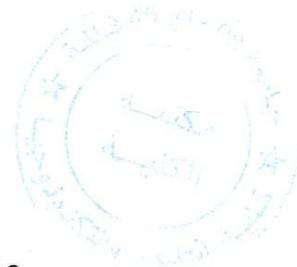


M1621.89A

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique  
Université 8 Mai 1945 – Guelma  
Faculté des sciences et de la Technologie  
Département d'Electronique et Télécommunications



**Mémoire de fin d'étude  
pour l'obtention du diplôme de Master Académique**

Domaine : Sciences et Technologie

Filière : Electronique

Spécialité : Systèmes Electroniques

---

**Analyse des données par les réseaux de neurones de type cartes  
auto-organisatrices de Kohonen**

---



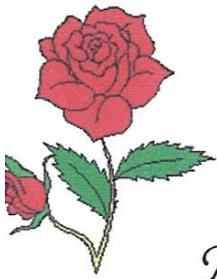
Présenté par :

**BOUROUGA Khayreddine  
BAZINE Khaled**

Sous la direction de :

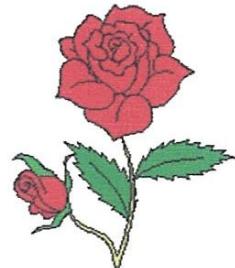
**Dr. Mohamed Nemissi**

Juin 2016



## Remerciements

*Mes remerciements vont en premier lieu à ALLAH Tout Puissant qui a illuminé mon chemin de la lueur du savoir et de la science et pour la volonté, la santé et la patience qu'il m'a prodiguées durant toutes ces années d'études. Je tiens aussi à exprimer ma reconnaissance et ma profonde gratitude à Monsieur Mohamed Nemissi, Dr à l'université 8 mai 1945 de Guelma, pour avoir Assuré l'encadrement de ce travail. Son aide, sa grande disponibilité ont joué un rôle essentiel dans l'aboutissement de ce travail. Enfin, mes remerciements vont aussi à mes parents pour leur patience, leurs Encouragements continus et leur soutien inconditionnel.*



## **Dédicace**

Je tiens à remercier en premier lieu Allah qui m'a donné, vie et santé pour le parachèvement de ce modeste ouvrage.

C'est avec profonde gratitude et sincères mots, que je dédier ce fameux travail de fin d'étude

Aux deux êtres les plus chers au monde, qui ont souffert nuit et jour pour nous couvrir de leur chaleur d'amour, mes parents.

L'être qui me guide dans ma vie et que j'imiter son honnêteté, son sérieux et sa responsabilité de ces engagements, mon cher père.

A ma source de bonheur, la perle de mes yeux, ma mère.

Que dieu vous garde en bonne santé.

A mes chers frères et sœurs.

A toutes ma famille de Bazine et Bourouga.

A tous mes amis

A mon Encadreur Dr, Mohamed Nemissi

A mes camarades de filière systèmes électroniques

A toutes la promo 2015- 2016

## Sommaire

<b>Introduction générale .....</b>	<b>1</b>
<b>Chapitre I : réseau de neurone artificiel</b>	
<b>I.1 Introduction .....</b>	<b>3</b>
<b>I.2 Définition .....</b>	<b>3</b>
<b>I.3 Historique .....</b>	<b>3</b>
<b>I.4 Domaine d'application .....</b>	<b>5</b>
<b>I.5 Principes de modélisation des Réseaux de neurones .....</b>	<b>5</b>
<b>I.5.1 Le neurone biologique .....</b>	<b>5</b>
<b>I.5.2 Fonctionnement de neurone biologique .....</b>	<b>7</b>
<b>I.5.3 Le neurone artificiel .....</b>	<b>7</b>
<b>I.5.4 Fonction d'activation .....</b>	<b>8</b>
<b>I.6 Apprentissage d'un réseau de neurones .....</b>	<b>12</b>
<b>I.6.1 Définition .....</b>	<b>12</b>
<b>I.6.2 Protocoles d'apprentissages .....</b>	<b>12</b>
<b>I.6.3 Les types d'apprentissage .....</b>	<b>12</b>
<b>I.6.3.1 Apprentissage supervisé .....</b>	<b>12</b>
<b>I.6.3.2 Apprentissage semi-supervisé .....</b>	<b>13</b>
<b>I.6.3.3 Apprentissage non supervisé .....</b>	<b>13</b>
<b>I.6.4 Règles d'apprentissage .....</b>	<b>14</b>
<b>I.6.4.1 La règle de Hebb .....</b>	<b>14</b>
<b>I.6.4.2 la règle de Widrow-Hoff .....</b>	<b>15</b>
<b>I.7 Architecture des réseaux de neurone .....</b>	<b>16</b>
<b>I.7.1 Les réseaux de neurones non bouclés .....</b>	<b>16</b>
<b>I.7.2 Les réseaux de neurones bouclés .....</b>	<b>17</b>
<b>I.8 Avantages et Inconvénients des réseaux de neurones .....</b>	<b>18</b>
<b>I.8.1 Avantages des réseaux de neurones .....</b>	<b>18</b>
<b>I.8.2 inconvénients des réseaux de neurones .....</b>	<b>18</b>
<b>I.9 Conclusion .....</b>	<b>18</b>

## **Chapitre II : Clustering par SOM**

<b>II.1 Généralités sur le Clustering .....</b>	<b>20</b>
II.1.1 définition .....	20
II.1.2 Les objectifs du Clustering .....	21
II.1.3 Applications du clustering.....	21
II.1.4 Mesure de similarité.....	22
<b>II.2 La carte auto-organisatrice de Kohonen .....</b>	<b>22</b>
II.2. 1 Introduction .....	22
II.2. 2 Principe de fonctionnement .....	23
<b>II.3 L'algorithme d'apprentissage de la SOM.....</b>	<b>24</b>
II.3. 1 Principe .....	24
II. 3. 2 Notion de voisinage .....	25
II. 3. 3 Fonction de voisinage .....	26
II. 3. 4 Les deux phases d'apprentissage de la SOM .....	27
<b>II. 4 Topologie de la SOM .....</b>	<b>29</b>
<b>II. 5 Utilisation de la SOM .....</b>	<b>29</b>
<b>II. 6 Avantages et inconvénients des cartes auto adaptatives .....</b>	<b>30</b>
<b>II. 7 Conclusion .....</b>	<b>30</b>

## **Chapitre III : Application**

<b>III.1 Introduction .....</b>	32
<b>III.2 Application sur un exemple synthétique .....</b>	32
III.2.1 Test avec une carte 1D .....	32
III.2.2 Test avec une carte 2D .....	33
<b>III.3. Base de données : cancer du sein .....</b>	37
III.3.1 Définition .....	37
III.3.2 Les classes .....	37
III.3.3 Les caractéristiques .....	37
<b>III.4. Application sur la base de données : cancer du sein .....</b>	39
III.4.1 Résultats de la 1 <sup>ère</sup> étape .....	39
III.4.2 Résultats de la 2 <sup>ème</sup> étape .....	42
a) 1 <sup>er</sup> test .....	42
b) 2 <sup>eme</sup> test .....	43
<b>II.5 Conclusion .....</b>	44
<b>Conclusion générale .....</b>	45

## Liste des figures

<b>Figure I.1 :</b> Schéma d'un neurone biologique (œuvre d'artiste).....	6
<b>Figure I.2 :</b> Le schéma classique présenté par les biologistes.....	7
<b>Figure I.3 :</b> Structure générale d'un neurone artificiel.....	8
<b>Figure I.4(a) :</b> Fonction binaire à seuil.....	9
<b>Figure I.4(b) :</b> Fonction de signe.....	9
<b>Figure I.4(c) :</b> Fonction linéaire.....	10
<b>Figure I.4(d) :</b> Fonction linéaire à seuil.....	10
<b>Figure I.4(e) :</b> Fonction log sigmoïde.....	11
<b>Figure I.4(f) :</b> Fonction tangente sigmoïde.....	11
<b>Figure I.5(a) :</b> Apprentissage supervisé.....	13
<b>Figure I.5(b) :</b> Apprentissage non supervisé.....	13
<b>Figure I.6(a) :</b> Réseaux de neurones non bouclés.....	16
<b>Figure I.6(b) :</b> Réseaux de neurones bouclés.....	17
<b>Figure II.1 (a) :</b> Cluster difficile à traité.....	20
<b>Figure II.1 (b) :</b> Cluster facile à traité.....	20
<b>Figure II.2 :</b> Principe d'apprentissage de la SOM.....	24
<b>Figure II.3 :</b> La forme gaussienne de la fonction NS.....	26
<b>Figure II.5 :</b> Fonction de voisinage.....	28
<b>Figure II.6 :</b> La dégradation de pas d'apprentissage avec les itérations.....	28
<b>Figure II.7 :</b> Les différentes topologies de voisinage.....	29
<b>Figure III.1 :</b> Représente l'exemple synthétique.....	32
<b>Figure III.2 :</b> Réseaux de neurones.....	32
<b>Figure III.3 :</b> L'évolution des erreurs au cours de l'apprentissage pour différentes valeurs de b.....	33
<b>Figure III.4 :</b> L'évolution des erreurs au cours de l'apprentissage pour différents valeurs de NS.....	33
<b>Figure III.5 :</b> Représente les poids de l'entrée.....	34
<b>Figure III.6 :</b> Représente la position des poids de neurones dans l'espace caractéristique .....	34

<b>Figure III.7 : Nombre d'exemples représentés par chacun des neurones .....</b>	35
<b>Figure III.8 : représentation de poids d'entrée .....</b>	35
<b>Figure III.9 : Représentation de position des poids de neurones dans l'espace caractéristique .....</b>	36
<b>Figure III.10 : Nombre d'exemples représentés par chacun des neurones .....</b>	36
<b>Figure III.11 : Représentation des neurones après apprentissage de la SOM avec topologie rectangulaire ....</b>	40
<b>Figure III.12 : Représentation des neurones après apprentissage de la SOM avec topologie hexagonale .....</b>	40
<b>Figure III.13 : Représentation des poids d'entrées pour les deux SOM.....</b>	41
<b>Figure III.14 : Représentation des neurones après apprentissage de la SOM avec topologie rectangulaire ....</b>	42
<b>Figure III.15 : Représentation des neurones après apprentissage de la SOM avec topologie hexagonale .....</b>	43

## **Liste des tableaux**

<b>Tableau III.1 : Résultats de la classification de la 1<sup>ere</sup> étape obtenus avec les deux types de topologie .....</b>	<b>41</b>
<b>Tableau III.2 : Résultats de la classification de la 2<sup>ème</sup> étape (1<sup>er</sup> test) obtenus avec les deux types de topologie .....</b>	<b>43</b>
<b>Tableau III.3: Résultats de la classification de la 2<sup>ème</sup> étape (2<sup>ème</sup> test) obtenus avec les deux types de topologie .....</b>	<b>44</b>

## Introduction générale

De nos jours, les données stockées sous forme numérique ne cessent de croître de plus en plus partout dans le monde et dans tous les domaines. Les chercheurs, les scientifiques, les industriels...etc. Mettent de plus en plus leurs informations à la disposition de tout le monde. De nombreuses mesures effectuées un peu partout permettent la création de bases de données numériques énormes. Il est donc important de développer des techniques permettant d'utiliser aux mieux toutes ces stocks d'informations, tel que la classification automatique afin d'en extraire les connaissances utiles.

Les cartes auto-organisatrices de Kohonen (SOM, Self-Organizing Maps) sont largement utilisées comme méthodes d'analyse et de visualisation de données complexes incluant de très grand rang d'applications dans différents domaines. Ces cartes font partie des réseaux biomédicaux. Nous effectuons des tests sur la base de données cancères humain qui comporte 6 classes dont trois classes représentant des tissus normaux et trois classes représentant des tissus pathologiques. L'idée de base derrière la réalisation de cette base de données repose sur le fait que la conduction électrique dans un tissu peut être modifiée par les changements qui se produisent comme la présence d'une lésion ou d'une tumeur. Les caractéristiques de cette base de données se basent donc sur des mesures d'impédance qui ont été faites à cette base de données. Nous présentons trois chapitres :

Le premier chapitre consiste en une introduction aux réseaux de neurones. Nous décrivons leurs principes de modélisation, leur apprentissage et leurs architectures. Nous présentons également à la fin de ce chapitre quelques modèles de base de réseaux de neurones.

Le deuxième chapitre concerne le clustering par les cartes auto-organisatrices de Kohonen. Nous donnons au début de ce chapitre quelques concepts de base sur le clustering. Puis nous présentons les cartes auto-organisatrices : leur architecture, leur apprentissage et topologie.

Dans le troisième chapitre nous présentons la SOM sur un exemple synthétique Nous appliquons ensuite la SOM sur la base de données : tissus du sein et nous présentons les bidimensionnelles afin d'évaluer les performances de ces cartes en fonction de leurs paramètres.

Enfin une conclusion générale conclue mémoire.

# Chapitre I

## Réseau de neurone artificiel

symboliques complexes (tout au moins au niveau théorique).  
En 1943, McCulloch et Pitts laissent leurs noms à une modélisation du neurone biologique (un neurone au comportement binaire). Ceux sont les premiers à montrer que des réseaux de neurones simples peuvent réaliser des fonctions logiques, arithmétiques et associatives et proposer ce qui deviendra une loi de fonctionnement pour l'apprentissage sur les réseaux de neurones connue plus tard sous le nom de loi de Hebb.

Dès 1890, W. James, célèbre psychologue américain introduit le concept de mémoire associative et propose ce qui deviendra une loi de fonctionnement pour l'apprentissage sur

### 1.3 Historique :

Un réseau de neurones est un modèle mathématique qui tente de reproduire quelques fonctions du cerveau humain, telles que : le parallélisme, l'acquisition des connaissances au travers d'un processus d'apprentissage, le stockage des connaissances et la possibilité d'utilisation de ces connaissances [10].

Inspirés des réseaux neurobiologiques, ils existent plusieurs modèles de réseaux de neurones artificiels, et chaque modèle se prête bien pour une application particulière de neurones artificiels, et il reste beaucoup de domaines où les réseaux de neurones n'ont pas quelques applications, et il reste assez loin d'imiter des performances telles que celles de l'être humain. Trouve de solutions, celle que la planification par exemple. Les meilleurs systèmes à réseaux trouvent de solutions, celle que la planification par exemple. Les meilleurs systèmes à réseaux de neurones restent assez loin d'imiter des performances telles que celles de l'être humain.

Pour cela, on s'est intéressé de plus en plus aux systèmes qui apprennent, en utilisant des méthodes de calculs et en manipulation des variables dont le nombre ne cesse d'augmenter. En temps de calculs qui nécessite de chercher de nouvelles méthodes pour une gestion plus souple et moins coûteuse divers, et il y a eu un accroissement de besoin pour le contrôle et la gestion des systèmes complexes qui introduisent d'énorme calculs et un nombre de variables important ; d'où la nécessité de développer un développement technique puissant dans des domaines divers, et il y a eu un développement technique puissant dans des domaines

### 1.1 Introduction :

En 1949 D. Hebb, physiologiste américain explique le conditionnement chez l'animal par les propriétés des neurones eux-mêmes. Ainsi, un conditionnement de type pavlovien tel que, pourrir tous les jours à la même heure un chien, entraîne chez cet animal la sécrétion de salive à cette heure précise même en l'absence de nourriture. La loi de modification des propriétés à cette heure précise même en l'absence de nourriture. La loi de modification des propriétés de ces connexions entre neurones qu'il propose explique en partie ce type de résultats expérimentaux [3].

En 1957 F. Rosenblatt développe le modèle du Perceptron. Il construit le premier neuro-ordinateur basé sur ce modèle et l'applique au domaine de la reconnaissance de formes.

En 1960 : B. Widrow, un automaticien, développe le modèle Adaline (Adaptive Linear Element). Dans sa structure, le modèle ressemble au Perceptron, cependant la loi d'apprentissage est différente [1].

En 1969, M. Minsky et S. Papert publient un ouvrage qui met en exergue les limitations théoriques du perceptron. Limitations alors connues, notamment concernant l'impossibilité de traiter par ce modèle des problèmes non linéaires. Ils établissent implicitement ces limitations à tous modèles de réseaux de neurones artificiels. Leur objectif est atteint, il y a abandon financier des recherches dans le domaine (surtout aux U.S.A.), les chercheurs se tournent principalement vers les systèmes à bases de règles.

Du 1967 jusqu'à 1982 S. Grossberg, T. Kohonen, toutes les recherches ne sont pas interrompues. Elles se poursuivent sous le couvert de divers domaines comme : le traitement adaptatif du signal, la reconnaissance de formes, la modélisation en neurobiologie, etc [14].

En 1982 : J. J. Hopfield est un physicien reconnu à qui l'on doit le renouveau d'intérêt pour les réseaux de neurones artificiels mis en avant l'isomorphisme de son modèle avec le modèle d'Ising (modèle des verres de spins). Cette idée va drainer un flot de physiciens vers les réseaux satisfaisante les limitations recensées dans le cas du perceptron. Mais l'utilisation pratique s'avère difficile, la convergence de l'algorithme étant extrêmement longue.

En 1983 : La Machine de Boltzmann est le premier modèle connu apte à traiter de manière de neurones artificiels.

En 1985 : La rétro-propagation de gradient apparaît nous avons la possibilité de réaliser une fonction non linéaire d'entrée/sortie sur un réseau en décomposant cette fonction en une suite d'étapes linéairement séparables.

synapse [2]. Les biologistes estiment que le système nerveux compte plus de 100 milliards de neurones interconnectés. Bien que les neurones ne soient pas tous identiques, leur forme et certaines caractéristiques permettent de les séparer en quelques grandes classes. En effet, il est aussi important de savoir que les neurones n'ont pas tous un comportement similaire en fonction de leur position dans le cerveau. Le neurone biologique présenté à la figure 1.1 peut être décomposé en quatre principales parties : le corps cellulaire, les dendrites, l'axone et la myéline [2].

### 1.5.1 Le neurone biologique :

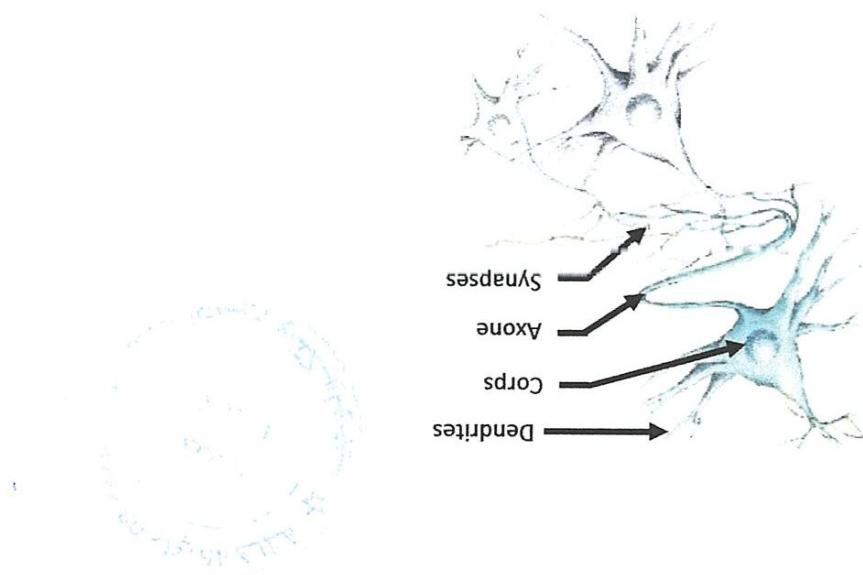
#### 1.5 Principes de modélisation des Réseaux de neurones :

- Optimisation : allocation de ressources, planification, régulation de trafic, gestion, finance,
- Contrôle : diagnostic de pannes, commande de processus, contrôle qualité, robotique, ...
- Traitement du signal : traitement de la parole, identification de sources, filtre, classification, ...
- Traitement d'image : compression d'images, reconnaissance de caractères et de signatures, variés :
- Traitements de formes et de motifs, cryptage, classification, ...
- Classification d'espèces animales étant donnée une analyse ADN [10].
- Modélisation de l'apprentissage et perfectionnement des méthodes de l'enseignement.
- Approximation d'une fonction inconnue ou modélisation d'une fonction connue mais complexe à calculer avec précision.

Aujourd'hui, les réseaux de neurones ont de nombreuses applications dans des domaines très variés :

### 1.4 Domaine d'application :

**Figure 1.1 : Schéma d'un neurone biologique**



système nerveux [4].

Ce sont des jonctions entre deux neurones et qui sont essentielles dans le fonctionnement du

#### d) Les synapses

il communique avec les autres neurones [4].

Généralement un axone est plus long que les dendrites, ainsi si se ramifie à son extrémité, là où l'axone est la fibre nerveuse qui permet la transmission des signaux émis par le neurone

#### c) L'axone

transformations biochimiques nécessaires à la vie du neurone [4].

elle peut être pyramidale ou sphérique. Il inclut le noyau du neurone et effectue les transformations biochimiques nécessaires à la vie du neurone [4].

Dans la plupart des cas, la forme du corps cellulaire dépend de sa position dans le cerveau,

#### b) Corps cellulaire

parviennent de l'extérieur [4].

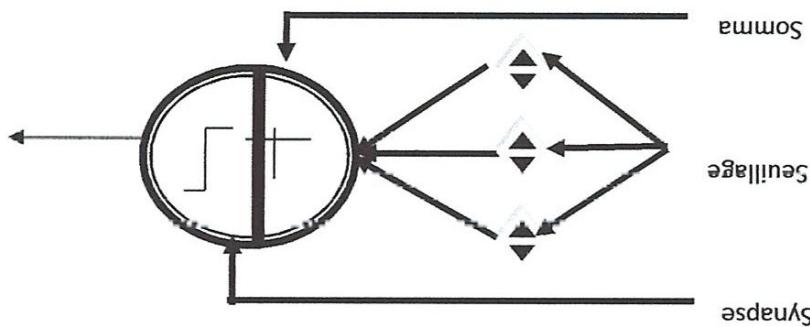
chaque neurone possède une chevelure de dendrite qui forme une sorte d'arborescence autour du corps cellulaire, elles permettent aux neurones de capturer les signaux qui

#### a) Dendrites

Un neurone artificiel est une fonction mathématique connue comme un modèle de neurones biologiques. Les neurones artificiels sont des unités constitutives dans un réseau neuronal artificiel. Selon le modèle utilisé, ils peuvent être appelés une unité semi-linéaire, NV neurone, neurone binaire, la fonction de seuil linéaire, ou McCulloch-Pitts (MCP) neurone.

### 1.5.3 Le neurone artificiel :

**Figure 1.2 :** Le schéma classique présenté par les biologistes



L'apprentissage : est une phase du développement d'un réseau de neurones durant laquelle le comportement du réseau est modifié jusqu'à l'obtention du comportement désiré.  
La mémoire : set à l'appel des propriétés acquises par l'apprentissage afin d'être utilisée aux modifications.

• L'évolution des connections entre les neurones permet la mémoire et l'apprentissage tel que :

• Le schéma classique présenté par les biologistes (Figure 1.2) est celui d'un soma qui exécute précisément une fonction biologique [1].  
Le sommation de tous les signaux transmis par ses dendrites et envoie un influx nerveux à son axone ; si la sommation dépasse un certain seuil

d'autres neurones. Le point de contact entre l'axome d'un neurone et la dendrite d'un autre neurone s'appelle la synapse. Il semble que c'est l'arrangement spatial des neurones et de leur axone, ainsi que la qualité des connexions synaptiques individuelles qui détermine la fonction électrique qui se propage jusqu'à trouver son axone pour éventuellement venir exciter d'autres neurones. Les dendrites formant un mélange de récepteurs nerveux qui permettent d'acheminer vers le corps du neurone, des signaux électriques en provenance d'autres neurones. Celui-ci agit comme une espèce d'intégrateur en accumulant des charges électriques lorsqu'un potentiel devient suffisamment élevé, par un processus électrochimique, il engendre un potentiel

### 1.5.2 Fonctionnement de neurone biologique :

$$h(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases} \quad (1.1)$$

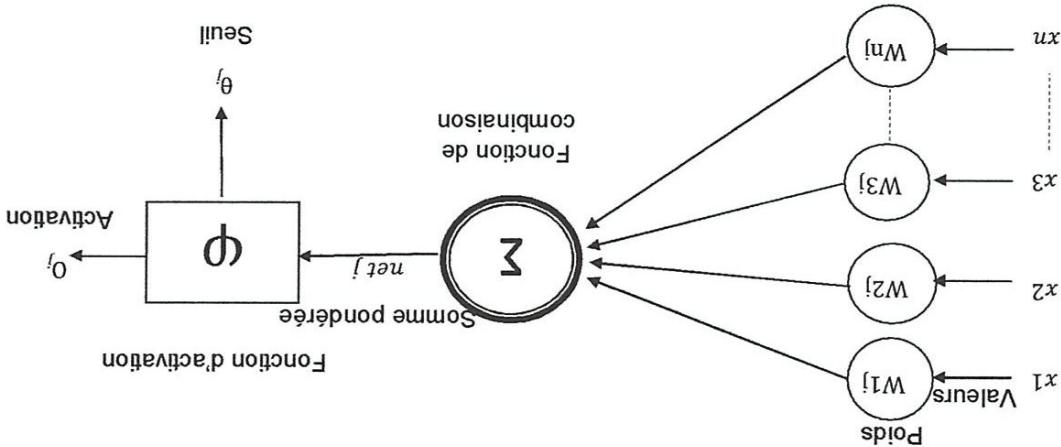
Fonction à seuil montrée par la figure 1.4(a) et définie par :

- Fonction binaire à seuil

cette fonction différent selon le réseau. On en compte divers types, parmi elles : comme paramètre la somme pondérée des entrées ainsi que le seuil d'activation la nature de neurone. Elle retourne une valeur représentative de l'activation du neurone, cette fonction a il est clair que la fonction d'activation joue un rôle très important dans le comportement du

#### 1.5.4 Fonction d'activation

Figure 1.3 : Structure générale d'un neurone artificiel



Le neurone artificiel régolt une ou plusieurs entrées (dendrites représentant) et les résume pour produire une sortie (représentant de l'axone d'un neurone). Habituellement, les valeurs de chaque neurone sont pondérées, et la somme est passée à travers une fonction non-linéaire connue en tant que fonction de l'activation ou de la fonction de transfert. Les fonctions de transfert ont généralement une forme sigmoïde, mais ils peuvent aussi prendre la forme d'autres fonctions non-linéaires, des fonctions linéaires par exemple, ou fonctions en escalier. Ils sont aussi souvent monotones croissante, continue, dérivable et bornée [9].

(I.3)

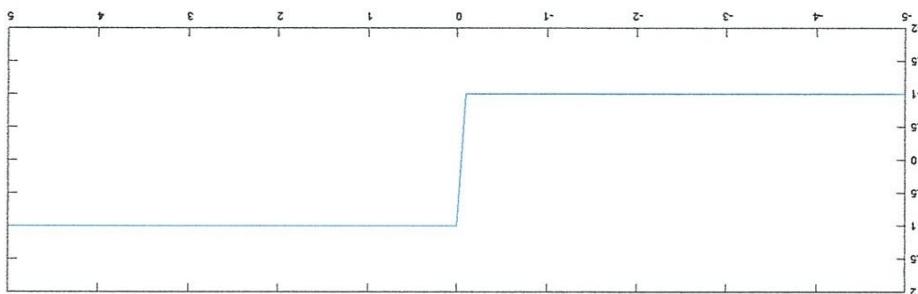
$$F(x) = x$$

la figure I.4(c), sa fonction est définie par :

C'est l'une des fonctions d'activations les plus simples, cette fonction est représentée par

- Fonction linéaire

Figure I.4(b) : Fonction signe



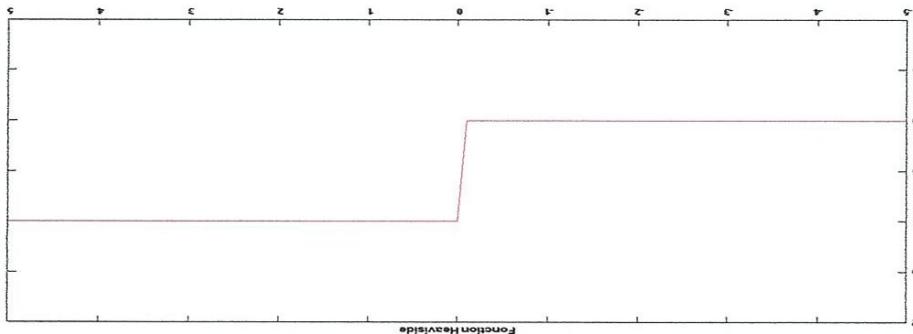
gamme des réponses possibles à deux valeurs.

Le seuil introduit une non-linéarité dans le comportement du neurone, cependant, il limite la

$$(I.2) \quad \text{fonction signe} \quad \operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x > 0 \\ -1 & \text{sinon} \end{cases}$$

Fonction signe montrée par la figure I.4(b) et définie par :

Figure I.4(a) : Fonction bininaire à seuil



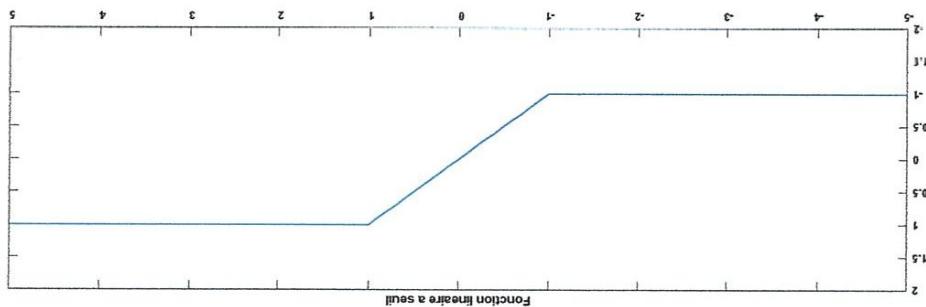
$$(1.5.a) \quad \text{logsig}(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$$

La fonction log sigmoïde est définie par :

Elle est l'équivalente continue de la fonction linéaire représentée par la figure 1.4(e). Étant continue, elle est dérivable, d'autant plus que sa dérivée est simple à calculer.

#### • Fonction sigmoïdale

Figure 1.4(d) : Fonction linéaire à seuil



plage de réponse du neurone.

Cette fonction représente un compromis entre la fonction linéaire et la fonction seuil. Son graphe est représenté par la figure 1.4(d) : entre ses deux barres de saturation, elle confère au neurone une gamme de réponses possibles. En modulant la pente de la linéarité, on affecte la plage de réponse du neurone.

$$(1.4) \quad h(x) = \begin{cases} u & \text{si } x < a \\ v & \text{si } x > a \\ x \in [u, v] & \text{si } x \in [u, v] \end{cases}$$

On peut la définir comme suit :

#### • Fonction linéaire à seuil ou multi-seuils

Figure 1.4(c) : Fonction linéaire

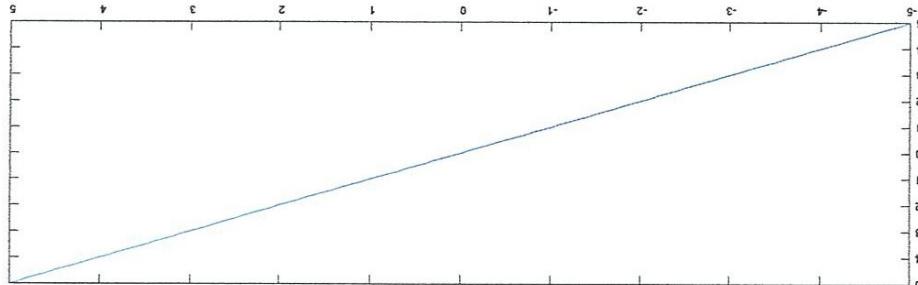
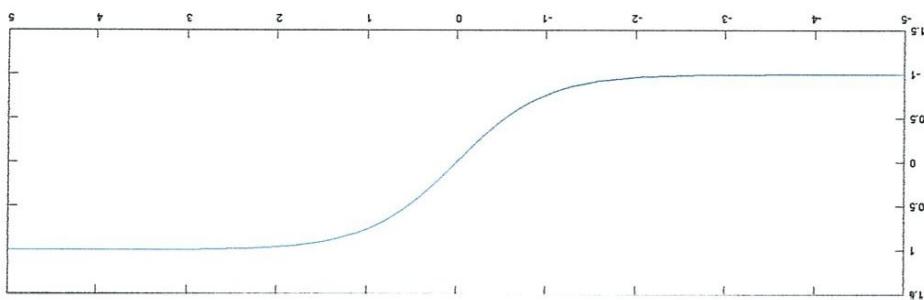


Figure I.4(f) : Fonction tangente sigmoïde



$$(I.6.b) \quad \frac{dy}{dx} (\text{tansig}(x)) = \frac{(e^{-2x} + 1)^2}{4e^{-2x}}$$

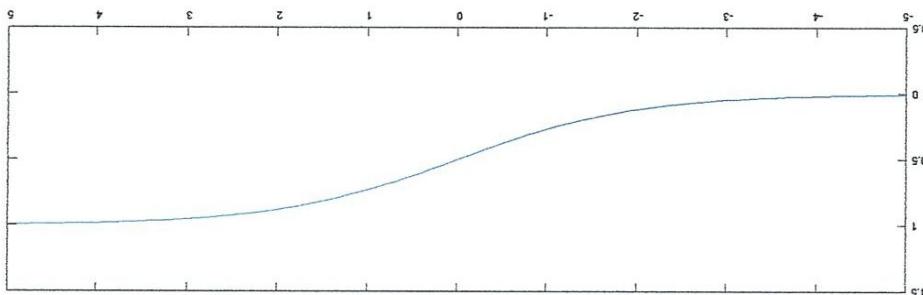
Et sa dérivée est définie comme suit :

$$(I.6.a) \quad \text{tansig}(x) = \frac{(1+e^{-2})}{2} - 1$$

La fonction tangente sigmoïde est celle montrée par la figure I.4(f). Elle est définie par :

- Fonction tangente sigmoïde

Figure I.4(e) : Fonction log sigmoïde



$$(I.5.b) \quad \text{logsig}(x) = \text{logsig}(x)(1 - \text{logsig}(x)) \frac{dx}{p}$$

Et sa dérivée est :

de l'erreur quadratique [2].  
 minimisation de l'erreur entre la valeur de sortie et la valeur désirée est basée sur le principe représentative. Chaque exemple présenté au réseau est un couple (entrée, sortie désirée). La représentation supervisée nécessite donc la définition d'une base d'exemples d'apprentissage de descendante du gradient.  
 comme par le réseau. Généralement, les règles d'apprentissage supervisé sont des formes modifiées et les ajustements à apporter aux poids sont déterminés en fonction de l'erreur couche d'entrée du réseau, la réponse obtenue est comparée avec celle désirée et la une erreur et il doit connaître la réponse qu'il doit donner. Pour un stimulus présenté à la Pour ce type d'apprentissage (perception, Adaline, etc...), le réseau doit savoir qu'il a commis

### 1.6.3.1 Apprentissage supervisé :

Les techniques d'apprentissage se subdivisent en trois grandes familles :

### 1.6.3 Les types d'apprentissage :

effectue la correction des poids synaptiques.  
 Etape 4 : Calcul du vecteur de correction à partir des valeurs des erreurs, avec ledit on la différence entre l'activation des neurones et la sortie désirée.  
 Etape 3 : Calcul de l'erreur. Dans le cas d'un apprentissage supervisé cette erreur dépend de Etape 2 : Présentation de l'exemple d'entrée et propagation de l'activation des neurones.  
 Etape 1 : Initialisation des poids synaptiques avec des petites valeurs aléatoires.  
 d'apprentissage celui-ci comporte quatre étapes :

Présume la totalité des réseaux de neurones ont en commun un même protocole des connexions [10].

Dans les algorithmes actuels, les variables modifiables pendant l'apprentissage sont les poids

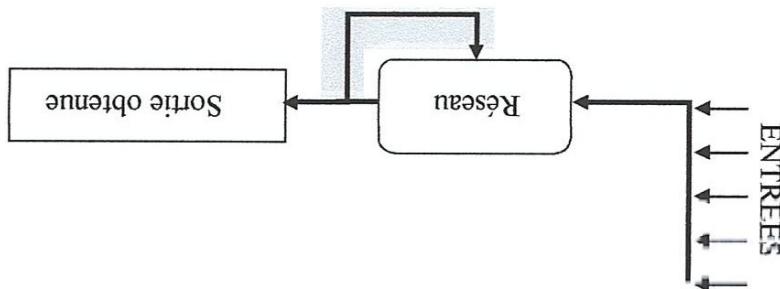
L'apprentissage neuronal fait appel à des exemples d'apprentissage.

comportement du réseau est modifié jusqu'à l'obtention du comportement désiré.  
 L'apprentissage est une phase du développement d'un réseau de neurones durant laquelle le

### 1.6.1 Définition :

## 1.6 Apprentissage d'un réseau de neurones :

**Figure 1.5(b) : Apprentissage non supervisé**



Pour ce type d'apprentissage il s'agit d'atteindre l'ensemble des poids synaptiques pour lesquels le comportement du réseau est optimal. La modélisation et l'ajustement des poids se font en fonction d'un critère interne, indépendant de la relation entre le comportement du réseau et la tâche qui doit effectuer.

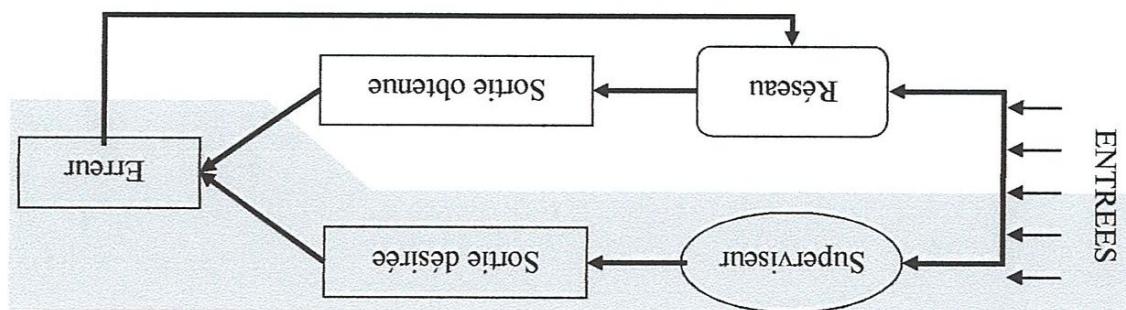
### 1.6.3 Apprentissage non supervisé :

/incorrecte) sur les performances du réseau [2].

L'apprentissage semi-supervisé suppose qu'un comportement de référence précis n'est pas disponible, mais qu'en revanche, il est possible d'obtenir des indications qualitatives (correcte ou incorrecte) sur les performances du réseau [2].

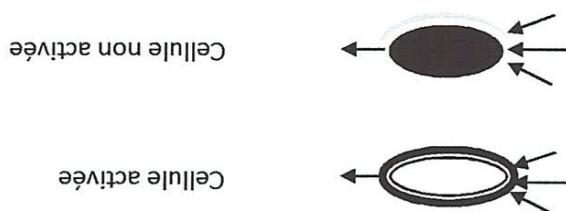
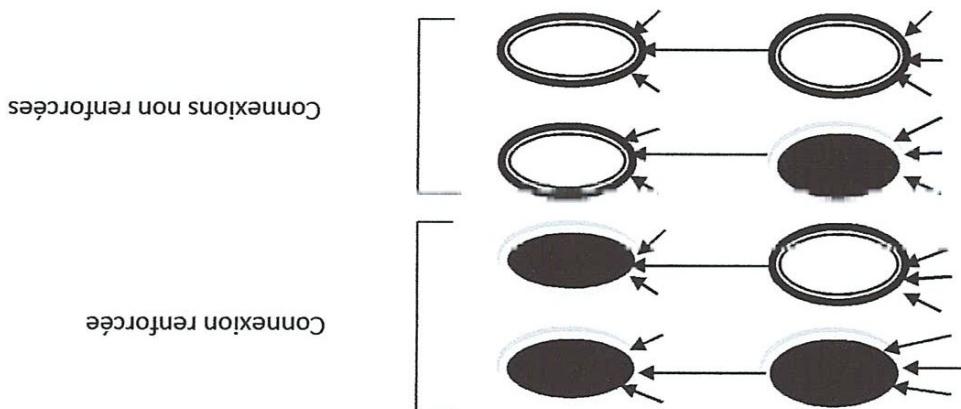
### 1.6.3.2 Apprentissage semi-supervisé :

**Figure 1.5(a) : Apprentissage supervisé**



Quand la cellule émettrice et la cellule réceptrice s'activent en même temps, il faut augmenter le poids de cette connexion lors de l'apprentissage. La connexion entre ces deux cellules devient alors très forte. Si la cellule émettrice s'active sans que la cellule réceptrice ne le

Ceci se traduit par :



Si nous prenons, à titre d'exemple, les conventions suivantes :

[2], [3].

Les deux neurones sont actives en même temps et il n'est pas modifié, dans le cas contraire à-dire que le poids  $W_{ij}$  d'une connexion entre un neurone  $i$  et un neurone  $j$  augmente quand connexion qui les relie doit être renforcée et elle n'est pas modifiée, dans le cas contraire. C'est On considère que deux neurones connectés entre eux sont active aux mêmes moments, la

interprétation pour les réseaux de neurones artificiels est la suivante :

La règle de Hebb est le premier mécanisme d'évolution proposé sur les synapses. Son

#### 1.6.4.1 La règle de Hebb :

#### 1.6.4 Règles d'apprentissage :

$$(I.10.b) \quad \Delta w_{ij} = \eta \frac{e_w(t)}{e^z(r)}$$

$$(I.10.a) \quad \Delta w_{ij}(t) = -\eta \Delta F(X)$$

L'apprentissage selon la règle LMS consiste à calculer le gradient à chaque présentation d'un exemple d'apprentissage. Le changement de poids est alors :

$$(I.9) \quad F(X) = e^z(r)$$

Où :  $Y(r)$  est la sortie calculée du réseau. La fonction coût est :

$$(I.8) \quad e(r) = T(r) - Y(r)$$

Cette règle consiste à minimiser une fonction coût caractérisée par l'erreur quadratique est une règle d'apprentissage supervisée basée sur la correction d'erreurs observées en sortie. La règle d'apprentissage de Widrow-Hoff, ou des moindres carrés (LMS, Least Square Sum), moyenne. Pour un ensemble d'apprentissage contenant  $Q$  paires entrée/sortie désirée  $\{(X^{(q)}, T^{(q)})\}$ ,  $q = 1, \dots, Q$  où  $X^{(q)}$  et  $T^{(q)}$  représentent respectivement la  $q^{\text{ème}}$  entrée désirée  $\{X^{(q)} / T^{(q)}\}$ ,  $q = 1, \dots, Q$  où  $X^{(q)}$  et  $T^{(q)}$  représentent respectivement la  $q^{\text{ème}}$  entrée désirée par :

#### I.6.4.2 La règle de Widrow-Hoff :

$\eta$  : C'est le paramètre de l'intensité de l'apprentissage ( $\eta > 0$ ).

At  $A_j$  : L'activation du neurone i et l'activation du neurone j aux

instants  $(t + \delta t)$ .

Avec  $W_{ij}(t)$  et  $W_{ij}(t + \delta t)$  : les poids de la connexion entre le neurone i et le neurone j aux

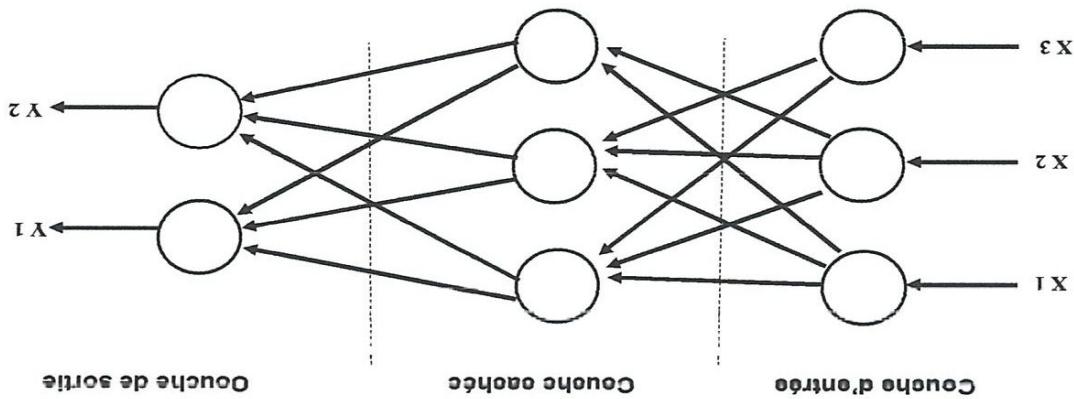
$$(I.7) \quad W_{ij}(t + \delta t) = W_{ij}(t) + \eta A_i A_j$$

En se basant sur ce principe, Hebb a donné la règle d'apprentissage suivante :

poids faisable à cette connexion [3].

comportement de la cellule réceptrice on peut donc dans la phase d'apprentissage laisser un traduit bien le fait que la connexion entre les deux n'est pas prépondérante dans le soit, ou si la cellule réceptrice s'active alors que la cellule émettrice n'est pas active, cela

Figure 1.6(a) : Réseau de neurones non bouclés



entre eux. Cette structure est appelée Perceptron multicouche. "cachés", et des neurones de sortie. Les neurones de la couche cachée ne sont pas connectés particulièrement, très fréquemment utilisée : il comprend des entrées, une couche de neurones La Figure 1.6(a) représente un réseau de neurones non bouclé qui a une structure entrées, par composition des fonctions réalisées par chacun de ses neurones. Un réseau de neurones non bouclé réalise une (ou plusieurs) fonctions algébriques de ses

### 1.7.1 Les réseaux de neurones non bouclés :

neurones non bouclés et les réseaux de neurones bouclés.

On distingue deux grands types d'architectures de réseaux de neurones : les réseaux de

### 1.7 Architecture des réseaux de neurone :

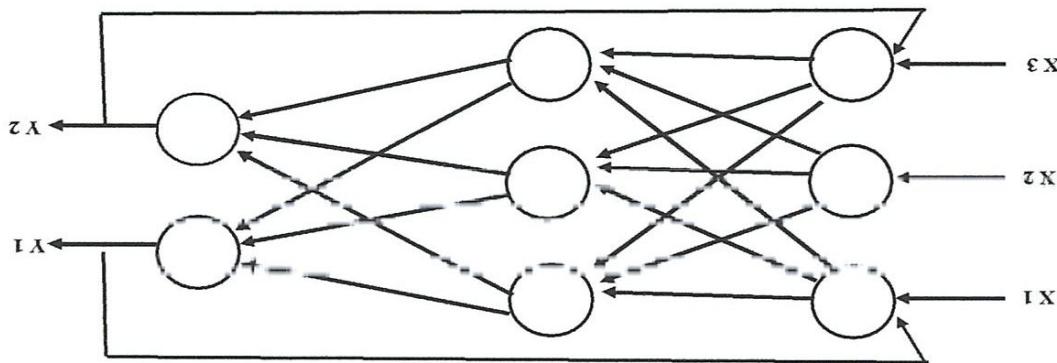
neurone  $i$  ;  $x$  est l'entrée et  $t_i$  est une constante positive appelée pas d'apprentissage [10].  
Où :  $t_i$  et  $y_i$  sont respectivement la sortie désirée et la sortie calculée correspondantes au

$$\Delta w_{ij}(r) = \Delta w_{ij}(r - 1) - \eta(t_i - y_i)x \quad (1.11)$$

poids  $w_{ij}$  à l'itération  $r$  selon l'équation suivante :

été utilisée pour l'apprentissage de RADALINE dans lequel chaque neurone  $i$  corrige ses rapports à une valeur désirée correspondante à chaque exemple présenté. Cette règle a cette règle de correction permet donc aux neurones d'adapter leurs poids pour se

Figure 1.6(b) : Réseau de neurones bouclés



Où  $x(k)$  est le vecteur des variables d'état à l'instant (discret)  $kT$ ,  $u(k)$  est le vecteur des entrées,  $y(k)$  est le vecteur des sorties.

$$y(k) = \psi[x(k), u(k)] \quad (1.13)$$

$$x(k+1) = \phi[x(k), u(k)] \quad (1.12)$$

La forme canonique :

Pour chaque système soit causal, il faut évidemment qu'à toute boucle soit associé un retard. Un réseau de neurone bouclé à temps discret est donc défini par une ou plusieurs équations différentielles non linéaires, résultant de la composition des fonctions réalisées par chacun des neurones et des retards associés à chacune des connexions. La forme la plus générale des équations régissant un réseau de neurones bouclé et appelée des neurones et des retards associés à chacune des connexions.

La figure 1.6(b) montre un exemple d'un réseau de neurone bouclé.

Les réseaux de neurones bouclés peuvent avoir une topologie de connexions quelque chose, comprenant notamment des boucles qui ramènent aux entrées la valeur d'une ou plusieurs sorties.

### 1.7.2 Les réseaux de neurones bouclés :

### 1.8 Avantages et inconvénients des réseaux de neurones :

Capacité de représenter n'importe quelle fonction, linéaire ou pas, simple ou complexe.

Faculté d'apprentissage à partir d'exemples représentatifs,

Simple à manipuler, beaucoup moins de travail personnel à fournir que dans l'analyse statistique ou classique.

Resistance au bruit ou au manque de fiabilité des données.

Simple à manipuler, beaucoup moins de travail personnel à fournir que dans l'analyse statistique ou classique. Ne demande pas de grandes compétences en mathématique, pour l'utilisateur novice, l'idée d'apprentissage est plus simple à comprendre que les complexités des statistiques multi variables.

Comportement moins mauvais en cas de faible quantité de données.

Pour l'utilisateur novice, l'idée d'apprentissage est plus simple à comprendre que les complexités des statistiques multi variables.

### 1.8.2 Inconvénients des réseaux de neurones :

L'absence de méthode systématique permettant de définir la meilleure topologie du réseau et le nombre de neurones à placer dans la (ou les) couche(s) cachée(s).

Le choix des valeurs initiales des poids du réseau et le réglage du pas d'apprentissage, qui jouent un rôle important dans la vitesse de convergence.

Le problème du sur apprentissage (apprentissage au détriment de la généralisation).

La connaissance acquise par un réseau de neurone est codée par les valeurs des poids sont incompréhensibles pour l'utilisateur.

### 1.9 Conclusion :

Les réseaux de neurones ont connu un essor considérable tant qu'en nouvelles architectures qu'en nouveaux algorithmes d'apprentissage, et dans ce chapitre nous avons tenté de donner un simple survol sur ces importants outils mathématiques.

## Chapitre III

# Clustering par SOM

descriptifs et non pas en fonction de mesures de similarité simples. En d'autres termes, les objets sont regroupés en fonction de leur adéquation à des concepts appartenant au même groupe si celui-ci définit un concept commun à tous que les objets. Un autre type de regroupement est le regroupement conceptuel : deux ou plusieurs objets

Figure II.1 (b) : Clusters difficile à traiter

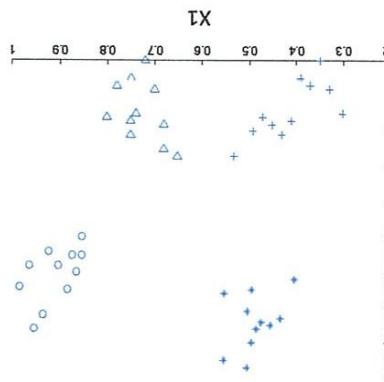
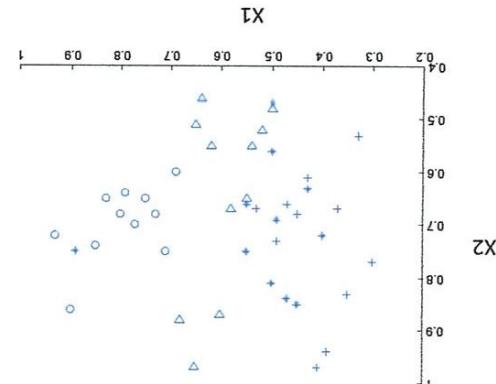


Figure II.1 (a) : Clusters difficile à traiter



distance donnée (dans ce cas à distance géométrique). Ceci est appelé cluster basé sur la deux ou plusieurs objets appartenant au même groupe si elles sont « proches », selon une 4 clusters dans lequel les données peuvent être divisées, le critère de similarité est distance : un exemple graphique simple (figure II.1). Dans cet exemple, nous identifions facilement les « dissimilaires » pour les objets appartenant à d'autres groupes. Ceci peut être montré avec Un cluster est donc une collection d'objets qui sont « similaires » entre eux et sont objets dans des clusters dont les membres sont similaires d'une certaine façon.

Une définition simple du clustering pourrait être : c'est le processus d'organisation des traits de la recherche d'une structure dans un ensemble de données non marquées (qui ignore leurs appartenances) [8].

Le clustering, ou regroupement, peut être considéré comme le problème le plus important de l'apprentissage non supervisé ; ainsi, comme tous les autres problèmes de ce genre, il traite de la recherche d'une structure dans un ensemble de données non marquées (qui, on

### II.1.1 Définition :

#### II.1 Généralités sur le Clustering :

- Le clustering a pour objectif de déterminer le regroupement intrinsèque dans un ensemble de données non marquées. Mais comment décider ce qui constitue un bon regroupement ? En effet, il n'y a pas de "meilleure" critère absolu qui pourrait être de l'objectif final de tout processus de clustering. Par conséquent, c'est l'utilisateur qui doit fournir un critère d'une manière telle que le résultat de ce processus répond aux besoins de son application.
- Par exemple, nous pourrions être intéressés à trouver des représentants pour les groupes homogènes (réduction des données), dans la recherche de "clusters naturels" et décrire leurs propriétés inconnues (types de données « naturelles »), dans la recherche de groupements utiles et appropriés (classes de données "utiles") ou trouver des objets de données inhérentes (déttection des valeurs aberrantes) [8].
- Marketing : trouver des groupes de clients avec un comportement similaire donné dans une grande base de données des clients contenant leurs propriétés et les dossiers d'achat antérieurs.
- Biologie : classification des plantes et des animaux compte tenu de leurs caractéristiques.
- Bibliothèques : commande de livres.
- Assurance : l'identification des groupes de titulaires de polices d'assurance automobile avec un coût moyen des sinistres élevés ; identifier les fraudes.
- Ville de planification : l'identification des groupes de maisons en fonction de leur type de maison, la valeur et l'emplacement géographique.
- Les études sismiques : formation de cartes des tremblements de terre pour identifier les zones dangereuses.
- Classification des documents : le regroupement des données des documents dans le web pour découvrir des groupes de modèles d'accès similaires.

### II.1.3 Applications du clustering :

- Le clustering a pour objectif de déterminer le regroupement intrinsèque dans un ensemble de données non marquées. Mais comment décider ce qui constitue un bon regroupement ? En effet, il n'y a pas de "meilleure" critère absolu qui pourrait être de l'objectif final de tout processus de clustering. Par conséquent, c'est l'utilisateur qui doit fournir un critère d'une manière telle que le résultat de ce processus répond aux besoins de son application.
- Par exemple, nous pourrions être intéressés à trouver des représentants pour les groupes homogènes (réduction des données), dans la recherche de "clusters naturels" et décrire leurs propriétés inconnues (types de données « naturelles »), dans la recherche de groupements utiles et appropriés (classes de données "utiles") ou trouver des objets de données inhérentes (déttection des valeurs aberrantes) [8].
- Marketing : trouver des groupes de clients avec un comportement similaire donné dans une grande base de données des clients contenant leurs propriétés et les dossiers d'achat antérieurs.
- Biologie : classification des plantes et des animaux compte tenu de leurs caractéristiques.
- Bibliothèques : commande de livres.
- Assurance : l'identification des groupes de titulaires de polices d'assurance automobile avec un coût moyen des sinistres élevés ; identifier les fraudes.
- Ville de planification : l'identification des groupes de maisons en fonction de leur type de maison, la valeur et l'emplacement géographique.
- Les études sismiques : formation de cartes des tremblements de terre pour identifier les zones dangereuses.
- Classification des documents : le regroupement des données des documents dans le web pour découvrir des groupes de modèles d'accès similaires.

### II.1.2 Les objectifs du Clustering :

Une Carte Auto-Organisatrice (SOM, Self-Organizing Map) se compose d'un ensemble de neurones artificiels, qui représentent la structure des données. Les neurones sont connectés avec des connexions topologiques pour former une grille à deux dimensions. Deux neurones proches devraient représenter des données similaires, deux neurones distants (sur la carte)

## II. 2. 1 Introduction :

### II.2 La carte auto-organisatrice de Kohonen :

On  $F$  est la matrice de covariance

$$d(x_i, x_j) = (x_i - x_j)^T F^{-1} (x_i - x_j) \quad (\text{II.3})$$

L'idée de la distance de Mahalanobis donne par :

cette définition peut être atteinte en appliquant une transformation des données à corrélation linéaire entre les caractéristiques peut aussi fausser les mesures de distance ; autres. Les solutions à ce problème comprennent la normalisation des caractéristiques. La directe des paramètres Minkowski est due à la plus grande échelle pourrait dominer les proximités des objets dans l'espace à deux ou trois dimensions. L'inconvénient de l'utilisation de la distance euclidienne est intuitive et elle est communément utilisée pour évaluer la

$$d_p(x_i, x_j) = \left( \sum_{k=1}^p |x_i^k - x_j^k|^p \right)^{\frac{1}{p}} \quad (\text{II.2})$$

Cette fonction est un cas particulier ( $p = 2$ ) de la fonction Minkowski, donnée par :

$$d_2(x_i, x_j) = \left( \sum_{k=1}^p (x_i^k - x_j^k)^2 \right)^{\frac{1}{2}} = \|x_i - x_j\|_2 \quad (\text{II.1})$$

populaire pour les fonctions continues est la distance euclidienne donnée par : plus utilisees pour les modèles dont les caractéristiques sont continues. La mesure la plus l'espace caractéristique [13]. Nous allons nous concentrer sur les mesures de distance les calculer la dissimilitude entre deux exemples en utilisant une mesure de distance définie sur caractéristiques, la mesure de distance doit être choisie avec soin. Il est plus fréquent de plupart des procédures de clustering. En raison de la variété des types et des échelles des similitude entre deux exemples du même espace caractéristique est essentielle pour la Du fait que la similitude est fondamentale pour la définition d'un cluster, une mesure de la

### II.1.4 Mesure de similitude :

sortie et vont donc être classes dans le même cluster ou dans des clusters [14].

proches (dans l'espace d'entrée) vont avoir des représentations proches dans l'espace de les plus importantes des données d'entrée lors de l'affichage, c'est-à-dire les données projection de données par SOM se produit tout en conservant la topologie et les métriques ou prototypes. Ces prototypes sont caractérisés par des relations géométriques simples. La Kohonen est de projeter un ensemble complexe de données sur un espace de dimension réduite (2 ou 3). Cette projection permet d'extraire un ensemble de vecteurs dits référents éte ignore pour de nombreuses années malgré son grand intérêt. Le principe des cartes à ellipsoïdale dans la classification de données multidimensionnelles, mais malheureusement il a dans des classes voisines. Ce type de réseau de neurones artificiels a largement montré son supposons que l'on dispose d'un ensemble de données que l'on désire classifier. On cherche D'un point de vue informatique, on peut traduire cette propriété de la façon suivante : corps humain est représenté par une zone contenant le plus grand nombre de neurones, dans le cerveau. Ces cartes ne sont pas uniformes, à savoir, la surface la plus sensible du qui se trouvent dans le corps humain sont représentées par des groupes de neurones proches fonctionnement des cartes topographiques du cerveau humain, tel que, les points proches Les cartes auto-organisatrices ont été introduites par T. Kohonen en 1981 en s'inspirant du

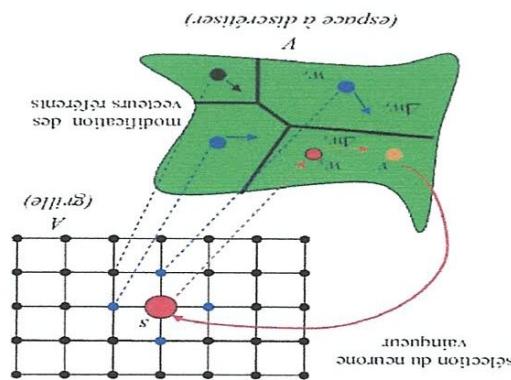
## II. 2. Principe de fonctionnement :

neurones "voisins" peuvent ne pas représenter des données similaires [14].

fonction de la structure des données. Pourtant, à la fin du processus d'apprentissage, des peu de travail qui abordent le problème de l'apprentissage des contrastes topologiques en le nombre de neurones est appris à partir des données. En dépit de ces résultats, il y a très données à analyser. Les résultats ont montré que la qualité du modèle est améliorée lorsque d'adapter le nombre de neurones au cours du processus d'apprentissage en fonction des structure des données. Pour résoudre ce problème, certains travaux ont été réalisés afin fixée avant le processus d'apprentissage et peut ne pas être pertinente par rapport à la contrastes topologiques. Toutefois, dans l'algorithme SOM, l'information topologique est processus d'apprentissage grâce aux informations de voisins qui imposent des doivent représenter des données différentes. Ces propriétés sont assurées pendant le

La figure II.2 donne une représentation de l'algorithme d'auto-organisation pour le modèle de Kohonen. Chaque neurone a un vecteur différent qui le représente dans l'espace d'entrée. Lorsque du vecteur d'entrée  $v$  est présent, le neurone vainqueur  $s$  est sélectionné, le plus proche dans l'espace d'entrée. Le vecteur différent du vainqueur  $w$  est rapproché de  $v$ . Les vecteurs référents des autres neurones sont aussi déplacés vers  $v$ , mais avec une amplitude moins importante.

**Figure II.2 : Principe d'apprentissage de la SOM**



Après l'initialisation des valeurs de chaque neurone on présente une à une les données d'apprentissage à la carte auto-organisatrice. Selon les valeurs des neurones, il y en a un qui répondra le mieux. Celui dont la valeur sera la plus proche de la donnée présente. Alors ce neurone sera adapté avec un changement de valeur pour qu'il réponde encore mieux à un autre stimulus de même nature que le précédent. De même, on adapte aussi les neurones voisins du gagnant avec un facteur multiplicatif du gain inférieur à un. Ainsi, c'est toute la région de la carte autour du neurone gagnant qui se spécialise. En fin d'algorithme, lorsque les neurones ne bougent plus, ou très peu, à chaque itération, la carte auto-organisatrice recouvre toute la topologie des données. C'est toute la région de la carte autour du neurone vainqueur qui se spécialise.

### II. 3. 1 Principe :

#### II. 3 L'algorithme d'apprentissage de la SOM

d'entre). Les neurones ont tendance à discréter l'espace de façon ordonnée. Des neurones voisins dans la grille occupent des positions voisines dans l'espace d'entre (préservation des voisinages de la grille), et des points proches dans l'espace d'entre se projettent sur des neurones voisins dans la grille (préservation de la topologie de l'espace d'entre).

#### • Préservation des relations topologiques :

Lesquelles les vecteurs d'entre sont très associés avec une petite probabilité d'occurrence. Les vecteurs sont cartographiés avec une meilleure résolution que les zones dans l'espace d'entre sont associées avec une grande probabilité.

#### • Similitude des densités dans l'espace d'entre :

La SOM permet donc :

tout en respectant les relations d'ordre dans la grille. Pendant l'apprentissage la carte décrite par les vecteurs référents du réseau évolue d'un état aléatoire vers un état de stabilité dans lequel elle décrit la topologie de l'espace d'entre.

Cela fait apparaître, dans l'espace d'entre, les relations d'ordre dans la grille [12].

important. La correction de vecteurs référents est pondérée par les distances dans la grille. Moins un neurone est proche du vainqueur dans la grille, moins son déplacement est important dans le voisinage de s à rapprocher leurs vecteurs référents du vecteur d'entre v. trouvent dans le voisinage de s à rapprocher leurs vecteurs référents du vecteur d'entre v. autour du neurone vainqueur. La fonction de voisinage NS force les neurones qui se trouvent dans le voisinage de s à rapprocher leurs vecteurs référents du vecteur d'entre v.

$$NS(r, s, t) = \exp\left(\frac{-2\sigma^2(t)}{\|r - s\|^2}\right) \quad (III.4)$$

vainqueur s sont entraînés dans le mouvement de correction. On utilise en général : neurones. La fonction de voisinage décrit comment les neurones dans la proximité du neurone. La forme de la carte définit les voisinages des neurones et donc les liaisons entre neurones. La forme de la carte définit les voisinages des neurones et donc les liaisons entre neurones. La forme de la carte définit les voisinages des neurones et donc les liaisons entre neurones. La fonction de voisinage NS force les neurones qui se trouvent dans le voisinage de s à rapprocher leurs vecteurs référents du vecteur d'entre v.

### II. 3. 2 Notion de voisinage :

Où  $k$  est une constante.

$$N(j) = \exp(-kd^2(i,j)) \quad (II.6)$$

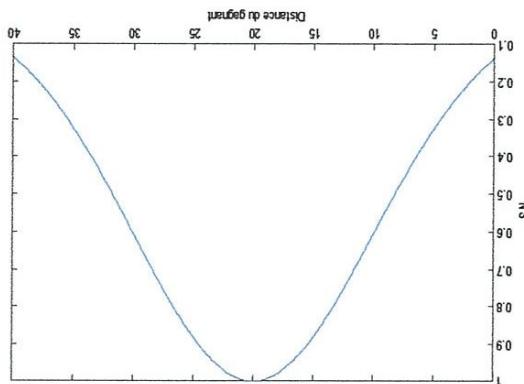
La fonction exponentielle de décroissance  $N_S$  est donnée par :

Où  $d(i,j)$  est la distance entre le neurone gagnant  $i$  et toute autre neurone  $j$  et  $s$  est la largeur de la gaussienne. Cette largeur est généralement définie en fonction du rayon de la région avoisinante, et la largeur de la fonction illustrée à la figure II.3 est 20. La valeur est maximale (1,0) au neurone gagnant, qui est positionné au centre de la figure II.3.

$$N(j) = \exp\left(\frac{-d^2(i,j)}{2s^2}\right) \quad (II.5)$$

La fonction gaussienne est donnée par :

Figure II.3 : La forme gaussienne de la fonction  $N_S$



La forme la plus simple de la fonction  $N_S$  est la fonction décroissance linéaire, où la puissance diminue de manière linéaire avec la distance du neurone gagnant. La forme gaussienne rend l'ajustement des poids en douceur avec la distance, comme le montre la figure II.3.

Cependant, la mise à jour de neurone gagnant est le plus importante et plus lointain un neurone voisins, moins son poids est modifiée. La fonction  $N_S$  détermine comment le rééquilibrage des poids s'intègre avec la distance du vainqueur. Il existe plusieurs possibilités pour cette fonction et les plus couramment utilisées sont les fonctions linéaire, gaussien et exponentielle [12].

### II. 3 Fonction de voisnage :

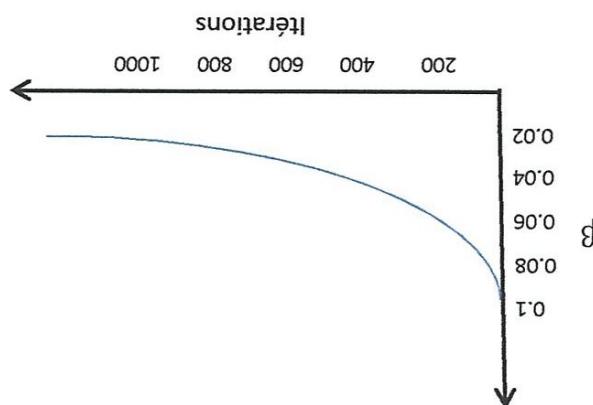
[13].

gagnant et peut réduire lentement un ou zero voisin (à savoir, seul le vainqueur reste) d'apprentissage la fonction NS doit contenir seuls les voisins les plus proches du neurone permettant ainsi à la carte de converger lentement. Avec déclousissante linéaire du pas d'apprentissage se réduit d'un exponentielle pour empêche la valeur zéro, pour parvenir à une convergence avec une bonne précision statistique. Le pas pour cette phase, le pas d'apprentissage est maintenu à une faible valeur, sur l'ordre de 0,01, également exécuter à partir de quelques centaines ou des milliers d'itérations. Dans fagon à produire une représentation précise de l'espace d'environ. Cette phase peut dans la phase de d'adaptation, la carte est affinée avec la réduction du voisinage de simplement le gagnant lui-même.

autorisée de réduire à quelques neurones autour des neurones gagnants ou tout quelques à des milliers d'itérations, au cours de laquelle, la taille de voisinage est lentement avec les itérations. Selon le problème, la phase de compétition peut prendre neurones dans le réseau lorsqu'elle centre sur un neurone gagnant puis retrécir au-dessus de 0,01. La taille de voisinage doit couvrir initialement presque tous les neurones dans le réseau lorsqu'elle centre sur un neurone gagnant puis retrécir recommandation est que le paramètre du pas d'apprentissage doit commencer par une valeur relative élevée et devrait ensuite diminuer progressivement, mais doit rester doit être accordée au choix du pas d'apprentissage et la fonction de voisinage. Une vecteurs de poids se produit. Selon les itérations requises, une attention particulière des voisins autour du gagnant restent (figure II.5). Dans cette phase, l'ordre topologique des de voisinage sont réduits avec les itérations jusqu'à ce que le gagnant ou quelques la phase d'adaptation. Dans la phase de compétition, le pas d'apprentissage et la taille l'apprentissage est habituelle effectué en deux phases : la phase de compétition et

### II. 3. 4 Les deux phases d'apprentissage de la SOM :

Figure II.6 : La dégradation du pas d'apprentissage avec les itérations



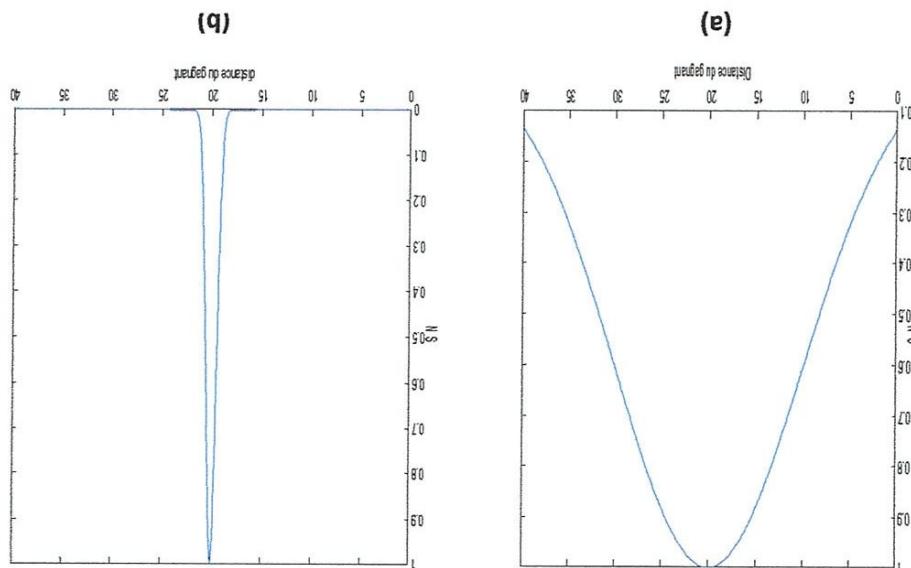
$$(II.8) \quad B(t) = B_0 \exp(-t/T)$$

Une autre forme est la décroissance exponentielle du taux d'apprentissage donnée par :  
 'itération  $t$ .  $T$  Est une constante qui permet de régler la réduction du pas d'apprentissage.  
 Où  $B_0$  et  $B(t)$  sont respectivement le taux d'apprentissage initial et pas d'apprentissage à

$$(II.7) \quad B(t) = B_0 (1 - t/T)$$

forme courante de cette fonction est la décroissance linéaire, donnée par :  
 Au cours de l'apprentissage le pas d'apprentissage  $B$ , est réduit avec des itérations et une  
**Réduction du pas d'apprentissage :**

Figure II.5 : Fonction de voisinhage, (a) au début d'apprentissage, (b) fin d'apprentissage



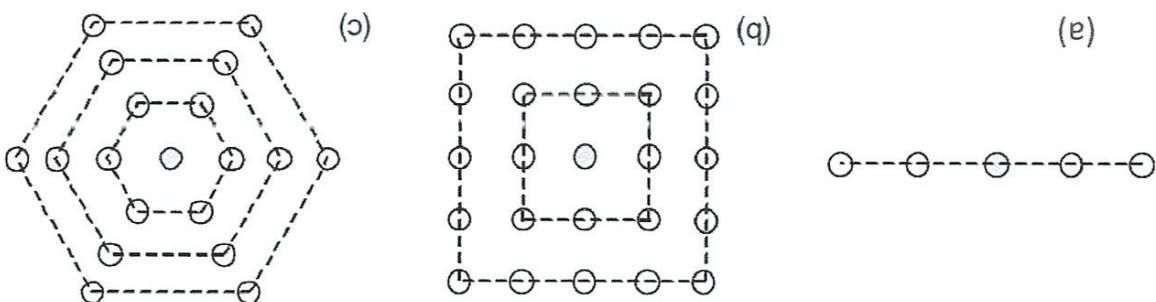
- Le pas d'apprentissage et la fonction de réduction du pas d'apprentissage.
- La forme du voisinage et la fonction de réduction de la taille du voisinage.
- Le nombre de cellules dans chaque dimension.
- La topologie de la carte.

cas sons :

controlle de processus, l'aide à la décision et l'optimisation. Les paramètres à définir dans ce avec succès en reconnaissance de la parole, classification et traitement d'images, robotique, données multivariées, approximation de densité ou de classification. Elles ont été utilisées Les cartes de Kohonen peuvent être utilisées dans le cadre de la projection de

## II. 5 Utilisation de la SOM :

Figure II.7 : les différentes topologies de voisinage, (a) linéaire, (b) rectangulaire et (c) hexagonal



comprendra une autre couche de neurones située une étape supplémentaire de distance [12].  
dans une grille hexagonale. Pour un rayon de  $L$ , cela comprend six neurones, un rayon de 2 sur la figure. Un voisinage hexagonal est associé à une carte où les neurones sont disposés neurones séparés par une étape du gagnant et comprend huit neurones comme représenté quatre dans le voisinage. Dans le cas d'une carte carrée, un rayon de  $L$  comprend tous les incluant deux voisins neurones chacun à droite et un à gauche du gagnant, soit un total de linéaire, un rayon de 1 comprend un voisin à droite et un à gauche du gagnant. Un rayon de 2 voisins adjacents sont considérés, alors le rayon est égal à 2. Par exemple, dans le cas vainqueur sont considérées, la distance, également appelée rayon  $r$ , est 1. Si deux niveaux de représente les topologies les plus courantes. Si seulement les voisins les plus immédiats du Il existe plusieurs façons de définir un voisinage. Linéaire, carré, hexagonal, la figure II.7

## II. 4 Topologie de la SOM :

## II. 6 Avantages et inconvénients de la SOM :

La SOM profite des relations de voisinage dans la grille pour réaliser une discréétisation dans un temps très court. On suppose que l'espace n'est pas constitué de zones isolées, mais de sous-ensembles compacts. Donc en déplaçant un vecteur référent vers une zone, on peut se dire qu'il y a probablement d'autres zones dans la même direction qui doivent être représentées par des vecteurs référents. Cela justifie le fait de déplacer les neurones proches du vainqueur dans la grille dans cette même direction, avec une amplitude de déplacement moins importante. L'algorithme présent des opérations simples, il est donc très léger en termes de cout et de calculs.

Le voisinage dans les cartes auto organisatrices est malheureusement fixe, et une liaison entre neurones ne peut être cassée même pour mieux représenter des données discontinues. Les Growing Cell Structure, ou Growing Neural Gas sont la solution à ce problème. Des neurones et les liaisons entre neurones peuvent être supprimées ou ajoutées quand le besoin s'en fait sentir [12].

Contrairement aux méthodes classiques qui ont montré leurs limites, les réseaux d'utilisation dans les différents domaines tels que : La reconnaissance des formes et le traitement des images.

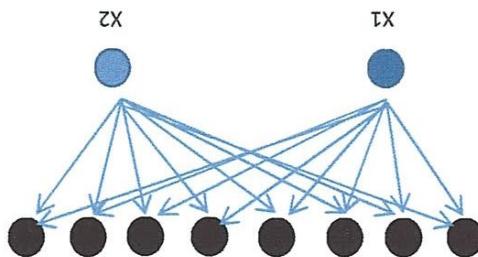
Le grand avantage des réseaux de neurones de Kohonen est que ces derniers sont légère en cout et en calcul et son portable dans différents domaines, ce qui les rend les plus simples à utiliser et les plus rapides.

## II. 7 Conclusion :

## **Application**

Chapitre III

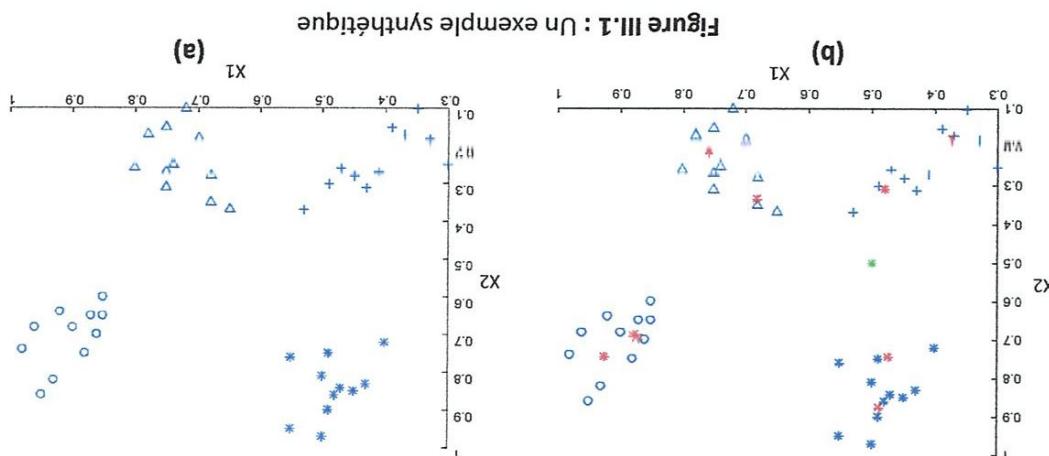
Figure III.2 : SOM 1D avec 8 neurones



Pour évaluer l'effet du pas d'apprentissage sur la SOM nous réalisons plusieurs tests en utilisant de différentes valeurs : 0,1, 0,2, 0,5, 0,9. Nous avons effectué des tests sur une SOM avec 8 neurones (figure III.2). La figure III.3 illustre l'évolution des erreurs au cours de l'apprentissage pour ces différentes valeurs. Nous remarquons que lorsqu'on réduit la valeur du pas d'apprentissage l'erreur tend vers une valeur minimale.

### III.2.1 Test avec une carte 1D :

(a) Avant apprentissage et (b) Après apprentissage



Pour évaluer les performances de la SOM, nous considérons l'exemple synthétique de la figure III.1. C'est un problème de classification bidimensionnel. Nous effectuons un test avec une carte 1D et un autre test avec une carte 2D

### III.2 Application sur un exemple synthétique :

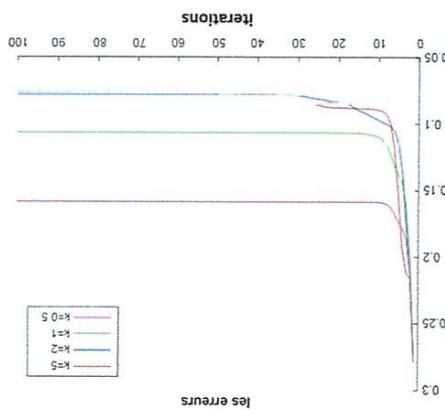
Dans ce chapitre nous appliquons la SOM en premier temps sur un exemple synthétique bidimensionnel et nous évaluons les performances de la SOM en fonction du pas d'apprentissage et en fonction de la fonction de voisinnage. Nous appliquons ensuite la SOM sur la base des données : tissus du sein qui est basée sur l'analyse de la variabilité des impédiences observées dans le tissu normal et pathologique du sein.

### III.1 Introduction

Dans cette section nous appliquons une carte 2D sur l'exemple précédent. Nous utilisons des cartes avec les deux types de topologie : rectangulaire et hexagonale.

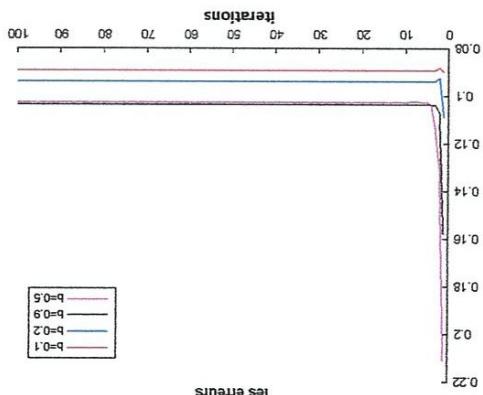
### III.2.2 Test avec une carte 2D :

**Figure III.4 :** L'évolution des erreurs au cours de l'apprentissage pour différentes valeurs de la constante de la fonction de voisinage

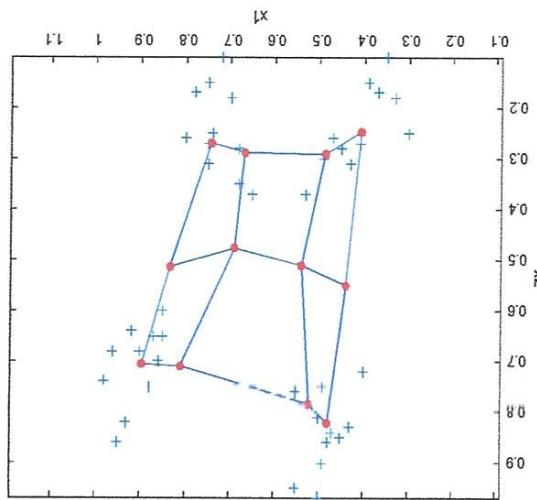


Pour évaluer l'effet de la fonction de voisinage sur la SOM nous réalisons plusieurs tests en utilisant de différentes valeurs de la fonction de voisine : 0.5, 1, 2, 5. La figure III.4 représente l'évolution des erreurs au cours de l'apprentissage pour ces différentes constantes, l'erreur est plus petite. À partir de 2 les erreurs sont acceptables. Dans pour nous pouvons noter qu'à chaque fois quand on augmente la valeur de cette constante, l'erreur est plus petite. À partir de 2 les erreurs sont acceptables.

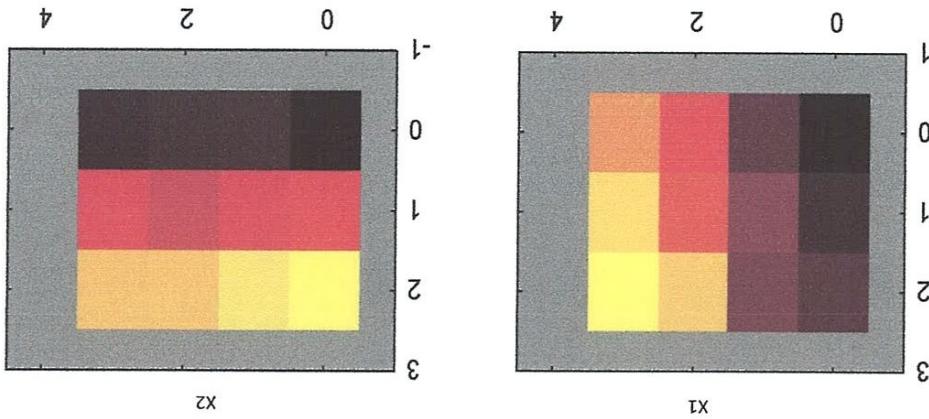
**Figure III.3 :** L'évolution des erreurs au cours de l'apprentissage pour différentes valeurs du pas d'apprentissage (b)



**Figure III.6 : Représentation de position des poids de neurones dans l'espace caractéristique**



**Figure III.5 : Représentation des poids d'entrées**

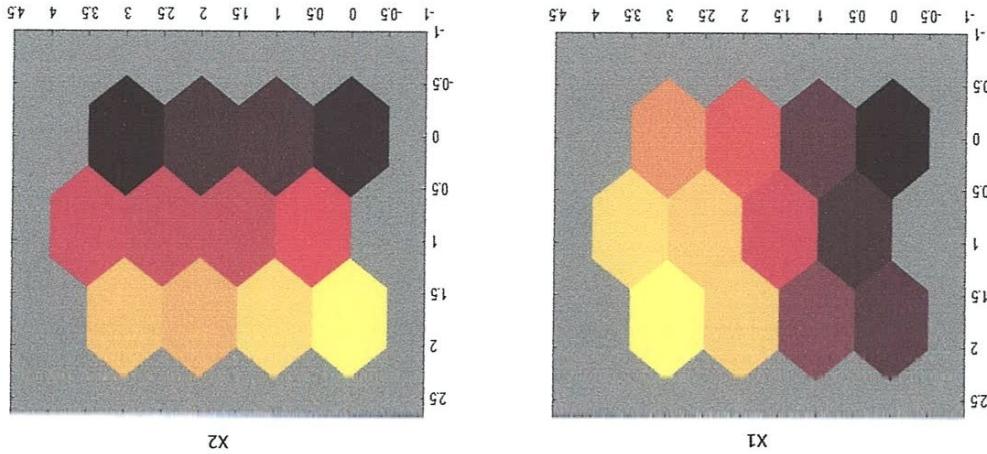


La figure III.5 donne une visualisation des entrées (plan des entrées). Chaque plan permet de représenter la distribution du vecteur poids d'une entrée vers tous les neurones de la grille. Dans cette représentation les couleurs représentent les poids allant du noir au rouge ; le noir indique des valeurs nulles et le rouge les plus grandes valeurs.

Pas d'apprentissage de la phase d'adaptation 0.01  
Pas d'apprentissage de la phase de compétition 0.2  
Nombre d'itération de la phase d'adaptation 100  
Nombre d'itération de la phase de compétition 100

adapatation. Les paramètres d'apprentissage sont comme suit :  
Nous utilisons dans un premier temps une carte 2D avec une topologie rectangulaire et avec un nombre de neurones : 4\*3. Nous utilisons deux phases d'apprentissage : compétition et

**Figure III.8 : Représentation de poids d'entrée**



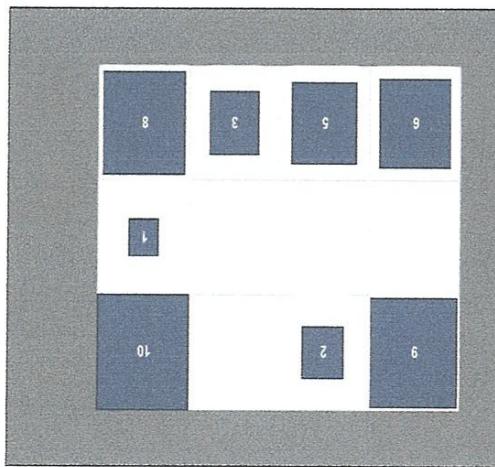
grille.

La figure (III.8) donne une visualisation des entrées (plan des entrées). Chaque plan permet de représenter la distribution du vecteur poids d'une entrée vers tous les neurones de la

topologie hexagonale.

On utilise les mêmes paramètres d'apprentissage de l'exemple précédent mais avec une

**Figure III.7 : Nombre d'exemples représentés par chacun des neurones**



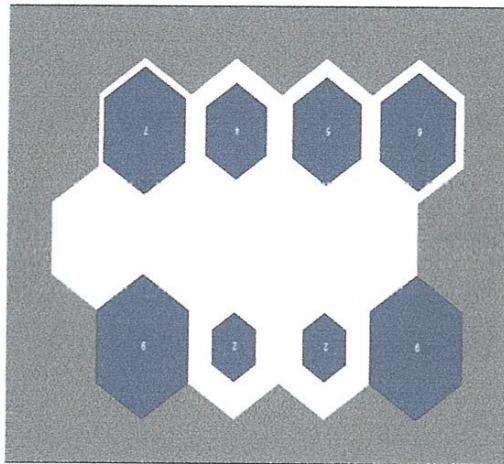
d'exemples qu'il représente.

La figure III.7 donne le nombre des exemples d'apprentissage représentés par chacun des neurones de la grille. La taille de la partie de chaque neurone est proportionnelle au nombre

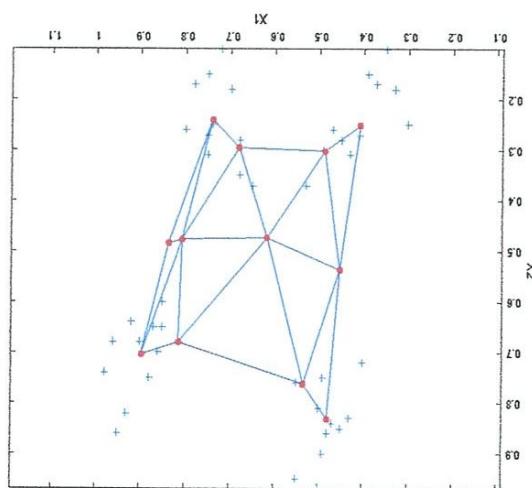
exemples d'apprentissage.

La figure III.6 illustre la position des poids des neurones dans l'espace caractéristique avec les

**Figure III.10 :** Nombre d'examples représentés par chacun des neurones



**Figure III.9 :** Représentation de position des poids de neurones dans l'espace



neurones de la grille.

La figure III.10 donne le nombre des exemples d'apprentissage représentés par chacun des

exemples d'apprentissage.

La figure III.9 illustre la position des poids de neurones dans l'espace caractéristique avec les

Tissus normaux	Glande mammaire	16 cas	Tissus mammaire	Glande mammaire	16 cas	Carcinome	21 cas
			Tissu conjonctif	Tissu conjonctif	14 cas	Adénofibrome	15 cas
			Tissu adipeux	Tissu adipeux	22 cas	Tissus pathologique	18 cas
						Mastopathie	15 cas

### III.2 Les classes :

- sur la peau ou la muqueuse.
- Carcinome (CA). Appelé aussi epithélioma) est un cancer développé généralement sein.
  - Adénofibrome (FA). Une tumeur bénigne qui est la plus fréquente des tumeurs du sein.
  - Mastopathie : maladie bénigne et non-inflammatoire du sein (MA).
  - Tissu adipeux sous-cutané adipeux (AT). Le tissu adipeux (masse grasse).
  - Tissu conjonctif : des tissus qui séparent les cellules.
  - Glande mammaire.

sein :

Pour la réalisation de cette base de données, un ensemble de 106 spectres ont été enregistrés sur des échantillons de tissus provenant de 64 patients (âgés de 18 à 72 ans) subissant une chirurgie mammaire. Chaque spectre est composé d'un ensemble de mesures d'impédance prises à différentes fréquences allant de 488 Hz à 1 MHz. Six groupes de tissus ont été définis avant les expériences, en fonction de la pathologie et de la morphologie du sein :

Cette base de données consiste en un ensemble de mesures des impédances électriques effectuée sur des échantillons de tissus extraits des seins humain. En effet, au cours des dernières décennies des mesures électriques et diélectriques ont été effectuées dans les tissus du sein selon des différentes conditions expérimentales. Dans la gamme 488Hz-1 MHz, peut être efficacement utilisée pour la discrimination des tissus du sein et en particulier pour la détection du cancer du sein. Ces résultats suggèrent que la spectroscopie d'impédance électrique constates [5], [6] et [7]. Ces différences dans de l'impédance entre six groupes de tissus du sein ont été des différences significatives dans les différences de conductivités expérimentales. Dans la gamme 488Hz-1 MHz, des différences de conductivités des mesures électriques et diélectriques ont été effectuées dans les tissus du sein selon des différences de conductivités expérimentales. Dans la gamme 488Hz-1 MHz, peut être efficacement utilisée pour la discrimination des tissus du sein et en particulier pour la détection du cancer du sein.

### III.1 Définition :

#### III.3 Base de données : cancer du sein

		Langueur de la courbe du spectre
P	length of the spectral curve	
DR	distance between ID and real part of the maximum frequency point	Distance entre ID et la partie réelle du point de la fréquence maximale
A/DA	area normalized by DA	Surface normalize avec DA
AREA	area under spectrum	Surface sous le spectre
DA	impedance distance between spectral ends	Distance entre les extrémités du spectre
HFS	high-frequency slope of phase angle (at 250, 500 and 1000 kHz points)	Pente de l'angle de la phase à hautes fréquences (250, 500 et 1000 points KHz)
PA500	phase angle at 500 kHz	L'angle de la phase à 500 KHz
10	« impedance at zero frequency »	Impédance à la fréquence zéro (résistance à la limite des basses fréquences)
		suivantes ont été calculées.
Les mesures d'impédance ont été faites aux fréquences en divisions successives par deux de 1 MHz à 0.488 KHz. L'impédance est l'équivalent pour le courant alternatif de la résistivité en courant continu. En raison des propriétés capacitives du tissu, le courant appliqué sur le tissu et la chute de tension créée ne sont pas en phase. L'impédance du tissu vivant est un nombre complexe soit par son module et sa phase, ou par sa partie réelle et sa partie imaginaire. Donc, ces mesures ont été tracées dans un plan complexe (réel-imaginaire) constituant ainsi le spectre d'impédance à partir duquel les caractéristiques (image) peuvent être calculées.		

### III.3 Les caractéristiques :

La figure III.11 représente les neurones après apprentissage de la SOM avec topologie rectangulaire : le Nombre d'exemples représentés par chacun des neurones et les positions des poids de neurones.

L'objectif de cette étape est de séparer les tissus gras (adipeux et les tissus conjonctifs) des quatre autres classes restant. Le problème est donc à deux classes et il est relativement simple. Les paramètres d'apprentissage sont comme suit :

Nombre d'itération de la phase de compétition 200	Nombre d'itération de la phase d'adaptation 400	Nombre d'apprentissage de la phase de compétition 0.2	Nombre d'apprentissage de la phase d'adaptation 0.01
---------------------------------------------------	-------------------------------------------------	-------------------------------------------------------	------------------------------------------------------

III.4.1 Résultats de la 1<sup>ère</sup> étape :

Dans un deuxième test l'objectif est de classer la classe Carcinoome contre les classes restantes.

La deuxième étape consiste à classer le groupe restant à quatre classes. L'objectif principal de cette base de données consiste à séparer la classe Carcinoome qui représente le cancer. Nous effectuons donc deux tests le premier est comme suit : la classe 1 : Glande mammaire, classe 2 : Mastopathie et Adenofibrome et la classe 3 : Carcinoome. Ce problème est rendu donc à 3 classes.

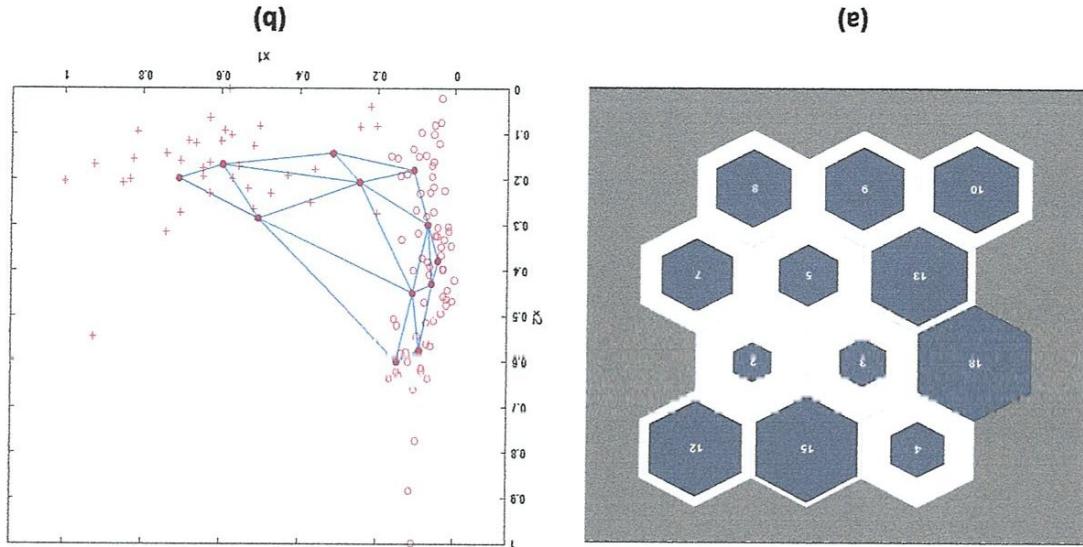
Dans la première étape, deux groupes de classe ont été considérés : les tissus gras (adipeux et les tissus conjonctifs) et les quatre autres classes pris ensemble. Le problème devient donc à deux classes.

Vu la difficulté de séparation des classes qui caractérisent généralement les données biomédicales, les auteurs de cette base de données ont suggéré pour la classification de ces données de procéder avec une approche hiérarchique à deux étapes :

#### III.4 Application sur la base de données : cancer du sein

(a) Nombre d'exemples représentés par chacun des neurones  
 (b) Positions des poids de neurones  
 topologie hexagonale :

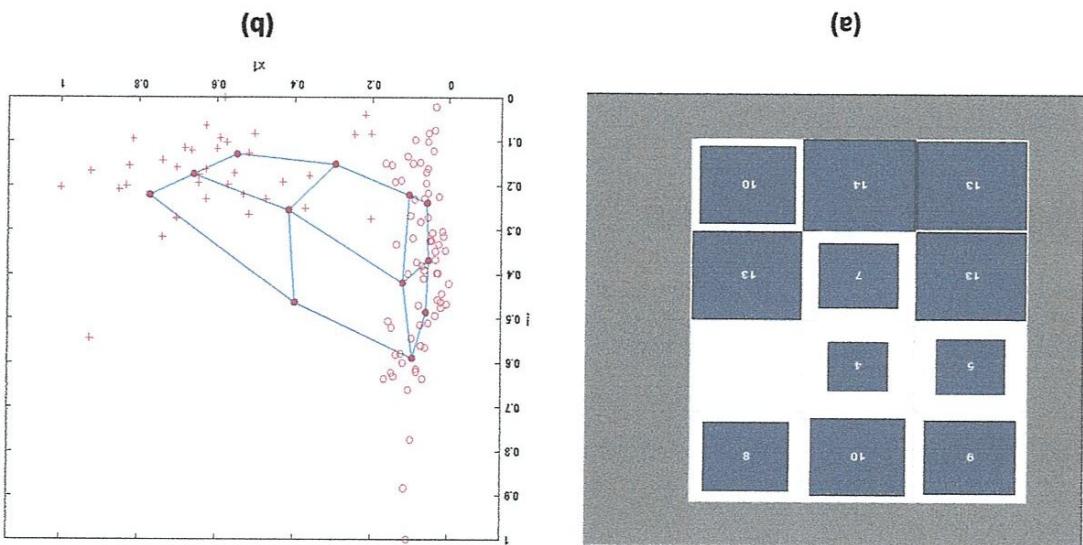
**Figure III.12 : Représentation des neurones après apprentissage de la SOM avec**



De même la figure III.12 représente les neurones après apprentissage de la SOM avec topologie hexagonale.

(a) Nombre d'exemples représentés par chacun des neurones  
 (b) Positions des poids de neurones  
 topologie rectangulaire :

**Figure III.11 : Représentation des neurones après apprentissage de la SOM avec**



## Types de topologie

Tableau III.1 : Résultats de la classification de la 1<sup>re</sup> étape obtenus avec les deux

	Topologie	Nombre de n	3*3	4*4	5*5	Rectangulaire	Hexagonale	99.0566	100	100	100	100

100% à partir de 3\*4 ou 4\*3 neurones.

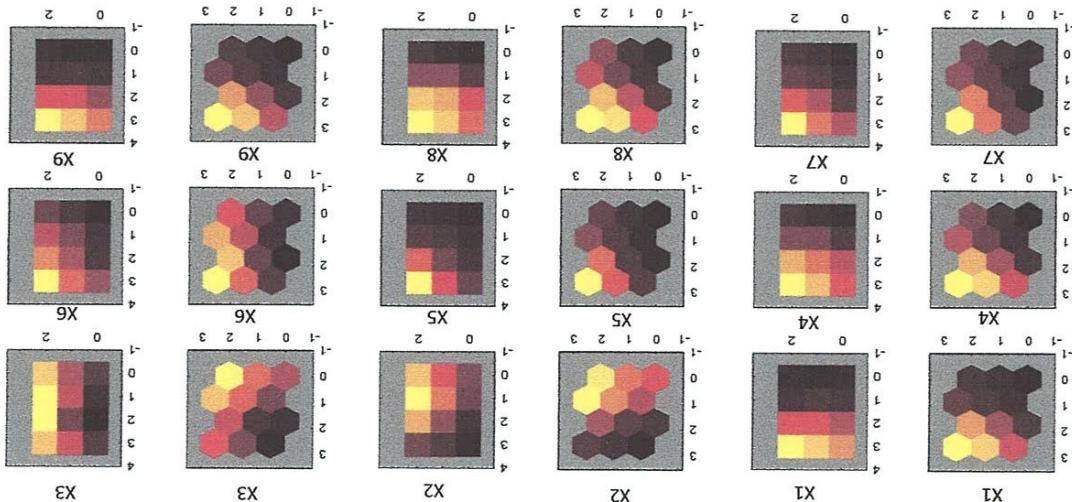
Nous constatons que la SOM a permis de classer les exemples de ce problème à neurones. Pour chaque type, nous effectuer plusieurs tests avec différents nombres de hexagonale. Pour chaque type, nous effectuer plusieurs tests avec deux types de topologie : rectangulaire et hexagonale.

Le tableau III.1 illustre les résultats obtenus avec les deux types de topologie : rectangulaire droite pour SOM avec topologie hexagonale et à gauche pour la SOM avec topologie rectangulaire droite pour SOM avec topologie hexagonale et à gauche pour les deux SOM. Pour chaque caractéristique à droite pour la SOM avec topologie rectangulaire

à droite pour la SOM avec topologie rectangulaire

Pour chaque caractéristique à gauche pour SOM avec topologie hexagonale et

Figure III.13 : Représentation des poids d'entrées pour les deux SOM



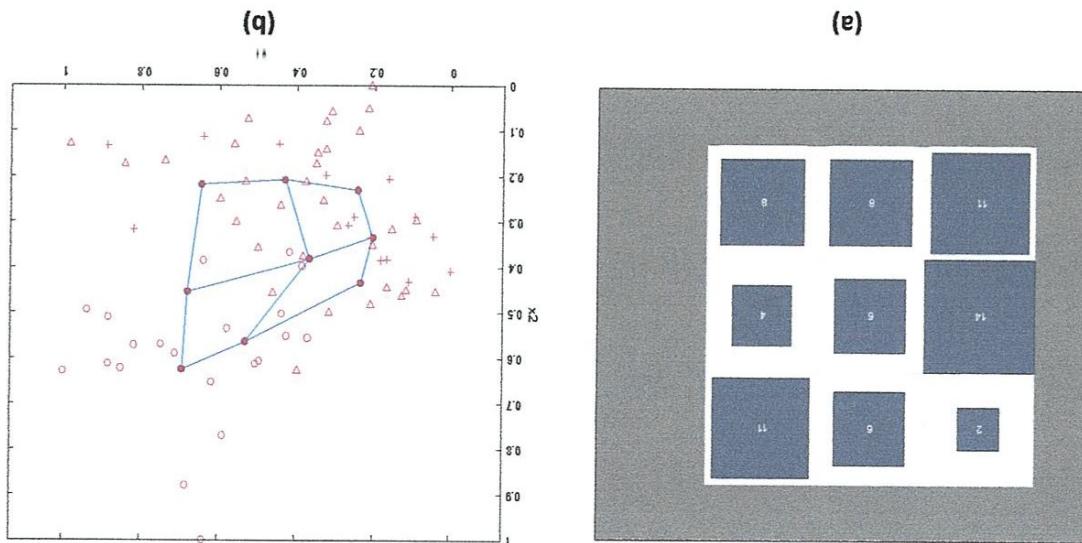
neurones.

Le tableau III.2 illustre les résultats obtenus avec les deux types de topologie : rectangulaire et hexagonal. Pour chaque type, nous effectuer plusieurs tests avec différents nombres de neurones.

**Figure III.14 :** Représentation des neurones après apprenantissage de la SOM avec topologie rectangulaire :

(a) Nombre d'exemples représentés par chacun des neurones et positions des poids des neurones

(b) Positions des poids des neurones



des poids des neurones.

La figure III.14 représente les neurones après apprenantissage de la SOM avec topologie rectangulaire : le Nombre d'exemples représentés par chacun des neurones et les positions

Les pas d'apprentissage des deux phases sont les mêmes du test précédent.

Nombre d'itération de la phase d'adaptation 600

Nombre d'itération de la phase de compétition 300

d'itérations comme suit :

Dans ce test : la classe 1 : Glande mammaire, classe 2 : Mastopathie et Adenofibrome et la classe 3 : Carcinoïde. Ce problème est rendu donc à 3 classes. Le problème est donc à trois classes et il est plus difficile du problème précédent. Nous augmentons le nombre

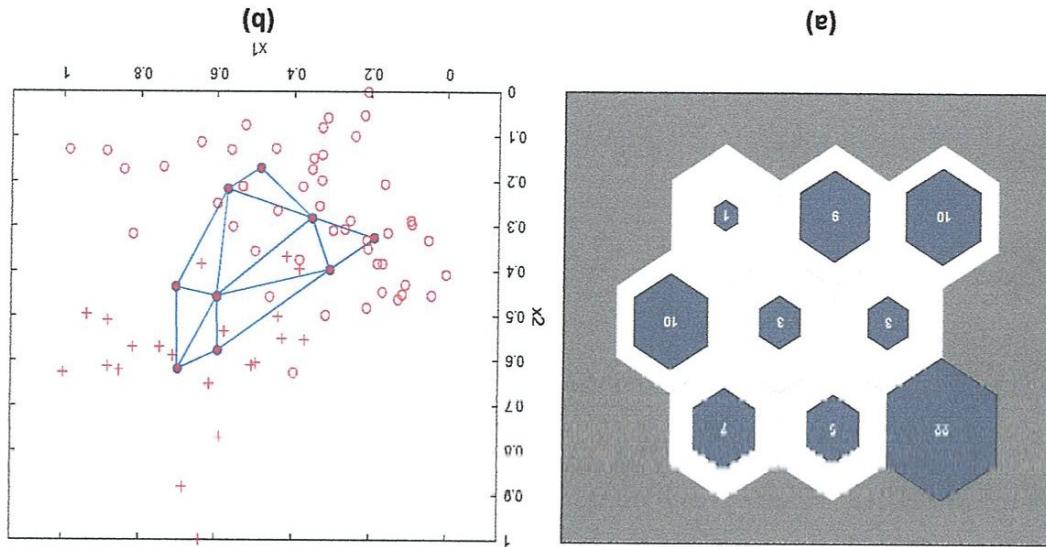
L'objectif de cette étape est de séparer le groupe restant à quatre classes selon deux façons :

### III.4.2 Résultats de la 2<sup>me</sup> étape :

a) 1<sup>er</sup> test

**Figure III.15 :** Représentation des neurones après apprentissage de la SOM avec topologie hexagonale :

(a) Nombre d'exemples représentés par chacun des neurones  
(b) Positions des poids de neurones



La figure III.15 représente les neurones après apprentissage de la SOM avec topologie hexagonale : le Nombre d'exemples représentés par chacun des neurones et les positions des poids de neurones.

Dans ce test : la classe 1 : Carcinoome, classe 2 : les classes restantes. Le problème est donc à 2 classes. Les paramètres d'apprentissage des deux phases sont les mêmes du test précédent.

### b) 2<sup>me</sup> test

Nous constatons que la SOM n'a pas permis de bien classer les exemples de ce problème même avec un grand nombre de neurones

**Tableau III.2 :** Résultats de la classification de la 2<sup>me</sup> étape (1<sup>er</sup> test) obtenus avec les deux types de topologie

Topologie	Nombre de n	Hexagonale				
		75.7143	80	81.4286	85.7143	88.5714
Rectangulaire	78.5714	80	84.2857	87.1429	90	

Dans cette section nous avons effectué la classification de la base de données cancer du sein. Nous avons réalisé cette classification en deux étapes de la même façon que les auteurs de cette base de données [5], [6] et [7]. Nous avons obtenu un résultat final de 92.86 % similaire des auteurs (obtenu avec les méthodes statistiques) avec une SOM de topologie hexagonale seulement 3\*3 neurones et avec une SOM de topologie rectangulaire avec 4\*4 neurones. Nous pouvons constater les bonnes capacités de la SOM.

### III.5 Conclusion

Tableau III.3: Résultats de la classification de la 2<sup>ème</sup> étape (2<sup>ème</sup> test) obtenus avec les deux types de topologie

Topologie	Nombre de n	3*3	4*4	5*5	6*6	7*7	Rectangulaire	Hexagonale
		92.8571	92.8571	94.2857	95.7143	97.1429	91.4286	91.4286
		94.2857	94.2857	94.2857	95.7143	95.7143	94.2857	95.7143

Le tableau III.3 illustre les résultats obtenus avec les deux types de topologie : rectangulaire et hexagonale. Pour chaque type, nous effectuer plusieurs tests avec différents nombres de neurones.

### Conclusion générale :

Dans ce travail nous avons étudié les cartes auto-organisatrices de Kohonen et leurs capacités d'analyse des données biomédicales. Nous avons appliquée ces cartes sur la base de données cancères qui se base sur l'influence des maladies sur la conduction électrique des tissus du sein. Cette base de données comporte 6 classes représentant des tissus normaux et des tissus pathologiques. Ces maladies sont : Mastopathie, Adenofibrome, Carcinome. Les deux premières sont des maladies bénignes tandis que la troisième est un cancer développé généralement sur la peau ou la muqueuse. L'objectif principal est donc de séparer les tissus représentant cette maladie des autres tissus. Pour ce faire et vu la difficulté de séparation des classes qui caractérise généralement les données biomédicales, les auteurs de cette base de données ont suggéré la classification de ces données avec une approche hiérarchique à deux étapes : Dans la première étape, deux groupes de classe ont été considérés : les tissus Gras (adipeux et les tissus conjonctifs) et les quatre autres classes pris ensemble. Dans la deuxième étape, il s'agit de séparer les tissus cancéreux (la classe V) des autres tissus. Nous avons eu le résultat final obtenu par les auteurs (en utilisant des méthodes statistique avec une SOM de topologie hexagonale avec seulement  $3 \times 3$  neurones et avec une SOM de topologie rectangulaire avec  $4 \times 4$  neurones. Ceci nous mène à constater les bonnes capacités de la SOM sur ce type donne.

## Bibliographie

- [1] B. Widrow and M. Hoff, Adaptive switching circuits, Convention Record, New York, 1960.
- [2] Bouyedda Houcine, classification automatique supervisée par les réseaux de neurones, mémoire de magister, Université de Guelma 2004.
- [3] D. Hebb, The Organization of Behavior, New York: Wiley, 1949.
- [4] ERIC Davalo et PATRICK Naim, Des réseaux de neurones, EYROLLES, 1993.
- [5] JE SILVA, JP Marques de Sá, Jossinet, Classification of Breast Tissue by Electrical Impedance Spectroscopy, Med & Bio Eng & Computing, 38:26-30, 2000.
- [6] J. Jossinet, Variability of impedance in normal and pathological breast tissue, Med. & Biol. Eng. & Comput, 34: 346-350, 1996.
- [7] J. Jossinet, The impedance of freshly excised human breast tissue, Physiol. Meas., 19, pp. 61-75, 1998.
- [8] Juhu Vesanto and Esa Alhoniemi, Clustering of the Self-Organizing Map, IEEE transactions on neural networks, toronto, vol. 11, no. 3, may 2000.
- [9] Haloui Adel, Reconnaissances de mots isolés arabes par hybridations de réseau de neurone, mémoire ingénierat, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis 2005.
- [10] Mohamed Nemissi, classification et reconnaissances des formes par algorithme hybride, thèse de doctorat, Université du Québec, 2009.
- [11] Nadia Benahmed, optimisation de réseau de neurones pour la reconnaissance de chiffres manuscrits isolés, thèse doctorat, université du Québec, 2002.
- [12] R.Zaiane, Principles of Knowledge Discovery in Databases, University of Alberta, fall 1999.
- [13] Taylor & Francis Group, Neural Networks for Applied Sciences and Engineering, 2006.
- [14] T. Kohonen, Self-Organized Formation of topologically correct features maps, Biological Cybernetics, 1988.