

11/621.828

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
Université 8Mai 1945 – Guelma  
Faculté des Sciences et de la Technologie  
Département de Génie Electrotechnique et Automatique



**Domaine : Sciences et Technologie**  
**Filière : Electrotechnique**  
**Spécialité : Réseaux Electriques**



**Mémoire de fin d'études  
pour l'obtention du diplôme de Master Académique**

---

**Modélisation des phénomènes transitoires dans une ligne de  
transport d'énergie électrique**

---

Présenté par :

MEDJELDI MERIEM

MOUAS ASSIA

Sous la direction de : Dr : A. LADJIMI

## Remerciements

*Ce travail a remercié pu ce faire seul ! Ce sont les compétences, la disponibilité, le dynamisme, la bonne humeur et la patience de chacun, qui nous ont permis de poursuivre nos études et d'achever ce mémoire dans les meilleures conditions. C'est pourquoi nous tenons chaleureusement à remercier ici toutes les personnes qui ont contribué de loin comme de près pour achever ce modeste travail.*

*Nous tenons à remercier nos enseignants du département Génie Electrique qui ont contribué à notre formation durant notre cursus universitaire, et à qui l'on doit tout nos respects. En particulier notre directeur de mémoire Dr. LADJIMI. ABD AL AZIZ.*

*Nous profitons de l'auditoire qui nous est offert pour adresser un grand merci a nos parents se sont sacrifiés pour notre réussite et pour le bon déroulement de notre cursus universitaire.*

14/2075

## *Dédicace*

*Je dédie ce modeste travail à :  
A mes parents que Dieu les protège :  
En témoignage de ma profonde affection.  
Qu'ils sachent que ce travail est en partie  
le fruit de leur soutien ; je leur suis très  
reconnaissante. Leur fierté à mon égard  
aujourd'hui  
est pour moi la meilleure des  
récompenses.*

*Mes frères et mes sœurs amina, zineb , en  
reconnaissance de leur affection toujours  
constante  
Tous mes proches  
Mes amis  
Aida , rima , besma  
Tous mes enseignants  
Tous ceux qui m'ont aidé dans la réalisation  
de ce mémoire*

**Meriem**

## *Dédicace*

*Je dédie ce modeste travail à :  
A mes parents que Dieu les protège :  
En témoignage de ma profonde affection.  
Qu'ils sachent que ce travail est en partie  
le fruit de leur soutien ; je leur suis très  
reconnaissante. Leur fierté à mon égard  
aujourd'hui  
est pour moi la meilleure des  
récompenses.*

*Mes frères et ma petite sœur AYA , en  
reconnaissance de leur affection toujours  
constante*

*Tous mes proches*

*Mes amis*

*Amina, Nada, Soumia*

*Tous mes enseignants*

*Tous ceux qui m'ont aidé dans la réalisation  
de ce mémoire*

**ASSIA**

# *SOMMAIRE*

<b>.Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>1. Généralités</b>	<b>3</b>
Introduction	3
1.1) les lignes	4
1.1.1) Définition d'une ligne	4
1.1.2) Types des lignes	4
1.1.2.1) La ligne aérienne	4
1.1.2.2) Ligne de grand transport	4
1.1.2.3) Ligne d'interconnexion	4
1.1.2.4) Ligne de répartition	4
1.1.2.5) Ligne de distribution	4
1.1.3) Câble de garde	4
1.1.3.1) Rôle de câble de garde	4
1.1.4) Equation générale d'une ligne : cas d'une ligne bifilaire	5
1.1.4.1) les lignes dans le domaine temporel	5
1.1.4.2) les lignes dans le domaine fréquentiel	5
1.1.5) Solution des équations des lignes en régime sinusoïdale	6
1.1.6) Représentation quadripolaire de la ligne	7 8
1.1.7) exposant de propagation	
1.1.7.1) Variation de $\alpha$ et $\beta$ en fonction de la fréquence	8
a) ligne sans pertes	8
b) ligne avec pertes	8
1.1.8) Impédance d'une ligne dont le retour du courant s'effectue par le sol	9
1.1.8.1) Paramètres linéique longitudinaux	9
1.1.8.1.1) Calcul des paramètres linéiques longitudinaux	9
a) La méthode des images	10
b) Méthode de plan fictif(Gary)	10
c) Méthode de Carson	11
1.1.8.1.2) paramètres transversaux	12
1.1.8.1.2.1) Calcul des paramètres linéiques transversaux	13
1.1.9) Surtension	13
1.1.9.1) Définition	13
1.1.9.2) Types de surtensions	14
1.1.9.2.1) Surtension de manœuvres	14
1.1.9.2.1.1) Type de manœuvre	1
a. manœuvre d'un disjoncteur	15
b. Fermeture à vide d'un sectionneur	15
1.1.9.2.2) Surtensions atmosphériques	16
1.1.9.2.2.1) Nature et comportement de la foudre	16

1.1.9.2.2.2) Mode d'action de la foudre sur les lignes	17
a. Coup de foudre direct	17
b. Coup de foudre indirect	18
1.1.9.2.2.3) Etude de courant de foudre	18
1.1.9.2.2.4) L'expression mathématique de l'onde de foudre	19
Conclusion	20
<b>2) Modélisation d'une ligne de transport de l'énergie</b>	<b>21</b>
Introduction	21
2.1) Méthode numérique fondée sur la transformation de Fourier	21
2.1.1. Méthode de résolution par transformation de Fourier (ou de Laplace)	22
2.2. Méthode numérique aux différences finies	23
2.2.1. Stabilité numérique	25
2.3. Méthodes numériques de Bergeron	26
2.3.1. Théorie générale des ondes mobiles	26
2.3.2. Principe de la méthode de Bergeron	26
2.3.3. Schéma équivalent d'une ligne à constantes réparties	27
a. Ligne sans pertes	27
b. Ligne avec pertes	28
2.3.4. Schéma équivalent du tronçon formé par une résistance concentrée	29
2.3.5. Schéma équivalent du tronçon formé par une inductance concentrée	29
2.3.6. Schéma équivalent du tronçon formé par une capacité concentrée	30
2.3.7. Extension du modèle monophasée	30
2.3.7.1. Ligne polyphasée	31
2.4. Ligne à paramètres réparties	31
2.4.1. Modèle de J. K. Snelson	31
2.4.2. Modèle de J. R. Marti	32
Conclusion	34
<b>3) Applications</b>	<b>38</b>
3.1. Choix du modèle de ligne	40
3.2. Algorithme du calcul de régime transitoire d'une ligne par la méthode des ondes mobiles	40
3.2.1. Validation du programme	41
a. Ligne monophasée terminée par une inductance	41
b. Ligne terminée par des capacités et des résistances	43

3.2.2. Application : ligne de transport d'énergie	45
3.2.2.1 Mise se tension à vide d'une ligne	46
Conclusion	47
<b>Conclusion Générale</b>	48

# *Introduction générale*

## Introduction Générale

---

### Introduction :

Afin de garantir la sécurité du réseau de transport d'énergie, la prédétermination des surtensions et des surdensités a favorisé l'étude de la mise au point de nombreuses méthodes d'analyse des régimes transitoires.

Dans la panoplie des moyens disponible, le plus intuitif est la mesure des surtensions ou des surintensités sur le réseau lui-même. A priori, aucune autre méthode ne paraît plus fiable et plus précise. Et pourtant, il n'en est pas toujours ainsi.

Pour mesurer les contraintes susceptibles d'apparaître sur le réseau, il existe deux possibilités :

- ✚ Organiser une campagne de mesure pendant laquelle les perturbations sont provoquées ;
- ✚ Installer des enregistreurs de veille mémorisant toutes les perturbations qui apparaissent normalement sur le réseau.

L'aspect aléatoire de certaines contraintes suppose la prise en compte de très grands nombres d'échantillons que ni les campagnes ni l'enregistrement permanent ne permettent d'atteindre. Ces essais en réseau sont coûteux. Ils sont une gêne pour l'exploitation. Ils posent des problèmes techniques qu'il ne faut pas négliger. Et il ne permet pas de résoudre les problèmes qui se posent lors de la conception de nouveaux réseaux.

Toutes les difficultés posées par les investigations en réseau ont très vite donné naissance à des modèles. Dans un premier temps, ils furent purement analogiques. Ces modèles analogiques ont des caractères spécifiques (visualisation immédiate des phénomènes, facilité de cumul d'événements en vue de traitements statistiques, possibilité de faire varier simplement certains paramètres) qui peuvent encore aujourd'hui présenter des avantages par rapport aux modèles numériques nés avec l'essor de l'ordinateur.

Néanmoins, si les modèles numériques sont les outils usuels d'étude des phénomènes transitoires dans les lignes de transports d'énergies, il faut, et c'est impératif, les valider par des essais réels. Ces essais ne sont pas nécessairement la simulation des phénomènes étudiés mais visent à déterminer les paramètres caractéristiques du réseau. Toutefois, seuls des essais simulant les perturbations étudiées permettent de contrôler la validité globale du modèle.

## Introduction Générale

---

Par ailleurs, les manœuvres des appareils de coupure, disjoncteurs et sectionneurs, sont inhérents au bon fonctionnement et à la régulation du réseau de transport d'énergie, elles engendrent néanmoins des émissions électromagnétiques transitoires en haute fréquences.

Afin d'évaluer par le calcul le rayonnement électromagnétique transitoire émis par une ligne de transport d'énergie, deux méthodes peuvent être utilisées. Une analyse théorique de ces différentes méthodes, basée sur le fondement de la théorie des antennes avec la condition des fils minces, montre que chacune d'elles est tributaire de la connaissance de la répartition du courant transitoire ou de ses ondes.

L'objectif du travail présenté dans ce manuscrit est la modélisation des phénomènes transitoires lors d'une manœuvre dans le réseau de transport d'énergie.

Ce mémoire est organisé en trois chapitres :

Dans le premier chapitre de ce travail, nous introduisons la théorie générale des lignes, le calcul des paramètres linéique d'une ligne de transport d'énergie et les phénomènes de surtensions.

Le second chapitre est consacré aux différentes méthodes d'analyse et de modélisation d'une ligne de transport d'énergie, nous détaillerons plus particulièrement les méthodes qui sont basé sur la théorie des ondes mobiles, telles que le modèle à constantes réparties de Bergeron et le modèle à paramètres réparties.

Dans le troisième chapitre, nous proposons une implémentation de la méthode de Bergeron (ligne à constantes réparties avec pertes) ; nous proposons quelques applications que nous confrontons à des résultats proposés dans la littérature.

Enfin nous terminons notre travail par une conclusion générale.

*Chapitre 1 :*  
*Généralités*

## Introduction

Les perturbations électriques de différentes natures se propagent dans les réseaux. On cherche à les caractériser, à les analyser et à fournir les moyens d'étude et d'évaluation qui serviront à connaître leurs effets et s'en protéger.

Au moins trois familles d'évènements provoquent des perturbations électriques sur les réseaux

- ⚡ Les coups de foudre (et plus généralement les perturbations externes).
- ⚡ Les manœuvres d'appareils (ouverture et fermeture d'un disjoncteur, fermeture d'un sectionneur).
- ⚡ Les incidents.

Ce premier chapitre va nous permettre de définir une ligne de transport d'énergie électrique, et de calculer ses caractéristiques linéiques, il va permettre aussi d'introduire la théorie générale des lignes ainsi que les phénomènes de surtension.

### 1. Les lignes :

Le transport d'énergie électrique en haute tension s'effectue par les lignes électriques.

#### 1.1. Définition d'une ligne

Une ligne de transmission électrique est formée d'un conducteur d'aller et d'un retour (ligne monophasée) ou de plusieurs conducteurs avec un retour (ligne polyphasée) et son rôle est de transporter l'énergie d'un endroit à un autre.

#### 1.2 Types des lignes

Les lignes électriques peuvent être classées selon plusieurs critères :

- ✚ Situation dans l'espace : Lignes aériennes, lignes souterraines
- ✚ Classe de tension : Ligne haute tension, très haute tension, basse tension
- ✚ Nature de la tension : Continue, alternative monophasée ou triphasée.

##### 1.2.1 La ligne aérienne

Une ligne aérienne est constituée principalement d'un ensemble de conducteurs qui assurent avant tout la continuité électrique et réalisant une connexion entre deux nœuds d'un réseau électrique, les lignes aériennes peuvent être classées en différentes catégories.

##### 1.2.2 Ligne de grand transport

Qui permettent l'évacuation de l'énergie produite par une centrale électrique vers les grands postes d'interconnexion.

##### 1.2.3 Ligne d'interconnexion

Qui assurent la mise en commun des ressources de production de plusieurs régions et facilitent ainsi le recours mutuel lors de situations particulières affectant la consommation, la disponibilité des équipements etc.....

##### 1.2.4 Ligne de répartition

Qui dirige l'énergie depuis les grands postes d'interconnexion vers les postes alimentant les réseaux de distribution ou ceux des grands clients nationaux.

## 1.2.5 Ligne de distribution

Qui acheminent l'énergie aux différents consommateurs.

## 1.3 Câble de garde

Un ou des conducteurs supplémentaires appelés câble de garde connectés à la terre par chaque pylône.

### 1.3.1 Rôle de câble de garde

Les câbles de gardes sur une ligne aérienne ont un rôle multiple :

- ⚡ Ils protègent contre les coups de foudre directe.
- ⚡ Ils diminuent l'induction dans les circuits de télécommunication ou les conduites enterrés.
- ⚡ Ils réalisent l'interconnexion des mises à la terre des supports.
- ⚡ Ils peuvent servir de support pour les câbles de télécommunication.

## 1.4 Equations générales des lignes : cas d'une ligne bifilaires

### 1.4.1 Les lignes dans le domaine temporel

La Figure 1.1 détaille une section  $\Delta x$  d'une ligne de transmission monophasée. En se basant sur la différence de potentiel et de courant sur une section  $\Delta x \rightarrow 0$ , on obtient les équations différentielles de la ligne dans le domaine temporelle (1.1) et (1.2), où  $v(x, t)$  et  $i(x, t)$  sont respectivement la tension simple et le courant dans la ligne.

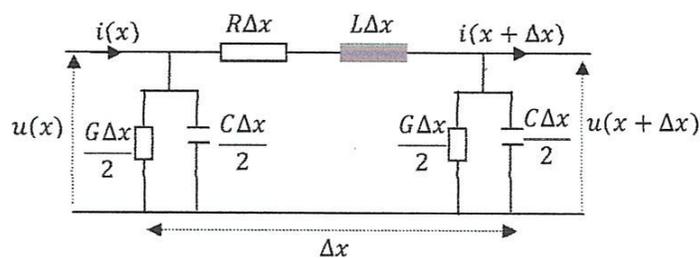


Figure 1.1 : Ligne de transmission monophasée, détails d'une section  $\Delta x$

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = -Ri(x,t) - L \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = -Gu(x,t) - C \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} \quad (1.2)$$

## Chapitre1 : Généralités

Où  $R$ ,  $L$ ,  $G$  et  $C$  sont respectivement la résistance, l'inductance, la conductance et la capacité de la ligne.

En combinant ces deux équations on retrouve soit l'équation des télégraphistes de tensions (1.3), soit l'équation des télégraphistes de courants (1.4).

$$\frac{\partial^2 u(x)}{\partial x^2} = GRu(x) + (RC + LG) \frac{\partial u(x)}{\partial t} + \frac{\partial^2 u(x)}{\partial t^2} \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial^2 i(x)}{\partial x^2} = GRi(x) + (RC + LG) \frac{\partial i(x)}{\partial t} + \frac{\partial^2 i(x)}{\partial t^2} \quad (1.4)$$

### 1.4.2 Les lignes dans le domaine fréquentiel

Dans le domaine fréquentiel les équations de la ligne deviennent [1] :

$$\frac{dU}{dx} = -(R + j\omega L)I \quad (1.5)$$

$$\frac{dI}{dx} = -(G + j\omega C)U \quad (1.6)$$

En combinant ces deux équations. On obtient alors

$$\frac{d^2 U(x)}{dx^2} = ZYU(x) \quad (1.7)$$

$$\frac{d^2 I(x)}{dx^2} = ZYI(x) \quad (1.8)$$

Soit :

$Z = R + j\omega L$  : Impédance linéique de la ligne.

$Y = G + j\omega C$  : Admittance linéique de la ligne.

$\gamma = \sqrt{ZY} = \alpha + j\beta$  : Exposant linéique de propagation.

$\alpha$  : Coefficient d'atténuation.

$\beta$  : Le retard de phase.

$Z_c = \sqrt{\frac{Z}{Y}}$  : Impédance caractéristique de la ligne

$$\frac{d^2 U(x)}{dx^2} = \gamma^2 U(x) \quad (1.9)$$

$$\frac{d^2 I(x)}{dx^2} = \gamma^2 I(x) \quad (1.10)$$

### 1.5 Solution des équations des lignes en régime sinusoïdale

La solution des équations (1.9), (1.10), successivement en U et I donnée par :

$$U(x) = U_+(0) \exp(-\gamma x) + U_- \exp(\gamma x) \quad (1.11)$$

$$I(x) = I_+(0) \exp(-\gamma x) + I_- \exp(\gamma x) \quad (1.12)$$

Les constants complexes  $V_+$ ,  $V_-$ ,  $I_+$  et  $I_-$ , qui apparaissent dans les deux équations (1.11) et (1.12) seront déterminés par les conceptions aux limites aux deux extrémités de la ligne. Les ondes se déplacent respectivement vers les valeurs croissantes de Z (ondes progressives) et vers les valeurs décroissantes (ondes rétrogrades)

Appelons  $U(0)$  et  $I(0)$  les valeurs de  $U(x)$  à l'entrée de la ligne on obtient finalement :

$$U_+(0) = U_-(x) = U(0)$$

$$I_+(0) = I_-(x) = I(0)$$

En reportant ces deux expressions dans (1.11) et (1.12), nous obtenons :

$$U(x) = U(0) \cosh(\gamma x) - I(0) \sinh(\gamma x) \quad (1.13)$$

$$I(x) = -\frac{U(0)}{Z_c} \sinh(\gamma x) + I(0) \cosh(\gamma x) \quad (1.14)$$

### 1.6 Représentation quadripolaire de la ligne

A partir des équations (1.13) et (1.14) on peut déduire la Représentation quadripolaire d'une ligne de transport d'énergie électrique.

$$\begin{bmatrix} U(x) \\ I(x) \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} U(0) \\ I(0) \end{bmatrix} \quad (1.15)$$

$$[T] = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma x) & -Z_c \sinh(\gamma x) \\ -1/Z_c \sinh(\gamma x) & \cosh(\gamma x) \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

[T] Est la matrice de transformation.

Cette représentation, sous forme quadripolaire, nous permet d'accéder aux grandeurs électrique en tout point de la ligne en utilisant la matrice de transformation [T] et les grandeurs à l'entrée ou à la sortie de la ligne.

### 1.7 Exposant de propagation

$$\gamma = \sqrt{ZY} = \alpha + j\beta \quad (1.17)$$

Lorsque l'onde se propage, l'affaiblissement résulte de la partie réelle  $\alpha$  de l'exposant de propagation, tandis que le déplacement de l'onde (déphasage) est lié à sa partie imaginaire  $j\beta$ .

#### 1.7.1. Variation de $\alpha$ et $\beta$ en fonction de la fréquence

##### a- ligne sans pertes

Pour une ligne bifilaire sans pertes, on obtient simplement

$$Z = j\omega L \text{ [}\Omega/\text{m]} \text{ et } Y = j\omega C \text{ [S/m]}$$

L'exposant de propagation est dans ce cas purement imaginaire, il n'y a pas d'affaiblissement :

$$\gamma = j\beta = j\omega\sqrt{LC} \quad (1.18)$$

L'impédance caractéristique est donnée par :

$$Z_c = \sqrt{j\omega L / j\omega C} = \sqrt{L/C} \quad (1.19)$$

Il s'agit d'une ligne de transmission idéale sur laquelle un signal se propage sans changer d'amplitude ni de forme : il n'y a pas d'affaiblissement ni de dispersion, c'est la situation dont on souhaite se rapprocher le plus possible dans la pratique.

##### b. ligne avec pertes

Pour une ligne bifilaire avec pertes l'impédance et l'admittance linéique prennent la forme :

$$Z = R + j\omega L \text{ [}\Omega/\text{m]} \text{ et } Y = G + j\omega C \text{ [S/m]}$$

L'exposant de propagation a une partie réelle et une partie imaginaire non nulle, il y a alors propagation avec affaiblissement :

$$\gamma = \alpha + j\beta \quad (1.20)$$

Pour déterminer  $\alpha$  et  $\beta$ , on doit extraire la racine d'un nombre complexe, ce qui donne après quelques manipulations mathématiques

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{2} \sqrt{(R^2 + \omega^2 L^2)(G^2 + \omega^2 C^2)} + RG - \omega^2 LC} \quad (1.21)$$

$$\beta = \sqrt{\frac{1}{2} \sqrt{(R^2 + \omega^2 L^2)(G^2 + \omega^2 C^2)} - RG + \omega^2 LC} \quad (1.22)$$

Aux très basses fréquences, avec  $\omega$  très petit et quand  $G$  est négligeable (ce qui habituellement le cas des lignes d'usage courant), on obtient l'approximation :

$$\alpha \cong \beta = \sqrt{\omega RC/2} \quad (1.23)$$

Pour les grandes valeurs de  $\omega$ , on obtient en effectuant des développements limités :

$$\alpha \cong R/2 \sqrt{C/L} + G/2 \sqrt{L/C} \quad (1.24)$$

$$\beta = \sqrt{\omega LC} \quad (1.25)$$

### 1.8 Impédance d'une ligne dont le retour du courant s'effectue par le sol

Les expressions que nous exposons dans ce paragraphe sont celles d'une ligne infinie et parallèle au sol.

#### 1.8.1 Paramètres linéiques longitudinaux

La difficulté d'introduire dans les calculs la conductivité du sol provient du fait que les dimensions de la couche de terre par où passe le courant sont mal définies, que la répartition du courant dans cette couche n'est pas uniforme et que la résistivité du sol est irrégulière dans l'espace et variable au cours du temps. (Homogénéité et conservation du courants) et en prenant en compte la résistivité finie du plan de masse ou non, diverses méthodes de calcul de ces paramètres sont proposées dans la littérature.

##### 1.8.1.1 Calcul des paramètres linéiques longitudinaux

Les paramètres linéiques longitudinaux de la ligne de transport d'énergie peuvent être déterminés de trois manières différentes.

- ✚ Méthode des images [2]
- ✚ Méthode du plan fictif [3]
- ✚ Méthode Carson [4]

### a. La méthode des images

Si on suppose le sol parfaitement conducteur, on peut en première approximation, le remplacer par un plan considéré comme miroir électromagnétique qui empêche toute pénétration des ondes électromagnétiques dans le sol et appliquer la méthode des images, ceci consiste à remplacer le sol par un conducteur symétrique au premier par rapport au sol.

On calcul alors les impédances propres et mutuelles en ne considérant que le flux qui passe entre conducteur et sol.

$$L_{ii} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(2 \frac{h_i}{r_i}\right) \quad (1.26)$$

$$M_{ij} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{D_{ij}}{d_{ij}}\right) \quad (1.27)$$

Ces expressions sont des approximations assez souvent utilisées.

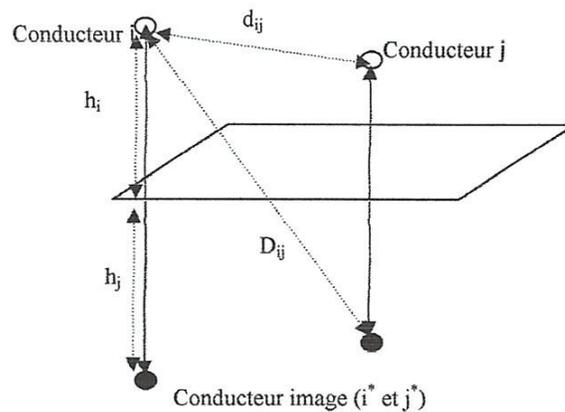


Figure 1.2. Conducteur i et j et leurs images  $i^*$  et  $j^*$  dans le cas du sol conducteur parfaitement

### b-Méthode de plan fictif(Gary)

Cette méthode consiste à introduire une profondeur de pénétration dans le sol fictif, complexe  $p$  telle que l'image de chaque phase dans le sol soit située à une profondeur égale à la somme de la distance de la phase au sol et de deux fois l'épaisseur de peau complexe  $p$  dans le sol figure 1.3

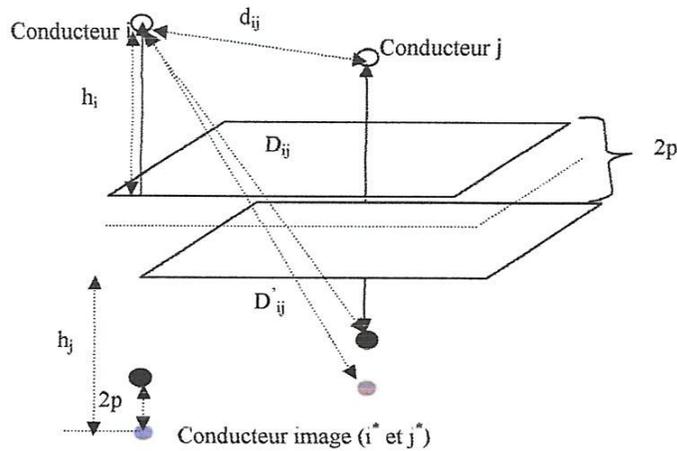


Figure 1.3. Configuration de base pour la méthode du plan fictif

Alors :

$$Z_{ii} = j \frac{\omega \mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{2h_i + p}{n}\right) \quad (1.28)$$

$$Z_{ij} = j \frac{\omega \mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{D'_{ij}}{d_{ij}}\right) \quad (1.29)$$

Avec :

$$p = \sqrt{2 / j \sigma \mu \omega} \quad (1.30)$$

P : épaisseur de peau

$\sigma$  : Conductivité de sol

Les parties réelles nous donnent les résistances linéiques propres et mutuelles.

Les parties imaginaires nous donnent les résistances linéiques propres et mutuelles.

### C. Méthode de Carson

D'après Carson les expressions des impédances propres et mutuelles linéiques dans le cas du retour par le sol sont composées de deux termes :

Un terme principal qui exprime l'impédance propre et mutuelle linéique que l'on obtient dans le cas où le sol serait parfaitement conducteur.

## Chapitre1 : Généralités

Un terme de correction qui est fonction de la fréquence du courant et la résistivité du sol

$$Z_{ii} = R_{ii} + \Delta R_{ii} + j(X_{ii} + \Delta X_{ii}) \quad (1.31)$$

$$Z_{ij} = \Delta R_{ij} + j(X_{ij} + \Delta X_{ij}) \quad (1.32)$$

Où,  $Z_{ii}$  est l'impédance linéique propre,  $Z_{ij}$  est l'impédance linéique mutuelle,  $R_{ii}$  est la résistance linéique du conducteur ( $\rho \frac{l}{s}$ ) et  $X_{ii}, X_{ij}$  est les réactances linéiques propres et mutuelles pour un sol parfaitement conducteur.

$$X_{ii} = \omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln(2h/n) \quad (1.33)$$

$$X_{ij} = \omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{2D_{ij}}{d_{ij}}\right) \quad (1.34)$$

Carson a exprimé la correction dû à la résistivité du sol homogène par une intégrale dont l'expression générale est valable pour le terme de correction de l'impédance linéique propre et mutuelle.

$$\Delta R(p, q) + j\Delta X(p, q) = 4\omega \int_0^\infty (\sqrt{\gamma^2 + j} - \gamma) \exp(p\gamma) \cos(q\gamma) d\gamma \quad (1.35)$$

$\gamma$  Variable d'intégration

$p, q$  : paramètre définis par :

$$\text{Pour l'impédance linéique propre : } p = 2\sqrt{\frac{\mu_0 h_i}{\rho}}, q = 0$$

Pour l'impédance linéique mutuelle :

$$p = \sqrt{\frac{\mu_0 \omega}{p}} (h_i + h_j), q = \sqrt{\frac{\mu_0}{\rho}} d_{ij}.$$

### 1.8.1.2 Paramètres transversaux

Les caractéristiques transversales rendront compte des effets des charges superficielles des conducteurs de phase et du sol, ces charges superficielles provoquent un champ électrique perpendiculaire à la surface du conducteurs qui engendrent des courants capacitifs lorsqu'il varie et éventuellement des courants de conduction si l'isolation entre conducteurs n'est pas parfaite.

Les phénomènes capacitifs liant les charges superficielles du champ électrique transversal, donc à la tension, sont représentés par des capacités linéiques.

### 1.8.1.2.1. Calcul des paramètres linéiques transversaux

Le calcul des capacités linéique propres et mutuelles, passe par le calcul de la matrice des coefficients de potentiel, l'inversion de cette dernière nous permet d'obtenir la matrice nodale [c].

Sur la base de la figure 1.2, les coefficients de potentiel sont donnés par les formules suivantes [8].

$$k_{ii} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(2 \frac{h_i}{r_i}\right) \quad (1.36)$$

$$k_{ij} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(2 \frac{D_{ij}}{d_{ij}}\right) \quad (1.37)$$

$$[C] = [k]^{-1} \quad (1.38)$$

## 1.9. Surtension

### 1.9.1. Définition

On désigne par surtension toute différence de potentiel anormale apparaissant dans les circuits électriques et qui est susceptible d'endommager les éléments de ces circuits (lignes, machines, etc....)

On distingue deux sortes de surtensions :

**Transversales** : apparaissant entre un conducteur et la terre ou entre deux conducteurs,

**Longitudinales** : ou entre spires, correspondant à un accroissement exagéré de la différence de potentielle entre deux points voisins d'un même conducteur.

Elles peuvent exister simultanément ou isolement.

L'étude des surtensions peut être abordée de manière différente selon leur spectre de fréquence. Un phénomène électrique ou électromagnétique n'est jamais instantané : il doit se propager. Sa vitesse de propagation peut être très grande, mais pas infinie.

En pratique, le phénomène pourra être considéré comme instantané si sa longueur d'onde est beaucoup plus grande que les dimensions du système considéré.

Exemple : pour une ligne de 1 00 km, un phénomène à 50 Hz

## Chapitre1 : Généralités

---

$$\lambda = c_0 \cdot \frac{1}{f} = 3 \cdot 10^8 \cdot \frac{1}{50} = 6000 \text{ Km}$$

Peut être considéré comme instantané ; par contre pour un phénomène à 10 KHz ( $\lambda = 30\text{Km}$ ), il faudrait tenir compte de sa propagation.

### 1.9.2. Types de surtensions :

On distingue:

- ✚ Les surtensions d'origine externe : dont la cause est externe au réseau, essentiellement dues à la foudre.
- ✚ Les surtensions d'origine interne : dont la cause réside dans le fonctionnement de l'un des appareils-constituant le réseau (disjoncteur)

#### 1.9.2.1. Surtension de manœuvres :

Il s'agit des surtensions transitoires internes généralement non répétitives qui ont des durées de l'ordre de milliseconde ou de la deuxième de la seconde provoqué par les manœuvres dans le réseau. Elle dépend uniquement des caractéristiques propres du réseau et des utilisateurs.

Une manœuvre (fermeture, ouverture d'un disjoncteur, etc....) dans un réseau de transport d'énergie est une action qui va modifier l'état du réseau en le faisant passer d'un régime existant avant la manœuvre à celles qui existent après l'action ; il en résulte des phénomènes transitoires. La tension peut avoir avant et après la manœuvre, des valeurs différentes par suite de la modification de l'état du réseau.

L'amplitude totale de la surtension due à la manœuvre peut être décomposée en deux parties, une composante transitoire superposée à une composante à fréquence industrielle.

On qualifie de surtension toute fonction du temps entre un conducteur de phase et la terre ou entre deux inducteurs de phase, dont la ou les valeurs de crêtes dépassent la valeur de crête à fréquence industrielle.

On définit par phénomène transitoire, dans les réseaux électriques, l'évolution des surtensions entre deux états de fonctionnement permanent.

Les surtensions, suivant la nature du phénomène transitoire, sont deux types :

## Chapitre1 : Généralités

---

- les surtensions temporaires à fréquence de service qui durent plusieurs secondes, ces surtensions peuvent contenir des harmoniques de la fréquence de service.
- les surtensions transitoires répétitives ou non qui ont des durées de l'ordre de la dixième de seconde.

Dans notre travail nous nous intéressons aux surtensions transitoires provoquées par les manœuvres d'un sectionneur ou d'un disjoncteur.

### 1.9.2.1.1. Types de manœuvre :

De façon générale, les perturbations sont issues des régimes transitoires qui prennent naissance lorsqu'on établit une connexion entre deux circuits électriques dont les potentiels sont différents ou lorsqu'on interrompt le courant qui circule dans un circuit avant son passage naturel par zéro. Les manœuvres les plus courantes dans les réseaux de transport d'énergie sont :

- ⚡ l'ouverture et la fermeture d'un disjoncteur.
- ⚡ la fermeture à vide d'un sectionneur.

#### a. manœuvre d'un disjoncteur :

- **fermeture :**

Dans un disjoncteur, la vitesse du courant est comprise entre 1 et 10 m/s est par conséquent le nombre d'amorçage à la fermeture est très réduit, souvent il n'y a qu'un seul réamorçage.

De ce fait dans nos simulations, la fermeture d'un disjoncteur sera le passage d'une valeur infinie de la résistance de contact à une valeur nulle.

- **Ouverture :**

On a apparition d'un phénomène transitoire à haute fréquence si le disjoncteur réamorçage, ce est exceptionnel si par ailleurs il y a absence de résistances auxiliaires pour extinction de l'arc, on peut observer plusieurs réamorçages.

#### b. Fermeture à vide d'un sectionneur

Il s'agit dans ce cas de connecter au réseau un jeu de barres présentant une charge purement capacitive. Les sectionneurs sont caractérisés par une faible vitesse de contact de l'ordre de 0.1m/s. À la fermeture lorsque la distance entre contact est telle que le seuil d'amorçage du

## Chapitre1 : Généralités

---

diélectrique gazeux est atteint, un arc s'établit assurant la connexion du jeu de barres avec le réseau.

G. Riquel [14] remarque que le nombre d'amorçage, donc de perturbation, est de l'ordre de cent ou plus selon la vitesse du sectionneur.

### 1.9.2.2. Surtensions atmosphériques :

Les coups foudre peuvent être ascendants ou descendants en fonction de la nature du précurseur ; ce dernier est le chemin préférentiel créé pour le coup de foudre par une série de pré décharge entre le nuage et le sol

Les surtensions de foudre sont celles que l'on peut assimiler a un choc de foudre positif ou négatif de forme normalisée, c'est a dire une onde périodique dont le front a une durée de l'ordre de la microsecondes et la queue de l'ordre de quelques dizaines de microseconde

#### 1.9.2.2.1. Nature et comportement de la foudre :

La foudre est une décharge électrique entre un nuage et le sol ou entre deux nuages. A la différence d'un condensateur, où les charges sont à la surface des électrodes conductrices, dans un nuage orageux, les charges sont portées par les gouttelettes d'eau ou les cristaux de glace ; leurs déplacements sont relativement lents, de telle sorte qu'une décharge ne met en jeu qu'une partie des charges continues dans le nuage.

Ainsi, un coup de foudre est généralement constitué d'une série de décharges, utilisé le même trajet d'éclair, et séparées les unes des autres d'un temps variant entre quelques dizaines de micro secondes jusqu'à quelques dixièmes de secondes.

Les décharges entre nuage et sol sont négatives dans 90 % des cas ; elles frappent ainsi les points de l'électrode opposée aux points où le champ électrique est le plus fort : c'est-à-dire les pointes (arbres, clochers, pylônes, fils de lignes électriques, etc...).

On peut chiffrer approximativement les grandeurs d'un coup foudre :

$10^8$  à  $10^{10}$  V      pour le potentiel d'un nuage ;

5 à 10 KV/m      pour le champ électrique au voisinage du sol pendant orages ;

20 à 60 KV      pour l'intensité d'une décharge

## Chapitre1 : Généralités

200 KA pour des valeurs extrêmes

10 à 300 C pour les charges des nuages.

L'onde de choc présente un front de 1 à 5  $\mu\text{s}$  et une durée de demi-amplitude de 20 à 50  $\mu\text{s}$  (durée jusqu'à ce que la tension ait atteint la moitié de sa valeur maximum).

Les décharges négatives, partant du nuage suivant un canal nommé streamer, descendent vers le sol par échelons, avec une allure bifurquée. La vitesse de l'éclair est de 20 à 100 m/  $\mu\text{s}$ , correspondant à une vitesse en ligne droite entre 15 et 65 m/  $\mu\text{s}$ .

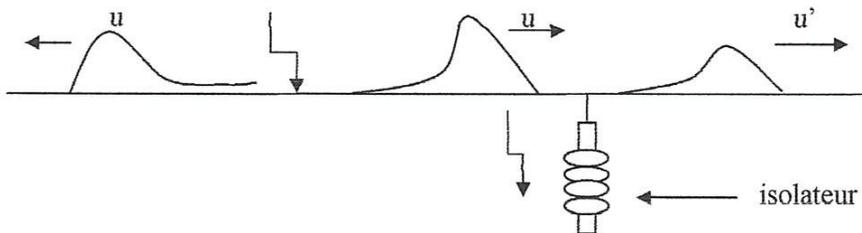
### 1.9.2.2.2. Mode d'action de la foudre sur les lignes :

Aussi bien les réseaux BT que les réseaux HT sont influencés par la foudre et cela de quatre manières :

- ⚡ Par coup de foudre direct
- ⚡ Par coup de foudre indirect
- ⚡ Par induction électromagnétique (choc en retour)
- ⚡ Par induction électrostatique.

#### a. Coup de foudre direct :

La décharge atteint directement un ou plusieurs conducteurs de lignes. Les charges s'écoulent dans la ligne, dans les deux sens, en y développant un potentiel dépendant de l'impédance d'onde.



**Exemple :** Admettons qu'une décharge de 60 KA touche les trois conducteurs d'une ligne

D'impédance  $Z_{\omega} = 500 \Omega$

Le potentiel maximum sera :

## Chapitre1 : Généralités

---

$$\hat{U}_1 = \frac{Z\hat{I}}{6} = 5 \text{ MV}$$

Pour un front d'onde de 3  $\mu\text{s}$ , cela donne un gradient moyen de 1,7 MV/  $\mu\text{s}$ .

Si l'impédance de l'élément où s'écoulent les charges est très grande, le potentiel développé sera tel que l'objet frappé peut être mis en miettes (poteau de bois) ou volatilisé (fil de faible section).

L'onde ayant touché la ligne se déplace le long de celle-ci. Au passage d'un isolateur, elle peut provoquer un amorçage si sa valeur dépasse la tension disruptive de l'isolateur, tension de contournement de choc. Une partie de charges s'écoule à terre par le rapport (pylônes par ex ). L'onde est alors réduite à une valeur  $U'$ .

Toutefois, aussi bien les valeurs  $u$  que  $u'$  sont très élevées et dépassent la tension provoquant un effet consomme de l'énergie et réduit la tension  $u'$ .

Le coup de foudre direct est très dangereux pour le matériel. Aussi s'en protège -t- on par l'emploi des fils de garde, placés au sommet des pylônes et reliés à des prises de terre aussi soignées et rapprochées que possible.

### **b. Coup de foudre indirect :**

Lorsque la foudre frappe directement un pylône ou un fil de garde, les charges s'écoulent à la terre. Le potentiel atteint par le pylône est défini par l'impédance de celui-ci, mais surtout par sa résistance de mise à terre, qui dépend de la surface des électrodes et des caractéristiques du terrain environnant. Lorsque cette résistance est importante, le potentiel atteint par le pylône peut dépasser la tension de contournement des chaines d'isolateur. Une décharge se produit à l'envers, vers la ligne, et une onde mobile est injectée dans celle-ci, d'amplitude au moins égale à la tension de contournement.

### **1.9.2.2.3. Etude de courant de foudre :**

on se bornera a étudier ici les courants de foudre sous l'angle d'une statique expérimentale, seule méthode adaptée a des phénomènes naturels de cette complexité.

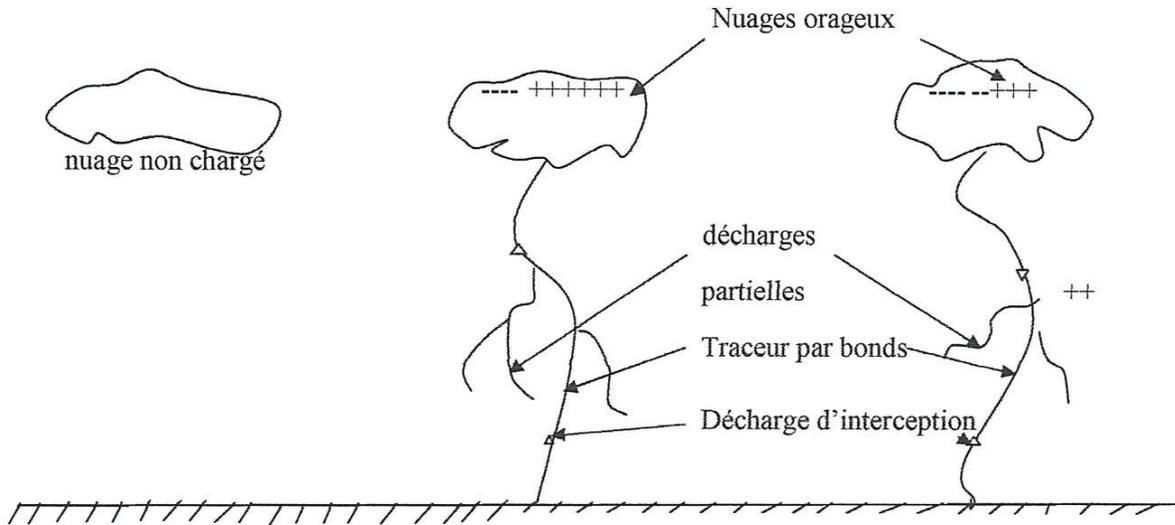


Figure 1.4. Cas simplifié de coups de foudre en plaine (foudre descendante)

Les expérimentateurs ont eu recours de deux méthodes :

-**la méthode passive** : consistant à attendre patiemment la chute de coups de foudre des tours élevées (pylônes, antennes, bâtiments etc. ...).

-**la méthode active**: consiste à attirer la foudre au moyen de fusées tirées en direction des nuages orageux et tractant des fils métalliques conducteurs permettant l'amorçage artificiel de la foudre.

Dans les deux cas on mesure le courant de foudre sur une plate-forme équipée au moyen de shunts et de boucles inductives, tenues prêtes à l'enregistrement en période orageuse.

#### 1.9.2.2.4. L'expression mathématique de l'onde de foudre :

Le courant de foudre peut s'exprimer par une soustraction de deux exponentiels comme le montre l'expression

$$I(t) = I_0 (\exp(-\alpha t) - \exp(-\beta t)) \quad (1.36)$$

$I_0$  : Valeur crête du courant de foudre

$\alpha$  et  $\beta$  sont des constantes de temps

## Chapitre1 : Généralités

---

### Conclusion

Ce chapitre généralités, que nous avons consacré aux outils et modèles mathématiques, nous permet d'introduire notre domaine de travail, nous avons décrit succinctement la théorie générale d'une ligne, le calcul de leurs caractéristiques linéique, nous avons donné un aperçu sur les phénomènes transitoires dans le réseau de transport d'énergie électrique

*Chapitre 2 :*  
*Modélisation d'une*  
*ligne de transport*  
*d'énergie*

### Introduction

Les ondes se propagent avec une vitesse dépendant du milieu. Les appareils rencontrés par les ondes introduisant donc des retards qu'il faut évaluer. De même, les rapports entre courants et tension en un point dépendent aussi du milieu par son impédance ; c'est l'impédance d'onde qui intervient pour les phénomènes très rapides, c'est-à-dire l'impédance définie à l'aide des équations de propagation des ondes électromagnétiques. Sans résoudre dans le cas généraux de propagation les équations de Maxwell associent des conditions aux limites, on utilise certaines modèles résultant de leur considération, en particulier pour les lignes de transport d'énergie.

La modélisation des lignes est une démarche complexe qui a évalué particulier grâce aux méthodes mathématiques.

- ✚ Les méthodes basées sur les ondes mobiles [5]
- ✚ Les méthodes utilisant les transformations de Fourier ou de Laplace [6]
- ✚ Résolution des équations de lignes par la méthode des éléments finis et les différences finis [7].

L'étude des régimes transitoires dans le réseau de transport d'énergie nécessite une modélisation adéquate des lignes ainsi que l'introduction des grandeurs temporelles.

Le problème majeur concernant la représentation numérique des lignes de transport d'énergie est celui de la dépendance des paramètres linéiques de la fréquence.

Dans ce chapitre nous détaillerons les différents modèles basés sur les ondes mobiles qui sont les mieux adaptés à l'ordinateur et permettent un calcul direct dans le domaine temporel.

### 2.1 Méthode numérique fondée sur la transformation de Fourier

D'un point de vue théorique, le principe en est simple. Lorsque tous les éléments du réseau sont linéaire, la transformée de Fourier de l'état électrique en un point est le produit de la transformée de Fourier de la fonction excitatrice  $S(\omega)$  par la fonction de transfert complexe du réseau  $G(\omega)$ . La réponse temporelle est obtenue par intégration de la transformée inverse de Fourier. :

$$u(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega)G(\omega) \exp(-\omega t) d\omega \quad (2.1)$$

## Chapitre 2 : Modélisation d'une ligne de transport d'énergie

Sans entrer dans le détail de la recherche de la fonction de tr d'un réseau, il est bon de rappeler que celle d'une ligne peut être caractérisée par la matrice de chaîne de cette ligne considérée alors comme un quadripôle [2].

### 2.1.1. Méthode de résolution par transformation de Fourier (ou de Laplace)

Les principes de base ont été énoncés au paragraphe précédent, il s'agit de calculer l'intégrale :

$$v(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(w) \exp(jwt) dw \quad (2.2)$$

Les cas sont malheureusement rares où il est possible de trouver l'expression analytique de cette transformée et il faut donc l'évaluer numériquement.

Afin d'améliorer le processus d'intégration : c'est la transformée de Fourier modifiée.

On choisit une constante arbitraire et l'on calcule :

$$v(t) = \frac{1}{\pi} \exp(at) \int_{-\infty}^{\infty} F(w - ja) \exp(jwt) dw \quad (2.3)$$

Cette constante sert à déplacer le chemin d'intégration de manière à l'éloigner des pôles du système où les variations de la fonction à intégrer sont trop importantes. Sur certains calculateurs, des logiciels de ce type sont disponibles en standard.

Les méthodes employant les transformations de Fourier ou de Laplace permettent, dans les réseaux linéaires, d'introduire la variation des paramètres en fonction de la fréquence.

Cela est particulièrement intéressant pour le calcul des régimes transitoires dans les câbles-ci ont des caractéristiques dépendant fortement de la fréquence.

En revanche, ces méthodes présentent des inconvénients non négligeables :

- La précision est reliée à l'exactitude avec laquelle on peut calculer  $F(w)$  ; du fait des erreurs d'arrondis que l'on obtient en faisant un calcul sur l'ordinateur, il s'ensuit que des fonctions différentes peuvent avoir des originaux indiscernables ; il est donc difficile de prévoir la précision des calculs, surtout si le réseau est complexe et le calcul de  $F(w)$  compliqué ;

## Chapitre2 : Modélisation d'une ligne de transport d'énergie

- Le calcul de  $f(t)$  requiert l'évaluation de nombreuses valeurs de  $F(w)$ , donc, si  $F(w)$  est long à déterminer, on aboutit à des temps de calcul prohibitifs ;
- Cette méthode ne permet pas de prendre en compte des phénomènes dépendant des variables calculées, tels que l'ouverture des pôles de disjoncteurs au zéro de courant ; elle ne permet pas non plus de modéliser des éléments de réseau non linéaires tels que parafoudres ou inductances saturables [8].

### 2.2. Méthode numérique aux différences finies

Les différences centrées nous donnent :

$$\frac{\partial I_j(t)}{\partial t} \approx \frac{I_j(t+\Delta t) - I_j(t-\Delta t)}{2\Delta t} \quad (2.4)$$

Pour  $\Delta t = \frac{\Delta t}{2}$  l'équation (2.4) de vient :

$$\frac{\partial I_j(t)}{\partial t} \approx \frac{I_j\left(t+\frac{\Delta t}{2}\right) - I_j\left(t-\frac{\Delta t}{2}\right)}{\Delta t} \quad (2.5)$$

A l'instant  $t = n\Delta t$  :

$$\frac{\partial I_j(t)}{\partial t} \approx \frac{I_j^{n+0.5} - I_j^{n-0.5}}{\Delta t} \quad (2.6)$$

A l'instant  $t = (n + 0.5)\Delta t$  :

$$\frac{\partial V_i^{n+0.5}}{\partial t} \approx \frac{V_i^{n+1} - V_i^n}{\Delta t} \quad (2.7)$$

Où

$I_j^n$  est le courant au point  $x_j$  à l'instant  $n \Delta x$ .

$V_i^{n+0.5}$  est la tension au point  $x_i$  à l'instant  $(n + 0.5)\Delta t$ .

Non signalons ici que la dérivée de courant par rapport au temps calculée avant le calcul de la dérivée de tension par rapport au temps.

En substituant les équations (2.4) et (2.2.5) dans (2.26) et dans (1.1) et (1.2) et après quelques manipulations mathématiques on obtient :

$$\frac{R\Delta t}{L} I_j^n = \frac{I_j^{n+0.5} + I_j^{n-0.5}}{2L} R\Delta t \quad (2.8)$$

$$G \frac{\Delta t}{C} V_i^{n+0.5} = \frac{V_i^{n+1} + V_i^n}{2C} G\Delta t \quad (2.9)$$

L'application de la méthode aux différences finis par un système d'équation permet de trouver des solutions approchées de tension et de courant

## Chapitre2 : Modélisation d'une ligne de transport d'énergie

$$v(x, t) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(x) V_i(t) \quad (2.10)$$

$$i(x, t) = \sum_{i=j}^n \Psi_i(x) I_j(t) \quad (2.11)$$

A partir des équations (2.10) et (2.11) on arrive finalement a :

$$I_j^{n+0.5} = \frac{2L-R\Delta t}{2L+R\Delta t} I_j^{n-0.5} \frac{2\Delta t}{2L+R\Delta t} \sum_{a=1}^2 \frac{\partial \varphi_a}{\partial x} V_a^n(t) \quad j = 1, 2 \dots n \quad (2.12)$$

$$V_i^{n+1} = \frac{2C-G\Delta t}{2C+G\Delta t} V_i^n \frac{2\Delta t}{2C+G\Delta t} \sum_{a=1}^2 \frac{\partial \Psi_a}{\partial x} I_a^{n+0.5}(t) \quad i = 1, 2 \dots n \quad (2.13)$$

Connaissant les conditions initiales a  $t=0$  ; les équations (2.8) et (2.9) permettent de calculer le courant  $I_j$  et la tension  $V_j$  alternativement.

$\varphi_i(x)$  et  $\Psi_j(x)$  : représentent les polynômes d'interpolation du premier ordre.

La forme de la fonction d'interpolation est donnée comme suit :

$$U_b = U_1 \frac{x_2 - x_b}{x_2 - x_1} + U_2 \frac{x_1 - x_b}{x_1 - x_2} \quad (2.14)$$

$x_b$  : La coordonnée d'un point entre les nœuds 1 et 2

$x_1$  et  $x_2$  : Les coordonnées du nœud 1 et 2 respectivement.

$U_b$  : La valeur d'interpolation entre les nœuds 1 et 2

$U_1$  : correspond au courant  $I_j^{n+0.5}$  montré dans la relation (2.12) ou  $V_i^{n+1}$  dans la relation (2.9).

$U_2$  : correspond au courant  $I_{j+1}^{n+0.5}$  montré dans la relation (2.17) ou  $V_{i+1}^{n+1}$  dans la relation (2.9).

La dérivée de la relation (2.14) nous donne :

$$\frac{\partial U_b}{\partial x} = \frac{U_1 - U_2}{x_2 - x_1} \quad (2.15)$$

### 2.2.1. Stabilité numérique

En remplaçant (2.15) dans les équations (2.12) et (2.13) ; on obtient les équations suivantes :

$$I_j^{n+0.5} = \frac{2L-R\Delta t}{2L+R\Delta t} I_j^{n-0.5} \frac{2\Delta t}{(2L+R\Delta t)\Delta x} (V_{i+1}^n - V_i^n) \quad (2.16)$$

## Chapitre2 : Modélisation d'une ligne de transport d'énergie

$$V_i^{n+1} = \frac{2C-G\Delta t}{2C+G\Delta t} V_i^n \frac{2\Delta t}{(2C+G\Delta t)\Delta x} (I_{j+1}^{n+0.5} - I_j^{n+0.5}) \quad (2.17)$$

Où :

$$\Delta x = x_2 - x_1.$$

La solution générale de ce système est stable à la seule condition que la condition suivante soit vérifiée :

$$u \leq \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$u$  : est la vitesse de propagation de l'onde

### Remarque

La résolution des systèmes d'équations intégro-différentielles représentant le comportement d'un réseau électrique pose entre autres deux problèmes d'ordre général.

Le premier concerne la formulation de la question. Les interrogations qui se posent alors sont :

- Quelles inconnues choisir ?
- Quelles équations écrire ?

Le but final est d'arriver à un système d'équation linéairement indépendante ; la théorie générale des réseaux maillés répond à ces questions.

Le second problème est la résolution numérique des équations différentielles. Les problèmes posés sont alors la stabilité numérique et la précision des calculs.

Il existe de nombreuses méthodes ayant chacune leurs avantages et leurs inconvénients. Citons la plus simple, la méthode de d'Euler, facile à mettre en œuvre, stable mais toujours très précise, la méthode de trapèzes ou la méthode élaborée de Rung-Kutta.

### 2.3. Méthodes numériques de Bergeron [9]

Un circuit doit être traité comme un élément à constantes réparties dès lors que le temps de propagation sur ce circuit n'est plus négligeable devant la période la plus petite des signaux étudiés. Les lignes et les câbles sont évidemment les circuits à constantes réparties le plus couramment rencontrés.

Toute fois nous adoptons, pour la suite de notre travail, la convention suivante :

- ✚ Si les caractéristiques linéiques sont indépendantes de la fréquence, alors nous utiliserons le terme **constant réparties**.

## Chapitre2 : Modélisation d'une ligne de transport d'énergie

✚ Si les caractéristiques linéiques sont fonction de la fréquence, alors nous utiliserons le terme **paramètres répartis**.

### 2.3.1. Théorie générale des ondes mobiles

Si les régimes transitoires sont très rapides ou si l'on néglige les pertes actives, les équations de propagations (1.1) et (1.2) deviennent :

$$\begin{cases} \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = -L \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \\ \frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = -C \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = LC \frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial x^2} = LC \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} \end{cases} \quad (2.18)$$

La solution générale des ces équations est de la forme :

$$u(x, t) = u_+(x - vt) + u_-(x + vt) \quad (2.19)$$

$$i(x, t) = \frac{1}{Z_c} (i_+(x - vt) - i_-(x + vt)) \quad (2.20)$$

La méthode de Bergeron évite le calcul des fonctions  $u_+$  et  $u_-$  qui n'est possible que dans des cas très simple.

### 2.3.2. Principe de la méthode de Bergeron

En combinant les équations (2.19) et (2.20) on trouve :

$$u(x, t) + Z_c i(x, t) = 2u_+(x - vt) \quad (2.21)$$

$$u(x, t) - Z_c i(x, t) = 2u_-(x + vt) \quad (2.22)$$

Pour des valeurs de  $x$  telles que  $(x - vt) = cst$ , on aura :

$$u(x, t) + Z_c i(x, t) = cst.$$

De même pour  $(x + vt) = cst$

$$u(x, t) - Z_c i(x, t) = cst.$$

En d'autres termes dans un graphique de coordonnées  $(u, i)$ , l'état électrique d'un point quelconque de la ligne à l'instant  $t$  se situe sur une droite de pente  $-Z_c$  passant par le point origine défini par son état électrique  $[u, i]$  à l'instant  $[t - \frac{x}{c}]$ .

La méthode de Bergeron à l'avantage de pouvoir traiter des caractéristiques de source ou de compte des pertes ou de la distorsion des ondes avec la fréquence.

### 2.3.3. Schéma équivalent d'une ligne à constantes réparties

#### a- Ligne sans pertes

Dans le cas d'un tronçon à constantes réparties sans pertes (figure.2.1) sur la base de la méthode de Bergeron on peut écrire directement :

## Chapitre 2 : Modélisation d'une ligne de transport d'énergie

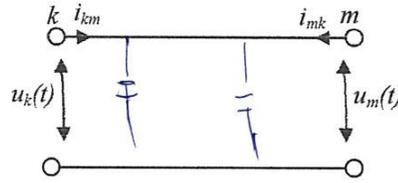


Figure.2.1. Ligne sans pertes

$$u_m(t - \tau) + Z_c i_{mk}(t - \tau) = u_k(t) + Z_c (-i_{km}(t)) \quad (2.23)$$

On trouve :

$$i_{km}(t) = \frac{u_k(t)}{Z_c} + I_k(t - \tau) \quad (2.24)$$

Par analogie

$$i_{mk}(t) = \frac{u_m(t)}{Z_c} + I_m(t - \tau) \quad (2.25)$$

où :

$$I_k(t - \tau) = -\frac{u_m(t - \tau)}{Z_c} - i_{mk}(t - \tau) \quad (2.26)$$

$$I_m(t - \tau) = -\frac{u_k(t - \tau)}{Z_c} - i_{km}(t - \tau) \quad (2.27)$$

$\tau = \frac{l}{v} = l\sqrt{LC}$  : temps de propagation de k vers m.

D'où le schéma équivalent :

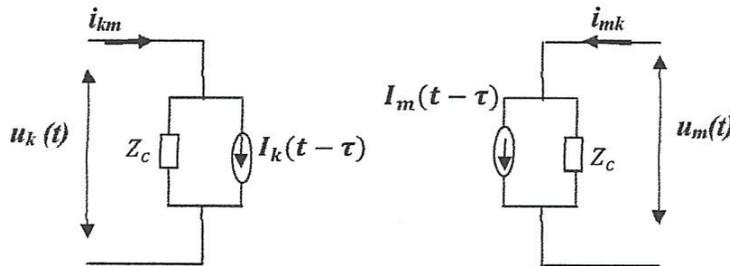


Figure 2.2. Schéma équivalent d'une ligne à constantes réparties, sans pertes

### b-Ligne avec pertes

Les lignes de transmission réelles possèdent des pertes ( $R \neq 0$ ,  $G \neq 0$ ) mais en pratique la conductance est négligeable ( $G \approx 0$ ) dans l'étude des lignes de transport d'énergie. Par contre, la résistance série  $R$  est importante et doit être considérée.

## Chapitre 2 : Modélisation d'une ligne de transport d'énergie

La simplicité du modèle de la Figure 2.1 provient du fait que les pertes sont négligées. Pour inclure les pertes résistives dans le modèle tout en conservant sa simplicité, la technique proposée par Dammel [9] est de scinder la résistance totale en trois parties, plaçant le quart à chaque extrémité et la moitié au milieu (Figure 2.3).

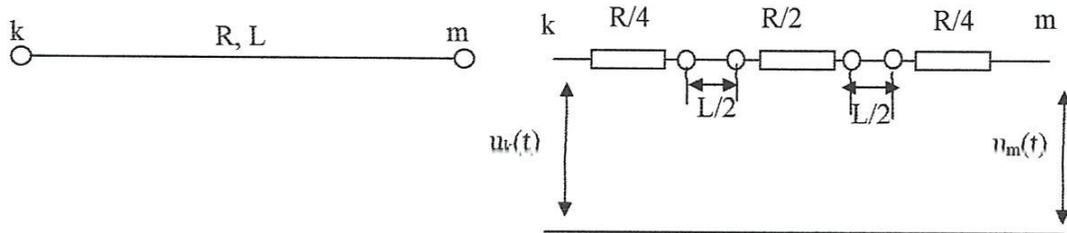


Figure 2.3 Schéma équivalent d'une ligne avec pertes

Ce schéma est identique à celui d'une ligne sans perte, mais avec de nouvelles expressions pour les sources de courant fictif et l'impédance caractéristique.

$$Z'_c = Z_c + R/4 \quad (2.28)$$

$$I'_{km}(t-\tau) = \left(\frac{Z_c}{Z_c + R/4}\right) I_{km}(t-\tau) + \left(\frac{R/4}{Z_c + R/4}\right) I_{mk}(t-\tau) \quad (2.29)$$

$$I'_{mk}(t-\tau) = \left(\frac{Z_c}{Z_c + R/4}\right) I_{mk}(t-\tau) + \left(\frac{R/4}{Z_c + R/4}\right) I_{km}(t-\tau) \quad (2.30)$$

Ce modèle reste valable à condition que  $R/4 \ll Z_c$

Dans la méthode numérique de Bergeron c'est l'admittance de la ligne qui est utilisée de préférence à son impédance. L'écriture des équations à chaque nœud est ainsi facilitée.

### 2.3.4. Schéma équivalent du tronçon formé par une résistance concentrée

Pour une résistance concentrée la loi d'ohm donne immédiatement :

$$i_{kr}(t) = \frac{(u_k(t) - u_r(t))}{R} \quad (2.31)$$

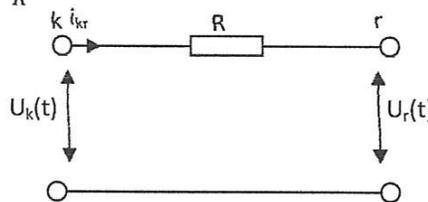


Figure 2.4. Schéma équivalent d'une résistance concentrée

## Chapitre2 : Modélisation d'une ligne de transport d'énergie

### 2.3.5. Schéma équivalent du tronçon formé par une inductance concentrée

Par la relation de définition de l'inductance, il vient :

$$u_k - u_l = L \left( \frac{di_{kl}}{dt} \right) \quad (2.32)$$

En remplaçant la dérivée par une différence finis, on obtient :

$$i_{kl}(t) = i_{kl}(t - \Delta t) + \frac{1}{L} \int_{t-\Delta t}^t (u_k - u_l) dt \quad (2.33)$$

La chute de tension  $u_k - u_l$  n'étant définie qu'à des instants de temps discrètes avec un pas égale à  $\Delta t$ , l'intégrale (2.34) peut être effectuée en appliquant la règle de trapèze.

Il vient alors :

$$i_{kl}(t) = i_{kl}(t - \Delta t) + \left( \frac{\Delta t}{2L} \right) (u_k(t - \Delta t) - u_l(t - \Delta t) + u_k(t) - u_l(t)) \quad (2.34)$$

En notant :

$$I_{kl}(t - \Delta t) = i_{kl}(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2L} (u_k(t - \Delta t) - u_l(t - \Delta t)) \quad (2.35)$$

On a :

$$i_{kl}(t) = \frac{\Delta t}{2L} (u_k(t) - u_l(t)) + I_{kl}(t - \Delta t) \quad (2.36)$$

Ce qui correspond au schéma équivalent de la figure 2.5.

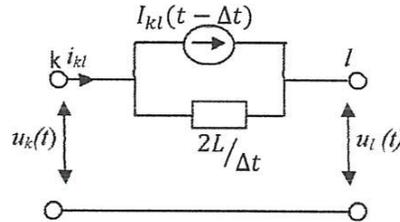


Figure 2.5. Schéma équivalent d'une inductance concentrée

### 2.3.6. Schéma équivalent du tronçon formé par une capacité concentrée

Un raisonnement analogue à celui du paragraphe (2.3.5) donne :

$$i_{kc}(t) = \frac{2C}{\Delta t} (u_k(t) - u_c(t)) + I_{kc}(t - \Delta t) \quad (2.37)$$

Avec :

$$I_{kc}(t - \Delta t) = -i_{kc}(t - \Delta t) - \frac{2C}{\Delta t} (u_k(t - \Delta t) - u_c(t - \Delta t)) \quad (2.38)$$

## Chapitre2 : Modélisation d'une ligne de transport d'énergie

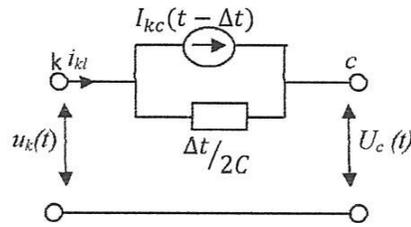


Figure 2.6. Schéma équivalent d'une capacité concentrée

### 2.3. 7.Extension du modèle monophasée

La plupart du temps, les réseaux de transport et distribution d'énergie électrique travaillent dans des conditions proches d'une symétrie parfaite. En effet, les trois phases des alternateurs sont, par construction symétriques. Les impédances propres et mutuelles des différentes phases des transformateurs et des lignes aériennes ont des valeurs approximativement égales. Enfin, les charges sont aussi en générale symétrique.

#### 2.3.7.1. Ligne polyphasée

Pour les lignes triphasées transposées, les inductances, les capacités et les résistances linéiques sont égales, de même les inductances, les capacités et les résistances mutuelles sont aussi égales. Dans ce cas l'approche utilisée repose sur la théorie de *décomposition modale* (ou diagonalisation), permettant de convertir le problème de  $n$  phases couplées en un ensemble de  $n$  circuits découplés (appelés *modes*). Chaque mode est résolu indépendamment comme un circuit monophasé possédant sa propre impédance caractéristique  $Z_c$  et son propre délai de propagation  $\tau$ .

Avec l'approche de décomposition modale, le passage du domaine des modes vers le domaine des phases s'effectue à l'aide de la matrice de transformation, tel que [10].

$$[u_{phase}] = [T_e][u_{mode}] \quad (2.39)$$

$$[i_{phase}] = [T_i][i_{mode}] \quad (2.40)$$

## Chapitre2 : Modélisation d'une ligne de transport d'énergie

Avec  $[T_e]$  et  $[T_i]$  les matrices de transformation de Clarke ( $[T_e]$  tension,  $[T_i]$  courant).

### 2.4. Ligne à paramètres réparties

#### 2.4.1. Modèle de J. K.Snelson

Pour une ligne à constantes réparties et avec perte, Dommel propose un modèle approché dans lequel l'expression des sources fictives est :

$$b_k(t) = \left(\frac{Z_c}{Z_c + R/4}\right) f_m(t-\tau) + \left(\frac{R/4}{Z_c + R/4}\right) f_k(t-\tau) \quad (2.41)$$

$$b_m(t) = \left(\frac{Z_c}{Z_c + R/4}\right) f_k(t-\tau) + \left(\frac{R/4}{Z_c + R/4}\right) f_m(t-\tau) \quad (2.42)$$

J.K. Snelson remarque que les réponses impulsionnelles de  $b_k$  et  $b_m$  sont des approximations de celles d'une ligne à paramètres distribués et dépendants de la fréquence ; il propose alors un modèle similaire à celui d'une ligne sans perte et à constantes réparties [11].

Soit une ligne monophasée, sans perte, de longueur  $l$ , de nœuds  $k$  et  $m$  et dont les paramètres linéiques sont constants. La solution générale des équations des télégraphistes et les ondes mobiles nous permettent d'écrire le système d'équations suivant :

$$u_m(t-\tau) + Z_c i_{mk}(t-\tau) = u_k(t) + Z_c (-i_{km}(t)) \quad (2.43)$$

$$u_k(t-\tau) + Z_c i_{km}(t-\tau) = u_m(t) + Z_c (-i_{mk}(t)) \quad (2.44)$$

A partir de la solution des équations des télégraphistes on obtient les équations suivantes :

$$u(x,t) + Z_c i(x,t) = 2u+(x-vt) \quad (2.45)$$

$$u(x,t) - Z_c i(x,t) = 2u-(x+vt) \quad (2.46)$$

En appliquant les deux relations aux extrémités  $k$  et  $m$  de la ligne nous obtenons les équations suivantes :

$$f_k(t) = u_k(t) + Z_c i_{km}(t) \quad (2.47)$$

$$f_m(t) = u_m(t) + Z_c i_{mk}(t) \quad (2.48)$$

$$b_k(t) = u_k(t) - Z_c i_{km}(t) \quad (2.49)$$

## Chapitre2 : Modélisation d'une ligne de transport d'énergie

$$b_m(t) = u_m(t) - Z_c i_{mk}(t) \quad (2.50)$$

En utilisant les relations (2.44) et (2.45), les équations (2.50) et (2.51) deviennent :

$$b_k(t) = f_m(t - \tau) \quad (2.51)$$

$$b_m(t) = f_k(t - \tau) \quad (2.52)$$

J.K. Snelson fait tendre  $\omega$  vers l'infini dans l'expression de  $Z_{cf}$ , il justifie cela par l'effet de la haute fréquence ; à partir de cette hypothèse  $Z_{cf}$  est remplacé par  $Z_1$  qui est sa limite quand  $\omega$  tend vers l'infini :

$$Z_1 = \lim_{\omega \rightarrow \infty} Z_{cf} = \sqrt{\frac{L_\infty}{C}} \quad (2.53)$$

$$f_k(t) = u_k(t) + Z_1 i_{km}(t) \quad (2.54)$$

$$f_m(t) = u_m(t) + Z_1 i_{km}(t) \quad (2.55)$$

$$b_k(t) = u_k(t) - Z_1 i_{km}(t) \quad (2.56)$$

$$b_m(t) = u_m(t) - Z_1 i_{km}(t) \quad (2.57)$$

En passant dans le domaine fréquentiel, par transformation de fourrier, ces équations deviennent :

$$f_k(\omega) = u_k(\omega) + Z_1 i_{km}(\omega) \quad (2.58)$$

$$f_m(\omega) = u_m(\omega) + Z_1 i_{mk}(\omega) \quad (2.59)$$

$$B_k(\omega) = u_k(\omega) + Z_1 i_{km}(\omega) \quad (2.60)$$

$$B_m(\omega) = u_m(\omega) + Z_1 i_{mk}(\omega) \quad (2.61)$$

En faisant appel la solution générale des lignes dans le domaine fréquentiel sous forme quadripolaire :

$$u(\omega) = u_m(\omega) \cosh(\gamma l) - Z_{cf} i_m(\omega) \sinh(\gamma l) \quad (2.62)$$

$$i_k(\omega) = \frac{u_m(\omega)}{Z_{cf}} \sinh(\gamma l) + i_m(\omega) \cosh(\gamma l) \quad (2.63)$$

## Chapitre2 : Modélisation d'une ligne de transport d'énergie

Après quelques manipulations mathématiques en fréquentiel, J.K. Snelson aboutit aux deux expressions suivantes :

$$B_k(\omega) = A_1(\omega) F_m(\omega) + A_2(\omega) F_k(\omega) \quad (2.64)$$

$$B_m(\omega) = A_2(\omega) F_k(\omega) + A_1(\omega) F_m(\omega) \quad (2.65)$$

$$A_1(\omega) = \frac{1}{\cosh(\gamma l) + 0.5(Z_1/Z_{cf} + Z_{cf}/Z_1) \sinh(\gamma l)} \quad (2.66)$$

$$A_2(\omega) = \frac{-0.5(Z_1/Z_{cf} - Z_{cf}/Z_1) \sinh(\gamma l)}{\cosh(\gamma l) + 0.5(Z_1/Z_{cf} + Z_{cf}/Z_1) \sinh(\gamma l)} \quad (2.67)$$

$A_1(\omega)$  et  $A_2(\omega)$  sont des fonctions de pondération qui ne dépendent que de la longueur  $l$ , de la fonction de la propagation  $\gamma$  et de l'impédance caractéristique  $Z_{cf}$ . Dans le modèle de J.K. Snelson les sources de courant sont obtenues à partir des transformées de Fourier inverses des équations :

$$b_k(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} a_1(v) f_m(t-v) dv + \int_{-\infty}^{+\infty} a_2(v) f_k(t-v) dv \quad (2.68)$$

$$b_m(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} a_1(v) f_k(t-v) dv + \int_{-\infty}^{+\infty} a_2(v) f_m(t-v) dv \quad (2.69)$$

Où :

$a_1(t)$  et  $a_2(t)$  sont les transformées de Fourier inverses de  $A_1(\omega)$  et  $A_2(\omega)$ .

Les sources de tensions étant définies par les équations de convolution représentées par les équations (2.69) et (2.30), il en résulte le schéma équivalent suivant :

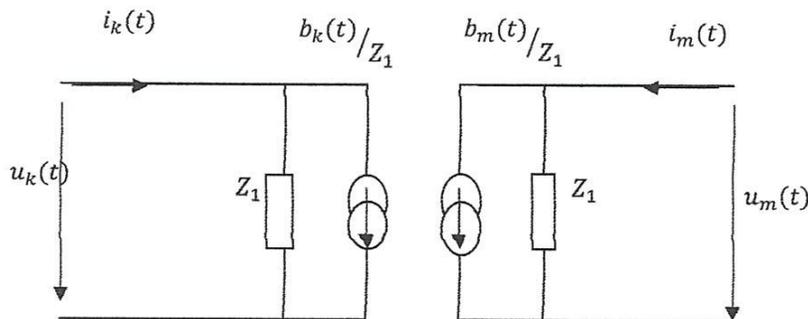


Figure 2.7. Schéma équivalent d'une ligne à paramètres dépendant de la fréquence

## Chapitre 2 : Modélisation d'une ligne de transport d'énergie

### 2.4.2. Modèle de J. R. Marti

Le modèle de J. R. Marti est analogue à celui de J. K. Snelson mais l'auteur a eu l'idée de modéliser l'impédance caractéristique de la ligne par une série de bloc R-C (schéma de Foster) [12-13].

En remplaçant la résistance  $Z_1$  par  $Z_{eq}$ , l'auteur remarque qu'il n'y a plus de réflexions aux deux extrémités de la ligne (ligne adaptée) ce qui n'est pas le cas pour  $Z_1$ .

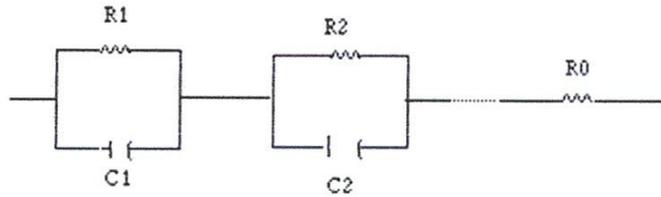


Figure 2.8. Schéma équivalent de l'impédance caractéristique

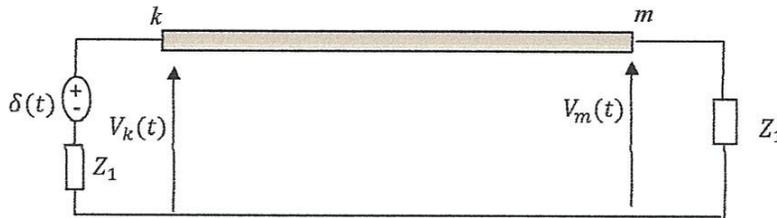


Figure 2.9. Circuit test pour l'impédance caractéristique

J. R. Marti néglige la conductance  $G$  et remplace l'impédance caractéristique  $Z_{cf}$  par une impédance équivalente définie par :

$$Z_{eq} = K \frac{(s+z1)(s+z2)\dots\dots\dots(s+zn)}{(s+p1)(s+p2)\dots\dots\dots(s+pn)} \quad (2.70)$$

Pour que la décomposition de  $Z_{eq}$  soit possible avec le schéma de Foster il faut que le nombre de pôles doit être égale au nombre des zéros de plus les pôles et les zéros doivent être des réels sans multiplicité.

## Chapitre2 : Modélisation d'une ligne de transport d'énergie

$Z_{eq}$  peut aussi se mettre sous la forme d'une somme de fraction rationnelle.

$$Z_{eq}(s) = K_0 + \frac{k_1}{s+p_1} + \frac{k_2}{s+p_2} + \dots + \frac{k_n}{s+p_n} \quad (2.71)$$

Ou :

$$K_0 = \lim_{s \rightarrow \infty} Z_{eq}(s) \quad (2.72)$$

$$K_i = \lim_{s \rightarrow -p_i} Z_{eq}(s)(s+p_i) \quad i=1.2.\dots\dots\dots,n \quad (2.73)$$

Par identification nous obtenons les paramètres des blocs R-C

$$R_0 = K_0$$

$$R_i = \frac{k_i}{p_i}$$

$$C_i = \frac{1}{k_i}$$

En remplaçant  $Z_{cf}$  par l'impédance équivalente  $Z_{eq}$ , J.R Marti aboutit a une modèle simplifié et plus proche du comportement transitoire de la ligne. En reprenant la même méthodologie pour le modèle de J.K. Nelson on aboutit aux deux équations suivantes :

$$B_k(w) = A_1(w) F_m(w) \quad (2.74)$$

$$B_m(w) = A_1(w) F_k(w) \quad (2.75)$$

La fonction de pondération  $A_1(w)$  dans ce modèle s'exprime comme suit :

$$A_1(w) = \frac{1}{\cosh(yL) + \sinh(yL)} \quad (2.76)$$

Elle peut être mise sous la forme suivante :

$$A_{1a}(s) = k \frac{(s+z'_1)(s+z'_2)\dots\dots\dots(s+z'_n)}{(s+p'_1)(s+p'_2)\dots\dots\dots(s+p'_m)} \quad (2.77)$$

Ou :

$P_i$  et  $Z_i$  sont des réels positifs et simple et n doit être inférieur a m.

En temporel la fonction de pondération peut être approchée par transformée de Fourier inverse par :

$$a_{1a}(t) = 0 \text{ pat } t \leq \tau \quad (2.78)$$

## Chapitre 2 : Modélisation d'une ligne de transport d'énergie

$$a_{la}(t) = [k_1 \exp(-p_1(t-\tau)) + k_2 \exp(-p_2(t-\tau))] u(t-\tau) \\ [+ \dots + K_n \exp(-p_n(t-\tau))] u(t-\tau) \quad \text{pour } t > \tau \quad (2.79)$$

Les expressions des sources de tensions dans ce modèle s'expriment comme suit :

$$b_k(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} a_{la}(v) f_m(t-v) dv \quad (2.80)$$

$$b_m(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} a_{la}(v) f_k(t-v) dv \quad (2.81)$$

$\tau$  : représente le temps de propagation de l'impulsion de plus haute fréquence injectée. En remplaçant  $z_1$  par  $Z_{eq}$  au nœud  $k$ , nous aurons le circuit équivalent suivant :

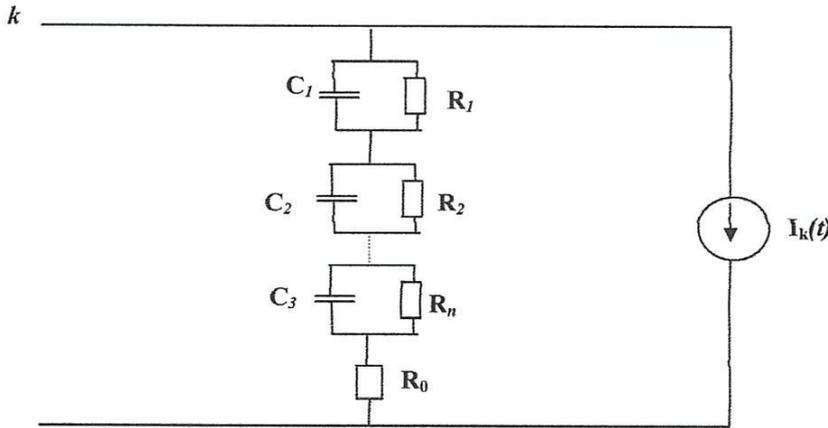


Figure. 2.10. Circuit équivalent au nœud  $k$

$$\text{Avec : } I_k(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} i_h(t-v) a_{la}(v) dv \quad (2.82)$$

Où  $i_h$  est la somme de  $i_{mk}(t)$  et du courant qui traverse l'impédance caractéristique au nœud  $m$  ; en faisant une intégration par la méthode du trapèze sur l'ensemble des blocs R-C une deuxième source de courant apparaît

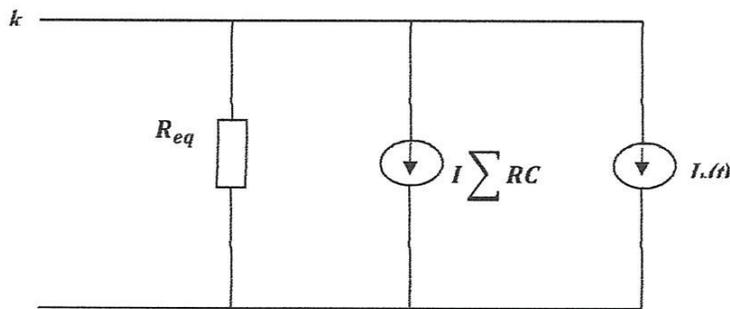


Figure 2.11. Circuit équivalent au nœud  $k$  (après intégration)

## Chapitre2 : Modélisation d'une ligne de transport d'énergie

La résistance équivalente  $R_{eq}$  est celle de l'ensemble des blocs R-C après intégration par la règle du trapèze. La source de courant du schéma équivalent sera la somme des deux sources précédentes, d'où le schéma équivalent final suivant :

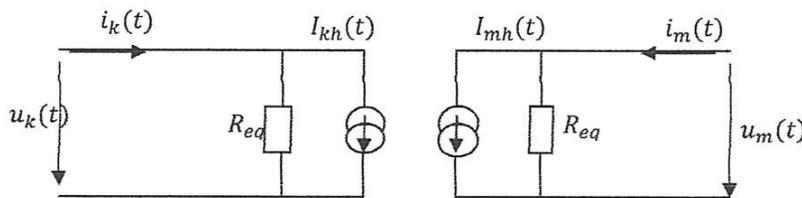


Figure 2.12. Schéma équivalent d'une ligne à paramètre dépendant de la fréquence.

La difficulté majeure de ce modèle est la décomposition de  $Z_c(w)$  et  $A1(w)$  en fractions rationnelles, qui ne peut se faire simplement. Cette difficulté est en grande partie due à la complexité des expressions des paramètres linéiques calculés en utilisant le formalisme de Carson, qui entraîne inévitablement le calcul des intégrales de Sommerfeld pour la prise en compte de l'inhomogénéité introduite par l'interface sol-air.

Les pôles de  $Z_c(w)$  et  $A1(w)$  ne sont pas toujours à parties imaginaires négligeables, ce qui complique le passage dans le domaine temporel.

Remarque :

Pour les systèmes multifilaires, le modèle proposé par J R Marti est applicable lorsque les matrices de transformation sont considérées comme constantes ; néanmoins dans quelques cas de lignes non transposés en multi-circuit et surtout pour les câbles, les matrices de transformation modale varient fortement avec la fréquence et il devient nécessaire de tenir compte de cette variation.

Afin de palier cet inconvénient L.Marti a développé des transformations modales employant la convolution récursive, plus précise certes mais très lourde du point de vue formalisme mathématique et mise en œuvre numérique.

Dans le logiciel d'analyse des régimes transitoires pour les réseaux de transport d'énergie, les matrices de transformations sont calculées à une fréquence donnée et leur partie

## **Chapitre2 : Modélisation d'une ligne de transport d'énergie**

---

imaginaire est négligée. On obtient ainsi des matrices de transformation réelles qui sont beaucoup plus simple et qui permettent une analyse mathématique moins lourde.

### **Conclusion**

Dans ce chapitre nous avons présenté les méthodes de résolutions numériques des équations des lignes.

Nous avons par ailleurs introduit le schéma de modélisation d'une ligne, élaboré à partir de la théorie de Bergeron, qui apparait comme étant le mieux adapté pour l'ordinateur.

En suite nous avons exposé une modélisation d'une ligne de transport d'énergie avec prise en compte des variations des paramètres linéiques avec la fréquence.

Le modèle de J. R. Marti est une amélioration de celui proposé par J. K. Snelson ; malgré cette amélioration qui consiste à mieux représenter l'impédance caractéristique et permettre de réduire le modèle à une seul fonction de pondération, sa mise en œuvre demeure assez délicate si des simplifications supplémentaires ne sont pas introduites.

*CHAPITRE 3 :*  
*Applications*

### 3.1. Choix du modèle

Le choix du modèle est motivé d'abord par sa précision, ensuite sa facilité de programmation, puis finalement sa performance. Selon ces critères, le modèle fondée sur la transformation de Fourier doit être rejeté étant donné que le calcul de  $f(t)$  requiert l'évaluation de nombreuses valeurs de  $F(w)$ , donc, si  $F(w)$  est long à déterminer, on aboutit à des temps de calcul prohibitifs. Le problème de La méthode numérique aux différences finis est la résolution numérique des équations différentielles. Le problème posé est alors la stabilité numérique et la précision des calculs. En raison de ce problème la méthode aux différences finis est également rejeté.

La méthode des ondes mobiles fonctionne directement dans le domaine temporel est ainsi sa programmation est plus simple et mieux adaptés à l'ordinateur que les deux autres méthodes. Donc notre choix s'est fixé sur la méthode des ondes mobiles.

### 3.2. Algorithme du calcul du régime transitoire d'une ligne par la méthode des ondes mobiles

Pour le calcul des grandeurs électriques nodales (tensions et courants), nous résolvons l'équation matricielle nodale

A partir du principe retenu pour la modélisation des lignes, en temporel, mise sous forme d'une équation nodale avec une source de courant fictive et en procédant par intégration trapézoïdale pour les éléments localisés, ainsi tout réseaux contenant des résistances, des capacités, des inductances, des lignes, etc..., peut être à chaque instant ramène à l'étude d'un circuit à constant localisées en courant continu.

L'étude est alors faite à l'aide de l'équation matricielle nodal qui sera comme suit :

$$[y][u(t)] = [i(t)] - [I(t - \Delta t)] \quad (3.1)$$

Où :

$[y]$  : Matrice d'admittance

$[u(t)]$  : Vecteur colonne des tensions dans les nœuds à l'instant  $t$  (inconnues).

$[i(t)]$  : Vecteur colonne des courants dans les nœuds à l'instant  $t - \Delta t$ .

$[I(t - \Delta t)]$  : Vecteur colonne des courants des sources fictifs.

## Chapitre 3 : Applications

La résolution du système d'équation (3.1) se fait à chaque instant, la méthode est dite pas à pas dans le temps et se fait selon l'algorithme suivant.

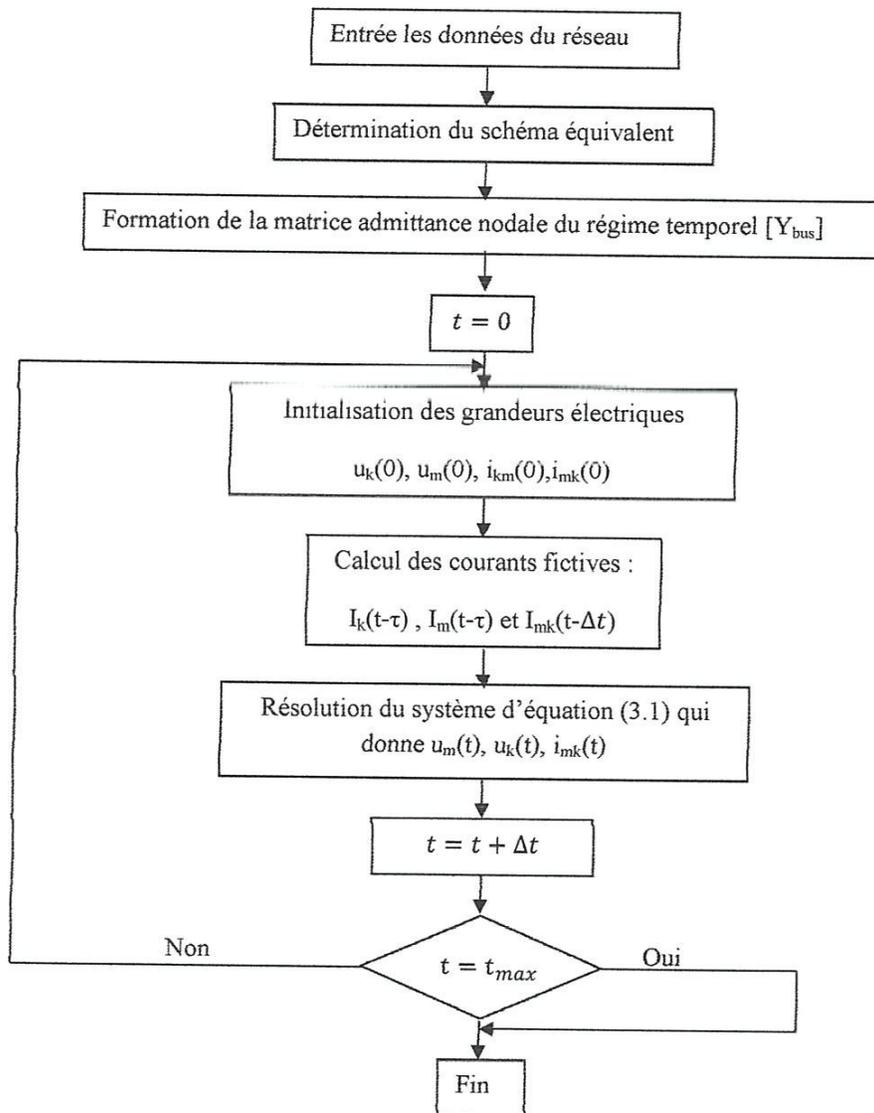


Figure 3.1. Algorithme générale

### 3.2.1. Validation du programme

La validation du programme a permis de vérifier l'exactitude des résultats par une comparaison avec ceux fournis par la référence [9].

#### a- Ligne monophasée terminée par une inductance

Le fonctionnement de base du programme est validé à l'aide du circuit de la Figure 3.2, qui est tiré de la référence [9]. Ce circuit contient une ligne de transmission monophasée ( $R =$

## Chapitre 3 : Applications

$0.0376 \Omega/km$ ,  $L = 1.52 mH/km$ ,  $C = 0.0143 \mu F/km$ ), que ci terminer par une inductance de  $0.1H$  et excité par une tension  $u(t) = 10V$ .

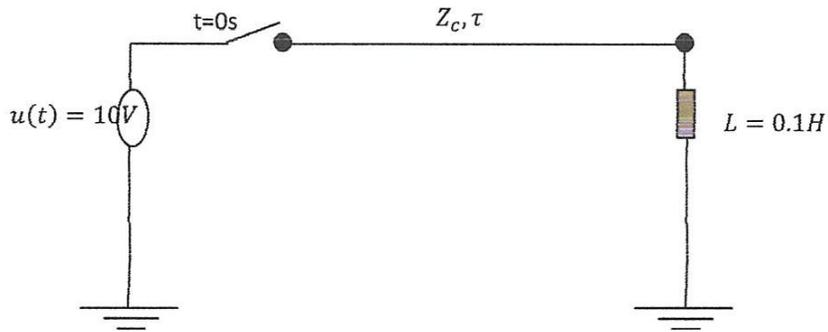


Figure 3.1. Ligne monophasé avec terminaison inductive

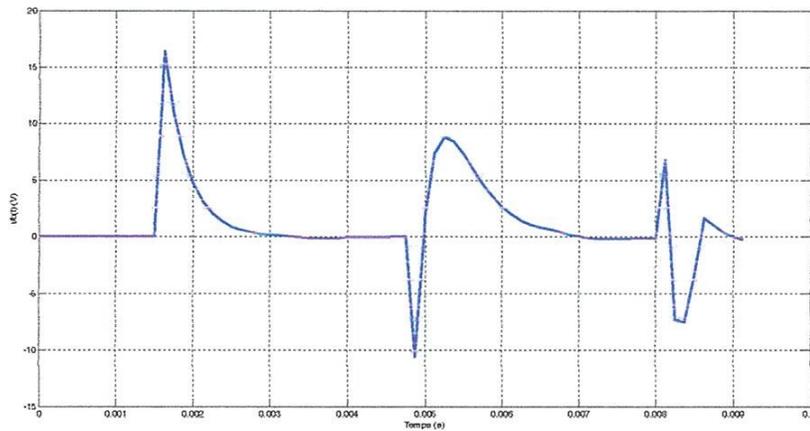


Figure 3.2. Tension à l'extrémité b de la ligne (simulation)

La solution donnée par le programme développé et par la référence [9] sont pratiquement identiques.

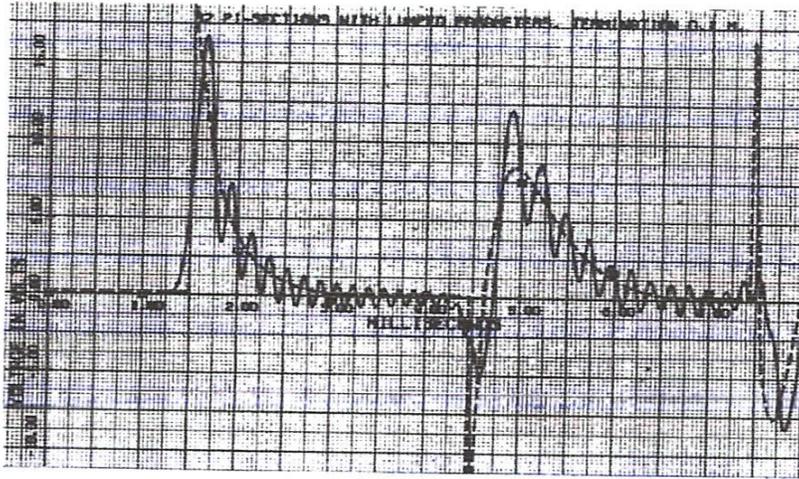


Figure 3.3. Tension à l'extrémité b de la ligne (Résultat de la référence [9])

### b. Ligne terminée par des capacités et des résistances

Le circuit de la figure 3.4 contient une ligne à constantes réparties, des résistances concentrées et des capacités concentrées.

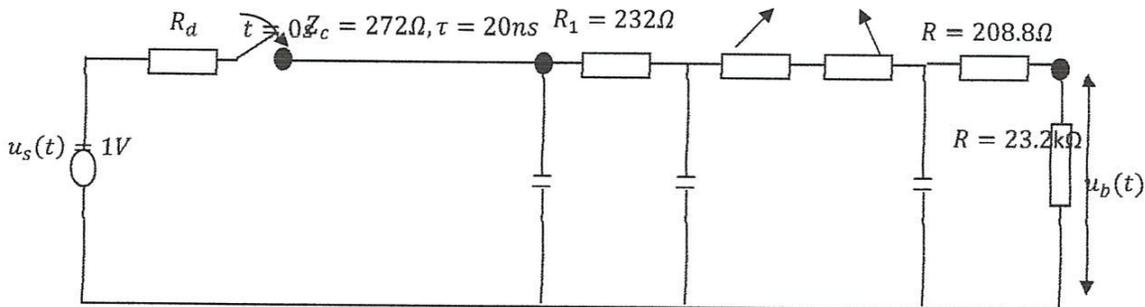


Figure 3.4. Circuit test.

## Chapitre 3 : Applications

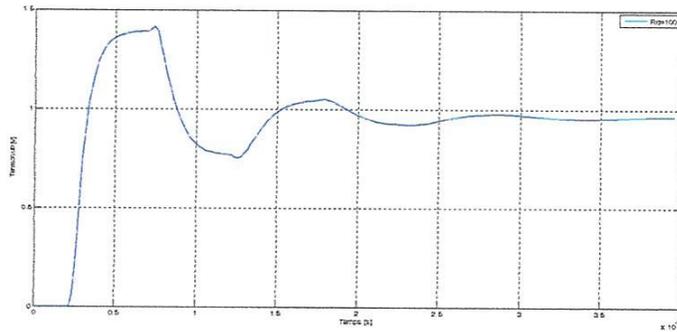


Figure 3.5. Variation de la tension  $u_b(t)$  pour  $R_d=100\Omega$  (simulation)

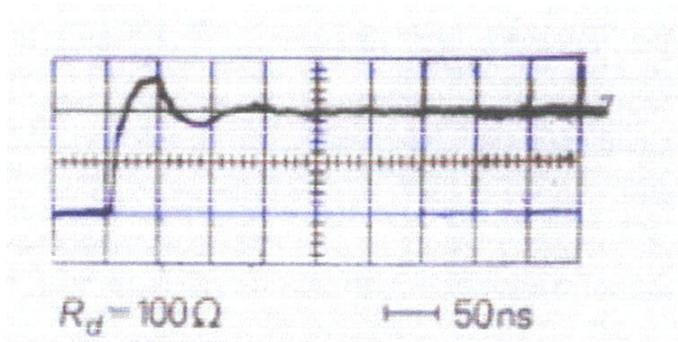


Figure 3.6. Variation de la tension  $u_b(t)$  pour  $R_d=100\Omega$  (Essai)

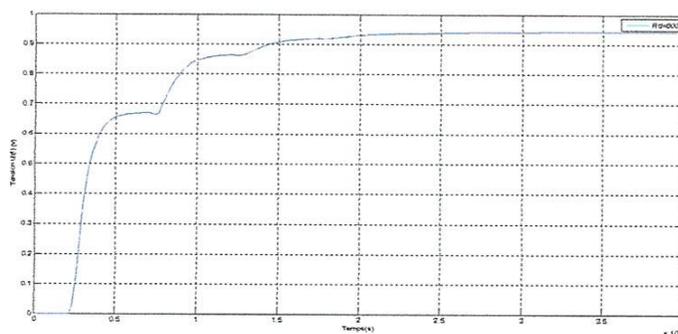


Figure 3.7. Variation de la tension  $u_b(t)$  pour  $R_d=500\Omega$  (simulation)

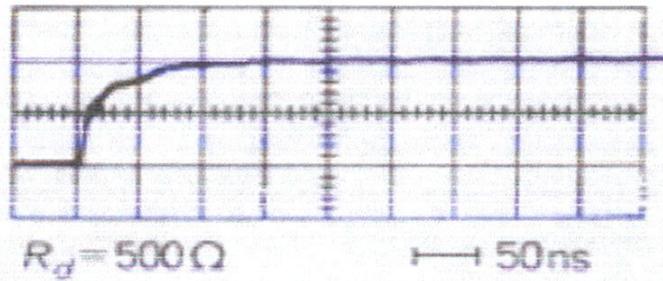


Figure 3.8. Variation de la tension  $u_b(t)$  pour  $R_d=500\Omega$  (Essai)

Ces résultats (Figures 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6, 3.7, et 3.8) montrent clairement en évidence la bonne concordance de nos résultats, obtenus en utilisant notre programme développé, avec les résultats de mesures publiés par W. Dommel [9] pour le même exemple (Figure 3.4), et par conséquent le programme développé est valide.

### 3.2.2. Application : ligne de transport d'énergie

Les surtensions internes transitoires dépendent uniquement des caractéristiques propres du réseau électrique, des génératrices et des utilisateurs raccordés. Parmi les diverses valeurs que peut prendre l'impédance de charge deux cas méritent une attention particulière :

- ✚ La charge absorbe toute la puissance de l'onde progressive incidente, cette situation apparaît lorsque la ligne est terminée par son impédance caractéristique, on dit alors que la charge est adaptée au sens de la ligne (l'impédance de charge est égale à l'impédance caractéristique de la ligne), ou encore adaptée sans réflexion.

La charge réfléchit toute la puissance de l'onde progressive incidente. On rencontre cette situation lorsque l'impédance de charge est purement imaginaire, ainsi que dans les deux cas limites où l'impédance de charge est nulle (court-circuit), où infinie (circuit ouvert). Ces deux cas sont les plus défavorables aussi bien en termes d'amplitude de l'onde de choc que le front de montée et contenu fréquentiel.

## Chapitre 3 : Applications

Expérimentalement il est plus aisé de faire des mesures en circuit ouvert, qu'en court circuit. A cette effet les résultats de simulations que nous présentons dans ce qui suit, sont ceux obtenus lors de la fermeture d'un disjoncteur ou d'un sectionneur.

Afin de valider notre travail de modélisation, nous proposons un exemple type propre au réseau de transport d'énergie électrique :

✚ Mise sous tension d'une ligne après fermeture d'un sectionneur

### 3.2.2.1 Mise se tension à vide d'une ligne

Afin de valider notre travail, nous proposons l'étude d'un exemple, mise sous tension à vide, d'une ligne de transport d'énergie. La figure (3.9) représente le schéma monofilaire d'une ligne de transport d'énergie de cette application.

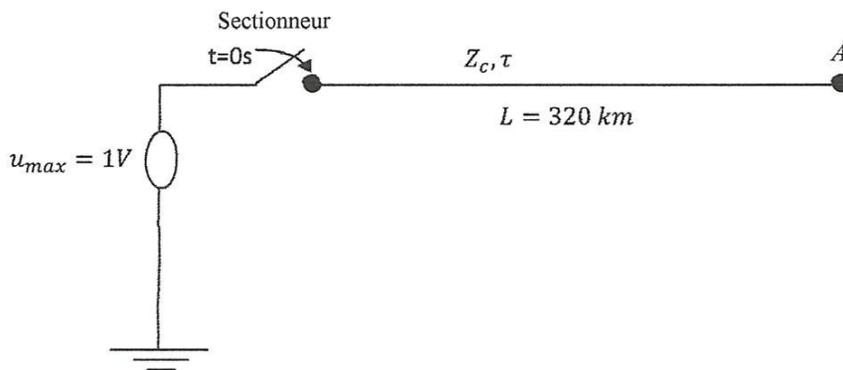
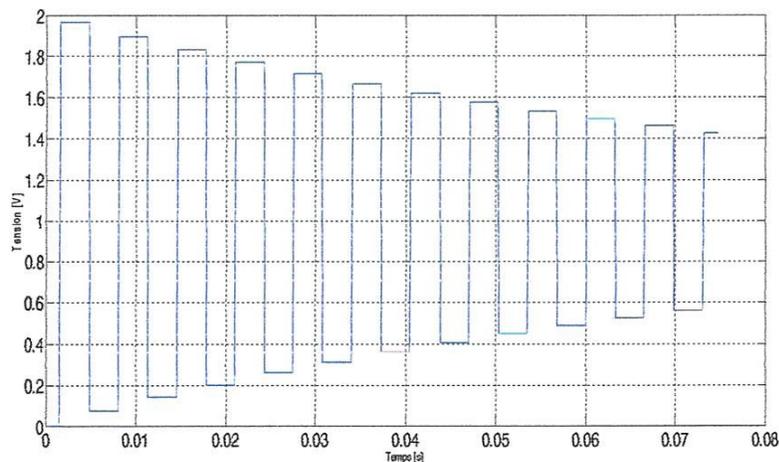


Figure. 3.9 : Mise sous tension d'une ligne



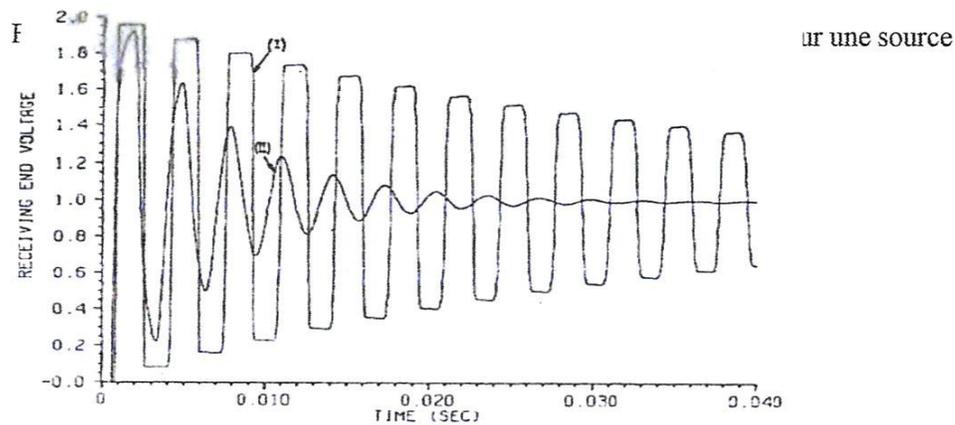


Figure. 3.12. Tension à l'extrémité libre A de la ligne (résultat J. Marti [12]) pour une source continue

Ces résultats (Figure. 3.11, 3.12) mettent en évidence la bonne concordance de nos résultats, obtenus en utilisant le modèle à constante répartie, avec ceux publiés par J. R. Marti [12].

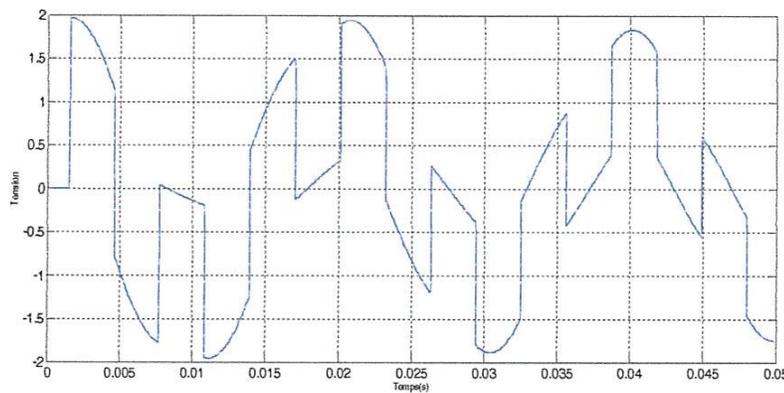


Figure. 3.13. Tension à l'extrémité libre A de la ligne (simulation) pour une source sinusoïdale

### Conclusion

De ces applications il ressort que notre proposition d'implémentation de la méthode des ondes mobiles (modèle de ligne à constantes réparties) est satisfaisante comparativement aux résultats obtenus par W. Dommel [9] et celui publiée en [12].

# *Conclusion Générale*

## Conclusion générale

---

### Conclusion :

Bien que la modélisation d'une ligne de transport d'énergie en régime transitoire soit compliquée, le choix de la méthode des ondes mobiles (ligne à constantes réparties), qui fonctionne entièrement dans le domaine temporel, a permis d'éviter les difficultés de la transformée de Fourier sur laquelle sont basés les autres modèles étudiés. De plus, le modèle « de Bergeron » permet d'obtenir le profil de tension d'une ligne sans calcul additionnel, ce qui a représenté un avantage substantiel pour l'atteinte des objectifs visés par ce travail.

Le développement d'un programme de simulation dans le langage Matlab a permis de concentrer les efforts vers l'objectif final en évitant les complexités de bas niveau. Les résultats fournis par le programme développée ont été validés à l'aide de cas retrouvés dans la littérature (comparaison des graphiques).

Il faut remarquer cependant que la modélisation, d'une ligne dans le domaine temporel, la plus complète est celle qui prendrait en compte simultanément la variation des paramètres linéiques en fonction de la fréquence et les phénomènes de dispersion et de non linéarité.

Le calcul des variables du réseau fait alors appel à la résolution d'un système d'équations non linéaires, ce qui peut-être complexe et couteux en temps machines.

## *Références*

- [1] Michel. Aguet et Michel Lanoz « Haute tension » Traité d'électricité d'Electronique et d'Electrotechnique, Volume XXII.
- [2] C. Gary, « Caractéristiques générales des lignes », *Technique de l'ingénieur*, Vol D, 640.1-640.7
- [3] C. Gary. « Approche complète de la propagation Multifilaire en haute fréquence par utilisation des matrices complexes », *EDF Bulletin de la direction des études de recherches*, série B N°3/4, pp. 5-20, 1976
- [4] J. R. Carson, « Wave propagation in overhead Wires with ground return », *Bell system Techno Journal*. Vol 5, pp. 593-544. 1926.
- [5] C. Dubanton et J. Rouguin, « Régimes transitoires dans les réseaux électriques » *Techniques de l'ingénieur*, Vol D, 4410.1-4410.20.
- [6]. J. C. Sabonnadière et PH. Auriol, « Surtensions de Manœuvres dans les réseaux HT et THT : Principales méthodes de calcul des régimes transitoires dans les réseaux THT », *RGE* N°11 tome 82. Novembre 1973.
- [7] S. Y. Lee et A. Konard, « Lossy transmission line transient analysis by the finite element method » *IEEE trans. On Mag*, Vol, 29, N°2, March 1993, pp.1730-1732.
- [8] A. Diaf, « Modélisation d'une ligne de transport d'énergie à paramètres linéique dépendant de la fréquence », mémoire de magister, université de Jijel. 2001.
- [9] H. W. Dommel, « Digital computer solution of electromanetic transients in single-and multiphase networks », *IEEE trans. On pas*, Vol pas-88, N°4, April 1969, pp. 388-399.
- [10] D. LA VOIE, « SIMULATION ET VISUALISATION DES TRANSITOIRES DANS UN RÉSEAU ÉLECTRIQUE DE GRANDE DIMENSION » Mémoire de Maitrise en génie électrique, Ecole de Technologie supérieur, université de Québec, Canada. 2004.
- [11] J.K. Snelson « Propagation of traveling waves on transmission lines frequency dependent parameters », *Pica conference*, Boston, May 24-26, 1971.
- [12] J. R. Marti, « Accurate modeling of frequency dependent transmission lines in electromagnetic transient simulation », *IEEE trans, on pas*, Vol, Pas-101, N°1, January 1982.

[13] L. Marti et H. W. Dommel, « Calculation of voltage profiles along transmission lines»  
IEEE trans, on power delivery, vol. 12, N°2, pp 993-998, April 1997