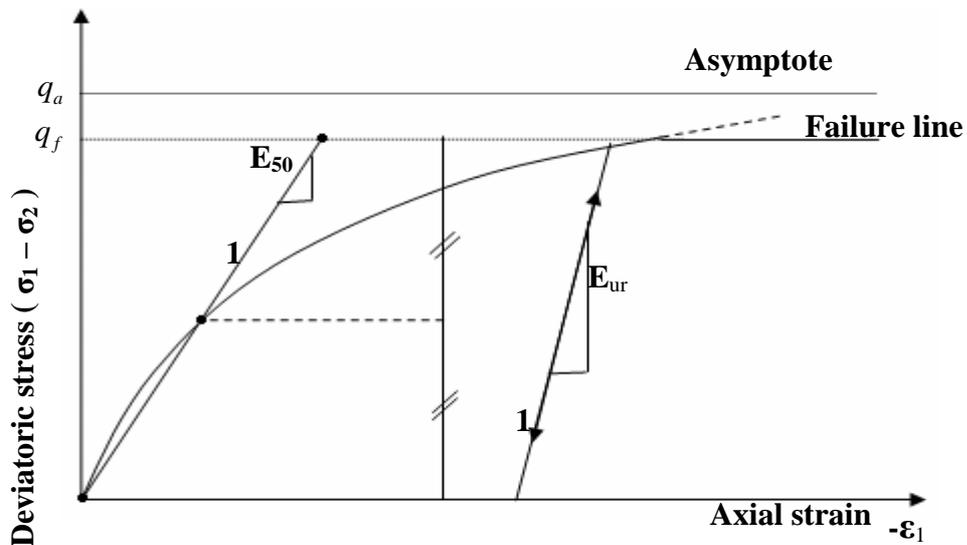


Fig. IV.10 : Représentation du Hardening Soil Model dans le repère Contrainte- déformation.

**c-les surfaces de charge**

En fonction du paramètre d'écroissage, on obtient alors dans le plan q – p la forme des surfaces de charge figure(IV.11).

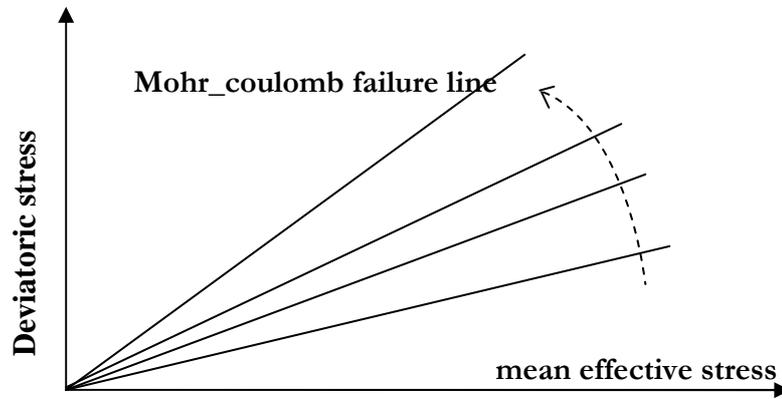


Fig. IV.11 : Forme des surface de charge du HSM.

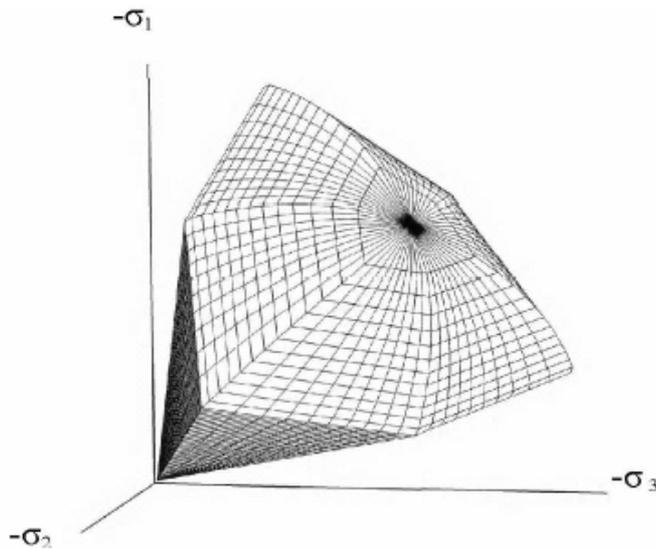


Fig. IV.12 : Surface de rupture pour le Hardening soil model cas d'un sol frottant.

Paramètres de Mohr-Coulomb :

- C : Cohésion (effective) [KN/m<sup>2</sup>]
- φ : Angle de frottement [ ° ]
- ψ : Angle de dilatance [ ° ]

Paramètres de rigidité :

- $E_{50}^{ref}$  : Module sécant dans un essai triaxial. [KN/m<sup>2</sup>]
- $E_{oed}^{ref}$  : Module tangent dans un essai oedométrique [KN/m<sup>2</sup>]

$m$  : Puissance (environ 0,5 pour les sables) [-]

Paramètres avancés :

$E_{ur}^{ref}$  : Module en décharge (par défaut  $E_{ur}^{ref} = 3E_{50}^{ref}$ ) [KN/m<sup>2</sup>]

$\nu_{ur}$  : Coefficient en décharge-recharge (par défaut  $\nu_{ur} = 0,2$ ) [-]

$p^{ref}$  : Contrainte de référence (par défaut  $p^{ref} = 100$ ) [KN/m<sup>2</sup>]

$k_0^{nc}$  :  $k_0$ -consolidation (par défaut  $k_0^{nc} = 1 - \sin \varphi$ ) [-]

$R_f$  : Coefficient à la rupture  $q_f/q_a$  (par défaut  $R_f = 0.90$ ) [-]

$\sigma_{tension}$  : Résistance à la traction ( $\sigma_{tension} = 0$ ). [KN/m<sup>2</sup>]

$c_{increment}$  : Cf. modèle de Mohr-Coulomb (par défaut  $c_{increment} = 0$ ) [KN/m<sup>2</sup>]

La définition de module oedométrique tangent est donnée sur la figure(IV.13) et celle de la dilatance sur la figure(IV.14).

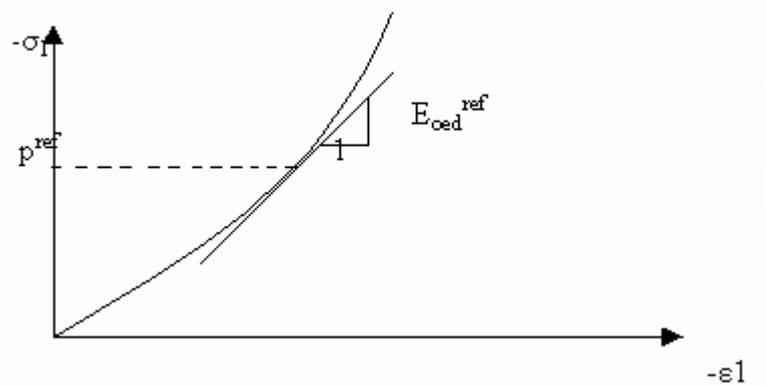


Fig. IV.13 : Définition du module oedométrique tangent.

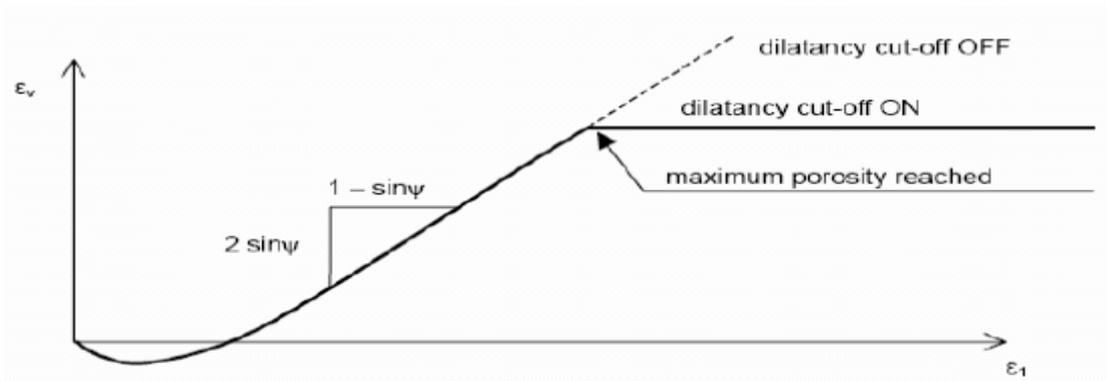


Fig. IV.14 : Définition de l'angle de dilatance.

**IV.4.7. Modèle pour sols « mous » (Soft Soil Model. S.S.M)**

Ce modèle (en abrégé SSM) est modèle dérivé du Cam-Clay. Historiquement le modèle de Cam-Clay a été développé à Cambridge dans les années 60 par Roscoe, schoffield et al.. L'aidée de base de ce modèle est de prendre en compte l'effet d'écroûissage que provoque sur les argiles la pression moyenne. Sous l'effet d'une pression moyenne, la teneur en eau diminue et l'argile devient plus résistante. Il s'agit d'un modèle élasto-plastique avec une surface de charge. Sous la surface de charge, le matériau reste élastique, tandis que si le point représentatif de l'état de contrainte effectif atteint la surface de charge, alors des déformations plastiques apparaissent avec un comportement non réversible. Une surface associée, limite l'espace entre les états admissibles et non admissibles.

**a- Paramètres de compressibilité**

Les deux paramètres  $C_c$  et  $C_s$  décrivent le comportement oedométrique ou isotrope observé dans des essais de laboratoires : ce seront les deux paramètres de base réglant la position des lignes de consolidation vierge ou lignes de gonflement. L'axe des contraintes est tracé en logarithme naturel, ce qui conduit à modifier la définition de  $C_c$  et  $C_s$  en  $\lambda$  et  $k$ . dans ce cas, l'axe des ordonnées est l'indice des vides. il peut être judicieux de remplacer l'indice des vides par la déformation volumique (identique à la déformation axiale dans l'essai oedométrique ).

On utilise alors  $\lambda^*$  et  $k^*$ . Dans ce cas, l'indice des vides, variable, apparaît dans les expressions du tableau (IV.1). Il peut dans la majorité des cas être pris constant, et égal à la valeur initiale.

Les relations avec les paramètres du modèle de Cam-Clay sont indiquées au tableau (IV.1) :

Relation avec l'indice des vides	(1) $\lambda^* = \frac{\lambda}{1+e}$	(2) $k^* = \frac{k}{1+e}$
Relation avec les paramètres « Hollandais »	(3) $\lambda^* = \frac{1}{C_p}$	(4) $k^* \approx \frac{1-\nu_{ur}}{1+\nu_{ur}} \frac{3}{C_p}$
Relation avec les indices de compressibilité et de gonflement.	(5) $\lambda^* = \frac{C_c}{2.3(1+e)}$	(6) $k^* \approx 1.3 \frac{1-\nu_{ur}}{1+\nu_{ur}} \frac{C_s}{1+e}$

Tableau IV.1 : valeur des paramètres de compressibilité et de gonflement  $\lambda$  et  $k$ .

La figure ci-dessus résume les différentes définitions des paramètres.

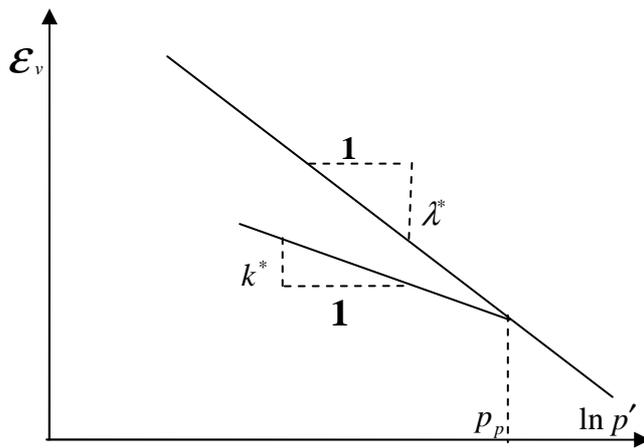


Fig. IV.15 : différentes représentations de l'essai oedométrique

En pratique, il suffit de tracer la déformation axiale en fonction du logarithme naturel de la contrainte axiale.

**b- La cohésion**

Une cohésion effective peut être introduite dans le SSM. Elle peut être nulle.

**c- Paramètre de frottement :**

On rentre directement les valeurs de cohésion et d'angle de frottement.

**d- paramètre de dilatance :**

il est calculé automatiquement à partir de l'angle de dilatance : normalement, dans les sols mous celui-ci est faible et la valeur nulle est proposée par défaut.

**e- Paramètre de contrainte  $K_0$  :**

Le paramètre M est calculé à partir de  $K_0$  par la formule ci-dessous :

$$M = 3 \sqrt{\frac{(1 - K_0^{NC})^2}{(1 + 2K_0^{NC})^2} + \frac{(1 - K_0^{NC})(1 - 2\nu_{ur})(\lambda^*/K^* - 1)}{(1 + 2K_0^{NC})(1 - 2\nu_{ur})\lambda^*/K^* - (1 - K_0^{NC})(1 + \nu_{ur})}} \dots\dots\dots(IV.6)$$

$$M = 3.0 - 2.8K_0^{NC}$$

Ceci permet de définir la forme de la surface d'écroûissage dans le plan p-q.

**f- coefficient de poisson :**

Dans le modèle Cam-Clay et dérivés (dont le SSM), le coefficient de poisson est un paramètre élastique important. Dans une charge-décharge oedométrique, c'est ce paramètre qui fait que les contraintes horizontales diminuent moins vite que les contraintes verticales.

Ce n'est donc pas le coefficient de Poisson qui pourrait être relié à une valeur de  $K_0$  (c.à.d  $\nu/1-\nu$ ) mais une valeur plus faible, typiquement 0,1 ou 0,2.

$$\frac{\nu_{ur}}{1 - \nu_{ur}} = \frac{\Delta \sigma_{xx}}{\Delta \sigma_{yy}}$$

Dans PLAXIS la valeur par défaut de  $\nu_{ur}$  est de 0,15.

**g- Les surfaces de charges :**

Les surfaces de charge sont des ellipses avec écoulement associé (incrément de déformation normal à l'ellipse) tandis que pour la rupture, l'écoulement est non associé (c'est pourquoi il est nécessaire d'entrer un angle de dilatance, éventuellement 0, ce qui correspond à l'écoulement plastique à volume constant).

**h- Remarques :**

- Le SSM n'est pas valable pour des interfaces : il est nécessaire d'utiliser un modèle de Mohr-Coulomb.
- Le SSM ne permet pas des analyses de stabilité par réduction de  $C$  et  $\phi$ .

**i- Prise en compte de la surconsolidation :**

PLAXIS calcule la pression de préconsolidation  $p_c$  à partir des données. Si un matériau est surconsolidé, il est possible de prendre en compte le degré de surconsolidation (OCR) ou le poids des terres de préconsolidation (POP (Pre Overburden Pressure)).

**j- résumé :**

Les paramètres nécessaires au SSM sont les suivants :

$\lambda^*$ :	Indice de compression	[-]
$k^*$ :	Indice de gonflement	[-]
$c$ :	Cohésion	[KN/m <sup>2</sup> ]
$\phi$ :	Angle de frottement.	[-]
$\psi$ :	Angle de dilatance.	[-]

Par défaut, les paramètres avancés sont :

$\nu_{ur}$ :	Coefficient de poisson en charge décharge	[-]
--------------	-------------------------------------------	-----

$K_0^{NC}$  : Paramètre de contrainte [-]  
 $M$  : Paramètre lié à  $K_0^{NC}$  [-]

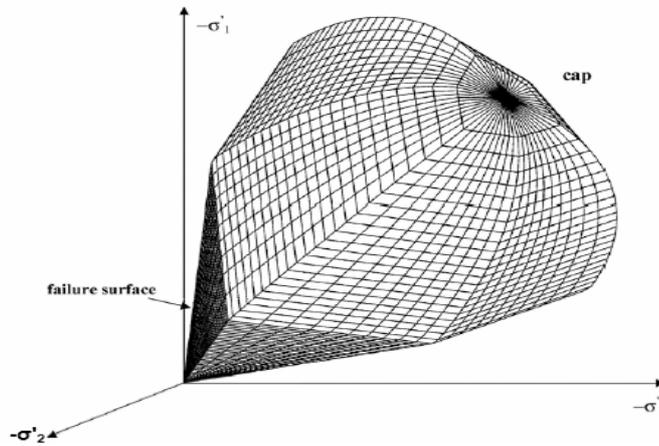


Fig. IV.16 : Surface de rupture pour un soft soil model SSM.

**IV.4.8. Modèle pour sols “mous” avec effet de temps**  
**(Soft Soil Creep Model).**

Le SSM permet de prendre en compte l'écroûissage des argiles molles mais pas la consolidation secondaire : celle-ci se traduit par une évolution de la déformation axiale dans un essai oedométrique en fonction du temps, après la fin de la consolidation primaire. Cette déformation évolue en fonction du logarithme du temps (au moins pour les échelles de temps observables). Elle est caractérisée par le paramètre  $C_\alpha$ . Elle génère ce qui est appelé la Quasi-préconsolidation dans des sols déposés depuis longtemps.

La figure(IV.17) résume ce phénomène. Ces déformations secondaires se rencontrent dans les tassements différés, notamment sur sols argileux mous.

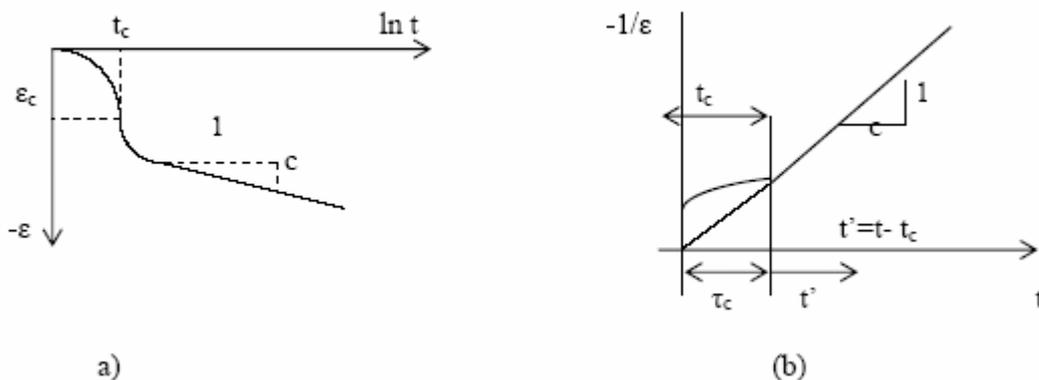


Fig. IV.17 : Effet du temps sur les essais oedométriques.

Le Soft Sol Model élargit ces résultats dans le plan p-q en introduisant des surfaces de charges qui " s'appuient " sur l'évolution observée en consolidation secondaire sur l'axe isotrope.

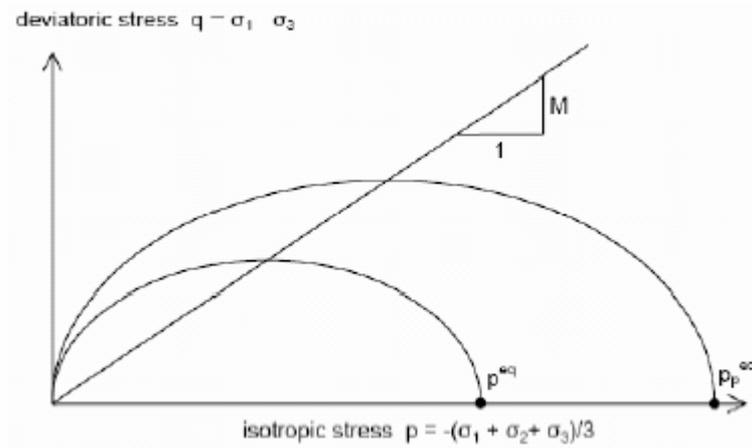


Fig. IV.18 : Diagramme de  $p^{eq}$  dans le plan  $p,q$ .

Avec les définitions suivantes des paramètres :

$$M = \frac{6 \sin \varphi_{cv}}{3 - \sin \varphi_{cv}}$$

$$p^{eq} = \sigma' \left[ \frac{1 + 2K_0^{NC}}{3} + \frac{3(1 - K_0^{NC})^2}{M^2(1 + 2K_0^{NC})} \right] \dots\dots\dots(IV.7)$$

**Les paramètres de SSCM :**

- le paramètre de fluage est  $\mu^*$  défini par :

$$\mu = \frac{C_{\alpha_v}}{2.3(1 + e)}$$

- Paramètres de modèle de Mohr-Coulomb :

C :	Cohésion	[KN/m <sup>2</sup> ]
$\varphi$ :	Angle de frottement	[°]
$\psi$ :	Angle de dilatance	[°]

- Paramètres de consolidation :

$k^*$ :	Indice de gonflement	[-]
$\lambda^*$ :	Indice de compression	[-]

$\mu^*$ :	Indice de fluage	[-]
	• Paramètres avancés :	
$v_{ur}$ :	Coefficient en charge-décharge (par défaut 0,15)	[-]
$K_0^{NC} : \sigma'_{xx} / \sigma'_{yy}$	Coefficient de poussée des terres au repos pour un sol normalement consolidé.	[-]
$M$ :	Pente de la ligne de l'état critique	[-]

#### IV.5. Conclusions

Ce rapide tour d'horizon des différents modèles utilisés dans PLAXIS montre qu'il s'agit de modèles suffisamment simples pour qu'il soit possible d'en déterminer les paramètres avec une étude géotechnique classique ou avec des corrélations. Il n'y a dans ces modèles aucun paramètre de calage ou sans signification physique comme en rencontre souvent dans des modèles plus sophistiqués. Souvent la détermination des paramètres nécessite des techniques d'optimisation. Ces modèles appartiennent au domaine de la recherche. L'utilisateur doit se concentrer sur deux choix : l'un est inhérent en général à la géotechnique, l'autre concerne la simulation numérique.

La détermination des paramètres géotechniques à entrer dans PLAXIS n'est pas différente d'un choix de paramètre de calcul manuel pour un calcul de tassement ou de stabilité : à partir d'essais parcellaires, il est indispensable d'arriver à ce que l'on pourrait appeler un modèle géotechnique de terrain. Certains des paramètres sont différents dans leurs expressions, mais toujours reliés à des paramètres géotechniques classiques. Le paramètre le moins "courant" est vraisemblablement l'angle de dilatance.

Le choix du modèle de comportement dépend en fait du problème posé : soutènement, tassement de remblai, fondation sur sol en pente, tunnel : quel modèle de comportement utiliser pour quel problème géotechnique ? la question n'est pas simple car il n'existe pas de modèle "universel".

# *Chapitre (V)*

**Modélisation avec la méthode des éléments finis  
code PLAXIS**

## Chapitre(V)

### V- Modélisation avec la méthode des éléments finis- code PLAXIS

#### V.1. Introduction :

Le but de notre étude est de déterminer un modèle numérique <modèle de référence>, et de comparer les valeurs de la charge limite obtenus par la modélisation numérique, en utilisant le logiciel PLAXIS 8.2 avec ceux obtenus par l'expérimentation.

Le fait d'avoir des résultats d'expériences qui ont été réalisés dans la chambre d'étalonnage par BALACHOWSKY[95], pour étudier la capacité d'un pieu a base ouverte mis en place par battage dans le sable dense, et pour la comparer avec celle obtenue par MOKRANI[91] et GENEVOIS[89] pour un pieu fermé. En raison de la surconsolidation des sables en mer du nord, Ils ont abordé aussi le problème de la modélisation des pieux ouverts dans le sable surconsolidé.

Pour reproduire au laboratoire l'état de contraintes le long des pieux offshore, dont la fiche dépasse souvent quarante mètres, ils ont appliqué a la chambre des contraintes verticales effectives entre ( 400 et 600Kpa).

Pour bien simuler ces expériences, nous avons ainsi modélisé les contraintes induites le long des pieux, pendant le conditionnement du massif et leur évolution pendant le chargement statique.

#### V.2. Résultats d'essais

Pour les essais de fonçage continu dans la chambre d'étalonnage, la Figure.(V.1) donne la résistance de pointe pour les pieux modèles a base ouverte dans le sable dense selon les différents critères de rupture avec  $\frac{w}{d} = 0,1$  à  $\frac{w}{d} = 0,3$ .

Le Tableau (V.1) représente les résultats d'essais des pieux a base ouverte pour différents critères de rupture, et qui vont être modélisés par la suite numériquement a l'aide du code PLAXIS.

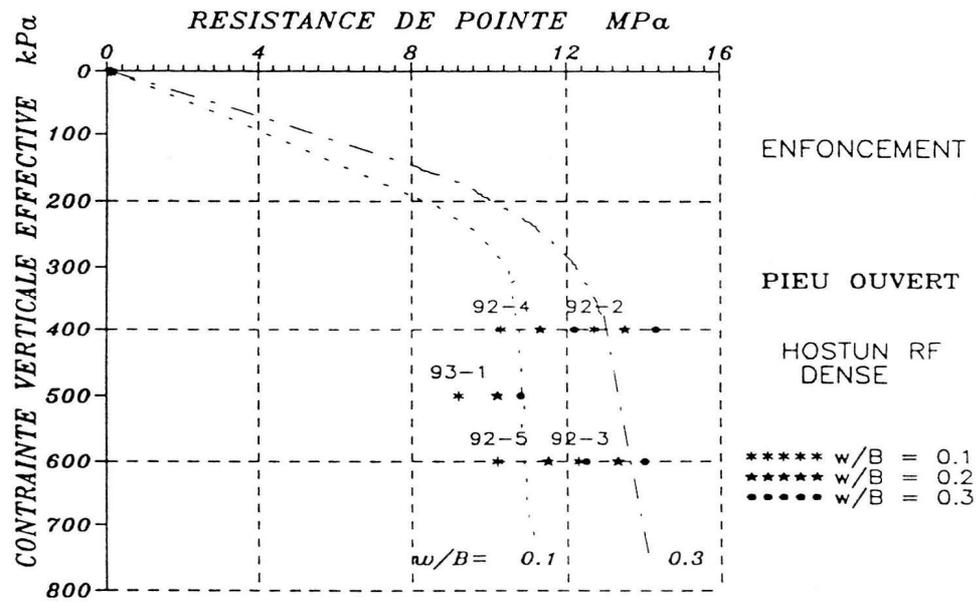


Fig.V.1 Résistance de pointe dans le sable dense pour les différents critères de rupture LECH BALACHOWSKY [95]

**ESSAI 92-2**

$\sigma'_v = 400\text{KPA}$	$\frac{w}{d}$	$\tau_{moyen}$ Enfoncement Kpa	Force en tête Enfoncement KN	$q_p$ Mpa
Sable dense	0,1	145 (95)	66 (69)	11,7 (12,7)
	0,2	165 (110)	72 (75)	12,3 (13,5)
Pieu lisse	0,3	160 (130)	78 (81)	13,1 (14,3)

**ESSAI 92-4**

$\sigma'_v = 400\text{KPA}$	$\frac{w}{d}$	$\tau_{moyen}$ Enfoncement Kpa	Force en tête Enfoncement KN	$q_p$ Mpa
Sable dense	0,1	205 (215)	69 (81)	10,0 (10,3)
	0,2	210 (230)	74 (86)	11,1 (11,3)
Pieu rugueux	0,3	210 (240)	79 (91)	11,9 (12,2)

**ESSAI 93-1**

$\sigma'_v = 500\text{KPA}$	$\frac{w}{d}$	$\tau_{moyen}$ Enfoncement Kpa	Force en tête Enfoncement KN	$q_p$ Mpa
<b>Sable dense</b>	0,1	220 (355)	77 (117)	9,1 (9,2)
	0,2	225 (360)	82 (122)	10,1 (10,2)
<b>Pieu rugueux</b>	0,3	230 (350)	87 (125)	10,8 (10,8)
	0,5	-	- (128)	- (11,8)
	1	-	- (132)	- (12,8)

Tab V.1. Résultats d'essais en chambre d'étalonnage

**Nota :** Les valeurs en parenthèses correspondent au deuxième cycle de chargement statique.

**V.3. Matériaux utilisés**

**V.3.1. Le pieu d'essai**

C'est un pieu fournit par l'IFP et constitué d'un tube d'acier de 4mm d'épaisseur et de 70mm de diamètre extérieur. Il a été recoupé à une longueur de 1650mm, initialement la surface du pieu était lisse. Elle a été rendue rugueuse, avec la rugosité dite standard, par collage de grains de sable de même nature que le matériau d'essai. Le diamètre extérieur du pieu rugueux est égal à 76mm Figure(V.2).

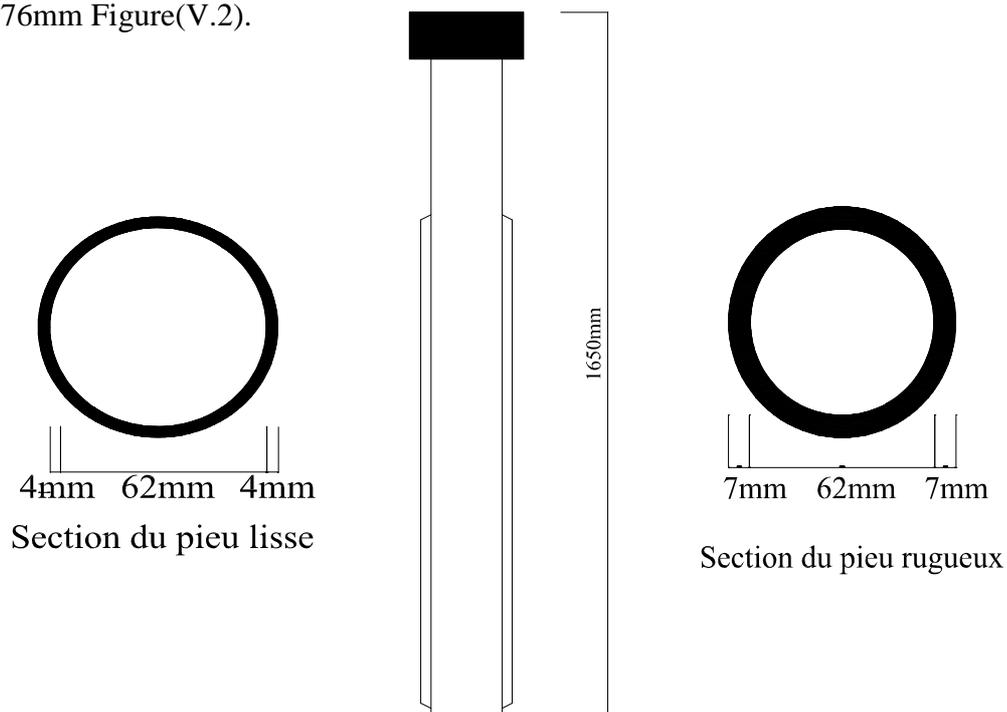


Fig. V.2 Le pieu modèle utilisé pour des essais en chambre d'étalonnage

Ce pieu est mis en place par battage, jusqu'à une profondeur de 80cm, ensuite il est chargé statiquement à déplacement imposé par l'intermédiaire d'un vérin mécanique de capacité 150 KN muni d'un moto-reducteur et variateur pouvant assurer une gamme de vitesse compromise entre 0 et 20mm/minute.

**V.3.2. Le sable**

C'est un sable quartzeux, provenant de la carrière d'Hostun ( Drome). C'est un matériau à grains anguleux et à répartition granulométrique uniforme comme l'indique la Figure.(V.3). Il est à souligner que c'est ce type de sable qui a servi a la réalisation des essais d'enfoncements de pieu.

Les caractéristiques granulométriques de ce sable sont les suivantes :

$$d_{50} = 0,32mm \quad d_{10} = 0,21mm \quad \frac{d_{60}}{d_{10}} = 2$$

Les poids volumiques secs maximum et minimum sont :

$$\gamma_{d \max} = 16,70 \frac{KN}{m^3} \quad \gamma_{d \min} = 13,24 \frac{KN}{m^3}$$

Ce qui correspond avec un poids spécifique de  $25,97 \frac{KN}{m^3}$  ( $\rho_s = 2,65 \frac{g}{cm^3}$ ).

$$e_{\max} = 0,961 \quad , \quad e_{\min} = 0,555$$

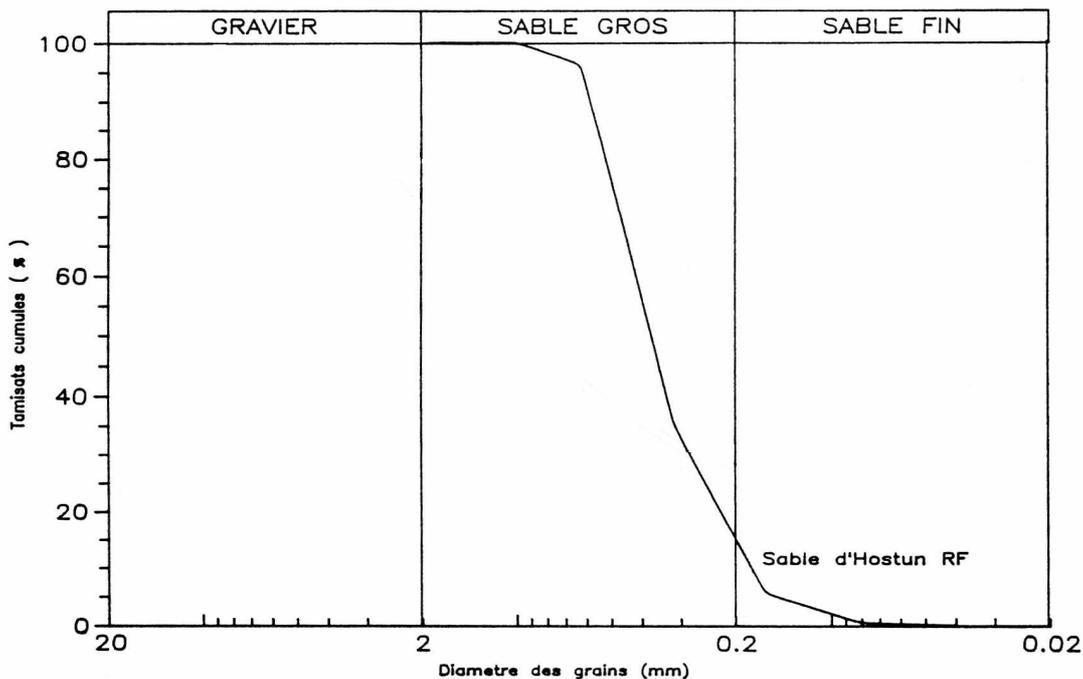


Fig. V.3 Courbes granulométriques des sables utilisés MOKRANI[91]

On porte sur ce Tableau(V.2) Les propriétés mécaniques de ce sable, qui sont tirées a partir des courbes expérimentales d’après MOKRANI[91].

$\sigma'_v$ (Kpa)	$E_p$ (Mpa)	$p_c$ (Kpa)	$\phi$ (°)	$\sigma_m$ (Kpa)	$E_t$ (Mpa)	$E_{t\max}$ (Mpa)
100	26	161,4	45,8	96	26	223
200	37	127,2	43,2	117	36	269
400	256	517,0	41,9	340	76	415
500	418	583,0	41,7	400	96	452

Tableau.V.2 : Valeurs de  $E_p$ ,  $E_t$  et  $E_{t\max}$  suivant la surcharge verticale.  
Cas du sable dense d’Hostun ‘RF’ dense.

### V.4. Représentation du modèle de référence

#### V.4.1. Définition géométrique du modèle

Le modèle est géométriquement représenté par des lignes et des points, Il est défini par 14 points représentant la cuve de la chambre d’étalonnage, qui a pour dimension de 1,50m de hauteur et 1,20m de diamètre. Le problème est axisymétrique est seul  $\pi$  radian du pieu sera modélisé avec une répartition des éléments triangulaires à 15 nœuds et des éléments d’interfaces représentés dans la Figure.(V.4).

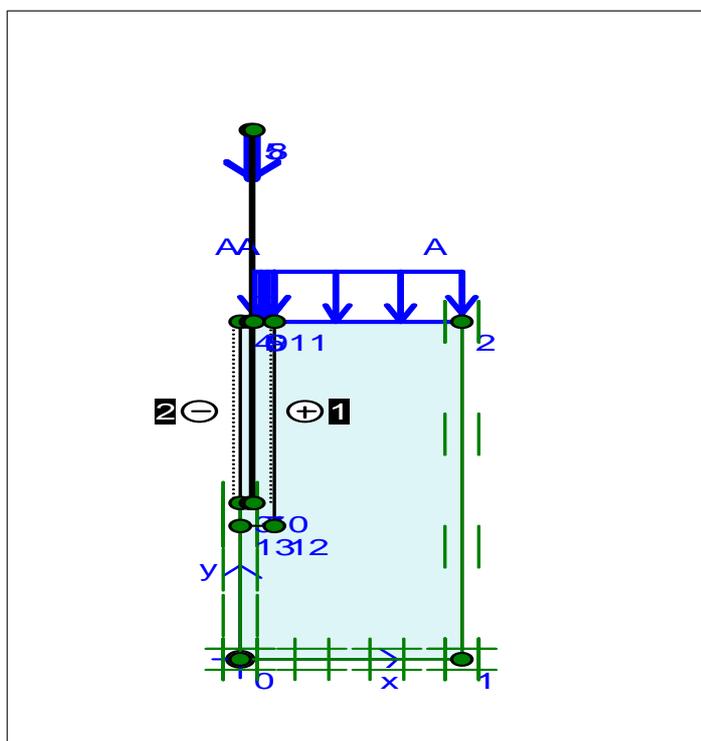


Fig.V.4. Définition de la géométrie du problème(pieu lisse Essai 92-2)

Les coordonnées des points, sont représentés dans le tableau suivant respectivement pour les deux pieux lisse et rugueux.

Pieu lisse			Pieu rugueux		
Point N°	X (m)	Y (m)	Point N°	X (m)	Y (m)
0	0	0	0	0	0
1	0,6	0	1	0,6	0
2	0,6	1,5	2	0,6	1,5
3	0	0,7	3	0	0,7
4	0	1,5	4	0	1,5
5	0,031	2,35	5	0,031	2,35
6	0,031	1,5	6	0,031	1,5
7	0,031	0,7	7	0,031	0,7
8	0,035	2,35	8	0,038	2,35
9	0,035	1,5	9	0,038	1,5
10	0,035	0,7	10	0,038	0,7
11	0,096	1,50	11	0,096	1,50
12	0,096	0,596	12	0,096	0,596
13	0	0,596	13	0	0,596

Tab.V.3. Définition de la géométrie du problème

#### V.4.2. Les modèles de comportements utilisés

##### a) Le modèle élastique

Est employé pour modéliser le pieu en acier, avec un coefficient de poisson  $\nu_p = 0,2$  et un module d'Young pour une section annulaire de 210 Gpa.

##### b) Le modèle Mohr-Coulomb

Ce modèle permet de décrire le comportement du sol élastique-parfaitement plastique, aussi bien sous sollicitation monotone que cyclique. Il demande la détermination de cinq paramètres, le module de Young **E**, le coefficient de poisson  **$\nu$** , la cohésion **C**, l'angle de

frottement  $\phi$  et l'angle de dilatance  $\psi$ . Le tableau(V.4) regroupe les paramètres physico mécanique des deux matériaux.

Paramètres	Nom	Sables d'hostun dense		Pieu en Acier	unité
Type de matériau	Material model	Mohr-Coulomb		Linear Elastic	-
		Pieu Lisse	Pieu rugueux		
Type de comportement	Material type	Drainé	Drainé	Non-pourous	-
Poids volumique saturé	$\gamma_{sat}$	18,7	18,7	-	[KN/M <sup>3</sup> ]
Poids volumique sec	$\gamma_{unsat}$	16,7	16,7	71,5	[KN/M <sup>3</sup> ]
Perméabilité horizontale	$K_x$	-	-	-	[M/Jour]
Perméabilité verticale	$K_y$	-	-	-	[M/Jour]
Module d'Young	$E^{ref}$	76000	76000 96000	210000000	[KN/M <sup>2</sup> ]
Cohésion	$C_{ref}$	0,2	0,2	-	[KN/M <sup>2</sup> ]
Coefficient de poisson	$\nu$	0.30	0,3	0,2	-
Angle de frottement	$\phi$	41,9	41,9 41,7	-	[°]
Angle de dilatance	$\psi$	11,9	11,9 11,7	-	[°]

Tab.V.4 Les paramètres des modèles Elastique et Elasto-plastique de Mohr-coulomb.

### V.4.3. Maillage

Pour générer le maillage du massif de sol qui est homogène, Plaxis nous permet d'effectuer automatiquement le maillage du problème, avec la possibilité de le raffiner localement. Il est constitué de **306** éléments, de **2733** nœuds et de **3672** points de contraintes pour les différents pieux .

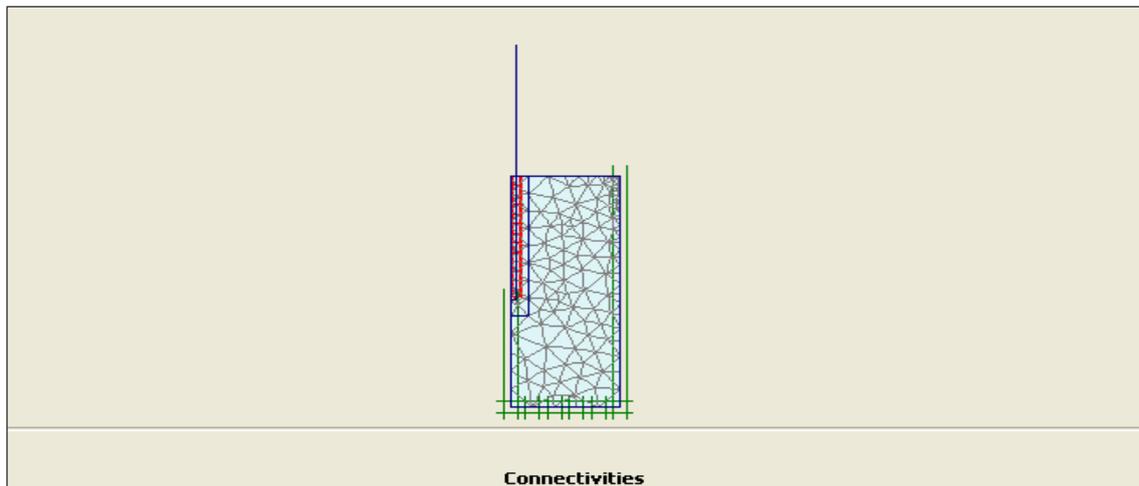


Fig.V.5. *Maillage du problème(pieu lisse Essai 92-2)*

#### **V.4.4. Conditions aux limites**

Le choix des conditions aux limites est effectué par défaut, libre en vertical sur l'axe et sur le pourtour, bloqué au fond. Il est valable pour les différents types de pieux Voir Figure.(V.4).

#### **V.4.5. Chargement**

On peut définir pour notre modèle deux types de chargements :

##### **a) Chargement linéique**

Ce chargement représente la surcharge répartie sur le massif de sol, qui assure le conditionnement de l'état de contrainte le long du pieu. Elle devrait avoir comme valeur équivalente à celle appliquée aux expériences réalisés divisée par  $\pi$ .

##### **b) Déplacement imposé**

Ce type de chargement représente le chargement statique à déplacement imposé, Il est effectué en introduisant des valeurs de manière à ce que la composante de déplacement vertical soit dans la direction des Y négatifs.

Les valeurs de déplacement à introduire seront réalisés en phases conformément aux critères représentés au Tableau(V.5).

N° Essais	Type de Pieu	Surcharge Verticale	Déplacements Imposés (w/d) en (m)
Essai 92-2	Lisse	400 Kpa	0,007
			0,014
			0,021
Essai 92-4	Rugueux ( standard)	400 Kpa	0,0076
			0,0152
			0,0228
Essai 93-1	Rugueux ( standard)	500 Kpa	0,0076
			0,0152
			0,0228
			0,038
			0,076

Tab.V.5. Valeurs des déplacements imposés.

**V.4.6. Conditions initiales**

Une fois le modèle géométrique crée et le maillage d’éléments finis généré, l’état de contrainte initiales et la configuration initiale doivent être spécifiés. Cela se fait dans la partie traitant des conditions initiales du programme d’entrée des données. Les conditions initiales sont constitués de deux modes différents, l’un pour générer les pressions interstitielles initiales ( mode de conditions hydrauliques) et l’autre pour spécifier la configuration géométrique initiale et générer le champ de contraintes effectives initiales ( mode de configuration géométrique). Dans le second mode Plaxis propose une valeur de  $K_0$  par défaut basée sur la formule de jaky.

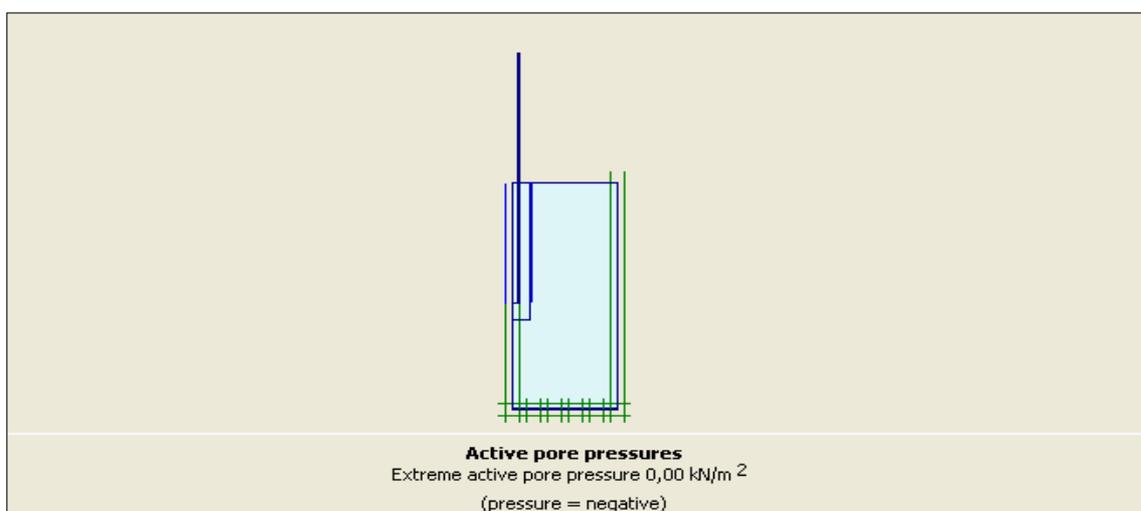
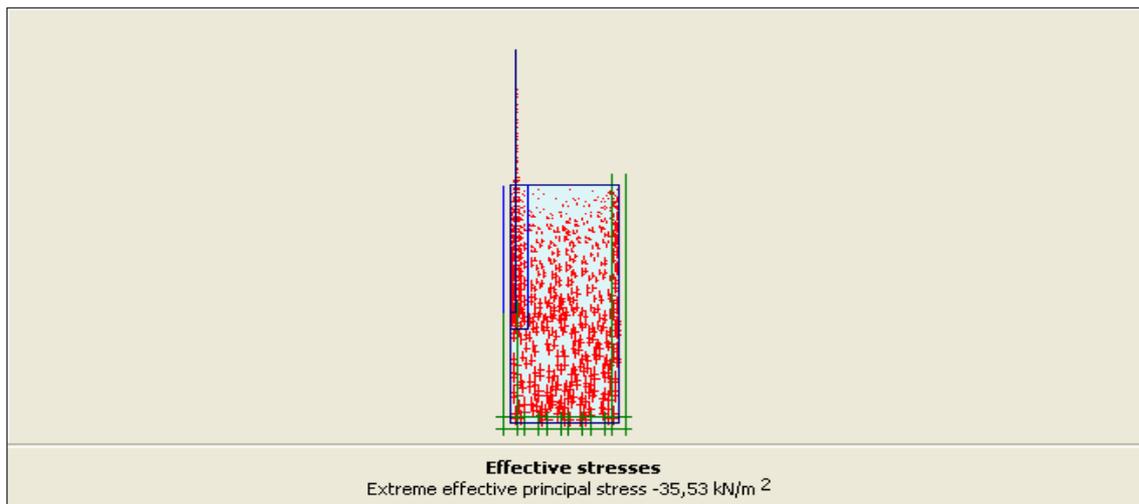


Fig.V.6. Pression interstitielle(pieu lisse Essai 92-2)



*Fig.V.7. Contraintes effectives(pieu lisse Essai 92-2)*

## **V.5. Procédure de calcul**

Les calculs seront effectués pour une analyse axisymétrique, et démarreront dès que l'état des conditions initiales est généré. Ces calculs seront réalisés de la même manière dans la modèle elasto-plastique et pour les différents pieux d'essais.

### **V.5.1. Type de calcul**

On a choisit un calcul plastique, et l'on souhaite que le chargement se poursuive automatiquement jusqu'au niveau ultime demandé. Ce chargement est construit en plusieurs étapes, ce qui signifie que chaque phase de calcul doit être résolue de manière itérative.

## **V.6. Résultats**

Les Principaux résultats d'un calcul d'éléments finis sont, les déplacements et les contraintes, comme il est nécessaire de choisir dans la phase des calculs les points ou l'on veut visualiser les données, tant en déplacement (des nœuds) qu'en contraintes (des points de gauss).

de plus on obtient la charge limite correspondante exprimée en  $\frac{KN}{radian}$  .

A la même façon et pour les trois types de pieu, On propose de suivre un point en surface sur la tête du pieu (**A**), un point a la base sur le pieu (**C**), et un troisième point a la base sur le massif de sol (**B**) pour les déplacements. Figure.(V.8).

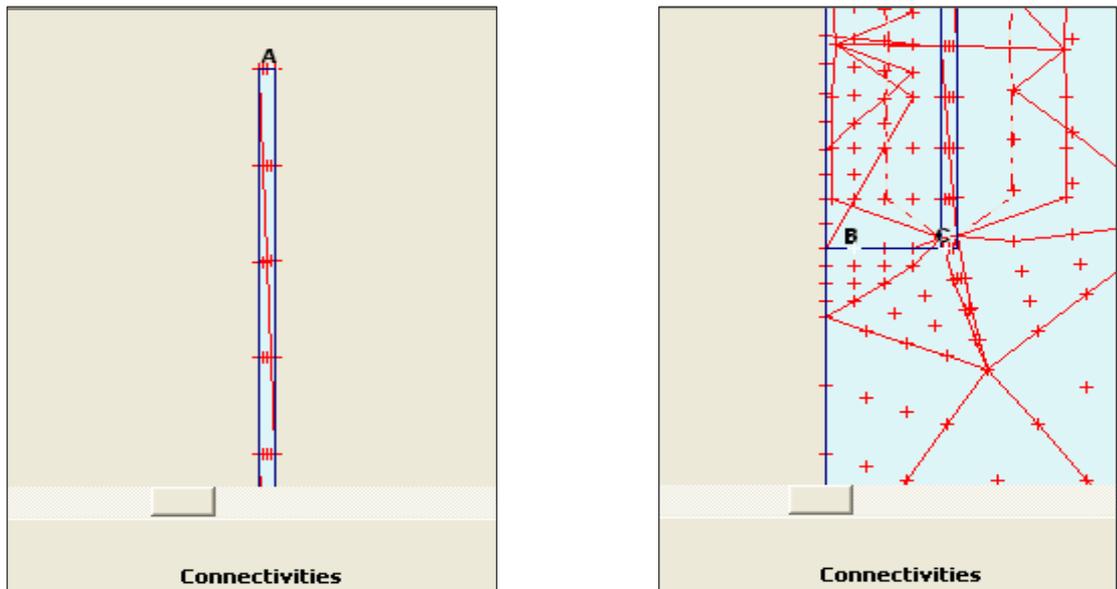


Fig.V.8. Points dont on suit le déplacement (pour tous pieux)

**a) Les principaux résultats du pieu lisse ( Essai 92-2 )**

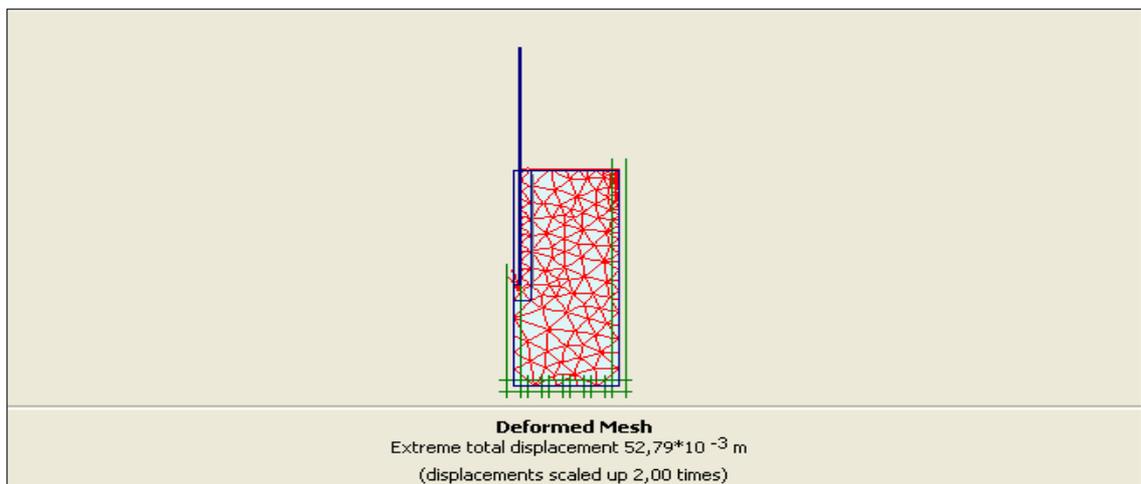


Fig.V.9. Maillage déformé(pieu lisse Essai 92-2)

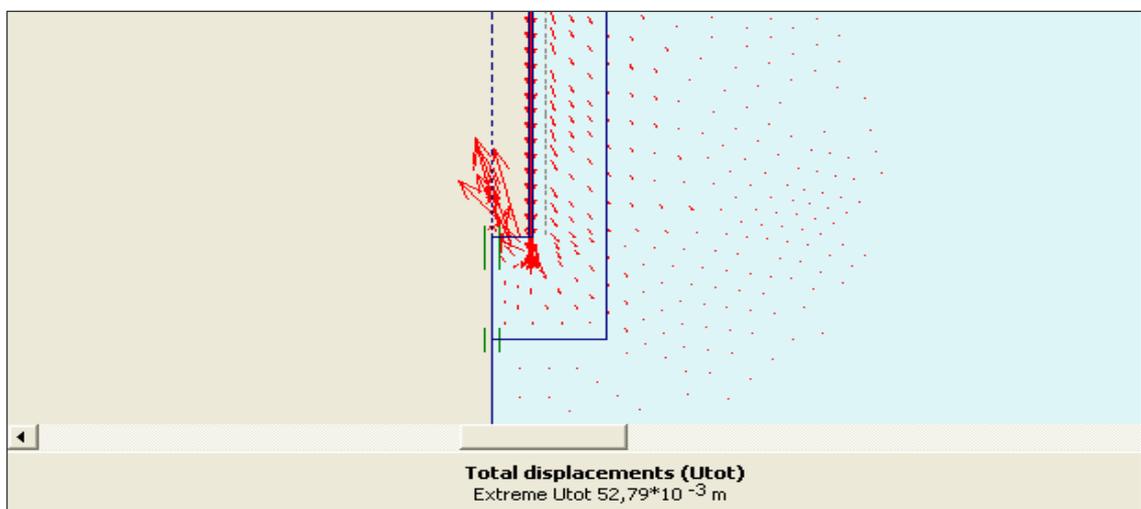
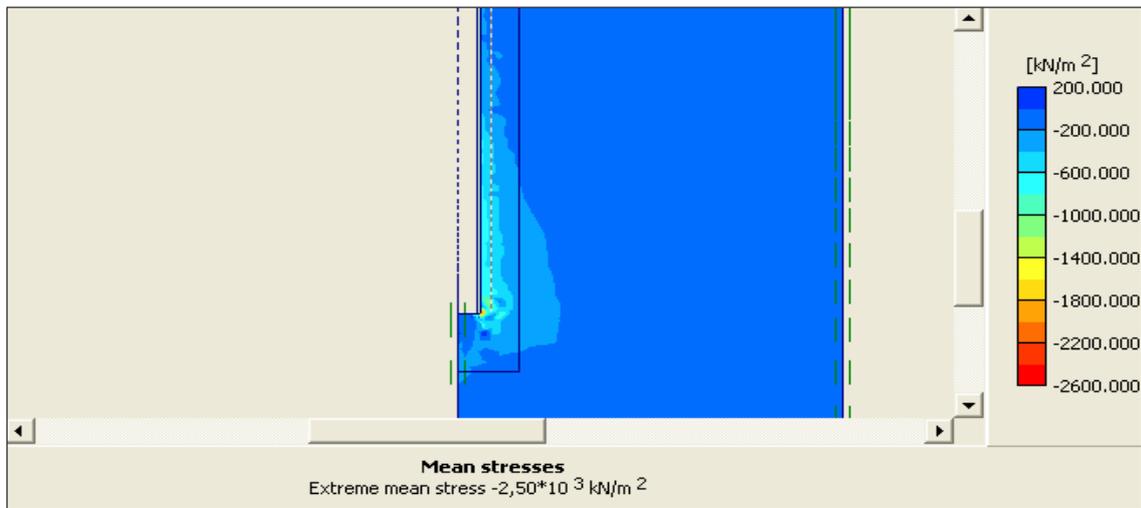
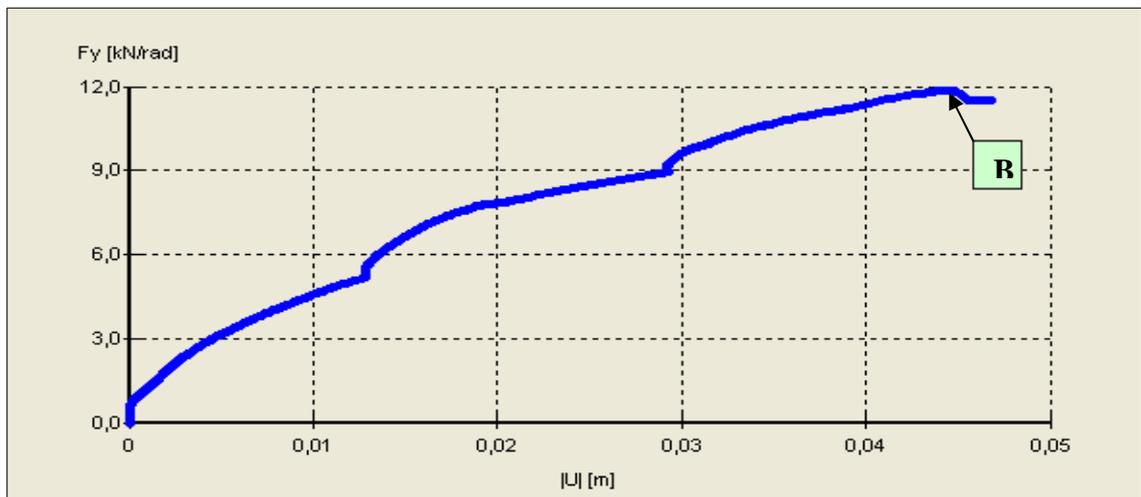


Fig.V.10. Champ de déplacement incrémental(pieu lisse Essai 92-2)

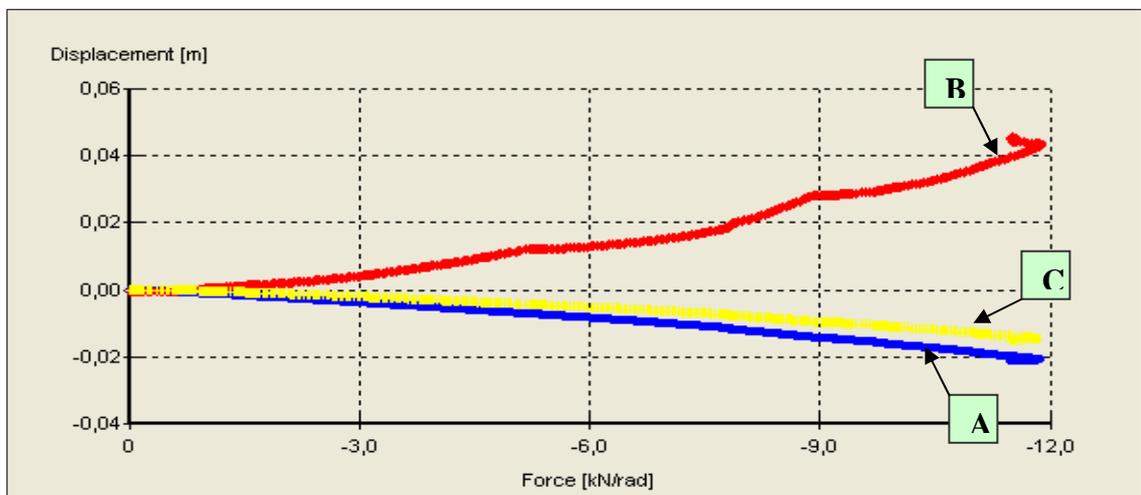
Le champ de déplacement incrémental est un bon indicateur de la cinématique.



*Fig.V.11. Contraintes moyennes (pieu lisse Essai 92-2)*



*Fig.V.12. Courbe charge- déplacement(pieu lisse Essai 92-2)*



*Fig.V.13. Courbes charge- déplacement aux points ( A,B et C) (pieu lisse Essai 92-2)*

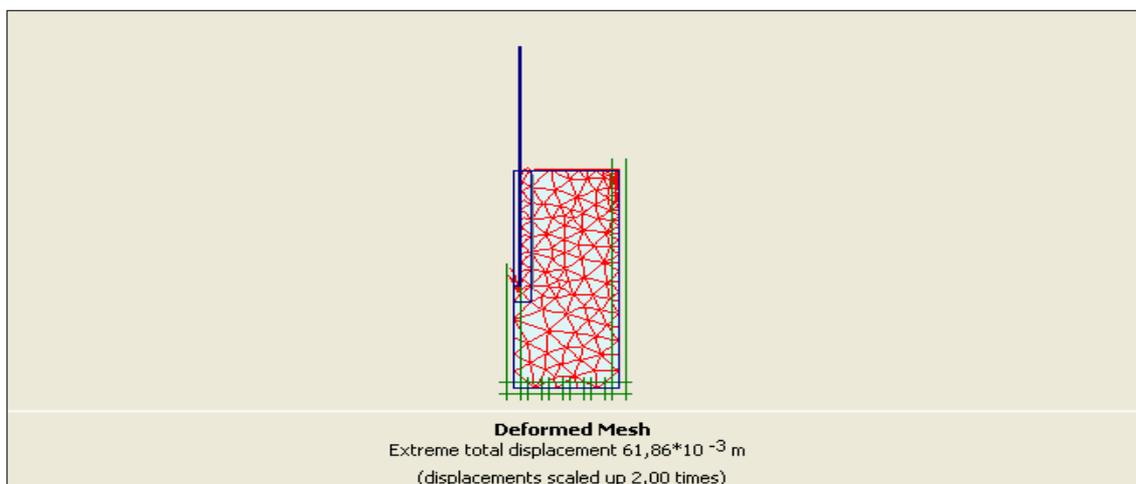
On remarque que les points A et C sur le pieu tassent, tandis que le point B se soulève. Ce qui se passe pour le reste des pieux à modélisés.

<b>Step Info</b>			
Step	440 of 440	Extrapolation factor	0,617
PLASTIC STEP		Relative stiffness	0,001
<b>Staged construction</b>			
Active proportion total area	Marea :	0,000	ΣMarea : 0,973
Active proportion of stage	Mstage :	0,002	ΣMstage : 1,000
<b>Forces</b>		<b>Consolidation</b>	
ForceX	0,000 kN/rad	Realised Pmax :	0,000 kN/m <sup>2</sup>
ForceY	-11,506 kN/rad		
ForceZ	N/A kN/rad		

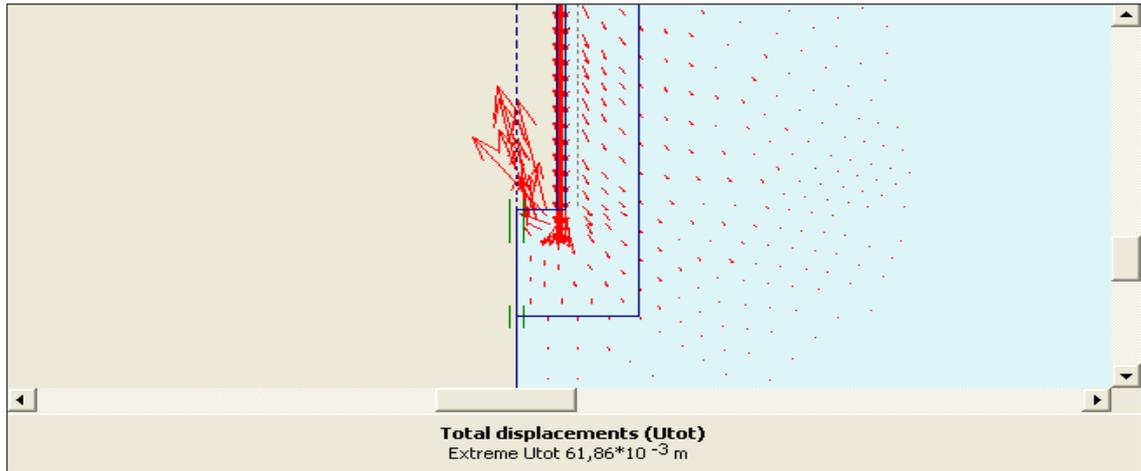
**Fig.V.14. Le Bilan du calcul(pieu lisse Essai 92-2).**

Dans ce menu , on peut obtenir des informations sur le déroulement du calcul : ainsi la force totale selon l’axe Y est de 11,506 KN/radian ce qui correspond a une charge limite sur le pieu d’environ ( 11,506 \* 2 \* 3,14 ) = 72,26 KN. Les résultats pour le reste des pieux sera récapitulé dans le tableau(V.6).

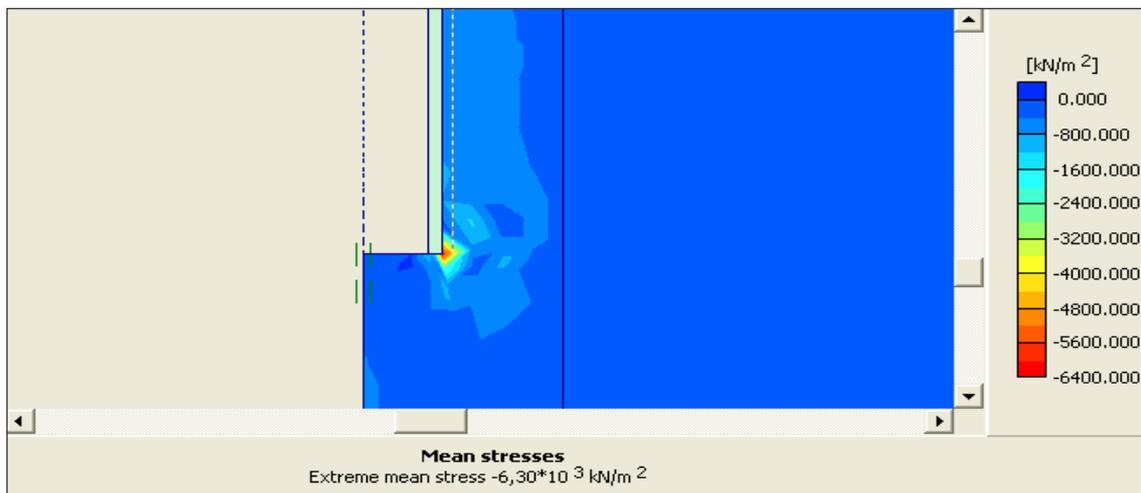
**b) Les principaux résultats du pieu rugueux ( Essai 92-4 )**



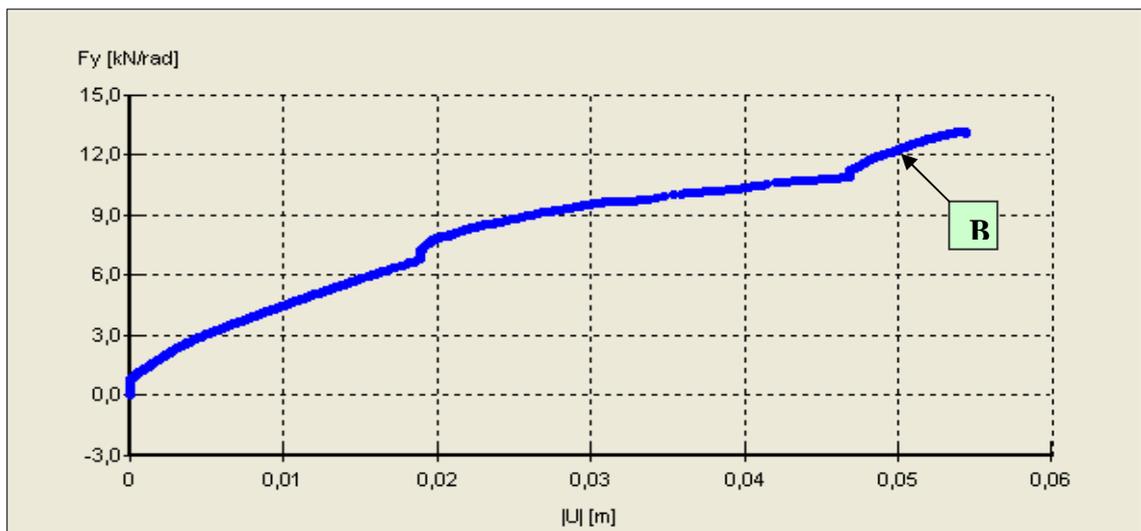
**Fig.V.15. Maillage déformé(pieu rugueux Essai 92-4).**



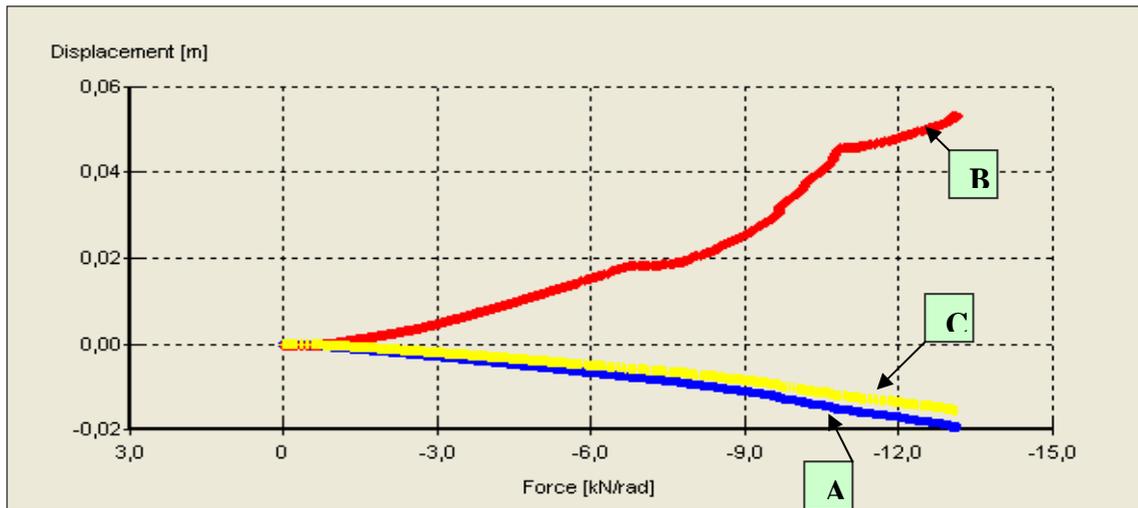
*Fig.V.16. Champ de déplacement incrémental (pieu rugueux Essai 92-4).*



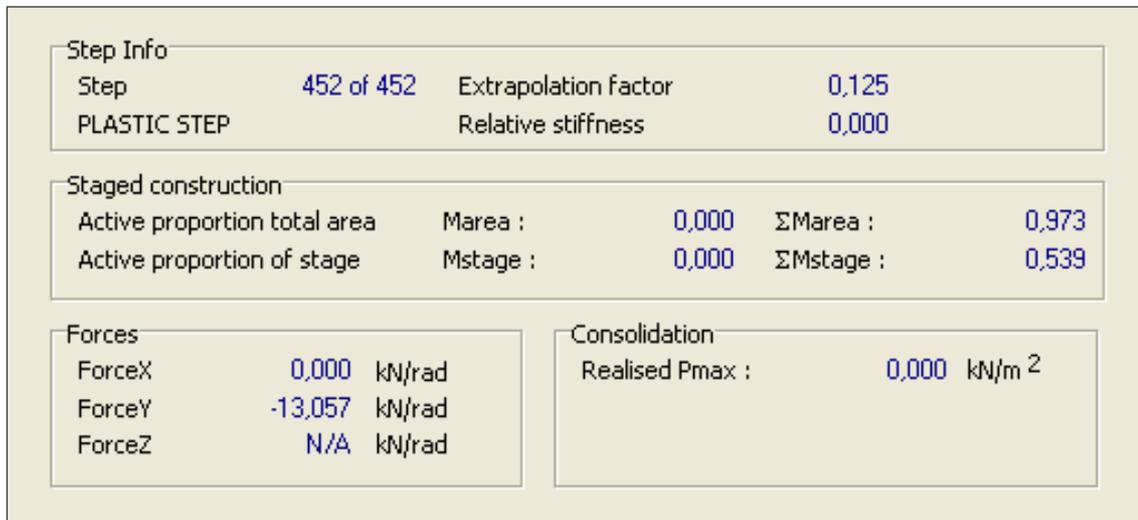
*Fig.V.17. Contraintes moyennes (pieu rugueux Essai 92-4).*



*Fig.V.18. Courbe charge- déplacement(pieu rugueux Essai 92-4).*

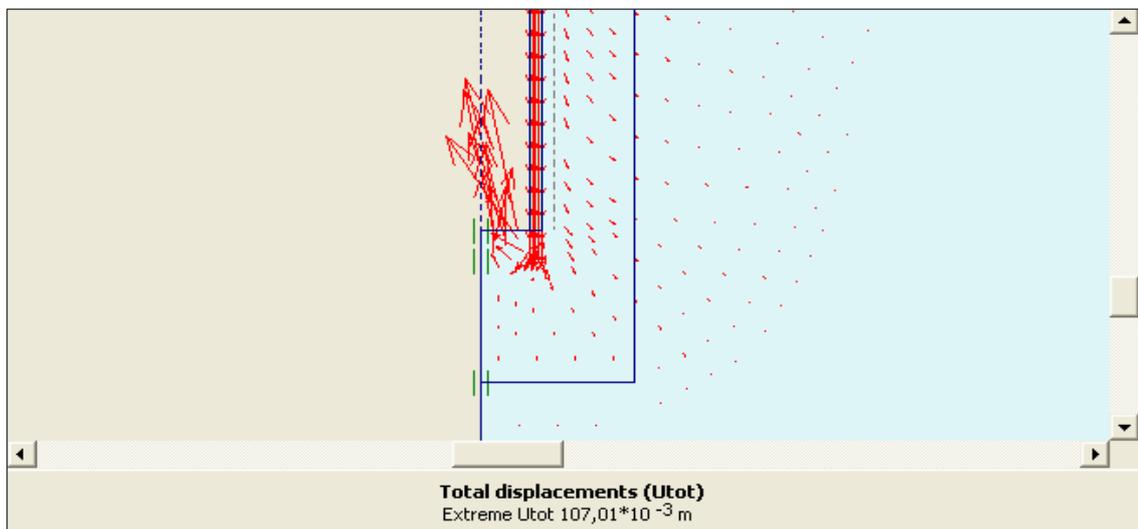


**Fig.V.19. Courbes charge- déplacement aux points ( A,B et C) (pieu rugueux Essai 92-4)**



**Fig.V.20. Le Bilan du calcul(pieu rugueux Essai 92-4)**

**c) Les principaux résultats du pieu rugueux ( Essai 93-1)**



**Fig.V.21. Champ de déplacement incrémental (pieu rugueux Essai 93-1)**

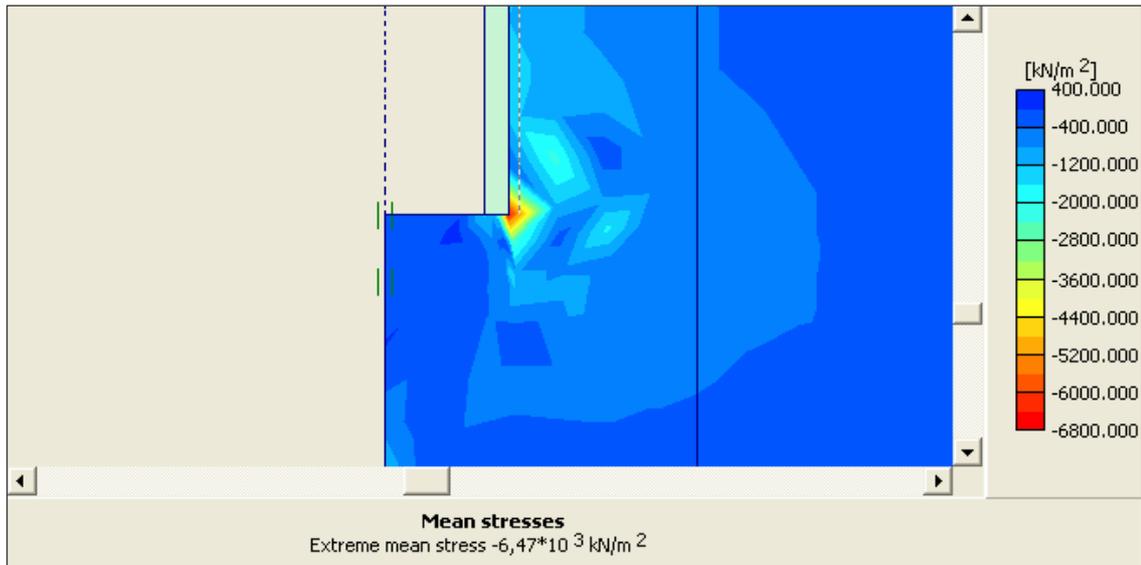


Fig.V.22. Contraintes moyennes(pieu rugueux Essai 93-1)

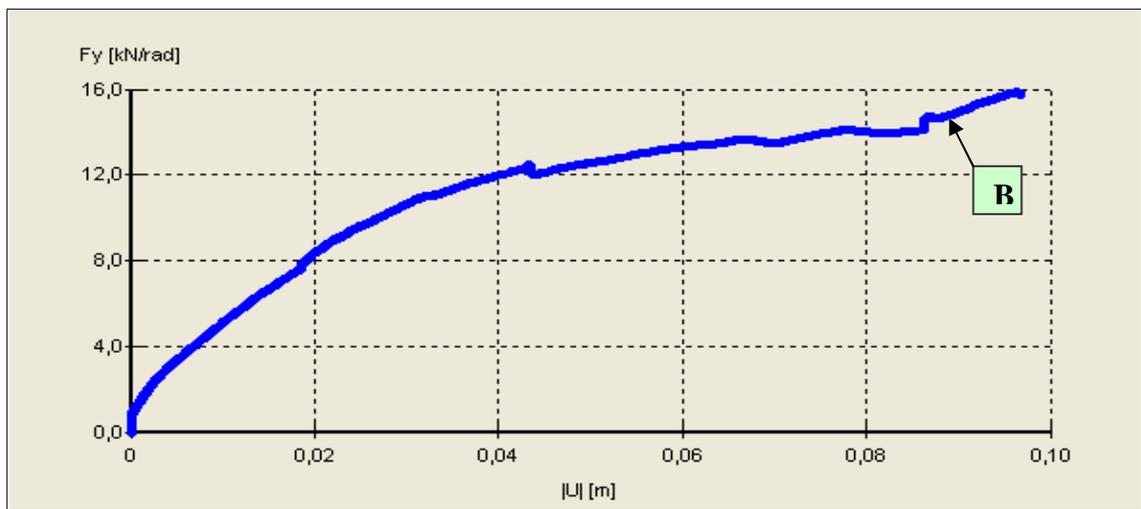


Fig.V.23. Courbe charge- déplacement(pieu rugueux Essai 93-1)

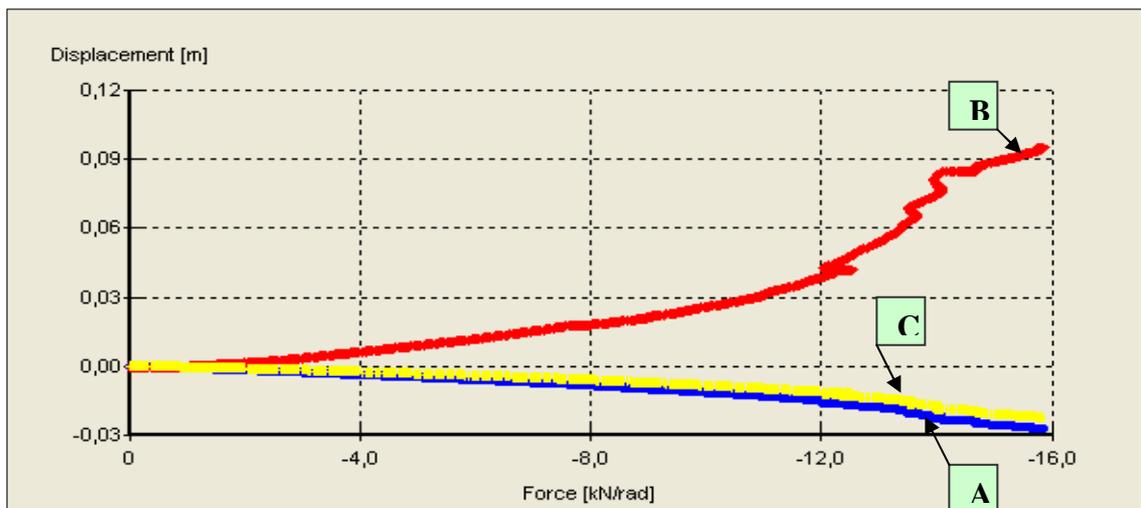


Fig.V.24. Courbes charge- déplacement aux points ( A,B et C)  
(pieu rugueux Essai 93-1)

<b>Step Info</b>			
Step	672 of 672	Extrapolation factor	0,125
PLASTIC STEP		Relative stiffness	-0,003
<b>Staged construction</b>			
Active proportion total area	Marea :	0,000	$\Sigma$ Marea : 0,973
Active proportion of stage	Mstage :	0,000	$\Sigma$ Mstage : 0,275
<b>Forces</b>		<b>Consolidation</b>	
ForceX	0,000 kN/rad	Realised Pmax :	0,000 kN/m <sup>2</sup>
ForceY	-15,741 kN/rad		
ForceZ	N/A kN/rad		

*Fig.V.25. Le Bilan du calcul(pieu rugueux Essai 93-1)*

## **V.7. Récapitulatif des résultats de la charge limite**

Il en résulte de ce qui précède que les principaux résultats obtenus que ce soit pour le pieu Lisse ou bien le pieu rugueux, les valeurs de la charge limite sont très proche a ceux déterminés a l'aide des expériences en chambre d'étalonnage. Le tableau(V.6) et la figure(V.26) nous montre les résultats obtenues pour les dernières phases de chargement.

N° Essais	Critère $\frac{w}{d}$ (m)	Résultats Expérimentales (KN)	Résultats Numériques (KN)	$q_p$ Mpa
Essai 92-2 Lisse	0,3	78 (81)	<b>72.26</b>	<b>11.47</b>
Essai 92-4 Rugueux	0,3	79 (91)	<b>81,99</b>	<b>9.24</b>
Essai 93-1 Rugueux	1,0	- (132)	<b>98.85</b>	<b>12.11</b>

*Tab.V.6. Valeurs de la charge limite aux phases finales de chargement.*

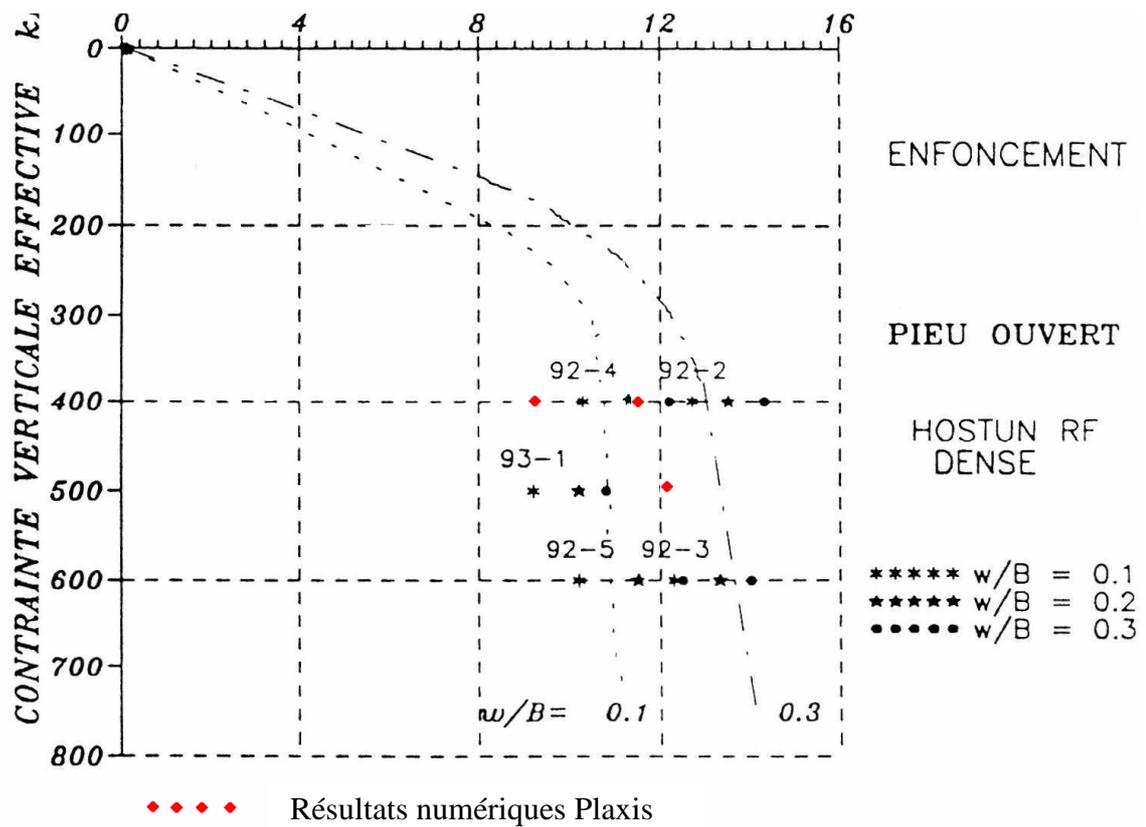


Fig.V.26. Le Bilan comparatif des résultats numérique et expérimentale.

**NB :**

Les Figues suivantes, nous montrent la cinématique du sol à l'intérieur du pieu, pour une modélisation de l'essai (93-1) à l'aide du code PLAXIS(3D Fondation).

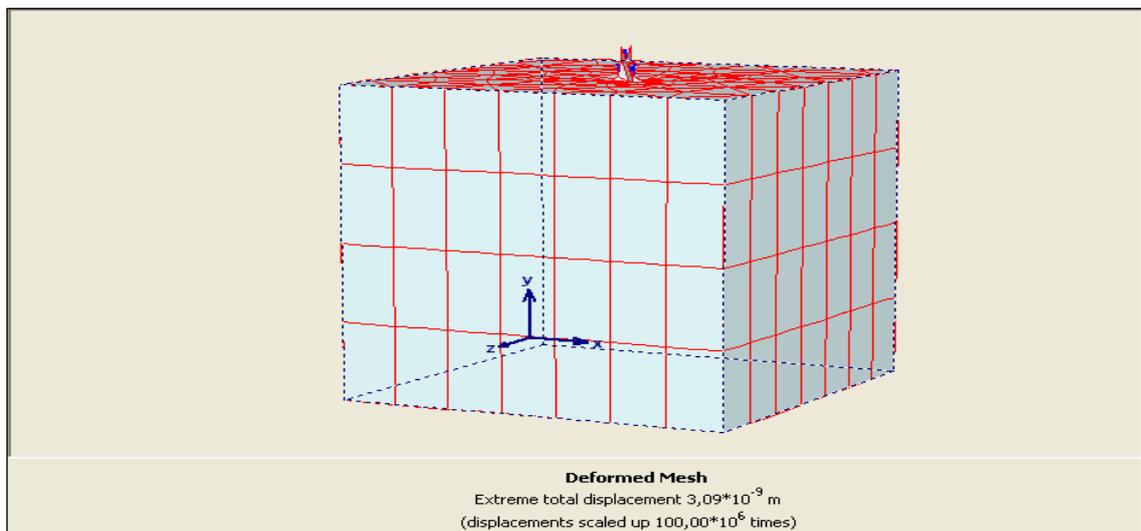
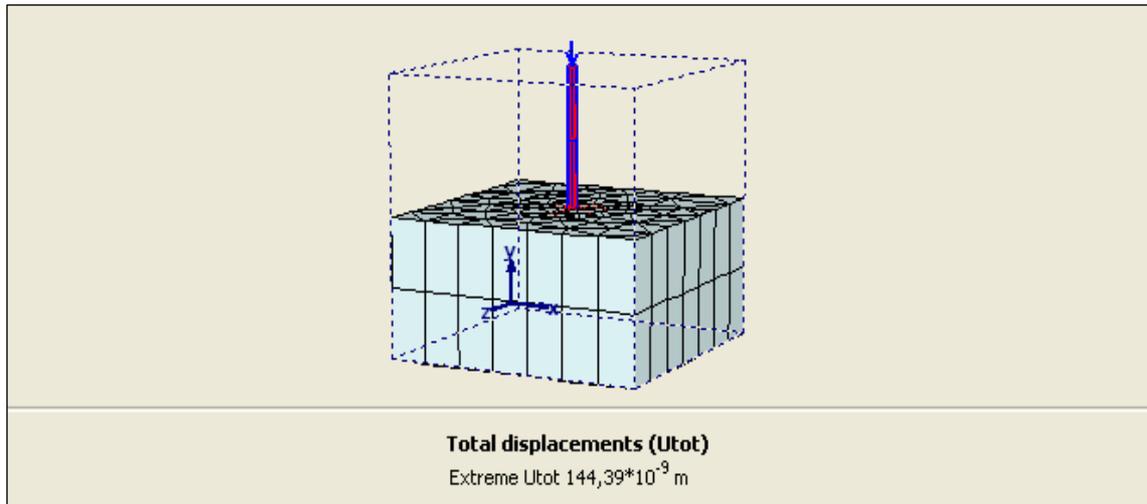
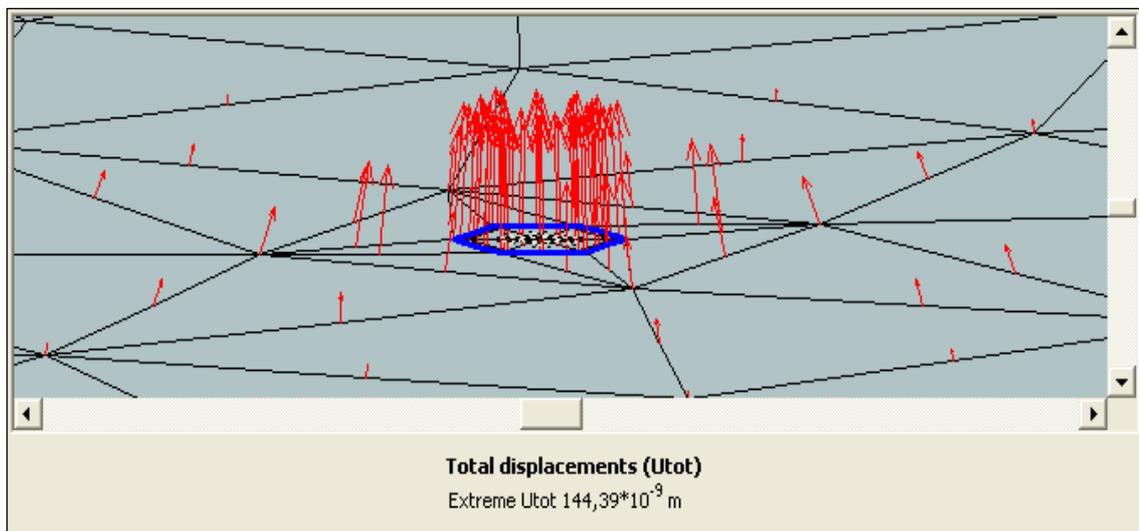


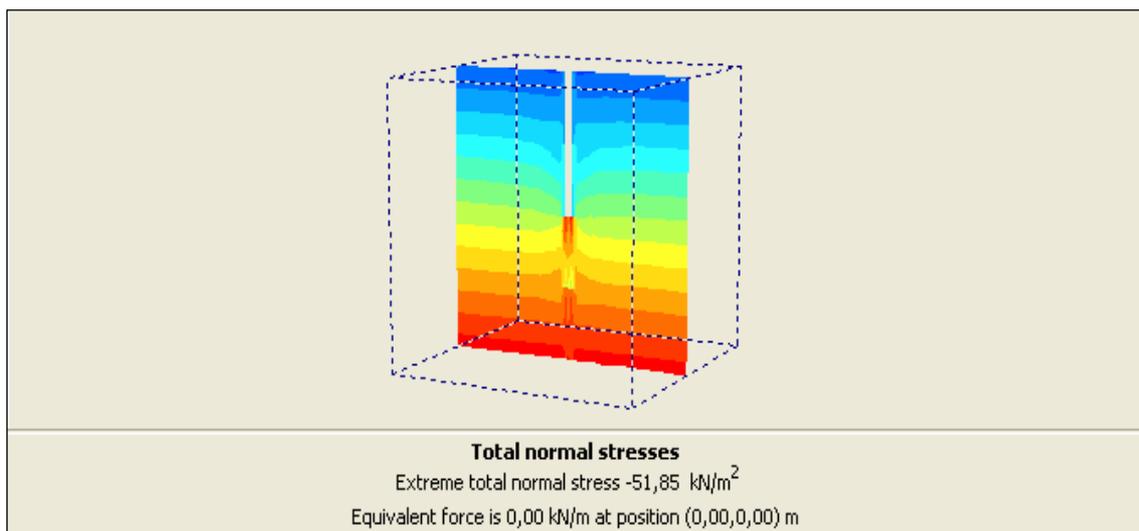
Fig.V.27. Maillage déformé(pieu rugueux Essai 93-1).



*Fig.V.28. Champ de déplacement incrémental (pieu rugueux Essai 93-1)*



*Fig.V.29. Détail de la cinématique a l'intérieur et a l'extérieur du pieu.*



*Fig.V.30. Contraintes totales normales (pieu rugueux Essai 93-1).*

## **V.8. Conclusion.**

La modélisation numérique des essais sur pieux modèles effectués en chambre d'étalonnage a été réalisée à l'aide d'un code PLAXIS d'Elements finis utilisant un modèle simple pour le comportement du sol. Cette modélisation nous a permis de reproduire les essais des pieux modèles dans les différentes phases d'expérience. La concordance entre l'expérience et les résultats de la modélisation numérique est très bonne en enfoncement ainsi que pendant le conditionnement du massif.

Le choix de paramètres du sol est une question prépondérante. Les propriétés mécaniques du sable d'Hostun RF sont bien connues. Nous avons donc pu introduire dans les calculs le module de Young  $E_r$  correspondant à des déformations axiales  $10^{-3}$ , d'autre part l'angle de frottement  $\varphi$  au pic des contraintes.

Cette modélisation donne des résultats très proches des expériences, dans la mesure où le code plaxis permet aussi l'introduction d'une rigidité normale d'interface correcte, par l'intermédiaire de l'augmentation du module de cisaillement du sol avec la profondeur.

## *Chapitre (VI)*

### **Comparaison théorique de la charge limite**

## Chapitre(VI) VI- Comparaison théorique de la charge limite

### VI.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous nous proposons de confronter les résultats de nos modèles aux valeurs proposés par d'autres auteurs pour les pieux fermés, notamment la résistance limite de pointe, qui a son tour déterminée à partir d'un coefficient dit coefficient de capacité portante  $N_q$ . Ce dernier exprimé en fonction de l'angle de frottement interne  $\Phi$  qui a pour valeurs proposés dans la littérature.

### VI.2. Capacité portante d'un pieu a base fermée

Au cours de notre étude nous avons conservé la décomposition classique de l'effort sur pieu en :

- Une charge reprise par la pointe :  $Q_p$
- Une charge reprise par le frottement latéral le long du pieu :  $Q_f$

#### VI.2.1. Résistance de pointe limite

Les premières tentatives dans l'évaluation de la pression de pointe limite  $q_{p \text{ limite}}$  ont consisté à extrapoler aux pieux la relation classique de « TERZAGHI » utilisée pour les fondations superficielles (semelle circulaire). Dans le cas des sables la formule[46] :

$$q_{p \text{ limite}} = 0,3 \times \gamma \times B \times N_\gamma + \sigma'_V \times N_q \quad \dots\dots\dots(\text{VI.1})$$

ou  $N_\gamma$  et  $N_q$  les facteurs de capacité portante

Donne une bonne approximation de la pression moyenne appliquée sur la fondation lorsque le sol est à l'état de plasticité parfaite. Pour des fondations profondes le terme  $0,3 \cdot \gamma \cdot B \cdot N_\gamma$  devient négligeable par rapport au terme  $\sigma'_V \cdot N_q$  et on aboutit à l'expression classique pour la pointe :

$$q_{p \text{ limite}} = \sigma'_V \cdot N_q \quad \dots\dots\dots(\text{VI.2})$$

avec  $N_q = N_q(\varphi)$

Cette relation n'est valable que jusqu'à une profondeur dite profondeur critique. D'après cette expression. La résistance ultime de pointe croit proportionnellement à la profondeur pour le terme en  $N_q$ .

CAQUOT et KERISEL et à partir d'essais en laboratoire sur des micropieux ont proposés de retenir pour le calcul des fondations profondes, la valeur de  $N_q$  représentée dans la figure(VI.1) et donnée par l'expression suivante[46] :

$$N_q = 10^{3,04 \cdot \text{tg} \varphi} \dots\dots\dots(\text{VI.3})$$

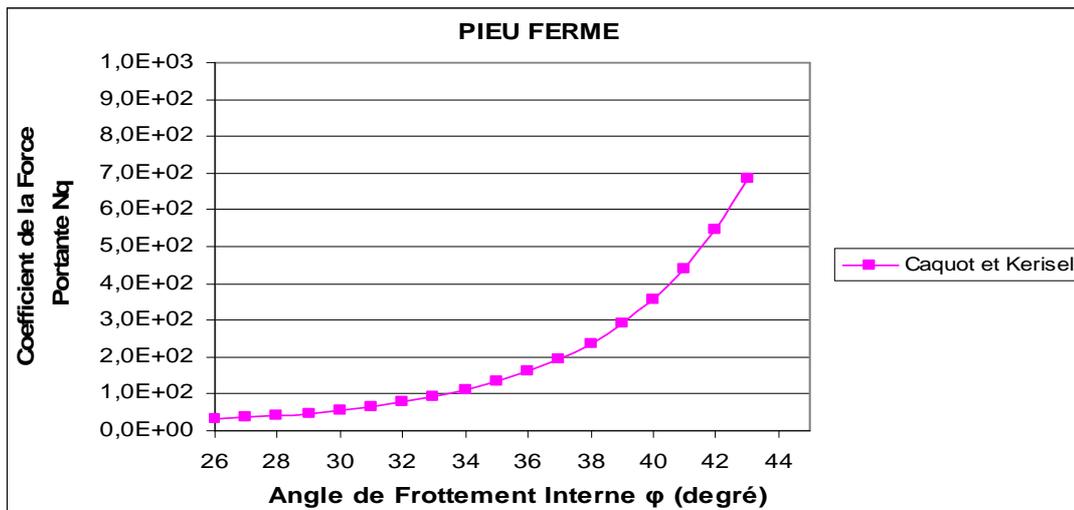


Fig.VI.1 Valeurs de  $N_q$  en fonction de  $\varphi$ . Caquot et j.Kerisel

### VI.3. Capacité portante d'un pieu a base ouverte

#### VI.3.1. Résistance de pointe limite

Selon PAIKOWSKY et WITTMAN[90] la capacité portante d'un pieu bouché est égale à celle d'un pieu a base fermé. Par contre les essais de O'NEILL et RAINES[91] démontrent que la compressibilité du bouchon entraîne une réduction de la résistance de pointe. La pente de mobilisation de la résistance de pointe est évidemment plus raide pour un pieu fermé que pour un pieu à base ouverte.

Selon LECH BALACHOWSKI[95] et pour des essais d'enfoncement sur des pieux modèles, la figure(VI.2) représente les courbes de mobilisation obtenues pour un pieu fermé (de 60 mm de diamètre) et pour un pieu ouvert(de 70 mm de diamètre). On observe une mobilisation de l'effort de pointe plus lente dans le cas du pieu ouvert. La pente initiale est plus faible, et pour la valeur conventionnelle du déplacement égale au dixième du diamètre on n'atteint qu'environ 80% de la résistance du pieu fermé.

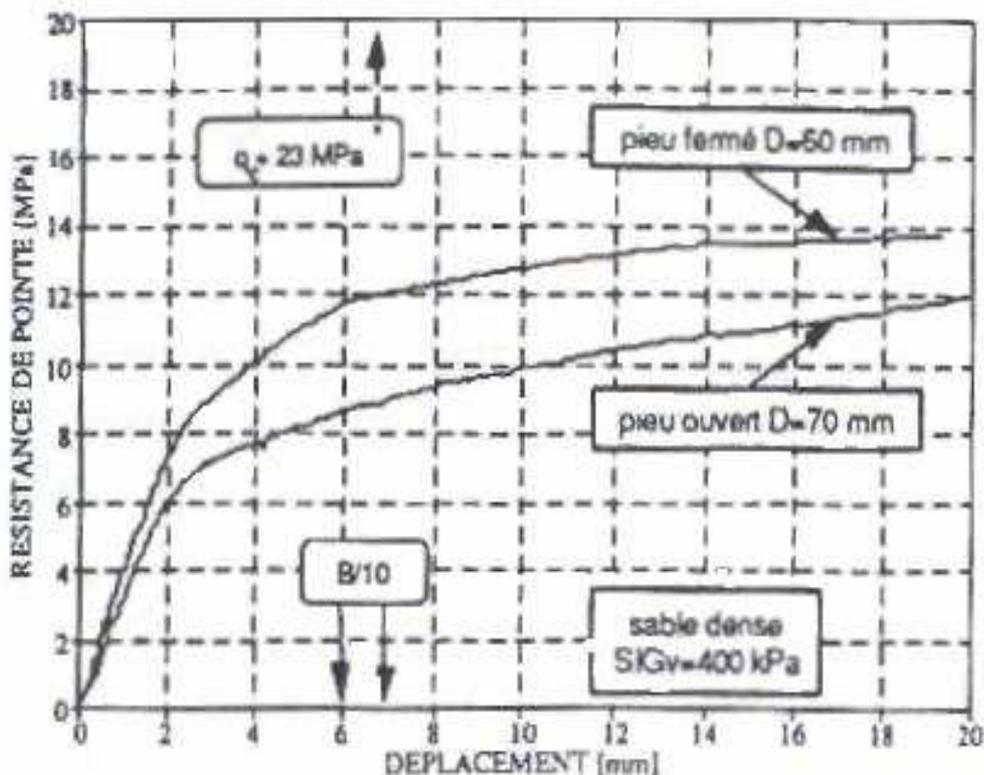


Fig.VI.2 Comparaison de la mobilisation de la résistance de pointe Pour un pieu Ouvert / Fermé . Lech BALACHOWSKI[95]

## VI.4. Comparaison des valeurs avec nos modèles

### VI.4.1. Principe

Pour chacun des résultats donnant la résistance limite de pointe des deux modèles représentés aux figures (VI.3) et (VI.4), ces derniers sont déduits des résultats de la charge limite qui a son tour déterminée après une minimisation correspondant à la densité expérimentale ( donc au frottement interne  $\Phi$ ), ainsi évalués pour différents diamètres du pieu, et pour une surcharge choisie égale à (16 fois le diamètre)(voir chapitre III).

Nous avons déterminés ainsi les valeurs du coefficient de capacité portante  $N_q^M$  des deux modèles Figures(VI.5) et (VI.6), les calculs effectués en divisant la résistance limite par le produit de la densité et le diamètre qui correspondent a la valeur choisie, nous donnent des constantes identiques pour les différents diamètre. Ce qui nous permet d'écrire l'expression (VI.4) sous la forme suivante :

$$\frac{q_{p \text{ limite}}}{\gamma' \cdot d} = C^{te}$$

$$q_{p \text{ limite}} = \gamma' \cdot d \cdot C^{te} \dots\dots\dots(\text{VI.4})$$

avec  $C^{te}$  Valeur constante      Posons alors  $N_q^M = C^{te}$

L'expression (VI.4) peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{q_{p \text{ limite}}}{\gamma' \cdot d} = N_q^M \dots\dots\dots(\text{VI.5})$$

avec  $N_q^M$  Facteur de capacité portante pour notre Modèle.  
et  $d$  : diamètre du pieu.

Dans notre cas et selon l'hypothèse choisie indiquant l'existence d'une hauteur critique qui représente la colonne de sol a son état lâche que nous pouvons la représentée par l'expression suivante :

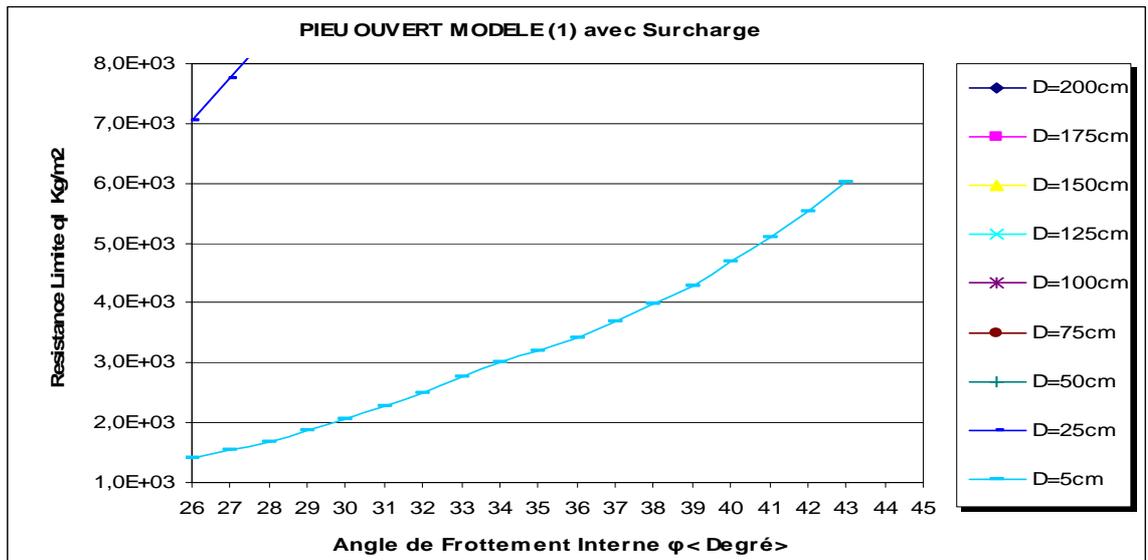
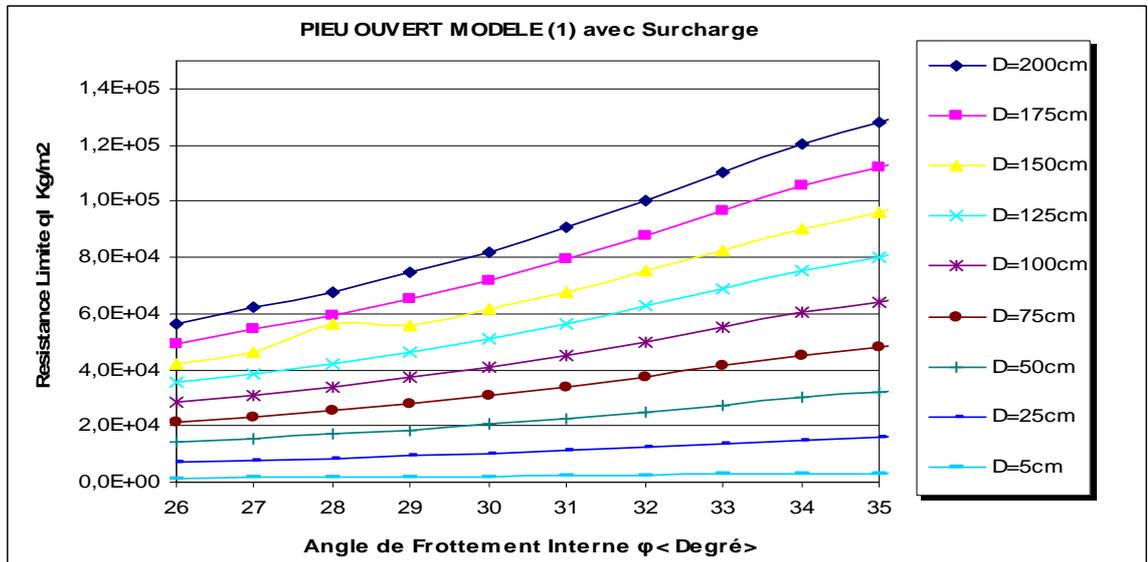
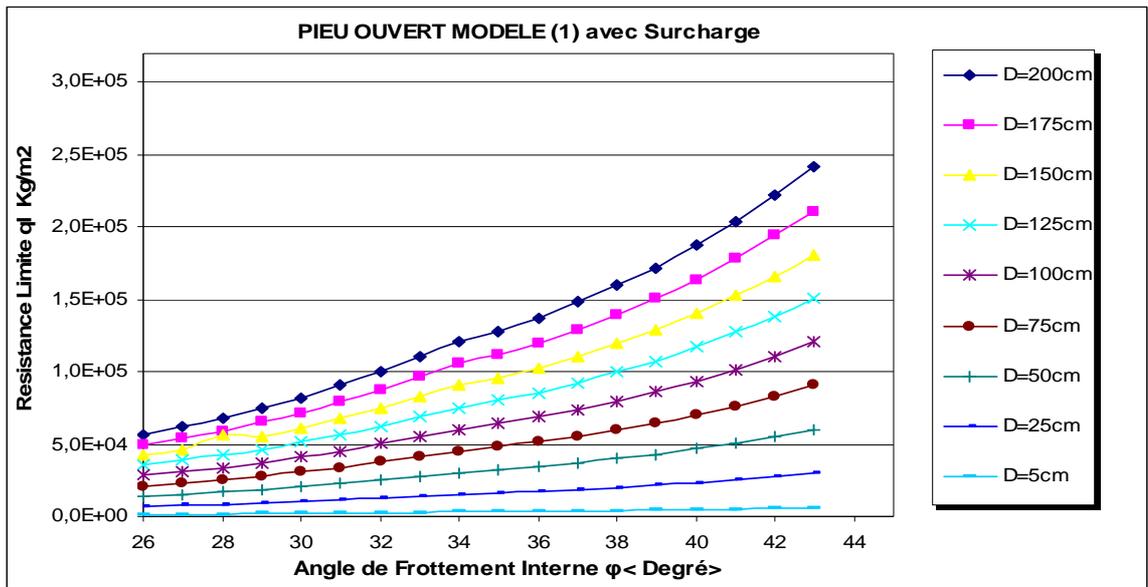
$$h_c = 16 \cdot d \quad \text{avec } d : \text{diamètre du pieu.}$$

De (VI.5) nous pouvons écrire l'expression donnant la capacité portante en fonction de la hauteur critique sous la forme suivante :

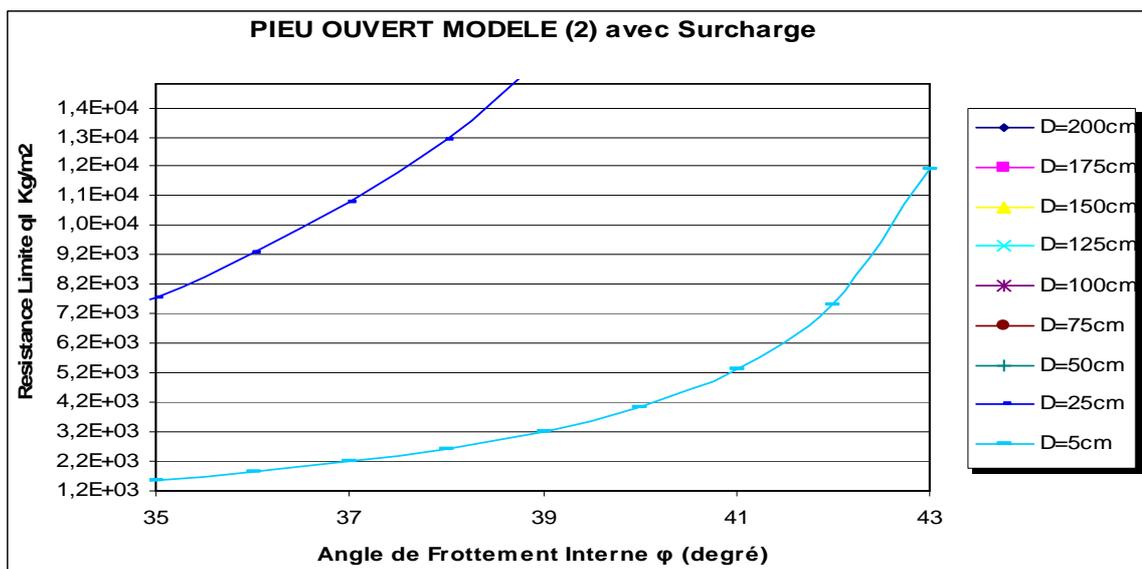
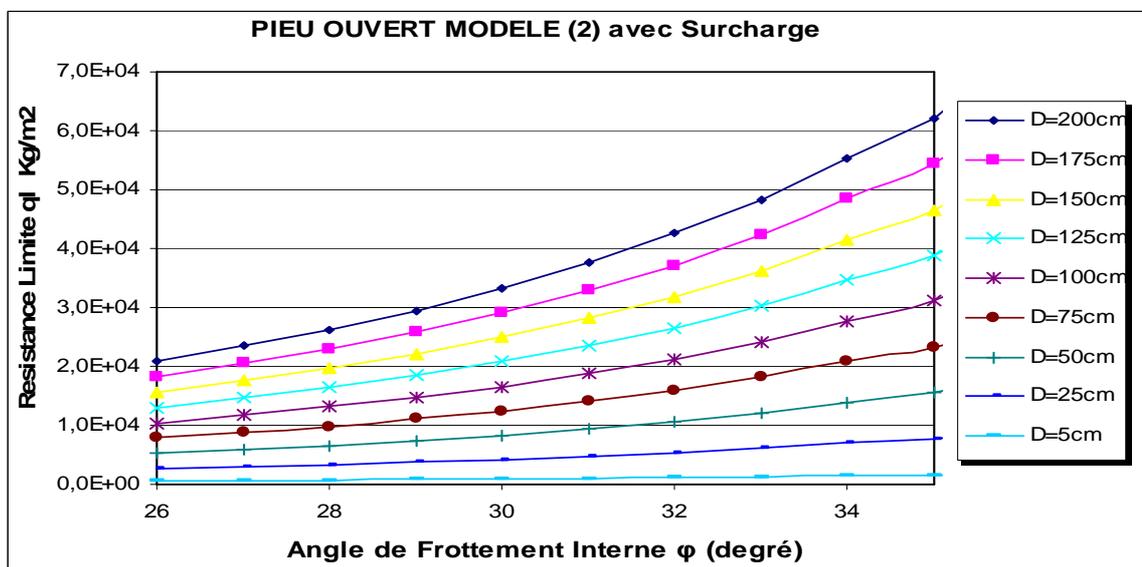
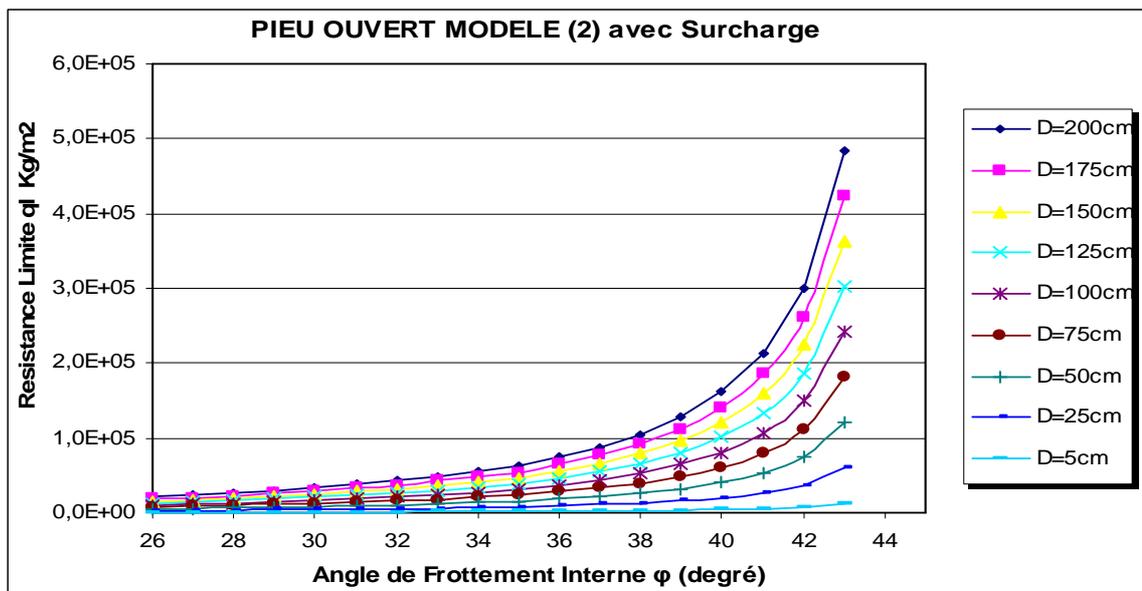
$$q_{p \text{ limite}} = \frac{1}{16} \cdot \gamma' \cdot h_c \cdot N_q^M \dots\dots\dots(\text{VI.6})$$

avec  $h_c$  : hauteur critique de surcharge,  $\gamma'$  : Poids spécifique du sol

**Nota :** L'expression (VI.6) est spécifique à l'hypothèse choisie.



**Fig.VI.3. Evolution de la résistance limite avec l'augmentation de l'angle de frottement interne  $\phi$  ( modèle 1)**



**Fig.VI.4. Evolution de la résistance limite avec l'augmentation de l'angle de frottement interne  $\phi$  ( modèle 2)**

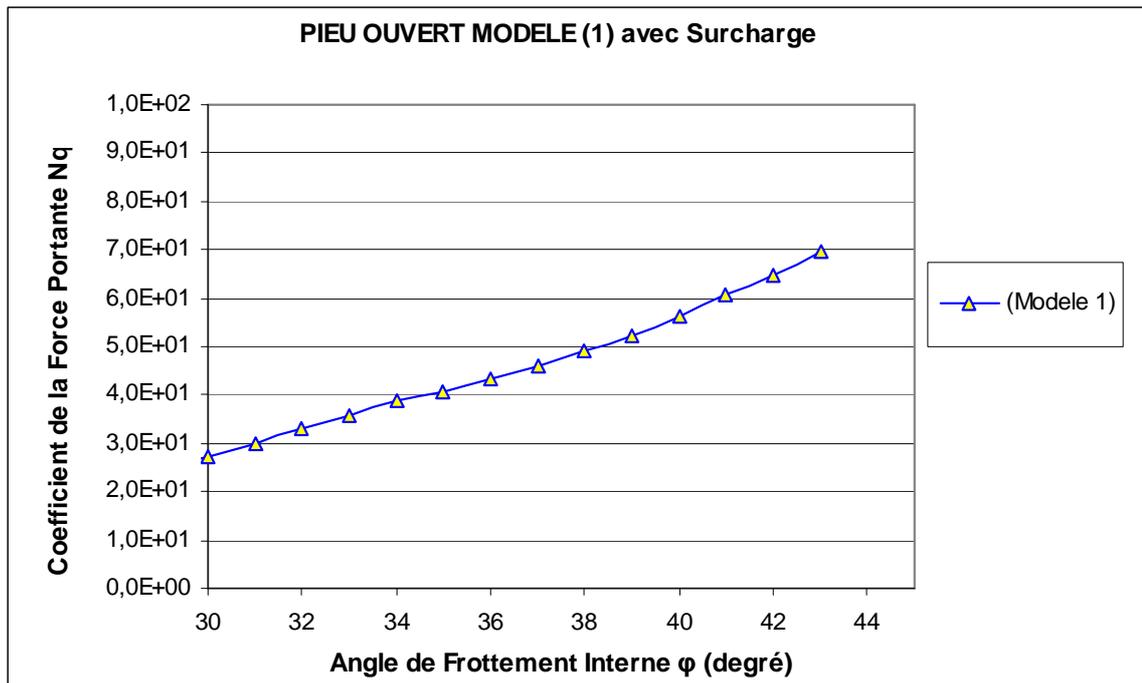


Fig.VI.5. Evolution du Coefficient de capacité portante en fonction de l'angle de frottement interne  $\phi$  ( modèle 1)

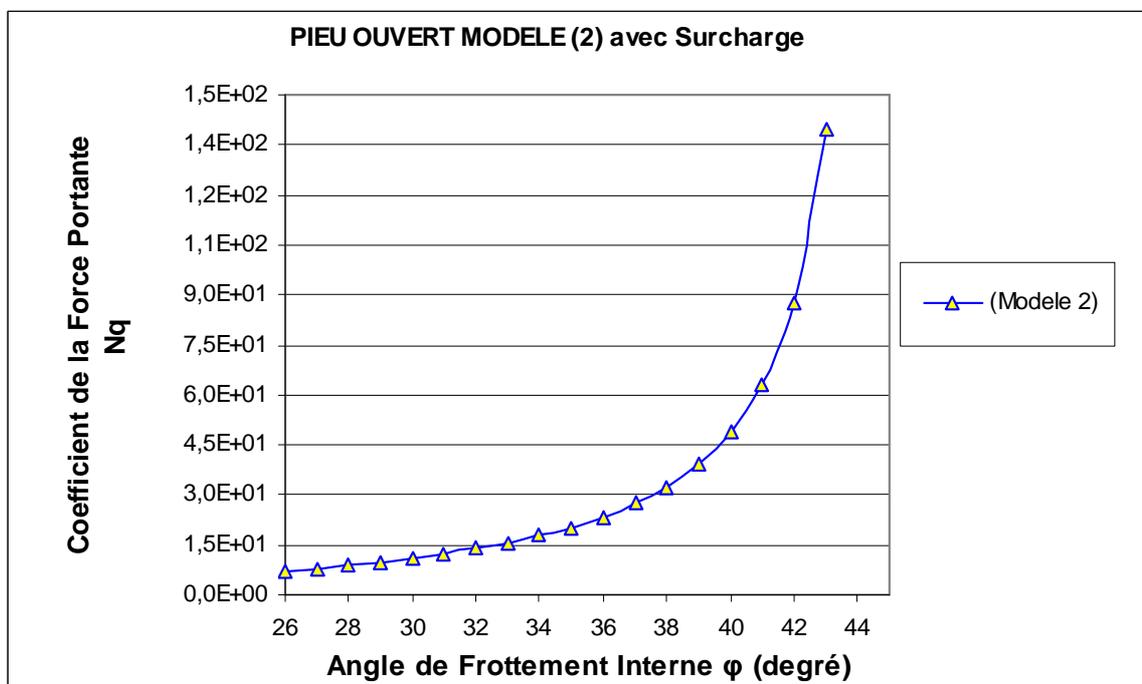


Fig.VI.6. Evolution du Coefficient de capacité portante en fonction de l'angle de frottement interne  $\phi$  ( modèle 2)

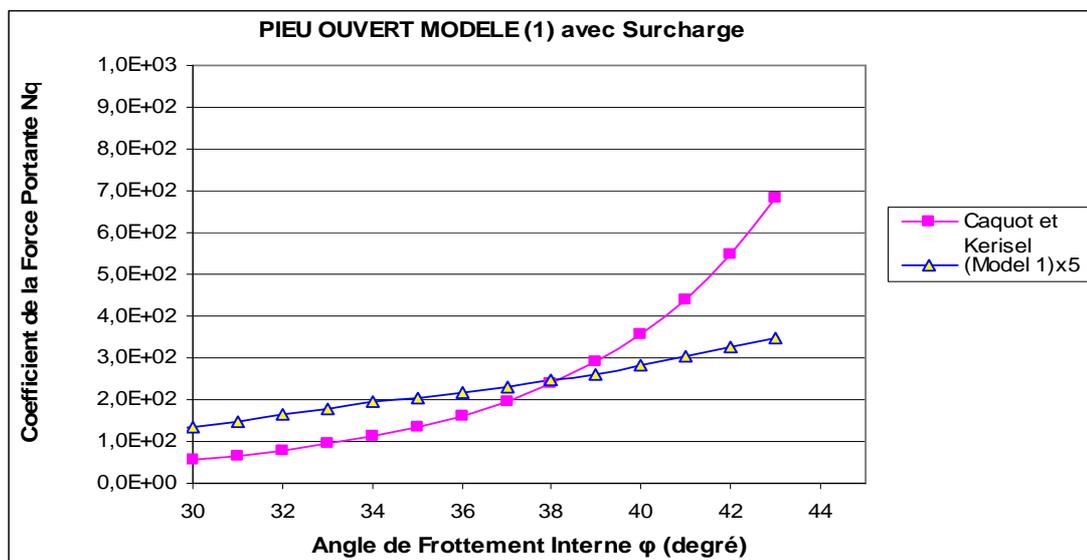
**VI.4.2. Comparaison du modèle (1)**

La figure(VI.3) représente l'évolution de la résistance limite de pointe qui est en dépendance directe de la géométrie du pieu ( diamètre), et varie lentement avec l'angle de frottement interne a une allure presque linéaire.

La figure(VI.7) représente la comparaison des valeurs du coefficient de capacité portante  $N_q^M$  pour un pieu ouvert aux valeurs proposées par CAQUOT et KERISEL pour un pieu fermé  $N_q$ . Il apparaît que dans ce modèle le coefficient  $N_q^M$  ne dépend pas du diamètre du pieu puisqu'il présente les mêmes valeurs pour les différents diamètres, et sa variation en fonction de l'angle de frottement interne  $\Phi$  donne une allure presque linéaire contrairement à celle proposée dans la littérature qui présente une variation sensible a l'angle de frottement interne. Les résultats donnant les valeurs du coefficient étaient de l'ordre de (5 fois) moins.

Il est tout a fait clair que dans ce modèle la variation de  $N_q^M$  présente une allure différente, puisqu'il était moins performant et ne présente pas une borne supérieure quant à la détermination de la hauteur du bouchon d'une part, d'autre part ce modèle ne représente même pas le volume total du massif mobilisé (voir chapitre III).

Ces résultats donnant les valeurs de la résistance limite de pointe dans ce modèle représente le massif du sol mobilisé a l'intérieur du pieu qui n'est même pas dans son volume total., et pour atteindre le seuil déterminé expérimentalement (80%des pieux fermés selon LECH BALACHOWSKI[95]) il faut encore redimensionner le modèle de tel sorte qu'on puissent avoir une représentation réelle en volume du sol mobilisé.



**Fig.VI.7. Comparaison du Coefficient de capacité portante avec le modèle(1)**

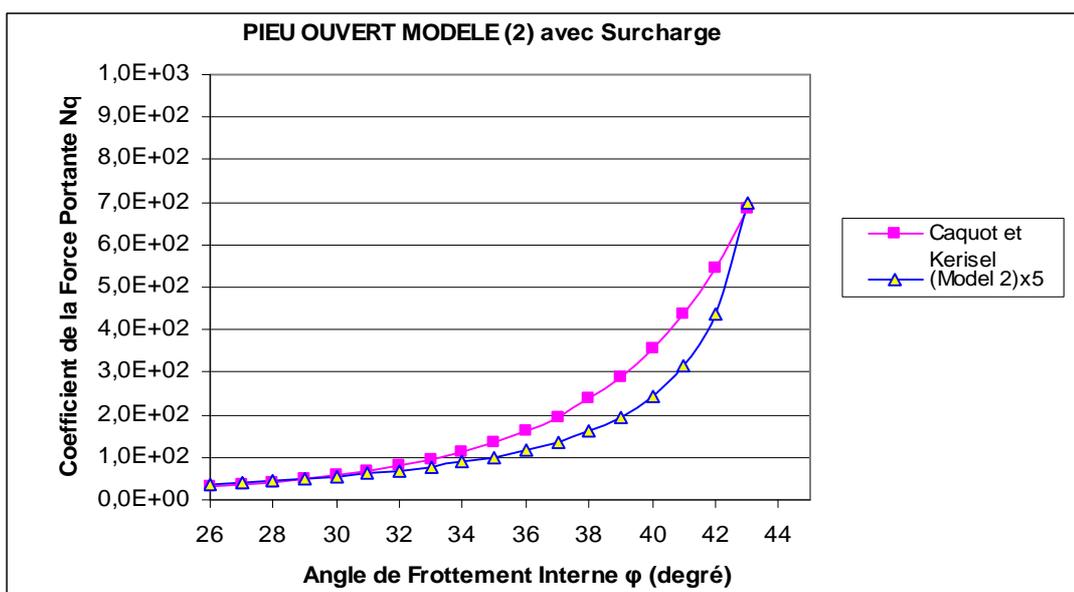
**VI.4.3. Comparaison du modèle (2)**

La figure(VI.4) représente l'évolution de la résistance limite de pointe qui est toujours en dépendance directe de la géométrie du pieu ( diamètre), mais cette fois ci varie très vite avec l'angle de frottement interne même pour les pieux de petits diamètre.

Nous constatons que dans ce modèle les valeurs du coefficient de capacité portante sont identique pour les différents diamètres utilisés ce qui explique la non dépendance de la géométrie du pieu (diamètre), mais varie très vite avec l'angle de frottement interne  $\Phi$  présentant une courbure presque identique à celle proposée par CAQUOT et KERISEL figure(VI.8), par contre les valeurs restent toujours inférieurs à un ordre de (5 fois) moins.

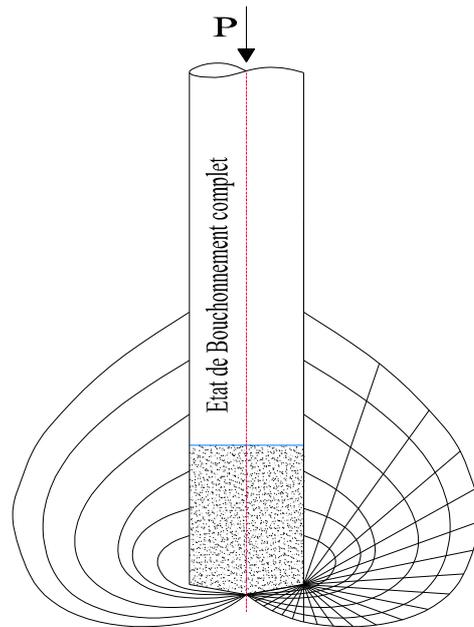
Les résultats déterminés ne représentent que 20% des valeurs classiques. Ce pourcentage ne revient en réalité qu'à la mobilisation du frottement interne, nous indiquent alors le taux de sa participation dans l'évaluation de la charge limite de pointe. On peut dire aussi que c'est le taux qui fait la différence entre les pieux ouverts et les pieux fermés en terme de résistance de pointe.

Ce qui explique alors que le volume des massifs choisies pour le second modèle est inférieure d'un ordre de (60%) pour représenter la mobilisation totale du sol au niveau de la pointe d'un pieu ouvert, a cet effet et en tenant compte que la mobilisation du frottement interne est déjà faite et a sa totalité, l'atteinte des valeurs souhaités nécessite la modélisation du sol mis en compressibilité sous la base du pieu. Ce phénomène qu'on peut le nommé refoulement latéral se passe juste après la mobilisation total du frottement interne figure(VI.9).



**Fig.VI.8. Comparaison du Coefficient de capacité portante avec le modèle(2)**

Fig. VI.9 Schéma de refoulement du sol après la formation du bouchon



Phénomène de Refoulement Latéral

## VI.5. Conclusion

La confrontation des valeurs du facteur de capacité portante  $N_q^M$  par rapport à ceux exposés dans la littérature pour les pieux fermés, montre que les deux modèles basés sur un mécanisme à deux triangles ne présentent pas une borne supérieure pour l'évaluation de la charge limite de pointe.

Les résultats obtenus de la charge limite de pointe, sont déterminés sur la base d'une hauteur de surcharge égale à 16 fois le diamètre représentant la partie lâche de la colonne du sol à l'intérieur du pieu, cette dernière qui a une grande incidence sur la valeur de la résistance limite nécessite une évaluation correcte.

Nous savons que la charge déterminée ne représente que la mobilisation du frottement interne, et pour avoir des résultats proche aux valeurs expérimentales, il se pourrait qu'il fallait tenir compte de :

- du mécanisme de refoulement latéral en profondeur pour une éventuelle modélisation, ce dernier qui entoure la pointe sous forme de spirale logarithmique se met en compressibilité après la mobilisation complète du frottement interne.
- du faible frottement de la colonne du sol dans son état lâche surmontant le bouchon s'il serait nécessaire de le considérer.

---

## Conclusion générale

---

Notre étude tente à modéliser le phénomène de bouchonnement, par la détermination d'un modèle basé sur le théorème cinématique de la théorie de l'analyse limite dans le cas du critère de Mohr-coulomb. Sur la base des expérimentations effectués par plusieurs auteurs permettant la description du phénomène, nous avons proposé deux modèles de calcul basés sur un mécanisme à deux triangles et qui ont été confrontés aux résultats expérimentaux, l'un d'entre eux (le second modèle) nous a conduit à un calage satisfaisant.

Pour contourner ce phénomène qui se passe à l'intérieur du pieu, l'étude de ce comportement nous incite à choisir comme concept principal de modéliser la colonne du sol qui se met en progression lors d'un chargement statique, à laquelle le second modèle nous a présenté réellement la mobilisation totale du frottement interne et nous a conduit à une meilleure simulation du phénomène, tant au niveau de la forme des prismes de rupture, que des valeurs de la hauteur du bouchon.

Quant à l'évaluation de la charge limite de pointe, qui à son tour devrait présenter des bornes supérieures de valeurs réelles, les résultats obtenus ont montré qu'il ne s'agit pas d'une borne supérieure, cela explique que les modèles et à partir du concept choisi nous ont conduit à sous-estimer cette dernière, ce qui signifie que pour la détermination de la charge limite de pointe on devrait améliorer ce concept en tenant compte en plus du :

- Mécanisme de refoulement latéral environnant la pointe en profondeur, ce phénomène se mobilise juste après la formation complète du bouchon (mobilisation totale du frottement interne).
- Faible frottement dans la partie lâche qui surmonte le bouchon, s'il serait nécessaire de le considérer.

On notera que dans toutes ces approches, les valeurs obtenues de la charge limite de pointe ne représentent que la mobilisation du frottement interne. Et il nous reste à modéliser le sol qui se refoule latéralement après la formation de pointe.

---

## Perspectives

---

Le problème des fondations offshore a fait l'objet de nombreuses recherches expérimentales permettant de mesurer la capacité portante d'un pieu, de tester les propositions pour procéder à un tel affinement des règles de dimensionnement. Mais il reste que la confrontation serait plus satisfaisante s'il était possible d'effectuer des essais dans des conditions de celle du pieu réel pour arriver à :

- Déduire une relation qui met la profondeur d'ancrage du pieu en fonction de la hauteur de la colonne de sol en état lâche, vu l'incidence de cette dernière sur l'évaluation de la charge limite de pointe. Cela peut nous aider à évaluer la charge à n'importe quel point surtout pour des grandes profondeurs.
- Avoir une base d'observation sur le refoulement latéral, pour permettre une éventuelle modélisation de ce dernier en prisme de rupture.
- La séparation des phénomènes de pointe, de frottement latéral extérieur et intérieur est toujours délicate sur les pieux tubulaires. cela peut s'effectuer en utilisant une instrumentation d'un pieu à double paroi permettant ainsi de mesurer correctement chacun des termes ( intérieur et extérieur ).

Ce travail propose tout de même une ébauche de solution à ce problème, dans le cas du sol cohérent et frottant, jamais réalisé avec cette méthode qui pourra être repris par d'autres chercheurs.

---

## Références Bibliographiques

---

1. Airey, D.W. ; Al-Douri, R.H. ; Poulos, H.G. (1992) ; Estimation of pile friction degradation from shearbox tests, *Geotechnical Testing journal*, GTJODJ, Vol. 15, N° 4, pp. 388-392
  
2. American Petroleum Institute (1993)  
Recommended Practice for Planning, Designing and Constructing Fixed Offshore Platforms, A.P.I. RP2A, 15<sup>th</sup>, 19<sup>th</sup>, 20<sup>th</sup> edition, 1984,1991,1993
  
3. Balachowski, L. (1992) Le comportement de pieux offshore dans la Chambre d'Etalonnage. Rapport DEA. Laboratoire 3S Grenoble.
  
4. Balachowski, L. ; Foray, P. (1993) Modélisation physique du comportement de pieux en mer dans la Chambre d'Etalonnage. 6<sup>ème</sup> Colloque Franco-Polonais de Mécanique de sols Appliquée, Douai
  
5. Balachowski, L. (1995) ; Différents aspects de la modélisation physique du Comportement des pieux : Chambre d'Etalonnage et Centrifugeuse, Thèse de Doctorat à I.N.P.G., Grenoble
  
6. Beringen, F.L. ; Windle, D. ; Van Hooydonk, W.R. (1979); *Recent Developments in the design and Construction of piles*. ICE, London
  
7. Bolton, M.D. (1986) Strength and dilatancy of sands, *Géotechnique* 36, N° 1, pp. 65-78
  
8. Bourdeau, Y. Poussée des sols pulvérulents, influence des caractéristiques des sols et du modèle d'essais. Thèse de docteur ingénieur, N°IDI 77.005 I.N.S.A., Génie Civil, Lyon, 1977, 205 pp.
  
9. Boulon M., Flavigny E., Malecot Y. et... :<<Pratique des Elements Finis en Géotechnique>>, document 1, Laboratoire 3S et Terrasol, décembre 2004.
  
10. Brinkgereve R.B.J. et Vermeer P.A. :<<Plaxis Version8, Matériel Model Manual >> DELFT University of Technology & Plaxis BV, pays-bas, 2003.
  
11. Brinkgereve R.B.J. et Vermeer P.A. :<<Plaxis Version8, Scientific Manual >> DELFT University of Technology & Plaxis BV, pays-bas, 2003.

12. Brucy, F.; Nauroy, J.F.; Le Tirant, P. (1991) ; Comparison of static and dynamic tests of piles in sand, Fondations profondes, Actes du colloque organisé par l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris
13. Brucy, F.; Meunier, J. (1991) ; Projet battage des pieux. Pieux expérimentaux de Dunkerque. Chargements statiques, Rapport décembre 1991
14. Chen, W.F. ; Scawthorn, C.R. ; Limit analysis and limit equilibrium solutions in Soil mechanics. Soils and Foundations, 1970, Vol 10, N°3, pp 13-49
15. Chen, W.F.; Rosenfarb, J.L.; Limit analysis solutions of earth pressure problems. Soils and Foundations, 1973, Vol 13, N°4, pp 45-60
16. Chen, W.F.; Limit analysis and soil plasticity. Amsterdam: Elsevier, 1975, 637pp.
17. Coyle, H.M ; Castello, R.R. (1981) ; New design correlation for piles in sand, ASCE, Vol.107 N° GT7
18. Druker, D.C.; Greenberg, H.J.; Prager, W.; Extended limit design theorems for continuous media. Q. Appl. Math.,1952, Vol 9, pp 381-389.
19. Druker, D.C.; Greenberg, H.J.; Soil mechanics and plastic analysis or limit design. Q. Appl. Math., 1952, Vol 10, pp 157-165.
20. Fahey, M.; Jewell, R.J. (1988); Model pile tests in calcarenite, Proc.Int. Conf. On Calcareous Sediments, Balkema, Rotterdam, the Netherlands, Vol.2, pp. 607-616
21. Foray, P.; Genevois, J.M.; Labanieh, S.; Mokrani, L. (1988); Evaluation de la portance des pieux en mer à partir d'essais en chambre de calibration, Rapport de synthèse, convention de recherche ELF AQUITAINE – I.M.G
22. Foray, P. ; Labanieh, M. ; Mokrani, L. (1990) ; Evaluation de la portance des pieux en mer à partir d'essais en chambre de calibration, Rapport de synthèse, convention de recherche ELF AQUITAINE – I.M.G., 1990

23. Foray, P.; Labanieh, S.; Mokrani, L. ; Colliat-Dangus, J.L. (1991) ; Etude de la capacité portante des pieux dans les sables à partir d'essais en chambre d'étalonnage, Fondations profondes, Actes du colloque organisé par l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris
24. Foray, P.; Balachowski, L. (1994) ; Portance des pieux en mer en sable dense. Rapport : Essais en Chambre d'Etalonnage. Convention N° 15260 avec ELF-Aquitaine et IFP, avril 1994
25. Foray, P.; Balachowski, L. (1994) ; Effets d'échelle dans la modélisation physique d'ouvrages en centrifugeuse liés à la localisation des déformations, Programme MACROGRAVITE, octobre 1994
26. Foray, P.; Balachowski, L. (1995) ; Portance des pieux en mer en sable dense. Rapport : Essais en Chambre d'Etalonnage. Sable surconsolidé, février 1995
27. Foray, P.; Balachowski, L.; Labanieh, S. (1995) ; Modélisation physique des ouvrages géotechniques en Chambre d'Etalonnage, Colloque, Les modèles réduits en génie civil, Nantes – 18 mai 1995
28. Genevois, J.M. (1989) ; Capacité portante des pieux à grande profondeur. Simulation physique à l'aide d'une chambre de calibration, Thèse de Doctorat à l'Université Joseph Fourier – Grenoble I
29. Heerema, E.P. (1980) ; Predicting pile driveability : Heather as an illustration of the friction fatigue theory, Ground Engineering N° 13, apr., 15-37
30. Hill, R.; The mathematical theory of plasticity. Oxford : Clarendon press, 1950, 356pp.
31. Hossain, M.K.; Briaud, J.L.; Improved soil characterization for piles in sand in API RP-2A, OTC paper 7193, Texas, 1993
32. Jean, O. (1993); Etude comparative des méthodes de calcul de la capacité portante des pieux battus dans les sables denses. Rapport de stage chez ELF-AQUITAINE PRODUCTION, septembre 1993

33. Klos, J. ; Tejchman, A. (1977) ; Analysis of behaviour of tubular piles in subsoil, Proc. Of the 9<sup>th</sup> Int. Conference of Soil Mechanics and Foundation Engineering, Tokyo, Japan, Vol.1,pp.605-608
34. Kraft, L.M. (1991); Computing axial pile capacity in sands for offshore conditions, Marine Geotechnology, N° 9, pp. 61-92
35. Lloyd's Register of Shipping (1989); Rules and regulations for the classification of fixed offshore installation, part 3 Environmental and design considerations
36. Malhotra, S. (1991); Development of a model pile-driving facility, Rapport of offshore technology research center, The University of Texas et Austin
37. Mandel, J.; Contribution théorique à l'étude de l'écroutissement et des lois de l'écoulement plastique. C.R. 11<sup>ème</sup> Congr. Int. Mec. Appl., Munich, 1964, pp. 502-509.
38. Meksaouine, M. ; Etude expérimentale et théorique de la pousse passive sur pieux rigides. Thèse de Doctorat : I.N.S.A., Génie Civil, Lyon, 1993
39. Mokrani, L. (1991); Simulation physique du comportement de pieux à grande profondeur en chambre de calibration, Thèse de Doctorat à I.N.P.G., Grenoble
40. Murff, J.D. ; Raines, R.D. ; Randolph, M.F. (1990); Soil plug behaviour of piles in sand, Proc. 22<sup>nd</sup> OTC in Houston, Texas, May 7-10, 1990
41. Niyama, S.; Oshima, A.; Takada, N. (1994); Toe resistance evaluation in open toe piles, XIII ICSMFE, New Delhi, India
42. O'Neill, M.W.; Raines, R.D. (1991) ; Load Transfer for pipe piles in Highly pressured dense sand, Journal of Geotechnical Eng., Vol. 117, N° 8
43. O'Neill, M.W. (1991); Houston's calibration chamber: case histories, Proc. 1<sup>st</sup> INT. Conf. On Calibration Chamber Testing, Clarkson Univ., USA
44. Paikowsky, S.G.; Whitman, R.V. (1990); The effects of pile plugging on pile performance and design, Can. Geotech. Journal 27, pp. 429-440
45. Paikowsky, S.G.; of Lowell, U. (1990); the mechanism of pile plugging in sand, 22<sup>nd</sup> OTC Houston, Texas.

46. Philipponnat, G.; Fondations et ouvrages en terre, édition EYROLLES 1979
47. Radenkovic, D.; Théorèmes limites pour un matériau de coulomb à dilatation non-standardisée. C.R. AC. SC. Paris, 1961, T 252, pp. 4103-4104.
48. Raines, R.D; Ugaz, O.G. ; O'Neill, M.W. (1992); Driving Characteristics of Open-Toe piles in dense sand , Journal of Geotechnical Eng, Vol. 118, N° 1
49. Randolph, M.F. (1988); The axial capacity of deep foundations in calcareous soil, Proc. of Int. Conf. On Calcareous Sediments, Perth
50. Randolph, M.F; Leong, E.C.; Houlsby, G.T. (1991); One dimensional analysis of soil plugs in pipe piles, Géotechnique 41, N° 4, 587-598
51. Randolph, M.F; May, M.; Leong, E.C.; Hyden, A.M.; Murff, J.D. (1992); soil plug response in open-ended pipe piles, Journal of Geotechnical Eng., Vol.118, N°5
52. Randolph, M.F; Dolwin, J.; Beck, R. (1994); Design of driven piles in sand, Géotechnique 44, N° 3
53. Toolan, F.E.; Fugro-McClelland Ltd, (1990); An appraisal of API RP2A recommendatios for determining skin friction of piles in sand, OTC paper 6422, Texas
54. Vesic, A.S. (1972); Expansion of cavities in infinite soil mass, Journal of Soil Mechanics and Foundation Division, N° 25

## Les Annexes

## **Liste des Annexes**

- Annexe(A) : Détail de calcul << Modèle 1>>
- Annexe(B) : Détail de calcul << Modèle 2>>

**ANNEXE(A)****Evaluation de la Charge Limite par la théorie de l'analyse Limite****A. Premier Model****A.1. Model (1) en Bidimensionnel Sans Surcharge****A.1.1. Mécanismes de rupture ( selon coulomb )**

Le Mécanisme de rupture pour le cas du premier model est formé seulement de deux blocs rigides de section triangulaire est totalement décrit par les paramètres ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\mu$ ). Voir Figure.(A.1).

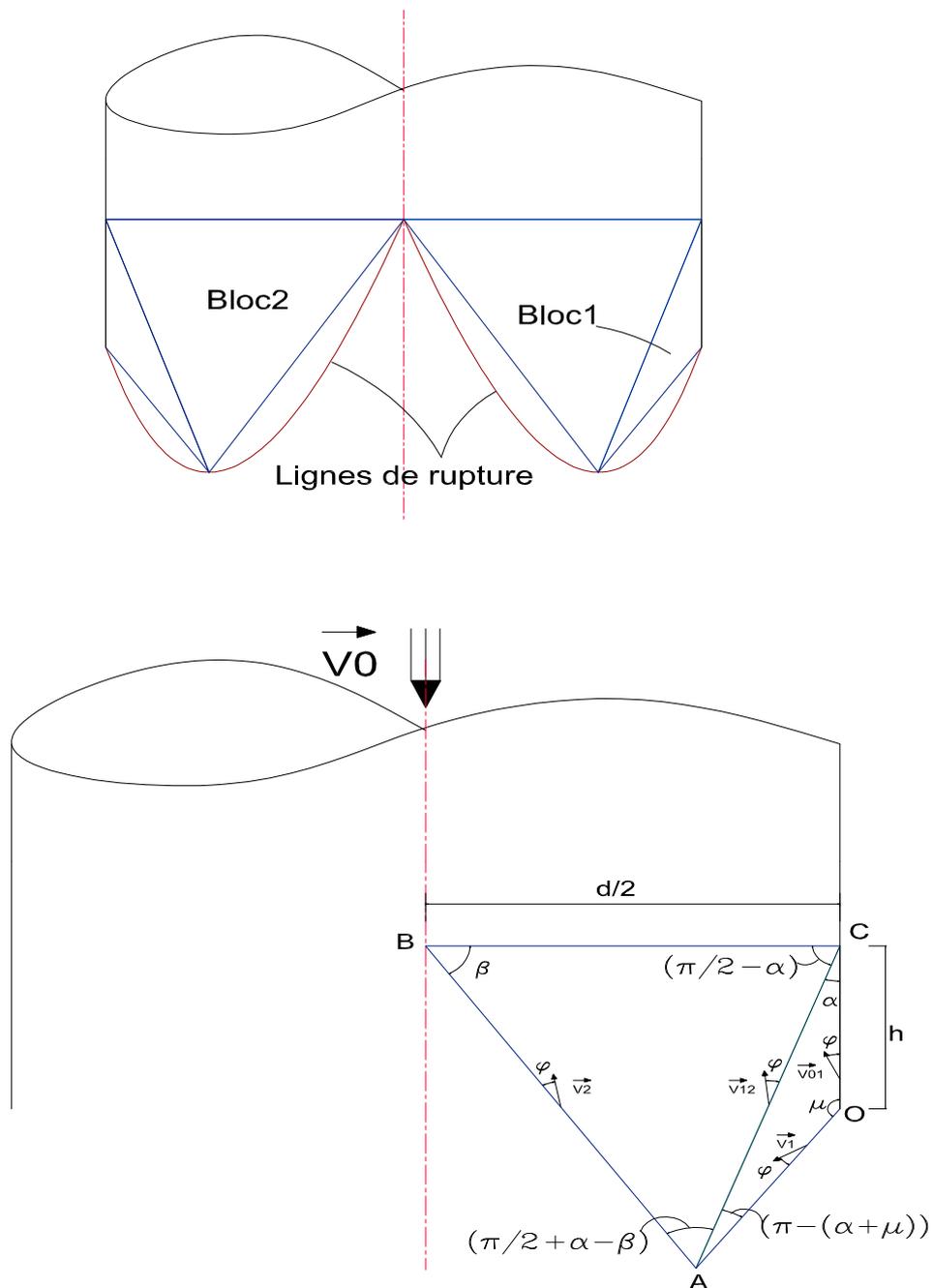


Fig.A.1 : Mécanisme de Rupture du Premier Model en Bidimensionnel ( pile rugueuse )

Diagramme de Vélocities  
Associé en Plan .

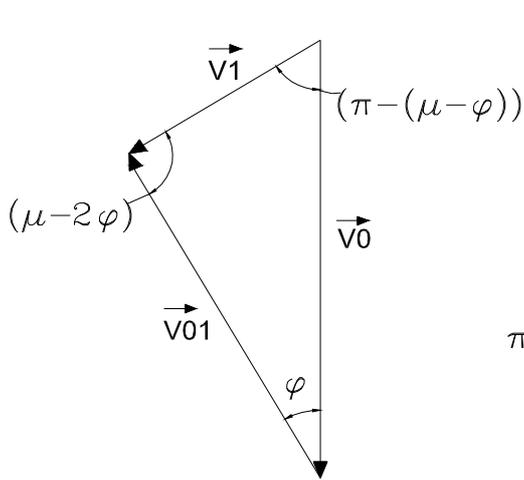
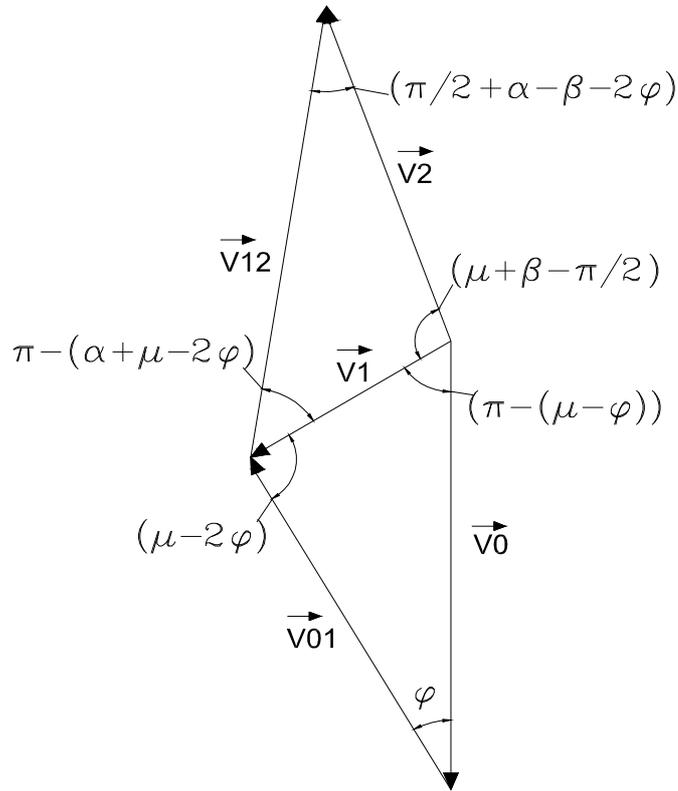


Diagramme pour le massif AOC.

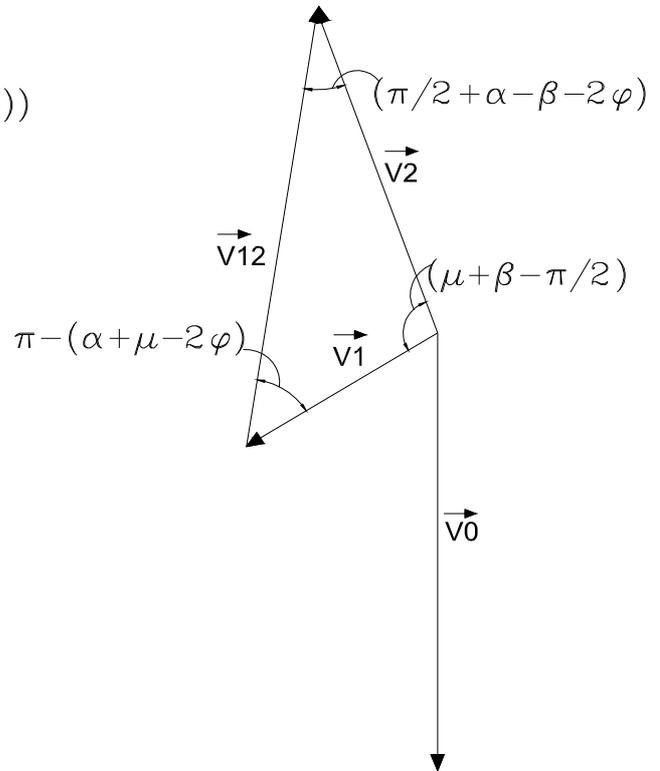


Diagramme pour le massif ABC

### A.1.2. Vélocités

A partir du diagramme des Vitesses représenté ci-dessus nous pouvons déduire géométriquement les expressions des Vitesses Relatives et Principales en Fonction de la vitesse initiale ( $v_0$ ) :

$$\text{Vitesse relative pieu-sol} \quad V_{01}(\mu) = \frac{\sin(\mu - \varphi)}{\sin(\mu - 2\varphi)} \times V_0$$

$$\text{Vitesse relative des massifs 1et 2} \quad V_{12}(\alpha, \mu, \beta) = -\frac{\cos(\mu + \beta) \cdot \sin(\varphi)}{\cos(\alpha - \beta - 2\varphi) \cdot \sin(\mu - 2\varphi)} \times V_0$$

$$\text{Vitesse du bloc 1} \quad V_1(\mu) = \frac{\sin(\varphi)}{\sin(\mu - 2\varphi)} \times V_0$$

$$\text{Vitesse du bloc 2} \quad V_2(\alpha, \mu, \beta) = \frac{\sin(\alpha + \mu - 2\varphi) \cdot \sin(\varphi)}{\cos(\alpha - \beta - 2\varphi) \cdot \sin(\mu - 2\varphi)} \times V_0$$

### A.1.3. Longueur des Lignes de Rupture

Sont déduites géométriquement à partir triangles de la Figure(A.1).

$$L_{OC} := h \quad L_{OA}(\alpha, \mu) := h \cdot \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\alpha + \mu)}$$

$$L_{AB}(\alpha, \mu, \beta) := h \cdot \frac{\sin(\mu) \cdot \cos(\alpha)}{\sin(\alpha + \mu) \cdot \sin(\beta)} \quad L_{AC}(\alpha, \mu) := h \cdot \frac{\sin(\mu)}{\sin(\alpha + \mu)}$$

avec (h) : la Hauteur du Bouchon

### A.1.4. Poids des Massifs

- Massif (AOC)

- La surface de l'air du triangle montré sur la figure(A.2) est exprimée par la relation suivante :

$$S_{AOC} = \frac{1}{2} \times AC \times OR$$

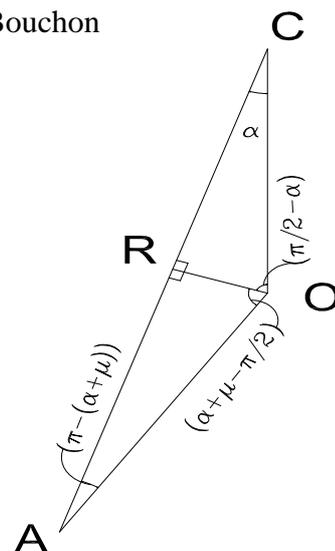


Fig.A.2 Schéma du massif AOC

- Des triangles semblables on peut déduire les relations suivantes :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{OR}{\sin(\alpha)} = OC \\ \frac{AC}{\sin(\mu)} = \frac{h}{\sin(\alpha + \mu)} \end{array} \right\} \Rightarrow S_{AOC} = \frac{1}{2} \cdot h^2 \cdot \frac{\sin(\alpha) \cdot \sin(\mu)}{\sin(\alpha + \mu)}$$

- Le Poids du Massif :

$$W_{AOC}(\alpha, \mu) = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot h^2 \cdot \frac{\sin(\mu) \cdot \sin(\alpha)}{\sin(\alpha + \mu)} \quad \text{avec } (\gamma) : \text{ la Densité du Sol}$$

- Massif (ABC)

- Surface de l'air du triangle montré sur la figure(A.3) :

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times BC \times Ag$$

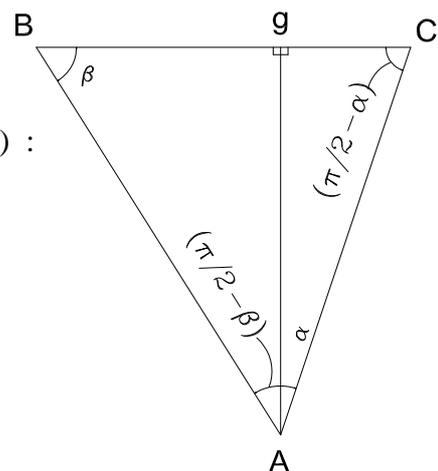


Fig.A.3 Schéma du massif ABC

- Suivant les triangles semblables on peut déduire les relations suivantes :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{BC}{\cos(\alpha - \beta)} = \frac{AC}{\sin(\beta)} \\ \frac{Ag}{\cos(\alpha)} = AC \\ AC = h \cdot \frac{\sin(\mu)}{\sin(\alpha + \mu)} \end{array} \right\} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot h^2 \cdot \frac{\sin^2(\mu) \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\alpha - \beta)}{\sin^2(\alpha + \mu) \cdot \sin(\beta)}$$

- Le Poids du Massif :

$$W_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot h^2 \cdot \frac{\sin^2(\mu) \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\alpha - \beta)}{\sin^2(\alpha + \mu) \cdot \sin(\beta)}$$

### **A.1.5. Energies Dissipés**

Les Dissipations d'énergies Interne due à la cohésion le long des lignes de rupture et de l'interface sol-pieu pour le cas du pieu rugueux ( $\delta \geq \varphi$ ) et pour un sol homogène ayant un coefficient de cohésion C sont données par les expressions suivantes :

$$\left. \begin{aligned} E_{OC} &= C \cdot L_{OC} \cdot V_{01} \cdot \cos(\varphi) \\ E_{OA} &= C \cdot L_{OA} \cdot V_1 \cdot \cos(\varphi) \\ E_{AC} &= C \cdot L_{AC} \cdot V_{12} \cdot \cos(\varphi) \\ E_{AB} &= C \cdot L_{AB} \cdot V_2 \cdot \cos(\varphi) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Respectivement le Long de :} \\ \text{Loc , Loa , Lac et Lab} \end{array}$$

### **A.1.6. Travail des Forces Extérieures**

On a deux sortes de Travaux a distingué les suivantes :

- travail des forces gravitaires des massifs ( AOC et ABC ) évalués par les relations :

$$\begin{aligned} T_{AOC} &= W_{AOC} \times V_1 \times \cos(\mu - \varphi) \\ T_{ABC} &= W_{ABC} \times V_2 \times \sin(\beta + \varphi) \end{aligned}$$

- travail de la force extérieure évalué par la relation :

$$T = \frac{P}{2} \times V_0 \times \cos(0)$$

### **A.1.7. Equation d'Equilibre**

En Egalisant le Taux du travail des Forces Extérieures au Taux de Dissipation des Energies Internes :

$$T - T_{AOC} - T_{ABC} = \sum E_i \quad \rightarrow \quad \frac{P}{2} \cdot V_0 - T_{AOC} - T_{ABC} = \sum E_i$$

Et Par Substitution on Obtient comme Expression Finale de la Charge Limite :

$$\begin{aligned} p \cdot (\alpha, \mu, \beta) &:= \frac{2}{v_0} \cdot (T_{AOC}(\alpha, \mu) + T_{ABC}(\alpha, \mu, \beta)) + 2 \left[ l_{OC} \cdot \left( \frac{v_{01}(\mu)}{v_0} \right) + l_{OA}(\alpha, \mu) \cdot \left( \frac{v_1(\mu)}{v_0} \right) + \right. \\ &+ \left. l_{AC}(\alpha, \mu) \cdot \left( \frac{v_{12}(\alpha, \mu, \beta)}{v_0} \right) + l_{AB}(\alpha, \mu, \beta) \cdot \left( \frac{v_2(\alpha, \mu, \beta)}{v_0} \right) \right] \cdot C \cdot \cos(\varphi) \end{aligned}$$

## A.2. Model (1) en Bidimensionnel avec Surcharge

La Colonne du Sol Située au dessus de la Zone Active et plus <Lâche>, de Densité ( $\gamma_1$ ) différente a celle du Bouchon et de Hauteur ( $h_1$ ) elle ne Transmet pas de Chargement mais exerce une surcharge sur la partie basse. Représentée par la Figure (A.4) :

La Surcharge n'intervient que par le terme de son Propre Travail qui serait additionné dans l'équation d'Equilibre statique.

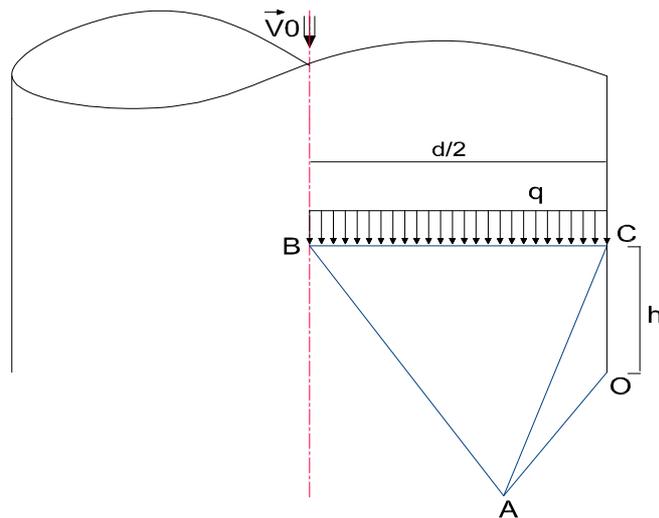


Fig.A.4 Schéma de Surcharge

### A.2.1. Travail des Forces Extérieures

Pour ce cas on a trois sortes de travaux à évaluer :

- Le travail des Forces Gravitaires des Massifs reste est identique au cas précédent ( sans surcharge )
- Le travail dû à la charge extérieure agissante qui a pour expression identique au cas précédent.
- Le travail gravitaire dû à la surcharge déterminé par la relation suivante :

$$T_{Sur} = \frac{1}{2} \cdot q \cdot d \cdot V_2 \cdot \cos\left(\beta + \varphi - \frac{\pi}{2}\right) \quad \rightarrow \quad T_{Sur} = \frac{1}{2} \cdot \gamma_1 \cdot h_1 \cdot d \cdot V_2 \cdot \sin(\beta + \varphi)$$

$$T_{Sur}(\alpha, \mu, \beta) = \frac{1}{2} \cdot \gamma_1 \cdot h_1 \cdot d(\alpha, \mu, \beta) \cdot V_2(\alpha, \mu, \beta) \cdot \sin(\beta + \varphi)$$

Avec  $\left(\beta + \varphi - \frac{\pi}{2}\right)$

l'Angle que fait la force gravitaire de la surcharge avec la vitesse ( $v_2$ ) < voir Diagramme des Vélocities >

**Remarque**

La Surcharge se Déplace de la même vitesse que celle du massif ( abc ).

**A.2.2. Equation d'Equilibre**

En Egalisant le Taux du travail des Forces Extérieures au Taux de Dissipation des Energies Internes et Par Substitution on Obtient comme Expression Finale de la Charge Limite :

$$p.(\alpha, \mu, \beta) := \frac{2}{v_0} \cdot (T_{AOC}(\alpha, \mu) + T_{ABC}(\alpha, \mu, \beta) + T_{Sur}(\alpha, \mu, \beta)) + 2 \left[ l_{OC} \cdot \left( \frac{v_{01}(\mu)}{v_0} \right) + l_{OA}(\alpha, \mu) \cdot \left( \frac{v_1(\mu)}{v_0} \right) + l_{AC}(\alpha, \mu) \cdot \left( \frac{v_{12}(\alpha, \mu, \beta)}{v_0} \right) + l_{AB}(\alpha, \mu, \beta) \cdot \left( \frac{v_2(\alpha, \mu, \beta)}{v_0} \right) \right] \cdot C \cdot \cos(\phi)$$

**A.3. Model (1) en Tridimensionnel Sans Surcharge****A.3.1. Mécanismes de rupture ( selon coulomb )**

Le Mécanisme de rupture pour le premier model dans le cas Tridimensionnel diffère du premier cas Bidimensionnel ; au lieu des lignes de ruptures on a des Surfaces de ruptures ainsi le poids des massifs et leurs formes, ce comportement est plus réaliste et présente une précision quant a l'évaluation de la charge limite.

Cette Forme Tridimensionnel représentée ci-dessous Figure(A.5) résulte d'une rotation de la forme en plan autour d'un axe qui passe par le milieu du pieu.

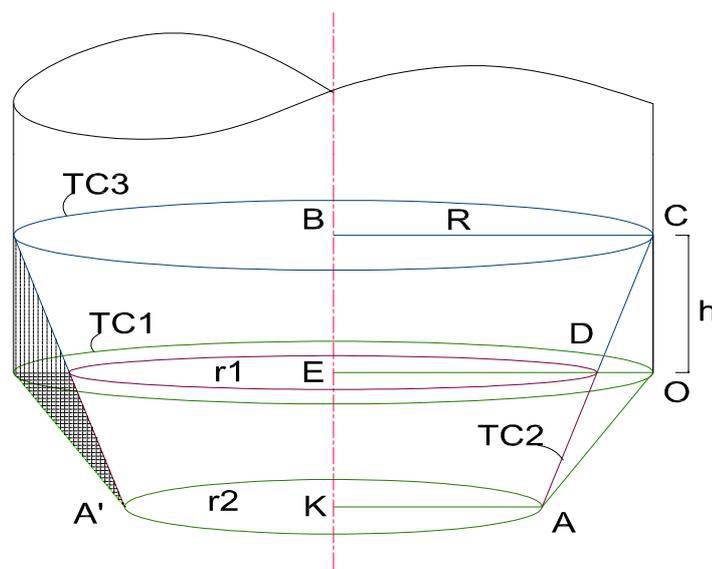


Fig.A.5 Mécanisme de rupture en Tridimensionnel

### A.3.2. Vélocités

Les mêmes expressions que dans le cas bidimensionnel (mêmes diagrammes des vitesses).

Vitesse relative pieu-sol 
$$V_{01}(\mu) = \frac{\sin(\mu - \varphi)}{\sin(\mu - 2\varphi)} \times V_0$$

Vitesse relative des massifs 1 et 2 
$$V_{12}(\alpha, \mu, \beta) = -\frac{\cos(\mu + \beta) \cdot \sin(\varphi)}{\cos(\alpha - \beta - 2\varphi) \cdot \sin(\mu - 2\varphi)} \times V_0$$

Vitesse du bloc 1 
$$V_1(\mu) = \frac{\sin(\varphi)}{\sin(\mu - 2\varphi)} \times V_0$$

Vitesse du bloc 2 
$$V_2(\alpha, \mu, \beta) = \frac{\sin(\alpha + \mu - 2\varphi) \cdot \sin(\varphi)}{\cos(\alpha - \beta - 2\varphi) \cdot \sin(\mu - 2\varphi)} \times V_0$$

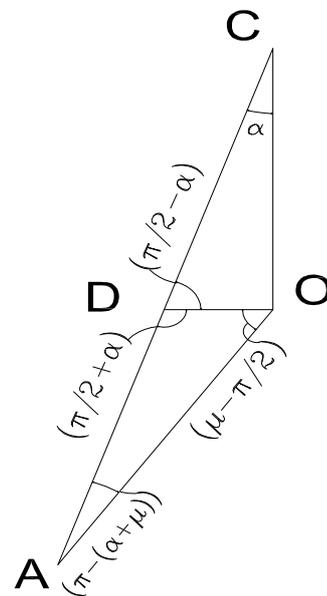
### A.3.3. Poids des Massifs

Du Mécanisme Tridimensionnel représenté Figure(A.5) composé des formes géométriques simple d'où on peut extraire le volume de chaque massif.

#### - Volume du massif ( AOC )

Le massif ( AOC ) est composé de deux espaces , le premier est formé par la rotation de ( DCO) et le second est formé par ( ADO ).

$$V_{AOC} = V_{DCO} + V_{ADO}$$



#### - Détermination du premier Terme V(dco) :

Ce terme représente le volume qui est déduit par la décomposition de deux volumes comme suit < voir figure (A.5) >.

$$V_{DCO} = V_{CYL} + V_{TC3} \quad \text{avec } V_{CYL} : \text{Volume du Cylindre}$$

$$V_{TC3} : \text{Volume du Tronc de Cone3}$$

$$\text{On a :} \quad V_{CYL} = \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot h \quad V_{TC3} = \frac{\pi}{3} \cdot h \cdot (R^2 + r_1^2 + R \cdot r_1)$$

$$\text{et avec } r_1 = R - h \cdot \tan(\alpha) \quad \text{et } R = \frac{d}{2}$$

après substitution on Obtient

$$V_{DCO} = \pi \cdot h^2 \cdot \tan(\alpha) \cdot \left[ \frac{d}{2} - \frac{h}{3} \cdot \tan(\alpha) \right]$$

- Détermination du premier Terme V(ado) :

De la même manière on peut formulé l'expression du volume la suivante.

$$V_{ADO} = V_{TC1} - V_{TC2} \quad \left\{ \begin{array}{l} V_{TC1} : \text{Volume du Tronc de Cone1} \\ V_{TC2} : \text{Volume du Tronc de Cone2} \end{array} \right.$$

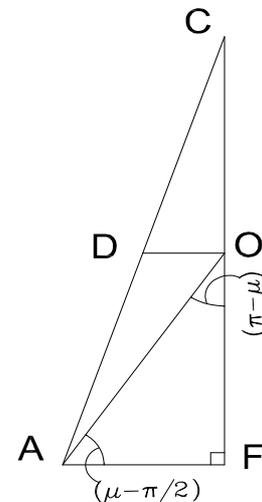
Géométriquement on a :

$$V_{TC1} = \frac{\pi}{3} \cdot (OF) \cdot (R^2 + r_2^2 + R \cdot r_2) \quad V_{TC2} = \frac{\pi}{3} \cdot (OF) \cdot (r_1^2 + r_2^2 + r_1 \cdot r_2)$$

De la figure suivante on peut avoir :

$$AF = h \cdot \frac{\sin(\alpha) \cdot \sin(\mu)}{\sin(\alpha + \mu)}$$

$$OF = -h \cdot \frac{\sin(\alpha) \cdot \cos(\mu)}{\sin(\alpha + \mu)}$$



Et après substitution on aura comme expression :

$$V_{ADO} = \frac{\pi}{3} \left[ \frac{\sin(\alpha) \cdot \cos(\mu)}{\sin(\alpha + \mu)} \right] \cdot h^3 \cdot \tan^2(\alpha) + \frac{\pi}{3} \left[ \frac{\sin^2(\alpha) \cdot \cos(\mu) \cdot \sin(\mu)}{\sin^2(\alpha + \mu)} \right] \cdot h^3 \cdot \tan(\alpha) - \frac{\pi}{2} \left[ \frac{\sin(\alpha) \cdot \cos(\mu)}{\sin(\alpha + \mu)} \right] \cdot h^2 \cdot \tan(\alpha) \cdot d$$

On peut alors formulé l'expression finale donnant le Volume du massif ( AOC ) par la relation suivante :

$$V_{AOC} = \left[ \left( \frac{\pi}{2} \cdot d \cdot h^2 \cdot \tan(\alpha) - \frac{\pi}{3} \cdot h^3 \cdot \tan^2(\alpha) \right) \left( 1 - \frac{\sin(\alpha) \cdot \cos(\mu)}{\sin(\alpha + \mu)} \right) + \left( \frac{\pi}{3} \cdot h^3 \cdot \tan(\alpha) \cdot \frac{\sin^2(\alpha) \cdot \cos(\mu) \cdot \sin(\mu)}{\sin^2(\alpha + \mu)} \right) \right]$$

- Poids du massif ( AOC )

On déduit par la suite l'expression donnant le poids :

$$W_{AOC}(\alpha, \mu, \beta) = \gamma \cdot \left[ \left( \frac{\pi}{2} \cdot d(\alpha, \mu, \beta) \cdot h^2 \cdot \tan(\alpha) - \frac{\pi}{3} \cdot h^3 \cdot \tan^2(\alpha) \right) \left( 1 - \frac{\sin(\alpha) \cdot \cos(\mu)}{\sin(\alpha + \mu)} \right) + \left( \frac{\pi}{3} \cdot h^3 \cdot \tan(\alpha) \cdot \frac{\sin^2(\alpha) \cdot \cos(\mu) \cdot \sin(\mu)}{\sin^2(\alpha + \mu)} \right) \right]$$

- Volume du massif ( ABC )

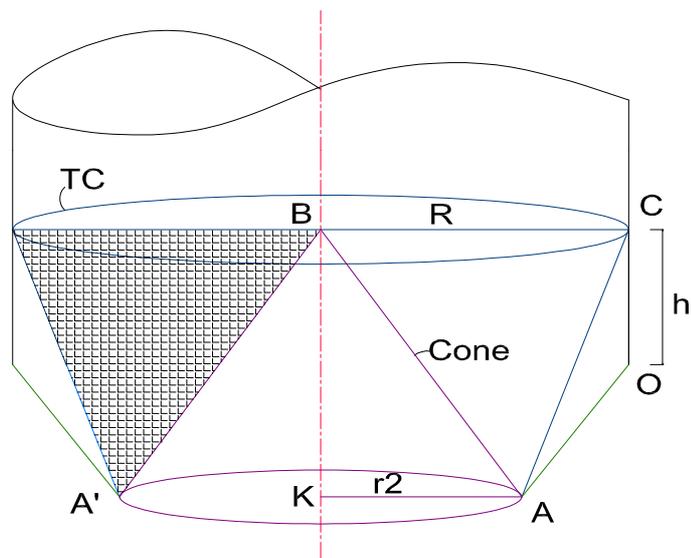


Fig.6. Forme Tridimensionnelle des massifs

On peut décomposer de la figure précédente le Volume du massif ( ABC ).

$$V_{ABC} = V_{TC} - V_C \quad \left\{ \begin{array}{l} V_{TC} : \text{Volume du Tronc de Cone} \\ V_C : \text{Volume du Cone} \end{array} \right.$$

$$V_{TC} = \frac{\pi}{3} \cdot (BK) \cdot (R^2 + r_2^2 + R \cdot r_2) \quad V_C = \frac{\pi}{3} \cdot (BK) \cdot r_2^2$$

Avec les expressions suivantes déterminées géométriquement :

$$BK = h \left( 1 - \frac{\sin(\alpha) \cdot \cos(\mu)}{\sin(\alpha + \mu)} \right), \quad AF = h \cdot \frac{\sin(\alpha) \cdot \sin(\mu)}{\sin(\alpha + \mu)} \quad \text{et}$$

$$r_2 = R - h \frac{\sin(\alpha) \cdot \sin(\mu)}{\sin(\alpha + \mu)}$$

On peut formulé l'expression finale donnant le Volume du massif ( ABC ).

$$V_{ABC} = \frac{\pi}{6} \cdot d^2 \cdot h \cdot \left( 1 - \frac{\sin(\alpha) \cdot \cos(\mu)}{\sin(\alpha + \mu)} \right) \cdot \left[ 1 - \frac{\sin(\alpha) \cdot \sin(\mu)}{\sin(\alpha + \mu)} \cdot \left( \frac{h}{d} \right) \right]$$

- Poids du massif ( ABC )

Le poids sera exprimé par la relation suivante :

$$W_{ABC}(\alpha, \mu, \beta) = \frac{\pi}{6} \cdot \gamma \cdot d^2(\alpha, \mu, \beta) \cdot h \cdot \left( 1 - \frac{\sin(\alpha) \cdot \cos(\mu)}{\sin(\alpha + \mu)} \right) \cdot \left[ 1 - \frac{\sin(\alpha) \cdot \sin(\mu)}{\sin(\alpha + \mu)} \cdot \left( \frac{h}{d(\alpha, \mu, \beta)} \right) \right]$$

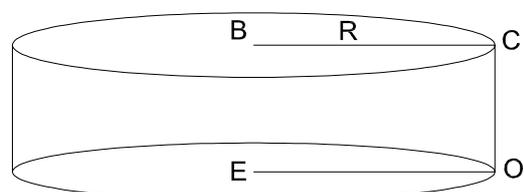
#### A.3.4. Surfaces de Rupture

La Forme des Surfaces de rupture est le résultat d'une rotation des lignes de rupture (Celles du cas bidimensionnel) autour d'un Axe qui passe par le milieu du pieu.

- Surface de ( OC )

Surface décrite par la rotation de ( OC ) est la surface latérale d'un cylindre

$$S_{OC} = 2\pi \cdot R \cdot (OC)$$



$$S_{OC} = \pi.d.h \quad \text{avec } \mathbf{d} : \text{diamètre du pieu}$$

$$\mathbf{h} : \text{hauteur du bouchon}$$

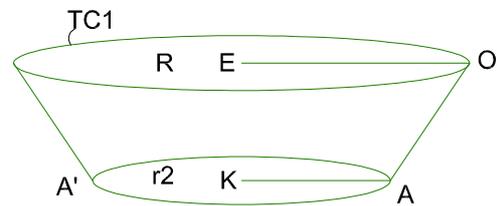
$$S_{OC}(\alpha, \mu, \beta) = \frac{\pi}{2}.d^2(\alpha, \mu, \beta). \frac{\sin(\beta).\sin(\alpha + \mu)}{\sin(\mu).\cos(\alpha - \beta)}$$

- Surface de ( OA )

C'est une Surface décrite par la rotation de ( OA ) est la surface latérale d'un cône Tronqué

$$S_{OA} = \pi.(OA).(R + r_2)$$

$$\text{avec } \left\{ \begin{array}{l} OA = \frac{1}{2}.d. \frac{\sin(\beta).\sin(\alpha)}{\sin(\mu).\cos(\alpha - \beta)} \\ AF = h. \frac{\sin(\alpha).\sin(\mu)}{\sin(\alpha + \mu)} \\ r_2 = R - AF \end{array} \right.$$



On obtient pour Expression finale :

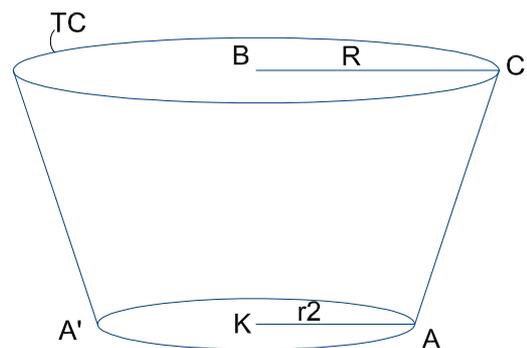
$$S_{OA}(\alpha, \mu, \beta) = \frac{\pi}{2}.d^2(\alpha, \mu, \beta). \left( \frac{\sin(\beta).\sin(\alpha)}{\sin(\mu).\cos(\alpha - \beta)} \right) \left[ 1 - \frac{\sin(\alpha).\sin(\mu)}{\sin(\alpha + \mu)} \left( \frac{h}{d(\alpha, \mu, \beta)} \right) \right]$$

- Surface de ( AC )

La Surface décrite par la rotation de ( AC ) est la surface latérale d'un cône Tronqué exprimée par la relation suivante.

$$S_{AC} = \pi.(AC).(R + r_2)$$

$$\text{avec } \left\{ \begin{array}{l} AC = \frac{1}{2}.d. \frac{\sin(\beta)}{\cos(\alpha - \beta)} \\ AF = h. \frac{\sin(\alpha).\sin(\mu)}{\sin(\alpha + \mu)} \\ r_2 = R - AF \end{array} \right.$$



On obtient pour Expression finale :

$$S_{AC}(\alpha, \mu, \beta) = \frac{\pi}{2} \cdot d^2(\alpha, \mu, \beta) \cdot \left( \frac{\sin(\beta)}{\cos(\alpha - \beta)} \right) \left[ 1 - \frac{\sin(\alpha) \cdot \sin(\mu)}{\sin(\alpha + \mu)} \cdot \left( \frac{h}{d(\alpha, \mu, \beta)} \right) \right]$$

- Surface de ( AB )

La Surface décrite par la rotation de ( AB ) est la surface latérale d'un cone exprimée par la relation suivante .

$$S_{AB} = \pi \cdot r_2 \cdot (AB)$$

$$\text{avec} \quad AB = \frac{1}{2} \cdot d \cdot \frac{\cos(\alpha)}{\cos(\alpha - \beta)} \quad AF = h \cdot \frac{\sin(\alpha) \cdot \sin(\mu)}{\sin(\alpha + \mu)} \quad r_2 = R - AF$$

On obtient pour Expression finale :

$$S_{AB}(\alpha, \mu, \beta) = \frac{\pi}{2} \cdot d^2(\alpha, \mu, \beta) \cdot \left( \frac{\cos(\alpha)}{\cos(\alpha - \beta)} \right) \left[ \frac{1}{2} - \frac{\sin(\alpha) \cdot \sin(\mu)}{\sin(\alpha + \mu)} \cdot \left( \frac{h}{d(\alpha, \mu, \beta)} \right) \right]$$

### **A.3.5. Energies Dissipés**

Les Dissipations d'énergies Interne due à la cohésion le long des Surfaces de rupture et de l'interface sol-pieu pour le cas du pieu rugueux ( $\delta \geq \varphi$ ) et pour un sol homogène ayant un coefficient de cohésion C est données par les expressions suivantes :

$$\left. \begin{aligned} E_{OC} &= C \cdot S_{OC} \cdot V_{01} \cdot \cos(\varphi) \\ E_{OA} &= C \cdot S_{OA} \cdot V_1 \cdot \cos(\varphi) \\ E_{AC} &= C \cdot S_{AC} \cdot V_{12} \cdot \cos(\varphi) \\ E_{AB} &= C \cdot S_{AB} \cdot V_2 \cdot \cos(\varphi) \end{aligned} \right\} \quad \begin{array}{l} \text{Respectivement le Long de :} \\ \text{Soc , Soa , Sac et Sab} \end{array}$$

### **A.3.6. Travail des Forces Extérieures**

On distingue deux sortes de travaux a évalué les suivants :

- travail des forces gravitaires des massifs ( AOC et ABC )

$$T_{AOC} = W_{AOC} \times V_1 \times \cos(\mu - \varphi)$$

$$T_{ABC} = W_{ABC} \times V_2 \times \sin(\beta + \varphi)$$

- travail de la force extérieure

$$T = P \times V_0 \times \cos(0)$$

### **A.3.7. Equation d'Equilibre**

En Egalisant le Taux du travail des Forces Extérieures au Taux de Dissipation des energies Internes :

$$T - T_{AOC} - T_{ABC} = \sum E_i$$

De cette équation d'équilibre et par substitution on obtient la formulation de la Charge Limite pour le cas Tridimensionnel :

$$P.(\alpha, \mu, \beta) := \frac{1}{v_0} \cdot (T_{AOC}(\alpha, \mu) + T_{ABC}(\alpha, \mu, \beta)) + \left[ S_{OC}(\alpha, \mu, \beta) \cdot \left( \frac{v_{01}(\mu)}{v_0} \right) + S_{OA}(\alpha, \mu, \beta) \cdot \left( \frac{v_1(\mu)}{v_0} \right) + S_{AC}(\alpha, \mu, \beta) \cdot \left( \frac{v_{12}(\alpha, \mu, \beta)}{v_0} \right) + S_{AB}(\alpha, \mu, \beta) \cdot \left( \frac{v_2(\alpha, \mu, \beta)}{v_0} \right) \right] \cdot C \cdot \cos(\phi)$$

### **A.4. Model (1) en Tridimensionnel avec Surcharge**

Le même principe que dans le cas Bidimensionnel , sachant que la colonne du sable occupant le vide pour une hauteur ( $h_1$ ) ayant la forme presque cylindrique et de Densité ( $\gamma_1$ ).

- volume du massif Surcharge

$$V_{Sur} = \pi \cdot \frac{d^2}{4} \cdot h_1 \quad \text{avec } h_1 : \text{ hauteur de la surcharge}$$

- poids du massif Surcharge

$$W_{Sur}(\alpha, \mu, \beta) = \frac{\pi}{4} \cdot \gamma_1 \cdot d^2(\alpha, \mu, \beta) \cdot h_1$$

#### **A.4.1. Travail des Forces Extérieures**

Pour ce cas les travaux a déduire sont :

- le travail des Forces Gravitaires des Massifs reste qui est identique au cas précédent ( sans surcharge )
- le travail de la force extérieure agissante qui est aussi identique au cas précédent
- Travail due a la Surcharge qui est déterminé par la relation suivante

$$T_{Sur} = W_{Sur} \cdot V_2 \cdot \sin(\beta + \phi) \quad \text{on peut écrire aussi}$$

$$T_{Sur}(\alpha, \mu, \beta) = W_{Sur}(\alpha, \mu, \beta) \cdot V_2(\alpha, \mu, \beta) \cdot \sin(\beta + \phi)$$

**Remarque**

La Surcharge se Déplace avec la même vitesse du massif ( abc ).

**A.4.2. Equation d'Equilibre**

En égalisant le Taux du travail des Forces Extérieures au Taux de Dissipation des Energies Internes et Par Substitution on Obtient comme Expression Finale de la Charge Limite :

$$P.(\alpha, \mu, \beta) := \frac{1}{v_0} \cdot (T_{AOC}(\alpha, \mu) + T_{ABC}(\alpha, \mu, \beta) + T_{Sur}(\alpha, \mu, \beta)) +$$

$$+ \left[ \begin{array}{l} S_{OC}(\alpha, \mu, \beta) \cdot \left( \frac{v_{01}(\mu)}{v_0} \right) + S_{AC}(\alpha, \mu, \beta) \cdot \left( \frac{v_{12}(\alpha, \mu, \beta)}{v_0} \right) \\ S_{OA}(\alpha, \mu, \beta) \cdot \left( \frac{v_1(\mu)}{v_0} \right) + S_{AB}(\alpha, \mu, \beta) \cdot \left( \frac{v_2(\alpha, \mu, \beta)}{v_0} \right) \end{array} \right] \cdot C \cdot \cos(\phi)$$

**ANNEXE(B)****B. Deuxième Model****B.1 Model (2) en Bidimensionnel Sans Surcharge****B.1.1. Mécanismes de rupture ( selon coulomb )**

Le Mécanisme de rupture pour le cas du Second model est formé aussi de deux blocs rigides de section triangulaire est totalement décrit par les mêmes paramètres (  $\alpha$  ,  $\beta$  ,  $\mu$  ) en gardant le même nombre de ces derniers pour procéder a une simplification de la formulation. Voir Figure.(B.7)

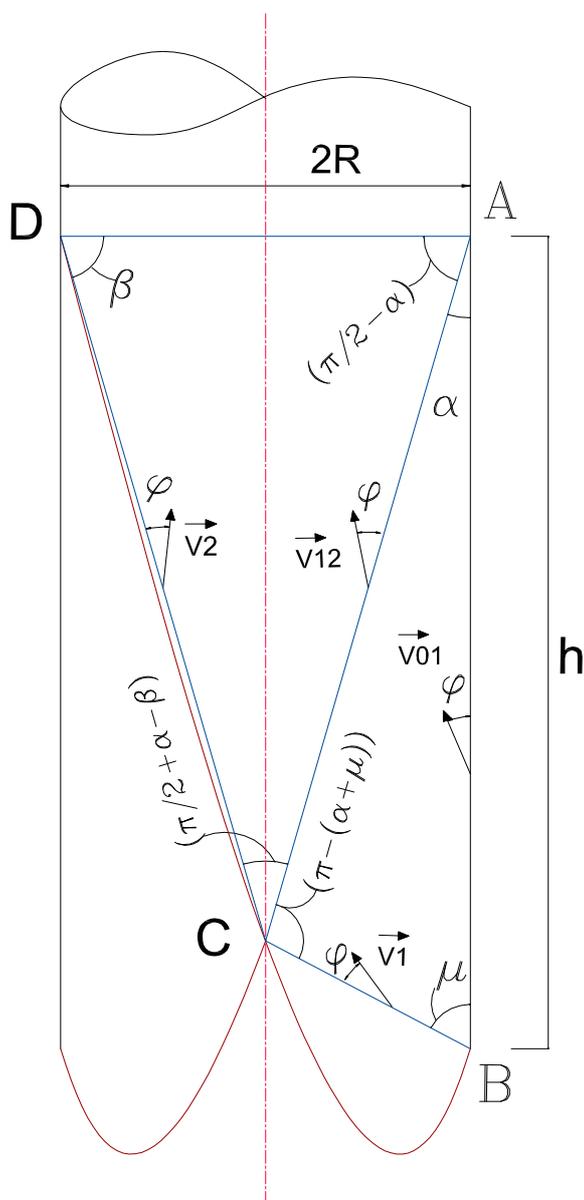


Fig.B.7 : Mécanisme de Rupture du Second Model en Bidimensionnel ( pieu rugueux )

Diagramme de Vélocities  
Associé en Plan .

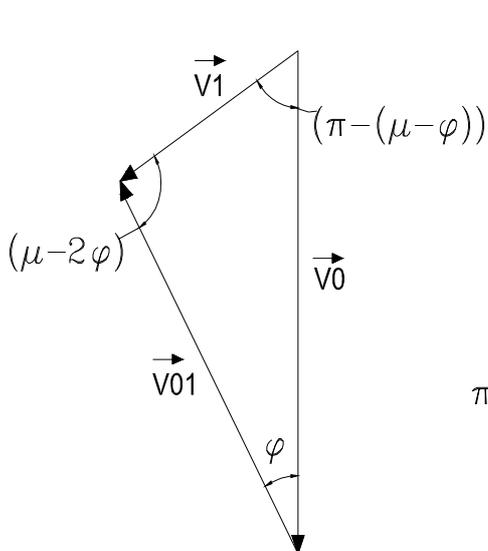
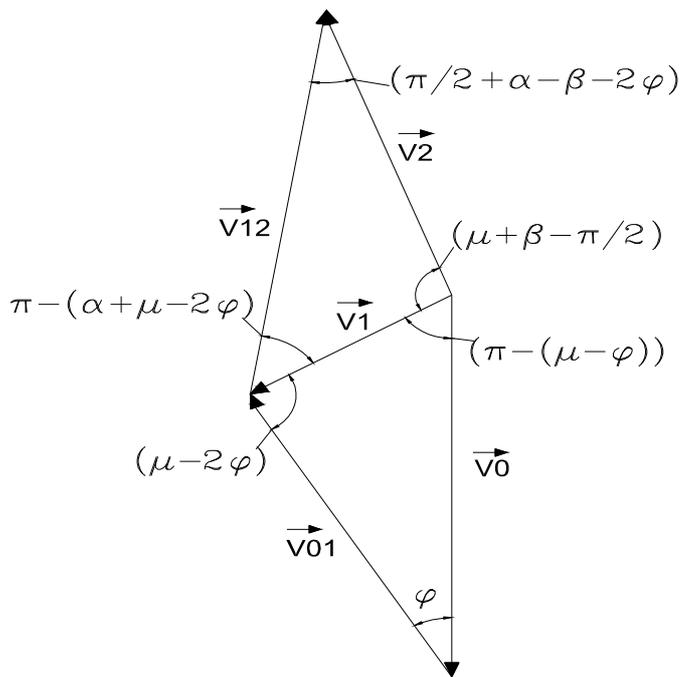


Diagramme pour le massif ABC.

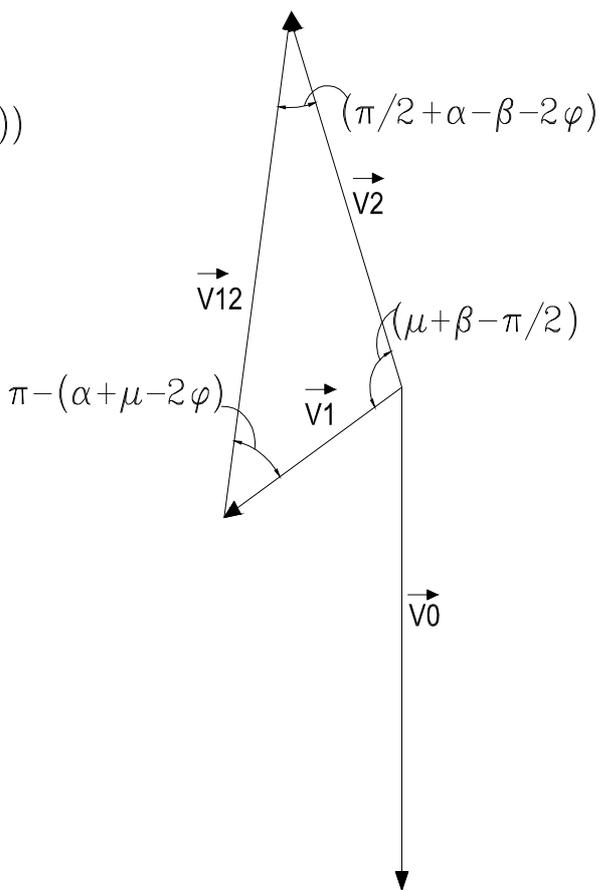


Diagramme pour le massif ADC

### B.1.2. Vélocités

A partir du diagramme des Vitesses représenté ci-dessus nous pouvons déduire ( géométriquement ) les Expressions des Vitesses Relatives et Principales en Fonction de la vitesse initiale ( $v_0$ ) :

$$\text{Vitesse relative pieu-sol} \quad V_{01}(\mu) = \frac{\sin(\mu - \varphi)}{\sin(\mu - 2\varphi)} \times V_0$$

$$\text{Vitesse relative des massifs 1et 2} \quad V_{12}(\alpha, \mu, \beta) = -\frac{\cos(\mu + \beta) \cdot \sin(\varphi)}{\cos(\alpha - \beta - 2\varphi) \cdot \sin(\mu - 2\varphi)} \times V_0$$

$$\text{Vitesse du bloc 1} \quad V_1(\mu) = \frac{\sin(\varphi)}{\sin(\mu - 2\varphi)} \times V_0$$

$$\text{Vitesse du bloc 2} \quad V_2(\alpha, \mu, \beta) = \frac{\sin(\alpha + \mu - 2\varphi) \cdot \sin(\varphi)}{\cos(\alpha - \beta - 2\varphi) \cdot \sin(\mu - 2\varphi)} \times V_0$$

### B.1.3. Longueur des Lignes de Rupture

Sont déduites géométriquement à partir triangles semblables de la Figure(B.7).

$$L_{AB} := h \quad L_{BC}(\alpha, \mu) := h \cdot \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\alpha + \mu)}$$

$$L_{AC}(\alpha, \mu) := h \cdot \frac{\sin(\mu)}{\sin(\alpha + \mu)} \quad L_{CD}(\alpha, \mu, \beta) := h \cdot \frac{\sin(\mu) \cdot \cos(\alpha)}{\sin(\alpha + \mu) \cdot \sin(\beta)}$$

avec ( h ) : la Hauteur du Bouchon

### B.1.4. Poids des Massifs

- Massif (ABC)

Est la surface de l'air du triangle montré sur la figure(B.8) exprimée par la relation suivante :

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times CE \quad \text{Avec } CE = d/2 \text{ et } AB = h$$

On déduit

$$S_{ABC} = \frac{1}{4} \times d \times h$$

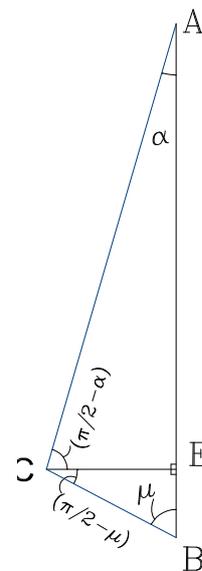


Fig.B.8 massif ABC

- Le Poids du Massif :

Il est déterminé par la relation :

$$W_{ABC}(\alpha, \mu) = \frac{1}{4} \cdot \gamma \cdot d(\alpha, \mu) \cdot h$$

avec  $\gamma$  : la Densité du Sol       $h$  : hauteur du bouchon  
 $d$  : le diamètre du pieu exprimé par la relation

$$d(\alpha, \mu) = 2 \cdot h \cdot \frac{\sin(\alpha) \cdot \sin(\mu)}{\sin(\alpha + \mu)}$$

- Massif (ADC)

Et la surface de l'air du triangle montré sur la figure(B.9) exprimée par la relation suivante :

$$S_{ADC} = \frac{1}{2} \times CF \times AD$$

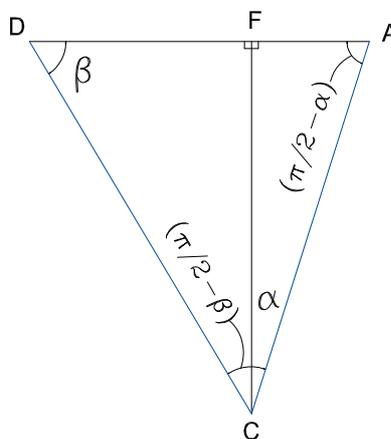


Fig.B.9. massif ADC

On peut déduire les relations suivantes de la Figure(B.9):

$$\left. \begin{array}{l} \frac{CF}{\cos(\alpha)} = AC \\ AD = d \\ AC = \frac{\sin(\mu)}{\sin(\alpha + \mu)} \cdot h \end{array} \right\} \Rightarrow S_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot d \cdot h \cdot \frac{\sin(\mu) \cdot \cos(\alpha)}{\sin(\alpha + \mu)}$$

- Le Poids du Massif :

Il a pour expression finale la suivante :

$$W_{ADC}(\alpha, \mu) = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot d(\alpha, \mu) \cdot h \cdot \frac{\sin(\mu) \cdot \cos(\alpha)}{\sin(\alpha + \mu)}$$

### **B.1.5. Energies Dissipés**

Les Dissipations d'énergies Interne due à la cohésion le long des lignes de rupture et de l'interface sol-pieu pour le cas du pieu rugueux ( $\delta \geq \varphi$ ) et pour un sol homogène ayant un coefficient de cohésion C sont données par les expressions suivantes :

$$\left. \begin{aligned} E_{AB} &= C.L_{AB}.V_{01}.\cos(\varphi) \\ E_{BC} &= C.L_{BC}.V_1.\cos(\varphi) \\ E_{AC} &= C.L_{AC}.V_{12}.\cos(\varphi) \\ E_{CD} &= C.L_{CD}.V_2.\cos(\varphi) \end{aligned} \right\} \text{ Respectivement le Long de : } L_{AB}, L_{BC}, L_{AC} \text{ et } L_{CD}$$

### **B.1.6. Travail des Forces Extérieures**

On distingue deux sortes de travaux a évalués les suivantes :

- travail des forces gravitaires des massifs ( ABC et ADC ) évalué par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} T_{ABC} &= W_{ABC} \times V_1 \times \cos(\mu - \varphi) \\ T_{ADC} &= W_{ADC} \times V_2 \times \cos(\beta + \varphi - \frac{\pi}{2}) \end{aligned}$$

Avec :

(  $\mu - \varphi$  ) Angle de projection de la force gravitaire ( $W_{ABC}$ ) a la direction de la vitesse (V1 )  
 (  $\beta + \varphi - \pi/2$  ) Angle de projection de la force gravitaire ( $W_{ADC}$ ) a la direction de la vitesse ( V2 )

On peut l'écrire aussi :

$$T_{ADC} = W_{ADC} \times V_2 \times \sin(\beta + \varphi)$$

- travail de la force extérieure exprimé par la relation :

$$T = \frac{P}{2} \times V_0 \times \cos(0)$$

### **B.1.7. Equation d'Equilibre**

En Egalisant le Taux du travail des Forces Extérieures au Taux de Dissipation des Energies Internes :

$$T - T_{ADC} - T_{ABC} = \sum E_i$$

A partir de l'équation précédente et par substitution on aboutit à une expression finale de la charge limite .

$$p.(\alpha, \mu, \beta) := \frac{2}{v_0} \cdot (T_{ABC}(\alpha, \mu) + T_{ADC}(\alpha, \mu, \beta)) + 2 \left[ l_{AB} \cdot \left( \frac{v_{01}(\mu)}{v_0} \right) + l_{BC}(\alpha, \mu) \cdot \left( \frac{v_1(\mu)}{v_0} \right) + l_{AC}(\alpha, \mu) \cdot \left( \frac{v_{12}(\alpha, \mu, \beta)}{v_0} \right) + l_{CD}(\alpha, \mu, \beta) \cdot \left( \frac{v_2(\alpha, \mu, \beta)}{v_0} \right) \right] \cdot C \cdot \cos(\phi)$$

## B.2. Model (2) en Bidimensionnel avec Surcharge

La Colonne du Sol Située au dessus de la Zone Active est plus <Lâche>, de Densité ( $\gamma_1$ ) différente a celle du Bouchon et de Hauteur ( $h_1$ ), elle ne Transmet pas de Chargement mais exerce une surcharge sur la partie basse voir Figure.(B.10) :

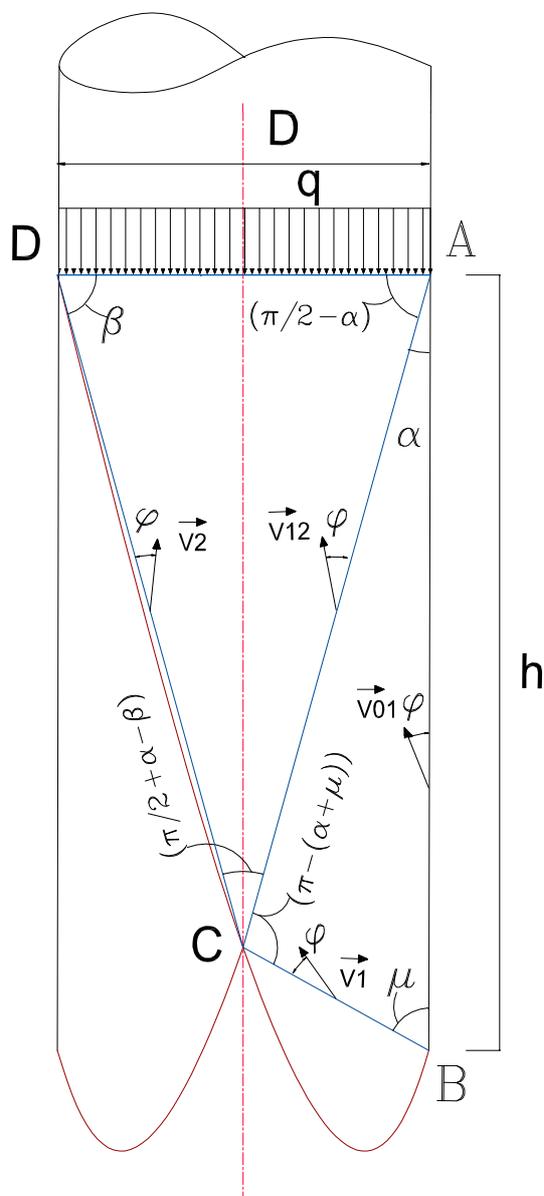


Fig.B10 : Mécanisme de Rupture du Second Model en Bidimensionnel avec surcharge ( pieu rugueux )

La Surcharge n'intervient que par le terme de son propre travail qui serait additionné dans l'équation d'Equilibre statique.

### **B.2.1. Travail des Forces Extérieures**

On a trois sortes de travaux à évaluer les suivants :

- le travail des Forces Gravitaires des Massifs qui reste identique au cas précédent (cas sans surcharge).
- le travail de la force extérieure agissante est aussi identique au cas précédent
- le travail dû à la surcharge :

Il est évalué à partir de l'expression suivante :

$$T_{Sur} = q.d.V_2 \cdot \cos\left(\beta + \varphi - \frac{\pi}{2}\right) \quad \text{avec} \quad q = \gamma_1 \times h_1$$

et  $(\beta + \varphi - \pi/2)$  l'Angle que fait la surcharge avec la vitesse ( $V_2$ )  
< diagramme des vitesses >

$$T_{Sur}(\alpha, \mu, \beta) = \gamma_1 \cdot h_1 \cdot d(\alpha, \mu) \cdot V_2(\alpha, \mu, \beta) \cdot \sin(\beta + \varphi)$$

#### **Remarque**

La Surcharge se Déplace de la même vitesse que celle du massif (ADC).

### **B.2.2. Equation d'Equilibre**

En Egalisant le taux du travail des forces extérieures au taux de dissipation des énergies internes

et par substitution on obtient comme expression finale de la charge limite :

$$p(\alpha, \mu, \beta) := \frac{2}{v_0} \cdot (T_{ABC}(\alpha, \mu) + T_{ADC}(\alpha, \mu, \beta) + T_{Sur}(\alpha, \mu, \beta)) + 2 \left[ l_{AB} \cdot \left( \frac{v_{01}(\mu)}{v_0} \right) + l_{BC}(\alpha, \mu) \cdot \left( \frac{v_1(\mu)}{v_0} \right) + l_{AC}(\alpha, \mu) \cdot \left( \frac{v_{12}(\alpha, \mu, \beta)}{v_0} \right) + l_{CD}(\alpha, \mu, \beta) \cdot \left( \frac{v_2(\alpha, \mu, \beta)}{v_0} \right) \right] \cdot C \cdot \cos(\phi)$$

### B.3. Model (2) en Tridimensionnel Sans Surcharge

#### B.3.1. Mécanismes de rupture ( selon coulomb )

Le Mécanisme de rupture pour le second model et dans le cas Tridimensionnel se diffère du cas Bidimensionnel ; au lieu d'avoir des lignes de ruptures on a des Surfaces de ruptures ainsi que le poids des massifs et leurs formes ,ce comportement est plus réaliste et présente une précision quant a l'évaluation de la charge limite.

Cette Forme Tridimensionnel représentée ci-dessous Figure.(B.11) résulte d'une rotation de la forme en plan autour d'un axe qui passe par le milieu du pieu.

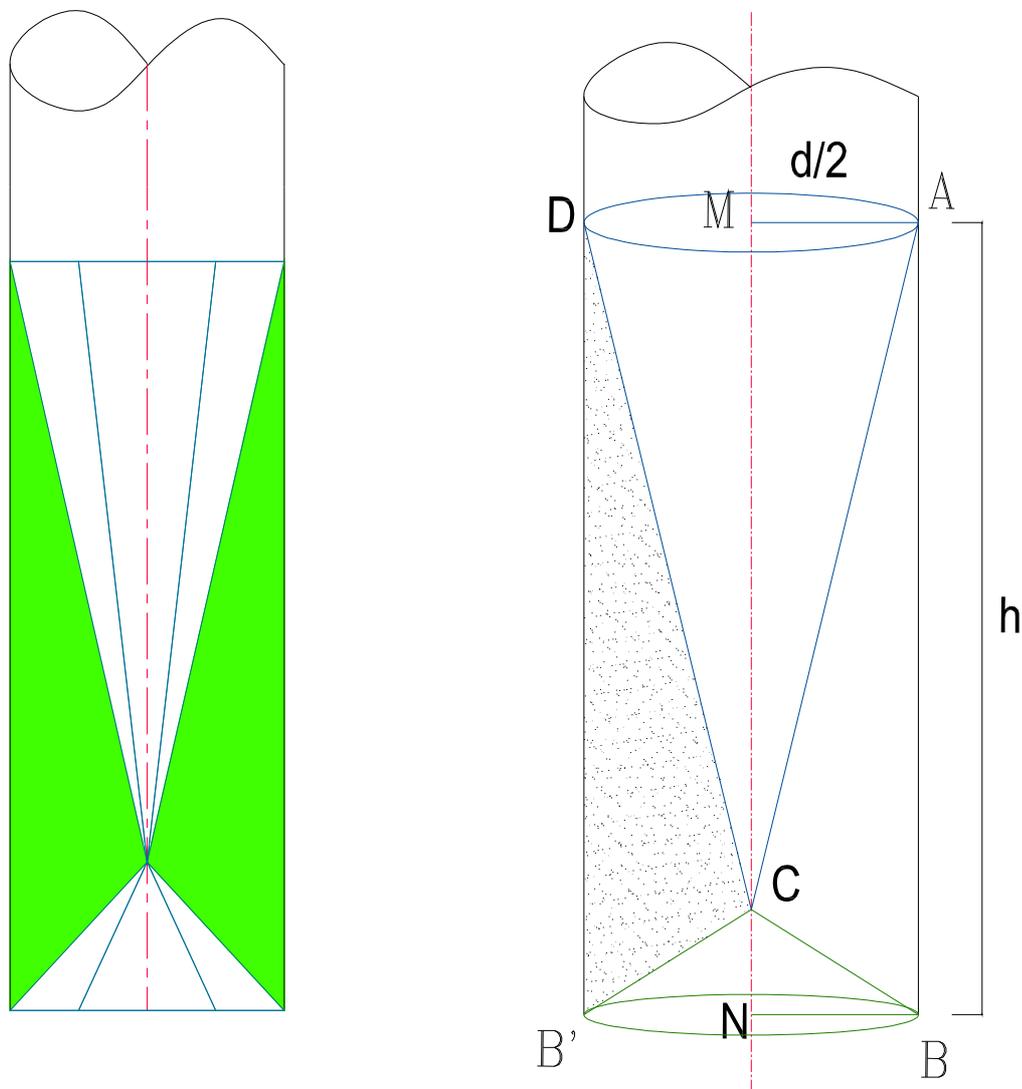


Fig.B.11. Mécanisme de rupture en Tridimensionnel des massifs ABC et ADC

### B.3.2. Vélocités

Les mêmes expressions que dans le cas bidimensionnel

$$\text{Vitesse relative pieu-sol} \quad V_{01}(\mu) = \frac{\sin(\mu - \varphi)}{\sin(\mu - 2\varphi)} \times V_0$$

$$\text{Vitesse relative des massifs 1 et 2} \quad V_{12}(\alpha, \mu, \beta) = -\frac{\cos(\mu + \beta) \cdot \sin(\varphi)}{\cos(\alpha - \beta - 2\varphi) \cdot \sin(\mu - 2\varphi)} \times V_0$$

$$\text{Vitesse du bloc 1} \quad V_1(\mu) = \frac{\sin(\varphi)}{\sin(\mu - 2\varphi)} \times V_0$$

$$\text{Vitesse du bloc 2} \quad V_2(\alpha, \mu, \beta) = \frac{\sin(\alpha + \mu - 2\varphi) \cdot \sin(\varphi)}{\cos(\alpha - \beta - 2\varphi) \cdot \sin(\mu - 2\varphi)} \times V_0$$

### B.3.3. Poids des Massifs

Du mécanisme tridimensionnel représenté Figure.(B.11) composé des formes géométriques simple d'où on peut extraire le volume de chaque massif séparément.

- Volume du massif ( ABC )

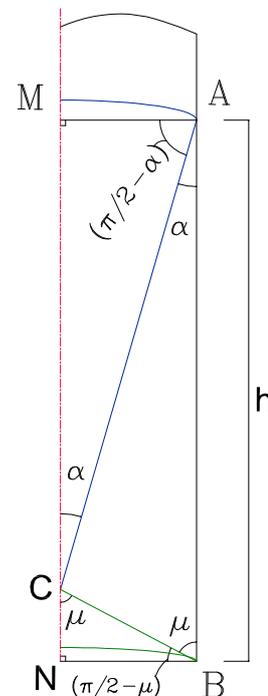
C'est un Volume formé par la rotation du massif ( ABC )  
autour d'un Axe de révolution limitant une forme composée  
Figure (B.11) est déterminé comme suit :

$$V_{ABC} = V_{CYL} - V_{CONE1} - V_{CONE2}$$

$$\text{avec} \left\{ \begin{array}{l} V_{CYL} = \pi \cdot R^2 \cdot h \\ V_{CONE1} = \pi \cdot R^2 \cdot \frac{CM}{3} \\ V_{CONE2} = \pi \cdot R^2 \cdot \frac{CN}{3} \end{array} \right.$$

On déduit :

$$V_{ABC} = \frac{\pi}{6} \cdot d^2 \cdot h$$



- Poids du massif ( ABC )

Évalué par l'expression suivante :

$$W_{ABC}(\alpha, \mu) = \frac{\pi}{6} \cdot \gamma \cdot d^2(\alpha, \mu) \cdot h$$

- Volume du massif ( ADC )

C'est un Volume formé par la rotation du massif ( ADC ) autour d'un Axe de révolution limitant un volume de Cone .

$$V_{ADC} = V_{CONE1}$$

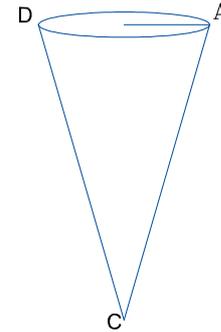
$$V_{CONE1} = \pi \cdot R^2 \cdot \frac{CM}{3}$$

Et avec

$$CM = \frac{\sin(\mu) \cdot \cos(\alpha)}{\sin(\alpha + \mu)} \cdot h$$

On obtient :

$$V_{ADC} = \frac{\pi}{12} \cdot d^2 \cdot h \cdot \left( \frac{\sin(\mu) \cos(\alpha)}{\sin(\alpha + \mu)} \right)$$

- Poids du massif ( ADC )

Déterminé par la relation :

$$W_{ADC}(\alpha, \mu) = \frac{\pi}{12} \cdot \gamma \cdot d^2(\alpha, \mu) \cdot h \cdot \left( \frac{\sin(\mu) \cos(\alpha)}{\sin(\alpha + \mu)} \right)$$

### B.3.4. Surfaces de Rupture

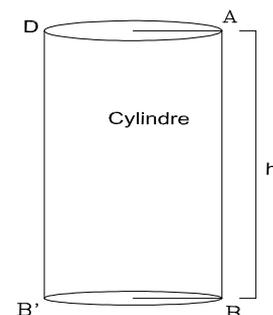
La Forme des Surfaces de rupture est le résultat d'une rotation des lignes de rupture ( cas bidimensionnel ) autour d'un Axe de révolution qui passe par le milieu du pieu.

- Surface de ( AB )

Surface décrite par la rotation de ( AB ) est la surface latérale d'un cylindre.

$$S_{AB}(\alpha, \mu) = \pi \cdot d(\alpha, \mu) \cdot h$$

avec **d** : diamètre du pieu  
**h** : hauteur du bouchon

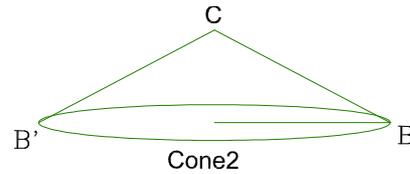


- Surface de ( BC )

Surface décrite par la rotation de ( BC ) est la surface latérale du cone2.

$$S_{BC}(\alpha, \mu) = \frac{\pi}{2} \cdot d(\alpha, \mu) \cdot BC$$

Avec 
$$BC = h \cdot \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\alpha + \mu)}$$



On obtient :

$$S_{BC}(\alpha, \mu) = \frac{\pi}{2} \cdot d(\alpha, \mu) \cdot h \cdot \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\alpha + \mu)}$$

- Surface de ( AC )

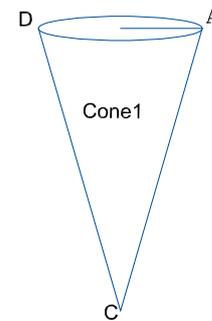
Surface décrite par la rotation de ( AC ) est la surface latérale du cone1 exprimée par la relation :

$$S_{AC}(\alpha, \mu) = \frac{\pi}{2} \cdot d(\alpha, \mu) \cdot AC$$

et avec 
$$AC = h \cdot \frac{\sin(\mu)}{\sin(\alpha + \mu)}$$

On obtient :

$$S_{AC}(\alpha, \mu) = \frac{\pi}{2} \cdot d(\alpha, \mu) \cdot h \cdot \frac{\sin(\mu)}{\sin(\alpha + \mu)}$$

- Surface de ( DC )

Surface décrite par la rotation de ( DC ) est la surface latérale du cone1

$$S_{CD}(\alpha, \mu) = \frac{\pi}{2} \cdot d(\alpha, \mu) \cdot CD$$

Et avec 
$$CD = h \cdot \frac{\sin(\mu) \cdot \cos(\alpha)}{\sin(\beta) \cdot \sin(\alpha + \mu)}$$

On obtient :

$$S_{CD}(\alpha, \mu) = \frac{\pi}{2} \cdot d(\alpha, \mu) \cdot h \cdot \frac{\sin(\mu) \cdot \cos(\alpha)}{\sin(\beta) \cdot \sin(\alpha + \mu)}$$

### **B.3.5. Energies Dissipés**

Les Dissipations d'énergies Interne due à la cohésion le long des Surfaces de rupture et de l'interface sol-pieu pour le cas du pieu rugueux ( $\delta \geq \varphi$ ) et pour un sol homogène ayant un coefficient de cohésion C sont données par les expressions suivantes :

$$\left. \begin{aligned} E_{AB} &= C \cdot S_{AB} \cdot V_{01} \cdot \cos(\varphi) \\ E_{BC} &= C \cdot S_{BC} \cdot V_1 \cdot \cos(\varphi) \\ E_{AC} &= C \cdot S_{AC} \cdot V_{12} \cdot \cos(\varphi) \\ E_{CD} &= C \cdot S_{CD} \cdot V_2 \cdot \cos(\varphi) \end{aligned} \right\} \text{ Respectivement le Long de : } S_{AB}, S_{BC}, S_{AC} \text{ et } S_{CD}$$

### B.3.6. Travail des Forces Extérieures

Pour ce cas on a deux sortes de travaux a déterminé :

- travail des forces gravitaires des massifs ( ABC et ADC )

$$T_{ABC}(\alpha, \mu) = W_{ABC}(\alpha, \mu) \times V_1(\mu) \times \cos(\mu - \varphi)$$

$$T_{ADC}(\alpha, \mu, \beta) = W_{ADC}(\alpha, \mu) \times V_2(\alpha, \mu, \beta) \times \cos(\beta + \varphi - \frac{\pi}{2})$$

on aura pour expression finale :

$$T_{ADC}(\alpha, \mu, \beta) = W_{ADC}(\alpha, \mu) \times V_2(\alpha, \mu, \beta) \times \sin(\beta + \varphi)$$

avec (  $\mu - \varphi$  ) Angle de projection de la force gravitaire (Wabc) a la direction de la vitesse (V1 )

(  $\beta + \varphi - \pi/2$  ) Angle de projection de la force gravitaire (Wadc) a la direction de la vitesse

( V2 )

- travail de la force extérieure :

C'est le travail de la force agissante, il est évalué par la relation suivante

$$T = P \times V_0 \times \cos(0)$$

### B.3.7. Equation d'Equilibre

En Egalisant le Taux du travail des Forces Extérieures au Taux de Dissipation des Energies Internes :

$$T - T_{ABC} - T_{ADC} = \sum E_i$$

Et Par substitution on obtient la formulation de la Charge Limite pour le cas Tridimensionnel sans Surcharge:

$$p.(\alpha, \mu, \beta) := \frac{1}{v_0} \cdot (T_{ABC}(\alpha, \mu) + T_{ADC}(\alpha, \mu, \beta)) + \left[ \begin{aligned} &S_{AB}(\alpha, \mu) \cdot \left( \frac{v_{01}(\mu)}{v_0} \right) + S_{AC}(\alpha, \mu) \cdot \left( \frac{v_{12}(\alpha, \mu, \beta)}{v_0} \right) + \\ &S_{BC}(\alpha, \mu) \cdot \left( \frac{v_1(\mu)}{v_0} \right) + S_{CD}(\alpha, \mu, \beta) \cdot \left( \frac{v_2(\alpha, \mu, \beta)}{v_0} \right) \end{aligned} \right] \cdot C \cdot \cos(\varphi)$$

## **B.4. Model (2) en Tridimensionnel avec Surcharge**

Le même principe que dans le cas Bidimensionnel, sachant que la colonne de sable occupant le vide pour une hauteur ( $h_1$ ) ayant la forme presque cylindrique et de Densité ( $\gamma_1$ ).

- volume du massif Surcharge

$$V_{Sur} = \pi \cdot \frac{d^2}{4} \cdot h_1 \quad \text{avec } h_1 : \text{ hauteur de la surcharge}$$

- poids du massif Surcharge

$$W_{Sur}(\alpha, \mu) = \frac{\pi}{4} \cdot \gamma_1 \cdot d^2(\alpha, \mu) \cdot h_1$$

### **B.4.1. Travail des Forces Extérieures**

- le travail des Forces Gravitaires des Massifs et celui de la force extérieure reste les mêmes ( cas Précédent sans surcharge ).

- Travail due a la Surcharge

Il est déterminé par la relation suivante :

$$T_{SUR}(\alpha, \mu, \beta) = W_{SUR}(\alpha, \mu, \beta) \cdot V_2(\alpha, \mu, \beta) \cdot \sin(\beta + \varphi)$$

#### **Remarque**

La Surcharge se Déplace avec la même vitesse du massif ( ADC ).

### **B.4.2. Equation d'Equilibre**

En Egalisant le Taux du travail des Forces Extérieures au Taux de Dissipation des Energies Internes :

$$T - T_{ABC} - T_{ADC} - T_{SUR} = \sum E_i$$

Par substitution on obtient la formulation de la Charge Limite pour le cas Tridimensionnel avec Surcharge:

$$p \cdot (\alpha, \mu, \beta) := \frac{1}{v_0} \cdot (T_{ABC}(\alpha, \mu) + T_{ADC}(\alpha, \mu, \beta) + T_{SUR}(\alpha, \mu, \beta)) + \left[ S_{AB}(\alpha, \mu) \cdot \left( \frac{v_{01}(\mu)}{v_0} \right) + S_{AC}(\alpha, \mu) \cdot \left( \frac{v_{12}(\alpha, \mu, \beta)}{v_0} \right) + \left[ S_{BC}(\alpha, \mu) \cdot \left( \frac{v_1(\mu)}{v_0} \right) + S_{CD}(\alpha, \mu, \beta) \cdot \left( \frac{v_2(\alpha, \mu, \beta)}{v_0} \right) \right] \right] \cdot C \cdot \cos(\phi)$$