

M/621.863

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
Université 8 Mai 1945 – Guelma  
Faculté des Sciences et de la Technologie  
Département de Génie Electrotechnique et Automatique



**Domaine : Sciences et Technologie**  
**Filière :** Automatique et Informatique Industrielle  
**Spécialité :** Commande et Diagnostic  
Des Système Industrielle



**Mémoire de fin d'études**  
**Pour l'obtention du diplôme de Master Académique**

---

**Etude de la fiabilité par le Graphe de Markov**  
**“Cas de régulation du volume d'un réservoir”**

---

Présenté par :  
Bettoum Halim  
Lakkam Nadjeh

Sous la direction de :  
Dr. Mme Boucerredj Leila.

Juin 2015

# REMERCIEMENTS

*Avant tout ou remercie le dieu tout puissant pour  
Sa générosité de nous donner la santé, la volonté et  
La patience tout au long de la vie universitaire.*

*Ensuite, nous adressons nos sincères remerciements*

*A nos ensaquant notamment à notre promoteur*

*Dr.Mme : Boucerredj, lui franchement nous a  
Donné son maximum en une d'élaborer un très bon  
Mémoire : sans oublier aussi ses conseils permanent.*

*Ses orientations efficaces et sa grande patience.*

*On tient à exprimer notre profonde gratitude aux  
Membres de jury.*

*Nous remercions avec sincérité toutes les personnes  
Qui ont nous contribué de près ou de loin à réussir ce*

*Travail.*

*Nos vives salutations.*



# Dédicace

*Avant tous, remercie dieu le tous puissant de m'avoir  
Donné le courage et la patience pour réalisé ce travail  
malgré  
Toutes les difficultés rencontrées.  
Je dédie ce modeste travail :*

*A mes très cher parents, que dieu les garde et les protège  
Pour leur soutien moral  
A mes frères ma sœur  
Aux chers amis*

*Ch.Foudil, d . sami, Z,Toufik , A.Yassine , P.Nassim ,s. riad,  
Dj.Ramzi , l .Azzeddine, K.Lounis , A.Taki , S.Moustafa et  
tous mes groupes de l'automatique et informatique  
industrielle d'année 2014-2015.*

*A mon binôme.  
A toutes ma famille*

*A Tous mes amis sans exception.  
A tous les gens que j'aime et qui m'ont aidé élaborer le  
travail.*

*P.Halim*

# Dédicace

*Avant tous, remercie dieu le tous puissant de m'avoir  
Donné le courage et la patience pour réalisé ce travail  
malgré  
Toutes les difficultés rencontrées.  
Je dédie ce modeste travail :*

*A mes très cher parents, que dieu les garde et les protège  
Pour leur soutien moral  
A mes frères ma sœur  
Aux chers amis*

*Z.Ali, Ayoub, Halim, Walid, Massaoud, Wahid, Ahmed,  
Azzou, Monkid, Saddik, Sofiane, Badr addine, Chams addin,  
Saddam hocine,  
Salah, Hosseme, Khairo, Rabah, Sami, Mohamed, karim,  
Ameur*

*L.Nadjeh*

Introduction Générale.....	1
Chapitre I : Généralité sur la fiabilité.....	3
I.1. Introduction .....	3
I.2. Définition .....	4
I.3. Disponibilité .....	5
I.4. Maintenabilité .....	5
I.5. Sécurité .....	6
I.6. Typologie de la fiabilité .....	6
a) la fiabilité opérationnelle .....	6
b) la fiabilité prévisionnelle .....	6
c) la fiabilité extrapolée .....	6
d) la fiabilité intrinsèque .....	6
c) La fiabilité humaine .....	7
I.7. Les caractéristiques de fiabilité .....	7
a) La probabilité .....	7
b) l'accomplissement d'une fonction .....	7
c) Conditio données : qui si les constraints du système.....	7
d) Le temps : généralement la durée de vie du système.....	7
I.8. Notion de temps MTBF, MTTR, MTTF, MUT, MDT .....	7
a) MTTF .....	7
b) MTBF .....	8
c) MRT.....	8
e) MUT .....	8
f) MDT.....	8
I.9. Principales lois rencontrées dans l'étude de fiabilité .....	9
a) Lois normales (de Gauss) .....	9
b) Loi Exponentielle .....	10
c) Loi de Wei bull .....	10
d) Loi de Poisson .....	12
e) Loi de Galton .....	12
f) Loi uniforme .....	13
I.10. Défaillance .....	13
a) Mode de défaillance .....	13
b) cause de défaillance .....	13
c) Effet de la défaillance .....	14
d) Taux de défaillance .....	14
e) Courbe en baignoire .....	14

## Sommaire

I.11. Conclusion .....	16
Chapitre II : Méthode d'analyse de la fiabilité des systèmes mécatroniques.....	17
II.1. Introduction.....	17
II.2 Système mécatronique .....	17
II.2.1.Définition.....	18
II.2.2.Description.....	19
La fiabilité .....	20
II.3. Concepts fondamentaux d'analyse de la fiabilité .....	20
II.4. Méthodes d'analyse de sûreté de fonctionnement .....	21
II.5. Étapes d'une analyse et Sûreté de fonctionnement .....	22
II.6. Méthodes d'analyse fonctionnelle .....	23
II.7. Méthodes d'analyse Prévisionnelle .....	24
II.7.1. Méthodes qualitatives .....	25
a) Analyse des modes de défaillance et de leurs effets (AMDE) .....	25
1.Définition du système, de ses fonctions et de ses composants .....	25
2.Etablissement des modes de défaillance des composants et leurs causes .....	25
b) Analyse préliminaire des dangers, De risques (APD, APR) .....	26
c) Méthodes des combinaisons de pannes résumées (MCPR) .....	27
II.8.Méthode d'analyse HAZOP (Hazard and Operability study).....	27
II.8.1. Méthodes mixtes et quantitatives .....	28
a) Méthodes du diagramme du succès ou de fiabilité (MDS/MDF) .....	28
b) Méthode de l'arbre de cause ou de défaillance (MAC/MAD) .....	31
II.9. Arbre de défaillance .....	33
a) Construction de l'arbre de défaillance .....	33
b) Les avantages de l'arbre de défaillance .....	33
c) Les inconvénients de l'arbre de défaillance .....	33
II.10. Banques de données et méthodes prédiction .....	34
a) Méthode Parts Stress .....	34
b) Méthode Parts Counts .....	35
II.11. Système markovien .....	35
II.11.1. Méthode des graphes de Markov .....	36
II.12. Conclusion .....	37
Chapitre III : Etude de la fiabilité par les RdP et le Graphe de Markov .....	38
III.1. Introduction .....	38
III.2.Méthode de l'Espace des Etats (MEE) .....	39
→ III.2.1 Réseaux de Petri (RdP) .....	40
III.2.2. La méthode de Graphe de Markov .....	43
→ III.2.2.1.Définition .....	43

## Sommaire

---

III.2.2.2 Caractérisation de la sûreté de fonctionnement .....	44
III.2.2.3. Chaînes de Markov homogènes .....	45
III.2.3. Réseaux de Petri, SPNs et GSPNs .....	48
III.3. Réduction du graphe de Markov par les RdP .....	49
III.4. Les réseaux de Petri Predicats-Transitions Différentiels et Stochastiques .....	53
III.5. Tableaux de karnaugh .....	54
III.5.1. définition .....	54
III.5.2. Présentation de la méthode .....	54
III.5.3. Construction du tableau de KARNAUGH .....	54
III.6. Méthode Diagramme Causes-Conséquences (MDCC) .....	57
III.7. Conclusion .....	57
Chapitre IV : Application de la méthode sur un cas d'étude.....	58
IV.1. Introduction .....	58
IV.2. Le système de régulation du volume .....	58
IV.2.1. Modélisation du système par le réseau de Pétri .....	60
IV.2.2. Modèle du fonctionnement nominal .....	60
IV.2.2.1. Modèle de défaillance et de réparation des vannes 2, 3 .....	61
IV.2.2.2. Modèle de défaillance et de réparation du capteur et de la pompe .....	62
IV.2.2.3. Modèle de défaillance et de réparation de la pompe .....	62
IV.2.2.4. Modèle de système complet.....	62
IV.3. Choix des lois de franchissement attachées aux transitions .....	64
IV.3.1. Table de Vérité (TV) du cas d'étude .....	65
IV.3.2. Méthode de Graphe de Markov.....	66
IV.4. Organigramme de simulation pour l'étude de la fiabilité .....	69
IV.4.1 Simulation et analyse .....	70
IV.5. Conclusion.....	72
Conclusion générale .....	74

**Liste de figure**

Figure 1.1 : Cycle de vie et fiabilité.....	4
Figure 1.2 : représentation des temps moyens dans la vie en opération.....	8
Figure 1.3 : densité de probabilité de la loi Lois normales (de Gauss).....	9
Figure 1.4 : l'allure de la densité de probabilité et la fonction de fiabilité de la loi Exponentielle.....	10
Figure 1.5 : la densité de probabilité de la loi Weibull.....	11
Figure 1.6 : La courbe en baignoire.....	15
Figure 2.1 : Système mécatronique.....	18
Figure 2.2 : La mécatronique.....	19
Figure 2.3 : Organigramme des tâches d'une analyse prévisionnelle.....	23
Figure 2.4 : Bloc série.....	29
Figure 2.5 : Structures canoniques d'arrangement de blocs.....	30
Figure 2.6 : Symboles utilisés dans les arbres de défaillances.....	32
Figure 2.7 : Liens entre les modèles de prédiction et les banques de données de fiabilité.....	35
Figure 2.8 : Graphe de Markov pour un bloc unique.....	36
Figure 3.1 : évaluation ordinale et probabiliste.....	39
Figure 3.2 : Réseau de Pétri.....	41
Figure 3.3 : Graphe de marquage.....	41
Figure 3.4 : modèle réseau de pétri d'une machine avec un tampon de sortie.....	50
Figure 3.5 : Accessibilité graphique de la PN.....	51
Figure 3.6 : chaîne de Markov embarqué du model RdP.....	52
Figure 4.1 : Cas d'application.....	59
Figure 4.2 : Modèle du fonctionnement nominal du réservoir.....	60
Figure 4.3: Evolution du volume dans la place $P_1$ .....	61
Figure 4.4: Evolution du volume dans la place $P_2$ .....	61
Figure 4.5: Défaillance et réparation des vannes 2et 3.....	61
Figure 4.6: Défaillance et réparation du capteur.....	62
Figure 4.7: Défaillance et réparation la pompe.....	62
Figure 4.8 : Modélisation du système par les RdP.....	63
Figure 4.9 : Modèle du graphe de Markov du cas d'application.....	67
Figure 4.10 : Modèle du graphe de Markov réduit du cas d'application.....	67
Figure 4.11 : Probabilité de défaillance des composants de système étudié.....	70
Figure 4.12 : Fiabilité des composants du système.....	70

## Liste de figure

---

Figure 4.13 : Défiabilité des composants du système.....	71
Figure 4.14 : probabilité de débordement du système.....	71
Figure 4.15 : Fiabilité du système.....	72

## Liste de tableau

---

Tab 4.1 : Valeur moyenne des paramètres pour les distributions de fiabilité .....	64
Tab 4.2 : Liste de défaillances par l'application de la Table de Vérité sur le cas d'étude .....	65
Tab 4.3 : Table de Vérité du système .....	66
Tab 4.4 : Tableau de karnaugh .....	66

### Résumé

La mécatronique est définie par l'utilisation simultanée et en étroite symbiose de la mécanique de l'électronique de l'informatique... ; pour concevoir et produire de produits toujours plus innovants.

L'objectif de ce mémoire est d'étudier<sup>er</sup> la fiabilité d'un système mécatronique. C'est un outil d'aide à la décision dans les différentes phases des cycles de développement et de vie du système mécatronique en valorisant l'évaluation quantitative de la fiabilité basé sur la méthode du graphe de Markov réduit par la méthode de la Table de Vérité et le modèle PdPPTDS.

Cette approche doit s'accompagner aujourd'hui de la garantie de sûreté de fonctionnement des systèmes conçus. Or la fiabilité, élément déterminant de la sûreté de fonctionnement, est relativement peu maîtrisée dans le développement des systèmes mécatroniques.

La fiabilité est calculée à partir de la méthode du Graphe de Markov du système mécatronique qui prend en considération la modélisation fonctionnelle, la modélisation dysfonctionnelle et les recueils des données pour chaque composant.

**Mots-clés :** Fiabilité, Système Mécatronique, Réseau de Pétri, Graphe de Markov ; Table de vérité, Simulation.

# *Introduction Générale*

---

La mécatronique est un élément fort du marketing de l'innovation: elle a le pouvoir de créer de la valeur ajoutée. En supprimant des frontières existantes, elle permet de satisfaire des fonctions supplémentaires, d'accroître la prestation au client, de développer une offre nouvelle tout en baissant les coûts. L'objectif n'est pas une course à la technicité; il s'agit d'offrir une réponse à des exigences auxquelles il n'était pas possible de satisfaire auparavant. La mécatronique contribue en outre au respect des réglementations de plus en plus sévères et peut apporter une plus grande sûreté de fonctionnement (fiabilité, disponibilité, maintenabilité, sécurité). C'est une solution stratégique majeure pour se différencier de la concurrence et créer de la valeur ajoutée.

Les dispositifs mécatroniques sont utilisés pour piloter des systèmes et rétroagir pour s'adapter aux conditions variables de fonctionnement, pour surveiller leur état (solicitation, fatigue...), réaliser leur maintenance... Ce domaine très vaste reste complexe (accès aux informations, compétences en électronique et mécanique, répartition des fonctions fiabilité et sécurité...). Il nécessite des moyens importants et entraîne des coûts élevés.

L'intégration de ces techniques a débuté dans l'aéronautique, suivie par les transports et actuellement l'automobile. Dans le futur, ce thème intéressera des secteurs de la mécanique comme les machines, le levage, etc. Les applications industrielles devront à terme faire partie du savoir-faire spécifique de l'entreprise, l'intégration des capteurs restant toujours le problème du mécanicien. La tendance est au partenariat technologique ; seuls certains grands ensembliers considèrent cette technologie comme totalement stratégique.

Bien que la fiabilité et la sécurité de l'électronique se soient améliorées, une réflexion globale sur le système ou le processus est nécessaire avant d'intégrer la technologie et les spécificités « métier ». Les appareils et systèmes doivent résister aux interférences électromagnétiques dans des environnements toujours plus perturbés et leur compatibilité électromagnétique doit être étudiée puis validée pour assurer la sécurité et la fiabilité du fonctionnement. Des méthodes de vérification du logiciel système ou utilisateur doivent être

## Introduction Générale

---

développées pour s'assurer que la commande répond bien aux besoins et n'entraîne pas des situations dangereuses.

Le mémoire est structuré de quatre chapitres.

Dans le premier chapitre, décrit les principaux mécanismes de défaillance et les lois de fiabilité associées pour les différents types de composants: mécaniques, électroniques, logiciels.

Le deuxième chapitre nous montrons que les systèmes mécatroniques doivent être conçus et développés de manière collaborative pour obtenir des systèmes sûrs de fonctionnement.

Les activités de chaque phase du cycle de développement sont décrites. Les éléments constitutifs de la sûreté de fonctionnement sont présentés et une étude bibliographique montre que la maîtrise de la fiabilité est indispensable dans le développement des systèmes mécatroniques.

Le troisième chapitre présente la méthode de réduction du nombre des état pour l'étude de la fiabilité ainsi que la relation entre les réseaux de Petri comme un outil approprié pour l'évaluation de la fiabilité du système mécatronique et pour la réduction du graphc de Markov par la méthode de la table de vérité.

Le dernier chapitre porte sur la méthode d'estimation de la fiabilité d'un système mécatronique. La méthode fait appel à la modélisation fonctionnelle et dysfonctionnelle du système mécatronique à l'aide de graphe de Markov. Ce dernier permet d'analyser la fiabilité de chaque composant et aussi la fiabilité du système complet. Et une étude par la Méthode de basé sur la modélisation par les RdPPTDS et la Méthode de la table de vérité a été appliquée sur le système mécatronique 'régulation du volume d'un réservoir'.

Dans une dernière partie une conclusion générale précise les apports des méthodes utilisées et des perspectives de recherche sont proposée.

# *Chapitre I*

## *Généralité sur la fiabilité*

---

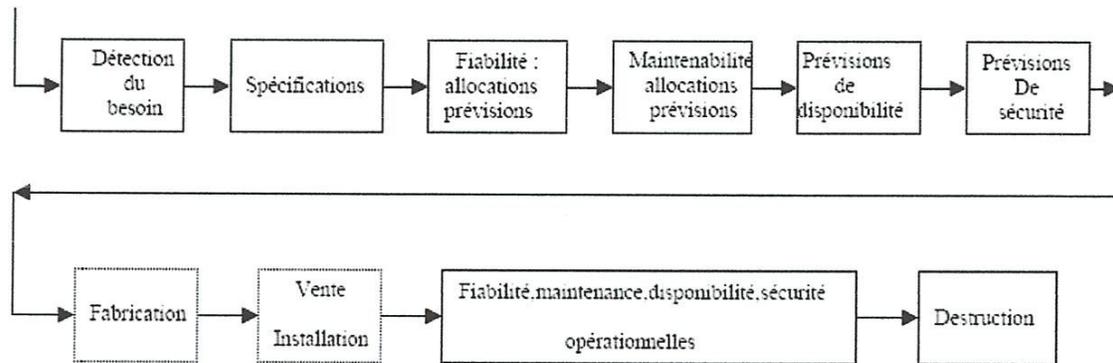
### **I.1. Introduction :**

L'analyse de la fiabilité constitue une phase indispensable dans toute étude de sûreté de fonctionnement. A l'origine, la fiabilité concernait les systèmes à haute technologie (centrales d'aide à la décision, dans l'étude de la plupart des composants, produits et processus « grand public » : transport, énergie, bâtiments, composants électroniques, composants mécanique...etc.

Dans ce premier chapitre nous allons nous attacher dans un premier temps à la notion de fiabilité, nous présenterons donc la définition de la fiabilité, les principales lois de fiabilité, nous passerons ensuite aux caractéristiques de fiabilité, enfin nous allons parler des défaillances.

### **I.2. Définition :**

Afnor: La fiabilité est la caractéristique d'un dispositif exprimée par la probabilité que ce dispositif accomplisse une fonction requise dans les conditions d'utilisation et pour une période de temps déterminés. Le terme fiabilité désigne une probabilité de succès ou un pourcentage de succès.



**Figure 1.1 : Cycle de vie et fiabilité**

### 1.3. Disponibilité :

C'est l'aptitude d'une entité à être en état d'accomplir une fonction requise dans des conditions données et à un instant donné [1]

La disponibilité est généralement mesurée par la probabilité qu'une entité E soit en état d'accomplir une fonction requise dans des conditions données à l'instant  $t$ .

$$A(t) = P[\text{E non défaillante à l'instant } t] \quad (1.1)$$

Cette caractéristique est appelée disponibilité instantanée. L'aptitude contraire sera dénommée indisponibilité ; sa mesure est notée  $\bar{A}(t)$  :

$$\bar{A}(t) = 1 - A(t) \quad (1.2)$$

La disponibilité ainsi définie ne fait pas appel à l'histoire de l'entité, qu'elle ait été ou non réparée une ou plusieurs fois avant l'instant  $t$  (c'est en quelque sorte une probabilité non conditionnelle). Il est donc évident que pour un système non réparable, la disponibilité est égale à la fiabilité et que d'une façon générale  $A(t) \approx R(t)$ . La disponibilité peut se décliner en termes de fiabilité et maintenabilité [2].

**I.4. Maintenabilité :**

C'est l'aptitude d'une entité à être maintenue ou rétablie dans un état dans lequel elle peut accomplir une fonction requise, lorsque la maintenance est accomplie dans des conditions données avec des procédures et des moyens prescrits [1].

La maintenabilité est généralement mesurée par la probabilité que la maintenance d'une entité E accomplie dans des conditions données, avec des procédures et des moyens prescrits, soit achevée au temps  $t$ , sachant que l'entité est défaillante au temps  $t = 0$ .

L'évaluation de cette probabilité est bien sûr liée à la manière dont est effectuée la remise en état de fonctionnement de l'entité.

**I.5. Sécurité :**

Bien que la norme [3] n'intègre pas la sécurité comme composant de la SdF, nous considérons qu'il est important de la prendre en compte car l'occurrence d'un événement catastrophique met en péril la vie humaine.

En fait, le concept de sécurité est probablement le plus difficile à définir et à évaluer, car il englobe des aspects très divers. Cependant, la norme [4], sur la sécurité des machines donne cette définition :

Aptitude d'une machine à accomplir sa fonction, à être transportée, installée, mise au point, entretenue, démontée et mise au rebut dans les conditions d'utilisation normales spécifiées dans la notice d'instructions, sans causer de lésions ou d'atteinte à la santé.

La sécurité peut également s'exprimer sous forme d'une probabilité : probabilité que le système évite de faire apparaître, dans des conditions données, des événements critiques ou catastrophiques [1]. Si on considère que les défaillances d'un système se partagent en deux catégories, celles qui sont dangereuses et celles qui ne le sont pas, la sécurité peut être considérée comme la part de la fiabilité relative aux défaillances dangereuses. Ce concept peut devenir prépondérant dans une analyse de Sûreté de Fonctionnement (SdF), dans la mesure où une défaillance du système peut présenter un risque de dommage corporel à l'encontre des usagers.

### I.6. Typologie de la fiabilité :

On distingue plusieurs types de fiabilité (termes spécifiques) :

**a) la fiabilité opérationnelle** :(observée ou estimée) déduite de l'analyse d'entité identiques dans les mêmes conditions opérationnelles à partir de l'exploitation d'un retour d'expérience. Elle résulte de l'observation et de l'analyse du comportement des composants dans des Conditions opérationnelles délimitées par leur environnement.

La fiabilité opérationnelle est donc définie par

$$R [0, t] = \frac{\text{nombre moyen d entités non défailtantes a l instant 't'}}{\text{Nombre total d entités [0, t]}}$$

**b) la fiabilité prévisionnelle** : (prédite) correspondant à la fiabilité future d'un système et établie par son analyse, connaissant les fiabilités de ses composants elle estime une sûreté future à partir de considérations sur la conception du composant. C'est la fiabilité calculée sur la base d'un modèle mathématique défini, à partir des données du projet et de la fiabilité estimée ou prédite de ses composants, en tenant compte des conditions d'exploitations prédéterminées.

**c) la fiabilité extrapolée** : déduite de la fiabilité opérationnelle par extrapolation ou Interpolation pour des conditions ou des durées différentes.

**d) la fiabilité intrinsèque** : ou inhérente qui découle directement des paramètres de Conception. Sans modification de conception des entités, il n'est pas possible d'obtenir d'un Niveau de fiabilité au plus égal à la fiabilité intrinsèque.

**e) La fiabilité humaine** : Aptitude d'un opérateur humain à accomplir une mission requise, Dans des conditions données, pendant une durée donnée.

$$R (t) = 1 - F (t) \quad (1.3)$$

**I.7. Les caractéristiques de fiabilité :**

a) **La probabilité** : dont il faut tenir compte de la nature spécifique pour la mise œuvre des calculs et l'interprétation des résultats.

b) **l'accomplissement d'une fonction** : les dispositifs doit être dans un état tel qu'il lui permet l'accomplissement de sa fonction.

c) **Conditio données** : qui si les constraints du système.

d) **Le temps** : généralement la durée de vie du système.

**I.8. Notion de temps MTBF, MTTR, MTTF, MUT, MDT :**

A l'origine des confiions, il y a un jeu de mots : en anglo-américain, on utilise les deux sigles **MTTF** (Mean time to failure) et **MTBF** (mean time betweenfailures).ce dernier sigle peut donc se transposer directement en français en **MTBF**(Moyenne des temps de bon fonctionnement), mais pas avec la même signification.

a) **MTTF** (mean time to failure) : durée moyenne de foncnt avant défaillance,espérance mathématique de la durée de fonctionnement avantdéfaillance. La définition du MTTF est :

$$\text{MTTF} = \int_0^{\infty} R(t) dt \quad (1.4)$$

Le **MTTF** est la moyenne des durée de fonctionnement de l'instant 0 a la première défaillance

b) **MTBF** (mean time between failures) : durée moyenne entre deux défaillances consécutives

d'une entité réparée.

Pur une entité réparable, connaissant une alternance de périodes fonctionnement ininterrompu et de periode de remise en état de fonctionnement, le **MTBF** est la moyenne de durée dont chacune est constitué d'une période de remise en état après défaillance suivie d'une période de fonctionnement ininterrompu.

$$\text{MTBF} = 1/\lambda \quad (1.5)$$

c) **MRT** (mean repair time) : durée moyenne de réparation, espérance mathématique de la durée du temps de réparation.

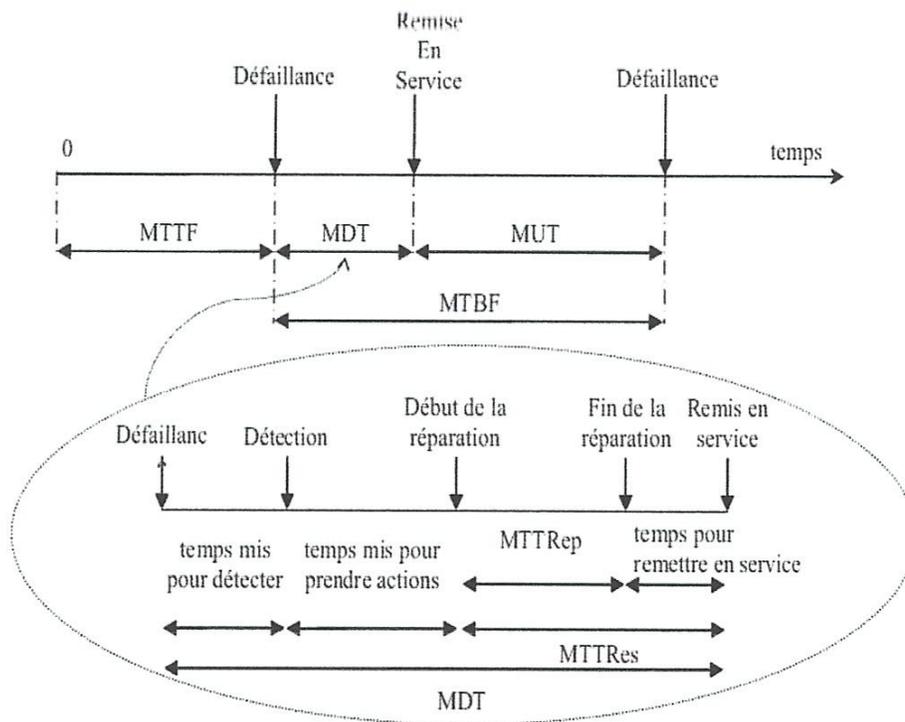
d) **MTTR** (mean time to repair or restoration) : durée moyenne de panne ou moyenne des temps pour la remise en état de fonctionnement, espérance mathématique de la durée de panne. MTTR<sub>Rep</sub> est associé à la réparation du composant et MTTR<sub>Res</sub> à sa restauration.

La différence entre les deux est liée au fait que l'on considère ou non le temps mis pour remettre en service l'équipement, le MTTR<sub>Res</sub> l'incluant.

e) **MUT** (mean up time) : ou TMD temps moyen de disponibilité, espérance mathématique de la durée de disponibilité.

f) **MDT** (mean down time) : ou TMI temps moyen d'indisponibilité, espérance mathématique de la durée d'indisponibilité.

Le MDT est décomposé en plusieurs phases lesquelles sont montrées par la **figure 1.2**.



**Figure 1.2** : représentation des temps moyens dans la vie en opération

**I.9. Principales lois rencontrées dans l'étude de fiabilité :**

Nous présentons quelques propriétés des principales lois utilisées en sureté de fonctionnement ;

On distingue :

**a) Lois normales (de Gauss) :**

C'est la loi la plus connue des lois de probabilité dans la fiabilité, elle s'ajuste bien à la fiabilité des matériels soumis à l'usure et au vieillissement.

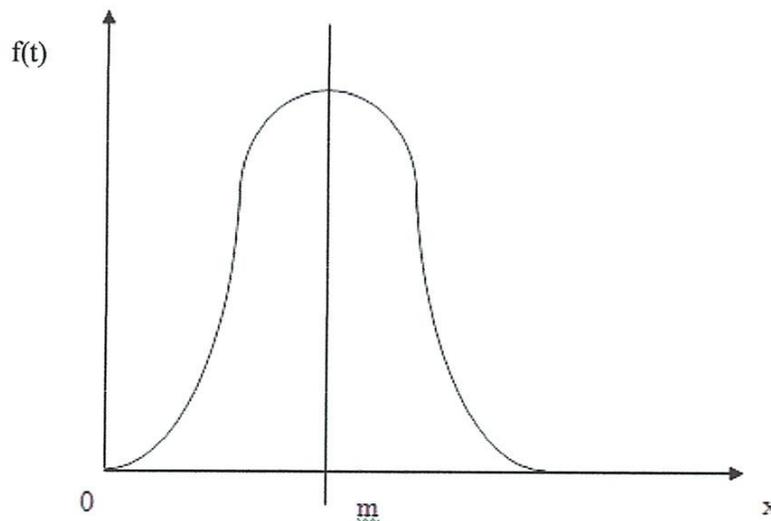
Une variable aléatoire ( $x$ ) de moyenne ( $m$ ) et d'écart type ( $\sigma$ ) suit une loi normale si sa fonction de densité est :

$$f(x) = \exp \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \frac{-(x-m)^2}{2\sigma} \quad (1.6)$$

Où  $m$  : La moyenne arithmétique des temps entre pannes (MTBF).

L'intégrale de cette fonction nous donne la probabilité d'un matériel de fonctionner sans défaillance.

Elle est appliquée dans la période III de la courbe en baignoire, ou on a les phénomènes de vieillissement et d'usure anormale de l'équipement.



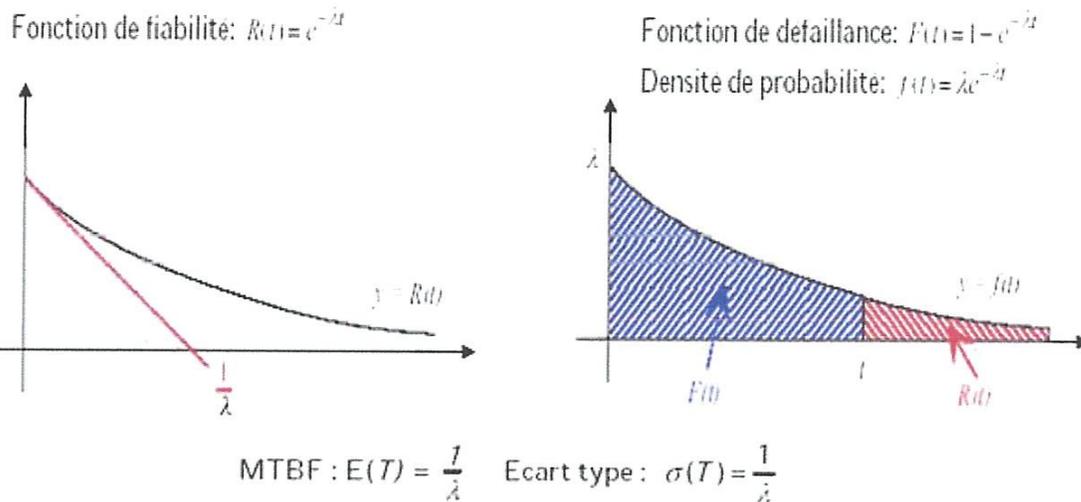
**Figure 1.3 :** la densité de probabilité de la loi Lois normales (de Gauss)

## b) Loi Exponentielle :

La loi exponentielle est la loi suivie par la v.a.r.  $T$  lorsque le taux d'avarie est constant.

Pour tout  $t \geq 0$  on a  $\lambda(t) = \lambda$  constante strictement positive.

Pour tout  $t \geq 0$



**Figure 1.4** : l'allure de la densité de probabilité et la fonction de fiabilité de la loi exponentielle.

L'utilisation de papier semi-logarithmique pour représenter  $R(t)$  permet de déceler une loi exponentielle. S'il s'agit d'une loi exponentielle.

## c) Loi de Weibull :

Ce mathématicien suédois a choisi une loi sous forme de puissance (calcul facile d'intégrales) avec 3 paramètres qui permettent d'obtenir les diverses situations : décroissante, constante et croissante.

$$\lambda(t) = \frac{\beta}{\eta} \left( \frac{t-\gamma}{\eta} \right)^{\beta-1} \quad \text{Pour } t > \gamma, \beta, \gamma, \eta \text{ sont des constantes avec } \beta > 0; \eta > 0;$$

On retrouve, pour tout  $t > \gamma$

Fonction de fiabilité :

$$R(t) = \exp\left[-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta\right] \quad (1.7)$$

$$F(t) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta\right] \quad (1.8)$$

$$\text{Densité de probabilité : } f(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1} \exp\left[-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta\right] \quad (1.9)$$

On retrouve la MTBF et l'écart type à l'aide de tables (voir formulaire)

MTBF :  $\eta A + \gamma$  et  $\sigma = \eta\beta$

L'utilisation du papier imaginé par Weibull pour représenter  $F(t)$  permet de déceler une loi de Weibull. Les points de coordonnées  $(t_i; F(t_i))$  sont alignés lorsque  $\gamma = 0$ . On retrouve alors graphiquement les valeurs de  $\beta$  et de  $\eta$ .

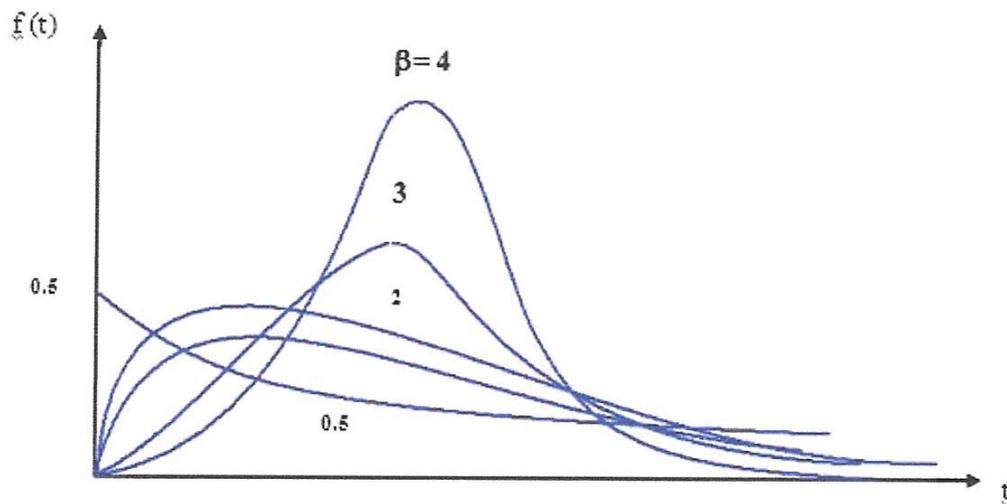


Figure 1.5 : La densité de probabilité pour la loi de Weibull.

**d) Loi de Poisson :**

elle correspond au nombre d'occurrences sur une période donnée d'un événement dans la probabilité par unité de temps est constant. La loi de Poisson est une loi à un paramètre positive ( $m$ ) définie par :

$$P(X = K) = \exp\left(-m \cdot \frac{m^k}{k!}\right) \quad (1.10)$$

On en déduit la fonction de réparation :

$$F(K) = \sum_{i=0}^K \exp\left(-m \cdot \frac{m^i}{i!}\right) \quad \text{ou} \quad E[.] = m \quad \text{et} \quad \sigma^2[X] = m \quad (1.11)$$

**e) Loi de Galton :**

Une autre distribution couramment utilisée est la de Galton, elle a été introduite pour la modélisation des durées de vie de semi-conducteurs à partir constatation statique son champ d'application touchait déjà de nombreux domaines ; depuis l'économie jusqu'à la cancérologie. La variable aléatoire dans ce cas est une variable continue,  $t$  entre  $[0, +\infty[$  dont la densité de probabilité est donnée par :

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \frac{1}{t} \exp\left\{-\frac{(\ln(t) - m')^2}{\sigma'^2}\right\} \quad (1.12)$$

Avec  $m'$  : moyenne des  $\ln(t)$

$\sigma'$  : écart-type des  $\ln(t)$

La valeur moyenne et la variance sont données par :

$$m = \exp\left(m' + \frac{\sigma'^2}{2}\right) \quad \text{et} \quad \sigma^2(t) = \frac{1}{\lambda^2} \quad (1.13)$$

**f) Loi uniforme :**

La variable aléatoire  $t$  est, dans ce cas, une variable continue dans  $[t_1, t_2]$  dont la loi de densité de probabilité est donnée par :

$$F(t) = \frac{1}{t_2 - t_1} \quad (1.14)$$

la valeur moyenne et la variance sont données par :

$$m = \frac{t_1 + t_2}{2} \text{ et } \sigma^2 = \frac{(t_2 - t_1)^2}{12} \quad (1.15)$$

**I.10. Défaillance :**

Par défaillance ou panne, on entend cessation de l'aptitude d'une entité ou d'un système à accomplir une fonction requise. Une défaillance résulte d'une ou plusieurs fautes (écart anormal

avec la caractéristique désirée), ou encore anomalie de fonctionnement.

Une défaillance peut être complète, partielle, fugitive, intermittente ou permanente. La défaillance peut conduire à la panne du système [5].

**a) Mode de défaillance :**

Le Mode de défaillance est le cheminement d'un défaut initial vers une défaillance 'visible' du système. Les modes de défaillance sont générés par les causes de défaillance, un mode de défaillance représente l'effet (ou les effets) par lequel se manifeste la cause de défaillance. Les défaillances d'un composant ont des effets sur les fonctions de celui-ci ; le mode de défaillance sera dénommé du nom de l'effet. Le mode de défaillance est toujours relatif à la fonction du dispositif. Il s'exprime toujours en termes physiques [5].

**b) cause de défaillance :**

Une cause de défaillance est l'événement initial pouvant conduire à la défaillance d'un dispositif par l'intermédiaire de son mode de défaillance. Plusieurs causes peuvent être associées à un même mode de défaillance. Une même cause peut provoquer plusieurs modes de défaillance.

**c) Effet de la défaillance :**

L'effet d'une défaillance est, par définition, une conséquence subie par l'utilisateur. Il est associé au couple (mode-cause de défaillance) et correspond à la perception finale de la défaillance par l'utilisateur.

**d) Taux de défaillance :**

Généralement noté  $\lambda(t)$ , est

$$\lambda(t) = \frac{\frac{dR(t)}{dt}}{d(R(t))} \quad (1.16)$$

Il représente l'intensité de défaillance en fonction du temps. C'est la probabilité conditionnelle, divisée par  $dt$  de tomber en panne entre  $t$  et  $t + dt$  sachant qu'au temps  $t$  l'entité n'est pas défaillante.

L'hypothèse est très souvent faite que ce taux de défaillance est constant (indépendant du temps). Alors la loi de fiabilité prend une forme facile à manipuler de :

$$R(t) = \exp(-\lambda t) \quad (1.17)$$

**e) Courbe en baignoire :**

Cette courbe nous permet de connaître l'évolution du taux de défaillance  $\lambda(t)$  en fonction du temps de fonctionnement de l'équipement. D'après cette courbe on distingue trois périodes qui correspondent chacune à un mode de défaillance.

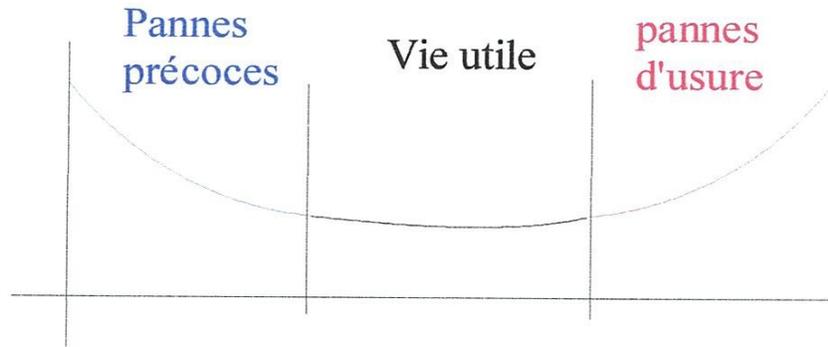


Figure 1.6 : la courbe en baignoire

✓ **Période I :**

Elle est appelée période **pannes précoces**, c'est la période des défaillances de jeunesse, elle est caractérisée par un taux d'avaries élevé qui décroît dans le temps.

On peut expliquer l'augmentation du taux d'avaries dans cette période par le fait que l'équipement neuf se compose d'une certaine proportion de composants médiocres qui se dégradent l'un après l'autre, ces dégradations sont généralement dues à une mauvaise fabrication, ou un mauvais contrôle de qualité en cours de production.

Généralement ces composants défectueux peuvent être éliminés soit par un rodage, soit par une série d'essais ou contrôles non destructifs.

✓ **Période II**

C'est la période de **vie utile**, elle comprend des pannes purement accidentelles. Cette période est caractérisée par un taux de défaillance sensiblement constant, c'est dans cette période qu'on peut tirer le meilleur emploi des équipements.

Le type de maintenance appliquée ici est préventif ou correctif. Seule la loi exponentielle de fiabilité peut être appliquée.

✓ **Période III :**

Elle comprend les défaillances de **vieillesse** causées par des dégradations dues à la fatigue, l'usure et la vieillesse des composants de l'équipement. Ces défaillances témoignent d'un mauvais entretien ou d'un manque d'un planning de maintenance de l'équipement. Ces phénomènes d'usure et de vieillissement suivent la loi normale (Gaussienne).

**I.11. Conclusion :**

Dans ce premier chapitre, nous avons donné les définitions de la notion du: système, maintenabilité, disponibilité, sécurité, fiabilité en présente les caractéristique de la fiabilité et ces principales lois. Enfin en parle à la défaillance (définition, taus de défaillance, notions de temps MTBF, MTTR, MTTF, MUT, MDT). Dans le deuxième chapitre on s'intéresse à l'étude des méthodes d'analyse de la fiabilité.

## *Chapitre II*

# *Méthode d'analyse de la fiabilité des systèmes mécatroniques*

---

### **II.1. Introduction :**

La mécatronique est définie par l'utilisation simultanée et en étroite symbiose de la mécanique, de l'électronique, de l'informatique,.... pour concevoir et produire de produits toujours plus innovants.

Cette approche doit s'accompagner aujourd'hui de la garantie de sûreté de fonctionnement (SdF) des systèmes conçus. Or, la fiabilité, élément déterminant de la SdF, est relativement peu maîtrisée dans le développement des systèmes mécatroniques.

Dans ce chapitre on définit les systèmes mécatroniques et les méthodes d'analyse de la fiabilité de ce type de systèmes.

### **II.2 Système mécatronique :**

L'apparition des systèmes mécatroniques est une révolution pour le monde industriel il affecte de plus en plus le monde du transport et en particulier le secteur automobile. L'utilisation de ces systèmes se généralise rapidement et influence maintenant tous les secteurs de l'industrie.

La mécatronique a bouleversé la conception et la fabrication des systèmes complexes. En particulier, son introduction dans le secteur automobile a profondément modifié les processus de développement et de fabrication [6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13,14].

Ainsi, la voiture n'est plus conçue comme un dispositif mécanique qui porte quelques commandes électroniques, mais comme un système mécatronique [15] où les composants des différentes technologies sont entièrement intégrés [7].

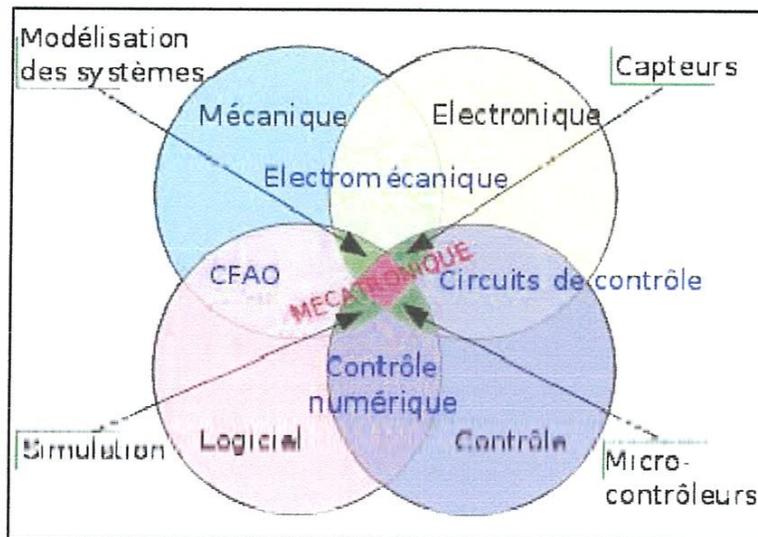


Figure 2.1 : Système mécatronique

### II.2.1.Définition :

Le terme mécatronique (Mechatronics en anglais) a été proposé la première fois par un ingénieur de Yaskawa Electric Co. du Japon en 1969 pour désigner le contrôle des moteurs électriques par ordinateur [16]. Ce terme a par la suite évolué.

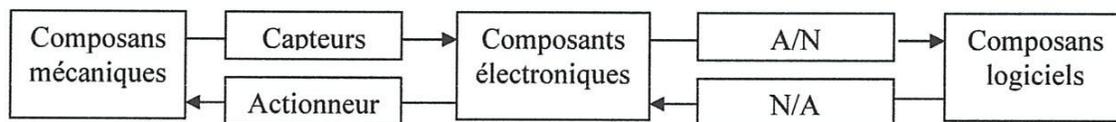
La norme NF E 01-010 (2008) définit la mécatronique comme une « démarche visant l'intégration en synergie de la mécanique, l'électronique, l'automatique et l'informatique dans la conception et la fabrication d'un produit en vue d'augmenter et/ou d'optimiser sa fonctionnalité »

La mécatronique est « la combinaison synergique de l'ingénierie mécanique de précision de la commande électronique et du système informatique dans la conception des produits et des processus de fabrication » (définition officielle par le Comité Consultatif de Recherche

Industrielle et de Développement de la Communauté Européenne Industrial Research and Development Advisory Committee of the European Community) [17,18]. Cette définition établit le caractère multidisciplinaire de la mécatronique qui associe dans la conception et la fabrication d'un produit plusieurs secteurs d'activité de technologies différentes.

Le mot-clé ici est « synergique » pris dans le même sens que dans la définition du génie mécanique qui est perçue comme la combinaison synergique de la dynamique des fluides de la mécanique des solides de la thermodynamique et de la science des matériaux [19].

La mécatronique n'est pas intrinsèquement une science ou une technologie, elle doit être considérée comme une attitude, une manière fondamentale de regarder et de faire des choses et par sa nature elle exige une approche unifiée [20]. Ashley et Alciatore proposent également d'autres définitions pour la mécatronique [21,22].



**Figure 2.2** : La mécatronique [23].

Le système mécatronique de la figure 2.2 intègre de la mécanique, de l'électronique et du logiciel, mais également des systèmes hydrauliques pneumatiques et des systèmes thermiques. Cet exemple montre qu'il est important que le système soit conçu comme un ensemble autant que possible [24] La synergie induite par les systèmes mécatroniques conduit à une combinaison intelligente de technologies. Cette synergie mène alors à des solutions et à des performances supérieures qui ne pourraient pas être obtenues par des applications séparées.

### II.2.2.Description :

L'ingénierie de tels systèmes mécatroniques nécessite la conception simultanée et pluridisciplinaire de trois sous-systèmes :

- **une partie opérative** (squelette et muscle du système à dominante Mécanique et Electromécanique),
- **une partie commande** (intelligence embarquée du système à dominante Electronique et Informatique Temps Réel),

- **une partie interface Homme/Machine** (forme géométrique et dialogue du système à dominante Ergonomique et Esthétique).

Une approche globale permet aussi de réduire les coûts, d'augmenter la fiabilité et la modularité.

➤ **La fiabilité :**

Les dispositifs mécatroniques sont utilisés pour piloter des systèmes et rétroagir pour s'adapter aux conditions variables de fonctionnement, pour surveiller leur état (solicitation, fatigue...), réaliser leur maintenance... Ce domaine très vaste reste complexe (accès aux Informations, compétences en électronique et mécanique, répartition des fonctions, fiabilité et sécurité...). Il nécessite des moyens importants et entraîne des coûts élevés.

L'intégration de ces techniques a débuté dans l'aéronautique, suivie par les transports et actuellement l'automobile. Dans le futur, ce thème intéressera des secteurs de la mécanique comme les machines, le levage, etc. Les applications industrielles devront à terme faire partie du savoir-faire spécifique de l'entreprise, l'intégration des capteurs restant toujours le problème du mécanicien. La tendance est au partenariat technologique ; seuls certains grands ensembles considèrent cette technologie comme totalement stratégique.

Bien que la fiabilité et la sécurité de l'électronique se soient améliorées, une réflexion globale sur le système ou le processus est nécessaire avant d'intégrer la technologie et les spécificités « métier ». Les appareils et systèmes doivent résister aux interférences électromagnétiques dans des environnements toujours plus perturbés et leur compatibilité électromagnétique doit être étudiée puis validée pour assurer la sécurité et la fiabilité du fonctionnement. Des méthodes de vérification du logiciel système ou utilisateur doivent être développées pour s'assurer que la commande répond bien aux besoins et n'entraîne pas des situations dangereuses.

### **II.3. Concepts fondamentaux d'analyse de la fiabilité :**

Il est bien connu le fait que plupart des phénomènes observables dans la nature contient un certain degré d'incertitude. D'ailleurs, la répétition de mesures des phénomènes physique produit des résultats différents. Quelque uns se montrant plus Fréquence que d'autre. La présence de résultats qui ne suivent pas un comportement « prévisible » traduit l'incertitude et peut être caractérisé pour les propriétés probabilistes et statistiques.

En sachant que tous les paramètres d'intérêt dans le Génie des structures possèdent un certain degré d'incertitude, ceux-ci doivent être considérés comme des variables aléatoires [25].

Dans ce contexte, la présence d'incertitudes fait qu'on ne puisse pas assurer une performance satisfaisante de manière absolue, déterministe. Au contraire, cette performance peut être assurée seulement en termes de probabilité pour qu'un certain critère de performance soit satisfait. Dans la terminologie de l'ingénierie, cette probabilité est appelée fiabilité.

#### **II.4. Méthodes d'analyse de sûreté de fonctionnement :**

Une analyse prévisionnelle de sûreté de fonctionnement est un processus d'étude d'un système réel de façon à produire un modèle abstrait du système relatif à une caractéristique de sûreté de fonctionnement (fiabilité, disponibilité, maintenabilité, sécurité). Les éléments de ce modèle seront des événements susceptibles de se produire dans le système et son environnement, tels par exemple :

- des défaillances et des pannes des composants du système,
- des événements liés à l'environnement,
- des erreurs humaines en phase d'exploitation.

Le modèle permet ainsi de représenter toutes les défaillances et les pannes des composants du système qui compromettent une des caractéristiques de Sdf.

Afin d'aider l'analyste, plusieurs méthodes d'analyse ont été mises au point. Les principales sont :

**APD** Analyse Préliminaire des Dangers,

**AMDE** Analyse des Modes de Défaillances et de leurs Effets,

**MDS** Méthode du Diagramme de Succès,

**MTV** Méthode de la Table de Vérité,

**MAC** Méthode de l'Arbre des Causes,

**MCPR** Méthode des Combinaisons de Pannes Résumées,

**MACQ** Méthode de l'Arbre des Conséquences,

**MDCC** Méthode du Diagramme Causes-Conséquences,

**MEE** Méthode de l'Espace des Etats. Nous ne verrons dans la suite que quelques unes de ces méthodes. [26]

**II.5. Étapes d'une analyse et Sûreté de fonctionnement :**

On peut diviser une analyse de Sûreté de fonctionnement de système en plusieurs étapes principales, à savoir :

- l'analyse structurelle et fonctionnelle du système ;
- l'analyse prévisionnelle qualitative du système ;
- l'analyse prévisionnelle quantitative du système ;
- la synthèse des analyses précédentes et une conclusion.

Les détails et l'enchaînement de ces étapes sont donnés dans l'organigramme de la figure 2.3. Il faut remarquer que ces étapes ne sont pas totalement disjointes et présentent des aspects communs. De plus, une étude réelle est itérative, les étapes principales sont répétées plusieurs fois jusqu'à l'obtention d'une conclusion acceptable (objectifs réalisés). La mise en œuvre de ces méthodes rend indispensables des décompositions hiérarchiques matérielles ou fonctionnelles du système

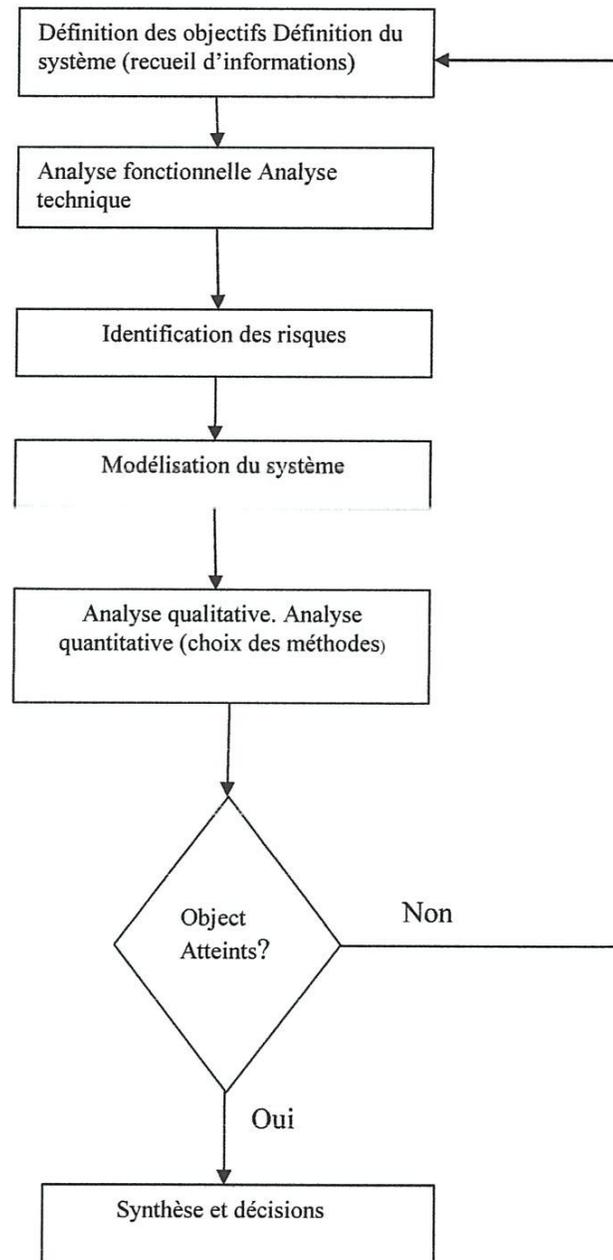


Figure.2.3 : Organigramme des tâches d'une analyse prévisionnelle.

## II.6. Méthodes d'analyse fonctionnelle :

Les méthodes d'analyse fonctionnelle sont indispensables pour réaliser une décomposition fonctionnelle et matérielle d'une installation industrielle en cours de conception ou en fonctionnement.

L'utilisation de ces méthodes, par leurs caractères systématiques et exhaustifs, représente une garantie formelle pour décomposer une installation industrielle en niveaux fonctionnels et matériels nécessaires pour identifier les modes de défaillances et leurs conséquences sur les objectifs opérationnels retenus pour

L'installation ou l'équipement concerne. De nombreuses méthodes d'analyse fonctionnelle ont été mises au point dans le monde depuis la fin de la Seconde Guerre mondiale et se déduisent des techniques d'analyse de la valeur, développée par L.D. Miles, en 1947, [27], dédiées principalement aux produits nouveaux. Selon la norme AFNOR NF EN 1325-1, [28], l'analyse de la valeur est une « méthode de compétitivité, organisée et créatives, visant la satisfaction du besoin de l'utilisateur par une démarche spécifique de conception à la fois fonctionnelle, économique et pluridisciplinaire »

### II.7. Méthodes d'analyse Prévisionnelle :

Les méthodes d'analyse prévisionnelle se répartissent en Deux grandes familles qui diffèrent par les techniques de raisonnement :

Les méthodes inductives (bottom to top) partent des causes des défaillances et remontent jusqu'aux conséquences que l'on souhaite éviter ;

– les méthodes déductives sont au contraire des méthodes descendantes (top to bottom) : on part de l'événement indésirable et on recherche toutes les causes susceptibles d'entraîner cet événement.

La mise en œuvre de ces méthodes rend indispensables des décompositions hiérarchiques matérielles ou fonctionnelles du système. Certaines d'entre elles permettent une quantification des probabilités des risques encourus (à condition de disposer d'un retour d'expérience de qualité, c'est-à-dire fiable et bénéficiant d'un programme d'assurance qualité).

Par souci d'exhaustivité, puisque certains secteurs industriels privilégient ces outils pour leurs études de sécurité et de définition de leurs stratégies de maintenance, ce paragraphe résume succinctement les principales méthodes :

– analyse des modes de défaillance et de leurs effets (AMDE, années 1960, aéronautique), analyse des modes de défaillance, de leurs effets et de leur criticité (AMDEC, années 1960, NASA), Failure Mode, Affects and Criticality Analysis (FMECA) ;

– analyse préliminaire des dangers (APD), analyse préliminaire des risques (APR) (années 1960, aéronautique) ;

- Hazard and Operability Study (HAZOP années 1970, industries chimiques);
- méthode du diagramme de succès ou de fiabilité' (MDS ou MDF, années 1960), Reliability Block Diagramme Méthode (RBD) ;
- méthode de la table de vérité (MTV), méthode de la table de décision (MTD) ;
- méthode de l'arbre des défaillances (AdD, années 1960) (Fault Tree Method) ;
- méthode des combinaisons de pannes résumées (années 1970 aéronautique) ;
- méthode de l'arbre des conséquences ou des arbres d'événements (MACQ ou MAE, années 1970, nucléaire), Event Tree Method (ETM) ;
- méthode du diagramme causes-conséquences (MDCC, années 1970, nucléaire), Cause-Conséquence Diagramme Method (CCDM) ;
- méthode de l'espace des états (MEE), années 1950, processus de Markov).

### **II.7.1. Méthodes qualitatives :**

Toutes ces méthodes qualitatives sont basées sur la nomenclature des dangers et risques, de leurs origines et causes. Elles utilisent des tableaux standards permettant de classer les données et événements

#### **a) Analyse des modes de défaillance et de leurs effets (AMDE) :**

Cette méthode (FMEA) "failure mode and affect analysis", développée aux Etats-Unis et utilisée depuis septembre 1949 en spatial et en aéronautique, a été depuis généralisée à de nombreux domaines de l'industrie. L'ADME est inductive et permet l'étude systématique des causes et des effets des défaillances (modes de défaillance et effets)

qui affectent les composants d'un système. La méthode comprend quatre étapes et se caractérise par une présentation sous forme de tableaux qui sont très souvent spécifiques à un secteur industriel concerné.

#### **1. Définition du système, de ses fonctions et de ses composants :**

Définition des principales fonctions du système, de ses limites fonctionnelles (systèmes et composants) et des spécifications relatives au fonctionnement du système et de ses composants ou à l'environnement du système.

#### **2. Etablissement des modes de défaillance des composants et leurs causes :**

Cette phase doit être la plus complète possible et demeure le point faible de la méthode.

On classe les modes de défaillances en général en quatre catégories (normalisées) :

- fonctionnement prématuré (ou intempestif) ;
- ne fonctionne pas au moment prévu ;
- ne s'arrête pas au moment prévu ;
- défaillance en fonctionnement.

Les modes de défaillances sont définis par rapport à un fonctionnement précis du système et sont donc dépendants de celui-ci. Pour aider l'analyse, on utilise des tableaux comme le tableau 1 donnant une liste-guide de modes génériques de défaillance (norme NF EN 60812) [29].

#### **b) Analyse préliminaire des dangers, De risques (APD, APR) :**

Cette méthode (Preliminary Hazard Analysis) a été utilisée au début des années 1960 aux Etats-Unis pour l'analyse de sécurité de missiles. La méthode a pour objet d'identifier les dangers d'une installation et ses causes (éléments dangereux) et d'évaluer la gravité des conséquences liées aux situations dangereuses et aux accidents potentiels.

L'identification des dangers est effectuée grâce à l'expérience et à la connaissance des spécialistes et à l'aide de listes-guides (checklists) d'éléments et situations dangereuses qui dépendent du domaine d'application. Par extension, on appelle « analyse préliminaire des risques », la même analyse complétée par une estimation de la probabilité d'occurrence des situations dangereuses et accidents potentiels ainsi que leurs effets et conséquences.

Les tableaux utilisés pour ces analyses contiennent :

- le système ou la fonction étudiée ;
- la phase de la mission où le danger peut se manifester ;
- l'entité dangereuse ;
- le ou les événement(s) causant une situation dangereuse ;
- la situation dangereuse ;
- le ou les événement(s) transformant la situation dangereuse en accident potentiel ;
- l'accident potentiel ;
- les conséquences de l'accident ;
- une classification par gravité ;
- une estimation préliminaire de probabilité s'il s'agit d'une étude APR ;
- les mesures préventives éventuelles.

Ces méthodes sont souvent utilisées pour la phase d'identification des risques et sont orientées vers la sécurité.

**c) Méthodes des combinaisons de pannes résumées (MCPR) :**

Cette méthode des combinaisons de pannes résumées (failure combination method) complète la méthode AMDE en incluant une étude des combinaisons de défaillances conduisant à des événements indésirables.

Elle a été créée par la SNIAS (Société nationale industrielle aérospatiale) et les autorités de certification du ministère de l'Air français pour l'analyse de la sécurité des avions Concorde puis Airbus. Cette méthode comprend quatre étapes :

- la décomposition du système élémentaire ; AMDE appliquée à chaque système élémentaire ;
- l'élaboration des « pannes résumées internes » regroupement des modes de défaillances qui seuls ou groupés produisent les mêmes effets sur le système élémentaire considéré ou sur les autres systèmes élémentaires ;
- l'élaboration des « pannes résumées externes » composées des pannes résumées internes ou leurs combinaisons relatives aux autres systèmes pouvant affecter le fonctionnement du système élémentaire étudié ;
- l'élaboration des « pannes résumées globales » composées des pannes résumées internes, externes et de leurs combinaisons ayant les mêmes effets sur le système élémentaire étudié et sur les autres systèmes élémentaires.

Cette méthode permet de regrouper les pannes ayant les mêmes effets et de tenir compte des interactions entre systèmes élémentaires.

De plus, à partir des modes de défaillances conduisant aux événements indésirables, il est possible de construire facilement un arbre des causes et donc d'aborder l'aspect quantitatif directement.

**II.8.Méthode d'analyse HAZOP (Hazard and Operability study):**

Cette méthode a été développée par la société « Imperial Chemical Industries » au début des années 1970 et s'applique à l'industrie chimique.

Elle est de même type que l'AMDE mais est mieux adaptée pour l'analyse des circuits thermo hydrauliques.

Elle consiste à remplir un tableau standard contenant préalablement un certain nombre de mots-clefs.

Ceux-ci permettent de passer en revue les déviations des paramètres importants en mettant en évidence les causes et les conséquences de leurs déviations éventuelles, ainsi que les moyens de détection et les actions correctrices possibles. Une hiérarchisation

D'après la fréquence et la gravité des déviations possibles est alors effectuée. Une méthode dérivée a été développée par l'Union des industries chimiques (UIC).

### II.8.1. Méthodes mixtes et quantitatives :

Ces méthodes sont nombreuses soit inductives, soit déductives comme celle de l'arbre des causes ou de défaillance, ou encore un mélange des deux. On distingue trois types d'approches suivant l'aspect du support diagramme utilisé :

- approche structurelle (MDS/MDF, MTV, MTD) ;
- approche arborescente (MAC/MAD, MACQ/MAE, MDCC) ;
- approche par graphe des états (MEE).

De plus, on peut diviser ces méthodes en deux classes :

- les méthodes dites « statiques » ; le système est étudié à partir de sa structure et de sa logique de fonctionnement sans tenir compte de son évolution possible dans le temps ;
- les méthodes dites « dynamiques » : le système est étudié à partir de sa structure en tenant compte de son évolution au cours du temps.

#### a) Méthodes du diagramme du succès ou de fiabilité (MDS/MDF) :

Cette méthode est la plus ancienne et reste encore appelée souvent méthodes du diagramme de fiabilité (MDF) ou reliability block diagram method (RBD). En effet, elle est naturelle, car elle est proche de la structure physique du système.

Elle consiste à construire un diagramme composé de blocs, chacun d'eux représentant une entité (composant, sous-système, voire fonction) reliés par des lignes orientées indiquant les dépendances des entités entre elles. Le comportement des entités est binaire (fonctionnement/défaillance).

Les diagrammes (figure 2.4) sont constitués d'une entrée E, d'un corps de diagramme et d'une sortie S. On suppose qu'un signal est émis en E et est transmis par les lignes jusqu'à la

sortie S, la défaillance d'une entité entraînant l'arrêt du signal au niveau du bloc qui lui est associé.

S'il n'existe aucun chemin d'accès permettant le passage du signal de E vers S, le système est défaillant, sinon il fonctionne.

Un tel diagramme est une représentation statique du système.

L'étude consiste à chercher les combinaisons de défaillances d'entités élémentaires conduisant à la défaillance du système, appelées « coupes ». Les « coupes » ne contenant aucune autre coupe sont dites « minimales » (la notion de chemins minimaux est aussi utilisée pour ce type d'étude). Ces dernières sont essentielles pour les calculs probabilistes découlant de cette première analyse. Les règles de transmission du signal sont (figure 2.5) :

- en série ; toutes les entités doivent fonctionner pour que le signal passe ;
- en parallèle ; il suffit que toutes les entités d'une branche fonctionnent pour que le signal passe ;
- cas de redondance ; la représentation fait apparaître un nœud commun spécifiant s'il s'agit d'un cas m/n (il faut pour réaliser la fonction qu'au moins m entités fonctionnent sur les n entités en parallèle) ou non et des « interrupteurs » si la redondance est passive.

Les formules suivantes donnent la fiabilité R de systèmes dont les composants élémentaires  $C_i$  ont une fiabilité  $R_i$  :

- cas de N composants simples placés en série :

$$R = \prod_{i=1}^{i=N} R_i \quad (2.1)$$

- cas de N composants simples placés en parallèles :

$$R = 1 - \prod_{i=1}^{i=N} (1 - R_i) \quad (2.2)$$

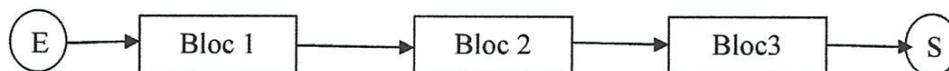


Figure 2.4 : Bloc série.

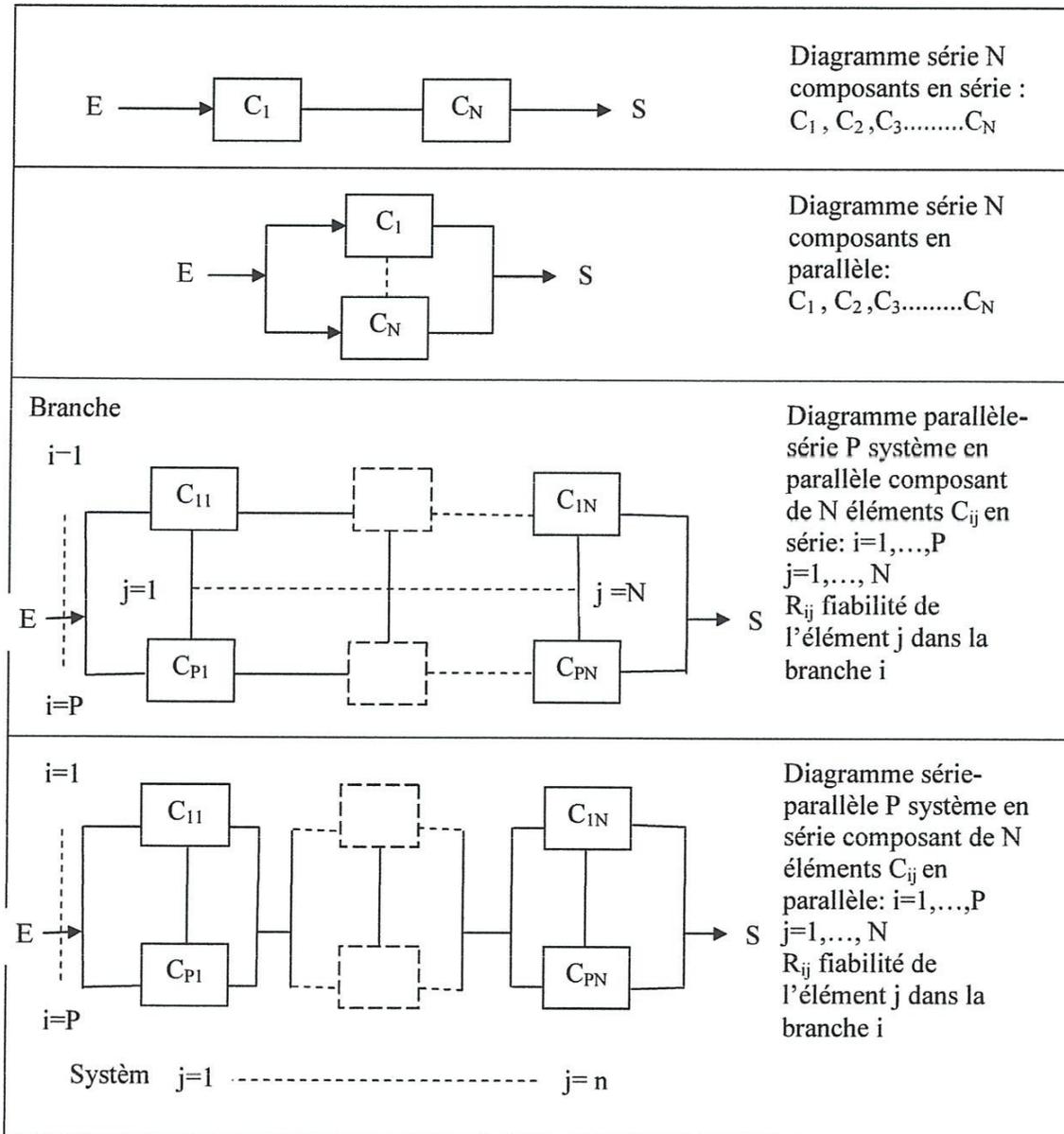


Figure 2.5 : Structures canoniques d'arrangement de blocs

– cas parallèle-série : P branches en parallèle avec N composants en série  $C_{ij}$  où  $R_{ij}$  représente la fiabilité du composant j dans la branche i :

$$R = 1 - \prod_{i=1}^{i=P} (1 - \prod_{j=1}^{j=N} R_{ij}) \tag{2.3}$$

– cas série-parallèle : N systèmes en série avec P composants  $C_i$  dans chaque système où  $R_{ij}$  représente la fiabilité' du composant j dans le système i :

$$R = 1 - \prod_{i=1}^N \left( 1 - \prod_{j=1}^P (1 - R_{ij}) \right) \quad (2.4)$$

– cas d'un système a voteur P/N (N composants simples en parallèle et un système de vote retenant les P composants en fonctionnement de même fiabilité élémentaire) :

$$R = \sum_{i=P}^N C_N^i r^i (1 - r)^{N-i} \quad (2.5)$$

### b) Méthode de l'arbre de cause ou de défaillance (MAC/MAD) :

L'outil de cette méthode déductive est couramment appelé arbre de défaillance (AdD) ou arbre de pannes (APA) et est une représentation statique du système.

Cette méthode consiste donc à considérer une défaillance donnée du système et à construire d'une manière arborescente (descendante) l'ensemble des combinaisons de défaillances des composants mises en jeu (comportement binaire des événements élémentaires).

L'événement indésirable ou non souhaité est au sommet de l'arbre d'où la dénomination d'événement-sommet les événements indésirables intermédiaires ou de base étant reliés en cascade à l'aide de symboles correspondant à des opérations logiques. Une branche se termine toujours par un événement de base. Ces opérateurs appelés « portes » sont :

- portes ET, ET prioritaire ou séquentiel, et avec condition ;
- portes OU, OU exclusif, OU avec condition ;
- porte SI condition ;
- porte k/n combinaison ;
- porte DELAI ;
- porte NON ;
- porte matricielle (sortie générée pour certaines combinaisons d'entrée).

La figure 2.6 représente les symboles les plus courants utilisés pour construire un arbre de défaillance.

D'autres événements sont spécifiés dans des blocs de formes normalisées :

- rectangle ; événement-sommet ou intermédiaire (défaillance de commande) ;
- cercle ; événement de base élémentaire (non développé, défaillance première) ;
- losange ; événement de base non élémentaire (non développé, défaillance seconde) ;

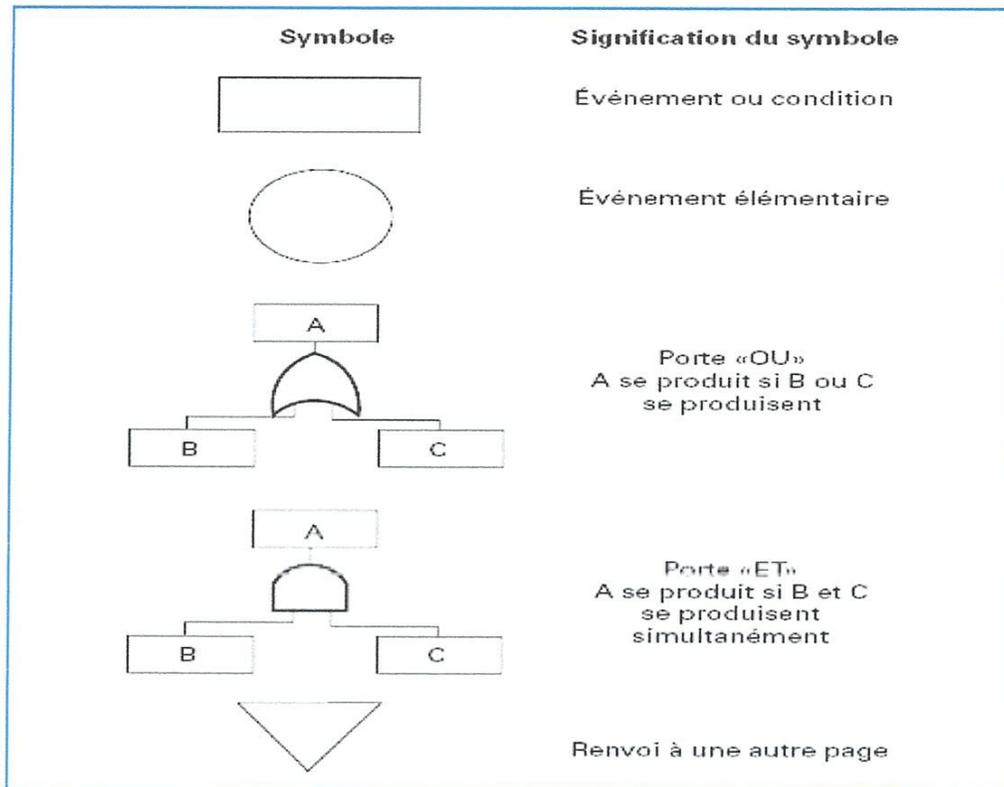


Figure 2. 6 : Symboles utilisés dans les arbres de défaillances.

- double losange ; événement non de base (développement à effectuer) ;
- maison ; événement de base considéré comme normal (événement de fonctionnement) ;
- ovale ; événement conditionnel (portes logiques). Des triangles sont également utilisés pour effectuer des transferts d'un arbre à d'autres sous-arbres, et donc pour simplifier la présentation d'un arbre complexe. Pour construire l'AdD, on procède comme suit :
  - recherche des causes immédiates, nécessaires et suffisantes de l'événement indésirable (obtention d'événements intermédiaires) ;
  - classement et analyse des événements intermédiaires (liés à un ou plusieurs composants et à quelques types de défaillances) ;
  - recherche des causes immédiates, nécessaires et suffisantes des événements intermédiaires jusqu'à obtention d'événements de base.

Il faut remarquer que ces phases doivent souvent être répétées pour permettre à l'analyste de mieux connaître le système et -d'améliorer sa décomposition en événements de base. Enfin lorsque l'arbre complet de défaillance a été construit et tracé, il est possible de le simplifier avec la détermination des « coupes minimales».

Une coupe minimale est une combinaison d'événements initiateurs qui conduit automatiquement à l'événement sommet. On obtient alors un arbre de défaillances équivalent à l'arbre complet.

### **II.9. Arbre de défaillance :**

La méthode de l'arbre de défaillances, encore appelée arbre des causes (fault tree) est née en 1962 dans la société **Bell Telephone**. Dans les années suivantes, les règles de constructions ont été formalisées par **Haasl** en 1965, par **l'université of Washington** et Boeing .dans les années 70, **Vasely** a jeté les bases de l'évaluation quantitative, **Kinetic Tree Theory (KITTT)**. Enfin, en 1992, la dernière grande avancée est due **Coudert, Madre et Rauzy** qui les ont codés avec des diagrammes de décision binaires (DDB) obtenant ainsi une grande efficacité de calcul .

Cette méthode a pour objectif de déterminer les combinaisons possible d'événements qui entraînent l'occurrence d'un événement indésirable (ou redoute). L'idée est de représentée graphiquement la logique de dysfonctionnement d'un système.

#### **a) Construction de l'arbre de défaillance :**

L'analyse par l'arbre de défaillance se concentre sur un événement particulier qualifier d'indésirable ou de redouté on ne souhaite par le voir se réaliser. Cet événement devient le sommet de l'arbre et l'analyse a pour but d'en déterminer toutes les causes.

#### **b) Les avantages de l'arbre de défaillance :**

La méthode permet de connaître combien il est nécessaire d'avoir d'événement intermédiaires pour conduire a l'événement redoute (coup(s) minimales(s)).

#### **c) Les inconvénients de l'arbre de défaillance :**

La qualité des résultats dépend beaucoup de l'expérience et de « l'imagination »de celui qui effectue l'analyse.

La méthode nécessite un programme informatique, lorsque le nombre de combinaisons d'événement dépasse quelques dizaines d'unités, pour calculer l'occurrence de l'événement indésirable étudié et rechercher les coups minimales.

### **II.10. Banques de données et méthodes prédiction :**

De nombreuses méthodes de calculs de prédiction de la fiabilité ont été mises au point depuis plusieurs décennies principalement dans le domaine des composants électroniques et plus rarement pour des matériels mécaniques. En particulier de nombreux logiciels

de prédiction de la fiabilité sont disponibles sur le marché et proposent des méthodes de calculs de prévision de la fiabilité.

Cependant à part quelques méthodes et quelques recueils de données de fiabilité, la majorité d'entre elles datent des débuts des années 1990 et ne sont plus maintenues, ce qui limite leur intérêt car même certains guides ne sont plus disponibles. Dans ce paragraphe, les principales sources de données de taux de défaillances vont être fournies, suivies de la description succincte des méthodes de prédiction de la fiabilité qui contiennent quelquefois aussi des taux de défaillances. Les liens entre les modèles de prédiction et les banques de données de localiseront données sur la figure 2.5.

Nous recommandons au lecteur de suivre attentivement l'évolution de ces éléments d'information disponibles au niveau mondial et qui évoluent constamment avec de nouvelles révisions qui sont publiées régulièrement.

En particulier, les méthodes de calcul de prédiction se de'composent en deux grandes familles.

#### **a) Méthode Parts Stress :**

La méthode appelée Parts Stress requiert la connaissance approfondie des types et niveaux de contraintes qui s'appliquent à chacun des éléments constitutifs des circuits électroniques. Elle s'applique en fin de conception quand toutes les contraintes, les facteurs d'environnement et de qualité sont connus pour chaque composant élémentaire. Cette méthode exige des connaissances très approfondies sur les composants étudiés.

b) Méthode Parts Counts :

La méthode Parts Counts s'applique pendant la phase préliminaire conception quand peu d'informations sont disponibles. Les informations utilisées sont des informations génériques relatives aux composants, à leur niveaux de qualité et aux facteurs généraux d'environnement. On considère alors des niveaux moyens pour obtenir une estimation assez grossière des taux de défaillances.

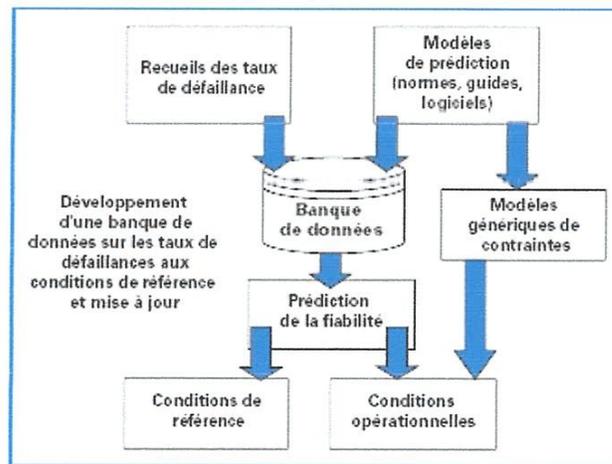


Figure 2. 7 : Liens entre les modèles de prédiction et les banques de données de fiabilité

II.11. Système markovien :

Soit  $h(t) = (h_i(t) \ i=1, \dots, n)$  le vecteur représentant l'état du système à la date  $t$  (c'est-à dire des  $n$  composants) et  $F$  la fonction de structure, supposée cohérente. Notons  $E$  l'ensemble  $\{0,1\}^n$  qui représente l'ensemble des valeurs possibles de  $h$ . Cet ensemble se décompose en deux ensembles disjoints représentant les états de marche :  $E^+ = \{h/F(h) = 0\}$  et les états de panne :

$$E^- = \{h/F(h) = 1\}. \tag{2.6}$$

Nous dirons que le système est markovien si le processus décrivant l'état du système est un processus markovien ; on parle aussi de chaîne de Markov à temps continu ou de processus markovien de sauts.

Définition : Le processus  $h$  est dit markovien si :

$$\begin{aligned} P(\eta(t+h) = \frac{j}{\eta(t_1)} = e_1, \eta(t_2) = e_2, \dots, \eta(t_k) = e_k, \eta(t) = i) \\ = P(\eta(t+h) = \frac{j}{\eta(t)} = i) \end{aligned} \quad (2.7)$$

Pour tout  $t_1 < t_2 < t_k < \dots < t < t+h$  et tout  $e_1, e_2, \dots, e_k, j \neq i$

Cela signifie que la transition de  $t$  à  $t+h$  ne dépend pas des états antérieurs à la date  $t$ . C'est la propriété caractéristique de « perte de mémoire » des processus markoviens.

Si, de plus, la transition de  $i$  à  $j$   $\pi_i$  entre  $t$  et  $t+h$  vérifie :

$$P(\eta(t+h) = \frac{j}{\eta(t)} = i) = \lambda_{ij}h + o(h) \quad (2.8)$$

Le processus est dit markovien homogène régulier. Nous ne considérons dans la suite que de tels processus.

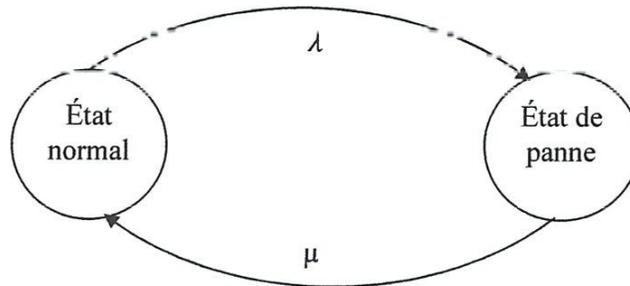


Figure 2.8 : Processus de Markov pour un bloc unique

### II.11.1. Méthode des graphes de Markov :

La méthode de graphe de Markov permet d'évaluer la fiabilité et/ou la disponibilité d'un système. On recense les différents états possibles de chacun des composants du système (en marche, en panne, ...) chacun des états du système est une combinaison des états possibles des composants). On considère que les changements d'état du système résultent du changement d'état de ses composants (par exemple, le système passera de l'état de panne à l'état de marche par la réparation d'un composant).

**II.12. Conclusion :**

Dans ce deuxième chapitre nous avons présenté les principales méthodes d'analyse de la fiabilité ; dans notre étude pour l'analyse de la fiabilité on s'intéresse à l'analyse par la Méthode des graphes de Markov qui nous permettent d'évaluer la fiabilité et/ou la disponibilité d'un système dans la même base de modélisation. C'est l'objectif du chapitre 3

## *Chapitre III*

# *Etude de la fiabilité par les RdP et le Graphe de Markov*

---

### **III.1. Introduction :**

Dans le processus de développement des systèmes mécatroniques, la fiabilité est devenue une caractéristique essentielle [17]. Ainsi, afin d'optimiser le développement de ces systèmes, il est impératif de disposer des méthodes permettant d'évaluer la fiabilité en cours de développement.

Ce chapitre présente les méthodes et les technique de modélisation pour l'évaluation (évaluation ordinale et probabiliste comme d'écrit dans la figure ci dessous), de la fiabilité tout au long du cycle de développement s'effectue par des méthodes et des outils adaptés à chaque étape.

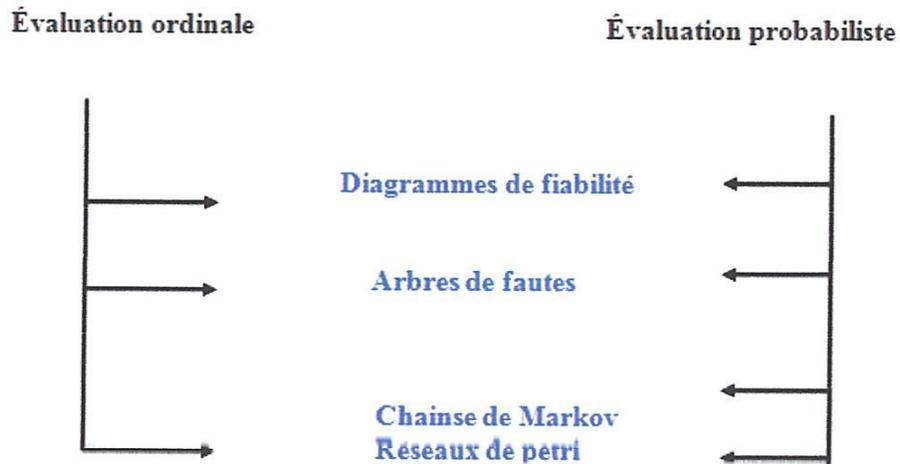


Figure 3.1 : évaluation ordinaire et probabiliste

### III.2.Méthode de l'Espace des Etats (MEE) :

La Méthode de l'Espace des Etats (MEE) (ou processus de Markov) permet l'analyse de fiabilité des systèmes réparables [30, 31, 34, 35, 32, 33].

Supposons un système constitué par des composants, chaque composant ayant un nombre fini d'états de fonctionnement et de panne on construira un graphe dont les sommets correspondront aux différents états du système et les arcs correspondront aux transitions (panne et réparation) entre états. Pour un système à  $n$  composants si chaque composant a deux états (fonctionnement et panne) le nombre maximum d'états est  $2^n$ .

Le calcul de la fiabilité est réalisé à partir de différents états du système.

Le principal avantage de cette méthode est de permettre la modélisation de systèmes réparables.

La méthode est souvent difficile à appliquer pour des systèmes de grande taille caractérisés par une explosion des états.

### III.2.1 Réseaux de Petri (RdP) :

Les réseaux de Pétri ont été inventés en 1962 par Carl Adam Pétri [34, 35,36]. Ils sont basés sur la théorie des automates. Ces réseaux permettent de représenter le comportement des systèmes dans les conditions de fonctionnement normal ainsi que leur comportement en cas de défaillance de leurs composants. Les réseaux de Pétri sont décrits par un 7-tuplé,  $(P; T; A; W; M_0; Pre; Post)$  défini par :

L'ensemble des places  $p_i$  de  $P$  tel que  $p_i \in P$  est fini et non vide.

L'ensemble des transitions  $t_i$  de  $T$  tel que  $t_i \in T$  est fini et non vide.

L'ensemble des arcs  $a_i$  de  $A$  tel que  $a_i \in A$ .

L'ensemble des poids  $W_i$  affectés aux arcs est tel que  $W_i \in W$  souvent égale à 1 pour les réseaux déterministes évalués à partir de probabilité pour les réseaux stochastiques.

Le marquage initial  $M_0$  avec ses jetons  $J$ . C'est le caractère dynamique du réseau de Petri et sa capacité à supplanter les chaînes de Markov, dans son utilisation en fiabilité des systèmes.

$Pre(P, T)$  est l'application d'incidence avant, de type  $P \times T \rightarrow N$  correspond aux arcs allant d'une place vers une transition.

$Post(P, T)$  est l'application d'incidence arrière, de type  $T \times P \rightarrow N$  correspond aux arcs allant d'une transition vers une place.

Pour les fonctions avant et arrière, nous utiliserons les notations suivantes :

${}^{\circ}T_j = \{P_i \in P \mid Pre(P_i, T_j) > 0\}$  = ensemble des places d'entrée de  $T_j$ .

$T^{\circ}j = \{P_i \in P \mid post(P_i, T_j) > 0\}$  = ensemble des places de sortie de  $T_j$ .

${}^{\circ}P_i = \{T_j \in T \mid post(P_i, T_j) > 0\}$  = ensemble des places d'entrée de  $P_i$ .

$P^{\circ}i = \{T_j \in T \mid Pre(P_i, T_j) > 0\}$  = ensemble des places de sortie de  $P_i$ .

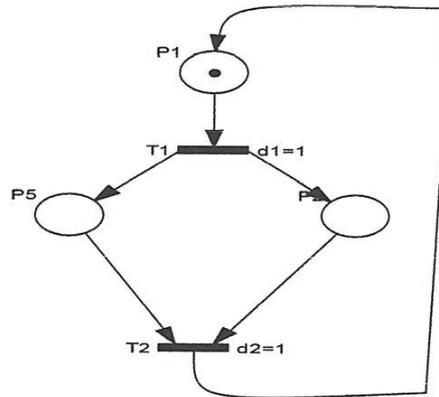


Figure 3.2. Réseau de Pétri

La figure 3.3 illustre un exemple d'un réseau de Pétri. Le marquage de ce réseau est déterminé par le nombre de jetons  $M(P)$  dans chaque place  $P$ . Le marquage initial  $M_0$  qui correspond à l'état initial du système s'écrit :

$$M_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

L'évolution du réseau de Pétri est obtenue par des franchissements (tirs) de transitions. Ce franchissement n'est possible que si chacune des transitions en amont possède un nombre de jetons correspondant au poids de l'arc qui lui est associé. Ceci génère des jetons dans les places en aval. Plusieurs transitions peuvent être sollicitées en même temps, le choix du franchissement se portera sur la transition qui a le délai le plus court.

A partir de ce marquage initial  $M_0$  nous pouvons déterminer une séquence de franchissements. Cette séquence est une suite de transitions qui sont franchissables successivement (sans autres franchissements de transitions). Le franchissement de ces séquences conduit au passage d'un marquage à un autre, ce qui correspond au passage du système d'un état à un autre.

L'ensemble des marquages accessible à partir d'un marquage initial représente le graphe de marquage de la figure associé au réseau de Pétri de la figure suivant.

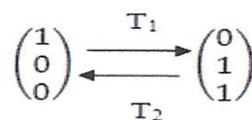


Figure 3.3 : Graphe de marquage

Ce graphe de marquage est composé de nœuds qui correspondent aux marquages accessibles, et d'arc correspondant aux franchissements de transitions faisant passer d'un marquage à un autre. Il nous aidera à déterminer la matrice d'incidence  $W_{m \times n}$  équivalente au réseau de Pétri ( $m$  correspond au nombre de places et  $n$  au nombre de transitions) qui s'écrit de la manière suivante :

$$w = w^+ - w^- = [w_{ij}]$$

$$\begin{cases} w^+ = [w_{ij}^+] = [Post(P_i, T_j)] \\ w^- = [w_{ij}^-] = [Pre(P_i, T_j)] \end{cases} \quad (3.2)$$

Considérons l'exemple de réseau de Pétri traité dans la figure 3.2. Les matrices d'incidences avant et arrière s'écrivent :

$$w^- = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, w^+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

La matrice d'incidence  $W$  est de la forme :

$$w = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

Les réseaux de Pétri sont très utilisés dans la modélisation des systèmes à événements discrets et dans les études de sûreté de fonctionnement des systèmes dynamiques. Ils sont caractérisés par une évolution asynchrone dans laquelle les transitions des composantes parallèles sont franchies les unes après les autres, et par une représentation explicite des synchronisations et des mécanismes d'allocation. Plusieurs extensions des réseaux de Pétri ont été élaborées pour répondre à la modélisation des problèmes spécifiques et pour maîtriser la taille et la lisibilité des modèles. L'un des points forts des réseaux de Pétri par rapport aux autres formalismes, repose sur ses fondements théoriques qui lui permettent de vérifier les propriétés générales d'un modèle (vivant, réinitialisable, sans blocage ou borné etc..) ainsi que l'accessibilité de certains marquages. Les méthodes de recherche de propriétés dans les réseaux de Pétri sont basées sur l'élaboration du graphe des marquages accessibles, sur l'algèbre linéaire (calcul des invariants de places et des transitions), la réduction des réseaux ainsi que sur la logique linéaire qui permet de caractériser les relations d'ordre partiel.

### III.2.2. La méthode de Graphe de Markov :

La modélisation sous forme de graphe de Markov est longue, fastidieuse et relativement complexe. Aussi, le risque d'erreur est non négligeable, surtout si la modélisation est réalisée par un concepteur non spécialisé. C'est pourquoi les outils de modélisation intègrent un modèle générique de redondance  $M$  parmi  $N$  et une fonction originale de génération automatique de modèles markoviens.

La littérature différents processus de Markov sont désignés comme des « chaînes de Markov ». Habituellement cependant le terme est réservé à un processus avec un ensemble discret de temps (c'est à dire une chaîne de Markov à temps discret (DTMC) bien que certains auteurs utilisent la même terminologie pour désigner une chaîne de Markov à temps continu sans mention explicite. Bien que la définition des paramètres de l'heure est plutôt d'accord sur signifier à temps discret la chaîne espace d'état Markov n'a pas de définition établie : le terme peut se référer à un processus sur un espace arbitrairement général de l'Etat. Toutefois, de nombreuses utilisations de chaînes de Markov emploient fini ou dénombrable (ou discret sur la droite réelle) des espaces de l'Etat qui ont une analyse statistique plus simple.

Les changements d'état du système sont appelés transitions et les probabilités associées aux différents changements d'état sont appelées probabilités de transition. Le procédé est caractérisé par un espace d'état, une matrice de transition décrivant les probabilités de transitions particulières et un état initial (ou de la distribution initiale) dans l'espace d'état. Par convention nous supposons tous les états et les transitions possibles ont été inclus dans la définition du processus qu'il y a toujours un état suivant et le processus ne se termine pas.

#### III.2.2.1. Définition :

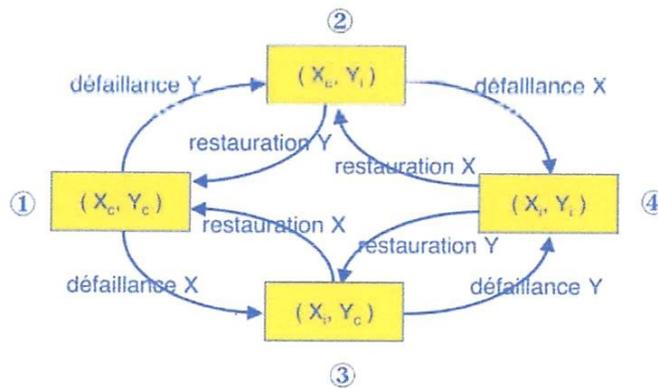
Une chaîne de Markov est un processus stochastique à la propriété de Markov. Le terme " chaîne de Markov " se réfère à la séquence de variables aléatoires un tel procédé se déplace à travers avec la propriété de Markov définissant la dépendance de série uniquement entre des périodes adjacentes (comme dans une " chaîne). Il peut donc être utilisé pour les systèmes qui suivent une série d'événements liés où ce qui se passe ensuite dépend que de l'état actuel du système de description.

Pour bien comprendre cette méthode on a utilisé cet exemple.

✚ Exemple 3.1 :

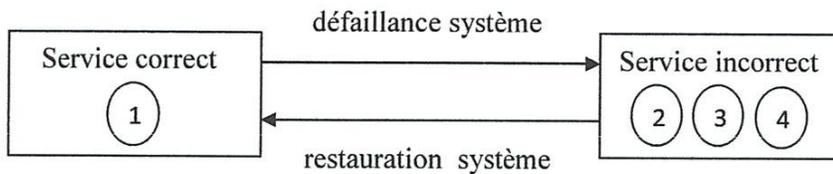
Système constitué de deux composants, un réparateur par composant

- États des composants :  $X_c, Y_c \Rightarrow$  service correct  
 $X_i, Y_i \Rightarrow$  service incorrect, en réparation
- États du système :  $(X_c, Y_c)$  ;  $(X_c, Y_i)$  ;  $(X_i, Y_c)$  ;  $(X_i, Y_i)$

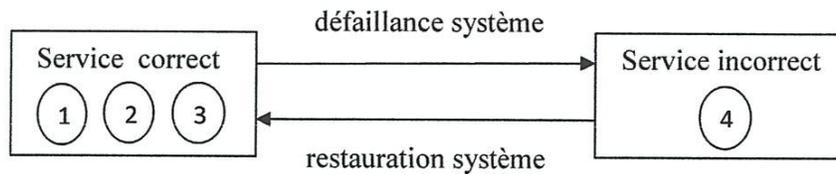


III.2.2.2 Caractérisation de la sûreté de fonctionnement : (pour l'exemple 3.1)

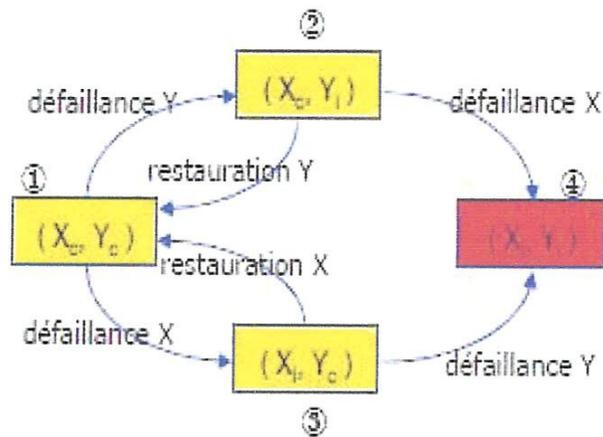
- Système non redondant : X et Y en série :



- Système redondant : X et Y en parallèle :

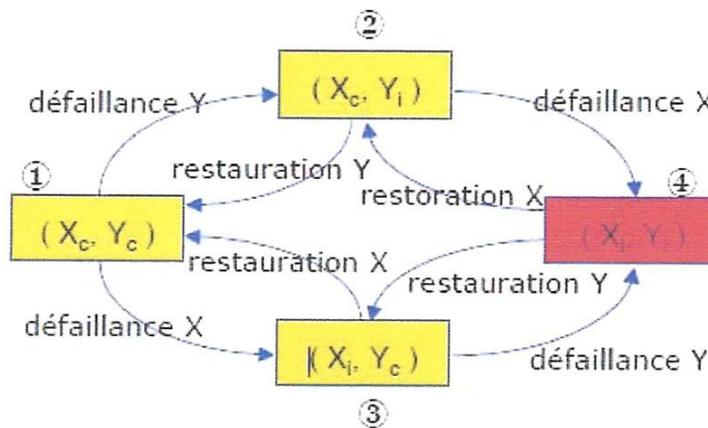


1. Modèle de fiabilité :



$$R(t) = P_1(t) + P_2(t) + P_3(t)$$

2. Modèle de disponibilité :



$$A(t) = P_1(t) + P_2(t) + P_3(t)$$

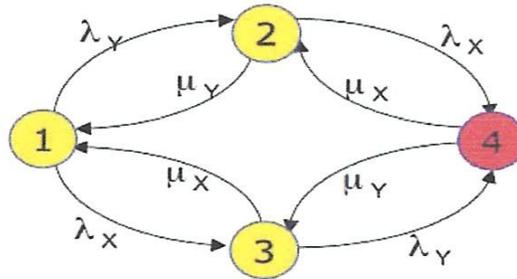
$P_k(t)$ : probabilité système dans l'Etat k à l'instant t.

- Calcul de  $P_j(t)$  dépend des distributions associées aux transitions
- Chaînes de Markov homogènes: taux de transition constants

III.2.2.3. Chaînes de Markov homogènes :

1. Exemple précédent (Exemple 3.1):

- Taux de défaillance des composants :  $\lambda_X, \lambda_Y$
- Taux de restauration :  $\mu_X, \mu_Y$



**2. Prise en compte d'une transition (et une seule) entre t et t + dt**

$$P_1(t + dt) = [1 - (\lambda_X dt + \lambda_Y dt)] P_1(t) + \mu_Y dt P_2(t) + \mu_X dt P_3(t)$$

- $1 - (\lambda_X dt + \lambda_Y dt) = \text{Prob.}\{ \text{rester dans } \textcircled{1} \text{ entre } t \text{ et } t+dt \}$
- $\mu_Y dt = \text{Prob.}\{ \text{transition de } \textcircled{2} \text{ vers } \textcircled{1} \text{ entre } t \text{ et } t+dt \}$
- $\mu_X dt = \text{Prob.}\{ \text{transition de } \textcircled{3} \text{ vers } \textcircled{1} \text{ entre } t \text{ et } t+dt \}$

$$P_2(t + dt) = \lambda_Y dt P_1(t) + [1 - (\lambda_X dt + \mu_Y dt)] P_2(t) + \mu_X dt P_4(t)$$

$$P_3(t + dt) = \lambda_X dt P_1(t) + [1 - (\lambda_Y dt + \mu_X dt)] P_3(t) + \mu_Y dt P_4(t)$$

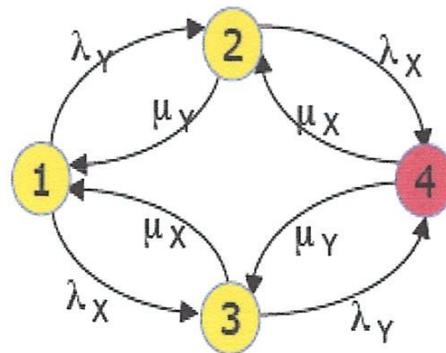
$$P_4(t + dt) = \lambda_X dt P_2(t) + \lambda_Y dt P_3(t) + [1 - (\mu_X dt + \mu_Y dt)] P_4(t)$$

$$P'_1(t) = -(\lambda_X + \lambda_Y) P_1(t) + \mu_Y P_2(t) + \mu_X P_3(t)$$

$$P'_2(t) = \lambda_Y P_1(t) - (\lambda_X + \mu_Y) P_2(t) + \mu_X P_4(t)$$

$$P'_3(t) = \lambda_X P_1(t) - (\lambda_Y + \mu_X) P_3(t) + \mu_Y P_4(t)$$

$$P'_4(t) = \lambda_X P_2(t) + \lambda_Y P_3(t) - (\mu_X + \mu_Y) P_4(t)$$



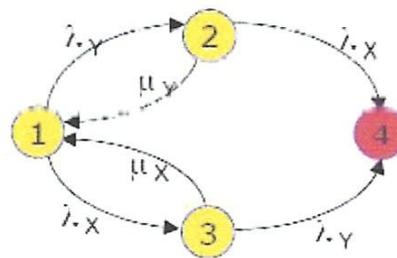
❖ Matriciellement:

$$[P'_1(t) P'_2(t) P'_3(t) P'_4(t)] = [P_1(t) P_2(t) P_3(t) P_4(t)] *$$

$$\begin{pmatrix} -(\lambda_X + \lambda_Y) & \lambda_Y & \lambda_X & 0 \\ \mu_Y & -(\lambda_X + \mu_Y) & 0 & \lambda_X \\ \mu_X & 0 & -(\lambda_X + \mu_Y) & \lambda_Y \\ 0 & \mu_X & \mu_Y & -(\lambda_X + \mu_Y) \end{pmatrix}$$

$$P'(t) = P(t) \cdot \Lambda$$

**P (t)** : vecteur ligne des probabilités d'états.  
**Λ** : matrice (des taux) de transition ou matrice génératrice.



**Solution:**  $P'(t) = P(0) \cdot \exp(-\Lambda t)$

**Disponibilité:**  $A(t) = P_1(t) + P_2(t) + P_3(t)$

$$= p(t) \cdot \mathbf{1}_3^A$$

$$\mathbf{1}_3^A = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} : \text{vecteur colonne de sommation}$$

**P<sub>c</sub>(t)** : vecteur des probabilités des états non défailants.

$$\begin{pmatrix} -(\lambda_X + \lambda_Y) & \lambda_Y & \lambda_X \\ \mu_Y & -(\lambda_X + \mu_Y) & 0 \\ \mu_X & 0 & -(\lambda_X + \mu_Y) \end{pmatrix}$$

**Λ<sub>cc</sub>**: matrice de transition entre états non défailants.

$P'_c(t) = P_c(t) \cdot \Lambda_{cc}$  sa solution :  $P'_c(t) = P_c(0) \cdot \exp(\Lambda_{cc} t)$

$$R(t) = p_c(t) \cdot \mathbf{1}_3^R$$

$\mathbf{1}_3^R =$  vecteur colonne de sommation

III.2.3. Réseaux de Petri, SPNs et GSPNs :

Un réseau de Petri (PN) est défini par (P, T, I, O, M)

P : Places, représentent des conditions dans le système

T : Transitions, représentent des événements

I, O: Input, Output arcs connectant places et transitions

M: marquage initial, nombre de jetons dans chaque place

Réseau de Petri stochastiques (stochastic Petri nets (SPNs)) :

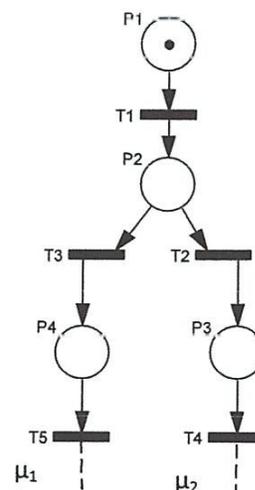
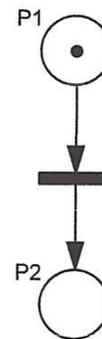
PNs avec transitions temporisées exponentiellement distribuées

Réseau de Petri stochastiques généralisé (**Generalized Stochastic Petri Nets(GSPNs)**) :

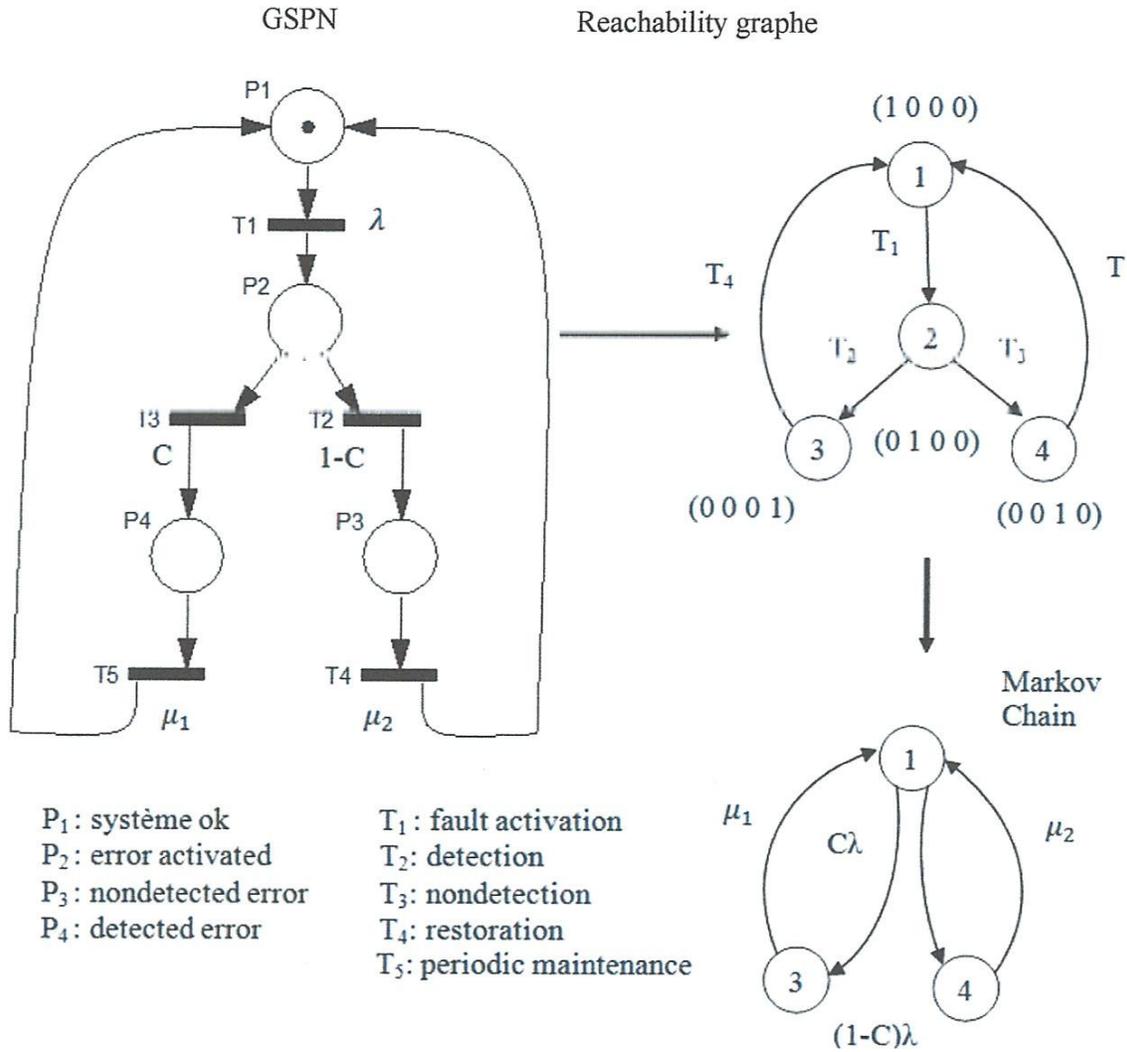
RdPSG avec transitions temporisées exponentiellement distribuées et des transitions immédiates

Avantages

- Adaptés pour représenter parallélisme, synchronisation, ...
- Graphe des marquages isomorphe à une chaîne de Markov



❖ **Exemple 3.2** Calculateur avec deux modes de défaillance/restauration (détection imparfaite)



**III.3. Réduction du graphe de Markov par les RdP :**

Pour bien étudier la réduction du graphe de Markov par les RdP en présente l'exemple suivant.

❖ **Exemple 3.3 :**

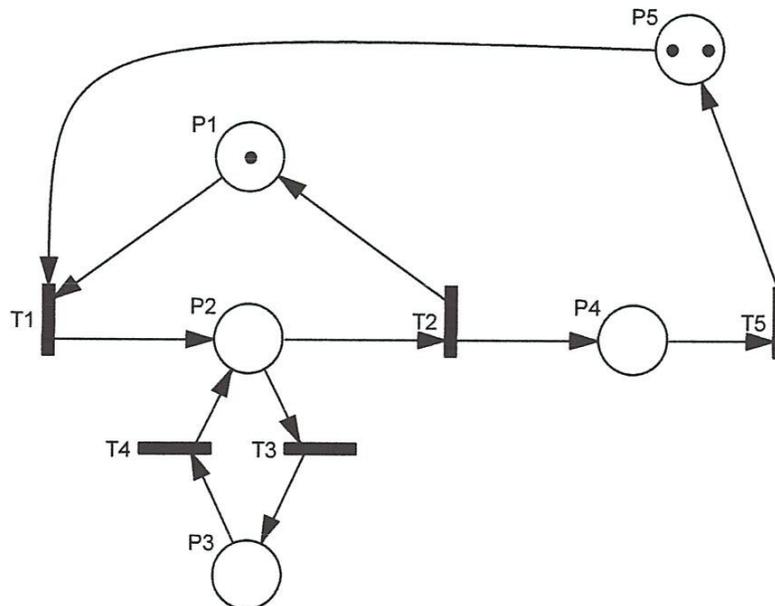
Prenons un exemple de modélisation: une machine avec un tampon de sortie, comme représenté dans la figure 3.4,  $T_1$  est une transition immédiate, la machine traite une partie dès

que possible. Le marquage de la place  $P_5$  représente la capacité de la mémoire tampon de sortie (2 dans ce cas particulier): la transition  $T_1$  n'est pas franchissable ; la modélisation permet d'analyser a priori ainsi que a posteriori (dans les phases critiques de la validation et la spécification) des propriétés spécifiques du modèle pour les opérations nominaux et sur ordre.

L'analyse comportementale ou la performance permet de mettre en évidence, d'éventuels problèmes de définition incorrecte ou incomplète des modes de fonctionnement ou les transitions entre ces modes (spécifications). De la même manière, on peut mettre en évidence des problèmes de dimensionnement, ordonnancement, le partage des ressources, et les entrées/ sorties de synchronisation [33].

Les réseaux de Petri (RdP) se révèlent être le meilleur outil pour établir un modèle de comportement fonctionnel et la récupération de l'échec et ils sont souvent la seule approche possible. Ils présentent en outre l'avantage majeur de rester compréhensible.

La raison principale pourquoi Les réseaux de Petri (Petri Nets PN) sont utilisés pour les systèmes mécatroniques est qu'ils peuvent représenter la dynamique d'un système; en effet, les RdP permettent la modélisation et le comportement à la fois des systèmes mécatronique.



**Figure.3.4 :** Modèle réseau de Pétri d'une machine avec un tampon de sortie.

Le premier marquage des invariant montre l'activité de la machine (dans le traitement ou l'échec en attente) et le deuxième indique que le nombre total de pièces en cours de traitement ou dans le tampon de sortie est toujours égal à deux (par exemple égale à la capacité de la

mémoire du tampon). Les franchissements des invariants est obtenue par les invariants de transition, sont les arcs  $\{T_4, T_5\}$  et  $\{T_2, T_3, T_4, T_5\}$ ; le premier représente le cycle panne / réparation, tandis que le second montre le cycle normal de production.

L'analyse du modèle de comportement dynamique se fait par la construction du graphe d'accessibilité du marquage du modèle RdP (figure 3.5), par le franchissement des transitions, ce qui représente l'évolution des états du système.

La matrice d'incidence du modèle RdP de la figure 2, montrant les changements du marquage par le tir des transitions, est W (équation 1):

$$\begin{matrix}
 & T_1 & T_2 & T_3 & T_4 & T_5 \\
 \begin{matrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
 \end{matrix} \tag{3.9}$$

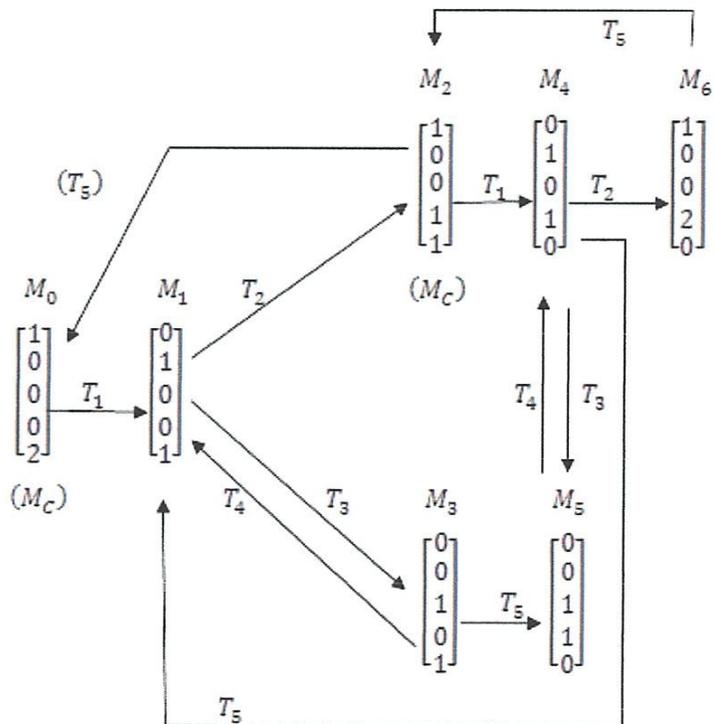


Figure.3.5 : Accessibilité de marquage du modèle RdP.

La transition  $T_5$  est franchie Plus de deux fois sans tirer au moins une fois, à savoir le marquage de la place  $P_4$  ne peut pas dépasser 2 (2 pièces traitées dans la mémoire tampon de sortie).

Définir les invariant des place et des transitions du model RdP les invariants des places et de transition sont obtenues en résolvant  $P^T.W=0$  et  $W.S=0$  respectivement (Morel, et al., 1996):

$$P^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad S^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

Les invariants de marquage correspondants sont:

$$\begin{cases} m(P_1) + m(P_2) + m(P_3) = 1 \\ m(P_2) + m(P_3) + m(P_4) + m(P_5) = 2 \end{cases} \quad (3.11)$$

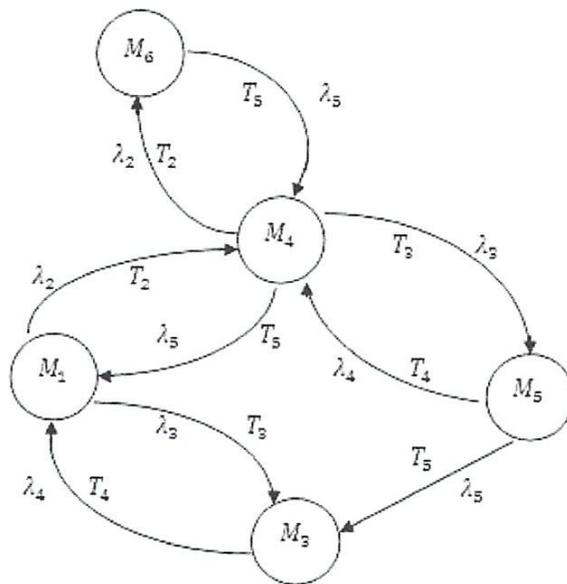


Figure.3.6 : chaîne de Markov embarqué du model RdP.

A partir de graphe d'accessibilité de la figure 3.5, on détermine La chaîne de Markov présenté par la figure 3.6 en prenant en compte que les états tangibles du système. Pour la chaîne de Markov incluse dans la figure 3.6, la matrice de transition d'état est donnée dans (3.5):

$$Q = \begin{bmatrix} -\lambda_2 - \lambda_3 & \lambda_3 & \lambda_2 & 0 & 0 \\ \lambda_4 & -\lambda_4 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_5 & 0 & -\lambda_2 - \lambda_3 - \lambda_5 & \lambda_3 & \lambda_2 \\ 0 & \lambda_5 & \lambda_4 & -\lambda_4 - \lambda_5 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_5 & 0 & -\lambda_5 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Le débit de sortie moyenne est donnée par la vitesse de tir de  $T_5$  et de transition de sortie et la probabilité que  $T_5$  être activé

$$\lambda_5 \cdot \Pr[m(P_4) \neq 0] = \lambda_5 \cdot (\pi_4 + \pi_5 + \pi_6) = 0,578$$

La moyenne des stocks en cours est le marquage de la mémoire tampon de sortie,  $P_4$  moyenne:

$$E[m(P_4)] = 1 \cdot \Pr[m(P_4) = 1] + 2 \cdot \Pr[m(P_4) = 2]$$

$$E[m(P_4)] = \pi_4 + \pi_5 + 2 \cdot \pi_6 = 0,364$$

$$\pi_1 = 0,428, \pi_3 = 0,283, \pi_4 = 0,150, \pi_5 = 0,064 \text{ et } \pi_6 = 0,075.$$

Par exemple, le temps de traitement moyen de la machine est donné par la probabilité d'avoir un jeton à la place  $P_2$ :

$$\pi_r[m(P_2) = 1] = \pi_1 + \pi_4 = 0,578$$

La durée moyenne de la réparation est donnée par le marquage de "l'échec" lieu  $P_3$ :

$$\pi_r[m(P_3) = 1] = \pi_3 + \pi_5 = 0,347$$

La probabilité d'avoir le tampon de sortie complète est la Les états stables de probabilités sont obtenues en résolvant.  $Q = 0$  et sont utilisés pour calculer les probabilités des états de fonctionnement nominale et l'état de défaillance. Afin d'évaluer les performances ou estimer la fiabilité du système (sa fiabilité, sa disponibilité ou la maintenabilité).

- **Application numérique:** si les taux de transitions exponentielles sont  $\lambda_2 = 1, \lambda_3 = 3, \lambda_4 = 5$  et  $\lambda_5 = 2$ , alors la matrice des transitions d'état  $Q$  est:

$$Q = \begin{bmatrix} -4 & 3 & 1 & 1 & 0 \\ 5 & -5 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -6 & -6 & 1 \\ 0 & 2 & 5 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & -2 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

#### III.4. Les réseaux de Petri Predicats-Transitions Différentiels et Stochastiques :

Les RdP Prédicats-Transitions Différentiels Stochastiques ce modèle (les RdP PTD) associe à toute transition une fonction de sensibilisation déterministe: la transition est franchie

exactement à la date à laquelle le seuil est atteint. Dans le cas des RdP PTDS, nous distinguons deux types de transitions: les transitions déterministes et les transitions stochastiques. Aux transitions déterministes sont associées des fonctions de sensibilisation et aux transitions stochastiques sont associées des fonctions stochastiques. Ces fonctions stochastiques sont associées à toute transition modélisant l'occurrence d'une défaillance d'un composant ou sa réparation si elle est non déterministe.

### III.5. Tableaux de karnaugh :

#### III.5.1.définition :

Maurice KARNAUGH, Mathématicien, professeur d'informatique à l'institut polytechnique de New York (de 1980 à 1999) est l'inventeur du diagramme de KARNAUGH en logique (1950) et le Co-inventeur des premiers circuits logiques.

Le tableau de KARNAUGH va nous permettre d'effectuer des simplifications par une méthode semi graphique parfois plus rapide que la méthode algébrique.

Le tableau de Karnaugh est un outil qui permet de simplifier des équations booléennes avec moins de chances de se tromper qu'en utilisant les règles de l'algèbre de Boole classique. On peut l'utiliser avec au maximum 5-6 variables, au-delà il devient rapidement inefficace.

#### III.5.2. Présentation de la méthode :

La méthode de KARNAUGH consiste à présenter les états d'une fonction logique, non sous la forme d'une table de vérité, mais en utilisant un tableau à double entrée. Cela permet d'éviter la simplification algébrique de la fonction. Chaque case du tableau correspond à une combinaison des variables d'entrées, donc à une ligne de la table de vérité.

Le tableau de Karnaugh aura autant de cases que la table de vérité possède de lignes. Les lignes et les colonnes du tableau sont numérotées selon le code binaire réfléchi, donc chaque fois que l'on passe d'une case à l'autre une seule variable change d'état.

#### III.5.3. Construction du tableau de KARNAUGH :

- C'est un tableau de  $2^n$  cases  $n$  étant le nombre de variables de la fonction logique.

- Sur les lignes et colonnes, on représente l'état des variables d'entrée codées en binaire réfléchi (code GRAY)
- Le tableau est construit pour une variable de Sortie
- Chaque case représente une combinaison des entrées.

❖ **Exemple 3.4 :**

Un réservoir est alimenté par deux vannes  $V_1$  et  $V_2$ .

On distingue trois niveaux: Sécurité (s), Bas (b), et Haut (h)

Lorsque le niveau est au-dessous de (s) on ouvre les vannes  $V_1$  &  $V_2$

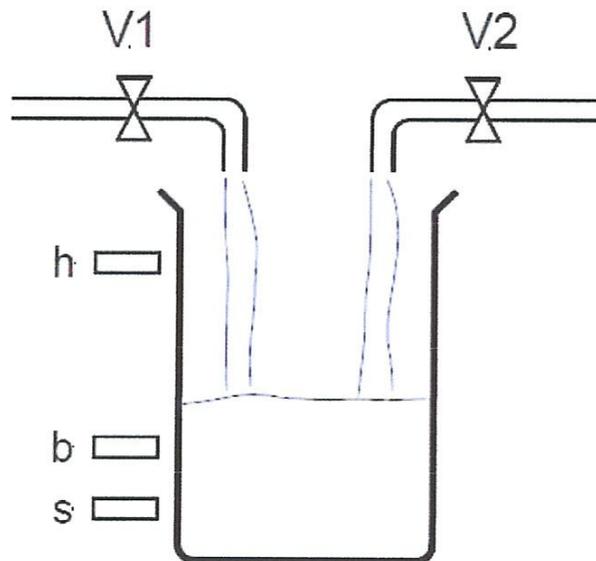
Lorsque le niveau est entre (s) et (b) on ouvre la vanne  $V_1$  seulement

Lorsque le niveau est entre (b) et (h) on ouvre la vanne  $V_2$  seulement

Lorsque le niveau est détecté par (h) on arrête les deux vannes.

❖ **QUESTION :**

Déterminer les équations logiques d'ouverture des deux vannes  $V_1$  et  $V_2$  en fonction du niveau détecté par les 3 capteurs (s),(b), (h).



Lorsque le niveau est détecté par un capteur, son état = 1

❖ Table de vérité :

s	b	h	V <sub>1</sub>	V <sub>2</sub>
0	0	0	1	1
0	0	1	x	x
0	1	0	x	x
0	1	1	x	x
1	0	0	1	0
1	0	1	x	x
1	1	0	0	1
1	1	1	0	0

X = Etat impossible

Equations issues de la table de vérité:

$$V_1 = \bar{s}\bar{b}\bar{h} + s\bar{b}\bar{h}$$

$$V_2 = \bar{s}\bar{b}h + sb\bar{h}$$

❖ Tableaux de KARNAUGH :

V1.

		bh			
		00	01	11	10
s	0	1	X	X	X
	1	1	X	0	0

$$V1 = \bar{b}$$

V2

		bh			
		00	01	11	10
s	0	1	X	X	X
	1	0	X	0	1

$$V2 = \bar{s} + b\bar{h}$$

Il est possible d'utiliser les X dans les groupements puisque Les combinaisons correspondantes sont impossibles dans La réalité. On peut donc les considérer comme des 1 ou 0.

### III.6. Méthode Diagramme Causes-Conséquences (MDCC) :

La méthode du Diagramme Causes-Conséquences (MDCC) [30],[32] est destinée à l'analyse déductive des causes et des conséquences d'un événement initiateur que l'on redoute de voir survenir dans un système.

La représentation de l'analyse utilise les symboles de l'arbre des causes, ainsi que des symboles spécifiques à cette méthode. On distingue généralement deux parties dans une MDCC :

- une partie 'causes' représentant les causes d'un ou de plusieurs événements 'sommets' inacceptables dans certaines conditions.
- une partie 'conséquences' représentant l'étendue des conséquences envisageables lorsque se réalisent les événements 'sommets', en tenant compte des diverses conditions de fonctionnement ou de défaillance de composants, ou de sous-systèmes [30].

Le principal avantage de cette méthode est qu'elle est intéressante pour l'analyse des systèmes où l'ordre dans lequel surviennent les défaillances est important.

La méthode est difficile à utiliser pour l'analyse de systèmes trop complexes (système mécatronique), pour cela on a choisi pour notre cas d'application la modélisation par les RdPPIDS et la méthode de la table de vérité pour réduire le Graphe de Markov dont l'objectif est d'étudier la fiabilité du cas d'application qui est un système mécatronique.

### III.7. Conclusion :

Une analyse comparative montre que les réseaux de Petri sont un outil approprié pour l'évaluation de la fiabilité du système mécatronique.

La capitalisation et la consolidation des connaissances tout au long du cycle de développement du système constituent le principe fondateur de la méthode utilisée. La modélisation fonctionnelle et dysfonctionnelle du système, indispensable à toute maîtrise de la fiabilité est réalisée par la combinaison de la méthode du Graphe de Markov (GM) et l'outil RdPPIDS et la méthode de la TV, c'est l'objectif du chapitre suivant.

## *Chapitre IV*

# *Application de la méthode sur un cas d'étude.*

---

### **IV.1. Introduction :**

Dans le chapitre précédent, nous avons présenté une méthode pour réduire la taille du graphe de Markov par les RdP pour l'évaluation de la fiabilité du système étudié. Cette méthode est à appliquer à partir d'un modèle réseau de Petri. Ce modèle est le réseau de Petri ordinaire sous-jacent au réseau de Petri Prédicats Transitions Différentiels Stochastiques du système étudié.

Au travers d'un exemple simple de systèmes mécatroniques « système de régulation du volume dans un réservoir », nous allons mettre en application notre méthode et nous en signalerons également les limites et les perspectives d'amélioration.

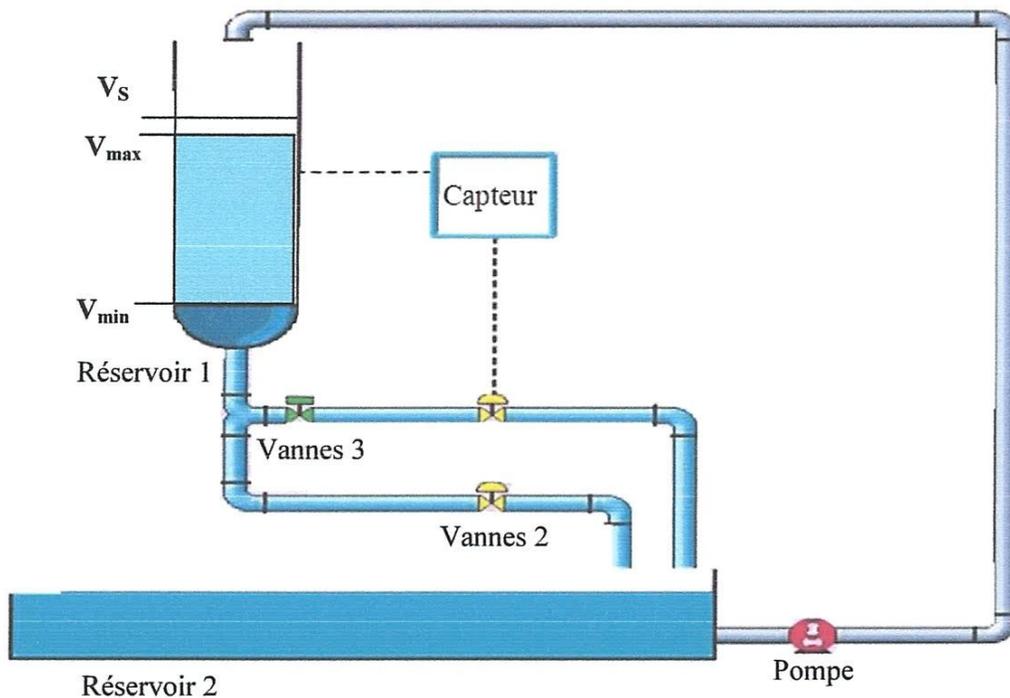
### **IV.2. Le système de régulation du volume :**

Le cas d'étude est basé sur un système de régulation du volume d'un réservoir (figure 5.1). Il est constitué d'un calculateur, de trois vannes (tout ou rien), d'une pompe, d'un capteur de volume et des deux réservoirs régulés (Réservoir 1, Réservoir 2), le réservoir 2 et un réservoir de vidange et de remplissage du réservoir 1 à travers la pompe et les vannes. Les deux réservoirs régulés alimentent des utilisateurs selon un besoin prédéfini (fonction du temps).

Le volume dans le réservoir 1 doit rester dans un intervalle donné  $[V_{\min}, V_{\max}]$ . On distingue donc deux phases de fonctionnement selon que la pompe alimentant ce réservoir est ouverte ou fermée :

- Une phase de conjonction lorsque la pompe est ouverte. Le volume dans le réservoir est croissant durant cette phase, et cela quel que soit la valeur du débit de sortie vers l'utilisateur (le débit d'alimentation de la vanne est bien supérieur, par hypothèse, au débit de sortie).
- Une phase de disjonction lorsque la pompe est fermée. Le volume dans le réservoir est par conséquent décroissant.

Ce système doit assurer l'approvisionnement des utilisateurs tout en évitant le débordement du réservoir 1.



**Figure 4.1 :** Cas d'application

Pour simplifier, nous supposons que les composants suivant sont défaillants :

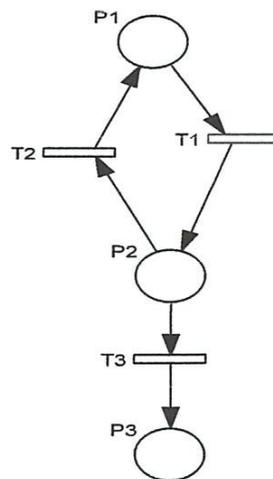
- La pompe (prévues pour l'alimentation du réservoir) peut être défaillante,
- les vannes 2 et 3 (prévues pour la vidange du réservoir) peuvent être bloquées en fermeture,
- La défaillance du capteur.

### IV.2.1. Modélisation du système par le réseau de Pétri :

C'est la méthode la plus utilisée pour la modélisation des états du système en état de fonctionnement nominal et défaillant dans les sous partie suivante de ce chapitre ; on commence par la modélisation des sous parties du système (défaillance réparation) qui son la cause principale de débordement du réservoir 1 ; ensuite on va faire la modélisation du système complet par le modèle RdPPTD. Ce dernier permettra de construire le graphe de Markov associé.

### IV.2.2. Modèle du fonctionnement nominal :

Le fonctionnement nominal du système du réservoir consiste en une succession de phases de conjonction et de disjonction suite à des commandes d'ouverture et de fermeture de la pompe. Les deux vannes 2 et 3 possèdent les mêmes modes de défaillance (Figure 4.2).



**Figure 4.2 :** Modèle du fonctionnement nominal du réservoir

La figure 4.2 illustre le modèle de fonctionnement nominal du réservoir 1. Ici on associe respectivement aux places  $P_1$ ,  $P_2$  les systèmes d'équations régissant l'évolution des grandeurs continues du système à savoir le volume dans l'accumulateur. Ainsi la place  $P_1$  représente la phase de disjonction (le volume décroît) (voir figure 4.3) tandis que la place  $P_2$  représente la phase de conjonction pendant laquelle le volume croit (voir figure 4.4). La place  $P_4$  modélise le bon fonctionnement de la vanne 2 ( $V_2$ ). Les transitions  $t_1$  et  $t_2$  représentent respectivement

la commande de fermeture de la vanne 1 quand le volume dépasse  $V_{max}$  et la commande d'ouverture de la même vanne quand le volume devient inférieur à  $V_{min}$ .

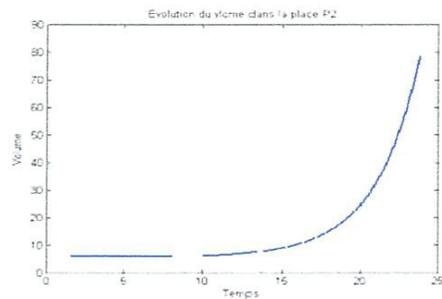
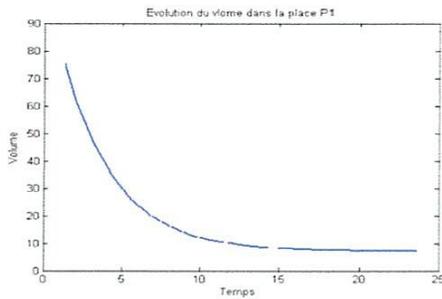


Figure 4.3: Evolution du volume dans la place P<sub>1</sub>

Figure 4.4: Evolution du volume dans la place P<sub>2</sub>

IV.2.2.1. Modèle de défaillance et de réparation des vannes 2, 3 :

Le modèle du blocage en fermeture des vannes 2 et 3 est le suivant :

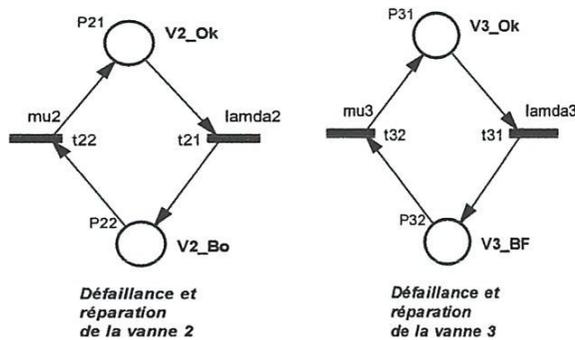


Figure 4.5: Défaillance et réparation des vannes 2 et 3

Il représente le fait que les vanne reste bloquée en fermeture après le tir de  $t_{21}$ (ou  $t_{31}$ ) et qu'elle peut reprendre un comportement normal après réparation tir  $t_{22}$ (ou tir de  $t_{32}$ ).

## IV.2.2.2. Modèle de défaillance et de réparation du capteur et de la pompe :

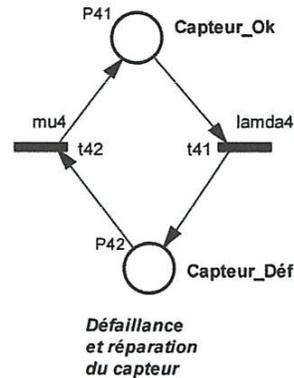


Figure 4.6: Défaillance et réparation du capteur

## IV.2.2.3. Modèle de défaillance et de réparation de la pompe :

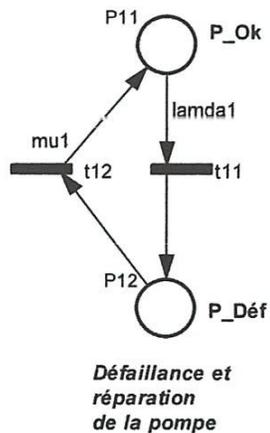


Figure 4.7: Défaillance et réparation la pompe

Il représente le fait que la pompe reste défaillante après le tir de  $t_{11}$  et qu'elle peut reprendre un comportement normal après réparation (tir de  $t_{12}$ ).

## IV.2.2.4. Modèle de système complet :

Le modèle du système de régulation est le réseau de Pétri de la figure 4.8. Il regroupe les modèles de fonctionnement nominal du réservoir, les modèles de défaillance et de réparation des vannes 2 et 3, capteur et la ainsi que les modèles d'occurrence de l'événement redouté débordement des réservoirs 1.

On déclare qu'il y a débordement du réservoir 1, quand le volume dans ce dernier dépasse  $V_S$  ( $V_S$  étant supérieur à  $V_{max}$ ). Dans ce cas, on tire la transition  $t_3$  et on marque la place  $P_3$ .

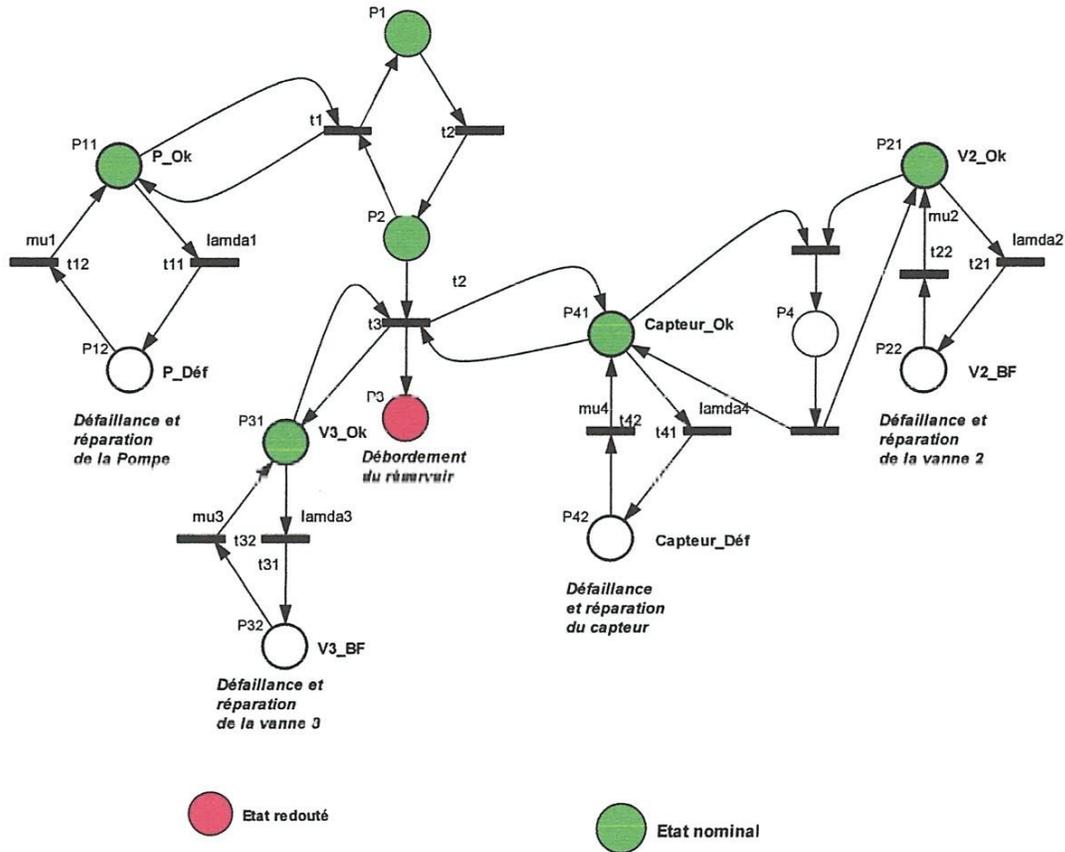


Figure 4.8 : Modélisation du système par les RdP.

Liste d'abréviation

- ❖  $P\_Ok$  : pompe en bon fonctionnement.
- ❖  $P\_Déf$  : pompe défaillante.
- ❖  $V3\_Ok$  : vanne 3 en bon fonctionnement.
- ❖  $V3\_BF$  : vanne 3 bloqué en fermeture.
- ❖  $V2\_Ok$  : vanne 2 en bon fonctionnement.
- ❖  $V2\_BF$  : vanne 2 bloqué en fermeture.
- ❖  $Capteur\_Ok$  : Capteur en bon fonctionnement.
- ❖  $Capteur\_Déf$  : Capteur défaillant.

## IV.3. Choix des lois de franchissement attachées aux transitions :

Les données de fiabilité, issues des bases de données ou de l'avis des experts sont regroupées dans le tableau qui comporte les distributions "fonctionnelles" (tableau 4.1) associées aux composants et les distributions de fiabilité (tableau 4.1) pour chaque mode de défaillance des composants. Le but de cette partie est d'étudier la fiabilité du cas d'étude à partir de leurs composants.

Chaque transition est caractérisée par une durée de franchissement, issue du recueil des données ou de l'avis des experts (tableaux 4.1). Nous avons choisi la distribution exponentielle pour les composants électroniques et le modèle exponentiel de temps d'exécution de Musa pour les composants logiciels.

T	Composant	Distribution De fiabilité	Valeur moyenne des paramètres
T11	Pompe	Exponentielle	$\lambda$ $5 \times 10^{-3}$
T21	Vanne 2	Exponentielle	$\lambda$ $10^{-3}$
T33	Vanne 3	Exponentielle	$\lambda$ $2 \times 10^{-3}$
	Réservoir 1 du liquide	Exponentielle	$\lambda$ $3 \times 10^{-4}$
	Réservoir 2 du liquide	Exponentielle	$\lambda$ $3 \times 10^{-4}$
T41	Capteur	Exponentielle	$\lambda$ $3 \times 10^{-4}$
T41	Défaillance Logiciel	Exponentielle - Musa	$\lambda$ $5.04 \times 10^{-4}$ $N_0$ 10

**Tab 4.1** : Valeur moyenne des paramètres pour les distributions de fiabilité

A partir de modèle RdP on commence l'étude par la méthode de la Table de Vérité (TV) et on détermine la combinaison de la liste des défaillances du système par le tableau de **Kargnaut**. La méthode de la TV permettra de déterminer la plus petite combinaison pour calculer la fiabilité du système complet (cas d'étude).

### IV.3.1. Table de Vérité (TV) du cas d'étude :

La méthode consiste à recenser toutes les combinaisons d'états (états de fonctionnement, états de panne) des composants, les une après les autres et à étudier les effets.

Après la décomposition du système, il est nécessaire d'examiner les modes de défaillance des composants et les états de panne. Chaque composant est caractérisé par un état de fonctionnement et par un état de panne. Un vecteur des états est une combinaison d'états des composants, chaque composant étant représenté par son état de fonctionnement ou son état de panne.

Etablir la table de vérité TV du système consiste à analyser les effets de tous les états des composants; l'étude de ces effets permet de recenser tous les fonctionnements anormaux du système (qui conduit au débordement du réservoir 1').

Les résultats sont présentés sous forme d'un tableau (tableau 4.2) où :

« 1 » est l'état de fonctionnement, et « 0 » l'état de panne.

Composant	Description	Etat de fonctionnement	Etat de défaillance
A	pompe	1	0
B	Vanne 2	1	0
C	Vanne 3	1	0
D	capteur	1	0

**Tab 4.2 :** Liste de défaillances par l'application de la Table de Vérité sur le cas d'étude.

Le tableau 4.3 représente la Table de Vérité de des composants du système, pour les différents composants présentés dans le tableau 4.2.

A	B	C	D	Etat de système
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	1	0	0	0
1	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
1	0	0	1	0
0	1	1	0	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
0	1	1	1	1
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Tab 4.3 : Table de Vérité du système.

✚ Tableau de KARNAUGH

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	1	0
11	0	1	1	1
10	0	0	1	0

Tab 4.4 : Tableau de karnaugh

D'après le tableau KARNAUGH on trouve la relation finale suivante :

$$R = ACD + BCD + ABD + ABC.$$

Qui représente les états de fonctionnement du système. A partir de cette combinaison on peut réduire le graphe de Markov associé pour étudier la fiabilité du système complet à partir de l'étude de la fiabilité de ces composants.

A partir de cette combinaison on peut réduire la taille du graphe de Markov du cas d'étude.

IV.3.2. Méthode de Graphe de Markov :

On a quatre composants donc on a  $2^N$  états ; on trouve  $2^4 = 16$  combinaisons.

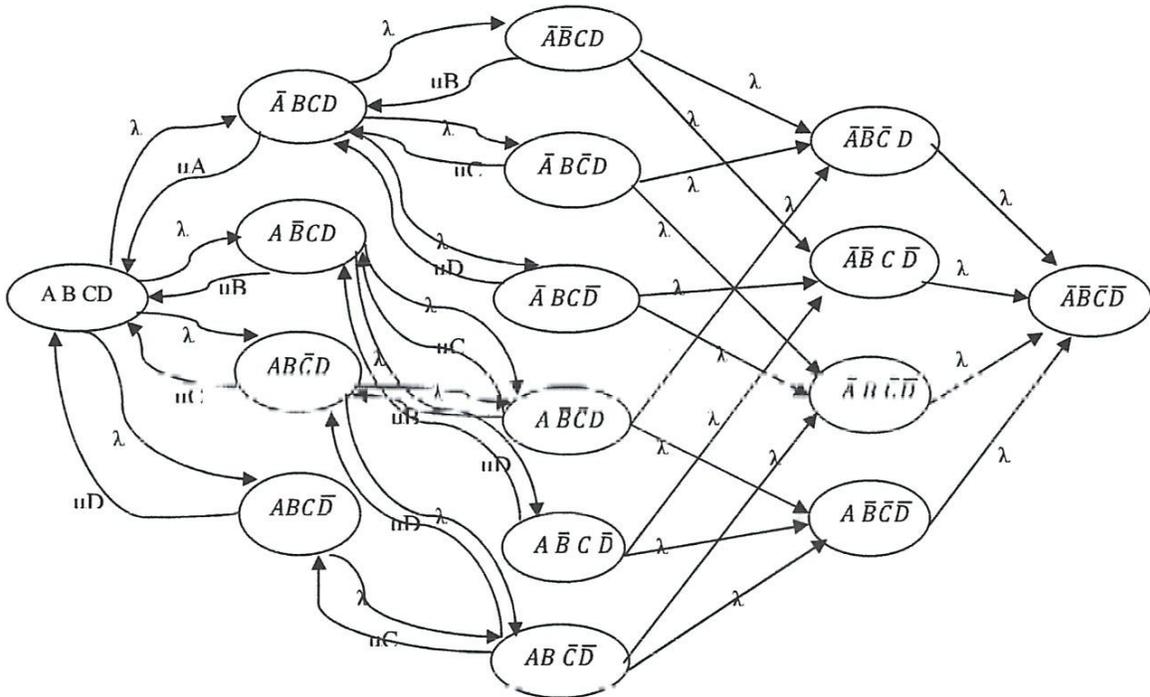


Figure 4.9 : Modèle du graphe de Markov du cas d'application.

📌 Graphe de Markov réduit

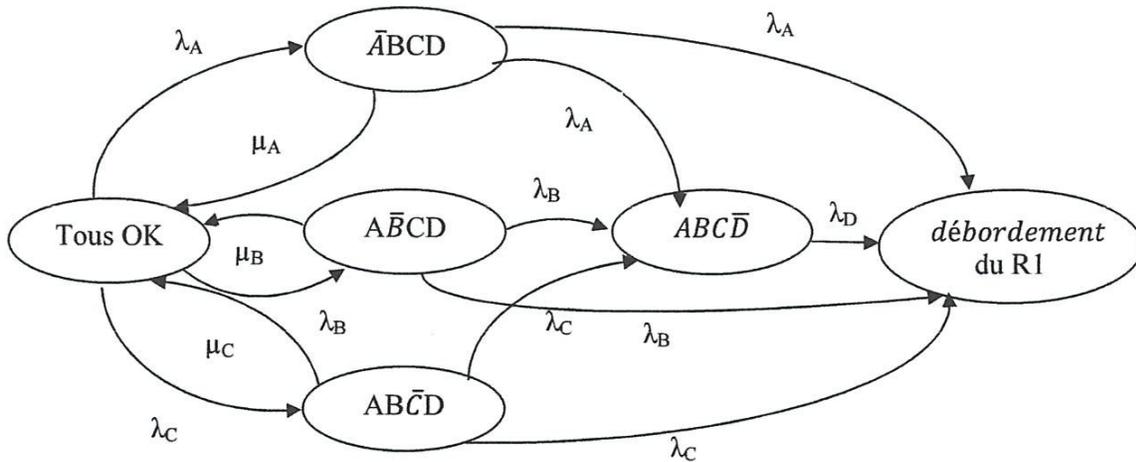


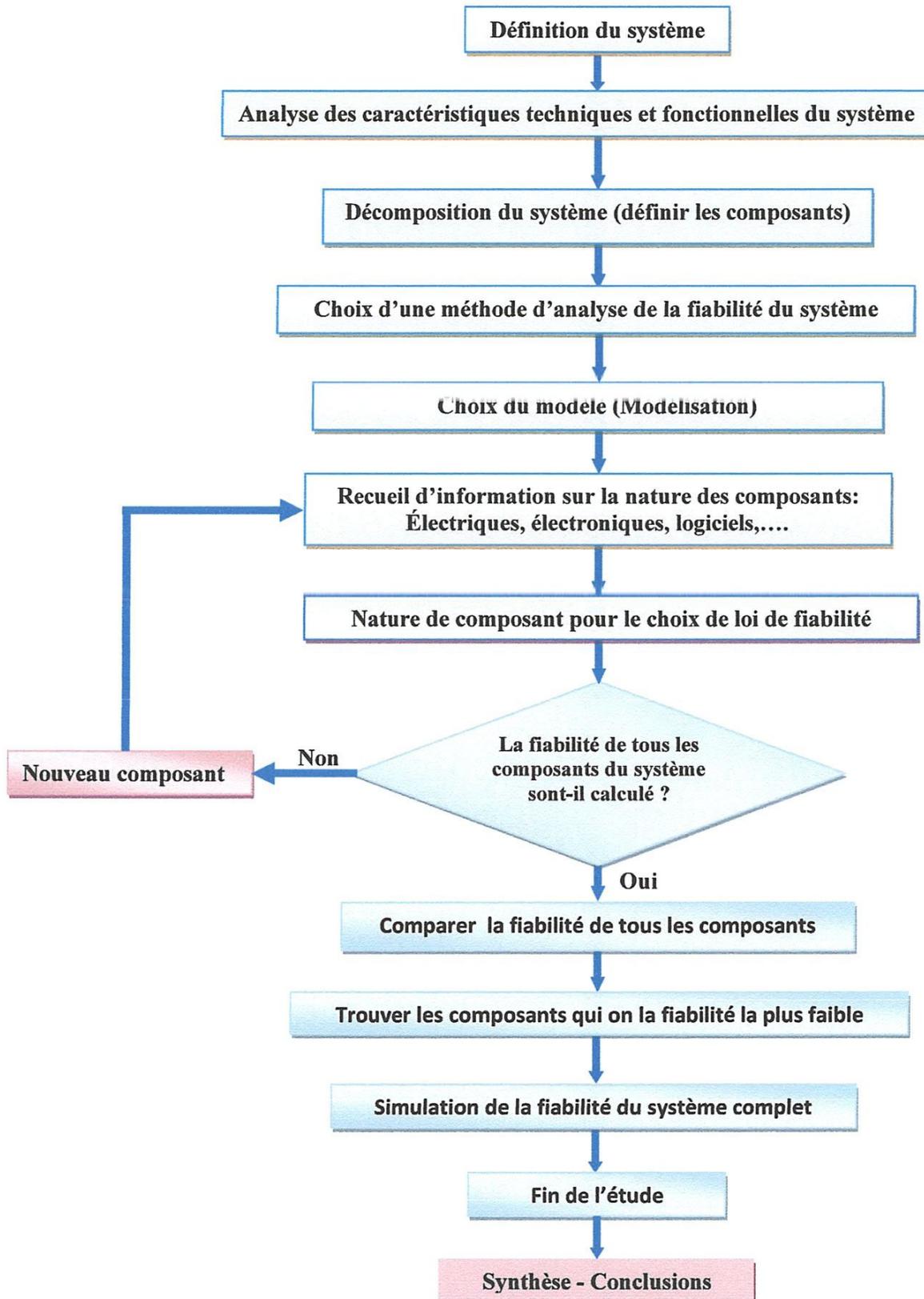
Figure 4.10 : Modèle du graphe de Markov réduit du cas d'application.

- ❖ L'état Tous OK : signifier que tous les composants du système sont en bon état.
- ❖ L'état débordement de R1 : signifier que le système est défaillant.
- ❖ L'état  $\bar{A}BCD$ : signifier que la pompe est défaillante.
- ❖ L'état  $A\bar{B}CD$ : signifier que la vanne 2 est défaillante.
- ❖ L'état  $AB\bar{C}D$ : signifier que la vanne 3 est défaillante.
- ❖ L'état  $ABC\bar{D}$  : signifier que le capteur est défaillant.

A partir de cette modélisation on commence à étudier la fiabilité des composants du cas d'étude ainsi que la fiabilité du système complet. Pour cela on propose un algorithme pour l'estimation de la fiabilité du cas d'étude dans la section suivante.

Pour simplifier notre travail on propose l'organigramme suivant pour calculer la fiabilité du système à partir de leurs composants.

## IV.4. Organigramme de simulation pour l'étude de la fiabilité :



IV.4.1 Simulation et analyse :

La simulation du cas d'étude est faite par le logiciel MATLAB

Suite à la simulation nous obtenons les résultats suivants :

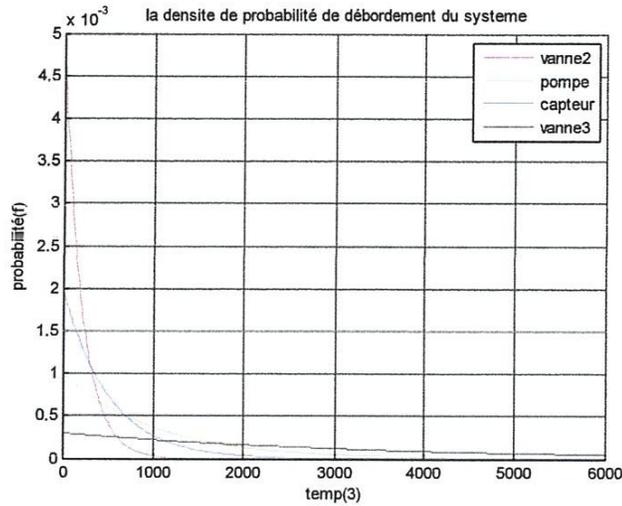


Figure 4.11 : Probabilité de défaillance des composants de système étudié.

La simulation des composants du système montre que la probabilité de la vanne 2 à 100h est de  $2.9 \cdot 10^{-4}$  et la probabilité la vanne 3 est  $3 \cdot 10^{-3}$ .

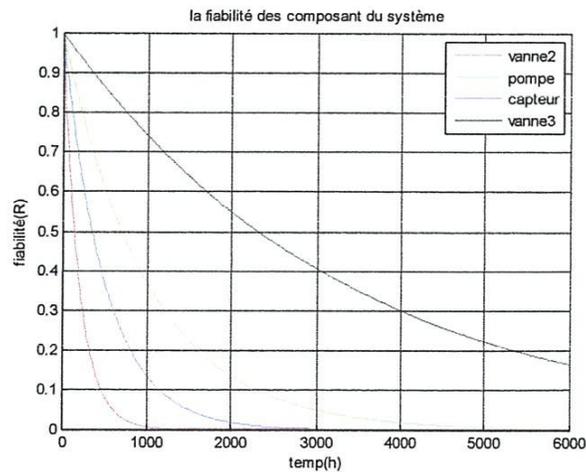
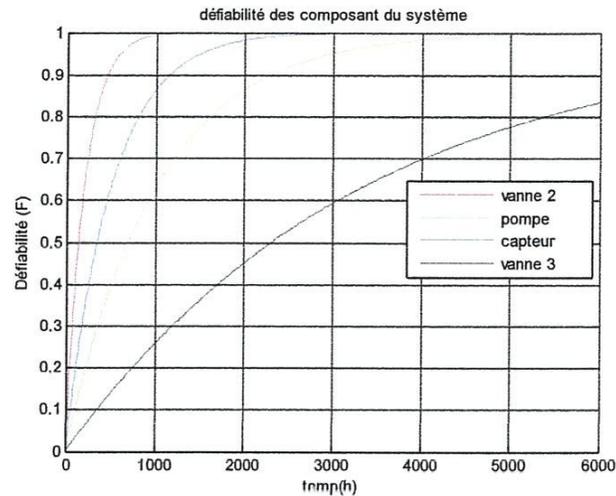


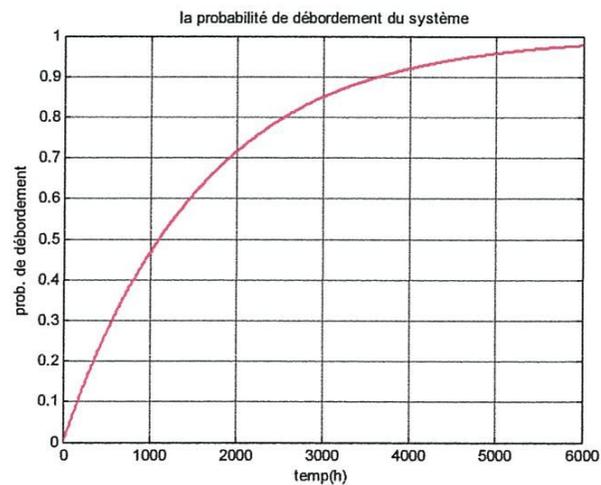
Figure 4.12 : Fiabilité des composants du système.



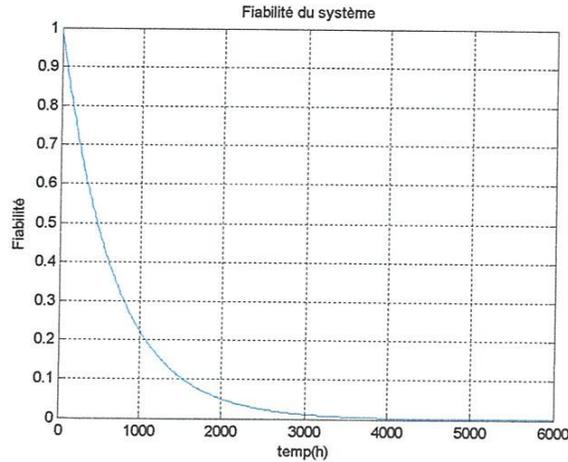
**Figure 4.13 :** Défiabilité des composants du système.

D'après l'allure des courbes de la figure 4. 12 et figure 4. 13, qui représente la fiabilité des composant du système ont conclu que l'élément le plus fiable est la vanne 2 et le plus fiable est la vanne 3.

A partir de la simulation on déduit la probabilité de débordement du système ainsi que la fiabilité associé donné par les figures suivantes.



**Figure 4.14 :** probabilité de débordement du système



**Figure 4.15 :** Fiabilité du système

D'après ces résultats on remarque bien que la probabilité de débordement est croissante en fonction du temps et que la fiabilité décroît à cause de la défaillance des composants du système.

#### **IV.5. Conclusion :**

Dans ce chapitre, nous avons présenté une démarche pour l'estimation de la fiabilité d'un système mécatronique.

La démarche est structurée autour des réseaux de Petri Prédicat Transition Différentielle Stochastique (RdPPTDS) qui permettent de modéliser le comportement fonctionnel et dysfonctionnel du système.

Les données du modèle, issues des recueils de données ou de l'avis des experts sont injectées dans le RdPPTDS pour obtenir le modèle stochastique.

L'application de la démarche sur un exemple industriel montre qu'elle est efficace et que les prévisions sont réalistes.

L'impact de chaque composant sur la fiabilité du système a été étudié et constitue une aide à la décision. En effet, dans le cas d'une non-conformité du système en termes de fiabilité, des modifications de conception sont effectuées sur les composants peu fiables.

Cette simulation permet de valider la conception et les choix de composants répondant aux objectifs de fiabilité prévisionnelle.

La méthode de la TV n'est plus applicable dès que le nombre de composants est grand, étant donné le nombre alors très important de combinaisons à considérer.

Le principal avantage de cette méthode est la rigueur. La méthode se révèle rapidement inutilisable pour l'analyse manuelle de grands systèmes.

La méthode de la Table de Vérité nécessite l'étude de toutes les combinaisons d'états de fonctionnement et de panne des composants (comme la méthode du graphe de Markov) cela simplifier la recherche de la plus petite combinaisons pour étudier la fiabilité du système.

En perspective on essaie de trouver une étude théorique pour déterminer la relation entre la méthode de la TV et la méthode de Graphe de Markov pour l'étude de la fiabilité des systèmes mécatroniques.

L'analyse quantitative étudiée par le **Graphe de Markov** permet de donner des résultats précieux à ce niveau des études de conception.

## *Conclusion Générale*

---

La sûreté de fonctionnement (SdF) caractérise les performances d'un système et son aptitude à accomplir correctement sa mission. Elle est liée à sa capacité à résister aux défaillances matérielles, logicielles, et humaines et aux agressions de son environnement. Or la fiabilité, élément déterminant de la sûreté de fonctionnement est relativement peu maîtrisée dans le développement des systèmes mécatroniques.

Dans ce mémoire, une étude sur la fiabilité des systèmes a été présentée. La fiabilité est un élément fondamental de la mesure de la SdF. Le calcul de la fiabilité repose principalement sur les lois statiques et probabilités.

Les RdPPTD sont la méthode qui peut être utilisée dans toutes les phases d'un cycle de développement d'un système complexe elle est la plus adaptée pour évaluer la fiabilité d'un système mécatronique car elle répond d'une part aux principales contraintes liées à la fiabilité d'un système mécatronique et d'autre part elle est utilisable dans chaque étape du cycle de développement. En outre la méthode RdP est la seule qui permet d'analyser le comportement fonctionnel/dysfonctionnel et l'aspect dynamique du système.

Dans ce mémoire, nous avons présenté une démarche pour l'estimation de la fiabilité d'un système mécatronique.

La démarche est structurée autour des réseaux de Petri Prédicat transition différentielle (RdPPTD) qui permettent de modéliser le comportement fonctionnel et dysfonctionnel du système.

Les données du modèle, issues des recueils de données ou de l'avis des experts sont injectées dans le RdPPTDS pour obtenir le modèle stochastique.

L'application de la démarche sur un exemple industriel montre qu'elle est efficace et que les prévisions sont réalistes.

## **Conclusion générale**

---

L'impact de chaque composant sur la fiabilité du système a été étudié et constitue une aide à la décision. En effet, dans le cas d'une non-conformité du système en termes de fiabilité, des modifications de conception sont effectuées sur les composants peu fiables.

Cette simulation permet de valider la conception et les choix de composants répondant aux objectifs de fiabilité prévisionnelle.

La méthode de la TV n'est plus applicable dès que le nombre de composants est grand, étant donné le nombre alors très important de combinaisons à considérer.

Le principal avantage de cette méthode est la rigueur. La méthode se révèle rapidement inutilisable pour l'analyse manuelle de grands systèmes.

La méthode de la Table de Vérité nécessite l'étude de toutes les combinaisons d'états de fonctionnement et de panne des composants cela simplifier la recherche de la plus petite combinaisons pour étudier la fiabilité du système en utilisant le tableau de KARNAUGH.

En perspective on essaie de trouver une étude théorique pour déterminer la relation entre la méthode de la TV et la méthode de Graphe de Markov pour l'étude de la fiabilité des systèmes mécatroniques.

L'analyse quantitative étudiée par le Graphe de Markov permet de donner des résultats précieux à ce niveau des études de conception.

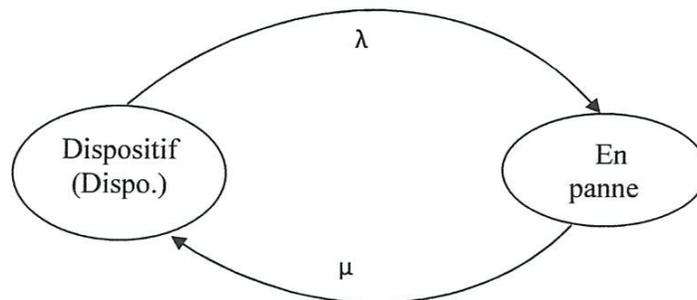
## *Graphe de Markov et méthode de l'espace d'états*

---

### A.1. Principe :

Le système correspond à un processus Markovien si l'état présent du système ne dépend que de l'état précédent et non de son passé. En particulier, il ne dépend pas de la manière dont il à atteint cet état précédent, ni du temps resté dans cet état.

Ainsi un composant ayant un taux de défaillance  $\lambda$  et un taux de réparation  $\mu$  est représenté de la façon suivante :



Les sommets correspondent aux états du système. Les arcs décrivent les transitions entre ces états et un taux de transitions dont la valeur est une constante leur est associée.

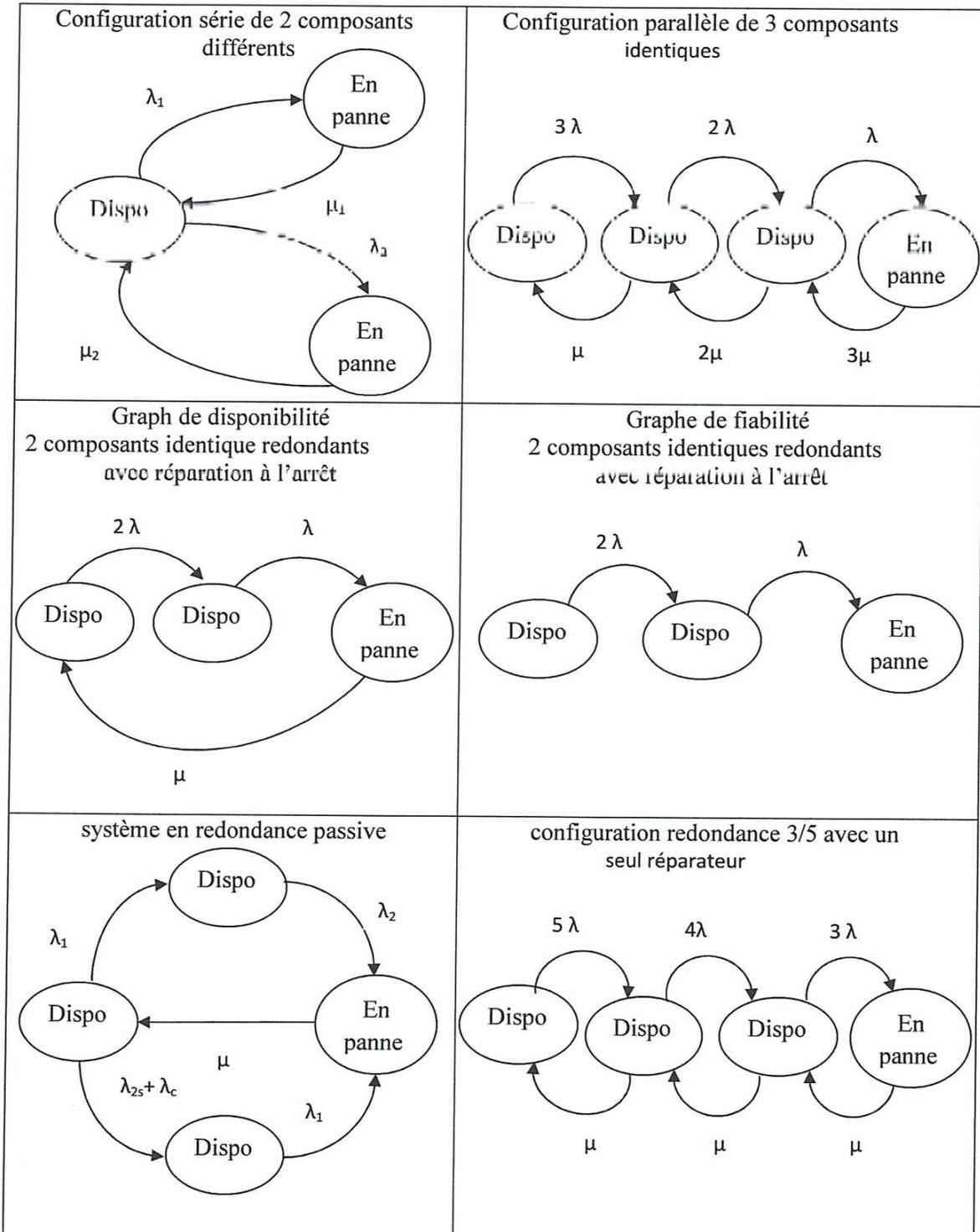
### A.2. Utilisation :

De cette représentation du système, il est possible de d'évaluer les grandeurs suivants :

- Probabilité asymptotique de présence dans un ou plusieurs états cette valeur permet d'évaluer la disponibilité  $A_x$
- Probabilité de présence dans un ou plusieurs états ; cette valeur permet d'évaluer la disponibilité  $A(t)$  ou la fiabilité  $R(t)$
- Durée moyenne de présence dans un état ; Cette valeur permet d'évaluer dans certaines condition d'évaluer les paramètres MTTF, MTBF....

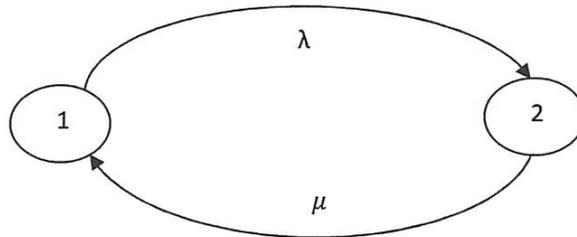
A.3. Construction des graphes :

Cette méthode permet de représenter de nombreuses formes différentes de configuration d'un système.



## A.4. Mise en équation du système :

## A.4.1. Cas d'un système simple à 2 états :



Notons  $P_1(t)$  et  $P_2(t)$ , les probabilités de présence du système dans chacun des états à l'instant  $t$ , par définition, on a toujours :

$$P_1(t) + P_2(t) = 1$$

Connaissant les taux de transition entre ces états, on peut déduire les probabilités  $P_1$  et  $P_2$  un instant plus tard :

$$P_1(t+dt) = P_1(t) - \lambda \cdot dt \cdot P_1(t) + \mu \cdot dt \cdot P_2(t)$$

$$P_2(t+dt) = P_2(t) + \lambda \cdot dt \cdot P_1(t) - \mu \cdot dt \cdot P_2(t)$$

$$\frac{dP_1(t)}{dt} = -\lambda P_1(t) + \mu P_2(t)$$

d'où :

$$\frac{dP_2(t)}{dt} = \lambda P_1(t) - \mu P_2(t)$$

En utilisant la transformation de Laplace, on obtient :

$$s \cdot P_1(s) - P_1(0) = -\lambda P_1(s) + \mu P_2(s)$$

$$s \cdot P_2(s) - P_2(0) = \lambda P_1(s) - \mu P_2(s)$$

$$P_1(s) = \frac{P_1(0)}{s + \mu + \lambda} + \frac{\mu}{s(s + \mu + \lambda)}$$

La résolution du système fournit :

$$P_2(s) = \frac{P_1(0)}{s + \mu + \lambda} + \frac{\lambda}{s(s + \mu + \lambda)}$$

En fin en appliquant la transformation inverse, on obtient :

$$P_1(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \left( P_1(0) - \frac{\mu}{\lambda + \mu} \right) e^{-(\lambda + \mu)t}$$

$$P_2(t) = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} + \left( P_2(0) - \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \right) e^{-(\lambda + \mu)t}$$

La disponibilité asymptotique de ce système est donc :  $A_\infty = \frac{\mu}{\lambda + \mu}$

En utilisant  $\lambda = 1/\text{MTTF}$  et  $\mu = 1/\text{MTTR}$ , on retrouve le même résultat. En fin, une façon plus simple pour trouver  $A_\infty$  est de résoudre le système suivant :

$$0 = \frac{dP_1(t)}{dt} = -\lambda P_1(t) + \mu P_2(t)$$

$$0 = \frac{dP_2(t)}{dt} = \lambda P_1(t) - \mu P_2(t)$$

#### A.4.2. Cas général :

Considérons un système composé de  $n$  états.

Notons  $P_i(t)$  la probabilité du système d'état  $i$  à l'instant  $t$ .

Notons  $a_{ij}$  le taux de transition de l'état  $i$  vers l'état  $j$

On obtient :

$$\frac{dP_i(t)}{dt} = \sum_{j=1}^n a_{ji} \cdot P_j(t) \quad \text{avec} \quad a_{ii} = -\sum_{i \neq j} a_{ji}$$

Sous forme matricielle, cette relation revient à :

Évalué la disponibilité asymptotique du système (ou son indisponibilité) :

$$A(\infty) = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} a_{1,1} & \dots & a_{1,n-1} & 1 \\ \dots & \dots & \dots & 1 \\ a_{i,1} & \dots & a_{i,n-1} & 1 \\ \dots & \dots & \dots & 0 \\ a_{n,1} & \dots & a_{n,n-1} & 0 \end{vmatrix} \quad \text{ou} \quad \bar{A}(\infty) = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} a_{1,1} & \dots & a_{1,n-1} & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 0 \\ a_{i,1} & \dots & a_{i,n-1} & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 1 \\ a_{n,1} & \dots & a_{n,n-1} & 1 \end{vmatrix}$$

**A.4.3. Etude de la fiabilité:**

Pour l'étude de la fiabilité, le graphe de Markov doit contenir des états absorbants.

L'étude de la fiabilité revient ici à déterminer la valeur du MTTF.

$$\frac{dP(t)}{dt} = P(t).Q$$

avec  $P(t) = [P_1(t) \dots P_n(t)]$

$$\text{et } Q = \begin{bmatrix} a_{1,1} & \dots & a_{1,n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n,1} & \dots & a_{n,n} \end{bmatrix}$$

**A.4.5. Temps moyen de séjour :**

Le temps de séjour dans un état ne dépend que des taux de transition des sorties ;

Soit  $\lambda$  la somme des taux de transition sortants

En entrant à  $t=0$  dans un état, la probabilité d'y être encore à test :

$$P(t) = e^{-\lambda t}$$

d'où le temps moyen de séjour :  $1/\lambda$

De ceci, il est possible d'évaluer le temps moyen pour parcourir une séquence d'états.

## Bibliographie

---

- [1] Villemeur A. *Sûreté de fonctionnement des systèmes industriels*. Edition Eyrolles. 1988.
- [2] Smith D. J. *Reliability, maintainability and risk. Practical methods for Engineers*. Sixth Edition. Butterworth Heinemann, 2001.
- [3] CEI 50 191 *Vocabulaire Electrotechnique International*, Chapitre 191 – *Sûreté de fonctionnement et qualité des services* – 1990
- [4] *Sécurité de machines – Notions fondamentales, principes, généraux de conception* – Partie 1 : Terminologie de base – Méthodologie – 1991.
- [5] Module de sûreté de fonctionnement, claire pagetti-ENSEEIH3<sup>ème</sup> TR-option SE (08 décembre 2010).
- [6] Rieuneau,f.(1993). Sûreté de fonctionnement en phase de développement des systèmes embarqués automobiles.
- [7] DesJardin, L.(1996). A day in the life of mechatronic engineers 10 years from now. In SAE International Congress and Exposition, number SAE96C038, Detroit/Michigan USA
- [8] Ziegler,C.(1996). Sûreté de fonctionnement d'architectures informatiques Embarquées sur automobile. PhD thesis, LAAS, Toulouse.
- [9] Moncelet,G. (1998). Application des Rdp ) l'évolution de la sûreté de fonctionnement des systèmes mécatronique du monde automobile. PhD thesis, LQQS, Toulouse.
- [10] Borner,M.,Starky,H,Weispfinning, T.,et isermann,R. (2002) Model based fault detection of vehicle suspension and hydraulic brake systems.

## Bibliographie

---

- [11] Rzevski,G, (2003). On conceptual design systems.  
of intelligent mechatronic
- [12] Demmou, H, Khalfauoi, S., Guilhem,E., et Valette,R. (2004).Critical scenarios  
Derivation methodology for mechatronic systems.
- [13] Schoenig, R. (2004).définition d'une méthodologie de conception des systèmes  
mécatroniques sûrs de fonctionnement.
- [14] Siemers, C, Falsett, R, Seyer, R., et Ecker, K. (2005), Reliable event-triggered systems  
for mechatronic applications.
- [15] Bertram, T., F.,Greul, R., Hanke, O., Hab,C., Hilgert,J., Hller, M.,Ottgen, O.,Opgen-  
Rhein, P., Torlo, M et Ward, D. (2003).
- [16] Yaskawa-Electric, C. (1969).  
<http://www.yaskawa.co.jp/en/company/rekisi.htm>
- [17] Cmerford. R. (1994). (Mecha...what? IEEE Spectrum.
- [18] Grimheden, M. et Hanson, M. (2001). What is mechatronics ? proposing a didactical  
approach to mechatronics. In 1 st Baltic Sea Workshop on Education in Mechatronics,  
Kiel,Germany.
- [19] Hewit, J. (1996).Mechatronics design-the key to performance enhancement.
- [20] Millbank, J. (1993). Mecha-what! Mechatronics Forum Nezsletter, 6.
- [21] Ashley, S.(1997). Getting a hold on mechatronics. Mechanical Engineering.
- [22] Alciatore, D. (2006). Definitions of mechatronics.  
<http://www.engr.colostate.edu/dga/mechatronics/definitions.html>.

## Bibliographie

---

- [23] Shetty, D. et Kolk, R. (1997). Mechatronics system Design. PWS publishing company, USA.
- [24] Breedveld, P.C. (2004). Port-based modeling of mechatronic systems.
- [25] R.E. structural Reliability analysis and prediction. Ellis Horwood limited England, 1987
- [26] Cours d'Eric Chatelet : Approche Markovienne en sûreté de fonctionnement - UTT - 2000.
- [27] L.D. Miles, en 1947 : Sûreté de fonctionnement des systèmes industriels complexes - Analyse prévisionnelle et bases de données de fiabilité - Méthodes d'analyse fonctionnelle
- [28] Norme NF EN 1325-1 Vocabulaire du management de la valeur, de l'analyse de la valeur et de l'analyse fonctionnelle - Partie 1 : analyse de la valeur et analyse fonctionnelle
- [29] NF EN 60812 Août 2006 : Techniques d'analyses de la fiabilité du système - Procédure d'analyse des modes de défaillance et de leurs effets (AMDE)
- [30] Villemeur A. (1988) Sûreté de fonctionnement des systèmes industriels. Fiabilité, facteurs humains, informatisation. Eyrolles, Paris.
- [31] Pagés, A. et Gondran, M. (1980). Fiabilité des systèmes. Eyrolles, Paris.
- [32] Zwingelstien, G. (1996). la maintenance basée sur la fiabilité. Hermès, Paris.
- [33] Birolini, A. (1997). Quality and reliability of technical systems. Springer, Berlin.
- [34] Frankel, E. G. (1988). Systems reliability and risk analysis. Kluwer Academic, Dordrecht, Netherlands.

## Bibliographie

---

- [35] Schoenig,R.,Aubry,J.-F.,T.(2006).An aggregation method of Markov graphs for the reliability analysis of hybrid systems
- [36] Bon J-L(1995).fiabilité des systèmes – Méthodes mathématiques. Masson Paris.
- [37] Guerin et al.(2002),Visceral leishmaniasis: current status of control, diagnosis, and treatment, and a proposed research and development agenda
- [38] (Mahmud et alraby, 1995). S. M. Mahmud and A. I. Alraby, 'A new decision making algorithm for airbag control', *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, **44**, (3), 690–697 (1995).