

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université 8Mai 1945 – Guelma
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Electrotechnique et Automatique

Réf:...../2019



MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du **diplôme** de **MASTER Académique**

Domaine : Sciences et Technologie

Filière : Automatique

Spécialité : Automatique et Informatique Industrielle

Par : DEBABGHA Ameer

Thème

**Les réseaux de Pétri couplé par des lois de fiabilité appliqués
aux études de la fiabilité d'un système hybride**

Soutenu publiquement, le 02 / 07 / 2019, devant le jury composé de :

M BABOURI Abdesselam	Professeur	Univ. Guelma	Président
Mme. BOUCERREDJ Leila	MCA	Univ. Guelma	Encadreur
M. BOUDJEHEM Badreddine	MCA	Univ. Guelma	Examinateur

Année Universitaire : 2018/2019

Remerciement

Nous tenons tout d'abord à remercier Dieu le tout puissant et miséricordieux, qui nous a donné la force et la patience d'accomplir ce Modeste travail.

En second lieu, nous tenons à remercier notre encadreur Mme. BOUCERREDJ Leila son précieux conseil et son aide durant toute la période du travail.

Nos vifs remerciements vont également aux membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à notre recherche en acceptant d'examiner notre travail Et de l'enrichir par leurs propositions.

Enfin, nous tenons également à remercier nos familles et nos amis qui par leurs prières et leurs encouragements, on a pu surmonter tous les obstacles ,et toutes les personnes qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

Sommaire

Résumé	01
Introduction générale	03
Chapitre I : Notions de fiabilité	
I.1.Introduction	05
I.2. Terminologie de la sûreté de fonctionnement	05
I.2.1. Fiabilité	06
I.2.1.1. La fiabilité opérationnelle	07
I.2.1.2. La fiabilité prévisionnelle	07
I.2.2. Maintenabilité	08
I.2.3. Disponibilité	08
I.2.4. Sécurité	08
I.3. Etude de la fiabilité	08
I.3.1. Quelques définitions	08
I.3.1.1. Défaut	08
I.3.1.2. Défaillance	09
I.3.1.3. Panne	09
I.3.2. Taux de défaillance $\lambda(t)$	09
I.3.3. Taux de réparation $\mu(t)$	09
I.3.4. MTBF (Mean Time between Failures)	09
I.3.5. MTTF (Mean Time to Failure)	10
I.3.6. MUT (Mean Up Time)	10
I.3.7. MTTR (Mean Time to Repair)	10
I.4. Courbe en baignoire	10
I.5. Les modèles pour le calcul de la fiabilité	11
I.5.1. Modèle combinatoire	11
I.5.2. Modèle Markovien	12
I.5.3. Modèle basé sur les réseaux de Pétri	12
I.6. Méthodes d'évaluation de la fiabilité	13

I.6.1. Arbre de défaillance	13
I.6.2. Bloc-diagramme de Fiabilité(BDF)	14
I.7. Différentes lois utilisées dans le calcul de la fiabilité	15
I.7.1. Loi binomiale	15
1.7.2. Loi de Poisson	16
I.7.3. Loi de survie	16
1.7.4. Loi de Weibull	16
I.7.5. Loi Exponentielle	17
I.7.6. Loi Normale (Laplace-Gauss)	18
1.7.7. Loi Log-Normale	19
1.7.8. Lois Gamma (loi d'Erlang)	19
I.7.9. Banque de données de fiabilité et taux de défaillance	19
I.7.9.1. Cas de composants électroniques	20
I.7.9.2. Cas de composant non électronique	20
I.8. Conclusion	21

Chapitre II : Systèmes dynamiques hybrides

II.1. Introduction	22
II.2. Dynamique des systèmes	22
II.2.1. Systèmes continus	23
II.2.2. Systèmes à événements discrets	23
II.2.3. L'interface	24
II.2.4. Systèmes dynamiques hybrides	25
II.3. Modélisation des Systèmes Dynamiques Hybrides	27
II.3.1. Outils de modélisation des Systèmes à Evénements Discrets	27
II.3.1.1. Les modèles logiques	27
II.3.1.2. Les modèles temporisés	29
II.3.2. Approche de modélisation continue	29

II.3.3. Outils de modélisation des Systèmes Dynamiques Hybrides	31
II.3.3.1. Les automates hybrides	31
II.3.3.2. Réseaux de Petri hybrides	32
II.4 Conclusion	33

Chapitre III : Les réseaux de Petri pour l'étude de la fiabilité

II.1. Introduction	34
III.2. Définition des réseaux de Petri	34
III.2.1. L'aspect structurel	35
III.2.2. L'aspect comportemental	38
III.3. Réseaux particuliers	40
III.3.1. Graphe d'états	40
III.3.2. Les réseaux sans conflits	40
III.3.3. Les réseaux purs	41
III.4. Les réseaux de Petri temporisés	42
III.5. Les réseaux de Petri temporels	42
III.5.1. Définitions	42
III.5.2. Fonctionnement	43
III.6. Les réseaux de Petri hybrides	43
III.7. Les réseaux de Petri stochastiques couplé par des lois de fiabilité	45
III.8. Conclusion	46

Chapitre IV : Application

IV.1. Introduction	47
IV.2. Système étudié	47
IV.3. Mesures de la fiabilité	49
IV.3.1. Organigramme de simulation	50

IV.3.2. Modélisation du système étudié par le logiciel GreatSPN Editor	51
IV.4. Analyse qualitative	51
IV.4.1. Modélisation	52
IV.4.2. Recherche des scénarios redoutés	53
IV.4.3. Analyse quantitative	57
IV.5. Conclusion	60
Conclusion générale	61
Références bibliographiques	

List des figures

Chapitre I. Notions de Fiabilité

Figure I.1 : Notion de SdF en fonction du temps

Figure I. 2 : Tracé de la courbe en baignoire.

Figure I. 3 : Exemple d'un réseau de Pétri

Figure I. 4 : Exemple d'un arbre de défaillance

Figure I. 5 : BDF Générique

Figure I. 6 : Différentes formes de $R(t)$.

Figure I. 7 : Tracé de la fonction $F(x)$.

Figure I. 8 : Tracé de la fonction $f(x)$.

Chapitre II. Systèmes dynamiques hybrides

Figure II.1. Chronogramme de l'évolution de l'état d'une vanne.

Figure II.2. Structure du système dynamique hybride.

Figure II.3. Exemple de bac.

Figure II.4. Modèle à événements discrets correspondant au système bac.

Figure II.5. Exemple d'automate hybride

Figure II.6. Modèle de RdP hybride d'un système de fabrication par lots.

Chapitre III. Généralité sur les réseaux de Petri

Figure III.1: Réseau de Petri simple

Figure III.2 : Réseau de Petri marqué

Figure III.3 : Graphe d'états ou pas.

Figure III.4 : Conflit ou pas

Figure III.5: RDP impur

Figure III. 6 : a- RdP T-temporisé. b- Graphe des marquages correspondant.

Figure III. 7 : Exemple d'un modèle RdPS couplé par des lois de fiabilité pour la défaillance et la réparation d'un composant.

Chapitre IV. Application

Figure IV.1 : Cas d'application.

Figure IV.2 : Principe de modélisation par le model RdPS couplé par des lois de fiabilité d'un composant électronique.

Figure IV.3 : Algorithme de simulation

Figure VI.4 : Logiciel de simulation Great SPN Editor 2.0.

Figure IV.5 : modèle du cas d'application par RdPS couplé par des lois de fiabilité.

Figure VI. 6 : scénario 1.

Figure VI. 7 : scénario 2.

Figure VI. 8 : scénario 3.

Figure VI. 9 : scénario 4.

Figure IV.10: Organigramme pour la mesure quantitative de la fiabilité.

Figure IV.11 : Densité de probabilité de scénario redouté.

Figure IV.12 : la fiabilité des compensent du système.

List des tableaux

Tableau 1 : description de modèle RdP de cas d'application.

Tableau 2 : Taux de défaillance des composants qui mène le système à l'état de défaillance.

Tableau 3 : les valeurs de la fiabilité des composants du système à 2000 H.

Tableau 4 : les valeurs de la fiabilité des composants du système à 1000 H.

Résumé

Les systèmes dynamiques hybrides ont une grande importance dans plusieurs secteurs industriels, ainsi que dans beaucoup d'autres activités humaines. Le but de ce travail est l'évaluation de la fiabilité d'un système dynamique hybride.

L'évaluation de la fiabilité du système est dépendante de l'évaluation fonctionnelle et devient impossible avec les méthodes traditionnelles de la fiabilité. Pour surmonter ces difficultés, on a choisi une approche basée les Réseaux de Pétri Stochastiques (RdPS) couplé par des lois de fiabilité qui est largement connus dans la modélisation et l'analyse du système dynamique hybride ainsi que dans les études de la fiabilité. Les RdPS est la seule qui permet d'analyser le comportement fonctionnel/dysfonctionnel et l'aspect dynamique du système.

Mots-clés : Système dynamique hybride, sûreté de fonctionnement, fiabilité, réseau de Pétri, loi de fiabilité, approche hybride de fiabilité.

Abstract

Hybrid dynamic systems are of great importance in many industrial sectors, as well as in many other human activities. The purpose of this work is the evaluation of the reliability of a hybrid dynamic system.

The evaluation of the reliability of the system is dependent on the functional evaluation and becomes impossible with the traditional methods of reliability. To overcome these difficulties, we chose a Stochastic Petri Nets (SPNs) based approach coupled with reliability laws that is widely known in hybrid dynamic system modeling and analysis as well as in reliability studies. The SPNs is the only one that can analyze the functional / dysfunctional behavior and the dynamic aspect of the system.

Keywords: Hybrid dynamic system, dependability, reliability, Petri net, reliability law, hybrid reliability approach.

ملخص

تتمتع الأنظمة الديناميكية الهجينة بأهمية كبيرة في العديد من القطاعات الصناعية ، وكذلك في العديد من الأنشطة البشرية الأخرى. الغرض من هذا العمل هو تقييم موثوقية النظام الديناميكي الهجين.

يعتمد تقييم موثوقية النظام على التقييم الوظيفي ويصبح مستحيلًا باستخدام الطرق التقليدية للموثوقية. للتغلب على هذه الصعوبات ، اخترنا مقارنة تستند على شبكات بيتري مقرونة بقوانين الموثوقية المعروفة على نطاق واسع في نمذجة وتحليل النظم الديناميكية الهجينة وكذلك في دراسات الموثوقية. تعد شبكات بيتري العشوائية هي الوحيدة التي تمكننا من تحليل السلوك الوظيفي / المختل وظيفيًا والجانب الديناميكي للنظام.

الكلمات المفتاحية: النظام الديناميكي الهجين ، أمنية التشغيل، الموثوقية ، شبكات بتري ، قانون الموثوقية ، نهج الموثوقية الهجين.

Introduction générale

Introduction générale

La migration des composants analogiques vers les composants numériques dans les systèmes dynamique hybride a accru la complexité des systèmes. Dans ce système moderne, la fiabilité est l'aspect le plus important de la qualité du système, afin de garantir son comportement fonctionnel. La plupart des pannes critiques sont générées par les interactions entre les sous-systèmes, implémentées dans différentes technologies, qui sont basées sur les disciplines de l'ingénierie mécanique, de l'ingénierie électrique et des technologies de l'information ... Par conséquent, l'analyse de la fiabilité est l'un des problèmes importants des systèmes dynamiques hybrides modernes, généralement des systèmes intelligents, tels que ceux contrôlés par des ordinateurs, deviennent extrêmement difficiles. Les systèmes n'ayant pas d'interconnexions simples sont appelés systèmes complexes et hybrides. La fiabilité d'un système reflète le degré de confiance de l'utilisateur dans ce système. La sûreté de fonctionnement couvre les attributs des systèmes associés que sont la fiabilité, la disponibilité et la sécurité. Celles-ci sont toutes interdépendantes. Des systèmes non fiables peuvent entraîner une perte d'informations avec un coût de récupération élevé. Les coûts d'une défaillance système peuvent être très élevés si cette défaillance entraîne des pertes économiques ou des dommages physiques.

Ce mémoire comporte quatre chapitres :

Dans le premier chapitre, nous exposons les terminologies relatives de la sûreté de fonctionnement et des généralités sur la fiabilité les lois associées pour les différents types des composants ainsi que les principaux mécanismes de défaillance.

Le deuxième chapitre présente des généralités sur les systèmes dynamiques hybrides et les différents outils de modélisation.

Le troisième chapitre est consacré pour l'étude des différents types des réseaux de Petri qui sont un outil approprié pour la modélisation fonctionnel et dysfonctionnel et pour l'évaluation de la fiabilité des systèmes dynamiques hybrides modernes notamment les systèmes contrôlés par ordinateur.

Dans le quatrième chapitre en présente le cas d'application sur la quelle en applique le model et l'approche retenue pour l'étude de la fiabilité d'un système dynamique hybride moderne.

Dans la dernière partie une conclusion générale précise les apports de la méthode utilisée et des perspectives de recherche sont proposées.

Chapitre I

Notions de Fiabilité

I.1.Introduction

Le concept de fiabilité est de plus en plus utilisé dans le monde scientifique et technique[1]. Il est souvent utilisé pour évaluer la durée de vie d'un composant, d'un système simple ou complexe. Un exemple concret d'un système complexe est un système dynamique hybride moderne. Ce dernier est considéré comme un système à haute disponibilité car la durée moyenne des coupures de service éprouvée par consommateur n'est que de quelques heures par année.

En fonction de la complexité du système, on peut diviser les méthodes de calcul de fiabilité en méthodes qui donnent des résultats exacts et des méthodes qui donnent des résultats approchés [2]. D'autre part, il faut bien sûr être vigilant à ne pas réduire trop rapidement un problème de fiabilité à des calculs bruts de probabilité et de statistique et de se rappeler en permanence que ces nombres en question traduisent une réalité physique et technologique vaste et complexe [3].

Dans cette première partie, nous présentons tout d'abord la notion de sûreté de fonctionnement, ensuite nous allons voir les différentes méthodes existantes dans la littérature pour mesurer ou estimer la fiabilité.

I.2. Terminologie de la sûreté de fonctionnement

La fiabilité est une des composantes de la sûreté de fonctionnement (SdF). Elle peut être définie comme "la science des défaillances" [3]. La sûreté de fonctionnement « Dependability en anglais » est l'ensemble des aptitudes d'un bien qui lui permettent de remplir sa fonction au moment voulu pendant la durée prévue, sans dommage pour lui-même et son environnement.

On peut définir les quatre grandeurs de la SdF :

- ✚ **La fiabilité** « reliability » qui mesure la continuité de service ;
- ✚ **La maintenabilité** « maintainability » qui est l'aptitude aux réparations et aux évolutions ;
- ✚ **La disponibilité** « availability » qui est le fait d'être prêt à l'utilisation ;
- ✚ **La sécurité** « safety » qui est l'absence de conséquences catastrophiques pour l'environnement.

La relation entre ces derniers peut être représentée dans la figure au-dessous :

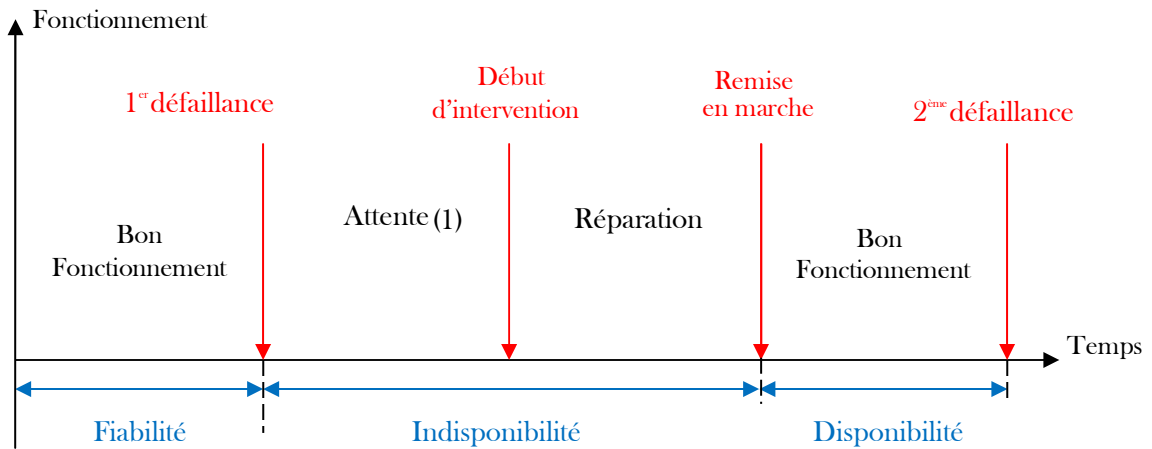


Figure I.1 : Notion de SdF en fonction du temps

(1) Temps de détection de la panne, puis temps de réparation de l'intervenant.

Le développement d'un système sûr de fonctionnement repose sur l'utilisation combinée de plusieurs moyens :

- ✚ **La prévention des fautes** qui sert à empêcher l'occurrence ou l'introduction de fautes ;
- ✚ **La tolérance aux fautes** qui sert à fournir un service même en présence de fautes ;
- ✚ **L'élimination des fautes** qui sert à réduire le nombre et la sévérité des fautes ;
- ✚ **La prévision des fautes** qui sert à estimer la présence, le taux futur et les conséquences possibles des fautes.

I.2.1. Fiabilité

Le terme « Fiabilité », est un néologisme introduit dans les années 60 pour traduire le terme Anglo-Saxon « Reliability » [4]. Selon la Commission Electrotechnique International (C.E.I), la fiabilité est définie comme « l'aptitude d'un dispositif à accomplir une fonction requise, dans des conditions données, pendant une durée donnée ». L'évaluation ou le calcul de la fiabilité d'un composant ou système peut s'effectuer dans différents stades, allons de la conception (prédire la fiabilité pour répondre à un cahier des charges), passant par la fabrication et terminant par l'exploitation de ce composant ou système.

De manière globale, la fiabilité d'un système est liée à ses caractéristiques intrinsèques, au mode d'utilisation et à son environnement. De cet aspect global, il est possible de définir deux types de fiabilité :

I.2.1.1. La fiabilité opérationnelle

Elle résulte de l'observation et de l'analyse du comportement d'un certain nombre de dispositifs identiques, en conditions de fonctionnement réelles. En d'autres termes, il s'agit d'un traitement statistique d'un retour d'expérience. La probabilité moyenne issue de ce retour d'expérience n'a de sens qu'en considérant un nombre important de dispositifs. La fiabilité opérationnelle est donc définie par :

$$R(t) = \frac{\text{nombre moyen d'entités non défectueuses à l'instant } t}{\text{nombre total d'entités}} \quad (\text{I.1})$$

Le système est supposé être sans défaillance à $t = 0$, on parle alors de système "cohérent".

I.2.1.2. La fiabilité prévisionnelle

Elle estime la fiabilité future d'un système à partir de considérations sur la conception du système et la fiabilité opérationnelle (supposée connue) de ses composants. Cette estimation repose très souvent sur l'évaluation du "taux de défaillance" probable et du "temps moyen de non défaillance".

Mathématiquement la fiabilité nommée $R(t)$ d'un système S est donnée comme suit :

$$R(t) = \text{Probabilité}(S \text{ non défaillant sur } [0, t]) \quad (\text{I.2})$$

On notera $F(t)$, la fonction définie par $F(t) = 1 - R(t)$; c'est la probabilité complémentaire (ou événement contraire). Donc $F(t)$ est la probabilité de défaillance à l'instant t . Cette fonction est caractérisée par un taux de défaillance $\lambda(t)$ (inverse du temps moyen de bon fonctionnement MTBF) [5].

I.2.2. Maintenabilité

La maintenabilité est la probabilité pour qu'une opération donnée de maintenance active puisse être effectuée pendant un intervalle de temps donnée $[t_1, t_2]$, [6], [7] :

$$M(t) = P\{\text{système est réparé sur l'intervalle}[0, t]\} \quad (\text{I.3})$$

Cette fonction est caractérisée par un taux de réparation $\mu(t)$, (inverse du temps moyen de réparation MTTR).

I.2.3. Disponibilité

La disponibilité est la probabilité pour qu'une entité soit en état d'accomplir une fonction requise dans des conditions données à instant t , en supposant que la fourniture des moyens extérieurs nécessaires est assurée. On la note $D(t)$ ou $A(t)$. C'est la traduction du nom anglais : Availability [5].

$$D(t) = P\{\text{Systeme non défaillant a l'instant } t\} \quad (\text{I.4})$$

Le fonctionnement à l'instant t ne nécessite pas forcément le fonctionnement sur $[0, t]$, pour un système réparable ; c'est là que se situe la différence fondamentale avec la fiabilité.

I.2.4. Sécurité

La sécurité est l'aptitude d'une entité à ne pas conduire à des accidents inacceptables. Plus précisément, la sécurité est l'aptitude d'un produit à respecter, pendant toutes les phases de vie, un niveau acceptable de risques d'accident susceptible de causer une agression du personnel ou une dégradation majeure du produit ou de son environnement.

I.3. Etude de la fiabilité

Avant d'entamer l'étude et l'évaluation de la fiabilité, il est nécessaire de rappeler quelques définitions, tels que taux de défaillance, MTBF et MTTF...etc.

I.3.1. Quelques définitions

Dans un premier temps, on va donner quelques définitions afin de comprendre comment calculer la fiabilité.

I.3.1.1. Défaut

Un défaut est tout écart entre la caractéristique observée sur le dispositif et la caractéristique de référence lorsque celui-ci est en dehors des spécifications requises.

I.3.1.2. Défaillance

D'après la norme AFNOR 60010X : une défaillance est l'altération ou la cessation de l'aptitude d'un ensemble à accomplir sa ou ses fonctions requises avec les performances définies dans les spécifications techniques [8].

I.3.1.3. Panne

Une panne est l'incapacité d'un dispositif à accomplir une fonction requise. Dès l'apparition d'une défaillance, caractérisée par la cessation du dispositif à accomplir sa fonction, le dispositif sera déclaré en panne. Par conséquent, une panne résulte toujours d'une défaillance.

Les pannes sont classifiées d'une façon similaire aux défaillances. Cependant il existe une classification particulière aux pannes : panne intermittente et panne fugitive.

I.3.2. Taux de défaillance $\lambda(t)$

Le taux de défaillance d'un composant est une fonction du temps. Il donne une fréquence d'occurrence instantanée de défaillance pour un intervalle de temps très court. Cette fréquence d'occurrence instantanée augmente généralement avec le temps [2].

La probabilité pour qu'un système défaille à un instant donné t peut être représentée par la loi exponentielle. Le taux de défaillance de chaque composant est représenté par une constante strictement positive $\lambda(t) = \lambda$ pour tout $t > 0$:

$$R(t) = 1 - e^{-\lambda t} \quad (\text{I.5})$$

I.3.3. Taux de réparation $\mu(t)$

Le taux de réparation s'obtient par la relation suivante :

$$\mu(t) = \frac{1}{\text{MTTR}} \quad (\text{I.6})$$

Le taux de réparation indique l'aptitude d'un bien à être dépanné et/ou réparé. Dans le cas où il est constant la fonction de maintenabilité est :

$$M(t) = 1 - e^{-\mu t} \quad (\text{I.7})$$

I.3.4. MTBF (Mean Time between Failures)

Représente le temps moyen entre deux défaillances, il est calculé en inversant le taux de défaillance λ :

$$MTBF = \frac{1}{\lambda} \quad (\text{I.8})$$

Il est aussi appelé « indicateur de fiabilité », puisqu'il donne l'image de la qualité du comportement des systèmes [5].

I.3.5. MTTF (Mean Time to Failure)

C'est le temps moyen de fonctionnement jusqu'à l'occurrence de la première défaillance :

$$MTTF = \int_0^{\infty} R(t)dt \quad (I.9)$$

I.3.6. MUT (Mean Up Time)

Il mesure la moyenne des temps de bon fonctionnement après réparation. On note que :

$$MTBF = MTTR + MUT \quad (I.10)$$

I.3.7. MTTR (Mean Time to Repair)

Il mesure le temps moyen de réparation. Il est donné par:

$$MTTR = \int_0^{\infty} [1 - M(t)]dt = \frac{1}{\mu} \quad (I.11)$$

I.4. Courbe en baignoire

Lorsque l'on dispose d'un nombre important de composants ou d'équipements identiques, on peut faire des relevés de la durée de vie moyenne de ces composants.

Au début de la vie du composant, on constate une mortalité assez élevée, le taux de mortalité décroît assez rapidement lorsque le composant a franchi avec succès les dangers de sa jeune vie.

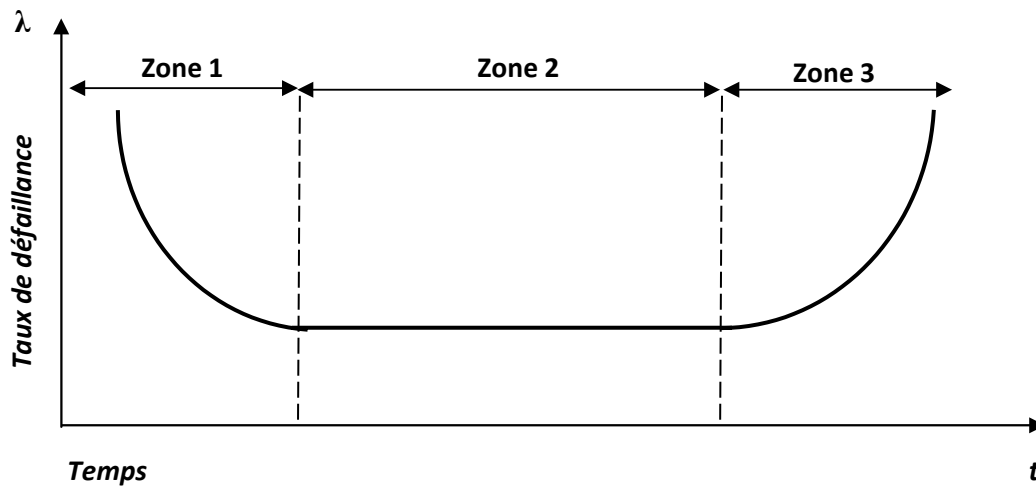


Figure I. 2 : Tracé de la courbe en baignoire.

Dans différents domaines, cette "loi" est assez générale. Si on reporte le taux de mortalité en fonction de l'âge du composant, on obtient une courbe en baignoire. Cette courbe exprime l'évolution du taux de défaillance tout au long de la durée de vie d'un composant ou système, elle est composée de trois zones :

✚ Zone 1 : période de défaillance précoce :

C'est la période au début de la vie d'un dispositif commençant à un instant donné et pendant laquelle le taux de défaillance décroît rapidement en comparaison du taux de défaillance de la période suivante. En pratique, cela correspond au « déverminage » pour les systèmes électroniques, les défaillances qui apparaissent dans cette période sont appelées des défaillances précoces ou de jeunesse.

✚ Zone 2 : période de défaillance à taux constant :

C'est la période éventuelle de la vie d'un dispositif pendant laquelle les défaillances apparaissent avec un taux sensiblement constant. En électronique, elle est appelée durée de vie utile. Les défaillances apparaissent sur cette période de façon aléatoire. Les défaillances qui apparaissent, dans cette période, sont appelées des défaillances à taux constant.

✚ Zone 3 : période de défaillance d'usure :

C'est la période éventuelle de la vie d'un dispositif pendant laquelle le taux de défaillance augmente rapidement en comparaison de la période précédente. Les défaillances qui apparaissent dans cette période sont appelées des défaillances par usure et sont liées aux modes de vieillissement des matériaux et de dégradation des dispositifs.

I.5. Les modèles pour le calcul de la fiabilité

Pour calculer la fiabilité d'un système on doit en premier lieu définir un modèle. Ce modèle doit définir les paramètres de performance des composants logiciels et/ou matériels du système (tels que les taux de défaillance), le niveau et le type de la redondance si elle existe, ainsi que les hypothèses de défaillance.

Il existe dans la littérature plusieurs modèles de fiabilité. Les modèles les plus utilisés sont : les modèles combinatoires [9], les modèles basés sur les chaînes de Markov, les modèles basés sur les réseaux de Pétri [10]. Nous les présentons dans les paragraphes suivants.

I.5.1. Modèle combinatoire

Généralement, ces modèles utilisent la théorie des graphes pour représenter graphiquement (par un graphe orienté) toutes les combinaisons d'événements élémentaires qui peuvent causer la

défaillance d'un système. À chaque nœud son prédécesseur du graphe, qui représente un événement élémentaire, est associé un ensemble de paramètres de performance, telle que la probabilité de son apparition. La fiabilité de ce système est calculée à partir d'une analyse quantitative de chaque graphe.

Les deux modèles les plus fréquemment utilisés sont le diagramme de blocs et l'arbre de fautes. Par exemple, l'arbre de fautes est constitué de plusieurs niveaux, où chaque nœud d'un niveau supérieur représente une combinaison de deux ou plusieurs événements liés aux nœuds de niveau inférieur. Les feuilles de l'arbre représentent les événements élémentaires qui peuvent causer la défaillance d'un système et la racine de l'arbre représente l'événement de défaillance du système. Donc, la probabilité que le système défaille est la probabilité d'atteindre la racine de l'arbre à partir de ses feuilles. Les modèles combinatoires sont faciles à comprendre, mais il n'est pas facile de représenter le comportement non indépendant des événements, au sens probabiliste.

I.5.2. Modèle Markovien

Les chaînes de Markov permettent de modéliser le comportement dynamique d'un système par un graphe d'états, qui représente tous les états du système et les transitions possibles entre ces états. Les transitions sont pondérées par des probabilités suivant des lois exponentielles. Le calcul de la fiabilité d'un système peut être effectué grâce à des méthodes de résolution numérique ou par simulation. À la différence des modèles combinatoires les chaînes de Markov permettent la modélisation des événements non indépendants et aussi des événements de réparation des composants du système. Cependant, l'espace d'état peut grossir exponentiellement avec le nombre de composants d'un système, d'où des problèmes algorithmiques pour calculer la fiabilité.

I.5.3. Modèle basé sur les réseaux de Pétri

Le comportement dynamique d'un système est ici représenté par un ensemble d'états, de jetons et de transitions. À la différence des modèles combinatoires, les transitions peuvent être associées à n'importe quel type de loi probabiliste. Les réseaux de Pétri peuvent être utilisés pour générer des chaînes de Markov. En plus, ils peuvent être utilisés facilement pour représenter les caractéristiques des systèmes concurrents, tels que la synchronisation et le partage des ressources, et aussi pour valider des propriétés d'un système, telle que l'absence de blocage. Le calcul de la

fiabilité est basé sur la simulation [2]. Le but de la simulation est d'appliquer à un système un ensemble de tests aléatoires, et d'utiliser ensuite les résultats de ces tests pour calculer la fiabilité de ce système.

Cependant, la précision de ce calcul dépend du choix de l'ensemble de tests et augmente avec la durée de la simulation. Or la procédure de production des tests introduit toujours un biais, qui est difficile à mesurer.

- **Exemple :**

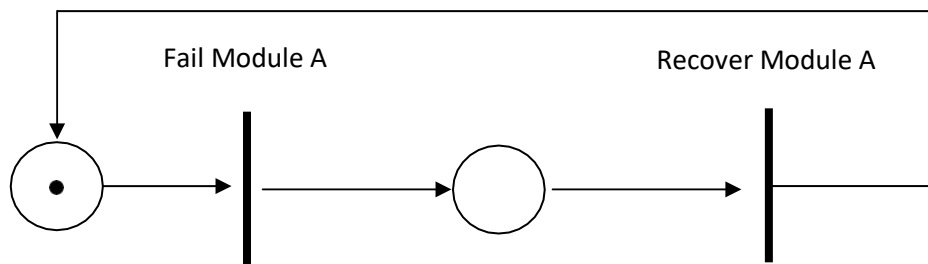


Figure I. 3 : Exemple d'un réseau de Pétri

I.6. Méthodes d'évaluation de la fiabilité

Dans la littérature, il existe plusieurs techniques pour évaluer la fiabilité des systèmes, les techniques les plus utilisées sont :

I.6.1. Arbre de défaillance

Les arbres de défaillances modélisent l'ensemble des combinaisons d'événements qui conduisent à un événement redouté. Par définition, L'arbre de défaillance est une représentation graphique de type arbre généalogique. Il représente une démarche d'analyse d'événement. L'arbre de défaillance est construit en recherchant l'ensemble des événements élémentaires ou les combinaisons d'événements, qui conduisent à un Evénement Redouté (ER).

L'objectif est de suivre une logique déductive en partant d'un Evénement Redouté pour déterminer de manière exhaustive l'ensemble de ses causes jusqu'aux plus élémentaires.

- Exemple :

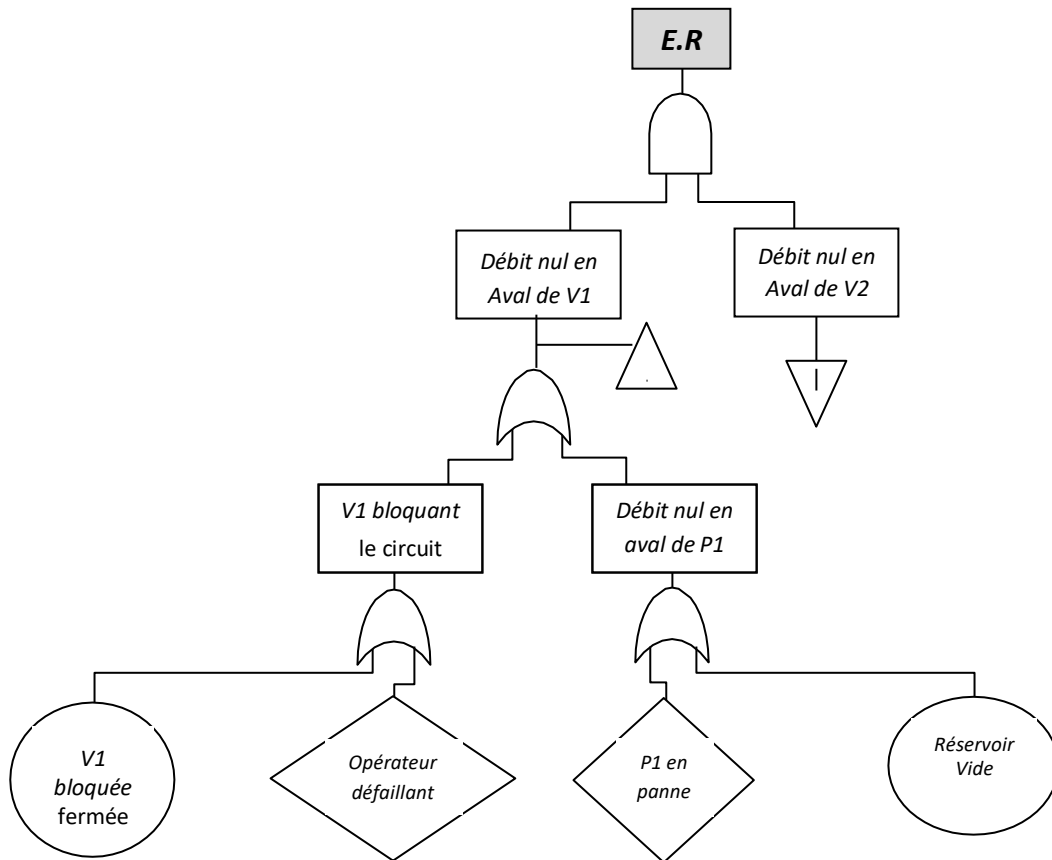
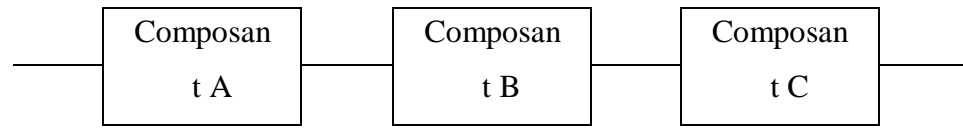


Figure I. 4 : Exemple d'un arbre de défaillance

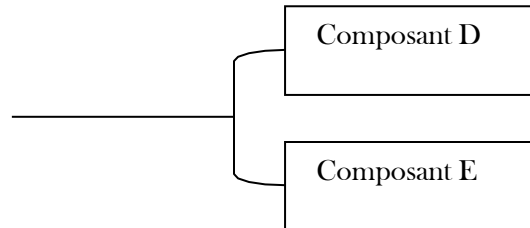
I.6.2. Bloc-diagramme de Fiabilité(BDF)

Un BDF est un graphe orienté (N, E), dont chaque sommet de N est un bloc représentant un composant du système et chaque arc de E est un lien de causalité (dépendance) entre deux blocs. Dans tout BDF, deux blocs particuliers sont identifiés : ceux sont sa source S et sa destination D. Un BDF représente un système et il est utilisé pour calculer la fiabilité : un BDF est opérationnel si et seulement si, il existe au moins un chemin opérationnel de S à D. Un chemin est opérationnel si et seulement si, tous les blocs de ce chemin sont opérationnels. La probabilité qu'un bloc soit opérationnel est sa fiabilité. Par construction, la probabilité qu'un BDF soit opérationnel est donc égale à la fiabilité du système qu'il représente.

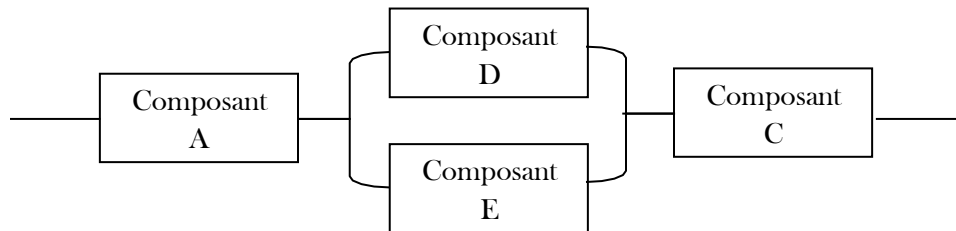
Quand le BDF est construit, on distingue trois types de système : série, parallèle ou série parallèle (Mixte).



System Série



System Parallèle



System Mixte

Figure I. 5 : BDF Générique

I.7. Différentes lois utilisées dans le calcul de la fiabilité

Dans cette partie on présente les principales lois de probabilité utilisées pour le calcul de la fiabilité d'un système.

I.7.1. Loi binomiale

Soit une défaillance D avec sa probabilité de survenir P, la probabilité d'apparaître k défaillances en N essais est :

$$P(x = k) = C_B^k P^k (1 - P)^{n-k} \quad (I.12)$$

1.7.2. Loi de Poisson

La probabilité qu'une panne survienne n fois dans le temps t est donnée par :

$$P(n, t) = \frac{e^{-\lambda t} (\lambda t)^n}{n!} \quad (\text{I.13})$$

1.7.3. Loi de survie

La fiabilité ou la probabilité de survie est donnée comme suit :

$$R(t) = \frac{N(t)}{N(0)} \quad (\text{I.14})$$

Avec

$N(t)$: le nombre de survivants à la fin de la période t.

$N(0)$: le nombre de matériels mis en service.

Le taux de défaillance est :

$$\lambda(t) = \frac{N(t-1) - N(t)}{N(t-1)} \quad (\text{I.15})$$

Le facteur de fiabilité MTBF est :

$$MTBF = \sum_{T=1}^{\infty} \frac{N(t)}{N(0)} = \sum_{t=1}^{\infty} R(t) \quad (\text{I.16})$$

1.7.4. Loi de Weibull

C'est un modèle particulièrement bien adapté à l'étude statistique des défaillances [5], Weibull a donné le taux d'avarie $Z(t)$ une formule générale dépendant de trois paramètres : η , β et γ , la densité de probabilité pour la distribution de Weibull est :

$$f(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}} \quad (\text{I.17})$$

La probabilité d'avarie cumulée au temps de 0 à t :

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}} \quad (\text{I.18})$$

La fonction de fiabilité est :

$$R(t) = 1 - F(t) = e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}} \quad (\text{I.19})$$

Le taux de défaillance est :

$$\lambda(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1} \quad (I.20)$$

Et le MTBF :

$$MTBF = \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)\eta + \gamma \quad (I.21)$$

Pour la fonction de R(t) on distingue trois allures de graphe :

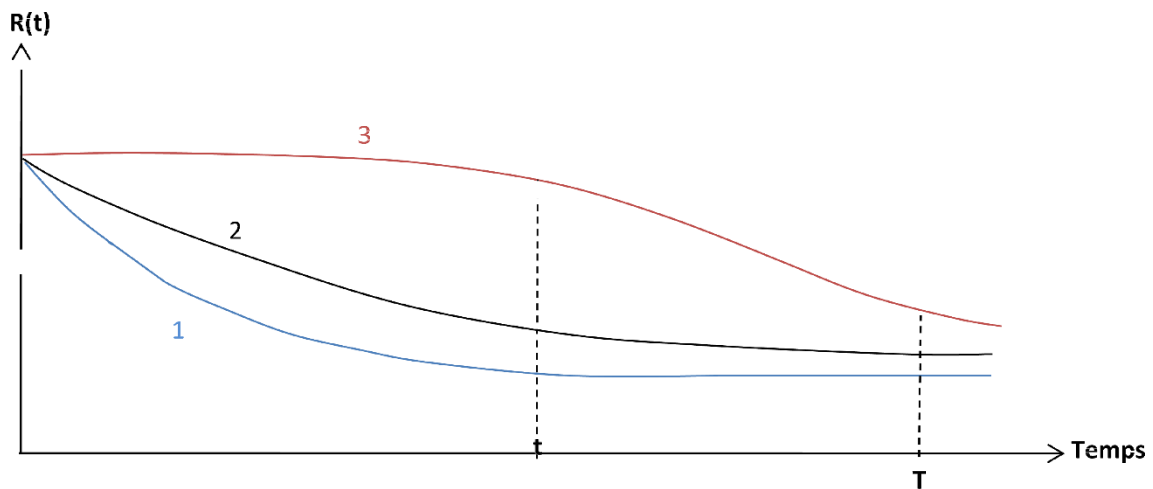


Figure I. 6 : Différentes formes de R(t).

- ✚ **Courbe 1** : Signifie la présence de défauts de jeunesse ($\beta < 1$).
- ✚ **Courbe 2** : l'équipement n'est pas encore sujet de vieillissement ($\beta = 1$).
- ✚ **Courbe 3** : Signifie la présence du phénomène d'usure ($\beta > 1$).

I.7.5. Loi Exponentielle

On applique la loi exponentielle lors le composant à un taux de défaillance constant.

La fonction de fiabilité est :

$$R(t) = e^{-\lambda t} \quad (I.22)$$

La probabilité de défaillance est :

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t} \quad (I.23)$$

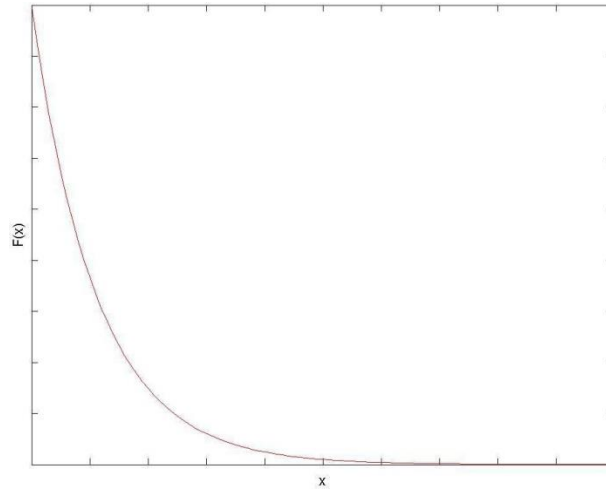


Figure I. 7 : Tracé de la fonction F(x).

La densité de probabilité est :

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad (\text{I.24})$$

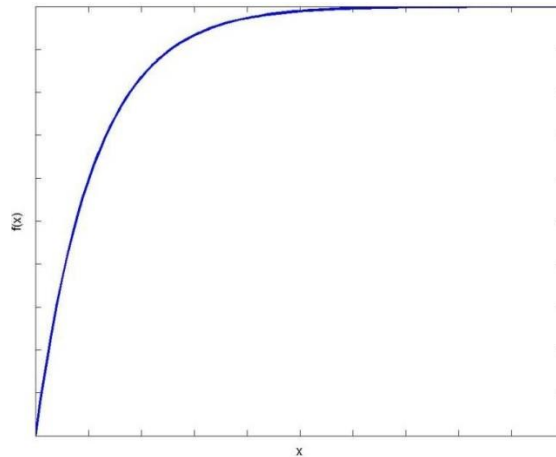


Figure I. 8 : Tracé de la fonction f(x).

Le MTBF est égale à :

$$MTBF = \frac{1}{\lambda} \quad (\text{I.25})$$

I.7.6. Loi Normale (Laplace-Gauss)

Cette loi est utilisée pour représenter la distribution des durées de vie des dispositifs en fin de vie (usure) ou le taux de défaillance est croissant.

La fonction de fiabilité est :

$$R(t) = 1 - \int_{-\infty}^t \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-m)^2}{2\sigma^2}} dt \quad (I.26)$$

Avec m est la moyenne (Espérance mathématique).

$$E(t) = m \quad (I.27)$$

1.7.7. Loi Log-Normale

Pour cette loi, le logarithme de la durée de vie suit une distribution normale. Cette loi peut être utilisée dans les cas où la distribution des données n'est pas symétrique.

La fonction de fiabilité est :

$$R(t) = 1 - \int_{-\infty}^t \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \frac{1}{t} e^{-\frac{(\ln-m)^2}{2\sigma^2}} dt \quad (I.28)$$

1.7.8. Lois Gamma (loi d'Erlang)

Cette distribution dépend de deux paramètres K et λ . Elle est utilisée dans les paramètres de redondance séquentielle [5] ainsi pour représenter certains phénomènes de défaillances en chaînes.

La fonction de fiabilité est :

$$R(t) = 1 - \frac{1}{\Gamma(k)} \int \lambda(t\lambda)^{k-1} e^{-kt} dt \quad (I.29)$$

Et l'espérance mathématique

$$E(t) = \frac{k}{\lambda} \quad (I.30)$$

1.7.9. Banque de données de fiabilité et taux de défaillance

La fiabilité prévisionnelle permet d'estimer la fiabilité à priori d'un composant, d'un équipement, d'un système. Pour cela on modélise par des modèles de probabilité mathématiques et de vieillissement physique le comportement de chaque constituant élémentaire. Ces modèles ont été établis par retour d'expérience et par la réalisation d'essais visant à permettre de modéliser le comportement en fiabilité [32].

I.7.9.1. Cas de composants électroniques

Dans le cas de l'électronique, il existe plusieurs recueils de modèles de prédiction pour les composants élémentaires que sont les résistances, condensateurs, circuits intégrés, etc. Les référentiels de prévision de fiabilité électronique les plus répandus sont :

- **La MIL-HDBK-217F** : norme militaire américaine, conçue pour estimer la fiabilité des équipements.
- **Le RDF2000** : recueil de fiabilité construit à partir du retour sur expérience de France Telecom. Aujourd'hui, ce recueil a été transformé en une norme dénommée UTE C 80-810.
- **FIDES** : guide de fiabilité prévisionnelle construit sur la base des recueils précédemment cités à partir du retour sur expérience d'un consortium d'industriels français. Aujourd'hui, ce recueil a été transformé en une norme dénommée UTE C 80-811.

Les différents paramètres influençant la fiabilité d'un composant sont dénommés facteurs et représentés par la lettre grecque π ; on citera par exemple le facteur qualité : Π_q .

I.7.9.2. Cas de composant non électronique

Pour les composants non électroniques, il existe aussi des recueils permettant l'évaluation de certains constituants élémentaires (vis, vannes, joints, etc.). On distingue par exemple :

- Le recueil OREDA (Offshore Reliability Data) : recueil de fiabilité construit à partir du retour sur expérience des sociétés qui exploitent des plates-formes extracôtières. Les données concernent des matériels industriels, principalement électromécaniques, liés à l'extraction du pétrole : compresseurs, échangeurs, groupes électrogènes, vannes diverses, bouilleurs, pompes, évaporateurs, etc.
- Le recueil EIREDA (European Industry Reliability Data Bank) : recueil de fiabilité construit à partir du retour sur expérience des sociétés européennes, principalement du secteur de la chimie, concernant des matériels électromécaniques consommant de l'énergie électrique : ventilateurs, évaporateurs, échangeurs, pompes, compresseurs.
- Le recueil NPRD-95 (Non electronic Parts Reliability Data): recueil de fiabilité construit à partir du retour sur expérience de grands organismes américains tels que la NASA et la Marine américaine. Les données concernent les composants mécaniques et électromécaniques employés

dans des équipements principalement militaires.

Les résultats des calculs obtenus par l'intermédiaire de ces recueils, permettent d'estimer le taux de défaillance des systèmes électroniques ou autres données de base essentielles pour l'étude de la SdF (arbres de défaillances, etc.).

I.8. Conclusion

Après un tour d'horizon sur l'historique de la fiabilité, nous avons passé en revue dans ce chapitre les principaux lois et outils d'analyse de la fiabilité des systèmes.

Nous allons exposer la problématique d'intégration de la fiabilité dans les systèmes dynamiques hybrides modernes, qui fait partie de nos domaines d'intérêt. Le chapitre suivant présente des généralités sur les systèmes dynamiques hybrides et les différents outils de modélisation.

Chapitre II

Systemes dynamiques

hybrides

II.1. Introduction

L'étude des systèmes dynamiques a porté, pour la plupart, sur les deux domaines distincts des systèmes continus et des systèmes à événements discrets (SED). Les premiers sont généralement modélisés et analysés en utilisant les équations différentielles pour saisir le comportement continu des différentes variables, alors que les SED sont pilotés par des événements pour saisir le comportement en états discrets. Récemment est apparu un intérêt pour le comportement dynamique des systèmes qui allie ces deux classes. Ces systèmes sont appelés systèmes hybrides. La motivation pour l'examen des systèmes ayant des dynamiques mixtes existe aux niveaux pratique et théorique. Ces dernières années, il y a eu une hausse rapide de l'intérêt porté à l'étude des systèmes hybrides. La plupart des travaux effectués ont abordé la question de la modélisation du comportement hybride et de l'analyse des performances. D'autres efforts ont été réalisés pour aborder la commande de ce type de systèmes.

Dans cette partie nous ferons un état de l'art sur les systèmes dynamiques hybrides (SDH) ainsi que les différentes propriétés qui les caractérisent. Différentes classes des SDH illustrées par des exemples seront abordées montrant ainsi les éléments qui font que ces systèmes soient complexes.

II.2. Dynamique des systèmes

Afin de répondre aux besoins croissants en termes de productivité d'un système industriel, de fluidité de la circulation dans un réseau urbain, de disponibilité des systèmes de communication,... etc., il a été nécessaire de mettre en place des techniques puissantes de modélisation, d'analyse et de commande de ces systèmes. L'objectif est d'augmenter les cadences de production, le flux de circulation et la vitesse de communication. Il existe plusieurs types d'abstractions des systèmes, selon les objectifs qu'on se donne et la réalité physique du système en question. La caractérisation des systèmes peut se faire selon la dynamique qui exprime leur fonctionnement. Trois abstractions sont possibles pour modéliser cette dynamique : les systèmes continus, les systèmes à événements discrets et les systèmes dynamiques hybrides[11].

II.2.1. Systèmes continus

Les systèmes continus sont constitués d'éléments caractérisés par une ou plusieurs variables qui peuvent prendre des valeurs réelles lorsque le temps, lui-même « continu », évolue. On peut citer comme exemple de variables, une position, une vitesse, une accélération, un niveau, une pression, une température, un débit, une tension, ... etc. Afin de gérer ce type de système, on fait appel à des outils mathématiques aptes à la représentation de la dynamique continue, par exemple les équations différentielles assorties de diverses transformations (Laplace, Fourier...), les méthodes d'état à forme matricielle.

L'automaticien perçoit les systèmes continus à travers une représentation reposant le plus souvent sur des variables d'état continues et une variable temporelle.

II.2.2. Systèmes à événements discrets

Lorsque les espaces d'état d'un système sont décrits naturellement par un ensemble discret tel que $\{0, 1, 2, \dots\}$ et que les transitions d'un état à un autre sont observées uniquement à des instants discrets dans le temps, on associe à ces transitions d'état des événements et on appelle ce type de système, Système à Événements Discrets (SED). Au lieu de s'intéresser au déroulement continu des phénomènes, les modèles SED ne se soucient que des débuts et des fins de ces phénomènes (les événements discrets) et de leur enchaînement logique, dynamique ou temporel. Par exemple, considérons une vanne qui peut prendre 4 états : « fermée », « en ouverture », « ouverte » et « en fermeture ». Une évolution possible de ce SED est représentée dans le chronogramme de la figure (II.1).

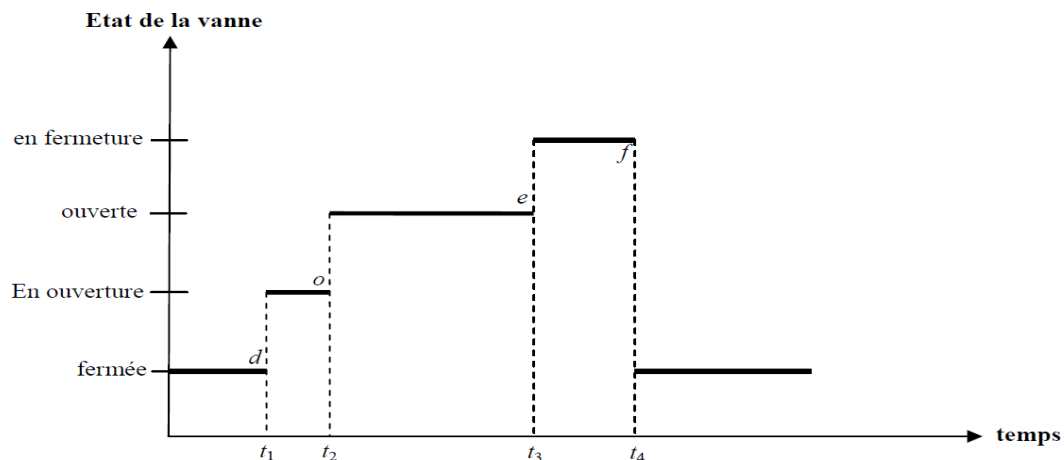


Figure II.1. Chronogramme de l'évolution de l'état d'une vanne.

Dans son état initial, la vanne est supposée fermée. A l'instant t_1 , l'événement $d =$ 'début d'ouverture de la vanne' se produit. De façon similaire, le système évolue aux instants t_2 , t_3 et t_4 sur occurrence des événements 'fin d'ouverture', 'début de fermeture' et 'fin de fermeture' représentés respectivement par les symboles o , e et f .

L'évolution d'un SED peut être décrite de deux manières :

- ✚ Soit par un modèle temporisé, c'est-à-dire un ensemble de couple : (e, t) où 'e' représente un événement et 't' représente l'instant d'occurrence de cet événement. Dans l'exemple de la figure II.1, l'évolution de l'état de la vanne peut être définie par les couples : (d, t_1) , (o, t_2) , (e, t_3) , (f, t_4) ,... Cet ensemble ordonné de couples constitue ce qu'on appelle une séquence. Une telle description se place à un niveau temporel dans le sens où l'instant d'occurrence des événements est une information considérée comme pertinente.
- ✚ Soit par un modèle logique où seul l'ordre d'occurrence des événements importe. Dans ce cas, le temps est omis et on parle de séquences d'événements. Dans ce contexte, le fonctionnement de la vanne est décrit par la séquence des événements : d, o, e, f, \dots . Les modèles logiques sont utilisés pour l'étude des propriétés qualitatives des SED.

Généralement, les SED peuvent avoir un comportement non déterministe, dans le sens où l'on ne peut prévoir à priori quelle sera l'évolution du système. En d'autres termes, pour un état donné du système, plusieurs événements différents sont supposés susceptibles de se produire. Par conséquent, une séquence unique ne suffit plus pour décrire le comportement du système, contrairement à l'exemple de la vanne. L'évolution d'un SED sera alors décrite, en général, par un ensemble de séquences d'événements, qui constitue un langage sur l'ensemble des événements possibles dans le système [12].

II.2.3. L'interface

L'interface traduit l'interaction entre la partie continue et la partie discrète du SDH. La représentation formelle de l'interface est plus complexe et dépend des approches de modélisation considérées.

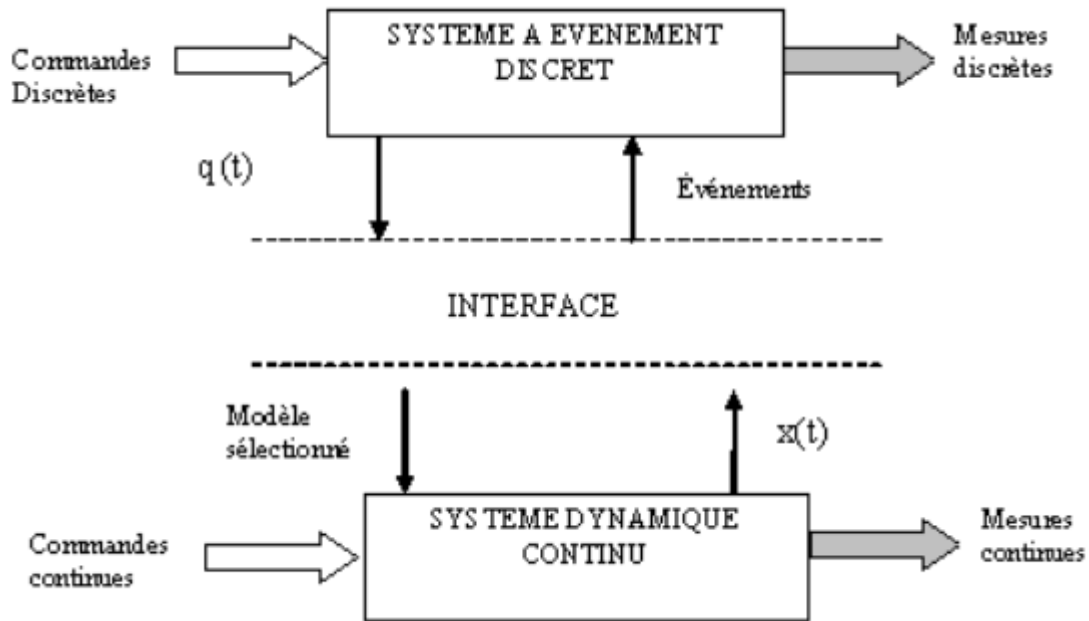


Figure II.2. Structure du système dynamique hybride.

II.2.4. Systèmes dynamiques hybrides

Le mot hybride signifie, en général, la composition ou la nature hétérogène. Le terme «systèmes hybrides» s'applique lorsque les systèmes ont un comportement défini par des entités ou des processus de caractéristiques distinctes. Un système dynamique hybride (SDH) est un système dynamique où le comportement est déterminé par l'interaction des deux dynamiques : continue et discrète.

Comme nous venons de le voir, les systèmes automatisés sont traditionnellement représentés soit par un modèle à dynamique continue, soit par un modèle à événements discrets. Un même système peut être décrit par l'un ou l'autre des modèles selon la vue, le temps d'observation et/ou les phénomènes auxquels on s'intéresse. Prenons l'exemple d'un bac qui peut être rempli ou vidé (Figure II.3).

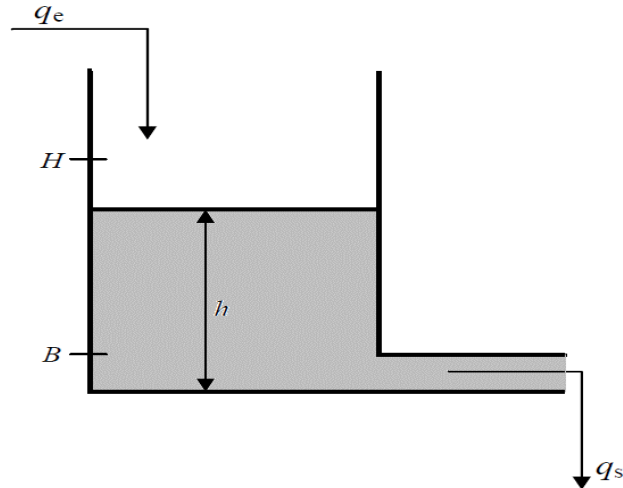


Figure II.3. Exemple de bac.

- ✚ Si on s'intéresse au phénomène de remplissage du bac afin de modéliser le niveau d'eau qu'il contient, le modèle correspondant est un modèle continu où le système physique peut être décrit par l'équation : $S \frac{dh(t)}{dt} = q_e(t) - u(t) \cdot ah(t)$; où $q_e(t)$ est le débit d'entrée, $h(t)$ la hauteur d'eau, $u(t)$ l'état de la vanne qui prend la valeur 0 pour fermée et 1 pour ouverte, S la section du bac et a un paramètre.
- ✚ Si une description des états remplissage ou évacuation est suffisante, on s'orientera vers un modèle SED, qui peut être décrit par l'automate de la figure (II.4).

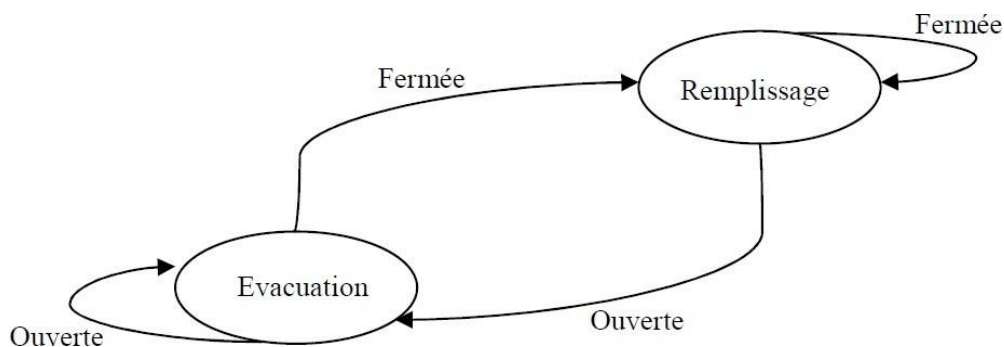


Figure II.4. Modèle à événements discrets correspondant au système bac.

Dans certains cas, l'approximation qui consiste à classer un système dans l'une des deux catégories citées peut être trop forte. Il est alors nécessaire d'utiliser un modèle dynamique permettant la prise en compte des variables d'état continues et discrètes. Ce type de système est appelé Système Dynamique Hybride (SDH). Il existe plusieurs domaines d'applications pour ce

type de système ; on peut citer les systèmes électrotechniques, les réseaux de communication, les systèmes de transport, la commande des procédés industriels, les systèmes de production flexibles, l'industrie agro-alimentaire, la commande des moteurs biologiques, la robotique, ... etc.

Les SDH évoluent dans le temps et combinent des variables continues et des variables discrètes [11].

II.3. Modélisation des Systèmes Dynamiques Hybrides

Comme nous l'avons mentionné dans le paragraphe précédent, il existe de nombreux systèmes réels qui évoluent selon des sous processus continus qui sont démarrés et arrêtés par des commandes discrètes en relation avec les sous-processus continus. Dans ce cas, les procédés ont rarement un comportement purement discret ou purement continu mais plutôt une combinaison des deux. Ces Systèmes Dynamiques Hybrides (SDH) peuvent être de natures très diverses. On trouve des systèmes continus auxquels sont associés des commutations discrètes et des systèmes à événements discrets auxquels sont associées certaines évolutions continues.

Dans la littérature, plusieurs outils de modélisation des systèmes hybrides ont été proposés. Parmi ces outils, on cite les automates hybrides [13], les RdP hybrides [14], [15], ... etc.

Dans ce qui suit, nous allons insister sur les outils de modélisation des SED, nous avons jugé important de présenter, du moins brièvement, ces derniers, avant d'aborder la modélisation des SDH.

II.3.1. Outils de modélisation des Systèmes à Evénements Discrets

Dans ce qui suit, nous présentons quelques outils de modélisation des SED. Ces outils peuvent être classés en deux catégories : les modèles logiques et les modèles temporisés.

II.3.1.1. Les modèles logiques

Ces modèles prennent en compte l'ordre logique d'occurrence des événements dans un SED. Par conséquent, le temps est décrit implicitement dans une trajectoire, et seul l'ordre d'occurrence des événements constituant une trajectoire est pris en considération. Ces modèles sont exploités dans le but d'étudier les propriétés qualitatives des SED. On cite parmi ces modèles les automates à états finis et les réseaux de Petri.

➤ **Les automates à états finis**

Un automate à états finis constitue une machine à états qui permet de décrire les évolutions possibles d'un système à événements discrets. Le comportement d'un SED est alors représenté à travers un ensemble d'événements associés à un ensemble d'états. D'une façon formelle, un automate à états finis est défini par un quintuplet :

$$G=(Q, \Sigma, \delta, q_0, Q_m)$$

Où :

- ✚ Q est un ensemble fini d'états ;
- ✚ Σ est un ensemble fini d'événements (ou de symboles) ;
- ✚ δ est une fonction de transition, $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$;
- ✚ $q_0 \in Q$ est un état initial ;
- ✚ $Q_m \subseteq Q$ est l'ensemble d'états finaux (états marqués).

On dit d'un automate à états finis qu'il est déterministe, si à partir d'un état donné, au plus une seule transition est possible sur l'occurrence d'un événement.

➤ **Les Réseaux de Petri**

Le modèle Réseau de Petri (RdP), introduit en 1964 par C. A. Petri [20], représente un outil de modélisation de SED particulièrement adapté pour spécifier le comportement des systèmes SED de grande taille. Ce modèle permet de modéliser et de visualiser des primitives de comportement telles que la synchronisation, le parallélisme ou le partage de ressources [19]. Les RdPs possèdent à la fois une description graphique et mathématique. Ils sont représentés par des places et des transitions, reliées par des arcs.

Il existe plusieurs extensions des RdPs. On peut citer les RdPs colorés [19], et les RdPs temporels [21], [22]. Grâce à cette multitude d'extensions, les RdPs peuvent s'appliquer à la plupart des phases de développement d'un système, de la spécification de la commande à la supervision en passant par le diagnostic et la validation [23].

II.3.1.2. Les modèles temporisés

L'information temporelle est, dans certaines applications, indispensable et doit être considérée explicitement dans le modèle du SED. Les modèles ayant cette propriété sont dits temporisés. On peut citer, parmi ces modèles, les automates temporisés et les RdPs temporels.

➤ Les automates temporisés

Ce sont des automates classiques munis d'un ensemble de variables réelles, appelées horloges, qui évoluent de manière continue et synchrone avec le temps [24]. A chaque transition, on associe :

- ✚ Une condition sur la valeur des horloges, dite garde, qui décrit le moment où la transition peut être exécutée.
- ✚ Un ensemble d'horloges remises à zéro lors du franchissement de la transition.

Chaque état discret possède un invariant (une contrainte sur les horloges) qui restreint le temps d'attente dans l'état et par conséquent, force l'exécution d'une transition.

➤ Les réseaux de Petri temporels

Il s'agit d'une extension du modèle réseau de Petri qui associe deux dates min et max à chaque transition [11]. Si une transition a été sensibilisée pour la dernière fois à une date θ , alors t ne peut pas être franchie avant la date $\theta + \min$ ou après la date $\theta + \max$, sauf si une autre transition a désensibilisé t avant que celle-ci ne soit franchie. Ces modèles expriment des spécifications « en délais » qui sont largement utilisés dans la description de l'évolution temporelle des processus industriels. Dans le but d'utiliser la grande capacité d'analyse représentée par le modèle automate temporisé, plusieurs travaux se sont intéressés à la transformation du modèle RdP temporel en modèle automate temporisé.

II.3.2. Approche de modélisation continue

Alors que dans le paragraphe précédent nous nous sommes intéressés à la modélisation des SED logiques et temporisés, nous présentons ci-dessous les Systèmes Hybrides ou la dynamique continue va au-delà de l'horloge.

L'existence de plusieurs outils de modélisation des SDH exprime la difficulté du choix

adéquat de la méthode de modélisation. Le principal critère de sélection est lié à la problématique considérée.

Généralement, un SDH est modélisé par un ensemble de systèmes à dynamique continue interagissant avec un ou plusieurs systèmes à événements discrets [25]. Le point commun qui existe entre ces formalismes est que les événements discrets interfèrent dans l'évolution continue et que les modèles nécessitent à la fois des variables d'état continues et discrètes.

Les approches de modélisation des SDH peuvent être classées en trois catégories principales[26]: l'approche continue, l'approche événementielle et l'approche mixte.

Cette approche consiste à étudier le comportement des modèles continus en présence des discontinuités, et éventuellement de définir un modèle « étendu ». Il s'agit de définir une approximation des dynamiques discrètes du système hybride par des équations différentielles pour modéliser l'occurrence des événements discrets. L'idée est, qu'en utilisant une approche unifiée dans le domaine des systèmes continus, où les théories sont bien établies, les questions de stabilité, de commandabilité et d'observabilité pourront être étudiées selon les théories classiques.

Plusieurs travaux dans la littérature traitent de la modélisation des systèmes hybrides par une approche continue. Ces travaux peuvent être classés en deux catégories :

- ✚ Une partie orientée vers la définition d'ensemble de transitions afin de pouvoir considérer l'évolution discrète du système hybride.
- ✚ Une partie basée sur l'introduction des variables supplémentaires dans le modèle continu, représenté par des équations différentielles, pour décrire le fonctionnement des systèmes hybrides.

L'avantage de l'approche continue est que l'on revient à des méthodes classiques d'analyses des systèmes continus linéaires ou non linéaires. Ses deux principaux inconvénients sont la complexité des équations obtenues ainsi que le fait de ne pas représenter explicitement l'évolution discrète pour l'utilisateur.

II.3.3. Outils de modélisation des Systèmes Dynamiques Hybrides

Dans la suite, nous allons présenter quelques modèles de l'approche mixte rencontrés dans la littérature.

II.3.3.1. Les automates hybrides

Les automates hybrides [13], représentent une extension des automates à états finis. Ce sont des systèmes qui intègrent deux composantes :

- Une composante ayant un comportement discret, naturellement modélisée par un automate à états finis.
- Une composante dont le comportement varie de façon continue dans le temps, modélisée par un système d'équations différentielles.

L'évolution d'un automate hybride est caractérisée par une alternance de pas continus, où les variables d'état et le temps progressent de façon continue, et de pas discrets où plusieurs transitions discrètes et instantanées peuvent être franchies.

Ainsi, d'un point de vue informel et général, un automate hybride apparaît ainsi comme un automate à états finis pilotant un ensemble d'équations différentielles qui modélise la dynamique continue du système.

Le modèle automate hybride se compose d'un ensemble fini de variables, noté X , et d'un graphe orienté, noté (S, E) , où l'ensemble S est composé par les sommets du graphe et les éléments de l'ensemble E représentent les transitions discrètes. L'état de l'automate change instantanément à l'occurrence d'un événement discret ou par la validation d'une condition logique spécifiée sur la valeur de la variable continue.

Soit l'automate illustré dans la figure (II.5) modélisant un système hybride. Dans ce modèle :

- l'évolution continue est représentée par des équations différentielles associées aux sommets du graphe.
- l'évolution événementielle est modélisée par les arcs étiquetés des graphes. Les sommets «Eteint » et « Allumé » représentent les états discrets du système où l'évolution continue a lieu. x

représente une horloge alors que y correspond à une variable plus complexe.

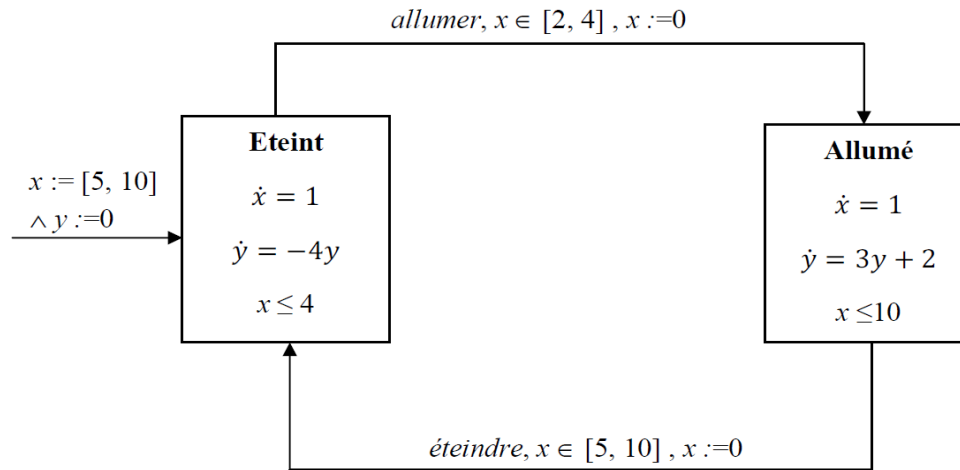


Figure II.5. Exemple d'automate hybride

II.3.3.2. Réseaux de Petri hybrides

Un réseau de Pétri hybride (RdP hybride) [14], est composé par des places et des transitions continues (C-places et C-transitions) et des places et transitions discrètes (D-places et D-transitions). Le marquage d'une C-place est représenté par un nombre réel, dont l'unité est appelée marque, et le marquage d'une D-place est représenté par un nombre entier dont l'unité est appelé jeton.

En exemple, on modélise un système de fabrication produisant des pièces par lots de cinq par un RdP hybride. A la fin de la production de 2 lots de 5 pièces, on entame un nouveau cycle de production. Ce système est illustré par la figure (II.6).

Le marquage de la place P_1 (D-place) est associé au nombre de lots à l'entrée du système de fabrication. Les valeurs d_1 et d_2 représentent les temps de chargement et de déchargement des pièces (D-transitions). La transition T_3 modélise une machine dont la vitesse de production est V_3 (C-transition). Les stocks d'entrée et de sortie de la machine sont respectivement définis par les places P_2 et P_3 (C-places). Le franchissement continu de la transition T_3 correspond à une production continue à la vitesse V_3 quand la place P_2 n'est pas vide. Lorsque P_2 est marqué, le franchissement d'une quantité $V_3 dt$ de T_3 correspond au retrait de $V_3 dt$ marques à P_2 et à l'ajout de la même quantité à P_3 .

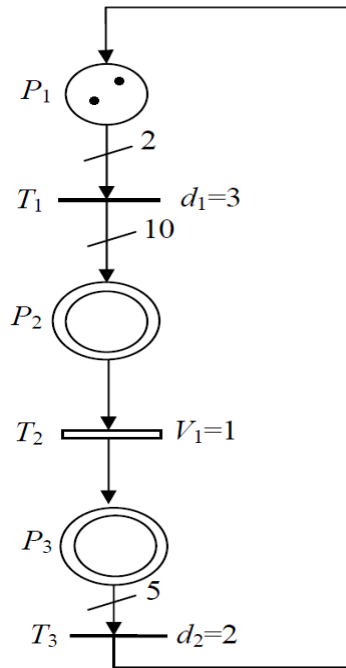


Figure II.6. Modèle de RdP hybride d'un système de fabrication par lots.

II.4 Conclusion

Les systèmes dynamiques hybrides sont des systèmes combinant une partie discrète et une partie continue. Ces dernières années, plusieurs travaux se sont intéressés à ce type de systèmes et plusieurs formalismes ont été proposés dans le but d'établir un modèle homogène qui permette la modélisation de cette interaction entre le continu et le discret.

Dans ce chapitre, nous avons présenté dans une première partie les systèmes continus, les systèmes à événements discrets et les systèmes dynamiques hybrides.

Ensuite, nous avons passé en revue les principales approches de modélisation de ces systèmes hybrides.

Chapitre

III

**Les réseaux de Petri
pour l'étude de la
fiabilité**

III.1. Introduction

Les Réseau de Petri (RdP) est un outil mathématique puissant dans le domaine de la modélisation et de la vérification des systèmes. En plus de leur force d'analyse il offre une représentation graphique simple qui aide à la modélisation des systèmes complexe.

Le modèle réseaux de Petri est un outil graphique de modélisation et d'analyse des systèmes parfaitement adapté à l'étude des structures de contrôle. Il permet notamment de maîtriser et d'assurer la fiabilité et la sûreté de fonctionnement de logiciels complexes (aéronautique, transports, industrie...).

Le formalisme formel des RdPs, adapté à la prise en compte des problèmes de concurrence, de synchronisme et de parallélisme, constitue un excellent outil de spécification fonctionnelle d'un problème et de mise en évidence des contraintes. Les propriétés mathématiques qui découlent de l'analyse des RdPs permettent une étude comportementale et structurelle essentielle à la validation d'une spécification. Les possibilités de simulation offertes par les outils informatiques supportant le formalisme contribuent également à cette validation.

Elle constitue une approche très importante pour avoir une bonne évaluation de la fiabilité et de la sûreté de fonctionnement des systèmes. Nous introduirons dans ce chapitre la notion des réseaux de Petri, nous présenterons par la suite la notion d'intégration des lois de fiabilité sur le modèle RdP d'un système défaillant.

III.2. Définition des réseaux de Petri

Les réseaux de Petri sont définis comme étant un formalisme qui permet la description et l'analyse du comportement des systèmes concurrents, introduit par Carl Adem Petrien 1962. Les définitions concernant les réseaux de Petri portées sur deux aspects [29]:

- ✚ Un aspect structurel : Quelles sont les actions, quels sont les sites, quelles sont les conditions pour qu'une action soit possible et quelles sont les conséquences d'une action ?
- ✚ Un aspect comportemental : Comment représenter le fonctionnement d'un réseau de Petri?

C'est-à-dire (c-à-d) ce qui se passe quand une action ou plusieurs actions sont exécutées.

III.2.1. L'aspect structurel

a. Définition d'un réseau de Petri

Un réseau de Petri (R) est un triple $R = (P, T, W)$ où P est l'ensemble des places (les places représentent les sites) et T l'ensemble des transitions (les transitions représentent les actions) tel que $P \cap T = \emptyset$ et W est la fonction définissant le poids porté par les arcs tel que :

$$W: ((P \times T) \cup (T \times P)) \rightarrow \mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}.$$

Le réseau R est fini si l'ensemble des places et des transitions est fini c-à-d $P \cup T \in \mathbb{N}$. Un réseau $R = (P, T, W)$ est ordinaire si pour toute $(x, y) \in ((P \times T) \cup (T \times P)) : W(x, y) \geq 1$.

Dans un réseau ordinaire la fonction W est remplacée par F où $F \subseteq ((P \times T) \cup (T \times P))$ tel que $(x, y) \in F \leftrightarrow W(x, y) \neq 0$. [30]

Pour chaque $x \in P \cup T$:

* x représente l'ensemble des entrées de $x : {}^*x = \{y \in P \cup T \mid w(y, x) \neq 0\}$

x^* représente l'ensemble des sorties de $x : x^* = \{y \in P \cup T \mid w(x, y) \neq 0\}$

b. Représentation d'un réseau de Petri

b.1. Représentation graphique:

L'un des aspects les plus agréables des réseaux de Petri est qu'il est extrêmement aisé de les visualiser; c-à-d, donner une interprétation graphique à sa structure qui peut être représentée à travers un graphe bipartite fait de deux types de sommets: les places et les transitions reliées alternativement par des arcs orientés qui portent des poids entier positifs, si un poids n'est pas porté alors il est égal à 1 (RdP ordinaire). Généralement, les places sont représentées par des cercles et les transitions par des rectangles, le marquage d'un RdP est représenté par la

distribution de jetons dans l'ensemble de ses places telle que chaque place peut contenir un ou plusieurs jetons représentés par des points dans le cercle représentant la place [29].

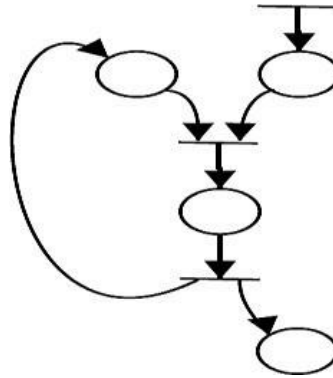


Figure III.1: Réseau de Petri simple

b.2. Représentation matricielle :

Une représentation matricielle d'un RdP est offerte afin de simplifier les tâches d'analyse et de vérification effectuée sur un modèle RdP. Agir sur une représentation graphique d'un modèle RdP est une tâche délicate en comparant avec une représentation matricielle.

c. Représentation d'un RdP marqué

Un réseau de Petri marqué est le couple $N = \langle R, M \rangle$ où :

- ✚ R est un réseau de Petri
- ✚ M est une application de marquage
- ✚ $M : P \rightarrow \mathbb{N}$

$M(p)$ est le nombre de marques (jetons) contenus dans la place p . Le marquage d'un réseau de Petri est une opération qui consiste à assigner des jetons dans les places.

On appelle marquage M d'un Réseau de Petri le vecteur du nombre de marques dans chaque place : la $i^{\text{ème}}$ composante correspond au nombre de marques dans la $i^{\text{ème}}$ place. Il indique à un instant donné l'état du RdP. [31]

➤ Exemple

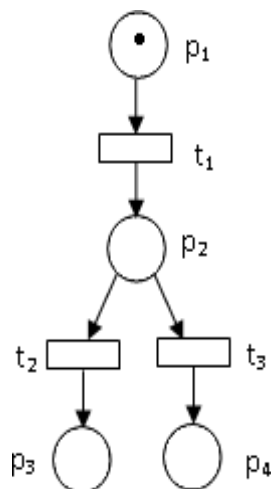


Figure III.2 : Réseau de Petri marqué

Pour le réseau de la Figure III.2

$$P = \{p_1, p_2, p_3, p_4\} \quad T = \{t_1, t_2, t_3\}$$

$$Pre = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$Post = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La matrice d'incidence est :

$$C = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

 Le vecteur de marquage M est :

$$M = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Le marquage du RdP présente Figure III.2 est donné par :

$$M = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

On appelle marquage initial, noté M_0 , le marquage à l'instant initial ($t = 0$).

III.2.2. L'aspect comportemental

Le comportement d'un réseau de Petri est déterminé par sa structure et par son état. Pour exprimer l'état d'un réseau de Petri, les places peuvent contenir des jetons qui ne sont que de simples marqueurs. [29]

a. L'état dans un réseau de Petri

Dans la théorie des réseaux de Petri, l'état d'un réseau est souvent appelé marquage du réseau qui est défini par la distribution des jetons sur les places. Le marquage d'un réseau de Petri $R=(P, T, W)$ est défini par la fonction de marquage $M : P \rightarrow N$.

Un réseau de Petri marqué est dénoté par $\Sigma=(P, T, W, M_0)$ où M_0 est le marquage initial. Le comportement d'un réseau de Petri marqué est déterminé par ce qu'on appelle règle de franchissement. [31]

b. Franchissement d'une transition

Une règle de franchissement est une simple relation de transition qui définit le changement d'état dans un réseau marqué lors de l'exécution d'une action. Afin de définir une règle de franchissement, il est nécessaire de formaliser quand le réseau peut exécuter une action: on dit qu'une transition $t \in T$ peut être franchie à partir d'un marquage M (qui représente l'état du system à un instant donné) si et seulement si chaque place d'entrée $p \in {}^*t$ de la transition t contient au moins un nombre de jetons qui est supérieur ou égal au poids de l'arc reliant cette place d'entrée p avec la transition t tel que: $M(p) \geq W(p, t) \forall p \in P$.

Une règle de franchissement est définie par $M'(p) = M(p) - W(p, t) + W(t, p)$ pour tout $p \in P$, ce qui

veut dire que lorsque la transition t franchi à partir d'un marquage M , il faut saisir $W(p, t)$ jetons à partir de chaque place d'entrée à la transition t et déposer $W(t, p)$ jetons dans chaque place de sortie de la transition t ce qui permet de produire un nouveau marquage M' .

Le franchissement d'une transition t dénoté par $M[t \rangle M'$ est dite l'occurrence de t . On dit que deux transitions t_1, t_2 (pas certainement distinctes) sont franchies en concurrence par un marquage M si et seulement si $M(p) \geq W(p, t_1) + W(p, t_2)$ pour toute $p \in P$.

Cette vision de l'exécution concurrente de deux transitions dans un RdP est contradictoire avec celle qui impose que deux occurrence de transition sont parallèles si et seulement si : elles sont causalement indépendantes et n'ont pas une relation de conflit entre eux. Deux occurrences sont en conflit si l'un des deux peut avoir lieu mais pas toutes les deux [31].

c. L'exécution d'un réseau de Petri

A) Exécution séquentielle

Séquence de franchissement

Une séquence de franchissement « s » est une suite de transitions (t_1, t_2, \dots, t_n) qui permet, à partir d'un marquage « M », de passer au marquage « M' » par le franchissement successif des transitions définissant la séquence.

Marquage accessible

Le marquage d'un réseau de Petri à un instant donné est une vectrice colonne dont la valeur de la $i^{\text{ème}}$ composante est le nombre de marques dans la place P_i à cet instant.

Le franchissement d'une transition conduit à un changement du marquage. Le passage du marquage M_k au marquage M_l par franchissement de la transition T_j est noté : $M_k(T_j \rangle M_l$. Le nombre de marques dans la place P_i pour le marquage M_k est noté $M_k(P_i)$. A partir d'un même marquage, il peut être possible de franchir plusieurs transitions, menant ainsi à des marquages différents. L'ensemble des marquages accessibles à partir du marquage M_0 est l'ensemble des marquages obtenus à partir de M_0 par franchissements successifs d'une ou plusieurs transition(s). Cet ensemble est noté $A(R; M_0)$ [30].

✚ Graphe de marquage

On peut représenter l'ensemble de marquage accessible par un graphe si ce dernier est fini. Le graphe de marquage a comme sommet l'ensemble de marquage accessible $A(R, M_0)$. Un arc orienté relie deux sommets M_i et M_j s'il existe une transition t franchissable permettant de passer d'un marquage à un autre $M_i[t]M_j$. Les arcs du graphe sont étiquetés par les transitions correspondantes.

d. Exécution concurrente

Une exécution concurrente d'un réseau de Petri est une exécution dans laquelle plusieurs transitions peuvent se franchir au même temps, elle est souvent déterminée par la notion de processus. Ceci permet de donner une interprétation de la concurrence dans un réseau de Petri selon la sémantique basée sur la vraie concurrence (sémantique d'ordre partiel) qui est interprétée dans la théorie des réseaux de Petri par un type spécial de réseaux appelés réseaux d'occurrences.

III.3. Réseaux particuliers

Le graphe associé à un réseau de Petri peut être très complexe. Un certain nombre de situations présente un intérêt particulier :

III.3.1. Graphe d'états

Dans ce cas chaque transition ne dispose que d'une place en entrée et une place en sortie.

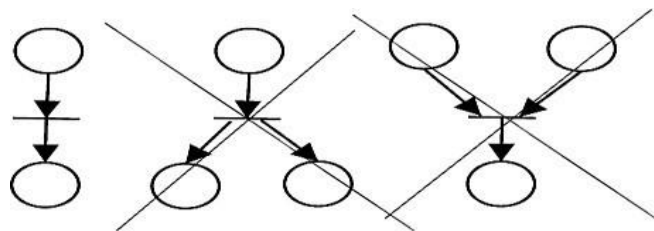


Figure III.3 : Graphe d'états ou pas.

III.3.2. Les réseaux sans conflits

Un réseau de Petri est dit sans conflit si et seulement si toute place a au plus une transition de sortie (voir Figure III.4). Un conflit (structurel) correspond à l'existence d'une place P_i qui a au

moins deux transitions de sortie T_j, T_k, \dots . Notation $\langle P_i, \{T_j, T_k, \dots\} \rangle$. Sur le RdP de droite de la Figure III.4, on a le conflit $\langle P_1, \{T_2, T_3\} \rangle$. Quand la place P_1 contient une marque, les transitions T_2 et T_3 sont franchissables. Seule une des deux transitions peut être franchie: il est nécessaire de prendre une décision pour savoir laquelle des deux le sera effectivement. L'absence ou la présence d'un conflit est une propriété importante d'un réseau de Petri.

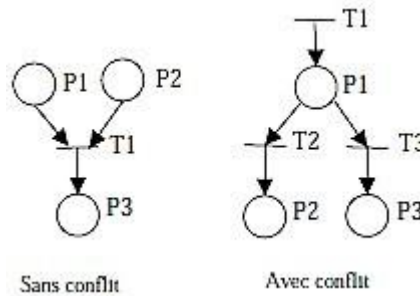


Figure III.4 : Conflit ou pas

III.3.3. Les réseaux purs

Un réseau de Petri est dit pur si et seulement si il n'existe pas de transition ayant une place d'entrée qui est aussi place de sortie. Le RdP représenté Figure III.5 n'est pas pur car la place P_3 est place d'entrée et place de sortie de la transition T_1 . On parle alors de RdP impur.

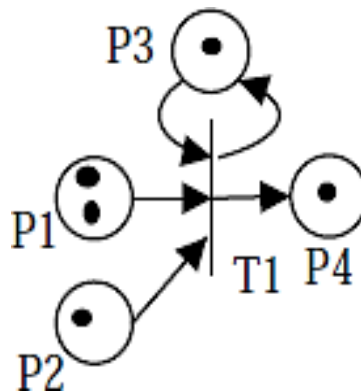


Figure III.5: RDP impur

III.4. Les réseaux de Petri temporisés

➤ Définitions

Un RdP T-temporisé est défini par le couple $\langle R, \text{Tempo} \rangle$ où R est un RdP marqué et Tempo une application définie comme suit:

$\text{Tempo}(T_j) = d_j$ (d_j est la durée associée à T_j) (d_j rationnel positif ou nul).

Soit l'exemple de la figure III. 6 .a. Si à l'instant t_0 , la transition T_1 est validée, alors il restera une durée d_1 avant son franchissement. Cette durée est appelée temps résiduel de franchissement. De même, si T_2 est validée, il s'écoulera un temps d_2 avant son franchissement.

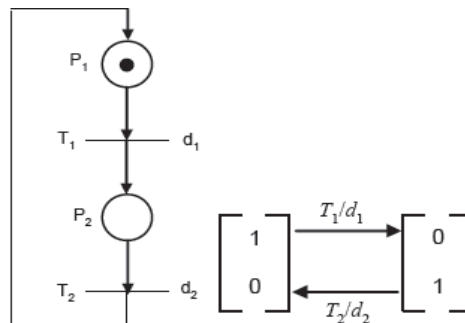


Figure III. 6 : a- RdP T-temporisé. b- Graphe des marquages correspondant.

Les RDP P-temporisés sont incapables de modéliser les systèmes dans lesquels les opérations de traitement ont des durées comprises dans des intervalles temporels (maximum, minimum).

III.5. Les réseaux de Petri temporels

III.5.1. Définitions

Un RdP T-temporel est un doublet $\langle R, IS \rangle$ où :

R est un réseau de Petri marqué,

$IS : T \rightarrow Q^+ \times (Q^+ \cup \infty)$ avec Q^+ l'ensemble des nombres rationnels positifs.

$t_i \rightarrow IS(T_i) = [a_i, b_i]$ avec $0 \leq a_i \leq b_i$.

IS (t_i) définit l'intervalle statique associé à la transition T_i . Ainsi, une transition T_i doit être sensibilisée (validée) pendant au moins a_i unités de temps avant de pouvoir être tirée et ne peut rester validée au-delà de b_i unités de temps sans être tirée. Le tir d'une transition est alors de durée nulle (instantané).

III.5.2. Fonctionnement

Dans ce qui suit, nous excluons le cas de la multi-sensibilisation des transitions. Le comportement d'un *RdP T-temporel* peut être caractérisé par la notion d'état. De manière intuitive, un état sera représenté par un couple composé du marquage courant et de l'intervalle de tir de chaque transition. L'intervalle de tir considéré sera alors qualifié d'intervalle dynamique.

III.6. Les réseaux de Petri hybrides

Un RdP hybride (RdPH) est un modèle combinant un RdP discret et un autre continu. Aucune condition n'est imposée sur la nature des RdP discrets et continus. Toutes fois le modèle RdPH de base combine un RdPCC et un RdP T-Temporisé et c'est le modèle de base que nous présentons par la suite.

➤ Définitions

Formellement un RdPH marqué est un octuple $PNH = \langle P ; T ; h ; Pré ; Post ; Tempo ; V ; M0 \rangle$ tel que:

- ✚ $P = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$ est un ensemble fini non vide de places.
- ✚ $T = \{T_1, T_2, \dots, T_m\}$ est un ensemble fini non vide de transitions.
- ✚ $P \cap T = \emptyset$ i. e, les ensembles de places et de transitions sont disjoints
- ✚ $h : P \cup T \times \{D, C\}$ est une application dite fonction hybride. Elle indique pour chaque nœud du RdPH s'il s'agit d'un nœud discret (PD, TD) ou continu (PC, TC)
- ✚ $Pré : P \times T \times Q^+$ (si P_i CPC) ou N (si P_i CPD) est l'application d'incidence avant $Post$:

$P \times T \times Q^+$ (si $P_i \in C$) ou N (si $P_i \in D$) est l'application d'incidence arrière

- ✚ Tempo : $TD \times Q^+$ est une application qui associe à chaque D-transition T_j sa durée de temporisation,
- ✚ $V : TC \times \mathbb{R}^+$ est une application qui associe à chaque C-transition T_j sa vitesse de franchissement maximal V_j
- ✚ $M_0 : P \times \mathbb{R}^+$ (si $P_i \in C$) ou N (si $P_i \in D$) est le marquage initial

Pré et Post doivent vérifier le critère qui suit :

Si P_i et T_j telles que $h(P_i) = D$ et $h(T_j) = C$ alors $\text{Pré}(P_i ; T_j) = \text{Post}(P_i ; T_j)$

Cette condition nous permet de garantir que le marquage d'une D-place reste entier quelque soit l'évolution du RdPH.

- **Définition.** Une **C-transition** T_j est **validée** si chacune de ses places d'entrée P_i satisfait les conditions suivantes :
 - Si P_i est une place discrète : $m_i \geq \text{Pré}(P_i ; T_j)$,
 - Si P_i est une place continue : Soit $m_i > 0$, ou bien P_i est alimentée,

Une C-transition T_j est dite fortement validée si $m_i > 0$ pour chacune de ses places d'entrées P_i , sinon elle est dite faiblement validée.

- **Définition.** On dit d'une **D-transition** T_j qu'elle est **validée** si chacune de ses places d'entrées P_i satisfait la condition :

$$M_i \geq \text{Pré}(P_i ; T_j).$$

Les RdPH élémentaires constituent une classe particulière des RdPH où il n'y pas de transformation de marquage, du discret vers le continu ou du continu vers le discret. Dans ce modèle, le RdP T-temporisé contrôle le comportement du RdPCC via des boucles connectant certaines D-places à certaines C-transitions, ce qui signifie que ces dernières ne sont pas validées et par conséquent ne peuvent être franchies que si les D-places soient marquées.

Le RdPCC à son tour peut influencer le comportement du RdP T-temporisé, une D-transition T_j peut avoir comme condition de franchissement le marquage d'une C-place P_i qui atteint un seuil S . Graphiquement, ceci est représentée de deux manières soit par une boucle (deux arcs de P_i vers T_j et de T_j vers P_i) dont le poids est S si ce seuil est un seuil supérieur. Dans le cas contraire, si un marquage de P_i ne doit pas être inférieur à S , un arc inhibiteur est utilisé pour relier T_j à P_i .

III.7. Les réseaux de Petri stochastiques couplé par des lois de fiabilité

L'introduction des lois de fiabilité ainsi que la défaillance (taux de défaillance) et la réparation (taux de réparation) des composants défaillants sur le modèle Réseaux de Petri Stochastiques (RdPS), simplifier grandement l'analyse qualitative (recherche des scénarios redoutés) et quantitative (probabilité d'occurrence des évènements redouté) de la fiabilité des systèmes hybride contrôlé par ordinateur (domaine d'intérêt). En général, l'étude de la fiabilité de système hybride contrôlé par ordinateur par les réseaux de Petri Stochastiques couplé par des lois de fiabilité se composent de quatre étapes : premièrement on écrit le système en termes des places et des transitions, pour obtenir un modèle en réseau; deuxièmement on analyse le modèle obtenu, pour en déduire l'état de défaillance et de réparation des composants réparable ainsi que l'état du système en cas de défaillance et de réparation,... etc. La troisièmes étape, on associe la loi de fiabilité aux places selon la nature des composant (électronique, mécanique, logiciel,...etc) et on associe les taux de défaillances et de réparations au transitions. Finalement, on fait la révision du modèle construit pour étudier la fiabilité des composants du système ainsi que la fiabilité du système complet. Ce modèle nous permettrons de déduire l'ensembles des scénarios redouté (analyse qualitative), à partir de ces résultats en commence l'analyse quantitative (pour indique le composant le plus fiable et le moins fiable qui mène le système à l'état de défaillance).

Le principe de modélisation d'un composant réparable après défaillance est basé sur le model RdPS couplé par des lois de fiabilité, les lois de fiabilité sont associe aux places et les taux de défaillance et de réparation sont associe aux transitions du modèle RdPS comme décrit sur la figure III. 7 suivant :

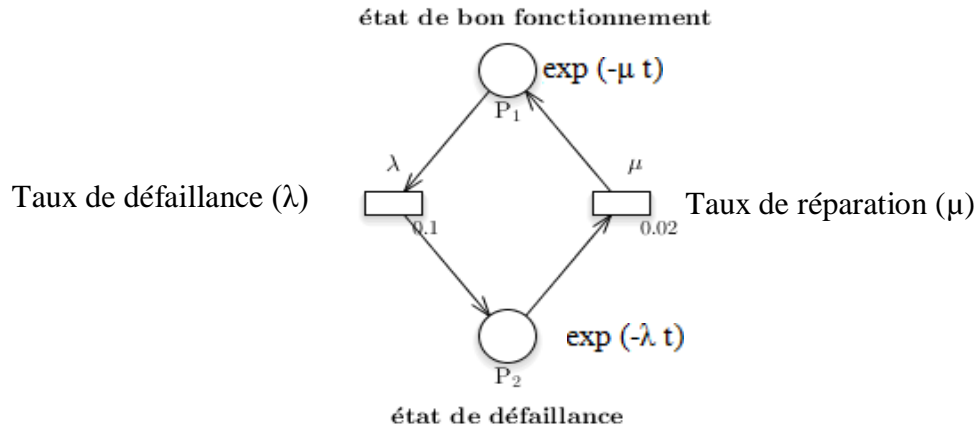


Figure III. 7: Exemple d'un modèle RdPS couplé par des lois de fiabilité pour la défaillance et la réparation d'un composant.

III.8. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons donné les définitions de base, de quelques types des réseaux de Petri. Notre choix de modèle pour l'analyse de la fiabilité est le modèle RdPS couplé par des lois de fiabilité pour étudier la fiabilité d'un système dynamique hybride contrôlé par ordinateur, à cause de leur criticité qui nécessite de garantir un niveau de fiabilité convenable. C'est le but de chapitre 4.

Chapitre IV

Application

IV.1. Introduction

Nous allons appliquer dans ce chapitre la méthode proposée dans le chapitre III, elle est basée sur la génération des scénarios redoutés sur un système dynamique hybride contrôlé par ordinateur, pour évaluer la fiabilité des composants qui mène le système à l'état de défaillance.

L'étude de la fiabilité d'un système n'est possible que si son comportement fonctionnel et dysfonctionnel peut être décrit par un formalisme adopté.

Les réseaux de Petri stochastiques couplés par des lois de fiabilité, conduisent à des modèles qui peuvent être facilement simulés. La connaissance de la fiabilité prévisionnelle de chaque composant permet d'identifier au plus tôt le composant « fragile » et d'apporter des modifications à la conception du système.

Nous avons choisi la modélisation par les RdP couplés par des lois de fiabilité définies dans le chapitre IV utilisant le logiciel **GreatSPN Editor**, afin de faciliter la recherche des scénarios redoutés. Au travers de l'exemple d'un système dynamique hybride contrôlé par ordinateur, en choisit l'application de l'approche proposée [33].

IV.2. Système étudié

La figure (IV.1) représente le cas d'application qui est un système dynamique hybride automatique moderne utilisée pour contrôler et maintenir un fluide à un niveau souhaité $[V_{min}V_{max}]$ dans un réservoir contrôlé par un ordinateur il est constitué :

- D'une pompe, commandée par un relais,
- De trois électrovannes EV1, EV2 et EV3, ces électrovannes n'ont que deux positions de fonctionnement complètement ouvertes ou complètement fermées.
- Un réservoir contrôlé (selon l'ordre de l'utilisateur).
- Un réservoir de vidange.
- Un capteur de niveau qui fournit une mesure analogique du niveau de fluide dans le réservoir.
- Un ordinateur (PC) qui décide, en fonction de la valeur du volume délivré par le capteur, d'alimenter ou non le réservoir en alimentant (ou non) l'électrovanne 1. Le rôle de l'ordinateur est de simuler le volume (V) dans le réservoir en temps réel et de donner l'ordre d'ouverture ou de fermeture des électrovannes (EV1, EV2 et EV3).

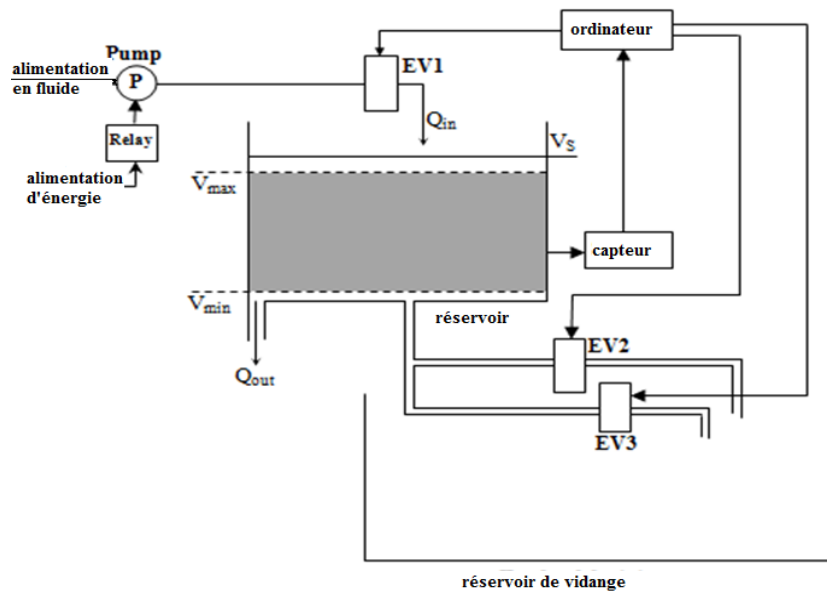


Figure IV.1 : Cas d'application.

Ce système doit éviter le débordement du réservoir contrôlé. Selon les informations reçues du capteur, si le volume dans le réservoir contrôlé dépasse V_{max} ($V > V_{max}$), l'ordinateur actionne les électrovannes EV2 ou EV3 du système pour vider le réservoir contrôlé ; si le capteur indique que le volume dans le réservoir contrôlé dépasse la limite supérieure V_{max} et si l'EV2 est hors service (EV2_HS), l'EV3 peut être utilisé pour vider le réservoir contrôlé dans le réservoir de vidange. Si EV2_HS et EV3_HS, nous considérons le débordement du réservoir contrôlé.

Dans ce travail, nous considérons que seules les électrovannes EV1, EV2, EV3 et l'ordinateur (PC) peuvent avoir des défaillances (EV1_HS, EV2_HS, EV3_HS et PC_HS (ordinateur en panne)) dans le cas du dépôt du réservoir contrôlé.

Avec : $V_{max} = 0.8 \text{ m}^3$, $V_{min} = 0.4 \text{ m}^3$, $V_s = 1 \text{ m}^3$, $Q_{in} = Q_{out} = 0.001 \text{ m}^3/\text{s}$.

IV.3. Mesures de la fiabilité

Le principe de modélisation par le modèle RdPS couplé par des lois de fiabilité, pour calculer la fiabilité des composants qui mène le système à l'état de défaillance est basé sur les lois de fiabilité selon la nature des composants du système (électronique, mécanique, logiciel,...) où les lois de fiabilité son associé aux places du modèle RdPS et les taux de défaillance et de réparation son associe aux transitions placé selon le schéma ci-dessous (Figure IV.2), ici nous supposons que le composant défaillant est un composant électronique :

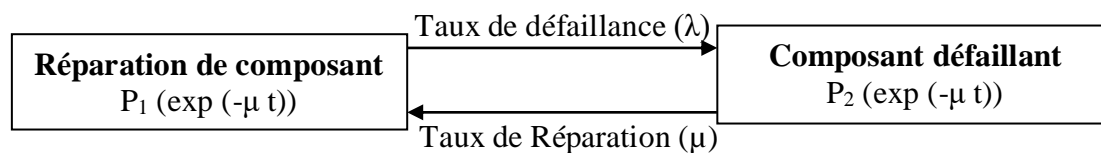


Figure IV.2: Principe de modélisation par le model RdPS couplé par des lois de fiabilité d'un composant électronique.

L'organigramme de simulation pour l'analyse de la fiabilité d'un système dynamique hybride, est basé sur le modèle RdPS couplé par des lois de fiabilité celons la nature des composants (Recueil d'information sur la nature des composants: électriques, mécaniques, électroniques, logiciels,...), pour la génération des scénarios redoutés, ainsi que la visualisation des résultats de simulation sur la fiabilité des composants (pour déterminer l'élément le moins fiable), les étapes de l'algorithme sont résumés dans l'organigramme détailler dans la sous-section suivante.

IV.3.1. Organigramme de simulation

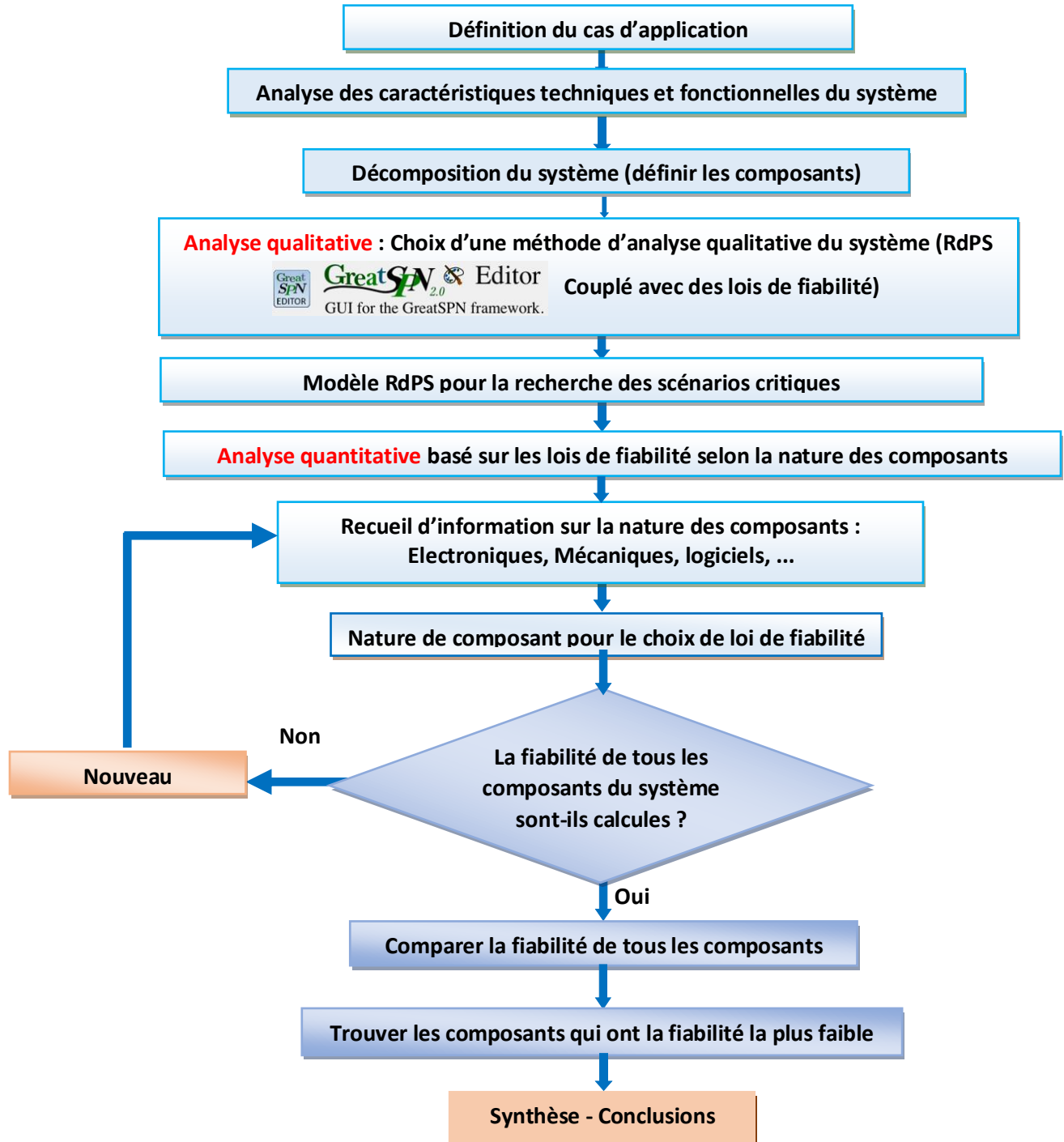


Figure IV.3: Algorithme de simulation

IV.3.2. Modélisation du système étudié par le logiciel GreatSPN Editor

Le logiciel de modélisation utilisé pour l'étude de la fiabilité du cas d'application pour construire le modèle RdPS couplé avec des lois de fiabilité est le logiciel GreatSPN Editor (Figure VI.4), qui permet d'étudier de tous les formalismes du modèle RdP (généralisé, déterministe, stochastique, hybride, couplé avec des lois de fiabilité,....).



Figure VI.4 : Logiciel de simulation Great SPN Editor 2.0.

➤ Modèle complet :

Après l'étude du fonctionnement du cas d'application en comportement réel du système en fonctionnement nominal et en présence de défaillance, et à l'aide du logiciel GreatSPN, on construit le modèle réseau de Petri globale de notre cas d'application, représenté par la figure ci-dessous (Figure IV.5).

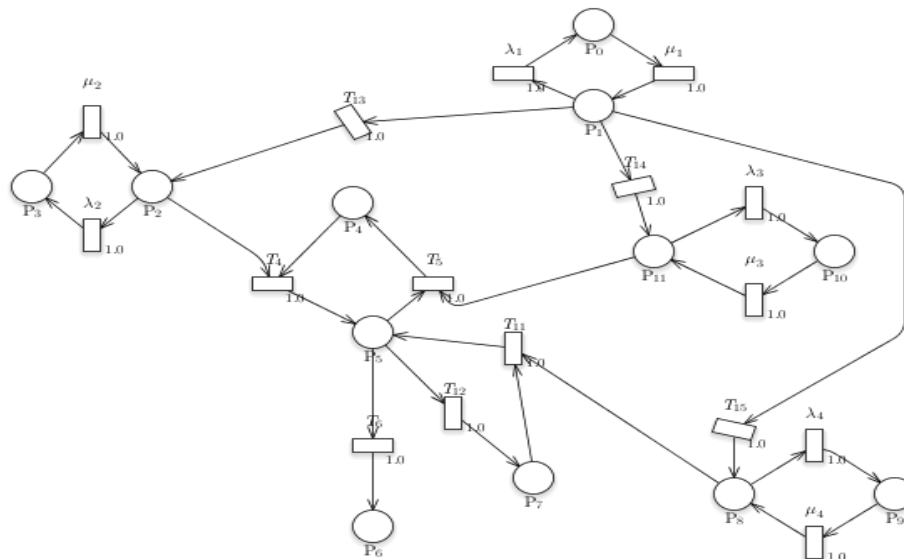


Figure IV.5 : modèle du cas d'application par RdPS couplé par des lois de fiabilité.

IV.4. Analyse qualitative

Rappelons que le but de l'analyse qualitative est de caractériser les scénarios redoutés des relations de causalité entre les événements menant vers un état redouté donné. Cette méthode

permet d'extraire et de rendre explicite les scénarios redoutés à partir d'un modèle réseau de Petri couplé par des lois de fiabilité agrégeant un ensemble de connaissances sur le fonctionnement du système en présence et en absence de défaillances de ces composants.

IV.4.1. Modélisation

La figure (IV.5) représente le modèle RdP couplé par des lois de fiabilité par le logiciel GreatSPN Editor du système étudié, la description du modèle est indiquée dans le tableau ci-dessous:

- Le tableau suivant explique le modèle de système étudié :

places	Descriptions	transitions	Descriptions
P ₀	PC_Déf : ordinateur défaillant	λ_1, μ_1	Taux de défaillance et de réparation de PC
P ₁	PC en bon fonctionnement	λ_2, μ_2	Taux de défaillance et de réparation de l'EV1
P ₂	EV1 en bon fonctionnement	λ_3, μ_3	Taux de défaillance et de réparation de l'EV2
P ₃	EV1_HS	λ_4, μ_4	Taux de défaillance et de réparation de l'EV3
P ₄	Volume décrémenté	T ₄	Vmin
P ₅	Volume incrémenté	T ₅	Vmax
P ₆	Débordement de réservoir	T ₆	Le seuil de volume dépasse Vmax
P ₇	Volume dépasse Vmax	T ₁₁	L'ordre d'ouverture de l'EV3
P ₈	EV3 en bon fonctionnement	T ₁₂	Volume dépasse Vmax
P ₉	EV3_HS	T ₁₃	Ordre d'ouverture et de fermeture de l'EV1 par le PC
P ₁₀	EV2 en bon fonctionnement	T ₁₄	Ordre d'ouverture et de fermeture de l'EV2 par le PC
P ₁₁	EV2_HS	T ₁₅	Ordre d'ouverture et de fermeture de l'EV3 par le PC

Tableau 1 : description de modèle RdP de cas d'application.

IV.4.2. Recherche des scénarios redoutés

Par l'application de la méthode proposée, nous nous intéressons aux scénarios redoutés menant au débordement du réservoir contrôlé par ordinateur.

- **Scénario 1**

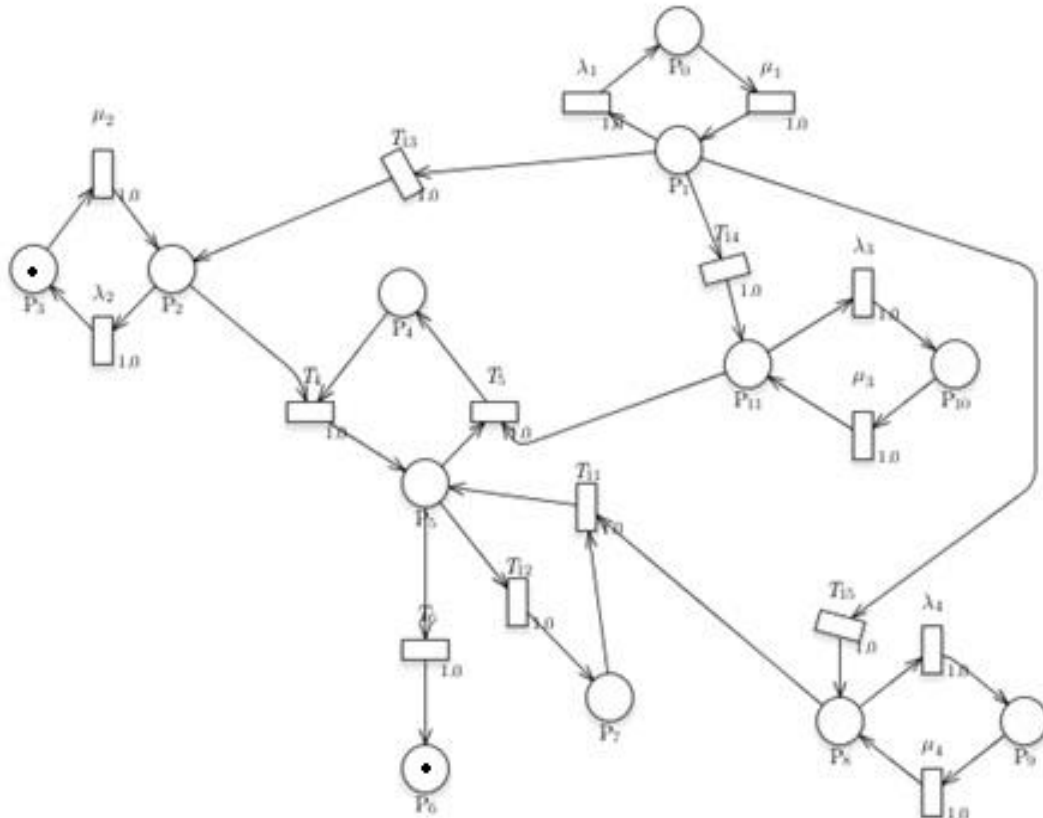


Figure VI. 6 : scénario 1.

Le scénario 1 obtenue après simulation est :

L'électrovanne EV1 est bloquée en ouverture.

Les électrovannes EV2, EV3, et l'ordinateur n'ont aucune information.

- Scénario 2

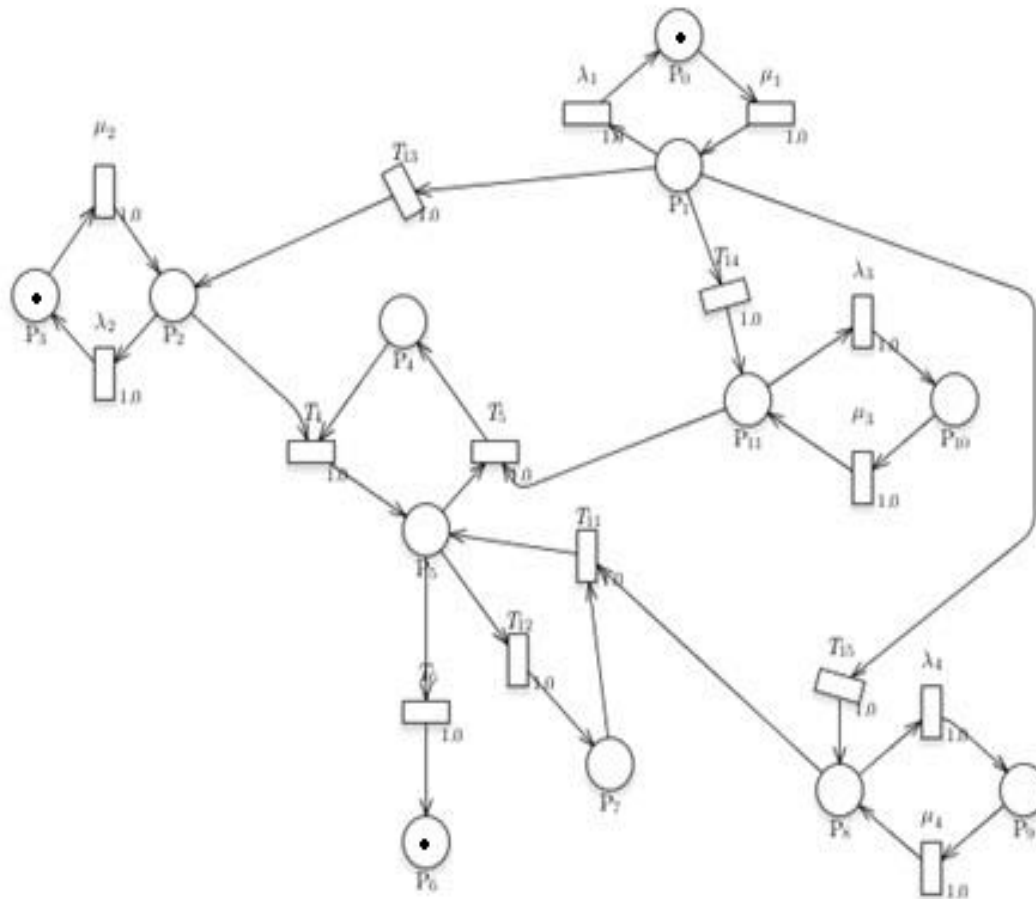


Figure VI. 7 : scénario 2.

Le scénario 2 obtenue après simulation est :

L'électrovanne EV1 est bloquée en ouverture.

L'ordinateur est hors service PC_HS.

- Scénario 3

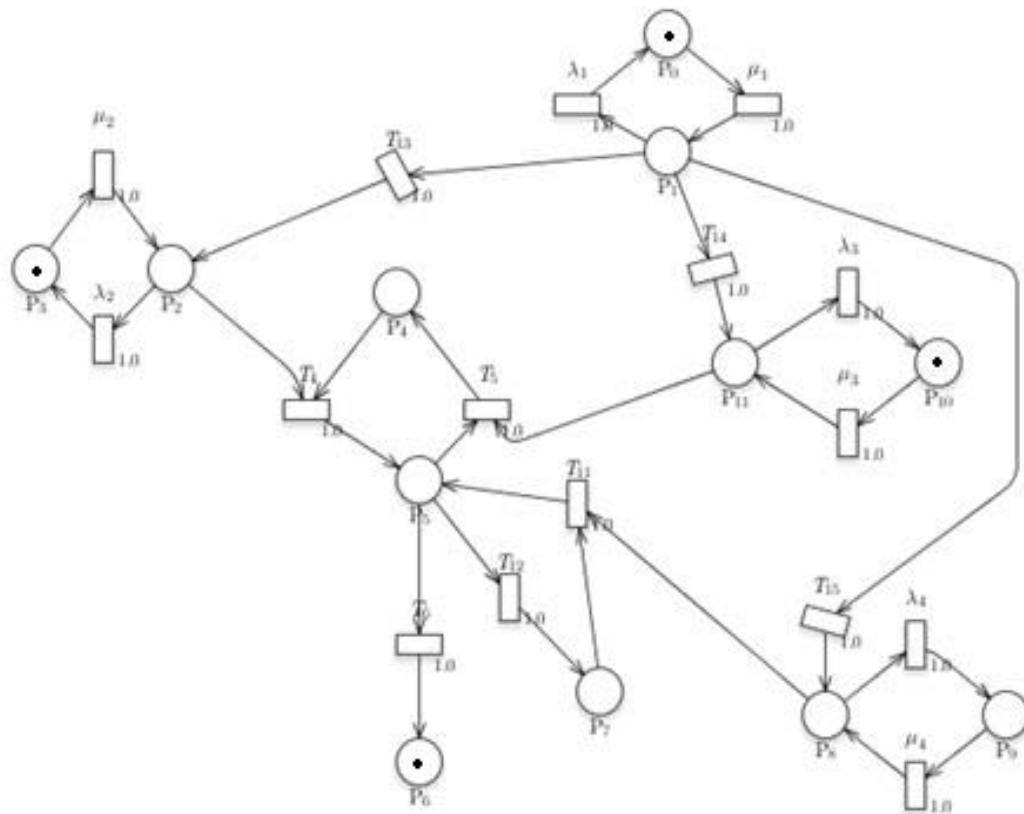


Figure VI. 8 : scénario 3.

Le scénario 3 obtenue après simulation est :

L'électrovanne EV1 est bloquée en ouverture.

L'ordinateur est hors service (PC_HS).

L'électrovanne EV2 est hors service (EV2_HS).

- Scénario 4

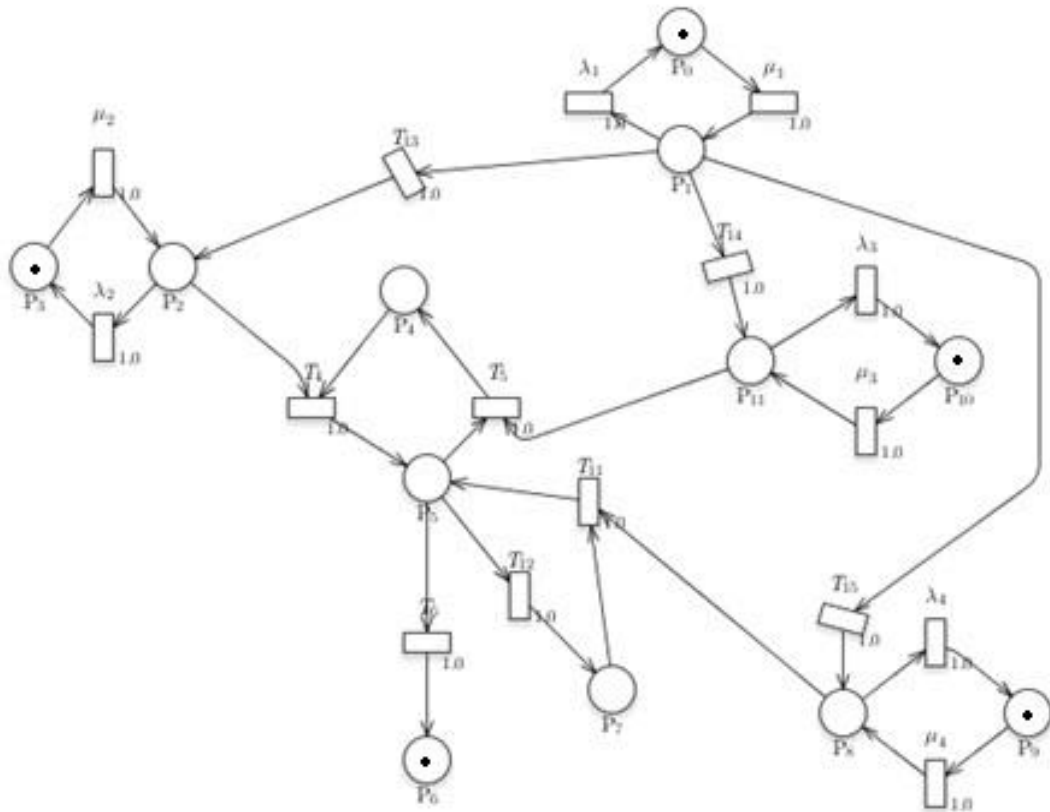


Figure VI. 9 : scénario 4.

Le scénario 4 obtenue après simulation est :

L'électrovanne EV1 est bloquée en ouverture.

L'électrovanne EV3 est hors service (EV3_HS).

L'ordinateur est hors service (PC_HS).

L'électrovanne EV2 est hors service (EV2_HS).

➤ **Le scénario redouté globale qui mène le système à l'état de défaillance est :**

L'électrovanne EV1 est bloquée en ouverture (EV1_BO).

L'électrovanne EV3 est hors service (EV3_HS).

L'ordinateur est hors service (PC_HS).

L'électrovanne EV2 est hors service (EV2_HS).

A l'issue de l'application complète pour la recherche des scénarios redoutés nous aboutissons à un seul scénario intéressant. Ce scénario représente le débordement du réservoir contrôlé par la défaillance de l'ordinateur (PC_HS); et le blocage en ouverture de l'électrovanne 1 (EV1_BO) et les électrovannes 2 et 3 hors service (EV2_HS, EV3_HS).

IV.4.3. Analyse quantitative

A partir de scénario redouté global trouvé suite à l'étape de l'analyse qualitative, on commencera une analyse quantitative basé sur les lois de fiabilité celons le recueil d'information sur la nature des composants.

La mesure quantitative de la fiabilité par le logiciel Matlab qui fonctionne en symbiose avec le logiciel GreatSPN Editor est basée sur l'organigramme suivant :

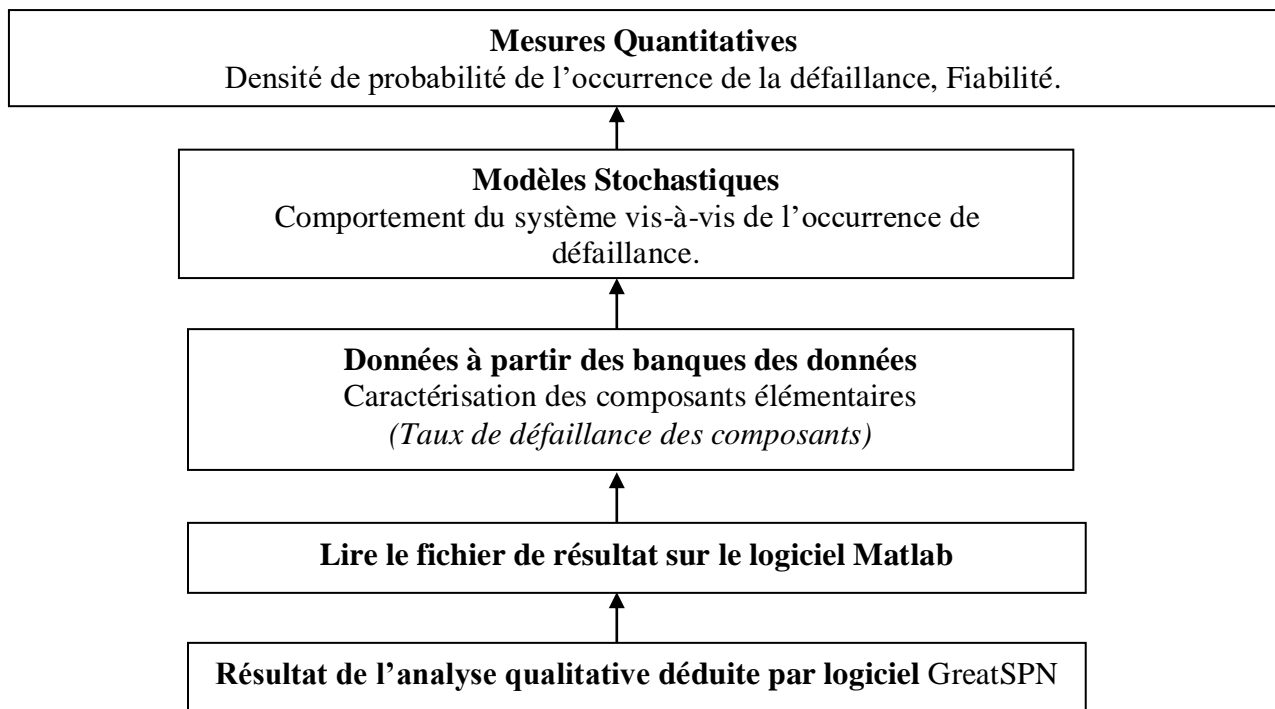


Figure IV.10: Organigramme pour la mesure quantitative de la fiabilité.

Dans le (Tableau 2), nous présentons les distributions dysfonctionnelles associées aux composants, celons le recueil d'information sur la nature des composants (électriques, mécaniques, électroniques, logiciels, ...) du système étudié.

Transition	Distribution de loi de fiabilité	Valeur des paramètres
λ_1	Exponentielle	$\lambda_1 = 0.002 \text{ h}^{-1}$
λ_2	Exponentielle	$\lambda_2 = 0.0051 \text{ h}^{-1}$
λ_3	Exponentielle	$\lambda_3 = 0.003 \text{ h}^{-1}$
λ_4	Exponentielle	$\lambda_4 = 0.001 \text{ h}^{-1}$

Tableau 2 : Taux de défaillance des composants qui mène le système à l'état de défaillance.

La loi de fiabilité pour les composants électronique et logiciel est :

$$R(t) = \exp(-\lambda t).$$

➤ **Les resultants de simulation :**

Suite à la simulation nous obtenons les résultats suivants:

La densité de probabilité de scénario redouté est représentée par la figure ci-dessous :

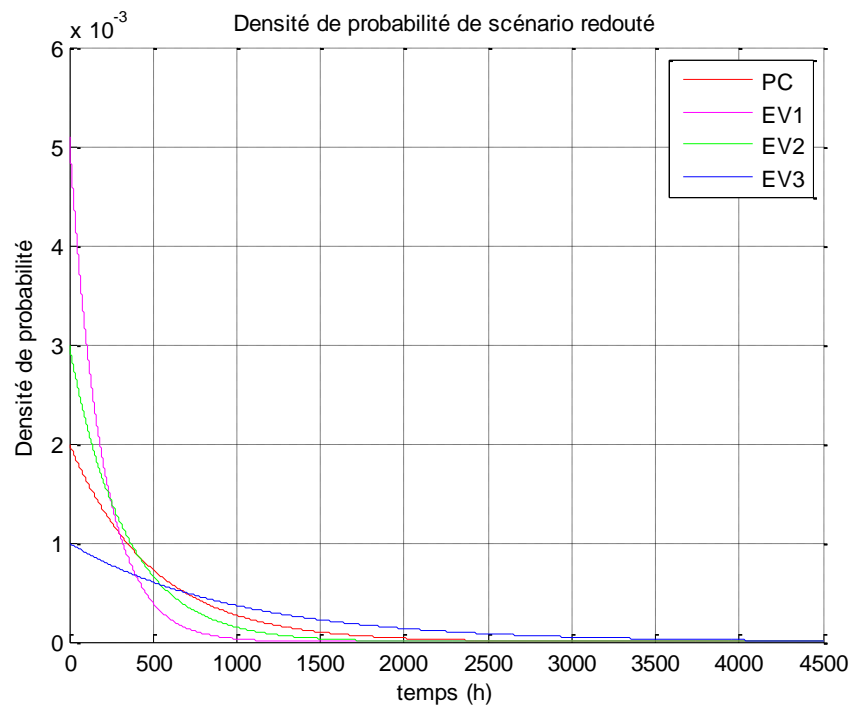


Figure IV.11 : Densité de probabilité de scénario redouté.

La figure (IV.12) représente le développement de la fiabilité des composants (EV1, EV2, EV3, PC) qui mène le système à l'état de défaillance.

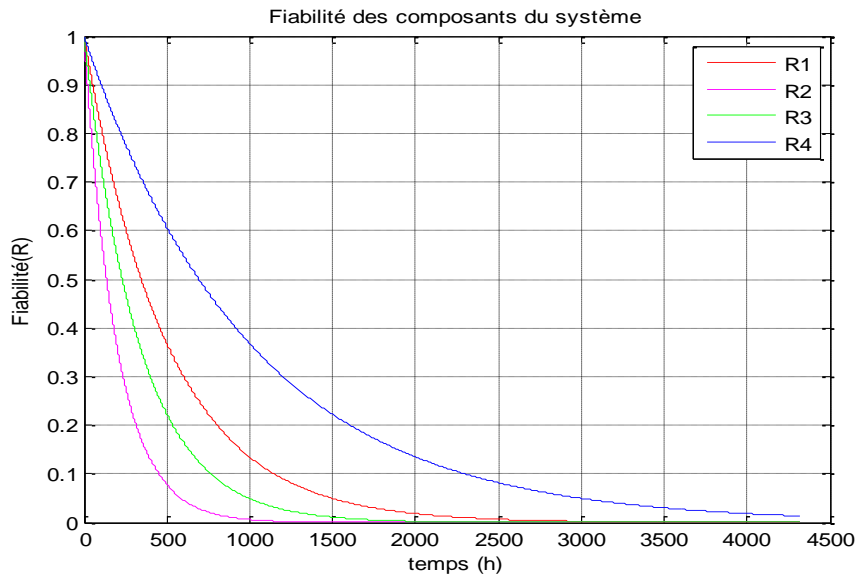


Figure IV.12 : la fiabilité des compesnent du système.

D'après la figure (IV.12) à 2000 H, on déduit :

Les composants	R ₁ (PC)	R ₂ (EV1)	R ₃ (EV2)	R ₃ (EV3)
La valeur de fiabilité	0	0.01	0.034	0.135

Tableau 3 : les valeurs de la fiabilité des composants du système à 2000 H.

A 1000 H, on déduit :

Les composants	R ₁ (PC)	R ₂ (EV1)	R ₃ (EV2)	R ₃ (EV3)
La valeur de fiabilité	0.0235	0.0531	0.125	0.376

Tableau 4 : les valeurs de la fiabilité des composants du système à 1000 H.

D'après l'allure des courbes de la **Figure IV.12**, qui représente la fiabilité des composant qui mène le système à l'état de défaillance. nous constatons, d'après les courbes de fiabilités des quatre composant, que la courbe qui représente la fiabilité de l'EV1 possède la fiabilité la plus faible, ils sont donc la cause principale de la mauvaise fiabilité du système global.

IV.5. Conclusion

Dans cette application, nous avons procédé à une description succincte de la structure du système ainsi que sa décomposition en plusieurs sous-systèmes, cette tâche nous a facilité la compréhension du rôle et de la fonction de chaque composant cela permet de faciliter la génération des scénarios redoutés par un modèle réseau de Petri. Après avoir modélisé le fonctionnement du système par un réseau de Pétri couplé par des lois de fiabilité, nous avons effectué une analyse basée sur l'utilisation des lois probabilistes, et qui nous a permis d'évaluer la fiabilité du système. Donc il faut étudier la fiabilité des composants du système par la génération des scénarios redoutés (étude qualitative), ensuite une étude quantitative est faite pour estimer la fiabilité des composants qui mène le système à l'état de la défaillance trouvé à partir des scénarios redoutés déduite à partir de l'analyse qualitative. Après l'analyse des résultats obtenus de chaque composant de cas d'application, il s'est avéré que le blocage de l'électrovanne 1 en ouverture est la cause principale du débordement du réservoir.

L'étude détaillée de la fiabilité des composants du système permettra certainement de proposer des améliorations pouvant à l'avenir améliorer la fiabilité du système.

Conclusion générale

Conclusion général

La fiabilité caractérise les performances d'un système et son aptitude à accomplir correctement sa mission. Elle est liée à sa capacité à résister aux défaillances matérielles, logicielles, et humaines et aux agressions de son environnement.

Dans ce mémoire, une étude de fiabilité d'un système contrôlé par ordinateur a été réalisée par une approche hybride basée sur une analyse qualitative suivie par une analyse quantitative. L'analyse qualitative permet de faciliter grandement la génération des scénarios redoutés par un modèle réseau de Pétri couplé par des lois de fiabilité, à partir des résultats de l'analyse qualitative nous avons effectué l'analyse quantitative basée sur l'utilisation des lois probabilistes, et qui nous a permis d'évaluer la fiabilité du système à partir de la simulation de la fiabilité des composants qui mène le système à l'état de défaillance.

L'étude détaillée de la fiabilité des composants du système nous a facilités la compréhension du rôle et de la fonction de chaque composant et permettra certainement de proposer des améliorations pouvant à l'avenir améliorer la fiabilité du système.

En perspective, nous espérons que cette approche débouchera sur des cas plus significatifs et d'aborder certains aspects qui n'ont pas été traités.

Références bibliographiques

Références bibliographiques

- [1] Jacques BATUT, « Fiabilité des réseaux électriques », Cahier / Groupe Réseaux n°9, pp. 33-42, 1987.
- [2] Yasmina BERROU, « Evaluation de la fiabilité des systèmes temps réel distribués embarqués », Mémoire de Magistère, Université El Hadj Lakhdhar Batna, 2009.
- [3] Jérôme VALLON, « Introduction à l'étude de la fiabilité des cellules de commutation à IGBT sous fortes contraintes », thèse doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2003.
- [4] M. Goto. « Task allocation for maximizing reliability of distributed computer systems ».
- [5] Boudoukara Zohra, « Méthodologie d'évaluation de maintenance pour les systèmes de production », Mémoire de magistère, ENSET 2008.
- [6] Emmanuel CABAN, « Introduction à la conception de la sûreté », Cahier technique Schneider électrique N° 144, édition juin 1999.
- [7] William GOBLE, « Control systems safety evaluation and reliability », The International Society of Automation (ISA), 2nd edition, 1998.
- [8] AFNOR, « Association française de normalisation ». Groupe AFNOR, Paris, 1991.
- [9] A. Abdallah. « Extending reliability block diagrams to software architectures ». Research report, Center for Software Engineering, Computer Science Department, University of Southern California, Los Angeles (CA), USA, 1997.
- [10] J. K. Muppala, G. Ciardo, and K. Trivedi. « Stochastic reward nets for reliability prediction ». Dept. of Computer Science, The Hong Kong University of Science and Technology, 1994.
- [11] Zaytoon, J. 2001, Systèmes dynamiques hybrides, Hermès.
- [12] Hopcroft, J., R. Motwani et J. Ullman. 2007, Introduction to Automata Theory, Languages and Computation, 3rd Edition, Prentice Hall.
-

- [13]Alur, R., C. Courcoubetis, T.A. Henzinger et P.-H. Ho.1993, « Hybrid automata: An algorithmic approach to the specification and verification of hybrid systems », Hybrid Systems, LNCS, p.209-229.
- [14]Alla, H. et R. David. 1998, « Continuous and hybrid petri nets », Journal of Circuits, Systems and Computer, vol. 8, n°1, p.159-188.
- [15]David, R. et H. Alla. 2010, Discrete, Continuous and Hybrid Petri Nets, Springer, Berlin Heidelberg.
- [16]Harel, D. 1987, « Statecharts : A visual formalism for complex systems », Sci. Comput. Programming 8, p. 231–274.
- [17]Harel, D., A. Pnueli, J. Schmidt et R. Sherman. 1987 « On the Formal Semantics of Statecharts », dans Proc. 2nd IEEE Symp. on Logic in Computer Science, Ithaca, NY, p. 54- 64.
- [18]Mendler, M. et G. Lüttgen. 2001, « Statecharts: from visual syntax to model-theoretic semantics », dans Workshop on Integrating Diagrammatic and Formal Specification Techniques (IDFST 2001), p. 615–621.
- [19]David, R. et H. Alla.. 1989, Du Grafset aux réseaux de Petri, Hermes Science Publications, Paris.
- [20]Petri, C. A. 1962, Kommunikation mit automaten, thèse de doctorat, University of Bonn.
- [21]Merlin, P. M. 1974, A study of the recoverability of computing systems, thèse de doctorat, Department of Information and Computer Science, University of California.
- [22]Berthomieu, B. et M. Diaz. 1991, « Modeling and verification of time dependent systems using time petri nets », IEEE Transactions on Software Engineering, vol. 17, n° 3, p. 259- 273.
- [23]Philippot, A. 2006, Contribution au diagnostic décentralisé des systèmes à événements discrets : Application aux systèmes manufacturiers, thèse de doctorat, Université de Reims Champagne Ardenne.
-

- [24] Yovine, S. 1998, « Model checking timed automata », dans Lectures on Embedded Systems, G. Rozenberg and F. Vaandrager (Eds.). Lecture Notes in Computer Science 1494, Springer-Verlag, p. 114-152.
- [25] Kurovszky, M. 2002, Etude des systèmes dynamiques hybrides par représentation d'état discrète et automate hybride, thèse de doctorat, L'université Joseph Fourier, Grenoble.
- [26] Chen, Y. et G. Provan. 1997, « Modeling and diagnosis of timed discrete event systems- a factory automation example », dans The American Control Conference, New Mexico, p. 31- 36.
- [27] Bemporad, A., M. Morari. 1999, « Control of systems integrating logic, dynamics, and constraints », Automatica, vol. 35, n°3, p. 407-428.
- [28] Alur, R. et D. L. Dill. 1994, « A theory of timed automata », Theoretical Computer Science, vol. 126, p. 183-235.
- [29] P. Bonhomme. Réseaux de Petri P-Temporels : Contribution à la Commande Robuste. Thèse pour obtenir le grade de Docteur préparé à l'université de Savoie 12 juillet 2001.
- [30] R. David and H. Alla. Continuous Petri Nets. Proceedings of the Eight European workshop on application and theory of Petri nets, Pages 275-294, Zaragoza(Espagne), juin 1987.
- [31] A. BENHOCINE, Théorie des graphes et applications, Cours de post-graduation, Université de Sétif, 2001.
- [32] KAHAL HOUSSEYN, «Réseaux Bayésiens Dynamiques: Application aux réseaux électriques » , Mémoire de MAGISTERE, Université des Sciences et de la Technologie d'Oran, juin 2013.
- [33] L. Boucerredj, N.E Debbache "Qualitative and Quantitative Optimization for Dependability Analysis". An international Journal of Computing and Informatics, Informatica **42** (2018) 439–450.
-