

17/621.774

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
Université 8Mai 1945 – Guelma  
Faculté des Sciences et de la Technologie  
Département de Génie Electrotechnique et Automatique



**Mémoire de fin d'études  
pour l'obtention du diplôme de Master Académique**

Domaine : **Sciences et Technologie**  
Filière : **Automatique et informatique industrielle**  
Spécialité : **Commande et diagnostic des systèmes industriels**

---

## **Fiabilité Des Systèmes**

---

Présenté par :

**SEDRA HOUCINE  
HAMZAOUI NABIL**

Sous la direction de :

**Mme :BOUCERRDJ LEILA**



**JUIN 2012**

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique  
Université 8Mai 1945 – Guelma  
Faculté des sciences et sciences de l'ingénierie  
Département : Electrotechnique et Automatique



Mémoire de fin d'étude  
Pour l'obtention du diplôme de Master 2 Académique

Filière : Génie électrique  
Spécialité : Automatique  
Option : CDSI

---

## Fiabilité Des Système

---

*Réalisé par :*

- ❖ *Sedra Housseyn*
- ❖ *Hamzaoui Nabil*

*Sous la direction de :*

- ❖ *Mme : Boucerredj Leila*

JUIN 2012

# SOMMAIRES

REMERCIEMENT .....	i
LISTE DES FIGURES .....	ii
LISTE DES TABLEAUX .....	iii

## SOMMAIRE

Introduction générale .....	1.2.3
-----------------------------	-------

### Chapitre I : Fiabilité et Défaillance (généralité)

I.1.Introduction.....	4
I.2.Définition.....	4
I.2.1.Système .....	4
I.2.2.Système mécatronique .....	5
I.2.2.1.Définition d'un système mécatronique .....	6
I.2.2.2.Exemple d'un système mécatronique l'ABS .....	7
I.3.Défaillances .....	7
I.3.1.Mode de défaillance .....	7
I.3.2.Cause de défaillance.....	7
I.3.3.Effet de la défaillance .....	7
a) Taux de défaillance .....	8
I.3.4.Notions de temps MTBF, MTTR, MTTF, MUT,MDT : .....	9
I.4.Fiabilité.....	10
a) Fiabilité opérationnelle.....	10
b) Fiabilité prévisionnelle.....	11
I.5.Caractéristique de fiabilité.....	11
a) La probabilité .....	11
b) L'accomplissement d'une fonction .....	11
c) Condition données.....	11
d) Le temps.....	11
I.6.Principales lois rencontrées dans l'étude de fiabilité.....	12
I.6.1.Lois Discrètes.....	12
a) <i>Loi binominale</i> .....	12
b) <i>Loi de Poisson</i> .....	12
I.6.2.Lois continues .....	12

a) loi exponentielle.....	12
b)Loi de Galton.....	13
c) Loi normale (loi de Gauss) .....	13
d) Loi uniforme.....	13
e) Loi de weibull.....	14
I.7.Conclusion .....	15

## **Chapitre II : les mesures de fiabilité**

II.1.Introduction .....	16
II.2.Mesures pour les systèmes non réparables.....	16
Définition 1.....	16
Définition 2.....	17
Définition 3.....	18
Définition 4.....	20
II.3 . Mesures pour les systèmes réparables.....	20
II.3.1.Durées de réparation comptabilisées.....	20
Définition 5.....	22
II.3.2.Durées de réparation non comptabilisées.....	23
Définition 6.....	23
Définition7.....	24
Définition 8 .....	25
Définition 9.....	25
II.4.Conclusion.....	26

## **Chapitre III : les différents méthodes du calcul de fiabilité**

III.1.Introduction.....	27
III.2.Diagramme de fiabilité.....	27
a)Domaine de pertinence de diagramme de fiabilité.....	28
1.2.Les entrées.....	28
1.2.Les sortie .....	28
b) Les avantages de diagramme de fiabilité.....	28
c) Les inconvénient de diagramme de fiabilité.....	28
d) Principe de calcule de fiabilité par structure.....	28
III.2.1.Système série.....	29
III.2.2.Système parallèle.....	31
III.2.2.1.Définition et propriété.....	31

III.2.2.2.Cas où tous les composants ont un taux de défaillance constant...	32
III.2.2.3.Cas où tous les composants sont identiques...	32
III.2.3.Système k/n...	33
III.2.4. Systèmes mixtes...	33
III.2.4.1.Systèmes série-parallèle...	33
III.2.4.2.Systèmes parallèle-série...	34
III.2.5.La méthode de factorisation...	35
III.3.Arbre de Défaillance (AdD)...	37
1)Les avantages de l'arbre de défaillance...	38
2) Les inconvénients de l'arbre de défaillance...	38
III.4.Réseaux de Pétri...	40
III.4.1.RdP stochastiques...	42
III.4.2.RdP stochastiques généralisés...	42
III.4.3.RdP stochastiques déterministes...	42
III.5.Comparaison des méthodes d'analyse...	43
III 6 Conclusion	45

#### **Chapitre IV : Méthode d'estimation de la fiabilité prévisionnelle d'un SM**

IV.1. Introduction	46
IV.2.Méthodologie proposé pour la construction et l'évaluation de la fiabilité prévisionnelle...	46
IV.2.1.Modélisation fonctionnelle et dysfonctionnelle...	48
IV.2.2. Modélisation stochastique - choix des distributions attachées aux transitions	51
IV.2.3 Méthode d'estimation de la fiabilité des composants et de la fiabilité du système	52
IV.2.3.1. Méthode employée – MV...	53
a) MV avec échantillon complet...	54
b) MV avec échantillon incomplet...	55
c) Estimation des intervalles de confiance...	56
d) Application de la méthode MV Loi exponentielle...	57
e) Application de la méthode MV Loi de Weibull...	58
IV.3. Application	59
IV.3.1.présentation de l'exemple...	59
IV.3.2.Modèle fonctionnel et dysfonctionnel	60
IV.3.3.Condition de simulation...	61

IV.3.4.Choix des lois de franchissement attachées aux transitions .....	64
IV.4.Conclusion.....	71
Conclusion Générale.....	72

## Remerciement

*Au terme de ce travail, qu'il nous soit permis d'exprimer tout notre reconnaissance et notre profonde gratitude à :*

- ❖ *Nous d'abord à remercier « ALLAH » le tout puissant pour nous avoir donné le courage et la volonté d'accomplir ce modeste travail et parce que c'est à lui seul qui retourne le soin de l'achèvement de ce mémoire.*
- ❖ *M<sup>eme</sup> ▣ Boucerredj Leïla ▣ notre chère encadreur pour ses conseils précieux et pour toutes les commodités et aisances quelle nous a apportées durant notre étude et réalisation de ce projet, ainsi que la confiance qu'il a placé en nous tout au long de la préparation de ce travail.*
- ❖ *Nous tenus aussi à remercier nos enseignants, ou cette étude porte de leur part de grands efforts fournis durant toutes les années de notre formation.*
- ❖ *Sans oublier tous les enseignants de tous les niveaux scolaires et tous ceux qui nous ont aidé pendant notre vie universitaire*

*MERCI*

## Liste des figures

- Figure(I.1)** : structure d'un système.
- Figure(I.2)** : Principe de fonctionnement de l'ABS.
- Figure (I. 3)** : Evolution du taux de panne avec le temps.
- Figure(I.4)** : Représentation des temps moyens dans la vie en opération.
- Figure (II.1)** : Taux de défaillance en forme de baignoire.
- Figure (II.2)** : Durées de bon fonctionnement et de réparation.
- Figure(II.3)** : Fiabilité pour une durée T à partir de t, avec n défaillances observées.
- Figure(III.1)** : Diagramme de fiabilité pour un système série.
- Figure(III.2)** : Diagramme de fiabilité pour un système parallèle.
- Figure(III.3)** : Diagramme de fiabilité pour un système série-parallèle.
- Figure(III.4)** : Diagramme de fiabilité pour un système parallèle-série.
- Figure(III.5)** : Diagramme de fiabilité pour un système en pont.
- Figure(III.6)** : système en pont 3fonctionne.
- Figure(III.7)** : système en pont, 3 en panne.
- Figure(III.8)** : Méthode de DF appliqué sur l'électrovanne de l'ABS.
- Figure(III.9)** : Méthode des arbres de défaillance appliquée sur l'électrovanne de l'ABS.
- Figure(III.10)** : exemple de réseau de petri
- Figure (III.11):** Graphe de Graphe des marquages du réseau de Petri de la figure(III.11).
- Figure(III.12)** : Séquences parallèles et synchronisation.
- Figure (III.13):** Transition sensibilisée (a) Transition non sensibilisée (b).
- Figure(III.14)** : Franchissement d'une transition.
- Figure(III.15)** : Modèle RdP sur l'électrovanne de l'ABS.
- Figure(IV.1)** : Démarche de la fiabilité prévisionnelle.
- Figure(IV.2)** : Différents blocs des réseaux de Petri.
- Figure (IV.3)** : Modèle RdPSD pour un système mécatronique.
- Figure(IV.4)** : Système ABS avec circuit.
- Figure (IV.5)** : RdPSD de L'ABS.
- Figure (IV.6)** : fiabilité de la pédale.
- Figure (IV.7)** : fiabilité de la valve.
- Figure (IV.8)** : fiabilité de capteur.
- Figure (IV.9)** : fiabilité de l'actionneur.
- Figure (IV.10)** : fiabilité des quatre composants.

## Liste des tableaux

**Tableau(III.1)** : Liste des composants de l'application de la méthode DF sur l'électrovanne de l'ABS.

**Tableau(III.2)** : Syntaxe des arbres de défaillance.

**Tableau(III.3)** : Comparaison des méthodes.

**Tableau (IV.1)** : Liste de défaillance de l'ABS.

**Tableau(IV.2)** : les places de fonctionnement et dysfonctionnement.

**Tableau (IV.3)** : Paramètres des distributions du modèle fonctionnel.

**Tableau(IV.4)** : Valeur moyenne des paramètres pour les distributions de fiabilité.

**Tableau(IV.5)** : Valeur moyenne des paramètres pour les distributions de fiabilité prévisionnelle des composants.

**Introduction**

**Général**

## **Introduction Générale:**

Dès que les hommes ont inventé les premiers instruments, ils sont devenus dépendants de leur bon fonctionnement. Dans ce sens, le concept de fiabilité était né. Avec l'entrée de l'électronique la fiabilité est entrée dans une nouvelle ère. Cependant, la fiabilité comme un sujet d'étude systématique a débuté dans les années soixante.

La fiabilité est un concept populaire qui a été utilisé pendant des années comme un attribut louable d'une personne ou un d'un objet façonné. L'Oxford English Dictionary définit la fiabilité comme la qualité d'une entité à être fiable ; sur laquelle on peut compter à un instant donné; dans laquelle la confiance peut être mise. En anglais « reliability » vient de « to rely on » signifiant « compter sur, avoir confiance en... » alors que fiabilité en français vient effectivement du mot « fiable », c'est-à-dire en qui on peut se fier.

En 1962, l'Académie de Sciences, l'a définie de la façon suivante : Grandeur caractérisant la sécurité du fonctionnement, ou mesure de la probabilité de fonctionnement d'un appareillage selon les normes prescrites. Plus tard, dans les années soixante dix, le Comité Electrotechnique International propose la définition suivante : Caractéristique d'un dispositif, exprimée par la fiabilité, qu'il accomplisse une fonction requise, dans des conditions données, pendant une durée donnée.

La fiabilité est la mesure de la continuité de la délivrance d'un service correct ou de façon équivalente, mesure aussi du temps jusqu'à défaillance [1].

[2] expriment que la fiabilité est l'aptitude d'une entité à accomplir une fonction requise dans des conditions données, pendant une durée donnée.

Cette aptitude se mesure [3] par la probabilité qu'une entité réalise une fonction requise dans des conditions données pendant une période de temps donnée. La fiabilité peut être paraphrasée comme la probabilité du non défaillance de l'entité dans un période de temps donnée.

A l'instant  $t$ , la fiabilité se mesure alors par la probabilité que l'entité  $E$  accomplisse une fonction requise dans les conditions données pendant l'intervalle de temps  $[0; t]$

L'industrie automobile s'est engagée dans une voie novatrice. En effet, les constructeurs proposent maintenant des solutions électroniques embarquées qui permettent de créer des véhicules intelligents, qui " pensent " et agissent pour leurs conducteurs et passagers. Dans beaucoup d'équipements automobiles, l'électronique est de plus en plus présente et intégrée. Elle permet le pilotage et le contrôle de nombreuses fonctions d'un véhicule, contribue à l'amélioration du confort et de la sécurité des passagers et à la réduction de la consommation de carburant et de la pollution.

Certains équipements se sont déjà imposés depuis plusieurs années ; citons l'antiblocage des roues (ABS), le contrôle de stabilité du véhicule (VSC), la direction assistée électrique (EPS), la suspension variable adaptative (AVS), parmi les plus importants. Cette tendance se poursuit et s'accélère, d'autres équipements tels que l'affichage tête haute, la vision de nuit, l'alerte anticollision, les assistances à la conduite sont à l'étude ou en cours de développement.

Dans cette évolution, l'électronique ne peut plus être juxtaposée à un ensemble mécanique qu'elle doit commander, mais, au contraire, elle doit s'insérer, s'intégrer et se distribuer au cœur même de cet ensemble mécanique. Ainsi est née la mécatronique. La mécatronique est à la confluence de plusieurs technologies, la mécanique, l'électronique et l'informatique. L'utilisation simultanée de plusieurs technologies augmente les risques de dysfonctionnement des systèmes mécatroniques.

Afin d'obtenir des systèmes mécatroniques dans lesquels les utilisateurs placent une grande confiance, des études de sûreté de fonctionnement, et en particulier de fiabilité, doivent être menées tout au long du cycle de développement ou de vie du système : de la spécification jusqu'à la validation et à la mise en exploitation.

L'objectif de la thèse est de développer une méthodologie globale permettant d'évaluer et d'estimer la fiabilité des systèmes mécatroniques. Cette méthodologie propose un outil d'aide à la décision dans les différentes phases du cycle de développement et de vie du produit, pour une évaluation quantitative de la fiabilité prévisionnelle, expérimentale et opérationnelle. La méthodologie développée permet de :

- ✓ modéliser et simuler les comportements fonctionnels et dysfonctionnels des systèmes
- ✓ estimer la fiabilité (estimateur ponctuel et intervalle de confiance) par simulation ;
- ✓ capitaliser la connaissance sur le produit au cours des différentes phases d'évaluation du produit (prévisionnelle) pour affiner les estimations de fiabilité.

Le mémoire comporte quatre chapitres.

Dans le premier chapitre nous avons vu c'est quoi un système mécatronique, en défini le défaillance la fiabilité et parler au quelque loi de fiabilité.

Le deuxième chapitre décrit les systèmes réparables et non réparables et donnée pour chaque système les déférentes mesures de fiabilité.

Le troisième chapitre présente quelque méthode du calcul de la fiabilité avec une comparaison entre ces méthodes qui permet de voir qui est la méthode la plus efficace.

Le dernier chapitre présente la méthode d'estimation de la fiabilité prévisionnelle d'un système mécatronique que nous avons développée. la méthode de vraisemblance est utilisé pour évaluer cette fiabilité. La méthode fait appel à la modélisation fonctionnelle et dysfonctionnelle du système mécatronique à l'aide des réseaux de Petri. La méthode a été appliquée sur le système mécatronique de l'ABS.

Dans une dernière partie une conclusion générale.

# Chapitre I

## I.1. Introduction :

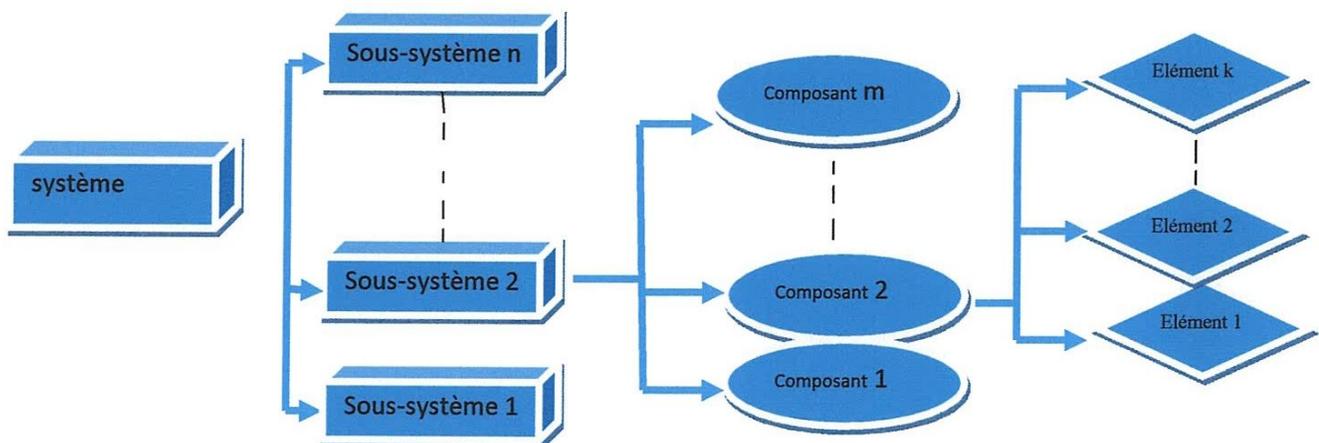
L'analyse de la fiabilité constitue une phase indispensable dans toute étude de sûreté de fonctionnement. A l'origine, la fiabilité concernait les systèmes à haute technologie (centrales d'aide à la décision, dans l'étude de la plupart des composants, produits et processus "grand public": Transport, énergie, bâtiments, composants électroniques, composants mécaniques... etc.

De nombreux industriels travaillent à l'évaluation et l'amélioration de la fiabilité de leurs produits au cours de leur cycle de développement, de la conception à la mise en service (Conception, fabrication et exploitation) afin de développer leurs connaissances sur le rapport Coût/Fiabilité et maîtriser les sources de défaillance

Dans ce premier chapitre nous allons nous attacher dans un premier temps à la notion du système, système mécatronique, fiabilité, nous présenterons donc la définition de la fiabilité, les principales lois de fiabilité, nous passerons ensuite au Diagramme de fiabilité sont domaine de pertinence ces avantages ces inconvénients, enfin nous allons parlés aux défaillances.

## I.2. Définition :

**I.2.1. Système :** Un système est un ensemble de composants en interaction destiné à accomplir une tâche donnée. C'est le cas par exemple des systèmes de production, systèmes de transport, systèmes informatiques, etc...un système aussi est un ensemble d'éléments interdépendants orientés vers la réalisation d'une fonction [4].



Figure(I.1) : structure d'un système.

**I.2.2. Système mécatronique :**

Pour illustrer les notions de système mécatronique et de sûreté de fonctionnement, examinons un exemple issu du secteur automobile. Aujourd'hui mieux rouler c'est aussi, mieux freiner. Dans ce but, les constructeurs proposent des systèmes d'antiblocage des freins qui permettent d'éviter le blocage d'une ou plusieurs roues pendant le freinage et de maintenir la stabilité du véhicule. Cet exemple traduit bien l'évolution technologique de ces dernières années c'est à dire la construction de systèmes qui doivent réaliser à la fois plusieurs fonctionnalités et intégrer plusieurs technologies. Ainsi, des composants mécaniques sont pilotés par des composants électroniques et/ou par des logiciels embarqués. L'association des différentes technologies (la mécanique, l'électronique, le logiciel) sur un même système a donné naissance à la mécatronique.

Dans un contexte de fortes exigences pour des systèmes de plus en plus fiables et sûrs, et de durées de garanties croissantes, il est impératif de vérifier le plus tôt possible que les performances des systèmes sont conformes au cahier des charges. Cependant l'augmentation de la complexité (au sens d'intégration des différentes technologies) n'est pas sans conséquence sur la sûreté de fonctionnement et implicitement sur la fiabilité de ces systèmes.

Dans les différents secteurs de l'industrie, de nombreuses méthodes d'analyse de la fiabilité ont été développées séparément et certaines plus spécifiquement pour une phase de développement. La maîtrise de la sûreté de fonctionnement d'un système mécatronique nécessite de prendre en compte simultanément les différentes technologies et méthodes d'analyse sur la fiabilité du cycle de développement..

L'apparition des systèmes mécatroniques est une révolution pour le monde industriel, il affecte de plus en plus le monde du transport et en particulier le secteur automobile. L'utilisation des ces systèmes se généralise rapidement et influence maintenant tous les secteurs de l'industrie.

La mécatronique a bouleversé la conception et la fabrication des systèmes complexes. En particulier, son introduction dans le secteur automobile a profondément modifié les processus de développement et de fabrication.

Ainsi, la voiture n'est plus conçue comme un dispositif mécanique qui porte quelques commandes électroniques, mais comme un système mécatronique [Bertram et al., 2003], où les composants des différentes technologies sont entièrement intégrés[5].

**I.2.2.1. Définition d'un système mécatronique :**

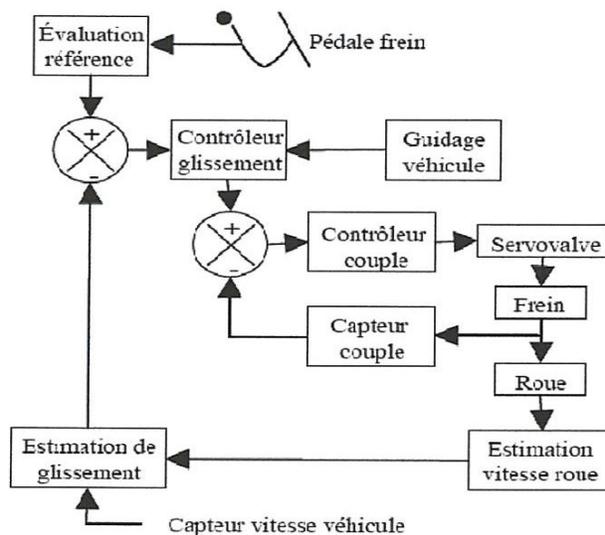
Le terme mécatronique (mechatronics en anglais) a été proposé la première fois par un ingénieur de Yaskawa Electric Co. du Japon en 1969 pour désigner le contrôle des moteurs électriques par ordinateur [6].

La mécatronique est « la combinaison synergique de l'ingénierie mécanique de précision, de la commande électronique et du système informatique dans la conception des produits et des processus de fabrication »

Cette définition établit le caractère multidisciplinaire de la mécatronique qui associe dans la conception et la fabrication d'un produit plusieurs secteurs d'activité de technologies différentes.

Le mot-clé ici est « synergique », pris dans le même sens que dans la définition du génie mécanique, qui est perçue comme la combinaison synergique de la dynamique des fluides, de la mécanique des solides, de la thermodynamique et de la science des matériaux .

La mécatronique n'est pas intrinsèquement une science ou une technologie, elle doit être considérée comme une attitude, une manière fondamentale de regarder et de faire des choses, et, par sa nature, elle exige une approche unifiée.



**Figure(I.2) :** Principe de fonctionnement de l'ABS[7].

### **I.2.2.2.Exemple d'un système mécatronique l'ABS :(Anti-Lock Brake System )**

Lorsque l'on actionne la pédale de frein, les capteurs sur les roues détectent une roue bloquée ou une différence entre la vitesse du véhicule et la vitesse de la roue. Si une telle situation se produit, les actionneurs hydrauliques diminuent la pression du liquide de freinage, jusqu'à ce que la roue commence à tourner ou jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de différence de vitesse mesurée. Ceci assure une bonne stabilité du véhicule et diminue le risque de glissement, particulièrement en cas de freinage d'urgence ou de freinage sur des surfaces de faible adhérence [5].

### **I.3.Défaillances :**

Par défaillance ou panne, on entend la cessation de l'aptitude d'une entité ou d'un système à accomplir une fonction requise. Une défaillance résulte d'une ou plusieurs fautes (écart anormal avec la caractéristique désirée), ou encore anomalie de fonctionnement. Une défaillance peut être complète, partielle, fugitive, intermittente ou permanente. La défaillance peut conduire à la panne du système [7].

#### **I.3.1.Mode de défaillance :**

Le mode de défaillance est le cheminement d'un défaut initial vers une défaillance "visible" du système. Les modes de défaillance sont générés par les causes de défaillance, un mode de défaillance représentant l'effet (ou les effets) par lequel se manifeste la cause de défaillance. Les défaillances d'un composant ont des effets sur les fonctions de celui-ci ; le mode de défaillance sera dénommé du nom de l'effet. Le mode de défaillance est toujours relatif à la fonction du dispositif. Il s'exprime toujours en termes physiques [7].

#### **I.3.2.Cause de défaillance :**

Une cause de défaillance est l'événement initial pouvant conduire à la défaillance d'un dispositif par l'intermédiaire de son mode de défaillance. Plusieurs causes peuvent être associées à un même mode de défaillance. Une même cause peut provoquer plusieurs modes de défaillance.

#### **I.3.3.Effet de la défaillance :**

L'effet d'une défaillance est, par définition, une conséquence subie par l'utilisateur. Il est associé au couple (mode-cause de défaillance) et correspond à la perception finale de la défaillance par l'utilisateur.

## a) Taux de défaillance :

Généralement noté  $\lambda(t)$ , est

$$\lambda(t) = \frac{-\frac{dR(t)}{dt}}{R(t)} \quad (1.1)$$

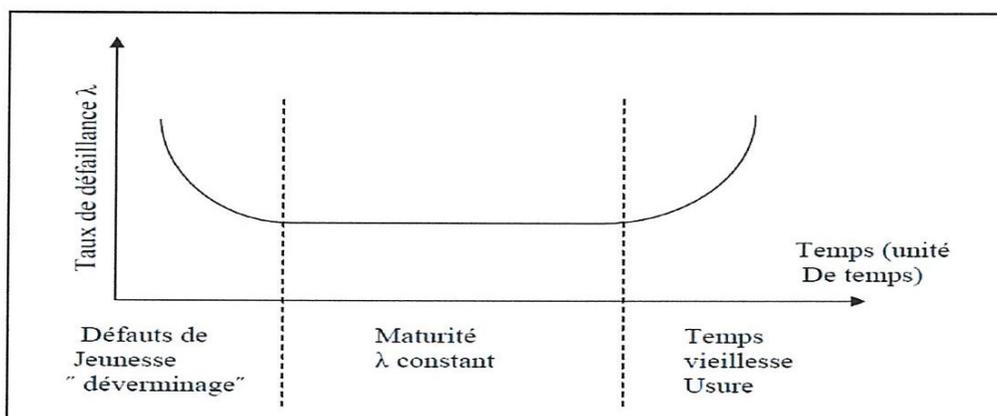
Il représente l'intensité de défaillance en fonction du temps. C'est la probabilité conditionnelle, divisée par  $dt$ , de tomber en panne entre  $t$  et  $t + dt$  sachant qu'au temps  $t$  l'entité n'est pas défaillante.

L'hypothèse est très souvent faite que ce taux de défaillance est constant (indépendant du temps). Alors la loi de fiabilité prend une forme facile à manipuler de:

$$R(t) = \exp(-\lambda t) \quad (1.2)$$

En fait, cette hypothèse très pratique est assez audacieuse, mais l'expérience a montré que, pour des nombreuses catégories de composants, il y avait une période assez longue entre la jeunesse et la vieillesse pendant laquelle cette hypothèse était une approximation tout à fait acceptable (encore faut-il vérifier qu'on exploitera effectivement cette seule période de la vie des composants si on a pris cette hypothèse pour les calculs prévisionnels). On constate souvent que la courbe représentant le taux de défaillance d'une série de composants en fonction du temps à la forme dite « courbe en baignoire » :

- La décroissance rapide de la fréquence des défaillances correspond au «déverminage» et à l'élimination des défauts de jeunesse ;
- Le fond de la baignoire correspond à la période de maturité où le taux de fiabilité des composants est le meilleur et, souvent, à peu près constant ;
- En fin, la remontée progressive de la fréquence des défaillances correspond à la vieillesse.



Figure(1.3) :Evolution du taux de panne avec le temps .

### I.3.4. Notions de temps MTBF, MTTR, MTTF, MUT, MDT :

À l'origine des confusions, il y a un jeu de mots : en anglo-américain, on utilise les deux sigles **MTTF** (*Mean Time To Failure*) et **MTBF** (*Mean Time Between Failures*). Ce dernier sigle peut donc se transposer directement en français en MTBF (Moyenne des Temps de Bon Fonctionnement), mais pas avec la même signification.

a) **MTTF** (*Mean Time to Failure*) : durée moyenne de fonctionnement avant défaillance, espérance mathématique de la durée de fonctionnement avant défaillance. La définition du MTTF est :

$$MTTF = \int_0^{\infty} R(t) dt \quad (1.3)$$

Le **MTTF** est la moyenne des durées de fonctionnement de l'instant 0 à la première défaillance.

b) Le **MTBF** (*Mean Time Between Failures*) : est la moyenne des temps séparant deux défaillances consécutives.

Pour une entité réparable, connaissant une alternance de périodes de fonctionnement ininterrompu et de périodes de remise en état de fonctionnement, le MTBF est la moyenne de durées dont chacune est constituée d'une période de remise en état après défaillance suivie d'une période de fonctionnement ininterrompu.

$$MTBF = \frac{1}{\lambda} \quad (1.4)$$

c) **MTTR** (*Mean Time To Repair or Restoration*) durée moyenne de panne ou moyenne des temps pour la remise en état de fonctionnement, espérance mathématique de la durée de panne. **MTTRep** est associé à la réparation du composant et **MTTRes** à sa restauration. La différence entre les deux est liée au fait que l'on considère ou non le temps mis pour remettre en service l'équipement, le **MTTRes** l'incluant.

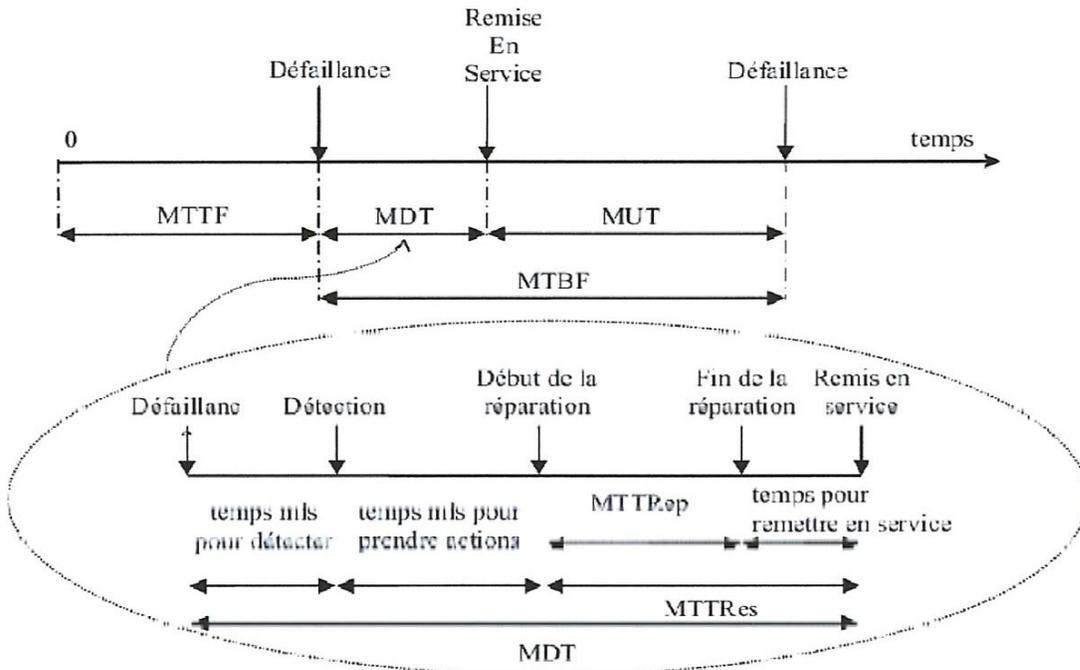
d) **MUT** On appelle **MUT** (*Mean Up Time*) la moyenne des temps de fonctionnement.

En général, un système satisfaisant connaît des périodes de panne beaucoup plus courtes que les périodes de bon fonctionnement ininterrompu ; de ce fait, le MTBF est à peine plus élevé que le MUT et la confusion entre les deux peu importante. Parmi les erreurs d'interprétation les plus courantes touchant le **MTBF**, il y a celle qui consiste à croire que le MTBF est le temps pendant lequel on peut espérer être épargné par les défaillances. Pour illustrer le danger

de ce type d'interprétation, considérons le cas très usuel où l'hypothèse du taux de défaillance constant est retenue.

e) **MDT** (*Mean Down Time*) ou TMI temps moyen d'indisponibilité, espérance mathématique de la durée d'indisponibilité.

Le MDT est décomposé en plusieurs phases lesquelles sont montrées par la **figure (I.3)**[7].



**Figure(I.4) :** Représentation des temps moyens dans la vie en opération.

#### I.4.Fiabilité :

C'est l'aptitude d'une entité à accomplir une fonction requise, dans des conditions et pour une durée donnée. Cette définition peut être formulée différemment : la fiabilité d'une entité est la probabilité moyenne de non défaillance de cette entité sur un intervalle de temps donné. Les paramètres importants de la fiabilité sont donc les conditions d'utilisation du système, le temps ou le nombre de cycles. La fiabilité d'un dispositif dépend aussi de la fonction remplie par ce dispositif. De manière globale, la fiabilité d'un système est liée à ses caractéristiques intrinsèques, au mode d'utilisation et à son environnement. De cet aspect global, il est possible de définir deux types de fiabilité [8].

##### a)Fiabilité opérationnelle :

Qui résulte de l'observation et de l'analyse du comportement d'un certain nombre de dispositifs identiques, en conditions de fonctionnement réelles. En d'autres termes, il s'agit

**Chapitre I**

d'un traitement statistique de retours d'expérience sur une gamme de produits, par exemple. La probabilité moyenne issue de ce retour d'expérience n'a de sens qu'en considérant un nombre important de dispositifs [8].

La fiabilité opérationnelle est donc définie par :

$$R [0, t] = \frac{\text{nombre moyen d'entités non défailtantes à l'instant 't'}}{\text{nombre total d'entités } [0, t]}$$

**b) Fiabilité prévisionnelle :**

Estime la fiabilité future d'un système à partir de considérations sur la conception du système et la fiabilité opérationnelle (supposée connue) de ses composants. Cette estimation repose très souvent sur l'évaluation du taux de défaillance probable et du temps moyen de non défaillance.

D'après la définition donnée dans le paragraphe précédent il est possible d'écrire l'expression de la fiabilité d'une entité E, à l'instant (t) .[8]

$$R (t) = P(E \text{ non défaillant sur } [0, t])$$

Très après les règles de définition des probabilités, on peut écrire :

$$P(E \text{ non défaillant sur } [0, t]) + P(E \text{ défaillant sur } [0, t]) = 1$$

On peut obtenir la probabilité de défaillance de l'entité E par l'expression suivante :

$$P(E \text{ défaillant sur } [0, t]) = 1 - R (t)$$

**I.5. Caractéristique de fiabilité :**

a) **La probabilité :** Dont il faut tenir compte de la nature spécifique pour la mise en œuvre des calculs et l'interprétation des résultats.

b) **L'accomplissement d'une fonction :** Le dispositif doit être dans un état tel qu'il lui permet l'accomplissement de sa fonction.

c) **Condition données :** qui sont les contraintes du système.

d) **Le temps :** Généralement la durée de vie du système [9].

## I.6. Principales lois rencontrées dans l'étude de fiabilité :

Nous présentons quelques propriétés des principales lois utilisées en sûreté de fonctionnement ;

On distingue :

### I.6.1. Lois Discrètes :

#### a) Loi binominale :

Elle correspond à la probabilité de réalisation d'un événement de probabilité  $P$  au cours de  $(n)$  expériences.

La variable aléatoire discrète est distribuée suivant une loi binomiale de paramètre  $(P, n)$  telle que

$$P(X=i) = C_n^i \cdot P^i \cdot (1-P)^{(n-i)} ; 0 \leq i \leq n \text{ et } 0 \leq p \leq 1$$

On en déduit la fonction de répartition :

$$F(i) = P(X \leq i) = \sum_{j=0}^i C_n^j \cdot P^j \cdot (1-P)^{(n-j)} \quad (1.5)$$

La valeur moyenne et la variance sont données par :

$$m = E[X] = n \cdot p \text{ et } \sigma^2[X] = n \cdot p \cdot (1-p)$$

#### b) Loi de Poisson :

Elle correspond au nombre d'occurrences sur une période donnée d'un événement dans la probabilité par unité de temps est constant. La loi de Poisson est une loi à un paramètre positive ( $m$ ) définie par :

$$P(X=K) = e^{-m} \cdot \frac{m^k}{k!} \quad (1.6)$$

On en déduit la fonction de répartition :

$$F(k) = \sum_{i=0}^k e^{-m} \cdot \frac{m^i}{i!} \quad \text{ou} \quad E[X] = m \quad \text{et} \quad \sigma^2[X] = m$$

### I.6.2. Lois continues :

#### a) loi exponentielle :

La loi exponentielle est très fréquemment utilisée en fiabilité car elle est des seules qui permettent de réaliser les calculs. Le taux de défaillance d'un élément dont la distribution des temps de bon fonctionnement est une loi exponentielle, est constant et égale à  $\lambda$ .

La variable aléatoire dans ce cas est une variable continue,  $t$  entre  $[0, +\infty[$  dont la densité de probabilité est donnée par :

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad (1.7)$$

La moyenne et la variance sont données par :  $m=1/\lambda$  et  $\sigma^2[X]=1/\lambda$

b) **Loi de Galton :**

Une autre distribution couramment utilisée est la loi de Galton, elle a été introduite pour la modélisation des durées de vie des semi-conducteurs à partir de constatation statistique. Son champ d'application touchait déjà de nombreux domaines, depuis l'économie jusqu'à la cancérologie

La variable aléatoire dans ce cas est une variable continue,  $t$  entre  $[0, +\infty[$  dont la densité de probabilité est donnée par :

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{1}{t} \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{\ln(t)-m'}{\sigma'} \right)^2 \right\} \quad (1.8)$$

avec  $m'$ : moyenne des  $\ln(t)$

$\sigma'$ : écart – type des  $\ln(t)$

La valeur moyenne et la variance sont données par :

$$m = \exp \left( m' + \frac{\sigma^2}{2} \right) \text{ et } \sigma^2(t) = \frac{1}{\lambda^2}$$

c) **Loi normale (loi de Gauss) :**

Cette loi est symétrique par rapport à la moyenne  $m$ . La variable aléatoire est dans ce cas une variable continue  $t$  entre  $]-\infty, +\infty[$  [dont la loi de densité de probabilité est donnée par:

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{t - m'}{\sigma'} \right)^2 \right\} \quad (1.9)$$

La valeur moyenne et la variance sont donnée par :

$$m=m' \text{ et } \sigma^2(t) = \sigma'^2$$

d) **Loi uniforme :**

La variable aléatoire  $t$  est, dans ce cas, une variable continue dans  $[t_1, t_2]$  dont la loi de densité de probabilité est donnée par :

$$f(t) = \frac{1}{t_2 - t_1} \quad (1.10)$$

La valeur moyenne et la variance sont donnée par :

$$m = \frac{t_2 + t_1}{2} \text{ et } \sigma^2 = \frac{(t_2 - t_1)^2}{12}$$

d) *Loi de weibull :*

Voici maintenant, la plus populaire des lois rencontrées en fiabilité aussi bien dans les domaines mécanique qu'électronique. Cette loi est très utilisée pour représenter le comportement des matériaux pendant toute leur période de vie avec une loi de densité de probabilité définie par:

$$f(t) = \frac{\beta(t - \gamma)^{\beta-1}}{\eta^\beta} \cdot \exp - \left( \frac{t - \gamma}{\eta} \right)^\beta \quad (1.11)$$

Sa fonction de fiabilité est donnée par :

$$R(t) = \exp - \left( \frac{t}{\eta} \right)^\beta \quad (1.12)$$

Le taux de défaillance est donnée par :

$$\lambda(t) = \frac{\beta}{\eta} \left( \frac{t}{\eta} \right)^{\beta-1} \quad (1.13)$$

Avec :

$\beta$  : paramètre de forme (sans unité).

$\eta$  : paramètre d'échelle (en unité de temps).

$\gamma$  : paramètre de position (en unité de temps).

La valeur moyenne et la variance sont données par [10]:

$$m = \gamma + \eta \cdot \Gamma\left(\frac{1+\beta}{\beta}\right) \text{ et } \sigma^2(t) = \eta^2 \left\{ \Gamma\left(\frac{2}{\beta} + 1\right) - \Gamma^2\left(\frac{1+\beta}{\beta}\right) \right\} \quad (1.14)$$

Avec

$$\Gamma(b) = \int_0^{+\infty} x^{b-1} \cdot \exp(-x) dx \quad (1.15)$$

**I.7. Conclusion :**

Dans ce premier chapitre, nous avons donné les définitions : système, système mécatronique (ABS) et la fiabilité défaillance (définition, taux de défaillance, Notions de temps **MTBF**, **MTTR**, **MTTF**, **MUT**, **MDT**). Enfin en présente les caractéristiques de fiabilité et les principales lois de fiabilité. Dans le deuxième chapitre on va parler à la mesure de fiabilité pour les systèmes réparable et non réparable.

# Chapitre II

## II.1.Introduction :

Dans ce chapitre nous allons attachées les concepts généraux de la fiabilité ont été introduits pour les matériels. Les mesures de fiabilité sont différentes suivant que les systèmes concernés sont réparables ou non réparables.

## II.2.Mesures pour les systèmes non réparables :

Un système non réparable est un système qui est mis au rebut dès qu'il tombe en panne. Les considérations sur les réparations ou corrections n'ont donc pas lieu d'être ici. Le seul point important est la date de panne, appelée aussi instant de défaillance, durée de vie ou durée de bon fonctionnement du système. Comme celle-ci n'est pas prévisible avec certitude à l'avance, on la modélise par une variable aléatoire, que l'on note  $X$ . Une durée étant un réel positif, cette variable aléatoire est à valeurs dans  $R^+$ .

Si on s'intéressait à des systèmes pour lesquels le temps est exprimé par un nombre entier, comme un nombre de transactions,  $X$  serait à valeurs dans  $N$ . On pourrait aussi prendre en compte la possibilité que le système soit en panne à l'instant initial, ce qui voudrait dire que  $P(X = 0) \neq 0$ . Nous ne nous placerons ici dans aucun de ces deux cas. Par conséquent,  $X$  sera une variable aléatoire continue à valeurs dans  $R^+$ . Sa loi de probabilité est définie par :

- sa fonction de répartition  $F(x) = P(X \leq x)$ .
- sa densité  $f(x) = F'(x)$ .

Plus la durée de fonctionnement est grande, meilleure est la fiabilité du système. Donc on choisit de définir la fiabilité du système à l'instant  $x$  comme la probabilité que le système ne soit pas encore tombé en panne à l'instant  $x$  ou encore comme la probabilité que le système fonctionne sans défaillance entre 0 et  $x$  [1].

**Définition 1 :** La fiabilité d'un système non réparable est la fonction du temps  $R$  ( $R$  pour reliability) définie par :

$$\forall x \geq 0, R(x) = P(X > x) \quad (2.1)$$

On a évidemment  $R(x) = 1 - F(x)$  et  $R'(x) = -f(x)$ .  $R$  est donc une fonction décroissante. Cela traduit le fait naturel que l'aptitude au bon fonctionnement d'un système non réparable diminue avec le temps. Mais la monotonie de cette fonction fait que la fiabilité n'est pas suffisamment souple pour pouvoir clairement prendre en compte la diversité des types d'usure. Aussi la principale mesure de fiabilité n'est pas la fonction de fiabilité mais le taux de défaillance [11].

**Définition 2 :** Le taux de défaillance ou taux de panne ou taux de hasard d'un système non réparable est la fonction du temps  $h$  définie par :

$$\forall x \geq 0 : h(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x} P\left(x < X \leq x + \frac{\Delta x}{X} > x\right) \quad (2.2)$$

Dans cette expression, la probabilité considérée est la probabilité que le système tombe en panne entre  $x$  et  $x + \Delta x$  sachant qu'il a bien fonctionné entre 0 et  $x$ . Notons que la fiabilité est une probabilité mais que le taux de défaillance n'en est pas une:  $h(x)$  peut être supérieur à 1.

L'interprétation du taux de défaillance est liée à celle de la densité de la façon suivante. On sait que [11].

$$\begin{aligned} f(x) &= F'(X) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x} [P(X \leq x + \Delta x) - P(X \leq x)] \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x} P(x < X \leq x + \Delta x) \end{aligned}$$

On a donc, pour  $\Delta x$  petit :

$$f(x)\Delta x \approx P(x < X \leq x + \Delta x)$$

Et :

$$h(x)\Delta x \approx P(x < X \leq x + \Delta x / X > x)$$

La quantité  $f(x) \Delta x$  peut donc être considérée comme la probabilité de défaillance juste après l'instant  $x$  alors que  $h(x) \Delta x$  peut être considérée comme la probabilité de défaillance juste après l'instant  $x$  sachant que le système n'est pas tombé en panne avant  $x$ . Il y a donc une notion d'instantanéité dans  $f(x)$  et une notion de durée dans  $h(x)$  (comme dans  $R(x)$ ).

On peut illustrer cette différence en comparant :

- la probabilité qu'un homme meure entre 100 et 101 ans;
- la probabilité qu'un homme meure entre 100 et 101 ans sachant qu'il a vécu jusqu'à 100 ans.

La première (liée à la densité) est très faible : on a de très fortes chances de mourir avant 100 ans. La seconde (liée au taux de défaillance) est évidemment très forte.

On conçoit donc que le taux de défaillance est une mesure pratique de l'usure ou vieillissement.

Un taux de défaillance croissant correspond à un système se dégrade, tandis qu'un taux de défaillance décroissant correspond à un système qui s'améliore avec le temps.

Il est facile d'établir les liens entre le taux de défaillance et la fiabilité:

$$\begin{aligned}
 h(x) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x} P(x < X \leq x + \Delta x / X > x) \\
 &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x} \frac{P(x < X \leq x + \Delta x \cap X > x)}{P(X > x)} \\
 &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x} \frac{P(x < X \leq x + \Delta x)}{P(x > x)} \\
 &= \frac{1}{R(x)} \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x} [F(x + \Delta x) - F(x)] \\
 &= \frac{f(x)}{R(x)} = \frac{f(x)}{1 - F(x)} = \frac{-R'(x)}{R(x)} = -\frac{d}{dx} \ln R(x)
 \end{aligned}$$

En intégrant et en prenant comme condition initiale  $R(0) = 1$ , car on a supposé que le système fonctionne à l'instant initial, on obtient la formule d'exponentiation :

$$R(x) = \exp\left(-\int_0^x h(u) du\right) \quad (2.3)$$

**Définition 3 :** Le taux de défaillance cumulé ou taux de hasard cumulé d'un système non réparable est la fonction du temps  $H$  définie par :

$$\forall x \geq 0, H(x) = \int_0^x h(u) du = -\ln R(x) \quad (2.4)$$

La formule d'exponentiation s'écrit donc aussi  $R(x) = \exp(-h(x))$ .

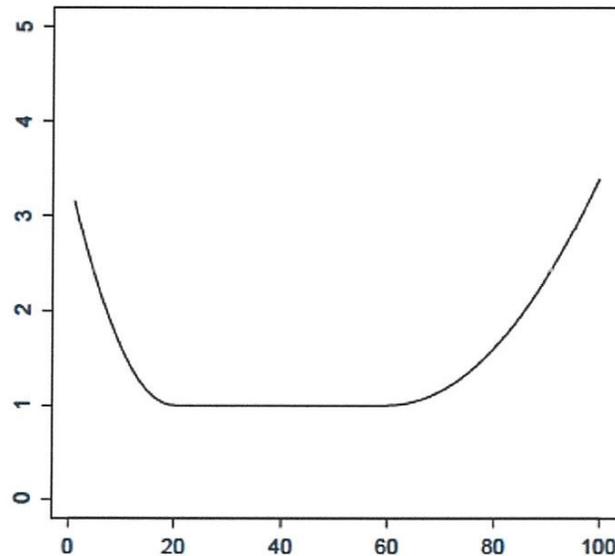
Enfin, puisque  $f(x) = R'(x)$ , la densité de  $X$  s'exprime à l'aide du taux de défaillance sous la forme :

$$f(x) = h(x) \exp\left(-\int_0^x h(u) du\right) \quad (2.5)$$

Toutes les grandeurs caractéristiques de la loi de probabilité de  $X$  s'expriment à l'aide de la fonction  $h$ . Le taux de défaillance caractérise donc la loi d'une durée de vie. C'est pourquoi, en pratique, construire un modèle de fiabilité de systèmes non réparables revient à se donner une forme particulière pour le taux de défaillance.

Le choix de cette forme est basé sur des considérations de modélisation ou des constatations expérimentales. De nombreuses études pratiques ont montré que le graphe du taux de défaillance d'un système non réparable simple a très souvent une forme de baignoire, comme dans la figure (II.1). En effet,  $h$  se décompose dans ce cas en 3 parties :

- **la période de jeunesse:** quand un système est neuf, on observe souvent des défaillances précoces, dues à des défauts intrinsèques ou des fautes de conception. Le risque de défaillance est donc assez fort au tout début de la vie du système. Ensuite il diminue car, s'il y a des défauts initiaux, ils vont se manifester tôt.  $h$  est donc d'abord décroissant. C'est le rodage pour les matériels mécaniques et le déverminage pour les matériels électroniques.



Figure(II.1) : Taux de défaillance en forme de baignoire.

- **la vie utile :** pendant cette période, le taux de défaillance est constant et les défaillances sont purement accidentelles;
- **le vieillissement:**  $h$  se remet à croître car le risque de défaillance va finir par augmenter à cause de l'usure du système.

Du point de vue du consommateur cherchant à s'assurer contre les pannes du système, il est impératif d'avoir une garantie à court terme pour se prémunir contre les défauts de

jeunesse. On peut souhaiter avoir une garantie à long terme contre le vieillissement, mais cela va coûter cher et les contrats ne garantissent en général pas les problèmes d'usure. En revanche, une garantie à moyen terme n'est pas forcément utile car, si le système a passé la période de jeunesse, il subira en général peu de défaillances en période de vie utile. Naturellement, pour pouvoir fixer de façon optimale les durées de garantie, il faut connaître ou estimer les dates de transition entre les différentes périodes, ce qui est généralement difficile.

La dernière mesure fondamentale de fiabilité est le **MTTF** [11].

**Définition 4 :** Le **MTTF (Mean Time To Failure)** d'un système non réparable : est la durée moyenne de bon fonctionnement avant sa défaillance :

$$MTTF = E[X] = \int_0^{+\infty} xf(x)dx \quad (2.6)$$

Une intégration par parties aboutit alors à :

$$MTTF = [-xR(x)]_0^{+\infty} + \int_0^{+\infty} R(x)dx$$

En supposant que  $R(x)$  tend vers 0 plus vite que  $\frac{1}{x}$ , ce qui sera toujours le cas on obtient une formule plus usuelle pour le MTTF

$$MTTF = \int_0^{+\infty} R(x)dx \quad (2.7)$$

Remarque : la transforme de Laplace de  $R$  est  $R'(s) = \int_0^{+\infty} R(x)\exp(-sx)dx$

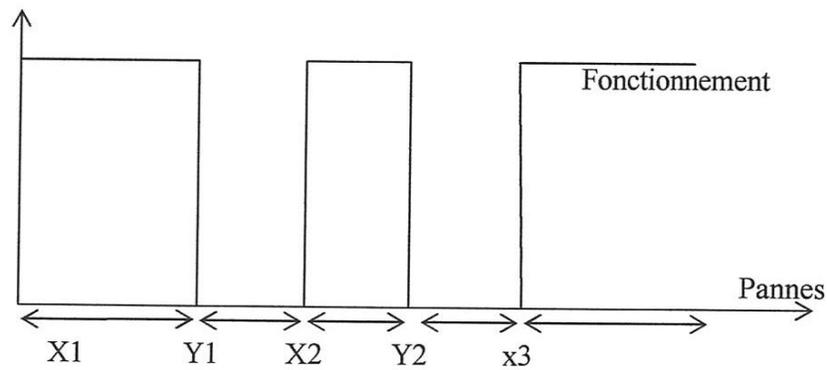
Par conséquent  $MTTF = R'(0)$

### II.3. Mesures pour les systèmes réparables :

Quand les systèmes sont réparables, deux cas de figure sont possibles, selon que l'on prend en compte ou pas les durées de réparation.

#### II.3.1. Durées de réparation comptabilisées

Le fonctionnement du système est une succession de durées de bon fonctionnement et de durées de non fonctionnement ou de réparation. On note traditionnellement  $\{X_i\}_{i>1}$  les durées de bon fonctionnement successives et  $\{Y_i\}_{i>1}$  les durées de réparation successives.



**Figure(II.2):**Durées de bon fonctionnement et de réparation.

La “durée de réparation”  $Y$  comprend en fait une durée de détection de la panne, une durée de réparation proprement dite et une durée de remise en service. Pour les logiciels, on peut relancer immédiatement le système après une défaillance, donc il n’y aura pas forcément de durée de réparation en tant que telle, mais il y aura les durées de détection de la panne et de remise en service.

Pour une durée de réparation  $Y$ , on définit des quantités similaires à celles qui ont été définies pour une durée de bon fonctionnement  $X$  :

La maintenabilité est la fonction de répartition de  $Y$ . La maintenabilité en  $y$  est la probabilité qu’un système en panne à l’instant 0 soit réparé avant l’instant  $y$ :

$$\forall y \geq 0, M(y) = P(Y \leq y)$$

• Le taux de réparation est défini par

$$\forall y \geq 0, \mu(y) = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta y} P(y < Y \leq y + \Delta y / Y > y)$$

Le MTTR (Mean Time To Repair) est la durée moyenne de réparation:

$$MTTR = E[y] = \int_0^{+\infty} [1 - M(y)] dy$$

On peut toujours définir la fiabilité à l’instant  $x$  comme la probabilité que le système ne tombe pas en panne entre 0 et  $x$ . Cela signifie que l’instant de la première panne doit être supérieur à  $x$ , donc

$$\forall x \geq 0, R(x) = P(X1 > x)$$

Mais on peut s'intéresser à une autre quantité particulièrement intéressante pour les systèmes réparables, la disponibilité [11].

**Définition 5 :** La disponibilité d'un système réparable est la fonction du temps  $A$  ( $A$  pour availability) telle que :

$\forall t \geq 0, A(t) =$  Probabilité que le système fonctionne à l'instant  $t$ .

Donner une expression mathématique générale est beaucoup plus complexe pour la disponibilité que pour la fiabilité. Heureusement, il est souvent possible de donner des expressions simples de la disponibilité asymptotique:

$$A(\infty) = \lim_{t \rightarrow +\infty} A(t)$$

**Remarque :** La fiabilité implique une notion de durée (fonctionnement pendant une certaine durée) tandis que la disponibilité implique une notion d'instantanéité (fonctionnement à un instant donné).

Contrairement à ceux de  $R(x)$  et  $M(y)$ , le sens de variation de  $A(t)$  n'est pas déterminé. On a des systèmes à disponibilité croissante, d'autres à disponibilité décroissante et tous les sens de variation imaginables sont possibles.

Quand le système est remis à neuf après réparation, il est logique de supposer que  $X_2$  a la même loi de probabilité que  $X_1$ . Plus généralement, on suppose couramment que les  $X_i$  sont indépendants et de même loi, et que les  $Y_i$  sont aussi indépendants et de même loi (mais pas la même que celle des  $X_i$ ). Cela facilite grandement le calcul de la disponibilité. Mais dans la pratique, la réparation ne remet pas souvent le système à neuf, ce qui complexifie les calculs.[11]

On parle parfois de  $MTBF = MTTF + MTTR$  (Mean Time Between Failures). Le  $MTBF$  est la durée moyenne entre deux défaillances successives, comprenant la durée moyenne de bon fonctionnement et la durée moyenne de réparation. On a alors souvent :

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} A(t) = \frac{MTTF}{MTTF + MTTR}$$

Ce qui se conçoit bien intuitivement.

### II.3.2. Durées de réparation non comptabilisées :

Dans l'exemple de données du premier chapitre, on a vu que les durées de réparation étaient sujettes à caution et difficiles à interpréter. On a simplement étudié les durées de bon fonctionnement successives. En pratique, il est fréquent également que les durées de réparation soient négligeables par rapport aux durées de bon fonctionnement. Il est donc intéressant de modéliser la situation où les durées de réparation sont négligeables ou non comptabilisées. Dans ce cas, la notion de disponibilité n'a plus aucun sens.

Dans ces conditions, on considère que l'on observe le fonctionnement d'un système réparable à partir d'un instant  $T_0 = 0$ . Des défaillances se produisent à des instants que l'on note  $T_1, T_2, \dots$ . Après chaque défaillance, le système est réparé ou corrigé puis relancé. Le processus des défaillances d'un tel système réparable est défini de manière équivalente par l'un des 3 processus aléatoires suivants.

- la suite des instants de défaillance  $(T_i), i \geq 1$  avec  $T_0 = 0$
- la suite des durées inter-défaillances  $\{X_i\}_{i \geq 1}$  où  $\forall i \geq 1, X_i = T_i - T_{i-1}$  est la durée  $i$  entre la  $(i-1)^{\text{ème}}$  et la  $i^{\text{ème}}$  défaillance.  $T_i = \sum_{j=1}^i X_j$
- le processus de comptage des défaillances  $\{N_t\}_{t \geq 0}$ , où  $N_t$  est le nombre cumulé de défaillances survenues entre 0 et  $t$  [10].

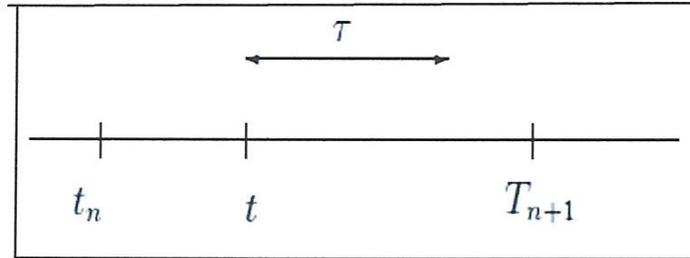
**Définition 6 :** La fiabilité d'un système réparable à l'instant test la fonction  $R_t$  définie par :

$$\begin{aligned} \forall \tau \geq 0, R_t(\tau; n, t_1, \dots, t_n) &= P(T_{n+1} > t + \tau / N_t = n, T_1 = t_1, \dots, T_n = t_n) \\ &= P(T_{n+\tau} - N_t = 0 / N_t = n, T_1 = t_1, \dots, T_n = t_n) \end{aligned} \quad (2.8)$$

Autrement dit,  $R_t(\tau; n, t_1, \dots, t_n)$  est la probabilité que le système fonctionne sans défaillances pendant une durée au moins égale à  $\tau$  après  $t$ , sachant qu'il y a eu exactement  $n$  défaillances entre 0 et  $t$ , aux instants  $t_1, \dots, t_n$ . La première écriture exprime que la prochaine défaillance aura lieu après  $t + \tau$  et la seconde exprime qu'il n'y aura aucune défaillance entre  $t$  et  $t + \tau$ . On conçoit bien la définition de la fiabilité à l'aide de la figure (II.3), pour laquelle  $n$  défaillances ont eu lieu entre 0 et  $t$ .

Quand on se place à l'instant  $t_n$  de la dernière défaillance, on est intéressé par la prévision de la durée  $X_{n+1}$  à attendre avant la prochaine défaillance. Sa loi de probabilité peut être influencée par le passé du processus de défaillance, donc on s'intéressera plutôt

à la loi de  $X_{n+1}$  sachant  $[T_1 = t_1, \dots, T_n = t_n]$ . Cette loi a pour taux de défaillance  $hX_{n+1}/T_1=t_1, \dots, T_n=t_n(x)$ .



**Figure(II.3) :**Fiabilité pour une durée T à partir de t, avec n défaillances observées.

Pour un système non réparable, la propension de défaillance à l’instant t est exprimée par le taux de défaillance  $h(t)$ . Pour un système réparable, il est logique d’exprimer la propension de défaillance à l’instant t par le taux de défaillance de la durée inter-défaillance courante à cet instant, autrement dit  $hX_{n+1}/T_1=t_1, \dots, T_n=t_n(t - t_n)$ . C’est ce qu’on appelle l’intensité de défaillance à l’instant t.

**Définition 7 :**L’intensité de défaillance d’un système réparable à l’instant t est la fonction  $\lambda_t$  définie par :

$$\lambda_t(n; t_1, \dots, t_n) = hX_{n+1}/T_1=t_1, \dots, T_n=t_n(t - t_n) \tag{2.9}$$

Suivre l’intensité de défaillance au cours du temps revient donc à étudier les taux de défaillance conditionnels successifs des  $X_i$  sachant le passé. On parle alors de concaténation ou d’amalgame de taux de défaillance.

On montre que l’intensité de défaillance s’écrit aussi :

$$\begin{aligned} \lambda_t(n; t_1, \dots, t_n) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} P(t < T_{n+1} \leq t + \Delta t / N_t = n, T_1 = t_1, \dots, T_n = t_n) \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} P(N_{t+\Delta t} - N_t = n, T_1 = t_1, \dots, T_n = t_n) \end{aligned} \tag{2.10}$$

La probabilité dans cette écriture est la probabilité que le système tombe en panne entre t et  $t+\Delta t$ , sachant tout le passé du processus des défaillances à l’instant t [11].

L'intensité de défaillance est aux systèmes réparables ce que le taux de défaillance est aux systèmes non réparables. Une intensité de défaillance croissante correspond à une fréquence de défaillance qui augmente avec le temps, donc à un système qui s'use malgré les réparations.

Une intensité de défaillance décroissante correspond à un système qui s'améliore avec le temps. A priori, les matériels rentrent dans la première catégorie et les logiciels dans la seconde.

**Définition 8 :** Le MTTF d'un système réparable à l'instant  $t$  est la durée moyenne d'attente de la prochaine défaillance à l'instant  $t$ , sachant tout le passé du processus des défaillances à cet instant:

$$MTTF_t(n; t_1, \dots, t_n) = E[T_{n+1} - t / N_t = n, t_1, \dots, T_n = t_n] \quad (2.11)$$

Les résultats suivants sont les équivalents pour les systèmes réparables des formules (2.3) (2.7)

$$\begin{aligned} R_t(\tau; n, t_1, \dots, t_n) &= \exp\left(-\int_t^{t+\tau} \lambda_u(n, t_1, \dots, t_n) du\right) \\ &= \exp\left(-\int_0^\tau \lambda_{t+u}(n, t_1, \dots, t_n) du\right) \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$MTTF_t(n, t_1, \dots, t_n) = \int_0^{+\infty} R_t(\tau; n, t_1, \dots, t_n) d\tau \quad (2.13)$$

La formule (2.12) avec  $t=t_n$  et  $\tau = t - t_n$  donne

$$P(T_{n+1} > t / T_1 = t_1, \dots, T_n = t_n) = \exp\left(-\int_{t_n}^t \lambda_u(n, t_1, \dots, t_n) du\right)$$

Qui n'est rien d'autre qu'une réécriture de

$$P(T_{n+1} > t / T_1 = t_1, \dots, T_n = t_n) = \exp\left(-\int_0^{t-t_n} \frac{h_{X_{n+1}}}{T_1} = t_1, \dots, T_n = t_n(u) du\right)$$

Autre mesure importante de fiabilité des systèmes réparables est le nombre moyen de défaillances survenues à chaque instant. C'est ce qu'on appelle la fonction moyenne.

**Définition 9 :** La fonction moyenne (en anglais *Mean Value Function*) du processus des défaillances est la fonction  $m$  définie par :

$$\forall t \geq 0, m(t) = E[N_t] \quad (2.14)$$

Pour le cas où on ne prend pas en compte les durées de réparation, toutes les mesures de fiabilité des systèmes réparables s'expriment à l'aide de l'intensité de défaillance. Par conséquent, construire un modèle de fiabilité des systèmes réparables (et donc des logiciels) revient à proposer une forme particulière pour l'intensité de défaillance.

Dans le cadre de ce cours, nous ne verrons que les 3 classes de modèles les plus simples, caractérisées par les formes d'intensité suivantes [11] :

- Processus de Poisson homogène (HPP).
- Modèles à durées inter-défaillance exponentielles (ETBF).
- Processus de Poisson non homogène (NHPP).

#### **II.4. Conclusion :**

Dans ce chapitre nous avons définies c'est quoi un système réparable et non réparable et présentés (MTBF, MTTF, taux de défaillance, la fonction de fiabilité) pour chaque type des systèmes. Dans le chapitre suivants nous allons présenter quelques méthodes de calcul de fiabilité.

# Chapitre III

Plusieurs types de représentations sont possibles : diagrammes de fiabilité, arbres de défaillance, graphes de Markov, réseaux de Pétri, diagrammes de décision binaires, réseaux bayésiens, etc....

### III.2.1. Système série :

Un système série est un système qui ne fonctionne que si tous ses composants fonctionnent.

C'est le cas de la chaîne hi-fi en fonctionnement normal, le diagramme de fiabilité est similaire à celui de la figure (III.1), avec  $n$  composants au lieu de 5.



Figure(III.1) : Diagramme de fiabilité pour un système série

Un système série tombe en panne dès qu'un de ses composants tombe en panne. On a donc

$$X = \min_{i=1}^n X_i$$

La fiabilité du système est alors :

$$\begin{aligned} R(x) &= P(X > x) = P(\min_{i=1}^n X_i > x) = P(\forall i, X_i > x) \\ &= P(\bigcap_{i=1}^n [X_i > x]) \end{aligned} \quad (3.1)$$

Comme on a supposé les composants indépendants, la probabilité ci-dessus est la probabilité d'une intersection d'événements indépendants. Elle est donc égale au produit des probabilités de ces événements:

$$R(x) = \prod_{i=1}^n P(X_i > x) = \prod_{i=1}^n r_i(x) \quad (3.2)$$

On a donc :

$$R(x) = \prod_{i=1}^n \exp\left(-\int_0^x h_i(u) du\right) = \exp\left(-\sum_{i=1}^n \int_0^x h_i(u) du\right) = \exp\left(-\int_0^x \sum_{i=1}^n h_i(u) du\right)$$

Et comme  $R(x) = \exp(-\int_0^x h_i(u) du)$ .

On en déduit que :

$$h(x) = \sum_{i=1}^n h_i(x) \quad (3.3)$$

Autrement dit, le taux de défaillance d'un système série à composants indépendants est égal à la somme des taux de défaillance de ses composants.

Il n'y a pas de résultat simple pour le MTTF :

$$MTTF = \int_0^{+\infty} R(x) dx = \int_0^{+\infty} \prod_{i=1}^n r_i(x) dx = \int_0^{+\infty} \exp(-\int_0^x \sum_{i=1}^n h_i(u) du) dx \quad (3.4)$$

Si tous les composants ont un taux de défaillance constant,  $\forall i, \forall x, h_i(x) = \lambda_i$ , donc  $X_i$

et de loi  $\exp(-\lambda_i x)$  et  $r_i(x) = \exp(-\lambda_i x)$  Alors

$$R(x) = \prod_{i=1}^n \exp(-\lambda_i x) = \exp(-[\sum_{i=1}^n \lambda_i]x)$$

et

$$h(x) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \text{ est encore constant.}$$

On met donc là en évidence une propriété remarquable de la loi exponentielle : si  $X_1, \dots, X_n$  sont indépendantes et de lois respectives  $\exp(-\lambda_i x)$ , alors  $X = \min_{i=1}^n X_i$  et de loi  $\exp(-\sum_{i=1}^n \lambda_i x)$ . Dans ce cas, on a un résultat simple pour le MTTF :

$$MTTF = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \lambda_i} \quad (3.5)$$

De même, un système série constitué de composants indépendants et de durées de vie de lois de Weibull avec le même paramètre  $\beta$  a une durée de vie qui est encore de loi de Weibull. Enfin, on a aussi vu que la durée de vie d'un système série dont le nombre de composants tend vers l'infini a une loi qui tend vers une loi de Weibull.

### III.2.2. Système parallèle :

#### III.2.2.1. Définition et propriété :

Un système parallèle est un système tel qu'il suffit qu'un seul de ses composants fonctionne pour qu'il fonctionne.

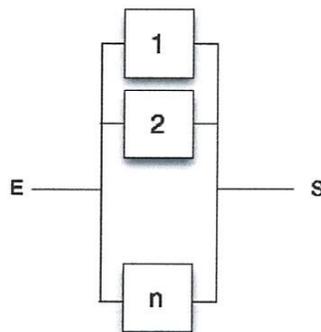
Autrement dit, la défaillance du système survient quand tous ses composants sont en panne.

Dans les systèmes parallèles, on distingue deux cas :

La redondance passive ou stand-by : un seul composant fonctionne à la fois. Quand le composant qui fonctionne tombe en panne, il est instantanément remplacé par un des composants en attente. Dans ce cas  $X = \sum_{i=1}^n X_i$ . La proposition 2 montre que si tous les composants sont indépendants et de même loi  $\exp(\lambda)$ , la durée de vie du système en redondance passive correspondant est de loi gamma  $G(n, \lambda)$ .

La redondance active : Les  $n$  composants fonctionnent en même temps.

On se place dans la suite de cette section dans le cas de la redondance active. Le diagramme de fiabilité est donné dans la figure(III.2) [11].



Figure(III.2) :Diagramme de fiabilité pour un système parallèle

On a évidemment :

$$X = \max_{i=1}^n X_i$$

La fiabilité du système est alors:

$$R(x) = P(X > x) = P(\max_{i=1}^n X_i > x) = 1 - P(\max_{i=1}^n X_i \leq x) = 1 - P(\forall i, X_i \leq x)$$

Avec des composants indépendants, on obtient:

$$R(x) = 1 - \prod_{i=1}^n P(X_i \leq x) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P(X_i > x))$$

D'où finalement :

$$R(x) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - r_i(x)) \quad (3.6)$$

En écrivant

$$R(x) = 1 - \prod_{i=1}^n \left( 1 - \exp\left(-\int_0^x h_i(u) du\right) \right)$$

Puis  $h(x) = -\frac{R'(x)}{R(x)}$  on obtient que le taux de défaillance du système est :

$$h(x) = \frac{\sum_{i=1}^n h_i(x) \exp\left(-\int_0^x h_i(u) du\right) \prod_{j \neq i} (1 - \exp\left(-\int_0^x h_j(u) du\right))}{1 - \prod_{i=1}^n (1 - \exp\left(-\int_0^x h_i(u) du\right))} \quad (3.7)$$

Donc, contrairement au cas d'un système série, le taux de défaillance d'un système parallèle ne s'exprime pas facilement en fonction du taux de défaillance de ses composants. Il n'y a pas non plus d'expression simple du MTTF.

### III.2.2.2. Cas où tous les composants ont un taux de défaillance constant :

On a :

- $\forall i, h_i(x) = \lambda_i$ .
- $R(x) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - \exp(-\lambda_i x))$
- $h(x) = \frac{\sum_{i=1}^n \lambda_i \exp(-\lambda_i x) \prod_{j \neq i} (1 - \exp(-\lambda_j x))}{1 - \prod_{i=1}^n (1 - \exp(-\lambda_i x))}$

Donc un système parallèle dont tous les composants ont un taux de défaillance constant, n'a pas un taux de défaillance constant!

### III.2.2.3. Cas où tous les composants sont identiques

On a  $\forall i, r_i(x) = r(x)$ . Alors la fiabilité du système est :

$$R(x) = 1 - [1 - r(x)]^n \quad (3.8)$$

Comme

$r(x) \in [0, 1]$ , on a  $[1 - r(x)]^n > [1 - r(x)]^{n+1}$ , donc  $1 - [1 - r(x)]^n \leq 1 - [1 - r(x)]^{n+1}$ .

Par conséquent, quand on augmente le nombre de composants en redondance dans un système parallèle, on augmente la fiabilité du système.

Notons que c'est l'inverse pour les systèmes série puisque  $[r(x)]^n \geq [r(x)]^{n+1}$ .

### III.2.3. Système k/n :

Un système k/n est un système qui ne fonctionne que si au moins k composants parmi n fonctionnent.

Par exemple, le système de contrôle-commande de la température d'un réacteur chimique ou nucléaire est conçu selon une architecture 2/3.

- k = 1 correspond à un système parallèle.
- k = n correspond à un système série.

On ne peut pas représenter ce mode de fonctionnement par un diagramme de fiabilité usuel.

La fiabilité  $R(x)$  est la probabilité que k composants au moins parmi n fonctionnent encore à l'instant x. Si on note  $N_x$  le nombre de composants qui fonctionnent à l'instant x, on a :

$$R(x) = P(N_x \geq k)$$

Dans le cas général, on ne peut rien dire de plus. Mais si on suppose que tous les composants sont identiques et indépendants, de même fiabilité  $r(x)$ , alors la variable aléatoire  $N_x$  est de loi binomiale  $\beta(n, r(x))$ , ce qui permet de calculer :

$$R(x) = \sum_{j=k}^n C_n^j r(x)^j [1 - r(x)]^{n-j} \quad (3.9)$$

Pour k = n, on obtient  $R(x) = r(x)^n$ . C'est bien la fiabilité d'un système série.

Pour k = 1, on obtient :

$$\begin{aligned} R(x) &= \sum_{j=1}^n C_n^j r(x)^j [1 - r(x)]^{n-j} = \sum_{j=0}^n C_n^j r(x)^j [1 - r(x)]^{n-j} - C_n^0 r(x)^0 [1 - r(x)]^{n-0} \\ &= [r(x) + 1 - r(x)]^n - [1 - r(x)]^n = 1 - [1 - r(x)]^n \end{aligned} \quad (3.10)$$

C'est bien la fiabilité d'un système parallèle [11].

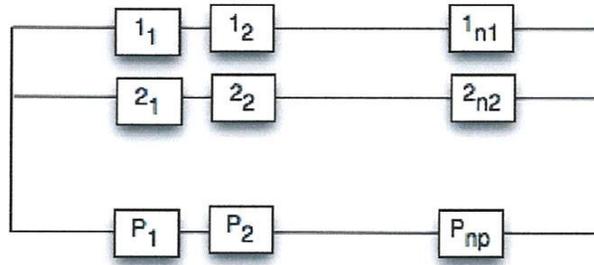
### III.2.4. Systèmes mixtes :

Les systèmes mixtes sont obtenus en combinant les systèmes série et les systèmes parallèles.

#### III.2.4.1. Systèmes série-parallèle :

Un système série-parallèle résulte de la mise en parallèle de sous-systèmes série.

Le diagramme de fiabilité est donné dans la figure. (III.3).



Figure(III.3) :Diagramme de fiabilité pour un système série-parallèle.

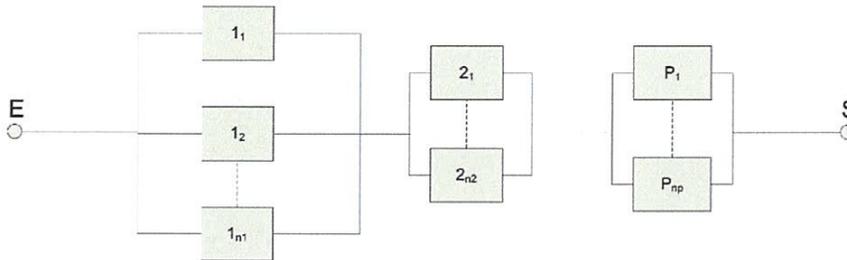
Si on note  $r_{ij}(x)$  la fiabilité du  $j^{ème}$  composant de la  $i$  branche, les résultats précédents montrent que la fiabilité est [1] :

$$R(x) = 1 - \prod_{i=1}^p \left[ 1 - \prod_{j=1}^{n_i} r_{ij}(x) \right] \quad (3.11)$$

### III.2.4.2. Systèmes parallèle-série

Un système parallèle-série résulte de la mise en série de sous-systèmes parallèles.

Le diagramme de fiabilité est donné dans la figure. (III.4).



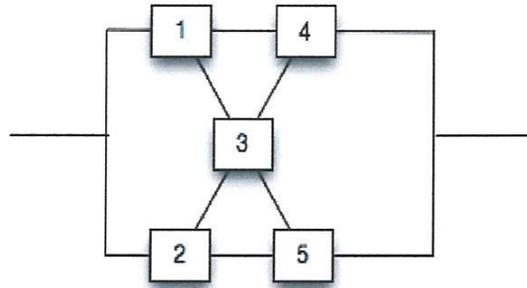
Figure(III.4) :Diagramme de fiabilité pour un système parallèle-série

Avec les mêmes notations que précédemment, on obtient que la fiabilité est :

$$R(x) = \prod_{i=1}^p \left[ 1 - \prod_{j=1}^{n_i} [1 - r_{ij}(x)] \right] \quad (3.12)$$

**III.2.5.La méthode factorisation :**

De nombreux systèmes ne sont pas des systèmes série, parallèles, k/n ou mixtes. C'est le cas du système dit en pont, dont le diagramme de fiabilité est donné dans la **figure (III.5)**.



**Figure(III.5) :**Diagramme de fiabilité pour un système en pont.

Pour calculer sa fiabilité, on va utiliser la méthode de factorisation. Celle-ci consiste à effectuer des conditionnements successifs qui vont permettre de se ramener à des systèmes mixtes.

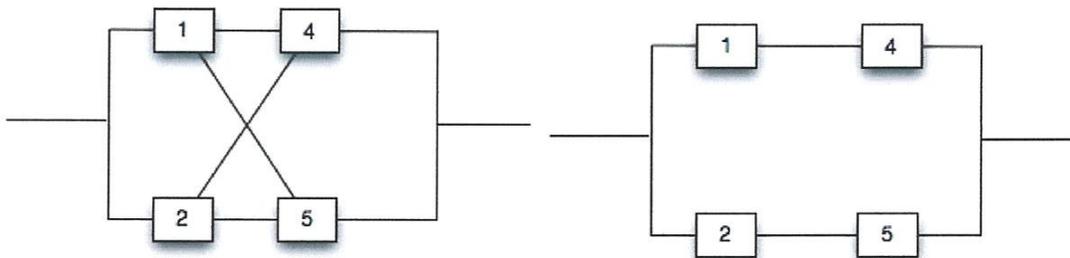
On note  $B_i(x)$  l'évènement  $[X_i > x]$ , signifiant que le composant (i) fonctionne entre 0 et x. De même, on note  $B(x)$  l'évènement  $[X > x]$ , signifiant que le système fonctionne entre 0 et x. La fiabilité du composant (i) est  $R_i(x) = P(B_i(x))$  et la fiabilité du système est

$$R(x) = P(B(x)).$$

Le théorème des probabilités totales permet d'écrire :

$$R(x) = P(B(x)) = P(B(x)|B_3(x))P(B_3(x)) + P(B(x)|\bar{B}_3(x))P(\bar{B}_3(x)) \\ = R_A(x)r_3(x) + R_B(x)(1 - r_3(x)) \quad (3.13)$$

Où  $R_A(x)$  est la fiabilité du système quand on sait que le composant 3 fonctionne, c'est-à-dire la fiabilité du système A donné par la figure (III.6), et  $R_B(x)$  est la fiabilité du système quand on sait que le composant 3 ne fonctionne pas, c'est-à-dire la fiabilité du système B donné par la **figure (III.7)** [11].



**Figure(III.6) :**système en pont 3 fonctionne    **Figure(III.7) :**système en pont, 3 en panne

Il est clair que le système A est équivalent à un système parallèle-série, dont la fiabilité est:

$$R_A(x) = [1 - (1 - r_1(x))(1 - r_2(x))] [1 - (1 - r_4(x))(1 - r_5(x))] \quad (3.14)$$

De même, le système B est un système série-parallèle, dont la fiabilité est :

$$R_B(x) = 1 - [1 - r_1(x).r_4(x)] [1 - r_2(x).r_5(x)] \quad (3.15)$$

Finalement, la fiabilité du système en pont est :

$$R(x) = r_3(x) [1 - (1 - r_1(x))(1 - r_2(x))] [1 - (1 - r_4(x))(1 - r_5(x))] \\ + (1 - r_3(x)) [1 - [1 - r_1(x).r_4(x)] [1 - r_2(x).r_5(x)]] \quad (3.16)$$

Si tous les composants sont identiques, on obtient :

$$R(x) = r(x) [1 - (1 - r(x))^2]^2 + (1 - r(x)) [1 - (1 - r^2(x))^2] \\ = r^2(x) [2 + 2r(x) - 5r^2(x) + 2r^3(x)] \quad (3.17)$$

Si les composants ont un taux de défaillance constant  $\lambda$ ,  $r(x) = \exp(-\lambda x)$ , d'où:

$$R(x) = 2 \exp(-2\lambda x) + 2 \exp(-3\lambda x) - 5 \exp(-4\lambda x) + 2 \exp(-5\lambda x) \quad (3.18)$$

La **figure (III.8)** présente un exemple simplifié d'application de la méthode DF sur l'électrovanne de l'ABS. Les défaillances envisagées sont exposées dans le **Tableau (III.1)**.

Composant	Description
C1	Bobine
C2	Joint
C3	Membrane
C4	Ressort du noyau

**Tableau(III.1)** : Liste des composants pour l'application de la méthode DF sur l'électrovanne de l'ABS.



**Figure(III.8)** : Méthode DF appliquée sur l'électrovanne de l'ABS.

Donc la fiabilité de la valve devient :

$$R(t)=R(C1)* R(C2)* R(C3)* R(C4) \quad (3.19)$$

### III.3.Arbre de Défaillance (AdD) :

L'analyse par un Arbre de Défaillances (AdD) est une méthode qui permet, à partir d'un événement redouté, recensé à l'aide d'une APR, de déterminer les enchaînements d'évènements ou combinaisons d'évènements pouvant conduire à cet événement redouté. Cette analyse permet de descendre de cause en cause jusqu'aux évènements de base susceptibles d'être à l'origine de l'événement redouté.

L'analyse par un arbre des défaillances est fondée sur les principes suivants :

- ✓ un événement est une combinaison d'évènements de base non décomposables ;
- ✓ les évènements de base sont indépendants ;
- ✓ la probabilité d'occurrence des évènements de base peut être évaluée.

Les liens entre les différents évènements sont réalisés grâce à des opérateurs logiques (ET, OU, ...).

Deux sortes d'analyses peuvent être menées sur l'AdD.

Une coupe est un ensemble d'évènements entraînant l'occurrence de l'événement redouté.

Une coupe est minimale lorsque le retrait d'un événement de la coupe n'entraîne plus l'occurrence de l'événement redouté (un arbre de défaillance a un nombre fini de coupes minimales). La représentation sera possible si le système est cohérent :

- ✓ lorsque le système est en panne, aucune défaillance ne rétablit le bon état du système
- ✓ la panne de tous les éléments induit la panne du système ;
- ✓ la bonne marche de tous les éléments entraîne la bonne marche du système.

L'interprétation des coupes minimales donne un certain nombre de résultats qualitatifs comme les points faibles du système, les fausses redondances, l'influence d'un élément donné sur la fiabilité du système. L'ordre d'une coupe minimale est le nombre d'évènements la constituant. Il est important alors de mettre en évidence les coupes minimales d'ordre minimal, car elles représentent les maillons faibles du système.

Par exemple, les coupes d'ordre 1 représentent les défaillances d'éléments de base qui provoquent à elles seules l'apparition de l'événement redouté : nous appellerons ces défaillances points de panne unique ou défaillances simples.

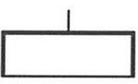
Le principal avantage de l'AdD est qu'il permet de considérer des combinaisons d'évènements pouvant conduire à l'événement redouté et en associant des probabilités

d'occurrenceaux évènements de base (si les paramètres de fiabilité de chaque composantsont connus) il permet d'évaluer la probabilité d'occurrence d'évènement redouté (analysequantitative) afin de disposer de critères pour déterminer les priorités pour la préventiond'accidents potentiels.

En même temps, l'AdD a ses limites ; il est difficile de prendre en compte les aspectstemporels pour des systèmes complexes.

La syntaxe des arbres de défaillances est décrite dans le **Tableau(III.2)**

On utilise généralement la convention du rond pour dénoter un événement terminal, ou une feuille. Un événement intermédiaire sera représenté par un rectangle. Quand un Sous-arbre apparaît plusieurs fois, on peut factoriser l'écriture en utilisant les reports symbolisés par des triangles. Dans le cas de la porte et, la sortie S est vraie si toutes les entrées Ei le sont. Pour la porte ou, la sortie S est vraie si au moins une des entrées Ei est à vrai. Dans le cas de la porte ou exclusif, la sortie S est vraie si une seule entrée est à vrai. Enfin, pour la porte k/n, S est à vrai si k événements au moins sont à vrai sur les n.

Évènement / report	Dénomination	Portes	Dénomination
	Évènement de base		Porte « ET »
	Évènement-sommet ou événement intermédiaire		Porte « OU »
	Report (sortie)		Porte « OU exclusif »
	Le sous-arbre situé sous ce « drapeau » est à dupliquer ...		
	Report (entrée) ...à l'endroit indiqué par ce second drapeau		Porte « combinaison »

**Tableau(III.2) :** Syntaxe des arbres de défaillance .

**1) Les avantages de l'arbre de défaillance :**

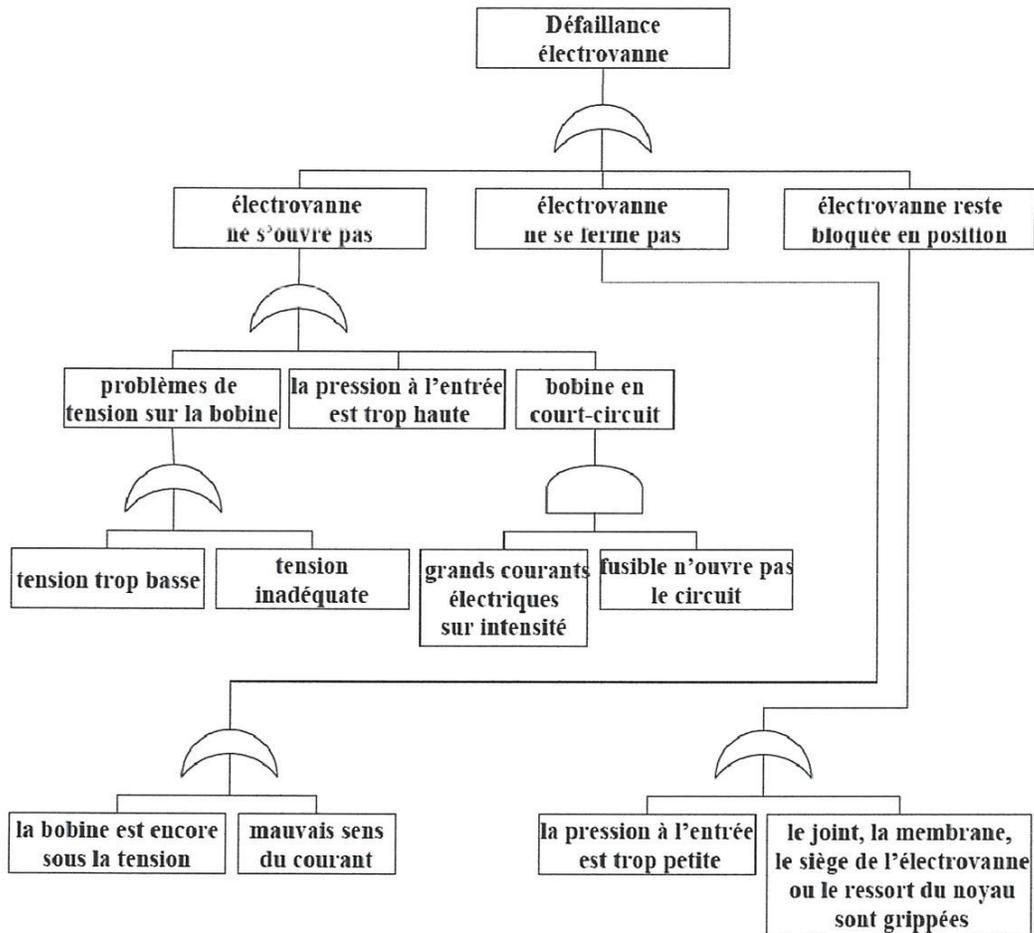
- ✓ La méthode permet de connaître combien il est nécessaire d'avoir d'évènements intermédiaires pour conduire à l'évènement redouté (coup(s) minimaales(s)).

**2) Les inconvénients de l'arbre de défaillance :**

- ✓ La qualité des résultats dépend beaucoup de l'expérience et de « l'imagination » de celui qui effectue l'analyse.

- ✓ La méthode nécessite un programme informatique, lorsque le nombre de combinaisons d'évènements dépasse quelques dizaines d'unités, pour calculer l'occurrence de l'évènement indésirable étudié et rechercher les coupes minimales.

L'exemple suivant présente une analyse de l'ABS à travers l'AdD. La figure (III.10) présente une partie de l'AdD sur l'électrovanne de l'ABS.



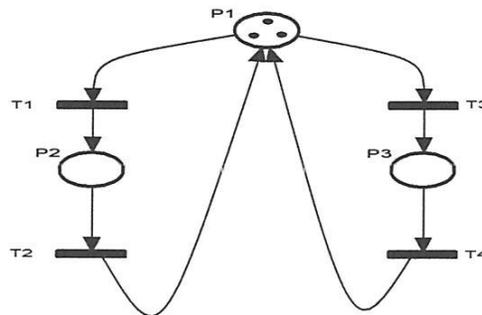
Figure(III.9) : Méthode des arbres de défaillance appliquée sur l'électrovanne de l'ABS

### III.4.Réseaux de Pétri

Un réseau de Pétri est un graphe composé de deux types de nœuds :

- ✓ les **places** qui permettent de décrire les **états** du système modélisé ;
- ✓ les **transitions** qui représentent les **changements d'état**.

Places et transitions sont reliées par des arcs orientés **Figure(III.11)**. On dira qu'un réseau de Pétri est un graphe biparti orienté.



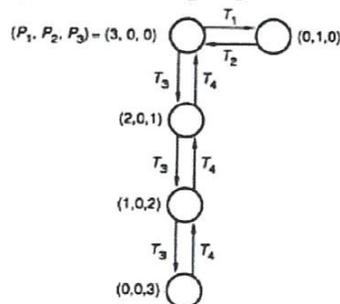
T<sub>1</sub>, T<sub>2</sub>, T<sub>3</sub>, T<sub>4</sub> transitions

P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub>, P<sub>3</sub> places

**Figure( III.10) :** exemple de réseau de Petri

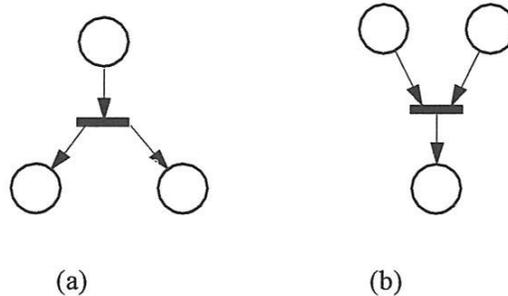
Une place peut contenir un nombre entier de **jetons** ou **marques**. L'ensemble des marques présentes à un instant donné dans les places constitue le **marquage** du réseau à cet instant.

Le **marquage** dit **initial** décrit l'état initial du système modélisé. À tout marquage accessible à partir du marquage initial par franchissement d'une séquence de transitions correspond un état du système. Contrairement au graphe d'états, la place n'est pas un état mais participe, à travers son marquage, à la description d'un ou de plusieurs états. L'ensemble des marquages accessibles est équivalent au graphe d'états ; ainsi **la figure(III.11)**représente le **graphe des marquages** du réseau de la **figure(III.10)**.



**Figure (III.11) :** Graphe de Graphe des marquages du réseau de Petri de la figure(III.10)

Une transition se compose d'un ou de plusieurs arcs amont ou **arcs d'entrée** et d'un ou de plusieurs arcs aval ou **arcs de sortie**. Ce sont ces arcs qui permettront la création de séquences à évolutions parallèles et la description de synchronisations entre ces séquences parallèles **figure(III.12)**.



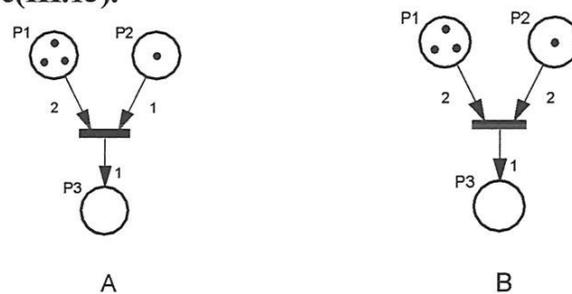
a) transition-distribution : création de séquences parallèles

b) transition -conjonction : synchronisation entre séquences parallèles

**Figure(III.12) : Séquences parallèles et synchronisation.**

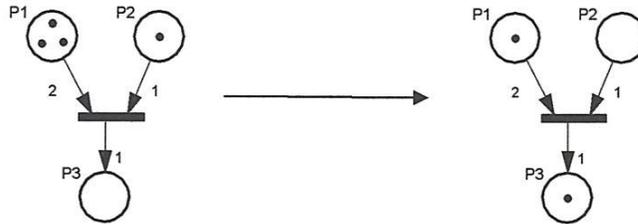
À chaque arc est associé un nombre entier positif appelé **poinds de l'arc**. Dans le cas, fréquent, où les arcs sont tous de poids 1, on parle de **réseaux de Pétri ordinaires**. Dans le cas contraire, il s'agit de **réseaux de Petri généralisés**.

Une **transition** est dite **sensibilisée** si les places situées en amont (places d'entrée) possèdent chacune un nombre de jetons supérieur ou égal au poids des arcs joignant ces places à la transition **figure(III.13)**.



**Figure (III.13) : Transition sensibilisée (a) Transition non sensibilisée (b)**

Franchir une transition consiste à prendre, dans chaque place d'entrée, un nombre de jetons égal au poids de l'arc joignant cette place à la transition et à déposer, dans chaque place aval ou place de sortie, un nombre de jetons égal au poids de l'arc joignant la transition à chacune de ces places **figure(III.14)** [12].



**Figure(III.14)** : Franchissement d'une transition

Le franchissement des transitions et les modifications de marquage qu'il entraîne permettent d'analyser la dynamique du système modélisé.

Il existe plusieurs types des réseaux de petri :

#### III.4.1.RdP stochastiques :

Dans le cas des RdP stochastiques, les délais associés aux transitions sont aléatoires. Formellement, un RdP stochastique est un RdP T-temporisé dont les temporisations suivent des lois de distribution de probabilité. Trois classes des RdP stochastiques sont définies : RdP stochastiques, RdP stochastiques généralisés et RdP stochastiques déterministes.

#### III.4.2.RdP stochastiques généralisés :

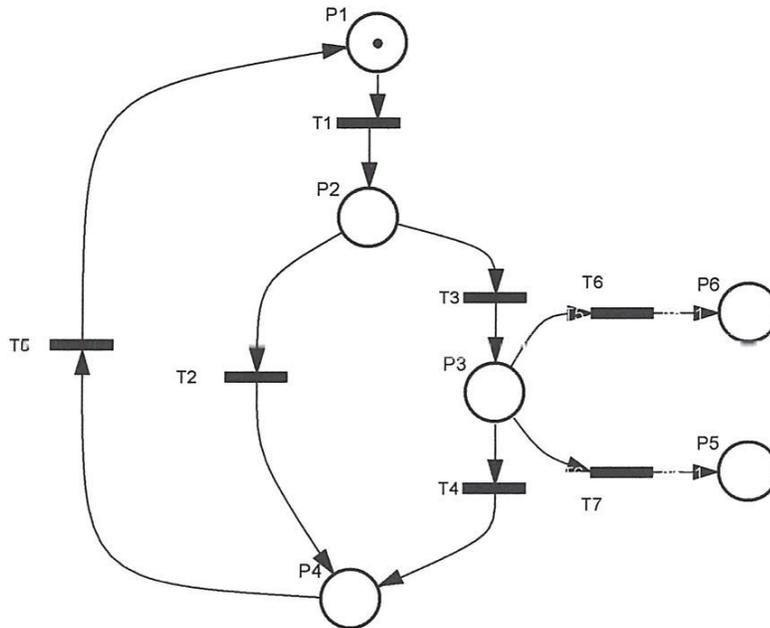
Dans les RdP stochastiques généralisés (RdPSG), les délais associés aux transitions temporisées suivent des lois de distribution exponentielle et certaines transitions sont immédiates (franchies dès la validation). Un RdP stochastique généralisé comprend deux types d'états : les états tangibles, pour lesquelles toutes les transitions sensibilisées sont temporisées et les états virtuels pour lesquelles il existe une transition immédiate sensibilisée. Une fois que les états virtuels sont éliminés, l'évaluation du marquage reste un processus markovien homogène [13].

#### III.4.3.RdP stochastiques déterministes :

Dans les RdP stochastiques déterministes (RdPSD), les délais associés aux transitions temporisées suivent des lois de distribution exponentielle ou autre et certaines transitions sont immédiates. Pour ce type de RdP stochastiques, l'évaluation statistique est obtenue, généralement, à l'aide des simulations Maximum de vraisemblance (MV), afin de

déterminer les probabilités des différents états : il n'existe pas d'expression analytique dans le cas général [5].

**Exemple :** on présente un modèle de RdP sur l'électrovanne de l'ABS :



**Figure(III.15) :**Modèle RdP sur l'électrovanne de l'ABS.

**Les places :**  $P_1$  système de freinage,  $P_2$  calculateur,  $P_3$  électrovanne,  $P_4$  bloc de jonction,  $P_5$  défaillance électrovanne ne s'ouvre pas,  $P_6$  défaillance électrovanne ne se ferme pas.

**Les transitions :**  $T_1$  freiner,  $T_2$  freinage sans abs,  $T_3$  freinage avec abs,  $T_4$  fonctionnement électrovanne,  $T_5$  temporisation,  $T_6$  électrovanne ne s'ouvre pas,  $T_7$  électrovanne ne se ferme pas.

### III.5.Comparaison des méthodes d'analyse :

La comparaison a été faite sur un ensemble de critères caractérisant la fiabilité d'un système mécatronique.

Nous avons retenu les critères suivants :

- ✓ moyens de représentation associés à la méthode (moyens spécifiques de représentation du système mécatronique) ;
- ✓ système mécatronique irréparable (pour un tel système, tous les composants sont considérés comme irréparables) ;
- ✓ système mécatronique réparable (pour un tel système, tous les composants sont considérés comme réparables) ;
- ✓ système dynamique ;

- ✓ comportement dysfonctionnel d'un système mécatronique ;
- ✓ comportement fonctionnel d'un système mécatronique.

Dans le tableau (III.3) nous désignons par un '+' le fait que la méthode possède la caractéristique et par un '-' le contraire.

caract	Méthodes	AdP	DF	RdP
	Système irréparable		+	+
Système réparable		+	+	+
Système dynamique		-	-	+
Comportement fonctionnel du système		-	-	+
Comportement dysfonctionnel du système		+	+	+

**Tableau(III.3) :** Comparaison des méthodes .

La comparaison montre à nouveau que la méthode RdP présente beaucoup d'avantages, elle est la seule qui est utilisable aussi bien pour des systèmes mécatroniques irréparables que réparables. Elle prend en compte, d'une part, des stratégies complexes de réparation, et, d'autre part, permet de considérer à la fois le comportement dysfonctionnel et fonctionnel des systèmes mécatroniques. La modélisation du système par niveau est relativement simple. De plus, les RdP sont la seule méthode qui permet d'englober l'aspect dynamique, qui est essentiel dans les systèmes mécatroniques[5].

**III.6. Conclusion :**

Dans ce chapitre, nous avons présenté quelque méthode de calcul de fiabilité, et on fait une comparaison entre ces méthodes, on a conclu que l'analyse de la fiabilité par le modèle RdP beaucoup d'avantages et permet de considérer à la fois le comportement dysfonctionnel et fonctionnel des systèmes mécatroniques. Dans le chapitre suivant nous allons appliquer le modèle RdP pour évaluer la fiabilité prévisionnelle d'un exemple de système mécatronique ABS.

# Chapitre IV

### IV.1.Introduction :

L'estimation de la fiabilité prévisionnelle suit une démarche qui prend en compte les caractéristiques spécifiques des systèmes mécatroniques.

Cette estimation suit une démarche qui prend en compte les caractéristiques spécifiques des systèmes mécatroniques.

La quantification de la fiabilité prévisionnelle d'un système n'est possible que si son comportement fonctionnel et dysfonctionnel peut être décrit par un formalisme adopté.

Les réseaux de Petri stochastiques conduisent à des modèles qui peuvent être facilement simulés. Pour chaque composant, les temps de défaillance obtenus par simulation permettent de déterminer, par la méthode du maximum de vraisemblance, les paramètres des lois de fiabilité associées.

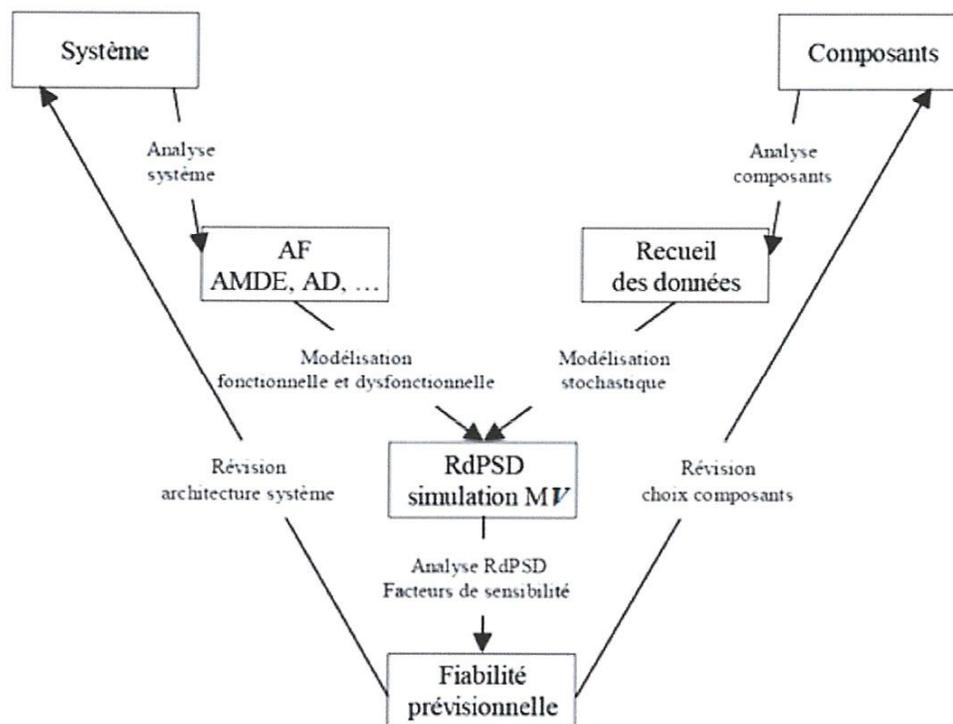
La connaissance de la fiabilité prévisionnelle de chaque composant permet d'identifier au plus tôt le composant " fragile " et d'apporter des modifications à la conception du système.

### IV.2.Méthodologie proposé pour la construction et l'évaluation de la fiabilité prévisionnelle :

L'évaluation de la fiabilité prévisionnelle s'effectue pendant les phases de spécification et de conception du système. La fiabilité prévisionnelle représente un outil de décision pour le choix de l'architecture et des composants, afin de garantir le comportement fonctionnel dans la suite du développement du système.

Les systèmes mécatroniques sont caractérisés par une architecture dynamique qui décrit les différentes fonctions assurées par le système. Afin de construire la fiabilité d'un système mécatronique, il est nécessaire de disposer d'une méthode d'évaluation de la fiabilité qui tient compte de l'architecture dynamique du système, des états possibles de fonctionnement ou de dysfonctionnement, des informations sur les recueils des données pour chaque composant, des différentes technologies des composants et de la possibilité de simulation de fonctionnement et de dysfonctionnement. Notre méthode qui utilise le modèle RdPSD permet de répondre à toutes ces contraintes. La fiabilité prévisionnelle du système mécatronique est estimée en utilisant les RdPSD.

L'évaluation de la fiabilité **Figure(IV.1)** est obtenue par simulation des états de fonctionnement et de dysfonctionnement, connaissant l'architecture du système et ses composants [5].



**Figure(IV.1) :**Démarche de la fiabilité prévisionnelle.

L'architecture du système, définie lors de l'analyse fonctionnelle et de la conception (choix de composants pour chaque fonction) est complétée par une étude du comportement dysfonctionnel. Cette étude s'appuie sur les méthodes qualitatives de la SdF. Elles sont utilisées dans les étapes descendantes du cycle de développement en V, et fournissent les modes de défaillance et leur causes. Suite à cette étude, une liste des défaillances est établie; ces défaillances sont classées par rapport au type de défaillance, au type de composant et aux modes de défaillance.

Pour chaque composant du système, une recherche de données de fiabilité est effectuée, soit à l'aide de bases de données existantes, soit selon l'avis des experts sur les composants pour lesquels on n'a aucune information précise.

La modélisation fonctionnelle et dysfonctionnelle et la modélisation stochastique, obtenue en associant les paramètres de fiabilité à chaque composant, constituent les entrées pour le modèle RdPSD.

Par simulation, nous évaluons la fiabilité de chaque composant, exprimée en temps de fonctionnement du système mécatronique, et la fiabilité globale du système. Si la fiabilité estimée est conforme aux spécifications du système nous passons à l'étape suivante du cycle de développement, sinon des modifications devront être apportées sur l'architecture du système et sur les choix des composants jusqu'à répondre aux exigences.

#### IV.2.1. Modélisation fonctionnelle et dysfonctionnelle :

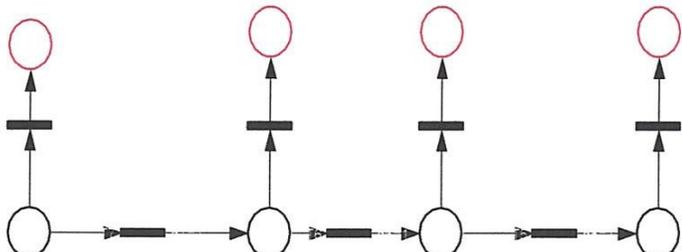
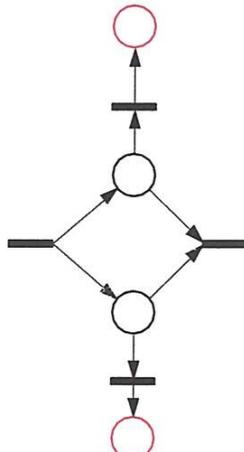
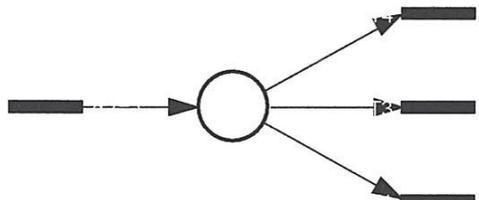
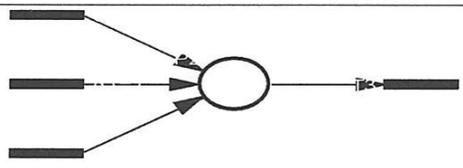
- ✓ La modélisation fonctionnelle et dysfonctionnelle prend en compte respectivement l'architecture du système mécatronique et les états défectueux des composants.
- ✓ La modélisation fonctionnelle suppose la description temporelle et événementielle du fonctionnement du système (sous l'aspect continu et discret).
- ✓ La modélisation fonctionnelle du système mécatronique fait apparaître un certain nombre de fonctions qui peuvent être sollicités soit en parallèle, soit indépendamment.
- ✓ La modélisation dysfonctionnelle du système fait intervenir le ou les modes de défaillance du composant. Cet aspect est bien mis en évidence sur un petit exemple de RdPSD dans la figure III.3. Nous observons bien le lien entre les modélisations fonctionnelle et dysfonctionnelle, la modélisation dysfonctionnelle se superpose à la modélisation fonctionnelle.

Dans la modélisation fonctionnelle et dysfonctionnelle, le système mécatronique est décrit par plusieurs blocs élémentaires du RdPSD:

- Les blocs composants, de nature mécanique, électronique, logiciel,... contribuent à la réalisation d'une fonction. Un bloc composant contient une place de bon fonctionnement, une ou plusieurs places de défaillance (selon les types de défaillance du composant) et autant de transitions que de places

de défaillance (une transition relie une place de bon fonctionnement à la place de défaillance) **Figure (IV.2a)**.

- Les blocs optionnels sont associés aux fonctions optionnelles du système, dont l'exécution dépend des données d'entrée du système. Par exemple, dans le système de freinage d'un véhicule, l'ABS est une fonction optionnelle.
- Les blocs communs sont associés aux fonctions communes, indispensables au fonctionnement du système. Ainsi, dans le système de freinage d'un véhicule, la partie mécanique doit fonctionner lors du freinage. Les blocs optionnels et communs contiennent un ou plusieurs blocs composants **Figure (IV.2 b)** ;
- Le bloc parallèle apparaît si deux ou plusieurs composants sont sollicités à la fois **Figure (IV.2 c)**.
- Le bloc commutateur sélectionne le bloc optionnel adéquat selon les données d'entrée associées aux transitions du bloc. Un bloc commutateur contient une place et plusieurs transitions correspondantes aux fonctions optionnelles **Figure (IV.2 d)**.
- Le bloc de jonction utilise le même ensemble commun pour les différentes entrées ou ensembles optionnels **Figure (IV.2 e)**.

Figure	Modele RdP
<p>Figure(IV.2a)</p> <p>Bloc composant avec un mode de défaillance</p>	<p>place de disfonctionnement </p> <p></p> <p>place de fonctionnement </p>
<p>Figure(IV.2b)</p> <p>Fonctions optionnelles et communes</p>	
<p>Figure(IV.2c)</p> <p>Bloc parallèle</p>	
<p>Figure(IV.2d)</p> <p>Bloc commutateur</p>	
<p>Figure(IV.2e)</p> <p>Bloc de jonction</p>	

Figure(IV.2) : Différents blocs des réseaux de Petri.

A partir de ces blocs élémentaires, nous construisons, de manière générale, le RdPSD attaché au système mécatronique par la combinaison des différents blocs, en tenant compte de la modélisation fonctionnelle et dysfonctionnelle du système. Un modèle général est donné dans la figure (IV.3).

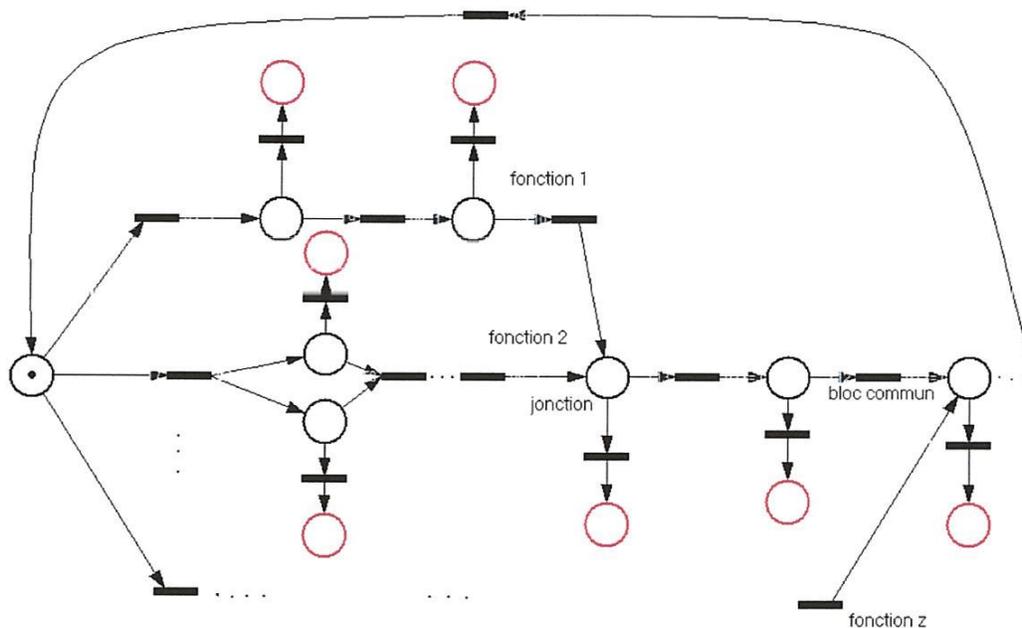


Figure (IV.3) : Modèle RdPSD pour un système mécatronique

Dans cet exemple, le modèle comprend un nombre  $z$  blocs optionnels, un bloc commutateur avec  $z$  transitions qui permet de choisir un parmi les  $z$  bloc optionnels, un bloc de jonctions qui réunit les  $z$  blocs optionnels afin de commencer le bloc commun. Remarquons que le premier bloc optionnel a des composants avec plusieurs types de défaillances et le deuxième bloc optionnel a plusieurs composants sollicités (en cours de fonctionnement) en même temps.

#### IV.2.2. Modélisation stochastique - choix des distributions attachées aux transitions :

Les RdPSD permettent de modéliser le fonctionnement et le dysfonctionnement du système mécatronique. Dans ce but, il est nécessaire de choisir une structure de RdPSD adaptée et de compléter le modèle par le choix des transitions caractérisant le comportement du système (continu, discret, aléatoire, ...). Ces transitions peuvent être classées en trois familles :

- **transition fonctionnelle** : elle permet de définir le temps d'exécution d'une fonction d'un composant (définie par une place). Le temps de franchissement peut être déterministe ou aléatoire. Il est directement lié à l'architecture du système, au profil de mission de chaque composant. Plusieurs types de lois sont adaptés pour définir les transitions aléatoires : Lognormale, Exponentielle, Weibull, ... La détermination des paramètres de ces distributions "fonctionnelles" fait appel aux opinions des experts sur le système et sur les composants.
- **transition dysfonctionnelle** : elle permet de définir le franchissement d'un état de bon fonctionnement à celui de dysfonctionnement. Par la nature même du phénomène cette transition est modélisée par des lois statistiques. Le choix des lois dépend du type de défaillance que l'on souhaite décrire (mécanique, électronique, logiciel, ...). Il est d'usage en fiabilité d'utiliser les lois Exponentielle, Weibull pour un composant électronique et les lois de Weibull, Lognormale, Normale, Gamma pour un composant mécanique.
- **transitions immédiates** : les transitions qui sortent du bloc commutateur ou du bloc de jonction sont franchies dès la validation.

Le choix des lois est laissé à l'appréciation du fiabiliste qui peut choisir d'autres lois que celles citées précédemment pour caractériser au mieux le comportement des composants. Pour guider ce choix, le fiabiliste peut s'appuyer sur les recueils de données (tables de taux de défaillance) et l'AMDEC (définition des modes de défaillance).

#### **IV.2.3.Méthode d'estimation de la fiabilité des composants et de la fiabilité du système :**

Un composant intégré dans un système n'est pas sollicité en permanence et son temps de fonctionnement est différent du temps de fonctionnement du système. Les paramètres des lois de fiabilité des composants fournis par les recueils de données doivent être corrigés pour tenir compte de ce décalage entre les temps de fonctionnement.

Les nouvelles valeurs des paramètres des lois de fiabilité des composants exprimés en fonction du temps de fonctionnement du système sont obtenues suite à la modélisation fonctionnelle et dysfonctionnelle et par la simulation du modèle RdPSD du système mécatronique.

#### IV.2.3.1. Méthode employée – MV :

A l'issue de la simulation, nous obtenons une série des instants de défaillance et des temps de censure pour chacun des modes de défaillance d'un composant. Ces temps sont exprimés en temps système et non par rapport au temps de fonctionnement du composant. Ce changement est important car le fiabiliste doit apporter la preuve du respect des exigences de fiabilité du système par rapport à son utilisation globale.

Chaque série d'instants de défaillance et de temps de censure fait l'objet d'une analyse statistique complète. L'estimation des paramètres des lois s'effectue par la méthode du maximum de vraisemblance. Dans le cas où nous pouvons simuler  $n$  produits en parallèle, la méthode MV est efficace.

Une fois que le type de distribution de durée de vie (exponentielle, Weibull, croissance de fiabilité) d'un composant d'un système mécatronique et que les temps de défaillance pour ce composant sont connus, il est nécessaire d'estimer les paramètres associés à la distribution. La méthode du maximum de vraisemblance (MV) est une des plus utilisées pour effectuer le calcul des paramètres.

D'autres méthodes d'estimation existent également. Ainsi la méthode des moindres carrés est une méthode fondamentalement géométrique, qui n'utilise aucune caractéristique probabiliste. La méthode des moments, également utilisée, conduit généralement à des estimateurs ayant moins de propriétés statistiques (biais) que ceux de la méthode du maximum de vraisemblance.

- Rappelons plusieurs critères, le plus souvent liés au bon sens qui aide à la comparaison des estimateurs.
- le biais suppose que l'estimation ne soit pas systématiquement décalée par rapport à la valeur vraie;
- l'efficacité ou la précision consiste à obtenir une estimation cohérente, avec une faible variation d'un échantillon à l'autre;
- la convergence montre que la valeur de l'estimation obtenue doit être la valeur vraie du paramètre si l'on peut estimer la valeur du paramètre sur tout l'échantillon.
- la robustesse admet que l'estimation ne soit pas sensible à la présence de perturbations, de valeurs aberrantes.

La MV est généralement préféré aux autres méthodes car l'estimateur obtenu est sans biais, efficace, convergent et robuste.

Si les données de survie sont non censurées, la méthode MV est avec échantillon complet et si les données de survie sont censurées, la MV est avec échantillon incomplet.

a) **MV avec échantillon complet** : Nous observons les durées successives de fonctionnement de  $n$  matériels identiques. Soient  $t = (t_1 \dots t_n)$  les temps des défaillances observés, dont la densité de probabilité est  $f(t, \theta)$ , la fonction de vraisemblance  $L(t, \theta)$  est :

$$L(t, \theta) = L(t_1 \dots t_n, \theta) = \prod_{i=1}^n f(t_i, \theta) \quad (4.1)$$

avec  $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_r)$ , le vecteur des paramètres recherchés.

Si  $L(t, \theta)$  est dérivable et si le maximum de la fonction de vraisemblance existe en  $\hat{\theta}$ , alors il satisfait l'équation suivante :

$$\frac{\partial L(t_1 \dots t_n, \theta_1 \dots \theta_r)}{\partial \theta_i} = 0 \quad i = 1, \dots, r \quad (4.2)$$

ou

$$\frac{\partial \ln L(t_1 \dots t_n, \theta_1 \dots \theta_r)}{\partial \theta_i} = 0 \quad i = 1, \dots, r \quad (4.3)$$

pour calculer la variance de  $\hat{\theta}$ ,  $\widehat{Var}(\hat{\theta})$ , la fonction de vraisemblance  $L$  doit être dérivable d'ordre deux. Ensuite, nous construirons la matrice symétrique de Fisher notée  $\hat{I}$ .

$$\hat{I} = \begin{bmatrix} \frac{-\partial^2 L}{\partial \theta_1^2} & \frac{-\partial^2 L}{\partial \theta_1 \partial \theta_2} \dots & \frac{-\partial^2 L}{\partial \theta_1 \partial \theta_r} \\ \frac{-\partial^2 L}{\partial \theta_2 \partial \theta_1} & \frac{-\partial^2 L}{\partial \theta_2^2} \dots & \frac{-\partial^2 L}{\partial \theta_2 \partial \theta_r} \\ \frac{-\partial^2 L}{\partial \theta_r \partial \theta_1} & \frac{-\partial^2 L}{\partial \theta_r \partial \theta_2} \dots & \frac{-\partial^2 L}{\partial \theta_r^2} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

La matrice inverse  $\hat{I}^{-1}$  de Fisher représente la matrice estimée de variance - covariance notée  $\hat{\Sigma}$  (4.5).

$$\hat{I}^{-1} = \hat{\Sigma} \quad (4.5)$$

Ou

$$\hat{\Sigma} = \begin{bmatrix} \hat{V}ar(\hat{\theta}_1) & \hat{C}ov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) \dots & \hat{C}ov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_r) \\ \hat{C}ov(\hat{\theta}_2, \hat{\theta}_1) & \hat{V}ar(\hat{\theta}_2) \dots & \hat{C}ov(\hat{\theta}_2, \hat{\theta}_r) \\ \hat{C}ov(\hat{\theta}_r, \hat{\theta}_1) & \hat{C}ov(\hat{\theta}_r, \hat{\theta}_2) \dots & \hat{V}ar(\hat{\theta}_r) \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Cette matrice sera utilisé pour estimer les intervalles de confiance de  $\hat{\theta}$ .

**b). MV avec échantillon incomplet :** Lorsque nous décidons d'arrêter les observations pour n matériels identiques, nous fixons des limites pour chaque matériel.

Soient  $\tau = (\tau_1 \dots \tau_n)$  les limites d'arrêt. Alors, nous n'observons pas l'instant de défaillance des matériels qui sont encore en fonctionnement à l'instant  $\tau$ , nous connaissons seulement les temps de défaillance antérieurs à  $\tau$ . C'est ce que nous appelons une censure (à droite). L'échantillon incomplet ainsi obtenu est  $s = (\min(t_1, \tau_1), \min(t_2, \tau_2) \dots \min(t_n, \tau_n))$ . Pour faciliter l'analyse, par la suite, nous pouvons réindexer les matériels de telle manière à ordonner d'après les temps des défaillances et les temps de censure.

Nous obtenons  $s = (t_1 \dots t_m, \tau_{m+1} \dots \tau_n)$ .

La fonction de vraisemblance  $L(s, \theta)$  est :

$$L(s, \theta) = \prod_{i=1}^m f(s_i, \theta) \prod_{i=m+1}^n R(s_i, \theta) \quad (4.7)$$

Avec

- m le nombre des matériels non censurés (ou le nombre de défaillances) et n - m le nombre des matériels censurés;
- $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_r)$ .

Si  $L(s, \theta)$  est dérivable et si le maximum de la fonction de vraisemblance existe en  $\hat{\theta}$ , alors il satisfait l'équation suivante :

$$\frac{\partial L(s, \theta)}{\partial \theta} = 0 \quad (4.8)$$

Ou

$$\frac{\partial \ln L(s, \theta)}{\partial \theta} = 0 \quad (4.9)$$

Pour calculer la variance de  $\hat{\theta}$ ,  $\widehat{\text{Var}}(\hat{\theta})$ , la fonction de vraisemblance  $L$  doit être dérivable d'ordre deux. La démarche à celle du paragraphe précédent (équation (4.4) (4.5) (4.6)) pour  $L(s, \theta)$ .

**c). Estimation des intervalles de confiance :** Bien souvent, le fiabiliste ne se satisfait pas d'associer uniquement une loi de probabilité aux données mesurées, il cherche également à établir l'ensemble des lois susceptibles de correspondre aux valeurs obtenues.

Dans ce but, il détermine un intervalle de confiance associé au paramètre estimé, afin d'enrichir son estimation, pour avoir une image plus réaliste sur lui.

Chaque intervalle de confiance est accompagné d'un niveau de confiance  $100\gamma\%$  (niveau de confiance compris entre 0% et 100%).

L'intervalle de confiance du paramètre estimé  $\hat{\theta}_1$  est calculé selon une loi normale. Il dépend des limites du paramètres (c'est-à-dire de son domaine de définition). Trois cas sont considérés :

➤ Intervalle illimité du paramètre  $(-\infty, +\infty)$  – l'estimateur  $\hat{\theta}_1$  est distribué approximativement selon une loi normale.

- Limite inférieure :  $\theta_{\text{inf}} = \hat{\theta}_1 - u_\gamma \sqrt{\widehat{\text{Var}}(\hat{\theta}_1)}$

- Limite supérieure :  $\theta_{\text{sup}} = \hat{\theta}_1 + u_\gamma \sqrt{\widehat{\text{Var}}(\hat{\theta}_1)}$

Où  $u_\gamma$  représente l'inverse de la fonction de répartition de la loi normale standard.

➤ Intervalle positif du paramètre  $(0, +\infty)$  – la distribution du  $\ln(\hat{\theta}_1)$  est approximativement normale.

- Limite inférieure :  $\theta_{\text{inf}} = \hat{\theta}_1 \exp(-u_\gamma \sqrt{\widehat{\text{var}}(\hat{\theta}_1) / \hat{\theta}_1})$

- Limite supérieure :  $\theta_{\text{sup}} = \hat{\theta}_1 \exp(u_\gamma \sqrt{\widehat{\text{var}}(\hat{\theta}_1) / \hat{\theta}_1})$

➤ Intervalle avec les limites en  $(0, 1)$  – la distribution du  $\ln(\hat{\theta}_1 / (1 - \hat{\theta}_1))$  est approximativement normale.

- Limite inférieure :  $\theta_{\text{inf}} = \hat{\theta}_1 / (\hat{\theta}_1 + (1 - \hat{\theta}_1) \exp(-u_\gamma \sqrt{\widehat{\text{var}}(\hat{\theta}_1) / (\hat{\theta}_1 (1 - \hat{\theta}_1))})$

- Limite supérieure :  $\theta_{\text{sup}} = \hat{\theta}_1 / (\hat{\theta}_1 + (1 - \hat{\theta}_1) \exp(u_\gamma \sqrt{\widehat{\text{var}}(\hat{\theta}_1) / (\hat{\theta}_1 (1 - \hat{\theta}_1))})$

**d. Application de la méthode MV Loi exponentielle :**

La fonction de vraisemblance pour la loi exponentielle et pour un échantillon censuré (4.10), en supposant que  $\theta = \lambda$ , s'écrit :

$$\begin{aligned} L(s, \theta) &= \prod_{i=1}^m f(s_i, \lambda) \prod_{i=m+1}^n R(s_i, \lambda) \\ &= \prod_{i=1}^m \lambda e^{-\lambda t_i} \prod_{i=m+1}^n e^{-\lambda \tau_i} \end{aligned} \quad (4.10)$$

Où  $s = (t_1 \dots t_m, \tau_{m+1} \dots \tau_n)$ ,  $m$  défaillances,  $n - m$  censures.

La ln-vraisemblance s'écrit :

$$\begin{aligned} \ln(L(s, \lambda)) &= m \ln \lambda - \lambda \left( \sum_{i=1}^m t_i + \sum_{i=m+1}^n \tau_i \right) \\ &= m \ln \lambda - \lambda \sum_{i=1}^n s_i \end{aligned} \quad (4.11)$$

L'estimateur  $\hat{\lambda}$  du maximum de vraisemblance (4.12) est donné par la solution de l'équation (4.9)

$$\hat{\lambda} = \frac{m}{\sum_{i=1}^n s_i} \quad (4.12)$$

La matrice de Fisher s'écrit (4.13) :

$$\hat{I} = \left[ -\frac{\partial^2 L}{\partial \lambda^2} \right] = \left[ \frac{m}{\hat{\lambda}^2} \right] \quad (4.13)$$

La matrice (4.14) de variance-covariance :

$$\hat{\Sigma} = [\hat{V}ar(\hat{\lambda})] \quad (4.14)$$

La variance de  $\hat{\lambda}$  (4.15) par la forme (4.9) est :

$$\hat{V}ar(\hat{\lambda}) = \frac{\hat{\lambda}^2}{m} = \frac{m}{(\sum_{i=1}^n s_i)^2} \quad (4.15)$$

L'intervalle de confiance pour le paramètre  $\hat{\lambda}$  est :

$$\hat{\lambda} \exp\left(-u_\gamma \sqrt{\hat{V}ar(\hat{\lambda})/\hat{\lambda}}\right) \leq \hat{\lambda} \leq \hat{\lambda} \exp\left(u_\gamma \sqrt{\hat{V}ar(\hat{\lambda})/\hat{\lambda}}\right) \quad (4.16)$$

## e) Application de la méthode MV Loi de Weibull :

La fonction de vraisemblance pour la loi de Weibull et pour un échantillon censuré (4.17), en supposant que  $\theta = (\eta, \beta)$ , s'écrit :

$$L(s, \eta, \beta) = \prod_{i=1}^m f(s_i, \eta, \beta) \prod_{i=m+1}^n R(s_i, \eta, \beta) \quad (4.17)$$

$$= \prod_{i=1}^m \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t_i}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t_i}{\eta}\right)^\beta} \prod_{i=m+1}^n e^{-\left(\frac{\tau_i}{\eta}\right)^\beta}$$

Ou  $s = (t_1 \dots t_m, \tau_{m+1} \dots \tau_n)$ ,  $m$  défaillances,  $n - m$  censures.

La ln-vraisemblance s'écrit :

$$\ln(L(s, \eta, \beta)) = m \ln \beta - \beta m \ln \eta + (\beta - 1) \sum_{i=1}^m \ln t_i - \sum_{i=1}^m \left(\frac{t_i}{\eta}\right)^\beta - \sum_{i=m+1}^n \left(\frac{\tau_i}{\eta}\right)^\beta$$

$$= m \ln \beta - \beta m \ln \eta + (\beta - 1) \sum_{i=1}^m \ln t_i - \sum_{i=1}^n \left(\frac{s_i}{\eta}\right)^\beta \quad (4.18)$$

Les estimateurs  $\hat{\eta}, \hat{\beta}$  du maximum de vraisemblance vérifient (4.19)

$$\hat{\eta} = \left( \frac{\sum_{i=1}^n s_i^{\hat{\beta}}}{m} \right)^{\frac{1}{\hat{\beta}}}$$

$$\frac{m}{\hat{\beta}} - \frac{m \sum_{i=1}^n s_i^{\hat{\beta}} \ln s_i}{\sum_{i=1}^n s_i^{\hat{\beta}}} + \sum_{i=1}^m \ln t_i = 0 \quad (4.19)$$

La matrice  $\hat{I}$  de Fisher s'écrit (4.20)

$$\hat{I} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial^2 L^2}{\partial^2 \eta} & -\frac{\partial^2 L^2}{\partial \eta \partial \beta} \\ -\frac{\partial^2 L^2}{\partial \beta \partial \eta} & -\frac{\partial^2 L^2}{\partial^2 \beta} \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

La matrice  $\hat{\Sigma}$  (4.21) de variance - covariance

L'intervalle de confiance pour le paramètre  $\hat{\eta}$  est:

$$\hat{\eta} \exp\left(-u_\gamma \sqrt{\frac{\hat{V}ar(\hat{\eta})}{\hat{\eta}}}\right) \leq \hat{\eta} \leq \hat{\eta} \exp(u_\gamma \sqrt{\frac{\hat{V}ar(\hat{\eta})}{\hat{\eta}}}) \quad (4.22)$$

L'intervalle de confiance pour le paramètre  $\hat{\beta}$  est :

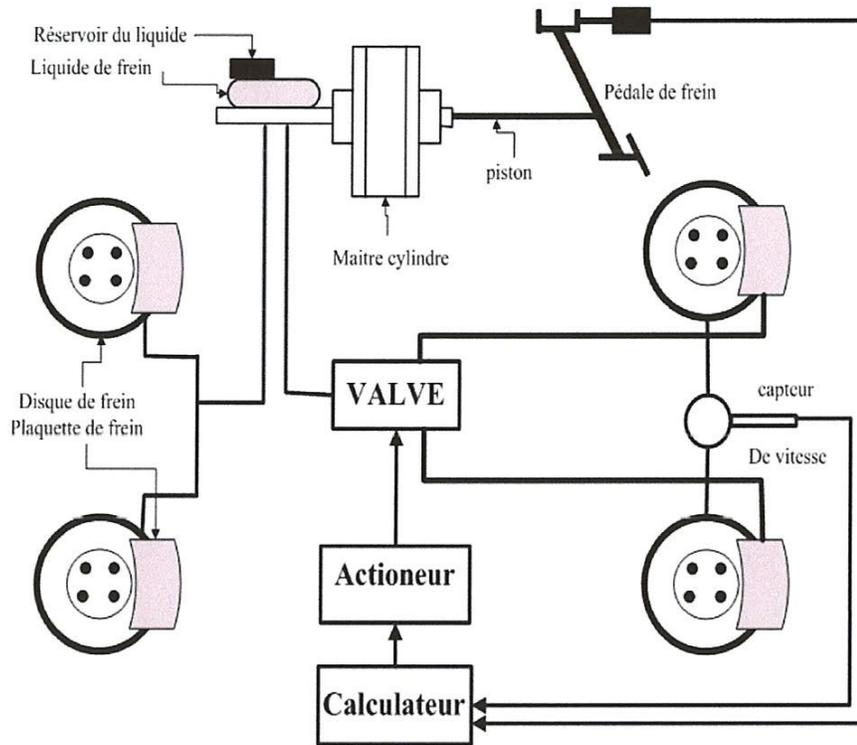
$$\hat{\beta} \exp\left(-u_\gamma \sqrt{\hat{V}ar(\hat{\beta})\hat{\beta}}\right) \leq \hat{\beta} \leq \hat{\beta} \exp\left(u_\gamma \sqrt{\hat{V}ar(\hat{\beta})/\hat{\beta}}\right) \quad (4.23)$$

### IV.3.Application :

La méthode de construction et d'évaluation de la fiabilité prévisionnelle est appliquée sur le système mécatronique constitué par l'ABS.

#### IV.3.1.présentation de l'exemple :

Lors d'un freinage, une roue bloquée fait courir au conducteur un danger qui est d'autant plus grand que la vitesse du véhicule est élevée. L'ABS est un système qui empêche le blocage d'une ou de plusieurs roues, la perte de la stabilité ou de la maniabilité du véhicule. L'ABS se substitue efficacement au conducteur (voir aussi la description de l'ABS dans le chapitre I paragraphe(I.2.2.2)).Le système de freinage décrit dans la figure III.13 est une variante simplifiée de l'ABS. Seules les roues avant sont asservies à l'aide d'un capteur de vitesse et d'un contrôleur. Selon les informations reçues, l'ordinateur actionne la valve du circuit de freinage.



Figure(IV.4) : Système ABS avec circuit.

#### IV.3.2. Modèle fonctionnel et dysfonctionnel :

L'estimation de la fiabilité prévisionnelle de l'ABS est basée sur l'architecture du système et sur ses composants. une liste des défaillances possibles de l'ABS **Tableau(IV.1)**, classées par rapport au système élémentaire (composant) et aux modes de défaillance.

	Défaillances sous-système	Système élémentaire	Modes de défaillance
1	Mécanique	Pédale de frein	Rupture mécanique
2	Mécanique	Piston	Grippage
3	Mécanique	Liquide de frein	Problèmes de fluidité
4	Mécanique	Réservoir du liquide	Fissuration du réservoir
5	Mécanique	Maître-cylindre	Grippage
6	Electronique	Capteur	Rupture du fil de liaison
7	Logiciel	Logiciel	Problèmes entrée/sortie
8	Electrique	Actionneur	Court circuit de la bobine
9	Mécanique	Valve	Fuite
10	Mécanique	Plaquette de frein	Usure des plaquettes
11	Mécanique	Disques de frein	Vitrification des disques de frein

**Tableau (IV.1) :** Liste de défaillance de l'ABS.

La modélisation fonctionnelle, dysfonctionnelle et stochastique du système ABS est réalisée à travers un RdPSD **Figure (IV.5)**. L'ABS simplifié comporte deux modes de freinage possibles : freinage sans utiliser l'ABS ou freinage en utilisant l'ABS. A partir de ces modes de freinage, le modèle RdPSD de l'ABS comporte deux blocs optionnels, un bloc commutateur qui permet de choisir entre les deux blocs optionnels, un bloc de jonction qui joint les deux blocs optionnels pour lesquels nous attachons un bloc commun.

#### **IV.3.3 : Conditions de simulation :**

A partir du modèle RdPSD du système mécatronique, nous pouvons évaluer la fiabilité prévisionnelle par simulation.

La durée de franchissement pour la transition qui sort d'un bloc composant (transition qui sort de la place de bon fonctionnement) représente le temps de sollicitation du composant dans le système. Ce temps suit une distribution "fonctionnelle" associé au composant.

Les durées de franchissement associées aux transitions de chaque bloc composant sont données par les distributions "dysfonctionnelles" appropriées au composant.

Nous considérons l'hypothèse que la durée de franchissement pour les transitions sortantes pour le bloc commutateur et pour le bloc de jonction est nulle, le franchissement des transitions est immédiat. Le modèle "fonctionnel" RdPSD (contenant uniquement les places fonctionnelles, la place du bloc commutateur et la place du bloc de jonction) associé au système mécatronique **Figure( IV.3)** respecte les caractéristiques suivantes de RdP :

- RdP borné - le nombre des jetons dans chaque place est inférieur a une borne ;
- RdP vivant - l'absence de blocage dans le système et sans branche morte dans la représentation graphique ;
- RdP réinitialisable - le système a un fonctionnement répétitif qui conduit à la notion du cycle de fonctionnement.

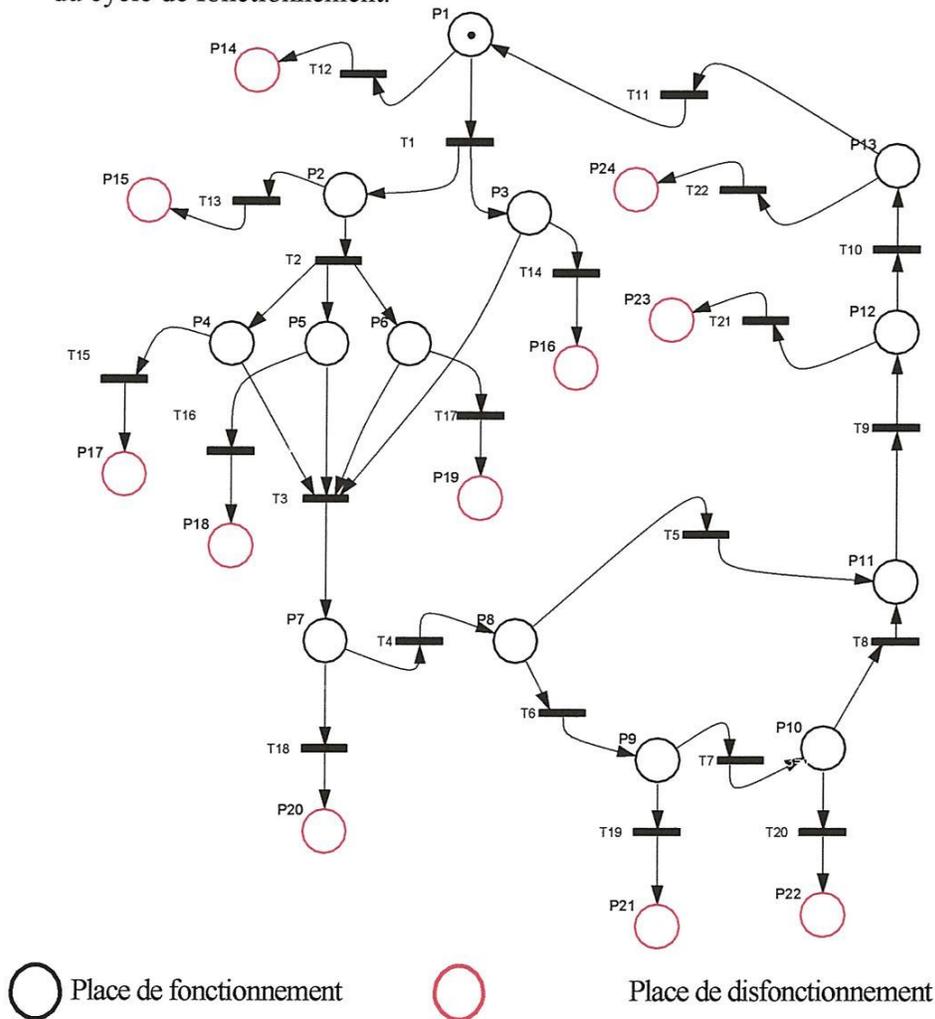


Figure (IV.5) :RdPSD de L'ABS

	Place de fonctionnement		Place de dysfonctionnement
P1	pédale	P14	Défaillance pédale
P2	piston	P15	Défaillance piston
P3	capteur	P16	Défaillance capteur
P4	liquide	P17	Défaillance liquide
P5	Réservoir de liquide	P18	Défaillance réservoir de liquide
P6	Maitre cylindre	P19	Défaillance maitre cylindre
P7	logiciel	P20	Défaillance logiciel
P8	Bloc commun	P21	Défaillance actionneur
P9	actionneur	P22	Défaillance valve
P10	La valve	P23	Défaillance plaquette
P11	Bloc de jonction	P24	Défaillance disque
P12	plaquette		
P13	disque		

**Tableau(IV.2) :** les places de fonctionnement et dysfonctionnement

Le bloc commun comporte l'ensemble des composants suivants : la pédale de frein, le piston, le liquide de frein, le réservoir du liquide, le maître-cylindre, le capteur de vitesse, le calculateur (avec le logiciel), les plaquettes de frein et les disques de frein. Le freinage commence par une action sur la pédale. Simultanément, le propulseur envoie le liquide de frein dans le circuit et le capteur mesure la vitesse du véhicule. Selon les informations reçues, relatives à la pression du circuit et à la vitesse de véhicule, et traitées par le logiciel, l'ABS est (ou n'est pas) actionné afin que les plaquettes agissent au mieux sur les disques de frein.

Le bloc optionnel qui fait intervenir l'ABS comprend le composant actionneur et la valve. Il se manifeste dans le fonctionnement du système par la fermeture du circuit de freinage par la valve. L'actionneur, commandé par l'ordinateur, empêche la pression d'augmenter dans le circuit. Le bloc optionnel qui ne fait pas intervenir l'ABS, c'est-à-dire le freinage traditionnel, n'agit pas sur des composants supplémentaires, l'actionneur n'est pas alimenté et le circuit de freinage reste ouvert.

#### IV.3.4. Choix des lois de franchissement attachées aux transitions :

Les données de fiabilité, issues des bases de données ou de l'avis des experts sont regroupées dans le tableau qui comporte les distributions "fonctionnelles" **Tableau (IV.2)** associées aux composants (le temps de sollicitation des composants) et les distributions de fiabilité **Tableau (IV.3)** pour chaque mode de défaillance des composants. Nous précisons que les données sont fournies à titre d'exemple, sans être réellement fidèle à la réalité, le but de cette partie est d'appliquer la méthodologie d'évaluation de la fiabilité prévisionnelle et d'examiner ses performances.

Chaque transition est caractérisée par une durée de franchissement, issue du recueil des données ou de l'avis des experts (**Tableaux IV.2 et IV.3**).

Dans le **Tableau (IV.2)**, nous présentons les lois fonctionnelles associées aux composants du système (des données des experts (recueil des données)).

Transition	composant	Distribution fonctionnelle	Paramètre de simulation
T1	Pédale de frein	lognormale	$\mu$ 2.3 $\sigma$ 0.05
T2	Piston	lognormale	$\mu$ 2.3 $\sigma$ 0.05
T3	Liquide de frein, réservoir du liquide, Maitrecylindre, capteur	lognormale	$\mu$ 2.3 $\sigma$ 0.05
T4	logiciel	lognormale	$\mu$ 2.3 $\sigma$ 0.05
T7	Actionneur	lognormale	$\mu$ 2.3 $\sigma$ 0.05
T8	Valve	lognormale	$\mu$ 3 $\sigma$ 0.05
T10	Plaquette de frein	lognormale	$\mu$ 3 $\sigma$ 0.05
T11	Disque de frein	lognormale	$\mu$ 3 $\sigma$ 0.05

**Tableau (IV.3) :** Paramètres des distributions du modèle fonctionnel.

Dans le **Tableau(IV.4)**, nous présentons les distributions "dysfonctionnelles" associées aux composants. Nous avons choisi la distribution de Weibull pour les composants mécaniques, la distribution exponentielle pour les composants électroniques et logiciels.

<b>Transition</b>	<b>Distribution de fiabilité</b>	<b>Distribution de fiabilité</b>	<b>Valeur moyenne des paramètres</b>
T12	pédale	weibull	$\eta$ 1000 $\beta$ 1.5
T13	piston	weibull	$\eta$ 1000 $\beta$ 1.5
T14	capteur	exponentielle	$\lambda$ $3 \cdot 10^{-4}$
T15	liquide	weibull	$\eta$ 1000 $\beta$ 1.5
T16	réservoir	weibull	$\eta$ 1000 $\beta$ 1.5
T17	Maitre cylindre	weibull	$\eta$ 1000 $\beta$ 1.5
T18	logiciel	exponentielle	$\lambda$ $5.04 \cdot 10^{-4}$
T19	actionneur	exponentielle	$\lambda$ $7.5 \cdot 10^{-3}$
T20	valve	weibull	$\eta$ 100 $\beta$ 1.5
T21	plaquette	weibull	$\eta$ 1900 $\beta$ 1.5
T22	disque	weibull	$\eta$ 1900 $\beta$ 1.5

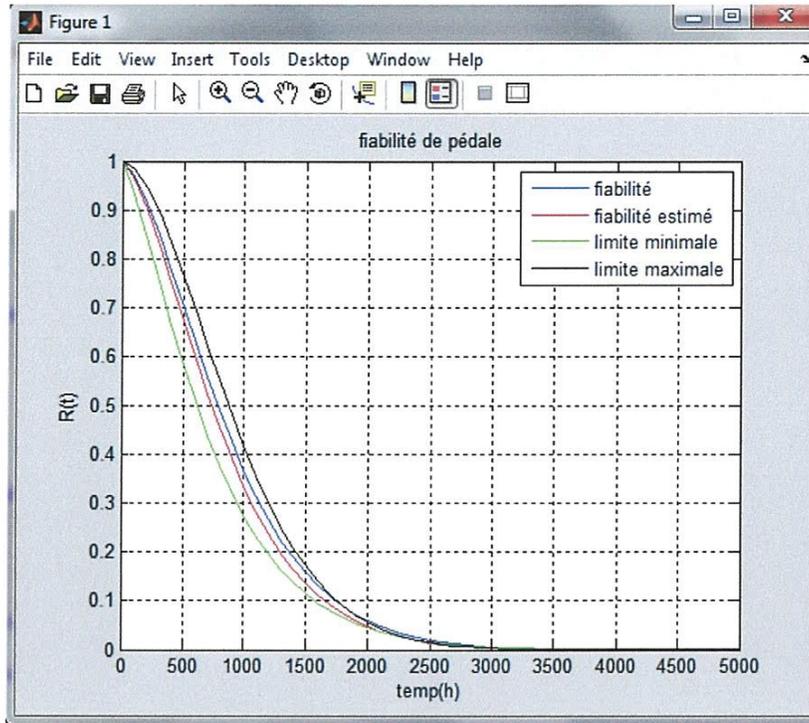
**Tableau(IV.4) :** Valeur moyenne des paramètres pour les distributions de fiabilité.

A partir du modèle RdP et avec la méthode de vraisemblance par simulation sur le logiciel Matlab on trouve les résultats suivant:(Tableau (IV.5))

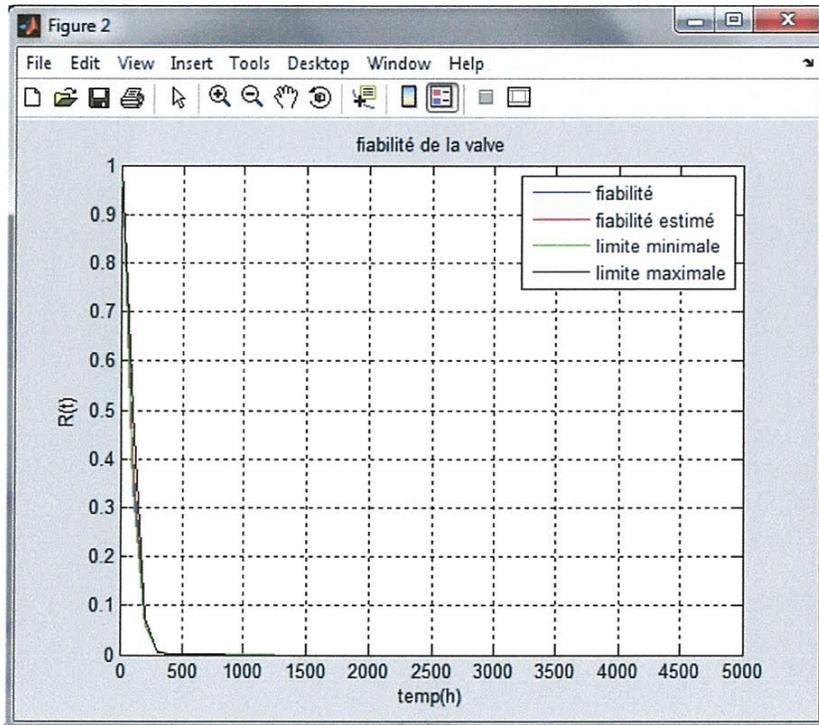
T	Distribution de fiabilité	Valeur théorique	Estimation ponctuelle	Intervalle de confiance
T12 pédale	Weibull	$\eta$ 1000 $\beta$ 1.5	958.6928 1.3496	822.5665 1.1173e+003 1.16051.5697
T13 piston	Weibull	$\eta$ 1000 $\beta$ 1.5	993.1187 1.5979	873.14711.1296e+003 1.36451.8711
T14 capteur	Exponentiel	$\lambda$ $3 \cdot 10^{-4}$	3.4067e-004	2.8265e-004 4.1870e-004
T15 liquide	Weibull	$\eta$ 1000 $\beta$ 1.5	1.1247e+003 1.4768	977.8334 1.2937e+003 1.26891.7187
T16 réservoir	Weibull	$\eta$ 1000 $\beta$ 1.5	906.9321 1.5874	796.3764 1.0328e+003 1.36141.8509
T17 Maitre cylindre	Weibull	$\eta$ 1000 $\beta$ 1.5	937.3289 1.4948	816.15851.0765e+003 1.28331.7410
T18 logiciel	Exponentiel	$\lambda$ $5.04 \cdot 10^{-4}$	5.3414e-004	4.4317e-0046.5649e-004
T19 actionneur	Exponentiel	$\lambda$ $7.5 \cdot 10^{-3}$	0.0074	0.0062 0.0091
T20 valve	Weibull	$\eta$ 100 $\beta$ 1.5	98.0908 1.6546	86.5692111.1458 1.41981.9282
T21 plaquette	Weibull	$\eta$ 1900 $\beta$ 1.5	1.8114e+003 1.6573	1.5989e+0032.0523e+003 1.42611.9260
T22 disque	Weibull	$\eta$ 1900 $\beta$ 1.5	1.9375e+003 1.4437	1.6800e+0032.2344e+003 1.23631.6859

**Tableau(IV.5) :** Valeur moyenne des paramètres pour les distributions de fiabilité prévisionnelle des composants.

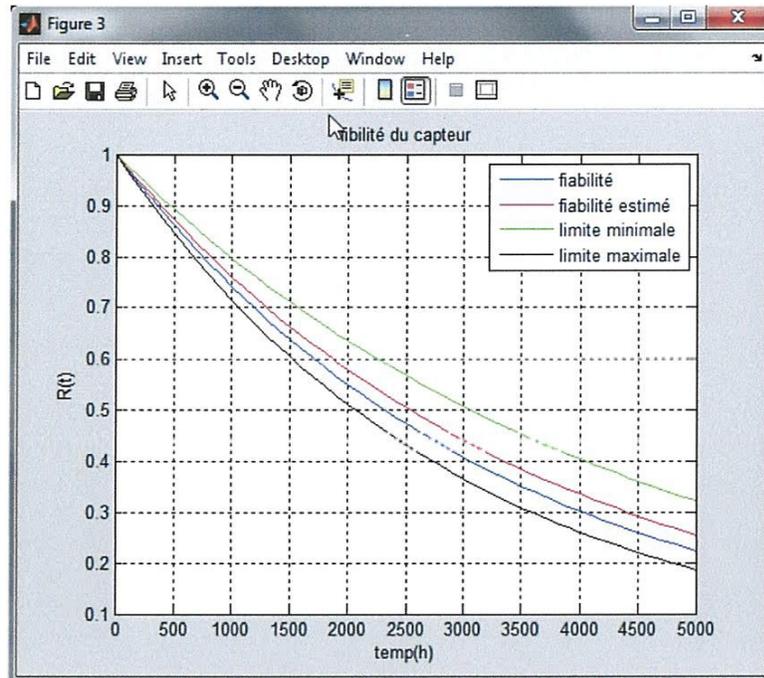
D'après ce tableau on s'intéresse a la fiabilité des composant pédale, la valve, capteur et l'actionneur on trouve la simulation comme le montre les figures (IV.6, 7, 8, 9,10).



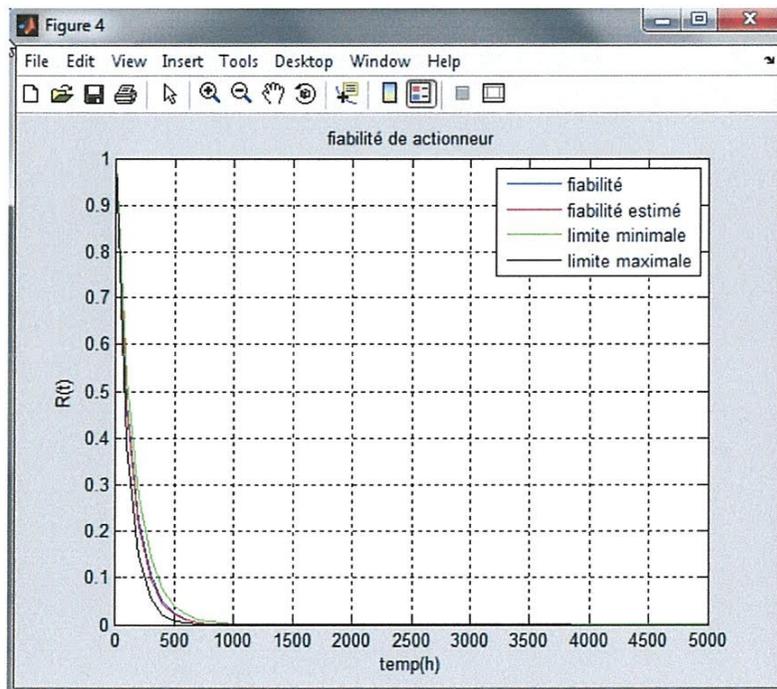
Figure(IV.6) : fiabilité de la pédale.



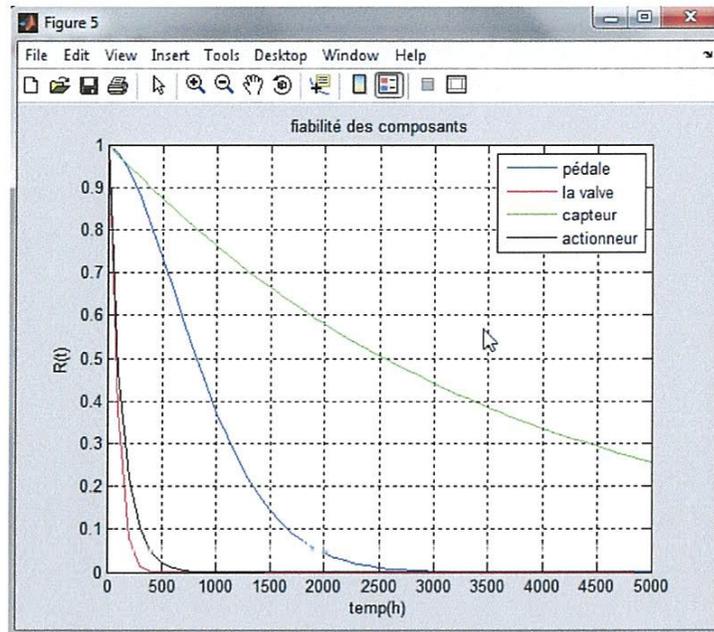
Figure(IV.7) : fiabilité de la valve.



Figure(IV.8) : fiabilité de capteur



Figure(IV.9) : fiabilité de l'actionneur.



**Figure(IV.10) :** fiabilité des quatre composants.

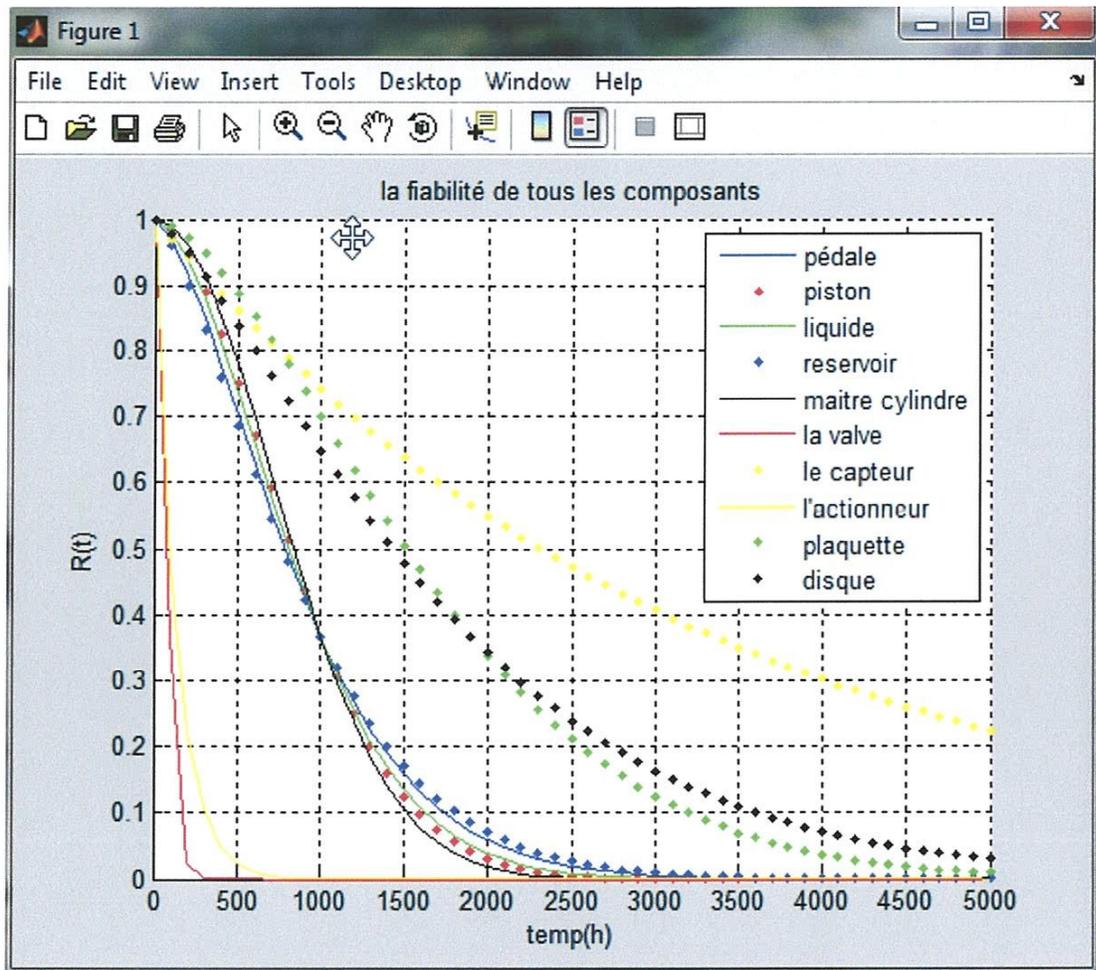
Nous avons observé la fiabilité, la fiabilité estimée, limite maximale et limite minimale **figure (IV.6,7,8,9)** On remarque que tous les composants sont dans ces limites .

A l'instant 627.8802 h de la **figure(IV.10)** la fiabilité de ces quatre composants est comme suite :

- Pédale  $R(t)=0.6389$
- La valve  $R(t)= 0.0044$
- Capteur  $R(t)=0.8406$
- Actionneur  $R(t)=0.0161$

Donc Le composant le plus fiable est le capteur et le composant le plus fragile est la valve.

D'autre part si on simule la fiabilité de tous les composants on trouve les courbes suivantes **figure(IV.11) :**



Figure(IV.11) : La fiabilité de tous les composants

D'après cette figure on remarque que le composant le peu fiable est la valve et le composant le plus fiable est la valve.

**IV.4.Conclusion :**

Dans ce chapitre, nous avons présenté une démarche pour l'estimation de la fiabilité prévisionnelle d'un système mécatronique.

La démarche est structurée autour des réseaux de Petri stochastiques déterministes qui permettent de modéliser le comportement fonctionnel et dysfonctionnel du système.

Les données du modèle, issues des recueils de données ou de l'avis des experts sont injectées dans le RdPSD pour obtenir le modèle stochastique.

La simulation de  $n$  systèmes mécatroniques permet d'obtenir les temps de défaillance des composants du système et de calculer par la méthode du maximum de vraisemblance les paramètres des lois de fiabilité de chaque composant.

# **Conclusion Général**

## Conclusion Générale :

Les systèmes mécatroniques étant des systèmes dynamiques, nous avons proposé, suite à une étude comparative sur les principales méthodes classiques d'évaluation de la fiabilité à travers le cycle de développement, de les représenter par les Réseaux de Petri Stochastiques Déterministes (RdPSD). Quatre raisons principales justifient ce choix. En effet, les RdPSD permettent :

- la modélisation d'un système mécatronique intégrant différentes technologies ;
- l'utilisation dans chaque étape du cycle de développement ;
- l'analyse du comportement fonctionnel et dysfonctionnel ;
- la prise en compte de l'aspect dynamique du système.

La méthodologie d'évaluation de la fiabilité prévisionnelle s'appuie sur :

- une modélisation fonctionnelle (permettant de donner les temps de fonctionnement) ;
- une modélisation dysfonctionnelle (donnant les instants de défaillance) du système mécatronique ;
- les recueils des données pour chaque composant ;

Nous avons appliqué la méthodologie d'évaluation de la fiabilité prévisionnelle sur un système mécatronique, l'ABS mettant en évidence la faisabilité de notre méthodologie sur un cas réel mais aussi sa prédominance par rapport aux autres méthodes. Sur notre exemple (ABS), nous avons identifié le composant le plus fiable ainsi que le composant le moins fiable.

## Résumé

La mécatronique est « la combinaison synergique de l'ingénierie mécanique de précision, de la commande électronique et du système informatique dans la conception des produits et des processus de fabrication »

Le mot-clé ici est « synergique », pris dans le même sens que dans la définition du génie mécanique, qui est perçue comme la combinaison synergique de la dynamique des fluides, de la mécanique des solides, de la thermodynamique et de la science des matériaux .

La mécatronique n'est pas intrinsèquement une science ou une technologie, elle doit être considérée comme une attitude, une manière fondamentale de regarder et de faire des choses, et, par sa nature, elle exige une approche unifiée.

La fiabilité est un concept populaire qui a été utilisé pendant des années comme un attribut louable d'une personne ou un d'un objet façonné. A l'instant  $t$ , la fiabilité se mesure alors par la probabilité que l'entité  $E$  accomplisse une fonction requise dans les conditions données pendant l'intervalle de temps  $[0; t]$ .

La quantification de la fiabilité prévisionnelle d'un système n'est possible que si son comportement fonctionnel et dysfonctionnel peut être décrit par un formalisme adopté.

La connaissance de la fiabilité prévisionnelle de chaque composant permet d'identifier au plus tôt le composant " fragile " et d'apporter des modifications à la conception du système.

La méthodologie d'évaluation de la fiabilité prévisionnelle s'appuie sur :

- une modélisation fonctionnelle (permettant de donner les temps de fonctionnement).
- une modélisation dysfonctionnelle (donnant les instants de défaillance) du système mécatronique.
- les recueils des données pour chaque composant.

## Références Bibliographiques

- [1] Laprie et al., 1995, J. C. (1995). Dependable computing : concepts, limits, challenges. In 25th International Symposium on Fault-Tolerant Computing (FTCS-25) Special Issue, pages 42–54, Pasadena - USA.
- [2] Villemeur, 1988. Sûreté de fonctionnement des systèmes industriels : fiabilité, facteurs humains, informatisation. Eyrolles, Paris.
- [3] Smith, 2001 Application des méthodes bayésiennes pour l'optimisation des coûts de développement des produits nouveaux. PhD thesis, ISTIA, Université d'Angers.
- [4] Daoud Ait-Kadi Ph.D.Ing, professeur titulaire, Maintenance : concepts et stratégies de mise en œuvre.  
[http://www.forac.ulaval.ca/fileadmin/docs/Newsletter/20021105/PVA\\_TPM-Sciage.pdf](http://www.forac.ulaval.ca/fileadmin/docs/Newsletter/20021105/PVA_TPM-Sciage.pdf)
- [5] Alin Gabriel Mihalache, Modélisation et Evaluation de la Fiabilité des systèmes mécatroniques application sur système embarque, 17 décembre 2007.
- [6] Yaskawa-Electric, C. (1969). <http://www.yaskawa.co.jp/en/company/rekisi.htm>.
- [7] Claire Pagetti –ENSEEIH, Module de sûreté de fonctionnement, 08 décembre 2010.  
<http://www.onera.fr/staff/claire-pagetti/docs/cours.pdf>
- [8] IMdR Groupe de travail Management , méthodes , Outils , Standards (M2OS), 16 Mai 2009 .  
[http://www.imdr.fr/~imdr/submitted/document\\_site/Fiches\\_pedago\\_6\\_05\\_09.pdf](http://www.imdr.fr/~imdr/submitted/document_site/Fiches_pedago_6_05_09.pdf)
- [9] Djebouri M, Projet de fin d'étude : Fiabilité d'un système à configuration série par Centre universitaire de Guelma. (1993).

[10] Gabriel Antonio Perez Cataneda, évaluation par simulation de la sureté de fonctionnement de systèmes en contexte dynamique hybride.  
[http://tel.archivesouvertes.fr/docs/00/38/32/98/PDF/These\\_PEREZ\\_CASTANEDA\\_EVAL\\_SIM\\_SdF\\_DH.pdf](http://tel.archivesouvertes.fr/docs/00/38/32/98/PDF/These_PEREZ_CASTANEDA_EVAL_SIM_SdF_DH.pdf)

[11] Olivier Gaudoin ,Fiabilité des Systèmes et des Logiciels Notes de cours.  
[http://eusoils.jrc.ec.europa.eu/ESDB\\_Archive/eusoils\\_docs/Conf/6thESSC.pdf](http://eusoils.jrc.ec.europa.eu/ESDB_Archive/eusoils_docs/Conf/6thESSC.pdf)  
<http://ljk.imag.fr/membres/Olivier.Gaudoin/FSL.pdf>

[12] Ladet Docteur ès Sciences Professeur à l'École Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne, Réseaux de petri.

[13] Marsan et al., 1984 Marsan, M. A., Balbo, G., et Conte, G. (1984). A class of generalized stochastic petri nets for the performance evaluation of multiprocessor systems. ACM Trans. Comput. Syst., 2 :93–122.