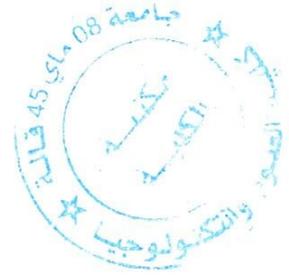


الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique



## Mémoire de Mastère

Présenté à l'Université du 8 Mai 1945 Guelma

Faculté des Sciences et de la Technologie

Département de : Génie Civil & Hydraulique

Spécialité : Génie Civil

Option : Structures

Présenté par : Habchi Khalide

Houaoussa Rima

---

**Thème : CALCUL NUMERIQUE DE LA CAPACITE PORTANTE  
POUR LES FONDATIONS SUPERFICIELLES**

---

Sous la direction du : Mr. LAFIFI BRAHIM

Jun 2011

---

## Remerciment



Ce n'est pas qu'il est difficile de remercier tous ceux qui ont participé de près ou de loin à ce travail, mais il faut avouer que les formules sont nombreuses et que le choix des bons mots a été toujours difficile.

Je commencerais par remercier **DIEU** Le tout puissant, de m'avoir donné le courage et l'optimisme de finir ce travail et sincèrement remercier tous ceux qui ont accepté de juger ce travail.

Je tiens tout particulièrement à remercier mon encadreur, docteur **LAFIFI BRAHIM** pour sa patience, générosité et surtout sa discipline, et sans qui ce mémoire n'aurait pas vu le jour.

Je tiens à remercier tous les enseignants, qui depuis mon introduction au Génie Civil ont contribué de près ou de loin à ma formation.

Je tiens à exprimer mon immense gratitude à mes parents, mes sœurs, mes frères et l'ensemble de mes proches, pour leur soutien permanent et leur encouragement tout au long de ces années, sans lesquels je n'aurais jamais mené à bien ce travail.

Sans oublier de remercier tous les étudiants de ma promotion avec lesquels j'ai passé durant les cinq années d'études de bons et agréables moments.



Khaid & Rima

---

# *Résumé :*

---

Le problème d'évaluation de la capacité portante est largement étudié en tenant compte des différents paramètres géométrique et mécaniques. Les calculs sont basés sur la méthode d'équilibre limite, la méthode de ligne de glissement et la méthode d'analyse limite.

Dans ce projet, nous intéressent au calcul numérique de la capacité portante des fondations superficielles basé sur la méthode des éléments finis combinée avec une approche élastoplastique, en utilisant le code de calcul Plaxis.

Plusieurs types de semelles avec différentes configurations seront traités. Enfin une comparaison sera faite entre les résultats du calcul analytique et ceux de la modélisation numérique.

## **Mots clés :**

- Capacité portante;
- Modélisation numérique;
- Semelles superficielles;
- Plaxis.

---

# *Abstract*

---

The problem of evaluating the bearing capacity is widely considered taking into account the geometrical and mechanical parameters. The calculations are based on limit equilibrium method, the method of slip line method and limit analysis

In this project, we are interesting in numerical calculation of bearing capacity of shallow foundations based on the finite element method combined with an elastoplastic approach, using the computer code Plaxis

Several types of insoles with different configurations will be addressed. Finally a comparison is made between the results of analytical calculations and those of numerical modeling.

## Keywords :

- Bearing Capacity
- Numerical modeling
- shallow foundations
- Plaxis

## المخلص

إن مشكل تقويم القدرة التحمل تم دراسته أثنين بعين الاعتبار مختلف العوامل الميكانيكية و الهندسية , فا لحسابات تعتمد على طريقة التوازن المحدود طريقة خط الانزلاق و طريقة العناصر المحدودة

في هذا المشروع نهتم بالحساب التطبيقي للقدرة الحاملة للأساسات السطحية بالاعتماد على العناصر المحدودة باستعمال برنامج Plaxis

ندرس أنواع الأساسات بمختلف أشكالها وأخيرا نجرى مقارنة بين نتائج الحساب التحليلي و نتائج الحساب التطبيقي

## الكلمات الدالة

القدر الحاملة

النماذج الرقمية

الأساسات السطحية

Plaxis

---

# LISTE DES FIGURES

---

## Chapitre II : Les différents types des Fondations superficielles

Figure 2.1	Fondation superficielle.....	3
Figure 2.2	Semelles filante ou continues .....	4
Figure 2.3	Semelle filantes.....	5
Figure 2.4	Semelle continues sous murs en maçonnerie.....	6
Figure 2.5	Semelle en biton armé.....	7
Figure 2.6	Semelle isolées de forme diverses.....	8
Figure 2.7	Semelle circulaires.....	9
Figure 2.8	Semelle filantes centrées soumises simultanément .....	10
Figure 2.9	Le radier simple.....	13
Figure 2.10	Le radier générale.....	13
Figure 2.11	Le radier plan nervuré.....	14
Figure 2.12	Le radier plan nervuré.....	14
Figure 2.13	Le radier voûté.....	15
Figure 2.14	Les radiers généraux .....	16
Figure 2.15	Radier nervuré.....	17
Figure 2.16	Radier nervuré .....	18

---

## Chapitre III : Méthode de calcul de la capacité portante

Figure 3.1	Schéma de rupture d'une fondation superficielle.....	20
Figure 3.2	Capacité portante méthode de superposition de Terzaghi (méthode c- $\phi$ ) .....	21
Figure 3.3	Valeur de $N_c\phi$ , $N_\gamma\phi$ , $N_q\phi$ recommandées par Terzaghi les valeurs de $N_\gamma$ .....	25
Figure 3.4	Inclinaison et excentrement d'une charge dans la direction parallèle à B.....	28
Figure 3.5	solution de Meyerhof pour une fondation filante sous charge incliné	31
Figure 3.6	Solution de Meyerhof pour une fondation filante sous charge excentrée.....	32
Figure 3.7	Méthode de la semelle fictive.....	33

<b>Figure 3.8</b>	Semelle horizontale chargée obliquement.....	<b>36</b>
<b>Figure 3.9</b>	Semelle inclinée chargée normalement et reposant sur une assise horizontale.....	<b>36</b>
<b>Figure 3.10</b>	Semelle horizontale reposant sur une pente et supportant une charge verticale.....	<b>36</b>

## Chapitre V: Présentation du logiciel de calcul Plaxis

<b>Figure 5.1</b>	Fenêtre des paramètres de Mohr-Coulomb.....	<b>48</b>
<b>Figure 5.2</b>	Définition de module à 50% de la rupture .....	<b>49</b>
<b>Figure 5.3</b>	Pyramide de Mohr-Coulomb tracé pour $c = 0$ .....	<b>51</b>
<b>Figure 5.4</b>	Fenêtre des paramètres avancés du modèle Mohr-Coulomb...	<b>51</b>
<b>Figure 5.5</b>	Surface de limite élastique du modèle HSM dans le plans (p,q) (a) et l'espace des contraintes principales (b).....	<b>53</b>
<b>Figure 5.6</b>	Représentation de la relation hyperbolique géant l'érouissage du modèle HSM.....	<b>54</b>
<b>Figure 5.7</b>	Définition du paramètre $E_{oed}^{ref}$ à partir d'un essai oedométrique	<b>55</b>
<b>Figure 5.8</b>	Définition de l'angle de dilatance.....	<b>57</b>
<b>Figure 5.9</b>	Différentes représentation de l'essai oedométrique	<b>59</b>
<b>Figure 5.10</b>	Valeurs de cohésion et d'angle de frottement .....	<b>60</b>
<b>Figure 5.11</b>	Surfaces de charge elliptiques .....	<b>61</b>
<b>Figure 5.12</b>	Effet du temps sur les essais oedométriques.....	<b>67</b>
<b>Figure 5.13</b>	paramètres du SSCM.....	<b>65</b>

## Chapitre VI : calcul numérique de la capacité portante des fondations superficielles

<b>Figure 6.1</b>	Géométrie du modèle.....	<b>68</b>
<b>Figure 6.2</b>	Maillage du modèle .....	<b>69</b>
<b>Figure 6.3</b>	Initialisation des contraintes .....	<b>70</b>
<b>Figure 6.4</b>	Paramétrage du calcul.....	<b>70</b>
<b>Figure 6.5</b>	Maillage déformé du modèle.....	<b>71</b>
<b>Figure 6.6</b>	Déplacements incrémentaux totaux U.....	<b>71</b>
<b>Figure 6.7</b>	Courbe charge limite – Déplacement verticale $U_y$ .....	<b>72</b>
<b>Figure 6.8</b>	Courbe charge limite – Déplacement verticale.....	<b>73</b>
<b>Figure 6.9</b>	Géométrie du modèle.....	<b>74</b>
<b>Figure 6.10</b>	Maillage du modèle.....	<b>75</b>

<b>Figure 6.11</b>	Initialisation des contraintes.....	<b>75</b>
<b>Figure 6.12</b>	Calcul.....	<b>76</b>
<b>Figure 6.13</b>	maillage déformé.....	<b>76</b>
<b>Figure 6.14</b>	Déplacements incrémentaux totaux U.....	<b>77</b>
<b>Figure 6.15</b>	Courbe charge limite – Déplacement verticale $U_y$ .....	<b>77</b>
<b>Figure 6.16</b>	Courbe charge limite – Déplacement verticale $\bar{U}_y$ .....	<b>78</b>
<b>Figure 6.17</b>	Courbe charge limite – Déplacement verticale $U_y$ .....	<b>79</b>
<b>Figure 6.18</b>	maillage déformé.....	<b>80</b>
<b>Figure 6.19</b>	Déplacements incrémentaux totaux U.....	<b>80</b>
<b>Figure 6.20</b>	Déplacements incrémentaux.....	<b>81</b>
<b>Figure 6.21</b>	Courbe charge limite – déplacement vertical.....	<b>82</b>
<b>Figure 6.22</b>	Définition de la géométrie du modèle.....	<b>84</b>
<b>Figure 6.23</b>	Maillage du modèle.....	<b>85</b>
<b>Figure 6.24</b>	Initialisation des contraintes.....	<b>86</b>
<b>Figure 6.25</b>	Paramétrage du calcul.....	<b>87</b>
<b>Figure 6.26</b>	le maillage déformé.....	<b>87</b>
<b>Figure 6.27</b>	Déplacements incrémentaux.....	<b>88</b>
<b>Figure 6.28</b>	Déplacements incrémentaux totaux U.....	<b>88</b>
<b>Figure 6.29</b>	Courbe charge limite – Déplacement verticale $U_y$ .....	<b>89</b>
<b>Figure 6.30</b>	Courbe charge limite – déplacement vertical.....	<b>90</b>
<b>Figure 6.31</b>	Définition de la géométrie du modèle.....	<b>91</b>
<b>Figure 6.32</b>	Paramétrage du calcul.....	<b>93</b>
<b>Figure 6.33</b>	Paramétrage du calcul.....	<b>93</b>
<b>Figure 6.34</b>	le maillage déformé.....	<b>94</b>
<b>Figure 6.35</b>	Déplacements incrémentaux.....	<b>94</b>
<b>Figure 6.36</b>	Déplacements incrémentaux totaux U.....	<b>95</b>
<b>Figure 6.37</b>	Courbe charge limite – Déplacement verticale $U_y$ .....	<b>95</b>
<b>Figure 6.38</b>	Courbe charge limite – déplacement vertical.....	<b>96</b>
<b>Figure 6.39</b>	Définition de la géométrie du problème.....	<b>98</b>
<b>Figure 6.40</b>	Maillage du modèle.....	<b>99</b>
<b>Figure 6.41</b>	Paramétrage du calcul.....	<b>100</b>
<b>Figure 6.42</b>	Résultat des calculs.....	<b>101</b>
<b>Figure 6.43</b>	le maillage déformé.....	<b>101</b>
<b>Figure 6.44</b>	Déplacements incrémentaux.....	<b>102</b>
<b>Figure 6.45</b>	Déplacements incrémentaux totaux U.....	<b>102</b>
<b>Figure 6.46</b>	Courbe charge limite – déplacement vertical.....	<b>103</b>

---

---

# *LISTE DES TABLEAUX*

---

## **Chapitre III :**

### **Méthode de calcul**

<b>Tableau 3.1</b>	Valeur de $N_c\phi$ , $N_\gamma\phi$ , $N_q\phi$ .....	<b>25</b>
<b>Tableau 3.2</b>	Coefficients de forme valeurs de Terzaghi.....	<b>27</b>
<b>Tableau 3.3</b>	Coefficients de forme.....	<b>27</b>
<b>Tableau 3.4</b>	Ordre de grandeur des valeurs des coefficients réduction sur $N_{cq}$ (argiles) et $N_{\gamma q}$ (sables) {d'après Meyerhof .....	<b>30</b>
<b>Tableau 3.5</b>	Coefficients du terme de surface $N_\gamma\delta$ et $N_q\delta$ et coefficient approche du terme de cohésion.....	<b>37</b>
<b>Tableau 3.6</b>	Coefficient du terme de surface $N_\gamma\alpha$ , $N_q\alpha$ et coefficient approché du terme de cohésion $N_c\alpha$ .....	<b>38</b>
<b>Tableau 3.7</b>	Coefficient de terme de surface $N_\gamma\beta$ , $N_q\beta$ et $N_c\beta$ .....	<b>39</b>

---

## **Chapitre V :**

### **Présentation du logiciel de calcul Plaxis**

<b>Tableau 5.1</b>	Valeur des paramètres de compressibilité et de gonflement $\lambda$ et $K$ ..	<b>59</b>
--------------------	---	-----------

---

## **Chapitre VI :**

### **Calcul numérique de la capacité portante des fondations superficielles**

<b>Tableau 6.1</b>	Paramètres géotechnique du modèle.....	<b>69</b>
--------------------	--	-----------

<b>Tableau 6.2</b>	Paramètres géotechnique du modèle.....	<b>74</b>
<b>Tableau 6.3</b>	Paramètres de rigidité de la semelle.....	<b>79</b>
<b>Tableau 6.4</b>	Paramètres de rigidité de la semelle.....	<b>84</b>
<b>Tableau 6.5</b>	Paramètres géotechnique du modèle.....	<b>85</b>
<b>Tableau 6.6</b>	Paramètres de rigidité de la semelle.....	<b>91</b>
<b>Tableau 6.7</b>	Paramètres géotechnique du modèle.....	<b>92</b>
<b>Tableau 6.8</b>	Paramètres de rigidité de la semelle.....	<b>97</b>
<b>Tableau 6.9</b>	Paramètres géotechnique du modèle.....	<b>99</b>

---

---

# NOTATIONS ET ABREVIATIONS

---

Nous donnons ci-dessous les principales notations utilisées dans ce mémoire

## Lettres Grecques

$\gamma_{\text{dray}}$  : Poids volumique Humide.

$\gamma_{\text{sat}}$  : Poids volumique saturé.

$\Gamma$  : Frontière.

$\delta$  : Déplacement unitaire.

$\varepsilon_v$  : Déformation volumique.

$k^*$  : Indice de gonflement.

$\lambda^*$  : Indice de compression.

$\mu^*$  : Indice de fluage.

$\nu_u$  : Coefficient de Poisson.

$\nu_u$  : Coefficient de Poisson ultime.

$\nu_{ur}$  : Coefficient de Poisson en charge décharge.

$\sigma$  : Contrainte.

$\sigma_n$  : Contraintes normales

$\sigma_{\text{tension}}$  : Résistance à la traction.

$\tau$  : Contraintes de cisaillement (tangentielle).

$\tau$  : Seuil de la contrainte tangentielle.

$\varphi$  : Angle de frottement interne du sol.

$\varphi_{cv}$  : Angle de frottement à volume constant, au palier.

$\varphi_u$  : Angle de frottement ultime.

$\psi$  : Angle de dilatance du sol.

$\Omega$  : Domaine.

$\mathbf{i}$  : Etat actuel

$\mathbf{i}-1$  : Etat précédent

$\boldsymbol{\sigma}$  : Vecteur contraintes

$\Delta\boldsymbol{\sigma}$  : Incrément de contraintes

$\boldsymbol{\sigma}^{\text{aux}}$  : Vecteur contraintes auxiliaires correspondant aux contraintes élastiques

$\boldsymbol{\sigma}$ : Taux de contraintes

$\mathbf{f}$ : Vecteur forces de volume

$\mathbf{t}$  : Vecteur forces de surface

$\mathbf{u}$  : Vecteur déplacements

$\delta_{\mathbf{u}}$ :Variation vecteur déplacements

$\boldsymbol{\varepsilon}$  : Vecteur déformations

$\delta_{\boldsymbol{\varepsilon}}$  : Variation vecteur déformations

$\Delta\boldsymbol{\varepsilon}$ : Incrément de déformations totales

$\Delta\boldsymbol{\varepsilon}^p$  : Incrément de déformations plastiques

$\boldsymbol{\varepsilon}$ :Taux de déformations

$\Delta\lambda$  : Incrément du multiplicateur plastique

---

# Sommaire

---

Résumé  
Abstract  
ملخص  
Liste des figures  
Liste des tableaux  
Symboles Désignation

## Chapitre I : Introduction générale

---

I.	Introduction générale .....	1
----	-----------------------------	---

---

## Chapitre II : Les différents types des Fondations superficielles

II.1.	Les différents types des Fondations superficielles .....	3
II.2.	Semelle continue ou filante (technologie de constructions des bâtiments) .....	4
II.2.1.	Semelles continues sous murs en maçonnerie.....	6
II.2.2.	Cas de semelles en B.A.....	7
II.3.	Les semelles isolées.....	8
II.3.1.	Semelle isolées de formes diverses.....	8
II.3.2.	Semelles circulaires (tronconique).....	9
II.3.3.	Cas particuliers de semelles .....	9
II.3.4.	Les semelles excentrées (filantes).....	11
II.4.	fondations par radiers .....	11
II.4.1.	Le radier plan épais .....	13
II.4.2.	Le radier plan nervuré .....	13
II.4.3.	Le radier vouté .....	15
II.4.4.	Les radiers généraux.....	16
A.	Radier épais .....	16
B.	Radier nervuré.....	17

---

---

## **Chapitre III : Méthode de calcul de la capacité portante**

<b>III.1.</b>	Capacité portante des fondations superficielles.....	<b>19</b>
<b>III.1.1</b>	Calcul de la capacité portante à partir des essais de laboratoire (méthode $c - \varphi$ ).....	<b>20</b>
<b>III.1.1.1.</b>	Semelle filante. Charge verticale et centrée.....	<b>20</b>
<b>A.</b>	Calcul en conditions non drainées.....	<b>22</b>
<b>B.</b>	Calcul en conditions drainées.....	<b>23</b>
<b>III.1.1.2.</b>	Influence de la forme de la fondation. Charge verticale et centrée.	<b>26</b>
<b>III.1.1.3.</b>	Influence de l'inclinaison et de l'excentrement de la charge.....	<b>28</b>
<b>A.</b>	Influence de l'inclinaison.....	<b>28</b>
<b>B.</b>	influence de l'excentrement de la charge.....	<b>31</b>
<b>III.1.1.4</b>	Fondations sur sols hétérogènes.....	<b>32</b>
<b>III.2.</b>	étude de la charge limite d'une semelle isolée horizontale supportant une charge verticale centrée et ancrée dans un sol homogène à surface horizontale.....	<b>34</b>
<b>III.3.</b>	semelles charges et sol inclinés.....	<b>35</b>

---

## **Chapitre IV : Formulation par la méthode des éléments finis**

<b>IV.1.</b>	Introduction.....	<b>41</b>
<b>IV.2.</b>	formulation du problème par la méthode éléments finis.....	<b>41</b>
<b>IV.2.1.</b>	condition aux limites.....	<b>41</b>
<b>IV.2.2.</b>	Discrétion par éléments finis.....	<b>43</b>
<b>IV.2.3.</b>	Équations constitutives en élastoplasticité.....	<b>44</b>

---

## **Chapitre V : Présentation du logiciel de calcul Plaxis**

<b>V.1.</b>	Introduction.....	<b>46</b>
<b>V.2.</b>	Lois de comportement utilisées dans Plaxis.....	<b>46</b>
<b>V.2.1.</b>	Modèle élastique linéaire.....	<b>47</b>
<b>V.2.2.</b>	Le modèle de Mohr-Coulomb.....	<b>47</b>

V.2.2.1	Module de Young.....	48
V.2.2.2	Coefficient de Poisson.....	49
V.2.2.3	Angle de frottement.....	49
V.2.2.4	Cohésion .....	50
V.2.2.5	L'angle de dilatance.....	50
V.2.2.6	Les contraintes de traction.....	50
V.2.2.7	Paramètres avancés.....	51
V.2.3	Modèle élastoplastique HSM (Hardening Soil Model).....	51
V.2.3.1	Courbe contrainte-déformation.....	53
V.2.3.2	Limite élastique.....	55
V.2.3.3	Surface d'écoulement.....	56
V.2.3.4	Paramètres du modèle.....	57
V.2.4	Modèle pour sol "mous" (Soft Soil Model).....	58
V.2.4.1	Paramètres de compressibilité.....	58
V.2.4.2	Cohésion.....	60
V.2.4.3	Paramètre de frottement.....	60
V.2.4.4	Paramètre de dilatance.....	60
V.2.4.5	Paramètre de contrainte $K_0$ .....	60
V.2.4.6	Coefficient de Poisson.....	61
V.2.4.7	Les surfaces de charges.....	61
V.2.4.8	Prise en compte de la surconsolidation.....	62
V.2.4.9	Modèle pour sols "mous" avec effet du temps (Soft Soil Creep Model).....	62
V.2.5	Les paramètres du SSCM.....	64

---

## **Chapitre VI : calcul numérique de la capacité portante des fondations superficielles**

	Introduction.....	
VI.1		67
VI.2.	Semelle circulaire reposant sur une couche d'argile.....	67
VI.2.1.	Semelle rigide.....	67
VI.2.2.	Présentation.....	67
VI.2.3.	Entrée des caractéristiques générales.....	67
VI.2.3. 1.	Conditions aux limites.....	68
VI.2.3. 2.	Conditions en déplacement.....	68
VI.2.3. 3.	Caractéristiques de sol.....	68

A.	Modèle de Mohr-Coulomb.....	68
VI.2.3. 4.	Maillage.....	69
VI.2.3. 5.	Calculs.....	70
VI.2.4.	Résultats.....	71
VI.2.5.	Calcul analytique.....	72
VI.3.	Semelle circulaire reposant sur une couche de sable.....	73
VI.3.1	Semelle rigide.....	73
VI.3.2.	Entrée des caractéristiques générales.....	73
VI.3.2. 1.	Conditions aux limites.....	74
VI.3.2. 2.	Conditions en déplacement.....	74
VI.3.2. 3.	Caractéristique de sol.....	74
VI.3.2. 4.	Maillage.....	75
VI.3.2. 5.	Calculs.....	76
VI.3.3	Résultats.....	76
VI.3.4	Calcul analytique.....	78
VI.3.5	Fondation souple.....	79
VI.3.5.1	Poutre.....	79
VI.3.6	Résultats.....	79
VI.3.7	Calcul analytique.....	81
VI.4	Semelle filante reposant sur une couche d'argile.....	82
VI.4.1	Fondation souple.....	82
VI.4.2	Introduction.....	82
VI.4.3	Paramètres généraux.....	83
VI.4.3.1	Conditions aux limites.....	83
VI.4.3.2	Chargement.....	83
VI.4.3.3	Poutre.....	83
VI.4.3.4	Élément d'interface.....	84
VI.4.3.5	Caractéristiques du sol.....	85
VI.4.3.6	Maillage.....	85
VI.4.3.7	Calculs.....	86
VI.4.4	Résultats.....	87
VI.4.5	Calcul analytique.....	89
VI.5	Semelle filante reposant sur une couche de sable.....	90
VI.5.1	Fondation souple.....	90
VI.5.2	Paramètres généraux .....	90

<b>VI.5.2.1</b>	Conditions aux limites.....	<b>90</b>
<b>VI.5.2.2</b>	Chargement.....	<b>91</b>
<b>VI.5.2.3</b>	Poutre.....	<b>91</b>
<b>VI.5.2.4</b>	Élément d'interface.....	<b>91</b>
<b>VI.5.2.5</b>	Caractéristiques du sol.....	<b>92</b>
<b>VI.5.2.6</b>	Calculs.....	<b>92</b>
<b>VI.5.3</b>	Résultats.....	<b>94</b>
<b>VI.5.4</b>	Calcul analytique.....	<b>96</b>
<b>VI.6</b>	Semelle filante reposant sur une couche de sable pare le (modèle Hardening Soil Model).....	<b>97</b>
<b>VI.6.1</b>	Fondation souple.....	<b>97</b>
<b>VI.6.2</b>	Paramètres généraux .....	<b>97</b>
<b>VI.6.2.1</b>	Conditions aux limites.....	<b>97</b>
<b>VI.6.2.2</b>	Chargement.....	<b>97</b>
<b>VI.6.2.3</b>	Poutre.....	<b>97</b>
<b>VI.6.2.4</b>	Élément d'interface.....	<b>98</b>
<b>VI.6.2.5</b>	Caractéristiques du sol.....	<b>98</b>
<b>A</b>	Modèles avancés de sol.....	<b>98</b>
<b>VI.6.2.6</b>	Maillage.....	<b>99</b>
<b>VI.6.2.7</b>	Calculs.....	<b>100</b>
<b>VI.6.3</b>	Résultats.....	<b>101</b>
<b>VI.6.4</b>	Calcul analytique .....	<b>102</b>
	Conclusion générale.....	<b>104</b>

---

# Chapitre

# I

## *Introduction générale*

*Calcul numérique  
de la capacité portante  
pour les fondations superficielles*

## II) Introduction générale

La capacité portante a toujours été l'un des sujets les plus intéressants en mécanique des sols et des fondations. On appelle pression admissible la pression ou contrainte maximum qui puisse être appliquée par une structure sur un sol, sans qu'il y ait de tassements excessifs et de risque de rupture du sol.

Les procédures de calcul classiques, basées sur la méthode de l'équilibre limite, imposants, d'une part, les directions des plans de rupture (approximation très grossière), d'autre part ces théories supposent que le sol se comporte comme un matériau associé, avec un angle de dilatance égale à l'angle de frottement interne  $\varphi$ . Il est bien connu que pour les sols réels, l'angle de dilatance est généralement considérablement inférieur à  $\varphi$ .

La plupart des méthodes d'estimation de la capacité portante sont basées sur des études effectuées originalement sur une semelle filante, Prandtl (1921) et Reissner (1924) modifiées plus tard afin de les adopter à d'autres conditions comme par exemple la forme de la fondation, l'inclinaison de la charge, l'excentrement de la charge,.....etc.

Ce travail est considéré comme une initiation à la recherche dans le domaine du calcul bidimensionnel, malgré que les calculs en 3D sont beaucoup plus lourds que les calculs en 2D.

Ce mémoire est structuré comme suit :

Une introduction aux fondations superficielles fait l'objet du deuxième chapitre, où nous rappelons un certain nombre de connaissances de base sur la définition des fondations superficielles et leur fonctionnement. Les différents mécanismes de rupture et la présentation des différentes méthodes de calcul de la capacité portante pour différents types de fondations et pour plusieurs configurations ont été présentés dans le troisième chapitre. Dans le chapitre quatre, un bref synthèse sur l'utilisation de la méthode des éléments finis pour la résolution numérique des problèmes plans a été présentée, la discrétisation de l'équation d'équilibre du champs avec la prise en compte

des conditions aux limites et une loi de comportement élastoplastique ont été également présentés dans ce chapitre. Le cinquième chapitre débute par une simple présentation du logiciel de calcul par éléments finis Plaxis qui est un outil bien adopté aux problèmes géotechniques ou des structures, ensuite les différentes lois de comportement utilisées dans ce logiciel ont été présentées, en définissant les différents paramètres de chaque modèle.

Dans le sixième chapitre, nous présentons les résultats de nos calculs de modélisation. Plusieurs modèles de calcul numérique de la capacité portante des semelles, selon le type (semelle isolée et filante), selon le mode de chargement (déplacement imposé ou chargement imposé) et selon le modèle de calcul (déformation plane ou axisymétrique) ont été réalisés. Une comparaison des résultats de calcul analytique de la capacité portante, en se basant sur les formules citées dans le chapitre 3 et les résultats de calcul numérique ont été également présentés. Les conclusions générales et les perspectives de cette étude figurent à la fin du présent document.

# Chapitre

# II

les différents  
types des fondations  
superficielles

*Calcul numérique  
de la capacité portante  
pour les fondations superficielles*

## II.1)- Les différents types des Fondations superficielles

Les fondations superficielles sont des fondations faiblement encastées qui reportent les charges au niveau des couches superficielles de terrains. Les fondations profondes reportent les charges dans les couches profondes, mais aussi dans, les couches superficielles, qu'elles traversent. Pour différencier ces deux types de fondations on est amené à définir la notion de profondeur critique qui est la profondeur au-dessous de laquelle la résistance sous la base de la fondation n'augmente plus. Les fondations superficielles ont leurs bases au-dessus de cette profondeur critique.

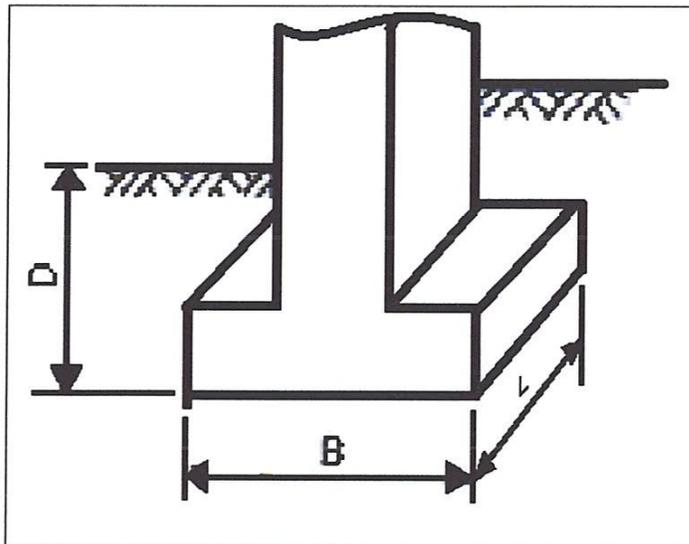
On considérera qu'une semelle est superficielle lorsque :

$$\frac{D}{B} < 4$$

B: Largeur d'une semelle : plus petite dimension de la semelle

L: Longueur d'une semelle : dimension dans le sens perpendiculaire à la largeur

D: Encastrement : épaisseur minimale des terres au-dessus du niveau de fondation



**Figure 2.1** Fondation superficielle.

- Semelle continue ou filante : une semelle continue Lorsque l'une des ses dimensions

est grande par rapport à l'autre en pratique  $\frac{L}{B} > 5$

Bien entendu les limites relatives à  $\frac{D}{B}$  sont arbitraires et ne doivent être considérées qu'à titre indicatif.

Semelle isolée : le rapport  $\frac{L}{B} < 5$  on distinguera :

Les semelles : circulaires  $B=2R$

Les semelles carrées  $L=B$

Les semelles rectangulaires  $B < L < 5B$

Radier générale : il s'agit de semelle de grande dimension portant en générale tout un ouvrage ou une partie d'ouvrage.

### II.2)- Semelle continue ou filante (technologie de constructions des bâtiments)

On distingue deux types principaux (Figure 2.2)

- Sous murs en maçonneries porteuse
- Sous voiles B.A. porteurs.
- Les semelles continues sous poteaux.

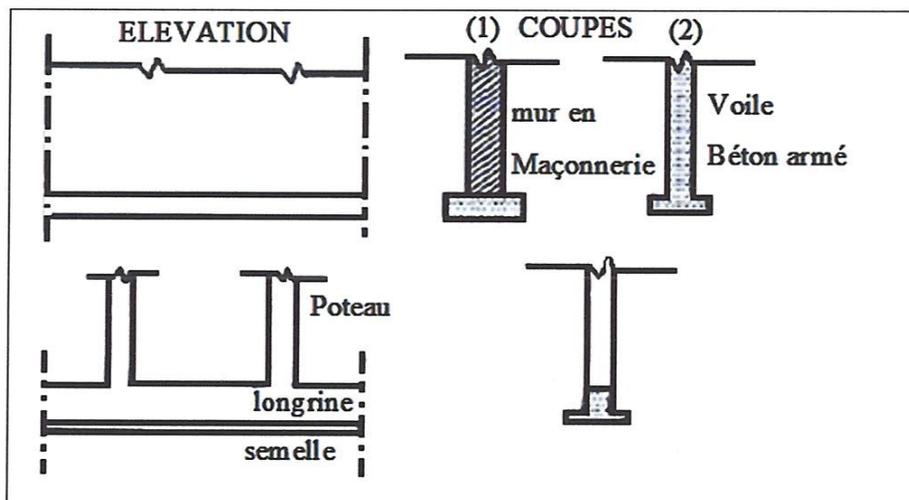
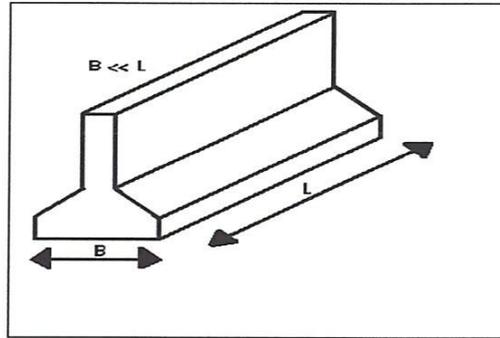


Figure 2.2 : Semelles filantes ou continues.



**Figure 2.3 :** Semelles filantes.

Dans ce cas qui est étudié plus loin la fondation comporte

- La semelle proprement dit
- La longrine aux poutres de report des charges

A)- Principe -hypothèses :

Le principe du calcul d'une semelle filante ou continue est basé sur l'égalité des actions (charges verticales transmises par la superstructure c'est-à-dire ici mur, voile ou poteaux) sont des réactions opposées par le sol de fondation.

L'hypothèse couramment admise est la répartition uniforme des charges verticales dans le cas d'un mur ou d'un voile. Cette hypothèse peut être encore valable pour une semelle sous poteaux, dans la mesure où les charges transmises par les poteaux sont sensiblement égales.

Une autre hypothèse est celle du chargement centre ou axial des semelles. Le cas particulier des charges excentrées est envisagé plus loin.

B)-Réalisation

- 1)- Semelles continues sous murs en maçonnerie : Les semelles peuvent être réalisées
  - En maçonnerie pleine massive (ces fondations utilisées dans les siècles précédents ne sont citées que pour mémoire),
  - En béton massif non armé,
  - En béton armé.
- 2- Semelles continues sous voiles.
- 3- Semelles continues sous poteaux.

---

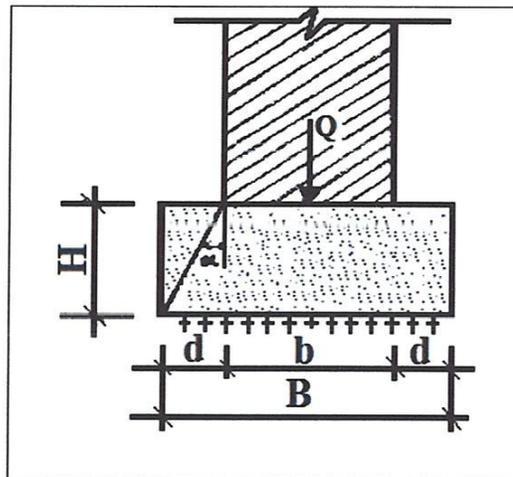
*Calcul numérique de la capacité portante pour les fondations superficielles*

- Ouvrages uniquement réalisés en béton armé.

### II.2.1)- Semelles continues sous murs en maçonnerie

Cas des semelles massives en béton non armé (Figure 2.4)

- Condition d'équilibre.
- Dimensionnement.



**Figure 2.4** : Semelles continues sous murs en maçonnerie.

La transmission de la charge  $Q$  du mur doit s'effectuer dans la hauteur  $H$  de la semelle avec un angle  $\alpha$  inférieur à l'angle de frottement interne du béton (valeur admise de  $37^\circ$ ) soit:

$$\text{Tga} = 0.75$$

Si l'on appelle  $d$  le débord de la semelle par rapport au mur, on a:

$$B = b + 2d$$

Et la condition précédente s'écrit à partir de :  $H = \frac{d}{\text{tga}}$

On prend souvent  $H = 1.4$  à  $1.5d$  avec un minimum de 15 à 20cm

## II.2.2)- Cas de semelles en B.A

L'hypothèse précédente de la répartition uniforme des pressions sous la semelle est conservée. Elle implique une certaine rigidité de la semelle traduite par la condition suivante déduite de la théorie des bielles

Condition de rigidité:

Soit  $ht=h+d$  hauteur totale  $H \geq \frac{B-b}{4}$

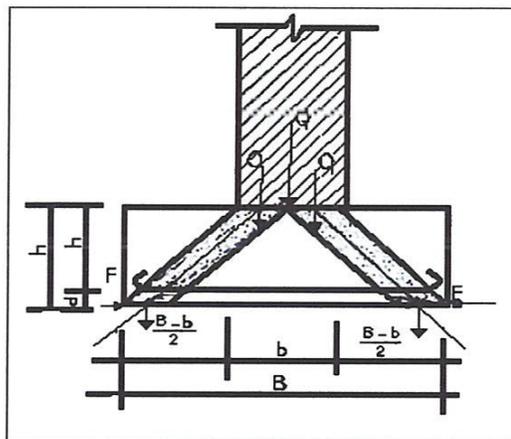


Figure 2.5 : Semelles en béton armé.

La base de cette théorie consiste à étudier la transmission de la charge  $e$  (ou de deux demi- charges  $Q/2$ ) suivant deux bielles inclinées, jusqu'à la base de la semelle.

La décomposition des forces et leur transmission fait apparaître à la base de la semelle des forces de traction dont la valeur est égare à :

$$F = \frac{Q}{8} \times \frac{B-b}{h}$$

Ces forces sont absorbées uniquement par des armatures, le béton de la semelle absorbant des forces de compression (bielles).

**II.3)- Les semelles isolées**

On peut classer ces types des semelles

- Selon leur forme en plan
- Semelles carrées,
- Semelles rectangulaires,
- Semelles circulaires ou polygonales,
- Semelles de formes diverses,
- Selon leur réalisation
- Semelles massives,
- Semelles allégées ou évidées.

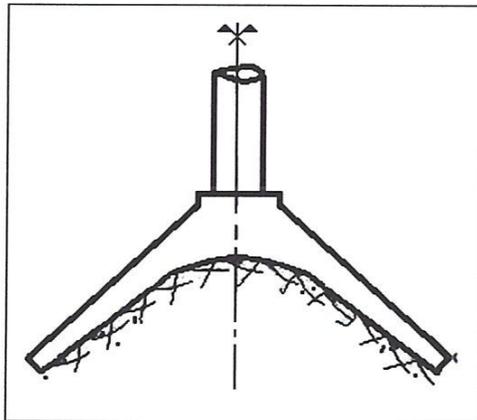
**II.3.1)- Semelle isolées de formes diverses**

Nous citron au passage, sans entrer dans le détail des dispositions et des calculs

La semelle conique creuse (Figure 2.6) dont la réalisation implique de tailler le terrain d'assise suivant une forme tronconique.

Ce type présent peu d'intérêt en raison :

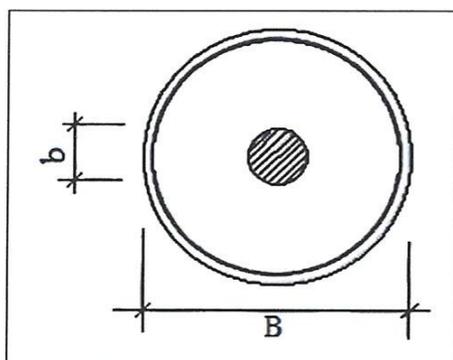
- De sa réalisation délicate,
- Du pourcentage important d'acier nécessaire.



**Figure 2.6 :** Semelles isolées de formes diverses.

### II.3.2)- Semelles circulaires (tronconique)

Bien que ces semelles soient peu utilisées du fait de la complication (relative) de leur exécution, sauf en ce qui concerne des ouvrages de très grandes dimensions (silos, réservoirs, tours circulaires, ...etc.), nous en donnerons les éléments principaux



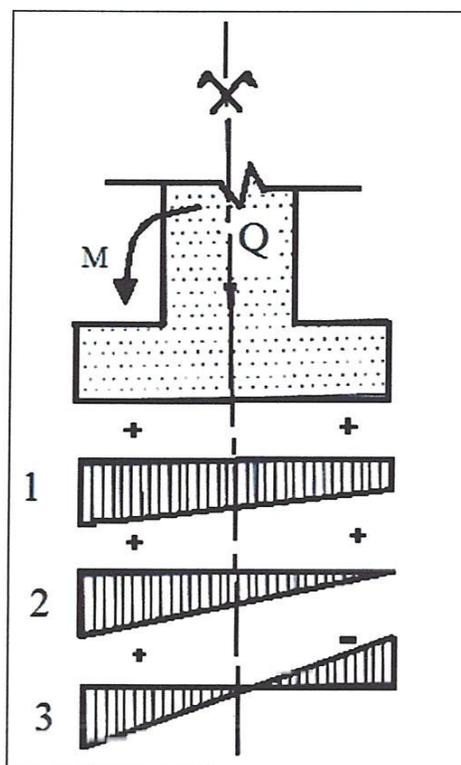
**Figure 2.7 :** Semelles circulaires.

### II.3.3)- Cas particuliers de semelles

- Semelles continues (filantes sous murs ou voiles)-Semelles filantes centrées soumises simultanément (Figure 2.8).

à un effort normal dû à la charge vertical  $Q$

à un effort de flexion dû au moment  $M$



**Figure 2.8 :** Semelles filantes centrées soumises simultanément.

-(Ce moment peut agir dans un sens ou dans l'autre ou dans les deux sens suivant les cas) Suivant l'importance relative de  $M$  et  $A$ , la semelle sera soumise à une excentricité que l'on peut déterminer Par :

$$e = \frac{M}{Q}$$

La répartition des pressions sous la semelle sera soumise étant supposée linéaire n'est plus uniforme comme dans les cas étudiés ci-dessus.

Répartition trapézoïdale : 1

Triangulaire:2

Triangulaire Partielle : 3

C'est la contrainte maximale résultant du diagramme de répartition qui doit être comparée à la contrainte admissible du sol.

Lorsque le moment  $M$  agit dans les deux sens les dispositions adoptées doivent être sémitiques puisque le diagramme fera apparaître les contraintes maximales au droit de chaque arête extérieure.

Il est possible d'admettre le calcul précédent basé sur la théorie des bielles en considérant une situation par excès correspondant à la zone la plus chargée résultant du diagramme de répartition.

- L'encastrement de la semelle et du voile ou mur doit être tel que le moment  $M$  de flexion :
- Soit directement absorbé dans la semelle,
- Soit associé à l'effort normal dans le mur (flexion composée).

#### II.3.4)- Les semelles excentrées (filantes)

##### 1er cas

Le mur ou voile est excentré par rapport à la semelle, mais l'encastrement du mur ou du voile permet de considérer que les réactions du sol sont centrées sur la semelle. Ce cas, la répartition des pressions sur le sol est uniforme. Il y a dans lieu également de réaliser l'encastrement voile/semelle.

##### 2e cas

La semelle est excentrée et le mur (ou voile) transmet des charges centrées sur cette dernière.

La répartition des pressions n'est pas uniforme et on se retrouve dans l'un des trois cas précédents (application simultanée de  $Q$  et de  $M$ ). Il y a dans lieu également de réaliser l'encastrement voile/semelle.

Ce cas n'est pas étudié pour les semelles continues

#### II.4)- Fondations par radiers

##### Généralités

Lorsque le sol est de mauvaise qualité, c'est-à-dire de faible capacité portante, les dimensions des semelles deviennent très importantes et, la limite, telles qu'il n'y a pratiquement plus d'intervalles libres entre elles.

---

*Calcul numérique de la capacité portante pour les fondations superficielles*

Une méthode rapide et simplifiée permet de déterminer rapidement si une solution par semelles (continues ou isolées) est possible,

Soit :  $Q = \sum q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n$  la charge totale transmise au sol par les différents points porteurs de la structure.

Et :  $S_0 = A \times B$  l'emprise de la construction (A et B étant les dimensions principales)

La contrainte admissible pour le sol de fondation et S la surface totale minimale d'assise des fondations

$$S = \frac{Q}{\sigma_a}$$

Si  $S_0 > S$  la solution par semelles est possible

Si  $S_0 = S$  c'est une solution radiée qu'il faudra adopter

Si  $S > S_0$  la solution de fondation superficielle n'est pas possible

Dans le 2<sup>e</sup> cas, si S est légèrement supérieur à  $S_0$  il est encore possible réaliser un radier en effectuant un débord de celui-ci par rapport à l'emprise bâtiment. (Sauf en zone urbaine)

Définition classification

On distingue deux types principaux de radier

- Le radier simple,
- Le radier général.

Le radier simple permet de fonder 2 murs ou 2 files parallèles de poteau (Figure 2.9).

Le radier général intéresse l'ensemble de la construction, c'est-à-dire qu'il répartit sur le sol de fondation l'ensemble des charges transmises par la superstructure et par l'intermédiaire des poteaux, des murs ou des voiles (Figure 2.10).

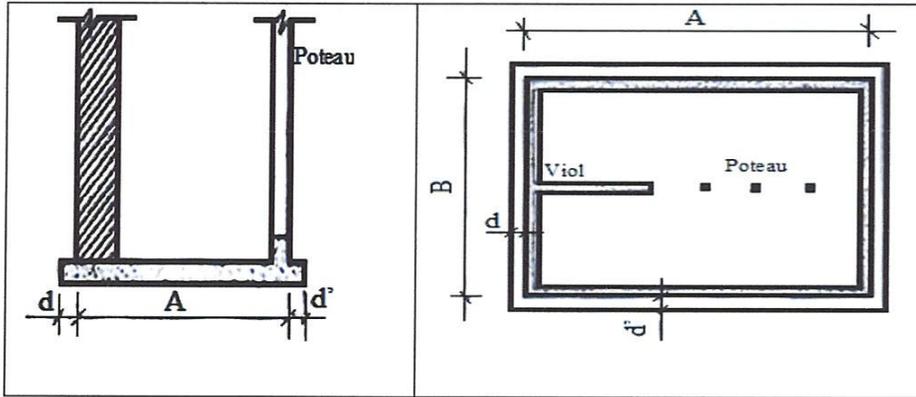


Figure 2.9 : Le radier simple.

Figure 2.10 : Le radier général.

$d$  et  $d'$  : débords extérieurs

#### II.4.1)- Le radier plan épais

C'est le plus simple et moins coûteux consistant à réaliser une dalle épaisse de 15 à 40 cm (ou plus selon les portées et les charges) débordant ou non des murs ou des poteaux par un porte-à-faux. Ce système fonctionne, comme d'ailleurs tous les radiers, de la même manière qu'un plancher renversé soumis aux forces de réactions du sol agissant du bas vers le haut.

Même dans le cas où les pressions sur le sol, sont faibles, la valeur des réactions à prendre en compte dans le calcul à la flexion de dalle de radier est importante ce qui motive.

- Une épaisseur élevée,
- Un ferrailage, sérieux.

#### II.4.2)- Le radier plan nervuré

Lorsque l'espacement entre les deux murs latéraux est plus important on réalise, comme pour un plancher classique, un plancher nervuré comportant.

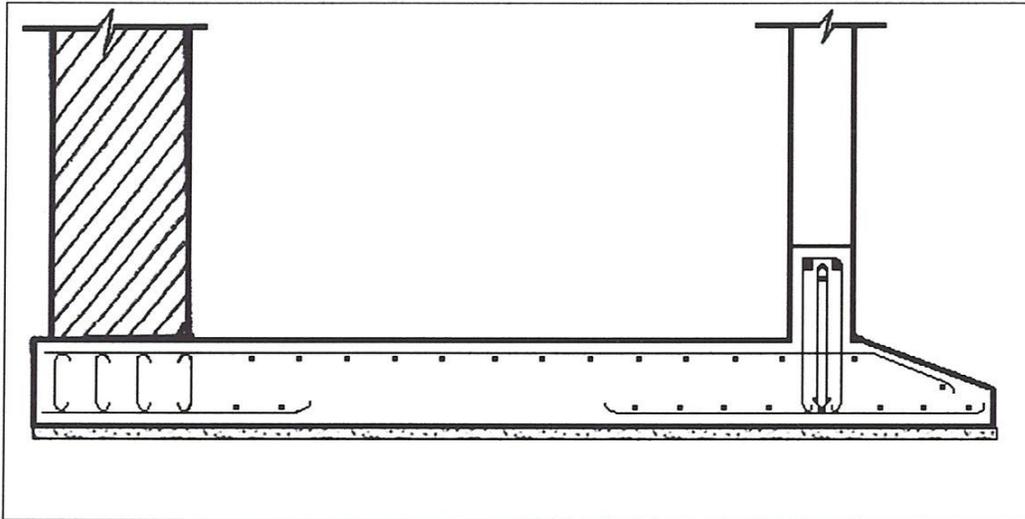


Figure 2.11 : Le radier plan nervuré.

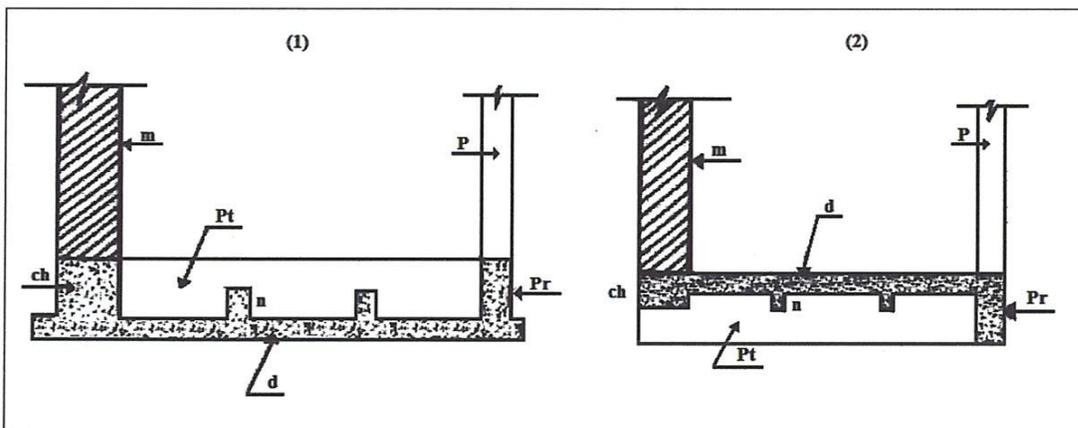


Figure 2.12 : Le radier plan nervuré.

N : Nervure

d : Dalle radier

P : Poteau

Pt : Poutre transversale

ch : Chaînage

pr : Poutre de rive

m : Mur (maçonnerie) ou voile en B.A

- Un hourdis mince appuyé sur des nervures ou poutres secondaires s'appuyant elles-mêmes sur des poutres principales reliant les deux murs extrêmes ou les deux files extrêmes de Poteaux.

- Des débords latéraux peuvent être également nécessaires.

La disposition la plus courante et la plus rationnelle consiste à placer le hourdis à la partie inférieure directement sur le sol de fondation (par intermédiaire d'un béton de propreté).

L'inconvénient de ce système est qu'il faut remplir les intervalles entre nervures et poutres ce qui alourdit la construction.

D'où une seconde disposition (2) moins rationnelle mais plus pratique consistant à placer le hourdis en Partie haute.

Dans ce cas, bien que le radier soit organisé comme un plancher courant de structure, il faut noter qu'il fonctionne toujours comme un plancher renversé sous l'action des réactions du sol.

#### II.4.3)- Le radier vouté

Dans ce cas le radier comporte

Un hourdis en voûte inversée dont l'épaisseur est en fonction de la portée et des charges (12 à 20cm) La forme courante est un arc de cercle ou de parabole et la flèche  $f$  est de l'ordre de :

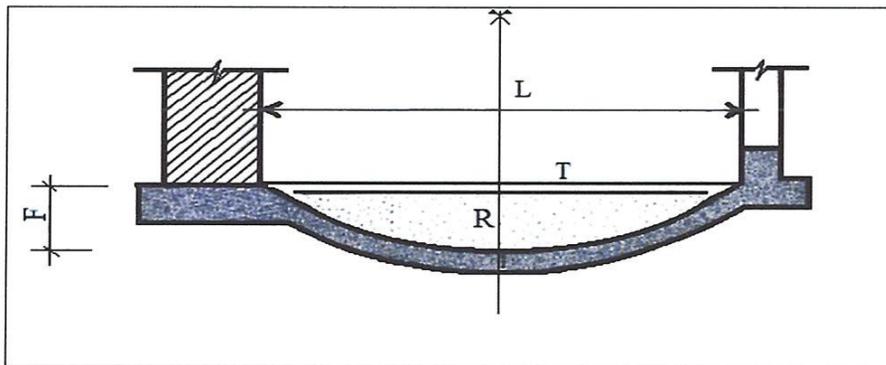


Figure 2.13 : Le radier vouté.

R : Remblai, T : Tirant

Des poutres raidisse uses, en général plates, au droit des murs ou des files de poteaux destinées à reprendre les- poussées horizontales transmises par le hourdis, les appuis de ces poutres horizontales sont constituées par les tirants qui relient les poutres entre elle à intervalles réguliers (3 à 4 cm).

Il est prudent, même si le terrain peut éventuellement encaisser des butées de toujours prévoir des tirants, sauf, si des massifs ou ouvrages format culées sont capable d'absorber les poussées correspondantes.

En effet, lorsque l'on est amené à fonder sur radier une construction c'est qu'en général le terrain d'assise est de qualité médiocre et que les caractéristiques générales de ce terrain, y compris la butées, sont faibles. Par ailleurs, il faut éviter de réaliser les tirants noyés dans un dallage, ils doivent être placés sous ce dernier et traités de manière indépendante. Les travaux de canalisations enterrés doivent en tenir compte a fin d'éviter de les couper.

#### II.4.4)- Les radiers généraux

Types utilisés ce sont les mêmes que pour les radiers simples

##### A)- Radier épais

On distingue

- Les radiers dallent d'épaisseurs constantes, assimilables du point de vue calcul :
- Aux planchers dalles (1)

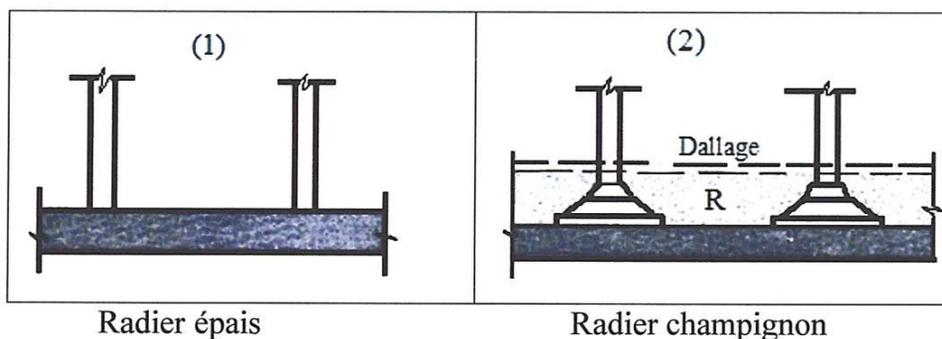


Figure 2.14 : Les radiers généraux.

- Ou planchers à Poutres noyées

- Les radiers champignons assimilables du point de vue du calcul et des dispositions constructives aux planchers champignons (2).

L'inconvénient majeur de ce dernier type de radier est qu'il ne permet pas d'utiliser directement le dessus de la dalle champignon pour l'aménagement d'une haire horizontale (sous-sol, parking, entrepôt,... etc).

### B)- Radier nervuré

Suivant l'implantation des points porteurs de la superstructure (poteaux, voiles ou murs) l'organisation générale du radier sera la même que celle d'un plancher (renversé) c'est-à-dire qu'on pourra avoir:

Soit des murs, Voiles ou files de poteaux parallèles, régulièrement espacés ou non ; système conduisant à un réseau de poutres secondaires ou nervures.

Soit des poteaux implantés selon une maille carrée ou rectangulaire, conduisant à une Poutraison croisée.

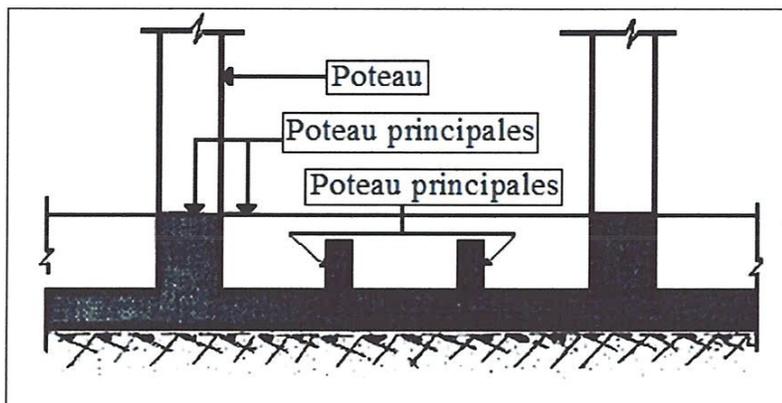


Figure 2.15 : Radier nervuré.

Dans les deux cas ci-dessus, un hourdis assure la transmission à la poutraison des réactions du sol.

La difficulté de calcul de ce type de radier provient, en général, du fait que les points d'appui ne sont pas tous également chargés et que des hypothèses simplificatrices doivent être faites.

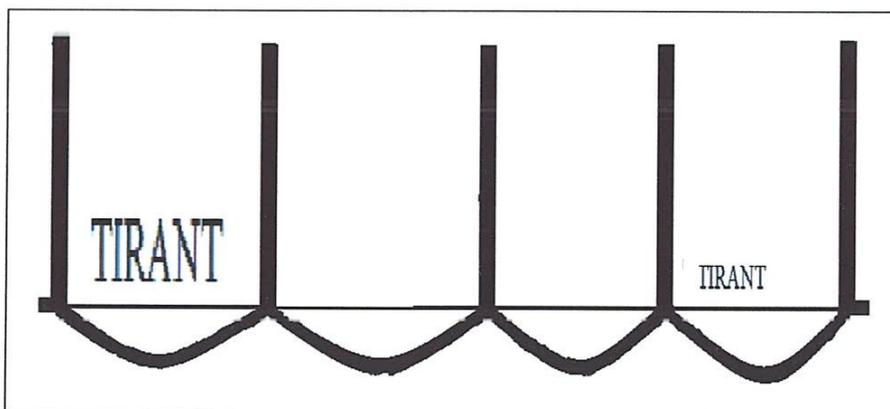
Compte tenu, par ailleurs, que les réactions du sol correspondent à une surcharge élevée, on a toujours affaire à des ouvrages importants, lourds et peu économiques.

A)- Les radiers voûtés à berceaux multiples (Figure 2.16).

Le calcul est le même que pour un berceau, c'est-à-dire que les poussées des Voûtes doivent être reprises par des tirants, cependant lorsque l'on a affaire à une série de voûtes identiques (même portée, même flèche) les tirants ne sont nécessaires que dans les travées de riv.

Les poutres horizontales peuvent être également supprimées sur les appuis intermédiaires.

Dans le cas où les voûtes ont des portées inégales, il est encore possible d'équilibrer les poussées (Figure 2.16).



**Figure 2.16 : Radier nervuré.**

B)- Les radiers à voûtes d'arêtes qui peuvent être assimilés à des radiers plans du type champignon.

Ces ouvrages de moins en moins utilisés comptent tenu

- Des sujétions d'exécution.
- De l'obligation de remblayer les creux des voûtes dans le cas d'utilisation de la surface inférieure,
- De la mise en place de tirants (partiels) ou de nécessité de trouver des butées satisfaisantes;

Ce type a parfois été utilisé dans la réalisation de réservoirs d'eau potable.

# Chapitre

# III

## *Méthode de calcul de la capacité portante*

*Calcul numérique  
de la capacité portante  
pour les fondations superficielles*

### III.1)- Capacité portante des fondations superficielles

Un certain nombre de règles de l'art doivent être respectées lorsque l'on construit une fondation superficielle, mais, contrairement aux autres fondations (pieux, caissons, etc.), la méthode précise de construction ou d'installation n'est pas un paramètre qui influe sur sa portance ou son tassement. Le seul paramètre qui influe sur les contraintes d'interaction avec le sol est sa rigidité et, notamment pour le calcul du tassement, on doit distinguer entre fondation souple et fondation rigide.

Deux types de méthodes de calcul de la capacité portante sont développées dans ce qui suit : les méthodes à partir des résultats des essais de laboratoire, c'est-à-dire à partir de la cohésion et de l'angle de frottement (méthodes classiques, dites méthodes  $c-\varphi$ ) et les méthodes à partir des résultats -des essais in situ, c'est-à-dire à partir de la pression limite  $p_1$  du plessimètre Ménard ou à partir de la résistance pointe  $q''$  du pénétromètre statique CPT.

Il existe bien d'autres méthodes de calcul à partir des résultats d'essais in situ. Citons la méthode à partir des résultats d'essais de pénétration au carottier (Standard Pénétration research board (TRB) [14]

La méthode à partir de SPT comme celles à partir du plessimètre Ménard ou du CpT sont des méthodes empiriques directes (c'est-à-dire qu'elles relient directement, par corrélation, la portance de la fondation aux résultats de l'essai en place), il existe également des méthodes indirectes qui proposent d'abord de déterminer les paramètres de résistance du sol à partir des résultats de l'essai, puis, ensuite, d'appliquer la méthode  $\ll c-\varphi \gg$ . C'est le cas, par exemple, des méthodes basées sur les résultats d'essai au dilatomètre plat Marchette DMT.

Dans certains cas, on peut envisager de baser l'estimation de la portance d'une fondation sur un essai de chargement statique [8]. Pour les fondations superficielles, cet essai est peu répandu, notamment parce que la méthode d'exécution n'a que des effets marginaux, contrairement au cas des fondations profondes.

### III.1.1)- Calcul de la capacité portante à partir des essais de laboratoire (méthode $c - \varphi$ )

Le calcul de la capacité portante des fondations superficielles à partir de  $c$  et  $E$  est probablement le problème le plus connu de la mécanique des sols contemporaine et tous les manuels du domaine y font largement référence. Pour la définition des paramètres de résistance au cisaillement  $c$  et  $\varphi$ , à court terme (en contraintes totales) et à long terme (en contraintes effectives), ainsi que pour les méthodes de détermination de ces paramètres en laboratoire, on se reportera à la référence [13].

#### III.1.1.1)- Semelle filante. Charge verticale et centrée

Dans le cas d'une semelle filante, la contrainte de rupture sous charge verticale centrée est obtenue par la relation générale suivante (méthode de superposition de Terzaghi, figures 3.1 et 3.2).

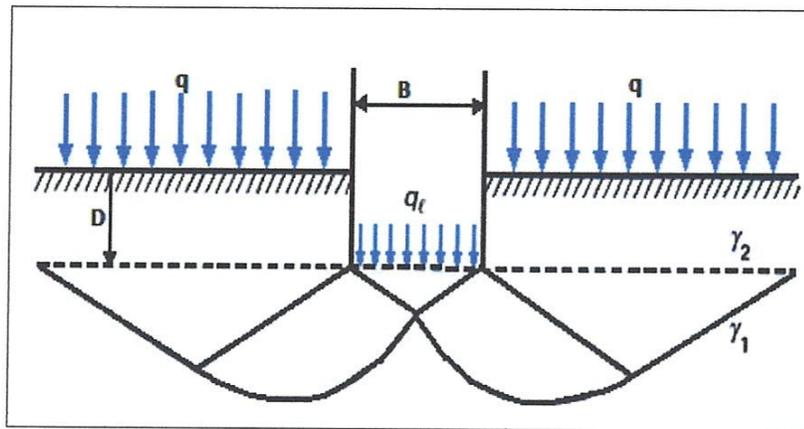
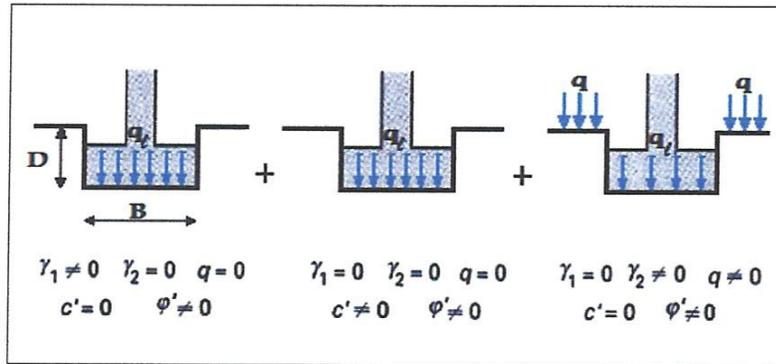


Figure 3.1 : Schéma de rupture d'une fondation superficielle.



**Figure 3.2 :** Capacité portante- Méthode de superposition de Terzaghi (méthode  $c-\varphi$ ).

$$q_l = \frac{1}{2} \gamma_1 \cdot B \cdot N_\gamma(\varphi) + c \cdot N_c(\varphi) + (q + \gamma_2 \cdot D) \cdot N_q(\varphi) \quad (2) \checkmark$$

Avec

$q_l$       Contrainte de rupture (capacité portante par unité de surface),

$\gamma_1$       Poids volumique du sol sous la base de la fondation,

$\gamma_2$       Poids volumique du sol latéralement à la fondation,

$q$       Surcharge verticale latérale à la fondation,

$c$       Cohésion du sol sous la base de la fondation,

$N_\gamma(\varphi)$  ,  $N_c(\varphi)$  et  $N_q(\varphi)$  facteurs de portance, ne dépendant que de l'angle de frottement interne ( $\varphi$ ) du sol sous la base de la fondation.

Les différents termes sont les suivants.

Le premier terme  $\frac{1}{2} \gamma_1 B N_\gamma(\varphi)$  est le terme de surface (ou de pesanteur), car il est

fondation de la largeur de la fondation  $B$  et du poids volumique  $\gamma_1$  du sol sous la fondation. C'est la charge limite (théorie rigide plastique) pour un massif pesant et frottant uniquement ;

Le deuxième terme  $cN_c(\varphi)$  est le terme de cohésion. C'est la charge limite pour un sol frottant et cohésion, mais non pesant ;

Le troisième terme  $q + \gamma_2 D) N_q(\varphi)$  est le terme de surcharge ou de profondeur. C'est la charge limite pour un sol uniquement frottant et chargé latéralement ( $\gamma_2$  est le poids volumique du sol au-dessus du niveau de la base).

La méthode de superposition de Terzaghi consiste donc simplement à additionner ces trois termes. On peut, en effet, montrer qu'elle donne une valeur par défaut de la charge limite et l'approximation faite est du côté de la sécurité.

Dans l'application pratique de cette méthode, on doit distinguer, selon la mécanique des sols classique, le calcul à court terme en conditions non drainées (en contraintes totales) et le calcul à Long terme en conditions drainées (en contraintes effectives).

#### A)- Calcul en conditions non drainées

Lorsque le sol porteur est un sol fin cohérent saturé, on doit faire un calcul à court terme, en contraintes totales. Le sol est caractérisé par sa cohésion non drainée  $c_u$ . On prend :

$$C=C_u \text{ et } (\varphi) = 0 \quad (3)$$

Il en résulte  $N_\gamma = 0$  et  $N_q = 1$  don pour une semelle filante

$$q_l = C_u N_c(0) + q + \gamma_2 D$$

$$\text{Avec } N_c(0) = \pi + 2 \quad \text{pour les fondations lisses}$$

$$N_c(0) = 5.71 \quad \text{pour les fondations rugueuses}$$

$\gamma_2$  Est le poids volumique total du sol latéral. Il n'y a pas lieu de tenir compte de la poussée d'Archimède dans  $F_w$ . En d'autres termes, on ne déjauge pas la fondation.

**B)- Calcul en conditions drainées**

Le calcul à long terme pour les sols cohérents et le calcul dans les sols pulvérulents sont des calculs en conditions drainées, en contraintes effectives. Les paramètres de résistance drainés sont:

$$C = C' \quad \text{et} \quad (\varphi) = \varphi'$$

Dans ce cas, et toujours pour une semelle filante

$$q_l = \frac{1}{2} \gamma_1' B N_\gamma(\varphi') + c' N_c(\varphi') + (q + \gamma_2' \cdot D) N_q(\varphi') \quad (4)$$

Avec  $\gamma_1'$  et  $\gamma_2'$

Poids volumique effectifs

Il y a lieu de déjauger les poids volumiques si les sols correspondants sont immergés (et on tient compte de la poussée d'Archimède sur la fondation dans  $f_w'$ , c'est-à-dire que l'on l'on déjauge également le poids de la fondation) :

$$\gamma' = \gamma - \gamma_w$$

Avec

$\gamma$  : Poids volumique total du sol,

$\gamma_w$  : Poids volumique de l'eau.

Ainsi pour la nappe affleurant à la surface (sol saturé) :

$$q_l = \frac{1}{2} (\gamma_1 - \gamma_w) B N_\gamma(\varphi') + c' N_c(\varphi') + [q + (\gamma_2 - \gamma_w) D] N_q(\varphi') \quad \text{et pour une nappe}$$

à grande profondeur (sol sec) :

$q_t = \frac{1}{2} \gamma_1 B N_\gamma(\varphi') + c' N_c(\varphi') + (q + \gamma_2 D) N_q(\varphi')$  Pour les valeurs des facteurs de portance sans dimension  $N_c(\varphi')$  et  $N_q(\varphi')$  on utilise la solution classique de Prandtl (solution exacte)

$$N_q = \exp(\pi \tan \varphi') \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi'}{2} \right) \text{ et } N_c = (N_q - 1) \cot \varphi'$$

Ces valeurs sont données sur la figure 3.3 et dans le tableau 3.1.

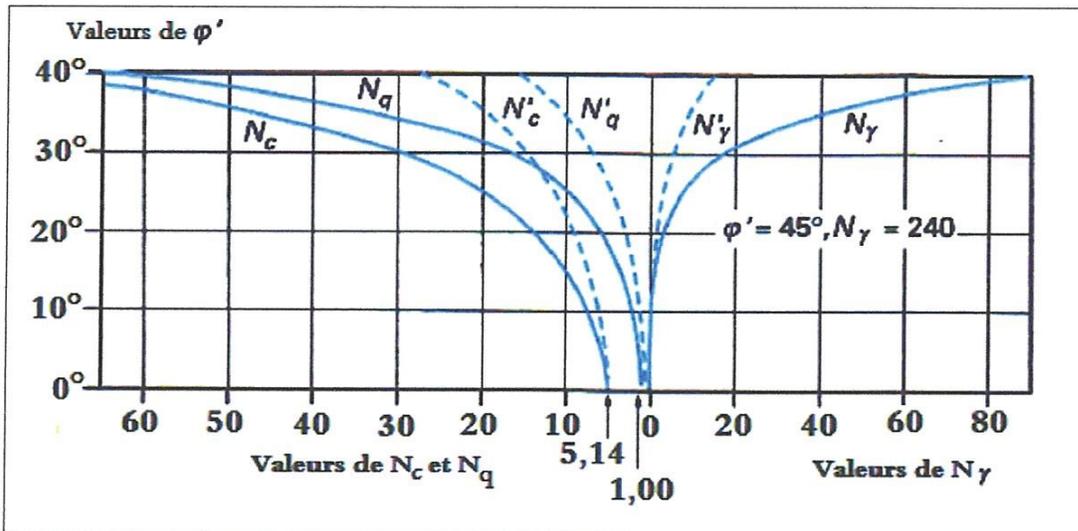
Il existe diverses recommandations concernant les valeurs du facteur de portance  $N_\gamma(\varphi')$

Pour lequel on ne dispose pas d'une solution exacte. Le projet d'eurocode 7-1 [6] préconise l'expression suivante

$$N_\gamma = 2(N_q - 1) \tan \varphi'$$

Lorsque la base est rugueuse (pour un angle de frottement fondation-sol supérieur à  $\frac{\varphi'}{2}$ ) Les valeurs de  $N_\gamma$  retenues par le DTU 13.12 [9] sont données dans le tableau 3.1 [10]. Elles sont légèrement inférieures à celles du projet d'Eurocode 7-1 (voir [6]) ✓

$\varphi'$	$N_c$	$N_\gamma$	$N_q$
0°	5.14	0	1.00
15°	6.50	0.10	1.60
10°	8.40	0.50	2.50
15°	11.00	1.40	4.00
20°	14.80	3.50	6.40
25°	20.70	8.10	10.70
30°	30.00	18.10	18.40
35°	46.00	41.10	33.30
40°	75.30	100.00	46.20
45°	134.00	254.00	135.00

Tableau 3.1 : valeurs de  $N_c \varphi$ ,  $N_\gamma \varphi$ ,  $N_q \varphi$  [9]Figure 3.3 : Valeurs de  $N_c \varphi$ ,  $N_\gamma \varphi$ ,  $N_q \varphi$  et  $N'_q \varphi$  recommandées par Terzaghi et Peck [22] Les valeurs de  $N_\gamma$  sont dues à Meyerhof [16]

Pour les semelles filantes sols mous ou lâches, Terzaghi et Peck recommande d'utiliser

$\frac{1}{2}c'$  et  $\frac{1}{2}q'$  en lieu et place de  $c'$  et  $q'$ , pour tenir compte de la rupture localisée et non généralisée. Les valeurs des courbes en tireté ( $N'_{c'}$ ,  $N'_{q'}$  et  $N'_{\gamma'}$ ) correspondent à  $\frac{2}{3}\varphi'$ .

### III.1.1.2)- Influence de la forme de la fondation. Charge verticale et centrée

La relation (2) est modifiée par l'introduction des coefficients multiplicatifs  $s_{\gamma}$ ,  $s_c$  et  $s_q$  pour tenir compte de la forme :

$$q_l = \frac{1}{2} s_{\gamma} \gamma_1 B N_{\gamma}(\varphi) + s_c c N_c(\varphi) + s_q (q + \gamma_2 D) N_q(\varphi) \quad (5)$$

Les valeurs de Terzaghi sont données dans le tableau 2. Pour les fondations rectangulaires ou carrées, le DTU 13,12 [9] retient les mêmes valeurs.

Les propositions de l'Eurocode 7-1 [6] sont très semblables pour les conditions non drainées. Elles sont sensiblement différentes pour les conditions drainées, en ce qui concerne  $s_c$  et  $s_q$  (tableau 3).

Quoi qu'il en soit, lorsque l'on passe d'une fondation carrée (ou circulaire) ( $B/L = 1$ ) à une fondation rectangulaire ( $B/L < 1$ ), on remarque que les différentes propositions reviennent à:

- Accroître le terme de surface (ou de pesanteur), pour les conditions drainées;
- Laisser égal ou diminuer le terme de surcharge (ou de profondeur) ;
- Diminuer le terme de cohésion.

Fondations	Rectangulaires ou carrées $\frac{B}{L} = 1$	Circulaires
$s_y(1)$	$1 - 0,2 \frac{B}{L}$	0,8
$s_c$	$1 + 0,2 \frac{B}{L}$	1,2
$s_q$	1	1

(1) Conditions drainées, seulement.

**Tableau 3.2** : Coefficients de forme. Valeurs de Terzaghi.

(Conditions non drainées et drainées).

Fondations	Conditions non drainées		Conditions drainées	
	rectangulaires	carrées ou circulaires (B/L=1)	rectangulaires	Carrées ou circulaires (B/L=1)
$s_y$			$1 + 0,3 \frac{B}{L}$	0,7
$s_c$	$1 + 0,2 \frac{B}{L}$	1,2	$\frac{(1 + \frac{B}{L} \sin \varphi') N_q - 1}{N_q - 1}$	$\frac{(1 + \sin \varphi') N_q - 1}{N_q - 1}$
$s_q$	1	1	$1 + \frac{B}{L} \sin \varphi'$	$1 + \sin \varphi'$

**Tableau 3.3** : Coefficients de forme [6].

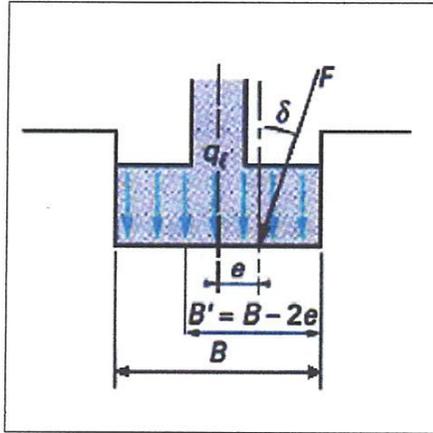
## III.1.1.3)- Influence de l'inclinaison et de l'excentrement de la charge

## A)- Influence de l'inclinaison

Lorsque la charge appliquée à la fondation est inclinée par rapport à la verticale, il y a lieu d'appliquer la relation suivante :

$$q_t = \frac{1}{2} i_y s_y \gamma_1 B N_\gamma(\varphi) + i_c s_c c N_c(\varphi) + i_q s_q (q + \gamma_2 D) N_q(\varphi) \quad (6)$$

Avec  $i_y$ ,  $i_c$  et  $i_q$  coefficients minorateurs (inférieurs à 1).



**Figure 3.4 :** Inclinaison et excentrement d'une charge dans la direction parallèle à B.

Dans le cas d'une inclinaison créée par une charge horizontale parallèle à B (figure 3.4), d'angle  $\delta$  par rapport à la verticale, le DTU 13.12 [9] propose les relations suivantes pour les coefficients  $i_y$ ,  $i_c$  et  $i_q$  dues à Meyerhof [19] :

$$i_y = \left(1 - \frac{\delta}{\varphi}\right)^2 \quad (7)$$

$$i_c = i_q = \left(1 - 2\delta \frac{2\delta}{\pi}\right)^2 \quad (8)$$

Dans le cas d'un sol purement cohérent (argile) et dans le cas d'un sol purement frottant (sable), Meyerhof [18] a également donné des solutions pour les fondations filantes sous la forme de facteurs de portance  $N_{cq}$  (combinaisons de  $N_\gamma$  et  $N_q$ ), dépendant de l'angle de frottement  $\varphi$ , de l'inclinaison  $\delta$  et de l'encastrement  $D/B$  (figure 3.5). Ces solutions peuvent être résumées par les coefficients de réduction du tableau 4.

Le projet d'Eurocode 7-1 propose des relations plus compliquées, fonction de l'aire réduite  $A'$  de la surface de base de la fondation qui tient compte des excentremets de la charge dans les deux directions:

- En conditions non drainées, pour une charge horizontale H:

$$i_c = 0,5(1 + \sqrt{1 - H/A'c_u})$$

- En conditions drainées, pour une charge horizontale H parallèle à L et une charge

verticale V:

$$i_c = i_y = 1 - \frac{H}{V + A'c' \cot \varphi'}$$

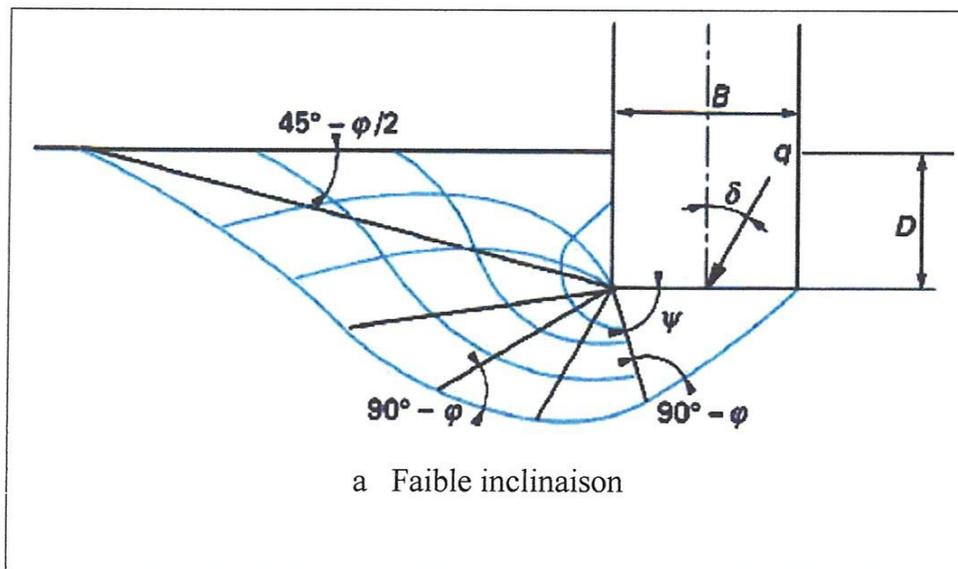
$$i_c = \frac{(i_q N_q - 1)}{N_q - 1}$$

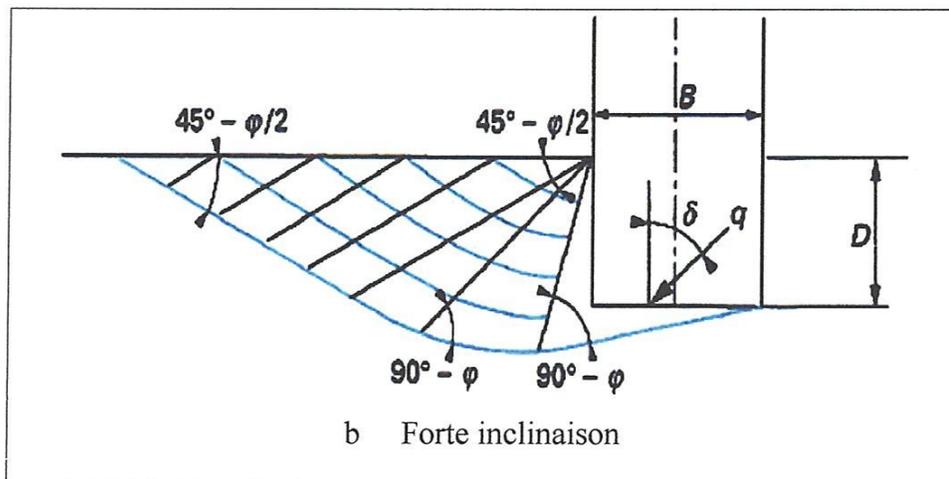
- En conditions drainées, pour une charge horizontale H parallèle à B et une charge verticale V :

$$i_q = \left( \frac{1 - 0,7H}{V + A'c' \cot \varphi'} \right)^3 \quad i_y = \left( \frac{1 - H}{V + A'c' \cot \varphi'} \right)^3 \quad i_c = \frac{(i_q N_q - 1)}{N_q - 1}$$

Sol	D/B	Inclinaison de la charge $\delta$						
		0°	10°	20°	30°	45°	60°	90°
Argiles	0 à 1	1,0	0,8	0,6	0,40	0,25	0,15	0
$\frac{N_{cq}(\delta)}{N_{cq}(0)}$								
Sables	0	1,00	0,5	0,2	0 pour $\delta = \varphi$			
$\frac{N_{\gamma q}(\delta)}{N_{\gamma q}(0)}$	1	1,00	0,6	0,4	0,25	0,15	0,05	0

**Tableau 3.4 :** Ordre de grandeur des valeurs des coefficients réducteurs sur  $N_{cq}$  (argiles) et  $N_{\gamma q}$  (sables).





**Figure 3.5 :** Solution de Meyerhof pour une fondation filante sous charge inclinée.

#### B)- influence de l'excentrement de la charge

Dans le cas d'une charge d'excentrement  $e$  parallèle à  $B$ , on applique la méthode de Meyerhof qui consiste à remplacer, dans tout ce qui précède, la largeur  $B$  par la largeur réduite ou effective (figures 3.4 et 3.6):

$$B' = B - 2e$$

Ce qui revient à avoir une fondation centrée sous la charge.

Dans le cas d'un excentrement  $e'$  parallèle à la dimension  $L$ , on procède de même pour cette dimension :

$$L' = L - 2e'$$

La capacité portante totale  $Q_l$  est alors obtenue par :

$$Q_l = q_l B' L' \quad \text{Pour une fondation rectangulaire ou carrée}$$

$$Q_l = \frac{q_l \pi B' B}{4} \quad \text{Pour une fondation circulaire}$$

Avec

$q_l$  : Contrainte de rupture définie ci-avant, incluant tous les coefficients

$c$  : Correctifs éventuels,

$B'$  : Largeur ou diamètre réduit (ou effectif) dans le cas de l'excentrement,

$L'$  : Longueur réduite (ou effective) dans le cas de l'excentrement.

#### III.1.1.4)- Fondations sur sols hétérogènes

Les valeurs des facteurs  $N_\gamma(\varphi)$ ,  $N_c(\varphi)$  et  $N_q(\varphi)$  mentionnées tableau 1 ne sont rigoureusement applicables que si la couche de fondation est homogène (elle peut être caractérisée par une valeur de la cohésion ou de l'angle de frottement interne unique) et si elle a une épaisseur suffisante pour que le mécanisme de rupture puisse entièrement s'y développer. Dans le cas de couches de sols hétérogènes ou ayant

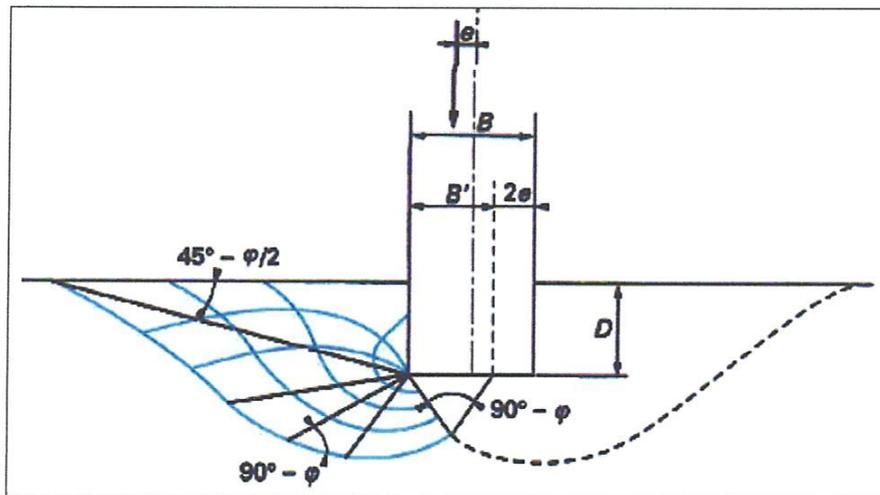


Figure 3.6 : Solution de Meyerhof pour une fondation filante sous charge excentrée.

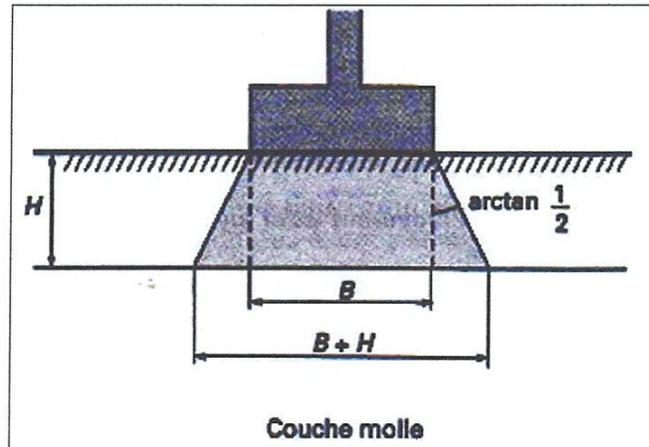


Figure 3.7 : Méthode de la semelle fictive.

Une épaisseur limitée, on dispose de solutions, du moins pour certains cas de figure. Certaines de ces solutions sont données par Giroud et al. [10] sous forme de tables d'un usage aisé. Citons les cas suivants (pour des fondations filantes) :

- couche d'épaisseur finie de sol homogène (solutions de Mandel et Salençon, [11] [12]) ;
- Sol composé de deux couches homogènes ou dont la cohésion croît avec la profondeur (dont les solutions de Button, [4]).

Citons également les solutions de Matar et Salençon [15] pour le cas d'une couche d'épaisseur limitée dont la cohésion croît avec la profondeur.

On pourra s'assurer de la portance d'une couche molle sous-jacente (située au-dessous de la couche porteuse), en appliquant la méthode dite de la < semelle fictive > (figure Figure 3.7 :). Cette méthode consiste à vérifier la portance d'une fondation posée sur le toit de la couche molle et ayant pour largeur celle qui est obtenue en supposant une diffusion avec la profondeur de la contrainte à 1 pour 2 ou avec un angle de  $30^\circ$ . Si la couche porteuse a une épaisseur  $H$ , la largeur de la semelle fictive est alors  $B+H$  dans le cas de la diffusion à 1 pour 2.

### III.2)- Etude de la charge limite d'une semelle isolée horizontale supportant une charge verticale centrée et ancrée dans un sol homogène à surface horizontale

Dans le cas précédent, le problème était à deux dimensions. Ici il est tridimensionnel et la charge limite ne peut être calculée par les méthodes classiques.

On utilise des formules semi-empiriques qui sont obtenues en apportant des termes correcteurs à la formule des fondations continues. Ces corrections sont déduites d'essais sur modèles réduits et des constatations faites sur la charge limite des semelles réelles.

Terzaghi a proposé les formules suivantes :

- Semelle circulaire de diamètre B :

$$q_L = 0,3 \gamma_2 B N_\gamma + \gamma_1 D N_q + 1,3 c N_c$$

- Semelle carrée de côté B :

$$q_L = 0,4 \gamma_2 B N_\gamma + \gamma_2 D N_q + 1,3 c N_c$$

Le DTU 13-1 a donné des formules analogues pour les semelles rectangulaires de largeur B et de longueur L. ces formules ne sont pas parfaitement homogènes car. Pour les semelles rectangulaires de forme allongée ( $L/B = 4$  à  $5$ ) Le résultat est légèrement différent selon que la semelle est considérée comme continue ou isolée.

En restant dans l'esprit du DTU, nous préférons donner la formule générale suivante pour une semelle rectangulaire :

$$q_L = \rho \gamma_2 N_\gamma + \gamma_1 D N_q + (1 + 0,3 B / L) c N_c$$

Avec

$$\rho = \text{Rayon moyen de la semelle} = B / [2 (1 + B / L)].$$

Le terme de cohésion passe donc progressivement de  $1,3 cN_c$  à  $cN_c$  en partant d'une semelle carrée  $B : L$  et en tendant vers une semelle de longueur infinie.

Remarque :

- Pour  $L = 5 B$  limite que nous avons fixé aux semelles continues, l'expression  $1 + 0,3 B / L + 1,06$  au lieu de 1, ce qui est très voisin.
- Pour une semelle carrée,  $\rho = 0,25 B$ , ce qui est conforme au DTU 13- | mais légèrement différent de la formule (11).
- Dans tous les cas, pour obtenir la contrainte admissible, on pourra ne prendre le coefficient de sécurité que sur la surcharge, d'où la formule générale :

$$q_a = \gamma_1 D + \{ \rho \gamma_2 N_\gamma + \gamma_1 D (N_q - 1) + [(1 + 0,3) B / L] c N_c \} / F_s$$

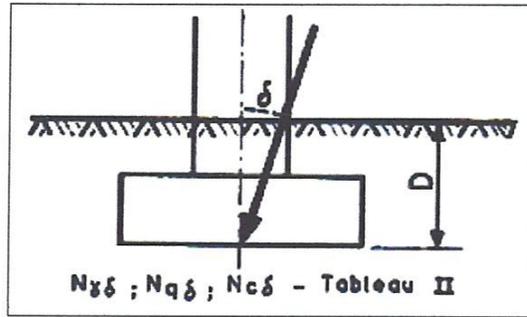
### III.3)- Semelles charges et sol inclinés

Ce problème a été étudié par différents auteurs parmi lesquels nous citerons E. Absi, Y. Le bège, G. Meyerhof, Tràn-Vô-Nhiêm [1], [7], [8] et [11].

Les cas que nous allons examiner conduisent à une réduction de la portance de la semelle. Ces auteurs ont donc défini, à partir de méthodes expérimentales et de calculs analogues à ceux que nous avons étudiés, de nouveaux coefficients  $N_c$ ,  $N_q$  et  $N_\gamma$ , dont les valeurs numériques sont plus faibles que les précédentes.

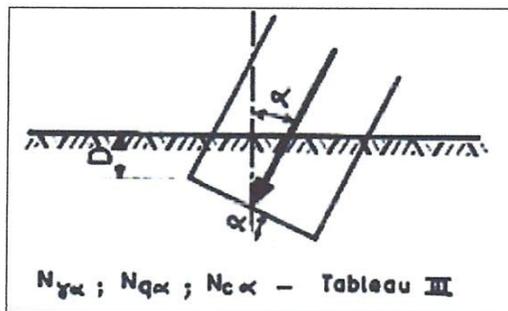
Y. Le bège a défini des coefficients réduits mêmes formules de capacité portante que pour chargées verticalement [8].

Dans les cas les plus simples, la définition des coefficients est donnée sur les figures 3.8 à 3.10 et les valeurs numériques correspondantes sur les tableaux 3.5 à 3.7 ci-après.



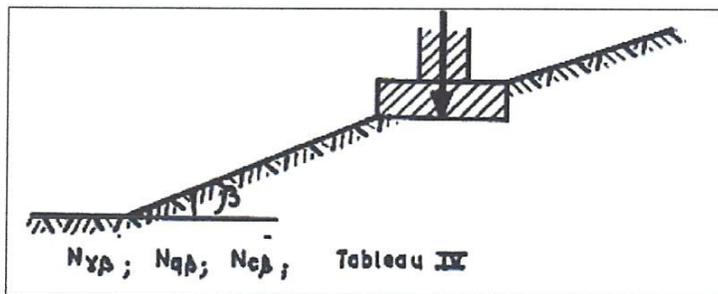
$$N_{\gamma\delta} \quad N_{q\delta} \quad N_{c\delta} \quad (\text{Voire Tableau 3. 5})$$

Figure 3.8 : Semelle horizontale chargée obliquement.



$$N_{\gamma\alpha} \quad N_{q\alpha} \quad N_{c\alpha} \quad (\text{Voire Tableau 3. 6})$$

Figure 3.9 : Semelle inclinée chargée normalement et reposant sur une assise horizontale.



$$N_{\gamma\beta} \quad N_{q\beta} \quad N_{c\beta} \quad (\text{Voire Tableau 3. 7})$$

Figure 3.10 : Semelle horizontale reposant sur une pente et supportant une charge verticale.

$\varphi \backslash \delta$	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
-----------------------------	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----

Coefficient du terme de surface  $N_{\gamma\delta}$ 

10	1	0,14	0							
15	2,3	1,1	0,17	0						
20	5	2,9	1,3	0,26	0					
25	10,4	6,7	3,8	1,8	0,41	0				
30	21,8	14,8	9,2	5,1	2,3	0,5	0			
35	48	32,5	21,1	12,9	7,3	3,1	0,67	0		
40	113	77	51	3	18,6	9,7	4,1	1,1	0	
45	297	196	131	84	50	28	14	5,5	1,5	0

Coefficient du terme de surface  $N_{q\delta}$ 

10	2,5	2,2	1,5							
15	3,9	3,5	2,8	1,9						
20	6,4	5,6	4,7	3,8	2,2					
25	10,7	9,2	7,8	6,3	4,9	2,7				
30	18,4	15,7	13,1	10,7	8,47	6,3	3,2			
35	33,3	28	23,1	18,8	14,8	11,3	8	3,8		
40	64	53	44	34,4	27,2	20,6	15,1	10,3	4,5	
45	135	108	87	68	52	39,2	29,2	20,3	13,3	5,3

Coefficient approché du terme de cohésion  $N_{c\delta} = (N_{q\delta} - \cos \delta) / \tan \phi$ 

10	8,4	6,6	3							
15	11	9,2	6,9	3,3						
20	14,8	12,6	10,2	7,7	3,5					
25	20,7	17,6	14,5	11,5	8,4	3,8				
30	30,1	25,5	21	16,9	13	9,3	4			
35	46	38,5	31,6	25,4	19,8	14,8	10,2	4,1		
40	75	62	51	40	31,2	23,5	17	11,3	4,4	
45	134	107	85	67	51	38,3	28,3	19,5	12,6	4,6
$\varphi \backslash \delta$	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45

 $\delta$  Angle de l'inclinaison de l'effort par rapport à la normale à la semelleTableau 3.5 : Coefficient du terme de surface  $N_{\gamma\delta}$ ,  $N_{q\delta}$  et  $N_{c\delta}$

$\varphi \backslash \delta$	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
-----------------------------	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----

Coefficient du terme de surface  $N_{\gamma\alpha}$ 

10	1,01	1	1	1	1	1	1	1	1	1
15	2,33	2,29	2,24	2,17	2,11	2,03	1,95	1,87	1,82	1,69
20	4,96	4,69	4,42	4,15	3,88	3,64	3,39	3,15	2,92	2,68
25	10,4	9,49	8,66	7,89	7,17	6,55	5,9	5,33	4,8	4,29
30	21,8	19,4	17,2	14,2	13,3	11,8	10,4	9,11	7,96	6,92
35	48	41,2	35,2	31,6	25,8	22,1	18,9	16,1	13,4	11,5
40	113	93,3	76,8	63,7	52,5	43,3	35,6	30	24,2	19,8
45	297	230	181	145	115	91,4	72,6	57,3	45	35,3

Coefficient du terme de surface  $N_{q\alpha}$ 

10	2,47	2,42	2,32	2,25	2,18	2,13	2,06	1,97	1,93	1,87
15	3,91	3,76	3,59	3,42	3,27	3,12	2,98	2,84	2,71	2,59
20	6,4	5,9	5,64	5,3	4,96	4,62	4,37	4,04	3,84	3,6
25	10,7	9,83	9,24	8,35	7,7	7,1	6,54	6,03	5,56	5,13
30	18,4	16,4	15	13,6	12,3	11,2	9,96	9,1	8,24	7,4
35	33,3	29,5	25,9	23,1	20,4	18,1	15,9	14,15	12,5	11,1
40	64,2	55,5	47,7	41,8	35,7	31,5	26,5	22,8	19,8	17,4
45	135	113	95,1	79,9	67,1	56,3	47,4	39,8	33,4	28

Coefficient approché du terme de cohésion  $N_{c\alpha}$  OU  $(N_{q\alpha} - 1)/\tan \phi$ 

10	8,4	8,05	7,51	7,09	6,72	6,40	5,99	5,5	5,29	4,93
15	11	10,3	9,67	9,05	8,47	7,91	7,38	6,87	6,39	5,92
20	14,8	13,4	12,7	11,8	10,9	9,94	9,26	8,35	7,81	7,14
25	20,7	18,9	17,7	15,8	14,4	13,1	11,9	10,8	9,78	8,86
30	30,1	26,6	24,3	21,8	19,6	17,6	15,5	14	12,5	11
35	46,1	40,6	35,6	31,5	27,7	24,4	21,3	18,8	16,4	14,4
40	75,3	64,6	55,7	48,6	41,4	36,5	30,4	26	22,4	19,5
45	134	112	94,1	78,9	66,1	55,4	46,4	38,8	32,4	27
$\varphi \backslash \delta$	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45

$\alpha$  Angle de l'inclinaison de la semelle par rapport à l'horizontale (et de l'inclinaison de l'effort par rapport à la verticale)

**Tableau 3.6** : Coefficient du terme de surface  $N_{\gamma\alpha}$ ,  $N_{q\alpha}$  et  $N_{c\alpha}$

$\varphi \backslash \beta$	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
----------------------------	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----

Coefficient du terme de surface  $N_{\gamma\beta}$ 

10	1,01	1	1	1	1	1	1	1	1	1
15	2,33	2,29	2,24	2,17	2,11	2,03	1,95	1,87	1,82	1,69
20	4,96	4,69	4,42	4,15	3,88	3,64	3,39	3,15	2,92	2,68
25	10,4	9,49	8,66	7,89	7,17	6,55	5,9	5,33	4,8	4,29
30	21,8	19,4	17,2	14,2	13,3	11,8	10,4	9,11	7,96	6,92
35	48	41,2	35,2	31,6	25,8	22,1	18,9	16,1	13,4	11,5
40	113	93,3	76,8	63,7	52,5	43,3	35,6	30	24,2	19,8
45	297	230	181	145	115	91,4	72,6	57,3	45	35,3

Coefficient du terme de surface  $N_{q\beta}$ 

10	2,47	2,42	2,32	2,25	2,18	2,13	2,06	1,97	1,93	1,87
15	3,94	3,76	3,59	3,42	3,27	3,12	2,98	2,84	2,71	2,59
20	6,4	5,9	5,64	5,3	4,96	4,62	4,37	4,04	3,84	3,6
25	10,7	9,83	9,24	8,35	7,7	7,1	6,54	6,03	5,56	5,13
30	18,4	16,4	15	13,6	12,3	11,2	9,96	9,1	8,24	7,4
35	33,3	29,5	25,9	23,1	20,4	18,1	15,9	14,15	12,5	11,1
40	64,2	55,5	47,7	41,8	35,7	31,5	26,5	22,8	19,8	17,4
45	135	113	95,1	79,9	67,1	56,3	47,4	39,8	33,4	28

Coefficient approché du terme de cohésion  $N_{c\beta}$ 

10	8,4	8,05	7,51	7,09	6,72	6,40	5,99	5,5	5,29	4,93
15	11	10,3	9,67	9,05	8,47	7,91	7,38	6,87	6,39	5,92
20	14,8	13,4	12,7	11,8	10,9	9,94	9,26	8,35	7,81	7,14
25	20,7	18,9	17,7	15,8	14,4	13,1	11,9	10,8	9,78	8,86
30	30,1	26,6	24,3	21,8	19,6	17,6	15,5	14	12,5	11
35	46,1	40,6	35,6	31,5	27,7	24,4	21,3	18,8	16,4	14,4
40	75,3	64,6	55,7	48,6	41,4	36,5	30,4	26	22,4	19,5
45	134	112	94,1	78,9	66,1	55,4	46,4	38,8	32,4	27
$\varphi \backslash \beta$	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45

$\beta$  Angle de l'inclinaison du talus par rapport à l'horizontale

**Tableau 3.7 :** Coefficient du terme de surface  $N_{q\beta}$ ,  $N_{q\beta}$  et  $N_{c\beta}$

$$\underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{n}} = \bar{\underline{\underline{t}}} \text{ sur } \Gamma_D$$

Avec

$$\Gamma_D \cap \Gamma_N = \Phi$$

$$\Gamma_D \cup \Gamma_N = \Gamma$$

La formulation par éléments finis consiste à transformer les équations du problème données par l'équation (IV.1). Ceci est obtenu par l'application du principe des travaux virtuels qui nous donne :

$$\int_{\Omega} (\text{div } \underline{\underline{\sigma}} + \underline{\underline{P}}) \delta U \cdot dx = 0 \quad (\text{IV.2})$$

$$\int_{\Omega} \delta U_i (\sigma_{ij,j} + P_i) dx = 0$$

En intégrant par partie, on obtient :

$$\int_{\Omega} [(\delta U_i \cdot \sigma_{ij})_{,j} - \delta U_{i,j} + \delta U_i \cdot P_i] d\Omega = 0 \quad (\text{IV.3})$$

L'application du théorème de divergence nous donne :

$$\int_{\Omega} \delta_{ij} \cdot_j d\Omega = \int_{\Gamma_N} \bar{\underline{\underline{t}}}_i \cdot d\Gamma \quad (\text{IV.4})$$

En remplaçant l'équation (IV.4) dans (IV.3), on obtient :

$$\int_{\Omega} \delta U_{i,j} \cdot \sigma_{i,j} d\Omega - \int_{\Omega} \delta U_i \cdot P_i \cdot d\Omega - \int_{\Gamma_N} \delta U_i \cdot \bar{\underline{\underline{t}}}_i \cdot d\Gamma = 0 \quad (\text{IV.5})$$

L'équation (IV.5), s'écrit sous sa forme forte :

$$\int_{\Omega} \delta \varepsilon^T \underline{\underline{\sigma}} \cdot d\Omega = \int_{\Omega} \delta U^T \cdot \underline{\underline{P}} \cdot d\Omega + \int_{\Gamma_N} \delta U^T \cdot \bar{\underline{\underline{t}}} \cdot d\Gamma \quad (\text{IV.6})$$

L'équation (IV.6) est connue sous les noms : équation du travail virtuel.

L'état de contrainte s'écrit sous forme incrémentales :

$$\underline{\underline{\sigma}}^i = \underline{\underline{\sigma}}^{i-1} + \Delta \underline{\underline{\sigma}} \quad \text{Avec :} \quad \Delta \underline{\underline{\sigma}} = \int \underline{\underline{\dot{\sigma}}} \cdot dt \quad (\text{IV.7})$$

Dans cette équation  $\underline{\underline{\sigma}}^i$ , représente l'état de contrainte actuel qui est inconnu,

$\underline{\underline{\sigma}}^{i-1}$  Représente l'histoire de l'état de contrainte.

$$\underline{\underline{U}} = \bar{\underline{\underline{U}}} \text{ sur } \Gamma_D$$

En substituant la valeur de l'état de contrainte  $\underline{\sigma}^i$  dans l'équation (IV.6), on obtient :

$$\int_{\Omega} \underline{\varepsilon}^T \Delta \underline{\sigma} d\Omega = \int_{\Omega} \delta U^T \cdot \underline{P} \cdot d\Omega + \int_{\Gamma_N} \delta U^T \cdot t^i \cdot d\Gamma_N - \int_{\Omega} \underline{\varepsilon}^T \underline{\sigma}^{i-1} \cdot d\Omega \quad (\text{IV.8})$$

#### IV.2.2)- Discrétion par éléments finis

La discrétisation par éléments finis sert à subdiviser le domaine étudié en éléments de volume, ainsi chaque élément est subdivisé à un certain nombre de nœuds possède un nombre de degré de liberté, dans cette formule, ces degrés de liberté correspondent aux déplacements.

Les champs de déplacement est obtenu à partir des valeurs nodales de chaque élément en utilisant la fonction d'interpolation appelées souvent les fonctions de forme N assemblées dans la matrice  $\underline{U}$ .

$$\underline{U} = \underline{N} \cdot \underline{v} \quad (\text{IV.9})$$

Le champ de déformation s'écrit :

$$\underline{\varepsilon} = \partial \underline{U} = \partial \underline{N} \cdot \underline{v} = \underline{B} \cdot \underline{v} \quad (\text{IV.10})$$

Avec :

$\underline{B}$  : Matrice de déformation.

L'équation (IV.8), Les formuler sous forme discrète :

$$\int_{\Omega} (\underline{B} \cdot \underline{v})^T \Delta \underline{\sigma} \cdot d\Omega = \int_{\Omega} (\underline{N} \cdot \delta \underline{v})^T \cdot \underline{p} \cdot d\Omega + \int_{\Gamma_N} (\underline{N} \cdot \delta \underline{v})^T \cdot d\Gamma_N - \int_{\Omega} (\underline{B} \cdot \delta \underline{v})^T \cdot \underline{\sigma}^{i-1} \cdot d\Omega = 0 \quad (\text{IV.11})$$

$$\delta \underline{v}^T \int_{\Omega} \underline{B}^T \cdot \Delta \underline{\sigma} \cdot d\Omega + \delta \underline{v}^T \int_{\Omega} \underline{N}^T \cdot \underline{p} \cdot d\Omega + \delta \underline{v}^T \int_{\Gamma_N} \underline{N}^T \cdot d\Gamma_N - \delta \underline{v}^T \int_{\Omega} \underline{B}^T \cdot \underline{\sigma}^{i-1} \cdot d\Omega \quad (\text{IV.12})$$

Equation valable pour n'importe quel champ de variation de déplacement admissible,

Donc on peut écrire :

$$\int_{\Omega} \underline{B}^T \cdot \Delta \underline{\sigma} \cdot d\Omega = \int_{\Omega} \underline{N}^T \cdot \underline{p} \cdot d\Omega + \int_{\Gamma_N} \underline{N}^T \cdot d\Gamma_N - \int_{\Omega} \underline{B}^T \cdot \underline{\sigma}^{i-1} \cdot d\Omega \quad (\text{IV.13})$$

Le premier et le second terme de la partie droite de l'équation (IV.13), représentent le vecteur force extérieure à l'état actuel, tandis que le 3ème terme représente le vecteur force interne.

$$\int_{\Omega} \underline{\underline{B}}^T \cdot \Delta \underline{\underline{\sigma}} \cdot d\Omega = \int_{\Omega} \underline{\underline{B}}^T \cdot D^e \cdot \Delta \underline{\underline{\varepsilon}} \cdot d\Omega = \int_{\Omega} \underline{\underline{B}}^T \cdot D^e \cdot B \cdot \Delta U \cdot d\Omega$$

Posons :

$$\underline{\underline{K}} = \int_{\Omega} \underline{\underline{B}}^T \cdot D^e \cdot B \cdot d\Omega : \text{Matrice de rigidité élastique, l'équation (V.13) devient :}$$

$$\underline{\underline{K}}^i \cdot \Delta U^i = f_{ex}^i - f_{in}^{i-1} \Rightarrow \underline{\underline{K}} \cdot \Delta U - \Delta f \quad (\text{IV.14})$$

Système d'équations non linéaire qui sera résolu par une procédure itérative

#### IV.2.3)- Équations constitutives en élastoplasticité

Pour les différents modèles de plasticité, l'incrément de contrainte s'obtient :

$$\Delta \underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{D}}^e \cdot (\Delta \underline{\underline{\varepsilon}} - \Delta \underline{\underline{\varepsilon}}^p) \quad (\text{IV.15})$$

$$\text{Avec : } \Delta \underline{\underline{\varepsilon}} = \Delta \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \Delta \underline{\underline{\varepsilon}}^p$$

Tel que :

$D^e$  : est la matrice élastique de Hooke ;

$\Delta \underline{\underline{\varepsilon}}^e$  : Vecteur des incréments de déformation, élastiques ;

$\Delta \underline{\underline{\varepsilon}}^p$  : Vecteur des incréments de déformation plastiques.

Pour les matériaux élastiques,  $\Delta \underline{\underline{\varepsilon}}^p$  est nul, dans le cas des matériaux dont le comportement est élastoplastique, l'incrément de déformation plastique s'écrit :

$$\Delta \underline{\underline{\varepsilon}}^p = \Delta \lambda \left( \frac{\partial g}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \right)^i \quad (\text{IV.16})$$

Avec :

$\Delta\lambda$  : Multiplicateur plastique.

En remplaçant l'équation (IV.16) dans (IV.15), ainsi dans l'équation (IV.7), on obtient :

$$\underline{\sigma}^i = \underline{\sigma}^{tr} - \Delta\lambda D^e \left( \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right)$$

Avec :

$$\sigma^{tr} = \sigma^{i-1} + \underline{D}^e \cdot \Delta \varepsilon^e \quad (IV.17)$$

Où :

$\sigma^{tr}$  : Etat de contrainte, dans le cas purement élastique.

Le multiplicateur plastique  $\Delta\lambda$ , est obtenu, en résolvant l'équation qui représente la condition de la limite plastique.

$$\Delta\lambda = \frac{\frac{f(\sigma^i)}{f(\sigma^{tr})}}{d+h}$$

Avec :

$$d = \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right)^\sigma \cdot \underline{D}^e \left( \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right)^i$$

G : Le potentiel plastique.

Pour matériaux standard ( $f=g$ )

H : Paramètre d'écrouissage, égal zéro pour les modèles parfaitement plastiques.

En remplaçant la valeur de dans l'équation (IV.17) on obtient :

$$\underline{\sigma}^i = \underline{\sigma}^{tr} - \frac{\langle f(\underline{\sigma}^{tr}) \rangle}{d+h} \cdot \underline{D}^e \left( \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right)^i$$

$\langle \rangle$  Symbole de Mc Canley avec :

$$\langle x \rangle = 0 \quad \text{si } x \leq 0$$

$$\langle x \rangle = n \quad \text{si } \langle x \rangle > 0$$

# Chapitre

V

*Présentation  
du logiciel de calcul  
PLAXIS*

*Calcul numérique  
de la capacité portante  
pour les fondations superficielles*

### V.1)- introduction

Le code de calcul par éléments finis PLAXIS a été développé en premier lieu à l'université technologique de Delft en 1987. Dans les années suivantes, ce code, initialement réalisé pour analyser les digues en sols argileux, a vu son champ d'application de développer largement afin de prévoir traiter les différents types de problèmes géotechniques. Il permet d'analyser des problèmes élastiques, élastoviscoplastiques en 2D ou 3D. Pour une description détaillée du code PLAXIS, le lecteur pourra se référer au manuel d'utilisation de PLAXIS (Brinkgreuve ; 2002).

### V.2)- Lois de comportement utilisées dans Plaxis

Les modèles de comportement de sols sont très nombreux : depuis le modèle élastique-plastique de Mohr-Coulomb jusqu'aux lois de comportement les plus sophistiquées, permettant de décrire presque tous les aspects du comportement élasto-plastique des sols, aussi bien sous des sollicitations monotone que cyclique. Ces modèles ont été développés dans le but d'être intégrés dans des calculs par éléments finis. Dans ce schéma, la modélisation par éléments finis permet de résoudre le problème aux limites en tenant compte, par une loi de comportement réaliste, du comportement réel du sol. Deux difficultés majeures ont empêché la réalisation complète de ce schéma : d'une part les lois de comportement qui décrivent bien le comportement des sols sont complexes, la seconde difficulté est l'intégration de ces lois de comportement dans des codes de calcul par éléments finis, bi ou tridimensionnels. Peu de codes sont opérationnels actuellement, avec des lois sophistiquées. Les modèles de comportement disponible dans PLAXIS sont :

- Modèle élastique linéaire ;
- Modèle de Mohr-Coulomb ;
- Modèle de sol avec écrouissage (Hardening Soil Model) ;
- Modèle "SSM", pour les sols mous ;
- Modèle "SSCM", pour les sols mous avec effet du temps.

Le logiciel PLAXIS, dispose (depuis la version 8.0) d'une option permettant à l'utilisateur d'implémenter ses propres lois de comportement des matériaux.

#### V.2.1)- Modèle élastique linéaire

Le modèle élastique utilisé dans PLAXIS est classique. Les tableaux de rentrée des données demandent le module de cisaillement  $G$  et le coefficient de Poisson  $\nu$ . L'avantage de  $G$  est d'être indépendant des conditions de drainage du matériau ( $G_u = G'$ ), ce qui n'est pas le cas des modules d'Young : le module de Young non drainé est supérieur au module de Young drainé. Il aurait pu sembler logique, si  $G$  est utilisé comme paramètre élastique, d'utiliser  $K$  comme second paramètre. D'une part  $K_u$  est infini (correspondant à  $\nu_u = 0.5$ ) et il est moins courant d'emploi.  $G$  est en fait le module mesuré dans les essais pressiométriques. On passe de  $G$  à  $E$  par la relation :

$$E = 2 G (1 + \nu)$$

Le modèle élastique de PLAXIS peut être employé surtout pour modéliser les éléments de structures béton ou métal en interaction avec le sol. Il peut aussi être intéressant pour certains problèmes de Mécanique des Roches

#### V.2.2)- Le modèle de Mohr-Coulomb

Le modèle de Mohr-Coulomb demande la détermination de cinq paramètres (figure 4.1). Les deux premiers sont  $E$  et  $\nu$  (paramètres d'élasticité). Les deux autres sont  $c$  et  $\phi$ , respectivement, la cohésion et l'angle de frottement. Ce sont des paramètres classiques de la géotechnique, certes souvent fournis par des essais de laboratoire, mais nécessaires à des calculs de déformation ou de stabilité.

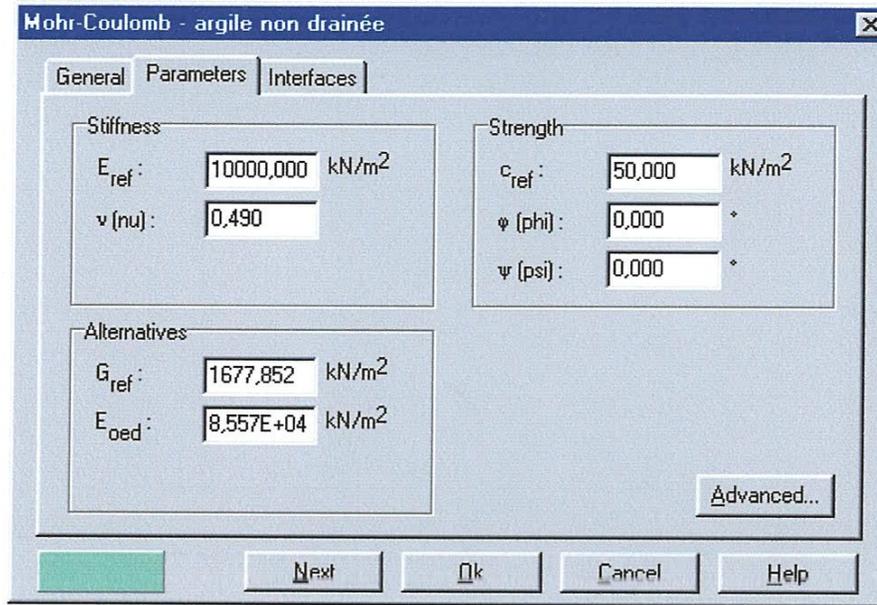
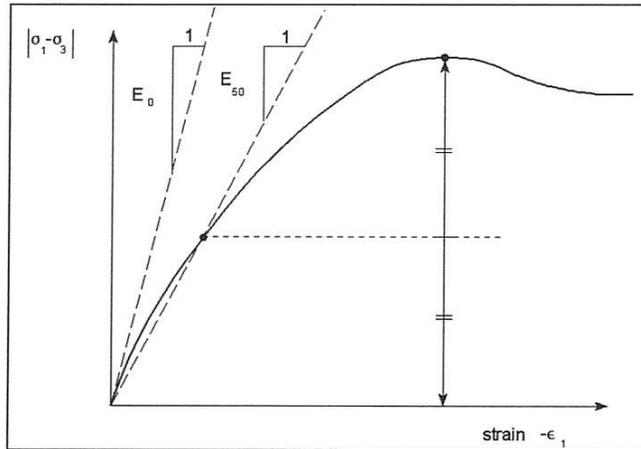


Figure 5.1 : Fenêtre des paramètres de Mohr-Coulomb.

#### V.2.2.1)- Module de Young

Le choix d'un module de déformation est un des problèmes les plus difficiles en géotechnique. Le module de déformation varie en fonction de la déformation et en fonction de la contrainte moyenne. Dans le modèle de Mohr-Coulomb, le module est constant. Il apparaît peu réaliste de considérer un module tangent à l'origine (ce qui correspondrait au  $G_{\max}$ , mesuré dans des essais dynamiques ou en très faibles déformations). Ce module nécessite des essais spéciaux. Il est conseillé de prendre un module "moyen", par exemple celui correspondant à un niveau de 50% du déviateur de rupture (voir figure 5.2). L'utilisateur doit rester conscient de l'importance du choix du module qu'il prendra en compte. Il n'y a là rien d'étonnant et la même question se retrouve par exemple dans tout calcul classique de fondation, par exemple.



**Figure 5.2** : Définition du module à 50% de la rupture.

Dans les boîtes de dialogues, on peut aussi rentrer le gradient donnant la variation du module avec la profondeur.

#### V.2.2.2)- Coefficient de Poisson

On conseille une valeur de 0,2 à 0,4 pour le coefficient de Poisson. Celle-ci est réaliste pour l'application du poids propre (procédure  $K_0$  ou chargement gravitaire). Pour certains problèmes, notamment en décharge, on peut utiliser des valeurs plus faibles. Pour des sols incompressibles, le coefficient de Poisson s'approche de 0,5 sans que cette valeur soit utilisable.

#### V.2.2.3)- Angle de frottement

PLAXIS ne prend pas en compte une variation d'angle de frottement avec la contrainte moyenne. L'angle de frottement à introduire est soit l'angle de frottement "de pic" soit l'angle de frottement de palier. On attire l'attention sur le fait que des angles de frottement supérieurs à  $35^\circ$  peuvent considérablement allonger les temps de calcul. Il peut être avisé de commencer des calculs avec des valeurs raisonnables d'angle de frottement, quitte à les augmenter dans la suite. Cette valeur de  $35^\circ$  est compatible avec les angles de frottement  $\phi_{CV}$  (à volume constant, au palier).

## V.2.2.4)- Cohésion

Il peut être utile d'attribuer, même à des matériaux purement frottants, une très faible cohésion (0,2 à 1 kPa) pour des questions numériques.

Pour les analyses en non drainé avec  $\phi_u = 0$ , PLAXIS offre l'option de faire varier la cohésion non drainée avec la profondeur : ceci correspond à la croissance linéaire de la cohésion en fonction de la profondeur observée dans des profils au scissomètre ou en résistance de pointe de pénétromètre. Cette option est réalisée avec le paramètre c-depth. Une valeur nulle donne une cohésion constante. Les unités doivent être homogènes avec ce qui a été choisi dans le problème (typiquement en kPa/m). Cette option permet aussi de faire varier le module de déformation E avec la profondeur (voir ci-dessous).

## V.2.2.5)- L'angle de dilatance

Le dernier paramètre est l'angle de "dilatance" noté  $\psi$ ; c'est le paramètre le moins courant. Il peut cependant être facilement évalué par la règle (grossière) suivante :

$$\psi = \phi - 30^\circ \text{ pour } \phi > 30^\circ \\ \text{ou } \psi = 0^\circ$$

Le cas  $\psi < 0$  correspond à des sables très lâches (état souvent dit métastable, ou liquéfaction statique). La valeur  $\psi = 0$  correspond à un matériau élastique parfaitement plastique, où il n'y a donc pas de dilatance lorsque le matériau atteint la plasticité. C'est souvent le cas pour les argiles ou pour les sables de densité faibles ou moyenne sous contraintes assez fortes.

## V.2.2.6)- Les contraintes de traction

La pyramide de Mohr-Coulomb permet des contraintes de traction (figure 5.3). Celles-ci sont souvent peu réalistes pour les sols et il est possible de "couper" ces contraintes de traction (tension cut-off) ou de les diminuer (Tensile strength).

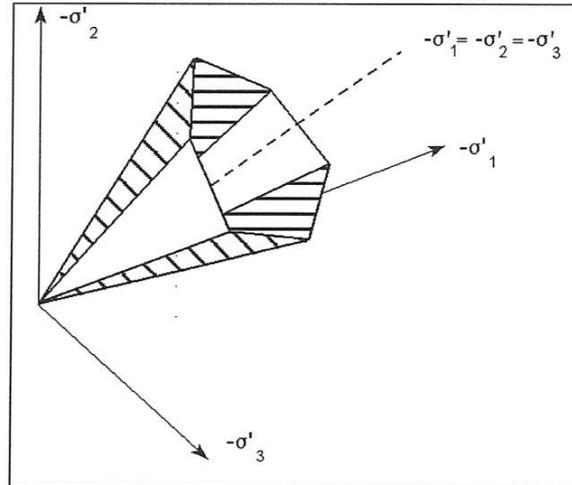


Figure 5.3 : Pyramide de Mohr-Coulomb tracée pour  $c = 0$ .

#### V.2.2.7)- Paramètres avancés

Pour tenir compte des variations avec la profondeur, on utilise les paramètres avancés (figure 5.4).

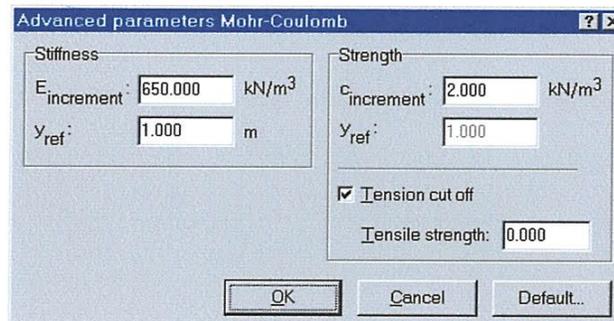


Figure 5.4 : Fenêtre des paramètres avancés du modèle Mohr-Coulomb.

#### V.2.3)- Modelé élastoplastique HSM (Hardening Soil model)

Une loi de comportement élastoplastique avec écrouissage telle que le modèle HSM permet de mieux tenir compte des déformations irréversibles qu'on observe dans le sol même loin de la rupture. Ce concept est dérivé du comportement des métaux écrouis (hardened) dont le niveau de plasticité augmente avec l'intensité des déformations plastiques subies.

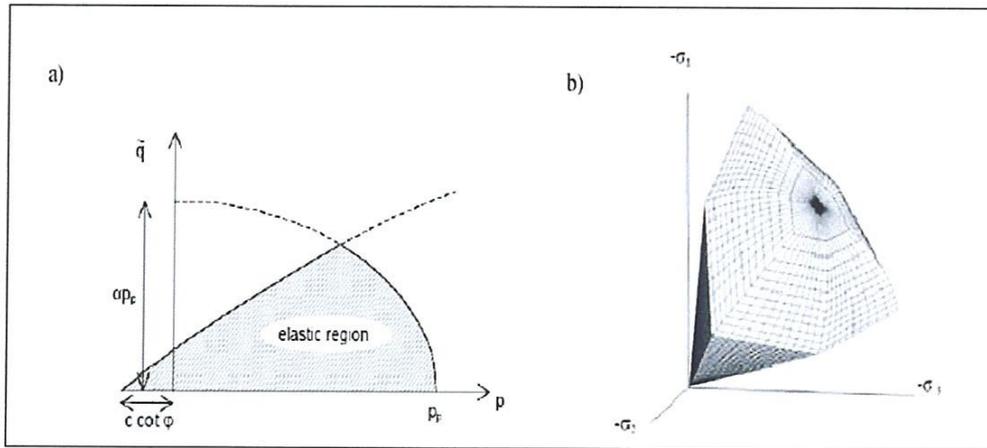
Le modèle HSM est un modèle élastoplastique avec écrouissage isotrope dépendant de la déformation plastique déviatoire (écrouissage en cisaillement) et de la déformation volumique (écrouissage en compression). Ce modèle décrit relativement bien le comportement des sables, des graves mais aussi des sols plus mous comme les argiles et les limons.

L'implémentation de ce modèle dans le code de calcul Plaxis est présentée par Schanz et al, (1999).

Le modèle HSM a pour objet d'améliorer le modèle de Mohr-Coulomb sur différents points ; il s'agit essentiellement :

- De prendre en compte l'évolution du module de déformation lorsque la contrainte augmente : les courbes oedométriques en contrainte-déformation ne sont pas des droites ;
- De prendre en compte l'évolution non linéaire du module lorsque le cisaillement augmente : le module  $E_{50}$  n'est pas réaliste: il y a une courbure des courbes effort-déformation avant d'atteindre la plasticité ;
- De distinguer entre une charge et une décharge ;
- De tenir compte de la dilatance qui n'est pas indéfinie.

On pourrait dire que ce modèle est un dérivé du modèle hyperbolique de Duncan-Chang (Duncan and Chang, 1999) car il en reprend, en les améliorant, les formulations hyperboliques des courbes effort-déformation pour tenir compte de la plasticité du sol. Les plastifications peuvent être de deux natures : liées au cisaillement ou à la compression. Ces deux mécanismes plastiques ferment l'espace des contraintes du domaine élastique comme le montre la figure 5.5 dans le plan des contraintes  $(p, q)$  et dans le plan des contraintes principales.



**Figure. 5.5** - Surface de limite élastique du modèle HSM dans le plan  $(p, q)$  (a) et dans l'espace des contraintes principales (b).

La fonction de plasticité du modèle HSM correspond à la pyramide de Mohr-Coulomb fermée. La zone de comportement élastique est la zone à l'intérieur de la pyramide. Sa taille n'est pas fixe, elle varie avec l'augmentation de la contrainte isotrope. De cette manière, le sol est caractérisé par une compressibilité élevée durant la phase de chargement, les déformations plastiques s'ajoutent aux déformations élastiques, alors que pendant la phase de déchargement la compressibilité est plus faible, il y a uniquement des déformations élastiques.

#### V.2.3.1)- Courbe contrainte-déformation

L'idée de base de la formulation de cette loi, est que la courbe reliant la déformation axiale  $\varepsilon_1$  et le déviateur de contraintes  $q$ , lors d'un essai triaxial drainé est approximée par une courbe hyperbolique dont l'équation est la suivante :

$$-\varepsilon_1 = \frac{l}{2 E_{50}} \frac{q}{1 - q/q_a} \quad \text{pour } q < q_f \quad (3.1)$$

Avec :

$E_{50}$  : Module de déformation plastique sécant dans un essai triaxial,

$q_a$  : Valeur asymptotique de la résistance au cisaillement.

La valeur  $q_a$  est définie par le rapport entre la contrainte de déviateur à la rupture  $q_f$ , Donnée par le critère de Mohr-Coulomb, et le coefficient  $R_f$  (par défaut  $R_f = 0.9$ ).

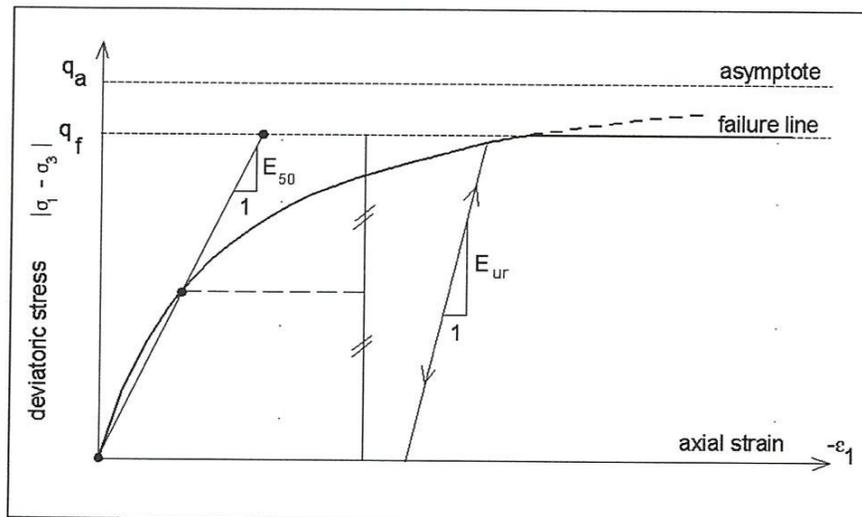
$$q_a = q_f / R_f = 1/R_f \cdot (c \cot \varphi - \sigma'_3) \frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (3.2)$$

$\sigma_3$  : Contrainte principale mineure,

$c$  : Cohésion,

$\varphi$  : Angle de frottement interne.

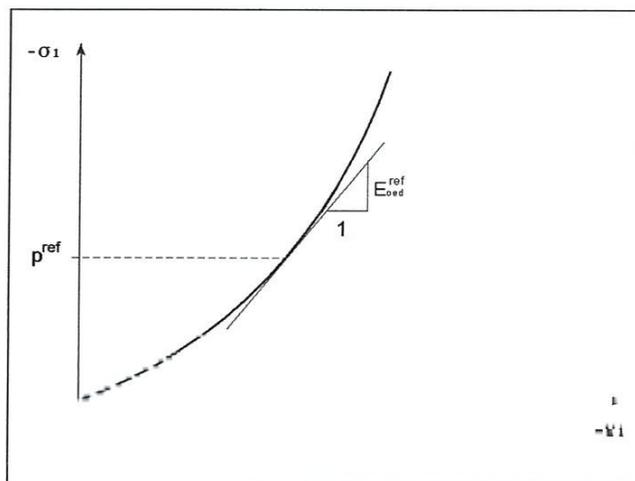
La déformation axiale et le déviateur des contraintes sont reliés dans le modèle Hardening Soil par une fonction hyperbolique comme il est représenté sur la figure 5.6. La rigidité de cisaillement est utilisée pour modéliser des déformations irréversibles dues au chargement déviatorique primaire. La rigidité en compression est utilisée pour modéliser les déformations plastiques irréversibles dues aux compressions primaires oedométriques et isotropes respectivement. La surface de rupture déviatoire est donnée par le modèle de Mohr-Coulomb.



**Figure 5.6** - Représentation de la relation hyperbolique gérant l'écrouissage du modèle HSM.

## V.2.3.2)- Limite élastique

La limite élastique du modèle HSM n'est pas fixe dans l'espace des contraintes principales. De par l'écroutissage, elle peut s'étendre par suite de déformations plastiques. Elle est déterminée par deux surfaces de limite élastique.



**Figure. 5.7** – Définition du paramètre  $E_{oed}^{ref}$  à partir d'un essai oedométrique.

Une première surface est due à des chargements primaires déviatoriques et elle est non associée avec le potentiel plastique. La deuxième surface qui est associée avec le potentiel plastique résulte des chargements primaires de compression oedométrique et isotrope. Nous nous intéressons ici à la première qui est décrite par l'équation (3.3). Pour la deuxième expression de la surface de charge ou limite élastique, le lecteur pourra se référer aux travaux de Brinkgreve, 1994 ; Brinkgreve, 2002.

$$f = \frac{2}{E_i} \frac{q}{1 - q/q_a} - \frac{2q}{E_{ur}} - \gamma^p \quad (3.3)$$

Où :

$\gamma^p$  : Déformation plastique déviatorique,

$E_i$  : Pente initiale de la courbe  $(q, \epsilon_1)$  sur un chemin de chargement triaxial à partir d'un état isotrope de contrainte,

$E_{ur}$  : Module en décharge.

Dans le cadre des modélisations en petite déformation, on utilise le module  $E_{50}$  au lieu d'  $E_i$  qui est plus difficile à déterminer expérimentalement.  $E_{50}$  dépend de la contrainte principale mineure,  $\sigma_3$  qui est la pression de confinement d'un essai triaxial drainé.

$$E_{50} = E_{50}^{ref} \left( \frac{c \cot \varphi - \sigma_3}{c \cot \varphi + p^{ref}} \right)^m \quad (3.4)$$

Avec :

$E_{50}^{ref}$  : Module sécant de référence correspondant à la pression  $p^{ref}$  (par défaut  $p^{ref} = 100$  kPa),

$m$  : Puissance (environ 0.5 pour les sables et 1.0 pour les argiles molles).

#### V.2.3.3)- Surface d'écoulement

Dans le cadre de la plasticité non associée, la surface d'écoulement est définie par la relation suivante :

$$g = (\sigma_1 - \sigma_3) + (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \psi_m - 2c \cos \psi_m = 0 \quad (3.5)$$

Schanz et Vermeer, 1996 ont exprimé l'angle de dilatance mobilisé en s'appuyant sur la loi de dilatance de Rowe, 1962 :

$$\sin \psi_m = \frac{\sin \varphi_m - \sin \varphi_{cv}}{1 - \sin \varphi_m \sin \varphi_{cv}} \quad (3.6)$$

Où :

$\varphi_{cv}$  : Est l'angle de frottement caractéristique (c'est à dire la valeur de l'angle de frottement, associé au minimum de variation de volume en compression triaxial drainée),

$\varphi_m$  : Est l'angle de frottement mobilisé défini comme suit :

$$\sin \varphi_m = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3 - 2c \cot \varphi} \quad (3.7)$$

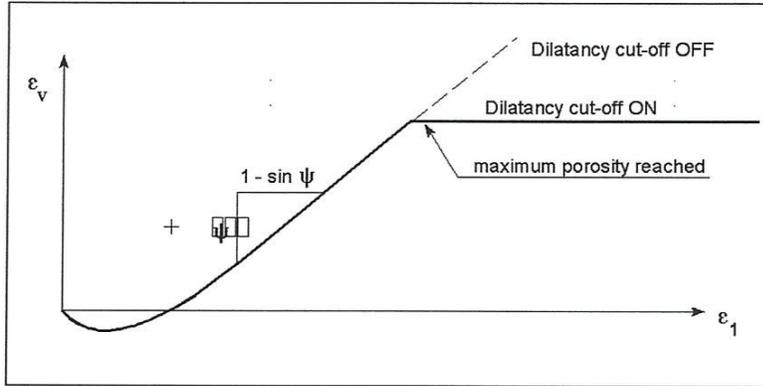


Figure 5.8 – Définition de l'angle de dilatance.

#### V.2.3.4)- Paramètres du modèle

Le modèle IISM nécessite donc principalement les paramètres suivants, qui comme pour le modèle de Mohr-Coulomb sont identifiables à partir d'essais œdométriques ou triaxiaux comme illustré sur les figures 5.6, 5.7 et 5.8 :

Paramètres de Mohr-Coulomb :

$c$	: Cohésion (effective)	[kN/m <sup>2</sup> ]
$\psi$	: Angle de frottement effectif	[°]
$\psi$	: Angle de dilatance	[°]

Paramètres de rigidité :

$E_{50}^{ref}$  : Module de déformation plastique sécant dans un essai triaxial  
[kN/m<sup>2</sup>]

$E_{oed}^{ref}$  : Module de déformation plastique tangent dans un essai œdométrique  
[kN/m<sup>2</sup>]

$m$  : Puissance (environ 0,5 pour les sables) [-]

Paramètres avancés :

$E_{ur}^{ref}$  : Module en décharge / recharge élastique (par défaut  $E_{ur}^{ref} = 3 E_{50}^{ref}$ )  
[kN/m<sup>2</sup>]

$\nu_{ur}$  : Coefficient de poisson en décharge / recharge élastique [-]  
(Par défaut  $\nu_{ur} = 0.2$ )

$p^{ref}$	: Contrainte de référence (par défaut $p^{ref} = 100$ kPa)	[kN/m <sup>2</sup> ]
$K_0^{nc}$	: $K_0$ - consolidation (par défaut $K_0^{nc} = 1 - \sin\phi$ )	[-]
$R_f$	: Coefficient à la rupture $q_f / q_a$ (par défaut $R_f = 0,9$ )	[-]
$\sigma_{tension}$	: Résistance à la traction (par défaut $\sigma_{tension} = 0$ )	[kN/m <sup>2</sup> ]
$c_{increment}$	: Cf. modèle de Mohr-Cou	

#### V.2.4)- Modèle pour sols "mous" (Soft Soil Model).

Ce modèle (en abrégé SSM) est un modèle dérivé du Cam-Clay. Historiquement le modèle Cam Clay a été développé à Cambridge dans les années 60 par Roscoe, Schofield et al. L'idée de base de ce modèle est de prendre en compte l'effet d'écrouissage que provoque sur les argiles la pression moyenne. Sous l'effet d'une pression moyenne, la teneur en eau diminue et l'argile devient plus résistante. Il s'agit d'un modèle élasto plastique avec une surface de charge. Sous la surface de charge, le matériau reste élastique, tandis que si le point représentatif de l'état de contrainte effectif atteint la surface de charge, alors des déformations plastiques apparaissent avec un comportement non réversible. Une surface de plasticité, associée, limite l'espace entre les états admissibles et non admissibles.

##### V.2.4.1)- Paramètres de compressibilité

Les deux paramètres  $C_c$  et  $C_s$  décrivent le comportement oedométrique ou isotrope observé dans des essais de laboratoire : ce seront les deux paramètres de base réglant la position des lignes de consolidation vierge ou des lignes de gonflement. L'axe des contraintes est tracé en logarithme naturel, ce qui conduit à modifier la définition de  $C_c$  et  $C_s$  en  $\lambda$  et  $\kappa$ . Dans ce cas, l'axe des ordonnées est l'indice des vides. Il peut être judicieux de remplacer l'indice des vides par la déformation volumique (identique à la déformation axiale dans l'essai oedométrique). On utilise alors  $\lambda^*$  et  $\kappa^*$ . Dans ce cas, l'indice des vides, variable, apparaît dans les expressions du tableau. Il peut dans la majorité des cas

être pris constant, et égal à la valeur initiale.

Les relations avec les paramètres du modèle de Cam-Clay sont indiquées tableau 5.1.

(1)	$\lambda^* = \frac{\lambda}{1+e}$	(2)	$\kappa^* = \frac{\kappa}{1+e}$
-----	-----------------------------------	-----	---------------------------------

Relation avec les paramètres "hollandais"

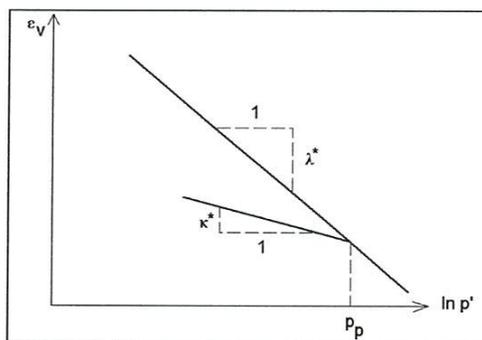
(3)	$\lambda^* = \frac{I}{C_p'}$	(4)	$\kappa^* \approx \frac{1-\nu_{ur}}{1+\nu_{ur}} \frac{3}{C_p}$
-----	------------------------------	-----	--

Relation avec les indices de compressibilité et de gonflement

(5)	$\lambda^* = \frac{C_c}{2.3(1+e)}$	(6)	$\kappa^* \approx 1.3 \frac{1-\nu_{ur}}{1+\nu_{ur}} \frac{C_s}{1+e}$
-----	------------------------------------	-----	--

**Tableau 5.1:** Valeur des paramètres de compressibilité et de gonflement  $\lambda$  et  $\kappa$ .

La figure ci-dessous résume les différentes définitions des paramètres.



**Figure 5.9 :** Différentes représentations de l'essai oedométrique.

En pratique, il suffit de tracer la déformation axiale en fonction du logarithme naturel de la contrainte axiale.

## V.2.4.2)- Cohésion

Une cohésion effective peut être introduite dans le SSM. Elle peut être nulle.

## V.2.4.3)- Paramètre de frottement

On rentre directement les valeurs de cohésion et d'angle de frottement

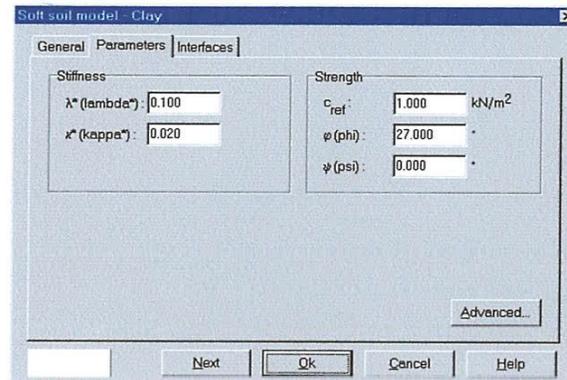


Figure 5.10 : Valeurs de cohésion et d'angle de frottement.

## V.2.4.4)- Paramètre de dilatance

Il est calculé automatiquement à partir de l'angle de dilatance : normalement, dans les sols mous celui-ci est faible et la valeur nulle est proposée par défaut.

V.2.4.5)- Paramètre de contrainte  $K_0$ 

Le paramètre  $M$  est calculé à partir de  $K_0$  par la formule ci-dessous :

$$M = 3 \sqrt{\frac{(1 - K_0^{NC})^2}{(1 + 2 K_0^{NC})^2} + \frac{(1 - K_0^{NC})(1 - 2 \nu_{ur})(\lambda^* / \kappa^* - 1)}{(1 + 2 K_0^{NC})(1 - 2 \nu_{ur}) \lambda^* / \kappa^* - (1 - K_0^{NC})(1 + \nu_{ur})}}$$

$$M \approx 3.0 - 2.8 K_0^{NC}$$

Ceci permet de définir la forme de la surface d'écroûissage dans le plan p-q.

## V.2.4.6)- Coefficient de Poisson.

Dans les modèles Cam-Clay et dérivés (dont le SSM), le coefficient de Poisson est un paramètre élastique important. Dans une charge-décharge oedométrique, c'est ce paramètre qui fait que les contraintes horizontales diminuent moins vite que les contraintes verticales. Ce n'est donc pas le coefficient de Poisson qui pourrait être relié à une valeur de  $K_0$  (i.e.  $\nu/(1-\nu)$ ) mais une valeur plus faible, typiquement 0,1 ou 0,2.

$$\frac{\nu_{ur}}{1-\nu_{ur}} = \frac{\Delta \sigma_{xx}}{\Delta \sigma_{yy}}$$

PLAXIS prend par défaut 0,15

## V.2.4.7)- Les surfaces de charges

La figure 13 fournit, dans le plan (p, q) une représentation des surfaces de charge et de la surface de plasticité. Les surfaces de charge sont des ellipses avec écoulement associé (incrément de déformation normal à l'ellipse) tandis que pour la rupture, l'écoulement est non associé (c'est pourquoi il est nécessaire d'entrer un angle de dilatance, éventuellement 0, ce qui correspond à l'écoulement plastique à volume constant).

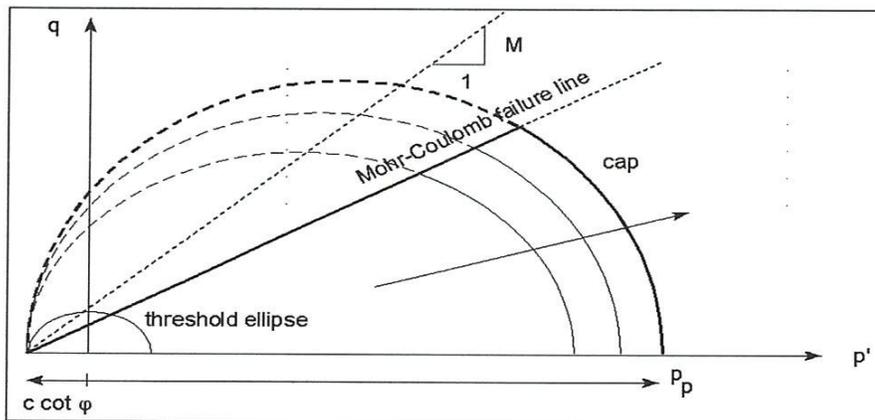


Figure 5.11 : Surfaces de charge elliptiques.

Remarques

Le SSM n'est pas valable pour des interfaces : il est nécessaire d'utiliser un modèle de Mohr-Coulomb.

Le SSM ne permet pas des analyses de stabilité par réduction de  $c$  et  $\phi$ .

#### V.2.4.8)- Prise en compte de la surconsolidation

PLAXIS calcule la pression de préconsolidation  $p_c$  à partir des données. Si un matériau est surconsolidé, il est possible de prendre en compte le degré de surconsolidation (OCR) ou le poids des terres de préconsolidation (POP (Pre Overburden Pressure)).

#### En résumé

Les paramètres nécessaires au SSM sont les suivants :

$\lambda^*$	: Indice de compression	[-]
$\kappa^*$	: Indice de gonflement	[-]
$c$	: Cohésion	[kN/m <sup>2</sup> ]
$\phi$	: Angle de frottement	[°]
$\psi$	: Angle de dilatance	[°]

Par défaut, les paramètres avancés sont :

$\nu_{ur}$	: Coefficient de Poisson en charge-décharge	[-]
$K_0^{NC}$	:	[-]
$M$	: paramètre $K_0^{NC}$	[-]

#### V.2.4.9)- Modèle pour sols "mous" avec effet du temps (Soft Soil Creep Model)

Le SSM permet de prendre en compte l'érouissage des argiles molles mais pas la consolidation secondaire : celle-ci se traduit par une évolution de la déformation axiale dans un essai oedométrique en fonction du temps, après la fin de la consolidation primaire. Cette déformation évolue en fonction du logarithme du temps (au moins pour les échelles de temps observables). Elle est caractérisée par le paramètre  $C_\alpha$ . Elle génère ce qui est appelé la quasi-préconsolidation dans des sols déposés depuis longtemps (cf. Bjerrum).

La figure ci-dessous résume ce phénomène. Ces déformations secondaires se

---

*Calcul numérique de la capacité portante pour les fondations superficielles*

rencontrent dans les tassements différés, notamment sur sols argileux mous.

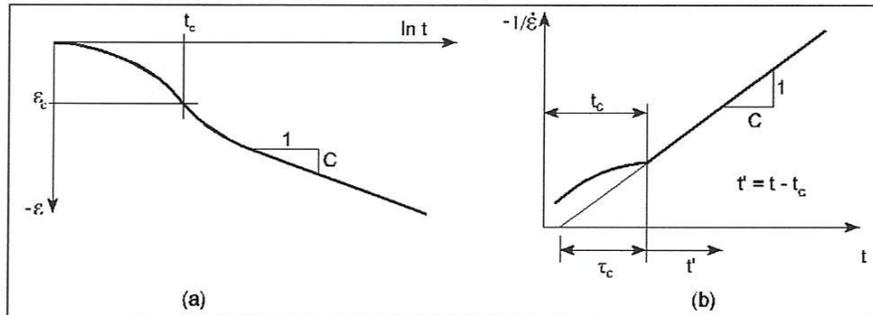
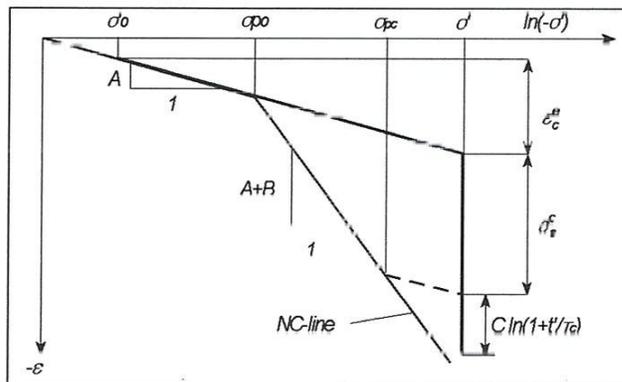


Figure 5.12 : Effet du temps sur les essais oedométriques.



Le Soft Soil Creep Model élargit ces résultats dans le plan p-q en introduisant des surfaces de charges qui "s'appuient" sur l'évolution observée en consolidation secondaire sur l'axe isotrope.

# Chapitre

# VI

*calcul numérique  
de la capacité portante  
des fondations  
superficielles*

*Calcul numérique  
de la capacité portante  
pour les fondations superficielles*

### VI.1) Introduction

Le présent chapitre porte sur la modélisation numérique par la méthode des éléments finis des semelles superficielles pour différents types de semelles avec différentes configurations de chargement et de conditions aux limites, la comparaison des résultats trouvés avec le calcul analytique sera également présentée.

### VI.2) Semelle circulaire reposant sur une couche d'argile

#### VI.2.1) Semelle rigide

Deux systèmes de chargement indépendants sont proposés pour appliquer des forces ponctuelles ou des charges réparties. Les forces ponctuelles peuvent être appliquées à n'importe quel point de la géométrie, les charges réparties sur n'importe quelle ligne de la géométrie, sans se limiter à la seule frontière extérieure. Les valeurs des chargements peuvent être modifiées dans le mode "Construction par étapes" et/ou par l'utilisation des multiplicateurs.

#### VI.2.2) Présentation

Pour ce modèle, on souhaite étudier le comportement d'une fondation circulaire reposant à la surface d'une couche d'argile de 4.0 m. de hauteur. En dessous se trouve un substratum rocheux. La fondation est rigide (et alors on impose un déplacement uniforme en surface). Le problème est axisymétrique et seul  $\pi$  radians de la fondation sera modélisé. L'extension latérale sera prise à 5 m, soit 5 fois le rayon : on vérifiera que cette limite n'intervient pas sur le champ de déplacement.

#### VI.2.3) Entrée des caractéristiques générales

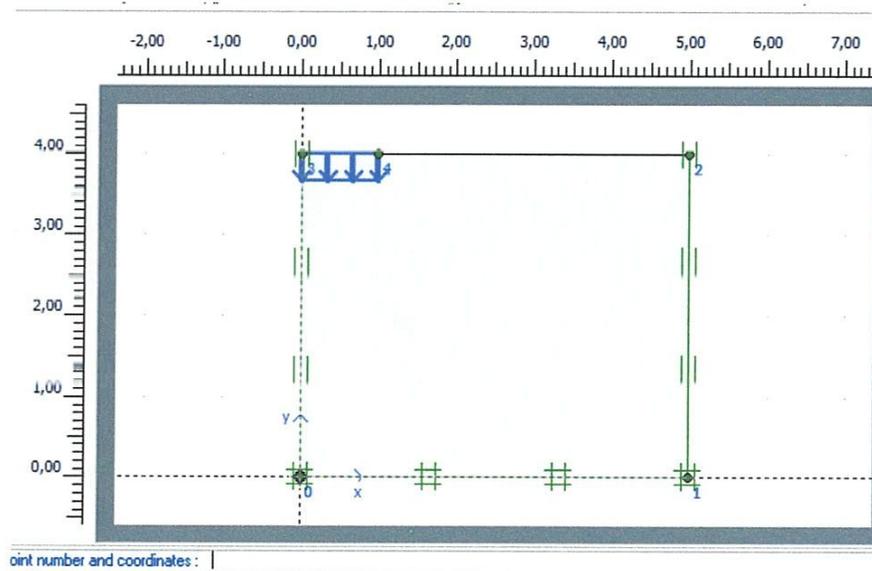
Titre	Force portante
Caractéristiques générales	Calcul en déformation symétrique (axisymmetry) Éléments à 15 nœuds
Dimensions	On prendra un modèle de 4 m. de haut sur 5 m. de large avec une fondation de 1m de large. On placera ultérieurement un élément d'interface sous la semelle.

## VI.2.3.1) Conditions aux limites

On choisit les conditions aux limites par défaut, libres en vertical sur l'axe et sur le pourtour, bloquées au fond.

## VI.2.3.2) Conditions en déplacement

On choisit dans ce premier exemple d'imposer un déplacement vertical : on choisit l'icône correspondante et on trace le déplacement entre les points  $x=0$  et  $x=1$  à la cote  $y=4$  m.



**Figure 6.1** : Géométrie du modèle.

## VI.2.3.3) Caractéristiques de sols

## A) Modèle de Mohr-Coulomb

Ce modèle non-linéaire simple et robuste n'utilise que des paramètres qui sont connus habituellement. Tous les facteurs de non-linéarité ne sont cependant pas couverts par ce modèle. Le modèle de Mohr-Coulomb permet d'estimer de manière réaliste la charge de rupture de fondations circulaires, de pieux courts, ... etc.

Paramètres	Nom	Argile non drainé	unité
Modèle de matériau	modèle	Mohr-coulomb	-
Poids volumique saturé	$\gamma_{sat}$	18	[KN/m <sup>3</sup> ]
Poids volumique sec	$\gamma_{unsat}$	18	[KN/m <sup>3</sup> ]
Module de young	$E^{ref}$	10 <sup>4</sup>	[KN/m <sup>2</sup> ]
cohesion	$C^{ref}$	50	[KN/m <sup>2</sup> ]
Coefficient de poisson	$\nu$	0,3	-
Angle de frottement	$\varphi$	0	[°]
Angle de dilatance	$\psi$	0	[°]

Tableau 6.1: Paramètres géotechnique du modèle.

#### VI.2.3.4) Maillage

L'icône "maillage" permet d'effectuer automatiquement le maillage du problème. On obtient alors le résultat ci dessous. Notons dès maintenant qu'il serait possible de raffiner ce maillage localement ou globalement.

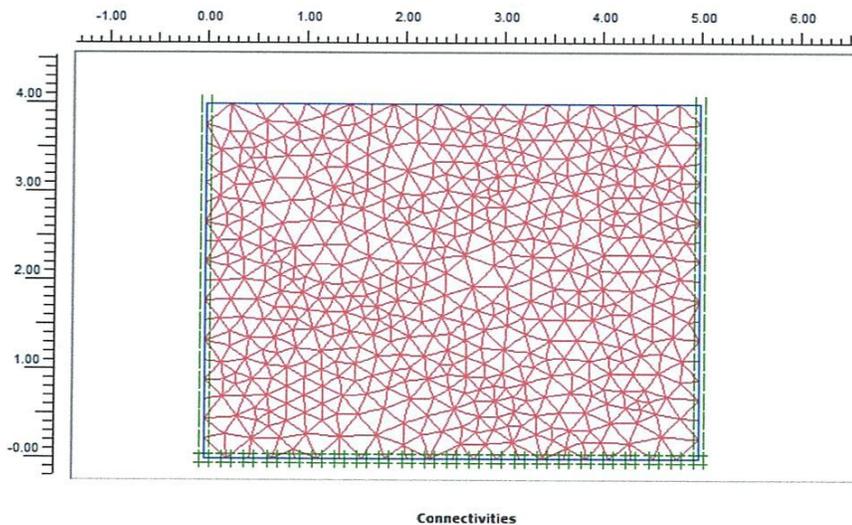


Figure 6.2 : Maillage du modèle.

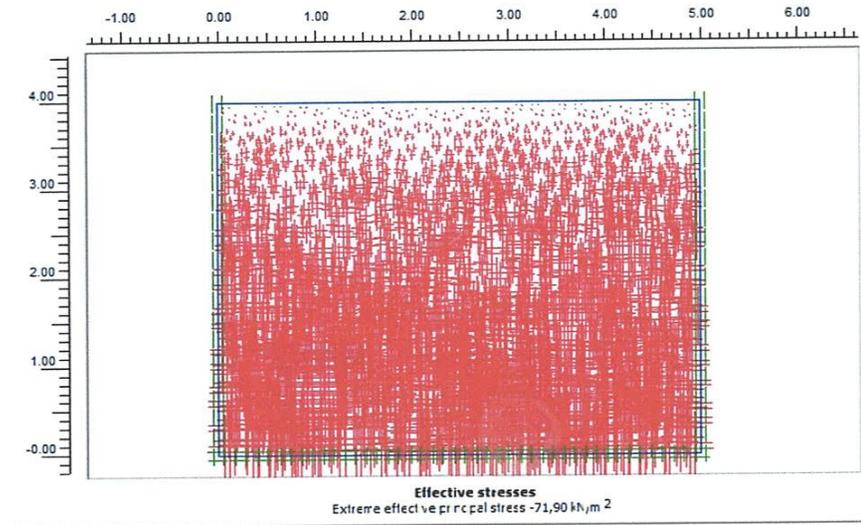


Figure 6.3 : Initialisation des contraintes.

VI.2.3.5) Calculs

On peut alors lancer le calcul. Pendant celui-ci, une fenêtre d'information apparaît donnant l'évolution du calcul.

Identification	Phase no.	Start from	Calculation	Loading input	Time	Water	F
Initial phase	0	0	N/A	N/A	0,00 ...	0	
⇒ <Phase 1>	1	0	Plastic	Staged construction	0,00 ...	1	

Figure 6.4 : Paramétrage du calcul.

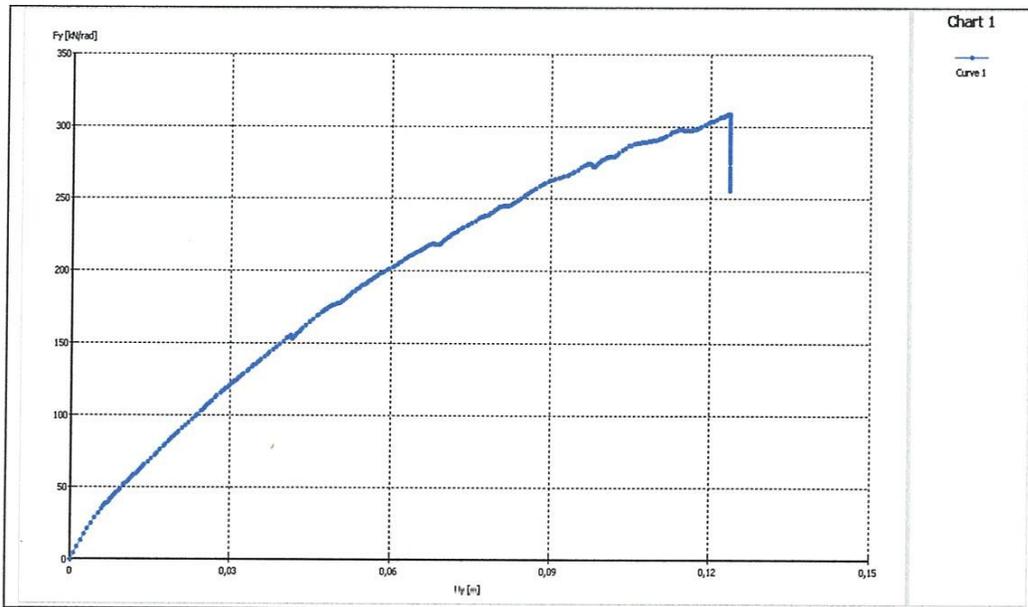


Figure 6.7 : Courbe charge limite – Déplacement verticale  $U_y$ .

### VI.2.5) Calcul analytique

La capacité portante d'une Semelle circulaire est donnée par la formule suivante:

$$q_l = 0,3 \cdot \gamma \cdot B \cdot N_\gamma + \gamma \cdot D \cdot N_q + 1,3 \cdot c \cdot N_c$$

Avec:

$$\gamma = 18 \text{ KN/m}^3 \qquad B = 1\text{m}$$

$$C = 50 \text{ KN/m}^2 \qquad D = 0\text{m}$$

Pour  $\varphi = 0^\circ$

$$N_c = 5,14 \qquad N_\gamma = 0$$

$$N_q = 1$$

$$q_l = 0,3 \cdot 18 \cdot 1 \cdot 0 + 18 \cdot 0 \cdot 1 + 1,3 \cdot 50 \cdot 5,14 = 334,10 \text{ KN/m}^2$$

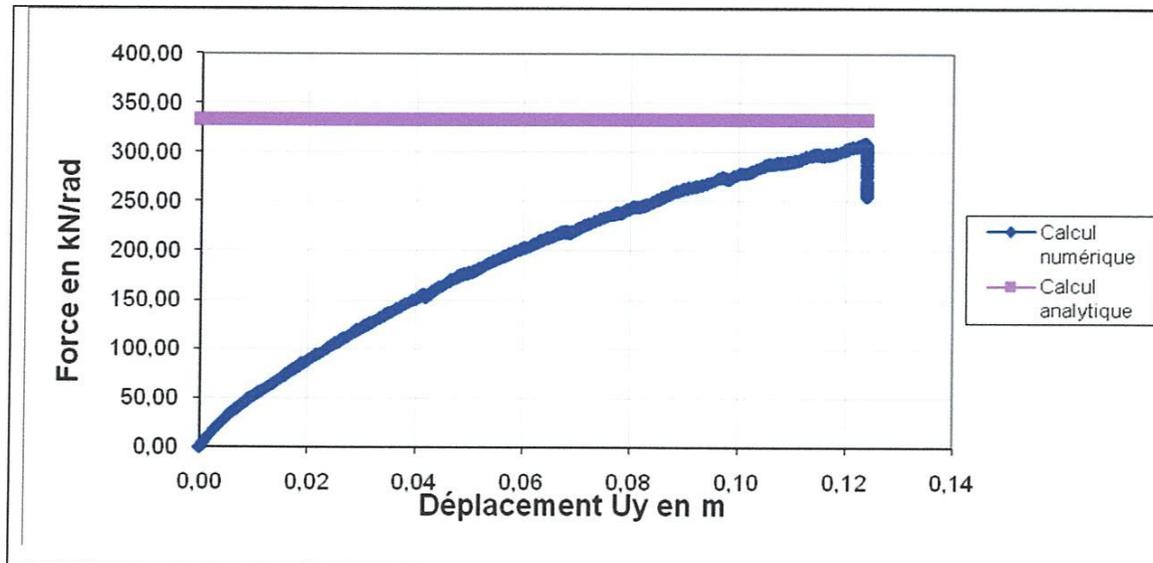


Figure 6.8 : Courbe charge limite – Déplacement verticale.

Nous remarquons dans ce graphique que les valeurs numérique et analytique sont identiques et donnent une valeur de la capacité portante de 334,00 kN/rad.

### VI.3) Semelle circulaire reposant sur une couche de sable

#### VI.3.1) Semelle rigide

#### VI.3.2) Entrée des caractéristiques générales

Titre	Force portante
Caractéristiques générales	Calcul en déformation symétrique (axisymmetry) Eléments à 15 nœuds
Dimensions	On prendra un modèle de 4 m. de haut sur 5 m. de large avec une fondation de 1m de large. On placera ultérieurement un élément d'interface sous la semelle.

## VI.3.2.1) Conditions aux limites

On choisit les conditions aux limites par défaut, libres en vertical sur l'axe et sur le pourtour, bloquées au fond.

## VI.3.2.2) Conditions en déplacement

On choisit dans ce premier exemple d'imposer un déplacement vertical : on choisit l'icône correspondante et on trace le déplacement entre les points  $x=0$  et  $x=1$  à la cote  $y=4$  m.

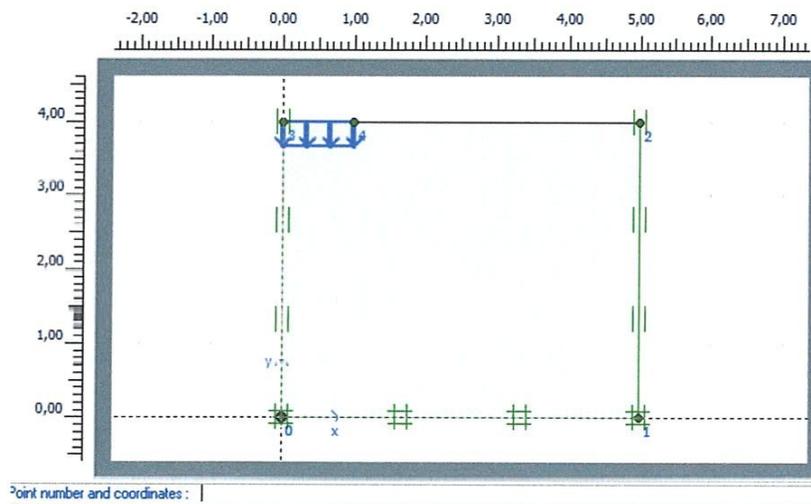


Figure 6.9 : Géométrie du modèle.

## VI.3.2.3) Caractéristiques de sols

Paramètres	Nom	sable drainé	unité
Modèle de matériau	modèle	Mohr-Coulomb	-
Poids volumique saturé	$\gamma_{sat}$	17,5	[KN/m <sup>3</sup> ]
Poids volumique sec	$\gamma_{unsat}$	20	[KN/m <sup>3</sup> ]
Module de young	$E^{ref}$	$13 \cdot 10^3$	[KN/m <sup>2</sup> ]
cohesion	$C^{ref}$	1	[KN/m <sup>2</sup> ]
Coefficient de poisson	$\nu$	0,3	-
Angle de frottement	$\varphi$	31	[°]
Angle de dilatance	$\psi$	10	[°]

Tableau 6.2: Paramètres géotechnique du modèle.

## VI.3.2.4) Maillage

L'icône "maillage" permet d'effectuer automatiquement le maillage du problème. On obtient alors le résultat ci dessous. Notons dès maintenant qu'il serait possible de raffiner ce maillage localement ou globalement.

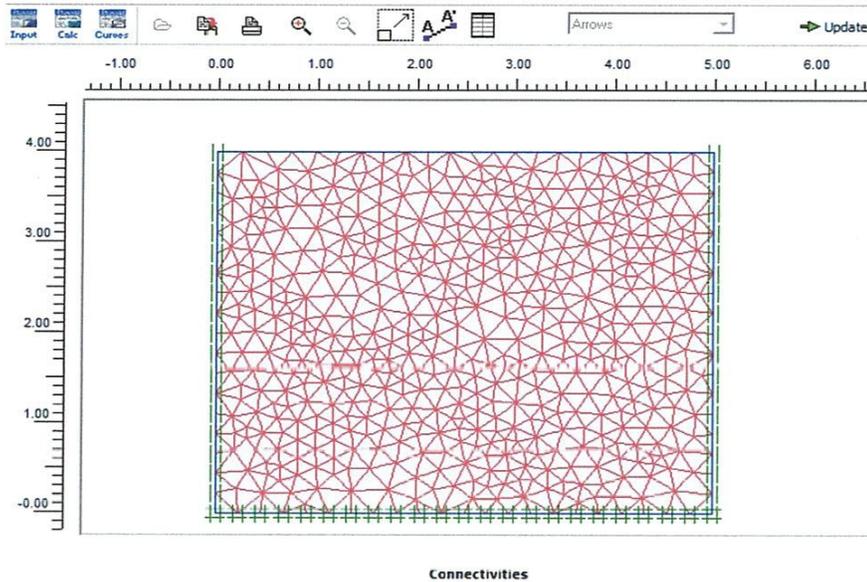


Figure 6.10 : Maillage du modèle.

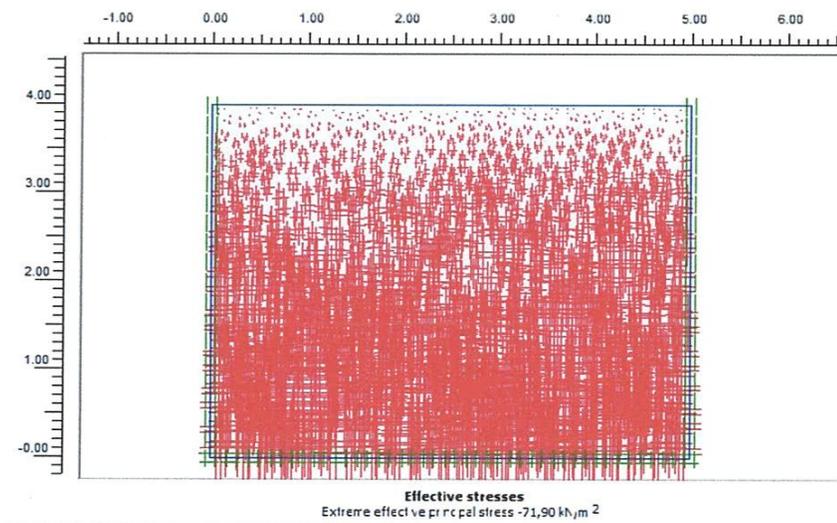


Figure 6.11 : Initialisation des contraintes.

## VI.3.2.5) Calculs

On peut alors lancer le calcul. Pendant celui-ci, une fenêtre d'information apparaît donnant l'évolution du calcul.

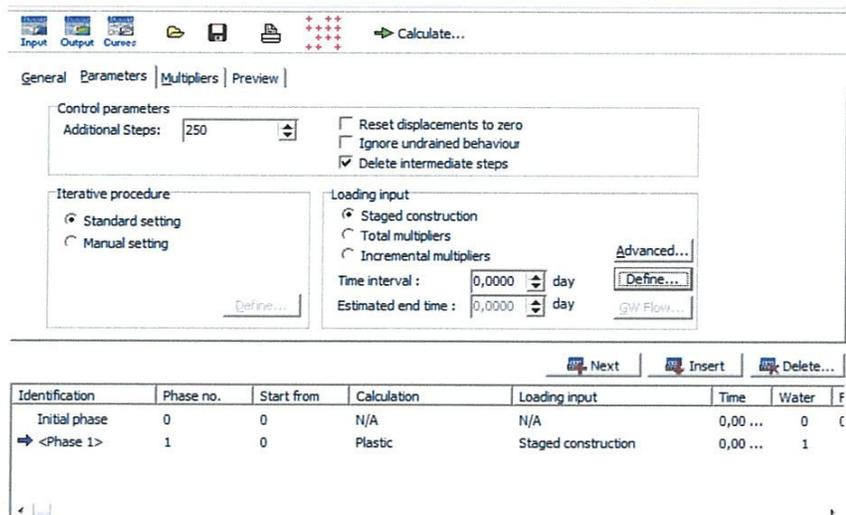


Figure 6.12 : Paramétrage du calcul.

## VI.3.3) Résultats

On obtient le maillage déformé ci-dessous :

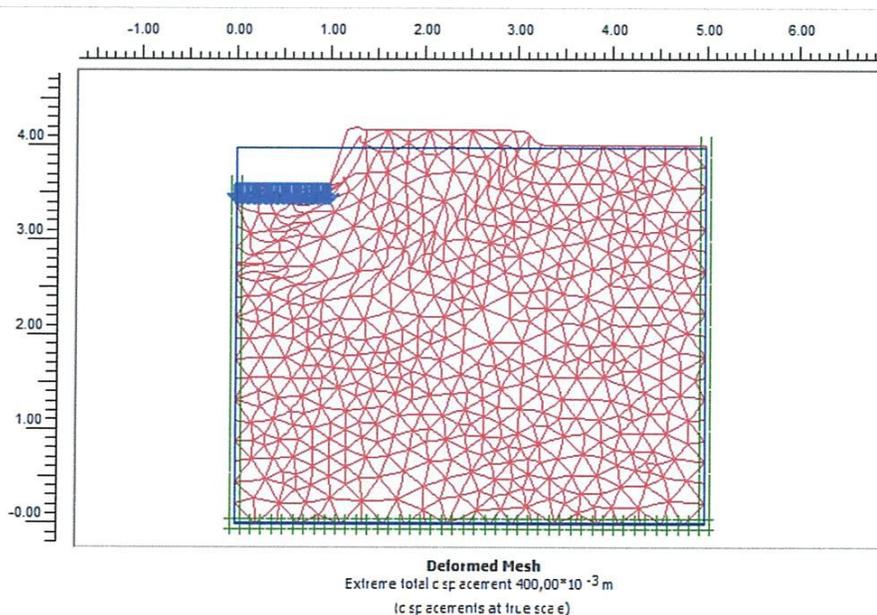


Figure 6.13 : maillage déformé du modèle.

Le champ de déplacement incrémental est un bon indicateur de la cinématique.

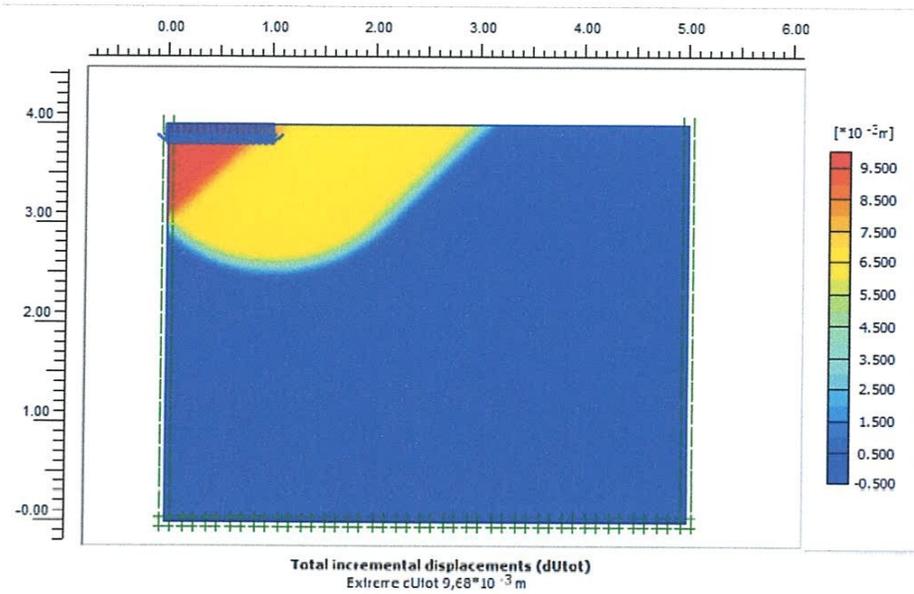


Figure 6.14 : Déplacements incrémentaux totaux U.

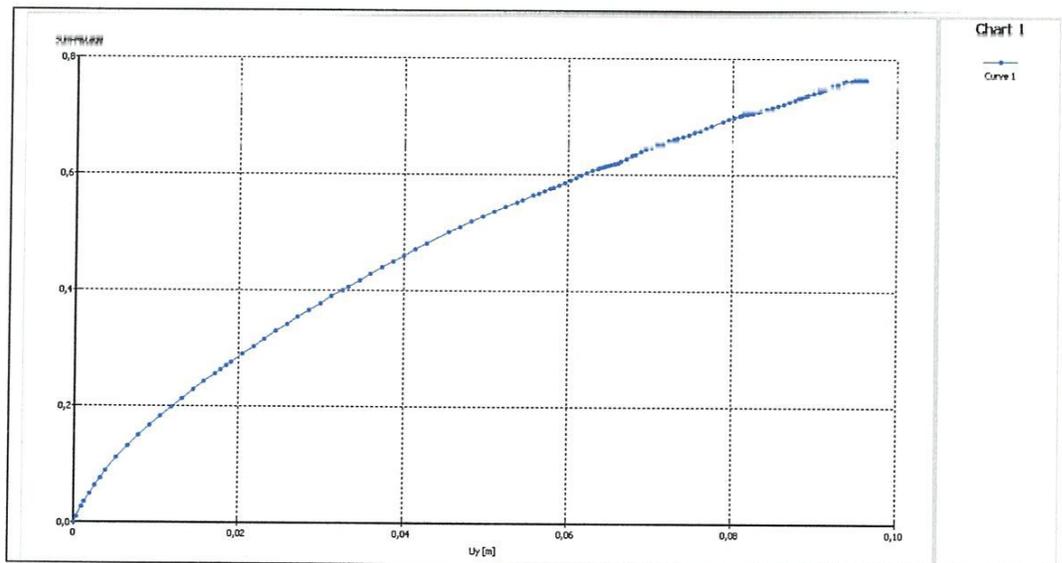


Figure 6.15 : Courbe charge limite – Déplacement verticale Uy.

## VI.3.4) Calcul analytique

La capacité portante d'une Semelle circulaire est donnée par la formule suivante:

$$q_l = 0,3 \cdot \gamma \cdot B \cdot N_\gamma + \gamma \cdot D \cdot N_q + 1,3 \cdot c \cdot N_c$$

Avec

$$\gamma = 17,5 \text{ KN/m}^3 \quad B = 2 \text{ m}$$

$$C = 1 \text{ KN/m}^2 \quad D = 0 \text{ m}$$

Pour  $\varphi = 31^\circ$

$$N_c = 32,7 \quad N_\gamma = 25,5$$

$$N_q = 20,6$$

$$q_l = (0,3 \cdot 17,5 \cdot 2 \cdot 25,5) + (17,5 \cdot 0 \cdot 20,6) + (1,3 \cdot 1 \cdot 32,7) = 310,26 \text{ KN / m}^2$$

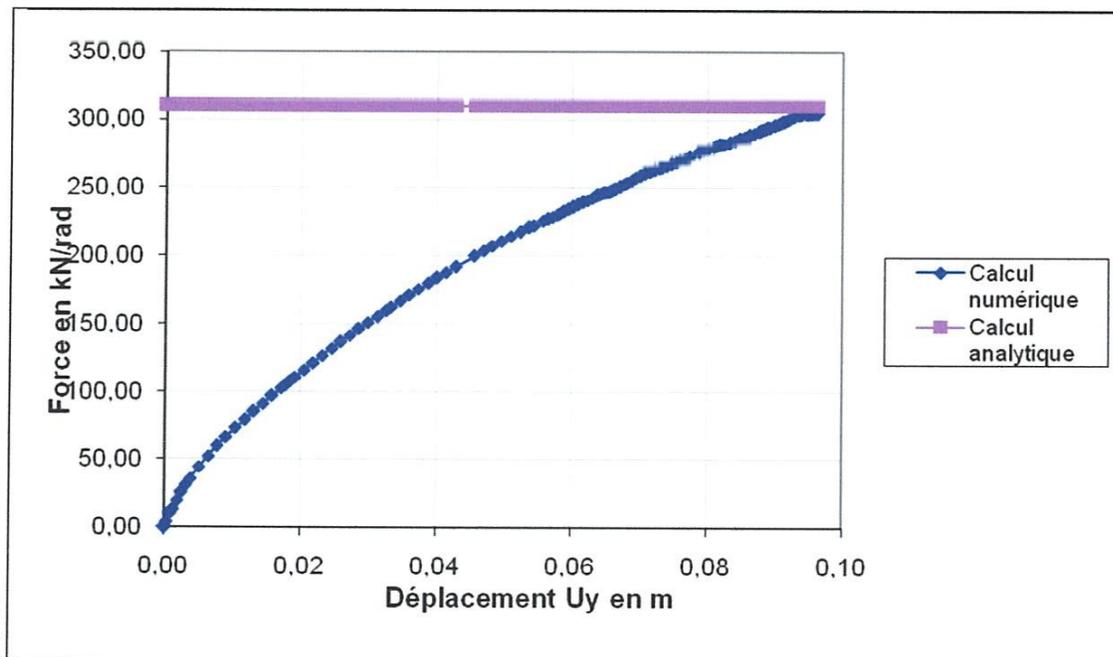


Figure 6.16 : Courbe charge limite – Déplacement verticale.

Nous remarquons dans ce graphe que les valeurs numérique et analytique sont identiques et donnent une valeur de la capacité portante de 310,00 kN/rad.

## VI.3.5) Fondation souple

On revient dans le programme Input pour modifier le problème et remplacer la fondation infiniment rigide par une fondation souple supportant la même charge.

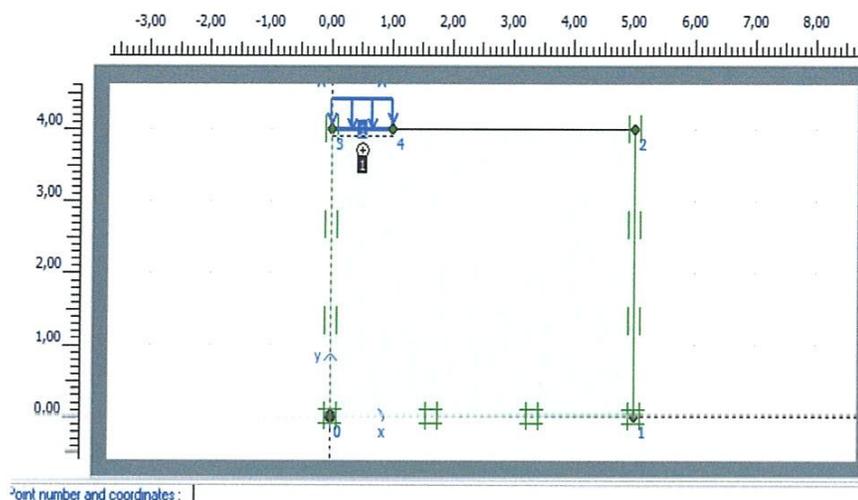


Figure 6.17 : Géométrie du modèle.

## VI.3.5.1) Poutre

Il est nécessaire de définir les propriétés mécaniques de la poutre : les valeurs ci-dessous sont proposées. On doit alors affecter ces propriétés à la fondation en les glissant au curseur

Paramètres	poutre
EA	$5 \cdot 10^6$ KN/m
EI	8500 KNm <sup>2</sup> /m

Tableau 6.3: Paramètres de rigidité de la semelle.

## VI.3.6) Résultats

Lancer le programme Output pour obtenir le maillage déformé.

Il n'est pas essentiellement différent du précédent car la fondation est relativement rigide.

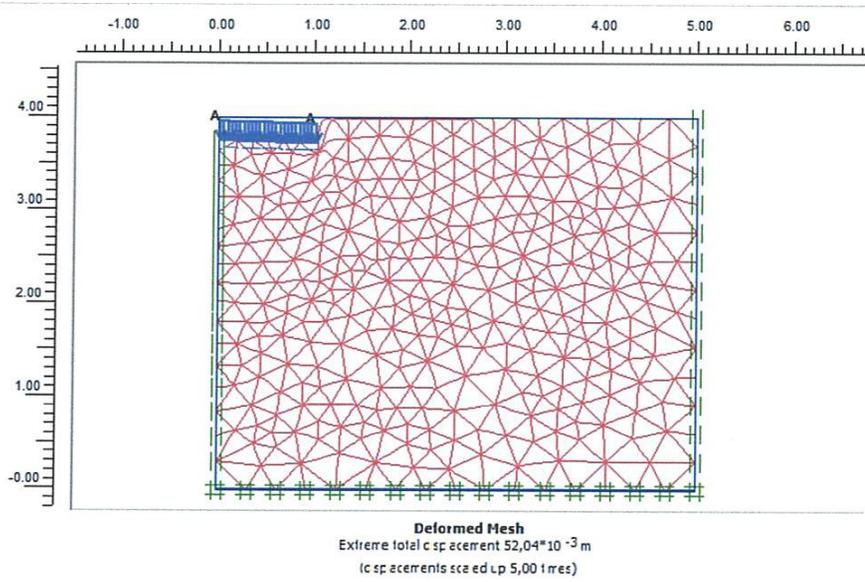


Figure 6.18 : maillage déformé du modèle.

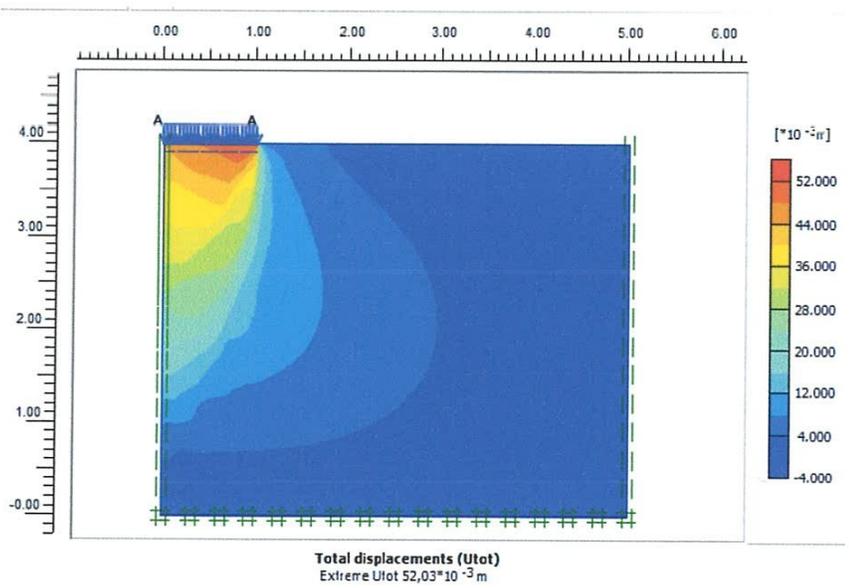


Figure 6.19 : Déplacements incrémentaux totaux U.

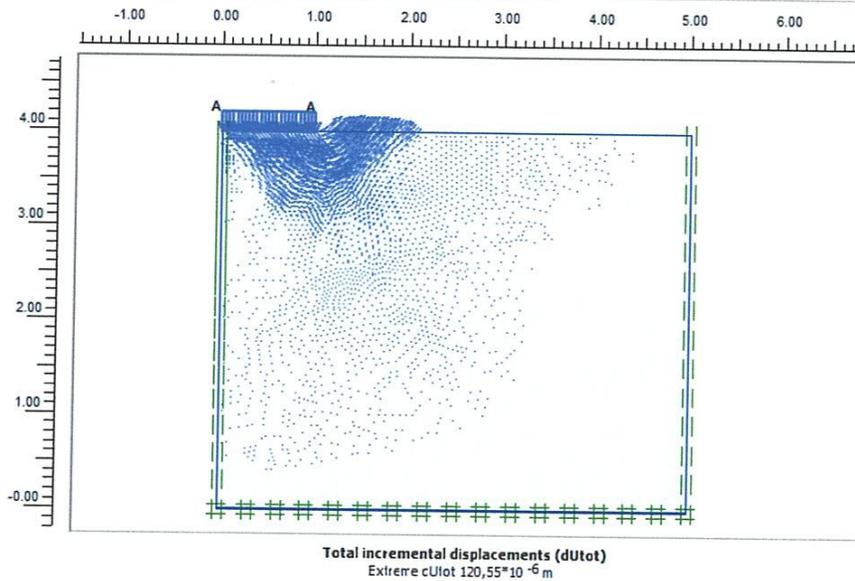


Figure 6.20 : Déplacements incrémentaux.

## VI.3.7) Calcul analytique

La capacité portante d'une Semelle circulaire est donnée par la formule suivante:

$$q_l = 0,3 \cdot \gamma \cdot B \cdot N_\gamma + \gamma \cdot D \cdot N_q + 1,3 \cdot c \cdot N_c$$

Avec

$$\gamma = 17,5 \text{ KN/m}^3 \quad B = 2 \text{ m}$$

$$C = 1 \text{ KN/m}^2 \quad D = 0 \text{ m}$$

Pour  $\varphi = 31^\circ$

$$N_c = 32,7 \quad N_\gamma = 25,5$$

$$N_q = 20,6$$

$$q_l = (0,3 * 17,5 * 2 * 25,5) + (17,5 * 0 * 20,6) + (1,3 * 1 * 32,7) = 310,26 \text{ KN} / \text{m}^2$$

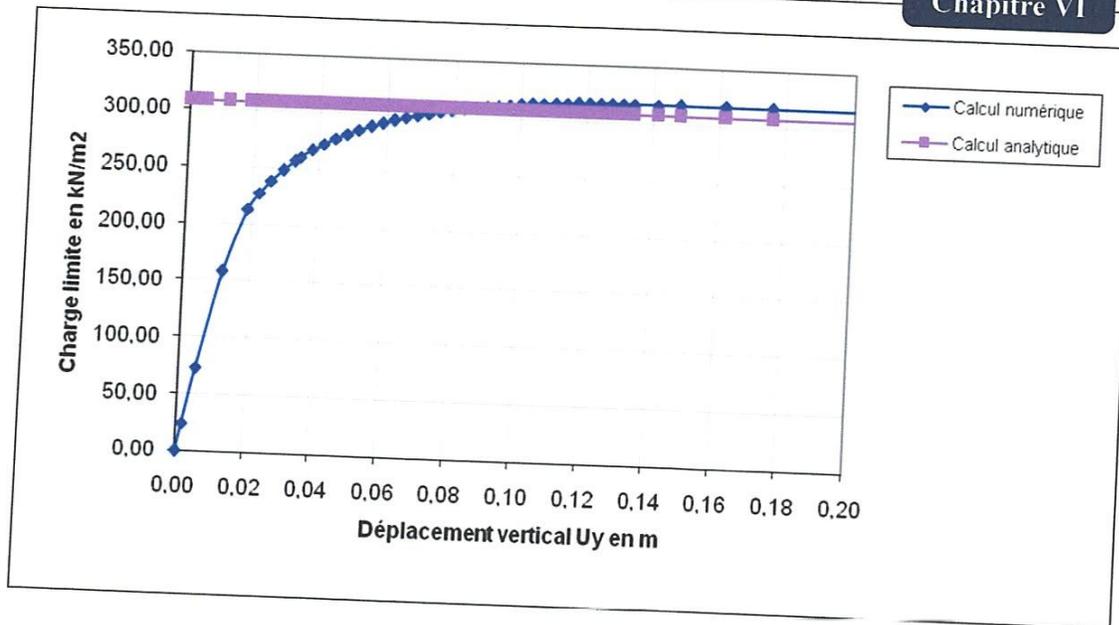


Figure 6.21 : Courbe charge limite – déplacement vertical.

Nous remarquons dans ce graphe que les valeurs numérique et analytique sont identiques et donnent une valeur de la capacité portante de 300,00 kN/rad.

#### VI.4) Semelle filante reposant sur une couche d'argile

##### VI.4.1) Fondation souple

##### VI.4.2) Introduction

La force portante d'une semelle filante reposant sur une argile non drainée uniquement cohérente est donnée par la formule classique :

$$q_{lim} = (\pi + 2) C_u$$

Où  $q_{lim}$  est la valeur de la force portante et  $C_u$  est la cohésion non drainée du matériau argileux (en supposant d'une part que la fondation est posée sur le sol et que, d'autre part, l'angle de frottement est nul).

Ce résultat peut être retrouvé par un calcul élastoplastique en utilisant PLAXIS.

Faisons tout de suite une remarque : l'objectif est de modéliser un sol incompressible ( $\nu = 0,5$ ). Ceci peut se faire de deux façons dans PLAXIS :

- soit en choisissant un sol défini comme non drainé : c'est alors le logiciel qui

- calcule la pression interstitielle à partir des caractéristiques drainées du matériau. Ce calcul est tout à fait analogue à celui du coefficient de pression interstitielle A (coefficients A et B de la formule de Skempton dans tous les bons ouvrages de géotechnique).
- soit en choisissant initialement les caractéristiques non drainées du sol (donc  $C_u$ ,  $v_u = 0,5$ ,  $\phi_u = 0^\circ$ ) ; mais cette possibilité ne peut être choisie qu'en cochant dans les propriétés du sol qu'il est drainé. Notons enfin que dans ce cas, il n'est pas possible de calculer des pressions interstitielles.

#### VI.4.3) Paramètres généraux

Titre	Force portante
Caractéristiques générales	Calcul en déformation plane (plane strain) Eléments à 15 nœuds
Dimensions	On prendra un modèle de 8 m. de haut sur 20 m. de large avec une fondation de 5m de large. On placera ultérieurement un élément d'interface sous la semelle.

##### VI.4.3.1) Conditions aux limites

On choisit les conditions aux limites par défaut : déplacement libre sur les deux cotés verticaux et bloqués au fond.

##### VI.4.3.2) Chargement

On définit le chargement par "load A".

##### VI.4.3.3) Poutre

Il est nécessaire de définir les propriétés mécaniques de la poutre : les valeurs ci-dessous sont proposées. On doit alors affecter ces propriétés à la fondation en les glissant au curseur

Paramètres	poutre
EA	$5 \cdot 10^6$ KN/m
EI	8500 KNm <sup>2</sup> /m

Tableau 6.4: Paramètres de rigidité de la semelle.

## VI.4.3.4) Élément d'interface

On place sous la charge un élément d'interface entre 0 et 3 m.

On obtient alors La figure ci-dessous.

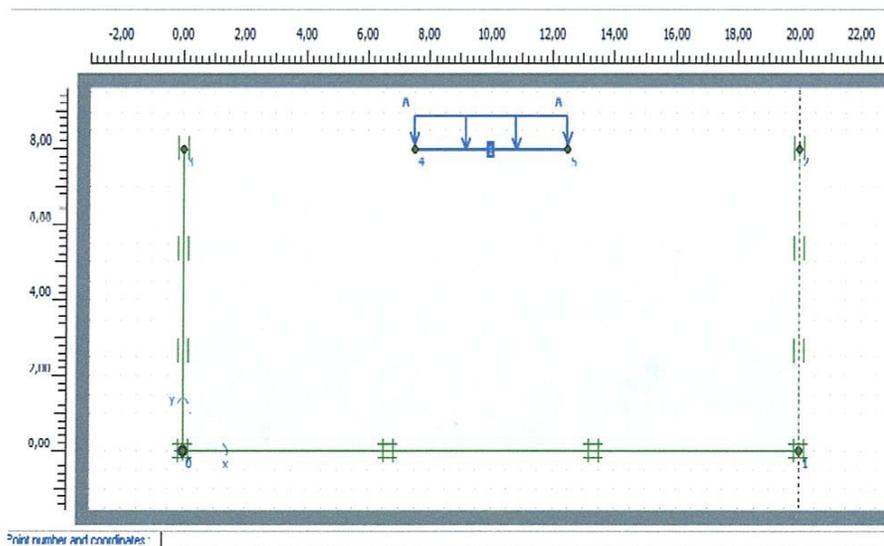


Figure 6.22 : Définition de la géométrie du modèle.

## VI.4.3.5) Caractéristiques du sol

Paramètres	Nom	Argile non drainé	unité
Modèle de matériau	modèle	Mohr-Coulomb	-
Poids volumique saturé	$\gamma_{sat}$	18	[KN/m <sup>3</sup> ]
Poids volumique sec	$\gamma_{unsat}$	18	[KN/m <sup>3</sup> ]
Module de young	$E^{ref}$	10 <sup>4</sup>	[KN/m <sup>2</sup> ]
cohesion	$C^{ref}$	50	[KN/m <sup>2</sup> ]
Coefficient de poisson	$\nu$	0,3	-
Angle de frottement	$\varphi$	0	[°]
Angle de dilatance	$\psi$	0	[°]

Tableau 6.5: Paramètres géotechnique du modèle.

## VI.4.3.6) Maillage

On peut alors procéder au maillage du problème ; celui-ci est donné La figure ci-dessous.

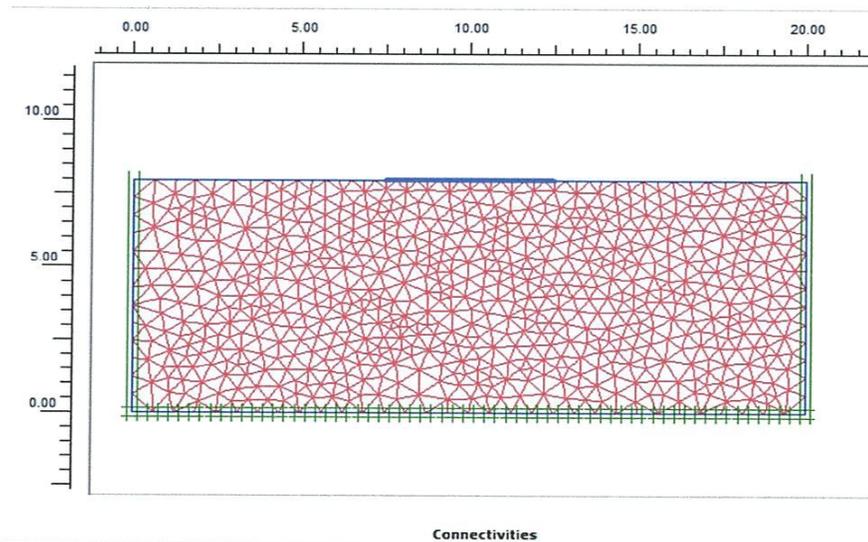


Figure 6.23 : Maillage du modèle.

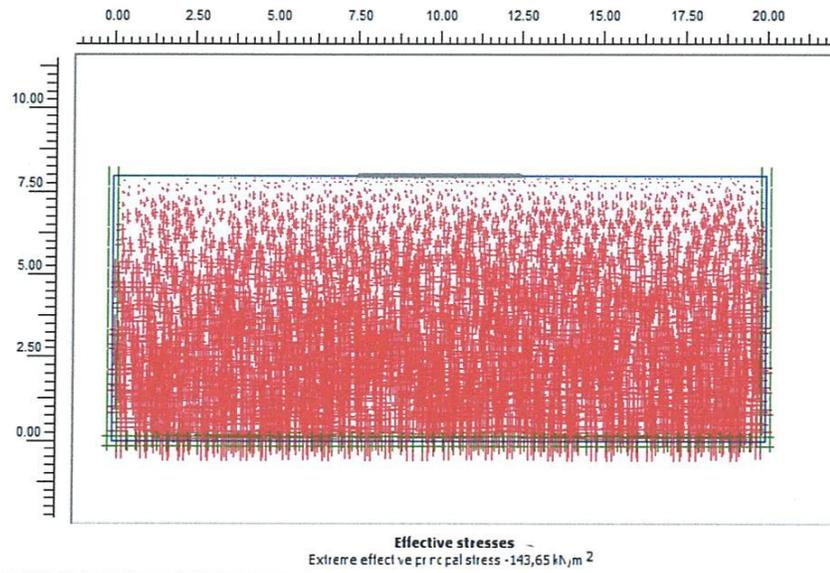


Figure 6.24 : Initialisation des contraintes.

On doit alors sauver les données avant de rentrer dans le programme de calcul (Calculassions) : PLAXIS le propose automatiquement.

#### VI.4.3.7) Calculs

Dans l'onglet General, on accepte les options proposées de même que dans l'onglet Parameters.

Au niveau des multiplicateurs, on fixe le multiplicateur de la charge A ( $\Sigma$ loadA) à 350 pour avoir une valeur de chargement égale à  $350 \times 1 \text{ kPa}$  qui excède largement la force portante du sol.

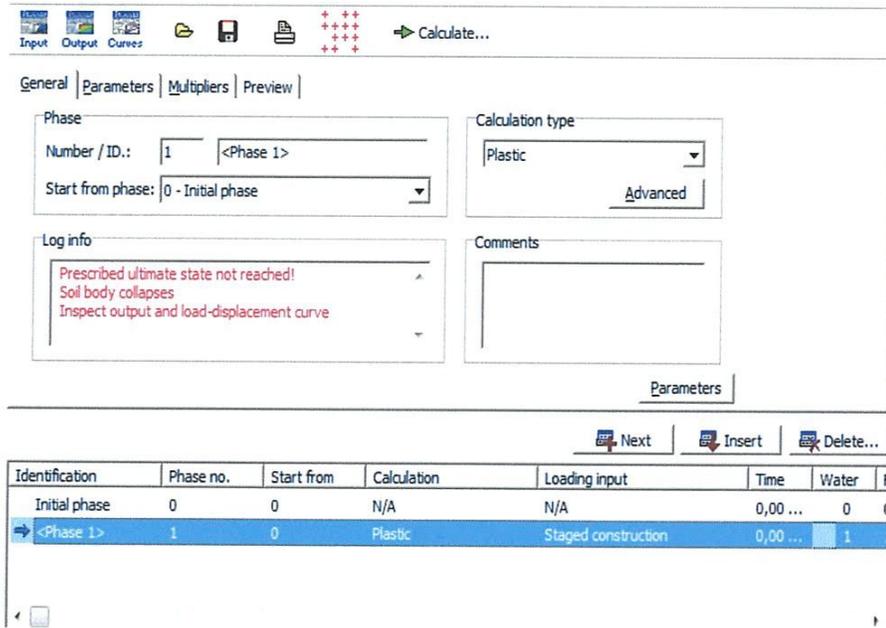


Figure 6.25 : Paramétrage du calcul.

#### VI.4.4) Résultats

Les vecteurs des déplacements incrémentaux (c'est-à-dire les déplacements entre les deux derniers pas de calcul) fournissent la forme de la cinématique de rupture : celle-ci est en accord avec les résultats théoriques (coin rigide sous la fondation)

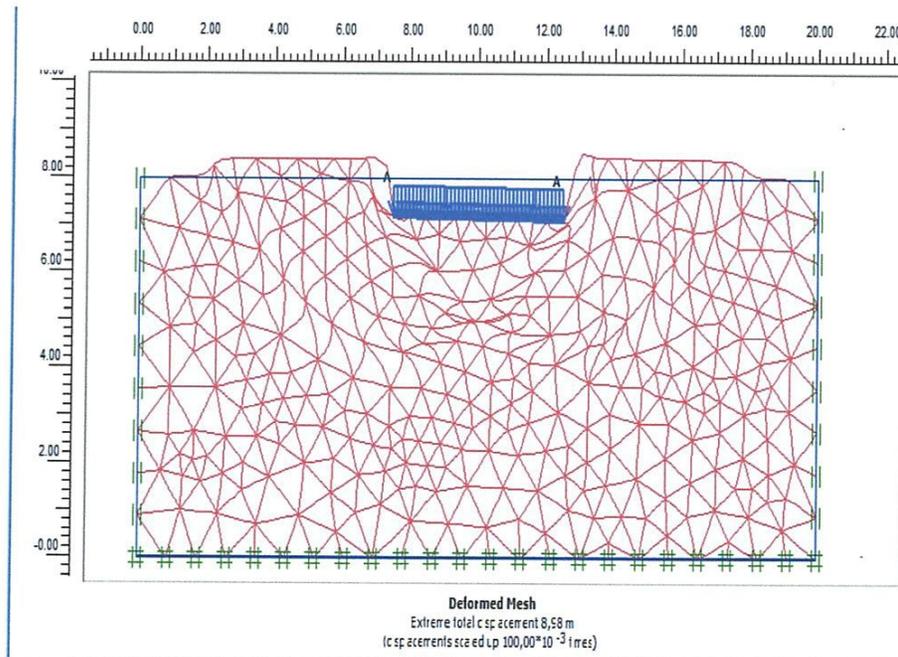


Figure 6.26 : Maillage déformé du modèle.

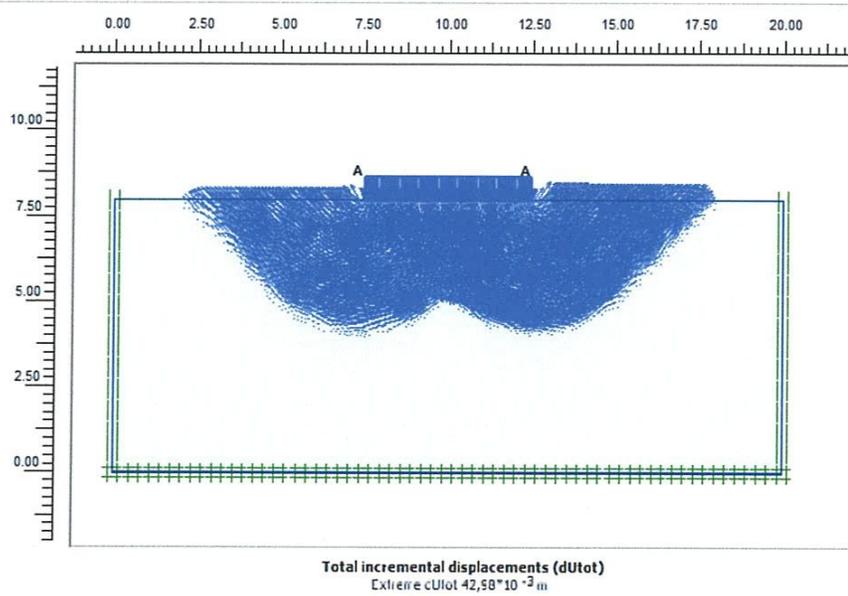


Figure 6.27 : Déplacements incrémentaux.

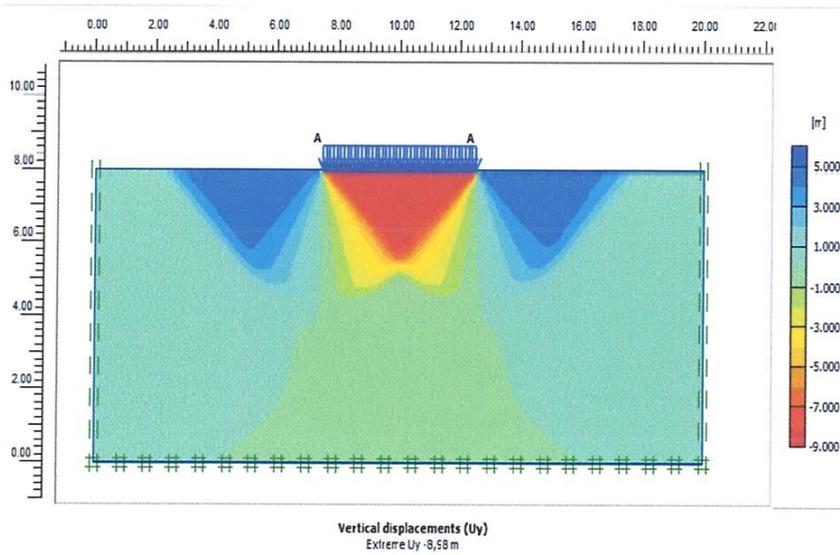


Figure 6.28 : Déplacements incrémentaux totaux U.

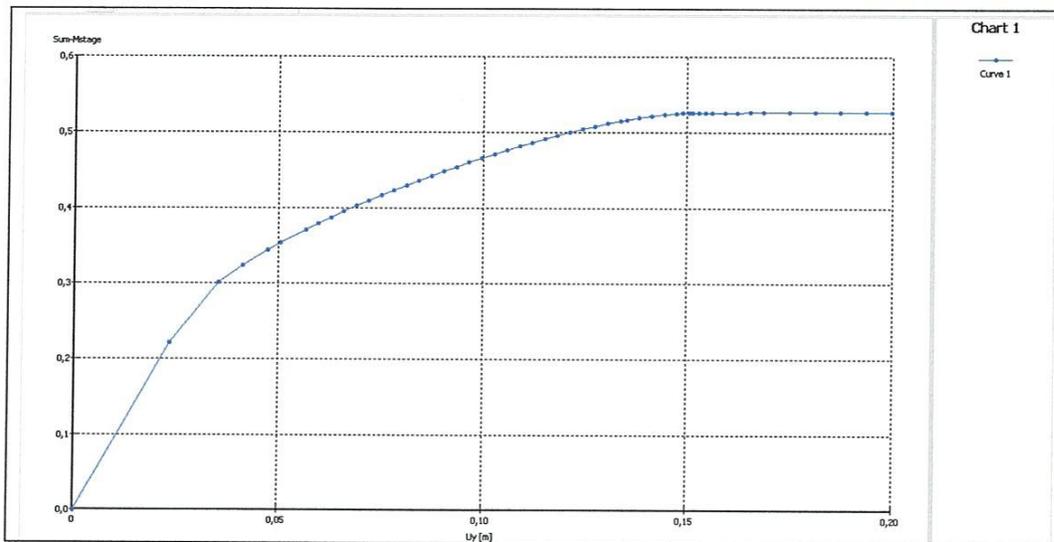


Figure 6.29 : Courbe charge limite – Déplacement verticale  $U_y$ .

#### VI.4.5) Calcule analytique

La capacité portante d'une Semelle filante est donnée par la formule suivante:

$$q_l = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot B \cdot N_\gamma + c \cdot N_c + \gamma_2 \cdot D \cdot N_q$$

Avec

$$\gamma = 18 \text{ KN/m}^3$$

$$B = 1 \text{ m}$$

$$C = 50 \text{ KN/m}^2$$

$$D = 0 \text{ m}$$

Pour  $\varphi = 0^\circ$

$$N_c = 5,14$$

$$N_\gamma = 0$$

$$N_q = 1$$

$$q_l = \left( \frac{1}{2} * 18 * 1 * 0 \right) + (50 * 5,14) + (17,5 * 0 * 1) = 257 \text{ KN / m}^2$$

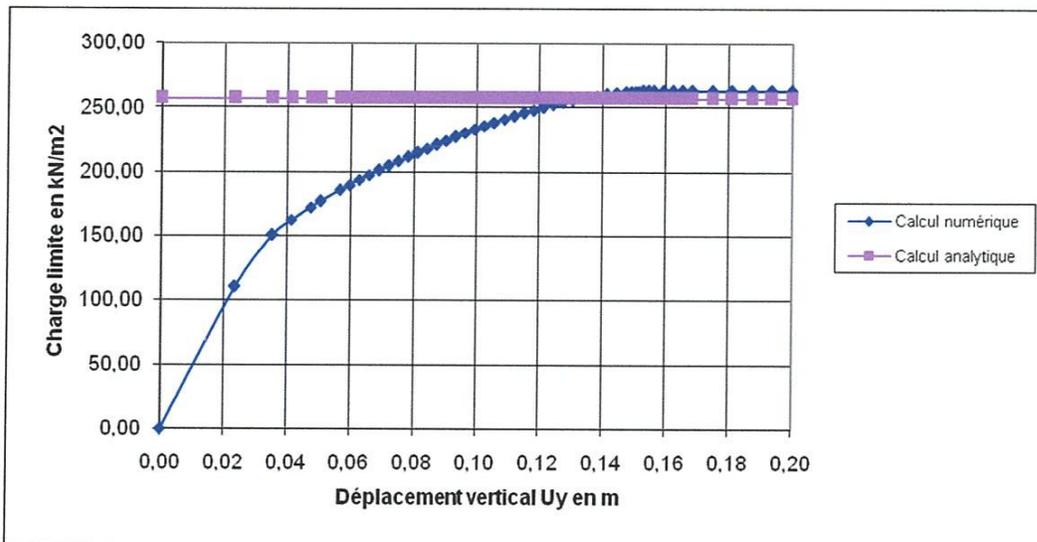


Figure 6.30 : Courbe charge limite – déplacement vertical.

Nous remarquons dans ce graphe que les valeurs numérique et analytique sont identiques et donnent une valeur de la capacité portante de 257,00 kN/rad.

#### VI.5) Semelle filante reposant sur une couche de sable

##### VI.5.1) Semelle souple

##### VI.5.2) Paramètres généraux

Titre	Force portante
Caractéristiques générales	Calcul en déformation plane (plane strain) Eléments à 15 nœuds
Dimensions	On prendra un modèle de 4 m. de haut sur 10 m. de large avec une fondation de 2,5m de large. On placera ultérieurement un élément d'interface sous la semelle.

##### VI.5.2.1) Conditions aux limites

On choisit les conditions aux limites par défaut : déplacement libre sur les deux cotés verticaux et bloqués au fond.

## VI.5.2.2) Chargement

On définit le chargement par "load A".

## VI.5.2.3) Poutre

Il est nécessaire de définir les propriétés mécaniques de la poutre : les valeurs ci-dessous sont proposées. On doit alors affecter ces propriétés à la fondation en les glissant au curseur

Paramètres	poutre
EA	$5 \cdot 10^6$ KN/m
EI	8500 KNm <sup>2</sup> /m

Tableau 6.6: Paramètres de rigidité de la semelle.

## VI.5.2.4) Élément d'interface

On place sous la charge un élément d'interface entre 0 et 3 m.

On obtient alors La figure ci-dessous.

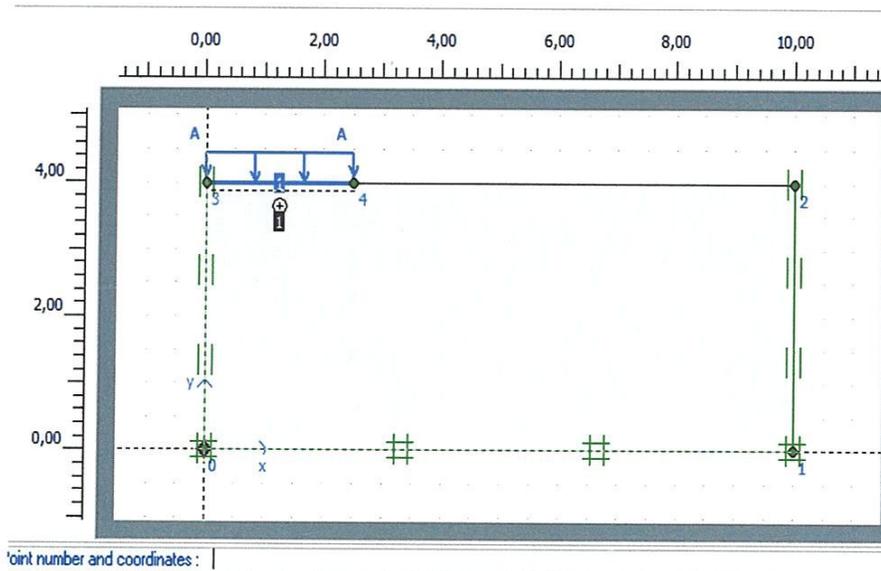


Figure 6.31 : Définition de la géométrie du modèle.

## VI.5.2.5) Caractéristiques du sol

Paramètres	Nom	Argile non drainé	unité
Modèle de matériau	modèle	Mohr-Coulomb	-
Poids volumique saturé	$\gamma_{sat}$	17,5	[KN/m <sup>3</sup> ]
Poids volumique sec	$\gamma_{unsat}$	20	[KN/m <sup>3</sup> ]
Module de young	$E^{ref}$	13.10 <sup>3</sup>	[KN/m <sup>2</sup> ]
cohesion	$C^{ref}$	1	[KN/m <sup>2</sup> ]
Coefficient de poisson	$\nu$	0,3	-
Angle de frottement	$\varphi$	31	[°]
Angle de dilatance	$\psi$	10	[°]

Tableau 6.7: Paramètres géotechnique du modèle.

## VI.5.2.6) Calculs

Dans l'onglet General, on accepte les options proposées de même que dans l'onglet Parameters.

Au niveau des multiplicateurs, on fixe le multiplicateur de la charge A ( $\Sigma MloadA$ ) à 350 pour avoir une valeur de chargement égale à  $350 \times 1 \text{ kPa}$  qui excède largement la force portante du sol.

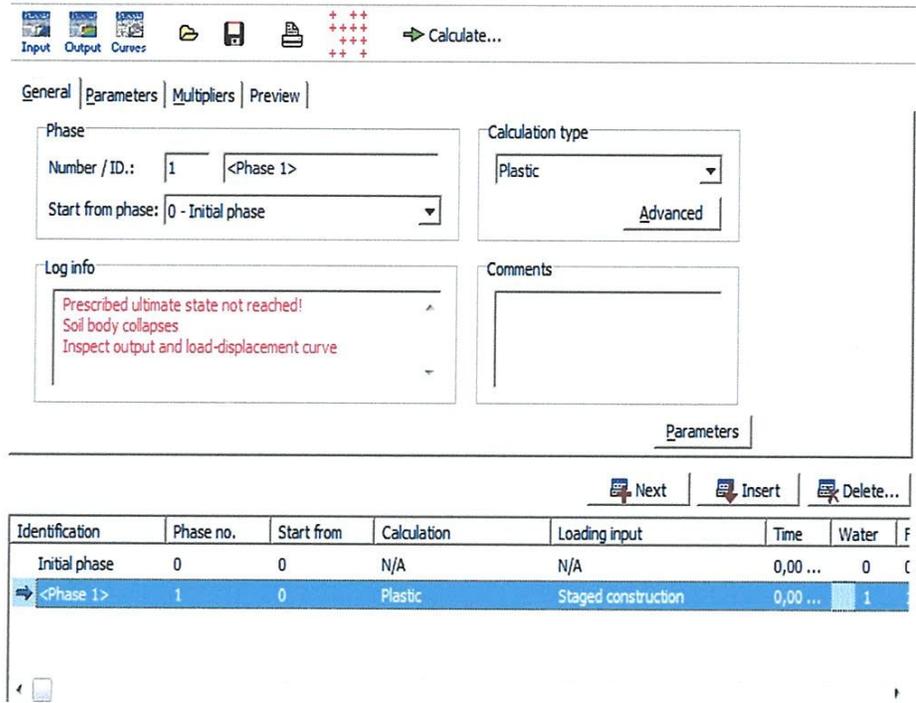


Figure 6.32 : Paramétrage du calcul.

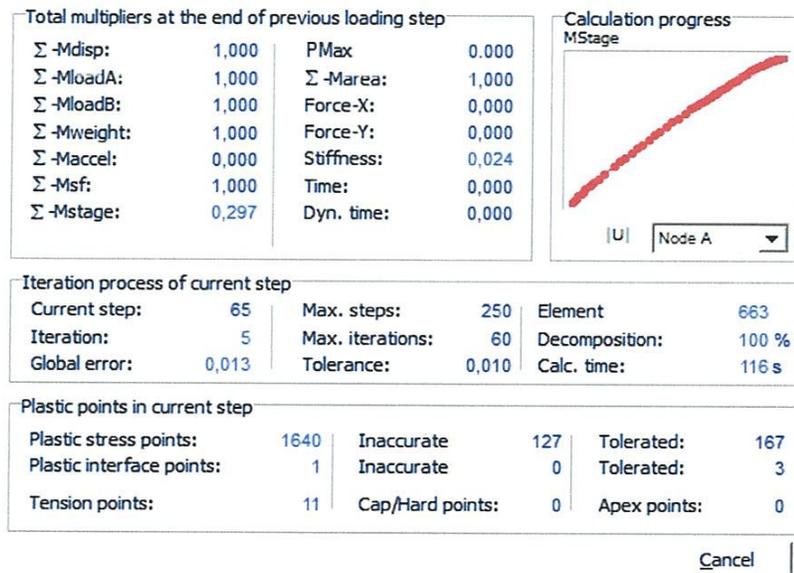


Figure 6.33 : Résultat des calculs.

VI.5.3) Résultats

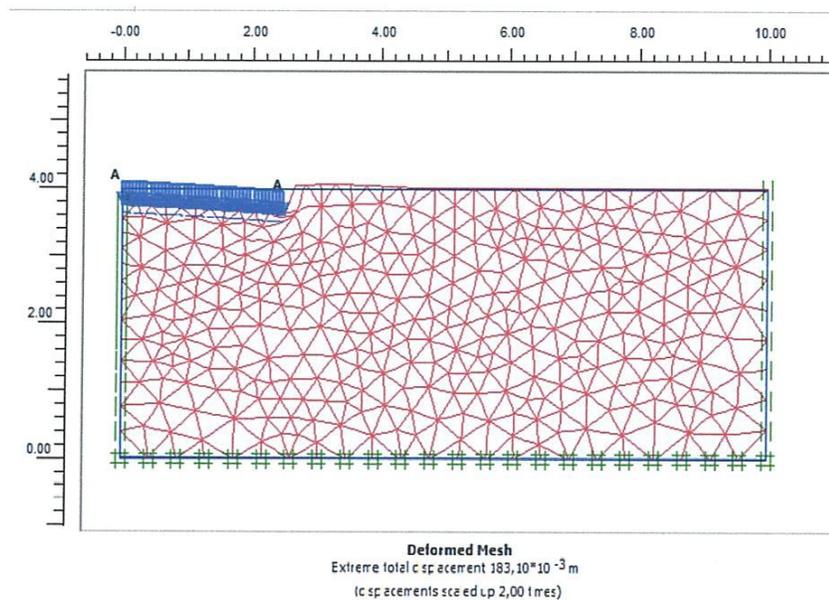


Figure 6.34 : Maillage déformé du modèle

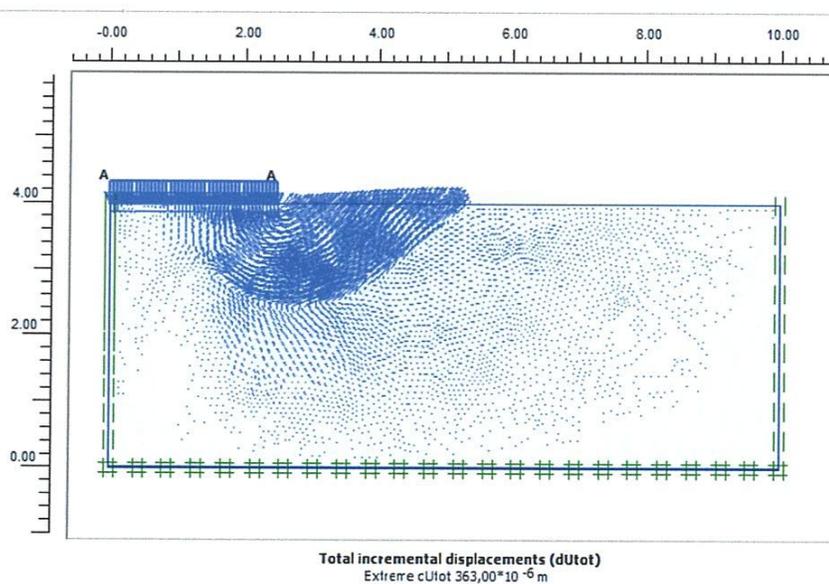


Figure 6.35 : Déplacements incrémentaux.

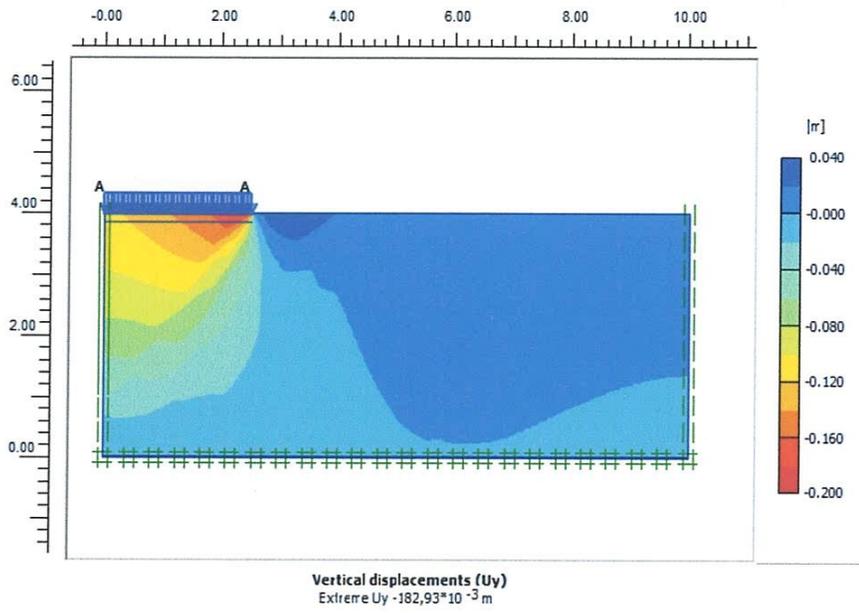


Figure 6.36 : Déplacements incrémentaux totaux  $U$ .

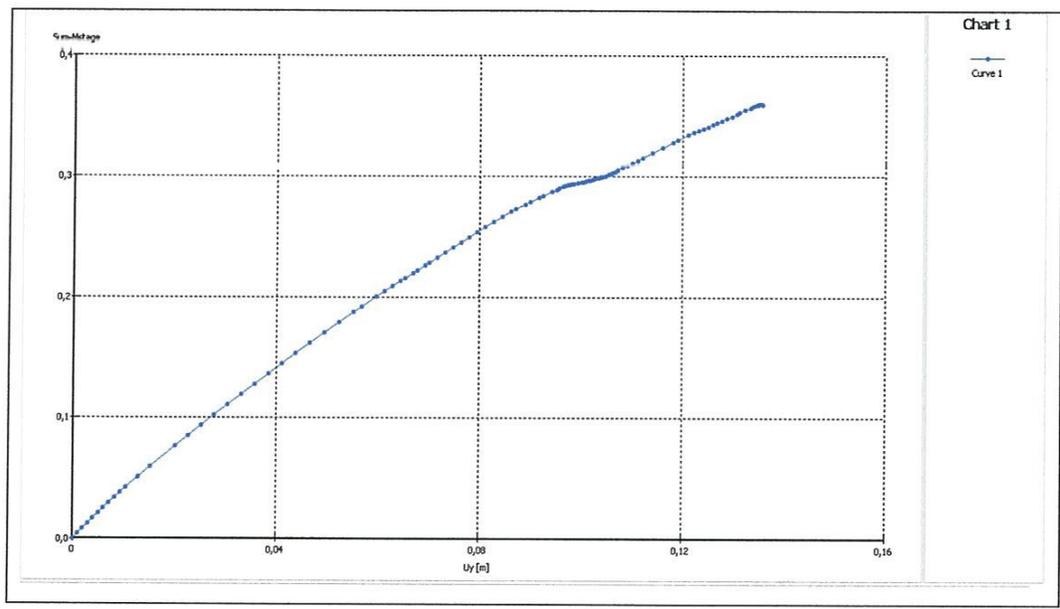


Figure 6.37 : Courbe charge limite – Déplacement verticale  $U_y$ .

## VI.5.4) Calcul analytique

La capacité portante d'une Semelle filante est donnée par la formule suivante:

$$q_l = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot B \cdot N_\gamma + c \cdot N_c + \gamma_2 \cdot D \cdot N_q$$

Avec

$$\gamma = 17,5 \text{ KN/m}^3 \quad B = 1 \text{ m}$$

$$C = 1 \text{ K N/m}^2 \quad D = 0 \text{ m}$$

Pour  $\varphi = 31^\circ$

$$N_c = 32,7 \quad N_\gamma = 25,5$$

$$N_q = 20,6$$

$$q_l = \left( \frac{1}{2} * 17,5 * 1 * 25,5 \right) + (1 * 32,7) + (17,5 * 0 * 20,6) = 255,82 \text{ KN / m}^2$$

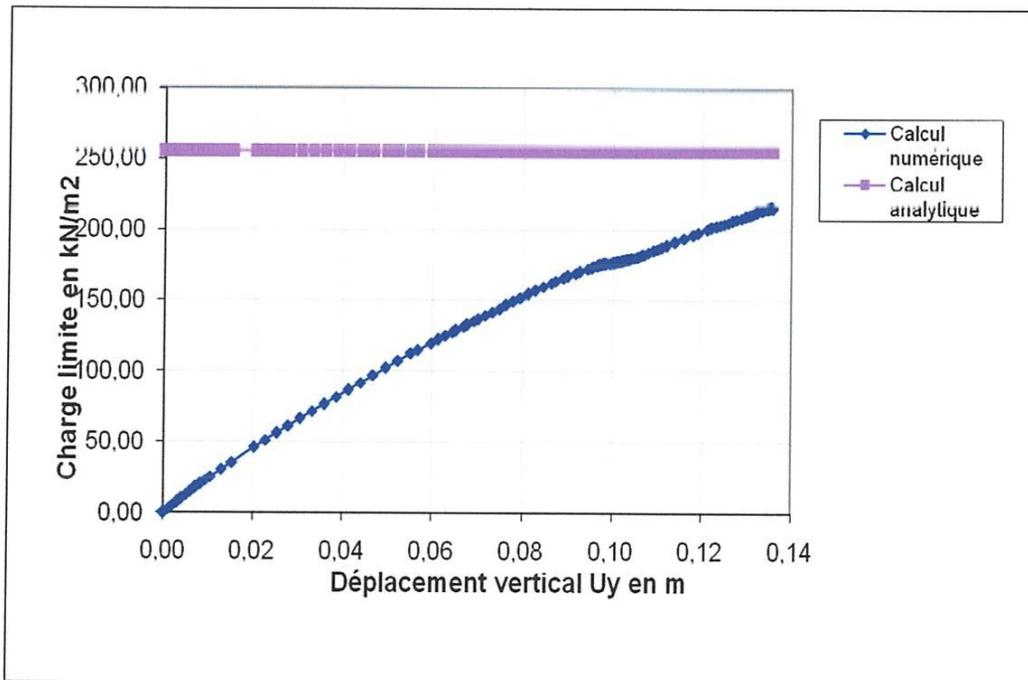


Figure 6.38 : Courbe charge limite – déplacement vertical.

Nous remarquons dans ce graphe une légère différence entre la valeur de la capacité portante calculée analytiquement et celle obtenue par la modélisation numérique. Le

calcul analytique donne une valeur de  $255,82 \text{ kN/m}^2$ , tandis que le modèle numérique atteint la rupture avec une valeur de  $230 \text{ kN/m}^2$ .

VI.6) Semelle filante reposant sur une couche de sable pare le (modèle Hardenin soil model)

VI.6.1) Semelle souple

VI.6.2) Paramètres généraux

Titre	Force portante
Caractéristiques générales	Calcul en déformation plane (plane strain) Eléments à 15 nœuds
Dimensions	On prendra un modèle de 4 m. de haut sur 10 m. de large avec une fondation de 2,5m de large. On placera ultérieurement un élément d'interface sous la semelle.

VI.6.2.1) Conditions aux limites

On choisit les conditions aux limites par défaut : déplacement libre sur les deux cotés verticaux et bloqués au fond.

VI.6.2.2) Chargement

On définit le chargement par "load A".

VI.6.2.3) Poutre

Il est nécessaire de définir les propriétés mécaniques de la poutre : les valeurs ci-dessous sont proposées. On doit alors affecter ces propriétés à la fondation en les glissant au curseur

Paramètres	poutre
EA	$5 \cdot 10^6 \text{ KN/m}$
EI	$8500 \text{ KNm}^2/\text{m}$

Tableau 6.8: Paramètres de rigidité de la semelle.

## VI.6.2.4) Élément d'interface

On place sous la charge un élément d'interface entre 0 et 3 m.

On obtient alors La figure ci-dessous.

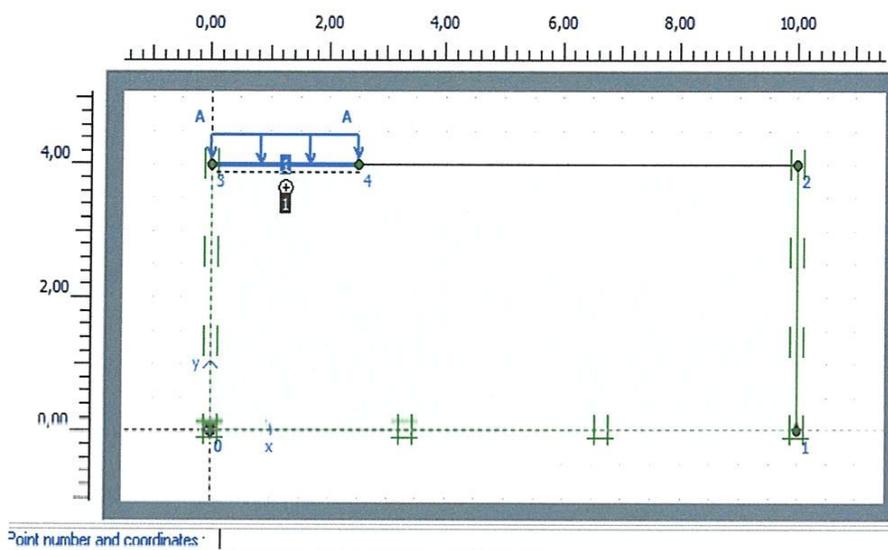


Figure 6.39 : Définition de la géométrie du modèle.

## VI.6.2.5) Caractéristiques du sol

## A) Modèles avancés de sol

PLAXIS offre d'autres modèles de comportement de sol : le Hardening Soil Model (modèle hyperbolique en élastoplasticité) pour les sols raides, comme les argiles surconsolidées et les sables ; le Soft Soil Creep Model (modèle de type Cam-Clay) pour l'analyse du comportement des sols compressibles normalement consolidés. En complément, PLAXIS inclut un modèle pour l'analyse des roches en comportement anisotrope : le Jointed Rock model.

Paramètres	Nom	Argile non drainé	unité
Modèle de matériau	modèle	Hardenin Soil Model	-
Poids volumique saturé	$\gamma_{sat}$	17,5	[KN/m <sup>3</sup> ]
Poids volumique sec	$\gamma_{unsat}$	20	[KN/m <sup>3</sup> ]
Module de young	$E^{ref}$	$2.10^4$	[KN/m <sup>2</sup> ]
Module	$E^{ref}_{oud}$	$16.10^3$	[KN/m <sup>2</sup> ]
Module	$E^{ref}_{ur}$	$6.10^4$	[KN/m <sup>2</sup> ]
Cohesion	$C^{ref}$	1	[KN/m <sup>2</sup> ]
Coefficient de poisson	$\nu$	0,3	-
Angle de frottement	$\varphi$	34	[°]
Angle de dilatance	$\psi$	10	[°]

Tableau 6.9: Paramètres géotechnique du modèle.

## VI.6.2.6) Maillage

On peut alors procéder au maillage du problème ; celui-ci est donné La figure ci-dessous.

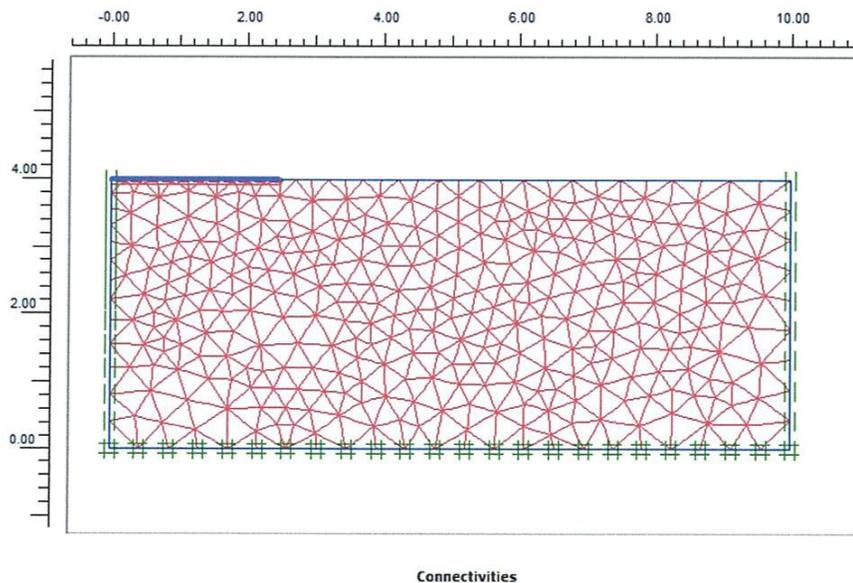


Figure 6.40 : Maillage du modèle.

On doit alors sauver les données avant de rentrer dans le programme de calcul (Calculassions) : PLAXIS le propose automatiquement.

### VI.6.2.7) Calculs

Dans l'onglet General, on accepte les options proposées de même que dans l'onglet Parameters.

Au niveau des multiplicateurs, on fixe le multiplicateur de la charge A ( $\Sigma MloadA$ ) à 350 pour avoir une valeur de chargement égale à  $350 \times 1 \text{ kPa}$  qui excède largement la force portante du sol.

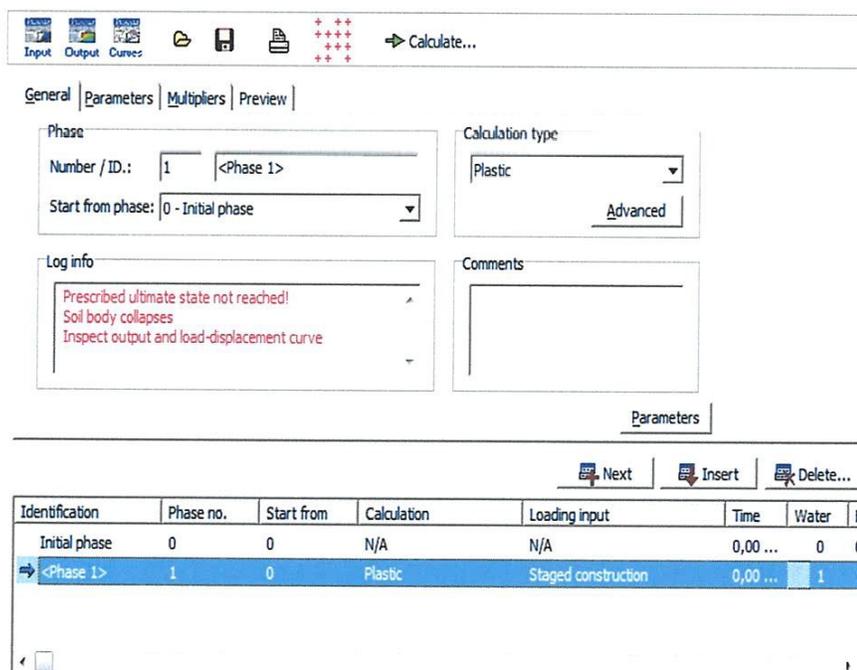


Figure 6.41 : Paramétrage du calcul.

On choisit point sou la fondation pour suivre les déplacements du sol (voir La figure ci-dessous).

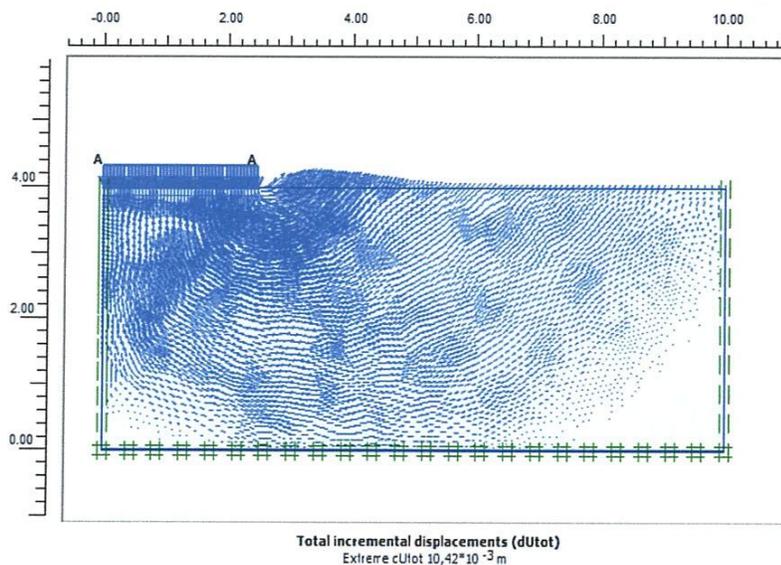


Figure 6.44 : Déplacements incrémentaux.

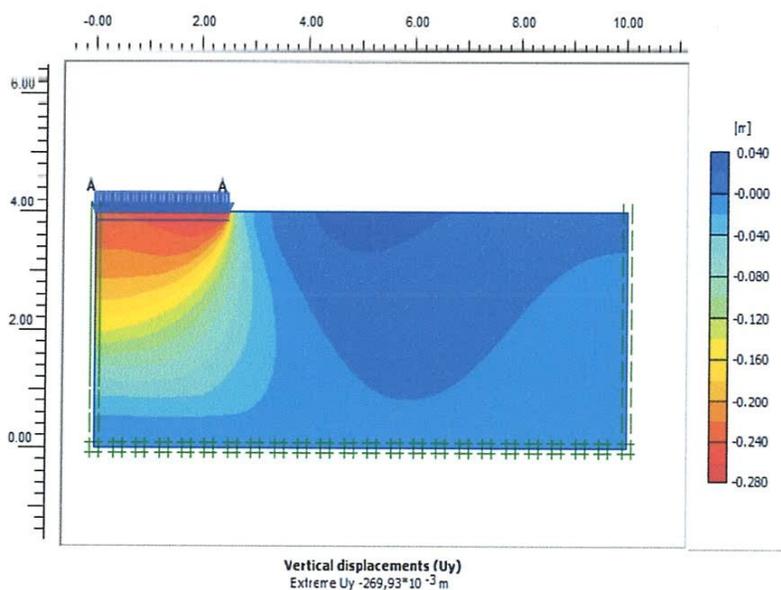


Figure 6.45 : Déplacements incrémentaux totaux U.

#### VI.6.4) Calcul analytique

La capacité portante d'une Semelle filante est donnée par la formule suivante:

$$q_l = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot B \cdot N_\gamma + c \cdot N_c + \gamma \cdot D \cdot N_q$$

Avec

$$\gamma = 17,5 \text{ KN/m}^3 \quad B = 1 \text{ m}$$

$$C = 1 \text{ KN/m}^2 \quad D = 0 \text{ m}$$

Pour  $\varphi = 34^\circ$

$$N_c = 42,2 \quad N_\gamma = 40,9$$

$$N_q = 29,4$$

$$q_l = \left(\frac{1}{2} * 17,5 * 1 * 40,9\right) + (1 * 42,2) + (17,5 * 0 * 29,4) = 400,07 \text{ KN/m}^2$$

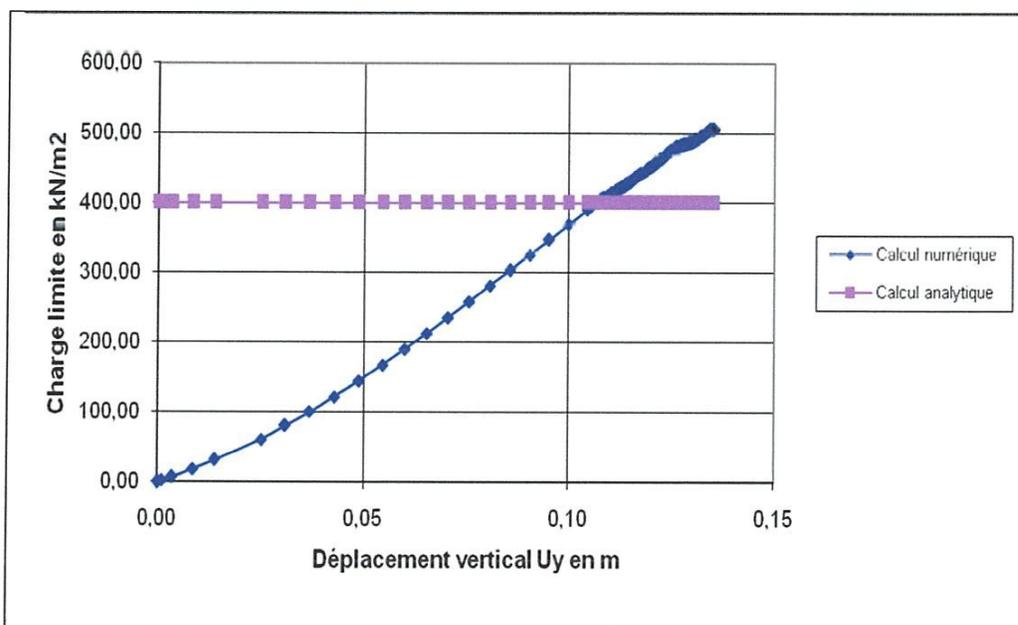


Figure 6.46 : Courbe charge limite – déplacement vertical.

Nous remarquons dans ce graphe une légère différence entre le résultat du calcul analytique et celui du calcul numérique, cette différence est due probablement au choix du modèle de calcul ou de ces paramètres géotechniques.

# *Conclusion générale*

*Calcul numérique  
de la capacité portante  
pour les fondations superficielles*

Dans ce mémoire, nous avons abordé le problème de calcul numérique de la capacité portante des fondations superficielles, par la méthode des éléments finis, en utilisant le logiciel Plaxis. Après une brève définition des différents types de fondations superficielles, nous avons présenté les différentes méthodes de calcul analytique de la capacité portante des fondations avec différentes configurations de chargement et de conditions aux limites.

Ensuite, un bref rappel de l'utilisation de la méthode des éléments finis pour la résolution des problèmes de champs à deux dimensions a été présenté. L'outil numérique, avec lequel nous avons réalisé tous nos modélisations, a été également présenté, il s'agit du logiciel Plaxis.

Par la suite, nous avons entamé les calculs de modélisation numérique, l'estimation de la capacité portante et la comparaison des résultats obtenus avec le calcul analytique. Plusieurs modèles de semelles ont été étudiés. Les résultats obtenus pour les différents modèles montrent une bonne concordance entre le calcul numérique et calcul analytique, cela prouve l'efficacité du logiciel de calcul Plaxis pour ces types de modélisation.

Finalement, plusieurs perspectives peuvent être envisagées pour ce travail à savoir:

- L'utilisation d'un autre logiciel de calcul pour la modélisation des cas étudiés;
- Proposition de d'autres modèles plus complexe tel que: semelle avec charge inclinée, semelle avec charge perpendiculaire excentrée, semelle au bord d'un talus, semelle sur plusieurs couches de sol hétérogène.....etc.
- Prise en compte des conditions hydrauliques dans les modèles étudiés à travers la modélisation du niveau de la nappe phréatique;
- Généralisation des modélisations sur des modèles tridimensionnelles pour mieux représenter la réalité.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

---

- [1] AMAR (S.), BAGUELIN (F.), CANÉPA (Y.) et FRANK (R.). - New design rules for the bearing capacity of shallow foundations based on in situ pressuremeter tests. Proceedings International Conference on Site Characterization, ISC 98, Atlanta, 19-22 Avriil 1998.
- [2] AMAR (S.) et JÉZÉQUEL (J.-F.). - Propriétés mécaniques des sols déterminées en place. C 220 (1998). *Traite Construction*, volume C 21.
- [3] AMAR (S.) et MORBOTS (A.). - Contribution au dimensionnement des fondations superficielles à l'aide du pénétromètre statique. Bull. Labo. p. et Ch. (F) n° 141 janv.-févr. 1986, p.37-43.
- [4] BUTTON (S.J.). - The bearing capacity of footings resting on a two-layers cohesive subsoil. 3rd Int. Conf. Soil Mechs Fdn Engng, Zurich, vol.1, p.332-335, 1953.
- [5] COMBARIEU (O.). - Capacité portante des fondations superficielles. pressiomètre et essais de laboratoire. Bull. Labo. p. et Ch. (F) n° 211 sept.-oct. 1997, p.53-72.
- [6] ENV 1997-1. Eurocode 7 Geotechnical Design, Part 1 General Rules. 30 octobre 1994, doc. nr. CEN/TC 250/SC7, N 128, CEN (ComPité Européen de Normalisation, Bruxelles), 123 p. Version française: Eurocode 7 Calcul géotechnique Partie 1 : Règles générales. XP ENV 1997-1 (P 94-250-1), décembre 1996, 112 p. AFNOR, Paris.
- [7] Essai de pénétration statique. Norme française NF p 94-1 1 3, octobre 1 996 AFNOR Paris 16 p.
- [8] Fondation superficielle. Essai de chargement statique sous un effort vertical. Avant-projet de norme expérimentale française P 94-155, 1994 AFNOR, Paris 24 p. et 11 fig.
- [9] Fondations superficielles. Document technique unifié (DTU) n° 13.12 Règles pour le calcul des fondations superficielles (12 p.), mars 1988 Erratum (1 p.) novembre 1988 CSTB Paris 12 p. (référence AFNOR P 11-711).
- [10] GIROUD (J.P.), TRAN-VO-NHIEM et OBIN (J.-p.). - Mécanique des sols. Tables pour le calcul des fondations. Tome 3 (Force portante), 445 p., Dunod, Paris, 1973.
- [11] MANDEL (J.) et SALENÇON (J.). - Force portante d'un sol sur une assise rigide. C. R. 7<sup>e</sup> Congrès IMSF. 2, Mexico, p. 157-164, 1969.
- [12] MANDEL (J.) et SALENÇON (J.). - Force portante d'un sol sur une assise rigide. Étude théorique, *Géotechnique* 22,1, p.79-93, mars 1972.

- [13] MAGNAN (J.-P). - Résistance au cisaillement. C 216 (1991). Traité Construction, volume C 21.
- [14] Manuals for the design of bridge foundations. National Cooperative Highway Research Program Report 343. December 1991, 308 p. Transportation Research Board TRB, Washington D.C. (USA).
- [15] MATAR (M.) et SALENÇON (J.). - Capacité portante d'une semelle filante sur sol purement cohérent, d'épaisseur limitée et de cohésion variable avec la profondeur. Ann. ITBTP n° 352, p. 93-108; Revue Franç. Géotechnique n. 1, p.37-52, 1977.
- [16] MEYERHOF (G.G.)- - Influence of roughness of base and ground-water conditions on the ultimate bearing capacity of foundations. Géotechnique, vol. 5, p.227-242, 1955
- [17] MEYERHOF (G.G.). - The ultimate bearing capacity of foundations on slopes. proc. 4th Int. Conf. Soil Mech. Fdn Engng, London, vol. 1, p. 394-6, 1957.
- [18] MEYERHOF (G.G.). - The bearing capacity of foundations under eccentric and inclined loads. proc. 3rd Int. Conf. Soil Mech. Fdn Engng, Zurich, vol. 1, p.440-5, 1953
- [19] MEYERHOF (G.G.). - Discussion on K. Rupture surface in sand under oblique loads. J. Soil Mech. Fdn Engng Div., ASCE, SM3, July, p. 1028-15, 1966.
- [20] Règles techniques de calcul et de conception des fondations des ouvrages de génie civil. Cahier des clauses techniques générales applicables aux marchés de travaux. Fascicule n° 62, titre V, 1993. Ministère de l'Équipement, du Logement et des Transports. Textes Officiels, n° 93-3, 182 p.
- [21] SMITH (E.A.L.). - Pile driving analysis by the wave equation. J. Soils Mech. and Found. Div. (USA) 86 no 2 SM4 août 1960 p.35-61 American Soc. of Civ. Engineers.
- [22] TERZAGHI (K.) et PECK (R.B.). - Soil mechanics in engineering practice. John Wiley & Sons, New York, First Edition 1948 and Second Edition 1967.

[ ] **Roger Frank** : Calcul des fondations superficielles et profondes / ————

[ ] **G Philipponnat** : Fondations et ouvrages en terre / ————

[ ] **Memoire de Magister** - Analyse de la capacite portante des fondations superficielles par le code de calcul « Plaxis »2010 (Université 8 Mai 1945 Guelma)

^  
Présenté par : Hadri Wided

[ ] **Mémoire de Magister** – Analyse numérique du facteur  $N_\gamma$  de la capacité portante pour une fondation conique implantée dans un sol pulvérulent 2009 (Université El Hadj Lakhdar Batna)

Présenté par : Nezari Abdel Hakim