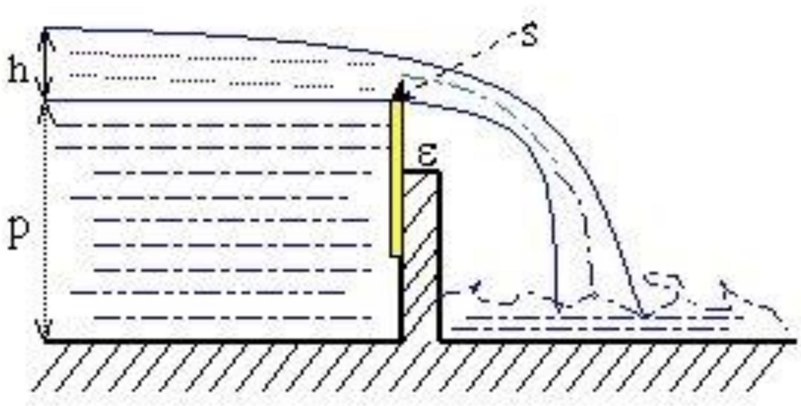
UNIVERSITE 8 MAI 45 GUELMA

TRAVAUX PRATIQUES D'HYDRAULIQUE GENERALE

(À l'usage des étudiants de Licence & Master)

KHEROUF Mazouz



1. Etalonnage d'un manomètre

1.1. But de la manipulation

Le but essentiel de cette manipulation est le calibrage d'un manomètre à ressort métallique à l'aide d'une presse hydraulique à étalonner.

1.2. Description de l'installation expérimentale

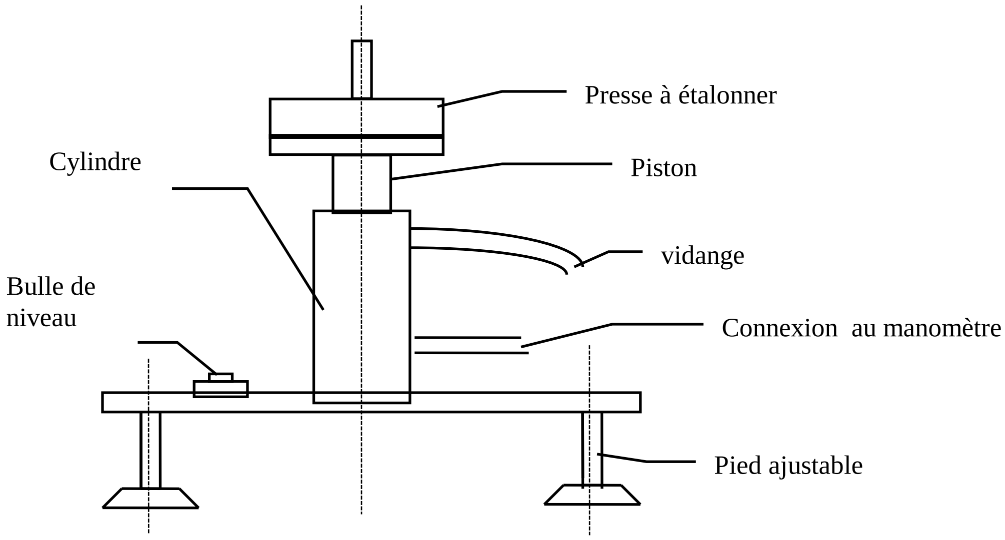


Fig. 1.1 : Schéma de l'installation expérimentale.

1.3. Nomenclature

Désignation	Unité	Notation	Type
Masse du piston	kg	Mp	Donnée
Diamètre du piston	m	d	Donné
Surface du piston	m^2	A	A = $\frac{\pi . d^2}{4}$
Masse des poids	kg	Mw	Donnée
Masse totale	kg	M= Mw + Mp	Calculée
Lecture de la pression manométrique	kN/m^2	G	à lire
Pression du cylindre	kN/m^2	p	$p = \frac{M.g}{A}$
Erreur absolue de la pression	kN/m^2	G-p	calculée
% d'erreur de la pression	%	%=(erreur absolue/lecture manométrique) *100	calculée

1.4. Procédure expérimentale d'étalonnage

1. Placer le manomètre à échelle en Kpa sur le plan de travail horizontal.
2. Raccorder le tube d'arrivée du manomètre à ressort.
3. Enlever le piston et déterminer sa masse ainsi que les masses additionnelles.
4. Remplir le cylindre de presse d'eau.

5. Eliminer les bulles d'air du circuit.
6. Fermer le robinet d'isolement du manomètre du coté arrivée.
7. Introduire le piston et lui donner un mouvement de rotation pour minimiser le frottement.
8. Pendant la rotation du piston, noter la lecture du manomètre pour différentes masses.

1.5. Données de calcul

Surface du piston $A = 2.452 .10^{-4}\ m^2$
Diamètre du piston d = 0.01767 m^2
Masse du piston m = 0.5 kg

1.6. Résultats et calculs

Une fois le matériel est installé, placer le calibreur sans piston sur le banc hydraulique et assurer que la base est horizontale en ajustant les pieds par l'utilisation de la bulle de niveau.

Calculer les pressions réelles s'exerçant sur le fluide à l'aide de la formule p = Mg/A

Remplir le tableau suivant et comparer- les avec les pressions manométriques. Déduisez l'erreur relative et l'erreur absolue pour chaque mesure.

Tracer les courbes d'erreurs relatives en fonction de la pression calculée pour chaque échelle de mesure.

Donner votre point de vue sur la précision de l'appareil.

Masse du piston Mp kg	**Diamètre du piston d m**	**Surface du piston A m^2**	**Masse des poids Mw kg**	**Masse total M kg**	**Pression manométrique G kN/m^2**	**Pression cylindre p kN/m^2**	**Erreur absolue erreur kN/m^2**	**% erreur manométrique**
		$\frac{\pi.d^2}{4}$		Mp+Mw		Mg/A	G-P	$\frac{G-P}{P}*\%$

2. Détermination du centre de poussée sur une surface plane

2.1. But du travail

Déterminer la position du centre de poussée sur une surface plane rectangulaire immergée partiellement ou complètement.

2.2. Résume de la théorie

Une force de pression sur une surface plane à orientation arbitraire est égale au produit de l'aire de la surface de la paroi par la pression que subit le centre de gravité et est dirigée suivant la normale intérieure par rapport au palier d'action.

$$p = \rho\, g\, h_{cg}\, A \qquad (1)$$

Ou p = la force de pression en N; ρ = la masse volumique du liquide en kg/m^3; g = l'accélération de la pesanteur en m/s^2 ; h_{cg} = la hauteur du centre de gravité, en m; A = l'aire de la surface de la paroi, en m^2.

On appelle centre de pression le point de croisement de la force de pression du liquide avec la surface subissant la pression. Le centre de poussée sur une surface plane à orientation arbitraire peut être déterminé à l'aide de la formule suivante:

$$h_{cp} = h_{cg} + \frac{I_g \sin^2\theta}{A h_{cg}} \qquad (2)$$

Où h_{cp} = la hauteur du centre de poussée, en m; I_g = le moment d'inertie central de l'aire de la surface de la paroi par rapport à l'axe parallèle au bord horizontale de l'eau qui passe par le centre de gravité de la paroi, en m^4; θ = l'angle dont la paroi plane est inclinée par rapport à horizontale

Il découle de l'équation (2) que le centre de poussée sur une surface plane à orientation arbitraire est toujours au-dessous de son centre de gravité d'une valeur: $\dfrac{I_g \sin^2\theta}{A h_{cg}}$

Dans le cas où θ = 90° la formule (2) devient:

$$h_{cp} = h_{cg} + I_g / A\, h_{cg} \qquad (3)$$

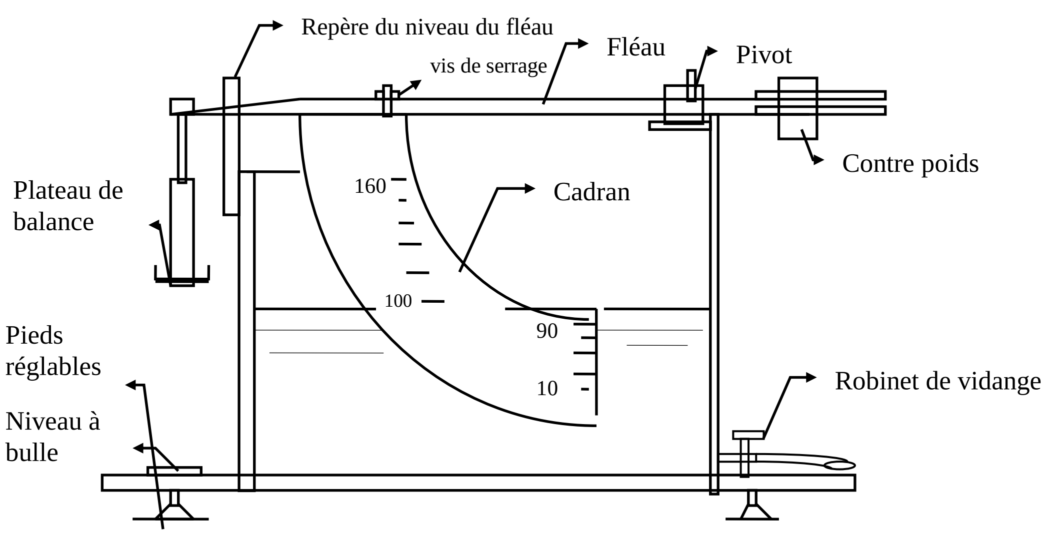


Fig. 2.1 : Schéma de l'installation expérimentale.

2.3. *Principe de l'expérience*

L'appareil de la pression hydrostatique (Fig 2.1) est la balance qui permet d'équilibrer les moments des forces de pression du liquide agissant sur le cadrant immergé, à l'aide des poids mis sur le plateau de la balance.

Le cadran de cet appareil qui est fixé solidement au fléau de la balance est le quart de la bague avec la section rectangulaire. Le centre de courbure de ce cadrant coïncide avec le pivot 9 (Fig2. 1) de la balance c'est à dire avec le point O (Fig 2.2 et 2. 3). C'est pourquoi la résultante des forces de pression qui agissent sur les surfaces courbes du cadrant passent par le point O et le moment de ces forces par rapport au point O sont égales à zéro. Par conséquent on ne doit tenir compte que de l'action des deux forces agissant sur le fléau de la balance :

1) la force de pression du liquide agissant sur la face d'extrémité du cadran

2) la pesanteur des poids sur le plateau de la balance.

Les figures 2 et 3 montrent le schéma de calcul de l'appareil de pression hydrostatique pour les deux cas suivants:

Fig 2.2 : surface plane rectangulaire de la face d'extrémité du cadran est partiellement immergée dans le liquide c'est à dire la hauteur du cadran (d) est plus grande que la hauteur d'eau (y) d>y

Fig 2. 3: surface plane rectangulaire de la face d'extrémité du cadran est complètement immergé dans le liquide ($y \geq d$).

Calculons pour les deux cas envisagés les valeurs de la forces agissants sur les hauteurs du centre de poussé. Ecrivons les équations de l'équilibre des moments des forces agissants par rapport au point O.

2.3.1. Immersion partielle

La force de pression P sur la surface plane rectangulaire de la face de l'extrémité du cadran selon figure 1 est égale à:

$$P = \rho . g . h_{cg} . A; \qquad ici \;\; h_{cg} = \frac{y}{2}; \qquad A = b . y$$

$$P = \frac{1}{2} \rho . g . b . y^2 \qquad (4)$$

La valeur du poids mis sur le plateau de la balance est:

G = g.m (5)

où m = la masse du poids mis sur le plateau de la balance.

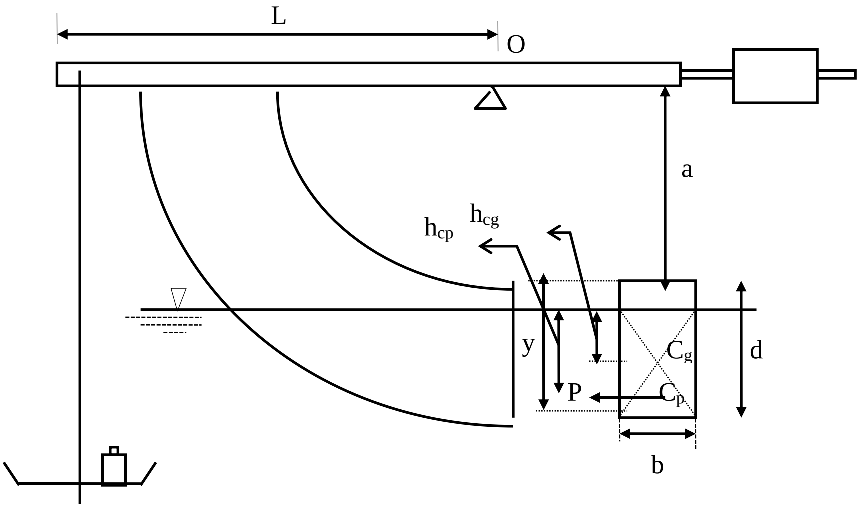


Fig. 2.2 : Immersion partielle.

G = m.g

Ici C_g = le centre de gravité;
C_p = le centre de poussée;
y = la hauteur d'eau;
h_{cg} = la hauteur du centre de gravité;
h_{cp} = la hauteur du centre de poussée;
P = la force de pression sur la surface plane de la face d'extrémité du cadran.
a = 0.10 m; b = 0.075 m; d =0.10 m.

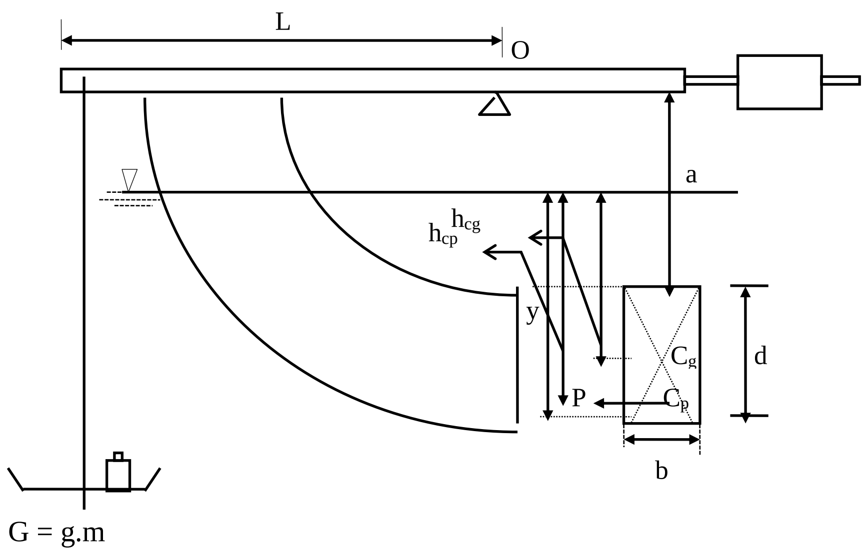


Fig.2.3: Immersion total.

En tenant compte que la face d'extrémité du cadran est plane rectangulaire, nous obtenons

$$I_g = \frac{b.y^3}{12} \qquad (6)$$

Où b = largeur du cadran, en m; y est la hauteur du cadran en m.
Donc selon l'équation (3)

$$h_{cp} = \frac{y}{2} + \frac{by^3/12}{by.y/2} = \frac{2}{3}y. \qquad (3)'$$

Le moment de la force de pression P par rapport au point O est égal à:
$M_p = P.l_p$
l_p = distance entre le point O et le centre de poussée en m:

$$l_p = a + d - y + h_{cp} = a + d - y/3;$$

Ici a est la distance entre le point O et l'arête supérieure de la face d'extrémité du cadran, en m.
Alors

$$M_p = ½\ \rho\ g\ b\ y^2\ (a+d-y/3) \qquad (7)$$

Le moment de la valeur du poids G par rapport au point O est égal à :

$$M_g = G\ L = m.g\ L \qquad (8)$$

Ou L est la distance entre l'axe du plateau de la balance et le point C.

Le fléau de la balance sera horizontal si le moment des forces agissant sur le ce fléau sont égaux.
Donc: $M_p = M_g$,
Ou $m.l = \frac{1}{2}\rho.b.y^2\left(a + d - \frac{y}{3}\right)$

Ou bien : $\frac{m}{y^2} = \frac{\rho.b(a+d)}{2L} - \frac{b\rho}{6L}y$ (9)

En sachant les valeurs de a = 0.10 m; b = 0.075m; d = 0.10m; L = 0.275m;ρ = 1000 kg/m^3 qui sont constant pour l'expérience concrète, on peut alors tracer (m/y^2) en fonction de y

2.3.2. Immersion totale (Fig.2.3)

La force de pression P sur la face totale d'extrémité du cadran est égale à:

$$P = \rho.g.h_{cg}.b.d$$

Ici A = b.d

$h_{cg} = y - d/2$

Donc: $P = \rho.g.h_{cg}.b.d$

Or selon l'équation (3) et (6)

$$h_{cp} - h_{cg} = \frac{I_g}{Ah_{cg}} \quad \text{Avec : } I_g = \frac{bd^3}{12}$$

Le moment de force de pression P par rapport au point O est:

$$M_P = g.m\rho.h_{cg}b.d\left(a + \frac{d}{2} + \frac{d^2}{12h_{cg}}\right) \tag{10}$$

Le moment de pesanteur du poids par rapport au point O est:

$$M_g = g.m.L \tag{11}$$

D'après ce qui précède:

$$M_g = M_p$$

$$g.m.L = \rho.h_{cg}b.d\left(a + \frac{d}{2} + \frac{d^2}{12h_{cg}}\right).g$$

$$\frac{m}{h_{cg}} = \frac{\rho.b.d\left(a + \frac{d}{2}\right)}{L} + \frac{\rho.b.d^3}{12L}\left(\frac{1}{h_{cg}}\right) \tag{12}$$

On peut tracer (m/h_{cg}) en fonction de ($1/h_{cg}$). Ce sera la courbe dont l'ordonné à l'origine est ($\frac{\rho bd\left(a + d/2\right)}{L}$) et le coefficient du membre variable est ($\frac{\rho bd^3}{12L}$)

Les relations (9) et (12) sont reçues théoriquement mais elles peuvent aussi être établies expérimentalement avec l'appareil de pression hydrostatique. La coïncidence de ces relations confirme que la théorie est vraie.

2.4. Procédure expérimentale

1. Mesurer a, L et les dimensions d et b de la face du cadrant 6.
2. Disposer la cuve sur le banc du fléau 7 sur les coussinets du pilot à couteau 9.
3. Accrocher le plateau 3 à l'extrémité du fléau 7.
4. Raccorder le tuyau 14 au robinet de vidange 13 de la cuve et le faire plonger dans levier du banc; raccorder un autre tuyau à l'arrivé de l'eau du banc et le disposer sur l'ouverture triangulaire en haut de la cuve.
5. ajouter l'horizontalité de la cuve à l'aide des vis calmants des pieds réglables et du niveau à bulle 2.
6. Déplacer le contre poids 10 jusqu'à ce que le fléau 7 soit horizontal.
7. Fermer le robinet de vidange 13 et remplir d'eau jusqu'à ce que le niveau affleure le niveau intérieur du cadrant 6.

8. Mètre les poids 4 sur le plateau de la balance 3. Le premier poids doit être égale à 10g, mais les seconds peuvent âtre recommandés 20,30,40,50,70,100,150,200,220,et 230(pour l'immersion partielle de la face d'extrémité du cadran) et 240,250,270,300,350,400,430,440 et 450 (pour l'immersion totale)
9. Rajouter de l'eau petit à petit jusqu'à ce que le fléau 7 soit de nouveau horizontal, que l(on contrôle à l'aide du repère du niveau du fléau 5.
10. Noter le niveau de l'eau y sur l'échelle du cadran 11 et la valeur du poids sur le plateau de la balance 3.
11. Le réglage du niveau précis d'eau peut être effectué en remplissant la cuve un peut trop puis en évacuant doucement l'excès d'eau à l'aide du robinet de vidange 13.
12. Répéter l(opération pour chaque augmentation du poids 4 jusqu'à ce que le niveau de l'eau atteigne la valeur maximale sur l'échelle gradué 11.
13. Enlever ensuite les poids 4 un à un en notant de nouveau les niveaux d'eau jusqu'à ce que tous les poids 4 soient enlevés.

2.5. Résultats et calculs

Pour y<d =100 mm (Immersion partielle)

1. Calculer la valeur de m / y^2 dans le tableau 2.1.

Tab. 2.1 : Tableau de calcul (Immersion partielle).

Remplissage de la cuve		**Vidange de la cuve**		**Moyenne**			
Poids en g (m)	**hauteur d'eau en mm (y)**	**poids en g (m)**	**hauteur d'eau en mm (y)**	**en g (m)**	**en mm (y)**	**y^2**	**m/y^2**
00	0	00	0				
10		10					
20		20					
30		30					
50		50					
70		70					
100		100					
150		150					
200		200					
220		220					
230	100	230	100				

2. Tracer m/y^2 en fonction de y.
3. Comparer ce graphe expérimental avec l'expression théorique (9) et (12) sur les graphiques.
4. Expliquer les différences s'il l'a lieu entre les valeurs mesurés et les valeurs théoriques.

Pour 160>y>d = 100mm (Immersion totale)

1. Calculer les valeurs m / h_{cg} *et* $1 / h_{cg}$ dans le tableau 2.2.

Tab. 2.2 : Tableau de calcul (Immersion totale).

Remplissage de la cuve		**Vidange de la cuve**		**Moyenne**		**h_{cg} = y-d/2**	**m/h**	**m/h_{cg}**
m(g)	**y (mm)**	**m(g)**	**y (mm)**	**m(g)**	**y(mm)**			
230	100	230	100					
240		240						
250		250						
270		270						
300		300						
350		350						
400		400						
430		430						
440		440						
450	160	450	160					

2. Tracer m/h_{cg} en fonction de $1/h_{cg}$.
3. Comparer ce graphe expérimental avec l'expression théorique (12) sur le graphique
4. Expliquer la différence s'il ya lieu entre les deux valeurs mesurés et théorique.

3. Démonstration du théorème de Bernoulli

3.1. But du travail

- C'est l'étude de la transformation de l'énergie spécifique potentielle en énergie spécifique cinétique et vice versa conformément à l'équation de Bernoulli dans les conditions d'un écoulement uniforme et d'un écoulement graduellement varié.
- Construction graphique d'une ligne piézométrique et d'une ligne de charge du courant d'après les données expérimentales
- Calcul des pertes de charge entre les sections.

3.2. Résumé de la théorie

L'équation de Bernoulli qui représente la conservation de l'énergie mécanique totale pour un fluide incompressible se traduit par la relation:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2$$

Ou: p est la pression statique dans le point considéré

v: est la vitesse moyenne du point considéré donnée par la relation

$$v = \frac{Q_v}{A}$$

Q_v: est le débit volumique qui représente la quantité de liquide passante à travers la section par unité de temps.

$$Q_v = \frac{V}{t} \qquad en \ m^3/s$$

Pour un tube horizontal: $z_1 = z_2$ l'équation de Bernoulli devient:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g}$$

Or:

$\frac{p}{\rho g} = h$: Représente la hauteur piézométrique en m.c.e

$\frac{v^2}{2g}$: Représente la hauteur dynamique

$h + \frac{v^2}{2g} = H$: Représente la charge hydraulique totale

Donc la relation de Bernoulli traduit la conservation de la charge hydraulique totale.

3.3. Description de l'installation expérimentale

Le banc comprend une veine d'essai alimenté en circuit fermé par une pompe
La veine d'essai comprend:

- un entonnement
- un venturi
- une partie cylindrique
- un bac de réception
- différentes prises de pression avec tubes piézométriques
- Un tube de Pitot

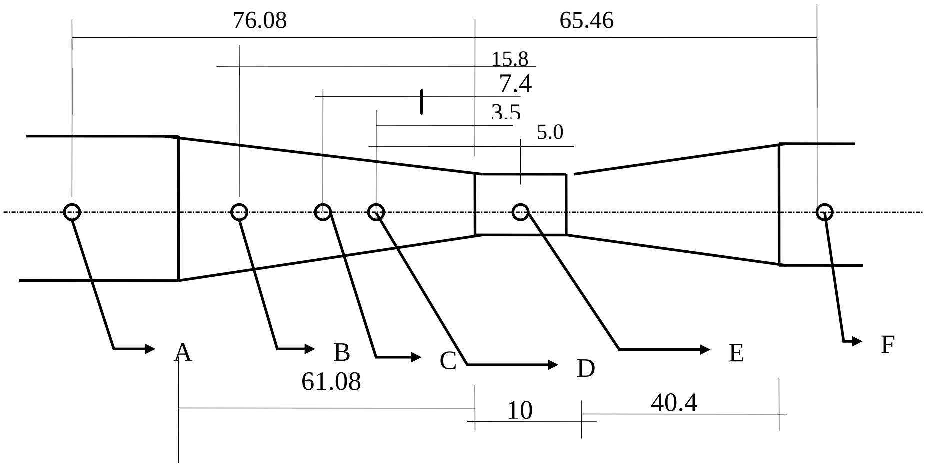


Fig. 3.1 : Dimension du Venturi.

Les dimensions du tube sont:

Position	Hauteur manométrique	Diamètre (mm)
A	h_1	25.0
B	h_2	13.9
C	h_3	11.8
D	h_4	10.7
E	h_5	10.0
F	h_6	25.0

3.4. Procédure expérimentale

A l'aide des pieds réglables régler l'horizontalité de l'appareil sur le banc hydraulique. Remplir doucement le manomètre multiple en éliminant soigneusement les bulles d'air; s'assurer qu'il ne reste pas des bulles d'air dans les tuyaux des prises de pression.
En réglant le débit d'arrivée d'eau et le robinet de sortie ajuster le niveau dans le manomètre. Le réglage final du niveau se fait avec la pompe à bicyclette qui permet d'ajuster la pression d'air au dessus des colonne d'eau.
Mesurer le débit d'eau avec la méthode volumétrique: c'est à dire qu'on mesure à l'aide d'un chronomètre le temps de remplissage d'une quantité mesure à l'aide de l'échelle se trouvant au bac fixé au par avant.

$$Q = \frac{V}{T}$$

ou V: est le volume d'eau mesuré par l'échelle se trouvant sur la paroi avant du bac
T: est le temps chronométré

Relever les hauteurs piézométriques des sections différentes à l'aide des piézomètres.
Enfoncer la sonde de prise de pression totale (tube de Pitot) dans la veine d'essai. Noter les lectures du tube de Pitot pour les sections de 1 à 6.

3.5. Résultats et calculs

Remplir le tableau par les résultats de mesure et de calcul. Construire la ligne piézométrique et la ligne de charge. Quels sont vos commentaires sur la concordance entre la pression totale théorique et la pression mesurée par la sonde (tube de Pitot)

Volume collecté en m^3 V =
Temps de remplissage en s
T =……………
Le débit est: Q = m^3/s

Tab. 3.1 : Tableau de calcul.

Piézomètres	**Diamètre des sections D (mm)**	**Aires des sections A (m^2)**	**Hauteur Piézométrique h = P/ρg**	**Vitesse moyenne V=Q/T (m/s)**	**Hauteur Dynamique $V^2/2g$ (m)**	**Charge Totale H (m)**
1	25.0	490.9E-6				
2	13.9	151.7E-6				
3	11.8	109.4				
4	10.7	89.9				
5	10.0	78.5				
6	25.0	490.9				

4. Etude des débitmètres

4.1. But du travail

Mesure du débit par les trois débitmètres fondamentaux.

4.2. Généralités

Le phénomène de variation de la pression dans les dispositifs convergent-divergent ou dispositif d'étranglement a été utilisé pour mesurer le débit d'une canalisation en charge.
On considère les caractéristiques de trois types différents de débitmètres fondamentaux à savoir:

- Débitmètre de Venturi
- Débitmètre à orifice ou Diaphragme
- Rotamètre

4.2.1. Débitmètre de Venturi

Sur un tronçon horizontal de la canalisation on monte un convergent ABCD suivi d'une courte longueur cylindrique CDEF appelé le col de Venturi et terminé par un divergent EFGK d'une longueur suffisante pour éviter les décollements. On place sur ce dispositif des tubes piézométrique dans les sections (1) légèrement à l'amont du convergent et (2) au niveau du col.

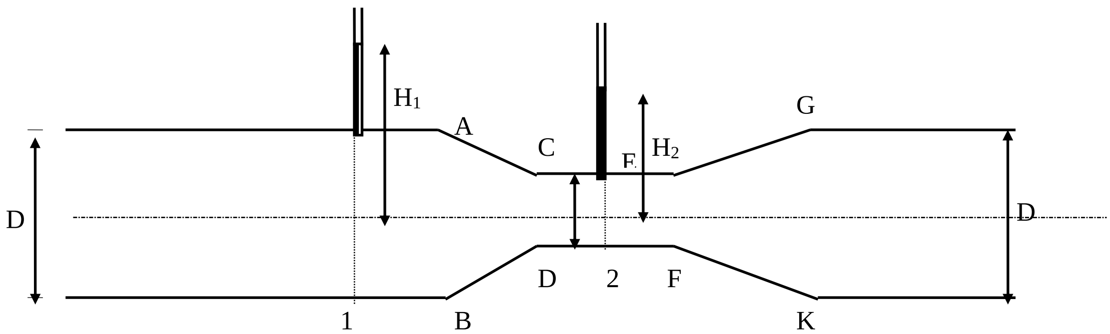


Fig. 4.1 : Débitmètre de du venturi.

D = 31.75 mm
$S_1 = 7.92$ E - 4 m^2
d = 15 mm
$S_2 = 1.77$ E - 4
Par application du théorème de Bernoulli entre (1) et (2) en négligeant les pertes de charge

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2$$

$$Donc\ \Delta h = h_1 - h_2 = \frac{1}{2g}\left(v_2^2 - v_1^2\right)$$

Or d'après l'équation de continuité

$$Q = v_1 S_1 = v_2 S_2$$

$$h_1 - h_2 = \frac{1}{2g}\left(v_2^2 - v_2^2 \frac{d^4}{D^4}\right)$$

Donc: $v_2 = \sqrt{\dfrac{(h_1 - h_2)2g}{1 - \dfrac{d^4}{D^4}}} = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{d^4}{D^4}}}\sqrt{2g\Delta h}$

$Q = S_2 E \sqrt{2g\Delta h}$

$E = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{d^4}{D^4}}}$ Est appelé coefficient de vitesse d'approche.

Mais en réalité les pertes de charge ne sont pas négligeables, c'est pourquoi on affecte des coefficients correctifs voisin de 1.
C: coefficient tenant compte des pertes par frottement et de l'inégalité de répartition des vitesses et des pressions dans les sections (1) et (2)
J: coefficient tenant compte de la rugosité

On obtient ainsi la formule complète du débit

$$Q = C J E S_2 \sqrt{2g(h_1 - h_2)}$$

Avec μ = C J = 0.98
Et h_1 et h_2 sont mesuré par le manomètre différentiel entre la section (1) et la section (2)

$$h_1 - h_2 = \frac{\rho_1 - \rho}{\rho} h$$

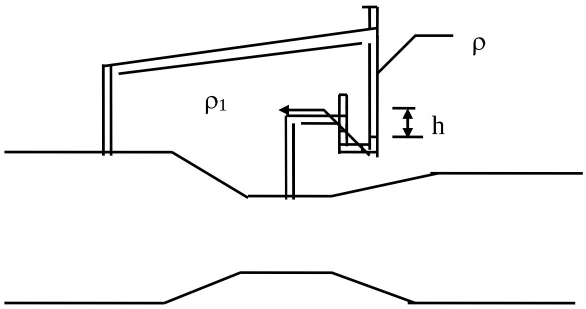


Fig. 4.2 : Manomètre différentiel.

4.2.2. Débitmètre à orifice ou diaphragme

Un diaphragme est une cloison de faible épaisseur dans lequel est pratiqué un orifice en mince paroi:

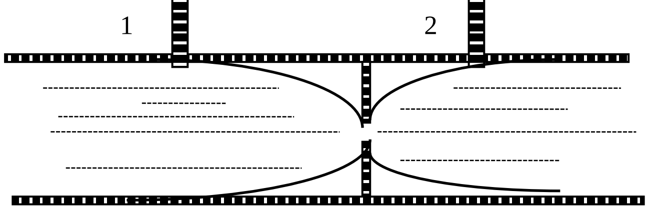


Fig.4.3 : Diaphragme.

d_2 = 20 mm; D_1 = 31.75 mm

De la même manière à ce qu'on fait avec le débitmètre de venturi on obtient:

$$Q = CJES_2\sqrt{2g(h_1 - h_2)} = \mu ES_2\sqrt{2g(h_1 - h_2)}$$

Avec: μ = CJ=063
$S_2 = 3.14\ 10^{-4}\ m^2$
h_1 est donné par le piézomètre 6
h_2 est donné par le piézomètre 7

4.2.3. Mesure du débit par le Rotamètre

Le Rotamètre est un appareil constitué par un tube vertical à l'intérieur duquel se déplace librement un corps métallique appelé flotteur.
Ce flotteur est animé par un mouvement de translation et de rotation autours de l'axe du dispositif lorsque l'appareil est traversé par un courant d'eau. Pour un débit donné, le flotteur entraîné par l'eau se maintient à un niveau qui reste fixe. La lecture de niveau donne la valeur du débit correspondant. A l'équilibre le bilan des forces s'exerçant sur le corps flottant est:

Forces descendantes

- Poids propre du flotteur: $G = \rho_1 gW_1 = \rho_1 gSl$

Avec ρ_1: masse volumique du flotteur en kg/m^3
S: section active du flotteur
l: longueur moyenne du flotteur

- Pression exercé sur la surface S contenue 2-2

$P_2 = p_2\ S$

Forces ascendantes:

Poussé d'Archimède
$P_{ar} = \rho\ g\ W = \rho\ g\ S\ l$
ρ est la masse volumique de l'eau
Pression exercé sur la surface S contenue dans le plan 1-1:
$P_1 = p_1\ S$
Poussé de l'eau animé par la vitesse V_1 agissant sur la face S

$$\rho\frac{v_1^2}{2g}Sg = \rho\frac{v_1^2}{2}S$$

Donc à l'équilibre on a:

$$\rho_1 gSl + P_2 S = \rho gSl + P_1 S + \rho\frac{v_1^2}{2}S$$

$$(\rho_1 - \rho)gl - (P_1 - P_2) - \rho\frac{v_1^2}{2} = 0 \qquad (3)$$

Bernoulli entre la section (1) et (2) donne

$$P_1 - P_2 = \rho\left(\frac{v_2^2}{2} - \frac{v_1^2}{2}\right)$$

En remplaçant dans (3) on aura:

$$2(\rho_1 - \rho)gl - \rho v_2^2 = 0 \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gl\frac{(\rho_1 - \rho)}{\rho}}$$

Donc:

$$Q = S_2 v_2 C$$

C est un officient pratiquement constant lorsque l'écoulement est turbulent. L'expérience montre que C est compris entre les valeurs 0.62 et 0.95.

En conséquence:

$$C = CS_2\sqrt{\frac{2gl(\rho_1 - \rho)}{\rho}}$$

4.3. Procédure expérimentale

1. Placer l'appareil sur le banc hydraulique
2. Raccorder le tuyau d'arrivée d'eau au raccord d'alimentation du banc, le tuyau d'alimentation d'évacuation doit être plongé dans le réservoir volumétrique.
3. Ouvrir complètement le robinet d'alimentation du banc, ensuite le robinet de contrôle du débit.
4. Pour éliminer l'air au niveau du débitmètre à orifice, il faut ouvrir:

- ouvrir et fermer brusquement le robinet de contrôle de débit;
- ouvrir le robinet purgeur d'air et purger le manomètre et les prises de pression;
- refermer le robinet purgeur d'air.

5. Les niveaux dans les tubes manométriques peuvent être ajuster a l'aide du robinet purgeur et de la pompe à vélo.
6. Ouvrir complètement le robinet de contrôle du débit de façon à obtenir les lectures maximales sur les tubes manométriques
7. Relever les lectures des manomètres, sur le Rotamètre et mesurer le débit par la méthode volumétrique.
8. Répéter l'expérience pour différents débits

4.4. Résultats et calculs

A partir des lectures obtenues, calculer les débits à l'aide de l'équation (1') pour Venturi et de l'équation (2) pour le débitmètre à orifice.

On effectue alors les mesures suivantes:

Débitmètre de Venturi

Différence $\Delta h = h_1 - h_2$ = piézomètre (1) - piézomètre (2)

Perte de charge dans Venturi: h_{pc} = piézomètre (1) - piézomètre (3)

Débitmètre à orifice

Différence $\Delta h = h_6 - h_7$ = piézomètre (6) - piézomètre(7)

Perte de charge h_{pc} = piézomètre (6) - piézomètre (8)

Rotamètre

Perte de charge h_{pc} = piézomètre (4) - piézomètre (5).

Comparer les résultats obtenue a l'aide de (1') et (2) avec les lectures du rotametre et le débit calculé en utilisant le système de mesure de débit du banc hydraulique (méthode volumétrique)

Evaluer les pertes de charges dans chacun des débitmètres en fonction du débit

N.B

Les pertes de charge dans le débitmètre de Venturi et a orifices sont fonction de la pression dynamique ($\frac{v^2}{2g}$).

Tab. 4.1 : Les lectures obtenues par expérience.

Volume	Temps	Lecture des piézomètres								Débit du rotametre
		1	2	3	4	5	6	7	8	
Litres	s	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	l/min

Tab. 4.2 : Tableau de calculs.

Les valeurs calcules (h: charge, Q: débit, h_{pc}: perte de charge)

Méthode volumétrique		Rotamètre		Venturi			Diaphragme		
Q		Q	h_{pc}	h	Q	h_{pc}	h	Q	h_{pc}
l/s	m^3/s	m^3/s	m	m	m^3/s	m	m	m^3/s	m

5. Expérience de Reynolds

5.1. Objectifs

Reproduction des expériences de Reynolds sur divers régimes d'écoulement d'un fluide dans les tubes en verre.

Mise en évidence de ces régimes par visualisation des filets fluides à l'aide d'un colorant, lié à la valeur du nombre de Reynolds.

5.2. Introduction théorique

Reynolds a réalisé des expériences consistant à faire varier la vitesse d'écoulement d'un fluide à travers une conduite grâce à un appareil qui figure sur le schéma (1).
Il a ainsi mis en évidence l'existence de trois comportements différents de fluide appelés régimes qui ne dépendent que de la valeur du nombre de Reynolds de l'écoulement:

$$\mathrm{Re} = \frac{vd}{\nu}$$

Ou v: est la vitesse moyenne de l'écoulement
d: le diamètre intérieur de la conduite
ν: est la viscosité cinématique du fluide
Re: est un nombre sans dimension

Les résultats de ces expériences peuvent se résumé ainsi:

- pour Re< 2000 le régime est laminaire, il est caractérisé par des filets liquides parallèle sà l'axe de la conduite. Remarquons que 2000 est une borne inférieure de Re permettant d'assurer la présence de ce régime, on peut trouver un régime laminaire pour RE supérieur à cette valeur.
- Pour 2000< Re < 4000 (environ) le régime est transitoire.
- Pour Re> 4000 le régime est turbulent

5.3. Manipulation

L'installation expérimentale est la suivante

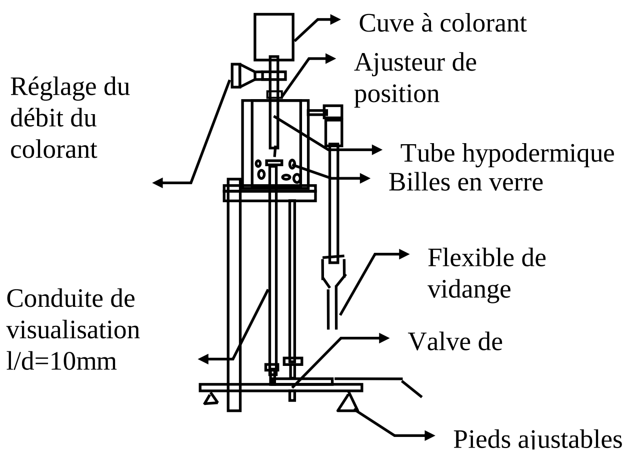


Fig.5.1 : Schéma de l'installation expérimentale

L'installation expérimentale est conçue pour être utilisé avec le banc hydraulique. La conduite d'entrée est connectée au banc directement. La conduite de visualisation est connectée aussi. Régler le débit d'adduction de telle façon que la vanne de réglage du débit dans le tube d'essai étant complètement ouverte, le déversoir du trop plein débite légèrement. Le courant de teinture est contrôlé par une valve qui est placé et ajuster par une vis.

5.3.1. Variation de viscosité cinématique de l'eau en fonction de la température à pression atmosphérique

Température (°C)	**Viscosité cinématique ν (10^6 m^2/s)**	**Température (°C)**	**Viscosité cinématique ν (10^6 m^2/s)**
0	1.793	25	0.893
1	1.732	26	0.873
2	1.674	27	0.854
3	1.619	28	0.836
4	1.568	29	0.818
5	1.520	30	0.802
6	1.474	31	0.785
7	1.429	32	0.769
8	1.386	33	0.753
9	1.346	34	0.738
10	1.307	35	0.724
11	1.270	36	0.711
12	1.235	37	0.697
13	1.201	38	0.684
14	1.169	39	0.671
15	1.138	40	0.658
16	1.108	45	0.602
17	11.080	50	0.554
18	1.035	55	0.511
19	1.027	60	0.476
20	1.002	65	0.443
21	0.978	70	0.413
22	0.955	75	0.386
23	0.933	80	0.363
24	0.911	85	0.342

5.4. Expérience

L'objective de l'expérience est l'observation des trois régimes d'écoulement à savoir: le régime laminaire, le régime transitoire et le régime turbulent. La visualisation des régimes d'écoulement se fait à l'aide de l 'injection de la teinte (colorant).

Le diamètre de la conduite est 0.010 m et la section est 7.854 10^{-5} m^2

6. Perte de charge dans les conduites

6.1. Introduction

La détermination de la perte de charge dans les conduites est une opération que l'Ingénieur doit être capable de réaliser. Cette perte d'énergie qui est causé principalement par frottement du fluide sur la paroi est d'un intérêt particulier car elle permettra de déterminer la puissance nécessaire au transport d'un point à un autre.

6.2. Description

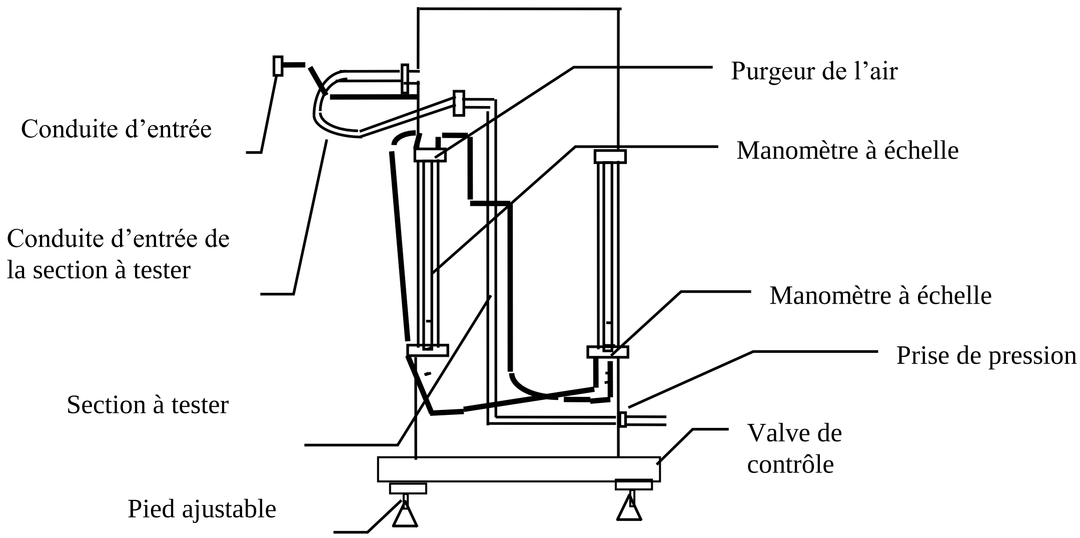


Fig. 6.1 : Schéma de l'installation expérimentale.

6.3. Expérience

6.3.1. Objectif de l'expérience

Etude de la perte de charge par frottement dans les conduites et la détermination du facteur de perte de charge associé pour deux régimes d'écoulement à savoir l'écoulement laminaire et l'écoulement turbulent.

6.3.2. Méthodologie

En mesurant la différence de pression entre deux points fixes dans un long tube droit à section droite circulaire (longueur = plusieurs diamètres) pour des écoulements stables. La gamme des débits couvrira à la fois les régimes d'écoulement laminaire et turbulent.

6.3.3. Equipement

- Banc hydraulique F1-10 ;
- Appareils de perte de charge dans les conduites F1-18 ;
- Thermomètre ;
- Chronomètre.

- Données techniques

Les dimensions suivantes de l'équipement sont utilisées dans les calculs appropriés. Si nécessaire, ces valeurs peuvent être vérifiées dans le cadre de la procédure expérimentale et remplacées par vos propres mesures.
Longueur du tuyau d'essai L = 0,5 m
Diamètre de la conduite d'essai d = 0,003 m.

6.3.4. Théorie

Une analyse de la quantité de mouvement dans un tube rectiligne de section uniforme montre que la différence de pression (p_1-p_2) entre deux ponts dans le tube est due aux effets de la viscosité (frottement du fluide).
La perte de charge :

$$\Delta h = \frac{p1-p2}{\rho g}$$

Et le facteur de frottement f est lié à la perte de charge par l'équation:

$$\Delta h = \frac{fLV^2}{2gd}$$

Où d est le diamètre de la conduite et, dans cette expérience, Δh est mesurée directement par un manomètre connecté à deux pressions taraudantes à une distance (L).La vitesse moyenne est donnée en fonction du débit volumique Qv par :

$$v = \frac{4Qv}{\pi d^2}$$

Le résultat théorique pour l'écoulement laminaire est :

$$f = \frac{64}{Re}$$

Où Re est le nombre de Reynolds et donné par la relation

$$Re = \frac{Vd}{\nu}$$

Et (ν) est la viscosité cinématique en (m^2/s)
Pour un écoulement turbulent dans un tuyau lisse, une courbe bien connue adaptée aux données expérimentales est donnée par :

$$f = 0316\ Re^{-0.25}$$

6.3.5. Procédure expérimentale

Montez le banc d'essai sur le banc hydraulique et avec le niveau à bulle, ajustez les pieds pour s'assurer que la plaque de base est horizontale et, par conséquent, les manomètres sont verticaux .Vérifiez que le manomètre à mercure (Hg) est correctement rempli; cela ne devrait pas être tenté par les étudiants parce que le Hg est une substance dangereuse. Attachez une vis Hoffman à chacun des deux tubes de connexion du manomètre et fermez-les.

Réglage pour les débits élevés

Le tube de sortie du banc d'essai doit être maintenu par une pince pour s'assurer que le point de sortie est fermement fixé. Cela devrait être au-dessus du réservoir de collecte de banc et devrait laisser assez d'espace pour l'insertion du cylindre de mesure. Joindre le tuyau d'entrée du banc d'essai au connecteur de débit du banc hydraulique, la pompe étant coupée. Fermez le robinet d'arrêt, ouvrez complètement le robinet de contrôle du débit du banc d'essai et démarrez la pompe. Maintenant, ouvrez progressivement la vanne et faites fonctionner le système jusqu'à ce que tout l'air soit purgé.
Ouvrez les vis Hoffman et purgez l'air des deux points de purge en haut du manomètre Hg.

Mise en place pour les faibles débits (en utilisant le réservoir de tête)

Attachez une vis Hoffman à chacun des deux tubes de connexion du manomètre et fermez-les. Fermer le robinet d'arrêt, arrêter la pompe, fermer la soupape de décharge et retirer les bouchons Hoffman des raccords du manomètre. Débranchez le tube d'alimentation de la

section et maintenez-le haut pour le maintenir rempli de liquide. Débranchez le tube d'alimentation de la section de test et maintenez-le haut pour le maintenir rempli de liquide.
Raccorder le tube d'alimentation du banc à l'entrée du réservoir collecteur, faire fonctionner la pompe et ouvrir la vanne du groupe pour permettre le raccordement du réservoir collecteur, y attacher le tube d'alimentation de la section test et s'assurer qu'il n'y a pas d'air emprisonné.
Lorsque le reflux se produit du débordement du réservoir collecteur, ouvrez complètement la vanne de régulation du débit sortant.
Ouvrir lentement des orifices d'aération au sommet du manomètre à eau et laisser l'air entrer jusqu'à ce que les niveaux du manomètre atteignent la hauteur convenable, puis fermer l'évent d'air. Si nécessaire, un contrôle plus poussé des niveaux peut être obtenu en utilisant une pompe manuelle pour augmenter la pression du manomètre.

Exécution d'un test de débit élevé
Appliquer la pince Hoffman sur chacun des tubes de raccordement du manomètre d'eau (indispensable pour éviter une trajectoire d'écoulement parallèle à la section d'essai).
Fermez le robinet de contrôle du débit de la plate-forme d'essai et effectuez une lecture du débit nul du manomètre Hg (peut ne pas être égal à zéro en raison de la contamination du Hg et / ou de la paroi du tube)
Avec la vanne de contrôle de débit complètement ouverte, mesurer la perte de charge indiquée par le manomètre.
Déterminer le débit par collecte chronométré et mesurer la température du fluide de collecte.
La viscosité cinématique de l'eau et la pression atmosphérique peuvent être déterminées à partir du tableau fourni dans ce texte .
Répétez cette procédure pour donner neuf derniers débits; le plus bas pour donner hHg = 30mm Hg, environ.

Exécution de tests à faible débit
Répétez la procédure ci-dessus mais en utilisant un manomètre à eau partout.
Avec la vanne de contrôle de débit complètement ouverte, mesurer la perte de charge h indiquée par le manomètre.
Déterminer la collecte du volume chronométré et mesurer la température du fluide collecté.
La viscosité cinématique de l'eau à la pression atmosphérique peut ensuite être déterminée à partir du tableau fourni dans ce texte d'aide. Obtenir des données pour au moins huit débits, le plus bas pour donner h = 30mm environ:
Tracer des graphiques de:
Ln (facteur de frottement) en fonction Ln (nombre de Reynolds) et Ln (perte de charge) vs Ln (vitesse)

6.3.6. Application de la théorie

Identifier les régimes d'écoulement laminaire et turbulent, Quel est le nombre critique de Reynolds.
En supposant une relation de la forme *:*$f= K\, Re^n$, calculez ces valeurs à partir des graphiques que vous avez tracés et comparez-les avec les valeurs acceptées présentées dans la section théorie.
Quel est l'effet cumulatif des erreurs expérimentales sur les valeurs de K et n?
Quelle est la dépendance de la perte de charge sur le débit dans les régions laminaires et turbulentes?
Quelle est la signification des charges en température de la perte de charge?

6.3.1. Variation de viscosité cinématique de l’eau en fonction de la température à pression atmosphérique

Température (°C)	**Viscosité cinématique ν (10^6 m^2/s)**	**Température (°C)**	**Viscosité cinématique ν (10^6 m^2/s)**
0	1.793	25	0.893
1	1.732	26	0.873
2	1.674	27	0.854
3	1.619	28	0.836
4	1.568	29	0.818
5	1.520	30	0.802
6	1.474	31	0.785
7	1.429	32	0.769
8	1.386	33	0.753
9	1.346	34	0.738
10	1.307	35	0.724
11	1.270	36	0.711
12	1.235	37	0.697
13	1.201	38	0.684
14	1.169	39	0.671
15	1.138	40	0.658
16	1.108	45	0.602
17	11.080	50	0.554
18	1.035	55	0.511
19	1.027	60	0.476
20	1.002	65	0.443
21	0.978	70	0.413
22	0.955	75	0.386
23	0.933	80	0.363
24	0.911	85	0.342

6.3.2. Tableau de calcul

	Longueur du tuyau d'essai L(m)	**Diamètre du tuyau d’essai d (mm)**	**Volume collecté V (m^3)**	**Temps de collecte t(s)**	**Température de l’eau (°C)**	**Viscosité cinématique ν (m^2/s)**	**Manomètre h1(m)**	**Manomètre h2(m)**	**Perte de charge Δh(m)**	**Débit (m^3/s)**	**Vitesse (m/s)**	**Coefficient de friction f**	**Nombre de Reynolds Re**	**Ln(f)**	**Ln(Re)**	**Ln(h)**	**Ln(v)**
1																	
2																	
3																	
4																	
5																	
6																	
7																	
8																	
9																	
10																	
11																	

7. Pertes de charge singulières

7.1. But du TP

Détermination ders pertes de charges singulières dans les coudes et autres singularités.

7.2. Description de l'installation expérimentale :

Elle comporte les accessoires suivants :
Coude court;
Coude long;
Rétrécissement brusque;
Elargissement brusque;
Section contractée; valve de sortie;
Section à courbure.

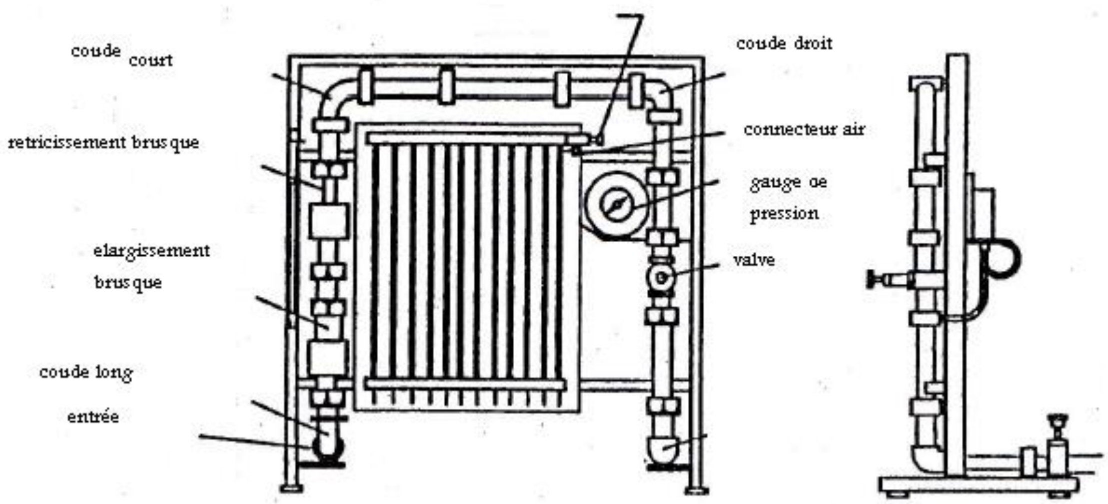


Fig. 7.1 :Schéma de l'installation expérimentale.

7.3. Théorie

La perte de charge singulière se détermine par la relation

$$\Delta h = k.v^2/2g$$

k: est appelé le coefficient de perte de charge singulière qui est déterminé expérimentalement en raison de sa variation de valeur d'une singularité à une autre. Pour un volume donné traduit par un débit Qv, la puissance dessipée sera donnée par la relation :

$$P = Q_v \rho g \Delta h$$

Avec $Q_v \rho$ est lé débit massique

7.4. Procédure expérimentale

Il est impossible d'effectuer des mesures simultanées de tous les essais cependant il est nécessaire d effectuer deux tests séparément

Expérience 1

Mesure des pertes a travers tout le tuyau a l'exception de la soupape de sortie qui pourrait reste complément ouverte.

Ajuter le débit à partir du banc de contrôle; à un niveau de débit donné prendre la mesure des débits de tous les manomètres après la stabilisation du niveau. Pour déterminer le volume du flux on collecte une quantité de fluide à l'aide du réservoir volumétrique cette opération est réalisée en fermant avec la balle la valve et en chronométrant le temps de passage d'une quantité mesuré à l'aide de la règle graduée de fluide dans le bac d'accumulation. Afin d'avoir des mesures précises il est nécessaire de prendre un temps au voisinage d'une minute. Répéter les mesures deux ou trois fois et prendre la moyenne. Mesurer la température de l'eau afin de déterminer la nombre de Reynolds.

Expérience 2

Mesure des pertes de charge à travers la valve de sortie iniquement. Fermer la vanne du tube de connections (afin d'empêcher l'air de s'introduire dans le système). Commencer avec la valve de sortie fermée et ouvrir complètement la valve du banc et régler convenablement la valve de contrôle de débit. Ouvrir de 50% d'un seul coup la valve de sortie. Pour chacun d'au moins 5 débits de courant mesurer la chute de pression à travers la valve de la jauge de pression; ajuster le flux à l'aide de la vanne de contrôle de débit. Une fois les mesures commencées, il ne faut pas ajuster la valve de sortie. Déterminer alors le débit de flux par unité de temps. Répéter cette opération aux points pour une ouverture brusque de la valve de sortie de 70 à 80%.

Tableau de calcul

Singularités	Manomètre1 h_1 (m)	Manomètre2 h_2 (m)	Perte de charge h_1-h_2	Débit (m^3/s)	Vitesse (m/s)	$V^2/2g$	k
Elargissement brusque							
Rétrécissement brusque							
Coude arrondi long							
Coude arrondi court							
Coude droit à 90° court							
Coude aigu à 90° long							
Pression de la valve de sortie							

Répondre aux questions suivantes :

L'écoulement est il turbulent ou laminaire ?

Quelle est la dépendance de la perte de charge à travers les singularités en fonction de la vitesse d'écoulement?

Est il justifiable de traiter le coefficient de perte de charge comme constant pour une singularité donnée. Comment varie le coefficient de singularité avec l'ouverture de la vanne de la soupape de sortie.

8. TP N°8 Ecoulement des liquides par les ouvertures

8.1. But :

- Etude de l'écoulement de l'eau par les ouvertures
- Calcul du temps de vidange d'un réservoir

8.2. Procédure de l'expérience

L'expérience des divisée en trois parties

8.2.1. Première partie " étude du coefficient de vitesse de deux ouvertures"

Nous voulons déterminer la trajectoire de l'écoulement de l'eau à travers deux ouvertures le diamètre de la première ouverture est 0.003 m par contre celui de la deuxième ouverture est de 0.006m. La surface du réservoir est Ar= 1.812 10^{-3} m^2. d étant le diamètre de l'ouverture, h est la hauteur d'eau dans le réservoir qui est constante; y est la trajectoire du trait de l'écoulement de l'eau pris par la seringue

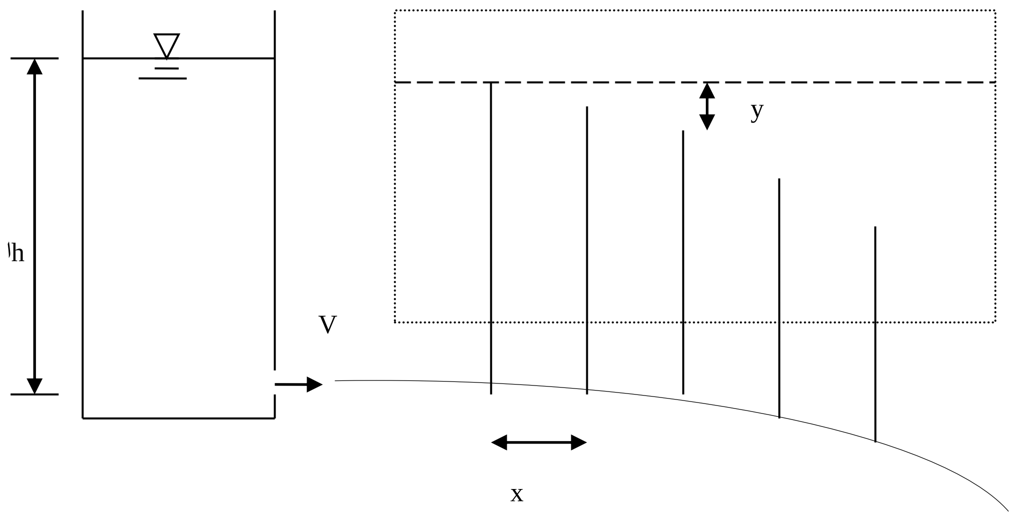


Fig 8.1 : Schéma de l'installation expérimental

La vitesse théorique de l'eau à travers l'ouverture est : V= $\sqrt{2gh}$ Mais l'écoulement à travers les ouvertures ou les orifices se fait avec contraction donc la section d'écoulement Ac est dans la plus part des cas petite par rapport à la section de l'ouverture A_0 et par conséquent la vitesse d'écoulement réelle est petite devant la vitesse théorique :

$$V = Cv\sqrt{2gh}$$

Cv est le coefficient de vitesse inférieur à 1.

La trajectoire de l'écoulement à travers l'ouverture prend la forme d'une parabole parce que pour une distance de parcours de x dans un temps t la vitesse d'écoulement sera $V = \frac{x}{t}$

$$\Rightarrow x = V.t$$

Par contre la distance y prend la forme d'une chute libre dont l'équation est $y = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow y = \frac{1}{2} g \left(\frac{x^2}{V^2} \right)$ Donc $t = \sqrt{\frac{2y}{g}} \Rightarrow Cv = \frac{x}{2\sqrt{yh}}$

h est constant et nous déterminons Cv en déterminant les valeurs x et y de la trajectoire de l'eau.

Le tracé du graphique x en fonction de $\sqrt{yh}$ nous donne une pente de 2 Cv.

8.2.2. Tableau des valeurs

N° de l'expérience	Diamètre de l'ouverture d(m)	Hauteur h(m)	Distance horizontale x(m)	Distance verticale y(m)	$\sqrt{yh}$ ($m^{0.5}$)
1.			0.0135		
2.			0.0635		
3.			0.1135		
4.			0.1635		
5.			0.2135		
6.			0.2635		
7.			0.3135		
8.			0.3635		

Pour les deux ouvertures il faut dresser le tableau de calcul ainsi que les valeurs de h maximale et minimale et moyenne. Tracez la trajectoire sur une feuille millimétrique et le calcul du débit en fonction du temps trois fois (prendre la valeur moyenne)

Tracer la trajectoire x en fonction de $\sqrt{yh}$ et calculer Cv

8.3. 2 ème partie de l'expérience «Etude du coefficient de débit pour deux ouvertures"

Le débit Q est donné par la relation $Q = \frac{V}{t}$ ou V est le volume et (t) le temps

$Q_v = A_c v$ et $A_c = C_c A_0$

C_c est le coefficient de contraction Cc< 1

$Q_v = A_c v$; Avec $v = C_v \sqrt{2gh}$

Donc : $Q_v = C_c A_0 C_v \sqrt{2gh}$

Le produit $C_c * C_v$ est appelé coefficient du débit C_d

$C_d = C_v C_c$

Par conséquent :

$Q_v = C_d A_0 \sqrt{2gh}$

Si on trace le graphique de Q_v en fonction de $\sqrt{h}$ représente un droite de pente $C_d A_0 \sqrt{2g}$.

8.4. Tableau de calcul

Expérience	**Diamètre de l'ouverture d (m)**	**Hauteur h (m)**	**Volume V (m^3)**	**Temps t(s)**	**Débit Q_v (m^3/s)**	**$h^{0.5}$ ($m^{0.5}$)**
1.						
2.						
3.						
4.						
5.						
6.						

Il est demandé de remplir le tableau pour les deux cas d'ouvertures pour différentes valeurs de h et de tracer l'allure du graphique de Qv en fonction de $\sqrt{h}$ et en fin déterminer le coefficient de débit C_d

$$C_d = \frac{\text{pente de la droite } \alpha_1}{A_0 \sqrt{2g}}$$

$C_d = C_c\, C_v \Rightarrow \quad C_c = \dfrac{C_d}{C_v}$

Troisième partie "Etude du temps de vidange des réservoirs avec deux ouvertures "

Si le niveau de l'eau dans le réservoir descend de dh pendant dt, donc le temps de vidange du réservoir est donné par la formule :

$$t = \frac{A_R}{C_d A_0} \sqrt{\frac{2}{g}} \left(\sqrt{h_1} - \sqrt{h} \right)$$

Avec $A_R = 1{,}812\ 10^{-3} m^2$ et $dh = h - h_1$

8.5. Tableau des résultats

N° de l'expérience	Diamètre de l'ouverture	Surface du réservoir $A_R(m^2)$	Hauteur h(m)	Temps (s)	$h^{0,5}(m^{0,5})$
1.					
2.					
3.					
4.					
5.					
6.					

Il est demandé de tracer le graphique t en fonction de $\sqrt{h}$ et de déduire la pente de graphique α_2.

, $C_d = \frac{-A_R}{A_0}\sqrt{\frac{2}{g}}\frac{1}{\text{pente}\,\alpha_1}\text{pente}\,\alpha_2$

8.6. Travail demandé

1. But du travail demandé
2. Remplir de calcul
3. calcul des valeurs de C_v; C_c, Cd après le traçage des différentes courbes
4. Vérifier que Cd=C_c. C_c
5. vérifier la relation théorique du temps de vidange du réservoir
6. comparer entre la relation théorique te pratique du temps de vidange du réservoir
7. comparer le coefficient C_d avec la relation du paragraphe 8..3
8. Résultats et Discutions

9. Écriture d'un résultat

Pour écrire le résultat d'un calcul, d'une mesure on se sert d'un nombre et d'une unité. Si l'un de ces deux éléments est faux, le résultat est faux.

9.1. Valeur d'un résultat

9.1.1. les incertitudes.

Mesurer une grandeur, c'est la comparer à une autre grandeur du même type prise pour unité.

Les mesures directes sont celles obtenues directement en utilisant un appareil. Les mesures obtenues à l'aide d'une formule, donc d'un calcul, sont appelées mesures indirectes.

Soit à mesurer une certaine grandeur A. Le nombre trouvé est x, mais ce n'est en général pas la véritable valeur X . x est une valeur approchée de X.

La valeur maximale de l'erreur que l'on peut faire dans la mesure est Δ x, appelée incertitude absolue. Cette incertitude est due à la qualité des instruments, à leur réglage (zéro), au soin apporté à la lecture par l'opérateur, etc..

On peut donc écrire:

$$X = x \pm \Delta x \ldots\text{ou}\ldots x - \Delta x \leq X \leq x + \Delta x$$

Exemple :

On mesure une longueur avec une règle graduée en mm. On trouve 29,7 cm ou 297 mm. On peut écrire l = 297 ± 1 mm. Il est absurde d'écrire 297, 2 ± 1 mm.

Si on mesure une deuxième longueur avec la même règle : l' = 23 ± 1 mm.

On appelle incertitude relative le rapport $\Delta x/x$. C'est un nombre sans dimension puisque c'est le rapport entre deux grandeurs identiques.

Exercice : calculer les incertitudes relatives des deux mesures précédentes.

9.1.2. Calculs d'incertitudes

Les incertitudes sur les mesures se répercutent sur le résultat.

Si le calcul est une somme (ou une différence), on a les formules :

$S = a + b$..... $\Delta S = \Delta a + \Delta b$

$D = a - b$….. $\Delta D = \Delta a + \Delta b$

Exemple : on a mesuré deux longueurs, 29,7 cm et 13,2 cm à 1 mm près. Incertitude sur la somme et la différence.

Si le calcul est un produit (ou un quotient) : $g = kx + jy + lz$

$\Delta g = |k|.\Delta x + |j|.\Delta y + |l|.\Delta z$

Exemple :

Calculer le volume d'un cylindre de hauteur h = 29,7 mm et de diamètre d = 25,2 mm.

V_{min} = 14,646337 mm ; V_{max} = 14,98122 mm ; V = 14,81315 mm.

Le premier chiffre après la virgule est différent, il est incertain, l'incertitude porte sur lui donc les chiffres suivants n'ont aucune signification.

$$14{,}6\ cm^3 \leq V \leq 15{,}0\ cm^3$$

Donc $\Delta V = 0{,}2\ cm^3$ (0,167).

On peut aussi passer par la différentielle logarithmique :

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta h}{h} + 2.\frac{\Delta d}{d}$$

On trouve $\Delta V/V = 0{,}0113035$ et $\Delta V = 0{,}1655\ cm^3$.

Quand g est de la forme $g = k.x^{a}.y^{b}.z^{c}$, on a :

$$\frac{\Delta g}{g} = \left|a.\frac{\Delta x}{x}\right| + \left|b.\frac{\Delta y}{y}\right| + \left|c.\frac{\Delta z}{z}\right|$$

9.1.3. Chiffres significatifs

Un chiffre significatif est un chiffre nécessaire pour exprimer la valeur d'une grandeur mais aussi sa précision.

Un chiffre est significatif quand :

- il est différent de zéro

- c'est un zéro compris entre deux chiffres significatifs (2032)

- c'est un zéro final non nécessaire (2,310)

Un zéro n'est pas significatif quand il est devant.

Exemples :
0124 : 3 chiffres significatifs
0,023 : 2 chiffres significatifs car 2,3 cm ou 0,023 m doivent être deux résultats équivalents donc les zéros devant, qu'il y est virgule ou pas, ne comptent pas, ils ne sont pas significatifs.

Quand le zéro est à la fin, cela dépend. 29,0 cm et 29 cm expriment la même valeur mais pas la même précision : dans le premier cas, il y a 3 chiffres significatifs (la précision est le mm), dans le second, il y a 2 chiffres significatifs(la précision est le cm). 290 mm : on ne sait pas si le zéro est significatif ou pas (précision de la mesure). Donc un zéro est ambigu quand il se trouve à la fin et est nécessaire (290) pour exprimer la valeur. Pour remédier à cela, on utilise la notation scientifique ($2{,}9.10^2$ pour 2 chiffres significatifs ou $2{,}90.10^2$ pour 3 chiffres significatifs).

Dans un problème, il faut exprimer les résultats avec le même nombre de chiffres significatifs que la donnée qui en comporte le moins, mais jamais moins de deux. En général c'est deux ou trois.

Si on arrondit par défaut ou par excès : il faut pousser le calcul à un chiffre de plus que celui du résultat.

Exemple :

Le volume d'une sphère est de 14,5 cm^3. Trouver son rayon.

Le résultat donné par la calculatrice est : R = 1,5127243 cm La précision de la donnée est le dixième de cm^3 donc le volume est compris entre 14,4 cm^3 et 14,6 cm^3. Avec R = 1,52 cm, on trouve V = 14,71 cm^3 donc un résultat en dehors de la fourchette. Avec R = 1,51 cm, on trouve V = 14,42 cm^3 donc un résultat dans la fourchette Avec R = 1,50 cm, on trouve V = 14,1 cm^3 donc un résultat en dehors de la fourchette. On voit donc bien que la précision de la donnée étant de 3 chiffres, il est suffisant d'exprimer le résultat avec 3 chiffres aussi, en arrondissant par excès ou par défaut.

9.2. Valeur d'une grandeur d'après une série de mesure

On est dans le domaine de la statistique.

9.2.1. Valeur probable

On appelle moyenne $\overline{x}$, où valeur probable, d'une grandeur la moyenne arithmétique de toutes les mesures effectuées, c'est-à-dire la somme de toutes les mesures divisée par le nombre de mesures.

$$\overline{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

Cette valeur sera d'autant plus proche de la vraie valeur X que n, le nombre de mesures, sera grand. Pour $n = \infty$, on a $X = \overline{x}$.

Exemples :

Pour le volume du cylindre, on a trouvé :

15,0 ; 14,7 ; 14,5 ; 14,9 ; 14,8 ; 14,8 ; 14,6 ; 14,8 ; 14,7 ; 14,9 ; 17,1.

17,1 est écartée car manifestement fausse.

$V = \overline{x} = 14,78\ cm^3$.

Pour trouver l'incertitude absolue on prendra l'écart entre cette moyenne et les valeurs extrêmes.

C'est-à-dire ici 0,2 cm^3 car on a 15 et 14,6 qui encadre 14,8 cm^3.

$$V = 14,8 \pm 0,2\ cm^3$$

9.2.2. Répartition des valeurs

Pour nous renseigner sur la qualité des mesures, on se sert de ce qu'on appelle la variance que l'on note σ^2.

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \overline{x})^2}{n}$$

La racine carrée de σ s'appelle l'écart type ou écart quadratique moyen. Si n est supérieur à 30, on a :

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \overline{x})^2}{n}}$$

Si n est plus petit que 30, ce qui est souvent le cas en physique, il faut alors estimer l'écart type par une grandeur s ou σ_{n-1} qui vaut :

$$s = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \overline{x})^2}{n-1}}$$

La qualité d'une méthode de mesurage s'apprécie par son écart type. Cette valeur joue le même rôle que l'incertitude absolue lors d'une seule mesure, la quantité $\sigma / \overline{x}$ jouant le rôle de l'incertitude relative.

9.2.3. Tolérance

Il est intéressant de savoir la probabilité qu'a une mesure de se trouver à un certain écart de la valeur moyenne $\overline{x}$. Cet écart s'appelle l'intervalle de confiance relatif à un niveau de confiance donné.

L'intervalle de confiance est, si la grandeur obéit à la loi normale :

$$\overline{x} - t.\frac{s}{\sqrt{n}} \leq X \leq \overline{x} + t.\frac{s}{\sqrt{n}}$$

Les valeurs du coefficient t, coefficient de Student, dépendent du niveau de confiance choisi, ainsi que du nombre n. Elles sont données par des tables.

n	4	6	8	10	12	15	20	30	50	100	∞
t 95%	3,18	2,57	2,37	2,26	2,20	2,15	2,09	2,04	2,01	1,98	1,96
t 99%	5,84	4,03	3,50	3,25	3,11	2,98	2,86	2,76	2,68	2,63	2,57

L'incertitude absolue Δx est égale à :

$$t.\frac{s}{\sqrt{n}}$$

Si n est inférieur à 15, on utilise une méthode plus rapide : la méthode de l'étendue.

L'étendue r est la différence entre les valeurs extrêmes x_{min} et x_{max}. L'intervalle de confiance est alors égal à :

$$\overline{x} - q.r \leq X \leq \overline{x} + q.r$$

q est un coefficient dépendant de n et du niveau de confiance choisi. On obtient des intervalles de confiance légèrement plus larges que dans la méthode précédente.

n	2	4	6	8	10	12	16	20	30
q 95%	6,35	0,72	0,40	0,29	0,23	0,19	0,15	0,13	0,09
q 99%	31,8	1,32	0,63	0,43	0,33	0,28	0,21	0,18	0,12

9.3. Système international d'unités

9.3.1. Constitution d'un système d'unités.

L'établissement d'un système d'unités repose sur le choix arbitraire d'un certain nombre d'unités, appelées les unités fondamentales ou de base. Il faut qu'elles soient indépendantes, les moins nombreuses possibles et qu'elles puissent avoir une représentation physique facile. A partir d'elles, on définit les autres unités, appelées unités dérivées.

Le système international repose sur sept unités de base: le mètre pour la longueur, le kilogramme pour la masse, la seconde pour le temps, l'ampère pour l'intensité de courant, le kelvin pour la température, la candela pour l'intensité lumineuse, la mole pour la quantité de matière.

Grandeur	Notation	Unité	Symbole
Longueur	x	mètre	m
Masse	m	kilogramme	kg
Intensité électrique	i	ampère	A
Intensité lumineuse	I	candela	cd
Température	θ	kelvin	K
Quantité de matière	n	mole	mol

9.3.2. Les unités dérivées

Deux unités sont ajoutées aux unités fondamentales, ce sont les unités d'angles, le radian et le stéradian.

Les unités dérivées sont exprimées en fonction des unités de base. Certaines ont reçu des noms particuliers, souvent de scientifiques ayant travaillé dans les domaines concernés. Leur symbole est alors une lettre majuscule.

Certaines unités, fréquemment utilisées, ont été maintenues pour des raisons de commodité. Ce sont :

La minute, l'heure et le jour pour le temps ; le degré, la minute et la seconde pour l'angle plan ; le litre pour le volume ; la tonne pour la masse ; le bar pour la pression ; le degré Celsius pour la température ; le watt-heure pour l'énergie ; la calorie pour l'énergie thermique.

9.3.3. Tableau des unités

GRANDEUR	FORMULE	UNITÉ	SYMBOLE
Angle plan	α	radian	rad
Angle solide	Ω	stéradian	sr
Surface	S = x2	mètre carré	m^2
Volume	V = x3	mètre cube	m^3
Masse volumique	$\rho = m/V$		$kg.m^{-3}$
Vitesse	v = x/t		$m.s^{-1}$
Accélération	a = v/t		$m.s^{-2}$
Force	F = m.a	newton	N
Travail Énergie	W = F.x	joule	J
Puissance	P = W/t	watt	W
Pression	p = F/S	pascal	Pa
Fréquence	f = 1/T	hertz	Hz
Moment d'une force	Mt = F.x		N.m
Tension	u	volt	V
Résistance	r = u/i	ohm	Ω
Quantité d'électricité	q = i.t	coulomb	C
Capacité électrique	C = q/u	farad	F
Induction magnétique	B = F/(i.x)	tesla	T
Flux magnétique	$\Phi = B.S$	weber	Wb
Inductance électrique	$L = \Phi /i$	henry	H
Flux lumineux	$\varphi = I.\Omega$	lumen	lm
Éclairement	$E = \varphi /S$	lux	lx

9.3.4. Multiples et sous-multiples

Multiples			**Sous-multiples**		
Facteur	**préfixe**	**Symbole**	**facteur**	**préfixe**	**symbole**
$10 = 10^1$	déca	da	$0,1 = 10^{-1}$	déci	d
$100 = 10^2$	hecto	h	$0,01 = 10^{-2}$	centi	c
$1000 = 10^3$	kilo	k	$0,001 = 10^{-3}$	milli	m
10^6	méga	M	10^{-6}	micro	µ
10^9	giga	G	10^{-9}	nano	n
10^{12}	téra	T	10^{-12}	pico	p

9.4. Homogénéité des résultats

Une force F s'exprime en newtons. Si on revient au trois unités de base du système SI (masse, longueur, temps) la force F, d'après la formule F = m.a est égale à une masse multipliée par une longueur divisée par un temps au carré :

On dit que les dimensions de la force sont 1 par rapport à la masse, 1 par rapport à la longueur et -2 par rapport au temps. On écrit symboliquement $F = MLT^{-2}$.

Pour une relation il faudra toujours que son premier membre ait les mêmes dimensions que le second : on dira qu'elle est homogène.

Pour les unités, on peut dire que le newton est équivalent au $kg.m.s^{-2}$ dans le système SI.

Dans un problème, avant de trouver le résultat avec des nombres (application numérique) il faut le trouver avec des lettres représentant les différentes grandeurs (expression littérale). On peut alors vérifier si l'expression trouvée est homogène, c'est-à-dire si les deux membres ont les mêmes dimensions. Ceci permet de savoir si la formule trouvée est possible ou non, ou bien de trouver l'unité d'une grandeur si on connaît celles des autres.

Grandeur	Dimensions
Longueur	L
Masse	M
Temps	T
Surface	L^2
Volume	L^3
Masse volumique	ML^{-3}
Vitesse	LT^{-1}
Accélération	LT^{-2}
Force	MLT^{-2}
Travail	ML^2T^{-2}
Puissance	$ML^{-2}T$-3
Pression	$ML^{-1}T^{-2}$
Fréquence	T^{-1}

9.5. Exercices

I : Un rectangle mesure 27 m de longueur et 14,5 m de largeur. Les mesures étant faites à 0,5 m près, calculer la plus grande valeur (valeur par excès) et la plus petite (valeur par défaut) de l'aire de ce rectangle. Quelle est l'incertitude absolue ? Donner le résultat.

II : Une sphère creuse a pour rayon extérieur 15 cm ; la cavité est une sphère de 5 cm de rayon.

a) Quel est le volume de la partie pleine ?

b) La précision des mesures étant de 1 mm, trouver l'incertitude du résultat.

III : On mesure le volume d'un morceau de fer parallélépipédique de trois façons.

a) On le mesure avec une règle graduée au mm. On peut apprécier la demi division. On trouve L = 2,6 cm, l = 1,25 cm et h = 5,45 cm.

Trouver son volume, ainsi que les incertitudes absolue et relative.

b) On se sert d'un pied à coulisse de précision 1/10 de mm. On trouve L = 2,62 cm, l = 1,24 cm et h = 5,46 cm.

Mêmes questions.

c) On se sert maintenant d'une éprouvette. Une division correspond à 1 cm^3. On apprécie la demi-division. On trouve, par déplacement d'eau, un volume de 17,5 cm^3.

Mêmes questions.

d) Quelle est la meilleure méthode ?

IV : On mesure un temps et on trouve:

3,56 s ;3,58 s ;3,57 s ;3,52 s ;3,54 s ;3,56 s ;3,57 s ;

3,53 s ;3,56 s ;3,56 s ;3,57 s ;3,59 s ;3,54 s ;3,56 s.

a) Classer les valeurs trouvées par ordre croissant et donner pour chaque résultat le nombre n de fois où il a été trouvé (fréquence).

b) Calculer la valeur moyenne T de la durée et l'étendue r des résultats.

c) Calculer l'intervalle de temps dans lequel la vraie valeur T à 95 % de chance de se trouver en utilisant la méthode de l'étendue.

Valeur de q pour 14 mesures et pour un taux de confiance de 95 % : 0,17.

e) Trouver l'écart type s . Trouver l'intervalle de confiance pour un niveau de confiance de 95 %.

Valeur du coefficient t pour 14 mesures et un niveau de confiance de 95 % : 2,16.

V : La relation qui donne la période T d'un pendule de torsion dont la constante de torsion est C est :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{C}}$$

J étant son moment d'inertie et C la constante de torsion du fil.

a) Trouver T si J = 0,10 kg.m^2, C = 0,107.10^{-2} m.N.rd^{-1}.

b) Sachant que l'erreur commise sur J est de 0,01 kg.m^2, trouver celle sur T.

VI : Pour mesurer l'épaisseur d'un cylindre creux on mesure les diamètres intérieurs (D) et extérieur (D) et on trouve :

D1 = 19,5 ± 0,1 mm et D2 = 26,7 ± 0,1 mm

Donner le résultat de la mesure et sa précision.

VII : Calculer l'aire d'un cercle dont le rayon vaut R = 5,21 ± 0,01 cm

Quelle est la précision du résultat obtenu ?

VIII : Trouver la dimension et l'unité du facteur k, la constante de gravitation universelle qui entre dans la formule :

$$F = k.\frac{m.m'}{d^2}$$

F est la force qui s'exerce entre deux masses m et m' distantes de d.

IX : Montrer que la relation

$$\frac{1}{2}.mv^2 = qU$$

est possible. m: masse, v: vitesse, q: charge électrique, U: tension.

X : Quelle est la grandeur égale à ρ .g.h avec ρ : masse volumique ; g : accélération de la pesanteur ; h : hauteur.

XI : L'ascension capillaire h, dans un tube de rayon r, d'un liquide de masse volumique ρ , de constante capillaire A, en un lieu où l'accélération de la pesanteur est g, a pour expression :

$$h = \frac{2A}{r\rho g}$$

Trouve les dimensions et l'unité de la constante A.

XII : La formule P - P' = 4A/R donne la différence de pression P - P' entre l'intérieur et l'extérieur d'une bulle de savon de rayon R. A est la constante capillaire dont on a déterminé les dimensions dans l'exercice XI. Vérifier l'homogénéité de cette formule.

9.6. Ecriture d'un résultat

I : Calcul de la surface : S = 27*14,5 = 391,5 m^2

Calcul de la surface maximale : S_M = 27,5*15 = 412,5 m^2

Calcul de la surface minimale : S_m = 26,5*14 = 371 m^2

Par ce calcul, on voit bien que donner le résultat avec 4 chiffres significatifs est illusoire : 3, et même 2, est largement suffisant.

Calcul de l'incertitude absolue :

2.ΔS = 412,5 – 371 = 41,5 m^2 d'où ΔS = 20,75 m^2,

on prendra donc :

ΔS = 21 m^2

et le résultat est :

S = 392 ± 21 m^2

On peut calculer ΔS par une autre méthode :

ΔS/S = ΔL/L + Δl/l = 0,5/27 + 0,5/14,5 = 0,0185 + 0,0345 =0,053

ΔS = 0,053×391,5 = 20,75

ΔS = 21 m^2

II : Volume extérieur: $V_{ext} = (4/3).\pi.15^3 = 14137{,}167$ cm^3

Volume intérieur : $V_{int} = (4/3).\pi.5^3 = 523{,}599$ cm^3

Volume de la partie pleine : $V = V_{ext} - V_{int} = 13613{,}568$ cm^3

On peut se limiter à 3 chiffres significatifs, puisqu'on nous dit que la précision est de 1 mm :

$V = 13600$ cm^3

Volume maximum de la partie pleine : $V_M = (4/3)\pi(15{,}1^3 - 4{,}9^3) = 13\,929$ cm^3

Volume minimum de la partie pleine :$V_m = (4/3)\pi(14{,}9^3 - 5{,}1^3) = 13301$ cm^3

Calcul de l'incertitude absolue :

$\Delta V = 314$ cm^3

Donc pour être sûr de couvrir toutes les valeurs possibles, on prendra :

$\Delta V = 400$ cm^3

$V = 13600 \pm 400$ cm^3

Deuxième méthode :

Comme $V = V_{ext} - V_{int}$

On a : $\Delta V = \Delta V_{ext} + \Delta V_{int}$

$\Delta V_{ext}/V_{ext} = 3\Delta R/R_{ext}$

$\Delta V_{ext} = (4/3)\pi R^3_{ext}.3\Delta R/R_{ext} = 4\pi R^2_{ext}.\Delta R$ et la même chose pour le volume intérieur. On a donc :

$\Delta V = 4\pi(R^2_{ext} + R^2_{int})\Delta R = 314$ cm^3

III : a) $V_{min} = 2{,}55\times1{,}2\times5{,}4 = 16{,}524$ cm^3

$V_{max} = 2{,}65\times1{,}3\times5{,}5 = 18{,}948$ cm^3

$\Delta V = 1{,}212$ cm^3

On prendra donc :

$\Delta V = 1{,}3$ ou 2 cm^3

$V = 2{,}6.1{,}25.5.45 = 17{,}7125$ cm^3

L'incertitude relative vaut :

$\Delta V/V = 1{,}.212/17{,}7125$

$\Delta V/V = 0{,}068$

$V = 17{,}7 \pm 1{,}3$ cm^3 ou $V = 18 \pm 2$ cm^3

b) $V = 17{,}738448\ cm^3$; $V_{min} = 17{,}496135\ cm^3$; $V_{max} = 17{,}982625\ cm^3$;

$\Delta V = 0{,}243\ cm^3$

$\Delta V = 0{,}3\ cm^3$

$V = 17{,}7 \pm 0{,}3\ cm^3$

$\Delta V/V = (1/2{,}62 + 1/1{,}24 + 1/5{,}45)0{,}01 = 0{,}01372$

$\Delta V/V = 0{,}014$

et on retrouve bien $\Delta V = 0{,}01372.\ 17{,}738448 = 0{,}243\ cm^3$

c)

$V = 17{,}5 \pm 1\ cm^3$ et $\Delta V/V = 0{,}057$

d) C'est la méthode b) qui est la meilleure, puis c) et enfin a).

IV : 3,52 : 1 fois ;	3,53 : 1 fois ;	3,54 : 2 fois ;	3,55 : 0 fois
3,56 : 6 fois ;	3,57 : 3 fois ;	3,58 : 1 fois ;	3,59 : 1 fois.

b) Valeur moyenne de T : $T_{moy} = 3{,}557876$ s

$T_{moy} = 3{,}56$ s

étendue des résultats : r = 3,59 – 3,52 = 0,07 s.

c) $qr = 0{,}17 \times 0{,}07 = 0{,}0119$ s

$T_{moy} - qr = 3{,}558 - 0{,}012 = 3{,}546$ s

et :

$T_{moy} + qr = 3{,}558 + 0{,}12 = 3{,}570$ s

d'où :

3,54 s < T < 3,57 s

e) Par la formule :

$$s = \sqrt{\sum_{i=1}^{14} \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

on trouve : s = 0,01929 s

$$\frac{ts}{\sqrt{n}} = 0{,}0111 \text{ s}$$

On trouve donc à peu près la même chose qu'avec la méthode de l'étendue.

V :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{0,10}{0,107.10^{-2}}}$$

T = 60,74 s

Comme l'erreur ne porte que sur J et qu'on nous le donne avec 2 chiffres significatifs, on peut se limiter à 2 chiffres significatifs pour le résultat :

T = 61 s

$\Delta T/T = (1/2)\Delta J/J = 0,01/2.0,1 = 0,05$

$\Delta T = 3,05$ s $\approx$ 3 s

T = 61 ± 3 s

VI : L'épaisseur e vaut :

e = (26,7 - 19,5)/2 = 3,6 mm

$2e_{max}$ = 26,8 – 19,4 = 7,4 mm e_{max} = 3,7 mm

$2e_{min}$ = 26,6 – 19,6 = 7 mm e_{min} = 3,5 mm

L'incertitude absolue sur e vaut :

$2\Delta e = e_{max} - e_{min}$ = 0,2 mm

e = 3,6 ± 0,1 mm

VII : l'aire du cercle vaut :

$S = \pi.R^2 = \pi.5,21 = 85,2757$ cm^2

La donnée comportant 3 chiffres significatifs, le résultat aussi :

S = 85,3 cm^2

$\Delta S/S = 2.\Delta R/R = 2.0,01/5,21 = 0,003839$

ΔS = 0,327 cm^2

L'incertitude porte sur la première décimale, c'est-à-dire ici sur le troisième chiffre significatif du résultat.

S = 85, 3 ± 0,4 cm

VIII : $k = F.d^2/m.m'$

La dimension de k est donc :

$[k] = MLT^{-2}.L^2/M^2 = M^{-1}L^3T^{-2}$

Son unité est : $kg^{-1}.m^3.s^{-2}$

IX : Dimension de $1/2.mv^2$: ML^2T^{-2}

D'après le tableau du cours, c'est une énergie.

Dimension de U:

U = P/I = W/It

P étant une puissance, W une énergie, I une intensité de courant et t un temps.

$[U] = ML^2T^{-2}/A.T$

Dimension de Q :

q = It

[q] = A.T

Dimension du second membre : ML^2T^{-2}

La relation est homogène, elle est donc possible.

X : $[X] = ML^{-3}.LT^{-2}.L = ML^{-1}T^{-2}= MLT^{-2}/L^{-2}$

La dernière expression nous montre que la grandeur inconnue X est une force divisée par une surface : c'est donc une pression.

XI: $A = hr\rho g/2$

$[A] = L.L.ML^{-3}.LT^{-2} = MT^{-2}$

XII : Le premier membre est une pression, donc une force divisée par une surface. Une force est une masse multipliée par une accélération, donc :

Dimension du premier membre : $M.LT^{-2}.L^{-2} = ML^{-1}T^{-2}\times$

Dimension du second membre : $MT^{-2}.L^{-1}$

Les deux dimensions sont égales : la formule est homogène.