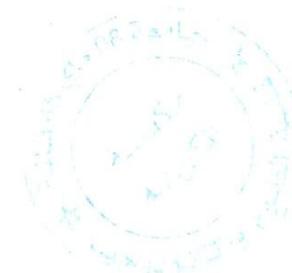


M/621.793

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université 8Mai 1945 – Guelma
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département d'Electronique et Télécommunications



**Mémoire de Fin d'Etude
pour l'obtention du Diplôme de Master Académique**

Domaine : **Sciences et Techniques**
Filière : **Télécommunications**
Spécialité : **Systemes de Télécommunications**

**RESTAURATION DES SIGNAUX DEGRADES PAR DES
TECHNIQUES DE DECONVOLUTION**

Présenté par :

➤ **ANRDHOINE IBRAHIM**
➤ **LIKANYA EBOUA JACQUES BIENVENU**

Sous la direction de :

Dr FAYÇAL BOULSINA

2013

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université 8Mai 1945 – Guelma
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département d'Electronique et Télécommunications



**Mémoire de Fin d'Etude
pour l'obtention du Diplôme de Master Académique**

Domaine : **Sciences et Techniques**

Filière : **Télécommunications**

Spécialité : **Systems de Télécommunications**

**RESTAURATION DES SIGNAUX DEGRADES PAR DES
TECHNIQUES DE DECONVOLUTION**

Présenté par :

- **ANRDHOINE IBRAHIM**
- **LIKANYA EBOUA JACQUES BIENVENU**

Sous la direction de :

Dr FAYÇAL BOULSINA

2013

REMERCIEMENTS

Nous rendons grâce au bon DIEU LE TOUT PUISSANT pour nous avoir donné la santé et la volonté d'entamer et de terminer notre Projet de fin d'étude.

Ce travail n'aurait certainement jamais vu le jour sans l'aide, le soutien et le dévouement de certaines personnes que nous tenons vivement à remercier.

Nous tenons à remercier d'abord notre encadreur, Monsieur FAYÇAL BOUISINA pour son aide, ses encouragements, et ses critiques constructives qui nous ont beaucoup aidé à apprécier ce travail et ont mieux éclairé nos perspectives. Nous lui sommes reconnaissants et particulièrement pour la confiance qu'il nous a donné et l'autonomie qu'il nous a laissé.

Nos remerciements vont aux membres du jury d'avoir accepté d'examiner et d'évaluer notre travail.

Nos vifs remerciements sont adressés à tous les professeurs qui ont eu à nous instruire durant tout notre cycle.

Enfin, Nous exprimons également nos gratitude à tous ceux qui ont participé de près ou de loin à l'élaboration de ce projet.

DÉDICACES

Je dédie ce modeste travail

*À mon père, mon modèle, école de mon enfance, qui
a été mon ombre durant toutes ces années d'étude,
et qui a veillé tout au long de ma vie à
m'encourager, à m'épauler et à m'aiguiller dans les
moments obscurs de ma vie et croyez-moi y en a eu
de biens mauvaises.*

*À celle qui m'a donné la vie, le symbole de
tendresse, qui s'est toujours sacrifiée pour mon
bonheur et me voir sourire, à ma mère . . .*

*Tes paroles n'exprimeront jamais assez ce que je
vous dois que Dieu vous bénisse et vous protège.*

À mon adorable sœur.....

À mes frères

À mes amis (es)....

À tous ceux qui me sont chers.

À tous ceux qui m'aiment.

À tous ceux que j'aime.

Je vous dédie ce travail

Dédicace

Je tiens tout d'abord à exprimer ma profonde gratitude au bon Dieu le tout puissant qui m'a donné la foi et la force de mener ce travail à son terme.

Je dédie ce modeste travail à mes très chers parents Ibrahim Hounadi et Zaliati Bacar Saïd, pour l'amour et l'éducation qu'ils ont su me donner

À mes grands frères messieurs Scirfane et Djaysane Ibrahim qui grâce à leur amour et leur soutien a joué le rôle le plus important pour ma réussite, je vous oublieraï jamais.

À mes sœurs Raihane, Echati et Fazouil qui ont contribué à la force qui m'a amené jusqu'à ici.

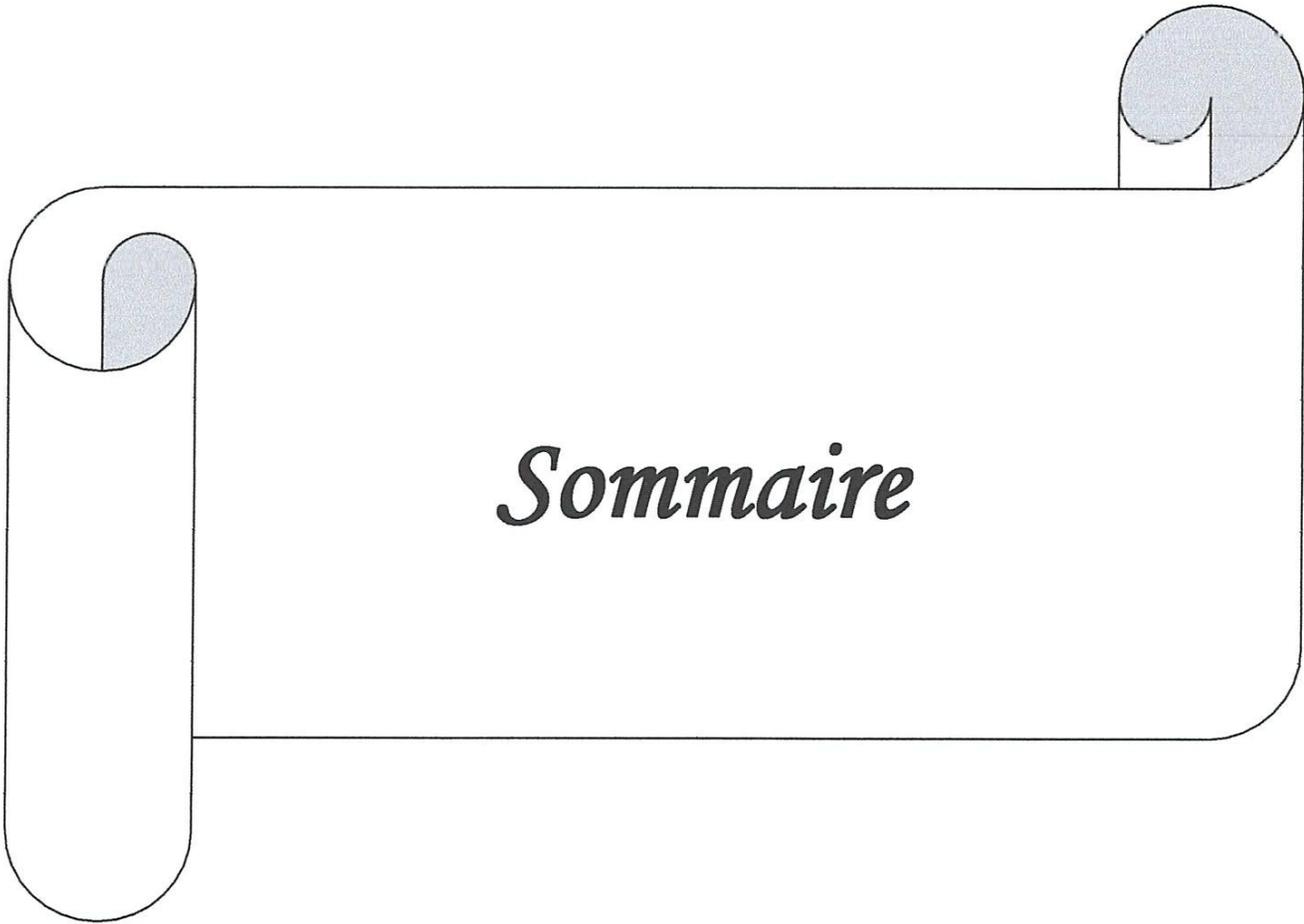
À mes petits frères

À mes cousins et cousines

J'adresse mes vifs remerciements à vous :

Halidi, Matoiya, Rawhoudine, Amir, Onzairou, Mohamed, Houd et à toute ma promo pour leur solidarité.

Enfin, je dédie ce travail à tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin.



Sommaire

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE.....	1
----------------------------	---

Chapitre 1 : Généralité sur la déconvolution
--

1. INTRODUCTION.....	2
2. RAPPELS.....	2
2.1. Relations utiles	2
2.2. Rappels sur la convolution.....	3
2.2.1. Définition.....	3
2.2.2. Propriétés du produit de convolution.....	5
2.2.3. Inversion directe de l'équation de convolution.....	5
3. PASSAGE DU DOMAINE CONTINU AU DOMAINE DISCRET.....	6
3.1. Notations et particularités du domaine discret.....	6
3.2. Espace de Fourier discret.....	7
3.3. Longueur des signaux, convolution linéaire et convolution circulaire.....	7
3.4. Notation matricielle.....	8
4. EQUATION DE CONVOLUTION.....	9
4.1. Bruit.....	10
4.2. Différents types de bruit.....	10
5. LA DECONVOLUTION	12
5.1. La déconvolution : un problème inverse mal posé.....	12
5.2. Solution du problème de déconvolution par la méthode des moindres carrés.....	14
5.3. Régularisation d'un problème mal posé.....	15
5.3.1. Introduction à la régularisation.....	15
5.3.2. Formulation de la régularisation.....	15
5.3.3. Régularisation de Tikhonov-Miller.....	16
6. LES METHODES ITERATIVES DE DECONVOLUTION.....	18
6.1. L'algorithme de van cittert.....	18
6.1.1. Régularisation de l'algorithme de van cittert.....	19
6.1.2. Contraintes dures appliquées à un signal.....	19

6.1.3. Introduction de la régularisation de miller et contraintes dures dans l'algorithme de van cittert.....	21
7. CONCLUSION.....	22

Chapitre 2 : Simulation des signaux

1. INTRODUCTION.....	23
2. SPECTROMETRIE DE MASSE D'IONS SECONDAIRES (SIMS)	23
2.1. Principe et caractéristiques.....	23
2.2. La réponse impulsionnelle en SIMS (fonction de résolution en profondeur).....	25
2.3. Modélisation de la DRF.....	25
3. SIGNAUX-TYPES UTILISES POUR LES SIMULATIONS.....	26
4. PROCEDURE DE SIMULATION	26
5. SIMULATION DES SIGNAUX	27
5.1. Simulation analytique des profils à haute énergie.....	28
5.2. Simulation analytique des profils à basse énergie	32
6. CONCLUSION.....	37

Chapitre 3 : Déconvolution des signaux simulés

1. INTRODUCTION.....	38
2. DECONVOLUTION DE DIFFERENTES STRUCTURES.....	38
2.1. Déconvolution des profils simulés par la méthode non-itérative.....	38
2.1.1. Déconvolution à haute énergie	38
2.1.2. Déconvolution à basse énergie.....	44
2.2. Déconvolution des profils simulés par la méthode itérative	51
2.2.1. Déconvolution des profils à haute énergie.....	51
2.2.2. Déconvolution des profils à basse énergie.....	57
3. CONCLUSION.....	62

CONCLUSION GENERALE.....	63
--------------------------	----

REFERENCES.....	64
-----------------	----

Liste des figures

Figure 1.1 : Réponse d'un système linéaire.....5

Figure 2.1 : Schéma de principe de l'analyse par SIMS.....24

Figure 2-2 : procédure de simulation sous Matlab..... 27

Figure 2-3 : Simulation d'une gaussienne à Haute énergie. $\sigma_{tot} = 45,1 \text{ \AA}$. A) $\sigma=20 \text{ \AA}$ B) $\sigma=40 \text{ \AA}$
C) $\sigma=80 \text{ \AA}$ D) $\sigma=120 \text{ \AA}$29

Figure 2-4 : Simulation des profils créneaux à Haute énergie. A) Largeur à 60 \AA B) Largeur à 90 \AA
C) Distance à 150 \AA ° D) Largeur à 300 \AA30

Figure 2-5 : Simulation d'un delta dopage à haute énergie.....31

Figure 2-6 : Simulation des profils constitués par deux delta-dopages à haute énergie.....32.

Figure 2-7 : Simulation d'une gaussienne à basse énergie. A) $\sigma=20 \text{ \AA}$ B) $\sigma=40 \text{ \AA}$ C) $\sigma=80 \text{ \AA}$ D)
 $\sigma=120 \text{ \AA}$ 34

Figure 2-8 : Simulation d'un créneau à basse énergie. A) Largeur à 60 \AA B) Largeur à 90 \AA C)
Distance à 150 \AA D) Largeur à 300 \AA 35

Figure 2-9 : Simulation d'un delta dopage à basse énergie.36

Figure 2-10 : Simulation d'un profil constitué par deux delta-dopages à basse énergie. A)
Distance à 20 \AA B) Distance à 45 \AA C) Distance à 80 \AA ° D) Distance à 300 \AA 37

Figure 3-1 : Déconvolution des gaussiennes. $\sigma_{tot} = 45,1 \text{ \AA}$ A) $\sigma=20 \text{ \AA}$ B) $\sigma=40 \text{ \AA}$ C) $\sigma=80 \text{ \AA}$ °
D) $\sigma=120 \text{ \AA}$ 39

Figure 3-2 : Représentation linéaire du profil gaussien à 20 \AA de la figure 3-1-A.....40

Figure 3-3 : Déconvolution des profils créneaux. $\sigma_{tot} = 45,1 \text{ \AA}$ A) Largeur à 60 \AA B) Largeur
à 90 \AA C) Distance à 150 \AA D) Largeur à 300 \AA41

Figure (3-4) : Représentation linéaire du créneaux de 60 Å de la figure 3-3.A.....	41
Figure 3-5 : Déconvolution d'un delta dopage.....	42
Figure 3-6 : Représentation linéaire du delta- dopage de la figure 3-5.....	42
Figure 3-7 : Déconvolution des profils constitués par deux delta-dopages A) d=20 Å B) d= 45 Å C) d= 80 Å D) d= 300 Å	43
Figure 3-8 : Représentation linéaire du profil constitué par deux delta-dopages de d=20 Å de la figure 3-7-A.....	44
Figure 3-9 : Déconvolution des profils gaussiens. $\sigma_{\text{tot}} = 45,1 \text{ \AA}$ A) $\sigma=20 \text{ \AA}$ B) $\sigma=40 \text{ \AA}$ C) $\sigma=80 \text{ \AA}$ D) $\sigma=120 \text{ \AA}$	45
Figure 3-10 : Représentation linéaire du profil gaussien de 20 Å de la figure 3-9-A.....	46
Figure 3-11 : Déconvolution des profils créneaux A) Largeur à 60 Å B) Largeur à 90 Å C) Distance à 150 Å D) Largeur à 300 Å	47
Figure 3-12 : Représentation linéaire du créneau de 60 Å de largeur de la figure 3-11-A... 47	
Figure 3-13 : Déconvolution d'un delta dopage à basse énergie.....	48
Figure 3-14 : Représentation linéaire du delta- dopage de la figure 3-13.....	48
Figure 3-15 : Déconvolution des profils constitués par deux delta-dopages A) Distance à 20 Å B) Distance à 45 Å C) Distance à 80 Å D) Distance à 300 Å.....	49
Figure 3-16 : Représentation linéaire du profil constitué par deux delta- dopages de la figure 3- 15-A.....	50
Figure 3-17: Déconvolution des profils gaussiens à Haute énergie. A) $\sigma=20 \text{ \AA}$ B) $\sigma=40 \text{ \AA}$ C) $\sigma=80 \text{ \AA}$ D) $\sigma=120 \text{ \AA}$	51
Figure 3-18 : Représentation linéaire de la déconvolution de la gaussienne de la figure 3-17- A.....	52

Figure 3-19 : Déconvolution des profils créneaux A) Largeur à 60 Å B) Largeur à 90 Å C) Distance à 150 Å D) Largeur à 300 Å53

Figure (3-20) : Représentation linéaire de la déconvolution du créneau de 60 Å de largeur de la figure 3-19-A.54

Figure 3-21: Déconvolution d'un profil constitué par deux delta-dopages A) $d= 20 \text{ \AA}$ B) $d= 45 \text{ \AA}$ C) $d= 80 \text{ \AA}$ D) $d= 300 \text{ \AA}$ 55

Figure 3-22 :Déconvolution d'un delta dopage à haute énergie56

Figure 3-23 : Déconvolution des profils gaussiens. A) $\sigma=20 \text{ \AA}$ B) $\sigma=40 \text{ \AA}$ C) $\sigma=80 \text{ \AA}$ D) $\sigma=120 \text{ \AA}$57

Figure 3-24 : Déconvolution des profils créneaux A) Largeur à 60 Å B) Largeur à 90 Å C) Distance à 150 Å D) Largeur à 300 Å 58

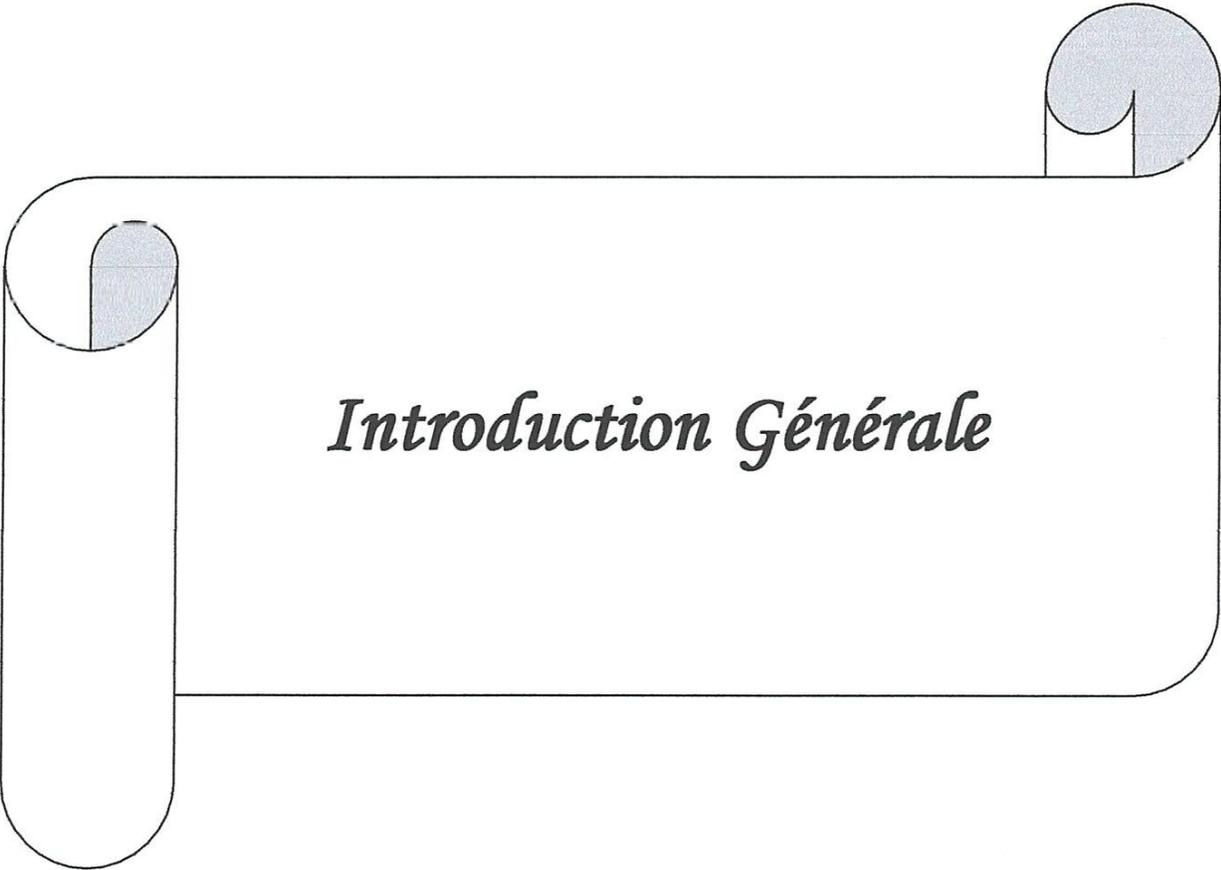
Figure(3-25): Représentation linéaire de la déconvolution du créneau de 300 Å de largeur de la figure3-24-A..... 59

Figure 3-26 : Déconvolution des profils constitués par deux delta-dopages A) $d= 20 \text{ \AA}$ B) $d= 45 \text{ \AA}$ C) $d= 80 \text{ \AA}$ D) $d= 300 \text{ \AA}$ 60

Figure 3-27: Déconvolutio d'un delta dopage convolué avec une DRF mesuré à basse énergie..... 61

Liste des tableaux

Tableau 2-1 : Paramètres de la DRF pour chaque profil simulé-.....27



Introduction Générale

INTRODUCTION GENERALE

L'amélioration des performances des systèmes au cours des trente dernières années est due en grande partie, à l'application des techniques de traitement du signal. C'est le cas notamment en imagerie médicale, en téléphonie et télécommunication.

Parmi les techniques de traitement du signal les plus utilisées dans de nombreuses disciplines, il y a la déconvolution. C'est un processus de restauration d'un signal dégradé par filtrage linéaire et invariant.

La déconvolution permet d'obtenir dans certains cas une amélioration notable des signaux dégradés par les systèmes de mesure. Néanmoins, elle constitue une méthode de résolution du problème inverse, de ce fait, elle n'a pas toujours une solution unique, en particulier, lorsque le signal est bruité. En effet, l'effet du bruit sur le résultat de la déconvolution est bien évident, la génération des artefacts et des oscillations ne sont pas tolérées. Cette difficulté impose quelques précautions dans son emploi notamment lorsqu'on ne dispose pas de connaissance a priori sur le signal source recherché. Ainsi les meilleurs résultats seront obtenus dans les applications où par exemple, on connaît a priori le support et /ou le caractère positif des signaux.

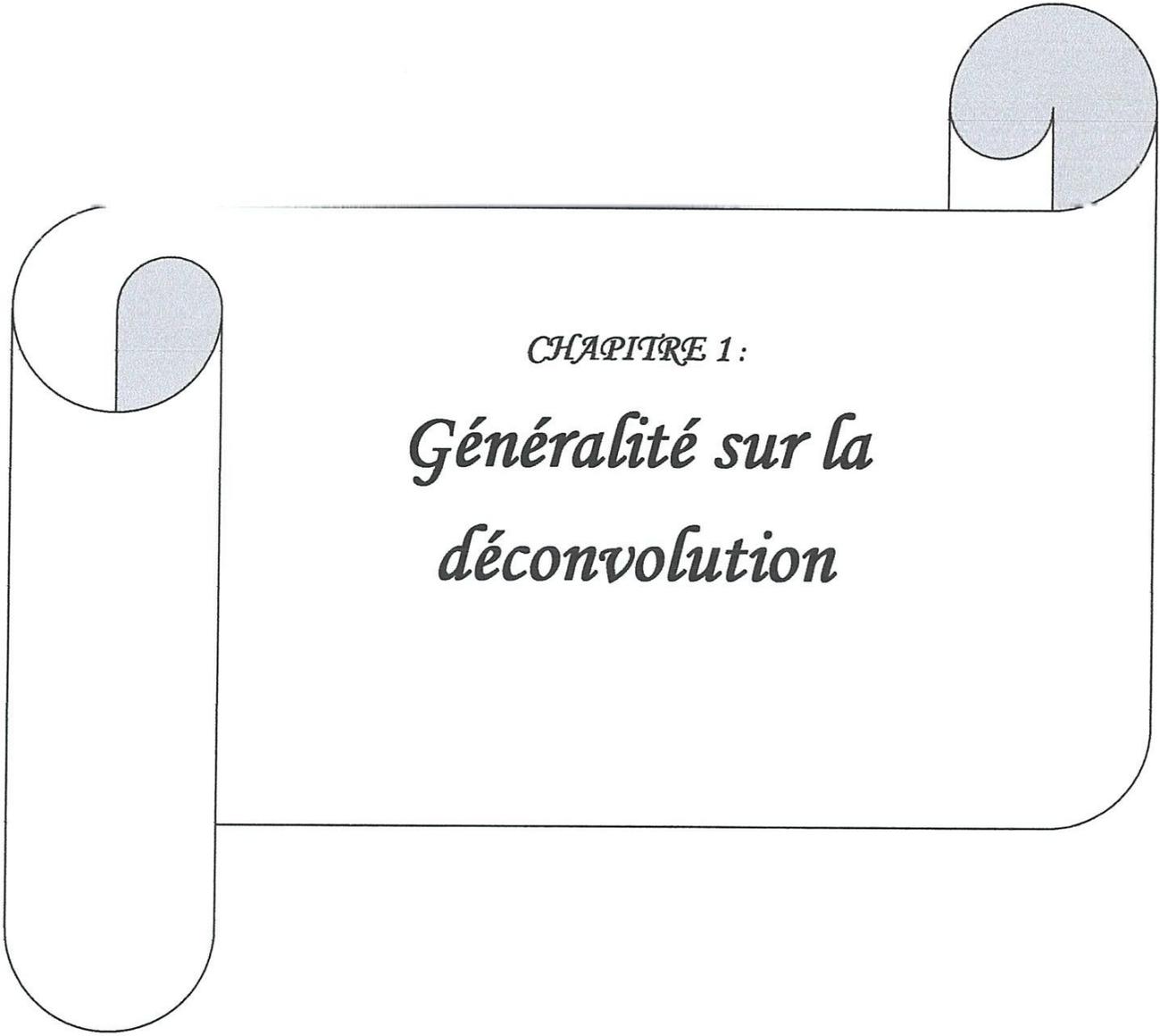
Il n'est bien sûr pas souhaitable d'effectuer un calcul numérique sur une mauvaise mesure. Pour un bon résultat, la fiabilité et la qualité de la mesure de départ reste une condition essentielle. La déconvolution vient s'ajouter aux performances instrumentales et peut être considérée comme le dernier maillon dans le processus de mesure.

Ce travail sera consacré à l'application de la déconvolution pour la restauration des signaux dégradés. Il est organisé comme suit :

Chapitre 1 : présentation des généralités sur la déconvolution, en particulier ses différentes méthodes.

Chapitre 2 : Consacré à la simulation des signaux d'une technique de caractérisation dite SIMS (Spectrométrie de Masse d'Ions Secondaires). Cette dernière est gouvernée par des phénomènes physiques causant l'élargissement de ses profils, et constitue donc un cas typique pour l'application de la déconvolution.

Chapitre 3 : consacré à la déconvolution des signaux simulés du chapitre 2 en appliquant deux méthodes l'une itérative et l'autre non itérative.

A decorative graphic of a scroll with a light blue shaded top edge and a light blue shaded bottom edge. The scroll is unrolled in the center, revealing the text. The scroll is positioned horizontally across the page.

CHAPITRE 1 :

*Généralité sur la
déconvolution*

1. INTRODUCTION

Afin de trouver une solution à la dégradation des signaux par les systèmes de mesure, différentes techniques de traitement du signal ont été proposées. Parmi les techniques les plus utilisées dans de nombreuses disciplines (imagerie médicale, photos astronomique, canal de transmission...), *La déconvolution*. Il s'agit de retrouver le signal ou l'image originale (ou plutôt d'en faire une estimation) à partir des données observées et de la réponse impulsionnelle. Elle peut s'appliquer à tout signal ayant été dégradé par un dispositif linéaire et invariant.

La déconvolution reste un moyen efficace pour restaurer les informations perdues lors de la mesure. Néanmoins, c'est une opération délicate, qu'il ne faut pas mettre en œuvre sans précaution. Il est nécessaire de bien contrôler le processus de restitution et d'en comprendre les mécanismes, sous peine d'obtenir des résultats aberrants.

Dans ce chapitre, nous allons exposer les principes de la déconvolution, afin de dégager les différentes méthodes à savoir itératives et non itératives qui nous permettront de traiter notre signal.

2. RAPPELS :

Avant d'entrer dans le vif de sujet, donnons quelques notions. Ils seront très utiles dans la suite.

2.1. Relations utiles

Soient A et B deux matrices quelconques, et x un vecteur quelconque.

- **Produit scalaire :** Dans le domaine discret, le produit scalaire de deux vecteurs x et y peut se représenter de plusieurs manières :

$$\langle x, y \rangle = \langle x/y \rangle = x^T y \quad (1.1)$$

Où x^T est le vecteur transposé de x .

- **Norme :** La norme d'un vecteur x pourra s'exprimer au moyen d'un produit scalaire :

$$\|x\|^2 = \langle x/x \rangle = x^T x \quad (1.2)$$

De la même façon:

$$\|Ax\|^2 = \langle Ax/Ax \rangle = (Ax)^T(Ax) = x^T(A^T A)x \quad (1.3)$$

- **Transposition :**

$$(AB)^T = B^T A^T \quad (1.4)$$

- **Dérivation :**

$$\frac{d}{dx}(Ax) = A^T \quad (1.5)$$

$$\frac{d}{dx}(x^T x) = 2x \quad (1.6)$$

$$\frac{d}{dx}(x^T Ax) = Ax + A^T x \quad (1.7)$$

2.2. Rappels sur la convolution

2.2.1. Définition

Un signal dégradé par altération (filtrage de ses variations rapides), peut être compris comme résultant de la composition du signal original (celui que l'on recherche), et d'un signal parasite, par exemple inhérent à la mesure. Nous représenterons dans toute la suite de ce travail, le signal d'entrée recherché par $x(t)$, et le signal de sortie observable par $y(t)$. Désignons par H l'opérateur qui transforme le signal d'entrée $x(t)$ en $y(t)$:

$$y = Hx \quad (1.8)$$

H est un opérateur de convolution si x et y sont fonction d'une même variable indépendante t , et si H est linéaire et invariant au cours du temps, c'est-à-dire :

$$\text{Si } x(t) = x_1(t) + x_2(t), \text{ alors } y(t) = y_1(t) + y_2(t) \quad (1.9)$$

$$\text{Si } x(t) = x_1(t - t_0), \text{ alors } y(t) = y_1(t - t_0) \quad (1.10)$$

avec:

$$y_1 = H x_1 \text{ et } y_2 = H x_2 \quad (1.11)$$

Le système qui dégrade le signal x peut être caractérisé par sa réponse impulsionnelle (réponse à une impulsion de Dirac $\delta(t)$), notée $h(t)$. Le signal de sortie $y(t)$ dépend à chaque instant t de toutes les valeurs d'entrée x aux instants $(t - \tau)$, et ceci de manière pondérée par $h(\tau)$

L'équation (1.8) devient alors *l'équation de convolution* suivante:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) x(t - \tau) d\tau \quad (1.12)$$

La convolution est noté par le signe $*$, ce qui simplifie la notation :

$$y(t) = h(t) * x(t), \text{ ou } y = h * x \quad (1.13)$$

Le terme $h*x$ est appelé produit de convolution de x par h .

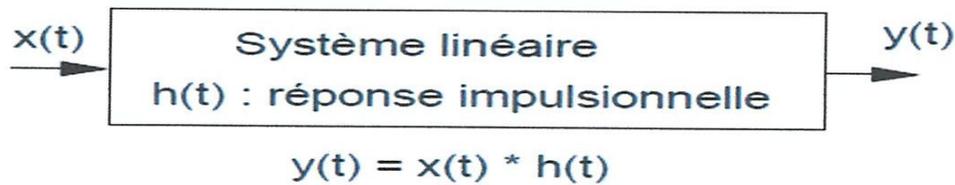


Figure 1.1 : Réponse d'un système linéaire

2.2.2. Propriétés du produit de convolution

Comme le produit simple, le produit de convolution de fonctions est commutatif, associatif et distributif par rapport à l'addition. La propriété la plus intéressante du produit de convolution est dans l'espace de Fourier : son image est un produit simple. Ainsi, si $X(f)$, $Y(f)$ et $H(f)$ désignent respectivement les transformées de Fourier de $x(t)$, $y(t)$ et $h(t)$, nous avons :

$$y(t) = h(t) * x(t) \Leftrightarrow Y(f) = H(f)X(f) \quad (1.14)$$

Le produit simple étant d'expression moins complexe que le produit de convolution, cette propriété nous permettra d'obtenir des simplifications en passant dans l'espace de Fourier. Ainsi, on peut distinguer des techniques de déconvolution dans l'espace direct, et d'autre dans l'espace de Fourier.

2.2.3. Inversion directe de l'équation de convolution

La déconvolution consiste à retrouver le signal original $x(t)$ connaissant le signal de sortie du système de mesure $y(t)$ et sa réponse impulsionnelle $h(t)$. Le but est donc de résoudre l'équation de convolution (1.12). La présence de l'intégrale dans l'espace direct rendant cette équation difficile à résoudre, nous pouvons écrire cette équation dans l'espace de Fourier d'après la propriété (1.14) :

$$Y(f) = H(f)X(f) \quad (1.15)$$

Nous avons alors $X(f) = \frac{Y(f)}{H(f)}$, et en utilisant la transformée de Fourier inverse :

$$x(t) = TF^{-1} \left\{ \frac{Y(f)}{H(f)} \right\} \quad (1.16)$$

C'est donc la manière la plus simple et la plus directe de déconvoluer un signal. Nous verrons par la suite que la présence de bruit rend cette solution fortement oscillatoire et inutilisable.

3. PASSAGE DU DOMAINE CONTINU AU DOMAINE DISCRET

3.1. Notations et particularités du domaine discret

Les théories formulées dans le domaine continu sont applicables dans le domaine discret, moyennant quelques précautions. Une fonction à temps discret $f = [f_0, f_1, \dots, f_{N-1}]$ est notée comme étant une suite de points image d'une autre suite de points $t = [t_0, t_1, \dots, t_{N-1}]$ espacés d'un même intervalle, le pas d'échantillonnage T_e . On notera $f_e = 1/T_e$ la fréquence d'échantillonnage. Les opérations courantes se retrouvent dans le domaine à temps discret, et par exemple l'équation de convolution (1.12) devient :

$$y[n] = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} X[i]h[n-i] = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} h[i]x[n-i] \quad (1.17)$$

$$y[n] = h[n] * X[n] = X[n] * h[n] \quad (1.18)$$

La réponse impulsionnelle h_n est la réponse du système discret à un Dirac discret δ_n défini par le symbole de Kronecker :

$$\delta_n = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0 \\ 0 & \text{si } n \neq 0 \end{cases} \quad (1.19)$$

3.2. Espace de Fourier discret

De même, on est amené à discrétiser l'espace des fréquences pour le calcul de la transformée de Fourier. La période d'échantillonnage dans l'espace des fréquences est alors fe/N où N est le nombre d'échantillons du signal. La transformée de Fourier à temps et fréquences discrètes est dite Transformée de Fourier Discrète (TFD). Sa mise en oeuvre utilise l'algorithme rapide de Tukey et Cooley dit FFT (Fast Fourier Transform) [1]. Son expression est :

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi \frac{k}{N}n} \quad K = 0,1,\dots,N-1 \quad (1.20)$$

3.3. Longueur des signaux, convolution linéaire et convolution circulaire

Les données à traiter sont généralement définies sur un intervalle de temps borné. Il est donc inutile de définir le produit de convolution sur $]-\infty, +\infty[$ comme dans l'équation (1.17). Il suffit d'effectuer ce produit sur le nombre de points N_x du vecteur x , ou sur N_h le nombre de points de la réponse impulsionnelle h (Le produit de convolution est commutatif) :

$$y[n] = \sum_{i=0}^{N_x-1} x[i]h[n-i] + b[n] = \sum_{i=0}^{N_h-1} h[i]x[n-i] + b[n] \quad (1.21)$$

En utilisant cette équation pour calculer le produit de convolution, on obtient un signal de sortie y_n plus long que les deux signaux qui le composent :

$$N_y = N_x + N_h - 1 \quad (1.22)$$

Cette convolution est appelée *convolution linéaire*. Si on souhaite travailler avec des signaux qui ne s'allongent pas lors de la convolution, on peut effectuer ce qu'on appelle une *convolution circulaire*, à l'origine employée pour les signaux périodiques.

La convolution circulaire nécessite que les deux vecteurs de départ soient de même longueur N , et le résultat de la convolution sera lui aussi de longueur N . Nous savons néanmoins que le vecteur final devra satisfaire $N \geq N_y$. Le résultat doit être strictement identique à celui obtenu par

convolution linéaire. Il suffit donc de compléter les vecteurs x et h par des zéros afin que leur longueur atteigne N .

Le produit de convolution circulaire présente l'avantage de garder les mêmes longueurs de vecteurs lors de calculs de convolution, mais l'inconvénient est de rallonger le nombre de calculs.

3.4. Notation matricielle

Généralement un signal discret, peut être exprimé par un vecteur. Si x et y sont des signaux discrets, alors ils peuvent être représentés par les vecteurs x et y . La convolution peut être décrite par une opération matricielle.

On définit une matrice \mathbf{H} de taille $N_y \times N_x$ telle que :

$$y = \mathbf{H}x \quad (1.23)$$

Où \mathbf{H} est un opérateur linéaire. Ceci permet de le représenter par une matrice dite *matrice de Toeplitz*. Les matrices seront notées dans la suite de ce travail par une majuscule en gras et non italique.

• Les matrices de Toeplitz

La matrice \mathbf{H} doit être construite à partir de la réponse impulsionnelle h de telle sorte que le produit de la ligne i de la matrice \mathbf{H} par le vecteur x doit conduire à $y[i]$. Il s'ensuit que les éléments $h[i, j]$ de \mathbf{H} sont de la forme $h[i - j]$ avec $h[i - j] = 0$ si j est plus grand que i . Dans le cas de la convolution linéaire, la réponse impulsionnelle h étant définie sur N_h points, la matrice de Toeplitz de h s'écrit alors:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h[0] & 0 & 0 & \dots & 0 \\ h[1] & h[0] & 0 & \dots & 0 \\ \dots & h[1] & h[0] & 0 & \dots \\ h[N_h - 1] & \dots & h[1] & h[0] & 0 \\ 0 & h[N_h - 1] & \dots & h[1] & h[0] \\ 0 & 0 & h[N_h - 1] & \dots & h[1] \\ 0 & 0 & 0 & h[N_h - 1] & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h[N_h - 1] \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

(N_y lignes, N_x colonnes : matrice rectangulaire)

Si on utilise la convolution circulaire, on rappelle que le vecteur x et le vecteur h sont remplis de zéros jusqu'à atteindre la taille du vecteur y . la matrice de Toeplitz s'écrit donc :

$$\mathbf{H}_c = \begin{bmatrix} h[0] & 0 & 0 & \dots & 0 & h[N_h-1] & \dots & h[1] \\ h[1] & h[0] & 0 & \dots & 0 & 0 & h[N_h-1] & \dots \\ \dots & h[1] & h[0] & 0 & \dots & 0 & 0 & h[N_h-1] \\ h[N_h-1] & \dots & h[1] & h[0] & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h[N_h-1] & \dots & h[1] & h[0] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h[N_h-1] & \dots & h[1] & h[0] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h[N_h-1] & \dots & h[1] & h[0] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h[N_h-1] & \dots & h[1] & h[0] \end{bmatrix} \quad (1.25)$$

(N_y lignes, N_y colonnes : matrice carrée)

4. EQUATION DE CONVOLUTION

Le système linéaire et invariant à l'origine de la dégradation du signal est un filtre passe-bas. De ce fait, en hautes fréquences, le signal de sortie du système (celui qu'on observe ou mesure), n'est en fait que le bruit provenant des capteurs et amplificateurs électroniques.

Un modèle réaliste, dans un contexte linéaire, consiste à appliquer le théorème de superposition: le signal de sortie du système est égal à la somme du signal non bruité et d'un bruit large bande :

$$y_b = y(t) + b(t) = x(t) * h(t) + b(t) \quad (1.26)$$

$b(t)$ représente le bruit qui s'ajoute aléatoirement au signal.

4.1. Bruit :

Toute mesure physique, quelle que soit sa nature (électronique, optique, etc...), est entachée de divers signaux parasites, considérés ensemble comme le bruit de mesure. Il faut cependant distinguer deux sortes de signaux « parasites » venant s'ajouter au signal utile. On considère généralement que le bruit est de nature aléatoire, c'est-à-dire qu'on ne peut pas prédire sa valeur au temps t_2 à partir de celle au temps t_1 . Les autres signaux parasites, comme par exemple une composante continue ou un signal sinusoïdal, ne seront pas considérés comme faisant partie du bruit, puisqu'on peut parfaitement les distinguer et donc les éliminer du signal mesuré.

Le bruit de mesure est à l'origine de la plupart des difficultés de la déconvolution. En effet la principale caractéristique du bruit est d'être indissociable du signal utile. Sa présence a presque toujours comme conséquence de masquer plus ou moins de détails dans le signal original. Cela implique qu'on ne sait pas distinguer le signal utile du bruit, ce qui est considéré comme une perte d'information [2].

4.2. Différents types de bruit

On peut distinguer selon leurs caractéristiques (fréquentielles et probabilistes), différents types de bruit :

a. Selon les caractéristiques fréquentielles du bruit

Le bruit fait certes partie des signaux aléatoires, mais dans le domaine fréquentielles on peut distinguer certaines caractéristiques déterministes.

- Le bruit blanc

Ce bruit est en effet largement utilisé dans le domaine de traitement du signal, du fait de sa formulation très simple : Ce bruit à une densité spectrale de puissance constante sur tout l'espace des fréquences. Autrement dit, ce bruit contient toutes les fréquences possibles de $-\infty$ à $+\infty$ avec une proportion égale.

- Le bruit rose

Le bruit rose ou « blanc à bande limitée » est défini de la même manière que le bruit blanc, mais sur un intervalle de fréquences fini. Ce cas est plus réaliste que celui du bruit blanc puisqu'aucun signal physique ne possède pas un spectre à support infini.

b. Selon les caractéristiques probabilistes du bruit

Le bruit est un signal aléatoire pour lequel il n'existe pas de description temporelle, mais il est possible de le caractériser par sa densité de probabilité $p(P) dP$, qui est toujours normée :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(P) dP = 1 \quad (1.27)$$

- Bruit gaussien

Un bruit est dit gaussien si densité de probabilité prend la forme d'une gaussienne. En désignant par P_c le centre de cette gaussienne, et par σ sa dispersion, la loi de p s'écrit :

$$p(P) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(P-P_c)^2}{2\sigma^2}} \quad (1.28)$$

P_c Représente donc la valeur moyenne de ce bruit, et σ son écart-type. On fait souvent l'hypothèse que le bruit est gaussien car là encore des simplifications en découlent :

- Tous les moments de la variable aléatoire peuvent être calculés à partir des moments du 1^{er} et 2nd ordre.
- Lorsque plusieurs processus gaussiens de paramètres différents s'ajoutent, il en résulte un processus encore gaussien.
- Lorsqu'un grand nombre processus aléatoires de types quelconques s'ajoutent, le résultat tend à nouveau vers un processus gaussien.

- Bruit poissonnien

Lorsqu'on souhaite compter un nombre d'événements (par exemple des particules) dans un intervalle de temps donné, on utilise très souvent le bruit poissonnien. La probabilité d'avoir n particules pendant une durée T est :

$$P(n, T) = \frac{(KT)^n}{n!} \quad (1.29)$$

Où K est le paramètre de Poisson. $1/K$ est le nombre de particules moyen par unité de temps.

La densité de probabilité est :

$$p(K) = \frac{\lambda^K}{K!} e^{-\lambda} \quad K \in N \quad (1.30)$$

Où λ est la variance.

Lorsque le paramètre de Poisson K devient grand, nous pouvons également noter aussi que la loi de Poisson tend vers une loi de Gauss

5. LA DECONVOLUTION

5.1. La déconvolution : un problème inverse mal posé

Un problème inverse consiste à déterminer des *causes* connaissant des *effets*. Ainsi, ce problème est l'inverse de celui appelé problème direct, consistant à déduire les effets, les causes étant connues. La déconvolution consiste en effet à déterminer le signal réel (signal d'entrée) à partir des données du signal mesuré (signal de sortie) et de la réponse impulsionnelle. La déconvolution est donc un problème inverse.

Au début du XX^e siècle, Hadamard [3] a défini les trois conditions suivantes pour qu'un problème soit bien posé [Hadamard, 1923], il s'agit d'un problème dont:

- i) La solution existe.
- ii) Elle est unique.
- iii) Elle est stable : une petite variation des entrées entraîne une petite variation des sorties.

Les problèmes qui ne satisferont pas à ces exigences sont dits mal posés. Malheureusement, les problèmes inverses ne vérifient souvent pas l'une ou l'autre de ces conditions, voire les trois ensembles.

En utilisant le formalisme matriciel, et en supposant un cas idéal où le bruit n'existe pas, l'équation de convolution s'écrit tout simplement par : $y = \mathbf{H}x$. La division des deux membres de cette équation par \mathbf{H} conduit directement à une solution formelle : $x = \mathbf{H}^{-1}y$. En pratique, il est impensable de vouloir effectuer une mesure physique sans que le résultat ne soit entaché d'une part plus ou moins importante du bruit, et l'équation de convolution devient donc : $y = \mathbf{H}x + b$.

Si on applique la même méthode que précédemment (1.26) à cette équation, on aura une solution estimée x_{est} qui aura l'expression :

$$x_{est} = \frac{y}{\mathbf{H}} = \frac{\mathbf{H}x}{\mathbf{H}} + \frac{b}{\mathbf{H}} \Leftrightarrow x_{est} = x + \mathbf{H}^{-1}b \quad (1.31)$$

Pour que la solution x_{est} existe, il faut que la matrice \mathbf{H} soit inversible. Cependant, La matrice \mathbf{H} n'est pas une matrice carrée, elle est donc non inversible. L'une des manières de résoudre ce problème est d'utiliser la convolution circulaire, où la matrice de Toeplitz de h est carrée et donc inversible. Dans ce qui suit, seule la convolution circulaire est utilisée. On rappelle, que le résultat obtenu dans les deux cas (convolutions linéaire et circulaire) est identique.

La matrice \mathbf{H} est très mal conditionnée. Cela signifie qu'elle peut avoir des valeurs propres très petites. Soit λ_{min} et λ_{max} la plus petite et la plus grande des valeurs propres de \mathbf{H} , le conditionnement est alors défini par :

$$cond(\mathbf{H}) = \sqrt{\frac{|\lambda_{max}|}{|\lambda_{min}|}} \quad (1.32)$$

Plus ce nombre est grand devant 1, moins le problème est conditionné.

Même si la solution x_{est} existe, elle n'est pas stable, car lors de l'inversion, les petites valeurs propres de \mathbf{H} donneront des valeurs extrêmement grandes, ce qui a pour effet d'amplifier considérablement le bruit, au point de rendre méconnaissable le résultat obtenu (Ceci est expliqué par la présence du terme $\mathbf{H}^{-1}b$ qui s'ajoute au signal réel x). Dans ces conditions, il est encore possible que l'unicité de la solution du problème de déconvolution soit impossible à garantir.

Une autre façon d'expliquer le problème peut être faite en effectuant les calculs dans l'espace de Fourier. La relation (1.31) s'écrit :

$$X_{est}(f) = X(f) + H^{-1}(f)B(f) \quad (1.33)$$

On voit que $X_{est}(f)$ est composé du signal réel $X(f)$ auquel s'ajoute le bruit $B(f)$ fortement amplifié par le terme $H^{-1}(f)$. $X_{est}(f)$ a donc un spectre « saturé » de bruit dans les hautes fréquences, et son image $x_{est}(t)$ dans le domaine temporel est un signal fortement oscillatoire et inutilisable. Dans ce qui suit, nous allons voir les différents moyens qui s'offrent à nous pour déconvoluer en présence du bruit.

5.2. Solution du problème de déconvolution par la méthode des moindres Carrés

Une solution estimée x_{est} du problème de déconvolution peut être obtenue par minimisation d'un critère au sens des moindres carrés. Dans ce cas, on cherche une solution estimée x_{est} telle que $y_{est} = \mathbf{H}x_{est}$ soit le plus proche que possible de y au sens de moindres carrés. On part donc de l'idée que la présence de bruit dans les signaux mesurés ne permet pas d'accéder à la solution exacte x , mais il existe une solution estimée x_{est} redonnant le signal mesuré après avoir été convolué par h (au bruit près). Nous devons minimiser le terme :

$$\|y - \mathbf{H}x_{est}\|^2 \quad (1.34)$$

Où $\mathbf{H}x_{est}$ est donc le *signal reconstruit*. Ce signal va nous permettre de vérifier si la convolution de x_{est} par h donne bien le signal mesuré y . On effectue une minimisation de (1.34) par rapport à x_{est} en utilisant les propriétés des produits scalaires et des dérivées, que nous avons présenté au début de ce chapitre, on obtient :

$$\mathbf{H}^T \mathbf{H} x_{est} = \mathbf{H}^T y \quad (1.35)$$

D'où :

$$x_{est} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T y \quad (1.36)$$

L'équation (1.36) est appelée *équation normale* et x_{est} *solution des moindres carrés* [4]. Cette solution procure la plus grande fidélité aux données mesurées. Cependant, elle n'est pas acceptable, et ceci pour les raisons suivantes :

- Elle n'est pas nécessairement unique : La condition de proximité du signal reconstruit et du signal mesuré peut être satisfaite par plusieurs solutions.
- Nous avons vu que la matrice \mathbf{H} est mal conditionnée. Si \mathbf{H} est mal conditionnée, $\mathbf{H}^T \mathbf{H}$ l'est encore plus et cette solution pourra donc n'avoir aucune signification physique.

Nous nous trouvons donc face à un problème de stabilité du système. Les solutions, quand elles existent, sont inutilisables car multiples et/ou physiquement inacceptables. Il est

alors nécessaire de *régulariser* le problème en faisant un choix d'une solution physiquement acceptable parmi celles mathématiquement possibles. Ce choix se fait en imposant à la solution de vérifier certaines propriétés selon les connaissances a priori dont on dispose, comme la régularité. Cette modification du cahier des charges du problème de la déconvolution est très utilisée en traitement du signal, et est désignée sous le nom de *régularisation*.

5.3. Régularisation d'un problème mal posé

5.3.1. Introduction à la régularisation

La déconvolution fait partie des problèmes inverses mal posés. Les seules données, de la mesure et de la réponse impulsionnelle du système, ne permettent de définir qu'une classe de solutions *mathématiquement possibles*, contenant les solutions physiquement acceptables et celle qui ne le sont pas. Pour choisir parmi les solutions possibles celle que nous aurons jugée la plus acceptable, il faut donc inclure une connaissance préalable concernant la solution cherchée dans le processus de résolution du problème, ceci est appelé *régularisation*. Cette information à priori sera par la suite formulée par un autre critère couplé au critère des moindres carrés (équation 1.34).

L'idée principale de la régularisation est donc d'abandonner l'espoir d'obtenir la solution exacte à partir des données bruitées, de définir une classe des solutions admissibles, et de sélectionner à partir de cette classe la solution qui sera considérée comme acceptable, dans le sens qu'elle est compatible avec une certaine information à priori.

On note que l'apport d'information par la régularisation constitue un choix subjectif et dépendra des caractéristiques que l'opérateur souhaite privilégier pour la solution recherchée. La solution obtenue n'est donc pas la seule solution possible, mais une de celles qui sont acceptables.

5.3.2. Formulation de la régularisation

La solution régularisée est généralement définie par [5]:

$$x(y, \alpha) = \arg \min \{J_1(y, \mathbf{H}x) + \alpha J_2(x)\} \quad (1.37)$$

où « argmin » désigne l'argument minimisant l'expression entre crochet. Le terme $J_1(y, \mathbf{H}x)$ est consacré à la minimisation de la distance entre la solution convoluée par \mathbf{H} et le signal mesuré, dans le but d'assurer, à un certain degré, la fidélité de la solution aux données. $\alpha J_2(x)$ est le

terme de régularisation désigné pour favoriser certains propriétés désirables qui résument les connaissances a priori sur la solution. α est le paramètre de régularisation ($\alpha > 0$).

La sélection de $J_1(y, \mathbf{H}x)$ et $J_2(x)$ est un choix qualitatif qui détermine comment la régularisation est faite. Au contraire, le choix de α est quantitatif et gère l'échange entre ces deux sources d'informations. Une fidélité parfaite aux données mesurées y est obtenue pour $\alpha = 0$, alors qu'une fidélité parfaite à l'information a priori est obtenue pour $\alpha = \infty$, sans forcément avoir une solution correspondant aux données mesurées. La régularisation consiste à trouver une solution intermédiaire, en ajustant le paramètre de régularisation α qui fixe un compromis entre ces deux solutions.

Différentes formes de régularisation sont proposées dans la littérature, chacune étant plus ou moins adaptée selon le domaine d'application. Nous nous sommes intéressés, à la régularisation de Tikhonov-Miller, la méthode la plus connue, et la plus utilisée. Le terme $\alpha J_2(x)$ sera appelé *terme de régularisation*.

5.3.3. Régularisation de Tikhonov-Miller

Cette méthode de régularisation est basée sur un critère quadratique [6]. Le critère $J_1(y, \mathbf{H}x)$ est le même que dans le cas précédent (moindres carrés entre les données mesurées et le signal reconstruit). On impose ici à cette grandeur quadratique d'être inférieure à l'énergie du bruit $\|b\|^2$:

$$\|y - \mathbf{H}x_{est}\|^2 \leq \|b\|^2 \quad \|\mathbf{D}x_{est}\|^2 \leq r^2 \quad (1.38)$$

Le coefficient r^2 qui appartient au deuxième terme est le coefficient de régularité. La régularité supposée du signal recherché est utilisée ici comme fonctionnelle de régularisation.

\mathbf{D} est généralement un opérateur de type dérivateur (filtre passe-haut dans le domaine des fréquences). On prend généralement pour \mathbf{D} un opérateur de type filtre passe-haut, afin de limiter l'énergie des hautes fréquences contenues dans la solution recherchée. Ce choix résulte de l'observation des solutions instables trouvées par l'inversion directe du problème (non régularisé). Ces dernières contiennent en effet de fortes composantes dans le haut du spectre, dues à l'amplification des hautes fréquences du bruit lors de l'inversion de \mathbf{H} .

Suivant l'approche de Miller [7], les deux contraintes sont quadratiquement combinées. La solution de l'équation de la déconvolution est alors:

$$(\mathbf{H}^T \mathbf{H} + \alpha \mathbf{D}^T \mathbf{D}) x_{est} = \mathbf{H}^T y \quad (1.39)$$

Avec :

$$\alpha = \frac{\|b\|^2}{r^2} \quad (1.40)$$

Dans le cas des simulations, on peut utiliser cette dernière formule pour déterminer la valeur de α . Pour r^2 on prend tout simplement : $r^2 = \|\mathbf{D}x\|^2$, ce qui est possible puisque le signal réel x est construit par nous-mêmes. Dans le cas d'un signal expérimental, le coefficient de régularité r^2 ainsi que l'énergie de bruit $\|b\|^2$ sont inconnues. Si on veut calculer α avec la relation (1.40), il sera nécessaire d'effectuer une estimation locale du bruit et de donner une valeur approximative de la régularité r^2 à partir des informations *a priori*.

Si le bruit est très faible, α sera petite et on aura une solution qui sera plus fidèle aux données. Lorsque le bruit est plus important, α augmente, ce qui renforce l'influence de l'information *a priori*.

Rôle du terme de régularisation [2]

Le but du terme de régularisation $\alpha \mathbf{D}^T \mathbf{D}$ est de lever le caractère mal posé du problème en améliorant le conditionnement de l'opérateur \mathbf{H} . Cela est réalisé par la modification des valeurs propres du système. Ici la matrice \mathbf{H} caractérisant le problème de la déconvolution avant régularisation est remplacée par la matrice \mathbf{A} mieux conditionnée. Le conditionnement de \mathbf{A} est donné par :

$$cond(\mathbf{A}) = \sqrt{\frac{\max(\lambda_H^2 + \alpha \lambda_D^2)}{\min(\lambda_H^2 + \alpha \lambda_D^2)}} \quad (1.41)$$

où λ_H^2 et λ_D^2 représentent, respectivement, les valeurs propres de $\mathbf{H}^T \mathbf{H}$ et $\mathbf{D}^T \mathbf{D}$. La matrice \mathbf{A} doit conserver les grandes valeurs propres de $\mathbf{H}^T \mathbf{H}$ et remplacer les petites (source d'instabilité) par celles de $\alpha \mathbf{D}^T \mathbf{D}$. Ainsi, \mathbf{H} étant un filtre passe-bas, \mathbf{D} doit être un filtre passe-haut.

Selon les caractéristiques de \mathbf{D} et la valeur de α , le système sera ainsi plus ou moins bien régularisé.

6. LES METHODES ITERATIVES DE DECONVOLUTION

Les méthodes itératives permettent de s'approcher de la solution désirée par une série d'itérations. Elles ont généralement les avantages suivants par rapport à une méthode non itérative :

- Elles n'imposent pas le calcul direct d'opérateurs inverses. Les difficultés liées au calcul de l'inversion directe sont donc évitées.
- Adéquates à l'introduction des contraintes dures dans la procédure de restitution.
- Avec l'emploi de ces méthodes, on peut inspecter la solution de façon plus précise que lors d'un calcul en une seule opération.

Ces algorithmes itératifs sont adaptés à une grande variété de signaux [8]: Dégradation linéaire ou non, systèmes variants et invariants, bruit corrélé ou non.

6.1. L'algorithme de Van Cittert

C'est l'algorithme qui est à la base de nombreuses méthodes itératives de déconvolution. L'algorithme de Van Cittert est une méthode de point fixe [9,10]. Il est fondé sur la résolution de l'équation de convolution sans bruit. L'équation de convolution sans bruit est donnée par:

$$y = \mathbf{H}x \quad (1.42)$$

On réarrange cette équation sous la forme :

$$0 = y - \mathbf{H}x \quad (1.43)$$

On ajoute x des deux cotés :

$$x = x + (y - \mathbf{H}x) \quad (1.44)$$

On obtient la forme itérative de Van Cittert :

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + (y - \mathbf{H} x_n) \\ x_0 = y \end{cases} \quad (1.45)$$

Le vecteur x_n est en quelque sorte une solution intermédiaire entre les solutions initiale x_0 et final x_∞ . On peut montrer que l'algorithme de Van Cittert converge vers une solution x_∞ équivalente à celle obtenue par l'inversion directe [11]:

$$x_\infty \rightarrow \mathbf{H}^{-1} y \quad (1.46)$$

6.1.1. Régularisation de l'algorithme de Van Cittert

Comme dans les méthodes non-itératives, l'algorithme de Van Cittert original conduit à une solution instable si le problème est mal conditionné. Il faudra d'une manière ou d'une autre introduire une régularisation si l'on souhaite obtenir une solution bornée.

La première étape consiste à remplacer la résolution itérative de $y = \mathbf{H}x$ par celle de $\mathbf{H}^T y = (\mathbf{H}^T \mathbf{H} + \alpha \mathbf{D}^T \mathbf{D}) x$.

L'algorithme de Van Cittert avec régularisation de Tikhonov-Miller s'écrit :

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + [\mathbf{H}^T y - (\mathbf{H}^T \mathbf{H} + \alpha \mathbf{D}^T \mathbf{D}) x_n] \\ x_0 = \mathbf{H}^T y \end{cases} \quad (1.47)$$

Le fait de régulariser l'algorithme de base ne suffit pas pour obtenir une solution acceptable physiquement. En particulier la solution n'est pas toujours positive, ce qui est gênant pour un signal ou une image numérique.

6.1.2. Contraintes dures appliquées à un signal

Nous pouvons introduire en plus de la régulation, une information sur la positivité du signal. Cette information est généralement appliquée sous forme de *contrainte dure*, dont nous allons voir l'expression et les propriétés.

a. Définition

Une contrainte dure se définit par une transformation du signal x de manière à ce qu'il vérifie les propriétés « demandées » par un opérateur \mathbf{C} spécifique, l'*opérateur de contraintes*. Le résultat est un signal x_c dit *contraint*.

b. Exemples de contraintes dures

- Contrainte de positivité

Lorsqu'on veut imposer à un signal d'être positif, on peut par exemple le tronquer de telle sorte que les composantes négatives soient ramenées à 0. L'opérateur \mathbf{P} qui assure la positivité de la solution peut par exemple être décrit par la forme [2]:

$$\mathbf{P}x = \frac{x + |x|}{2} \quad (1.48)$$

Dans ce cas, on voit que les composantes négatives sont ramenées à 0, alors que les composantes positives restent inchangées. Si on souhaite plutôt effectuer un repliement des composantes négatives, alors l'opérateur de contrainte de positivité sera l'opérateur valeur absolue :

$$\mathbf{P}x = |x| \quad (1.49)$$

Dans notre travail la contrainte de positivité est exprimée par la relation (1.48).

- Contrainte de support

Supposons que le signal x soit connu pour demeurer dans un intervalle donné $[s_1, s_2]$, il est possible de lui appliquer une contrainte de support \mathbf{S} , c'est à dire de le forcer à être nul en dehors de ce domaine de définition :

$$\mathbf{S}x = \begin{cases} x & \text{si } s_1 \leq x \leq s_2 \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases} \quad (1.50)$$

- **Contrainte d'amplitude**

De la même façon que pour la positivité, on peut souhaiter qu'un signal ne dépasse pas une certaine amplitude sur tout son intervalle de définition. Cette opération est ainsi une sorte d'écrêtage du signal. Si on désigne par l la limite que l'amplitude du signal ne doit pas dépasser, on peut exprimer cette contrainte par l'opérateur \mathbf{L} tel que [2]:

$$\mathbf{L}x = \frac{(x-l) - |x-l|}{2} + l \quad (1.51)$$

- **Application de plusieurs contraintes**

Si on dispose de plusieurs informations distinctes sous forme de contraintes, on peut appliquer les différents opérateurs quel que soit leur ordre puisqu'ils sont commutatifs

$$\mathbf{P}\mathbf{L}x = \mathbf{L}\mathbf{P}x \quad (1.52)$$

La contrainte de positivité est la plus couramment appliquée, car elle est la source d'information la plus sûre et la plus puissante.

L'alternative pour introduire les contraintes dures consiste à utiliser des méthodes itératives. Parmi les méthodes itératives existantes, nous allons surtout nous intéresser à l'algorithme de Van Cittert avec régularisation de Tikhonov-Miller et contraintes dures, qui a déjà prouvée fiabilité et sa robustesse [5, 13,14].

6.1.3. Introduction de la régularisation de Miller et contraintes dures dans l'algorithme de Van Cittert

Pour introduire des contraintes dures dans l'algorithme de Van Cittert, il suffit de remplacer x_n par $\mathbf{C}x_n$ avant de calculer x_{n+1} . En combinant les contraintes dures avec la régularisation de Tikhonov-Miller, on obtient l'algorithme suivant, mis au point par B.Gautier et R.Prost [5, 11,12]:

$$\begin{cases} x_{n+1} = \mathbf{C}x_n + \mu_n [\mathbf{H}^T y - (\mathbf{H}^T \mathbf{H} + \alpha \mathbf{D}^T \mathbf{D}) \mathbf{C}x_n] \\ x_0 = \mathbf{H}^T y \end{cases} \quad (1.53)$$

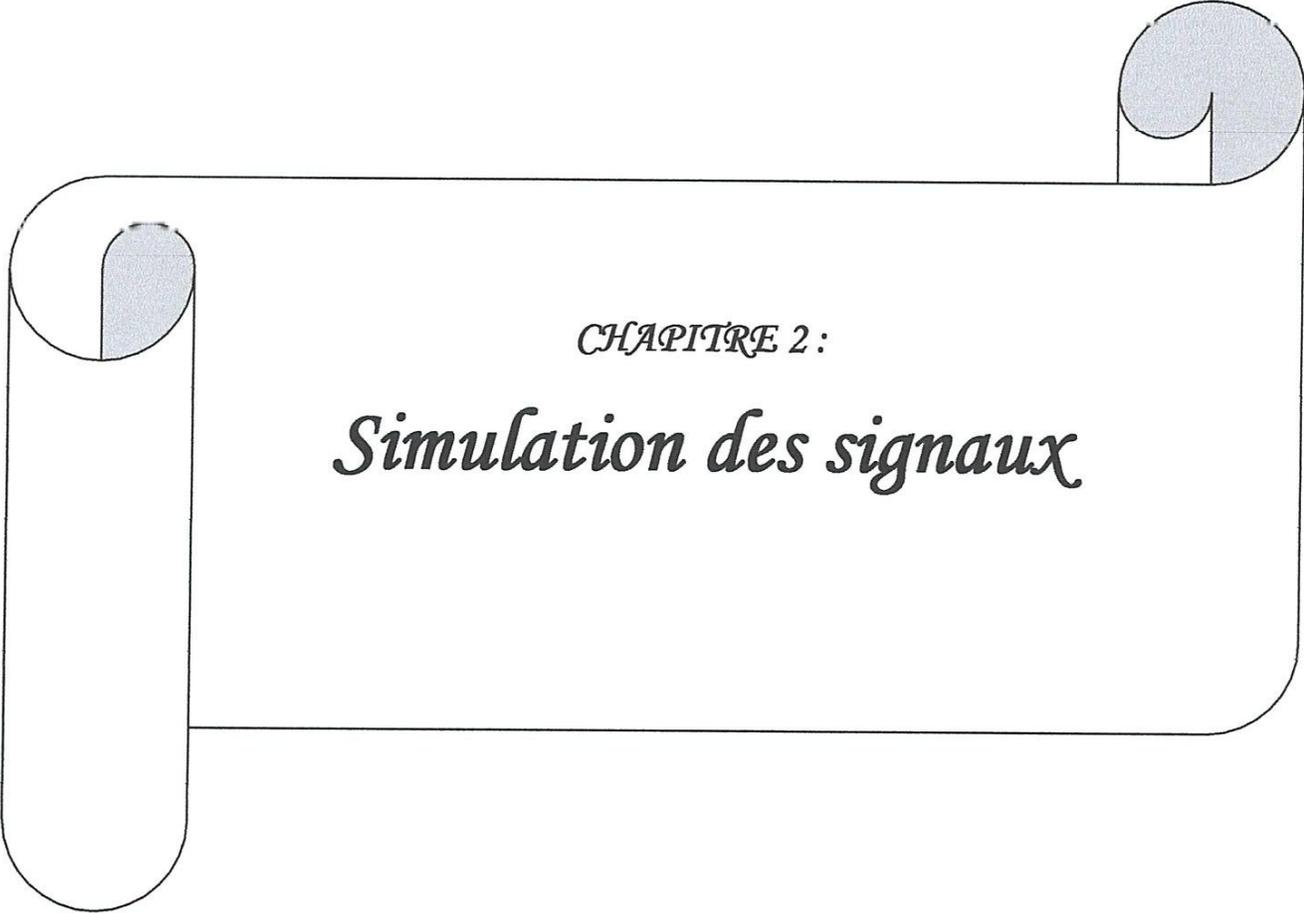
μ_n est un scalaire ajusté à chaque itération pour optimiser la rapidité de la convergence [11]. Dans ce travail nous avons pris tout simplement : $\mu_n = 1$.

7. CONCLUSION

A la suite de ce chapitre, il est clair de retenir qu'aucun système de mesure n'est parfait. En effet, tout système introduit toujours des dégradations au niveau du signal réel s'exprimant par des phénomènes tels que l'élargissement, le bruitage.....

Afin de remédier à ces problèmes, dans la littérature, il est généralement question de faire appel aux différentes techniques de déconvolution

Le problème de la déconvolution, comme dans la majorité des domaines fait partie des problèmes inverses mal posés. La présence de bruit dans la mesure complique les calculs, et il faut prendre certaines précautions si on cherche à obtenir un résultat acceptable. Il faut donc transformer le problème mal posé en un problème bien posé, ceci est rendu possible en faisant appel à une régularisation. En plus de la régularisation, l'application des contraintes dures est nécessaire pour forcer le résultat obtenu à satisfaire les propriétés physiques connues auparavant sur les mesures, en particulier la positivité. Pour introduire les contraintes dures, on fait appel généralement aux algorithmes itératifs.



CHAPITRE 2 :

Simulation des signaux

1. INTRODUCTION

Dans le chapitre précédent, nous avons exposé différentes méthodes de déconvolution. Pour étudier ces techniques, nous avons choisi de les appliquer à un système de mesure (Spectrométrie de Masse d'Ions Secondaires (SIMS)). L'analyse SIMS est gouvernée par des phénomènes physiques conduisant à l'élargissement de ces profils, elle constitue donc un cas idéal pour l'application de la déconvolution.

Pour vérifier les performances théoriques d'une méthode de déconvolution, l'idéal serait de disposer le signal réel, puisque une simple comparaison entre signal réel et déconvolué permet d'évaluer la méthode. Le signal réel n'est accessible qu'en simulation (construit par nous-même). Dans le cas de la déconvolution d'un signal mesuré, ce signal est bien sûr inconnu, et c'est lui-même qu'on cherche à estimer par l'opération de déconvolution. Ceci nous amènera à procéder à la simulation des différents signaux types rencontrés en (SIMS).

Dans ce chapitre, nous allons donc donner un bref aperçu sur l'analyse SIMS. Puis nous présenterons la réponse impulsionnelle de cette analyse (appelée DRF (*Depth Resolution Function*)), la connaissance de celle-ci est indispensable pour l'opération de simulation. Nous passerons enfin à la simulation des signaux SIMS.

2. SPECTROMETRIE DE MASSE D'IONS SECONDAIRES (SIMS)

2.1. Principe et caractéristiques

L'analyse SIMS consiste à éroder progressivement et très lentement un échantillon au moyen d'un faisceau d'ions, et d'étudier la nature ainsi que la quantité des espèces chimiques présentes dans cet échantillon qui a été éjectées par l'érosion. Le faisceau d'ions incidents est dit *primaire*, par comparaison avec le faisceau d'ions *secondaires* provenant de l'échantillon analysé. Le bombardement de l'échantillon par les ions primaires induit une émission de diverses particules. Les ions secondaires émis constituent donc l'information recherchée.

La figure 2-1 nous montre le principe de la pulvérisation et de l'émission des ions secondaires :

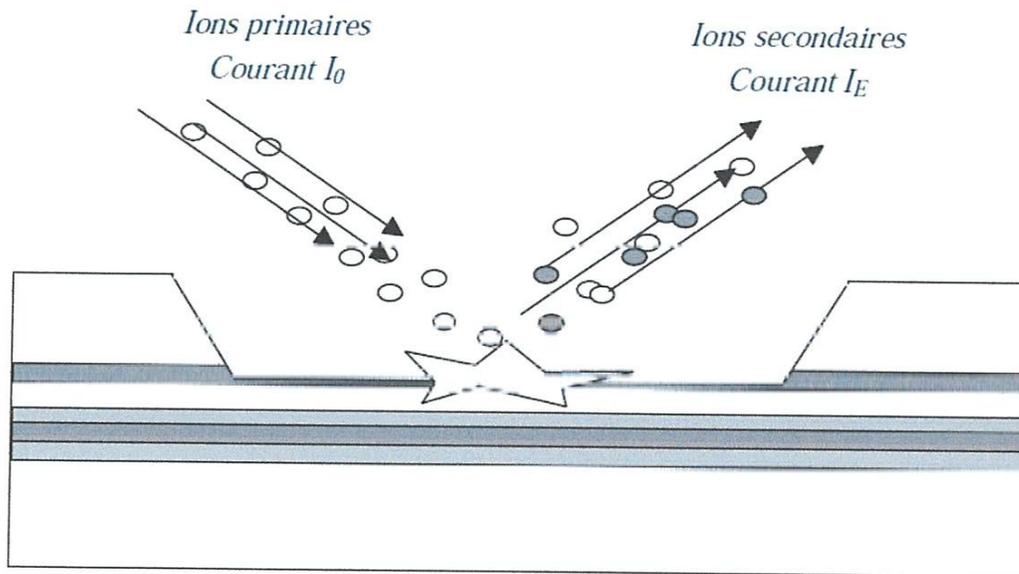


Figure 2.1 : Schéma de principe de l'analyse par SIMS

A partir de ce principe, quelques remarques s'imposent [15]:

- Il s'agit d'une méthode destructive car l'échantillon est pulvérisé.
- Enfin, la spectrométrie de masse est une technique très sensible qui permet de compter effectivement les ions secondaires avec un bruit de fond extrêmement faible.

L'application de l'analyse SIMS pour la réalisation des profils de concentration suivant la profondeur, dans le domaine des matériaux et des composants pour l'électronique moderne, est incontournable. La présence de dopants dans ces matériaux requiert une sensibilité d'analyse que peu de techniques à part l'analyse par SIMS peuvent apporter.

Cependant, le profil en profondeur mesuré par SIMS n'est pas une image fidèle du profil original (profil dit « réel ») existant réellement dans l'échantillon avant l'analyse. La technique est gouvernée par des phénomènes physiques (principalement le mixage collisionnel) causent l'élargissement des profils.

2.2. La réponse impulsionnelle en SIMS (fonction de résolution en profondeur)

La réponse impulsionnelle d'un système est la sortie de ce dernier lorsque l'entrée est une impulsion de Dirac. Le Dirac est une fonction théorique d'épaisseur nulle, qui prend une valeur infinie en 0, et la valeur zéro ailleurs, et dont l'intégrale sur \mathbf{R} est égale à 1. Dans le domaine de la physique, un tel signal n'existe pas, et il est remplacé par un signal fini, nul ou quasi nul sur tout domaine de définition, sauf sur un intervalle très petit autour de 0, et dont l'intégrale est aussi égale à 1 (*pseudo-Dirac*). L'impulsion de Dirac est l'élément neutre de la convolution.

Dans le cas de l'analyse SIMS, il ne s'agit pas de signal électrique ou optique, mais de successions de plans atomiques. La plus petite structure existante sera alors une couche atomique, que l'on peut assimiler à un creneau d'épaisseur égal à la distance moyenne interatomique.

La réponse à ce *pseudo-Dirac* est donc la réponse impulsionnelle de l'analyse. Elle est appelée *Fonction de Résolution en Profondeur*, ou DRF, pour *Depth Resolution Function*.

2.3. Modélisation de la DRF

Dans notre travail nous utilisons la DRF proposée par Dowsett et al [16], qui a déjà démontrée son efficacité [2,12]. La DRF est le résultat de la convolution entre une double exponentielle ($Dexp(z)$) et une gaussienne. Sa formule est donnée par:

$$h(z) = Dexp(z) * Gauss(z)$$

$$h(z) = \frac{1}{2(\lambda_u + \lambda_d)} \left\{ \exp\left(\frac{(z - z_0)}{\lambda_u} + \frac{\sigma_g^2}{2\lambda_u^2}\right) \times \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{-(z - z_0)}{\sqrt{2}\sigma_g} - \frac{\sigma_g}{\sqrt{2}\lambda_u}\right) \right] \right. \\ \left. + \exp\left(\frac{-(z - z_0)}{\lambda_d} + \frac{\sigma_g^2}{2\lambda_d^2}\right) \times \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{(z - z_0)}{\sqrt{2}\sigma_g} - \frac{\sigma_g}{\sqrt{2}\lambda_d}\right) \right] \right\}$$

λ_u : une pente exponentielle montante,

λ_d : une pente exponentielle descendante.

z_0 représente l'abscisse du point anguleux de la double exponentielle.

σ_g : l'écart-type de la DRF.

3. SIGNAUX-TYPES UTILISES POUR LES SIMULATIONS

Dans ce chapitre, nous avons opté pour l'utilisation des signaux typiques rencontrés en traitement de signal et notamment en SIMS :

- Gaussienne ;
- Créneau ;
- Delta dopage (*pseudo-Dirac*).

4. PROCEDURE DE SIMULATION

La simulation des profils SIMS est basée sur l'approche suivante : un « profil réel » est construit analytiquement. Ce profil est convolué ensuite avec une DRF également analytique dont les paramètres sont tirés à partir d'une mesure expérimentale, pour aboutir dans un premier temps à un « signal parfait », c'est-à-dire sans bruit ajouté. Enfin, une composante de bruit est ajoutée au résultat de la convolution. Le profil résultant de cette procédure sera appelé « profil simulé ou mesuré ».

Pour simuler le bruit qui s'ajoute au signal, nous avons suivie la même procédure citée dans la référence [12].

Nous avons donc construit un bruit gaussien de valeur moyenne nulle par rapport au signal (ce qui veut dire que la variation du signal due au bruit, par rapport au signal analytique parfait, peut être positive ou négative avec une distribution de probabilité gaussienne autour de la valeur parfaite). L'écart type de ce bruit est assujetti à la relation empirique utilisée par Allen et al. [17] : $\sigma \approx 1.7 \sqrt{M}$, où M est la valeur moyenne du signal parfait.

La relation utilisée ici pour construire le bruit n'est valable que pour les valeurs du signal non nulles. Pour simuler le comportement des profils quand le signal devient très faible, nous avons procédé de la manière suivante: Lorsque le signal est inférieur à 1 coup par seconde, alors la valeur moyenne de bruit ne suit plus celle du signal mais est conservée à 1 coup par seconde.

Les profils utilisés dans nos simulations seront construits avec un pas d'échantillonnage de 1 Å. Ils seront, dans la plupart des cas, présentés sur quatre décades: le maximum de profils simulés est situé autour de 10^4 coups par secondes. Le rapport signal sur bruit (SNR) a été fixé à 40 dB.

La programmation a été effectuée sous MATLAB selon l'organigramme ci-dessous :

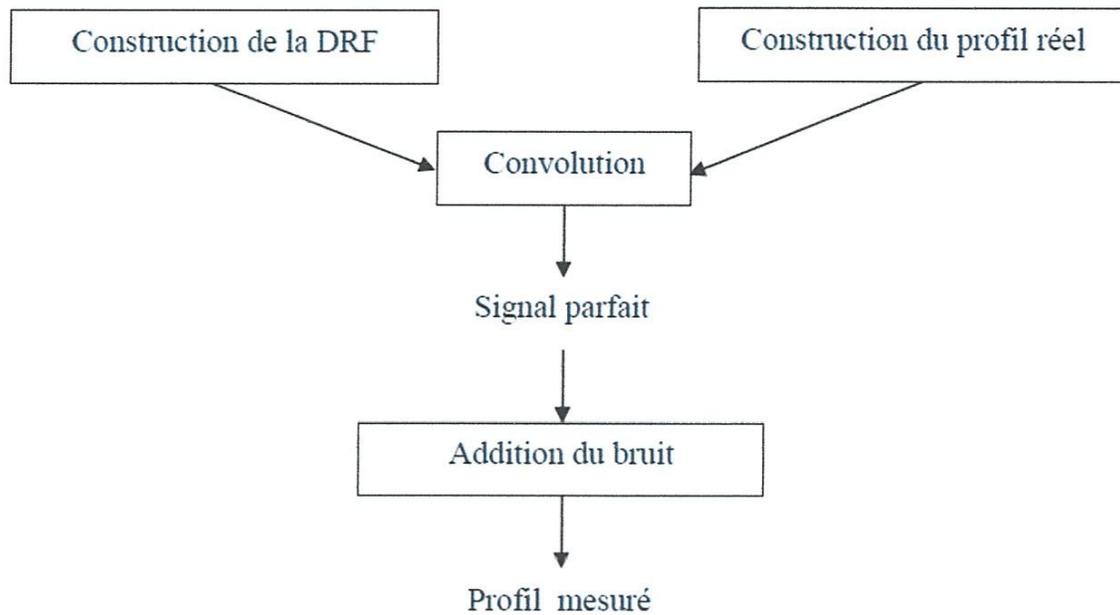


Figure 2-2 : procédure de simulation sous Matlab

5. SIMULATION DES SIGNAUX :

En utilisant des DRF mesurés à différentes énergies, nous allons simuler analytiquement les trois structures, mentionnés ci-dessus: gaussien, créneau et delta dopage. Les paramètres de la DRF sont contenus dans le tableau ci-dessous [14,18] :

DRF	λ_u	λ_d	σ_g
Haute énergie (5,5keV/O ₂ ⁺)	10.9	37.5	22.5
Basse énergie (500 eV/O ₂ ⁺)	2	7	4

Tableau 2-1 : Paramètres de la DRF pour chaque profil simulé

5.1. Simulation analytique des profils à haute énergie :

Dans cette partie les trois signaux types sont convolués avec une DRF analytique mesurée à haute énergie $5,5\text{keV}/\text{O}_2^+$. Les différents paramètres de la DRF sont contenus dans le tableau 2-1 ci-dessus.

➤ Simulation des profils gaussiens :

La figure (2-3) représente la simulation de quatre profils gaussiens d'écart types 20, 40, 80 et 120 \AA .

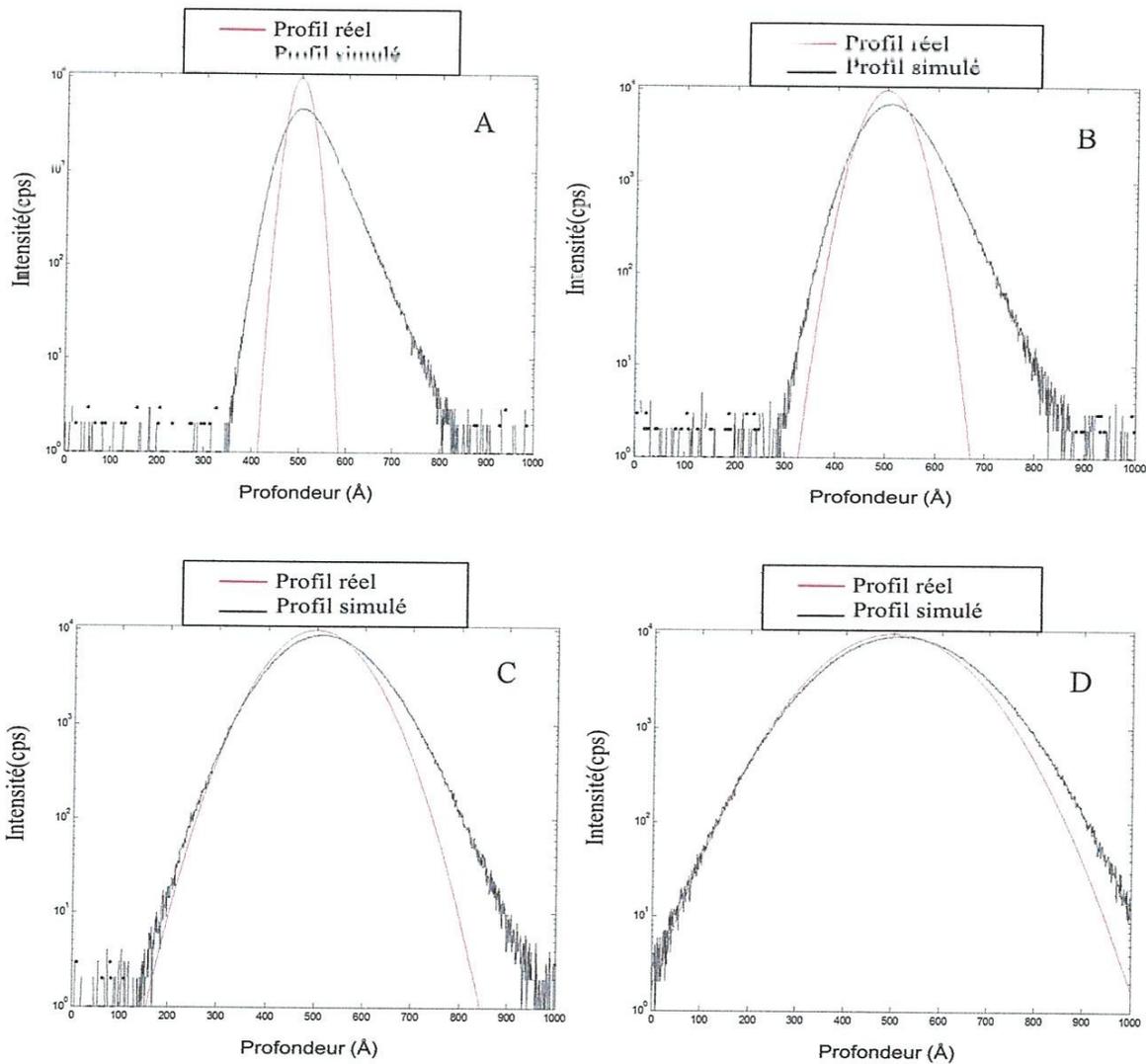


Figure 2-3 : Simulation des profils gaussiens à Haute énergie. $\sigma_{tot} = 45,1 \text{ \AA}$. A) $\sigma=20 \text{ \AA}$ B) $\sigma=40 \text{ \AA}$ C) $\sigma=80 \text{ \AA}$ D) $\sigma=120 \text{ \AA}$

Après observation de la figure 2-3, on peut constater que lorsque la largeur de la gaussienne est de plus en plus grande par rapport à celle de la DRF, le profil mesuré lui se rapproche de plus en plus du profil réel que ce soit en largeur ou en amplitude.

➤ **Simulation des profils créneaux :**

La figure (2-4) représente une simulation des profils créneaux de largeurs 60, 90, 150 et 300 Å.

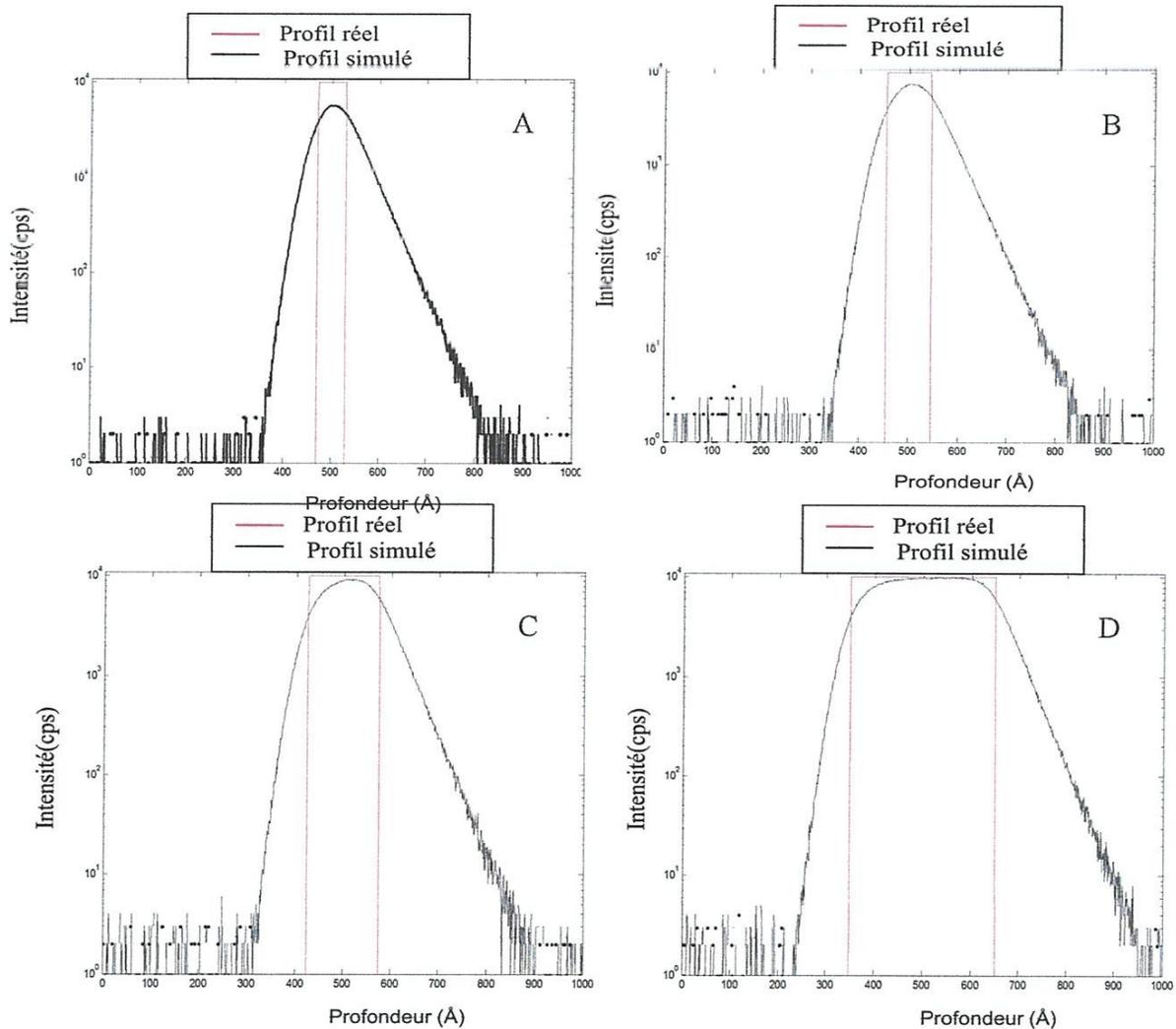


Figure 2-4 : Simulation des profils créneaux à Haute énergie.

A) Largeur à 60 Å B) Largeur à 90 Å C) Distance à 150 Å ° D) Largeur à 300 Å

La simulation des profils créneaux représentée par la figure 2-4, nous a permis de tirer les conclusions suivantes :

- Un créneau de largeur égale à 60 Å après simulation, nous donne un profil mesuré assez élargi, on peut donc constater une perte considérable d'amplitude par rapport au profil original;
- Lorsque la largeur du créneau est à 90 et à 150 Å après simulation, le constat est pareil que dans le cas précédent du créneau à 60 Å;
- Par contre pour le créneau simulé à 300Å , le profil mesuré présente un sommet assez aplati.

➤ **Simulation d'un delta-dopage :**

La figure (2-5) représente la simulation d'un delta dopage.

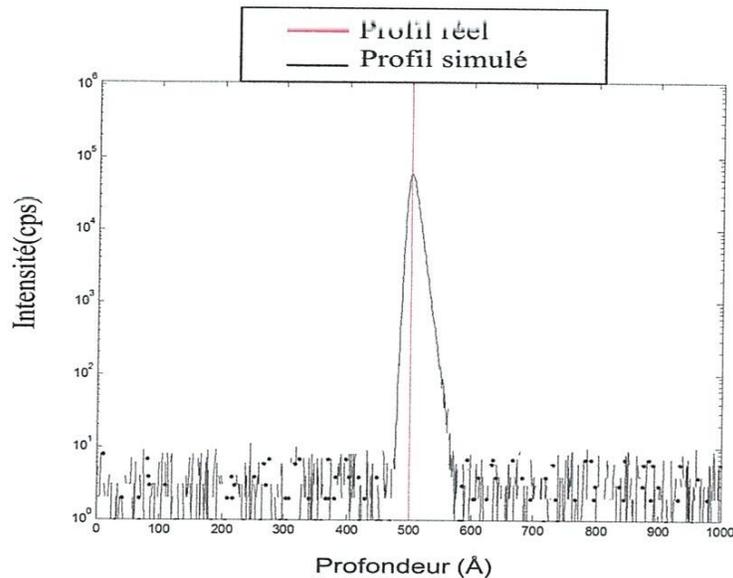


Figure 2-5 : Simulation d'un delta dopage à haute énergie

En simulant un profil constitué d'un delta dopage, au lieu d'obtenir un seul point comme c'est le cas du profil réel, nous avons un profil mesuré assez élargi et bruités aux pieds de profil, une déconvolution est indispensable afin d'essayer de restituer le profil original.

➤ **Simulation des profils constitués par deux delta-dopages :**

Dans ce cas de figure, nous avons procédé à la simulation de quelques profils constitués par deux delta dopages séparés par des distance d de 20, 45, 80 ainsi que 300 Å.

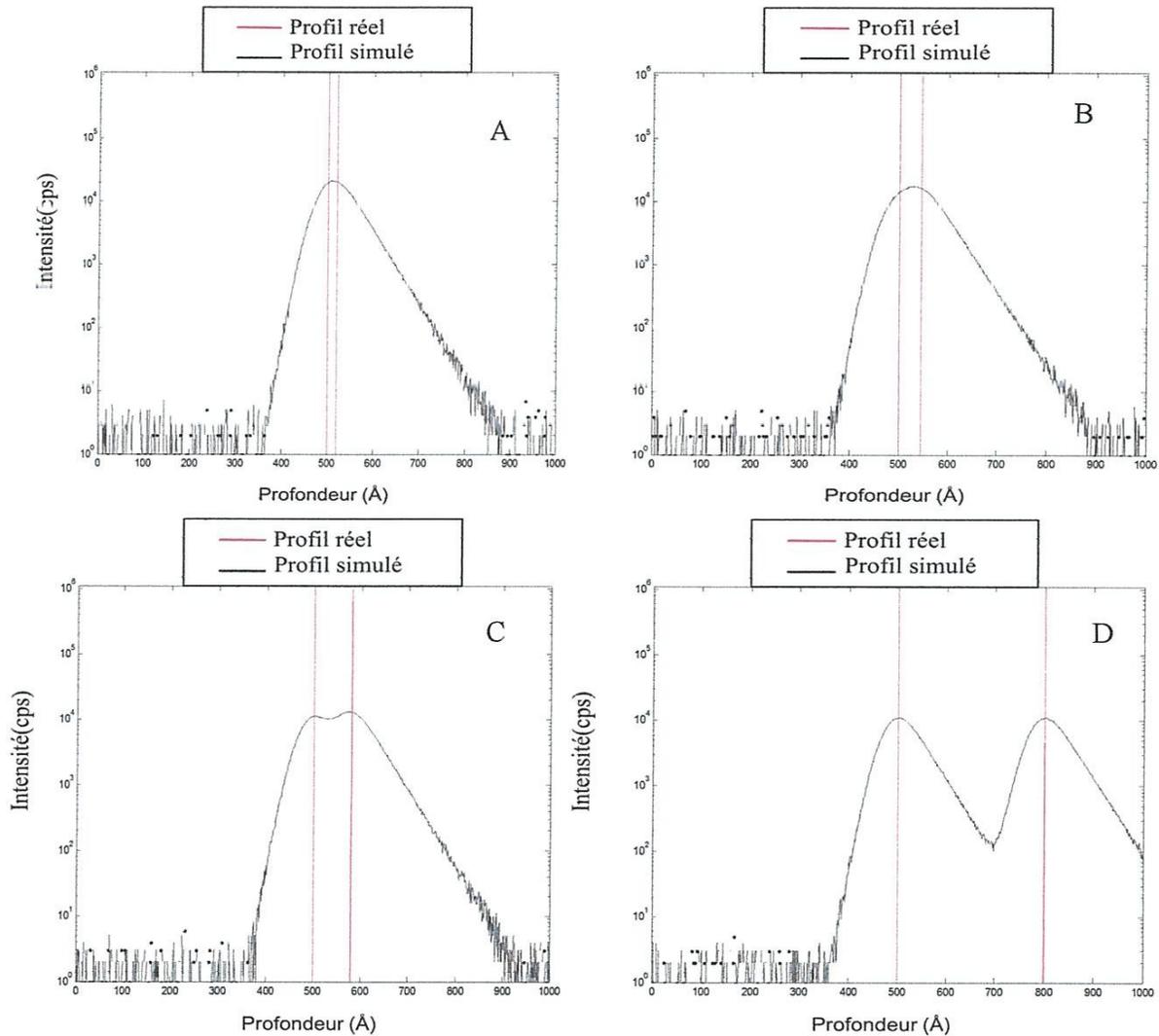


Figure 2-6 : Simulation des profils constitués par deux delta-dopages à haute énergie. A) $d= 20$ Å B) $d= 45$ Å C) $d= 80$ Å D) $d= 300$ Å

La simulation d'un profil constitué par deux delta-dopages nous a permis d'observer que :

- Pour une distance d à 20 et 45 Å, les deux deltas dopages restent indiscernables après simulation. En effet, la simulation n'a pas permis de détecter les deux structures trop

proches l'une de l'autre. C'est la raison pour laquelle lors de la mesure nous n'apercevons qu'un seul maxima ;

- Lorsque la distance $d=80 \text{ \AA}$, les deux deltas dopages sont toujours non séparés mais on peut noter la présence de deux petits maxima significatifs avec un très faible minimal en leur milieu (figure 2-6-C) ;
- Enfin pour une distance $d=300 \text{ \AA}$, contrairement aux autres cas précédents, la séparation des deux deltas dopages est presque considérable même si ils restent indissociés. En effet, on note l'apparition d'un minimum assez creux entre les deux structures.

A la suite de ces constats, on peut déduire que la distance d entre les structures influe largement sur les meilleurs résultats de la simulation.

5.2. Simulation analytique des profils à basse énergie :

Dans cette partie, l'opération de déconvolution sera effectuée avec les mêmes paramètres des signaux que précédemment (cas à haute énergie) mais cette fois la DRF a été mesurée à basse énergie $500\text{eV}/0_2^+$.

A partir des paramètres de la DRF représentés par le tableau ci-dessus 2-1, nous pouvons déduire son écart type : $\sigma_{tot} 8.30 \text{ \AA}$.

➤ Simulation des profils gaussiens :

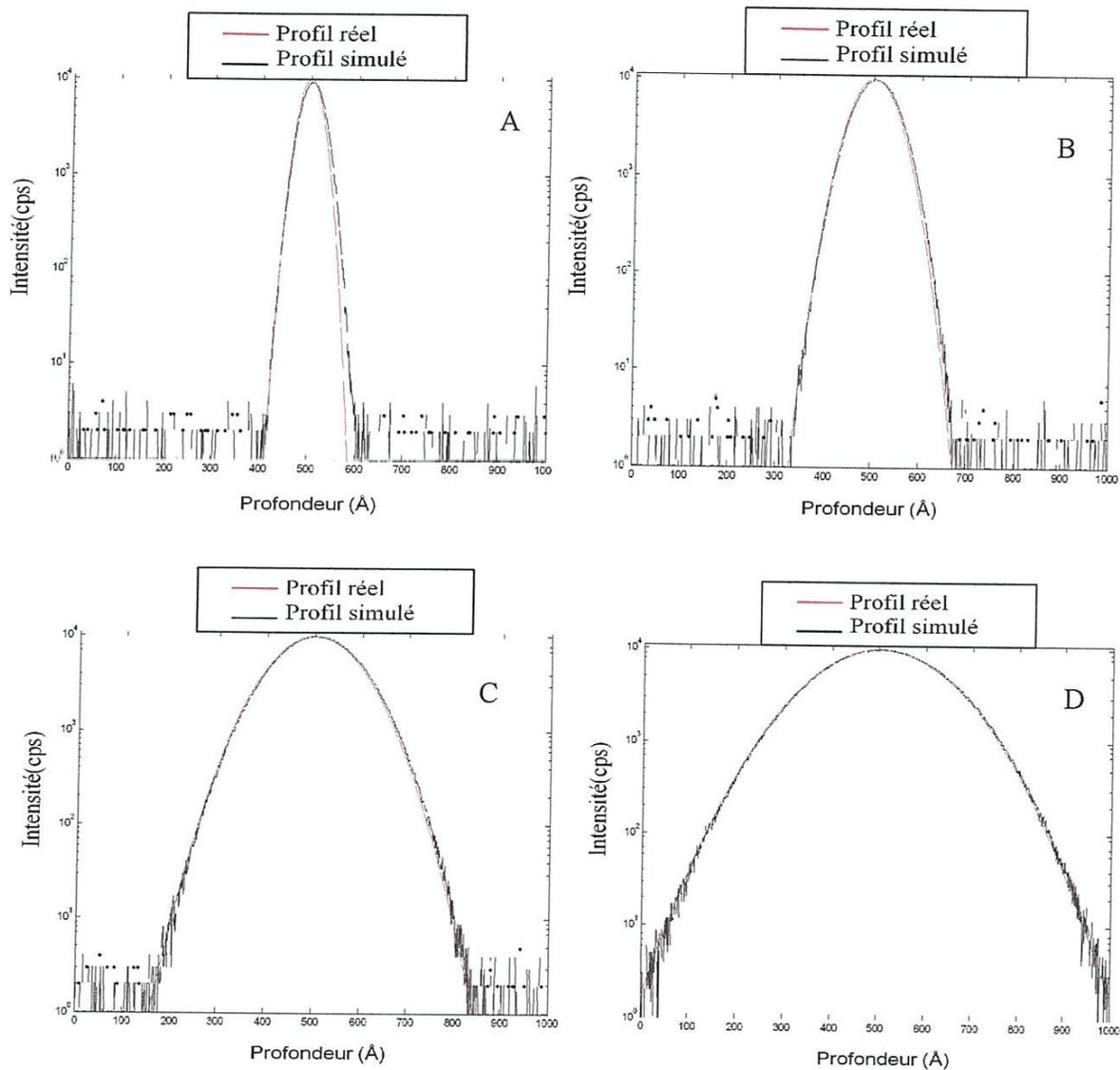


Figure 2-7 : Simulation des profils gaussiens à basse énergie.

A) $\sigma = 20$ Å B) $\sigma = 40$ Å C) $\sigma = 80$ Å D) $\sigma = 120$ Å

La figure 2-7 nous amène à faire les commentaires suivants :

- Pour les gaussiennes de largeurs σ égales à 20 et 40 Å, les résultats sont assez satisfaisants. Les profils simulés sont très proche des profils originaux;
- Pour les gaussiennes de largeurs σ assez grandes par rapport à celle de la DRF ($\sigma = 80$ Å, $\sigma = 120$ Å), les résultats sont très satisfaisants. Les profils simulés sont parfaitement

identiques aux profils originaux. Il n'est donc peut être pas nécessaire de procéder à une déconvolution dans ce cas.

➤ **Simulation des profils créneaux :**

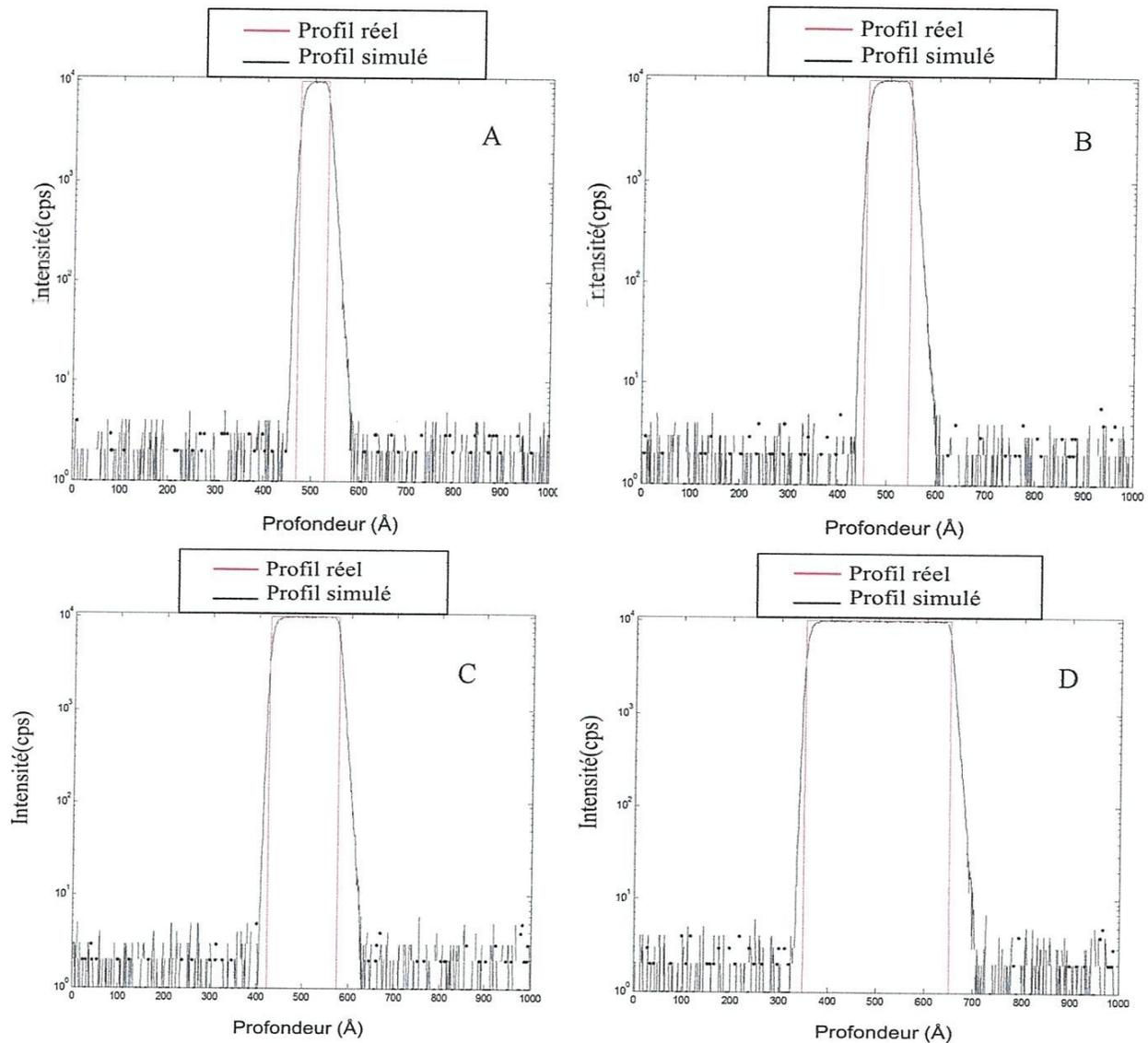


Figure 2-8 : Simulation des profils créneaux à basse énergie.
A) Largeur à 60 Å B) Largeur à 90 Å C) Distance à 150 Å D) Largeur à 300 Å

A basse énergie, les résultats de la simulation des créneaux, sont assez satisfaisants par rapport à ceux à haute énergie. En effet, ici les profils mesurés présentent des sommets plats appelés plateaux de créneaux et les pentes montantes ainsi que les pentes descendantes sont pratiquement étroites.

➤ **Simulation d'un delta dopage :**

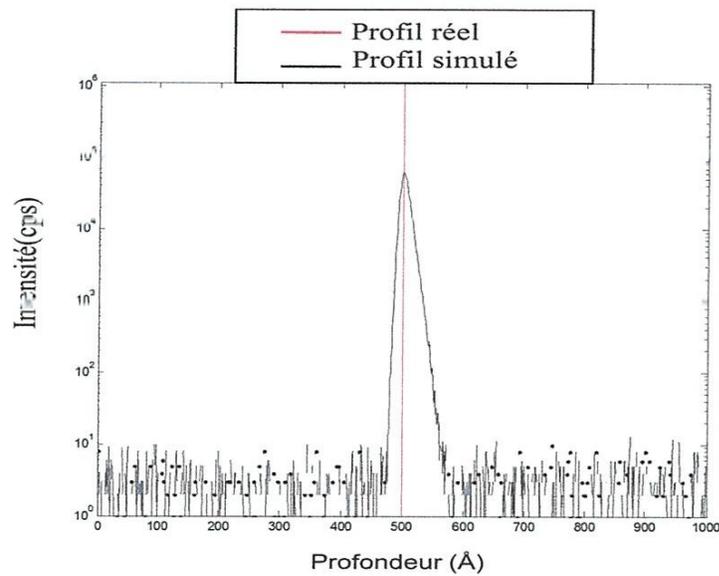


Figure 2-9 : Simulation d'un delta dopage à basse énergie

Tout comme le cas de la simulation du delta dopage à haute énergie, le profil mesuré ne reflète pas le profil réel.

➤ Simulation des profils constitués par deux deltas-dopages :

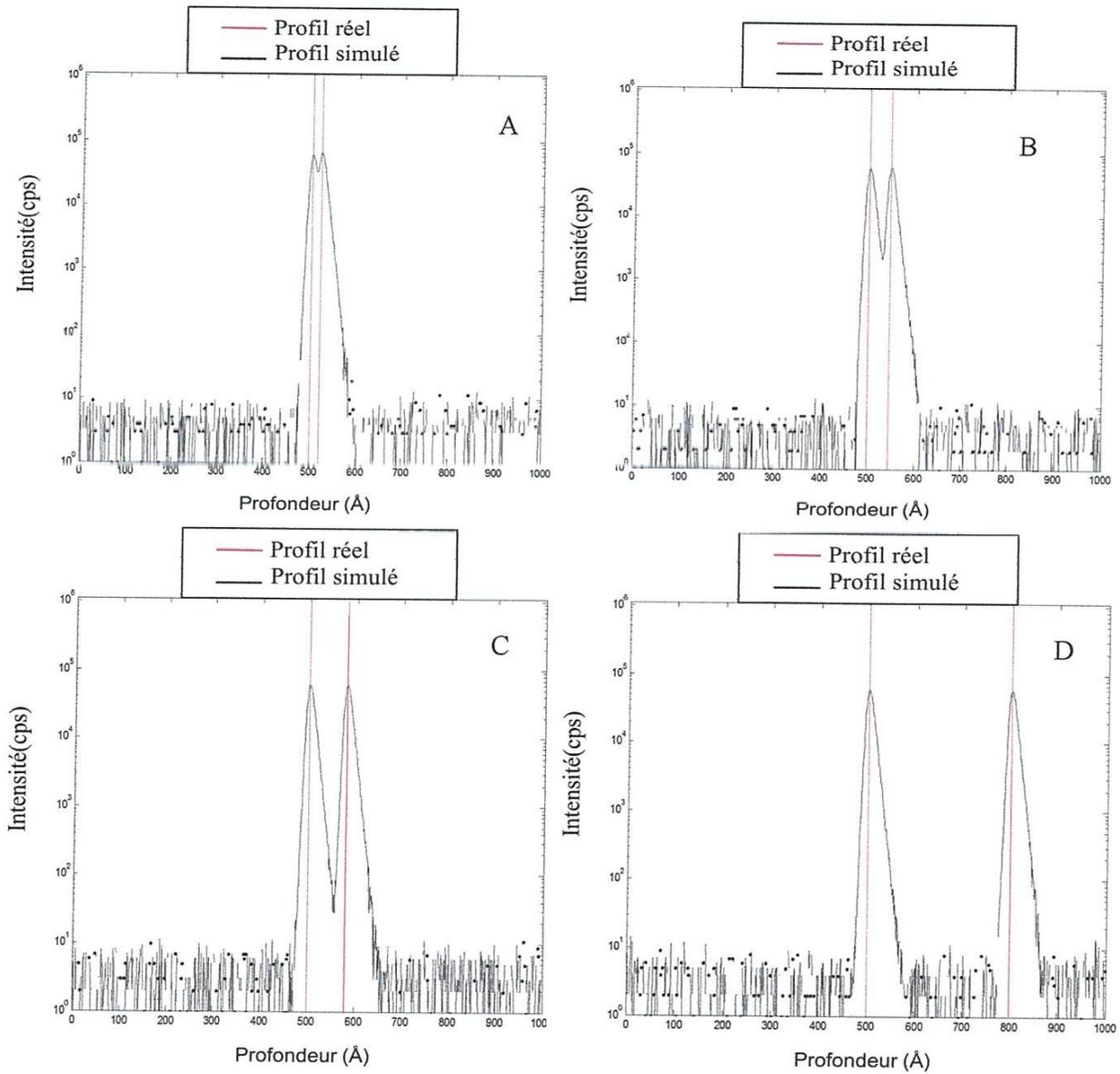


Figure 2-10 : Simulation des profils constitués par deux delta-dopages à basse énergie.

A) Distance à 20 Å B) Distance à 45 Å C) Distance à 80 Å D) Distance à 300 Å

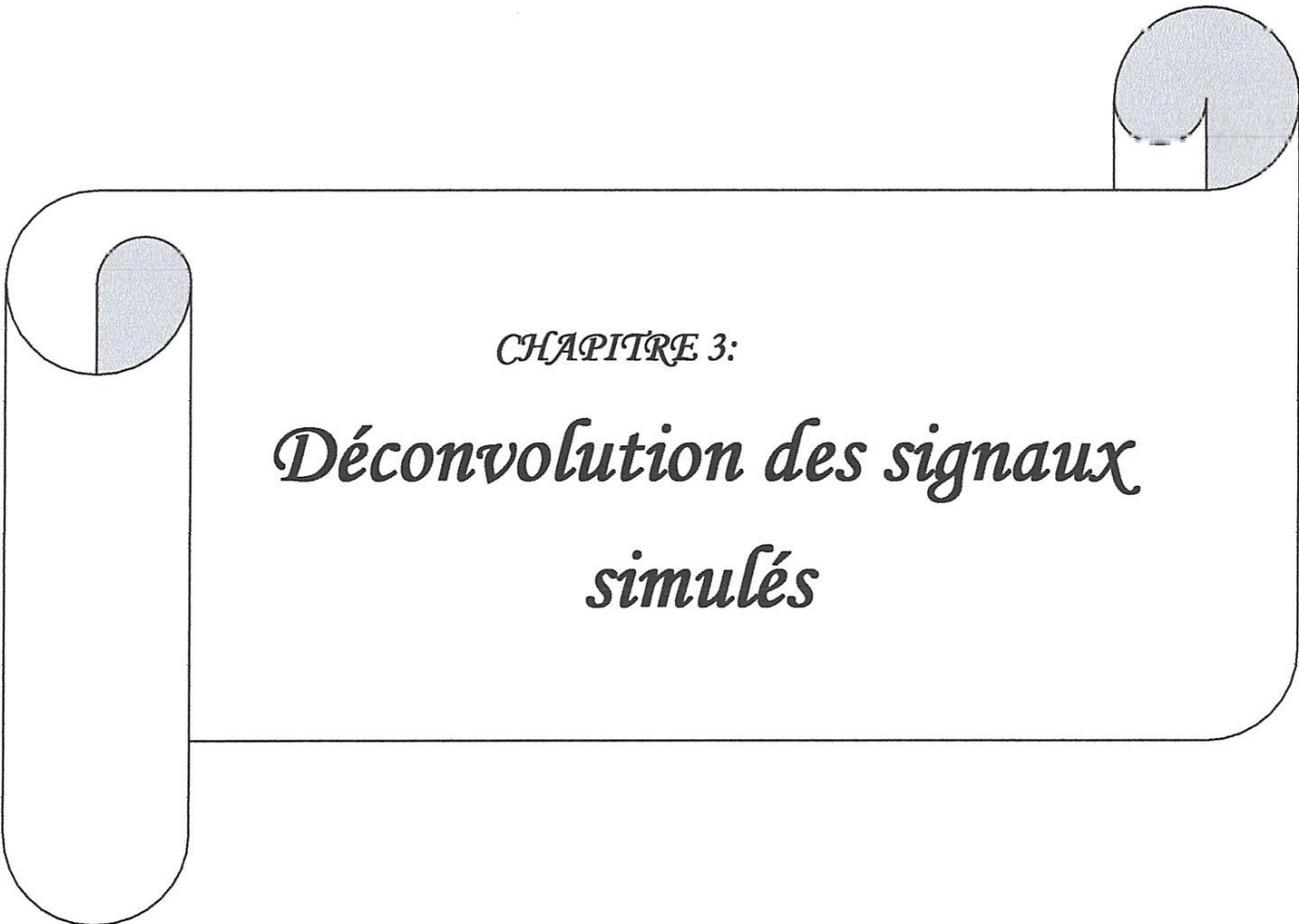
Des profils constitués par deux deltas dopages séparés par une distance d ont été simulés, et les constats suivants ont été faits :

- Pour des distances de 20, 45 et 80 Å, les deux deltas dopages restent indissociés même s'il est possible de constater par la présence des deux maxima au niveau de leurs sommets et la présence d'un minimal en leur milieu ;

- Contrairement aux cas précédents, pour une distance d de 300 \AA , la séparation des deux deltas-dopages est complète. Ce qui revient à dire qu'ils sont bien discernables.

6. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons procédé à la simulation des signaux typiques rencontrés en traitement de signal en les convoluant à une DRF mesurée à différentes énergies (haute ainsi qu'à basse énergie). Nous avons pu constater que la mesure à énergie basse, donne des résultats, meilleurs par rapport à ceux à haute énergie. En effet, à énergie basse, dans certains cas, une déconvolution n'est pas forcément nécessaire vu que le profil original a pratiquement déjà été restitué. Cependant, bien que les résultats à basse énergie soient satisfaisants, la diminution de l'énergie d'impact conduit à l'allongement des temps de mesures, et dans certaines conditions à l'apparition du phénomène de la rugosité, qui peut dégrader fortement la résolution en profondeur, et qui n'est pas tenu en compte dans nos simulations.

A decorative graphic of a scroll with a light blue background and a black outline. The scroll is unrolled in the center, with the top and bottom edges curling upwards and downwards respectively. The text is centered within the unrolled portion.

CHAPITRE 3:

*Déconvolution des signaux
simulés*

1. INTRODUCTION

Nous disposons de deux techniques de déconvolution, l'une non itérative (Régularisation de Tikhonov-Miller) et l'autre itérative (l'algorithme de Van Cittert avec régularisation de Tikhonov-Miller et contrainte dure), ainsi que des signaux SIMS simulés. Dans ce chapitre, nous allons donc déconvoluer ces signaux en utilisant ces deux techniques. Ceci permettra non seulement d'établir une comparaison, mais de mettre en œuvre l'efficacité de la déconvolution.

2. DECONVOLUTION DE DIFFERENTES STRUCTURES

Dans cette section du travail, nous allons examiner les performances des deux techniques de déconvolution en les appliquant aux profils précédemment simulés dans le chapitre 2.

2.1. Déconvolution des profils simulés par la méthode non-itérative

Nous allons maintenant appliquer l'opération de la déconvolution aux profils SIMS simulés à haute et à basse énergie en utilisant la méthode non itérative (Régularisation de Tikhonov-Miller).

2.1.1. Déconvolution à haute énergie :

a. Déconvolution des gaussiennes :

La figure 3-1 représente les résultats d'une déconvolution par la méthode non itérative des différents profils gaussiens d'écart type 20, 40, 80 et 120 Å.

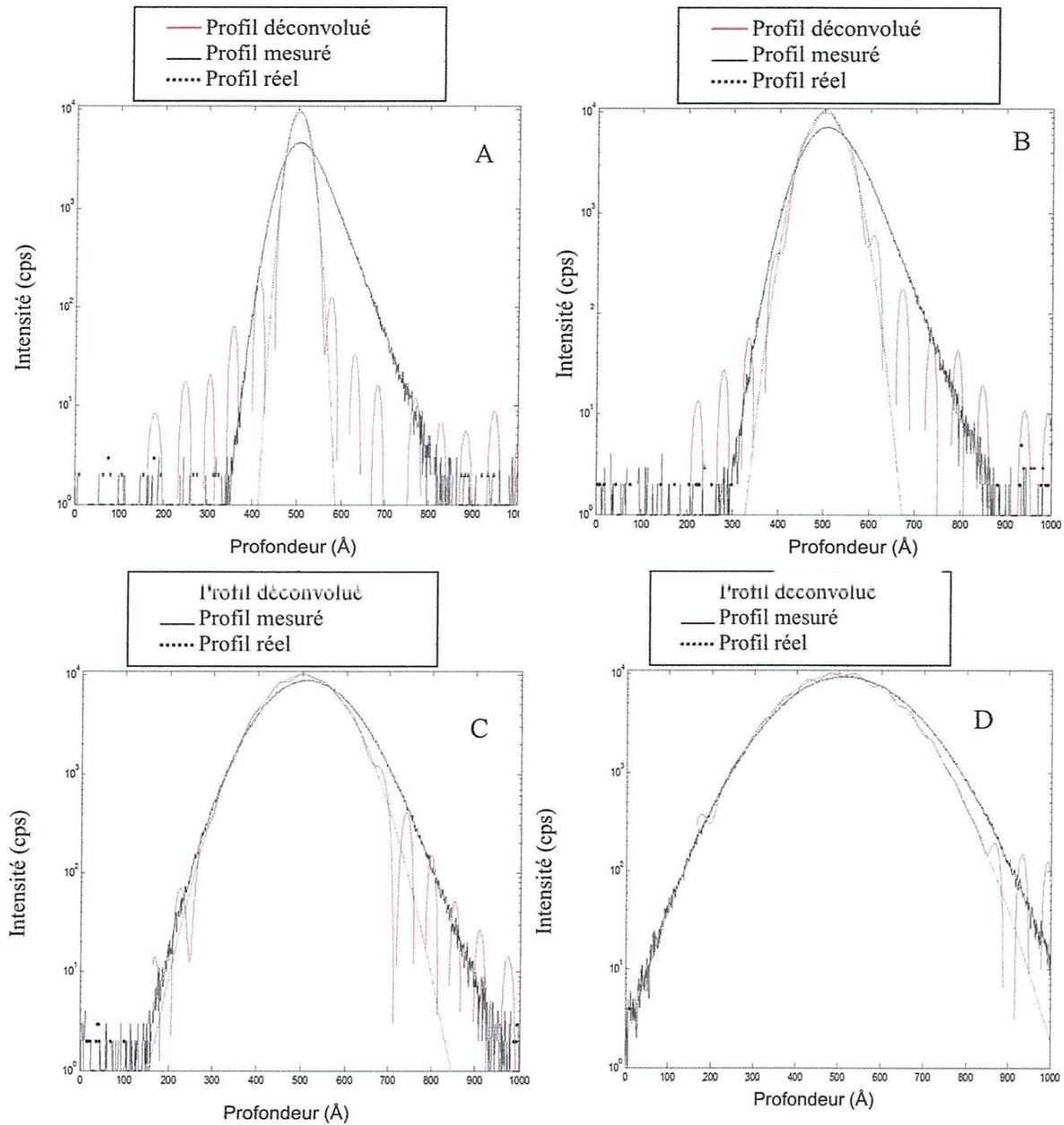


Figure 3-1 : Déconvolution des gaussiennes. $\sigma_{tot} = 45,1 \text{ \AA}$

A) $\sigma=20 \text{ \AA}$ B) $\sigma=40 \text{ \AA}$ C) $\sigma=80 \text{ \AA}$ D) $\sigma=120 \text{ \AA}$

La troncature des profils déconvolués est due à la présence des valeurs négatives, et qui sont ignorées par l'échelle logarithmique. Ceci est confirmé par la représentation linéaire (figure 3-2).

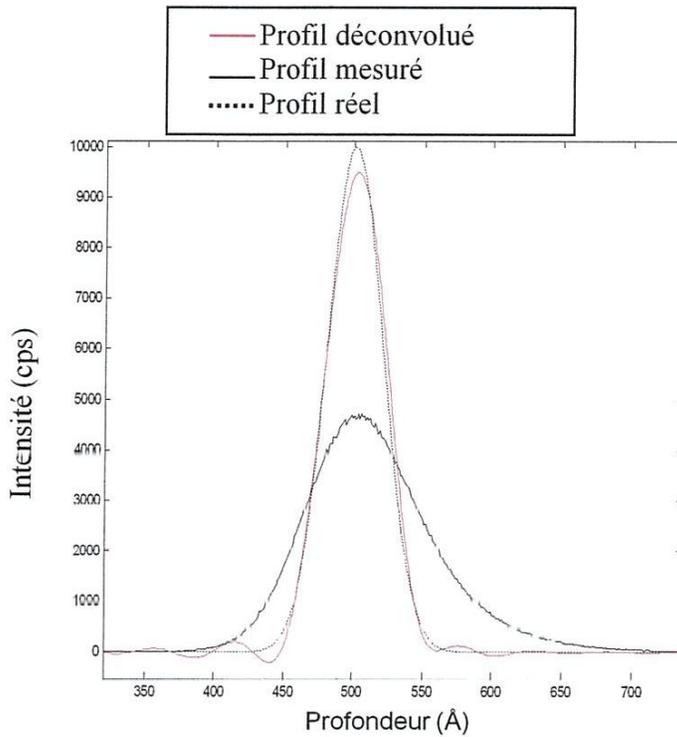
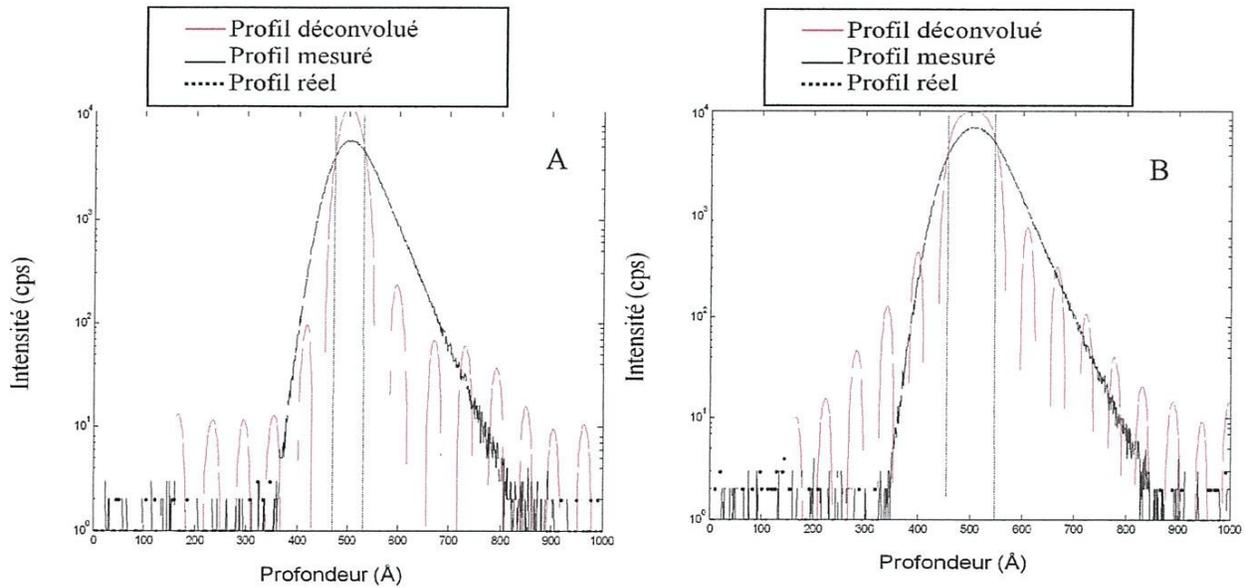


Figure 3-2 : Représentation linéaire du profil gaussien à 20 Å de la figure 3-1-A

b. Déconvolution des créneaux :

Ici, nous avons procédé à la déconvolution des profils créneaux avec des largeurs de 60,90, 150 et 300Å . Nous présentons ainsi par la figure 3-3, les résultats de la déconvolution de ces profils.



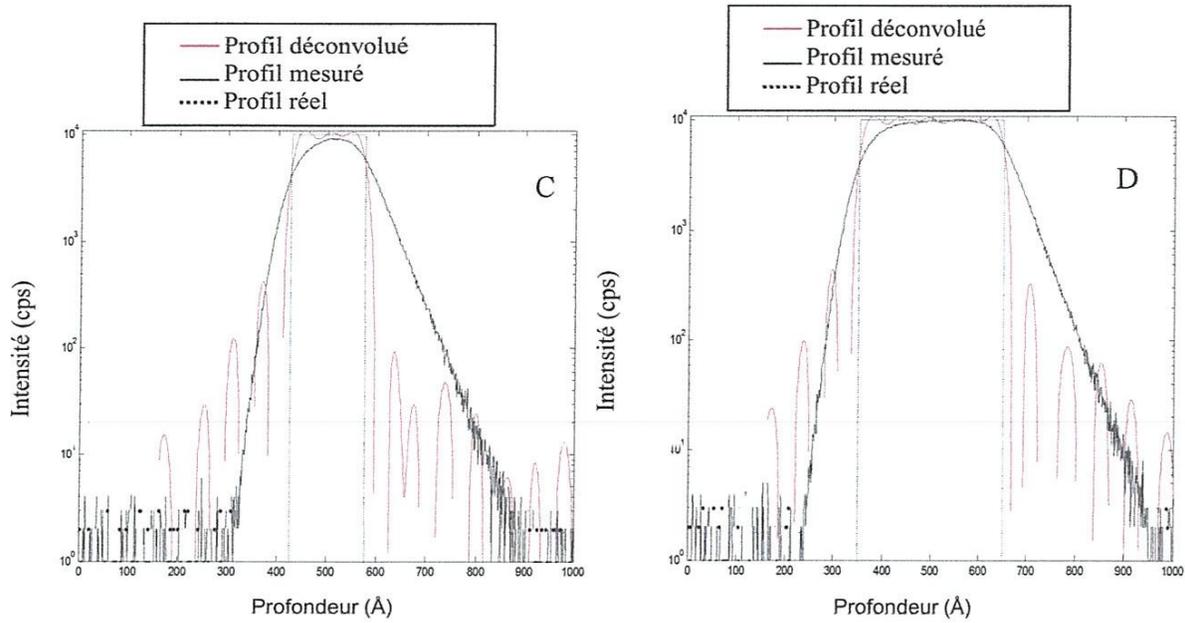


Figure 3-3 : Déconvolution des profils créneaux. $\sigma_{tot} = 45,1 \text{ \AA}$

A) Largeur à 60 Å B) Largeur à 90 Å C) Distance à 150 Å D) Largeur à 300 Å

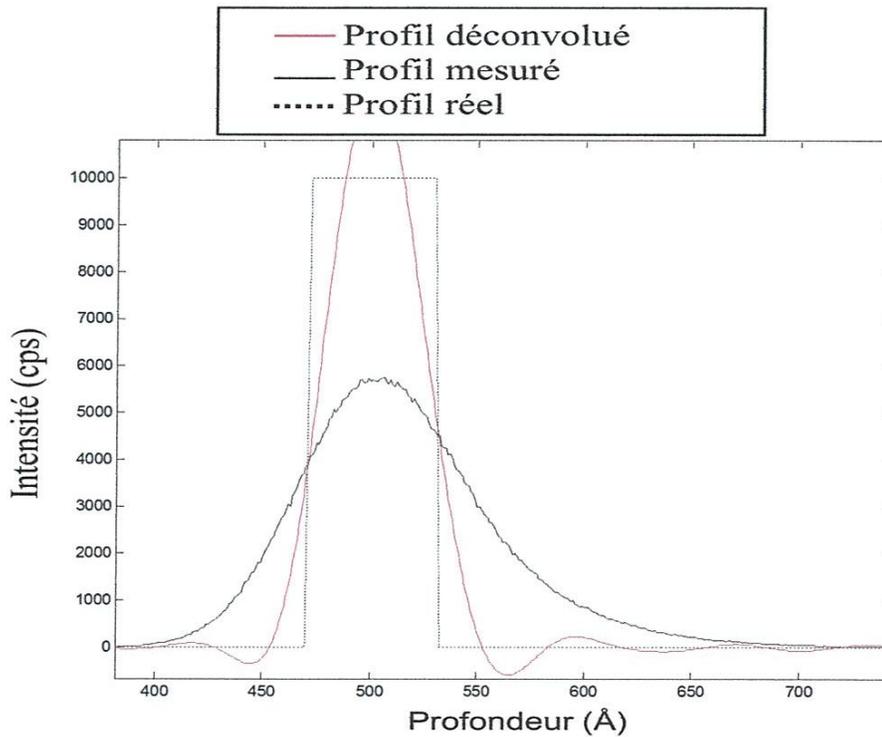


Figure (3-4) : Représentation linéaire du créneau de 60 Å de la figure 3-3-A

c. Déconvolution d'un delta dopage :

Ici, la déconvolution a été effectuée sur une structure de très faible largeur. La figure 3-5 représente donc la déconvolution à haute énergie d'un delta-dopage.

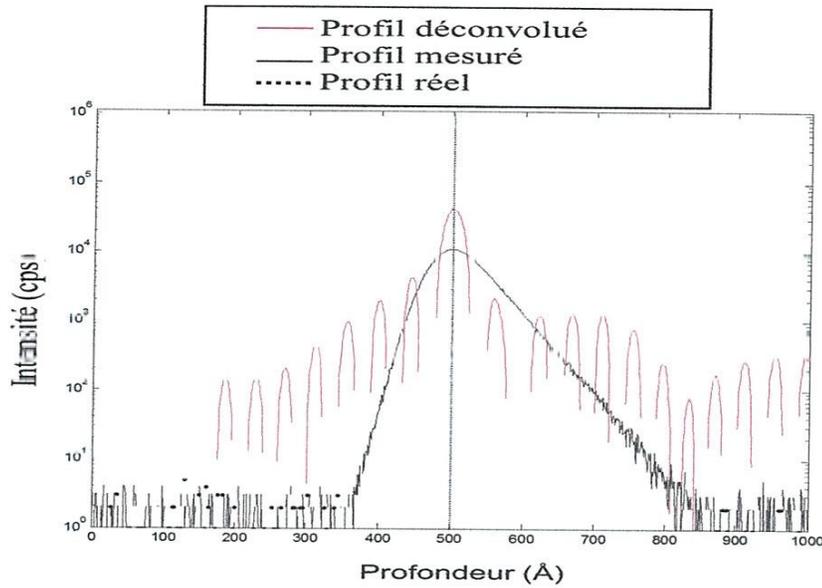


Figure 3-5 : Déconvolution d'un delta dopage

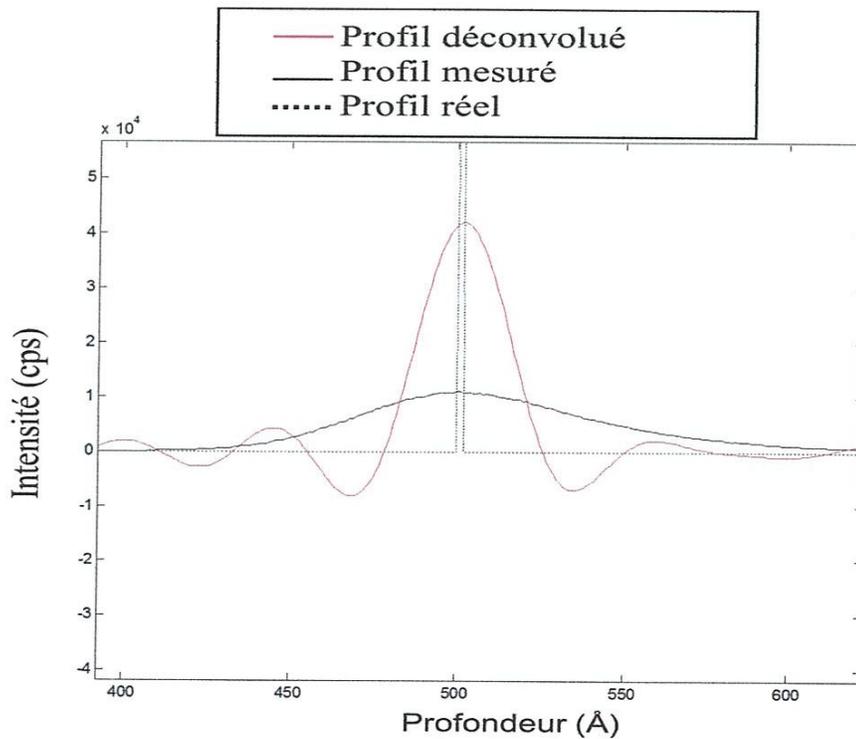


Figure (3-6) : Représentation linéaire du delta-dopage de la figure 3-5

d. Déconvolution des profils constitués par deux deltas dopages :

La figure 3-7 représente la déconvolution des profils composés de deux deltas dopages séparés d'une distance d de 20, 45, 80 et 300Å.

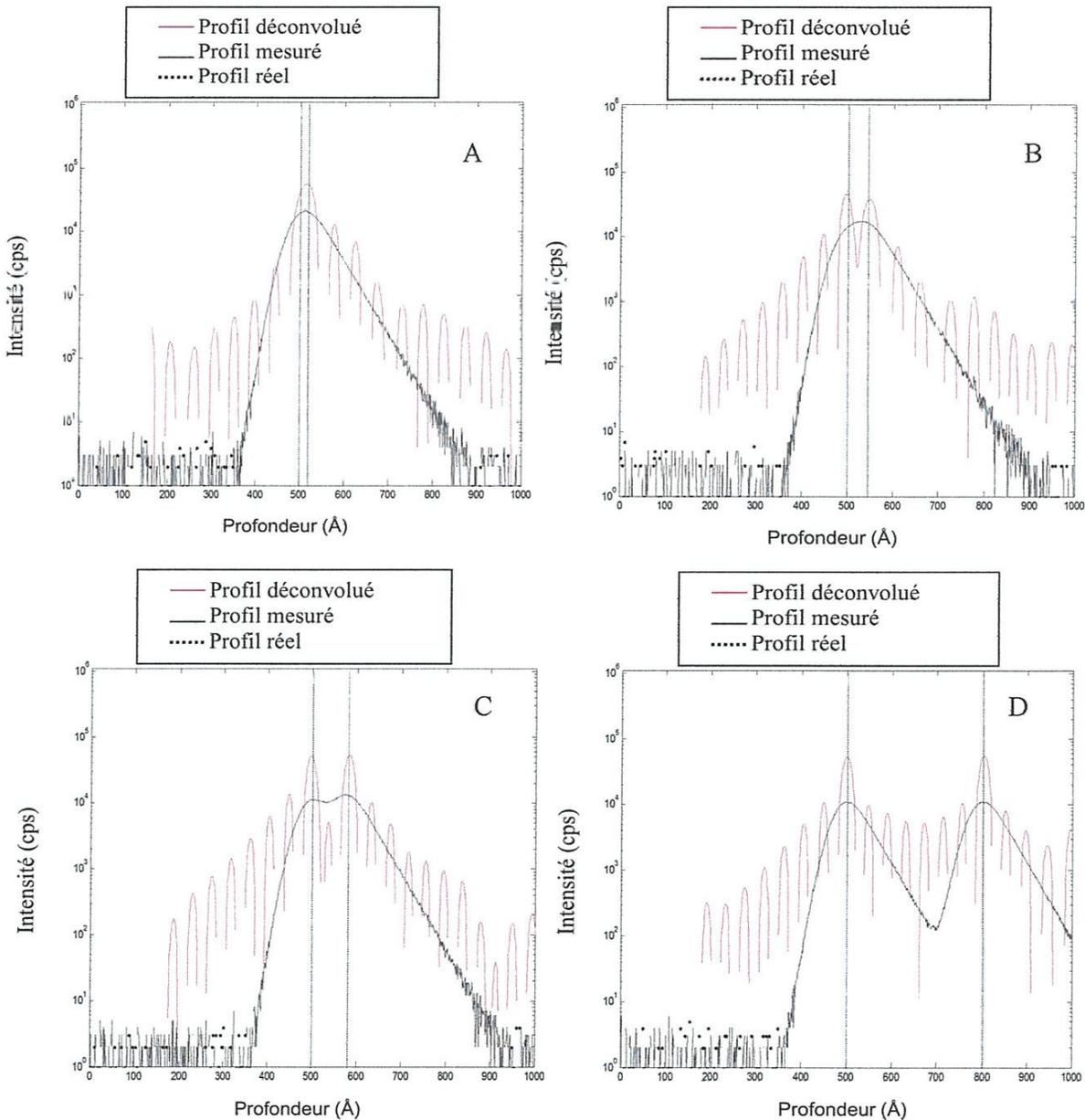


Figure 3-7: Déconvolution des profils constitués par deux delta-dopages

A) $d=20$ Å B) $d= 45$ Å C) $d= 80$ Å D) $d= 300$ Å

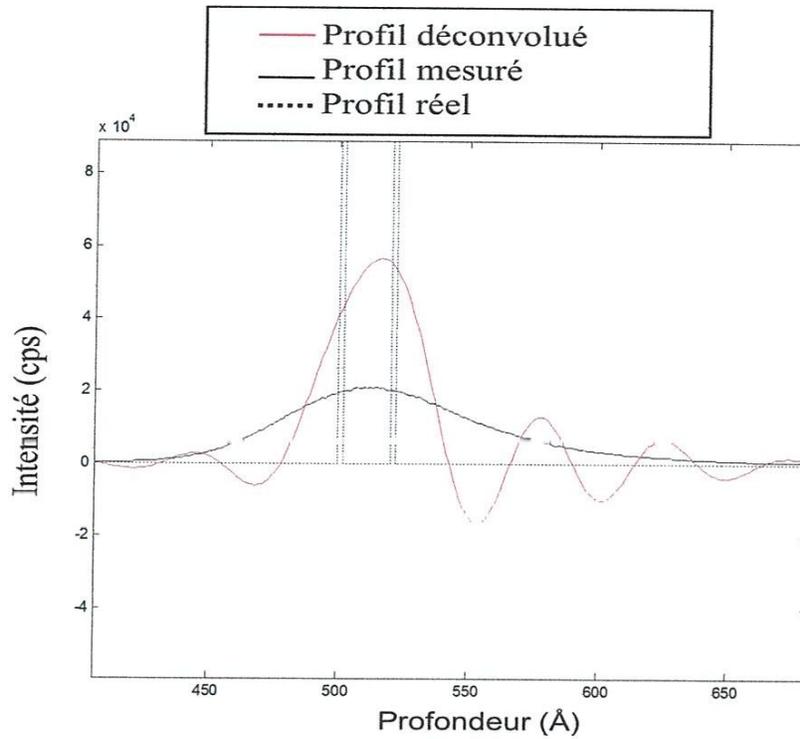


Figure (3-8) : Représentation linéaire du profil constitué par deux deltas-dopages de $d=20$ Å de la figure 3-7-A

III.2.1.2. Déconvolution à basse énergie :

a. Déconvolution des profils gaussiens :

La figure 3-9 désigne une représentation de la déconvolution de plusieurs profils gaussiens de largeur 20, 40, 80 et 120 Å.

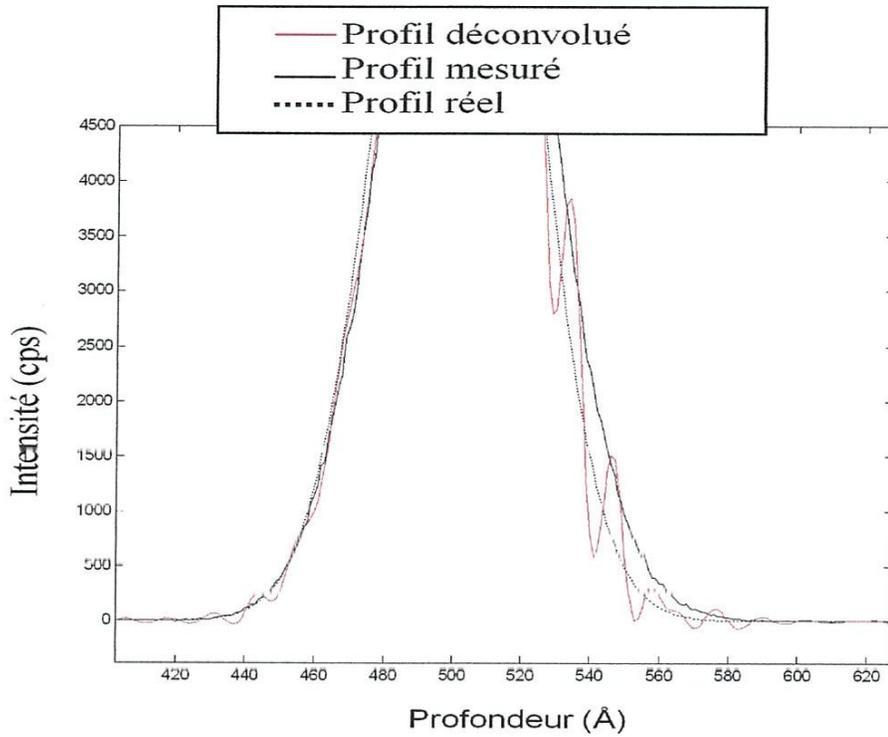
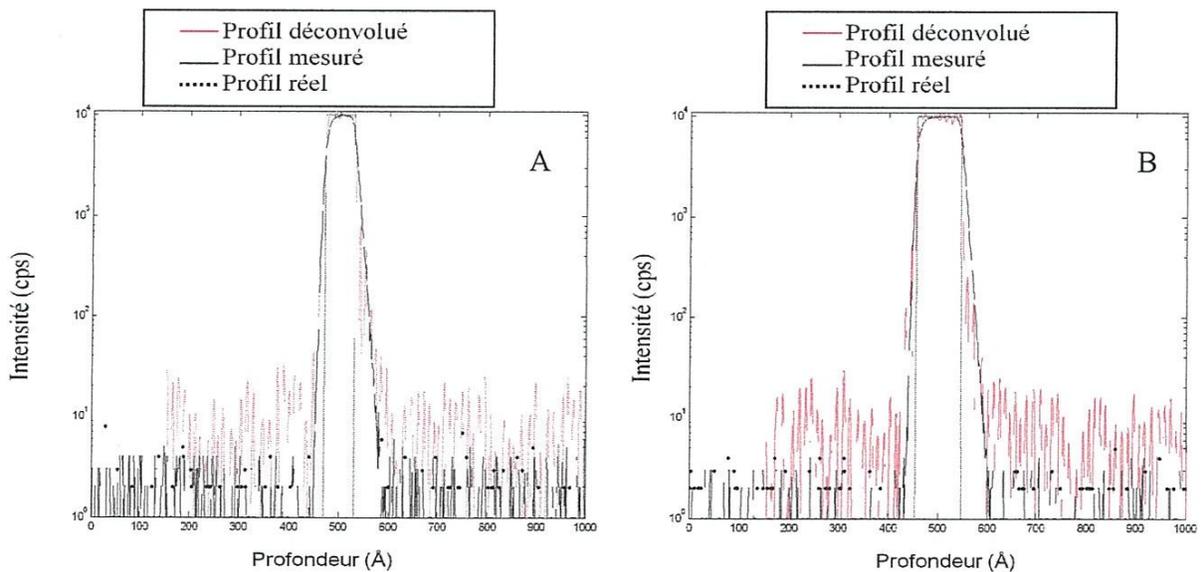


Figure (3-10) : Représentation linéaire du profil gaussien de 20 Å de la figure 3-9-A

b. Déconvolution des profils créneaux :

La figure 3-11 représente la déconvolution des profils créneaux de largeurs de 60, 90, 150 et 300 Å.



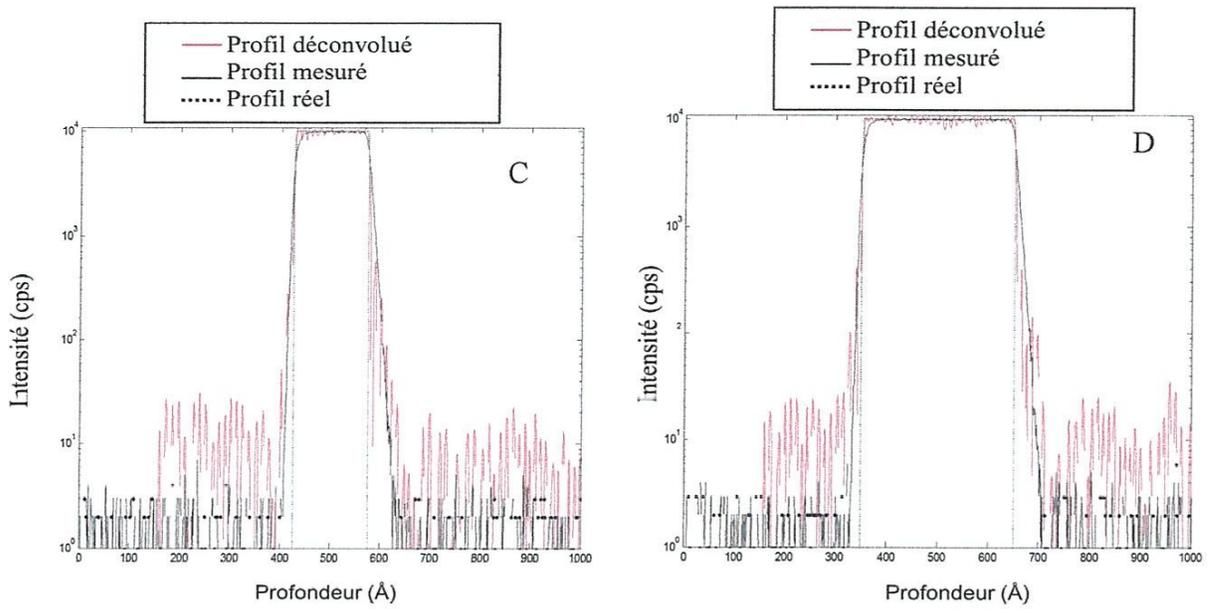


Figure 3-11 : Déconvolution des profils créneaux A) Largeur à 60 Å B) Largeur à 90 Å C) Distance à 150 Å D) Largeur à 300 Å

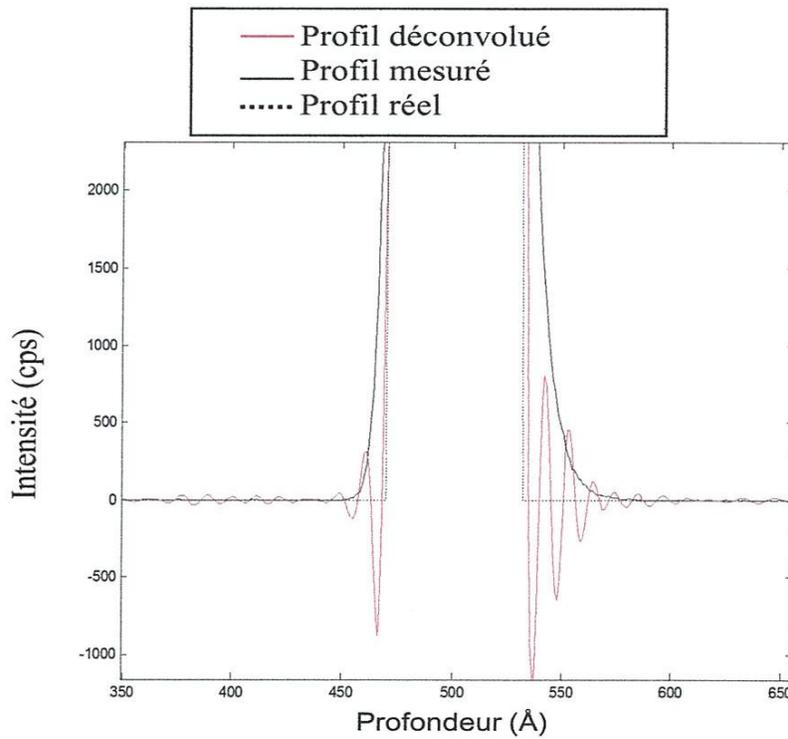


Figure 3-12 : Représentation linéaire du créneau de 60 Å de largeur de la figure 3-11-A

c. Déconvolution d'un delta dopage :

La figure 3-13 représente la déconvolution d'un delta-dopage.

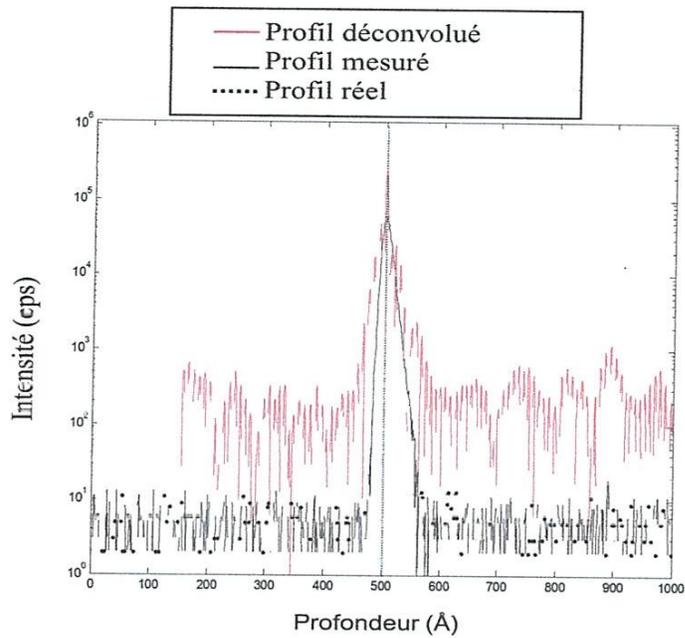


Figure 3-13 : Déconvolution d'un delta dopage à basse énergie

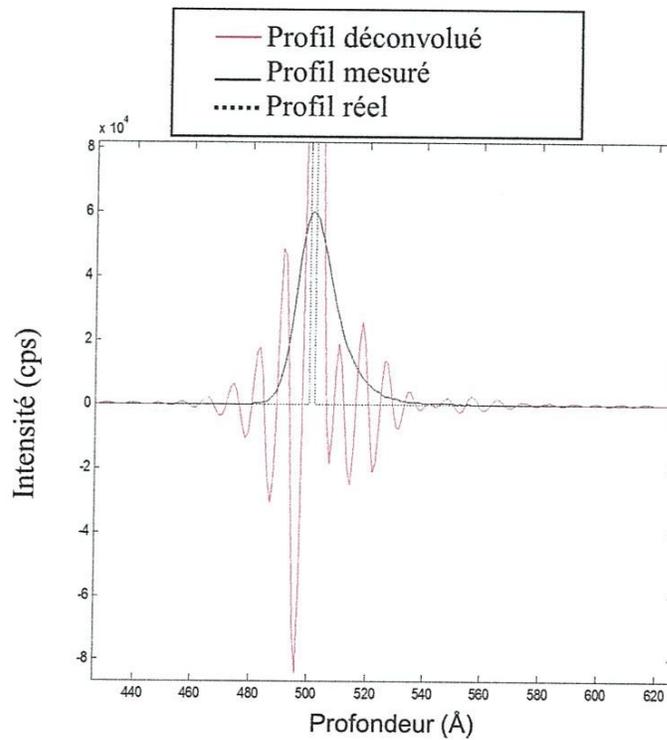


Figure 3-14 : Représentation linéaire du delta-dopage de la figure 3-13

d. Déconvolution des profils constitués de deux deltas dopages :

La déconvolution de différents profils constitués de deux deltas-dopages distants de 20, 45, 80 et 300 Å est représentée par la figure 3-15.

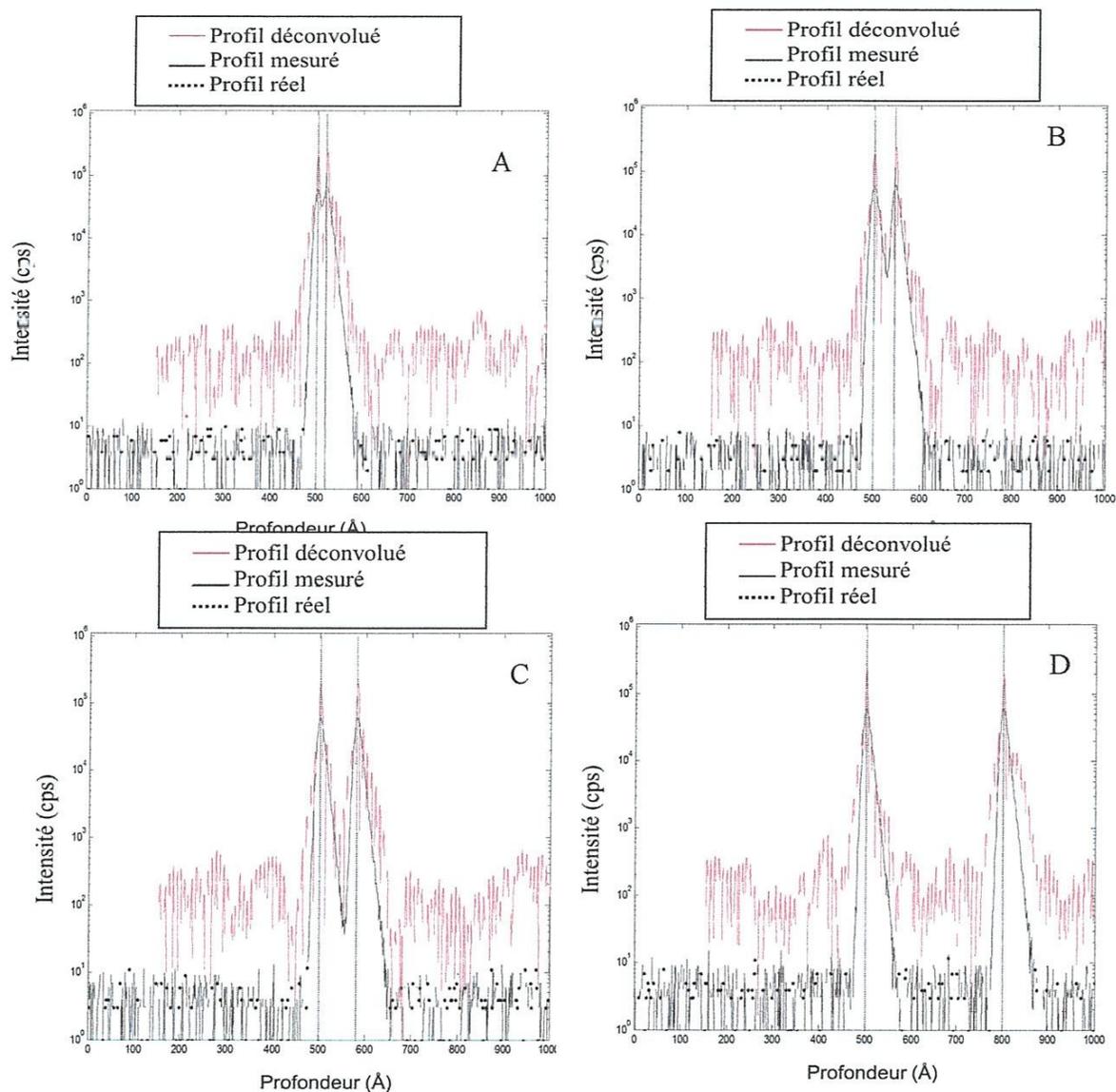


Figure 3-15 : Déconvolution des profils constitués par deux delta-dopages

A) Distance à 20 Å B) Distance à 45 Å C) Distance à 80 Å D) Distance à 300 Å

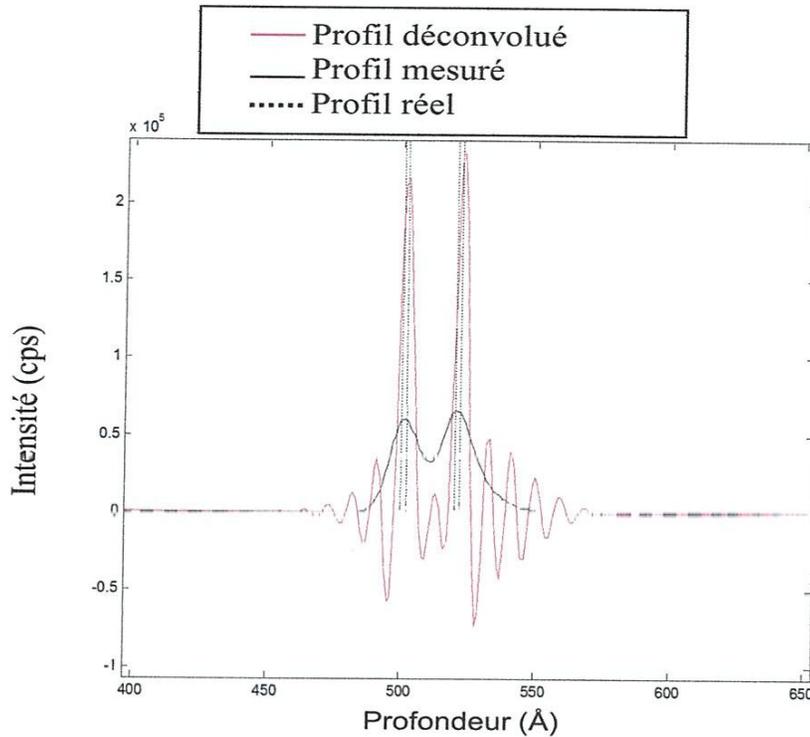


Figure 3-16 : Représentation linéaire du profil constitué par deux deltas-dopages de la figure 3-15-A

CONCLUSION SUR LA METHODE NON ITERATIVE

D'après les résultats de la déconvolution avec la méthode non itérative (Régularisation de Tikhonov-Miller), on peut établir les commentaires suivants :

- A haute énergie, le signal déconvolué est plus proche du signal réel que le signal mesuré, mais il comporte des composantes négatives et des fortes oscillations.
- A basse énergie, les profils mesurés sont déjà très proches aux profils réels (cas des Gaussiens et créneaux) et le fait d'appliquer la déconvolution non itérative à ces profils ne conduit qu'à l'obtention des profils déconvolués presque superposés aux profils simulés et réels contenant de très fortes oscillations

Afin d'améliorer les résultats de la déconvolution, il nous faut donc nous tourner vers la méthode itérative, qui devrait donner des résultats positives (puisque'elle utilise la contrainte de positivité) et plus stables.

2.2. Déconvolution des profils simulés par la méthode itérative :

Dans cette partie du travail, nous allons refaire la déconvolution des profils simulés à haute ainsi qu'à basse énergie mais cette fois-ci avec l'algorithme de *Van Cittert avec régularisation de Miller et contrainte dure*.

2.2.1. Déconvolution des profils à énergie haute :

a. Déconvolution des profils gaussiens :

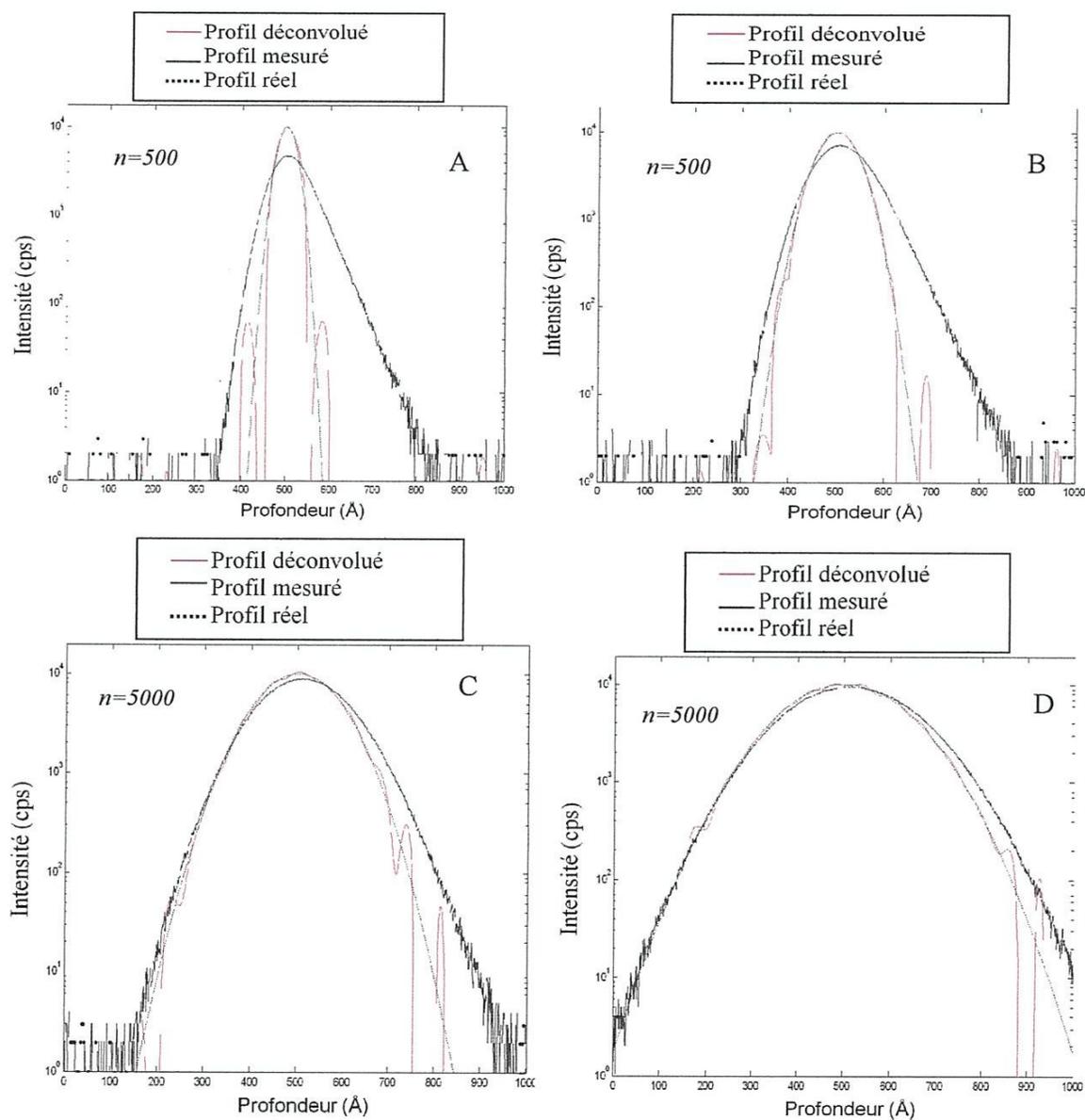


Figure 3-17: Déconvolution des profils gaussiens à Haute énergie.

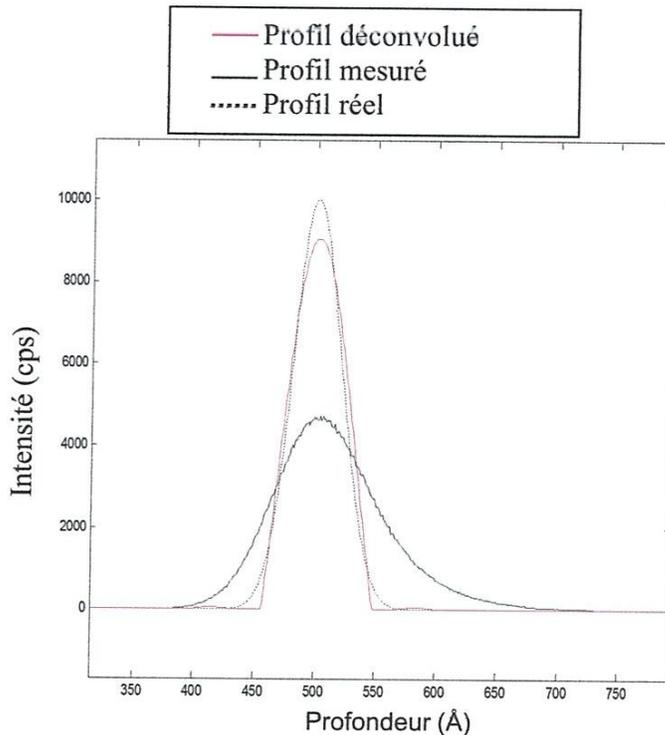
A) $\sigma=20 \text{ \AA}$ B) $\sigma=40 \text{ \AA}$ C) $\sigma=80 \text{ \AA}$ D) $\sigma=120 \text{ \AA}$

Figure 3-17: Déconvolution des profils gaussiens à Haute énergie.A) $\sigma=20 \text{ \AA}$ B) $\sigma=40 \text{ \AA}$ C) $\sigma=80 \text{ \AA}$ D) $\sigma=120 \text{ \AA}$

La figure 3-17 nous amène à tirer des conclusions suivantes :

- Lorsque $\sigma=20 \text{ \AA}$, deux « lobes » parasites non négligeables apparaissent au pied du profil déconvolué. Lorsqu'on regarde l'évolution du profil déconvolué, notamment ces lobes se rapprochant des pieds de la gaussienne, on ne peut s'empêcher de penser à une compensation de la dose manquante de part et d'autre du pic. Ces deux lobes ne seraient donc pas des artefacts mais le résultat de la mauvaise distribution de la dose au début de la déconvolution, qui est corrigée ensuite par un grand nombre d'itérations [2].

- Les profils réels recherchés ont été restitués surtout dans les hauts niveaux de profils (figure 3-18).

**Figure (3-18) :** Représentation linéaire de la déconvolution de la gaussienne de la figure 3-17-A

b. Déconvolution de créneaux

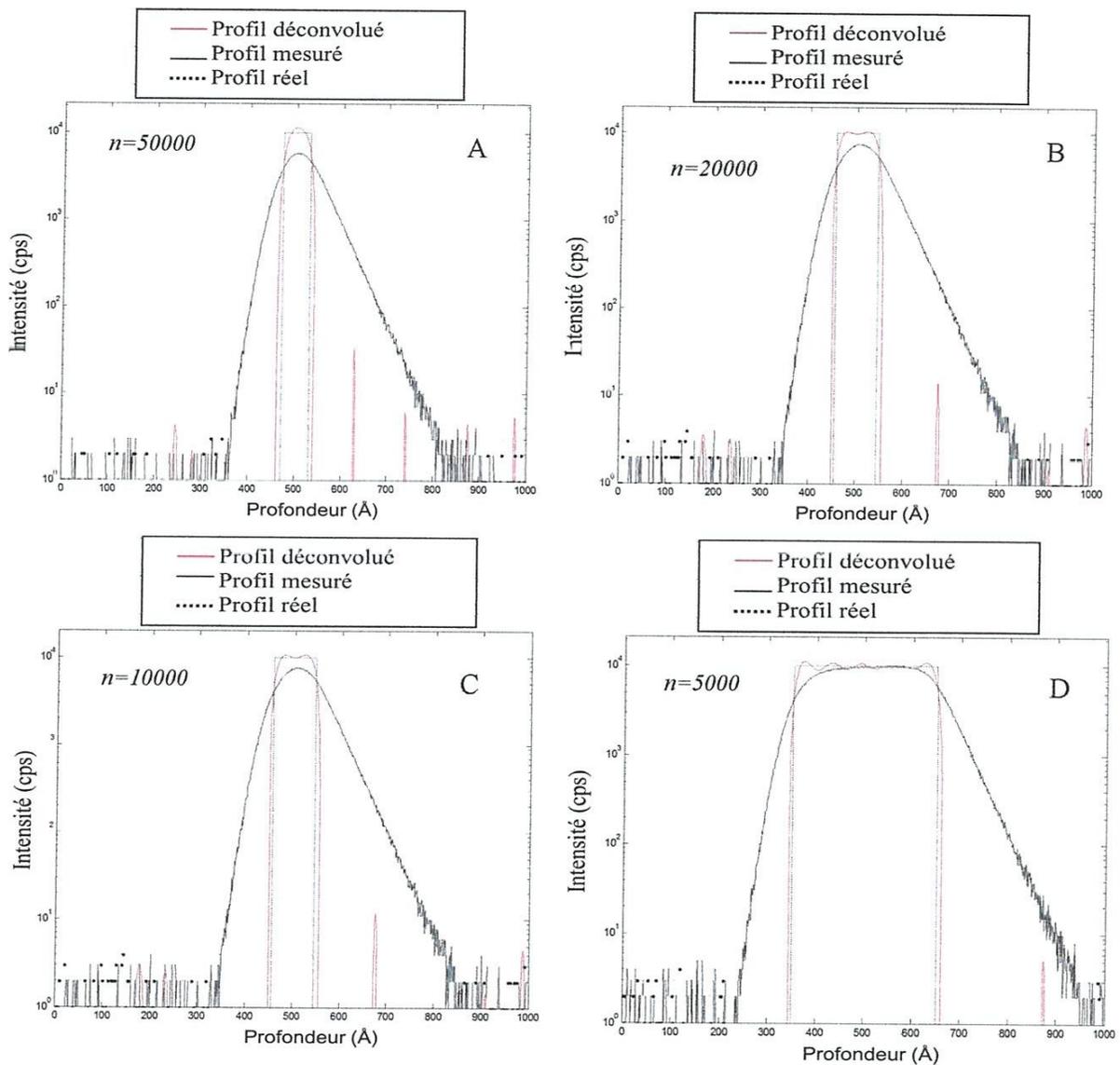


Figure 3-19: Déconvolution des profils créneaux

A) Largeur à 60 Å B) Largeur à 90 Å C) Distance à 150 Å D) Largeur à 300 Å

On peut remarquer que:

- Un créneau de très faible largeur (cas du créneau de 60 et 90 Å de largeur par exemple) aura de fortes chances d'être restitué sous la forme d'une courbe en cloche. Le profil déconvolué possède cependant une forme plus étroite dans les hauts niveaux d'intensité et plus évasée dans les niveaux bas (voir la représentation linéaire figure 3-20).

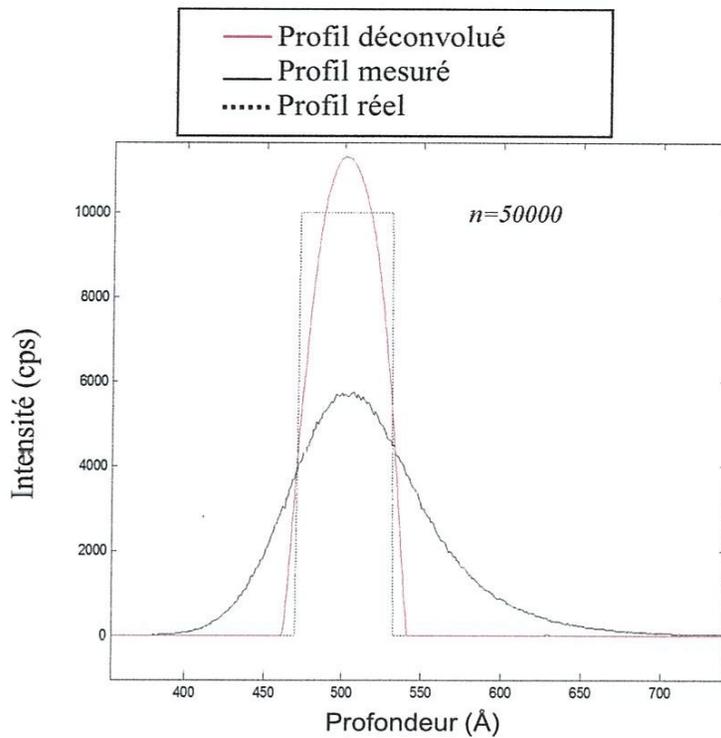


Figure (3-20) :
 Représentation
 linéaire
 de la déconvolution
 du créneau de
 60 Å de largeur de la
 figure 3-19-A.

- Après déconvolution des créneaux de grande largeur (150 à 300 Å), on observe que leurs fronts (montants et descendants) sont pratiquement restaurés. De plus, les pentes exponentielles, visibles dans les profils mesurés disparaissent, mais en contrepartie il y a apparition d'oscillations sur *le plateau* du créneau.

En somme, nous pouvons dire que les profils réels sont presque tous restitués donc les résultats de notre déconvolution sont très satisfaisants. On note également l'apparition de part et d'autres d'artéfacts de déconvolution assez négligeables.

c. Déconvolution des profils constitués par deux deltas-dopages :

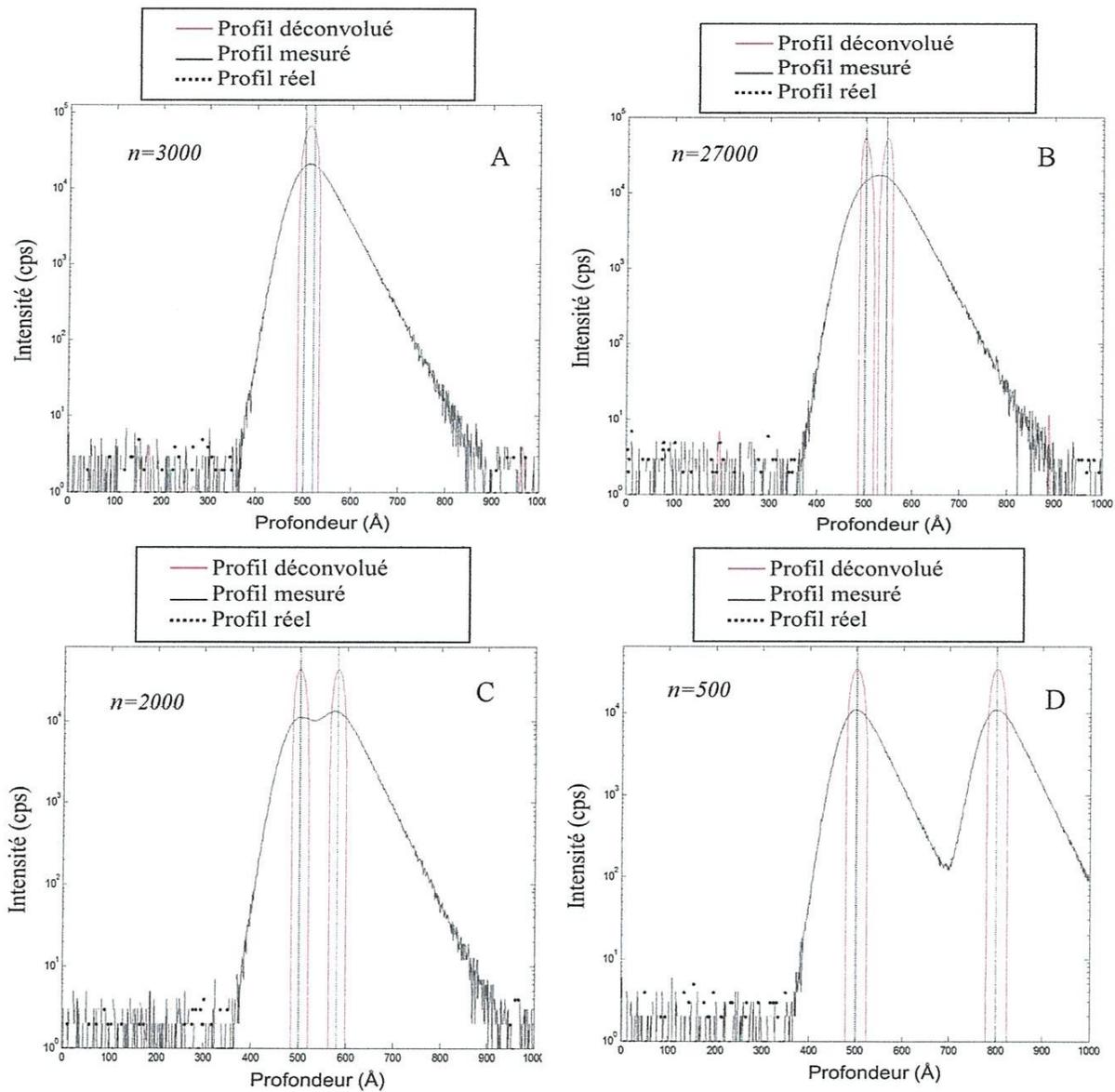


Figure 3-21: Déconvolution des profils constitués par deux deltas-dopages

A) $d= 20 \text{ \AA}$ B) $d= 45 \text{ \AA}$ C) $d= 80 \text{ \AA}$ D) $d= 300 \text{ \AA}$

Sachant que dans le cas des profils constitués par deux deltas dopages, notre objectif principal est de réussir à trouver un profil déconvolué qui présente ces deux structures séparés, la figure 3- 21 nous amène à faire des commentaires suivants :

- Lorsque les deux deltas dopages sont séparés d'une distance $d=20 \text{ \AA}$, même après 3000 itérations, les deux structures demeurent indiscernables. En effet, le profil déconvolué ne présente qu'un seul maximal.
- Pour une distance d de 45 \AA (figure 3-21-B) entre deux deltas-dopages, nous avons effectué 27000 itérations pour séparer les deux structures;
- Afin de séparer les deux deltas dopages distants de 80 \AA , 2000 itérations ont été effectuées. Au niveau du profil déconvolué contrairement du profil mesuré, les deux structures sont discernables;
- Enfin, lorsque les deux structures sont distantes de 300 \AA , la déconvolution ne pose pas vraiment de problème. En effet, les deux deltas dopages arrivent à être discernés assez aisément (500 itérations seulement).

Nous pouvons déduire qu'il existe dans ce cas ci, une distance limite au dessous de laquelle la distinction des deux structures après déconvolution n'est pas possible.

d. Déconvolution d'un delta dopage :

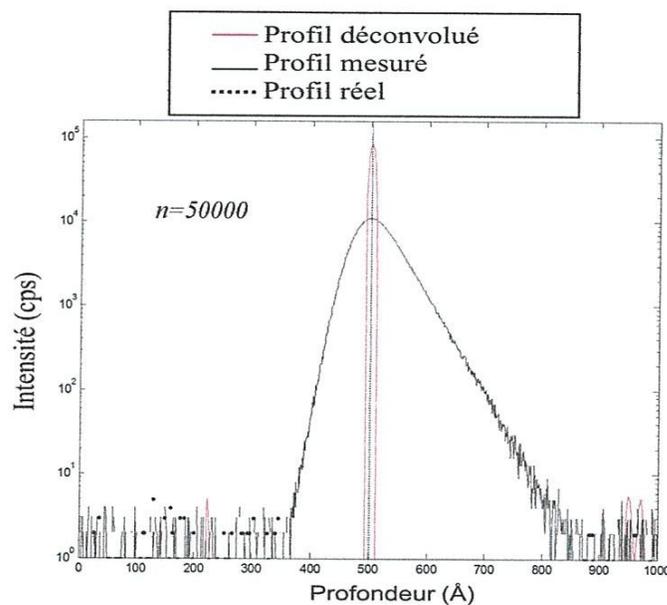


Figure 3-22 : Déconvolution d'un delta dopage à haute énergie.

Ici l'opération de la déconvolution cherche à restaurer un profil réel composé par un seul point. L'opération de déconvolution doit normalement conduire à un profil déconvolué composé aussi par un seul point. En sachant que la déconvolution n'est pas supposée restaurer

complètement le profil réel, on peut dire que ce résultat est très satisfaisant vu que le profil déconvolué est plus proche du profil réel que le profil mesuré.

2.2.2. Déconvolution des signaux à basse énergie:

Après les hautes énergies, nous allons maintenant passer la déconvolution des profils à basse énergie.

a. Déconvolution des profils gaussiens :

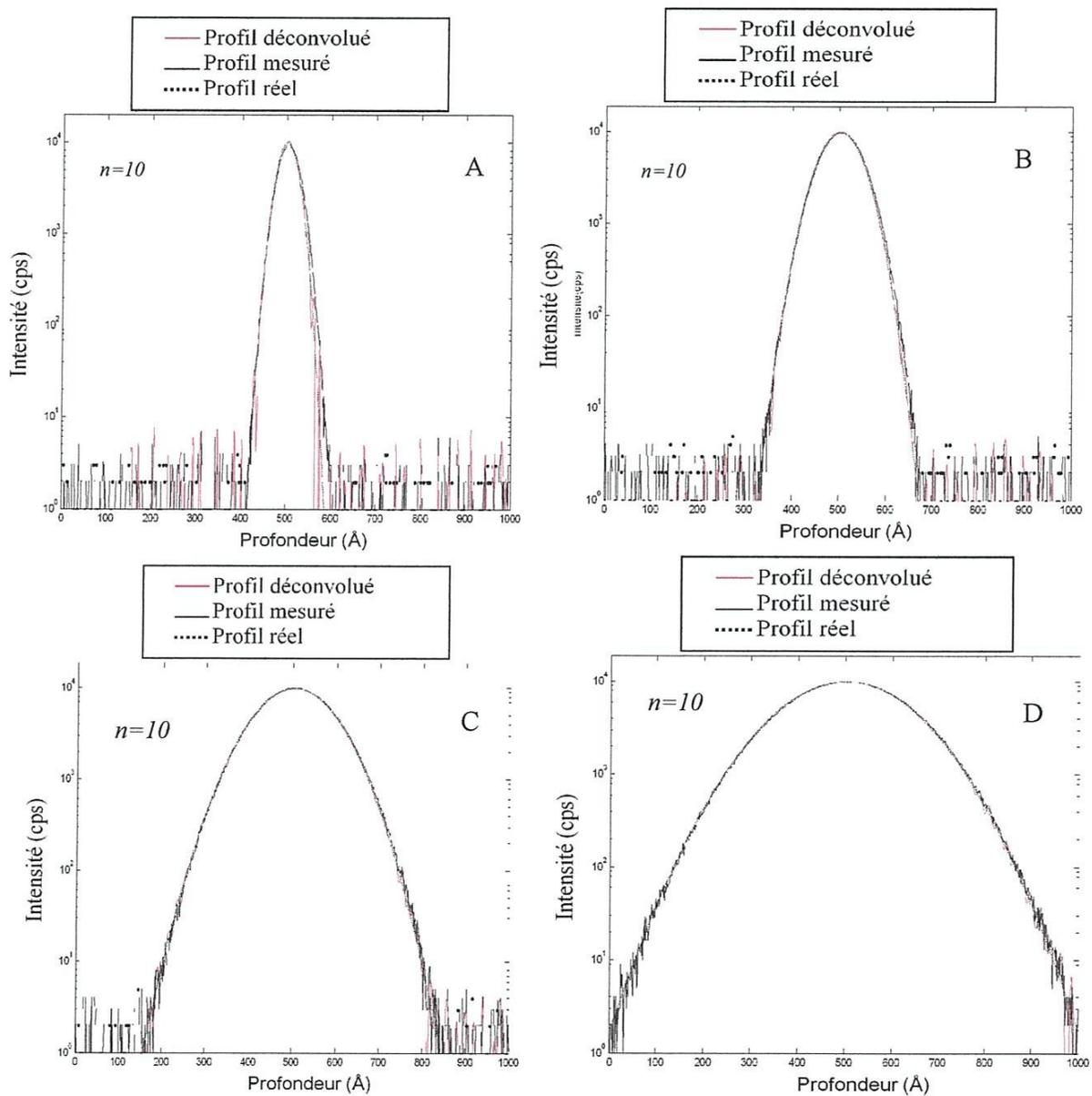


Figure 3-23 : Déconvolution des profils gaussiens.

A) $\sigma=20$ Å B) $\sigma=40$ Å C) $\sigma=80$ Å D) $\sigma=120$ Å

Après observation de la figure 3-23, on constate qu'après seulement 10 itérations, les profils déconvolués sont parfaitement identiques au profil original. Ici on remarque nettement l'efficacité de l'algorithme même dans les cas où la largeur de la DRF est plus grande que celle des profils.

b. Déconvolution des profils créneaux :

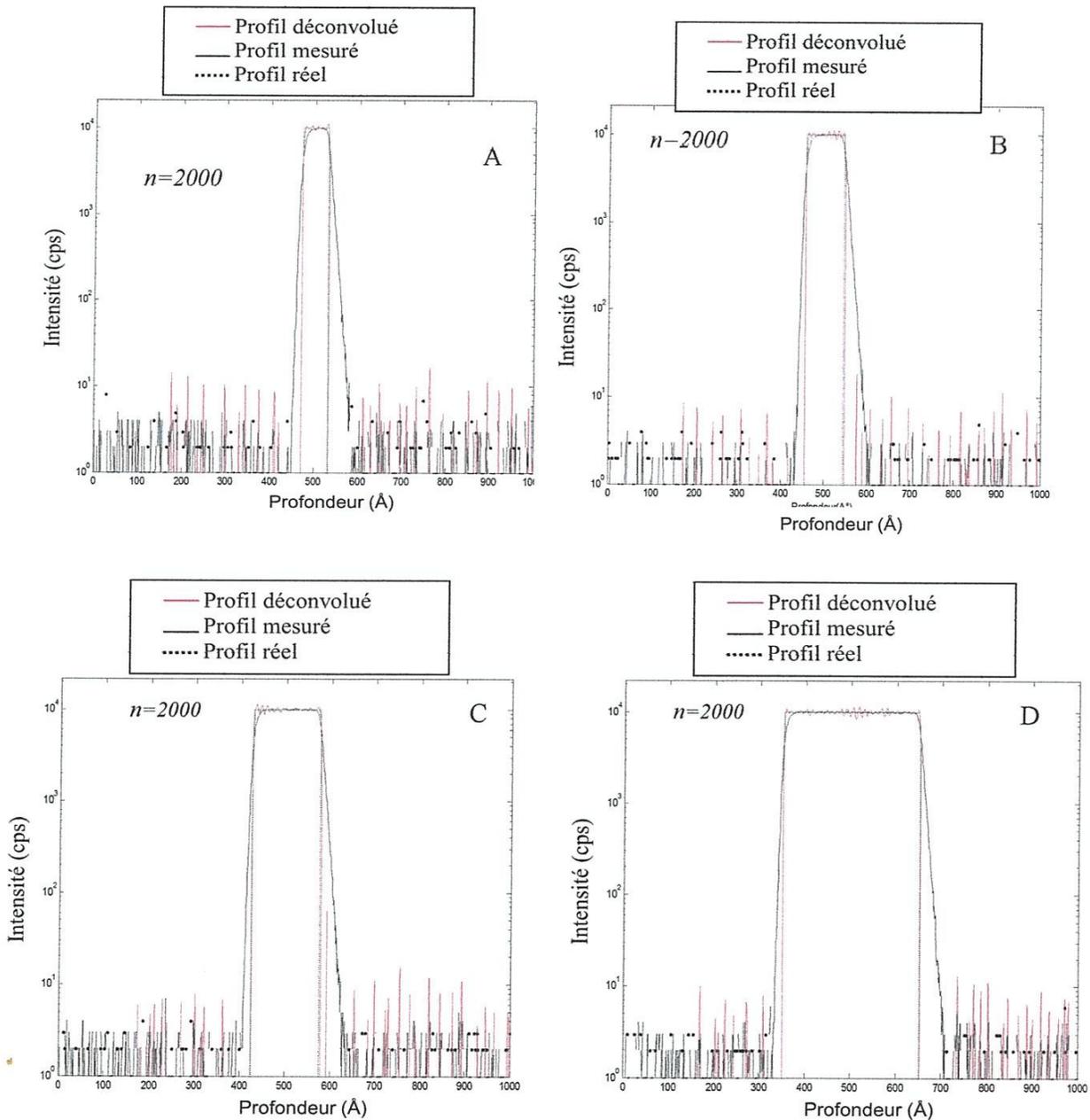
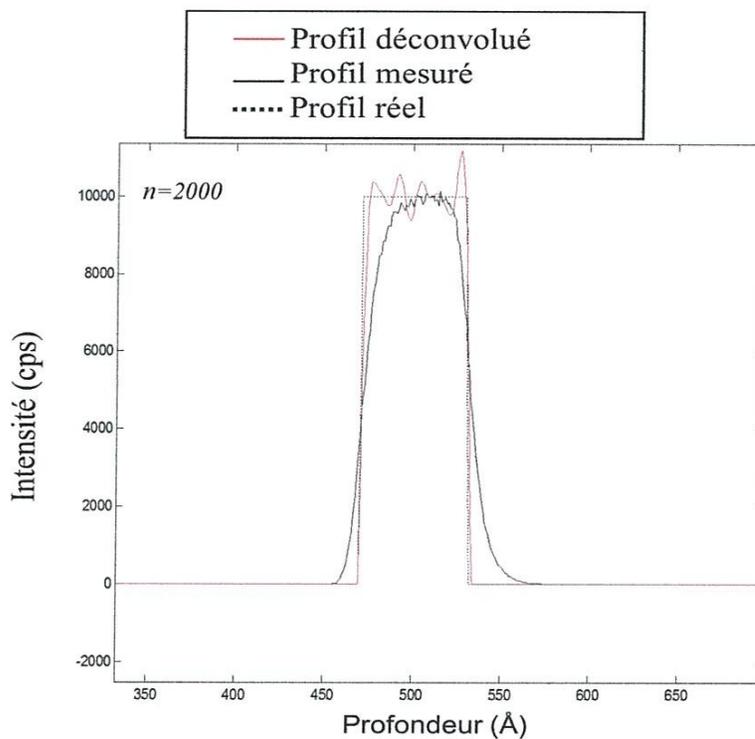


Figure 3-24 : Déconvolution des profils créneaux A) Largeur à 60 Å B) Largeur à 90 Å C) Distance à 150 Å D) Largeur à 300 Å

La déconvolution des profils créneaux de la figure 3-24, nous amène à tirer quelques conclusions :

- Pour toutes les largeurs des créneaux, la déconvolution a permis d'obtenir d'excellents résultats. En effet, on voit bien que sur tous les cas de figures, les profils déconvolusés sont pratiquement identiques aux profils originaux ;
- Les artefacts de déconvolution sont présents de part et d'autres des profils déconvolusés ;
- Malheureusement, on peut observer sur les sommets des profils déconvolusés la présence de petites oscillations. Pour un meilleur constat de ces oscillations, nous avons effectué une représentation linéaire de la figure 3-24-A.



Figure(3-25):
*Représentation
linéaire
de la déconvolution
du créneau de
300 Å de largeur
de la figure 3-24-A.*

c. Déconvolution des profils constitués par deux deltas dopages :

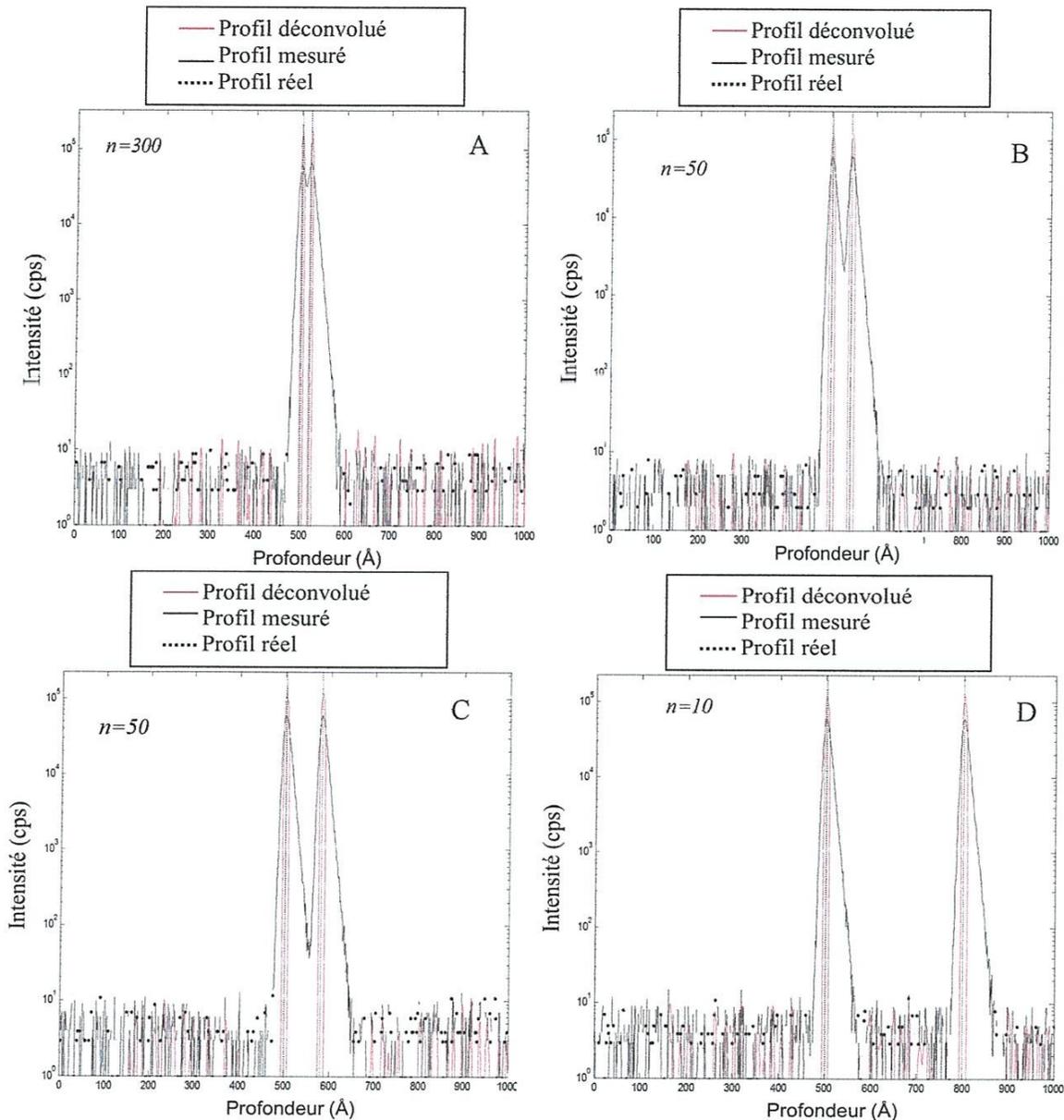


Figure 3-26 : Déconvolution des profils constitués par deux delta-dopages

A) $d=20\text{\AA}$ B) $d=45\text{\AA}$ C) $d=80\text{\AA}$ D) $d=300\text{\AA}$

On peut tirer les remarques suivantes:

- Avec 300 itérations, les deux deltas-dopages séparés de 20 Å à basse énergie, sont déjà discernables après déconvolution ;
- Le résultat de la déconvolution de deux deltas-dopages séparés de 45 Å présente deux maxima avec un minimal en leur milieu ;

- Après déconvolution des deux structures distantes de 80 Å, le profil déconvolué présente deux pics totalement. La séparation des deux structures est totale après 50 itérations seulement.
- Les deux structures distantes de 300 Å sont parfaitement séparées après déconvolution. La séparation totale des deux structures n'est obtenue juste qu'après 10 itérations.

Les artéfacts de déconvolution sont remarqués de part et d'autres des profils déconvolués.

d. Déconvolution d'un delta dopage :

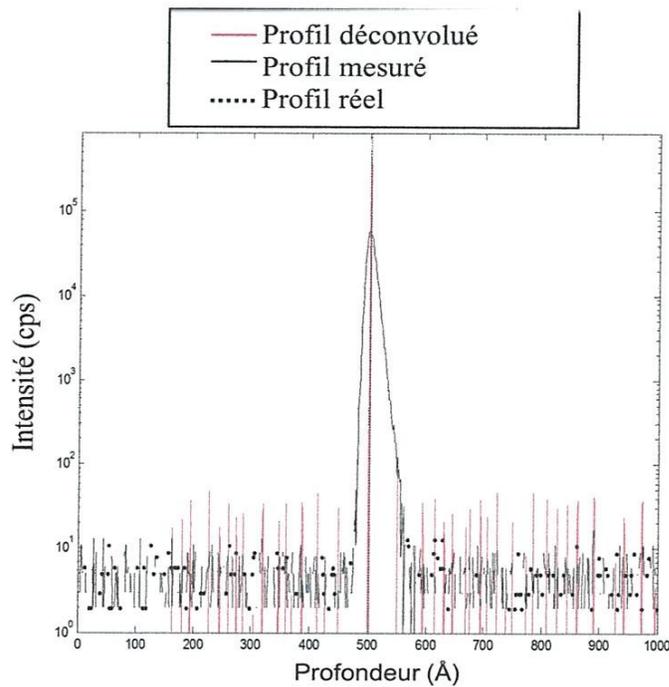


Figure 3-27: Déconvolution d'un delta dopage

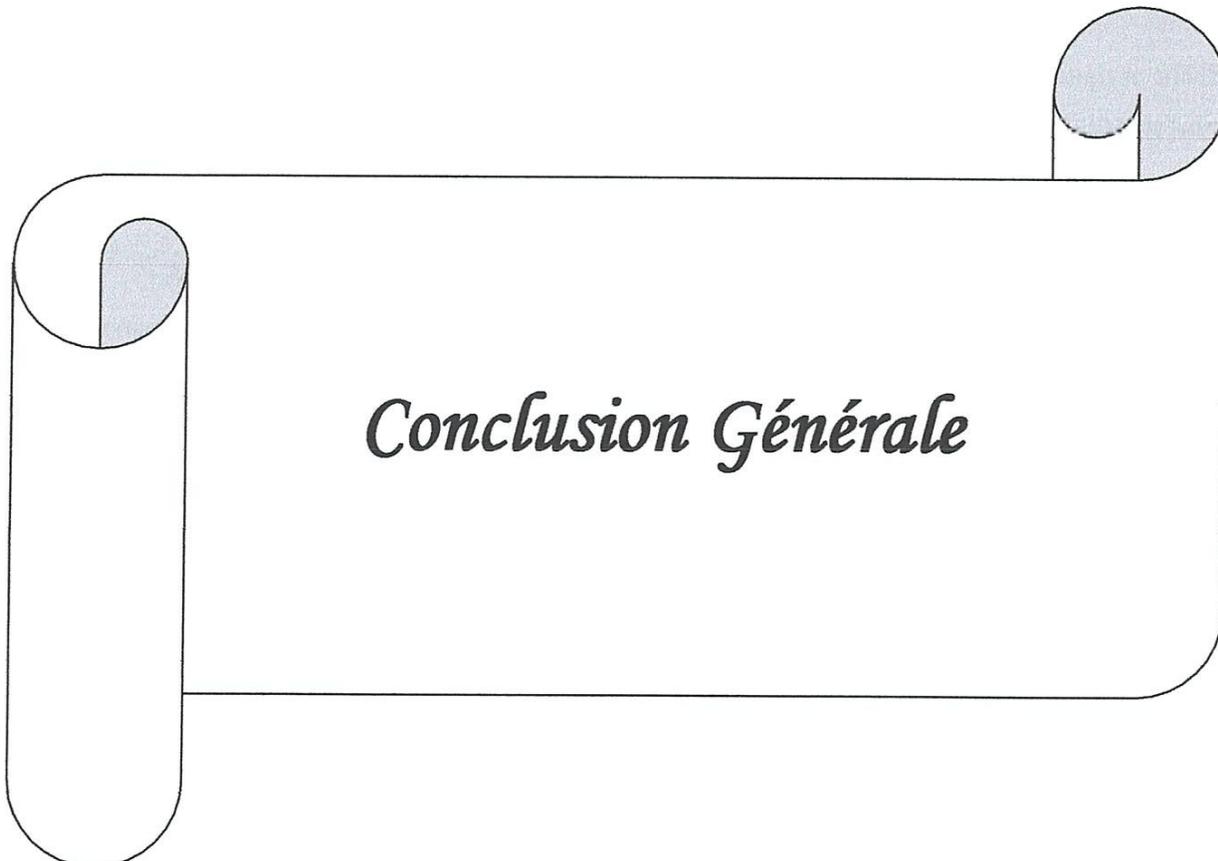
Le résultat de la déconvolution trouver ici est très intéressant. En effet, le profil original recherché semble être parfaitement reconstruit. Ce résultat est très satisfaisant.

Remarque :

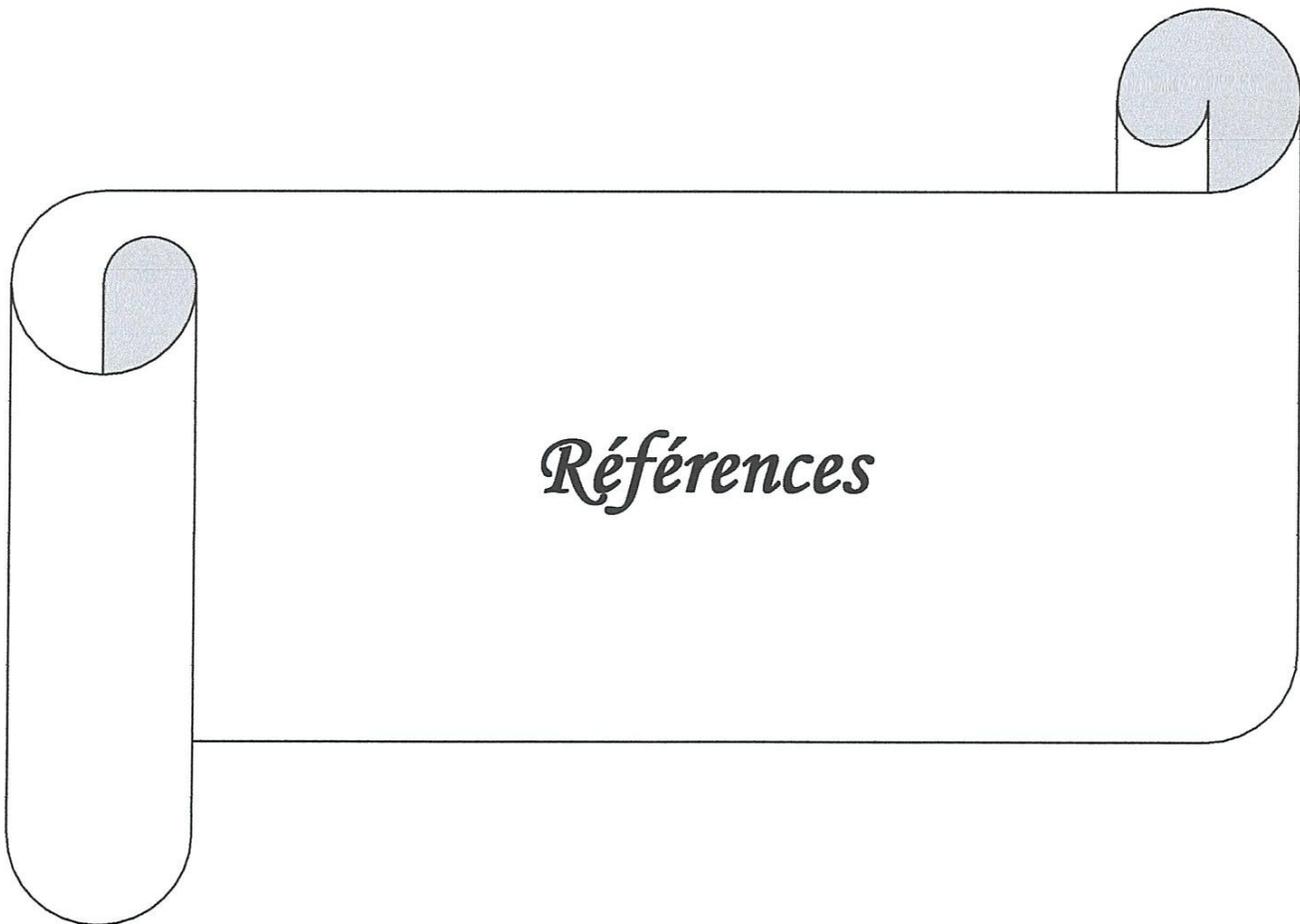
La méthode itérative donne des résultats positifs (conforme à la réalité) et plus stables que la méthode non itérative.

3. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons procédé à l'application des différentes méthodes de déconvolution sur les signaux simulés au chapitre précédent. Nous avons pu constater l'efficacité de la déconvolution en ce qui est de la reconstruction des signaux altérés lors de la mesure. Nous avons également établie une comparaison entre les deux méthodes de déconvolution, et il paraît clair que les méthodes de déconvolution itératives sont nettement plus performantes que les méthodes de déconvolution non itératives.



Conclusion Générale



Références

Références

- [1] Cooley J.W., Tukey J.W., *An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series*, *Mathematics of Computation*: 19 (1965) 297.
- [2] Mancina G., *Amélioration de la résolution en profondeur de l'analyse SIMS par déconvolution, algorithmes spécifiques et application aux couches dopées ultra-minces de la microélectronique silicium*. Thèse de Doctorat, INSA de Lyon, (2001).
- [3] Hadamard J., *Lectures on Cauchy's Problem in Linear Partial Differential Equations*. Yale University Press, New Haven (1923).
- [4] Demoment G., *Image reconstruction and restoration: overview of common estimation structures and problems*, *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*: 37 n°12 (1989) 2024.
- [5] Gautier B., Prost R., Prudon G., Dupuy J.C., *Deconvolution of SIMS depth profiles of Boron in Silicon*, *Surface and Interface Analysis*: 24 (1996) 733.
- [6] Tikhonov A.N., Arsenin V.Y., *Solutions of ill-posed problems*, Washington: Halsted Press, 1977, 258 p.
- [7] Miller K., *Least squares methods for ill-posed problems with a prescribed bound*, *SIAM Journal on Mathematical Analysis*:1 (1970) 52.
- [8] Prost R., Goutte R., *Discrete constrained iterative deconvolution algorithms with optimized rate of convergence*, *Signal Processing*: 7 n°3 (1984) 209.
- [9] Van Cittert P.H., *Zum einfluss der spaltbreite auf die intensitätsverteilung in Spektrallinien II*, *Zeitschrift für Physik*: 69 (1931) 298.
- [10] Thomas G., *A modified version of Van Cittert iterative deconvolution procedure*, *IEEE Transactions on acoustics, speech and signal processing*: 29 n°4 (1981) 938.
- [11] Prost R., *Contribution à l'élaboration d'algorithmes itératifs discrets super-résolvants de déconvolution avec contraintes*. Applications. Thèse de Doctorat, INSA de Lyon (1984).
- [12] Gautier B., *Etude de la résolution en profondeur lors de l'analyse par SIMS. Détermination de la fonction de résolution pour le bore dans le silicium, mis au point d'une procédure de déconvolution et applications*. Thèse de Doctorat, INSA de Lyon, (1997).
- [13] Gautier B., Dupuy J.C., Prost R., Prudon G., *Effectiveness and limits of the deconvolution of SIMS depth profiles of boron in silicon*, *Surface and Interface Analysis* : 25 (1997) 464.
- [14] Fares B., Gautier B., Dupuy J.C., Prudon G., Holliger P., *Deconvolution of very low primary energy SIMS depth profiles*, *Applied Surface Science*: 252 (2006) 6478.

[15] Fayçal Boulssina, *Contribution à l'amélioration de la résolution en profondeur lors de l'analyse SIMS par des techniques de traitement du signal*. Thèse de Doctorat, Université Mentouri de Constantine (2009).

[16] Dowsett M.G., Rowlands G., Allen P.N, Barlow R.D., "An analytic form for the SIMS response function measured from ultra-thin impurity layers" *Surface and Interface Analysis*. Vol.21, pp. 310-315, 1994.

[17] Allen P.N., Dowsett M.G., Collins R., *SIMS profile quantification by maximum entropy deconvolution*. *Surface and interface analysis*: 20(1993)696.

[18] Gautier B., Prudon G., Dupuy J.C., *Toward a better reliability in the deconvolution of SIMS depth profiles*, *Surface and Interface Analysis*: 26 (1998) 974.