

11/621.870

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université 8 Mai 1945 – Guelma
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Electrotechnique et Automatique



Domaine : Sciences et Technologie
Filière : Automatique et Informatique Industrielle
Spécialité : Commande et Diagnostic
Des Système Industrielle

Mémoire de fin d'études
Pour l'obtention du diplôme de Master Académique

Gestion Automatique des files d'attente
D'une intersection signalisée.

Présenté par :
Boukahili Moussaab
Cheraifia Houssef Eddinne

Sous la direction de :
Pr. Hichem.Tebbikh.

Juin 2015

REMERCIEMENTS

14/3117

*Avant tout on remercie le dieu tout puissant pour
Sa générosité de nous donner la santé, la volonté et
La patience tout au long de la vie universitaire.*

Ensuite, nous adressons nos sincères remerciements

A nos enseignants notamment à notre promoteur

*pr. Fichem : tebbikh, lui franchement nous a
Donné son maximum en une d'élaborer un très bon
Mémoire : sans oublier aussi ses conseils permanent.*

Ses orientations efficaces et sa grande patience.

On tient à exprimer notre profonde gratitude aux

Membres de jury.

*Nous remercions avec sincérité toutes les personnes
Qui ont nous contribué de près ou de loin à réussir ce*

Travail.

Nos vives salutations.

Dédicace

*Avant tous, remercie dieu le tous puissant de m'avoir
Donné le courage et la patience pour réalisé ce travail
malgré
Toutes les difficultés rencontrées.
Je dédie ce modeste travail :*

*A mes très cher parents, que dieu les garde et les protège
Pour leur soutien moral
A mes frères ma sœur
Aux chers amis*

*Salah, Hosseme, Khairo, Rabah, Sami, Mohamed, karim, Ameer
Etc*

Housseem Eddine

Moussaab

Sommaire

Introduction générale	1
Chapitre I: Description sur le trafic routier	
I.1 Introduction.....	3
I.2 La problématique	3
I.3 Description du trafic.....	3
I.4 Les variables du trafic.....	4
I.4.1 Variables individuelles	4
I.4.1.1 Notion de trajectoire.....	4
I.4.1.2 Mesures de $x(t)$	4
I.4.1.3 Mesures de $t(x)$	5
I.4.1.4 Variables et caractéristiques d'un véhicule.....	5
I.4.1.5 Temps de parcours individuel.....	6
I.4.2 Variables concernant deux véhicules	6
I.4.3 Variables concernant un flot de véhicules	7
I.5 Relation entre la vitesse du flot, la concentration et le débit	9
I.6 Analyse du diagramme fondamentale	10
I.6.1 Les deux zones du diagramme fondamental	10
I.6.2 Les trois représentations du diagramme fondamental.....	11
I.7 Le réseau d'écoulement du trafic.....	12
I.7.1 Les autoroutes.....	12
I.7.2 Les intersections.....	12
I.8 Les instruments de mesure du trafic.....	15
I.8.1 Les capteurs à Tubes pneumatiques	15
I.8.2 Les détecteurs ultrasons à effet Doppler.....	16

Sommaire

I.8.3 Les boucles électromagnétiques.....	16
I.8.4 Les capteurs visuels	16
I.9 Modélisation du trafic.....	17
I.9.1 Les Modèles mésoscopiques	17
I.9.2 Les modèles microscopiques.....	19
I.9.3 Les modèles macroscopiques.....	20
I.10 Conclusion.....	23
Chapitre II : la théorie de files d'attente.....	24
II.1 Introduction	25
II.2 Développement de la théorie des files d'attente.....	25
II.3 Notations et définitions générales	26
II.4 Modèle de Files d'attente.....	27
II.5 Le comportement d'une file d'attente.....	30
II.6 Les réseaux de files d'attente.....	33
II.6.1 Les réseaux ouverts.....	33
II.6.2 Les réseaux fermés.....	34
II.6.3 Les réseaux multi-classes.....	35
II.6.4 Les réseaux de files d'attente à capacité limitée.....	35
II.7 Conclusion.....	36

Sommaire

Chapitre III : Utilisation de la théorie des files d'attente pour la commande optimale d'un carrefour à feux.....	37
III.1 Introduction.....	38
III.2 Les différentes techniques d'évaluation des performances.....	38
III.2.1 Présentation du système.....	39
III.2.2 Modélisation par files d'attente.....	40
III.2.3 Les équations mathématique régissant le système.....	42
III.2.3.1 formulation mathématique du système.....	43
III.2.3.2 Représentation d'état discrète du système	43
III.2.4 Recherche d'une solution optimale du système.....	45
III.2.4.1 Le principe du minimum de Pontryagin.....	45
III.2.4.2 Minimisation des Files d'attente du système.....	46
III.2.5 La simulation.....	48
III.3 Conclusion.....	53
Conclusion générale.....	55

Introduction générale

Depuis la seconde moitié du 20ème siècle, le phénomène de la congestion routière est devenu prédominant en raison de l'augmentation rapide du nombre de véhicules et de la demande en transport. Surtout au cours de la dernière décennie, la congestion a attiré une grande attention en raison de la crise énergétique mondiale et les préoccupations environnementales. Parmi les différents leviers, la régulation aux niveaux des intersections est au centre des développements actuels pour améliorer la circulation routière dans les villes modernes. La méthode classique adoptée pour prévenir ou réduire les congestions dans les villes modernes est basée sur la signalisation routière. Le droit de passage est attribué aux usagers par l'utilisation de feux de couleurs standards (rouge-orange/jaune-vert), ce qui permet de résoudre les conflits entre les différents flux de circulation aux carrefours. Le contrôle de la signalisation du trafic pour les carrefours se divise généralement en deux catégories : la stratégie de contrôle à plan de feux fixe, c'est-à-dire avec un cycle fixé, et la stratégie de contrôle adaptative, qui permet des changements de durées de phases en fonction de la demande du trafic. Les deux stratégies sont basées sur l'estimation du débit du trafic. Puisque le débit est une variable continue qui nécessite une période de temps donnée pour être estimée, il y a toujours des écarts importants entre le débit estimé et le débit réel. Cela rend difficile l'exploitation du potentiel des infrastructures de la circulation à un niveau maximum.

Pour évaluer la performance d'un système, on utilise soit les méthodes analytiques, telles que les réseaux de files d'attente, soit la simulation. Chacune de ces méthodes comporte ses avantages et ses inconvénients. Les solutions analytiques bénéficient de temps de résolution très rapides. Les résultats peuvent être immédiats, car ils sont déterminés à partir d'équations mathématiques issues du formalisme emprunté [6].

L'utilisation des files d'attente remonte au début des années 1950 [20]. Ce formalisme a été essentiellement utilisé pour la modélisation des systèmes industriels. Mais, de nos jours, il représente un outil de modélisation analytique de plusieurs types de systèmes et notamment les systèmes de service tels que dans l'optimisation de trafic. La théorie des files d'attente est une technique de la recherche opérationnelle qui permet de modéliser un système admettant un phénomène d'attente, de calculer ses performances et de déterminer ses caractéristiques pour aider les gestionnaires dans leurs prises de décisions.

Introduction générale

Les files d'attente se forment lorsque les clients arrivent de façon aléatoire pour se faire servir. Les exemples les plus courants de la vie de tous les jours sont les caisses des supermarchés, les établissements de restauration rapide, les billetteries des aéroports, les cinémas, les bureaux de poste, les banques. Toutefois, lorsqu'on parle d'attente, on pense souvent à des personnes. Or, les « clients » en attente sont aussi des commandes en attente de traitement, des camions en attente de chargement ou de déchargement, des machines en attente de réparation, des programmes d'ordinateur qui attendent d'être exécutés, des avions qui attendent l'autorisation de décoller, des bateaux qui attendent les remorqueurs pour accoster, les voitures aux panneaux d'arrêt, les patients dans les salles d'urgence, etc.

Généralement, les clients voient dans l'attente une activité sans valeur ajoutée et, s'ils attendent trop longtemps, ils associent cette perte de temps à une mauvaise qualité de service. De la même façon, au sein de l'entreprise, des employés inoccupés ou des équipements inutilisés représentent des activités sans valeur ajoutée. Pour éviter ces situations, la majorité des entreprises ont mis en place des processus d'amélioration continue dont le but ultime est l'élimination de toute forme de gaspillage, notamment l'attente. Tous ces exemples révèlent l'importance de l'analyse des files d'attente.

Pour cela notre mémoire va être structuré autour de trois chapitres organisés comme suite:

Dans le premier chapitre, nous commencerons par examiner les différentes variables qui permettent de caractériser la progression de véhicules sur une voie, avant de nous intéresser à la relation fondamentale qui permet de relier le nombre de véhicules présents à un instant sur une longueur de voie au nombre de véhicules passant en un point. Ensuite, dans le deuxième chapitre nous avons présenté les notions de base exprimant les phénomènes d'attente et nous avons défini aussi les éléments importants à considérer dans la mesure de performance d'un système de file d'attente. Enfin, dans le dernier chapitre, nous avons utilisé la théorie des files d'attente pour la commande optimale d'un carrefour à feux.

I.1 Introduction

Le trafic routier est un phénomène complexe et en évolution permanente qui provoque l'intervention de la mise en œuvre de techniques avancées pour améliorer la sécurité et la qualité de service. La qualité de service résulte d'un meilleur contrôle du trafic, ce qui nécessite des outils spécifiques permettant de rendre compte des caractéristiques du trafic urbain et interurbain.

Une étape essentielle pour le contrôle du trafic est la modélisation de l'écoulement du trafic. On distingue généralement deux grands types de modèles d'écoulement: les modèles macroscopiques et microscopiques qu'on va présenter dans la deuxième partie de ce chapitre [1].

I.2 La problématique

Notre travail s'inscrit dans le cadre de la régulation d'un carrefour à feu en utilisant la méthode de Pontriaguine comme un outil de développement. Notre tâche consiste donc à proposer un système basé sur la commande optimale qui peut gérer les fluctuations et la congestion de trafic routier et la minimisation d'une file d'attente dans un carrefour à feu.

I.3 Description du trafic

Pour commencer, nous présenterons un des moyens de mesure dont dispose l'exploitant du trafic routier. Ces appareils lui permettent de connaître, en temps réel ou non, les conditions dans lesquelles les véhicules s'écoulent.

Cependant, avant de s'intéresser aux outils de mesure, il faut préciser quelles sont les variables du trafic accessibles par la mesure. Nous commencerons par les variables individuelles (même si elles sont très rarement accessibles dans la réalité) car c'est à partir de celles-ci que sont construites les variables collectives qui sont, elles, très souvent disponibles.

➤ Les éléments du monde

Le trafic routier est un système complexe, dans lequel interagissent de très nombreux acteurs. Il se divise en trois ensembles principaux :

Les usagers: les usagers sont les êtres humains présents sur la route, la chaussée ou les trottoirs. Ils peuvent conduire un véhicule ou circuler à pieds (*piéton*). Les usagers les plus vulnérables dans le trafic et les moins susceptibles de causer des dommages aux autres usagers sont appelés usagers vulnérables: il s'agit essentiellement des piétons et des conducteurs de deux-roues.

Les véhicules: les usagers utilisent un véhicule pour se déplacer sur les routes. On peut distinguer les véhicules légers, les poids lourds, les transports en commun et les deux-roues.

L'environnement: tous les éléments inertes du système routier font partie de l'environnement. Les éléments notables de l'infrastructure sont la chaussée, le trottoir, les constructions, les feux de circulation, le mobilier urbain. Un sous-ensemble de l'environnement pertinent pour la sécurité est celui des éléments avec lesquels un véhicule peut entrer en collision, que l'on qualifie d'obstacle [1].

I.4 Variables du trafic

I.4.1 Variables individuelles

I.4.1.1 Notion de trajectoire

Pour étudier le trafic, on peut s'intéresser à un véhicule choisi parmi les autres. Supposons que toutes les dix secondes on puisse mesurer sa position avec une précision suffisante (par exemple grâce à un système de type GPS embarqué), on pourra alors schématiser l'évolution du véhicule sur la voie par la figure ci-dessous.

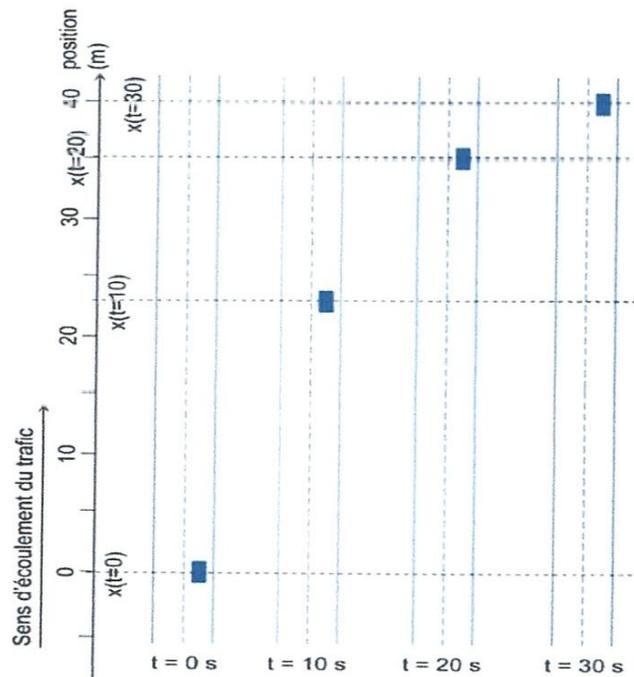


Figure I-1 : position sur la voie d'un véhicule à quatre instants différents.

I.4.1.2 Mesures de $x(t)$

On a coutume de s'intéresser uniquement à la position longitudinale $x(t)$ par rapport à la voie. Ceci est lié à l'appareil de mesure qui, historiquement, est un capteur de tours de roues. On résume donc la voie à une droite, le long de laquelle on mesure la position. On parle donc couramment de trajectoire dans un plan (x,t) . On peut représenter ces mesures sur la figure suivante. Remarquons au passage que le véhicule étudié est resté immobile entre les instants $t=22$ et $t=24$ s. On peut déduire de l'information de cette figure la distance parcourue (environ 3 mètres) par le véhicule pendant une seconde entre $t=4$ et $t=5$ s par exemple.

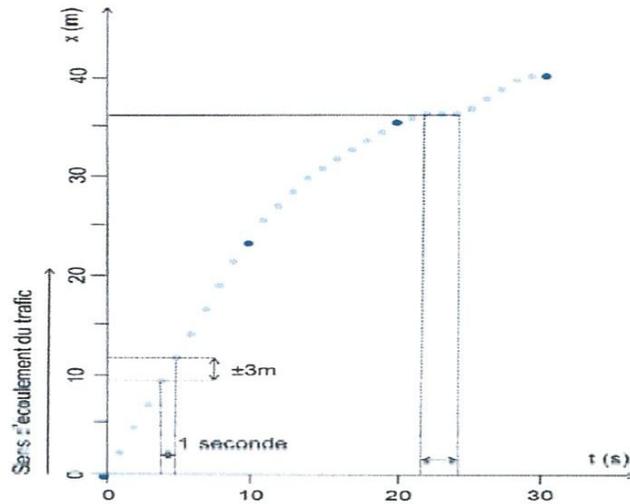


Figure I-2 : trajectoire d'un véhicule dans le plan (x,t).

I.4.1.3 Mesures de t(x)

Si, au lieu de disposer d'une mesure embarquée de la position du véhicule à chaque pas de temps, on place le long de la route des observateurs régulièrement espacés, chargés de mesurer les dates de passage du véhicule qui nous interesse, on associera les instants aux points de mesure. Ceci est représenté sur la figure suivante.

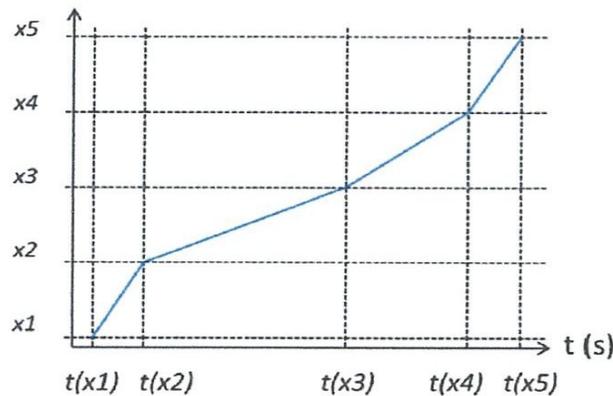


Figure I-3: évolution d'un véhicule dont la position est mesurée en des points régulièrement espacés de la voie.

I.4.1.4 Variables et caractéristiques d'un véhicule

En plus de la position à un instant et de la date de passage en un point, on peut mesurer la vitesse (soit à un instant, soit en un point) ainsi que l'accélération. Ces variables sont relatives à l'évolution du véhicule le long de la route. En fait :

La **position** d'un véhicule mesurée à un instant est notée $x(t)$.

La **vitesse** d'un véhicule est la dérivée de la position par rapport au temps :

$$V(t) = \dot{x}(t) = \frac{dx(t)}{dt} \quad (I.1)$$

L'**accélération** est la dérivée de la vitesse d'un véhicule par rapport au temps et donc la dérivée seconde de la position par rapport au temps :

$$a(t) = \ddot{x}(t) = \frac{dV(t)}{dt} \quad (I.2)$$

La **trajectoire** d'un véhicule est l'ensemble des points associés à la date de passage d'un véhicule ; Elle peut être représentée dans un plan (x,t) , soit à partir des mesures à chaque pas de temps de la position, soit à partir de mesures des instants de passage en des points régulièrement espacés de la route.[1]

1.4.1.5 Temps de parcours individuel

Le temps de parcours individuel est la mesure du temps passé par un véhicule pour aller d'un point A à un point B. C'est donc l'écart entre la date d'entrée sur le tronçon (A) et la date de sortie du tronçon (B). Il est connu à l'instant $t = T_{\text{passage}}(B)$ où le véhicule passe au point B de sortie :

$$T_{p_{A \rightarrow B}}(t) = T_{\text{passage}}(B) - T_{\text{passage}}(A) \quad (I.3)$$

Du temps de parcours individuel entre deux points, on peut déduire la vitesse moyenne individuelle sur ce tronçon ($L_{A \rightarrow B}$ étant la distance entre l'entrée et la sortie du tronçon) :

$$V_{A \rightarrow B}(t) = L_{A \rightarrow B} / T_{p_{A \rightarrow B}}(t) \quad (I.4)$$

1.5.1 Variables concernant deux véhicules

Lorsqu'un véhicule suit un autre véhicule, on parle de véhicule suiveur et de véhicule leader ou de véhicule suivi. On peut les observer également de deux manières complémentaires l'une de l'autre :

- ❖ en un instant t ; dans ce cas, on mesure la distance entre ces deux véhicules. Ici peut intervenir la longueur du véhicule. Ceci conduit :
 - soit à l'*espacement* ou à la *distance inter-véhiculaire* (qui est la distance entre deux avants ou arrières de véhicules et qui se dit en anglais « *spacing* »).
 - soit au *créneau* (en anglais : « *space gap* »), qui est la distance séparant l'arrière d'un véhicule de l'avant du véhicule qui le suit.
 - ❖ en un point x ; dans ce cas, on mesure le temps séparant les passages de deux véhicules successifs. De la même manière on peut mesurer :
- le temps séparant le passage de l'avant ou de l'arrière de deux véhicules successifs : le temps inter-véhiculaire.

- ou le temps séparant le passage de l'arrière d'un véhicule du passage de l'avant du véhicule suivant. Ce dernier est appelé *intervalle*, *créneau temporel* ou « *time gap* » en anglais. [1]
Ces notions sont illustrées sur la figure suivante :

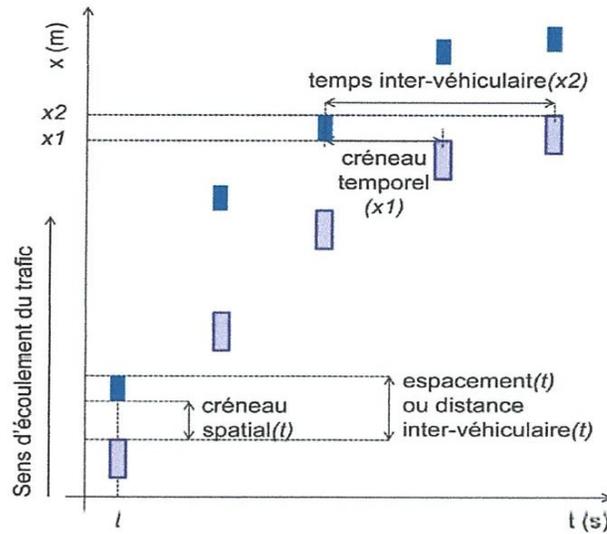


Figure 1-4: trajectoires de deux véhicules

I.5.2 Variables concernant un flot de véhicules

Dans la suite, on ne considérera qu'un sens d'écoulement. Un flot de véhicules est l'ensemble des véhicules parcourant une voie à une période donnée. Il est composé de véhicules divers par leurs caractéristiques physiques (poids, longueur, puissance...) et autres (vitesse désirée, nombre de passagers...).

Pour mesurer les flots de véhicules, on s'intéresse à des variables globales dont les définitions sont données ci-après.

Voici la synthèse des définitions présentées ci-dessus.

- Le **débit** Q est le nombre N de véhicules passant pendant une période ΔT en un point x , rapporté à la durée de la période : $Q_{\Delta T}(x) = Q(x, t \rightarrow t + \Delta t) = \frac{N}{\Delta T}$. Il est exprimé en nombre de véhicules par unité de temps (véh/h ou véh/s généralement).
- La **concentration** K , appelée aussi densité, est le nombre M de véhicules situés entre x et $x + \Delta X$ à un instant t , rapporté à la longueur de la voie : $K_{\Delta x}(t) = K(x \rightarrow x + \Delta x, t) = \frac{M}{\Delta x}$. La concentration est exprimée en nombre de véhicules par unité de longueur (véh/km ou véh/m).

I.5.3 Le taux d'occupation

Cette variable est aujourd'hui très couramment employée dans le domaine de l'exploitation. Le procédé de mesure du taux d'occupation le plus répandu fait appel à des capteurs – boucles Magnétiques – enfouis dans la chaussée et sensibles aux variations du champ magnétique produites par le passage des masses métalliques des véhicules. Grandeur sans dimension, définie par la proportion de temps durant laquelle la boucle est occupée, le taux d'occupation τ est directement lié à la concentration k par la relation :

$$\theta_i = \frac{\lambda + Li}{v_i} \tag{I.5}$$

$$T0(t \rightarrow t + \Delta t) = \frac{100}{\Delta t} * \sum_{i=1}^N \theta_i = \frac{100}{\Delta t} * \sum_{i=1}^N \frac{\lambda + Li}{v_i}$$

Comme on peut démontrer par ailleurs que $K = \frac{1}{\Delta t} \sum_{i=1}^N \frac{1}{v_i}$, il vient :

$$T0(t \rightarrow t + \Delta t) = 100 * (\lambda + L) * K$$

Où L désigne la longueur moyenne des véhicules.

Une telle relation se révèle très utile car à la différence du taux d'occupation, les procédés de mesure de la concentration sont actuellement complexes et coûteux.

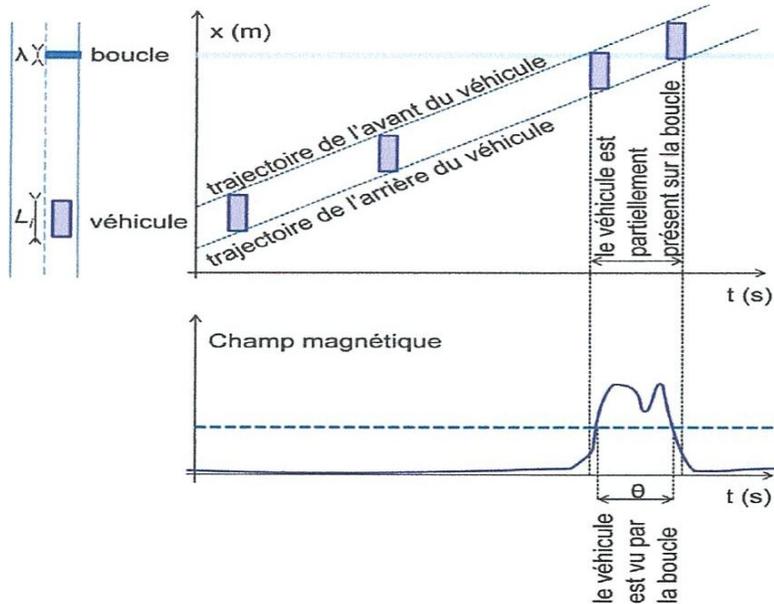


Figure I-5: principe de fonctionnement de la boucle électromagnétique simple.

I.5.4 Vitesse moyenne d'un véhicule

Sur un parcours de durée T , la vitesse moyenne v_{moy} d'un véhicule est définie par :

$$v_{moy} = \frac{\int_0^T v(t) dt}{T}$$

Où $v(t)$ désigne la vitesse instantanée du véhicule à l'instant t .

I.5.5 Vitesse moyenne temporelle.

Dans l'approche macroscopique, nous nous intéressons non plus à un seul véhicule isolé mais à un ensemble de véhicules. En un point fixé de la route, la vitesse moyenne temporelle u_t est la moyenne arithmétique des vitesses instantanées u_i des N véhicules, passant pendant un intervalle de temps indéterminé :

$$u_t = \frac{\sum_{i=1}^n u_i}{N}$$

Où u_i est la distance parcourue par le $i^{ème}$ véhicule pendant la période t .

I.5.6 Vitesse moyenne d'espace.

La notion de vitesse moyenne d'espace u_s , définie par [1], s'avère plus utile en pratique. Ainsi, sur une section de route de longueur fixée, la moyenne arithmétique des vitesses des véhicules à un instant donné est :

$$u_s = N \frac{d}{\sum_{t=1}^N t_i}$$

Où t_i est le temps nécessaire au $i^{ème}$ véhicule pour parcourir la distance d .

I.6 Relation entre le débit, la concentration et la vitesse du flot

Nous avons vu plus haut les définitions d'un certain nombre de grandeurs relatives au trafic :

- le débit Q (nombre de véhicules passant pendant une période de temps donnée en un point) ;
- K la concentration K (nombre de véhicules présents à un instant sur une longueur de route donnée). Comme on l'a vu plus haut, on peut relier la concentration au taux d'occupation TO par la relation :

$$TO(t \rightarrow t + \Delta t) = 100 * (\lambda + L) * K$$

Rappelons que cette formule n'est rigoureusement vraie que si les longueurs des véhicules sont identiques entre elles et égales à L et que la boucle mesure λ mètres ;

- la vitesse du flot U (vitesse moyenne des véhicules présents à un instant sur une longueur de route donnée).

Ces différentes variables peuvent être mesurées par exemple à l'aide de boucles électromagnétiques.[1]

Nous avons également vu que ces trois variables sont reliées par la relation

$$Q=K*U$$

I.6.1 Les deux zones du diagramme fondamental

Si on cherche à lier le débit à la concentration, on constate qu'il existe deux régimes différents :

- lorsque la concentration est faible, on peut supposer que le débit qui passe en un point va croître de manière presque linéaire. Si les véhicules ne sont pas contraints, alors plus ils sont nombreux dans une zone de longueur constante située en amont d'un point donné (concentration), plus ils seront nombreux à passer dans les minutes suivantes en ce point (débit). Ceci est vrai jusqu'à ce que le débit atteigne la capacité de la voie. À ce moment-là, en effet, il y a une contrainte qui s'oppose à l'écoulement libre des véhicules ;
- au-delà d'un certain point (que l'on appelle le point critique) la congestion apparaît, les contraintes subies par le trafic et qui se reflètent par une limitation du débit (parce qu'il y a une limitation de la capacité de la voie en aval, par exemple) induisent une augmentation de la concentration. Donc, au-delà du point critique, plus le débit passant en un point diminue, plus la concentration augmente.

Ces deux régimes se traduisent par les deux zones de la figure suivante. La zone de gauche est la zone de trafic fluide, la zone de droite, la zone de congestion.

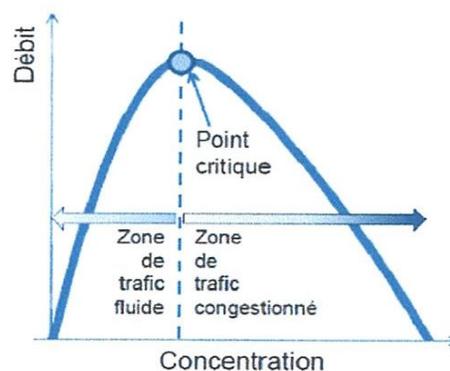


Figure I-6: Les deux zones de comportement du trafic routier

Il est à noter que la forme générale de la courbe d'évolution du débit en fonction de la concentration n'est qu'une forme parmi d'autres possibles. Il faut remarquer au passage que les courbes dessinées sur cette figure sont des simplifications ; les données expérimentales présentent des formes beaucoup moins simples et plus assimilables à des nuages plus ou moins larges qu'à des courbes. De plus, il faut mentionner ici qu'il existe des débats longs entre théoriciens sur la régression la mieux à même d'ajuster les nuages de points observés.

I.6.2 Les trois représentations du diagramme fondamental

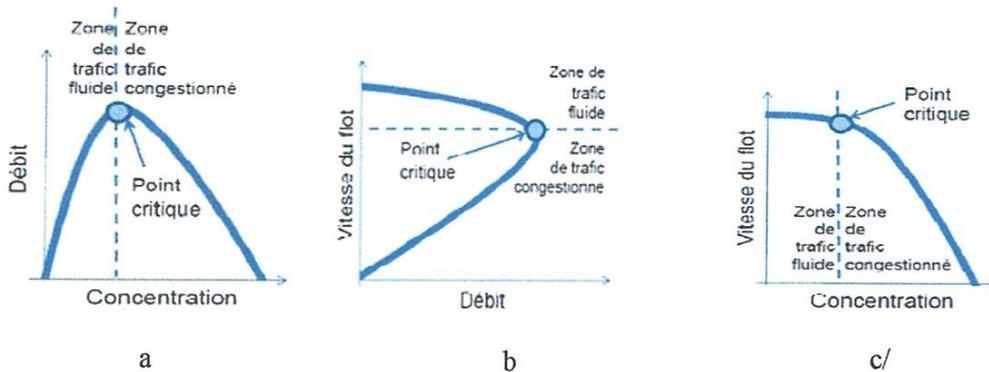
Nous avons rappelé que le débit et la concentration sont reliés, en chaque point du réseau et en chaque instant, par la vitesse du flot. On peut donc représenter la relation fondamentale de la figure précédente de trois manières différentes :

$$Q = F_1(K)$$

$$V = F_2(Q)$$

$$V = F_3(K)$$

Ce sont ces trois manières différentes d'exprimer la même chose qui sont présentées sur la figure suivante.



a/ débit (véh/h) en fonction de la concentration (véh/km).

b/ vitesse (km/h) en fonction du débit.

c/ vitesse en fonction de la concentration.

Figure I.7 : les trois représentations du diagramme fondamental.

Les formes choisies sont celles qui correspondent à la forme retenue pour établir la figure précédente [1].

1.7 Le réseau d'écoulement du trafic

Il s'agit d'un ensemble d'itinéraires constitué par des autoroutes et des réseaux de surface associés. Il possède deux particularités principales: la topologie et les propriétés de l'écoulement du trafic comme la demande origine-destination, la contrainte de capacité, le choix d'itinéraires et les fonctions coûts. Il représente le mouvement des véhicules, des marchandises ou des populations. L'étude de tels systèmes consiste à les décomposer en un grand nombre d'éléments et à décrire le comportement de chaque élément ainsi que les interactions entre ces éléments [2].

1.7.1 Les autoroutes

Grâce à leur topologie (multivoies, grandes lignes), les autoroutes offrent une bonne qualité de service. D'une part, elles laissent circuler un grand nombre de véhicules et d'autre part les vitesses des véhicules deviennent moins sensibles aux changements de l'état du trafic. Au contraire, sur les routes urbaines les vitesses de véhicules sont inhérentes à la densité du trafic. L'évolution des pratiques d'exploitation des autoroutes rend indispensable la mise à disposition de modèles mathématiques capables de décrire l'évolution du trafic et de ses interactions avec son environnement. Certains modèles sont appelés "microscopiques" ou "macroscopiques" selon la finesse de description des éléments du système étudié. Compte tenu de la taille des autoroutes ainsi que du temps de calcul requis, leur modélisation est généralement conçue par des modèles macroscopiques.

1.7.2 Les intersections

Leur fonction première est d'assurer une liaison entre les grands points d'articulation. Il s'agit donc d'espaces continus de convergence des flux de trafic. Généralement, les intersections s'inscrivent à l'intérieur des espaces démographiques et géographiques étant donné qu'elles assument aussi bien le lien entre les routes que leur desserte. Dans un réseau de trafic, on peut distinguer deux types d'intersections : urbaines et interurbaines. Les intersections interurbaines concernent les bifurcations, les fusions et le changement du nombre de voies dans un réseau autoroutier et elles sont représentées généralement par des nœuds, ces dernières ne sont pas l'objet de notre étude. Les intersections urbaines, elles, sont représentées par des carrefours à feux généralement à deux phases. Plusieurs méthodes de gestion des carrefours urbains ont été développées selon la densité de la circulation et la taille du carrefour.

a- **Les carrefours simples:** Nous avons choisi de donner la dénomination de carrefours simples aux aménagements d'intersections routières qui ne nécessitent pas d'études préalables compliquées comme les carrefours à stops, les carrefours à cédez le passage ou les carrefours à ralentisseur. Leur implantation est simple et découle la plupart du temps de l'adaptation à l'existant comme les carrefours à stops, les carrefours à cédez le passage ou les carrefours à ralentisseur.

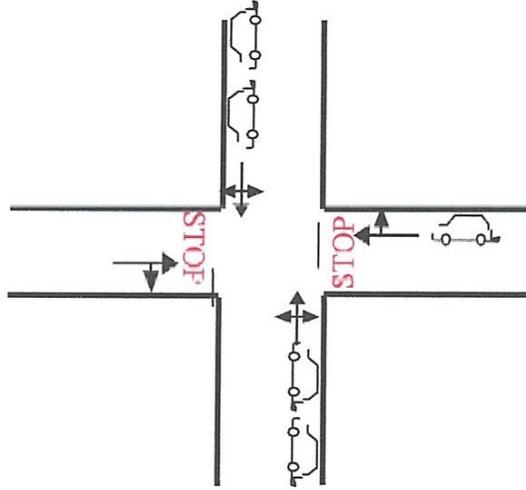


Figure (I.8) carrefour simple

b- **Les carrefours giratoires:** Le carrefour giratoire est aujourd'hui l'aménagement le plus utilisé pour gérer les intersections routières. Plus exactement, lorsqu'il est possible d'en mettre un, on en met un. Mais cette situation n'a pas toujours été.

Les nombreux avantages du carrefour giratoire notamment en termes de sécurité, ont amené les concepteurs à multiplier ce type d'aménagements de carrefour en milieu urbain et périurbain. En effet, il n'y a pas toujours les conditions nécessaires et suffisantes à l'implantation de ces carrefours en ville. Certains chercheurs s'intéressent donc à l'élaboration de méthodes alternatives pour pallier à ces incompatibilités. Des études ont été réalisées pour trouver des solutions aux problèmes récurrents que rencontrent les concepteurs de carrefours giratoires surtout qu'il n'y a pas assez de place. Il faut donc construire des carrefours à feux.

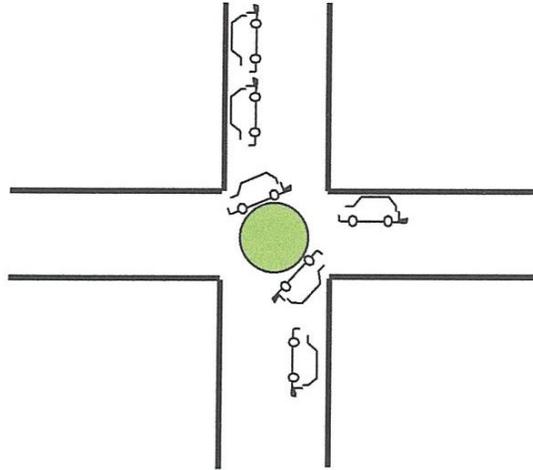


Figure I.9 : carrefour giratoire

c- Les carrefours à feux: Les carrefours à feux font partie intégrante du paysage urbain. Avec les carrefours giratoires, ils se partagent l'aménagement des intersections routières de nos villes. Bien entendu, certains paramètres des carrefours à feux doivent faire l'objet d'une étude approfondie car de leur optimisation dépend très souvent le bon fonctionnement de l'aménagement. C'est le cas de la gestion du « tourne à gauche ». En effet, les conflits qui se produisent au niveau des croisements routiers sont dus à la confrontation des véhicules voulant tourner à gauche en même temps et venant en sens opposé. Lorsque les mouvements de « tourne à gauche » sont trop importants, il faut stocker les véhicules dans le carrefour. Or ce n'est plus possible à partir d'une certaine quantité de véhicules et la capacité de l'intersection s'en trouve très fortement réduite. C'est le cas de notre étude dont ce phénomène se présente, on va montrer dans le chapitre suivant la méthode adoptée pour pallier à ce problème. [3]

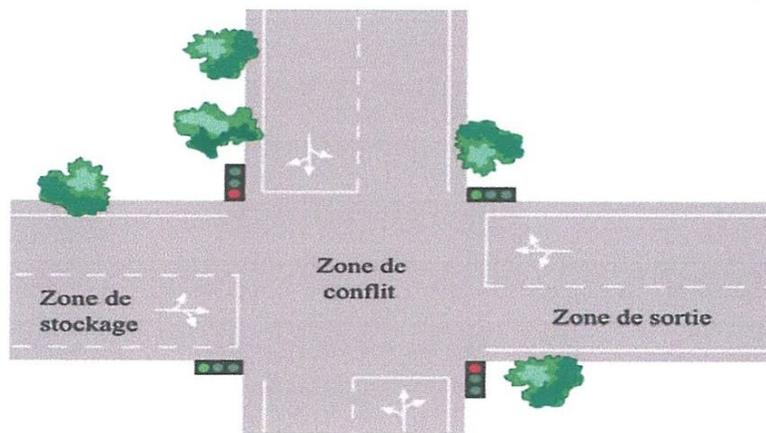


Figure I.10 : Illustration d'un carrefour isolé.

I.8 Les instruments de mesure du trafic

Compte tenu des évolutions technologiques rapides, de nombreux capteurs permettant la mesure des variables de trafic ont été développés. Nous présentons dans ce paragraphe les principaux types de capteurs d'emploi courant (capteurs à effet Doppler, boucles électromagnétiques, détecteurs pneumatiques). Notons qu'il existe d'autres détecteurs de type caméra, véhicule traceur [4].

I.8.1 Les capteurs à Tubes pneumatiques :

a. Principe de fonctionnement

Il s'agit de capteurs faiblement intrusifs. Les capteurs à tubes pneumatiques sont utilisés exclusivement dans le cadre de recueils de données de trafic temporaires. Ces capteurs se présentent, pour les plus courants, sous la forme de tubes pneumatiques en caoutchouc noir d'un diamètre intérieur de 6mm pour un diamètre extérieur de 15mm. Plusieurs dimensions et types de tubes sont proposés par les fabricants : 6x12mm, 6x13mm, 6x15mm, 6x18mm, en format rond, demi-rond ou encore rond avec une partie centrale neutralisée pour éviter les interventions de fixation de colliers entre deux chaussées. Les tuyaux sont attachés à l'aide de collier et de tire-fond sur la chaussée dans l'enrobé. Le principe de fonctionnement est simple, les tuyaux transmettent des variations de pression d'air, provoquées par le passage des essieux des véhicules, vers des vannes ou détecteurs pneumatiques qui transforment ces variations de pression en signaux électriques. Ceux-ci sont orientés vers le circuit d'entrée du compteur électro-pneumatique qui va les filtrer, les dater et les comptabiliser. Chaque compteur peut être relié à 1 ou 2 tubes qui vont permettre de recueillir : le nombre d'essieux avec 1 seul tube, le nombre de véhicules, les vitesses et la distinction VL/PL avec deux tubes espacés de 1 mètre. Tout véhicule présentant une distance inter-essieux de plus de 3,45 m sera considéré en PL.



Figure (I.11) : capteur à Tube pneumatique

b. Mesures disponibles :

Débits, vitesses et distinction VL/PL (deux classes).

c. Limites de fonctionnement

Les tubes pneumatiques sont sensibles à l'arrachage si leur installation est d'une durée importante (plus de 2 mois). Ils ne sont pas recommandés pour les routes à chaussées séparées et pour les axes présentant un trafic journalier tous véhicules supérieurs à 10 000 v/j. Un fort trafic lourd (> 30%) accélère également le vieillissement des tubes ou leur arrachage.

I.8.2 Les détecteurs ultrasons à effet Doppler

Ce type de détecteurs mesure la vitesse des véhicules mobiles par l'utilisation des ondes Doppler ultrasonores. Le capteur est constitué par une antenne fixée sur un portique au dessus et dans l'axe de la voie de circulation (cf. figure 1.5). Cette antenne émet constamment des ondes ultrasonores à vitesse w et lors du passage d'un véhicule circulant à vitesse v , l'onde émise rencontre une surface réfléchissante. A partir de la différence entre la fréquence de l'onde ultrasonore source et celle réfléchiée, la vitesse relative du véhicule par rapport au capteur peut ainsi être mesurée. La durée de la mesure permet aussi le calcul du taux d'occupation et le comptage de véhicules. La vitesse d'un véhicule est mesurée avec une précision de 10% de sa valeur réelle [5].

I.8.3 Les boucles électromagnétiques

Ces détecteurs sont utilisés, en général, dans la commande du trafic en temps réel. Leur particularité principale réside dans la mise en valeur de la signature des essieux d'un véhicule. Ils présentent une grande fiabilité dans le classement par catégorie de véhicules détectés. Le capteur est constitué par une boucle inductive, noyée dans le revêtement de la chaussée. Lors du passage d'un véhicule, une variation du champ électromagnétique est créée. Cette variation se traduit par une tension de forme créneau dont la période est liée à la longueur du véhicule et à son temps de passage. Son principe de fonctionnement est le suivant : lorsque l'avant du véhicule approche de la boucle, un front montant se forme. Le créneau maintient une amplitude constante durant le temps de parcours du véhicule sur la boucle. Un front descendant se produit lorsque l'arrière du véhicule quitte la boucle.

I.8.4 Les capteurs visuels

Il existe deux types de capteurs visuels, les caméras classiques ayant généralement un faible champ de vue et les capteurs sensés observer un champ de vue plus important. Parmi les systèmes permettant d'augmenter le champ de vue, nous pouvons citer les capteurs

omnidirectionnels catadioptriques. Ces capteurs se composent d'une caméra associée à un ou plusieurs miroirs. Il existe plusieurs applications basées sur ce type de capteurs, les uns utilisent des formes conventionnelles comme un miroir conique, sphérique, parabolique, hyperbolique, et les autres utilisent des formes spécifiques de miroirs ou une combinaison de plusieurs miroirs [6].

I.9 Modélisation du trafic

Une étape essentielle pour la gestion du trafic est la modélisation de l'écoulement du trafic. L'augmentation énorme du trafic routier ont rendu nécessaire d'étudier le trafic d'une manière mathématique précise à travers des modèles capables de décrire sa dynamique dans l'espace et dans le temps. Ce développement a conduit de nombreux scientifiques à concevoir des outils méthodologiques pour évaluer et prévoir le trafic. Les modèles qui ont été conçus au cours des cinquante dernières années ont été classés en fonction de leurs propriétés. Les auteurs retiennent les propriétés suivantes [7]:

- Le niveau de détails.
- Le type des variables.
- Le type du modèle du point de vue de l'analyse.
- Le type du modèle du point de vue du comportement.
- Le domaine d'application.

Dans notre travail, on va s'intéresser au niveau de détails que les auteurs ont développé en trois grands type de modèles d'écoulement: les modèles macroscopiques, microscopique et mésoscopiques.

I.9.1 Les Modèles mésoscopiques

Un modèle mésoscopique ne différencie pas et ne suit pas les véhicules comme entités individuelles, mais il spécifie le comportement de véhicules en termes probabilistes. Ainsi, le trafic est représenté par de petits groupes de véhicules, pour lesquels les activités et les interactions sont décrites à un faible niveau de détail. Par exemple, une manoeuvre de changement de voie peut être représentée pour un véhicule comme un événement instant, où la décision de faire un changement de voie est basée sur les densités relatives des bandes et les différences de vitesse. Certains modèles mésoscopiques sont obtenus par analogie avec la théorie cinétique de gaz, en décrivant la dynamique des distributions de vitesse.

Les modèles mésoscopiques occupent une position intermédiaire entre les modèles microscopiques et les modèles macroscopiques. Ils ont la possibilité de modéliser les grands réseaux sans un grand effort sur le codage et le calibrage, tout en assurant une meilleure représentation de la dynamique du trafic et les comportements individuels des participants, par rapport aux modèles macroscopiques.

Les modèles mésoscopiques sont utilisés pour la planification, mais aussi pour des opérations en temps réel. Ils sont plus flexibles que les modèles macroscopiques en termes de modélisation des éléments importants, tels que le comportement de voyage (par exemple, le choix d'un itinéraire). Cependant, il y a des limites dans la capacité à représenter des opérations détaillées du trafic.

Quelques modèles mésoscopiques, les plus souvent rencontrés dans la littérature, seront présentés succinctement dans la suite.

CONTRAM [8], représente le réseau routier par des nœuds et des arcs, et les véhicules sur les arcs sont groupés en paquets qui voyagent de l'origine à la destination (à noter que les paquets peuvent être formés à partir d'un seul véhicule).

DYNAMIT [9], utilise des véhicules individuels se déplaçant le long des segments sur la base des relations vitesse - densité et des modèles des queues d'attente. Les voies sont représentées en détail lorsque des congestions du réseau se produisent et les files d'attente commencent à s'agrandir. Les files d'attente sont spécifiques à chaque voie. Les opérations sur les intersections sont capturées en termes de leur capacité.

DYNASMART [10], utilise aussi la relation vitesse - densité, mais il adopte une représentation plus détaillée pour les intersections signalées (au niveau de la succession de feux de circulation) pour modéliser les retards pris dans ces positions.

FASTLANE [11], représente les véhicules individuellement, répondant aux relations vitesse - densité, et utilise des serveurs stochastiques pour les files d'attente au niveau des nœuds pour justifier les retards dus aux feux de circulation, ainsi que les interactions avec les flux de trafic provenant d'autres directions.

DYNAMEQ [12], fonctionne de façon similaire au modèle précédent, mais la dynamique des véhicules dans les liens est capturée par des relations simplifiées de type suivi de véhicule. Les voies sont représentées de manière explicite, y compris les opérations de changement de voies.

I.9.2 Les modèles microscopiques

Les modèles microscopiques ont pour but de décrire le trafic d'une façon fine en décrivant le comportement individuel de chaque conducteur. Cette classe de modèles vise à représenter les interactions entre les véhicules. Elle permet d'analyser le mouvement de l'ensemble des véhicules sur les infrastructures routières. Elle considère le temps de réaction du conducteur comme un régulateur permettant d'asservir la vitesse du véhicule. L'estimation des réactions de chaque conducteur (distance, vitesse, accélération, etc.) s'effectue à partir de sa vitesse et de sa distance avec les véhicules voisins avant la réaction.

Les variables microscopiques sont étroitement liées à la dynamique des véhicules considérés individuellement, on trouve:

L'écart de temps inter-véhiculaire: C'est la durée entre les instants de passage de l'avant des véhicules successifs par le même point de la route. La mesure de cette variable permet d'analyser la composition du trafic et ainsi d'appréhender les effets produits. Les distributions empiriques des écarts, qui varient selon le type de route, les conditions météorologiques, etc.

L'espacement inter-véhiculaire: C'est la distance qui sépare, à un instant donné, l'avant des véhicules consécutifs sur la même voie de la route.

La vitesse: Sur un parcours de durée T , la vitesse moyenne est définie par:

$$v_{moy} = \frac{1}{T} \int_0^T v_{inst}(t) dt \quad (I.1)$$

$v_{inst}(t)$ est la vitesse instantanée du véhicule à l'instant t

L'accélération: Sur un parcours de durée T , l'accélération moyenne est définie par:

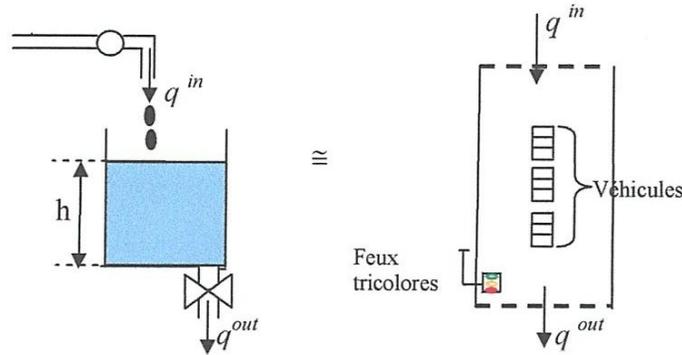
$$a_{moy} = \frac{1}{T} \int_0^T a_{inst}(t) dt = \frac{v_{inst}(T) - v_{inst}(0)}{T} \quad (I.2)$$

Dans la littérature scientifique il existe deux approches adéquates à la modélisation microscopique: les modèles *véhicule-suiveur* et les modèles *de particules*

I.9.2.1 Modèles de poursuite

Ils considèrent le comportement conducteur-véhicule comme un système dynamique interagissant avec son environnement par des actions du conducteur sur le frein et sur l'accélérateur. Ces actions sont traduites au moyen d'une équation différentielle décrivant l'accélération d'un véhicule considéré en respectant le comportement du véhicule qui le précède. La relation mathématique qui décrit son comportement se résume par deux formes générales: linéaire et non linéaire.

Les modèles macroscopiques sont basés sur l'analogie avec la dynamique des fluides. Ces modèles assimilent le flux du trafic, supposé homogène et unidirectionnel, à un fluide dans un réservoir. La figure (I.12) représente l'analogie entre les deux dynamiques.



La description macroscopique de l'écoulement du trafic est définie par certaines variables adéquates qui expriment le comportement moyen des flots de véhicules sur un tronçon de route donné.

La densité moyenne: la densité moyenne à l'instant t est donnée par:

$$\bar{\rho}(x_1, x_2, t) = \frac{n(x_1, x_2, t)}{x_2 - x_1} \tag{I.5}$$

Où $n(x_1, x_2, t)$ désigne le nombre de véhicules présents sur le tronçon $[x_1, x_2]$ à l'instant t , étant donné que le flot de véhicules est continu par hypothèse, il en résulte que la densité au point x et à l'instant t devient :

$$\rho(x, t) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \bar{\rho}(x - \frac{\Delta x}{2}, x + \frac{\Delta x}{2}, t) \tag{I.6}$$

Par contre en pratique, on peut calculer la densité par le taux d'occupations λ mesurés par des boucles magnétiques lors des passages de véhicules selon l'équation suivante :

$$\lambda = (L + l)\rho \tag{I.7}$$

L, l sont respectivement la longueur moyenne des véhicules et celle de la boucle magnétique

Le débit moyen: est décrit par l'équation suivante:

$$\bar{q}(t_1, t_2, x) = \frac{n(t_1, t_2, x)}{t_2 - t_1} \tag{I.8}$$

$n(t_1, t_2, x)$ est le nombre de véhicules passant par le point x entre les instants t_1 et t_2 , le débit peut être calculé par un simple comptage des véhicules sur la route. Selon l'hypothèse de continuité du flot de véhicules on peut écrire [15]:

$$q(x, t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{q}(t - \frac{\Delta t}{2}, t + \frac{\Delta t}{2}, x) \quad (I.9)$$

La vitesse moyenne: la vitesse moyenne pour un flot d'écoulement du trafic stationnaire à l'instant t et au point x est définie par le rapport :

$$v(x, t) = \frac{q(x, t)}{\rho(x, t)} \quad (I.10)$$

La modélisation de l'écoulement du trafic est réalisée le plus souvent à l'aide du modèle macroscopique du premier ordre qui s'articule principalement sur trois postulats de base:

- **Principe de continuité**

On considère le débit $q(x, t)$ et la densité $\rho(x, t)$ sont des fonctions continues [16],

l'équation de la vitesse moyenne est: $v(x, t) = \frac{q(x, t)}{\rho(x, t)}$

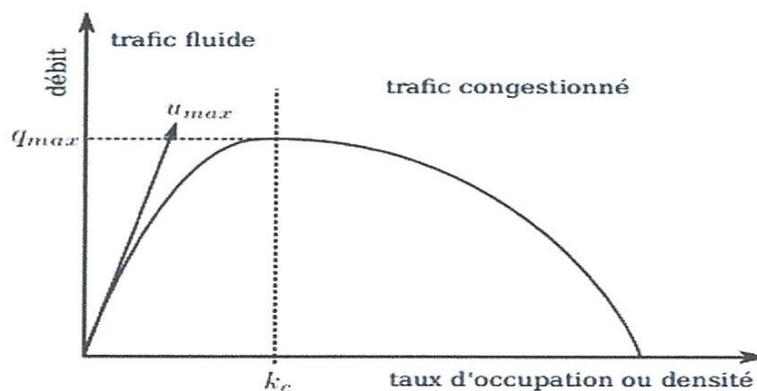
- **Equation de conservation de la masse**

Le principe de conservation de la masse correspondant est défini comme suit, La variation du nombre de véhicules sur la section de route $[x_1, x_2]$ est égale à la différence entre la masse entrante en x_1 et la masse sortante en x_2 dans l'intervalle de temps $[t_1, t_2]$.

$$\frac{dq(x, t)}{dx} + \frac{d\rho(x, t)}{dt} = 0 \quad (I.11)$$

- **Diagramme fondamental**

Le diagramme fondamental de Greenshields est une relation phénoménologique qui relie le débit avec la densité: $q(x, t) = g(\rho(x, t))$, la figure (I.13) montre l'évolution du débit en fonction de la densité. $q(x, t) \rho(x, t)$



Figure(I.13) : Diagramme fondamental

On peut constater que le diagramme fondamental contient deux parties:

- $[0, \rho_{cr}]$: une partie correspond à l'état fluide (il n'y a pas des fluctuations sur la route).
- $[\rho_{cr}, \rho_{max}]$: une partie correspond à l'état congestionné.

Remarque: Vu les difficultés rencontrées lors de la résolution analytique du modèle de trafic du premier ordre de nombreux auteurs ont adopté la résolution numérique de ce modèle en effectuant une discrétisation spatio-temporelle. Cette discrétisation permet d'aboutir à un modèle constitué par des équations aux différences aisées à résoudre par des méthodes itératives .

Le modèle d'ordre supérieur a été introduit dans le but d'améliorer le niveau de précision donné par les modèles du premier ordre, son modèle est présenté comme une approximation du modèle véhicule-suiveur en prenant en compte le temps de réaction du conducteur après un changement du trafic en aval, le conducteur au point x de la route ajuste sa vitesse avec un retard τ relativement à la situation du trafic au point $x + \Delta x$. Sa vitesse moyenne est définie par :

$$v(x, t + \tau) = f(\rho(x + \Delta x, t)) \quad (I.12)$$

I.10 Conclusion

Les modèles dans le domaine du trafic urbain sont classés en deux catégories principales : microscopique et macroscopique. Mais le but toujours rester de pouvoir parvenir à interpréter les phénomènes rencontrés sur les réseaux urbains et interurbains par des modèles adéquates permettant la gestion du trafic urbain. Cependant, Le modèle d'écoulement du trafic cité auparavant considère seulement la partie continue. Évidemment, cela n'est pas suffisant pour décrire le comportement réel du trafic urbain puisque le trafic urbain se comporte comme un système dynamique hybride où la vitesse, la densité, la longueur de la file d'attente, le volume et la position des véhicules sont des variables continues, mais l'arrivée et le départ des véhicules, le dépassement, le changement des feux de circulation, l'apparition des accidents de la circulation, l'ouverture et la clôture de la rampe sont des événements à états discrets [17]. Dans le but de remédier à ces défauts, nous proposerons une approche unifiée basée sur les réseaux de Petri permettant de décrire le trafic d'une manière microscopique et macroscopique.

Chapitre II

la théorie de files d'attente

II.1 Introduction

La Théorie des files d'attente est une technique de la Recherche opérationnelle qui permet de modéliser un système admettant un phénomène d'attente, de calculer ses performances et de déterminer ses caractéristiques pour aider les gestionnaires dans leurs prises de décisions.

Les files d'attente peuvent être considérées comme un phénomène caractéristique de la vie contemporaine. On les rencontre dans les domaines d'activité les plus divers spécialement dans le trafic routier (carrefour à feux). L'étude mathématique des phénomènes d'attente constitue un champ d'application important des processus stochastiques.

On parle de phénomène d'attente chaque fois que certaines unités appelées "clients" se présentent d'une manière aléatoire à des "stations" afin de recevoir un service dont la durée est généralement aléatoire.

Il n'y a pas de théorie des files d'attente en tant que tel. La théorie des files d'attente est un formalisme mathématique qui permet de mener des analyses quantitatives à partir de la donnée des caractéristiques du flux d'arrivées et des temps de service.

L'objectif principal de ce chapitre est d'expliquer le phénomène d'attente, de présenter les notions de base concernant les systèmes de files d'attente et de définir les paramètres permettant de décrire les performances de tels systèmes.

II.2 Développement de la théorie des files d'attentes

Les origines du formalisme des files d'attente datent du début du XXème siècle et principalement des travaux de deux mathématiciens : le mathématicien danois A.K.Erlang avec ses travaux sur les réseaux téléphoniques et le russe A.A. Markov avec la création des modèles markoviens [18].

C'est en 1909 que les bases de ce formalisme sont jetées, grâce à l'article du mathématicien danois A.K. Erlang. Les premiers résultats sont variés : Erlang observe le caractère poissonnier des arrivées des appels à un central téléphonique, et le caractère exponentiel des durées des appels; il réussit à calculer de manière relativement simple la probabilité d'avoir un appel rejeté. La notion d'équilibre stationnaire d'un système d'attente est introduite.

À partir des années 30, les travaux de plusieurs mathématiciens tels que Molina, Fry, Polacre aux États-Unis, Kolmogorov et Khintchine en Russie, Palm en Suède, ou Crommelin en France permettent à la théorie des files d'attente de se développer lentement. Ce sont ensuite les années 50 qui verront l'essor important de la théorie.

Les applications de ces travaux sont alors très pratiques, et concernent les disciplines de recherche opérationnelle et génie industriel. On peut citer les flux de trafic (véhicule, avion, personnes, télécommunications), l'ordonnancement, c'est-à-dire la planification, par exemple les patients dans les hôpitaux, les programmes d'un ordinateur, etc. . . . ou encore le dimensionnement (banque, poste, réseaux, téléphone, ordinateur).

Dans les années 80, cette discipline devient beaucoup plus mathématique, et la littérature regorge d'articles décrivant des techniques ou des astuces mathématiques permettant de trouver des solutions exactes aux modèles.

Au cours de la décennie suivante, les chercheurs s'intéressent d'avantage à la création de modèles, et au calcul scientifique associé pour résoudre ces modèles. En effet, le développement de la puissance des ordinateurs permet maintenant d'obtenir des solutions approches des modèles suffisamment fiables pour être utilisées.

Actuellement ce sont les applications dans le domaine de l'analyse de performance des réseaux (téléphone mobile, Internet, multimédia.) qui suscitent le plus de travaux.

II.3 Notations et définitions générales

Dans cette section nous commençons d'abord par la présentation des systèmes et réseaux de files d'attente avec leurs éléments caractéristiques puis, dans la deuxième partie, nous étudions les mesures de performances concernant les files d'attente.

Généralement une file d'attente est la donnée d'une (ou plusieurs) unités de services où arrivent des clients qui demandent une certaine durée d'utilisation de cette unité (le service demandé par les clients). Quand les clients peuvent accéder à cette unité de service, ils patientent dans une file d'attente en attendant d'être servis. La file d'attente peut éventuellement n'accepter qu'un nombre fini des clients, dans ce cas les clients trouvant la file pleine à leur arrivée sont rejetés par le système. Un client peut être servi pendant une certaine période puis abandonné par le serveur. Le service résiduel d'un client est la durée du service qui reste à effectuer, quand celui-ci est nul, le client quitte la file d'attente.

La charge de la file d'attente est la somme de tous les services résiduels de tous les clients présents.

II.4 Modèle de Files d'attente

Tous les exemples de phénomènes d'attente ont des caractéristiques communes que l'on peut résumer ainsi : Des entités circulent dans un système et utilisent des ressources communes. Le système, les entités ou les ressources peuvent avoir un comportement imprévisible, c'est-à-dire dans le contexte d'une modélisation mathématique, aléatoire.

Une file d'attente se compose des éléments suivants :

1. La population.
2. Le nombre de serveurs.
3. Les tendances quant à l'arrivée et au service.
4. L'ordre de traitement des clients.
5. Une salle d'attente, c'est-à-dire un lieu où les clients attendent quand aucun des serveurs n'est disponible pour les servir.

Tout système de file d'attente peut être représenté par le schéma suivant :

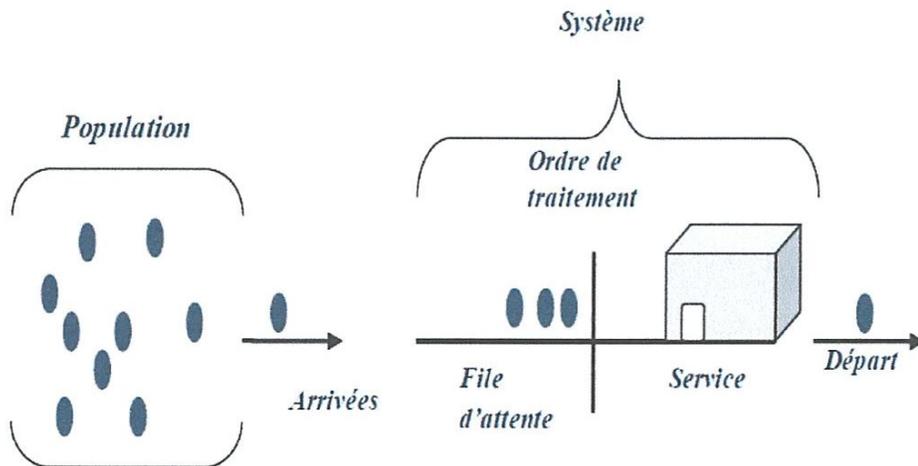


Figure II.1: Structure générale d'un système de file d'attente

II.4.1 La population

Dans la théorie des files d'attente, la population est la source de clients potentiels. Il y a deux situations possibles. Dans le premier cas, la population est infinie, c'est-à-dire que le nombre potentiel de clients est infiniment grand en tout temps. C'est le cas des clients des supermarchés, des banques, des restaurants, des cinémas, des centres d'appels, trafic urbain, etc. De plus, les clients proviennent de toutes les régions possibles.

Dans la deuxième situation, la population est finie, ce qui signifie que le nombre de clients potentiels est limité. Un bon exemple est le nombre de machines, d'avions, etc., en réparation dans le centre de maintenance d'une entreprise.

II.4.2 Le nombre de serveurs

La capacité de service dépend de la capacité de chaque serveur et du nombre de serveurs disponibles. Le terme « serveur » représente ici la ressource et, en général, on suppose qu'un serveur ne traite qu'un client à la fois. Les systèmes de files d'attente fonctionnent avec serveur unique ou serveurs multiples.

II.4.2.1 Systèmes de files d'attente avec un serveur unique

Ce type de systèmes comprend un seul serveur qui offre le service. Les exemples de systèmes de files d'attente avec serveur unique sont nombreux : les petits magasins avec une seule caisse, tels que les dépanneurs, certains cinémas, certains lave-autos et établissements de restauration rapide avec guichet unique.

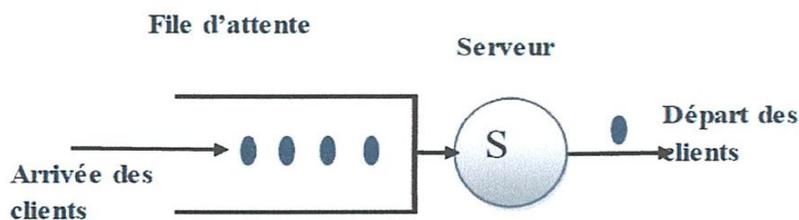


Figure II.2 : Système de file d'attente avec un serveur unique

II.4.2.2 Systèmes de files d'attente avec plusieurs serveurs

Ce type de systèmes comprend plusieurs serveurs qui fournissent le service. Les serveurs sont en parallèle ou en série.

a. Système de files d'attente avec plusieurs serveurs en parallèles

Chaque client ne requiert le service que d'un seul serveur et tous les serveurs sont capables de fournir ce service. Dans ce type de files d'attente, on a S serveurs en parallèle. Le client entrant au système n'est pas obligé de visiter tous les S serveurs. Si chaque serveur est doté d'une file, au moment de son arrivée le client choisit l'une d'entre elles; bien sûr il doit choisir la file la moins longue ; ou bien il rejoint une position donnée dans la file si elle est unique, puis il sera sélectionné de cette file selon la politique adoptée dans le système. Si n , le nombre de clients présentes dans le système est inférieur à S , ce qui revient à dire tant que les serveurs ne sont pas tous occupés, alors la file ne se constitue pas et tout client arrivant est immédiatement pris en charge par l'un des serveurs libres.

Si $n = S$ la file commence à se constituer et tout client qui arrive doit rejoindre la file.

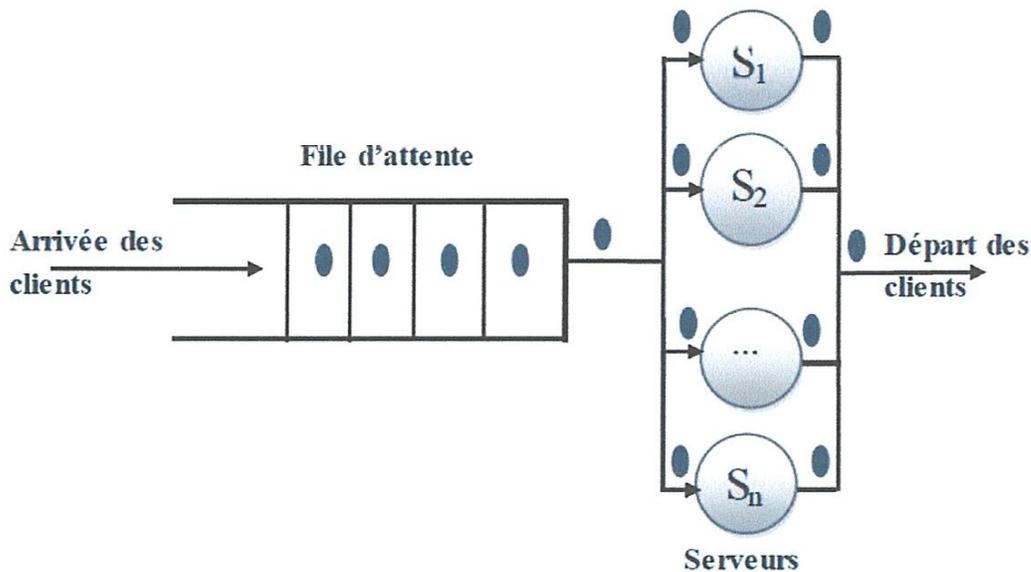


Figure II.3 : Système de file d'attente à serveurs parallèles

b. Système de files d'attente avec plusieurs serveurs en série

Dans ce type de files d'attente, on a S serveurs en série. Le client entrant au système doit visiter plusieurs serveurs successifs dans un ordre fixe pour recevoir le service. Ce type

est appelé aussi système de files d'attente en cascade, on les rencontre dans une chaîne de fabrication, dans la circulation des dossiers dans une administration... etc. [19]

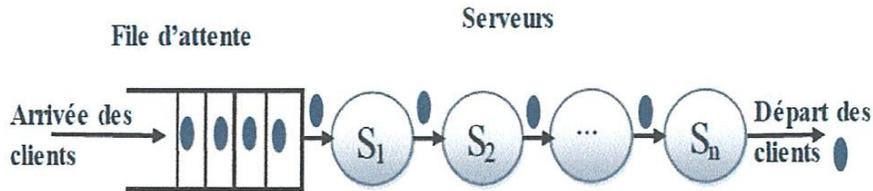


Figure II.4: Système de file d'attente à S serveurs en série

II.5 Le comportement d'une file d'attente

Cinq caractéristiques permettent de décrire le comportement d'une file d'attente :

- Le processus d'arrivée des clients;
- Le processus de service;
- La discipline de service de la file d'attente, c'est-à-dire la manière dont les clients sont choisis pour recevoir leur service;
- La capacité du système, c'est-à-dire le nombre total de clients pouvant se trouver dans le système à une instante donnée;
- Le nombre de serveurs;

1. Processus des arrivées

Dans le formalisme des files d'attente, les arrivées des clients sont caractérisées par l'ensemble des instants ou dates d'arrivée de chaque client. Cette collection des dates d'arrivée s'appelle le processus des arrivées. Lorsque les dates d'arrivées sont imprévisibles, elles sont modélisées par des variables aléatoires, et le processus des arrivées est alors une collection de variables aléatoires, c'est-à-dire un processus stochastique.

Soit a_n la date d'arrivée du $n^{\text{ième}}$ client. Le processus des arrivées est alors la collection

$\{a_n, n = 1, 2, \dots\}$ de variables aléatoires. Lorsque les arrivées sont déterministes, ces variables aléatoires sont des constantes, le processus des arrivées devient une collection de réels positifs.

1.1 Inter-arrivée

On appelle inter-arrivée la différence entre deux dates d'arrivées successives. On note en général la $n^{\text{ième}}$ inter-arrivée τ_n qui s'exprime comme :

$$\tau_n = a_{n+1} - a_n \quad \text{II-1}$$

Ainsi le processus des arrivées peut être complètement défini par la donnée de la suite des inter-arrivées $\{\tau_n, n = 1, 2, \dots\}$, si la date d'arrivée du premier client a_1 est connue. En effet, en sommant l'équation II.1 pour $i=1$ à $n-1$ on obtient :

$$a_n = a_1 + \sum_{i=1}^{n-1} \tau_i \quad \text{II.2}$$

Souvent les arrivées des clients sont indépendantes. Ceci veut dire que les durées séparant deux arrivées successives sont des variables aléatoires indépendantes et de même loi. Les différentes formes du processus d'arrivées sont : arrivées régulières (les instants séparant deux arrivées successives sont constants et égaux à $1/\lambda$), arrivée Poissonnienne (les instants d'arrivées forment un processus de Poisson), arrivées suivant une loi d'Erlang d'ordre k (C'est un processus où les arrivées sont Poissonniennes mais seulement les clients d'ordre multiple de k sont considérés), etc..

1.2 Taux d'arrivée

On appelle taux d'arrivée des clients, ou intensité des arrivées, le nombre moyen de client qui arrivent dans le système par unité de temps.

1.3 Arrivées par groupe

Aux instants d'arrivée, plusieurs clients arrivent simultanément. On parle alors d'arrivées par groupe. La donnée de la loi caractérisant la taille du groupe est alors nécessaire pour déterminer le comportement du processus des arrivées.

1.4 Clients impatient

Les clients sont dits impatient lorsqu'ils quittent le système avant d'être servis. Cela peut arriver soit dès l'arrivée, s'ils jugent la file trop importante, on parle alors de découragement, soit après avoir attendu et c'est alors un abandon.

2. Processus de service

Un client entre dans une file d'attente pour utiliser des ressources qui sont modélisées par un serveur. Chaque client entrant dans une file d'attente va donc utiliser le serveur pendant une certaine durée qui dépend du client. Le processus de service pourra être d'une complexité extrême, dans la pluparts des systèmes de file d'attente la durée de service de chaque client est indépendante des autres, et qu'elles obéissent toutes à une même loi de distribution: on parle de variables indépendantes et identiquement distribuées (i.e.).

Soit σ_n le service demandé par le $n^{\text{ième}}$ client de la file ($n^{\text{ième}}$ arrivée). Les durées de service de tous les clients sont donc décrits par le processus de service $\{\sigma_n, n = 1, 2, \dots\}$, peut être déterministe ou aléatoire.

Comme pour les arrivées, le service peut être fourni par groupe, comme par exemple dans le cas d'un ordinateur avec traitement parallèle, ou encore un modèle de visite guidée ou d'embarquement dans un train.

Le processus de service peut dépendre du nombre de clients en attente, par exemple plus rapide si la file grossit, on parle alors de service dépendant de l'état du système.

Le processus de service peut dépendre du nombre de clients en attente, par exemple plus rapide si la file grossit, on parle alors de service dépendant de l'état du système.

Le processus de service peut être stationnaire ou non. Souvent les durées de service σ_n sont deux à deux indépendantes.

La date de départ ou date de sortie est la date de fin de service des clients. Elle est en général notée d_n , et peut s'exprimer en fonction de la date d'arrivée, le temps d'attente et la durée de service effectivement reçue. Si w_n dénote le temps d'attente du $n^{\text{ième}}$ client et si le service reçu est le service demandé, on a pour chaque client :

$$d_n = a_n + \sigma_n + w_n \quad \text{II.3}$$

3. Capacité de la file

La capacité de la file à accueillir des clients en attente de service peut être finie ou infinie. Soit K la capacité de la file (incluant le ou les clients en service). Une file à capacité illimitée vérifie $K=+\infty$. Lorsque la capacité de la file est limitée et qu'un client arrive alors que cette dernière est pleine, le client est perdu.

4. Notion de classes de clients

Une file d'attente peut être parcourue par différentes classes de clients. Ces différentes classes se distingueront par :

- des processus d'arrivée différents ;
- des temps de service différents ;
- un ordonnancement dans la file d'attente en fonction de leur classe.

Pour définir une file multi-classe, il faut définir pour chaque classe de clients le processus d'arrivée et la distribution du temps de service associé. Il faut également préciser comment les clients des différentes classes s'ordonnent dans la file d'attente.

II.6 Les réseaux de files d'attente

Pour arriver à modéliser des systèmes beaucoup plus complexes, une file d'attente simple n'est pas suffisante, il faut faire appel à des réseaux de files d'attente.

Définition : Un réseau de files d'attente est la donnée de plusieurs files d'attente entre lesquels circulent des flots de clients. Le réseau peut être ouvert, fermé, ou mixte. [20]

II.6.1 Les réseaux ouverts

Dans un réseau de files d'attente ouvert, les clients arrivent de l'extérieur, circulent dans le réseau à travers les différentes stations, puis quittent le réseau. Le nombre de clients pouvant se trouver à un instant donné dans un réseau ouvert n'est donc pas limité. Afin de spécifier complètement un réseau ouvert, il faut bien sûr caractériser chaque station, mais également le processus d'arrivée des clients et le routage (cheminement) des clients dans le réseau.

a- Processus d'arrivée

Le processus d'arrivée des clients dans le réseau est décrit, comme pour une file simple, à l'aide d'un processus de renouvellement (il est donc caractérisé par la distribution du temps d'inter-arrivée). Si l'arrivée des clients suit un processus de Poisson, les inter-

arrivées sont exponentielles et sont caractérisées par un unique paramètre : le taux d'arrivée λ . Dans le cas d'un processus d'arrivée non *Poissonnier*, ce paramètre reste intéressant, puisqu'il indique le nombre moyen de clients qui arrivent dans le système par unité de temps, mais devient insuffisant pour caractériser parfaitement l'arrivée des clients.

b- Routage des clients

Lorsqu'un client termine son service à une station, il faut préciser où ce client va se rendre: soit à une autre station, soit à l'extérieur (le client quitte alors le réseau).

Il existe cependant d'autres types de routages :

- le routage vers la file la plus courte (routage dynamique) : un client quittant une station choisira, parmi toutes les destinations possibles, la station qui comporte le moins de clients
- le routage cyclique (routage déterministe) : les clients quittant une station choisiront à tour de rôle chacune des stations parmi toutes les destinations possibles.

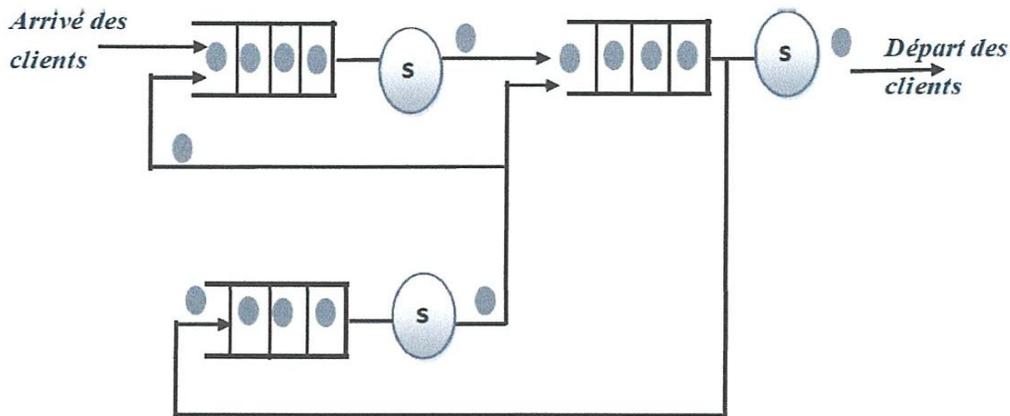


Figure II.5 : Un réseau de files d'attente ouvert

II.6.2 Les réseaux fermés

Dans un réseau de files d'attente fermé, les clients sont en nombre constant. Soit N le nombre total de clients du système. Il n'y a donc pas d'arrivée ni de départ de clients. La spécification d'un réseau fermé se réduit donc à celle des différentes stations et à celle du routage des clients.

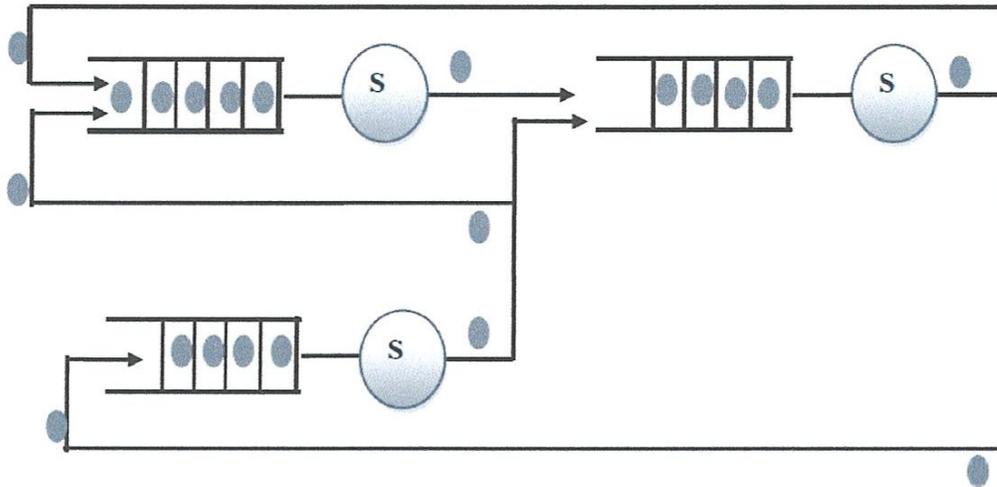


Figure II.6: Un réseau de files d'attente fermé

II.6.3 Les réseaux multi-classes

Comme pour les files simples, les réseaux de files d'attente peuvent être parcourus par différentes classes de clients. Soit R le nombre de classes de clients. Ces différentes classes se distingueront par:

- des processus d'arrivée différents (si le réseau est ouvert)
- des comportements différents à chaque station (service et discipline de service)
- des routages différents dans le réseau.

Il faut donc caractériser pour chaque classe r

- pour un réseau ouvert, le processus d'arrivée (pour un processus d'arrivée Poissonnienne, il suffit alors de donner le taux d'arrivée des clients de classe r).
- pour un réseau fermé, le nombre total N_r de clients de classe r .
- le routage de clients.

La notion de réseaux multi-classes nous permet d'introduire la notion de réseau mixte qui est un réseau ouvert vis à vis de certaines classes et fermé vis à vis des autres classes.

II.6.4 Les réseaux de files d'attente à capacité limitée

Les différentes stations du réseau peuvent avoir des capacités limitées. Lorsqu'une file est pleine, plus aucun client ne peut y entrer. Cela introduit des blocages dans les autres

stations amont et éventuellement des pertes de clients à l'entrée du système (si celui-ci est ouvert).

On distingue principalement deux types de blocage : le blocage avant service et le blocage après service.

- Dans un blocage avant service (ou blocage de type "réseau de communication"), un client voulant commencer son service à une station donnée doit tout d'abord s'assurer qu'il y a une place libre dans la station de destination. Si c'est le cas, son service commence. Dans le cas contraire, le serveur de la station est bloqué et le client doit attendre la libération d'une place en aval avant de commencer son service.
- Dans un mécanisme de blocage après service (ou blocage de type "système de production"), un client commence sans attendre son service dès l'instant où le serveur est disponible. Ce n'est qu'à la fin de son service qu'un blocage peut survenir. Si la station de destination est pleine, le client reste au niveau du serveur qui se trouve alors bloqué, jusqu'à ce qu'une place se libère en aval.

II.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les notions de base exprimant les phénomènes d'attente. Généralement, les clients voient dans l'attente une activité sans valeur ajoutée et, s'ils attendent trop longtemps, ils associent cette perte de temps à une mauvaise qualité de service. Les Réseaux de Files d'Attente (RFA) ont une très grande importance en recherche opérationnelle. Ils servent à modéliser et d'analyser des systèmes physiques de type clients/serveurs. Ils permettent ainsi d'évaluer les performances et de mieux comprendre le comportement de ces systèmes.

Nous avons aussi défini dans ce chapitre les éléments importants à considérer dans la mesure de performance d'un système de file d'attente, et on peut dire que le nombre moyen de clients qui attendent en file est l'élément clé qui sert à déterminer les autres mesures de performance du système.

Chapitre III

Utilisation de la théorie des files d'attente pour un carrefour à feux

III.1 Introduction

Dans ce chapitre nous exploitons la théorie de files d'attente pour le développement des modèles mathématique d'aide à l'analyse de performance et à l'optimisation des files d'attente dans un carrefour à feu. Ce dernier joue le rôle du routage des flux, venant des différentes lignes. Il constitue un point sensible dans la circulation routière, il est touché d'une manière directe par la congestion du trafic. Il s'avère donc important de réguler des paramètres qui gèrent le trafic dans un carrefour pour fluidifier les flux du réseau routier. Pour évaluer la performance d'un système, on utilise soit les méthodes analytiques, telles que les réseaux de files d'attentes, soit la simulation. Chacune de ces méthodes comporte ses avantages et ses inconvénients.

Nous présentons d'abord les différentes techniques d'évaluation des performances d'un système. En se basant sur les relations qui gèrent le retard pendant la sursaturation dans un carrefour, nous présentons un modèle en temps discret en termes de files d'attente en fonction des cycles. Puis la minimisation d'une fonctionnelle en terme de files d'attente dans les conditions de sursaturation en fin la simulation de l'évolution des files d'attente dans le système.

III.2 Les différentes techniques d'évaluation des performances

D'après [21], évaluer signifie « déterminer une quantité par le calcul sans avoir recours à la mesure directe ». Ceci suppose que l'évaluation soit effectuée à l'aide d'un modèle qui peut être expérimental, mathématique, de simulation... Evaluer implique également le recours à un objectif et un indicateur de performance qui fournit une donnée quantifiée mesurant l'efficacité du système, donc son aptitude à générer une performance [22].

Les différentes techniques d'évaluation des performances d'un système sont schématisées dans la figure ci-dessous (figure IV.1). Elles peuvent être classées en trois grandes catégories : l'obtention de mesures directes sur le système (par la détermination des valeurs directes des critères de performances), les méthodes analytiques et la simulation.

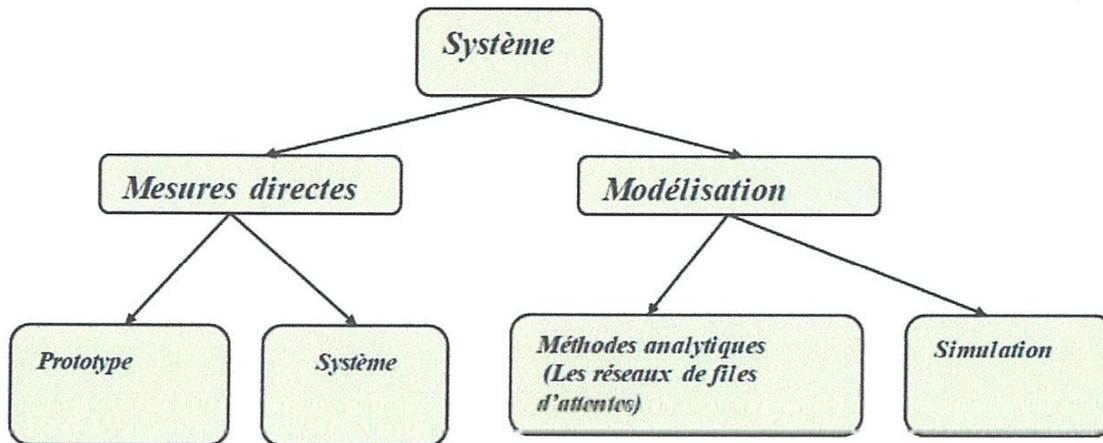


Figure III.1: Techniques d'évaluation des performances d'un système [23].

La méthode des mesures directes est la seule technique qui peut offrir « l'image réelle » de l'état d'un système réel en tenant compte de toutes les caractéristiques de celui-ci. Elle a, cependant, plusieurs inconvénients. En effet les caractéristiques du système sont extrêmement variables et imprévisibles et par conséquent, les données obtenues à un moment donné sur le système ne permettent pas toujours de prévoir le comportement du système dans d'autres conditions. De ce fait, les méthodes analytiques et la simulation restent les meilleures techniques pour l'évaluation des performances.

Nous allons tout d'abord présenter le système puis le modéliser par un réseau de files d'attente. Cette modélisation nous permet une meilleure compréhension et la formulation mathématique du système. Enfin, nous présentons quelques modèles de simulation comme technique complémentaire pour la méthode analytique RFA.

III.2.1 Présentation du système

Le système étudié est un carrefour à feux isolé qui comporte deux voies (L1,L2) avec deux feux de signalisation implantés à l'extrémité du carrefour, Figure III.2. Les voies du carrefour sont caractérisées par un taux d'arrivée moyen égal à Q_1 et Q_2 et chaque voie du carrefour est de capacité limitée égale à C_a . Le trafic s'écoule dans deux directions: Est -Ouest- (E-O) et Nord-Sud (N-S). Par souci de simplicité, les voies de circulation sont supposées être à sens unique et la prise en compte des mouvements de tournes à gauche et à droite est exclue de notre étude.

Le contrôle des flux de véhicules franchissant un carrefour à feux est mené par des indicateurs de signalisation (vert, jaune, rouge), qui se succèdent à l'intérieur d'un cycle.

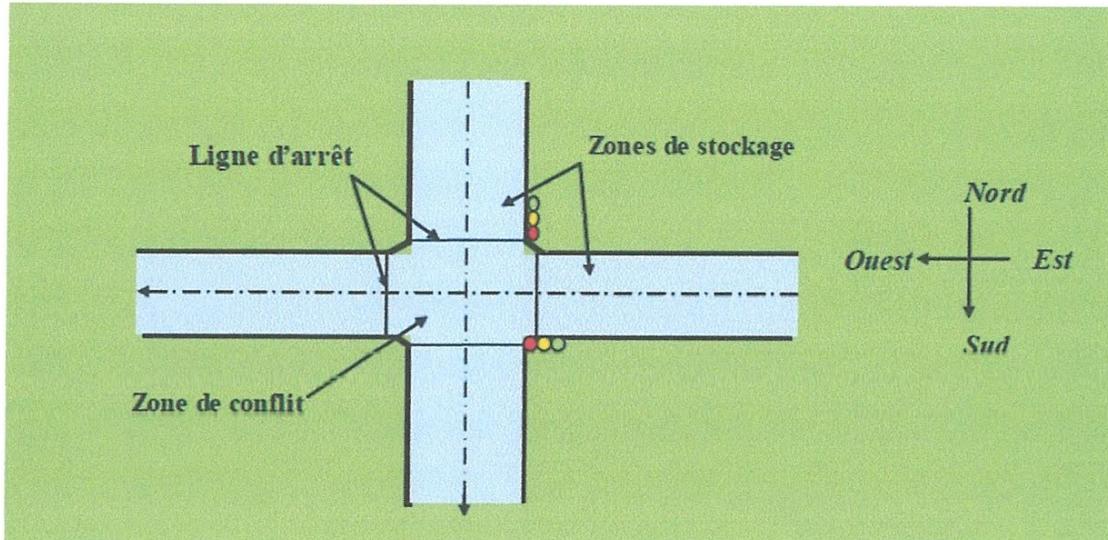


Figure III.2 : Intersection isolée à deux phases

III.2.2 Modélisation par files d'attente

L'évaluation des performances d'un système réel se compose d'une étape de modélisation permettant de passer du système au modèle et d'une étape d'analyse des performances du modèle. Nous exposons d'abord les objectifs de la modélisation puis nous modélisons le système par un réseau de files d'attente.

III.2.2.1 Les objectifs de la modélisation

La modélisation des systèmes réels, née des besoins issus de l'accroissement de leurs complexité, est une discipline qui a pour objectif de pouvoir modéliser les systèmes complexes en tenant compte des nombreux facteurs entrant en ligne de compte dans leurs comportements réels. Ainsi le recours à la modélisation est caractérisé par différents objectifs.

Pour [24], le recours à la modélisation des systèmes de biens et de services se justifie par les raisons suivantes :

- comprendre et analyser la structure et le fonctionnement du système.

- prévoir le comportement et les performances des processus opérationnels et de soutien avant leur implantation ou pendant un projet de réingénierie en vue d'accélérer les flux et d'augmenter la compétitivité du système décrit.

-choisir la ou les meilleures alternatives de réalisation et d'implantation de toute organisation;

- bâtir une vision commune du fonctionnement du système et la communiquer facilement au plus grand ensemble possible du personnel.

Ainsi, la modélisation d'entreprise selon « a pour objet la construction de modèles d'une partie déterminée d'une entreprise pour en expliquer la structure, le fonctionnement et en analyser le comportement ». Ainsi, l'un des objectifs essentiels de la modélisation d'entreprise est de produire de la connaissance sur une entreprise pour permettre une analyse.

Dans notre cas, le réseau de files d'attente est constitué de deux files d'attente M/M/1 entre lesquels circulent des flots de voitures. Le réseau est ouvert et comprend un seul serveur (carrefour) qui offre le service. L'arrivée des clients est Parsonienne de taux Q (nombre moyen de clients arrivant pendant une unité de temps) et la durée du service est exponentielle de taux S (nombre moyen de clients servis pendant une unité de temps). Les deux files sont donc considérées comme un processus de Markov en entrée et en sortie, avec un seul serveur (carrefour), une discipline de service premier arrivé, premier servi, une capacité infinie et un nombre infini de clients qui peuvent entrer dans les deux files.

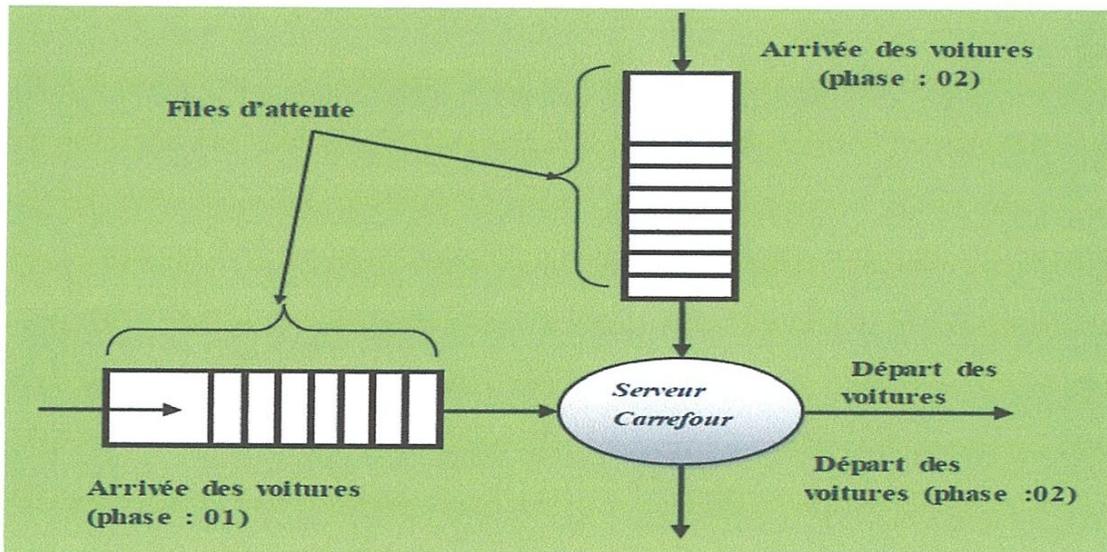


Figure III.3: modélisation du système par un réseau de files d'attente

III.2.3 Les équations mathématiques régissant le système

Avant la modélisation mathématique du système nous expliquons d'abord certain nombre de notions permettent de décrire les carrefours à feu.

1) **Cycle** : le cycle peut être défini comme étant la durée constante séparant deux passages successifs de l'ensemble des signaux. Dans un carrefour simple, le cycle est partagé en deux phases qui s'expriment par le temps pendant lequel un ou plusieurs courants sont admis dans le carrefour.

2) **Conflit** : croisement de deux mouvements, de véhicules ou de piétons.

3) **Courant** : ensemble de mouvements réunis sur une même voie.

4) **Condition de sursaturation**: Une phase est dite saturée lorsqu'un véhicule au moins est contraint d'attendre plus d'un cycle pour franchir le carrefour. Le carrefour est dit saturé quand au moins une de ses phases est saturée. Plus formellement, soit C la longueur d'un cycle et notons $A(k)$ comme étant le nombre des arrivées durant un cycle K N, alors $A(k)$ peut s'exprimer de la manière suivante :

$$A(k) = A[kc] - A[(k-1)c] \quad (III.1)$$

où $A(k)$ est défini le nombre des arrivées à la fin du cycle k . Soit $D(k)c$ le nombre des départs pendant le cycle k , alors la condition du sursaturation est définie par :

$$A(k) > D(c) \quad (III.2)$$

-**Temps effectif du feu vert**: noté G_e est le temps réel pendant lequel les véhicules franchissent réellement la phase d'un carrefour (Figure III.4). Il est défini par l'équation suivante :

$$G_e = G + Y - (W_1 + W_2) \quad (III.3)$$

Où:

- W_1 : le temps dû au retard d'accélération des véhicules pendant le début du feu vert réel G .

- W_2 : le temps dû au retard de ralentissement des véhicules pendant la fin du feu jaune réel Y .

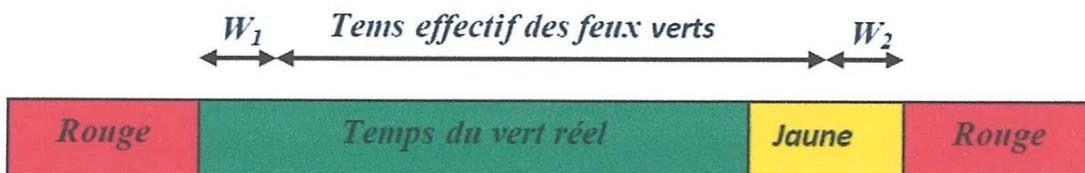


Figure III.4 : Temps effectif du vert.

-Taux de saturation: A l'entrée d'un carrefour à feux et pendant le temps effectif du feu vert G_e , le taux de saturation est défini comme étant le nombre maximum de véhicules pouvant utiliser le couloir sans interruption.

III.2.3.1 formulation mathématique du système

Dans cette section, nous expliquons, dans une première partie, l'équation récurrente qui représente, d'une manière générale, la relation entre les longueurs des files d'attente durant une succession de cycles pendant la période de sursaturation. Dans une deuxième partie, nous présentons le système par un modèle discret grâce une nouvelle formulation sur les files d'attente. Le choix de ce modèle discret est dû à la cohérence entre les périodes dans lesquelles évoluent le système et les changements des signalisations. Ces derniers se produisent exactement à l'arrêt d'un cycle.

Le system se rapporte facilement à un processus de naissance et de mort où $X(t)$ représente le nombre de clients dans le système, chaque arrivée est considérée comme une naissance et chaque fin de service est considérée comme une mort.

Soit $L(k)$ la longueur de la file d'attente dans un couloir à la fin du cycle k . L'équation récurrente qui gère les files d'attente pour une succession des cycles est :

$$L(k+1) = L(k) + A(k+1) - D(k+1) \quad \text{III.4}$$

Pendant le temps effectif du feu vert G_e et en tenant compte de la condition de sursaturation, le nombre de départs est supposé constant et est représenté dans chaque cycle par $D(c)$ (Figure III.5):

$$D(k+1) = D(c) = S.e. \quad \text{III.5}$$

L'équation précédente (III.4) s'écrit alors sous la forme:

$$L(k+1) = L(k) + A(k+1) - S.e. \quad \text{III.6}$$

III.2.3.2 Représentation d'état discrète du système

Maintenant, nous nous intéressons au modèle concernant une intersection routière isolée à deux phases. Nous présentons le système grâce une nouvelle formulation sur les files d'attente. Nous supposons que le taux des arrivées clients Q_i soit constant. Nous avons illustré sur (la Figure III.5) l'évolution des deux files d'attente en prenant en considération le déphasage existant entre les deux lignes.

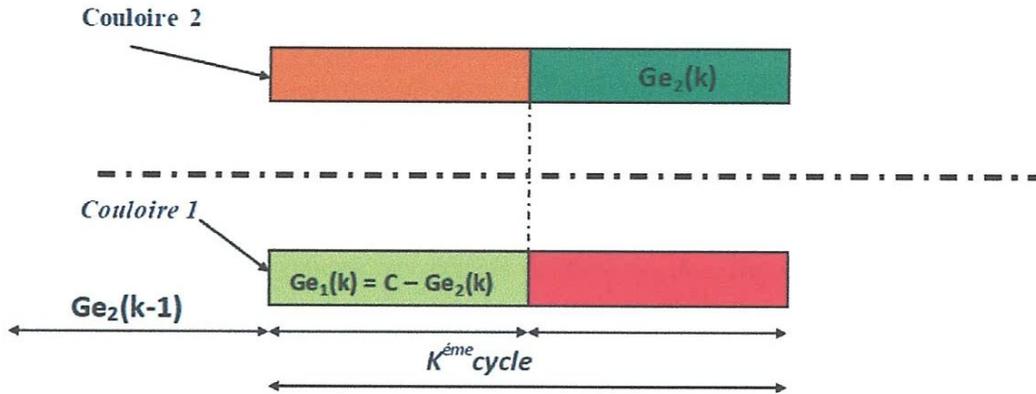


Figure III.5 : Carrefour à deux phases

Soit $X_2(k)$ la longueur de la file d'attente dans le couloir 2 à la fin du $Ge_2(k)$

L'application de la relation (III.4) définie dans la section précédente permet d'écrire :

$$X_2(k+1) = X_2(k) + A_2(k+1) - D_2(k+1) \quad \text{III.7}$$

où,

$A_2(k+1) = Q_2 \cdot C$ est le nombre des arrivées à la fin du cycle k .

$D_2(k+1) = S_2 \cdot Ge_2(k)$ est le nombre des départs à la fin du cycle k .

Il vient alors:

$$X_2(k+1) = X_2(k) + Q_2 \cdot C - S_2 \cdot Ge_2(k) \quad \text{III.8}$$

De même, soit $X_1(k)$ la longueur de la file d'attente dans le couloir 1 à la fin du

$$Ge_1 = C - Ge_2(k)$$

On a alors:

$$X_1(k+1) = X_1(k) + A_1(k+1) - D_1(k+1) \quad \text{III.9}$$

où,

$A_1(k+1) = Q_1 \cdot Ge_2(k-1) + Q_1 \cdot (C - Ge_2(k))$ représente le nombre des arrivées à la fin de

$C - Ge_2(k)$. Le terme $Q_1 \cdot Ge_2(k-1)$ correspondant au nombre des arrivées quand le feu est rouge à la fin du cycle $(k-1)$ de la première phase.

$D_1(k+1) = S_1 \cdot (C - Ge_2(k))$ représente le nombre des départs à la fin de $(C - Ge_2(k))$

Ainsi, l'équation (IV.9) devient en fonction uniquement de la variable Ge_2 :

Il est également possible de dériver des conditions spécifiques sur l'Hamiltonien. Si l'instant final t_f est fixé et que l'hamiltonien ne dépend pas explicitement du temps ($\frac{\partial H}{\partial t} = 0$), alors :

$$H(X^*(t), u^*(t), \lambda^*(t), t) = \text{constant}$$

Si l'instant final n'est pas fixé, alors :

$$H(X^*(t), u^*(t), \lambda^*(t), t) = 0$$

Les conditions nécessaires de résolution du problème de minimisation

Les conditions nécessaires pour la minimisation d'une fonctionnelle sont les suivantes. Soit x l'état du système dynamique et u la variable de commande, telle que :

$$\dot{x} = f(x, u), \quad x(0) = x_0, \quad u(t) \in U, \quad t \in [0, T]$$

Où U est l'espace des commandes admissibles T et la date de l'état final du système. La commande $u(t) \in U$ doit être déterminée pour tout $t \in [0, T]$ afin de maximiser la fonctionnelle J , définie par :

$$J = \Psi[x(T)] + \int_0^T L[x(t), u(t)] dt$$

Les contraintes sur la dynamique du système peuvent être adjointes au Lagrangien L en introduisant le vecteur des multiplicateurs de Lagrange fonction du temps λ . Ces éléments sont appelés Co-états du système.

Cela permet de construire l'Hamiltonien H défini pour tout $t \in [0, T]$ par :

$$H[X(t), u(t), \lambda(t), t] = \lambda^T(t) f[x(t), u(t)] + L[x(t), u(t)]$$

Où $\lambda^T(t)$ est le transposé de $\lambda(t)$

Le principe du minimum de Pontriaguine énonce que la trajectoire d'état optimale X^* , la commande optimale u^* , et le vecteur des multiplicateurs de Lagrange correspondant λ^* doivent minimiser l'hamiltonien de façon à ce que :

$$H(X^*(t), u^*(t), \lambda^*(t), t) \leq H(x(t), u(t), \lambda(t), t) \quad \text{pour tout } t \in [0, T]$$

III.2.4.2 Minimisation des Files d'attente du système

Comme pour toute stratégie de commande optimale, il est nécessaire de définir clairement les points suivants:

- Le critère d'optimisation.
- Le domaine d'optimisation admissible.
- La stratégie de commande proprement dite.

Le critère d'optimisation précise les objectifs par rapport auxquels l'optimalité est définie. Dans notre travail nous nous intéressons à la minimisation des critères suivants :

J_1 : la somme des files d'attente pendant une période de sursaturation:

$$J_1 = \sum_{k=0}^{N-1} X(k)$$

J_2 : la forme quadratique des files d'attente:

$$J_2 = \sum_{k=0}^{N-1} \frac{1}{2} X^2(k)$$

Il y va de soi que la définition des critères à minimiser est inspirée par les objectifs de la commande. Ou, comme l'un des objectifs de la commande de notre travail est de ramener le système vers un état de non saturation, on comprend aisément que les critères soient définis en fonction des files datent.

Le domaine d'optimisation est le sous-ensemble de l'espace des commandes dans lequel une minimisation du critère est à rechercher. Ce sous-ensemble est défini par une limitation d'ordre technique, c'est la nécessité de prendre en compte des contraintes sur la commande et sur l'état.

Dans notre cas nous définissons l'ensemble par:

Notons que ces deux contraintes traduisent une cohérence avec le fonctionnement réel d'un carrefour. En effet, puisque le cycle de signalisation est borné, le temps effectif du feu vert doit être borné. En outre, la file d'attente traduit dans notre cas le nombre de véhicules présents dans un couloir, nous comprenons aisément qu'elle soit positive. Une fois le critère et le domaine d'optimisation donnés, la stratégie de commande consiste à choisir connaissant l'état initial $(X_{01}, X_{02})^T$, une suite de commandes admissibles $U(1), \dots, U(N)$, pour les contraintes (III.11) et (III.12), telle que les critères J_i prennent des valeurs minimales.

Le problème ainsi posé peut être résolu par plusieurs méthodes. Pour notre part, nous exploitons la méthode du principe du maximum. En effet, définissons l'Hamiltonien suivant:

$$H(k) = \varphi(k) + \lambda^T(k+1) \cdot [X(k) + BU(k) + C]$$

où $\varphi(k)$ est la fonctionnelle qui apparaît dans la somme du critère et $\lambda(k)$ est le multiplicateur de Lagrange. La première tâche est de garantir l'existence de solution au problème:

$$\min_{U_{min} \leq U \leq U_{max}} H(k)$$

L'application du principe du maximum relative à la commande $U(k)$ conduit immédiatement aux équations adjointes suivantes :

$$\frac{\partial H}{\partial X(k)} = \lambda(k), \quad \frac{\partial H}{\partial \lambda(k+1)} = X(k), \quad \frac{\partial H}{\partial U(k)} = 0$$

Puisque la fonction $H(k)$ est une fonction linéaire en la commande $U(k)$, alors l'Hamiltonien conduit naturellement à des commandes de type bang-bang. Ainsi, puisque :

$$\frac{\partial H}{\partial U(k)} = \lambda^T(k+1)B$$

La stratégie de commande est définie par :

$$U(k) = U_{\min} \text{ si } \lambda^T(k+1)B > 0$$

$$U(k) = U_{\max} \text{ si } \lambda^T(k+1)B < 0$$

III.2.5 La simulation

La simulation de trafic routier est un secteur en pleine expansion. Elle permet de prévoir les flux de véhicules et d'en informer quotidiennement les usagers. Elle peut aussi être une aide à la décision pour les collectivités qui souhaitent construire ou modifier des aménagements.

• Définition

La simulation se définit comme l'utilisation ou la résolution de modèles correspondant à un système donné pour étudier le comportement de ce dernier dans un contexte précis. La simulation est couramment utilisée comme outil d'aide à la décision dans le domaine des systèmes de production de biens ou de services.

La simulation est l'utilisation ou la résolution de modèles correspondant à un système donné pour étudier le comportement de ce dernier dans un contexte précis. Il s'agit de suivre une démarche [26].

La démarche de simulation selon Drogou passe donc par trois étapes distinctes : l'étape de modélisation, qui consiste à construire le modèle du phénomène à étudier, l'étape d'expérimentation, qui consiste à soumettre ce modèle à un certain type de variations, et l'étape de validation, qui consiste à confronter les données expérimentales obtenues avec le modèle à la réalité.

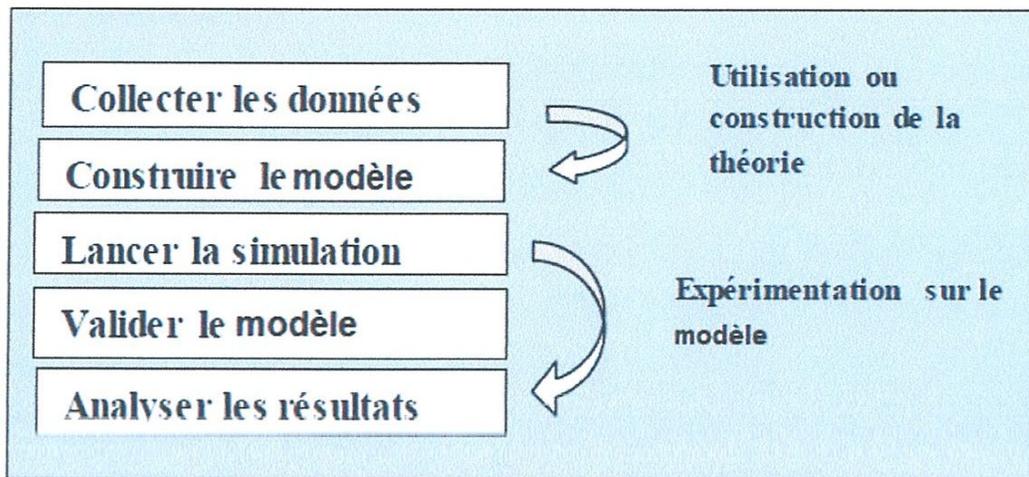


Figure III.6: Les étapes du processus de simulation .

Dans cette section nous exploitons le logiciel Malabo pour la simulation des lois exprimant le processus des arrivées et de service, ensuite nous présentons le modèle qui nous aide à prévoir la longueur de la file d'attente dans un carrefour à feu. Notre choix du Malabo est exprimé par les raisons suivantes :

- la programmation facile.
- la continuité parmi les valeurs entières, réelles et complexes,
- la gamme étendue des nombres et leurs précisions.
- la bibliothèque mathématique très compréhensive.
- l'outil graphique qui inclut les fonctions d'interface graphique et les utilitaires.
- la possibilité de liaison avec les autres langages classiques de programmation.

1) Processus des arrivées

Les arrivées des voitures sont caractérisées par l'ensemble des instants d'arrivée de chaque voiture. Cette collection des dates d'arrivée s'appelle le processus des arrivées. Pendant que les instants d'arrivées sont imprévisibles, elles sont modélisées par des variables aléatoires, et le processus des arrivées est alors une collection de variables aléatoires, c'est-à-dire un processus stochastique (processus de Poisson).

$$P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}$$

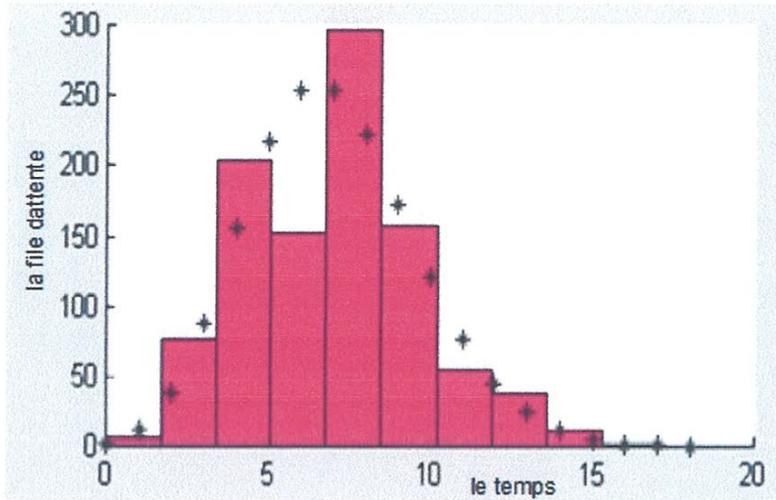


Figure III.7 : Simulation du processus des arrivées par MATLAB

2) Processus de service

Le processus de service est modélisé par la loi exponentielle de paramètre λ

$$f_x(x) = \lambda e^{-\lambda x}$$

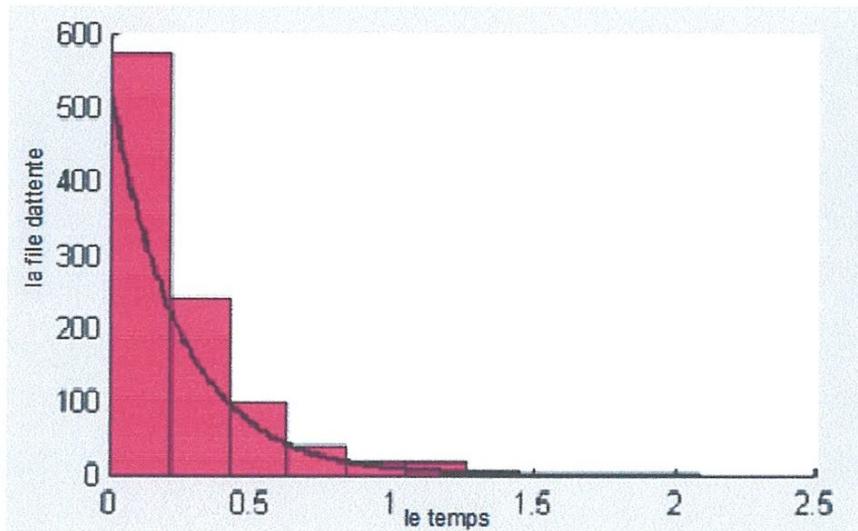


Figure III.8 : Simulation du processus de service par MATLAB

Les deux modèles de simulation sont probabilistes ; ils permettent d'étudier le comportement temporel du système dont certains paramètres structurels sont donnés sous forme de loi de probabilité.

2) La longueur de file d'attente dans le système

Maintenant, nous exploitons le Matlab pour la simulation des flux des voitures dans le système. Notre objectif est de prévoir la longueur de la file d'attente dans le système dans le dernier cycle, pour cela nous supposons que :

- 1) Les voitures se déplacent dans une seule direction.
- 2) la probabilité d'arrivé d'une voiture dans un moment donné est indépendante de l'état précédente du système. Pour l'expérimentation nous supposons que $P=0.3$.
- 3) Le temps effectif du feu vert est 20 s.
- 4) Le temps effectif du feu rouge est 20 s.
- 5) Le temps de cycle est 60 s.
- 6) Le nombre des cycles est $K=4$ cycles.

Résultats obtenus

La figure III.9 représente le débit supposé d'entrée des véhicules

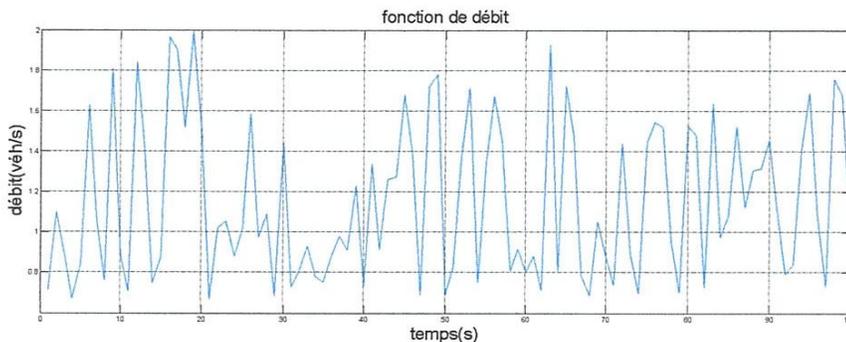


Figure III.9 : Débits d'entrées des véhicules

La figure (III.10) représente l'évolution de la file d'attente sur le carrefour avec des durées de feux fixes (à cycle fixe).

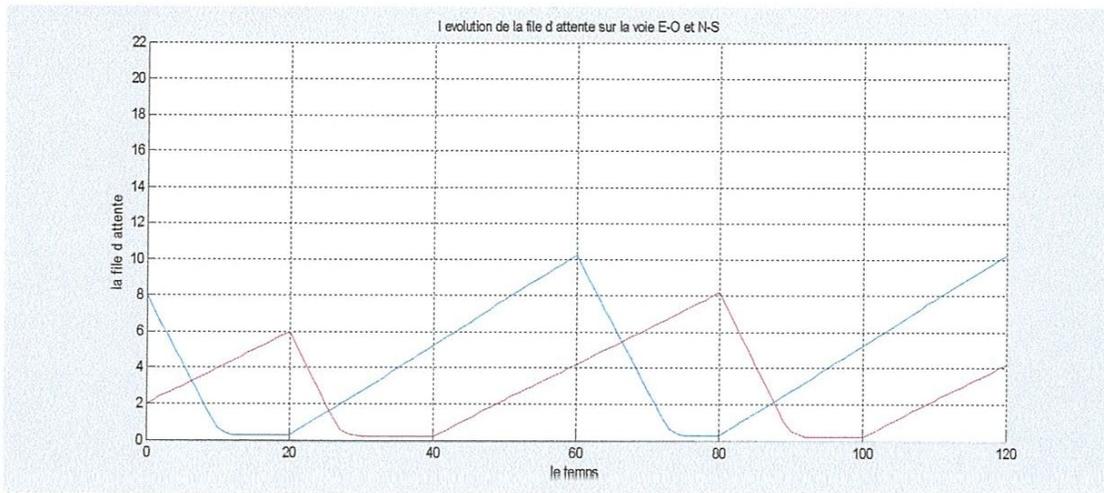


Figure III.10 : Evolution de la file d'attente avec des durées de feux fixes

Une fois le modèle est validé, il s'avère nécessaire de proposer des stratégies de commande permettant d'optimiser les durées des feux de signalisation pour une meilleure fluidité au niveau du carrefour

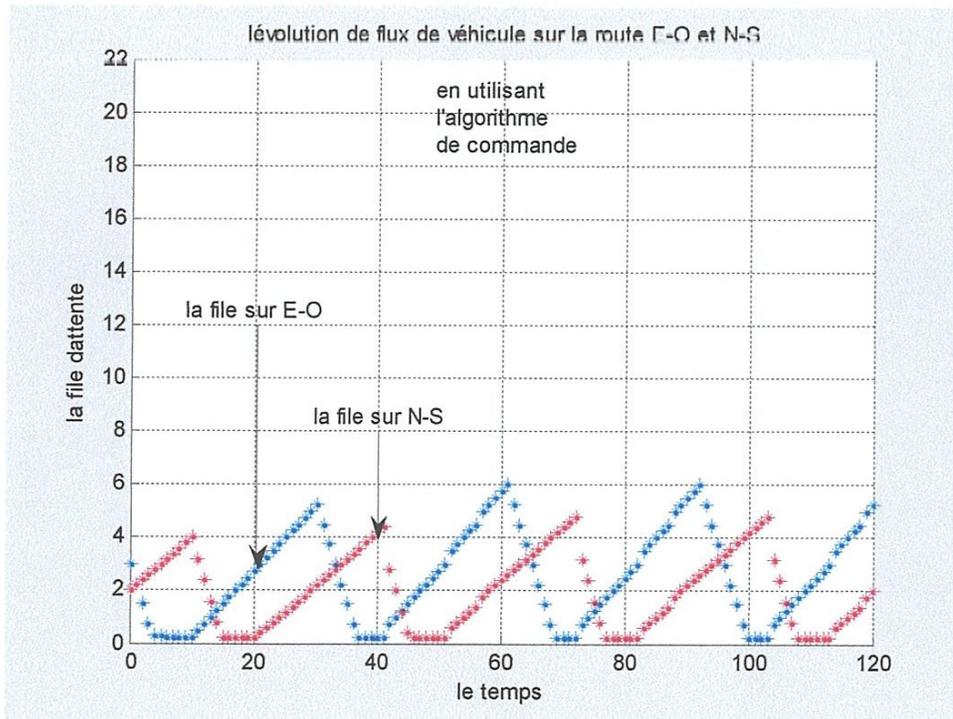


Figure III.11 : Simulation de la longueur de file d'attente en utilisant l'algorithme de commande

La figure III.11 montre bien que l'algorithme de commande permet de réduire la file d'attente des deux voies par rapport à celles de la figure III.10 correspondantes à la gestion avec des durées fixes et ce pour le même débit d'entrée. On voit que, la valeur maximale de la file d'attente atteinte en utilisant l'algorithme de commande est 6 véhicules sur la voie E-O alors qu'elle a atteint la valeur 11 véhicules à cycle fixe.

La figure III.12, représente la somme des deux files d'attentes des deux voies E-O et N-S dans les deux cas ; à cycle fixé et commandé. Les résultats montrent une nette amélioration dans le deuxième cas car la somme passe de plus de 14 véhicules à moins de 8 véhicules. Notons également que la régulation des feux par cet algorithme s'adapte aux fluctuations du trafic.

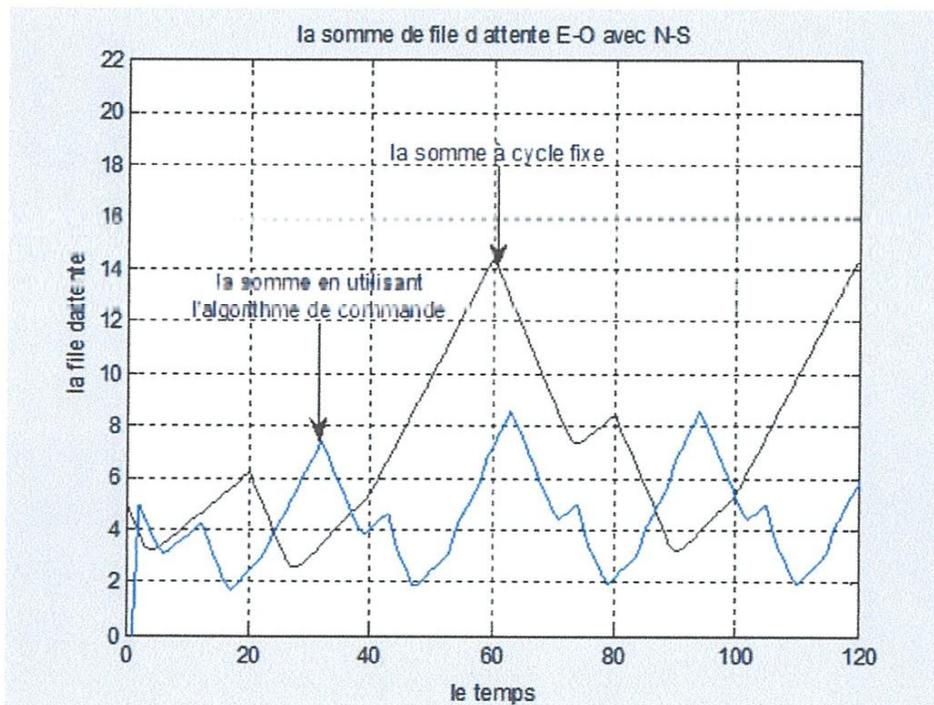


Figure III.12 : Comparaison de la somme des deux files d'attentes dans les deux cas : A cycles fixes et à cycles commandés

III.3 Conclusion

Le recours à l'évaluation de performance d'un tel système d'attente est nécessaire avant toute prise de décision, l'objectif étant l'optimisation de sa performance. Cette évaluation représente la mesure de l'impact d'une décision sur le système ou l'influence de perturbations modifiant son

état. Les solutions analytiques bénéficient de temps de résolution très rapides. Les résultats peuvent être immédiats, car ils sont déterminés à partir d'équations mathématiques issues du formalisme emprunté. Toutefois, les modèles doivent être suffisamment simples pour demeurer solubles par voie analytique. Ainsi, la zone de fonctionnement de ces solutions, bien qu'étendue par les méthodes de résolutions approximatives, demeure assez restreinte.

La simulation de trafic routier permet de prévoir les flux de véhicules et d'en informer quotidiennement les usagers. Elle peut aussi être une aide à la décision pour les collectivités qui souhaitent construire ou modifier des aménagements.

Afin de permettre une analyse des performances de l'algorithme de commande présenté, nous avons réalisé des simulations de comparaison par rapport à la commande à cycle fixe. Les résultats obtenus sont encourageants dans le sens où l'attente de véhicules au carrefour a été minimisée

Conclusion générale

Dans ce mémoire, nous avons traité le problème de gestion des files d'attente au niveau d'une intersection urbaine signalisée et nous avons présenté des solutions qui permettent d'améliorer la fluidité du trafic urbain par la réduction du phénomène de congestion qui est un des grands problèmes socio-économiques.

En fait, pour évaluer la performance d'un système, on utilise soit les méthodes analytiques, telles que les réseaux de files d'attentes, soit la simulation. Chacune de ces méthodes comporte ses avantages et ses inconvénients. Les solutions analytiques bénéficient de temps de résolution très rapides. Les résultats peuvent être immédiats, car ils sont déterminés à partir d'équations mathématiques issues du formalisme emprunté. Toutefois, les modèles doivent être suffisamment simples pour demeurer solubles par voie analytique. Ainsi, la zone de fonctionnement de ces solutions, bien qu'étendue par les méthodes de résolution approximatives, demeure assez restreinte. Les Réseaux de Files d'Attente (RFA) ont une très grande importance en recherche opérationnelle. Ils servent à modéliser et d'analyser des systèmes physiques de type clients/serveurs. Ils permettent ainsi d'évaluer les performances et de mieux comprendre le comportement de ces systèmes.

De ce fait, nous avons estimé que l'utilisation des files d'attente peut être un aspect important de la conception des systèmes. D'où notre choix d'utiliser cette méthode pour déterminer les temps de feux optimaux de notre système et nous estimons que les résultats obtenus sont très satisfaisants.

Ce travail nous a permis de découvrir cet axe nouveau pour nous et nous espérons qu'il sera d'une grande utilité pour les étudiants qui vont travailler sur cet axe.

Liste de figures

<i>Figure I-1 : position sur la voie d'un véhicule à quatre instants différents.....</i>	<i>4</i>
<i>Figure I-2 : trajectoire d'un véhicule dans le plan (x, t).....</i>	<i>5</i>
<i>Figure I-3 : évolution d'un véhicule dont la position est mesurée en des points régulièrement espacés de la voie.....</i>	<i>5</i>
<i>Figure I-4 : trajectoires de deux véhicules.....</i>	<i>7</i>
<i>Figure I-5 : principe de fonctionnement de la boucle électromagnétique simple.....</i>	<i>8</i>
<i>Figure I-6: les deux zones de comportement du trafic routier.....</i>	<i>10</i>
<i>Figure : 1.7 les trois représentations du diagramme fondamental.....</i>	<i>11</i>
<i>Figure 1.8 Les carrefours simples.....</i>	<i>13</i>
<i>Figure I.9 : Les carrefours giratoires.....</i>	<i>14</i>
<i>Figure I.10 : Illustration d'un carrefour isolé.....</i>	<i>14</i>
<i>Figure I.11 . Les capteurs à tubes pneumatiques.....</i>	<i>15</i>
<i>figure (I.12) représente l'analogie entre les deux dynamiques.....</i>	<i>21</i>
<i>Figure (I. 13): Le diagramme fondamental.....</i>	<i>22</i>
<i>Figure II.1: Structure générale d'un système de file d'attente.....</i>	<i>27</i>
<i>Figure II.2 : Système de file d'attente avec un serveur unique.....</i>	<i>28</i>
<i>Figure II.3 : Système de file d'attente à serveurs parallèles.....</i>	<i>29</i>
<i>Figure II.4: Système de file d'attente à S serveurs en série.....</i>	<i>30</i>
<i>Figure II.5 : Un réseau de files d'attente ouvert.....</i>	<i>34</i>
<i>Figure II.6: Un réseau de files d'attente fermé.....</i>	<i>35</i>

Liste de figures

<i>Figure III.1: Techniques d'évaluation des performances d'un système.....</i>	<i>39</i>
<i>Figure III.2 : Intersection isolée à deux phases.....</i>	<i>40</i>
<i>Figure III.3: modélisation du système par un réseau de files d'attente.....</i>	<i>41</i>
<i>Figure III.4 : Temps effectif du vert.....</i>	<i>42</i>
<i>Figure III.5 : Carrefour à deux phases.....</i>	<i>44</i>
<i>Figure III.6: Les étapes du processus de simulation</i>	<i>49</i>
<i>Figure III . 7 : Simulation du processus des arrivées par MATLAB.....</i>	<i>50</i>
<i>Figure III.8 : Simulation du processus de service par MATLAB</i>	<i>50</i>
<i>Figure III.9 : Débits d'entrées des véhicules.....</i>	<i>51</i>
<i>Figure III.10 : Evolution de la file d'attente avec des durées de feux fixes.....</i>	<i>52</i>
<i>Figure III.11 : Simulation de la longueur de file d'attente en utilisant l'algorithme de commande.....</i>	<i>52</i>
<i>Figure III.12 : Comparaison de la somme des deux files d'attentes.....</i>	<i>53</i>

Bibliographie

- [1] Christine Buisson et Jean-Baptiste Lesort, « *Comprendre le trafic routier Méthodes et calculs* », Édition du certu, paris, 2010.
- [2] HAL, fei yan, « contribution à la modélisation du trafic aux intersection », 2001
- [3] Dominique BIRON, « l'Association des transports du Canada tenu à Québec (Québec) », Congrès annuel 2004
- [4] Simulation trafic routier urbain ,www.ITS.CE.US.
- [5] Code de la route.ppt
- [6] Christi Cohen, S.Danech, m, « *Initiation A L'ingénierie Du Trafic Routier* » support De cour janvier 2000.
- [7] Christine Buisson « Comprendre le trafic », www. Enoncé trafic urbain.com
- [18] Leonard, « Développement de l'offre Equipements Urbains Dynamiques au sein de Cités », Projet de Master, Strasbourg, 1989
- [9] QUITTARD P., - Processus stochastiques et file d'attente, OPU, Algérie, 1983.
- [10] Dictionnaire Hachette langug française. Hachette Educ (Eds.), 2003.
- [11] A. Hegyi, « *Model Predictive Control for Integrating Traffic control measure* » TRAIL Thesis Series T2004/2, The Netherlands TRAIL Research School.2004
- [12] K.Boel and Bart De Schutter, « Rapproches to modelling, « analysis and control of hybrid system, European Journal of Control », vol. 40, no.4, (1999),
- [13] Tungsheng Yu, « On - line Traffic Sign alization using Robust Feedback Control ».Thèse, Faculty of the Virginia polytechnicInstitut. (1997)
- [14]:C. Gawron, « *Simulation-Based Traffic Assignment; Computing User Equilibria in Large Street Networks* », PhD thesis, University of Cologne,Cologne, 1998
- [15] :Claude Yves Bernard, « Le management par la qualité totale », AFNOR(2000).
- [16] A. Bartoli,« Le management dans les organisations publiques », Ed. Dunod, 1997.
- [17] Henry, J. J., J. L. Farges, et J. Tufal, « *The PRODYN real time traffic algorithm IFAC Symposium on Control in Transportation Systems (CTS)* »,Baden-Baden, Germany.1983.
- [18] : KAUFMANN A., - Méthodes et modèles de la Recherche Opérationnelle (les mathématiques de l'entreprise), Tome 1, 2eme édition, Dunod, Paris, 1970.

Bibliographie

- [19] TAKACS L., « Processus stochastiques, problèmes et Solutions », Dunod, Paris, 1964.
- [20] BAYNAT B., « Théorie des files d'attente, Des chaînes de Markov aux réseaux à forme produit », coll. Réseaux et télécommunications, 2000.
- [21] TapioLuttinen, RikuNevala, « Capacity and Level of Service of Finnish Signalized Intersections ». Finnish Road Administration, Helsinki 2002
- [22] A. Bartoli. « Le management dans les organisations publiques », Ed. Dunod, 1997.
- [23] Research Board, Time- Dependent Expressions for Delay, Stop Rate and Queue Length at Traffic. Vermont South, Victoria: Australian Road. Akçelik (1980)
- [24] «Traffic Signal Settings». London : Her Majesty's Stationery Office. (1958)
- [25] B. DeSchutter and R.De Moor , « Optimal traffic light control for single intersection », European Journal of Control, vol. 4, no. 3, pp.260- 276, 1998.
- [26] Mohammed NOUIGA, « La conduite du changement par la qualité dans un contexte socioculturel essai de modélisation systémique et application à l'entreprise marocaine », thèse de doctorat 10 janvier 2003.