

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université 8 Mai 1945 – Guelma
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département d'Electronique et Télécommunications

661



**Mémoire de Fin d'Etude
pour l'obtention du Diplôme de Master Académique**

Domaine : Sciences et Techniques
Filière : Télécommunications
Spécialité : Systèmes de Télécommunications

Thème :

**Synthèse d'un filtre biréfringent à gabarit prédéfini par
la méthode de Harris**

Présenté par :

AYAD Soulef
AYAB Hana

Sous la direction de :

Dr. HAMDY Rachid

JUIN 2011



Remerciements

M. Hamdi Rachid



Au terme de ce mémoire, nous tenons à remercier en premier lieu notre Dieu Allah le Miséricordieux, qui nous a donné la force, la volonté et le courage tout au long de l'élaboration de ce travail.

*Nos chaleureux remerciements et nos profondes gratitude vont à notre encadreur **Dr.HAMDI Rachid** qui nous a orienté vers la bonne voie avec ses remarques pertinentes, et qui nous a fait l'honneur de présider notre jury.*

Nous tenons à remercier également les membres du jury qu'ils trouvent ici l'expression de notre reconnaissance et notre profond respect.

*Nos sincères remerciements s'adressent à **Mr.HALASSI A.Rezzak** qui nous a fait l'honneur d'examiner et d'accorder son attention à ce travail et nous a constamment aidé par ses précieux conseils.*

Nos vifs remerciements à tous les professeurs de notre département d'électronique et télécommunications qui ont contribué à notre formation du premier cycle d'étude jusqu'à la fin de notre cycle universitaire.

*Nous tenons à remercier également **Mme Linda KHALFALLAOUI**, responsable du centre de calcul de notre département pour son aide et ses aimables conseils et encouragements.*

Enfin, nous adressons nos remerciements à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce modeste travail.

Dédicaces

Je rends grâce à dieu de m'avoir donné le courage et la volonté ainsi que la conscience d'avoir pu terminer mes études.

Je dédie ce modeste travail :

- ✓ *A Ma très chère mère, mon très cher père, mon cher frère et sœurs
Et toute ma famille AYAD.*
- ✓ *à notre encadreur Dr .HAMDI Rachid*
- ✓ *A tous mes amis que j'ai connu pendant ma vie universitaire et scolaire surtout les promotions : Master 2 système de télécommunication.*
- ✓ *A mon binôme: AYAB Hana qui a partagé avec moi ce travail*
- ✓ *A mes très chers amis: Zaineb, Khaoula ,Afaf ,Cherifa et Manal*
- ✓ *A tous ceux qui m'ont aidé durant ma vie universitaire
Surtout Abd elamine KOUADRIA et Fouade FRAHIA dans la coté informatique.*

AYAD Soulef

Dédicaces

*La vie n'est qu'un éclair,
Et un jour de réussite est un jour très cher*

A mes parents

Aucun hommage ne pourrait être à la hauteur de l'amour

Et de l'affection dont ils ne cessent de nous combler

Qu'ils trouvent dans ce travail un modeste

Témoignage de mon profond amour

Que dieu leur procure bonne santé et longue vie.

A ma chère sœur Afaf

A tous mes chers frères

En leur souhaitant tous la réussite et le bonheur

A tous mes amis de près ou de loin... Que Dieu leur garde

A tous mes collègues que j'ai connu pendant ma vie universitaire et

scolaire surtout la promotion : Master 2 système de

télécommunication.

AYAB Hana

Table des matières

Introduction générale	1
Chapitre I : Le multiplexage en longueur d'onde WDM	2
I. Introduction	4
II. Le multiplexage WDM (Wave Division Multiplexing)	5
II.1. Le principe	5
II.2. Types de multiplexages	6
II.3. Techniquement comment cela est mis en place ?	7
III. Rôle des filtres optiques dans les systèmes de transmission WDM	8
III.1. Le support de transmission.....	8
III.1.1. Présentation générale des fibres	8
III.2. Les diodes laser.....	9
III.3. Le routage dans le réseau optique	10
III.3.1. Les multiplexeurs à insertion/extraction optique ROADM	10
III.3.2. Les circulateurs optiques.....	11
III.3.3. Les filtres à base de réseaux de Bragg	12
III.4. Les multiplexeurs/démultiplexeurs optiques	12
III.4.1. Principe	13
III.4.2. Les différents types de multiplexage en longueur d'onde	14
III.4.2.1. Multiplexage à filtre optique	14
III.4.2.2. Utilisation de ces deux types de filtres.....	15
III.4.2.3. Multiplexage à coupleurs sélectif	16
III.4.2.4. Multiplexage à réseau de diffraction	17
III. 5. Les amplificateurs	18
IV. Conclusion du chapitre II	19

Chapitre II : Les filtres optiques.....	20
I. Introduction	21
II. Les filtres optiques	21
II.1 Les différents types des filtres optiques	21
II.1.1 Filtre de Fabry Pérot	23
II.1.1.1. Interféromètre de Fabry Pérot	23
II.1.1.2. Principe de fonctionnement du Fabry – Pérot	24
II.1.1.3. Transmission en fonction de la longueur d'onde	26
II.1.1.4. Les différents types de filtres Fabry-Pérot	26
II.1.2. Filtre dichroïque	27
II.1.3. Le Filtre à base de réseaux de Bragg	27
II.1.4. Les filtres acousto-optiques	29
II.1.4.1. Principe de fonctionnement	30
II.1.5. les Filtres biréfringents	31
II.1.5.1 Polarisation et Biréfringence	32
II.1.5.1.1. La biréfringence	32
II.1.5.1.1.1. Description des milieux biréfringents	33
a. Milieux uniaxes	33
b. Milieux biaxes	34
II.1.5.2. L'anisotropie.....	34
II.1.5.3. La polarisation	34
II.1.5.3.1. Explication du phénomène	34
II.1.5.3.2. Polariseur	38
II.1.5.3.3. Lame à retard	39
II.1.5.3.4.1. Types de lames à retard	40
II.1.5.3.4.1.1. Lame demi-onde	41
II.1.5.3.4.1.2. Lame quart d'onde	41
II.1.5.4. Modèle mathématique	43
II.1.5.4.1. Formalisme de Jones	43
II.1.5.4.2. Vecteur de Jones	44
II.1.5.4.3. Matrice de Jones	46
II.1.5.5 Filtre biréfringent de LYOT	47
II.1.5.6 Filtre biréfringent de ŠOLC.....	50
III .Conclusion du chapitre II.....	52

Chapitre III : Synthèse d'un filtre à gabarit prédéfini par la méthode de Haris.....	53
I. Introduction	54
II. Structure générale du filtre biréfringent	54
III. Réponse impulsionnelle d'une série de lames biréfringentes	55
III.1. Réponse impulsionnelle d'une seule lame	55
III.2. Réponse impulsionnelle de plusieurs lames	56
III.3. Spécification de la réponse désirée	58
IV. Synthèse d'un filtre biréfringent à gabarit prédéfini par la méthode de Harris	60
IV.1. Notations	61
IV.2. Détermination de la composante orthogonale bloquée $D(w)$	62
IV.3. Détermination des Angles d'orientation des différents étages	63
V. Résumé de la méthode de synthèse	68
VI. Nombre de réseaux possibles	69
VII. Exemple d'une fonction symétrique paire	71
VIII. Conclusion du chapitre III	79
Chapitre IV : Résultat de simulation.....	80
I. Introduction	81
II. Résultats pour une Fonction symétrique paire	82
II.1. fonction triangulaire à valeur moyenne nulle	82
II.2) fonction triangulaire à valeur moyenne non nulle	89
II.3) Fonction rectangulaire à valeur moyenne nulle	96
II.4) Fonction rectangulaire à valeur moyenne non nulle.....	103
III. Fonction symétrique impaire.....	109
Conclusion générale.....	110
Annexes	111
Table des figures et des tableaux.....	118
Table des abréviations.....	120
Références bibliographiques	121

Introduction générale

La demande de plus en plus importante d'accroissement des capacités des réseaux de transmission de données, due par exemple à l'avènement du protocole de communication INTERNET, a fait rapidement naître un besoin important en composants devant permettre la transmission rapide de l'information sous différentes formes (*voix, image, son, etc...*).

Ces nouveaux composants doivent répondre aujourd'hui à une double contrainte qui est, d'une part, pouvoir être facilement intégrables dans des réseaux existants à base de fibres optiques et, d'autre part, être compatibles avec les nouvelles techniques de transmission comme le multiplexage-démultiplexage en longueurs d'onde, nommé WDM (*en anglais : « Wavelength Division Multiplexing »*), la bande passante quasi illimitée, portées mégamétriques et fiabilité de la qualité de la transmission sont les principaux atouts de cette technologie optique.

Ce type de transmission permet d'injecter simultanément, dans la même fibre optique, plusieurs trains de signaux numériques de longueur d'onde distincte, à la même vitesse de modulation.

Cependant, les techniques de transmission WDM nécessitent encore certaines opérations comme l'amplification, le brassage, le multiplexage, le filtrage, et la conversion de signaux optiques en électriques, et inversement.

L'explosion de la demande de capacité, et ce en raison de multiples applications disponibles influe l'architecture du réseau et entraîne la complexité des systèmes.

Face à cette situation la fonction de filtrage s'avère d'une importance capitale pour pouvoir garantir à chaque utilisateur du réseau les services et la qualité qu'il désire indépendamment des autres.

Le but de ce travail est de présenter une étude détaillée d'une méthode de synthèse permettant de réaliser, à partir d'un empilement de cristaux biréfringents, un filtre optique ayant une fonction de transfert symétrique « paire et impaire » et qui pourra répondre à un besoin particulier.

Cette méthode est basée sur l'approche temporelle et consiste à utiliser les angles d'orientation des différents cristaux afin de contrôler la réponse impulsionnelle du filtre.

Le mémoire est organisé en quatre chapitres :

- Un premier chapitre intitulé « **Le multiplexage en longueur d'onde WDM** ». Nous y décrivons le principe du système de télécommunication WDM (Multiplexage en longueur d'onde) ainsi que son architecture
- Un deuxième chapitre consacré aux **filtres optiques**. Nous commençons par donner les différents types de filtres optiques, ensuite nous ferons un rappel sur les phénomènes physiques clés qui régissent la technique de filtrage optique en exposant le modèle mathématique et physique pour les éléments biréfringents qui constituent le filtre.
Après, nous analysons les deux configurations de base de cette famille de filtres, à savoir la configuration de Lyot et celle de Šolc.
- Un troisième chapitre intitulé « **Synthèse d'un filtre à gabarit prédéfini** », nous y présentons une étude détaillée de la méthode de synthèse basée sur l'analyse temporelle, au sens traitement du signal, de la réponse impulsionnelle des filtres biréfringents permettant de réaliser des fonctions de transfert symétrique (filtres à gabarit prédéfini).
- Un quatrième chapitre qui expose les **résultats de simulation**. On se propose de synthétiser, par la méthode de synthèse décrite dans le chapitre précédent, des filtres optiques biréfringents qui ont une fonction de transfert symétrique paire et impaire.

Chapitre I

*Le multiplexage en longueur
d'onde WDM*

I.Introduction :

La croissance spectaculaire du trafic Internet et l'augmentation de la demande de transmission de donnée, obligent les opérateurs de réseau à augmenter toujours plus la capacité de transmission de leurs réseaux terrestres en fibre. On prévoit que ces réseaux devront sous peu offrir des capacités de plusieurs téraoctets sur une seule fibre. En complément à l'utilisation du multiplexage en longueur d'onde (WDM) [1], les capacités de transmission devront être augmentées en utilisant le plus fort débit par canal de longueur d'onde possible.

Le multiplexage en longueur d'onde en général repose sur l'envoi d'ondes lumineuses multiples (fréquences) dans une même fibre optique [2].

La figure ci-dessous décrit l'architecture de base et le fonctionnement d'un réseau WDM. Ce réseau se compose de **nœuds d'extrémité**, de **nœuds de commutation** et de **liaisons par fibres optiques**.

Les **nœuds d'extrémité** « c'est Emetteur ainsi que le récepteur », l'émetteur est un dispositif qui a pour rôle de convertir le signal électrique en signal optique. On peut préciser que la diode laser est la source la mieux adaptée pour les télécommunications optique car elle permet d'avoir une meilleur efficacité de couplage optique avec la fibre monomode, et dans l'autre coté on trouve le récepteur optique qui fait l'inverse de l'émetteur [8].

Les **nœuds de commutation** se composent de multiplexeurs et de démultiplexeurs à insertion-extraction ou ROADM (ROADM pour Reconfigurable Optical add –drop multiplexer), ainsi les routeurs (OXC pour Optical Cross Connect) ou répartiteurs /brasseurs.

Sur la **liaison par fibre optique** on trouve les composants suivants:

- Les multiplexeurs servent à regrouper les signaux de longueurs d'onde différentes alors que les démultiplexeurs séparent ces mêmes signaux.
- Aussi, le signal sera affaibli après passage par chaque section de câble, il faut donc utiliser un amplificateur EDFA pour amplifier ce signal [7].
- La fibre optique monomode : c'est la ligne de transmission du système, préférée à celle de la fibre multimode car elle a une bande passante pratiquement infinie (en théorie) et une dispersion intermodale nulle.
- La DCF (dispersion compensating fiber) : qui est une fibre dont le rôle est d'annuler la dispersion chromatique qui provient de la variation de l'indice de réfraction et la vitesse de groupe du signal transmis avec la longueur d'onde du signal lors de la propagation du signal dans la fibre monomode [10].

On voit que dans les différents composants précédents comme les diodes laser, ROADM, MUX, récepteur optique, on a besoin aussi de filtres optiques pour laisser passer une certaine longueur d'onde et éliminer d'autres.

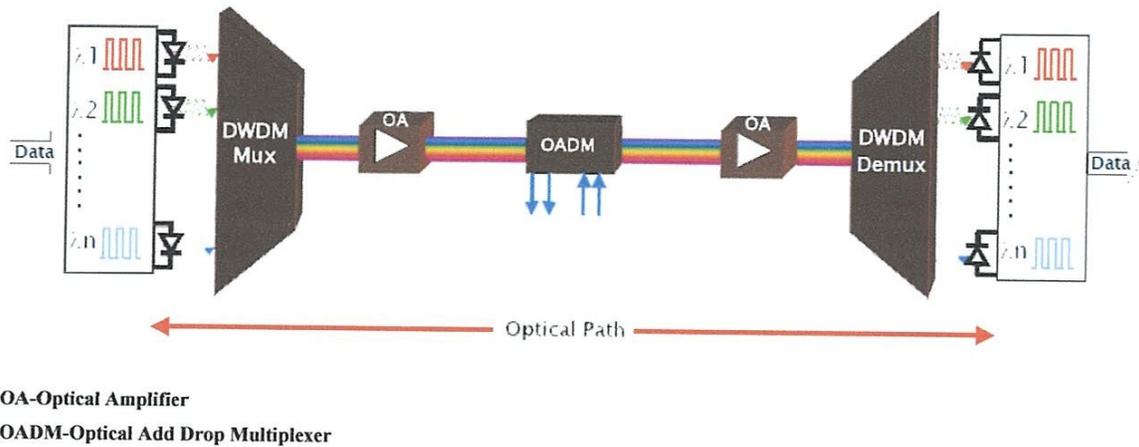


Figure I.1 : Architecture de base de WDM

II. Le multiplexage WDM (Wavelength Division Multiplexing) :

II.1. Le principe :

Le multiplexage en longueur d'onde (Wavelength Division Multiplexing en anglais) est une technique utilisée en transmissions optiques qui permet de faire passer plusieurs ondes de longueur d'onde différentes sur une seule fibre optique. On multiplexe ainsi plusieurs signaux optiques sur une seule fibre, en sortie on sépare les différentes ondes au moyen d'un démultiplexeur (DEMUX) [3].

Pour pouvoir multiplexer les n sources, il faut préalablement changer leurs longueurs d'ondes en utilisant des transpondeurs.

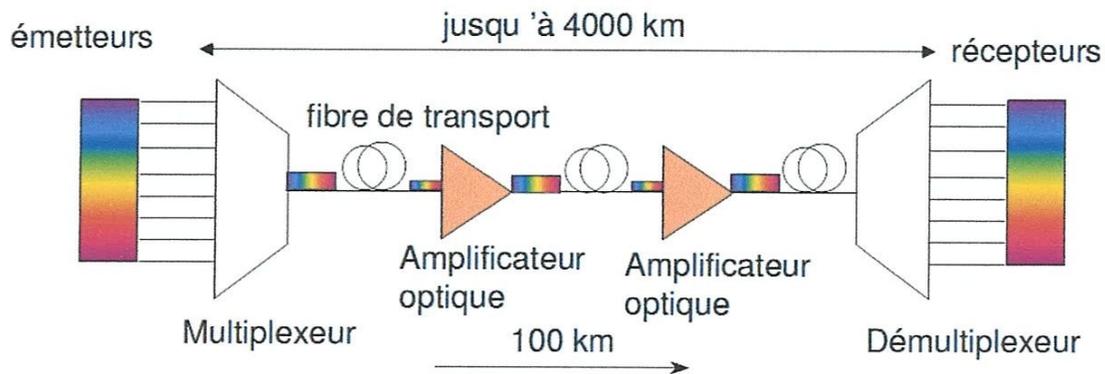


Figure I.2: Principe du multiplexage en longueur d'onde

II.2. Types de multiplexages :

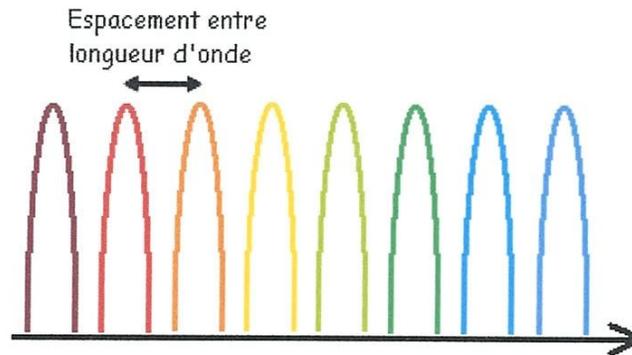


Figure I.3: Différentes longueurs d'onde

Lorsque l'espacement entre les longueurs d'onde (entre deux couleurs successives) est de 20nm, on parle de Coarse WDM (CWDM). L'avantage du CWDM est son coût. En effet, grâce à l'important espacement laissé à chaque canal, on n'est pas obligé de régler en température le laser d'émission [4].

Par contre, on est limité à 7 canaux, non amplifiés (moins cher) donc sur 120 km maximum, et à cause de logique bas coût des sources laser, il n'y a pas de source 10Gbps disponible. [6]

Pour un espacement plus faible (donc plus de longueurs d'onde simultanément en propagation), on parle de WDM voire Dense WDM (DWDM, plus de 32 longueurs d'onde) et même Ultra Dense WDM (UDWDM). Les systèmes DWDM commerciaux espacent les

longueurs d'onde d'environ 0.8 nm (100 GHz), 0.4 nm (50GHz) voire même 0.1 nm (12.5GHz). Il est ainsi possible de combiner 160 longueurs d'onde optiques et plus.

II.3. Techniquement comment cela est mis en place ?

Le but de cette technique est donc d'envoyer plusieurs longueurs d'ondes (couleurs) différente dans une même fibre. L'intérêt est de pouvoir envoyer plusieurs informations en même temps sur une même fibre [5].

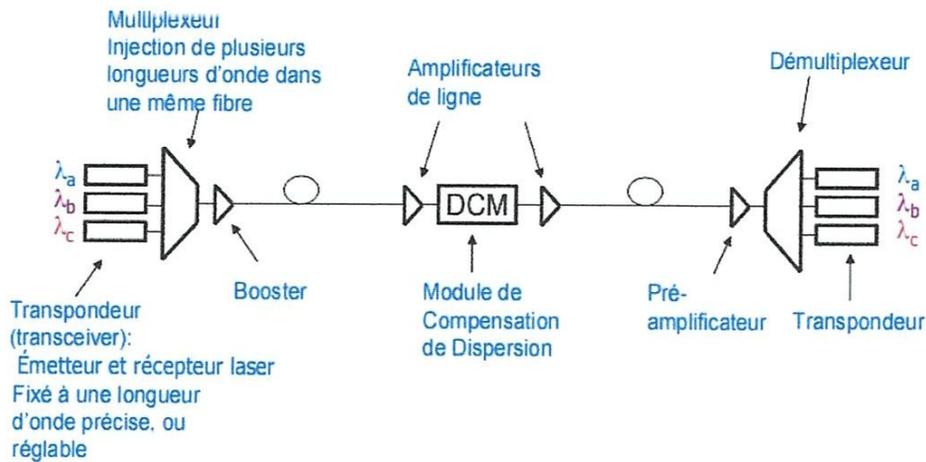


Figure I.4 : Ligne de transmission multiplexé en longueur d'onde

Sur ce schéma nous pouvons voir le principe d'une transmission multiplexée en longueur d'onde. A gauche, trois longueurs d'onde (venant de trois sources différentes) sont injectées à l'entrée d'un multiplexeur. A droite, le système inverse est placé pour séparer les différentes longueurs d'onde et son séparées vers trois fibres. Le module central de compensation de dispersion est très important. En effet, toutes les longueurs d'ondes (couleurs) ne se propagent pas à la même vitesse. Il faut donc resynchroniser toutes ces « couleurs » régulièrement avant que cela ne soit trop tard [5].

III. Les filtres optiques dans les systèmes de transmission WDM

Les filtres optiques jouent un rôle important dans les systèmes de transmission WDM. On les trouve dans la plupart des dispositifs optiques tels que le long de la fibre de ligne, les multiplexeurs, les démultiplexeurs les émetteurs, les récepteurs, etc.

III.1. Le support de transmission :

Comment parler des systèmes de communication optique sans présenter ce qui constitue le support de ces communications, et ce qui a permis l'essor de cette technologie, à savoir la fibre optique. Comparativement aux autres supports de transmission existants, la fibre optique présente de nombreux avantages qui justifient son introduction dans les systèmes de transmission.

Ces avantages sont, tout d'abord, des avantages en termes de performances, avec une bande passante optique très grande, n'ayant aucune commune mesure avec les bandes passantes des supports électriques classiques. De plus, l'atténuation due au support de communication s'avère très faible, ce qui permet de couvrir des distances plus grandes sans nécessité d'installer des répartiteurs.

La fibre optique présente également des avantages de sécurité électrique et électromagnétique.

Elle permet une isolation totale entre les terminaux ainsi qu'une utilisation en milieu à fortes contraintes. La fibre optique est donc insensible aux parasites électromagnétiques, et n'en créant pas elle-même, elle assure ainsi une inviolabilité presque totale.

Enfin, les facilités de mise en oeuvre qu'elle présente, à la fois par sa petite taille, sa grande souplesse et son faible poids, combinés à un coût raisonnable, lui confère un avantage économique sur les autres supports de transmission.

III.1.1. Présentation générale des fibres optiques :

Le principe de guidage de la lumière dans une fibre optique repose sur une suite de réflexions entre deux milieux d'indices de réfraction différents : une partie centrale appelée coeur et une gaine périphérique, d'indice sensiblement inférieur. Après injection dans le coeur de la fibre, la lumière est ainsi confinée et peut se propager sur de longues distances. La plupart des fibres sont fabriquées à partir de silice, matériau abondant et bon marché.

Il existe deux types de fibres optiques. La première est la fibre multimode (ou MMF pour Multimode Fiber). Elle est généralement utilisée pour de courtes distances (réseaux locaux ne

s'étendant pas sur plus de deux kilomètres). Il y a deux principaux types de fibres multimodes, fibre à saut d'indice et à gradient d'indice.

La fibre à saut d'indice, la plus classique, provoque une grande dispersion des signaux la traversant, générant une déformation du signal reçu.

La fibre à gradient d'indice apporte deux améliorations à la fibre à saut d'indice : le cœur est deux à quatre fois plus petit, et il est constitué de couches successives pour permettre de mieux guider le rayon lumineux et ainsi réduire la déformation du signal.

Le second type de fibre optique est la fibre monomode (ou SMF pour Single Mode Fiber), Son cœur extrêmement fin (entre 8 et 10 μm) fait que le chemin de propagation des différents modes est pratiquement direct (Figure I.5). La dispersion modale devient quasiment nulle.

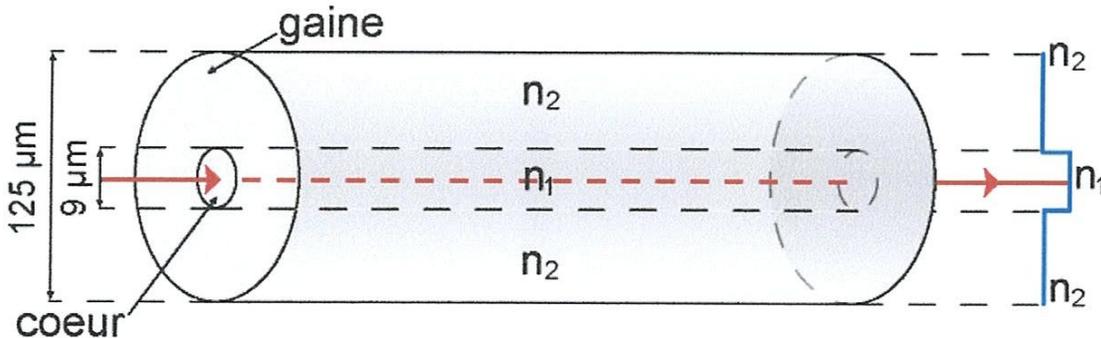


Figure I.5 : Profil d'une fibre monomode à saut d'indice

L'atténuation en dB/km de ce type de fibres est moins importante que dans les fibres multimodes. La transmission des données est assurée par des lasers optiques émettant des longueurs d'onde lumineuse de 1300 à 1550 nm.

Les fibres monomodes les plus récentes sont compatibles avec la technologie de multiplexage dense en longueur d'onde (DWDM). Ces fibres sont utilisées pour les liaisons à longue portée dont elles peuvent soutenir les hauts débits sur des distances très grandes.

III.2. Les diodes laser:

Il existe également plusieurs types de laser et d'après ce dernier on trouve des lasers à cavité étendue. Dans le cas des composants à émission verticale (VCSEL), la méthode la plus utilisée pour augmenter la plage d'accordabilité consiste à changer la longueur de la cavité

résonante. Par exemple, on monte un des miroirs de la cavité sur un système micro électromécanique ou MEMS (pour *Micro Electro- Mechanical System*).

Lorsque l'on fait varier la tension appliquée au MEMS, ce dernier rapproche ou éloigne le miroir qu'il supporte, faisant ainsi varier la longueur d'onde émise.

Pour les lasers à cavité étendue émettant par la tranche, ils sont placés dans une cavité externe, comprenant un système **réfléchissant filtrant** (combinaison d'un miroir et d'un **filtre**, ou réseau, etc).

L'accordabilité est réalisée grâce à un contrôle mécanique de la cavité extérieure.

III.3. Le routage dans le réseau optique :

Le routage optique n'est plus dans ce cas rendu nécessaire par l'utilisation d'une application exigeant un lien fiable et à grande bande passante à la demande, mais par le besoin de gérer au plus juste les ressources du réseau.

III.3.1. Les multiplexeurs à insertion/extraction optique ROADM :

Le WDM permet, sur une même fibre, l'acheminement de flux numérique dans des canaux optiques ayant des longueurs d'onde différentes. Pour extraire une ou plusieurs longueurs d'ondes sans couper la totalité de la fibre, un multiplexeur optique à insertion extraction (MOIE) est utilisé (en anglais OADM, pour optical add/drop multiplexer).

Le schéma ci-dessous symbolise l'opération [9].

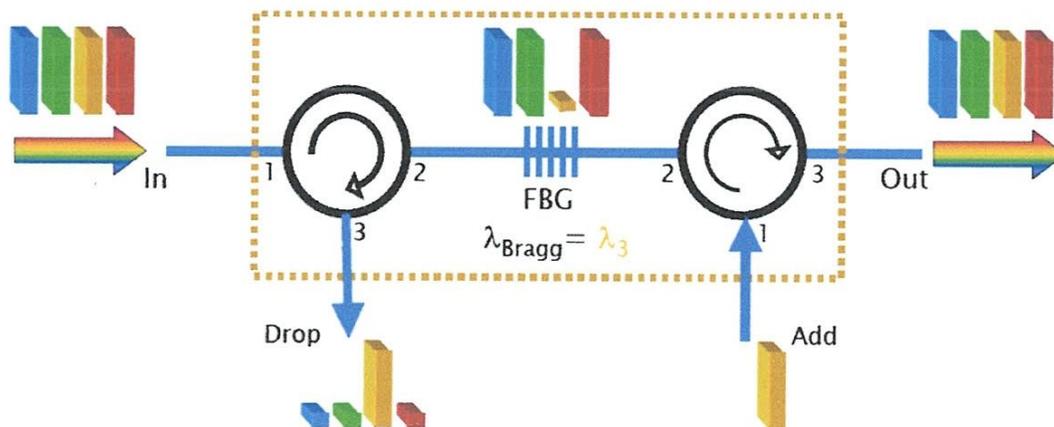


Figure I.6 : les OADM à réseaux de Bragg ajustable

Une des réalisations de ces OADM repose sur l'utilisation combinée de deux technologies: la circulation optique et les réseaux de Bragg.

III.3.2. Les circulateurs optiques :

Contrairement à ce que laisse penser le schéma, les circulateurs ne sont pas circulaires et sont commercialisés "hors OADM" sous forme de petits cylindres.

Un circulateur optique impose au signal un sens de circulation et oblige un signal à sortir par la "porte" qui suit immédiatement celle par où il est entré. Des modèles à 3 ou 4 ports sont couramment commercialisés.



Figure I.7 : Les circulateurs optiques

Les circulateurs sont fabriqués en utilisant des interféromètres de Mach-Zender reposant sur une technologie opto-magnétique .

III.3.3. Les filtres à base de réseaux de Bragg :

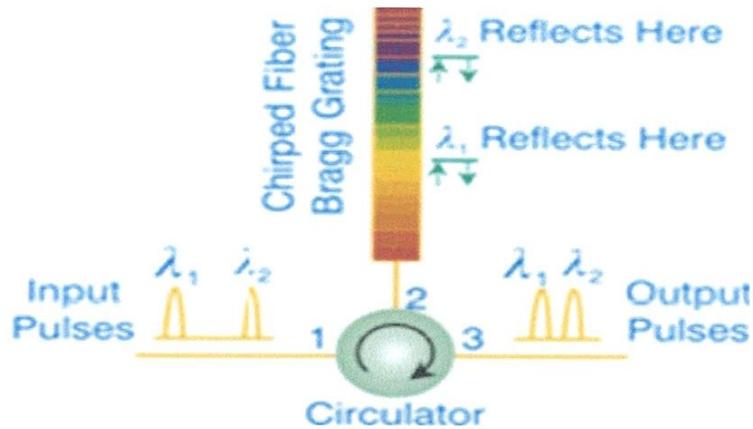


Figure I.8 : Les OADM à réseaux de Bragg

Les filtres à réseaux de Bragg ont pour fonction de réfracter une ou plusieurs longueurs d'onde d'un signal lumineux. Aujourd'hui des réseaux de Bragg ajustables (utilisation de la technologie opto-magnétique encore) sont à disposition, ce qui permet de construire des ROADM (Reconfigurable OADM).

III.4. Les multiplexeurs/démultiplexeurs optiques :

A l'heure actuelle, le besoin en bande passante est une réalité effective. Mais poser une fibre a un coût non négligeable et on ne peut pas se permettre de poser plusieurs fibres pour augmenter la quantité d'informations transportables. Il est donc nécessaire de faire en sorte d'exploiter au maximum les fibres existantes déjà installées.

D'où l'idée du multiplexage : transmettre plusieurs signaux simultanément dans la même fibre (regroupement des différentes longueurs d'onde) et dans l'autre côté on trouve le démultiplexeur pour séparer ces longueurs d'ondes.

III.4.1.Principe :

Disposant des sources $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n$ émettant à des longueurs d'ondes différentes, on a la possibilité de les coupler à une même fibre optique. A l'autre extrémité de la fibre, les signaux $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n$ seront séparés spatialement vers des détecteurs différents.

Le composant d'entrée devra introduire dans la fibre avec le minimum de pertes possible, les signaux issus de sources différentes: c'est un multiplexeur. Le composant effectuant l'opération symétrique est un démultiplexeur.

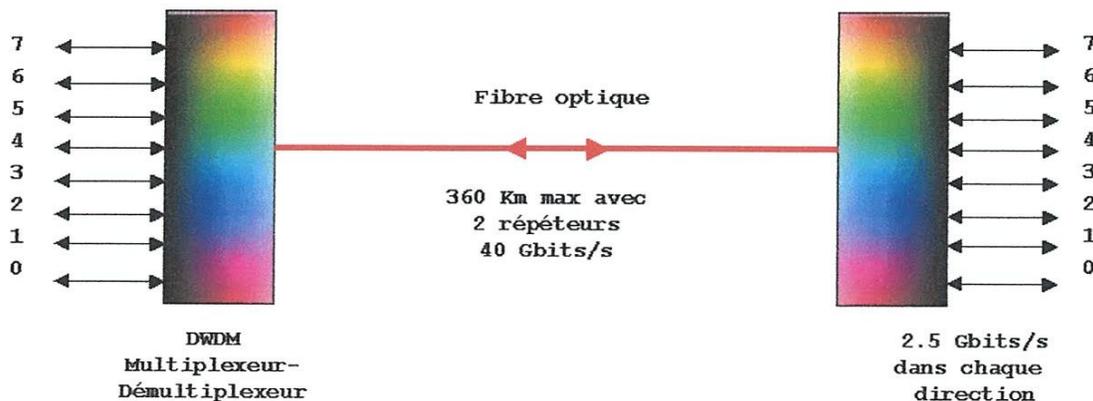


Figure I.9 : Multiplexage/démultiplexage optique

On peut remplacer ces composants par un coupleur optique qui fait le même travail de MUX mais à la sortie d'un seul canal on trouve les différentes longueurs d'ondes, mais on utilise un filtre pour éliminer les longueurs d'ondes qu'on n'a pas besoin d'eux.

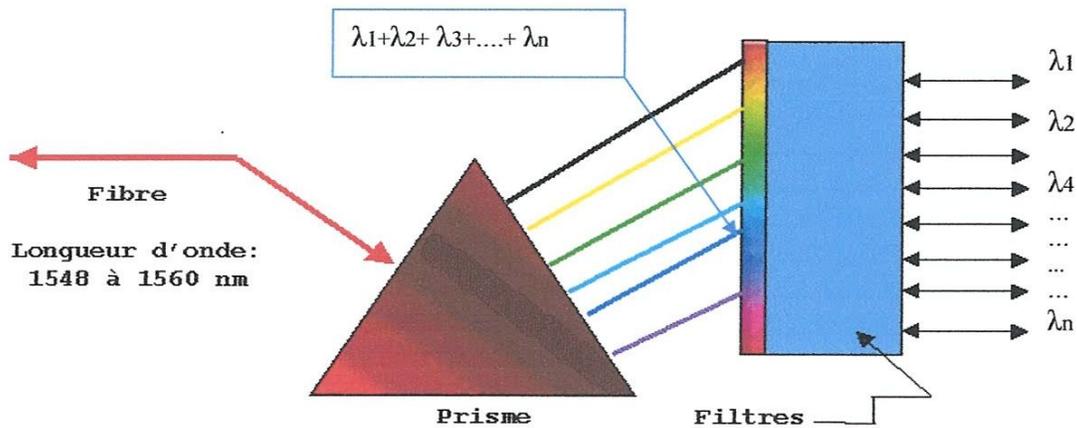


Figure I.10 : le multiplexage par un coupleur optique

III.4.2. Les différents types de multiplexage en longueur d'onde :

Les multiplexeurs optiques peuvent être classés en trois catégories principales selon la technique utilisée :

- **Multiplexage à filtre optique :**
- **Multiplexage à coupleurs sélectif :**
- **Multiplexage à réseau de diffraction**

III.4.2. 1. Multiplexage à filtre optique :

Le filtrage a pour but de limiter l'occupation spectrale d'un signal. Le multiplexage optique regroupe les signaux occupant des gammes de longueurs d'onde différentes tandis que la fonction réciproque, le démultiplexage permet de séparer des signaux occupant des bandes de longueurs d'onde différentes.

Donc les filtres permettent la séparation spectrale en réfléchissant certain gamme de longueurs d'onde et en transmettant les autres, on caractérisera par conséquent le filtre par sa bande passante, c'est-à-dire le domaine de longueur d'onde dans lesquelles il laisse passer la lumière, et sa bande atténuée c'est-à-dire le domaine de longueur d'onde dans lesquelles il réfléchit la lumière incidente.

Il existe deux types de filtres « **Les filtres dichroïques et Le filtre Fabry-Pérot** » utilisés dans le multiplexeur qui a détaillé dans le chapitre suivant :

III.4.2.2 Utilisation de ces deux types de filtres :

Une application est la réalisation de la fonction de multiplexage optique qui effectue une séparation chromatique sur une ligne de transmission à fibre optique.

Une solution adoptée sur certains dispositifs est le dépôt du filtre sur l'extrémité d'une fibre optique.

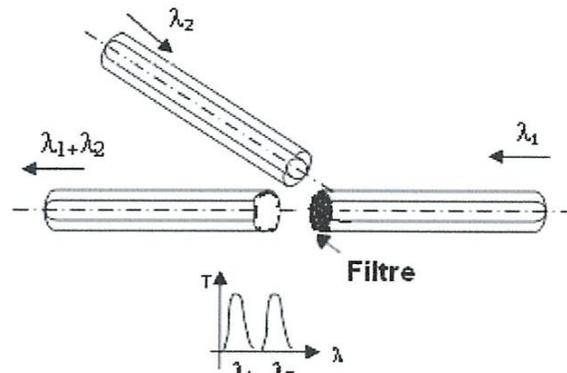


Figure I.11 : Multiplexage à filtre optique

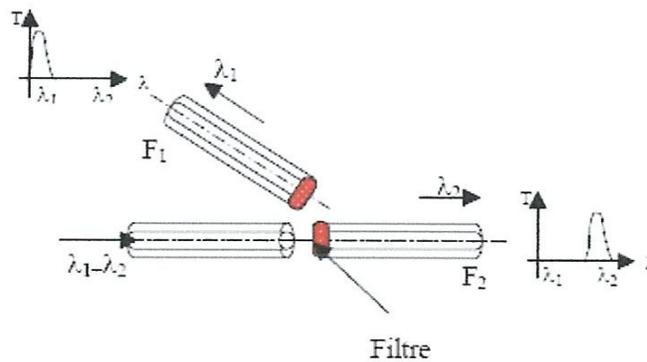


Figure I.12 : Démultiplexeur à filtre optique

Les autres produits commerciaux utilisent une optique intermédiaire. Les lentilles à gradient d'indice qui assurent la continuité entre la fibre et le filtre. [19]

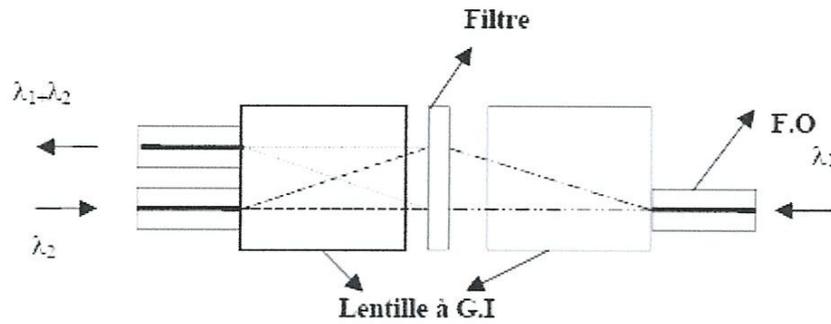


Figure I.13 : multiplexeur à filtre avec lentille à G.I

III.4.2. 3. Multiplexage à coupleurs sélectif :

Le principe de ces composants est l'interaction cohérente entre deux guides optiques, ils sont appelés les coupleurs de puissance, qui sont utilisés pour additionner ou diviser les signaux. Ils sont plus utilisés dans les systèmes multiplexés.

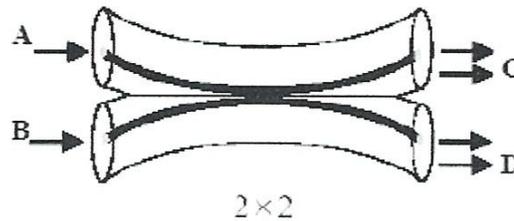


Figure I.14 : Coupleur optique en X (2 :2)

La puissance d'un signal arrivant sur une des branches est également répartie sur les deux branches opposées. Cependant, les chemins croisés (A-D, B-C) sont plus longs que les chemins directs (A-C, B-D). Ceci représente un déphasage $\pi/2$ entre les deux sorties du coupleur. Soit:

Les signaux aux entrées : $\cos (wt+\varphi_a)$ et $\cos (wt+\varphi_b)$.

La sortie C vaut $\cos (wt+\varphi_a) + \cos (wt+\varphi_b+\pi/2) = \cos (wt+\varphi_a) - \sin (wt+\varphi_b)$.

La sortie D devient $\cos (wt+\varphi_a+\pi/2) + \cos (wt+\varphi_b) = \cos (wt+\varphi_a+\pi/2) + \sin (wt+\varphi_b+\pi/2)$.

Il y a aussi les coupleurs en arbres et les coupleurs en étoiles.

III.4.2.4. Multiplexage à réseau de diffraction :

Le réseau a l'avantage de traiter simultanément un grand nombre de voies à l'intérieur de la même fenêtre.

Un réseau se compose d'une surface optique qui transmet ou réfléchit la lumière et sur laquelle un grand nombre de traits sont gravés au diamant.

Le réseau a la propriété de renvoyer, séparer angulairement, les différentes longueurs d'ondes contenues dans un même faisceau incident. En vertu du principe de retour inverse de la lumière, le réseau peut combiner dans une même direction des faisceaux incidents séparés angulairement et des longueurs d'onde adéquates.

L'angle de diffraction est fonction de l'espacement des traits et de l'angle d'incidence.

Considérons le cas de réseaux à surface optique réfléchissante et un rayonnement monochromatique de longueur d'onde. Soit θ_1 l'angle du rayonnement incident avec la normale au réseau et θ_2 l'angle du rayon diffracté. Le réseau est caractérisé par des traits régulièrement espacés d'une distance « a ».

La différence de marche entre deux rayons diffractés est, $D = a (\sin\theta_1 + \sin\theta_2)$

Lorsque la différence de marche est multiple de la longueur d'onde, on déduit l'équation de diffraction du réseau, $\sin\theta_1 + \sin\theta_2 = K\lambda / a$

Avec K : l'ordre d'interférence (nombre entier).

On dit qu'un réseau est utilisé dans la configuration Littrow quand $\theta_1 = \theta_2 = \theta$, dans ce cas, les rayons incidents et diffractés ont la même direction, et la formule devient, $2 \cdot \sin\theta = K\lambda / a$

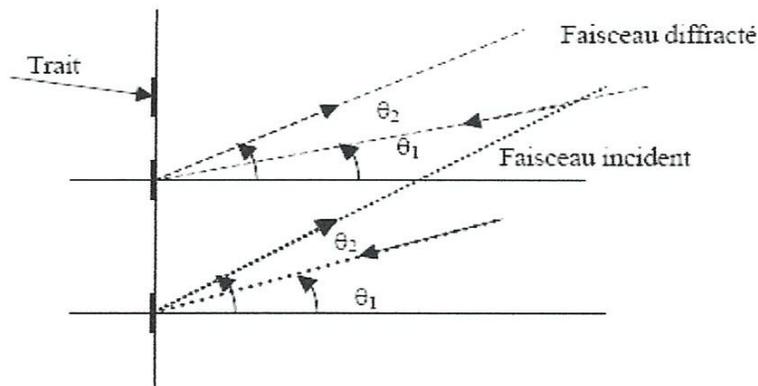


Figure I.15 : Schéma de principe d'un réseau de diffraction en réflexion.

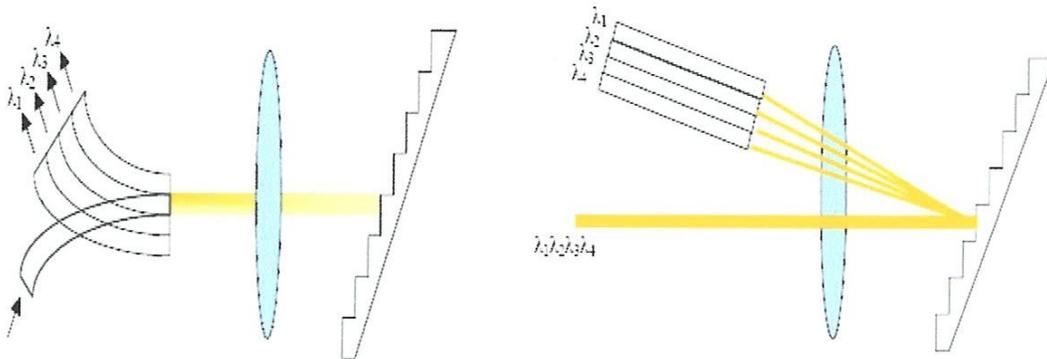


Figure I.16 : Demux/Mux à réseau de diffraction à la configuration de Littrow.

Le rendement de diffraction à une longueur d'onde est le rapport entre l'énergie diffracté et l'énergie totale incidente sur le réseau.

III. 5. Les amplificateurs :

Les tous premiers systèmes de communication par fibre optique utilisaient des fibres multimodes.

La portée était limitée par la dispersion modale, due aux différentes vitesses de propagation des nombreux modes de la fibre. Il était donc nécessaire de régénérer périodiquement le signal, à l'aide des répéteurs ou régénérateurs optoélectroniques.

Avec l'avènement des fibres monomodes dont la dispersion chromatique pouvait être compensée en alternant des tronçons de dispersion de signes opposés, le facteur limitant la portée, tout du moins pour des débits allant jusqu'à 10Gbit/s (génération actuelle). Dès lors il ne devenait plus nécessaire de régénérer complètement le signal, et une simple amplification linéaire.

IV. Conclusions :

La demande des opérateurs est réelle et l'offre commerciale pour obtenir une meilleure qualité du signal qu'elle transporte et les débits qu'elle autorise ont fait de la fibre optique la reine des media de l'Internet. Que ce soit de la voix, de l'image, du texte, des fichiers binaires, que ce soit nativement dans n'importe quel format de trame, la fibre optique, grâce au WDM acheminera vos données.

Cette technologie présente un certain nombre de composants, si le filtrage est une fonction relativement basique dans la plus part de ces composantes comme MUX /DEMUX, ROADM, récepteur, diode laser....

Concernant les filtres, il sera traité dans le chapitre suivant, de présenter les notions sur les éléments qui constituent les filtres biréfringents et de décrire les filtres de Solc et Lyot les plus connus.

Chapitre II

Les filtres optiques

I. Introduction :

Les filtres optiques jouent toujours un rôle important dans tous les domaines de la science et de la technique. Ils sont couramment utilisés en photographie, cinématographie, télévision, microscopie, biologie, astronomie pour ne citer que quelques exemples parmi beaucoup d'autres.

Plus récemment, ils ont fait l'objet d'applications nouvelles en particulier dans les lasers et les télécommunications optiques. C'est pourquoi il nous a paru intéressant de décrire les principaux types de filtres [11].

II. Les filtres optiques :

Les filtres optiques servent à transmettre des bandes spectrales de largeur déterminée dans un spectre continu, ou à isoler certaines radiations dans un spectre de raies. Ils sont fondés sur différents types de phénomène physiques comme par exemple l'absorption sélective produite par des composés chimiques, la réflexion, la dispersion, les interférences à ondes multiples, les interférences en lumière polarisée [11].

II.1. Les différents types des filtres optiques :

Le rôle du filtrage est de séparer les différentes longueurs d'ondes en laissant passer certaines tout en atténuant les autres. Une caractéristique essentielle d'un filtre, pas seulement optique, est sa fonction de transmission qui donne en fonction de la fréquence, ou de la longueur d'onde, le rapport de la puissance de sortie à la puissance d'entrée. Voici quelques paramètres importants caractérisant un filtre [13] :

1. La bande passante à mi-hauteur (FWHM, Full Width at Half Maximum):

Elle est définie comme une zone de fréquence telle que tout signal appartenant à cet intervalle ne peut subir, au plus, qu'un affaiblissement déterminé par rapport à un niveau de référence. La bande passante est généralement définie pour une atténuation en puissance de moitié qui correspond à -3dB (Voir figure II.1) [14].

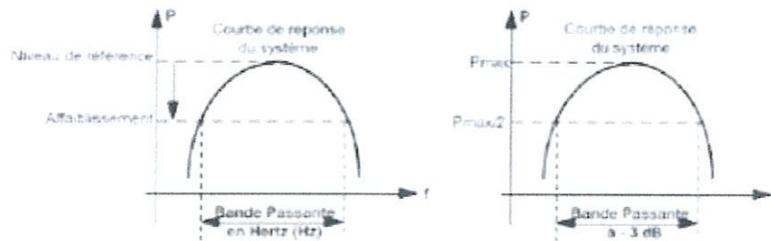


Figure II.1 : Bande passante à -3dB

2. **La fréquence (ou longueur d'onde) centrale :** ou fréquence (ou longueur d'onde) d'accord f_c ou λ_c : C'est la fréquence (ou longueur d'onde) pour laquelle le gain est maximal [19].
3. **L'Intervalle Spectrale Libre (ISL) :** Le mécanisme sélectif de longueur d'onde d'un filtre optique est typiquement basé soit sur l'interférence ou la diffraction.

Les caractéristiques de sélection de base d'un filtre sont illustrées suivant la figure ci-dessus :

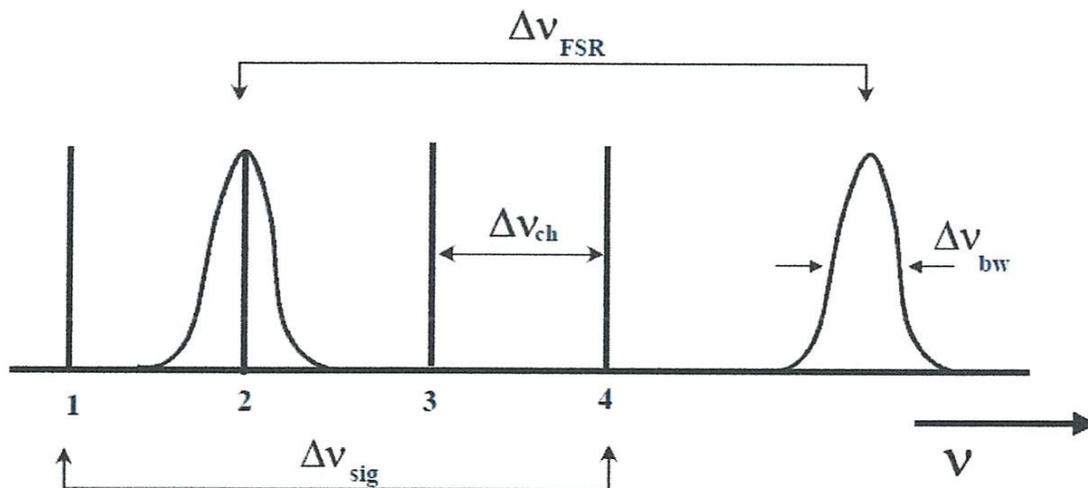


Figure II.2 : caractéristiques de sélection de base d'un filtre

L'Intervalle Spectrale Libre d'un filtre optique, ISL ou Δv_{FSR} ou la bande Δf ou $\Delta \lambda$, est usuellement défini comme la bande de fréquence (ou de longueur d'onde) sur laquelle l'écart avec le gain maximal reste inférieur à 3dB. Il doit-être

assez étroit pour transmettre une seule fréquence en isolant les autres fréquences voisines.

Pour cela, l'espace $\Delta\nu_{ch}$ entre les canaux doit être plus grand que la bande passante $\Delta\nu_{bw}$ de chaque canal.

Donc, $\Delta\nu_{FSR} > \Delta\nu_{ch} > \Delta\nu_{bw}$.

Notons que la sélectivité est définie comme le rapport $\frac{f_c}{\Delta f}$ ou $\frac{\lambda_c}{\Delta\lambda}$ [19].

4. **L'accordabilité** : lorsque la fréquence centrale peut être modifiée, le filtre est dit accordable, et la bande sur laquelle elle peut varier est la plage d'accordabilité caractérisée par un temps de réponse appelé encore temps de commutation ou temps d'accord (par exemple, un filtre d'une largeur de 1 nm, est accordable sur 100 nm avec un temps d'accord de 10 μ s ; par contre un filtre d'une largeur de 1 nm est accordable sur 20 nm, mais avec un temps d'accord de quelques nanosecondes) [19].

II.1.1. Filtre de Fabry Pérot :

La conception de ce type de filtre est basée sur le principe de l'interféromètre de Fabry-Pérot.

II.1.1.1. Interféromètre de Fabry Pérot :

L'interféromètre de Fabry Pérot fait partie d'une famille de dispositifs appelés résonateurs ou cavités résonantes, ils servent notamment comme cavités pour les lasers

Le milieu amplificateur laser est placé à l'intérieur d'une cavité de Fabry Pérot [16].

L'interféromètre de Fabry Pérot est constitué par deux miroirs parallèles partiellement réfléchissant, de facteur de réflexion « $R=|r|^2$ », séparés par un milieu d'indice n et d'épaisseur d .

Dans la plupart des cas quand le dispositif est utilisé comme appareil de mesure le milieu est l'air ou le vide avec $n \approx 1$. Le rayonnement incident possède en général un angle d'incidence φ_0 . Dans la plupart des cas pratiques, on se place en incidence normale avec $\varphi_0 = 0$.

Les ondes sont réfléchies à l'intérieur du résonateur Fabry Pérot et une partie du rayonnement sort du dispositif. L'intensité transmise sera la somme de toutes les ondes émergentes après réflexion, pour cela il faut déterminer le champ électrique total des ondes en

amplitude et en phase. A chaque aller-retour l'onde subit un déphasage de δ qui peut être calculé de la manière la différence de marche δL , comme illustré sur la (Figure II.3)

$$\delta L = AB + BC = \frac{d \cos 2\phi}{\cos \phi} + \frac{d}{\cos \phi} = 2d \cos \phi \quad \text{et} \quad \delta = \frac{2\pi n \delta L}{\lambda_0} = \frac{4\pi n d}{\lambda_0} \cos \phi$$

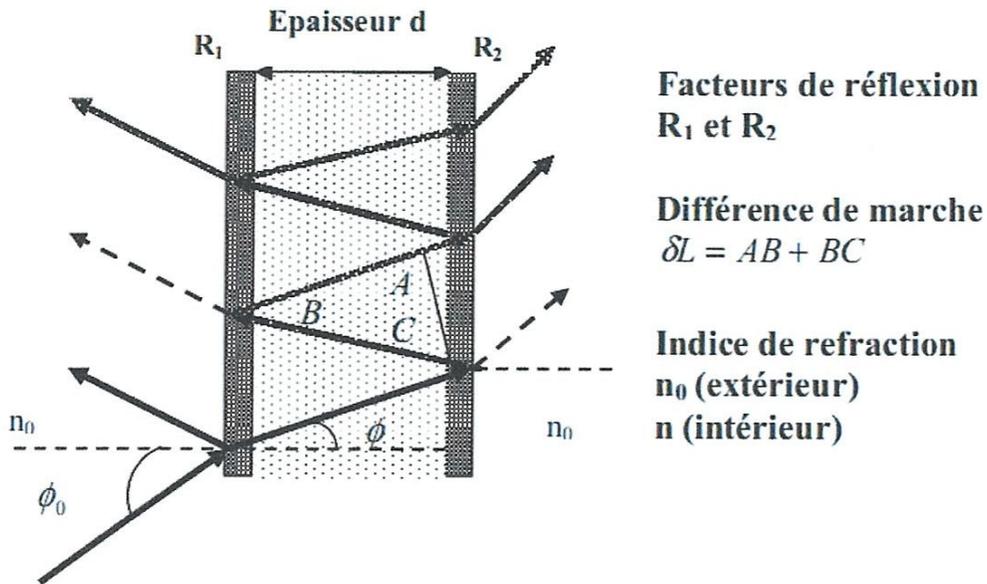


Figure II.3 : Interféromètre de Fabry-Pérot

II.1.1.2.Principe de fonctionnement du Fabry – Pérot :

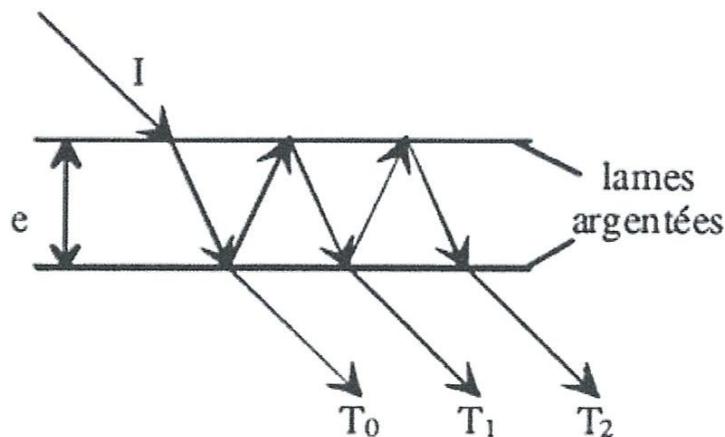


Figure II.4 : Principe de fonctionnement du Fabry – Pérot.

Un faisceau incident arrivant sur le premier miroir est divisé en une multitude de faisceaux de plus faible intensité. Le faisceau I traverse le premier miroir. Une partie de son énergie est transmise par le second miroir, le reste étant réfléchi vers le premier, qui à son tour réfléchit une partie de l'énergie vers le second, et ainsi de suite. A chaque passage, une partie du faisceau s'échappe et donne naissance aux faisceaux secondaires T_0, T_1, T_2, \dots etc. Ces faisceaux se superposent tous [10].

Leur superposition donne lieu à des interférences qui établiront selon le cas des zones d'ombre ou de lumière. Chaque faisceau secondaire est séparé du précédent par un aller et retour entre les deux miroirs. Ce retard va se traduire par un décalage des maximums des deux ondes, en fonction de la distance parcourue, qui dépend de l'angle d'incidence du faisceau ainsi que de l'épaisseur séparant les deux miroirs.

Si le décalage correspond à un nombre entier de périodes de l'onde lumineuse, les interférences seront constructives. Par contre s'il subsiste un décalage d'une demi-période, les interférences seront destructives. Par conséquent certaines couleurs seront libres de traverser le Fabry - Pérot, tandis que d'autres seront détruites sous l'effet des interférences destructives. Le Fabry - Pérot agit donc comme un filtre.

Les caractéristiques de ce filtre dépendent de l'épaisseur séparant les miroirs, ainsi que du pouvoir réflecteur du verre argenté composant les miroirs. Plus les miroirs sont réfléchissants, plus le filtre est sélectif. Si l'épaisseur change, les couleurs filtrées sont différentes.

Ce sont ces variations qui confèrent la grande précision au Fabry - Pérot. En effet la période des oscillations de la lumière visible est de l'ordre du micromètre. Le Fabry - Pérot est donc sensible à des variations d'épaisseur de cet ordre de grandeur.

Nous pouvons maintenant résumer les deux grands axes d'utilisation de cet appareil.

En tant que filtre très sélectif, il permet d'analyser les différentes couleurs composant la lumière. A cet effet il est employé dans le domaine de la spectroscopie. Sa grande sensibilité aux variations d'épaisseur est quant à elle utilisée pour la mesure des déplacements ou des longueurs, notamment en métrologie.

II.1.1.3. Transmission en fonction de la longueur d'onde :

Le filtre Fabry - pérot à une caractéristique de transmission passe bas, il présente un pic de transmission étroit autour d'une longueur d'onde λ_0 et les deux domaines spectraux adjacents sont réfléchis. Pour accroître la raideur du filtre, on peut répéter l'empilement pour un assemblage à deux ou trois cavités.

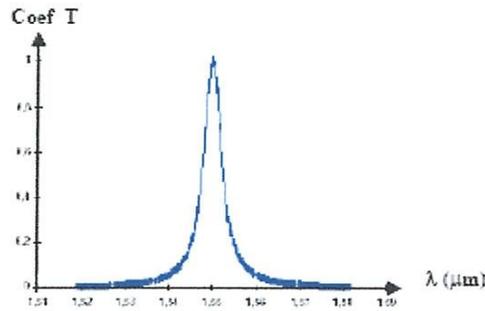


Figure II.5 : Courbe de transmission d'un filtre Fabry-pérot.

Le coefficient de réflexion est supérieur à 99%, le coefficient de transmission peut atteindre 95%.

II.1.1.4. Les différents types de filtres Fabry-Pérot :

Il existe plusieurs types de filtres Fabry-Pérot :

- Les filtres Fabry-Pérot à base de cristaux liquides qui sont très utilisés en optique massive mais ils ont un défaut majeur qui est le temps de commutation qui est relativement long (10 μ s pour les plus rapides).
- Les Fabry-Pérot à miroirs multicouches, l'avantage de ce type de structure est la possibilité de réaliser des cavités très courtes. Les miroirs utilisés sont des miroirs de Bragg.
- En optique guidée on utilise pour étalon Fabry-Pérot une structure de miroirs semblable à celle du filtre précédent. On appelle l'ensemble composé du guide et des deux miroirs de Bragg : Filtre de Bragg.

- Le même dispositif peut également être mis en œuvre sur fibre, en y inscrivant deux zones de perturbation périodique entre lesquelles on laisse un segment non perturbé [17].

II.1.2. Filtre dichroïque :

Ces dispositifs présentent un pic de réflexion à une longueur d'onde donnée. Il est possible d'accroître le domaine de réflexion en empilant des couches successives et d'obtenir ainsi des filtres passe haut et passe bas. Les filtres dichroïques sont donc constitués par un empilement des couches diélectrique d'indice alternativement haut et bas[22].

Le filtre est caractérisé par son coefficient de transmission T en bande passante, et son coefficient de réflexion R en bande atténuée.

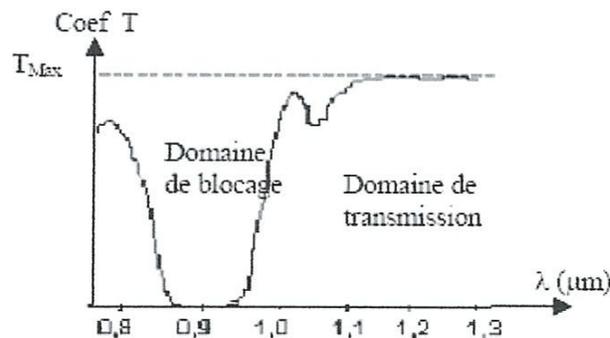


Figure II. 6 : Courbe de transmission d'un filtre dichroïque (0,8/1,3 μm).

En générale les filtres passe haut ont des meilleures performances que les filtres passe bas, le coefficient de réflexion est supérieur à 99% et le coefficient de transmission est en pratique limité à des valeurs d'environ 95%.

Pour obtenir ses performances, un contrôle précis des épaisseurs déposés s'impose.

En pratique, on arrive à une séparation spectrale $\Delta\lambda > 0,05\lambda$ (soit 50nm à la longueur d'onde de 1μm).

$\Delta\lambda$: Largeur du domaine de transition entre tous les bandes.

II.1.3. Le Filtre à base de réseaux de Bragg :

Dans les techniques d'insolation latérale employées pour l'inscription des réseaux, on distingue holographique dans laquelle la fibre est insolée par un champ de franges rectilignes

formée par interférence de deux ondes planes ultraviolettes, et la méthode point par point qui consiste à insoler périodiquement la fibre au moyen d'un faisceau laser[12].

La première technique est utilisée pour inscrire des réseaux à longs pas. L'interféromètre à division de front d'onde de type miroir de Lloyd faisant interférer deux demi faisceaux, et le système à masque de phase sont les dispositifs holographiques les plus utilisés pour l'écriture des réseaux à pas dans les fibres.

L'utilisation du miroir de Lloyd est flexible car le pas des franges, et de ce fait λ_B , peut être modifié en changeant l'angle d'incidence du faisceau UV sur le miroir, mais elle implique l'emploi des lasers offrant une bonne cohérence spatiale et temporelle associée à une grande stabilité de pointé.

Les lasers utilisés dans ce cas sont souvent des lasers à argon ionisé doublés en fréquence émettant à 244nm. Le masque de phase est une lame en silice pure de longueur inférieure à 15cm dans laquelle des sillons parallèles ont été gravés avec une périodicité p . La profondeur des sillons est choisie de façon à minimiser l'efficacité de diffraction dans l'ordre 0.

Le champ de franges est ainsi principalement formé par l'interférence des deux ordres +1 et -1. La longueur d'onde du réseau inscrit à travers le masque est égale à la périodicité p de masque multipliée par l'indice effectif du mode guidé ; elle est donc fixée pour une fibre donnée. Le schéma ci dessous explique la méthode holographique et celle du masque de phase.

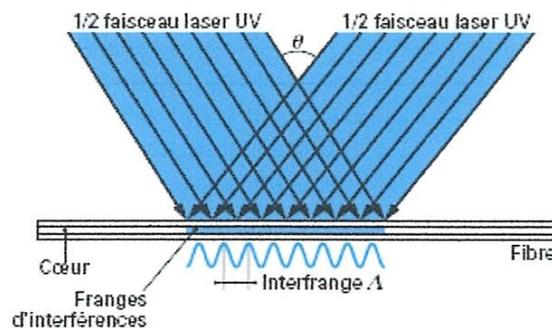


Figure II.7: Inscription d'un réseau de Bragg par la méthode holographique

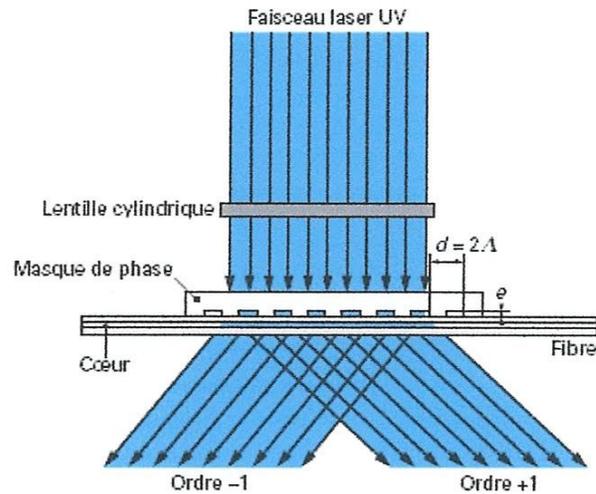


Figure II.8: Inscription d'un réseau de Bragg par la méthode du masque de phase.

II.1.4. Les filtre acousto-optiques :

Les dispositifs permettant des conversions de mode TE/TM sélectives en longueur d'onde, sont appelés à remplir des fonctions importantes en optique intégrée : filtrage, modulation, commutation, ou multiplexage.

Dans le cas d'effets acousto-optiques, une interaction dont les vecteurs d'onde sont colinéaires présente de multiples avantages :

- 1/ une grande accordabilité (10 fois plus importante qu'un dispositif électro-optique fonctionnant sur le même principe)
- 2/ une grande longueur d'interaction permettant d'obtenir un rendement de conversion T_m de 100% pour de très faibles puissances de commande (< 10 mW électrique).
- 3/ la possibilité de géométries complexes favorisant l'anodisation des lobes secondaires du filtre en utilisant des transducteurs focalisés, des guides acoustiques, ou encore des guides acoustiques couplés [23].
- 4/ une intégration avec d'autres composants optiques sur Niobate de lithium (polariseurs, coupleurs optiques, modulateurs électro-optiques).

II.1.4.1. Principe de fonctionnement

Une interaction acousto-optique est réalisée à la surface d'un cristal de Niobate de lithium LiNbO₃ (cristal uniaxe et piézo-électrique) entre une onde optique guidée monomode polarisée, et une onde acoustique de Rayleigh (onde de surface) de vecteur d'onde colinéaire au vecteur d'onde optique. Les conditions d'interaction colinéaires sont sélectives ; elles sont liées à la conservation des vecteurs d'ondes ($\vec{k}_{TE} = \vec{k}_{TM} + \vec{k}_{ac}$) et sont donc obtenues si :

$$F_a - V_a \frac{n_e - n_o}{\lambda}$$

Où F_a et V_a sont respectivement la fréquence et la vitesse de l'onde acoustique, n_e et n_o les indices extraordinaire et ordinaire du cristal, et λ la longueur d'onde optique[24].

A la suite de cette interaction, si les coefficients élasto-optiques sont favorables, l'onde lumineuse TE (transverse électrique) est convertie partiellement en une onde TM (transverse magnétique) qui peut-être transmise par le dispositif intégré si le polariseur élimine l'onde TE résiduelle. L'onde ainsi transmise est une onde filtrée autour de la longueur d'onde optique d'accord réduite de la relation précédente. Il y'a accordabilité de la longueur d'onde optique filtrée par modification de la fréquence acoustique [20] :

$$\frac{\Delta F_a}{F_a} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda}$$

Par exemple, on obtient typiquement une accordabilité de 8.5 nm/Hz autour de $\lambda=1.52 \mu\text{m}$. [20]

A partir des expressions complexes des champs électromagnétiques de l'onde l'optique, ainsi que de l'expression de la déformation acoustique, il est possible d'exprimer le rendement de l'interaction η qui est le rapport entre la puissance optique diffractée lors de l'interaction, et la puissance optique d'entrée. Après une longueur d'interaction L , on obtient [20] :

$$\eta = \frac{P_{TM}(L)}{P_{TE}(0)} = \frac{\omega_o}{\omega_c} \Gamma^2 L^2 \sin^2 \left(\sqrt{\Gamma^2 L^2 + \left(\frac{\Delta K}{2} \right)^2} L \right) \quad (*)$$

Où $\Delta K = K_o - K_e - K_a$ représente l'accord de phase, et $\Gamma^2 = (\pi/2\lambda^2) M(\text{Pa} / \text{A})$ le

coefficient de couplage de l'interaction. $M = (n_e^3 n_o^3 p^2) / \rho V_a^3$, est le facteur de mérite de l'interaction avec P coefficient élasto-optique, ρ densité de volume du cristal, P_a puissance acoustique et A surface d'émission de l'onde acoustique.

D'après l'équation (*), le maximum de transmission du filtre est atteint pour un accord de phase parfait, c'est-à-dire $\Delta k = 0$, et l'on obtient un rendement de 100 %

Pour la condition $\Gamma L = \pi/2$ (notons que le rapport W_o/W_e est proche de 1 et peut-être négligé).

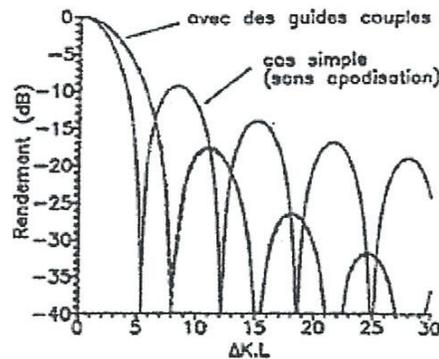


Figure II.9: Spectre théorique du filtre acousto-optique

Malgré les avantages que les guides acoustiques couplés présentent par rapport aux guides acoustiques (grande accordabilité, faible puissance de commande, faible largeur à mi-hauteur), il reste toujours le problème du niveau des lobes secondaires car lors des expériences réalisées pour ce genre de guides d'ondes, des problèmes sans doute technologiques ont empêchés les chercheurs de valider pour le moment l'hypothèse selon laquelle le type de géométrie utilisée ici permettait de diminuer le niveau des lobes secondaires.

II.1.5. Les filtres optiques biréfringents :

Les filtres optiques biréfringents trouvent leur application particulièrement dans les télécommunications optiques.

Ils se composent de plusieurs éléments différents (polariseurs, lames, analyseur) et sur plusieurs étages.

II.1.5.1 Polarisation et Biréfringence :

II.1.5.1.1. La biréfringence :

La biréfringence est la propriété physique d'un matériau dans lequel la lumière se propage de façon anisotrope.

Dans un milieu biréfringent, l'indice de réfraction n'est pas unique, il dépend des directions de propagation et de polarisation du rayon lumineux.

Un effet spectaculaire de la biréfringence est la double réfraction par laquelle un rayon lumineux pénétrant dans le cristal est divisé en deux.

C'est pourquoi, sur la figure (II.10), l'inscription apparaît en double après avoir traversé le cristal de calcite.

Certains polariseurs exploitent la biréfringence de certains matériaux comme le quartz, la calcite et le spath d'Islande.

Ces cristaux ont la particularité de diviser un faisceau non polarisé en deux faisceaux polarisés différemment.

Il existe deux angles de réfraction, d'où le terme de biréfringence.

On parle alors d'un rayon ordinaire noté *o* et d'un rayon extraordinaire noté *e*.

En général, ces deux rayons ne sont pas polarisés rectilignement [10].

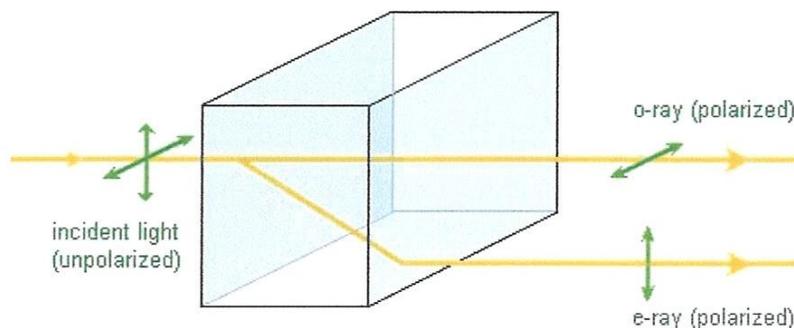


Figure II.10: lame cristal biréfringente

II.1.5.1.1.1. Description des milieux biréfringents :

On considère la propagation d'un rayon lumineux polarisé rectilignement dans un milieu biréfringent. De manière générale, la vitesse de cette onde, ou en d'autres termes l'indice de réfraction, dépend de la direction de polarisation du rayon. C'est le propre d'un milieu biréfringent.

Il existe cependant au moins une direction privilégiée pour laquelle l'indice est indépendant de la direction de polarisation. Une telle direction est appelée axe optique du milieu.

Il existe alors deux possibilités correspondant à deux types de milieux:

1. Les milieux uniaxes qui possèdent un unique axe optique
2. Les milieux biaxes qui en possèdent deux.

a) Milieux uniaxes :

Les milieux uniaxes ont deux indices de réfraction principaux : on les appelle indices ordinaire et extraordinaire. Ils sont en général notés respectivement n_o et n_e .

La différence $\Delta n = n_e - n_o$ est alors appelée biréfringence (ou biréfringence absolue) du milieu. Pour la plupart des milieux, elle vaut en valeur absolue quelques pourcents.

On distingue deux cas selon le signe de la biréfringence :

- $\Delta n > 0$: le milieu est dit uniaxe positif. L'ellipsoïde des indices a une forme allongée (en forme de cigare).
- $\Delta n < 0$: le milieu est dit uniaxe négatif. L'ellipsoïde des indices a une forme aplatie (en forme de disque).

De très nombreux cristaux naturels sont uniaxes, comme le quartz, la glace d'eau ou la calcite.

Les cristaux uniaxes appartiennent aux systèmes cristallins trigonal, tétragonal ou hexagonal [21].

b) Milieux biaxes :

Les milieux biaxes ont trois indices de réfraction principaux notés en général n_1 , n_2 et n_3 .

Les cristaux biaxes appartiennent aux systèmes cristallins triclinique, monoclinique ou orthorhombique [21].

II.1.5.2. L'anisotropie :

Un matériau isotrope est celui dont l'indice de réfraction est le même dans toutes les directions ; c'est le cas de des cristaux cubiques comme NaCl, aussi bien que des substances non cristallines comme le verre, les matières plastiques, l'eau et l'air. En général, les cristaux sont anisotropes c'est-à-dire que les indices de réfractons varient selon les directions [26].

C'est dans cet ordre d'idées que la biréfringence est définie comme une propriété physique d'un matériau dans lequel la lumière se propage de façon anisotrope [26]. C'est le cas des cristaux uniaxes, qui ne présentent qu'un seul axe de symétrie ou axes optiques et deux indices principaux. Le second axe correspondant aux vibrations du champ optique (vecteur champ électrique) parallèle ou perpendiculaire à l'axe optique. La calcite en est un bon exemple, car les groupements CO_3 sont tous sur des plans parallèles qui sont normaux à l'axe optique.

II.1.5.3. La polarisation :

La polarisation est une propriété des ondes vectorielles telles que la lumière.

Le fait que ces ondes soient caractérisées par des vecteurs les différencie des autres types d'ondes comme les ondes sonores, et implique ce phénomène de polarisation [18].

II.1.5.3.1. Explication du phénomène :

La manifestation la plus simple de polarisation est celle d'une onde plane, qui est une bonne approximation de la plupart des ondes lumineuses. Comme toute onde électromagnétique qui se propage, elle est constituée d'un champ électrique et d'un champ magnétique tous deux perpendiculaires à la direction de propagation :

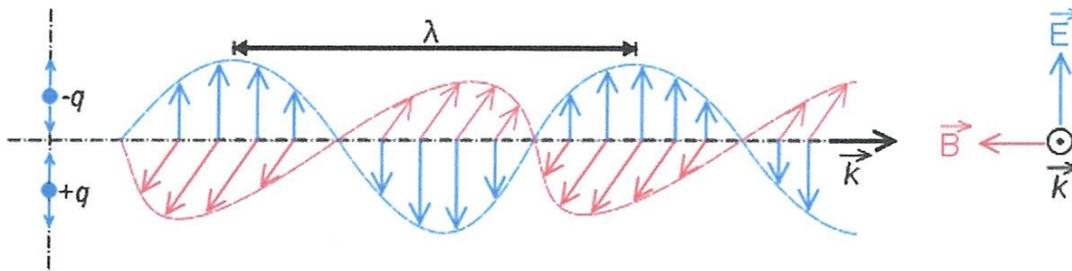


Figure II.11: Onde lumineuse avec champ magnétique \vec{B} et champ électrique \vec{E} à angle droit l'un de l'autre (dans le cas d'une polarisation rectiligne).

Onde lumineuse avec champ magnétique \vec{B} et champ électrique \vec{E} à angle droit l'un de l'autre (dans le cas d'une polarisation rectiligne).

On décide, par convention, d'ignorer le champ magnétique par la suite, car il peut être déterminé à partir du champ électrique. On considère donc uniquement le champ électrique \vec{E} perpendiculaire à la direction de propagation [6].

Conformément à la représentation ci-dessous, la figure décrite par le champ électrique peut être alors :

- un segment de droite, cas de la polarisation rectiligne ;
- une ellipse, cas de la polarisation elliptique ;
- un cercle, cas de la polarisation circulaire.

Les trois figures en mouvement ci-dessous illustrent, pour chacun des trois cas, l'évolution temporelle du champ électrique \vec{E} dans un plan d'onde fixé. Ces différentes formes définissent l'état de polarisation de l'onde : on dit que l'onde est polarisée *rectilignement*, *elliptiquement* ou *circulairement*.

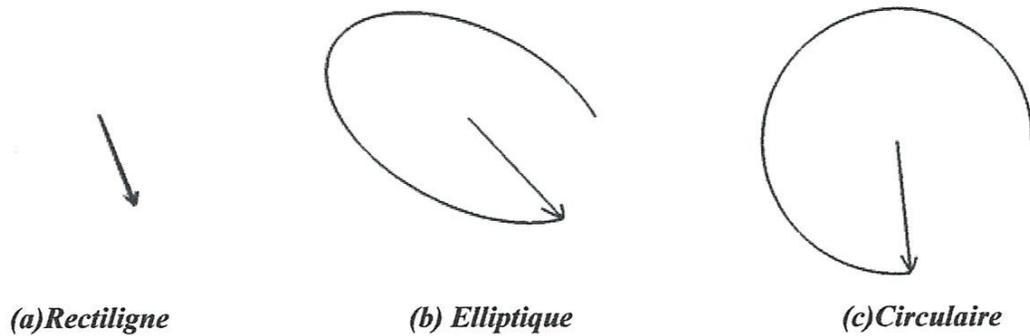


Figure II.12: Les états de polarisation de l'onde
(a) Rectiligne, (b) Elliptique, (c) Circulaire

De plus, cette onde se *propage* dans l'espace, selon une direction précise, que l'on choisit verticale, perpendiculaire au plan d'onde horizontal, dans les figures ci-dessous (en trois dimensions) : ces courbes sont **une représentation spatiale, instantanée, au temps t_0 fixé**, des positions de la pointe de flèche du champ électrique dans tous les plans d'onde superposés verticalement le long de la propagation ; ces courbes sont construites en reportant à la distance verticale d le vecteur champ qui existait dans le plan d'onde du bas à un instant passé $t = t_0 - d/v$ (v est la vitesse de propagation ; on tient compte ainsi de l'effet de la propagation) :

- La courbe de gauche représente la polarisation rectiligne ; c'est une sinusoïde tracée dans le plan vertical, passant par la diagonale du carré bleu, en bas.
- La courbe de droite représente la polarisation circulaire ; c'est une hélice qui s'enroule sur un cylindre vertical, dont la base est le cercle dessiné en perspective dans le carré du bas.
- La courbe du milieu représente la polarisation elliptique ; c'est une courbe ressemblant à une hélice, tracée sur un cylindre vertical, aplati, dont la base est l'ellipse dessinée dans le carré du bas[18].

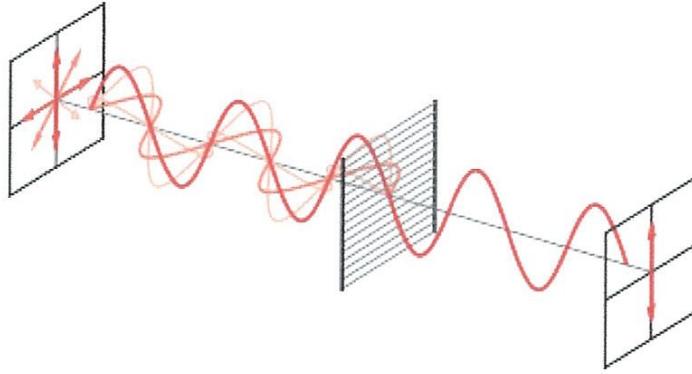


Figure II.14 : conversion d'un faisceau présentant plusieurs polarisations en faisceau polarisé rectilignement par un polariseur à lames métalliques

Etant donné que ce polariseur est le composant le plus miniaturisé qui puisse être réalisé sur une fibre optique, sa difficulté de réalisation reste délicate.

Un polariseur moderne important est le Polarcor, fabriqué par Corning Incorporated.

Ce matériau est un verre contenant des particules d'argent élongés dans un film près de sa surface.

Il est plus durable et polarise mieux la lumière que le Polaroid, avec une faible absorption pour la lumière correctement polarisée. Il est le plus largement utilisé dans les télécommunications par fibre optique [23].

II.1.5.3.3. Lame à retard :

Une lame à retard est un outil optique capable de modifier la polarisation de la lumière la traversant.

C'est un cristal uniaxial biréfringent taillé en forme de lame à faces parallèles, l'axe optique étant parallèle à la face d'entrée.

La polarisation de la lumière peut être décomposée en deux composantes, chaque composante ne se propage pas à la même vitesse selon qu'elle est parallèle ou perpendiculaire à l'axe optique.

Ceci permet de définir deux axes particuliers de la lame:

L'axe lent et l'axe rapide (celui-ci est aussi la direction de l'axe optique du matériau).

Une lame à retard permet donc de retarder une de ces deux composantes par rapport à l'autre, c'est-à-dire de provoquer un déphasage.

Ce retard dépend des deux indices de réfractions qui caractérisent le matériau utilisé :

- De l'épaisseur de la lame,
- De la longueur d'onde de l'onde lumineuse considérée.
- La différence de phase induite dans une lame d'épaisseur d est égale à:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} |n_o - n_e| d$$

II.1.5.3.4. Types de lames à retard :

La plupart des lames à retard sont taillées dans un cristal de façon à ce que l'axe optique soit parallèle à la face de la lame. Ainsi les axes lent et rapide sont également parallèles à la face de la lame.

Il existe plusieurs types de ces lames, caractérisées par le déphasage qu'elles produisent entre les deux composantes de la polarisation :

Une lame demi-onde, également notée lame $\lambda/2$, crée un déphasage valant 180° , c'est-à-dire un retard d'une moitié de longueur d'onde. L'onde sortant d'une telle lame présente une polarisation symétrique de l'onde entrante par rapport à l'axe optique.

Une lame quart d'onde, également notée lame $\lambda/4$, crée un déphasage de 90° , c'est-à-dire un retard d'un quart de longueur d'onde.

Elle permet de passer d'une polarisation rectiligne à une polarisation elliptique ou circulaire, et vice-versa [17].

II.1.5.3.4.1. *Lame demi-onde :*

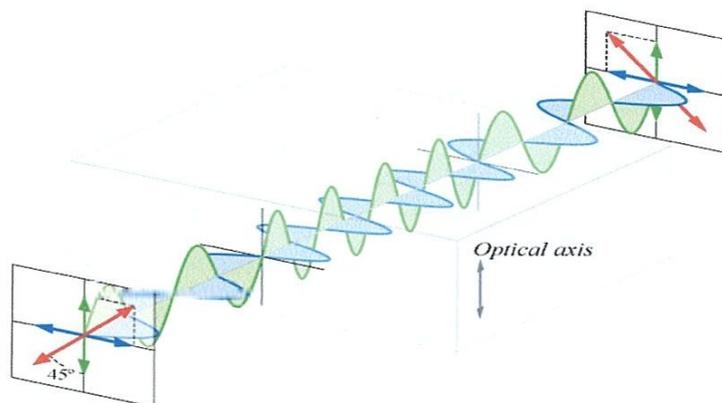


Figure II.15: *Lame demi-onde*

La lumière entrant dans la lame (ici ayant une polarisation rectiligne selon la direction rouge) peut être décomposée en deux polarisations perpendiculaires (en bleu et vert).

A l'intérieur de la lame, la polarisation verte prend un retard par rapport à la bleue.

Une lame demi-onde transforme une polarisation rectiligne en une autre polarisation rectiligne, symétrique par rapport à son axe optique.

En conséquence, si l'orientation de la lame demi-onde par rapport à celle d'une polarisation rectiligne est de α , la polarisation transmise par la lame est de 2α .

Par exemple, si l'axe optique (rapide) de la lame fait 45° par rapport la direction de polarisation entrante, la direction sortante aura tourné de 90° .

Une lame demi-onde est très pratique pour faire tourner d'un angle quelconque le plan de polarisation d'une lumière polarisé [17].

II.1.5.3.4.2. *Lame quart d'onde :*

Une lame quart d'onde, également notée lame $\lambda/4$, crée un déphasage de 90° , c'est-à-dire un retard d'un quart de longueur d'onde.

Les lames quartes d'onde transforment une polarisation rectiligne en une polarisation circulaire et vice versa.

Pour obtenir une polarisation circulaire, la lame doit être orientée de sorte que les composantes rapide et lente de l'onde polarisée linéairement soient égales.

Le plan de polarisation de l'onde incidente doit donc faire un angle de 45° avec l'axe rapide (et avec l'axe lent), comme sur la figure.

On peut s'assurer de la bonne circularité de la polarisation en faisant tourner un 2^{ème} polariseur servant d'analyseur: l'intensité de la lumière transmise ne doit pas varier.

Si elle varie légèrement, cela signifie que la lumière est polarisée elliptiquement, et que la lame n'est pas exactement une quart d'onde pour la longueur d'onde utilisée.

Cela peut être corrigé (comme dans le cas de la demi-onde) en inclinant légèrement la lame autour de l'un de ses axes, lent ou rapide, tout en contrôlant l'invariabilité de l'intensité avec le polariseur [17].

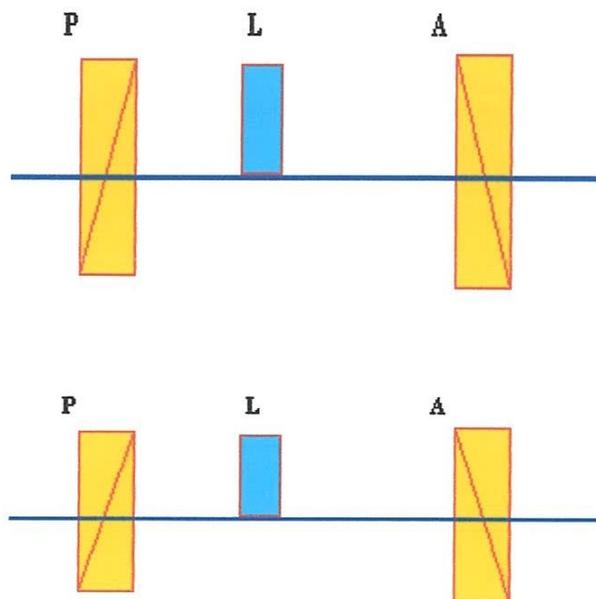
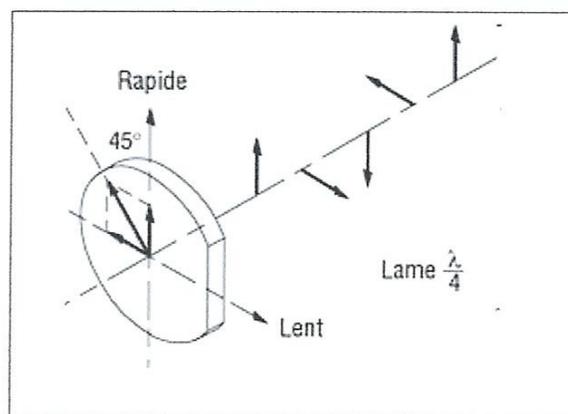


Figure II.16: *Lame quart d'onde*

En général l'effet d'une lame à retard sur un faisceau polarisé par P est mesuré en faisant tourner un 2^{ème} polariseur A servant d'analyseur.

Si on définit:

- La différence de phase induite par la lame $\Delta\varphi$:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} |n_o - n_e| d$$

- L'intensité de la lumière transmise par l'analyseur A est:

$$I = I_0 \cdot [\cos^2(\alpha + \beta) + \sin(2\alpha) \cdot \sin(2\beta) \cdot \cos^2(\varphi/2)]$$

Avec :

α = angle entre la direction de polarisation de P et l'axe optique de la lame

β = angle entre la direction de polarisation de A et l'axe optique de la lame [17].

II.1.5.4. Modèle mathématique :

II.1.5.4.1. Formalisme de Jones :

Le formalisme de Jones est un formalisme matriciel permettant de décrire l'état de polarisation de la lumière, ou de manière générale d'une onde électromagnétique, et son évolution à travers un système optique. Ce formalisme doit son nom à son inventeur Robert C. Jones qui le définit en 1941. Dans ce formalisme, on représente la lumière polarisée par un vecteur de Jones et les éléments optiques linéaires sont représentés par des matrices de Jones. Le vecteur de Jones de la lumière en sortie du système est donné par le produit de la matrice de Jones du système par le vecteur de Jones de la lumière d'entrée. [22]

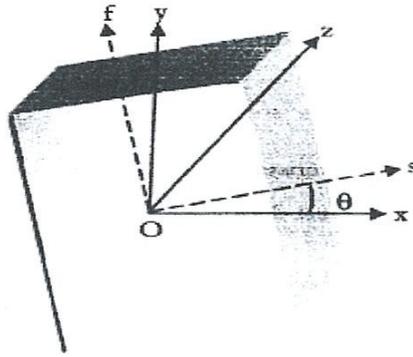


Figure II.17 : lame biréfringente placée perpendiculairement à l'axe de propagation Oz. Les axes lent et rapide de lame font l'angle θ avec les axes Ox et Oy du repère du laboratoire

III.5.4.2. Vecteur de Jones :

Le vecteur de Jones pour une onde polarisée se propageant suivant un axe z est défini par

$$\begin{pmatrix} E_x(t) \\ E_y(t) \end{pmatrix}$$

où $E_x(t)$ et $E_y(t)$ sont les composantes du champ électrique de l'onde selon les axes x et y, tels $E_x = A_x e^{j(\omega t - kz + \phi_x)}$ et $E_y = A_y e^{j(\omega t - kz + \phi_y)}$

A représente l'amplitude de l'onde suivant l'axe x ou y, tandis que k et ω sont respectivement le nombre d'ondes (suivant l'angle de propagation z) et la pulsation.

Habituellement, on normalise le vecteur à 1. Ceci empêche de traiter les problèmes d'absorption, mais simplifie souvent l'analyse par ailleurs. Une autre convention est de faire en sorte que le premier coefficient du vecteur soit un nombre réel. Ceci peut empêcher la prise en compte d'une différence de phase, et donc le calcul d'interférences entre plusieurs ondes.

Le tableau suivant donne des exemples de vecteurs de Jones normés :

Polarisation	Vecteur de Jones correspondant
Rectiligne selon l'axe x	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
Rectiligne selon l'axe y	$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
Rectiligne selon un axe à 45° par rapport à l'axe x	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
Circulaire droite	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$
Circulaire gauche	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$

II.1.5.4.3. Matrice de Jones :

Le tableau suivant donne des exemples de matrices de Jones :

Système optique	Matrice de Jones correspondante
Polariseur avec axe horizontal	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
Polariseur avec axe vertical	$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
Polariseur avec axe incliné à +ou- 45°	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \pm 1 \\ \pm 1 & 1 \end{pmatrix}$
Polariseur incliné d'un angle φ	$\begin{pmatrix} \cos^2 \varphi & \cos \varphi \sin \varphi \\ \sin \varphi \cos \varphi & \sin^2 \varphi \end{pmatrix}$
Polariseur circulaire gauche	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -i \\ i & 1 \end{pmatrix}$
Polariseur circulaire droit	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix}$
Lame demi-onde avec l'axe rapide horizontal	$\begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}$
Lame quart d'onde avec axe rapide horizontal	$e^{i\pi/4} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}$

Si un système optique est tourné autour de l'axe optique d'un angle θ , la matrice de Jones pour le système tourné $M(\theta)$ est obtenue à partir de la matrice du système non tourné par la transformation :

$$M(\theta) = R(\theta)M_0R(-\theta)$$

$R(\theta)$ est la matrice de rotation ou matrice de changement de l'axe entre le repère du laboratoire et le repère du polariseur :

$$R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

D'où l'expression de $M(\theta) = \begin{pmatrix} \cos^2\theta & \sin\theta \cdot \cos\theta \\ \sin\theta \cdot \cos\theta & \sin^2\theta \end{pmatrix}$

- **Cas d'une lame biréfringente entre polariseur/analyseur**

L'étude de la propagation de la lumière à travers une lame, placée entre polariseur/analyseur est indispensable pour analyser les filtres biréfringents. Elle montre que l'intensité lumineuse transmise est fonction du déphasage entre les deux vibrations lumineuses. Elle évolue entre deux extremums. On parle alors d'interférences en lumière polarisée.

Si les axes propres d'une lame à retard d'épaisseur e sont orientés selon un angle $\theta=45^\circ$ par rapport à la polarisation incidente et si les polariseur/analyseur sont parallèles, alors les règles classiques d'interférences montrent que dans ce cas l'intensité lumineuse transmise par le système dans la direction normale à la lame est donnée par :

$$I_{\parallel} = I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi\delta}{\lambda} \right)$$

Où $\delta = \Delta n \cdot e$ est la différence de marche optique introduite par la lame ayant une biréfringence Δn , I_0 étant une constante. Si on tourne l'analyseur de 90° , l'intensité transmise dans ce cas est donnée par [25] :

$$I_{\perp} = I_0 \sin^2 \left(\frac{\pi\delta}{\lambda} \right)$$

II.1.5.5. Filtre biréfringent de LYOT :

Le premier filtre monochromatique biréfringent a été réalisé par LYOT en 1933.

Il permettait d'isoler une région spectrale de 1 Angstrom seulement dans le vert.

Ce filtre spectral est constitué d'un ensemble de N lames « cristaux » biréfringentes de même biréfringence δn , dont les épaisseurs respectives sont égales à $L, 2L, 4L, \dots, 2^{n-1}L$, et dont les lignes neutres sont parallèles entre elles, séparées par des polariseurs rectilignes dont les directions de transmission, toutes identiques, sont orientées à 45° des lignes neutres des lames (figure II.18) [2] :

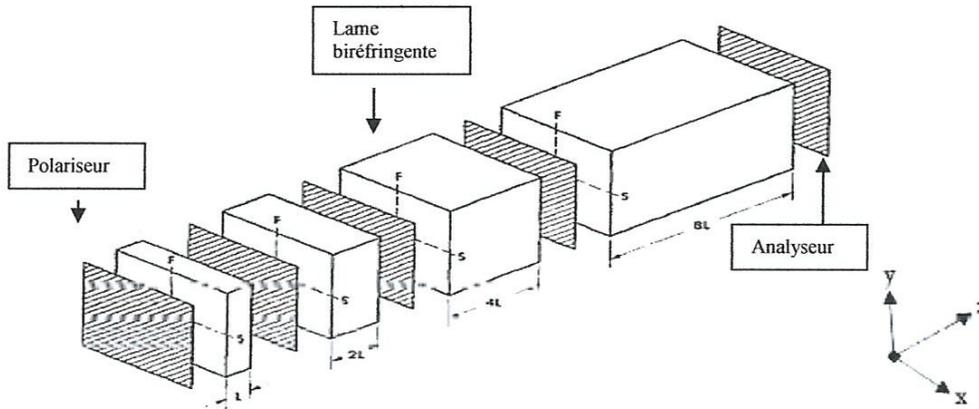


Figure II.18 : Filtre à quatre étages de Lyot. Les polariseurs sont montrés Ombragés.

Nous avons vu qu'une lame biréfringente placée entre polariseurs parallèles et éclairée par une lumière de longueur d'onde λ , transmet une intensité lumineuse dont l'expression s'écrit :

$$I = I_0 \cos^2 (\pi \Delta / \lambda) \tag{II.23}$$

Le formalisme de Jones est l'outil le plus adapté pour l'analyse de ce genre de structures. En effet si $M^{(k)}$ est la matrice de Jones de la lame d'ordre k et P celle d'un des polariseurs, la matrice de Jones d'un empilement de N étages s'exprime, alors, par :

$$M = P.M^{(N)}.P...P.M^{(2)}.P.M^{(1)}.P = \prod_{K=1}^N P.M^{(k)}.P \tag{II.24}$$

Car P est une matrice de projection et donc $P^2 = P$.

Dans le repère Oxy , Ox étant la direction de passage des polariseurs, la matrice de Jones de la lame d'ordre k est telle que :

$$M^{(k)} = \begin{pmatrix} \cos \varphi k/2 & j.\sin \varphi k/2 \\ j.\sin \varphi k/2 & \cos \varphi k/2 \end{pmatrix} \tag{II.25}$$

$\varphi k = 2\pi.\delta n.L.2^{k-1} / \lambda = 2^{k-1} \varphi$, déphasage introduit par la lame d'ordre k .

$\varphi = 2\pi \cdot \delta n \cdot L / \lambda$, déphasage introduit par la première lame.

Le développement de M conduit à une intensité transmise I_t , pour une lumière naturelle incidente d'intensité I_0 telle que :

$$I_t = (I_0/2) \cdot \prod_{K=1}^N [\cos(\varphi_K/2)]^2 = (I_0/2) \cdot t^2$$

Si l'on pose $\varphi_k/2 = \beta$ et on remarquant que:

$$\begin{aligned} \cos(\beta) &= e^{j\beta} \cdot (1 + e^{-j\beta/2})/2 \\ I_t &= e^{j\beta} \cdot e^{j2\beta} \dots e^{j(N-1)\beta} \cdot (1 + e^{-j2\beta}) \cdot (1 + e^{-j4\beta}) \dots (1 + e^{-j\beta \cdot 2^n}) \end{aligned}$$

le développement de l'expression précédente par récurrence conduit à :

$$I_t = (1/2^N) \cdot e^{j\sum_{k=1}^N k \cdot \beta} \cdot (1 + e^{-j2\beta} + e^{-j4\beta} \dots + e^{-j\sum_{j=1}^N j \cdot \beta})$$

Comme :

$$\sum_{p=1}^N 2^p = 2^{N+1} - 2$$

On obtient:

$$t = (1/2^N) \cdot e^{j(2N-1)j \cdot \beta} \cdot \frac{1 - e^{j2N \cdot (2j \cdot \beta)}}{1 - e^{j2j \cdot \beta}}$$

$$I_t = \frac{I_0}{2} \left[\frac{1 \cdot \sin^2 N \varphi / 2^2}{2^N \cdot \sin \varphi / 2} \right] \quad (\text{II.26})$$

φ = le déphasage introduit par la première lame.

Le filtre est caractérisé par des paramètres tels que la finesse, l'intervalle spectral libre (free spectral range, FSR), la bande passante à mi-hauteur (full width at half maximum, FWHM) et le contraste qui exprime le niveau des lobes secondaires par rapport au niveau du lobe principal.

Le FSR qui est par définition l'espacement en longueur d'onde entre deux pics successifs, s'exprime, dans le cas d'un milieu non, ou très peu, dispersif, par la relation :

$$FSR = \lambda^2 / \delta n \cdot L \quad (II.27)$$

Alors la finesse $F = FSR / FWHM$. (II.28)

Les performances de ce filtre seront comparées avec celles d'autres filtres biréfringents.

II.1.5..6. Filtre biréfringent de ŠOLC

Après les travaux de LYOT, un nouveau type de filtres biréfringents ont été mis en point par Ivan Solc en 1953.

Le filtre de ŠOLC se compose d'un empilement de N lames cristallines identiques. L'ensemble est placé entre polariseur/analyseur parallèles ou croisés selon les configurations proposées.

Son principal avantage est son minimum de pertes d'insertion puisqu'il n'utilise que deux polariseurs car chaque polariseur ajouté introduit des pertes supplémentaires.

Selon les orientations des lames, deux arrangements sont possibles. Ils sont appelés respectivement le filtre en éventail (fan), et le filtre alterné (folded). Chaque étage de ce dernier est constitué de deux lames orientées respectivement suivant les angles $(+\theta)$ et $(-\theta)$. Le nombre total N de lames est, alors, pair. Tandis que, dans l'arrangement en éventail, les lames sont orientées respectivement suivant $\theta, 3\theta, 5\theta, \dots, (2N-1)\theta$ par rapport à l'axe du polariseur [2].

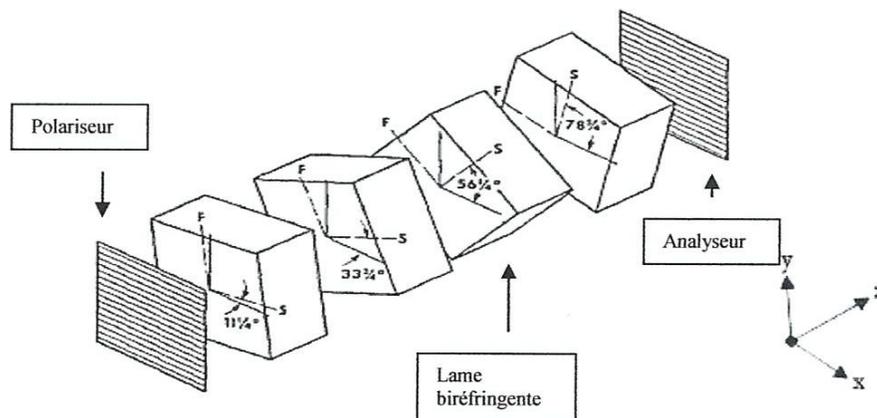


Figure II.19 : Filtre en éventail à quatre étages de SOLC.

En utilisant le formalisme de Jones et en reprenant la même démarche que celle utilisée dans le cas du filtre de LYOT, l'intensité transmise s'écrit :

$$I_t = \frac{I_0}{2} \left[\tan(2\theta) \cos(\chi) \frac{\sin(N\chi)}{\sin(\chi)} \right] \quad (\text{II.29})$$

Avec

$$\cos(\chi) = \cos(2\theta) \cos(\varphi/2) \quad \text{pour le filtre en éventail.}$$

$$\cos(\chi) = \cos(2\theta) \sin(\varphi/2) \quad \text{pour le filtre alterné.}$$

Ces expressions montrent que les transmissions des deux filtres, qui sont très analogues à celle du LYOT, sont décalées d'une demi-période. En d'autres termes, la transmission maximum du filtre en éventail est obtenue quand toutes les lames sont des lames ondes alors que pour le filtre alterné cela se produit quand les lames sont demi-ondes (épaisseur optique $\Delta = \delta n.L$ doit être multiple impaire de $\lambda/2$).

Le filtre en éventail est donc constitué de déphaseurs ondes alors que le filtre alterné est constitué de déphaseurs demi-onde.

Dans le premier, l'empilement est placé entre polariseur et analyseur parallèles alors que dans le second il est placé entre polariseur et analyseur croisés.

Des filtres nombreux de LYOT et de SOLC ont été construits et opérés.

Ces filtres sont utilisés principalement dans l'astronomie où leurs largeurs de bande très étroites sont utilisées pour observer les proéminences solaires.

Récemment, STEEL a construit un filtre de LYOT avec une largeur de bande de $(1 / 8)$ Å dans le rouge.

En employant les techniques de synthèse proposées dans le prochain chapitre, il devrait être possible d'atteindre les largeurs de bande semblables avec des caractéristiques prescrites de transmission.

III. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons rappelé la technique de filtrage optique pour les différents types de filtres optiques et nous avons décrit le modèle mathématique et physique pour les éléments biréfringents constituant le filtre.

Ensuite, nous avons analysé les deux configurations de base de cette famille de filtres, à savoir la configuration de LYOT et celle de SOLC.

Le prochain chapitre sera consacré à l'étude détaillée de la méthode de synthèse basée sur l'approche temporelle qui consiste à extraire les angles d'orientation des lames biréfringentes à partir des fonctions de transfert symétrique posée.

Chapitre III

Synthèse d'un filtre à gabarit prédéfini par la méthode de Harris

I. Introduction :

Il y a longtemps que l'idée de réaliser un filtre constitué d'une cascade de lames biréfringentes est apparue, mais la forme spécifique et particulière de son gabarit spectral a limité son champ d'applications et n'a pas permis son extension.

Dans ce chapitre, nous présentons une étude détaillée de la méthode de synthèse d'un filtre biréfringent à gabarit prédéfini qui a une fonction de transfert symétrique et qui répond à un besoin particulier, à partir d'un empilement des lames biréfringentes.

Cette étude est basée sur l'approximation par la série de Fourier.

A partir de la réponse impulsionnelle du filtre, on peut extraire les angles d'orientation des différentes lames qui donne notre fonction de transfert désirée [1].

II. Structure générale du filtre biréfringent :

La structure de base utilisée consiste ici, dans sa forme simplifiée, en un certain nombre de lames biréfringentes identiques placées entre deux polariseurs l'un à l'entrée et l'autre à la sortie. Elle s'inspire d'une structure de type Šolc. Elle est illustrée sur la figure ci-dessous, pour le cas d'une structure à quatre étages (le nombre d'étages n'est pas limitatif).

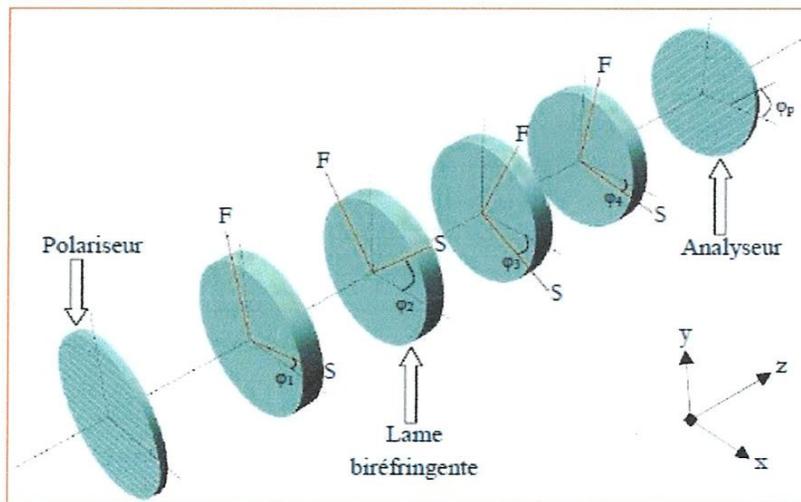


Figure III.1 Structure générale du filtre biréfringent

Les lettres **F** et **S** de la figure désignent les axes « rapide », (*F pour fast*), et « lent », (*S pour slow*), du cristal, respectivement.

L'axe de transmission du polariseur d'entrée est parallèle à l'axe ox du laboratoire. L'axe de Propagation est l'axe oz .

Le but de cette étude est de déterminer un certain nombre de paramètres, à savoir :

- Les angles d'orientation pour les différents étages
- l'épaisseur des lames qu'il faut choisir afin d'obtenir, en sortie du filtre, le spectre désire.

Théoriquement, par un choix judicieux de ces différents paramètres, il est possible de synthétiser la fonction de transfert souhaitée en respectant seulement le fait qu'elle doit être périodique (dans le domaine fréquentiel) et que sa réponse impulsionnelle soit réelle et causale [1].

III. Réponse impulsionnelle d'une série de lames biréfringentes :

L'idée principale est basée sur la réponse impulsionnelle d'un système à lames biréfringentes. On commence d'abord par l'étude de la réponse impulsionnelle d'une seule lame.

III.1. Réponse impulsionnelle d'une seule lame :

Lorsqu'une vibration lumineuse (impulsion optique) polarisée linéairement arrive sous incidence normale sur une lame. Elle se divise en deux impulsions *ordinaire* et *extraordinaire* polarisées orthogonalement et dont les amplitudes dépendent de l'orientation de la polarisation de l'impulsion incidente par rapport aux axes propres de la lame. Ces deux impulsions se propagent à des vitesses différentes et émergentes donc décalées dans le temps l'une par rapport l'autre. Le décalage temporel, ou retard, résultant est donné par la relation suivant :

$$\Delta t = t_s - t_f = \frac{\delta n \cdot e}{c} \quad (3.1)$$

où δn représente la biréfringence de la lame anisotrope traversée, e son épaisseur et c la vitesse de la lumière dans le vide. Ce décalage est suppose constant et indépendant de la fréquence (ce qui n'est pas vrai en réalité). Donc les effets de dispersion de δn seront ignorés et l'expérience, au travers de la littérature, reconforte relativement bien ce choix.

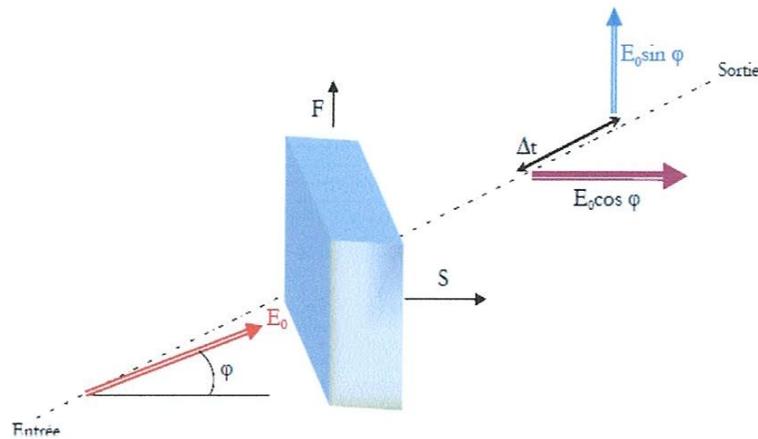


Figure III.2 : Réponse impulsionnelle d'un système à une seule lame.

Ainsi la réponse impulsionnelle d'un système constitué d'une seule lame biréfringente figure (III.2) est formée de deux impulsions à polarisations rectilignes orthogonales dont les amplitudes dépendent de l'angle φ , angle entre l'un des axes propres de la lame (*axe lent*, par exemple) et la polarisation incidente [1].

Dans le cas particulier où φ vaut 45° , on aura deux impulsions d'égales amplitudes aux instants t_f et t_s .

III.2. Réponse impulsionnelle de plusieurs lames :

On va traiter maintenant le cas général de la mise en cascade de plusieurs lames, d'épaisseurs et d'orientations arbitraires.

On s'intéresse juste aux décalages temporels des différentes impulsions et non à leurs états de polarisation (figure III.3 et III.4).

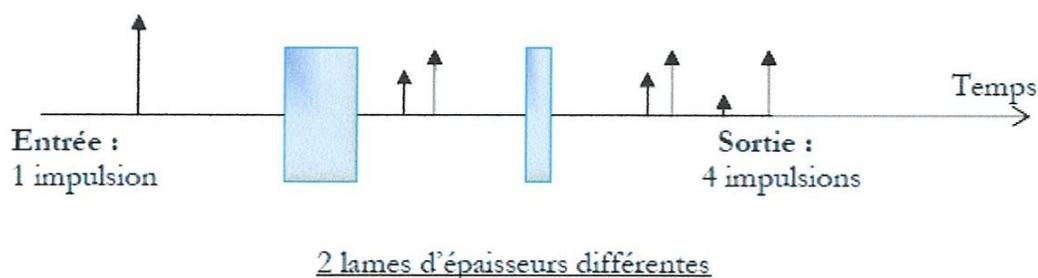
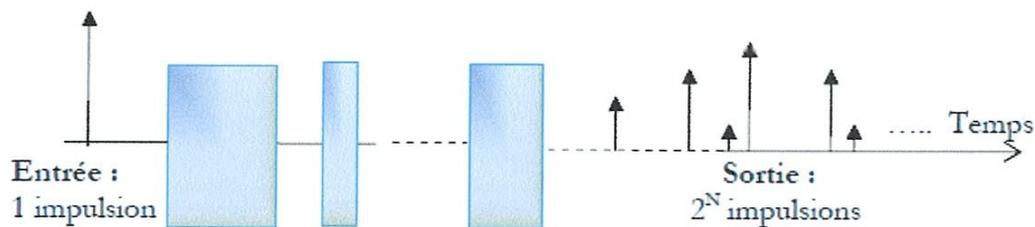


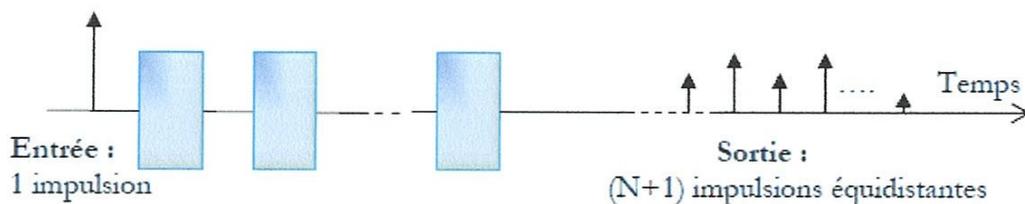
Figure III.3 : Réponse impulsionnelle d'un système à deux lames

Dans le cas d'un système à deux lames (figure III.3), la sortie de la première lame est constituée de deux impulsions décalées dans le temps. Chacune d'elles constitue une impulsion incidente pour la deuxième lame et produit à son tour deux nouvelles impulsions.

Ainsi la réponse impulsionnelle de ce système sera constituée de quatre impulsions, deux seront polarisées suivant l'axe *rapide* de la deuxième lame et les deux autres selon son axe *lent*.



a) N lames d'épaisseurs différentes



b) N lames de même épaisseur

Figure III.4 : Réponse impulsionnelle d'un système à plusieurs lames

Si le nombre des lames est plus important, ce processus continuera et donnera, ainsi, pour n lames biréfringentes d'épaisseurs et d'orientations différentes, un ensemble de 2^n impulsions (figure III.4-a). Leurs amplitudes et leurs polarisations dépendront des angles d'orientations des lames tandis que leur temps relatifs d'émergence sera en fonction à la fois de la biréfringence et des épaisseurs des lames utilisées.

On connaît bien que la réponse impulsionnelle d'une cascade de lames biréfringentes est un train d'impulsions de durée finie.

Si l'ensemble des n lames utilisées dans ce filtre sont identiques (même matériau et même dimension), le nombre d'impulsions à la sortie sera seulement $(n+1)$ au lieu de 2^n .

Ainsi que les impulsions émergentes seront équidistantes (c'est-à-dire uniformément espacées dans le temps –figure III.4-b).

Afin d'illustrer un nombre réduit d'impulsions émergentes dans ce cas particulier, on prend le cas simple de deux lames identiques d'orientations quelconques:

L'impulsion traversant l'axe *rapide* de la première lame et l'axe *lent* de la deuxième émerge exactement au même temps que celle traversant l'axe *lent* de la première lame et l'axe *rapide* de la deuxième. Ces deux impulsions vont se combiner à la sortie ou la réponse sera donc composée de trois impulsions au lieu de quatre.

Donc, l'idée est d'utiliser les angles d'orientations des différentes lames afin de contrôler les amplitudes des $(n+1)$ impulsions de sortie. La première étape sera donc de spécifier les amplitudes des impulsions en sortie de la structure (après l'analyseur).

III.3. Spécification de la réponse désirée :

Soient $g(t)$ et $G(\omega)$ la réponse impulsionnelle et la fonction de transfert d'un système. Supposons que ces deux fonctions soient continues et non périodiques (figure III.5).

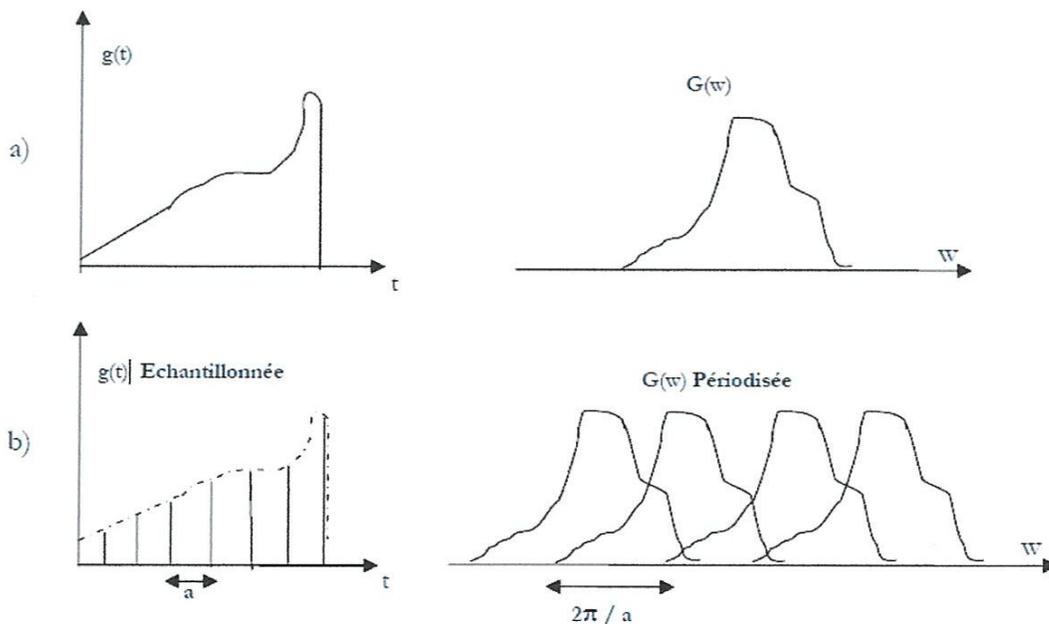


Figure III.5 : Principe de dualité : Echantillonnage / Périodisation

Si au lieu d'avoir $g(t)$ continue, on a la fonction $g(t)$ échantillonnée à un rythme uniforme de a échantillons par secondes, alors la fonction de transfert $G(w)$ du système sera périodique de période $2\pi/a$ (rad/seconde). Ceci correspond parfaitement à la structure étudiée ici c'est-à-dire la suite de lames biréfringentes dont l'épaisseur est telle que le temps qui sépare deux impulsions successives $t_s - t_f$ de l'équation (3.1) soit égale à a secondes.

D'autre part, afin d'éviter le repliement du spectre, la fréquence d'échantillonnage ($f_s = 1/a$) doit respecter le théorème de Shannon (d'échantillonnage).

A partir d'une fonction de transfert supposée périodique, il suffit de lui trouver une approximation convenable que peut reproduire le filtre donné par la figure III.1.

Ceci revient à déterminer la configuration du filtre (i.e., les angles d'orientation) donnant comme réponse impulsionnelle les coefficients de cette approximation.

L'approximation sera faite via une décomposition en série de Fourier avec un nombre limite de termes soit :

$$G(w) \cong C(w) \quad (3.2)$$

Où :

$$C(w) = C_0 + C_1 e^{-j\omega a} + C_2 e^{-j2\omega a} + \dots + C_n e^{-jn\omega a} = \sum_{k=0}^n c_k e^{-jk\omega a} \quad (3.3)$$

A cette fonction de transfert correspond la réponse impulsionnelle qu'il est facile de calculer en prenant sa transformée de Fourier inverse :

$$c(t) = C_0 \delta(t) + C_1 \delta(t - a) + C_2 \delta(t - 2a) + \dots + C_n \delta(t - na) = \sum_{k=0}^n C_k \delta(t - ka) \quad (3.4)$$

On constate bien l'intérêt de l'utilisation des séries exponentielles dans cette approximation. En effet, la transformée de Fourier de telles séries donne une suite d'impulsions équidistantes, et d'amplitudes variables, qui constitue la forme exacte de la réponse impulsionnelle de notre filtre à lames biréfringentes.

Les techniques bien rodées de synthèse de filtres numériques s'avèrent bien adaptées au calcul des coefficients C_i pour une fonction $G(w)$ donnée.

Toutefois deux points sont à prendre en compte, au moment d'effectuer l'approximation, concernant $C(w)$ et $c(t)$, à savoir :

- Premièrement, la réponse impulsionnelle de tout système physique doit être réelle, la partie réelle de $C(\omega)$ doit être une fonction paire et sa partie imaginaire une fonction impaire.
- En second lieu, il n'est pas nécessaire que $C(\omega)$ et $C(t)$ soient causales, tant qu'ils sont réelles, bien sur, que la réponse impulsionnelle d'un réseau doit être zéro pour $t < 0$.

Nous sommes libres de décaler notre échelle de temps à une nouvelle origine en écrivant $C(\omega)$ et $C(t)$ si ceci sera plus convenable.

En effet, ce qui importe le plus c'est surtout les positions relatives (dans le temps) des différentes impulsions. L'origine temporelle sera l'instant d'émergence de la première impulsion. Le nombre des lames nécessaire dépend de la nature de la fonction spectrale qu'on cherche à approcher, ainsi que de la précision de l'approximation désirée.

IV. Synthèse d'un filtre biréfringent à gabarit prédéfini par la méthode de Harris :

Dans les équations (3.2) et (3.3), les C_k représentent les amplitudes des impulsions composant le train émis par le filtre à lames biréfringentes. Il est important de pouvoir décrire quantitativement l'évolution du train d'impulsions à travers les différents étages.

Bien que $c(t)$ soit polarisé parallèlement à l'axe de transmission du polariseur de sortie, le train d'impulsion traversant chaque étage possède des composantes polarisées parallèlement aux deux axes (lent **S** et rapide **F**) de ce même étage. Ceci impose de s'intéresser non seulement à l'évolution temporelle du signal mais aussi à l'évolution de sa polarisation.

IV.1. Notations :

Les notations employées dans l'identification des impulsions sont illustrées, dans le cas simple de deux lames placées entre deux polariseurs, sur la figure III.6.

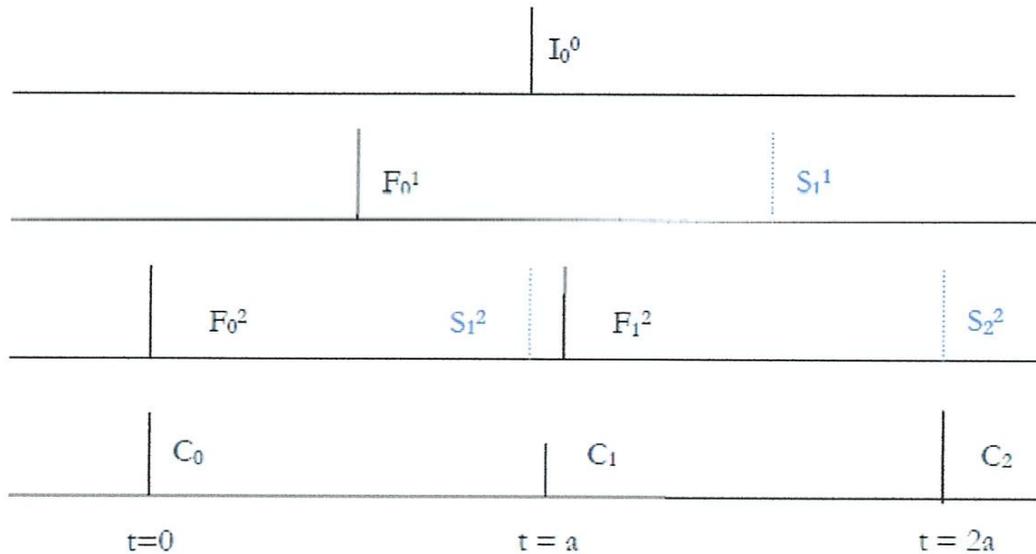


Figure III.6 : Suite d'impulsions en sortie d'un système à 2 lames

La sortie de la deuxième lame est constituée des composantes polarisées selon ses deux directions **S** et **F**.

$$F^2(t) = F_0^2 \delta(t) + F_1^2 \delta(t - a) \quad (3.4)$$

$$S^2(t) = S_1^2 \delta(t - a) + S_2^2 \delta(t - 2a)$$

S : signifie que l'impulsion transmise est parallèle à l'axe lent, **F** signifie que l'impulsion transmise est parallèle à l'axe rapide. **L'indice** indique le temps d'occurrence des impulsions et **l'exposant** indique l'ordre de la lame (dans ce cas le 2 signifie la sortie de la deuxième lame). Ainsi la première impulsion, émise à $t = 0$, possède l'indice 0.

Les deux impulsions suivantes, à $t = a$, ont pour indice 1 et ainsi de suite. On note, en particulier, que : S_0^2 et F_2^2 sont nuls.

La figure ci-dessous récapitule l'ensemble de ces notations.

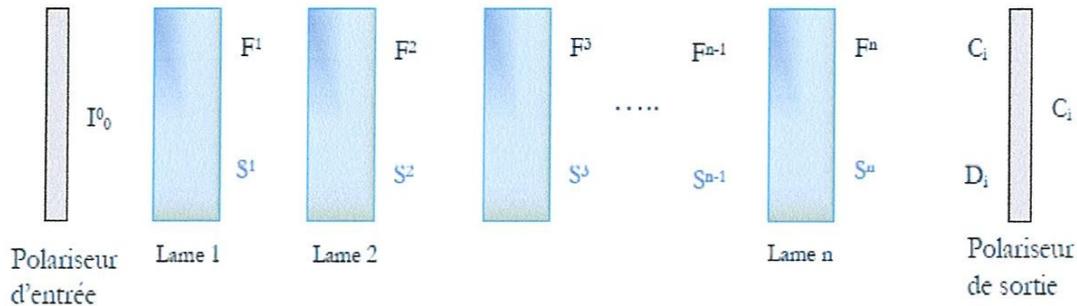


Figure III.7 : Structure du filtre avec les notations

On voit que à la sortie de chaque lame, on trouve deux composantes (selon les deux axes) qui en même temps constituent l'entrée de l'étage suivant, ce schéma s'applique évidemment au polariseur de sortie qui lui par contre ne laisse passer que la composante parallèle à son axe de transmission qui est en fait la réponse impulsionnelle désirée notée $c(t)$, constituée du train d'impulsions de coefficients C_i . Par contre, la composante polarisée orthogonalement, qu'on note $d(t)$ (ou $D(w)$) dont les coefficients sont D_i , est bloquée par ce même polariseur.

IV.2. Détermination de la composante orthogonale bloquée $D(w)$:

L'étape suivante consiste à déterminer ce signal orthogonal, $d(t)$, à l'axe de transmission du polariseur de sortie. En effet, comme les lames sont sans pertes, et en vertu du principe de conservation de l'énergie, en tout point entre les polariseurs d'entrée et de sortie, l'énergie doit être conservée. Ceci impose certaines restrictions sur les différents paramètres F_i , S_i , C_i et D_i (voir annexe 2) et en particulier,

- La première impulsion se propage selon l'axe *rapide*.
- La dernière quant à elle se propage selon l'axe *lent*.
- Les F_i^i sont nuls, c'est-à-dire la dernière impulsion rapide est nulle.
- Les S_0^i nuls aussi, c'est-à-dire la première impulsion lente est nulle.

Et ce au niveau de chaque étage.

En utilisant ce principe, on peut écrire [28]:

$$|D(w)|^2 = D(w).D^*(w) = (I_0^0)^2 - C(w).C^*(w) \quad (3.5)$$

A partir de la carré du module de $D(w)$, il est possible de calculer la réponse impulsionnelle en s'appuyant sur la méthode développée par *Pegis* [29] et dont le résumé est donné en *annexe 1*.

Donc, nous calculons $D(w)$ et on le met sous la forme :

$$D(w) = D_0 + D_1 e^{-j\omega a} + \dots + D_n e^{-jn\omega a} \quad (3.6)$$

La réponse impulsionnelle correspondante s'écrit :

$$d(t) = D_0 \delta(t) + D_1 \delta(t - a) + D_2 \delta(t - 2a) + \dots + D_n \delta(t - na) \quad (3.7)$$

IV.3. Détermination les Angles d'orientation des différents étages :

Le couple de coefficients C_i et D_i , tout en donnant une description complète entre l'entrée et la sortie du polariseur de sortie, représente en même temps, la sortie de la dernière lame (**n ième**) et il convient de transformer cette sortie et de faire sa projection sur le système d'axes principaux de la dernière lame.

On note que dans cette méthode, les angles d'orientation calculés sont des angles relatifs. En effet, l'angle d'orientation θ_j de la lame "**j**" est un angle relatif par rapport à l'angle d'orientation θ_{j-1} de la lame qui la précède "**j-1**". En d'autres termes, si on se réfère à la figure III.1 on aura :

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \varphi_1; \\ \theta_2 &= \varphi_2 - \varphi_1; \\ &\dots \\ \theta_n &= \varphi_n - \varphi_{n-1} \\ \theta_p &= \varphi_p - \varphi_n. \end{aligned} \quad (3.8)$$

$\varphi_1, \dots, \varphi_n$: sont les angles des différentes lames ;

φ_p : angle du polariseur de sortie.

Par la technique de changement de base et de projection (voir Annexe 3) on obtient :

$$\begin{bmatrix} F_i^n \\ S_i^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \theta_p & -\cos \theta_p \\ \cos \theta_p & \sin \theta_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_i \\ D_i \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

θ_p représente l'angle relatif du polariseur de sortie (par rapport à la dernière lame).

Ce système d'équation doit satisfaire la condition :

$$F_n^n = S_0^n = 0 \quad (3.10)$$

Et pour cela, il faut avoir :

$$F_n^n = C_n \sin \theta_p - D_n \cos \theta_p = 0 \Rightarrow \tan \theta_p = \frac{D_n}{C_n} \quad (3.11)$$

De même pour : $S_0^n = 0$

$$\text{Soit : } \tan \theta_p = \frac{-C_0}{D_0} \quad (3.12)$$

$$\text{Alors } C_0 C_n + D_0 D_n = 0 \quad (3.13)$$

Mais nous savons que ceci est satisfait de la conservation de l'énergie, puisque c'est l'équation (12) de l'annexe 2.

Ainsi en employant l'équation (3.11) ou (3.12), l'angle du polariseur final est déterminé. Puis, substituant cette valeur calculée de θ_p dans l'équation (3.9), nous obtenons les F_i^n et les S_i^n , les sorties le long des axes rapide et lent du dernier cristal. Nous devons maintenant trouver les angles de rotation des n cristaux.

Pour accomplir ceci, nous trouvons d'abord des expressions qui relient l'entrée et la sortie de chaque cristal. Ce qui revient à prendre des projections le long des axes S et F des cristaux [19].

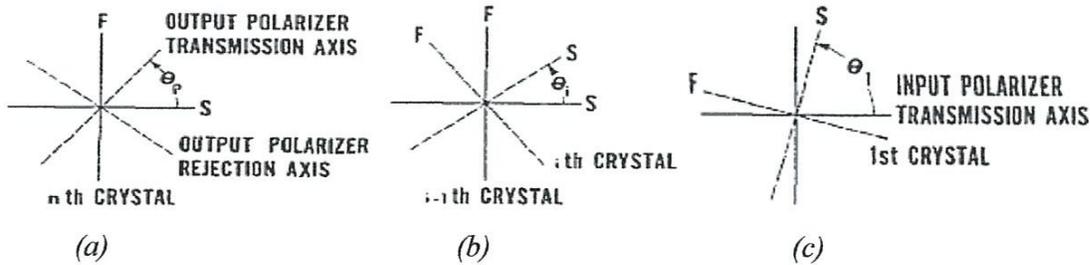


Figure.III.8 : Conventions d'angle utilisées dans le procédé de synthèse:

(a) polariseur de sortie; (b) angles en cristal relatifs; (c) polariseur d'entrée

Avec l'aide des Figues.III.8 (b) et III.8 (c), nous trouvons cela,

Le premier cristal :

$$\begin{pmatrix} F_0^1 \\ F_1^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin \theta_1 \\ \cos \theta_1 \end{pmatrix} \cdot [I_0^0] \quad (3.14)$$

Le deuxième cristal

$$\begin{pmatrix} F_0^2 \\ F_1^2 \\ S_1^2 \\ S_2^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_2 & 0 \\ 0 & -\sin \theta_2 \\ \sin \theta_2 & 0 \\ 0 & \cos \theta_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} F_0^1 \\ S_1^1 \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

Le troisième cristal

$$\begin{pmatrix} F_0^3 \\ F_1^3 \\ F_2^3 \\ S_1^3 \\ S_2^3 \\ S_3^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_3 & -\sin\theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin\theta_3 \\ \sin\theta_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin\theta_3 & \cos\theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\theta_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_0^2 \\ F_1^2 \\ S_1^2 \\ S_2^2 \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

Du modèle établi, nous pouvons écrire pour le cristal du i -ème cristal,

$$\begin{pmatrix} F_0^i \\ F_1^i \\ F_2^i \\ \dots \\ \dots \\ S_{i-3}^i \\ S_{i-2}^i \\ S_{i-1}^i \\ S_1^i \\ S_2^i \\ S_3^i \\ \dots \\ \dots \\ S_{i-2}^i \\ S_{i-1}^i \\ S_i^i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_i & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_i & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta_i & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\sin\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -\sin\theta_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -\sin\theta_i \\ \sin\theta_i & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin\theta_i & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin\theta_i & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \cos\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \cos\theta_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \cos\theta_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_0^{i-1} \\ F_1^{i-1} \\ F_2^{i-1} \\ \dots \\ \dots \\ F_{i-3}^{i-1} \\ F_{i-2}^{i-1} \\ S_1^{i-1} \\ S_2^{i-1} \\ S_3^{i-1} \\ S_4^{i-1} \\ \dots \\ \dots \\ S_{i-2}^{i-1} \\ S_{i-1}^{i-1} \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

Notre procédé doit commencer par la sortie du dernier cristal. A partir des ces F_i^n et S_i^n , nous calculons l'angle et l'entrée de ce cristal (le F_i^{n-1} et le S_i^{n-1}).

Puisque l'entrée du $n^{\text{ième}}$ étage est la sortie de l'étage $n-1$, nous pouvons répéter le processus entier pour $n-1$ cristal. Ainsi nous travaillons notre procédé en arrière de manière que les angles et les entrées des cristaux du réseau entier seront trouvées alternativement.

Le calcul des angles et des entrées est accompli comme suit. Considérons, par exemple, l'équation (3.16) qui relie l'entrée et la sortie du troisième cristal. Nous savons la sortie (les F_i^3 et les S_i^3) et on souhaite trouver θ_3 et l'entrée (les F_i^2 et les S_i^2). Dans la langue de la

théorie linéaire d'équation, le problème peut être redit comme, " Existe-t-il une solution, pour le système des équations non homogènes (3.16)?"

Un ensemble d'équations non homogènes à une solution si et seulement si le rang de la matrice des coefficients est égal au rang de la matrice augmentée.

Pour l'équation (3.16), ceci signifie qu'une solution existe si le rang de la matrice de coefficient,

$$\begin{pmatrix} \cos\theta_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_3 & -\sin\theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin\theta_3 \\ \sin\theta_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin\theta_3 & \cos\theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\theta_3 \end{pmatrix}$$

Égale le rang de la matrice augmentée:

$$\begin{pmatrix} \cos\theta_3 & 0 & 0 & 0 & F_0^3 \\ 0 & \cos\theta_3 & -\sin\theta_3 & 0 & F_1^3 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin\theta_3 & F_2^3 \\ \sin\theta_3 & 0 & 0 & 0 & S_1^3 \\ 0 & \sin\theta_3 & \cos\theta_3 & 0 & S_2^3 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\theta_3 & S_3^3 \end{pmatrix}$$

Puisque le rang de la matrice de coefficient est 4, le rang de la matrice augmentée doit également être 4 pour qu'une solution existe. Plusieurs procédures existent pour déterminer le rang d'une matrice. Appliquant un de ces procédures, nous trouvons le rang de la matrice augmentée peut être 4 si :

$$\tan(\theta_3) = -\frac{F_2^3}{S_3^3} \quad (3.18)$$

$$F_0^3 \cdot F_2^3 + S_1^3 \cdot S_3^3 = 0 \quad (3.19)$$

La première équation donne l'angle du cristal. En utilisant cet angle dans l'équation (3.16), nous pouvons maintenant calculer l'entrée (F_0^2 , F_1^2 , S_1^2 , et S_2^2). Le calcul est facile, impliquant pour n'importe quel étage pas plus que la solution de deux équations simultanées.

L'annexe 4 montre une méthode systématique d'exécuter ce calcul. L'équation (3.19) est vue par comparaison avec l'équation (2.9) pour être simplement un ajustement du fait que le F_i^3 et le S_i^3 doivent satisfaire la conservation de l'énergie. Cette condition est automatiquement satisfaite par les F_i et les S_i de toutes les étages puisque $D(w)$ a été calculé en utilisant la conservation de l'énergie. D'une façon semblable, les conditions pour

l'existence des solutions aux équations. (3.14), (3.15), et (3.16) résultent dans les équations suivantes:

Le premier cristal :

$$\tan(\theta_1) = -\frac{F_0^1}{S_1^1} \quad (3.20)$$

$$(F_0^1)^2 + (S_1^1)^2 = (I_0^0)^2 \quad (3.21)$$

Le deuxième cristal :

$$\tan(\theta_2) = -\frac{F_2^1}{S_2^2} \quad (3.22)$$

$$F_0^2 \cdot F_2^1 + S_1^2 \cdot S_2^2 = 0 \quad (3.23)$$

Le $n^{\text{ième}}$ cristal :

$$\tan(\theta_i) = -\frac{F_{i-1}^i}{S_i^i} \quad (3.24)$$

$$F_0^i \cdot F_{i-1}^i + S_1^i \cdot S_i^i = 0 \quad (3.25)$$

Les angles des cristaux sont donnés par l'équation (3.20), (3.22), et (3.24), tandis que l'équation (3.21), (3.23), et (3.25) sont des rapports de conservation d'énergie. Nous avons maintenant toutes les données nécessaires pour exécuter la synthèse. Le procédé entier est récapitulé ci-dessous.

V. Résumé de la méthode de synthèse :

1. Choisir la réponse désirée $C(w)$ de sortie et l'écrire sous forme de l'équation (3.2). Les C_i doivent être réels.
2. Calculer l'épaisseur du cristal L de la relation $L = a \cdot C / \Delta \eta$. La quantité a est obtenue en comparant le $C(w)$ écrit dans l'étape (1) à $C(w)$ indiquée par l'équation (3.2).
3. Choisir une valeur pour I_0^0 , le choix est arbitraire à condition que $(I_0^0)^2$ dépasse la valeur maximum de $C(w) \cdot C^*(w)$. Il sera souvent avantageux de faire $(I_0^0)^2$ égal à la valeur maximum de $C(w) \cdot C^*(w)$.

4. Calculer $D(w).D^*(w)$ de l'équation (3.4). Trouver $D(w)$ à partir de $D(w).D^*(w)$ en utilisant la méthode de « l'annexe 1 » (ou une certaine méthode équivalente). Les D_i doivent être réelles.
5. Calculer l'angle θ_p du polariseur de sortie de l'équation (3.12).
6. Calculer les F_i^n et les S_i^n de l'équation. (3.9).
7. Calculer l'angle θ_n du dernier étage en utilisant l'équation (3.24). À partir des équations (1) et (2) de « l'annexe 4 » calculer l'entrée du dernier étage (qui est la sortie de l'étage précédent).
8. refaire l'étape (7) avec chaque étage jusqu'à trouver tous les angles.

	Solutions for D_i					Corresponding crystal and polarizer angles			
	1st set	2nd set	3rd set	4th set		1st set	2nd set	3rd set	4th set
D_0	Δ_0	$-\Delta_0$	Δ_n	$-\Delta_n$	θ_1	Θ_1	$-\Theta_1$	Θ_p	$-\Theta_p$
D_1	Δ_1	$-\Delta_1$	Δ_{n-1}	$-\Delta_{n-1}$	θ_2	Θ_2	$-\Theta_2$	Θ_n	$-\Theta_n$
D_2	Δ_2	$-\Delta_2$	Δ_{n-2}	$-\Delta_{n-2}$	θ_3	Θ_3	$-\Theta_3$	Θ_{n-1}	$-\Theta_{n-1}$
D_3	Δ_3	$-\Delta_3$	Δ_{n-3}	$-\Delta_{n-3}$
...
...
...
D_{n-1}	Δ_{n-1}	$-\Delta_{n-1}$	Δ_1	$-\Delta_1$	θ_{n-1}	Θ_{n-1}	$-\Theta_{n-1}$	Θ_3	$-\Theta_3$
D_n	Δ_n	$-\Delta_n$	Δ_0	$-\Delta_0$	θ_p	Θ_p	$-\Theta_p$	Θ_1	$-\Theta_1$

Tableau III.1 : Ensembles relatifs de D_i et de leur θ_i correspondant

VI. Nombre de réseaux possibles

On a affirmé qu'au moins un ensemble réel de D_i peut toujours être trouvé. Les relations entre les D_i et entre les θ_i correspondants sont montrées dans le *Tableau III.1*. Nous voyons que ces quatre ensembles donnent quatre configurations du réseau ce qui sont connexes. Par exemple, le réseau optique correspondant au deuxième ensemble est " l'image de miroir " du réseau obtenu à partir du premier ensemble. Il peut être obtenu simplement à partir du premier en tournant chaque cristal et le polariseur de sortie au sens négatif, au lieu du positif, par le même angle.

En outre, il est d'intérêt de noter que le réseau du troisième ensemble est avec précision le même réseau qui est obtenu en substituant le premier terme par le dernier du réseau du premier ensemble, le deuxième par l'avant dernier, et ainsi de suite.

Ceci signifie que la sortie du réseau sera la même, indépendamment de quel terme est employée comme terme d'entrée.

En conclusion, le réseau résultant du quatrième ensemble est l'image de miroir du réseau obtenu à partir du troisième ensemble. Par conséquent, ces quatre ensembles de D_i ne donnent pas vraiment quatre réseaux différents, mais plutôt un réseau et trois variations [19].

VII. Exemple d'une fonction symétrique paire :

On a traité deux exemples d'applications par la méthode de Harris dans le cas d'une onde symétrique paire 'triangulaire' d'une valeur moyenne nulle et non nulle.

On considère que la fonction de transfert idéale $G(w)$ que nous souhaitons rapprocher est une onde triangulaire.

Comme il est montré dans la Figure III.9, $G(w)$ est une fonction réelle avec une période de base de $2\pi/a$ rad/sec.

Premièrement on va rapprocher $G(w)$ par une série exponentielle finie.

Une série contenant six termes sera employée. Le nombre de termes est arbitraire, mais dans le cas de l'onde triangulaire, six termes donnent une approximation satisfaisante.

Pour cet exemple l'approximation de Fourier est employée pour trouver les coefficients de série, bien qu'il y ait d'autres approximations qui pourraient avoir été employées.

La série de Fourier Exponentielle approchée de l'onde triangulaire est [2] :

$$K(w) = \frac{4}{\pi^2} \left[\frac{1}{25} e^{-j5aw} + \frac{1}{9} e^{-j3aw} + e^{-jaw} + e^{jaw} + \frac{1}{9} e^{j3aw} + \frac{1}{25} e^{j5aw} \right] \quad (3.26)$$

La multiplication par e^{-j5aw} de $K(w)$, qui revient à introduire un simple retard dans le domaine temporel et n'altère en rien ni la réponse impulsionnelle du filtre ni sa fonction de transfert, et avec le changement de variable $b=2.a$, donne :

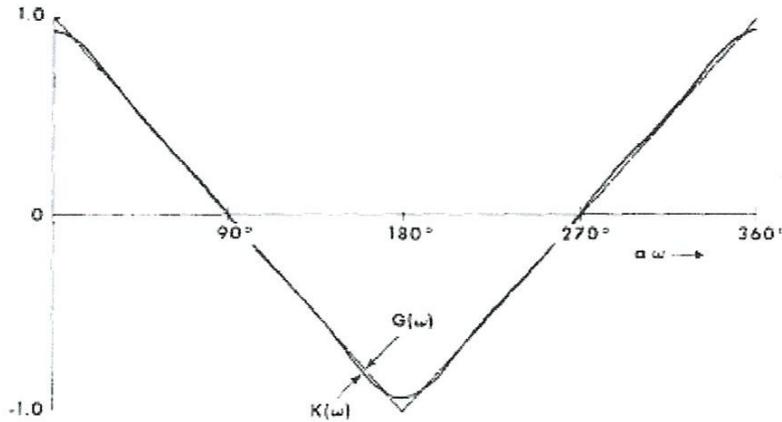


Figure III.9 : Les fonctions de transfert idéales et l'approximation de l'exemple. La fonction de transfert idéale est montrée par la ligne pointillée et l'approximation par la ligne solide.

$$K(w) = e^{-j5aw} \cdot K(w) - \frac{4}{\pi^2} \left[\frac{1}{25} + \frac{1}{9} \cdot e^{-jbw} + e^{-j2bw} + e^{-j3bw} + \frac{1}{9} \cdot e^{-j4bw} + \frac{1}{25} \cdot e^{-j5bw} \right] \quad (3.27)$$

Nous pouvons laisser le $2aw = bw$. En utilisant ceci dans l'équation (3.27), nous obtenons forme finale pour $C(w)$:

$$C(w) = 0.01621 + 0.0450 e^{-jbw} + 0.40528 e^{-j2bw} + 0.40528 e^{-j3bw} + 0.045030 e^{-j4bw} + 0.0162 e^{-j5bw} \quad (3.28)$$

Nous devons maintenant calculer $D(w)$. En utilisant l'équation (3.5), on trouve :

$$\begin{aligned} |D(w)|^2 &= D(w) \cdot D^*(w) = (I_0^\circ)^2 - C(w) \cdot C^*(w) \\ &= (I_0^\circ)^2 - 0.33309 - 0.40443 \cos(bw) - 0.09928 \cos(2bw) - 0.03034 \cos(3bw) \\ &\quad - 0.00292 \cos(4bw) - 0.000526 \cos(5bw). \end{aligned} \quad (3.29)$$

Il peut avoir n'importe quelle valeur réelle aussi longtemps que $(I_0^\circ)^2$ sont plus grands que la valeur maximum de $C(w)C^*(w)$. De figure III.9. Nous voyons que la valeur maximum de $C(w)C^*(w)$ se produit à $w=0$ et a une valeur de 0.87059. Choisissons $(I_0^\circ)^2 = 1$. L'équation (3.29) devient alors :

$$|D(w)|^2 = 0.66691 - 0.40443 \cos bw - 0.09928 \cos 2bw - 0.03034 \cos 3bw - 0.00292 \cos 4bw - 0.000526 \cos 5bw \quad (3.30)$$

<< Nous emploierons maintenant la méthode décrite dans l'annexe I pour calculer D(w) >>

On trouve d'après l'équation (5) de l'annexe I 'R.J. Pegis [25]' :

$$-0.0003 \cdot x^5 - 0.0015 \cdot x^4 - 0.0139 \cdot x^3 - 0.0438 \cdot x^2 - 0.1580 \cdot x + 0.7633 - 0.1580 \cdot x^{-1} - 0.0438 \cdot x^{-2} - 0.0139 \cdot x^{-3} - 0.0015 \cdot x^{-4} - 0.0003 \cdot x^{-5} = 0 \quad (3.31)$$

Où $\cos(bw)$ est remplacé par $(e^{-jbw} + e^{jbw})/2$ et on pose $x = e^{jbw}$.

Nous souhaitons après mettre l'équation (3.31) sous forme de l'équation (6) de l'annexe I.

Pour déterminer le B_i , nous égalisons les coefficients semblables de dans (5) et (6) qui donnent :

$$B_5 = A_5 = -0.0003$$

$$B_4 = A_4 = -0.0015$$

$$B_3 = A_3 - 5A_5 = -0.0139$$

$$B_2 = A_2 - 4A_4 = -0.0438$$

$$B_1 = A_1 + 5A_5 - 3A_3 = -0.1580$$

$$B_0 = A_0 + 2A_4 - 2A_2 = +0.7633$$

Substituant ces derniers dans (6) et laissant $y = (x + x^{-1})$. Nous avons :

$$-0.0003 \cdot y^5 - 0.0015 \cdot y^4 - 0.0139 \cdot y^3 - 0.0438 \cdot y^2 - 0.1580 \cdot y + 0.7633 = 0 \quad (3.32)$$

Les racines de (3.32) sont :

$$y_1 = 0.1896 + 6.3951i$$

$$y_2 = 0.1896 - 6.3951i$$

$$y_3 = -4.0738 + 3.9326i \quad (3.33)$$

$$y_4 = -4.0738 - 3.9326i$$

$$y_5 = 2.21289.$$

D'où l'équation (7) de l'annexe I, les x_i correspondant sont :

$$\begin{aligned} x_1 &= 0.1853 + 6.5477i & x_2 &= 0.1853 - 6.5477i \\ x_3 &= -3.9507 + 4.0591i & x_4 &= -3.9507 - 4.0591i \\ x_5 &= 1.5800 \end{aligned} \tag{3.34}$$

$$\begin{aligned} x_1^{-1} &= 0.0043 - 0.1526i & x_2^{-1} &= 0.0043 + 0.1526i \\ x_3^{-1} &= -0.1231 - 0.1265i & x_4^{-1} &= -0.1231 + 0.1265i \\ x_5^{-1} &= 0.6329 \end{aligned} \tag{3.35}$$

ensemble	D_0	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5
$x_1 x_2 x_3 x_4 x_5$	-0,75607	0,29887	0,07414	0,02091	0,00207	0,00035
$x_1^{-1} x_2^{-1} x_3^{-1} x_4^{-1} x_5^{-1}$	0,75607	-0,29887	-0,07414	-0,02901	-0,00207	-0,00035
$x_1 x_2 x_3^{-1} x_4^{-1} x_5^{-1}$	-0,00035	-0,00207	-0,02091	-0,07414	-0,29887	0,75607
$x_1^{-1} x_2^{-1} x_3 x_4 x_5$	0,00035	0,00207	0,02091	0,07414	0,29887	-0,75607
$x_1 x_2 x_3 x_4 x_5^{-1}$	-0,01762	0,01334	-0,75640	0,29188	0,09415	0,01491
$x_1^{-1} x_2^{-1} x_3^{-1} x_4^{-1} x_5$	0,01762	-0,01334	0,75640	-0,29188	-0,09415	-0,01491
$x_1^{-1} x_2^{-1} x_3 x_4 x_5^{-1}$	-0,01491	-0,09415	-0,29188	0,75640	-0,01334	0,01762
$x_1^{-1} x_2^{-1} x_3^{-1} x_4^{-1} x_5^{-1}$	0,01491	0,09415	0,29188	-0,75640	0,01334	-0,01762
$x_1 x_2 x_3^{-1} x_4^{-1} x_5^{-1}$	-0,01115	0,01901	-0,48006	0,63730	0,17107	0,02356
$x_1^{-1} x_2^{-1} x_3 x_4 x_5$	0,01115	-0,01901	0,48006	-0,63730	-0,17107	-0,02356
$x_1^{-1} x_2^{-1} x_3^{-1} x_4^{-1} x_5$	-0,02356	-0,17107	-0,63730	0,48006	-0,01901	0,01115
$x_1^{-1} x_2^{-1} x_3 x_4 x_5^{-1}$	0,02356	0,17107	0,63730	-0,48006	0,01901	-0,01115
$x_1 x_2 x_3 x_4 x_5^{-1}$	-0,47854	0,64236	0,15462	0,03696	0,00379	0,00055
$x_1^{-1} x_2^{-1} x_3^{-1} x_4^{-1} x_5^{-1}$	0,47854	-0,64236	-0,15462	-0,03696	-0,00379	-0,00055
$x_1^{-1} x_2^{-1} x_3^{-1} x_4^{-1} x_5$	-0,00055	-0,00379	-0,03696	-0,15462	-0,64236	0,47854
$x_1^{-1} x_2^{-1} x_3^{-1} x_4^{-1} x_5^{-1}$	0,00055	0,00379	0,03696	0,15462	0,64236	-0,47854

Tableau III.2: Les 16 ensembles réels de D_i .

Puisqu'il y a quatre racines complexes dans l'équation (3.32), il y aura $2^{(n-1/2 m+1)} = 16$ ensembles réels de D_i qui peuvent être obtenus en multipliant les facteurs $(x-x_i)$ ensemble dans diverses manières. Huit de ces ensembles sont simplement les négatifs des autres huit.

(m est le nombre des racines complexes y_i).

Considérons l'ensemble qui est trouvé pour construisant le polynôme

$$(x-x_1) (x-x_2) (x-x_3) (x-x_4) (x-x_5).$$

Exécutant la multiplication indiquée, nous obtenons :

$$x^5 + 6x^4 + 60.2x^3 + 213.3x^2 + 859.8x - 2175 \quad (3.35)$$

Comme indiqué par l'équation (11) de l'annexe I, un ensemble de D_i est proportionnel aux coefficients de ce polynôme.

$$\begin{aligned} D_0 &= 0.0003 & D_1 &= 0.0021 \\ D_2 &= 0.0209 & D_3 &= 0.0741 \\ D_4 &= 0.2989 & D_5 &= -0.7561. \end{aligned} \quad (3.36)$$

Chacun des 16 ensembles réels de D_i est montré dans le tableau III.2.

Nous intervenons maintenant, en détail, le procédé de synthèse pour le premier ensemble. L'application des équations (3.11), (3.12) nous donne l'angle d'orientation du polariseur de sortie, soit :

$$\tan(\theta_P) = \frac{D_5}{C_5} \rightarrow \theta_P = 0.0214 \rightarrow \theta_P = 1^\circ 14' \quad (3.37)$$

On détermine maintenant les valeurs des F_i^5 et S_i^5 soit :

$$\begin{pmatrix} F_0^5 \\ F_1^5 \\ F_2^5 \\ F_3^5 \\ F_4^5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.7562 \\ -0.2978 \\ -0.0654 \\ -0.0122 \\ -0.0011 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{pmatrix} S_1^5 \\ S_2^5 \\ S_3^5 \\ S_4^5 \\ S_5^5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.0514 \\ 0.4068 \\ 0.4056 \\ 0.0451 \\ 0.0162 \end{pmatrix}$$

Ce qui permet par la suite de calculer θ_5 , l'angle d'orientation de la dernière lame, qui vaut :

$$\tan(\theta_5) = \frac{-F_4^5}{S_5^5} \rightarrow \theta_5 = 0.0679 \rightarrow \theta_5 = 3^\circ 53' \quad (3.38)$$

Les impulsions d'entrée au cinquième cristal sont calculées à partir des équations (1) et (2) de l'annexe 4, soit :

$$\begin{pmatrix} F_0^4 \\ F_1^4 \\ F_2^4 \\ F_3^4 \\ F_4^4 \end{pmatrix} = \frac{1}{\{(F_4^5)^2 + (S_5^5)^2\}^{1/2}} \begin{pmatrix} F_0^5 & S_1^5 \\ F_1^5 & S_2^5 \\ F_2^5 & S_3^5 \\ F_3^5 & S_4^5 \\ F_4^5 & S_5^5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_5^5 \\ -F_4^5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.7580 \\ -0.2696 \\ -0.0378 \\ -0.0091 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} S_0^4 \\ S_1^4 \\ S_2^4 \\ S_3^4 \\ S_4^4 \end{pmatrix} = \frac{1}{\{(F_4^5)^2 + (S_5^5)^2\}^{1/2}} \begin{pmatrix} F_0^5 & S_1^5 \\ F_1^5 & S_2^5 \\ F_2^5 & S_3^5 \\ F_3^5 & S_4^5 \\ F_4^5 & S_5^5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_4^5 \\ S_5^5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.4261 \\ 0.4091 \\ 0.0458 \\ 0.0163 \end{pmatrix}$$

Soit:

$$\tan(\theta_4) = \frac{-F_3^4}{S_4^4} \rightarrow \theta_4 = 0.5121 \rightarrow \theta_4 = 29^\circ 21' \quad (3.39)$$

$$S_4^4$$

De la même manière, on trouve les déferents θ_i , les étapes sont indiquées ci-dessous :

$$\begin{pmatrix} F_0^3 \\ F_1^3 \\ F_2^3 \\ F_3^3 \end{pmatrix} = \frac{1}{\{(F_3^4)^2 + (S_4^4)^2\}^{1/2}} \begin{pmatrix} F_0^4 & S_1^4 \\ F_1^4 & S_2^4 \\ F_2^4 & S_3^4 \\ F_3^4 & S_4^4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_4^4 \\ -F_3^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.8695 \\ -0.0345 \\ -0.0105 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} S_0^3 \\ S_1^3 \\ S_2^3 \\ S_3^3 \end{pmatrix} = \frac{1}{\{(F_3^4)^2 + (S_4^4)^2\}^{1/2}} \begin{pmatrix} F_0^4 & S_1^4 \\ F_1^4 & S_2^4 \\ F_2^4 & S_3^4 \\ F_3^4 & S_4^4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_3^4 \\ S_4^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.4887 \\ 0.0584 \\ 0.0186 \end{pmatrix}$$

$$\tan(\theta_3) = \frac{-F_2^3}{S_3^3} \rightarrow \theta_3 = 0.5121 \rightarrow \theta_3 = 29^\circ 21' \quad (3.40)$$

$$\begin{bmatrix} F_0^2 \\ F_1^2 \\ F_2^2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\{(F_2^3)^2 + (S_3^3)^2\}^{1/2}} \begin{bmatrix} F_0^3 & S_1^3 \\ F_1^3 & S_2^3 \\ F_2^3 & S_3^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_3^3 \\ -F_2^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9975 \\ -0.0015 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} S_0^2 \\ S_1^2 \\ S_2^2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\{(F_2^3)^2 + (S_3^3)^2\}^{1/2}} \begin{bmatrix} F_0^3 & S_1^3 \\ F_1^3 & S_2^3 \\ F_2^3 & S_3^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_2^3 \\ S_3^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.0678 \\ 0.0214 \end{bmatrix}$$

$$\tan(\theta_2) = \frac{-F_1^2}{S_2^2} \rightarrow \theta_2 = 0.0679 \rightarrow \theta_2 = 3^\circ 53' \quad (3.41)$$

$$\begin{bmatrix} F_0^1 \\ F_1^1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\{(F_1^2)^2 + (S_2^2)^2\}^{1/2}} \begin{bmatrix} F_0^2 & S_1^2 \\ F_1^2 & S_2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_2^2 \\ -F_1^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9998 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} S_0^1 \\ S_1^1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\{(F_1^2)^2 + (S_2^2)^2\}^{1/2}} \begin{bmatrix} F_0^2 & S_1^2 \\ F_1^2 & S_2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1^2 \\ S_2^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.0214 \end{bmatrix}$$

$$\tan(\theta_1) = \frac{-F_0^1}{S_1} \rightarrow \theta_1 = -88^\circ 46' \quad (3.42)$$

ensemble	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_p
$x_1 x_2 x_3 x_4 x_5$	$-88^{\circ}46'$	$3^{\circ}53'$	$29^{\circ}21'$	$29^{\circ}21'$	$3^{\circ}53'$	$1^{\circ}14'$
$x_1^{-1} x_2^{-1} x_3^{-1} x_4^{-1} x_5^{-1}$	$88^{\circ}46'$	$3^{\circ}53'$	$-29^{\circ}21'$	$-29^{\circ}21'$	$-3^{\circ}53'$	$-1^{\circ}14'$
$x_1 x_2 x_3 x_4 x_5$	$-1^{\circ}14'$	$-3^{\circ}53'$	$-29^{\circ}21'$	$-29^{\circ}21'$	$-3^{\circ}53'$	$88^{\circ}46'$
$x_1^{-1} x_2^{-1} x_3^{-1} x_4^{-1} x_5^{-1}$	$1^{\circ}14'$	$3^{\circ}53'$	$29^{\circ}21'$	$29^{\circ}21'$	$3^{\circ}53'$	$-88^{\circ}46'$
$x_1 x_2 x_3^{-1} x_4^{-1} x_5$	$-47^{\circ}23'$	$60^{\circ}25'$	$-68^{\circ}34'$	$-68^{\circ}34'$	$60^{\circ}25'$	$42^{\circ}37'$
$x_1 x_2 x_3^{-1} x_4^{-1} x_5$	$47^{\circ}23'$	$-60^{\circ}25'$	$68^{\circ}34'$	$68^{\circ}34'$	$-60^{\circ}25'$	$-42^{\circ}37'$
$x_1^{-1} x_2^{-1} x_3 x_4 x_5^{-1}$	$-42^{\circ}37'$	$-60^{\circ}25'$	$68^{\circ}34'$	$68^{\circ}34'$	$-60^{\circ}25'$	$47^{\circ}23'$
$x_1^{-1} x_2^{-1} x_3 x_4 x_5^{-1}$	$42^{\circ}37'$	$60^{\circ}25'$	$-68^{\circ}34'$	$-68^{\circ}34'$	$60^{\circ}25'$	$-47^{\circ}23'$
$x_1 x_2 x_3^{-1} x_4^{-1} x_5^{-1}$	$-34^{\circ}32'$	$64^{\circ}28'$	$-64^{\circ}24'$	$-64^{\circ}24'$	$64^{\circ}28'$	$55^{\circ}28'$
$x_1 x_2 x_3^{-1} x_4^{-1} x_5^{-1}$	$34^{\circ}32'$	$-64^{\circ}28'$	$64^{\circ}24'$	$64^{\circ}24'$	$-64^{\circ}28'$	$-55^{\circ}28'$
$x_1^{-1} x_2^{-1} x_3 x_4 x_5$	$-55^{\circ}28'$	$-64^{\circ}28'$	$64^{\circ}24'$	$64^{\circ}24'$	$-64^{\circ}28'$	$34^{\circ}32'$
$x_1^{-1} x_2^{-1} x_3 x_4 x_5$	$55^{\circ}28'$	$-64^{\circ}28'$	$-64^{\circ}24'$	$-64^{\circ}24'$	$64^{\circ}28'$	$-34^{\circ}32'$
$x_1 x_2 x_3 x_4 x_5^{-1}$	$-88^{\circ}04'$	$7^{\circ}56'$	$45^{\circ}40'$	$45^{\circ}40'$	$7^{\circ}56'$	$1^{\circ}56'$
$x_1 x_2 x_3 x_4 x_5^{-1}$	$88^{\circ}04'$	$-7^{\circ}56'$	$-45^{\circ}40'$	$-45^{\circ}40'$	$-7^{\circ}56'$	$-1^{\circ}56'$
$x_1^{-1} x_2^{-1} x_3^{-1} x_4^{-1} x_5$	$-1^{\circ}56'$	$-7^{\circ}56'$	$-45^{\circ}40'$	$-45^{\circ}40'$	$-7^{\circ}56'$	$88^{\circ}04'$
$x_1^{-1} x_2^{-1} x_3^{-1} x_4^{-1} x_5$	$1^{\circ}56'$	$7^{\circ}56'$	$45^{\circ}40'$	$45^{\circ}40'$	$7^{\circ}56'$	$-88^{\circ}04'$

Tableau III.3: Sommaire des résultats de l'exemple

L'application de la méthode de Jones en utilisant les valeurs des angles obtenus, permet de déterminer l'intensité transmise par ce filtre. On obtient la figure par simulation.

VIII. Conclusion du chapitre III :

Dans ce chapitre, nous avons constaté alors qu'avec les deux arrangements du filtre SOLC, la réponse spectrale est de forme très particulière. Cependant, grâce à une approche dans le domaine temporel il est possible, avec de telles structures, de réaliser des filtres à gabarits prédéfinis.

En effet, la réponse impulsionnelle de tels filtres peut être contrôlée par l'orientation des angles des différents éléments de la structure. Ceci offre un degré de liberté supplémentaire pour la réalisation de filtres à fonction de transfert symétrique.

Ensuite, nous avons présenté un exemple d'application qui illustre cette procédure de synthèse.

Le chapitre qui suit présentera les résultats de simulation de plusieurs types de fonctions symétriques (triangulaire, rectangulaire).

Chapitre IV

Résultat de Simulation

I. Introduction :

Après avoir étudié dans les chapitres précédents les différents types des filtres et surtout les filtres biréfringents, on se propose dans cette partie de simuler par la méthode de synthèse qui permet de réaliser un filtre optique biréfringent qui a une fonction de transfert symétrique paire, « *Filtre à gabarit prédéfini* ».

Il suffit de fournir le gabarit d'une fonction symétrique afin d'avoir la réponse désirée du filtre. La méthode est basée sur l'approche temporelle et consiste à utiliser les angles d'orientation des différentes lames afin de contrôler la réponse impulsionnelle du filtre.

La plage des longueurs d'onde est évidemment celle des télécommunications optiques couvrant tout le spectre de transmission de la fibre optique utilisée dans le système de multiplexage en longueur d'onde WDM.

II. Résultats pour une Fonction symétrique paire

II.1. fonction triangulaire à valeur moyenne nulle :

La fonction de transfert choisie $C(w)$ est une fonction symétrique paire, définie par deux fonctions $k_1(r_1)$ et $k_2(r_2)$ de la manière suivante :

$$k_1(r_1) = (-2/\pi) * r_1 + 1 \text{ dans l'intervalle } 0 : \pi/1000 : \pi ;$$

$$k_2(r_2) = (2/\pi) * r_2 - 3 \text{ dans l'intervalle } \pi : \pi/1000 : 2 * \pi ;$$

illustrée en rouge (la fonction idéale) dans la figure qui se suit.

Ensuite nous avons approximé cette fonction par une série exponentielle à 11 coefficients.

Ce qui implique l'utilisation de 10 lames biréfringentes.

D'après le programme MATLAB, les valeurs des coefficients de $C(w)$ sont :

$$C = [0.0162 \quad 0.0000 \quad 0.0451 \quad 0.0000 \quad 0.4053 \quad 0.0000 \quad 0.4053 \quad 0.0000 \quad 0.0451 \quad 0.0000 \\ 0.0162].$$

La méthode de Harris appliquée sur MATLAB, nous a permis d'avoir les valeurs des angles d'orientation exprimées en radian des 10 lames et du polariseur à la sortie du filtre :

$$\theta_e = [-1.5493 \quad 0.0000 \quad 0.0680 \quad 0.0000 \quad 0.5122 \quad 0.0000 \quad 0.5122 \quad 0.0000 \quad 0.0680 \\ 0.0000]$$

$$\theta_{ee} = [-1.5493 \quad -1.5493 \quad -1.4813 \quad -1.4813 \quad -0.9691 \quad -0.9691 \quad -0.4569 \quad -0.4569 \quad -0.3889 \\ -0.3889]$$

L'angle relatif du polariseur de sortie :

$$\theta_p = 0.0214 \rightarrow \theta_p = 1^{\circ}14'$$

Résultat de simulation en MATLAB d'un filtre biréfringent à gabarit prédéfini par la méthode de Harris : cas d'une fonction symétrique paire 'triangulaire à valeur moyenne nulle'

```

%"calcul des coefficients c de la fonction de transfert c(w)"
% supposons la fonction idéal est une fonction symétrique paire «triangulaire», définie par
deux fonction :
    % k1= (-2*r1)/pi+1 pour r1= 0 : pi/10000 : pi
    % k2= (2*r2)/pi-3 pour r2= pi : pi/10000 : 2*pi

clear all
close all
clc
%1)Présentation de la fonction de transfert idéale et l'approximation en série de Fourier

r1=0: pi/100: pi;          % domaine de définition de k1
r2= pi: pi/100:2*pi;      % domaine de définition de k2
k1= (-2*r1)/pi+1;         % la fonction idéale dans l'intervalle [0 pi]
k2= (2*r2)/pi-3;          % la fonction idéale dans l'intervalle [0 2*pi]

%1) Calcul des coefficients c par la méthode de l'approximation en série
    % exponentielle

nl=5;
% nombre d'impulsion = nombre de lame+1;

for W=0:0.01:2*pi
m=1;
T=2*pi;          % période de la fonction c(w)
k5=0;
for n= - nl:1: nl;
    % z =1/période*intégral sur la période de (f(r)*exp (-j*2*pi*n*r1/T))
    % f(r1) = -1 dans l'intervalle [0 pi] et f(r2) = +1 dans l'intervalle [pi 2*pi]
    % z1= intégrale de (k1*cos(-j*2*pi*n*r1/T)) dans la période r1
z1=trapz(r1,k1.*cos(2*pi*n*r1/T));
    %z2=intégrale de (k2*cos(-j*2*pi*n*r2/T)) dans la période r2
z2=trapz(r2,k2.*cos(2*pi*n*r2/T));
z=(z1+z2)*1/T;
c(m)=z;
k5=k5+c(m)*exp(i*n*W);    % pour tracer la fonction idéale en série de Fourier
m=m+1;
end

plot(W*180/pi,k5,'b-')
hold on
end
plot(r1*180/pi, k1,'r-',r2*180/pi, k2,'r-')          %pour tracer la fonction idéale

grid on;
% xlabel('w en degré');

```

```

% ylabel('valeurs de la FT');
% title('fonction triangulaire(valeur moyenne nulle) et sa approximation avec 11
coefficients ')
% axis([0 360 -1 1]);

```

```

%II) Calcule les angles d'orientation des lames

```

```

    %II.1) Calcule les coefficients de  $c(w).c(w)^*$ 

```

```

for uu=1:length(c)
    cc(uu)=c(1)*c(uu);
    pp=uu;
    kk=2;
    while (pp~=length(c))
        pp=pp+1;
        cc(uu)=cc(uu)+c(kk)*c(pp);
        kk=kk+1;
    end
end

```

```

    %II.2) Calcule les coefficients de  $d(w).d(w)^*$ 

```

```

dd(1)=1-cc(1);
for ss=2:length(c)
    dd(ss)=-cc(ss);
end

```

```

    %II.3) d'après le résultat qui à trouver par le
    % programme de Harris d'une fonction paire on peut
    % extraire les  $B_i$  de la méthode de "Pegis" par
    % une forme matricielle

```

```

    %II.3-1) Calcule du  $b_i$  de la première matrice
    % cette matrice contient les  $dd(i)$  qui sont obtenus précédemment

```

```

sx=1;
jx=1;
nx=length(c);
while (sx <= length(c))
    px=sx;
    for ix=1:nx
        bb(ix,jx)=((-1)^(jx+1))*dd(px);
        px=px+1;
    end
    sx=sx+2;
    nx=nx-2;
    jx=jx+1;
end

```

```

%II.3-2) calcul de bi de la deuxième matrice
% cette matrice permet de calculer les coefficients de dd(i)
tp=length(bb(1,:));
bbb(1:length(c),1)=1;
bbb(1,2:tp)=2;
for iii=2:length(c)
    for jjxx=2:tp
        bbb(iii,jjxx)=sum (bbb(iii-1,1:jjxx));
    end
end
bbx=bb.*bbb; % matrice qui contient la multiplication des coefficients et dd(i)
% les coefficients de 'Pegis' sont donnés par p (po)

for hk=1:length(c)
    b(hk)=sum(bbx(hk,:));
end
po=0;
for er=length(c):-1:1
    po=po+1;
    p(po)=b(er);
end

y=roots(p); % Calcule des racines de polynôme (p)"yi"

%II.3-3) à chaque "yi" on peut extraire les xi
nzer=(length(b)-1);
x=zeros (2,nzer);
for izer=1:nzer
    x(:,izer)=roots([1 -y(izer) 1]);
end

% on va choisir un groupe des racines "construit par 5 racines"
r=x(1,:);
fcar=poly(r)

%II.3.4) calcul de q

dcc=fcar.^2;
q=sqrt(dd(1)/sum(dcc(1,:)));

% II.3.4) Calcule des di
ckk=length(fcar);
for ck=1:length(fcar) % le ckk pour inverser le vecteur d
    d(ck)=fcar(ckk)*q;
    ckk=ckk-1;
end

```

```
%II.4) Calcule l'angle du polariseur
```

```
the_p=atan(d(length(fcar))/c(length(fcar)));
```

```
%II.5) Calcule f et s de n-1 ème étage
```

```
ll=(length(fcar))-1;
for l=1:ll;
f(l,ll)=c(l)*sin(the_p)-d(l)*cos(the_p);
s(l,ll)=c(l+1)*cos(the_p)+d(l+1)*sin(the_p);
end
the(ll)=atan(-(f(l,ll)/s(l,ll)));
```

```
%II.6) Calcule des angles entre deux lames successives
des étages de n-2 à 1
```

```
w=(length(fcar))-2;
z=0;
while w~0
rt=1/(sqrt(f(w+1,w+1)^2+s(w+1+z,w+1)^2));
for v=1:1:w+1
f(v,w)=rt*(f(v,w+1)*s(w+1+z,w+1)-s(v+z,w+1)*f(w+1,w+1));
s(v,w)=rt*(f(v,w+1)*f(w+1,w+1)+s(v+z,w+1)*s(w+1+z,w+1));
end
z=1;
the(w)=atan(-(f(v-1,w)/s(v,w)));
w=w-1;
end
```

```
%II.7) Calcule des angles d'orientation de chaque lame
```

```
thee(1)=the(1);
for gg=2:length(c)-1
thee(gg)=the(gg)+thee(gg-1);
end
phi_a=thee(length(c)-1)+the_p;
```

N.B :

La courbe en rouge représente la fonction idéale qu'on souhaite synthétiser et la courbe en bleu illustre l'approximation de cette fonction.

Cette fonction $C(w)$ est obtenue à partir du programme précédent en appliquant le formalisme de Jones du filtre à synthétiser qui a été présenté dans le chapitre III .

Commentaire :

La fonction illustrée par la courbe en bleu représente la réponse d'un filtre dont les angles sont calculés par le procédé de synthèse développé par Harris et dont le gabarit choisi est la fonction triangulaire.

D'après la comparaison entre les deux courbes, la fonction idéale et la fonction approximée, on remarque que les deux sont presque identiques mais il y a une petite variation car le nombre des coefficients de série de Fourier utilisé dans l'approximation n'est pas élevé et suffisant pour obtenir la fonction idéale pure :

- Plus le nombre de coefficients augmente plus la réponse s'approche de la fonction idéale.
- Si on augmente le nombre de lames, le filtre devient non réalisable en pratique.

On remarque que les coefficients de série de Fourier sont symétriques par rapport à la valeur moyenne nulle.

II.2) fonction triangulaire à valeur moyenne non nulle :

La fonction de transfert choisie $C(w)$ est une fonction symétrique paire, définie par deux fonctions $x_1(t_1)$ et $x_2(t_2)$ de la manière suivante :

$$k_1(r_1) = (-1/\pi) * r_1 + 1 \text{ dans l'intervalle } 0 : \pi/1000 : \pi ;$$

$$k_2(r_2) = (1/\pi) * r_2 - 1 \text{ dans l'intervalle } \pi : \pi/1000 : 2 * \pi ;$$

illustrée en rouge (la fonction idéale) dans la figure qui se suit.

Ensuite nous avons approximé cette fonction par une série exponentielle à 11 coefficients. Ce qui implique l'utilisation de 10 lames biréfringentes.

D'après le programme en MATLAB, les valeurs des coefficients de $C(w)$ sont :

$$c = [0.0081 \ 0.0000 \ 0.0225 \ 0.0000 \ 0.2027 \ 0.5000 \ 0.2027 \ 0.0000 \ 0.0225 \ 0.0000 \ 0.0081]$$

La méthode de Harris appliquée sur MATLAB, nous a permis d'avoir les valeurs des angles d'orientation exprimées en radian des 10 lames et de polariseur de sortie du filtre :

$$the = [-1.5599 \ 0.0046 \ 0.0335 \ 0.0153 \ 0.2752 \ 0.6326 \ 0.2752 \ 0.0153 \ 0.0335 \ 0.0046]$$

$$thee = [-1.5599 \ -1.5553 \ -1.5218 \ -1.5065 \ -1.2313 \ -0.5986 \ -0.3234 \ -0.3080 \ -0.2746 \ -0.2700]$$

L'angle relatif du polariseur de sortie :

$$\theta_p = 0.0109 \rightarrow \theta_p = 0^\circ 37'$$

Résultat de simulation en MATLAB d'un filtre biréfringent à gabarit prédéfini par la méthode de Harris : cas d'une fonction symétrique paire 'triangulaire d'une valeur moyenne non nulle'

```

%" Calcul des coefficients c de la fonction de transfert c(w) ensuite nous avons extraire les
angles d'orientation des lames "
% supposant la fonction idéal est une fonction symétrique, paire « triangulaire d'une valeur
moyenne non nulle », définie par les deux fonctions suivants :
    % k1=-r1/pi+1 pour r1=0:pi/100:pi
    % k2=r2/pi-1 pour r2=pi: pi/100:2*pi

clear all
close all
clc

%I) Présentation de la fonction de transfert idéale et l'approximation en série de Fourier

r1=0:pi/100:pi; %domaine de définition de k1
r2=pi:pi/100:2*pi; %domaine de définition de k2
k1=-r1/pi+1; %fonction idéal dans l'intervalle [0 pi]
k2=r2/pi-1; %fonction idéal dans l'intervalle [pi 2*pi]

%I) Calcule des coefficients c(w) par la méthode de l'approximation de la série exponentielle

nl=5;
% nimpuls=nombre des lames +1;% le nombre des impulsions = le nombre des lames + 1
for W=0:0.01:2*pi
m=1;
T=2*pi; %période de la fonction c(w)
K5=0;
for n=-nl:1:nl;
    % le nombre de lame utilisé égale à 10
    %z=1/période*intégral sur période de (f(r1)*exp(-j*2*pi*n*r1/T)
    % f(r1)= -1 dans l'intervalle [0 pi] et f(r2) =+1 dans l'intervalle
    % [pi 2*pi]
    % z1=intégrale de (k1*cos(-j*2*pi*n*r1/T)) dans la période r1
    z1=trapz(r1,k1.*cos(2*pi*n*r1/T));
    %z2=intégrale de (k2*cos(-j*2*pi*n*r2/T)) dans la période r2
    z2=trapz(r2,k2.*cos(2*pi*n*r2/T));
    z=(z1+z2)*1/T;
    c(m)=z;
    k5=k5+c(m)*exp(i*n*W); % pour tracer la fonction idéale en série de Fourier
    m=m+1;
end

plot(W*180/pi,k1,'b-')
hold on
end
plot(r1*180/pi,k1,'r-',r2*180/pi,k2,'r-')

```

```

grid on;
%xlabel('w en degre');
%ylabel('valeurs de la FT');
%title('fonction triangulaire(valeur moyenne non nulle) et son approximation avec 11
coefficients ')
%axis([0 360 0 1]);

```

%II) Calcule les angles d'orientation des lames

```

                %1) calcule les coefficients de c(w).c(w)*
for uu=1:length(c)
    cc(uu)=c(1)*c(uu);
    pp=uu;
    kk=2;
    while (pp~=length(c))
        pp=pp+1;
        cc(uu)=cc(uu)+c(kk)*c(pp);
        kk=kk+1;
    end
end

```

%2) Calcule des coefficients de d(w).d(w)*

```

dd(1)=1-cc(1);
for ss=2:length(c)
    dd(ss)=-cc(ss);
end

```

% 3) d'après le résultat qui a trouvé par le
% programme de Harris d'une fonction paire on peut
% extraire les B_i de la méthode de "Pegis" par une forme matricielle

%3-1) Calcule des b_i la première matrice
% cette matrice contient les $dd(i)$ qui a
% trouvé précédant

```

sx=1;
jx=1;
nx=length(c);
while (sx <= length(c))
    px=sx;
    for ix=1:nx
        bb(ix,jx)=((-1)^(jx+1))*dd(px);
        px=px+1;
    end

```

```

sx=sx+2;
nx=nx-2;
jx=jx+1;
end

% 3-2) Calcule bi de la deuxième matrice
% cette matrice permet de calculer les
% coefficient de dd(i)

tp=length(bb(1,:));
bbb(1:length(c),1)=1;
bbb(1,2:tp)=2;
for iii=2:length(c)
    for jjxx=2:tp
        bbb(iii,jjxx)=sum (bbb(iii-1,1:jjxx));
    end
end
bbx=bb.*bbb; % la matrice qui contient la multiplication des coefficients et dd(i)
% les coefficients de « Pegis » est donné par p(po)

for hk=1:length(c)
    b(hk)=sum(bbx(hk,:));
end
po=0;
for er=length(c):-1:1
    po=po+1;
    p(po)=b(er);
end
y=roots(p);

% 3.3 ) Calcule les racines de polynôme (p)"yi"

% à chaque "yi" on peut extraire les xi

nzer=(length(b)-1);
x=zeros (2,nzer);
for izer=1:nzer
    x(:,izer)=roots([1 -y(izer) 1]);
end

% on va choisir un groupe de racines "construit par 5 racine"
r=x(1,:);
fcar=poly(r)

% 3.5) Calcule de q

dcc=fcar.^2;

```

```
q=sqrt(dd(1)/sum(dcc(1,:)));
```

```
% 3.6) Calcule di
```

```
ckk=length(fcar);
for ck=1:length(fcar) % le ckk pour inverser le vecteur d
d(ck)=fcar(ckk)*q;
ckk=ckk-1;
end
```

```
%4) Calcule l'angle du polariseur
```

```
the_p=atan(d(length(fcar))/c(length(fcar)));
```

```
%5) Calcule f et s de n-1eme étage
```

```
ll=(length(fcar))-1;
for l=1:ll;
f(l,ll)=c(l)*sin(the_p)-d(l)*cos(the_p);
s(l,ll)=c(l+1)*cos(the_p)+d(l+1)*sin(the_p);
end
the(ll)=atan(-(f(l,ll)/s(l,ll)));
```

```
%6) Calcule des angles entre deux lames successives des étages de n-2 à 1
```

```
w=(length(fcar))-2;
z=0;
while w~0
rt=1/(sqrt(f(w+1,w+1)^2+s(w+1+z,w+1)^2));
for v=1:1:w+1
f(v,w)=rt*(f(v,w+1)*s(w+1+z,w+1)-s(v+z,w+1)*f(w+1,w+1));
s(v,w)=rt*(f(v,w+1)*f(w+1,w+1)+s(v+z,w+1)*s(w+1+z,w+1));
end
z=1;
the(w)=atan(-(f(v-1,w)/s(v,w)));
w=w-1;
end
```

```
% 7) Calcule les angles
```

```
thee(1)=the(1);
for gg=2:length(c)-1
thee(gg)=the(gg)+thee(gg-1);
end
phi_a=thee(length(c)-1)+the_p;
```

%III) Représentation de l'approximation de la fonction de transfert idéale par
% le formalisme de Jones

```

pola=[1,0;0,0];
Ve=[1; 0];
ran=[cos(phi_a),sin(phi_a);-sin(phi_a),cos(phi_a)];
ana=[cos(phi_a)^2,sin(phi_a)*cos(phi_a);sin(phi_a)*cos(phi_a),sin(phi_a)^2];
for phi=0:0.01:2*pi
ss=1;
    for k=length(c)-1:-1:1
        ss=ss*([cos(thee(k)),-sin(thee(k));sin(thee(k)),cos(thee(k))]*...
            [exp(i*phi/2),0;0,exp(- i*phi/2)]*[cos(thee(k)),sin(thee(k));-sin(thee(k)),cos(thee(k))]);
    end
Ie=ran*ana*ss*pola*Ve;
Vs=Ie(1,1);
I=Vs'*Vs
hold on
plot(phi*180/pi,Vs,'g');
grid on
figure(1)
end
xlabel('La phase en degré')
ylabel('vecteur de Jones de sortie')
title('fonction triangulaire valeur moyenne non nulle et son approximation ')
axis([0 360 0 1])

```

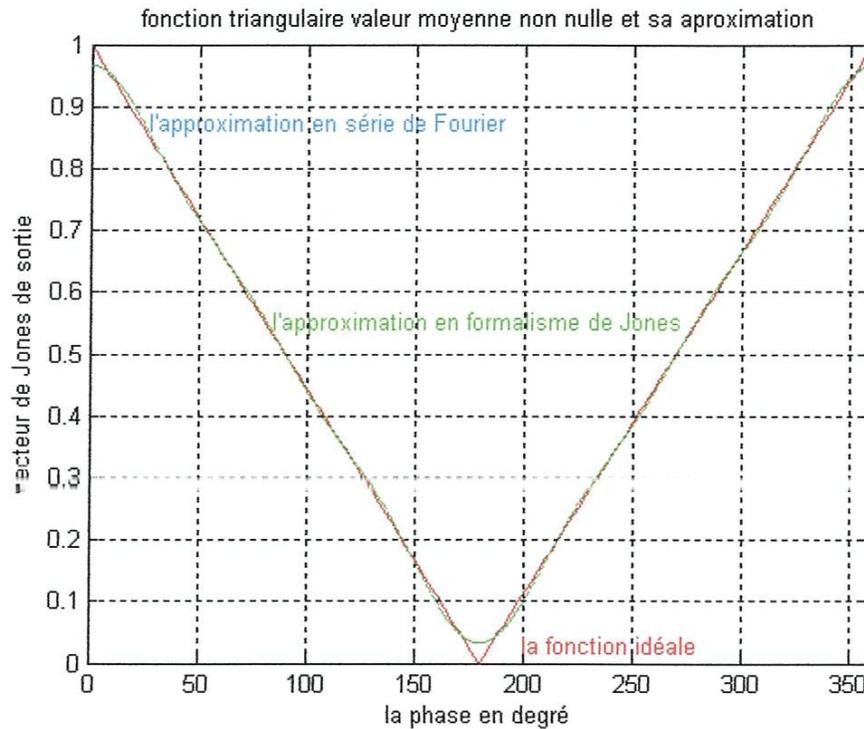


Figure IV.2 : La fonction triangulaire d'une valeur moyenne non nulle et son approximation (Approximation en série de Fourier et en Formalisme de Jones)

Commentaire :

La fonction illustrée par la courbe en bleu représente la réponse d'un filtre dont les angles sont calculés par le procédé de synthèse développé par la méthode de Harris et dont le gabarit choisi est la fonction triangulaire d'une valeur moyenne non nulle.

D'après la comparaison entre les deux courbes, la fonction idéale et la fonction approximée, on remarque que les deux sont presque identiques mais il y a une petite variation car le nombre des coefficients de série de Fourier utilisé dans l'approximation n'est pas suffisant pour obtenir la fonction idéale pure tel que:

- Plus le nombre de coefficients augmente plus la réponse s'approche à la fonction idéale.
- Si on augmente le nombre de lames, le filtre devient non réalisable en pratique.

On remarque que les coefficients de série de Fourier sont symétriques par rapport à la valeur moyenne qui égale à 0.5.

II.3) Fonction rectangulaire à valeur moyenne nulle :

La fonction de transfert choisie $C(w)$ est une fonction symétrique paire, définie par de trois fonctions $k_1(r_1)$, $k_2(r_2)$ et $k_3(r_3)$ de la manière suivante :

$K_1=1$ dans l'intervalle $0 : \pi/1000 : \pi/2$;

$K_2=-1$ dans l'intervalle $\pi/2 : \pi/1000 : 3*\pi/2$;

$K_3=1$ dans l'intervalle $3*\pi/2 : \pi/1000 : 2*\pi$;

illustrée en rouge (la fonction idéale) dans la figure qui se suit :

Ensuite nous avons approximé cette fonction par une série exponentielle à 11 coefficients.

Ce qui implique l'utilisation de 10 lames biréfringentes.

D'après le programme MATLAB, les valeurs des coefficients de $C(w)$ sont :

$C = [0.1271 \quad 0.0000 \quad -0.2120 \quad 0.0000 \quad 0.6366 \quad 0 \quad 0.6366 \quad 0.0000 \quad -0.2120 \quad 0.0000 \quad 0.1271]$.

La méthode de Harris appliquée sur MATLAB, nous a permis d'avoir les valeurs des angles 'the' et les angles 'thee' exprimées en radian des 10 lames et du polariseur de sortie du filtre :

$the = [-1.3845 \quad 0.0000 \quad -0.2891 \quad 0.0000 \quad 0.6636 \quad 0.0000 \quad 0.6636 \quad 0.0000 \quad -0.2891 \quad 0.0000]$.

$thee = [-1.3845 \quad -1.3845 \quad -1.6737 \quad -1.6737 \quad -1.0101 \quad -1.0101 \quad -0.3465 \quad -0.3465 \quad -0.6356 \quad -0.6356]$

Résultat de simulation par MATLAB d'un filtre biréfringent à gabarit prédéfini par la méthode de Harris :cas d'une fonction symétrique paire 'rectangulaire d'une valeur moyenne nulle'

```

%"Calcule des coefficients c de la fonction de transfert c(w) ensuite nous avons extraire les
angles d'orientation des lames "
% supposant la fonction idéal est une fonction symétrique, paire 'rectangulaire_d'une valeur
moyenne nulle', définie par les trois fonctions suivantes :
    % k1=1 pour r1=0:pi/100:pi/2
    % k2=-1 pour r2=pi/2:pi/100:3*pi/2
    % k3=1 pour r1=3*pi/2:pi/100:2*pi

clear all ;
close all ;
clc ;

%I) Présentation de la fonction de transfert idéale et l'approximation en série de Fourier

r1=0:pi/100:pi/2;      %domaine de définition de k1
r2=pi/2:pi/100:3*pi/2; %domaine de définition de k2
r3=3*pi/2:pi/100:2*pi; %domaine de définition de k3
k1=1;                 %fonction idéale dans l'intervalle [0 pi/2]
k2=-1;                %fonction idéale dans l'intervalle [pi/2 3*pi/2]
k3=1;                 %fonction idéale dans l'intervalle [3*pi/2 2*pi]

    %I) Calcule des coefficients c(w) par la méthode de l'approximation en série
    %exponentielle

nl=5;
    % nimpuls=nlame+1; %le nombre des impulsions = le nombre des lames +1
for W=0:0.01:2*pi
m=1;
T=2*pi;    % période de la fonction c(w)
K5=0;
for n=-nl:1:nl;
    z1=trapz(r1,k1.*cos(2*pi*n*r1/T));
    z1=trapz(r1,k1.*cos(2*pi*n*r1/T));
    z2=trapz(r2,k2.*cos(2*pi*n*r2/T));
    z3=trapz(r3,k3.*cos(2*pi*n*r3/T));
    z=(z1+z2+z3)*1/T;
    c(m)=z;
    k5=k5+c(m)*exp(i*n*W);    % pour tracer la fonction idéale en série de Fourier
    m=m+1;
end

plot(W*180/pi, k1, 'b-')
hold on
end

```

```

plot(r1*180/pi,k1,'r-',r2*180/pi,k2,'r-',r3*180/pi,k3,'r') %pour tracer la fonction idéale

grid on;
%xlabel('w en degre');
%ylabel('valeurs de la FT');
%title('fonction rectangulaire(valeur moyenne nulle) et sa approximation avec 11
coefficients')
% axis([0 360 -1.5 1.5]);
%II) calcule les angles d'orientation des lames

        %1) calcule les coefficients de c(w).c(w)*
for uu=1:length(c)
    cc(uu)=c(1)*c(uu);
    pp=uu;
    kk=2;
    while (pp~=length(c))
        pp=pp+1;
        cc(uu)=cc(uu)+c(kk)*c(pp);
        kk=kk+1;
    end
end

        %2) Calcule les coefficients de d(w).d(w)*

dd(1)=1.5-cc(1);
for ss=2:length(c)
    dd(ss)=-cc(ss);
end

        %3) d'après le résultat qui a trouvé par le
        % programme de Harris d'une fonction paire on peut
        % extraire les Bi de la méthode de "Pegis" par
        % une forme matricielle

        %3.1) Calcule bi la première matrice
        % cette matrice contient les dd(i) qui a trouvé précédemment

sx=1;
jx=1;
nx=length(c);
while (sx <= length(c))
    px=sx;
    for ix=1:nx
        bb(ix,jx)=((-1)^(jx+1))*dd(px);
        px=px+1;
    end
    sx=sx+2;
    nx=nx-2;
    jx=jx+1;
end

```

```

%3.2) Calcule des bi la deuxième matrice
% cette matrice permet de calculer les coefficients de dd(i)

tp=length(bb(1,:));
bbb(1:length(c),1)=1;
bbb(1,2:tp)=2;
for iii=2:length(c)
    for jjxx=2:tp
        bbb(iii,jjxx)=sum (bbb(iii-1,1:jjxx));
    end
end
bbx=bb.*bbb: % matrice qui contient la multiplication de coefficient et dd(i)
%les coefficients de 'Pegis' sont donnés par p(po)

for hk=1:length(c)
    b(hk)=sum(bbx(hk,:));
end
po=0;
for er=length(c):-1:1
    po=po+1;
    p(po)=b(er);
end
y=roots(p);
%3.3) calcule les racines de polynôme(p)"yi"

%3.4) à chaque "yi" on peut extraire les xi

nzer=(length(b)-1);
x=zeros (2,nzer);
for izer=1:nzer
    x(:,izer)=roots([1 -y(izer) 1]);
end

% on va choisir un groupe des racines "construit par 5 racine"
r=x(1,:);
fcar=poly(r)

%3.5) Calcule de q

dcc=fcar.^2;
q=sqrt(dd(1)/sum(dcc(1,:)));

%3.6) Calcule des di

```

```

cck=length(fcar);
for ck=1:length(fcar)    % le ckk pour inverser le vecteur d
d(ck)=fcar(cck)*q;
cck=cck-1;
end

```

%3.7) Calcule l'angle de polariseur de sortie

```
the_p=atan(d(length(fcar))/c(length(fcar)))
```

%3.8) Calcule f et s de n-1eme étage

```

ll=(length(fcar))-1;
for l=1:ll;
f(l,ll)=c(l)*sin(the_p)-d(l)*cos(the_p);
s(l,ll)=c(l+1)*cos(the_p)+d(l+1)*sin(the_p);
end
the(ll)=atan(-(f(l,ll)/s(l,ll)));

```

%3.9) Calcule des angles entre deux lames successives des étages de n-2 à 1

```

w=(length(fcar))-2;
z=0;
while w~0
rt=1/(sqrt(f(w+1,w+1)^2+s(w+1+z,w+1)^2));
for v=1:w+1
f(v,w)=rt*(f(v,w+1)*s(w+1+z,w+1)-s(v+z,w+1)*f(w+1,w+1));
s(v,w)=rt*(f(v,w+1)*f(w+1,w+1)+s(v+z,w+1)*s(w+1+z,w+1));
end
z=1;
the(w)=atan(-(f(v-1,w)/s(v,w)));
w=w-1;
end

```

%3.10) Calcule des angles

```

thee(1)=the(1);
for gg=2:length(c)-1
thee(gg)=the(gg)+thee(gg-1);
end
phi_a=thee(length(c)-1)+the_p;

```

%III) Représentation de l'approximation de la fonction de transfert idéal par le formalisme de Jones

```
pola=[1,0;0,0];
Ve=[1; 0];
ran=[cos(phi_a),sin(phi_a);-sin(phi_a),cos(phi_a)];
ana=[cos(phi_a)^2,sin(phi_a)*cos(phi_a);sin(phi_a)*cos(phi_a),sin(phi_a)^2];
for phi=0:0.01:2*pi
ss=1;
  for k=length(c)-1:-1:1
    ss=ss*([cos(thee(k)),-sin(thee(k));sin(thee(k)),cos(thee(k))]*....
    [exp(- i*phi/2),0;0,exp(i*phi/2)]*[cos(thee(k)),sin(thee(k));-sin(thee(k)),cos(thee(k))]);
  end
Ie=ran*ana*ss*pola*Ve;
Vs=Ie(1,1);
I=Vs'*Vs
hold on
plot(phi*180/pi,Vs,'g');
grid on
figure(1)
end
xlabel('la phase en degré')
ylabel('vecteur de Jones de sortie')
title('la fonction rectangulaire d'une valeur moyenne nulle et son approximation')
axis([0 360 -1.5 1.5])
```

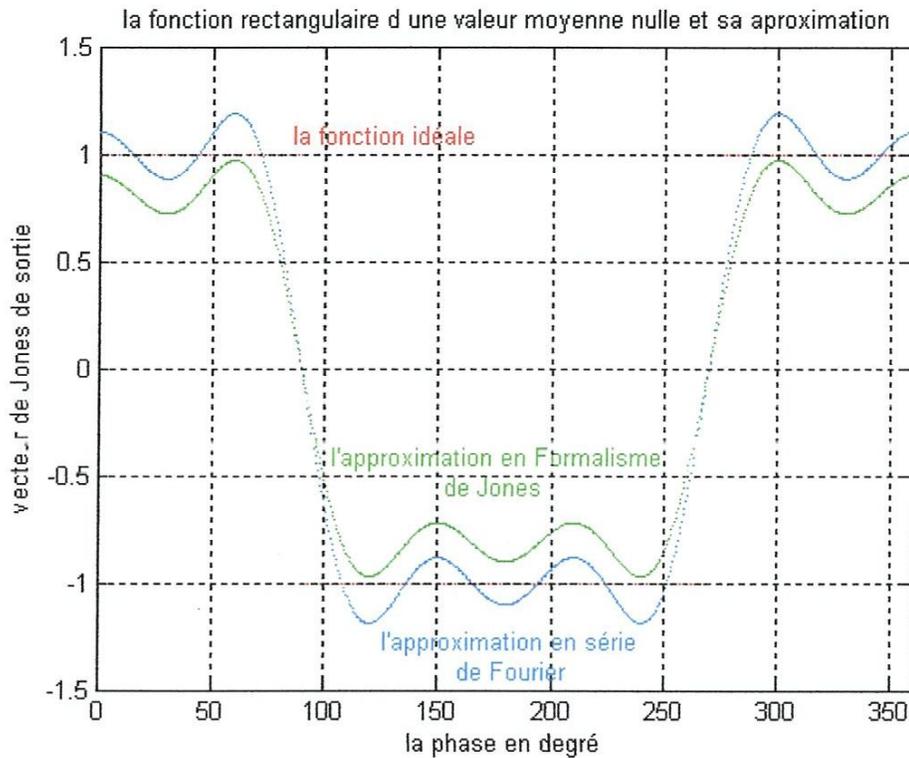


Figure IV. 3 : La fonction rectangulaire d'une valeur moyenne nulle et son approximation (Approximation en série de Fourier et en Formalisme de Jones).

Commentaire :

La fonction illustrée par la courbe en bleu représente la réponse du filtre dont les angles sont calculés par le procédé de synthèse développé par Harris et dont le gabarit choisi est la fonction rectangulaire à valeur moyenne nulle.

D'après la comparaison entre les deux courbes : la fonction idéale et la fonction approximée on remarque que les deux ne sont pas identiques car le nombre de coefficients de série de Fourier utilisé dans l'approximation n'est pas suffisant pour obtenir la fonction idéale pure :

- Plus le nombre de coefficients augmente plus la réponse s'approche à la fonction idéale.

On remarque que les coefficients de série de Fourier sont symétriques par rapport à la valeur moyenne nulle.

II.4) Fonction rectangulaire à valeur moyenne non nulle :

La fonction de transfert choisie $C(w)$ est une fonction symétrique paire, définie par trois fonctions $k_1(r_1)$, $k_2(r_2)$ et $k_3(r_3)$ de la manière suivante :

$K_1=0$ dans l'intervalle $0 : \pi/1000 : \pi/2$;

$K_2=1$ dans l'intervalle $\pi/2 : \pi/1000 : 3*\pi/2$;

$K_3=0$ dans l'intervalle $3*\pi/2 : \pi/1000 : 2*\pi$;

illustrée en rouge (la fonction idéale) dans la figure qui se suit :

Ensuite nous avons approximé cette fonction en série exponentielle à 11 coefficients. Ce qui implique l'utilisation de 10 lames biréfringentes.

D'après le programme MATLAB, les valeurs des coefficients de $C(w)$ sont :

```
C = [0.0635  0.0000 -0.1060  0.0000  0.3183  0.5000  0.3183  0.0000 -0.1060
0.0000  0.0635]
```

La méthode de Harris appliquée sur MATLAB, nous a permis d'avoir les valeurs des angles 'the' et les angles 'thee' exprimées en radian des cinq lames et du polariseur de sortie du filtre :

```
the = [1.5030  0.0243  0.1062  -0.0476  -0.3071  0.5418  -0.3071  -0.0476  0.1062
0.0243]
```

```
thee = [1.5030  1.5273  1.6336  1.5859  1.2788  1.8206  1.5135  1.4659  1.5721  1.5965]
```

Résultat de simulation par MATLAB d'un filtre biréfringent à gabarit prédéfini par la méthode de Harris : cas d'une fonction symétrique paire 'rectangulaire d'une valeur moyenne non nulle'

```

%" Calcule des coefficients c de la fonction de transfert c(w) ensuite nous avons extraire les
angles d'orientation des lames "
% supposant la fonction idéale est une fonction symétrique, paire "rectangulaire_d'une valeur
moyenne non nulle ", définie par les trois fonctions suivants :
    % k1=0 pour r1=0:pi/100:pi/2
    % k2=1 pour r2=pi/2:pi/100:3*pi/2
    % k3=0 pour r1=3*pi/2:pi/100:2*pi

clear all ;
close all ;
clc ;
% I) présentation la fonction de transfert idéale
r1=0:pi/100:pi/2;          % domaine de définition de k1
r2=pi/2:pi/100:3*pi/2;    % domaine de définition de k2
r3=3*pi/2:pi/100:2*pi;    % domaine de définition de k3
k1=0;                     % fonction idéale dans l'intervalle [0 pi/2]
k2=1;                     % fonction idéale dans l'intervalle [pi/2 3*pi/2]
k3=0;                     % fonction idéale dans l'intervalle [3*pi/2 2*pi]

%1) Calcule des coefficients c(w) par la méthode de l'approximation en série
    % exponentielle

nl=5
% nombre des impulsions=nombre des lames+1;
for W=0:0.01:2*pi
m=1;
T=2*pi;                   % période de la fonction c(w)
k5=0;
for n=-nl:1:nl ;
    z1=trapz(r1,k1.*cos(2*pi*n*r1/T));
    z2=trapz(r2,k2.*cos(2*pi*n*r2/T));
    z3=trapz(r3,k3.*cos(2*pi*n*r3/T));
    z=(z1+z2+z3)*1/T;
    c(m)=z;
    k5=k5+c(m)*exp(i*n*W);    % pour tracer la fonction idéale en série de Fourier
    m=m+1;
end

plot(W*180/pi,k5,'b-')
hold on
end
plot(r1*180/pi,k1,'r-',r2*180/pi,k2,'r-',r3*180/pi,k3,'r') % pour tracer la fonction idéale

grid on;

```

```

% xlabel('w en degre');
% ylabel('valeurs de la FT');
% title('fonction rectangulaire (valeur moyenne non nulle ) et sa approximation avec 11
coefficients ')
% axis([0 360 -1 1.5]);

```

```

% II) Calcule les angles d'orientation des lames

```

```

    %1) calcule les coefficients de  $c(w).c(w)^*$ 

```

```

for uu=1:length(c)
    cc(uu)=c(1)*c(uu);
    pp=uu;
    kk=2;
    while (pp~=length(c))
        pp=pp+1;
        cc(uu)=cc(uu)+c(kk)*c(pp);
        kk=kk+1;
    end
end

```

```

    %2) Calcule les coefficients de  $d(w).d(w)^*$ 

```

```

dd(1)=1.5-cc(1);
for ss=2:length(c)
    dd(ss)=-cc(ss);
end

```

```

    %3) d'après le résultat qui a trouve par le
    % programme de Harris d'une fonction paire on peut
    % extraire les  $B_i$  de la méthode de "Pegis" par
    % une forme matricielle

```

```

    %3.1) Calcule  $b_i$  la première matrice
    % cette matrice contient les  $dd(i)$  qui a
    % trouvé précédant

```

```

sx=1;
jx=1;
nx=length(c);
while (sx <= length(c))
    px=sx;
    for ix=1:nx
        bb(ix,jx)=((-1)^(jx+1))*dd(px);
        px=px+1;
    end
    sx=sx+2;
    nx=nx-2;
    jx=jx+1;
end

```

- Plus le nombre de coefficients augmente plus la réponse s'approche à la fonction idéale.

On remarque que les coefficients de série de Fourier sont symétriques par rapport à la valeur moyenne qui égale à 0.5.

III. Fonction symétrique impaire :

La fonction de transfert choisie $C(w)$ est une fonction symétrique impaire, définie par deux fonctions $k_1(r_1)$ et $k_2(r_2)$ de la manière suivante :

$K_1 = 1$ dans l'intervalle $0 : \pi/1000 : \pi$;

$K_2 = -1$ dans l'intervalle $\pi : \pi/1000 : 2\pi$;

Ensuite nous avons approximé cette fonction en série exponentielle à 11 coefficients. Ce qui implique l'utilisation de 10 lames biréfringentes.

D'après le programme MATLAB, les valeurs des coefficients de $C(w)$ sont imaginaire pure ce qui contredit la méthode de Harris qui suppose que ces coefficients doivent être réels. Pour satisfaire cette condition il faut mettre le complexe i comme facteur comme $\exp(i\pi/2)$, alors:

$$c = [0.1273i \quad 0.2122i \quad 0.6366i \quad -0.6366i \quad -0.2122i \quad -0.1273i]$$

$$\rightarrow c = \exp(i\pi/2) \cdot [0.1273 \quad 0.2122 \quad 0.6366 \quad -0.6366 \quad -0.2122 \quad -0.1273]$$

La méthode de Harris appliquée sur MATLAB, nous a permis d'avoir des valeurs complexes des angles,

$$\theta = [-1.5707 - 0.0823i \quad -0.0000 - 0.142i \quad -0.0000 - 0.4647i \quad -0.0000 + 0.4647i \\ 0.0000 + 0.1422i].$$

Ceci n'a pas de sens physique. Un travail supplémentaire est nécessaire pour analyser profondément ce cas et rechercher une solution réalisable pour ce problème.

Conclusion générale

L'explosion de la demande de capacité, et ce en raison de multiples applications disponibles influe l'architecture du réseau de télécommunications optiques et entraîne la complexité de leurs systèmes. La fonction de filtrage optique s'avère d'une importance capitale et est un élément clé pour pouvoir garantir à chaque utilisateur du réseau les services et la qualité qu'il désire indépendamment des autres.

Nous avons commencé par analyser quelques types de filtres optiques, à savoir, le filtre de Fabry – pérot et le filtre à réseau de Bragg. Ensuite, nous avons décrit les éléments qui constituent les filtres à base de cristaux biréfringents. Nous avons aussi présenté les deux modèles de cette famille de filtre qui sont le filtre de LYOT et celui de SOLC.

Après, nous avons développé la méthode de synthèse d'un filtre à gabarit prédéfini. La méthode est basée sur l'analyse temporelle, au sens traitement du signal, de la réponse impulsionnelle des filtres biréfringents permettant de réaliser des formes symétriques de la fonction de transmission.

Ensuite, nous avons démontré, à travers une simulation sur Matlab, la faisabilité de la synthèse de plusieurs filtres biréfringents ayant des fonctions de transmission symétriques.

Annexe 1 : Méthode de calcul de $D(w)$ à partir de $|D(w)|^2$

Soit le polynôme positif semi-fini suivant :

$$|D(w)|^2 = A_0 + 2.A_1.Cos(aw) + \dots + 2.A_n.Cos(n.a.w). \tag{1}$$

Il est possible de réécrire l'équation précédente sous la forme :

$$|D(w)|^2 = A_n e^{jnaw} + A_{n-1} e^{j(n-1)aw} + \dots + A_1 e^{jaw} + A_0 + A_1 e^{-jaw} + \dots + A_{n-1} e^{-j(n-1)aw} + A_n e^{-jnaw} \tag{2}$$

Il faut noter que les zéros de cette équation apparaissent en paires réciproques. Cette même équation (A2) peut être factorisée suivant :

$$|D(w)|^2 = (D_n e^{jnaw} + D_{n-1} e^{j(n-1)aw} + \dots + D_1 e^{jaw} + D_0) \cdot (D_0 + \dots + D_1 e^{-jaw} + \dots + D_{n-1} e^{-j(n-1)aw} + D_n e^{-jnaw}) \tag{3}$$

Les D_i ne sont pas uniques, mais plutôt il existe 2^{n+1} ensembles possibles. Comme $|D(w)|^2$ est toujours positif et pair, on peut l'écrire sous la forme :

$$|D(w)|^2 = D(w).D^*(w) \tag{4}$$

La comparaison de (A3) avec (A4), fait apparaître que (A4) ne peut être satisfaite que si les D_i de l'équation (A3) sont strictement Réels. Cependant au moins un ensemble réel de coefficients doit exister.

La méthode permettant d'obtenir les D_i est attribuée à <R.J.Pegis [3]>. Elle sera exposée dans ce qui suit : On part de l'expression de $|D(w)|^2$ donnée par (A1) et on forme l'équation :

$$A_n \cdot x^n + A_{n-1} \cdot x^{n-1} + A_1 \cdot x^1 + A_0 + A_1 \cdot x^{-1} + A_{n-1} \cdot x^{-(n-1)} + A_n \cdot x^{-n} = 0 \tag{5}$$

qu'il faudra mettre sous la forme :

$$B_n \cdot (x + x^{-1})^n + B_{n-1} \cdot (x + x^{-1})^{n-1} + \dots + B_1 \cdot (x + x^{-1}) + B_0 = 0 \tag{6}$$

En effectuant le changement de variable suivant :

$$Y = (x + x^{-1}) \tag{7}$$

L'équation (A6) devient :

$$B_n \cdot y^n + B_{n-1} \cdot y^{n-1} + \dots + B_1 \cdot y^1 + B_0 = 0 \quad (8)$$

La résolution de cette équation donnera n racines notées : y_1, y_2, \dots, y_n et par l'utilisation de l'équation (A7) pour tous les y_i on arrive à déterminer les paires réciproques de racines à savoir :

$$(X_1, 1/X_1) ; (X_2, 1/X_2) ; (X_n, 1/X_n)$$

Ensuite, en prenant un seul membre de chaque paire, on construit tous les polynômes possibles : ayant des coefficients d_i réels.

A titre d'exemple un polynôme possible pourra être le suivant :

$$\begin{aligned} & (x-x_1)(x-1/x_1)(x-x_3)\dots\dots(x-x_n) \\ & = x^n + d_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots\dots + d_2 \cdot x^2 + d_1 \cdot x + d_0 \end{aligned} \quad (9)$$

Les coefficients D_i recherchés étant proportionnels aux d_i selon :

$$D_i = q \cdot d_i \quad (10)$$

Où la quantité q vérifie l'équation :

$$q^2 (d_0^2 + d_1^2 + \dots\dots + d_n^2) = A_0 \quad (11)$$

Note: Le nombre d'ensembles D_i de réels dépend du nombre de racines complexes y_i . Si m est le nombre de racines y_i qui sont complexes, alors il existe $2^{(n+1-m/2)}$ ensembles (de réels) possibles de D_i

Annexe 2 : Conditions de Conservation d'Energie

Le principe de conservation d'énergie impose aux paramètres F_i et S_i de satisfaire certaines conditions. Dans un souci d'alléger le calcul, nous prenons le cas de quatre lames à cristaux liquides.

Les lames biréfringentes étant supposées sans pertes, l'énergie selon l'axe rapide plus l'énergie selon l'axe lent à la sortie de la quatrième lame doit être égale à l'énergie incidente (entrée). Mathématiquement, ceci s'exprime par :

$$F^4(w). F^{4*}(w) + S^4(w). S^{4*}(w) = (I_0^0)^2 \quad (1)$$

En développant la partie droite de cette équation et après identification des coefficients similaires, on obtient le système d'équations suivant :

$$(F_0^4)^2 + (F_1^4)^2 + (F_2^4)^2 + (F_3^4)^2 + (S_1^4)^2 + (S_2^4)^2 + (S_3^4)^2 + (S_4^4)^2 = (I_0^0)^2 \quad (2)$$

$$F_0^4 F_1^4 + F_1^4 F_2^4 + F_2^4 F_3^4 + S_1^4 S_2^4 + S_3^4 S_4^4 = 0 \quad (3)$$

$$F_0^4 F_2^4 + F_1^4 F_3^4 + S_1^4 S_3^4 + S_2^4 S_4^4 = 0 \quad (4)$$

$$F_0^4 F_3^4 + S_1^4 S_4^4 = 0 \quad (5)$$

Et d'une façon générale, pour le $I^{ième}$ étage, on aura :

$$(F_i^i)^2 + (F_1^i)^2 + (F_2^i)^2 + \dots + (F_{i-1}^i)^2 + (S_1^i)^2 + (S_2^i)^2 + \dots + (S_{i-1}^i)^2 + (S_i^i)^2 = (I_0^0)^2 \quad (6)$$

$$F_0^i F_1^i + F_1^i F_2^i + \dots + F_{i-2}^i F_{i-1}^i + S_1^i S_2^i + S_2^i S_3^i + \dots + S_{i-1}^i S_i^i = 0 \quad (7)$$

$$F_0^i F_2^i + F_1^i F_3^i + \dots + F_{i-3}^i F_{i-1}^i + S_1^i S_3^i + S_2^i S_4^i + \dots + S_{i-2}^i S_i^i = 0 \quad (8)$$

$$F_0^i F_{i-1}^i + S_1^i S_i^i = 0 \quad (9)$$

De même pour $C(w)$ et $D(w)$ dont les équations sont :

$$(C_0)^2 + (C_1)^2 + (C_2)^2 + \dots + (C_n)^2 + (D_0)^2 + (D_1)^2 + \dots + (D_n)^2 = (I_0^0)^2 \quad (10)$$

$$(C_0 C_1) + (C_1 C_2) + \dots + (C_{n-1} C_n) + (D_0 D_1) + (D_1 D_2) + \dots + (D_{n-1} D_n) = 0 \quad (11)$$

$$(C_0 C_n) + (D_0 D_n) = 0 \quad (12)$$

Sites web consultés:

[3] <http://www.telcite.fr/nwdm.htm>

[4] <http://www.nortelnet-works.com/corporate/news/newsrelease>.

[5] <http://www.epinard.free.fr/SDH/WDM.php>

[6] <http://www.telcite.fr/nwdm.htm>

[7] <http://www.epinard.free.fr/SDH/WDM.php>

[8] <http://www.nortelnet-works.com/corporate/news/newsrelease>.

[18] [fr.wikipedia.org/wiki/Polarisation_\(optique\)](http://fr.wikipedia.org/wiki/Polarisation_(optique)).

[21] php.iai.heig-vd.ch/~lzo/optique/cours/Polarisation_09.pdf

[23] http://www.google.com/search?q=filtre+optique&hl=fr&rlz=1W1GGLL_fr&prmd=ivns&ei=upNwTZSOD4zGswbwsLD8Dg&start=10&sa=N filter acosto.

[27] www.lookfordiagnosis.com/mesh_info.php?term=B...