

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université 08 Mai 1945 Guelma  
Faculté des Sciences et de l'Ingénierie  
Département de Génie des Procédés

## **MEMOIRE**

Présenté en Vue De L'obtention Du Diplôme de

## **MAGISTER**

---

---

# **EFFETS DES PAROIS RAINUREES « RIBLETS » SUR LA REDUCTION DE TRAINEE TURBULENTE**

---

---

Filière : Génie des Procédés

Option : Génie Chimique

Intitulé : Thermo-Fluide

Par

**BOUSEBA Loubna**

Directeur du mémoire

**M. BENHAMZA Med-El- Hocine**

Devant le jury :

**H. SATHA**  
**M.H BENHAMZA**  
**Y. LAHIOUEL**  
**M. A. AFFOUNE**

Pr. Université 08 Mai 1945-Guelma  
M.C. Université 08 Mai 1945-Guelma  
M.C. Université 08 Mai 1945-Guelma  
Pr. Université 08 Mai 1945-Guelma

Président  
Rapporteur  
Examinatrice  
Examineur

**Juin 2008**

## Remerciements

Au nom de dieu miséricordieux

Je remercie Allah de m'avoir donné la volonté et la force pour permettre d'arriver à entreprendre ce travail.

J'exprime mes vifs et sincères remerciements à mon encadreur Mr Med El-hocine Benhamza pour son soutien, sa patience et ses précieux conseils.

Je remercie aussi les membres du jury ; messieurs : Satha Hamid, Affoune Mohamed Abed et mademoiselle Lahiouel Yamina pour avoir accepté de consacrer un peu de leur temps à la lecture et l'examen de ce mémoire.

Mes remerciements vont également à Mr Brima Abdelhafid , Nemouchi Ammar et Melle Belaid Fairouz qui m'ont aidé à faire ce travail.

Un remerciement très spécial à monsieur Benjaballah Malek.

Un grand merci à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail ; plus particulièrement : Mr ksouri, Mr Boudebbouz, Mme Nacef, Mme Semra, Melle Boufes et Melle Bengourna.

Aux êtres les plus proches de mon cœur .....

Papa et maman, mon frère et mes sœurs

.....A ceux qui m'aiment et que j'aime .....

## Sommaire

<b>Remerciements.....</b>	
<b>Liste des tableaux.....</b>	<b>i</b>
<b>Liste des figures.....</b>	<b>ii</b>
<b>Résumé.....</b>	<b>v</b>
<b>Introduction générale.....</b>	<b>iv</b>

### **Chapitre I : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE**

I.1 Théorie de la turbulence.....	2
I.1.1 Définition.....	2
I.1.2 Le point de vue classique sur la turbulence .....	2
I.1.3 Structure de la couche limite turbulente.....	3
I.1.4 La trainée de frottement turbulente.....	6
I.2 Parois rainurées ou riblets.....	7
I.2.1 Performance des parois rainurées.....	9
I.2.2 Applications des parois rainurées .....	9
I.2.3 Effets des riblets sur le frottement de trainée.....	10
I.3 Travaux effectués sur les parois rainurées .....	11

### **Chapitre II : METHODE DE CALCUL : PLANS D'EXPERIENCES**

Généralités.....	29
II.1 Méthode des plans d'expériences.....	30
II.1.1 Préparation de l'expérimentation.....	30
II.1.2 Analyse des résultats.....	31
II.1.3 Acquisition progressive des connaissances.....	31
II.2 Principe de la méthode.....	32
II.2.1 Notion d'espace ou domaine expérimental.....	32
II.2.1.1 Coordonnées centrées réduites.....	34
II.2.1.2 Facteurs continus, facteurs discrets.....	35
II.2.1.3 Notion de surface de réponse.....	36
II.2.2 Notion de modélisation mathématique.....	37

II.2.2.1	Modèle de l'expérimentateur.....	37
II.2.2.2	Système d'équations.....	38
II.3	Différents types de plans d'expériences.....	38
II.3.1	Plans factoriels complets à deux niveaux.....	39
II.3.2	Plans factoriels fractionnaires à deux niveaux.....	39
II.3.3	Autres plans à deux niveaux.....	39
II.3.4	Plans à plusieurs niveaux.....	39
II.3.5	plans à niveaux mixtes.....	40
II.3.6	Plans pour surfaces de réponse.....	40
II.3.7	Plans de mélanges.....	41
II.3.8	Plans booléens.....	41
II.3.9	Plans pour simulations numériques.....	41
II.4	Plan factoriels à deux facteurs.....	42
II.4.1	Représentation d'une étude sous forme de tableau.....	43
II.4.2	Présentation des résultats d'essais.....	44
II.4.3	Calcul des coefficients.....	45
II.5	Plans factoriels de k facteurs à 2 niveaux.....	46
II.6	Les logiciels de plans d'expériences.....	47
II.7	Calculs statistiques effectués par le JUMP.....	47
II.7.1	Méthode des moindres carrée (Least square method).....	48
II.7.1.1	Intervalle de confiance (confidence curve).....	49
II.7.1.2	Comment mesurer la qualité de l'ajustement.....	50
II.7.1.3	Mesures de précision et signification des paramètres.....	51
II.7.1.4	Cinq règles pour choisir le nombre d'essais d'un plan.....	51
II.7.1.5	Différentes formes des effets.....	52
II.7.2	Méthode des modèles linéaires généralisés (GLM).....	52
II.7. 2.1	Exemples sur les modèles de la méthode GLM.....	53

### **Chapitre III : PRESENTATION DE L'ETUDE**

III.1	Choix de la réponse, des facteurs et des types de plans correspondants.....	55
III.2	Premier cas de l'étude.....	56
III.3	Deuxième cas d'étude.....	56
III.4	Troisième cas d'étude.....	57

III.5 Quatrième cas d'étude.....	57
----------------------------------	----

## **Chapitre IV : RESULTATS ET INTERPRETATIONS**

IV. 1 Résultats du premier cas d'étude.....	63
IV.1.1 Effets estimés des paramètres.....	64
IV.1.2 Interprétation.....	65
IV.1.3 Le modèle mathématique généré.....	69
IV.2 Résultats du deuxième cas d'étude.....	71
IV.2.1 Effets estimés des paramètres.....	72
IV.2.2 Interprétation.....	75
IV.2.3 Le modèle mathématique généré.....	77
IV.3 Résultats du troisième cas d'étude.....	78
IV.3.1 Effets estimés des paramètres.....	79
IV.3.2 Interprétation.....	80
IV.3.3 Le modèle mathématique généré.....	81
IV.4 Résultats du quatrième cas d'étude.....	82
IV.4.1 Effets estimés des paramètres.....	83
IV.4.2 Interprétation.....	85
IV.4.3 Le modèle mathématique généré.....	88
IV.5 Comparaison des résultats avec ceux de la littérature.....	89
IV.6 Conclusion.....	92
<b>Conclusion générale.....</b>	<b>93</b>
<b>Références bibliographiques.....</b>	<b>94</b>

## Liste des tableaux

**Tableau I.1** différentes dimensions des éléments minces.

**Tableau II.1** Tableau d'expérimentation (unités courantes).

**Tableau II.2** Plan d'expériences (unités codées).

**Tableau II.3** Plan d'expériences et résultats expérimentaux.

**Tableau II.4** Type des modèles de la méthode GLM.

**Tableau III.1** Présentation de la matrice d'expérience du premier cas.

**Tableau III.2** Présentation de la matrice d'expérience du deuxième cas.

**Tableau III.3** Présentation de la matrice d'expérience du troisième cas.

**Tableau III.4** Présentation de la matrice d'expérience du quatrième cas.

**Tableau IV.1** Estimations des coefficients du modèle 1 (\* désigne que l'effet est significatif).

**Tableau IV.2** comparaison entre les réponses de l'étude et les réponses prédites.

**Tableau IV.3** Estimations des coefficients du modèle 2 (\* désigne que l'effet est significatif).

**Tableau IV.4** comparaison entre les réponses de l'étude et les réponses prédites.

**Tableau IV.5** Estimations des coefficients du modèle 3 (\* désigne l'effet significatif).

**Tableau IV.6** comparaison entre les réponses de l'étude et les réponses prédites.

**Tableau IV.7** Estimations des coefficients du modèle 4 (\* désigne l'effet significatif).

**Tableau IV.8** comparaison entre les réponses de l'étude et les réponses prédites.

## Liste des figures

**Figure I.1** Couche de mélange turbulente à  $Re = 850000$ .

**Figure I.2** Structure de l'écoulement turbulent dans la région de paroi.

**Figure I.3** Schéma d'élévation et d'oscillation : cycle de « bursting »

**Figure I.4** Visualisation de la région externe d'une couche limite turbulente.

**Figure I.5** Exemple de section transversale d'une paroi rainurée en forme de « V ».

**Figure I.6** Les différentes formes de riblets.

**Figure I.7** Modèle de riblets minces.

**Figure I.8** Valeurs de traînée des différents modèles des éléments minces notés sur le tableau.

**Figure I.9** Différents types de riblets testés.

**Figure I.10** Différentes configurations de riblets testés.

**Figure I.11** Présentation de traînée pour la forme « L ». (a) effet de  $s/h$  à  $Re = 50000$ . (b) effet du nombre de Reynolds à  $s/h = 1$ .

**Figure I.12** Réduction de traînée pour la forme « V ».

**Figure I.13** Coefficient de frottement relatif en fonction du nombre de Reynolds. 1 : paroi rainurée, 2 : paroi lisse.

**Figure I.14** laminaire,  $v.w/U$  à  $x = 80mm$ .

**Figure I.15** laminaire,  $v.w/U$  à  $x = 200mm$ .

**Figure I.16** transition,  $v.w/U$  à  $x = 400mm$ .

**Figure I.17** turbulent,  $v.w/U$  à  $x = 468mm$ .

**Figure I.18** Présentation du coefficient de frottement.

**Figure I.19** Présentation d'une partie de la paroi rainurée.

**Figure I.20** A droite : Ecailles d'un requin blond. A gauche : Photo représentant la paroi rainurée testée.

**Figure I.21** Réduction de traînée de la forme trapézoïdale.

**Figure I.22** Réduction de traînée de la forme rectangulaire.

**Figure I.23** Réduction de traînée de la forme ailette.

**Figure I.24** Performances de différentes géométries de rainures (DLR Berlin).

**Figure I.25** Une coupe représentant la forme des riblets et les coordonnées du système.

**Figure I.26** Visualisations des vortexes d'écoulement longitudinal.

**Figure I.27** Les effets des crêtes de riblets en cas de réduction de trainée ( $U_0 = 3\text{ m/s}$ ).

**Figure I.28** Champs de vitesses instantanées, (a) réduction de trainée, (b) augmentation de trainée

**Figure I.29** Schéma représentant les micro-riblets et leurs dimensions.

**Figure I.30** Réduction de trainée en fonction du nombre de Reynolds.

**Figure II.1** Schéma d'acquisition des connaissances.

**Figure II.2** Le niveau bas du facteur est noté par - 1 et le niveau haut par +1. Le domaine de variation du facteur est constitué de toutes les valeurs comprises entre le niveau bas et le niveau haut.

**Figure II.3** Chaque facteur est représenté par un axe gradué et orienté. Les axes des facteurs sont orthogonaux entre eux. L'espace ainsi défini est l'espace expérimental.

**Figure II.4** Dans l'espace expérimental, les niveaux des facteurs définissent des points expérimentaux.

**Figure II.5** Les points expérimentaux sont disposés dans le domaine d'étude défini par l'expérimentateur.

**Figure II.6** Les réponses associées aux points du domaine d'étude forment la surface de réponse. Les quelques réponses mesurées aux points du plan d'expériences permettent de calculer l'équation de la surface de réponses.

**Figure II.7** Plan de Box- Behnken pour trois facteurs.

**Figure II.8** Les meilleurs emplacements des points expérimentaux sont les sommets du domaine d'étude lorsque le modèle postulé est du premier degré.

**Figure II.9** Dans le plan moyen du facteur 2, l'effet du facteur 1 est la variation de la réponse entre le centre du domaine d'étude et le niveau haut du facteur 1.

**Figure II.10** Présentation de la réponse en fonction du facteur.

**Figure II.11** Construction de la courbe d'effet.

**Figure II.12** Différents cas de l'intervalle de confiance.

**Figure II.13** Différents types des effets principaux.

**Figure II.14** Différents types des effets d'interaction.

**Figure IV.1** Graphe illustrant les valeurs actuelles de R.T en fonction des valeurs prédites (modèle 1).

**Figure IV.2** Influence des facteurs principaux sur la réponse R.T (modèle 1).

**Figure IV.3** Influence des interactions entre facteurs sur la réponse R.T (modèle 1).

**Figure IV.4** Profil de la réponse prédite généré par le modèle 1. (rouge : valeurs prédites des réponse, bleu : intervalle de 95% de confiance sur la moyenne de la réponse).

**Figure IV.5** Profil d'interaction entre les trois facteurs deux par deux (modèle 1).

**Figure IV.6** Graphe illustrant les valeurs actuelles de R.T en fonction des valeurs prédites (modèle 2).

**Figure IV.7** Influence des facteurs principaux sur la réponse R.T (modèle 2).

**Figure IV.8** Influence des interactions entre facteurs sur la réponse R.T (modèle 2).

**Figure IV.9** Profil de la réponse prédite généré par le modèle 2. (rouge : valeurs prédites des réponse, bleu : intervalle de 95% de confiance sur la moyenne de la réponse).

**Figure IV.10** Profil d'interaction entre les quatre facteurs deux par deux (modèle 2).

**Figure IV.11** Graphe illustrant les valeurs actuelles de R.T en fonction des valeurs prédites (modèle 3).

**Figure IV.12** Profil de la réponse prédite généré par le modèle 3. (rouge : valeurs prédites des réponse, bleu : intervalle de 95% de confiance sur la moyenne de la réponse).

**Figure IV.13** Graphe illustrant les valeurs actuelles de R.T en fonction des valeurs prédites (modèle 4).

**Figure IV.14** Influence des facteurs principaux sur la réponse R.T (modèle 4).

**Figure IV.15** Influence de l'interaction sur la réponse R.T (modèle 4).

**Figure IV.16** Profil de la réponse prédite généré par le modèle 4. (rouge : valeurs prédites des réponse, bleu : intervalle de 95% de confiance sur la moyenne de la réponse).

**Figure IV.17** Présentation de la réponse sous forme de surface de réponse (modèle 4).

**Figure IV.18** Comparaison entre le modèle du troisième cas et la référence [21] pour la forme en « L » et  $h/s = 0.5$

**Figure IV.19** Comparaison entre le quatrième cas et la référence [12] où  $s = 0.64mm$  et  $h = 0.25mm$  .

**Figure IV.20** Comparaison entre les trois dernier cas d'étude où  $h = 0.4mm$  et  $s = 0.8mm$  .

## Résumé

La réduction de traînée a un grand intérêt dans la recherche dans les écoulements fluides. La technique avec laquelle la réduction de traînée est efficace, est de texturer la surface avec des rainures longitudinales que l'on nome « riblets » le long de la direction de l'écoulement. Ces riblets peuvent réduire la traînée jusqu'à 9%.

L'étude présentée dans ce travail consiste à construire un modèle mathématique d'effets, décrivant l'influence des paramètres tels que : les dimensions des riblets, la forme et l'espacement adimensionnel, sur la réduction de traînée. Ceci permet aussi à tirer la forme adéquate des riblets qui permet une réduction de traînée maximale. A cette fin, une méthode de calcul nommé « plans d'expériences » est utilisée ; elle permet l'optimisation du choix des essais et de leur enchaînement en cours de l'expérimentation.

L'application de la méthode des plans d'expériences dans le domaine des écoulements fluides est réalisée avec succès, elle a permis de générer des modèles mathématiques décrivant l'influence des dimensions des riblets et leurs formes ainsi que l'espacement adimensionnel sur la réduction de traînée. Les résultats obtenus montrent un accord avec ceux de la littérature.

La réduction maximale sur la traînée de frottement de 8 à 10% a pu être obtenues pour des rainures de plusieurs formes. Ces valeurs obtenues sont dues à l'influence des paramètres cités au-dessus ; se sont les facteurs les plus importants qui influent la réduction de traînée.

Il apparaît qu'un maximum de réduction se trouve dans un intervalle où  $s^+$  variant de 15 à 20 unité de parois. En outre, la forme en « L » est la plus appropriée.

## Abstract

Drag reduction has much interesting in researches of fluid dynamics. Among the frictional drag reducing devices longitudinal grooves, called “riblets”, manufactured in the wall are the most effective. They can reduce the frictional drag by about 9%.

The aim of this investigation is to make a mathematical model, describing the influence of parameters such as riblets dimensions, shape and Reynolds number.

To this end, a software called “experiments designs” interactive statistics is used, which help to find patterns in data identify outlying points or fit models.

Application of experiments designs method in fluid dynamics domain is achieved with success, it allowed to generate mathematical models describing the influence of riblets dimensions, shape and dimensionless spacing on drag reduction. These results show an agreement with those of literature.

The maximum of reduction obtained for several shapes is 8 to 10%, due to parameters mentioning above; they are the most important factors influencing drag reduction. It appears that this maximum is obtained for  $s^+$  between 15 and 20 units wall. Furthermore, the “L” shape is the most suitable.

## المخلص

ان التقليل من قوة الاحتكاك مهم جدا في الابحاث الخاصة بميكانيك الموائع، التقنية الفعالة التي تعمل على تقليل قوة الاحتكاك تكمن في تغطية الجدران بنتوءات طولية تكون بنفس اتجاه التدفق. هذه النتوءات تنقص قوة الاحتكاك بحوالي 9 %.

الدراسة المقدمة في هذه المذكرة تكمن في تشكيل معادلة رياضية تصف تاثير بعض العوامل على التقليل من قوة الاحتكاك، مثل : ابعاد النتوءات و اشكالها و كذلك العدد رينولدز.

لاجل هذا، تم استعمال طريقة تسمى " تصاميم التجارب"، هذه الطريقة سمحت بخلق معادلات رياضية تصف تاثير العوامل المذكورة على التقليل من قوة الاحتكاك. النتائج المحصل عليها توافق ما هو مذكور في النظري.

ان قيمة نقصان قوة الاحتكاك ب 8 الى 10 % قد وجدت بالنسبة لعدة اشكال من النتوءات و تحت تاثير العوامل المذكورة التي تعد من اهم العوامل المؤثرة.

ان النسبة الاعلى لنقصان قوة الاحتكاك تتواجد في المجال 15 الى 20 وحدة حساب. اضافة الى هذا، فان الشكل " L " للنتوءات هو الافضل.

## **Introduction générale**

La réduction de traînée a un grand intérêt dans la recherche en mécanique des fluides. Cet intérêt est dérivé par les avantages pratiques de la réduction de traînée ; par exemple, la réduction de traînée des véhicules de transport mène directement à la diminution de la consommation du carburant et ainsi abaisse les coûts opérationnels. La technique avec laquelle la réduction de traînée est efficace, est de texturer la surface avec des rainures longitudinales que l'on nome « riblets » le long de la direction de l'écoulement (streamwise).

Plusieurs études anciennes et jusqu'à présent, ont prouvé que l'introduction des rainures sur une surface peut réduire la traînée jusqu'à 9%, en changeant la structure de l'écoulement près de la paroi. Les rainures se présentent sous différentes dimensions et formes telles que : triangulaire, rectangulaire, trapézoïdale...etc.

Notre étude consiste à trouver un modèle adéquat qui définit la réduction de traînée de différentes riblets et en tirer la forme adéquate qui permet une réduction de traînée maximale, en définissant les paramètres influencent sur la réduction ; tels que la dimension des riblets, le nombre de Reynolds.

On utilise à cette fin, une méthode de calcul nommé « plan d'expérience ». C'est une nouvelle science qui permet l'optimisation du choix des essais et de celui de leur enchaînement en cours de l'expérimentation. Elle est au moins trois à quatre fois plus efficace que les démarches habituelles de conduite des essais, c'est-à-dire qu'elle permet d'arriver aux mêmes résultats avec trois à quatre fois moins d'essais. Ajoutons que cette méthode apporte à l'expérimentateur un puissant outil de réflexion et d'analyse qui lui permettra de conduire son expérimentation avec sûreté et précision.

Ce mémoire contient quatre chapitres. Il est débuté par une introduction générale, puis un premier chapitre qui donne une étude bibliographique détaillée sur la théorie de la turbulence et comment les riblets agissent sur l'écoulement. Le deuxième chapitre décrit la méthode des plans d'expériences et son principe. La présentation de l'étude est décrite dans le troisième chapitre. Les résultats et leur discussion sont donnés dans le quatrième chapitre. Enfin, le mémoire est terminé par une conclusion générale.

## **Chapitre I**

### **ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE**

La couche limite dans un écoulement turbulent est une configuration standard de l'écoulement, elle est étudiée extensivement grâce à son importance dans plusieurs applications pratiques industrielles ou naturelles. L'un des paramètres principaux de l'écoulement turbulent est le frottement ; pendant longtemps, on a cru que le meilleur moyen de minimiser le frottement était de rendre la paroi aussi lisse que possible, mais il apparaît qu'une modification de la géométrie de la paroi par l'utilisation des petites rainures parallèles à l'écoulement fait diminuer le frottement de traînée jusqu'à 8%. Ces rainures appelées aussi « riblets » sont de différentes formes ; forme en U, forme en V, ou carrée, type ailette, ... etc. L'utilisation des rainures apparaissent comme étant une méthode passive très attrayante car elle est relativement facile à mettre en œuvre et très prometteuse pour de plusieurs applications tel que l'aérodynamique, sous-marins, conduites de transportation à grandes distances, ... etc. Quoique l'effet des riblets sur la réduction de frottement de traînée soit d'actualité, il y a peu d'informations concernant le mécanisme de la réduction de traînée. Plusieurs expériences prouvent que l'effet des riblets se situe au niveau de la couche limite turbulente près des parois.

Dans ce chapitre, la théorie de la turbulence ainsi que le comportement de l'écoulement près des parois, est décrite. L'étude des parois rainurées ou riblets agissant sur l'écoulement turbulent en réduisant la traînée, est aussi présentée.

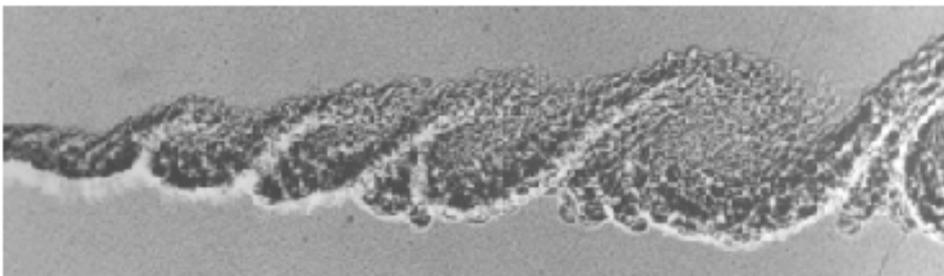
## I.1 Théorie de la turbulence

### I.1.1 Définition

La majorité des écoulements, d'intérêt technologique, sont souvent turbulents : océans, atmosphère, chambre à combustion, le jet qui s'échappe d'un turbo-réacteur, la couche limite qui s'établit sur la voilure d'un avion, ...etc.

La turbulence est utile dans les applications technologiques car elle favorise les processus de mélange ainsi que les transferts de chaleur et ou de masse. En réalité, la turbulence est une propriété de l'écoulement et non du fluide lui-même. La théorie générale de la turbulence est caractérisée par un certain nombre de propriétés observables : dans un écoulement turbulent, les forces d'inertie axiales ne sont plus négligeables, ce qui rend difficile de faire une analyse analytique pour obtenir des solutions rigoureuses semblable à celle pour l'écoulement laminaire ; où les forces d'inertie sont négligeables devant les forces de viscosité.

En utilisant les équations de mouvement, à cette fin, Reynolds a introduit une description statistique du champ de vitesse turbulent en séparant la vitesse  $u$  en une valeur moyenne temporelle  $U$  et une fluctuation  $v$  [1].



**Figure I.1** Couche de mélange turbulente à  $Re = 850000$ . Les grands tourbillons provenant de l'instabilité initiale de la couche de mélange sont encore visibles ainsi que toute une gamme de tourbillons beaucoup plus petits.

### I.1.2 Le point de vue classique sur la turbulence

La turbulence est un mouvement tourbillonnaire qui, aux nombre de Reynolds élevés couramment atteints, présente un spectre étendu de dimensions de tourbillons et un spectre correspondant en fréquence. Les plus gros tourbillons, qui sont associés aux basses fréquences du spectre, sont déterminés par les conditions aux limites de l'écoulement et leur dimension est de l'ordre de grandeur du domaine occupé par l'écoulement. Les plus petits tourbillons associés aux hautes fréquences, sont déterminés par les forces visqueuses. La

largeur du spectre, c'est-à-dire la différence entre les plus gros et les plus petits tourbillons augmente avec le nombre de Reynolds.

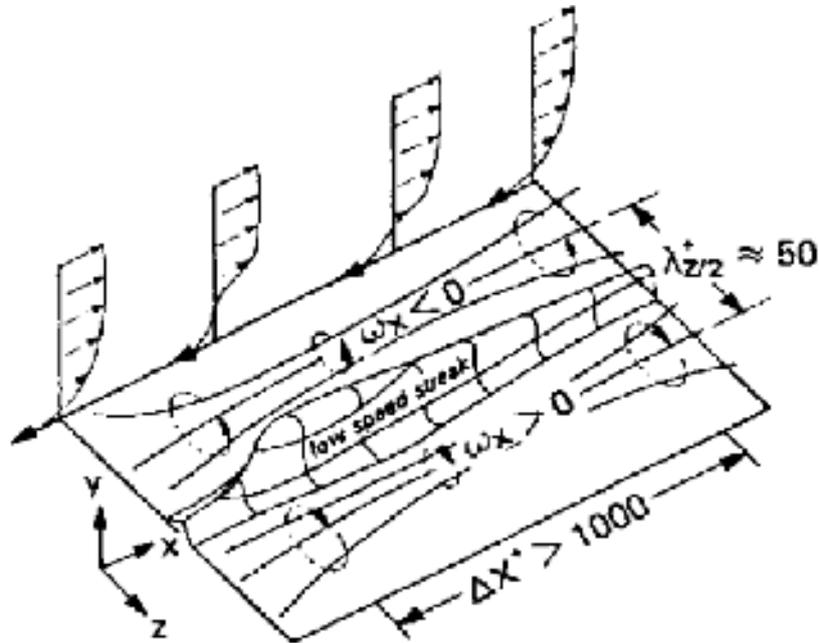
Les gros tourbillons interagissent avec l'écoulement (car leurs échelles sont du même ordre de grandeur) ; ils extraient de l'énergie cinétique à partir de l'écoulement et la fournissent aux agitations à grande échelle. Les structures turbulentes peuvent être considérées comme des éléments tourbillonnaires qui s'étirent les uns les autres. Cet allongement des filets tourbillons est l'un des aspects essentiels du mouvement turbulent. Il produit le passage de l'énergie à des échelles de plus en plus petites jusqu'à ce que les forces visqueuses deviennent actives et dissipent l'énergie : c'est la cascade d'énergie [2].

### I.1.3 Structure de la couche limite turbulente

Bien que la turbulence soit un phénomène aléatoire et non linéaire propre aux écoulements non prévisibles, une couche limite turbulente est, en fait, constituée d'un ensemble de mécanismes relativement bien identifiés et organisés. La couche limite turbulente se décompose en deux régions caractéristiques : l'une, loin de la paroi, est contrôlée par la turbulence : c'est la région externe ; l'autre, près de la paroi, est dominée par la viscosité : c'est la région interne. Dans chaque région, la turbulence est caractérisée par une échelle de longueur caractéristique et une échelle de vitesse. L'échelle de longueur caractéristique de la région interne est la longueur visqueuse  $\nu/U\tau$ , où  $U\tau$  représente l'échelle de vitesse ou vitesse de frottement, définie par  $(\tau_p/\rho)^{1/2}$ .  $U^+ = U/U\tau$  et  $y^+ = yU\tau/\nu$  sont appelées les variables internes ou variables de paroi. Dans la région externe, l'échelle de longueur de la turbulence est donnée par l'épaisseur de la couche limite,  $\delta$ , et une échelle de vitesse est fournie par la vitesse de frottement  $U\tau$ .

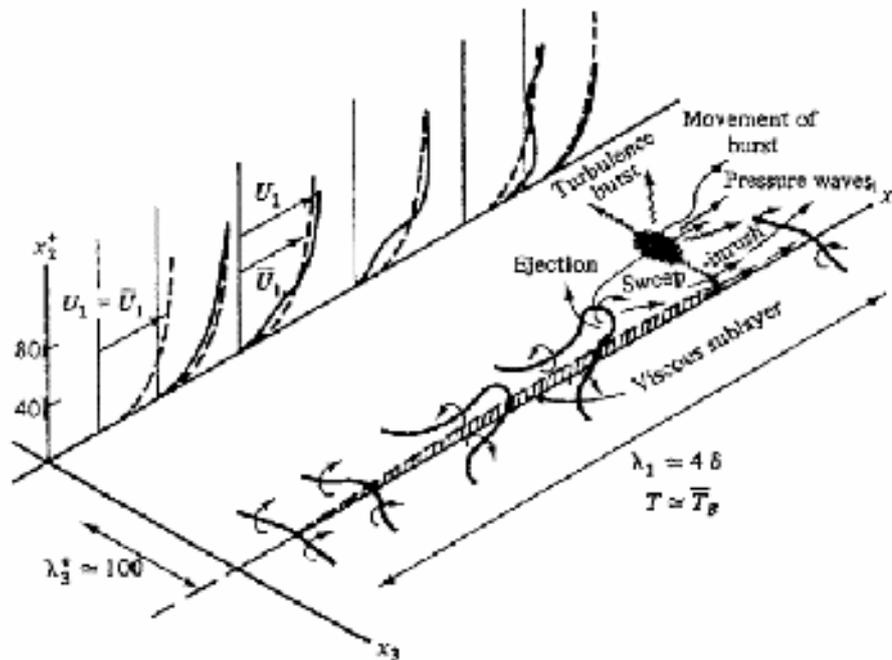
Pour un nombre de Reynolds relativement élevé, l'écoulement turbulent est tel que la production et la dissipation de la turbulence sont importantes dans la région interne ; dans la région externe, la turbulence est entretenue par l'excédent d'énergie turbulente produit dans la région interne et transportée par des mouvements turbulents. Les deux régions sont en perpétuelle interaction par l'intermédiaire de structures d'échelles de longueur et de temps différentes ; de nombreuses expériences ont confirmées l'existence d'une séquence cyclique, liées à la production de la turbulence, qui relie ces deux régions. De façon générale, plusieurs événements caractéristiques ont été identifiés faisant intervenir des structures communément dénommées « structures cohérentes ».

L'écoulement proche de la paroi est très agité et reste toujours turbulent ; il est constitué d'un ensemble de lanières longitudinales alternées à faible et à plus grande vitesse. On interprète ces résultats à l'aide d'un schéma de tourbillons contrarotatif (figure I.2).



**Figure I.2** Structure de l'écoulement turbulent dans la région de paroi.

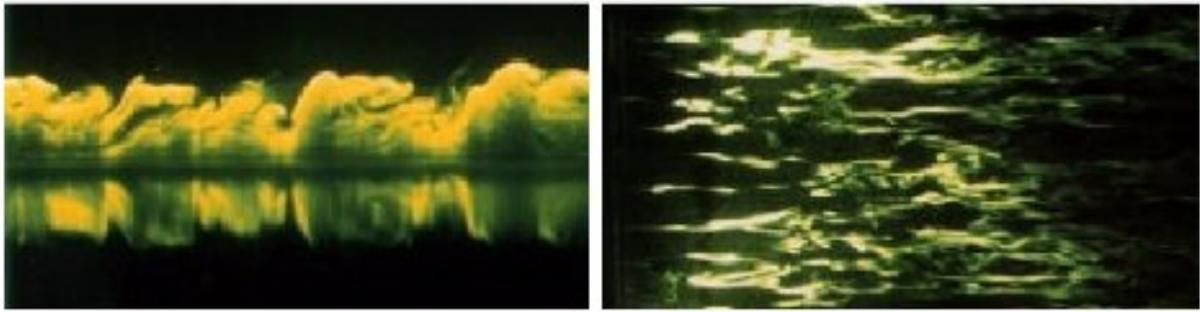
La dimension individuelle de ces tourbillons varie beaucoup dans le temps et l'espace autour d'une valeur moyenne, mais leur espacement transversal est approximativement constant et égal à 15 fois l'épaisseur de la sous-couche visqueuse, soit une centaine d'unité de paroi ( $100U_{\tau}/\nu$ ). Ces tourbillons sont séparés par une bande d'écoulement à faible vitesse, relativement large près de la paroi, mais plus étroite à des altitudes supérieures. Ces tourbillons existent dans les régions de fort cisaillement (ce fort cisaillement provoque une grande augmentation du frottement de traînée associé à la couche limite turbulente en la comparant avec celle laminaire), induisant des régions de forte et faible vitesse. Ils constituent des réminiscences de l'étape non linéaire de la zone de transition du régime laminaire au régime turbulent et sont souvent appelés tourbillons en épingle à cheveux ou « hairpin vortices » (figure I.2).



**Figure I.3** Schéma d'élévation et d'oscillation : cycle de « bursting »

L'interaction de ces bandes alternées et l'action sur l'écoulement des importantes fluctuations de vitesse induites provoquent le soulèvement des tourbillons contrarotatifs, chaque jambe de ces tourbillons se trouvant de part et d'autre de la lanière à faible vitesse, emprisonnant ainsi une partie de fluide. Cette lanière s'élève progressivement, oscille violemment (instabilité secondaire) puis éclate dans un mouvement complètement chaotique. Cet éclatement est le point de départ du cycle de production d'énergie cinétique turbulente à travers un processus identifié sous la terminologie de « *bursting* » ; des résultats d'essais montrent que 70% de la production de turbulence dans une couche limite survient au cours de la phase d'éclatement. Les éjections (« *bursts* », fluide à faible vitesse vers l'extérieur) et les balayages (« *sweep* », fluide à vitesse élevée vers la paroi) constituent les deux contributions essentielles de l'activité turbulente. La figure I.3 reprend les différentes étapes de cette phase intense de production de turbulence.

Les tourbillons en épingle à cheveux constituent la structure dominante de l'écoulement turbulent. La partie supérieure de ces structures a une intensité tourbillonnaire transversale relativement importante et lors de la phase d'étirement de ces tourbillons pendant le « *bursting* », il se pourrait que seuls les sommets soient actifs dans la région extérieure de la couche limite. Dans cette région est concentrée une contribution minime de turbulence. La frontière extérieure de la couche limite présente un caractère intermittent, dû aux pénétrations massives de fluide non turbulent dans la couche limite (figure I.4).



**Figure I.4** Visualisation de la région externe d'une couche limite turbulente.

Cet entraînement de fluide irrotationnel complète le cycle d'événement individuels cohérents survenant lors du développement d'une couche limite turbulente, cycle faisant intervenir les grosses structures de la partie extérieur de la couche limite et les structures beaucoup plus fines proches de la paroi.

Ainsi, on peut penser réduire cette production de turbulence en détruisant un ou plusieurs types de structures cohérentes, en introduisant de nouvelles structures dans l'écoulement, voire en réorganisant les structures existantes. Le but recherché est de rompre ce cycle par quelque procédés que ce soit, afin de modifier les transferts énergétiques entre les régions interne et externe et, essentiellement, le transfert de quantité de mouvement vers la paroi.

Différents moyens actifs ou passifs ont été développés à cette fin. Les procédés actifs peuvent conduire à des réductions massives du frottement mais perdent souvent de leur intérêt du fait d'un apport extérieur nécessaire d'énergie [3].

#### **I.1.4 La traînée de frottement turbulente**

La couche limite turbulente est une configuration standard dans l'écoulement, elle est étudiée extensivement grâce à son importance dans plusieurs applications pratiques, l'un des paramètres principaux étudié est le frottement. Puisqu'on veut toujours garder les sources d'énergie, l'une des méthodes principales est de réduire la surface de frottement, soit la réduction de frottement de traînée. La réduction de traînée a un grand intérêt dans la recherche en mécanique des fluides, des études ont été effectuées dans plusieurs domaines, surtout dans les moyens de transportation, la surface de frottement présente la grande portion au total des résistances des moyens de transport. Par exemple cette portion est de 50% pour les avions civiles, 70% pour les sous-marins et proche de 100% pour les conduites de transportations à grandes distances. La réduction de traînée des véhicules de transport mène

directement à la diminution de la consommation du carburant et aussi abaisse les coûts opérationnels.

L'étude de la réduction de traînée est commencée en 1930, où le travail principal est de diminuer la rugosité de la surface; ce ci implique que plus la paroi est lisse, le frottement est faible. En 1970 lors du premier choc pétrolier, l'étude de la réduction de traînée turbulente a été relancée une autre fois. Le centre de NASA Langley était le pionnier de cette recherche à l'époque [4].

## **I.2 Parois rainurées ou riblets**

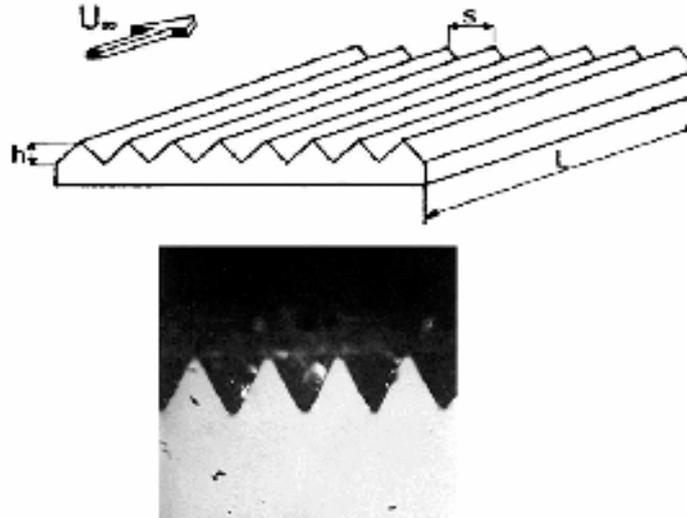
Plusieurs procédés ont été envisagés pour réduire la traînée de frottement, la modification de la paroi sous forme de rainures longitudinales, dénommées « riblets », apparaît comme étant une méthode passive très attrayante et très prometteuse. Pendant longtemps, on a cru que le meilleur moyen de minimiser le frottement était de rendre la paroi aussi lisse que possible. Il est souvent mentionné que l'idée originale de ces parois striées est issue d'observations zoologiques ; certaines peaux de requins montrent l'existence des microstructures longitudinales et transversales. De nombreuses études à caractère fondamental ont montré avec les moyens de mesure des laboratoires que les parois rainurées (introduire les rainures ou riblets dans le sens de l'écoulement) pouvaient réduire le frottement de façon significative en changeant la structure de l'écoulement près de la paroi.

Les riblets sont une méthode passive de contrôle de l'écoulement utilisé souvent dans le domaine aérodynamique et hydrodynamique. Elles se présentent comme un sujet d'études vastes depuis les années 1970. Les premières études sur les riblets commencent à partir les recherches sur le transfert de chaleur.

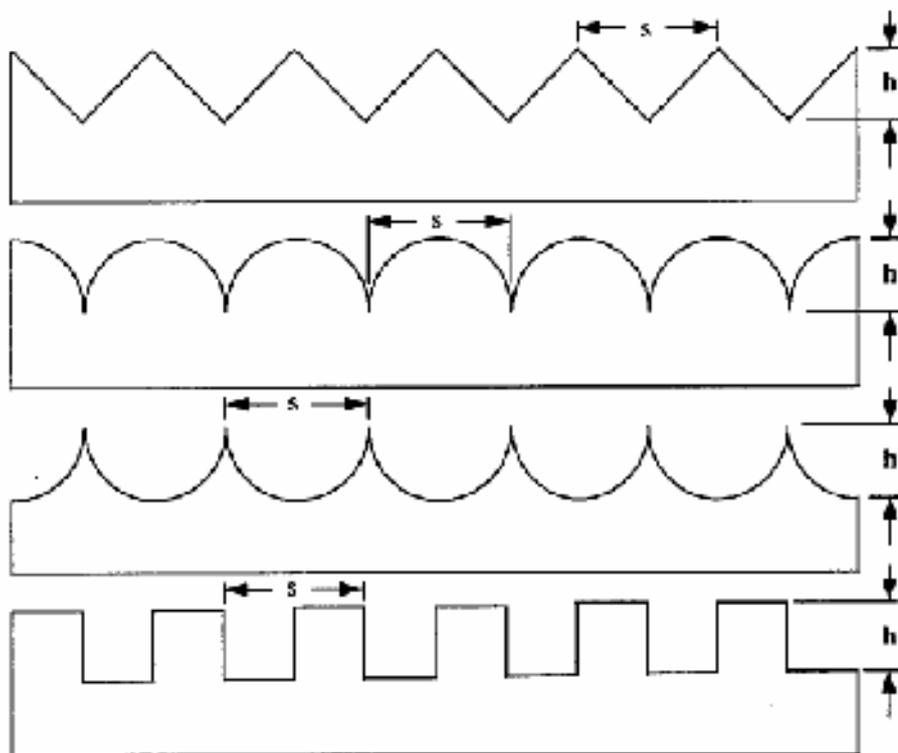
Les riblets se présentent sous la forme de surfaces striées ou rainures longitudinales, c'est-à-dire dans le sens de l'écoulement. Le plus grand nombre d'essais en soufflerie a été mené à bien avec des rainures de forme triangulaire, grâce à leur performance en réduction de traînée et la facilité de fabrication. (Voir figure I.5 ; où  $s$  représente l'espacement,  $h$  représente la hauteur et  $L$  la longueur de la couche limite turbulente manipulée). Plusieurs formes de section transversale des rainures, formes conventionnelles, ont été étudiées dans le monde entier : formes en dents de scie de type triangulaire « V », formes arrondies de type « U », la forme rectangulaire, rainures semi-circulaires, ailettes de type « L », formes trapézoïdale voire formes hybrides (figure I.6) [3].

On définit aussi l'espacement rendu adimensionnel par l'échelle de longueur visqueuse de la

couche limite turbulente :  $s^+ = s.U_\tau/\nu = s. \left[ (\tau_p/\rho)^{1/2} \right] / \nu$



**Figure I.5** Exemple de section transversale d'une paroi rainurée en forme de «V».



**Figure I.6** Les différentes formes de riblets.

### **I.2.1 Performance des parois rainurées**

Dans des résultats qui ont été obtenus au tunnel à l'huile, les fines rainures de type « L » fournissent des grains de traînée importants de l'ordre de 10% ; de par la fragilité des crêtes, cette forme ne pourrait être directement transposable dans un contexte industriel aéronautique.

La forme trapézoïdale constituerait un bon compromis en maximisant la surface exposée au cisaillement minimal (creux) vis-à-vis des pics soumis à de forts cisaillements. Cette forme donne environ 50 à 60% de réduction supplémentaire par rapport à la forme en « V ». Des gains de traînée de 5 à 8% dans une soufflerie avec une forme de triangle séparés ou non par un espace plat. Les sections dont les crêtes sont émoussées, ont de moins bonnes performances que les rainures dont les pics sont aiguës, car on augmente la surface soumise à un fort cisaillement. Les études et les découvertes de l'institut Langley (USA) durant la période de 1987 montre que les crêtes des riblets de forme de pic apparaissent mieux que les crêtes courbées. Il semblerait également que l'augmentation de rayon de courbure dans les creux donne des résultats favorables. Ces riblets modifient également la structure de la turbulence au voisinage immédiat de la paroi mais, pour l'instant, les mécanismes exacts par lesquels agissent les riblets ne sont pas parfaitement élucidés, du fait des faibles dimensions des rainures. Toutes ces études ont permis de vérifier qu'une surface lisse n'est donc pas la forme géométrique des parois qui fournit une traînée de frottement minimale [3].

### **I.2.2 Applications des parois rainurées**

En aérodynamique, la traînée de frottement d'un avion de transport est toujours importante ; elle peut atteindre les 80% pour un avion d'affaire. Des nombreuses expériences ont été réalisées initialement aux États-Unis, puis ultérieurement en Europe ou dans le monde sur des géométries de parois très variées. Ces essais ont mis en évidence, par le biais de moyens de mesure de type laboratoire, de réductions de traînée significatives pour des dimensions des rainures de l'ordre de grandeur de l'épaisseur de la sous-couche visqueuse. L'utilisation de ces parois rainurées est beaucoup plus dans le domaine transsonique et même supersonique à partir des essais en soufflerie réalisés en vol généralement en aérodynamique [3].

### I.2.3 Effets des riblets sur le frottement de trainée

D'après les résultats expérimentaux on peut conclure que les parois rainurées sont efficaces pour réduire le frottement turbulent et la trainée de frottement résultante.

L'importance de la réduction de trainée d'un écoulement turbulent disponible avec les riblets est variable. Walsh [5] constate que la réduction de trainée dépend fortement de la forme et la dimension des riblets. La réduction de trainée diminue avec l'augmentation de l'espacement et la hauteur des riblets (en unité de paroi). Avec la forme « V », Walsh [5] a estimé le maximum de réduction de 6% à 8% approximativement. La taille des riblets d'un rapport  $s/h = 1$  à 2, pour une hauteur adimensionnel  $h^+ = 10$  à 15 soit  $h = 0.05 \text{ mm}$ . Walsh (1982) a indiqué que la réduction optimale de trainée dépend aussi de l'espacement adimensionnel  $s^+$ . Comme présenté par Young [9] l'optimum est obtenu lorsque  $s^+ \leq 25$ , avec cette valeur Bechert et Bartenwerfer [6] ont indiqué que les riblets sont complètement noyées dans la sous-couche visqueuse [7]. Walsh [5] a trouvé que la réduction maximale se produit quand  $s^+ = 15$  alors que lorsque  $s^+ > 30$ , les riblets tendent à augmenter la trainée de frottement en comparant à une paroi lisse [8].

Dans des expériences effectuées sur des canaux, lorsque les rainures ont  $s^+$  grand où ( $s^+ = 40$ ), une augmentation de trainée est remarquée. Tandis que pour des valeurs faibles où ( $s^+ = 20$ ), il y a une diminution de trainée. La trainée est réduite dans des conditions géométriques de  $s^+ < 30$  unité de paroi et  $h^+ < 25$  unité de paroi pour des riblets de forme « V ». Les riblets ayant une forme semi-circulaire, l'augmentation de trainée existe lorsque  $s^+ = 40.6$  alors que la diminution de trainée existe lorsque  $s^+ = 25.2$  unités de paroi. Pour des configurations conduisant à une réduction du frottement, les tourbillons restent au-dessus des riblets ; en conséquence, seules les crêtes des riblets sont exposées à un cisaillement intense dû au mouvement dirigé vers la paroi du fluide à grande vitesse. Pour des riblets de plus grande dimension, ces tourbillons pénètrent dans la rainure et, de fait, fournissent un frottement plus grand [3].

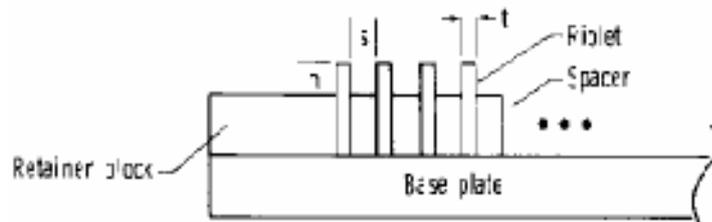
Malheureusement, malgré tous les résultats précédents de l'importance des effets des riblets, aucun consensus ne se dégage vraiment sur la façon dont les riblets agissent sur les très petites structures présentes dans la région de paroi [3]. Choi [10] a proposé que les riblets agissent comme de petites barrières longitudinales en limitant le mouvement dans le sens transversale des vortexes quasi-streamwise (il s'agit de tourbillons contrarotatifs qui se développent près

de la paroi solide et dans le sens d'écoulement), menant à des éjections (bursts) prématurées de courte durée et d'intensité réduite. Walsh et Lindeman [11] ont prouvé que la forme des riblets est aussi en suprême importance, comme est l'exactitude de la fabrication, que la géométrie aigüe des riblets est la plus effective. Malgré les accords généraux sur la réalisation de la réduction de trainée, il est encore en débat comment les riblets agissent sur la modification de la couche limite turbulente [12].

### I.3 Travaux effectués sur les parois rainurées

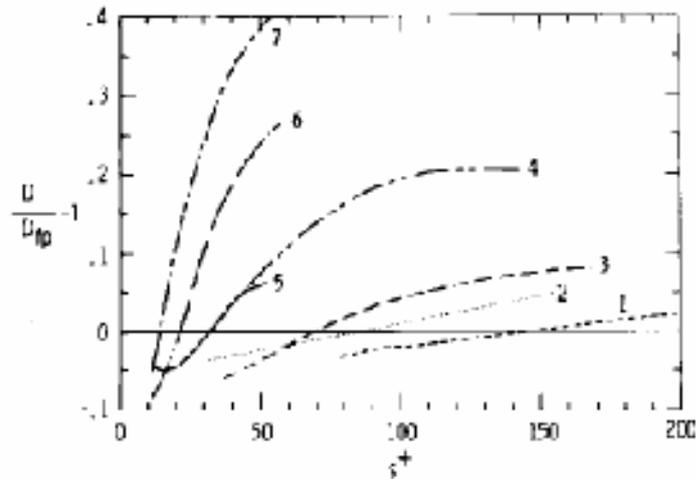
Dans cette partie, tous les travaux expérimentaux et numériques sont cités par ordre temporel ;

- ✚ Wilkinson, Anders, Lazos et Bushnell (1987) [13], ont utilisé des riblets très minces (des riblets de forme ailette), dont la hauteur est moins de 15 unités de paroi et un espacement inférieur à 140 unités de paroi. Cette forme particulière (figure I.7) est choisie parce qu'elle permet des changements faciles et indépendants de la hauteur et l'espacement des riblets. L'anémométrie à fil-chaud est utilisée comme technique de mesure.



**Figure I.7** Modèle de riblets minces.

La figure I.8 montre la trainée des différents modèles des éléments minces, relative à une paroi lisse, correspondante aux paramètres présentés dans le tableau. Cette figure montre aussi l'influence du rapport  $h/s$  sur la trainée.

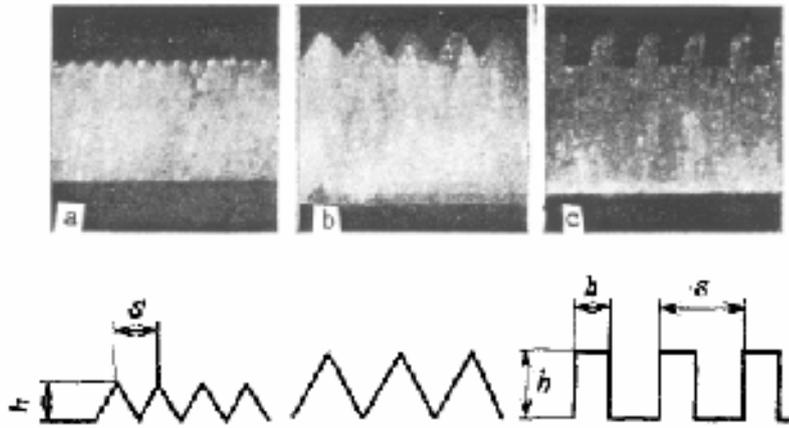


**Figure I.8** Valeurs de trainée des différents modèles des éléments minces notés sur le tableau.

Modèle	$h$ (mm)	$s$ (mm)	Le rapport $h/s$
1	0.25	3.56	0.07
2	0.25	1.63	0.15
3	0.33	2.03	0.16
4	0.51	1.63	0.31
5	0.25	0.64	0.4
6	0.51	0.64	0.8
7	0.64	0.64	1.00

**Tableau I.1** différentes dimensions des éléments minces.  
Pour tous les modèles ; l'épaisseur des éléments est 0.051mm.

Enyutin, Lashkov, Samoiloa, Fadeev et Shumilkina (1987) [14] ont fait une étude sur plusieurs forme de riblets, l'expérience s'est effectuée dans une soufflerie à faible vitesse qui varie de 5 à 100 m/sec, sur une paroi plane rainurée de trois formes illustrées sur la figure (I.9) avec une longueur de 28.5cm.



**Figure I.9** Différents types de riblets testés.

Le modèle (a) : forme triangulaire où  $h = 0.078\text{mm}$ ,  $s = 0.097\text{mm}$  ( $h/s = 0.8$ ).

Le modèle (b) : forme triangulaire où  $h = 0.17\text{mm}$ ,  $s = 0.25\text{mm}$  ( $h/s = 0.68$ ).

Le modèle (c) : forme rectangulaire où  $h = 0.215\text{mm}$ ,  $s = 0.26\text{mm}$ ,  $b = 0.096\text{mm}$ .

Le modèle (b) donne 7-8% de réduction à  $s^+ \leq 30$ . Haut delà de ces valeurs, il y a augmentation de traînée. Le modèle (a) donne 4-5% de réduction. Tandis que le modèle (c) donne 7-9% de réduction à  $s^+ \leq 23$ .

✚ Bechert et Bartenwerfer (1989) [15] ont fait une étude théorique sur la sous-couche visqueuse en écoulement turbulent sur des surface lisses et rainurées, dont les rainures ont des différentes formes, ils ont arrivé à obtenir des conclusions que l'on peut citer dans ce qui suit :

1. Lorsqu'il y a une réduction de traînée, la surface des riblets est totalement émergée dans la sous-couche visqueuse.
2. Les riblets de forme convexe ne produisent pas de réduction de traînée.
3. Les riblets avec des rainures peu profonde ( $s$  très grand) exposent uniquement une petite réduction de traînée.
4. Les riblets dont les crêtes ne sont pas aiguës ne permettent pas de réduire la traînée.
5. Une configuration optimale des riblets doit avoir :
  - Des crêtes aiguës, préférablement avec un rayon de courbure inférieur à 0.5-1% de l'espacement entre riblets.

- Un angle des crêtes plus petit que possible.
- Une profondeur de vallées (hauteur) de 60% de l'espacement.

A partir d'une observation zoologique (peau de requin), il existe des rainures de forme de coquille avec un rapport  $h/s = 0.5 - 0.6$  et des crêtes aiguës d'un angle de 30%.

✚ Coustols et Savill (1989) [16] ont présenté les résultats de recherches aussi bien expérimentales que numériques. Ils ont traité les paramètres influençant la réduction de traînée tels que:

1- l'effet de l'angle d'attaque :

- $\alpha = 0^\circ$  à  $h^+ = 30$ , la réduction de traînée est de 6%.
- $\alpha = 10^\circ$  à  $h^+ = 25$ , la réduction de traînée est de 4%.
- $\alpha = 20^\circ$  à  $h^+ = 20$ , la réduction de traînée est de 2%.

2- l'effet de gradient de pression où  $\beta = \frac{\delta^*}{\tau P} \frac{dP}{dx}$  ( $\delta^*$  est l'épaisseur de déplacement) est le

paramètre de gradient de pression classique :

- la réduction est de 6% pour  $\beta = 0$  à 5% pour  $\beta = \pm 0.1$ .
- la réduction est de 4% pour  $\beta \approx 0.2$ .
- la réduction est de 3% pour  $\beta \geq 0.2$ .
- la réduction est de 0% pour  $\beta \approx 0.5$  et  $\beta \geq 0.6$ .

3- l'influence du corps (2D body) :

Pour un aile d'avion à  $Re = 5.3 \cdot 10^5$  ( $h^+ = 10$ ) et  $\alpha = 2^\circ$ , la réduction est de 8-9%.

4- Lorsque les positions des riblets sont alternatives, la réduction est de 6% avec  $h/s = 0.4$  ou 0.5.

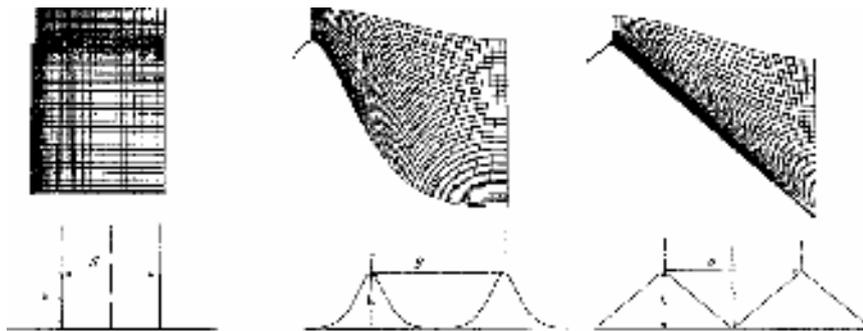
✚ Enyutin, Lashkov, Samoïlova, Fadeev et Shumilkina (1991) [17] ont effectué une étude expérimentale dans une soufflerie de faible vitesse sur une plaque rainurée de différentes formes. Cette étude donne les résultats suivantes :

1. Avec les rainures de forme « V » où  $h = 0.2mm$ ,  $h/s = 1$  et un angle d'attaque  $\alpha \leq 30^\circ$ , le coefficient de traînée se réduit de 1%. Cependant, lorsque  $\alpha > 30^\circ$  il n'y a pas de réduction.

2. Lorsque  $h = 0.5mm$  ( $h/s \approx 2$ ), la traînée est plus sensible à l'angle d'attaque par rapport aux dimensions ci-dessus. Pour  $\alpha = 15^\circ$ , la réduction est de 3% mais haut de ça, aucune réduction n'est obtenue. Dans tous ce qui est mentionné ci-dessus les résultats se trouvent dans une plage étroite de  $s^+ < 15$ .
3. La sensibilité des riblets à l'angle d'attaque dépend de  $h/s$ . En général, la dépendance de la réduction de traînée à l'angle d'attaque est très faible.

Baron et Quadrio (1992) [3] ont présenté les caractéristiques de la couche limite turbulente à travers les parois lisse et rainurées, l'expérience s'est effectuée sur une plaque plane dans une soufflerie subsonique (à faible vitesse). L'écoulement est turbulent avec une vitesse  $U_{ext} = 5.7 m/s$ , en utilisant l'anémométrie à fil chaud 1D comme technique de mesure. Les riblets utilisés ont une forme triangulaire où  $s = h = 0.7mm$ . Ces dimensions, normalisées par l'échelle de longueur, sont équivalentes à  $s^+ = h^+ = 12$  unités de paroi. La réduction de traînée obtenue est de 6%.

Launder et Li (1993) [18] ont fait une étude numérique sur trois formes de riblets : ailette « L », forme « V » et la forme « U ».



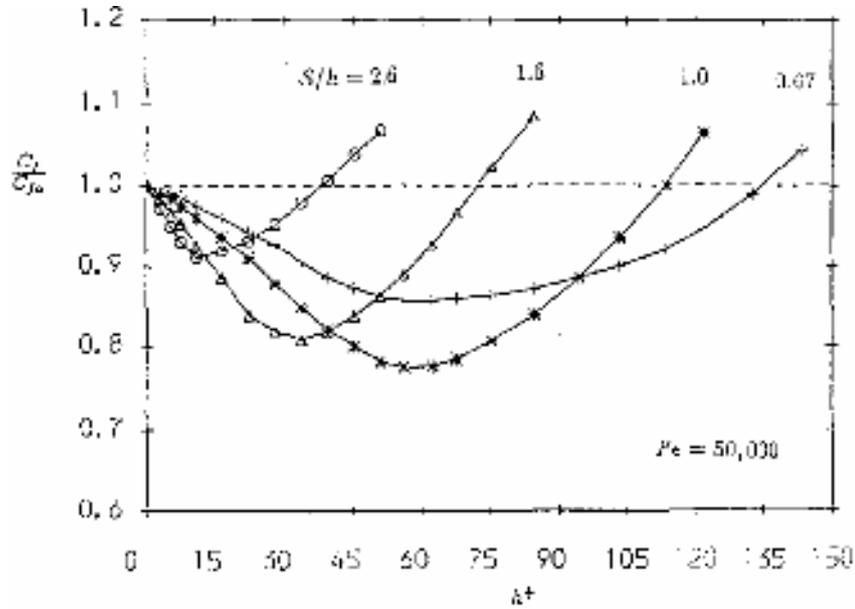
**Figure I.10** Différentes configurations de riblets testés.

#### 1-Les résultats de la forme « L » :

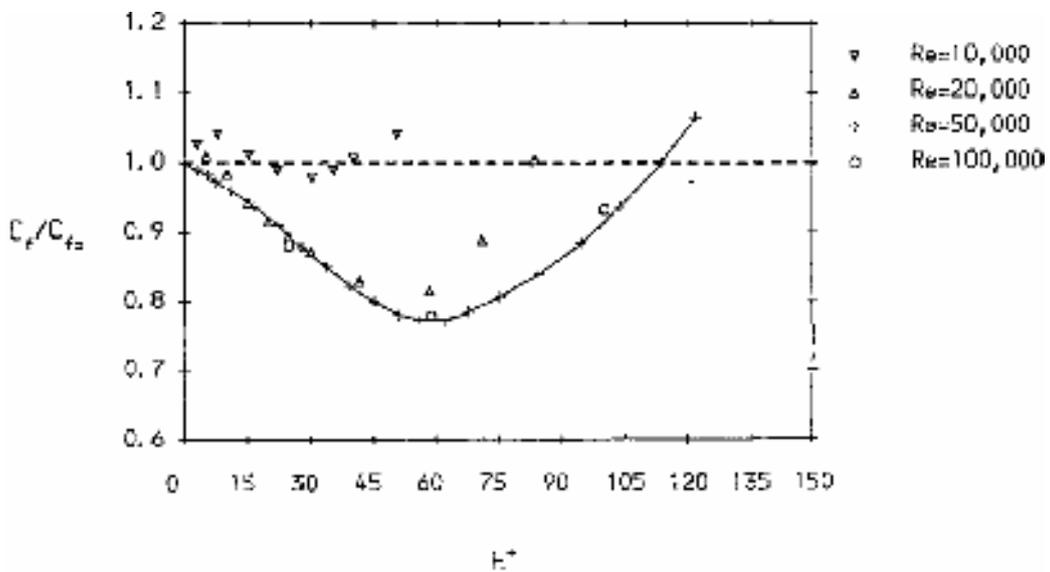
Pour un nombre de Reynolds  $Re = 50000$  et un rapport  $s/h$  varie de 0.67, 1, 1.6 et 2.6, la traînée  $C_f/C_f^\circ$  en fonction de  $h^+$  est présentée sur la figure (I.11. a). Lorsque le nombre de

Reynolds varie, pour un  $s/h = 1$ , la traînée en fonction de  $h^+$  est présentée sur la figure (I.11).

b)



(a)



(b)

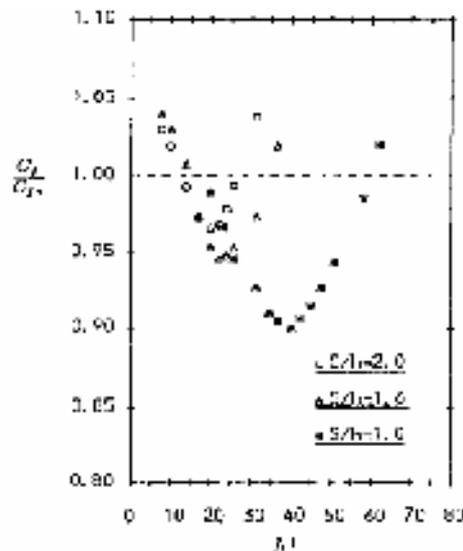
**Figure I.11** Présentation de traînée pour la forme « L ». (a) effet de  $s/h$  à  $Re = 50000$ .

(b) effet du nombre de Reynolds à  $s/h = 1$ .

## 2- les résultats de la forme « V » :

Lorsque le rapport  $h/H$  (où  $H$  la mi-hauteur du canal) est fixé à 0.05, le nombre de Reynolds diminue avec la diminution de  $h^+$ . Pour  $Re = 35000$ , on a :

- $s/h = 1$ , la réduction de traînée est de 10%.
- $s/h = 1.6$ , la réduction de traînée est de 5.5%.
- $s/h = 2$ , la réduction de traînée est de 4%.



**Figure I.12** Réduction de traînée pour la forme « V ».

## 3-les résultats de la forme « U » :

On distingue la performance de ce type de riblets pour  $s/h = 2$  et 1.6 où la réduction est de 9%.

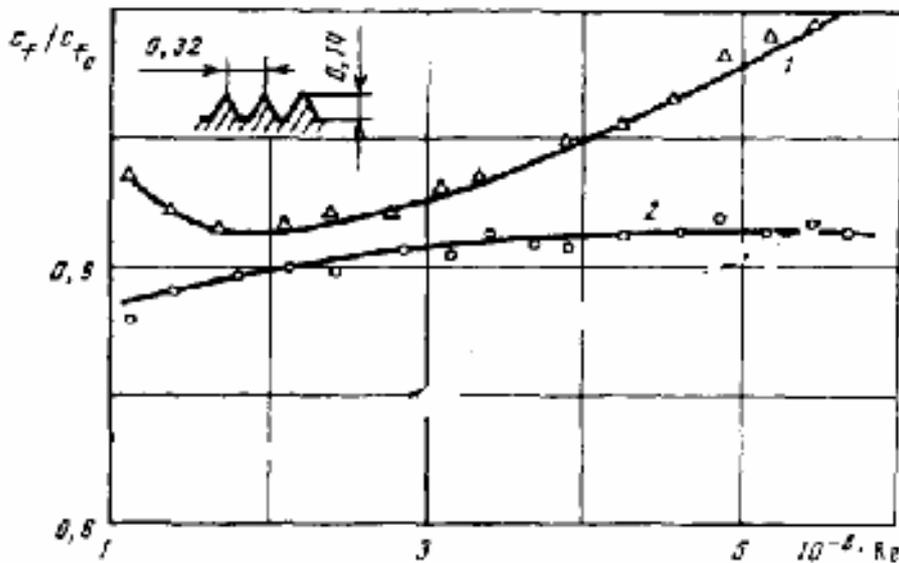
## 4-Comme comparaison entre les trois configurations :

- \* Les riblets de forme « U » donne de bonnes performances par rapport à la forme « V ».
- \* Au-dessous de  $h^+ \approx 10$ , peu de réduction est obtenu alors que pour  $h^+ > 15$ , il y a une large réduction.

✚ Gudilin, Lashkov et Shumilkin (1994) [19] ont fait une étude sur l'effet des riblets sur le frottement turbulent. Cette investigation s'effectue dans une soufflerie aérodynamique de faible turbulence où la vitesse varie de 10 à 50 m/s sur une plaque

plane. Les mesures sont réalisées en utilisant deux microsondes de pression totale et un élément flottant avec un capteur de tension pour mesurer la force de frottement. Les riblets ont la forme triangulaire avec un angle de  $\alpha = 53^\circ$ ,  $h = 0.14\text{mm}$  et  $s = 0.32\text{mm}$ .

Cette étude montre que les riblets réduisent le coefficient de 9 à 10%. Les mêmes résultats sont obtenus pour  $h = 0.22\text{mm}$  et  $s = 0.53\text{mm}$ .



**Figure I.13** Coefficient de frottement relatif en fonction du nombre de Reynolds. 1 : paroi rainurée, 2 : paroi lisse.

Richard D. Branam (1997) [20] a étudié les profils de vitesse et la trainée de frottement sous un gradient de pression adverse. L'expérience est effectuée sur une plaque plane rainurée où les riblets ont la forme V (où  $s = 3\text{mm}$  et  $h = 2.6\text{mm}$ ), dans une soufflerie avec des vitesses de 3 à 15 m/s (passant du régime laminaire, ensuite transitoire et enfin turbulent). La technique utilisée est un laser Doppler (LDA-3D) ionique à Argon. On s'intéresse dans ce travail à l'écoulement turbulent dans le cas d'un gradient de pression nul.

Les vortex contrarotatifs entre les pics des riblets sont illustrés sur les figures suivantes ; les figures I.14 et I.15 montrent la vitesse normale à l'écoulement ( $v$ ), l'écoulement est uniforme dans le cas laminaire. En allant vers la turbulence, l'écoulement devient plus aléatoire (figure I.16). Lorsque l'écoulement devient complètement turbulent, les vortex contrarotatifs apparaissent entre les pics des riblets (figure I.17)

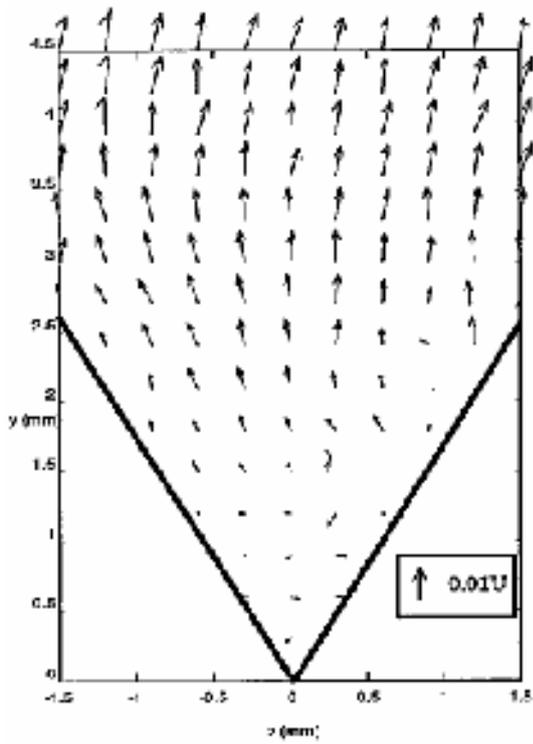


Figure 1.14 laminaire,  $v,w/U$  à  $x = 80mm$  .

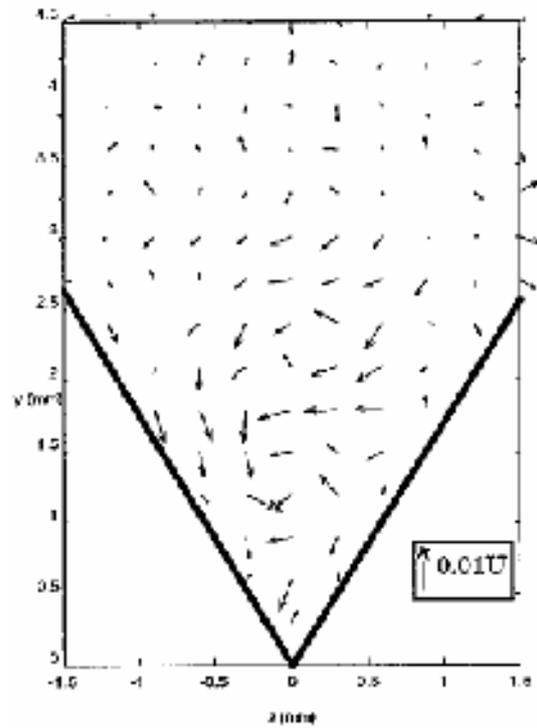


Figure 1.16 transition,  $v,w/U$  à  $x = 400mm$  .

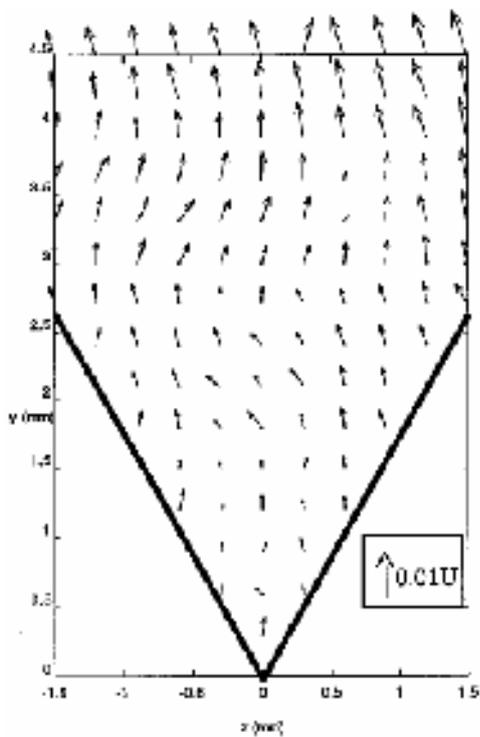


Figure I.15 laminaire,  $v,w/U$  à  $x = 200mm$  .

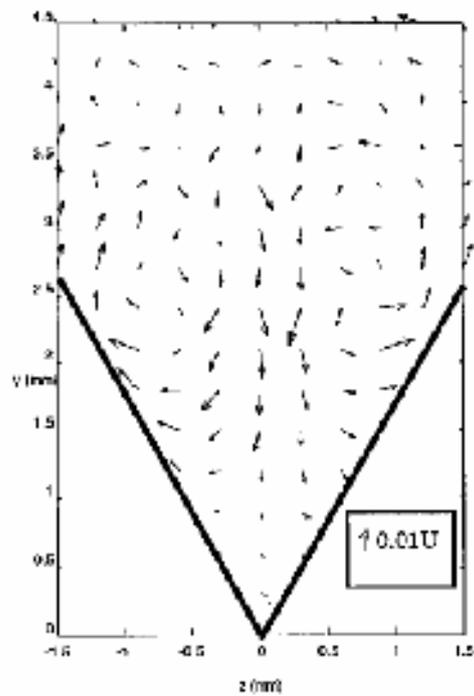
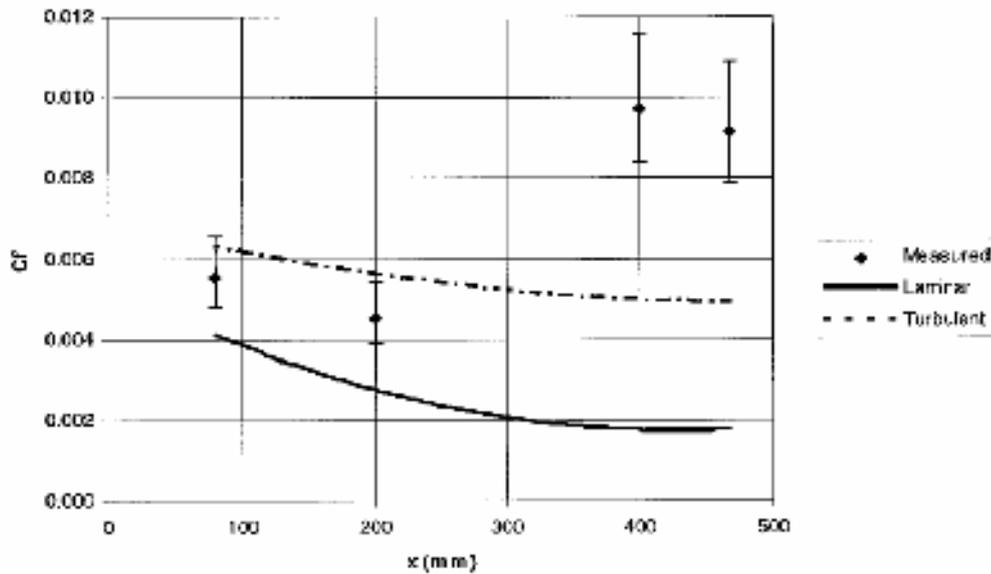


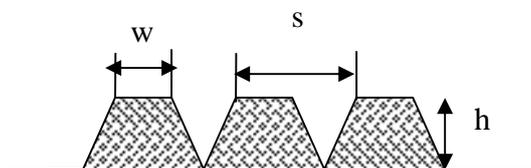
Figure I.17 turbulent,  $v,w/U$  à  $x = 468mm$  .

Lorsque l'épaisseur de la couche limite augmente ( $x = 200\text{mm}$ ), l'écoulement est moins fort dans les vallées, donc le frottement sera alors moins grand et lorsque l'écoulement devient turbulent développant les vortex contrarotatifs, le coefficient de frottement se réduit. (Figure I.18).



**Figure I.18** Présentation du coefficient de frottement.

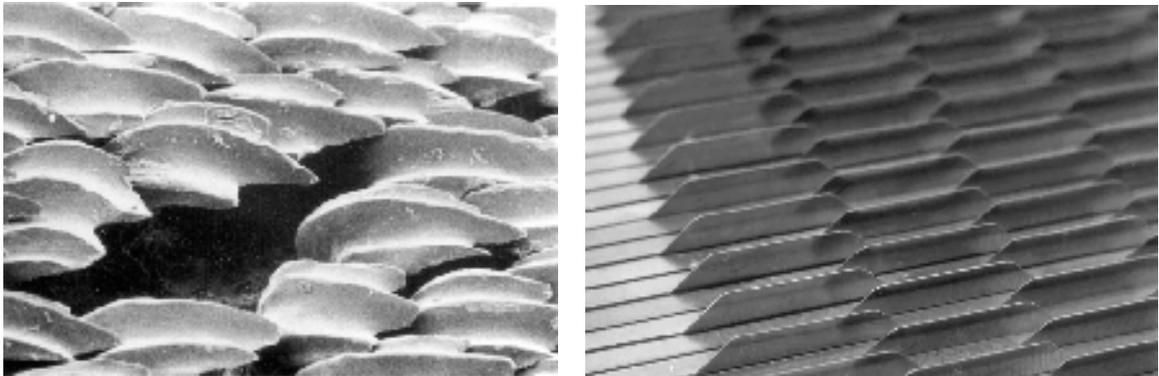
Le travail effectué par Jin-jun Wang, Shi-long Lan et Guang Chen (2000) [4], est une étude expérimentale de la couche limite turbulente à travers les riblets. Ils ont utilisé l'anémométrie laser Doppler (un LDA unidimensionnel) comme technique de mesure. Les riblets utilisés ont la forme « V », avec un espacement  $s$ , une hauteur  $h$  et un espace plat de largeur  $w$  avec  $h = w = 1$  et  $s = 2\text{mm}$ .



**Figure I.19** Présentation d'une partie de la paroi rainurée.

Les résultats de ce travail montre que les riblets fait réduire la trainée. Ces surfaces rainurée cause une distance entre les vortex contrarotatifs et la paroi dans la sous-couche visqueuse ; une partie du fluide se comporte comme un lubrifiant au-dessus de la surface rainurée, ce qui mène à l'augmentation de l'épaisseur de la sous-couche visqueuse (de 10%) et par conséquent, à une réduction de trainée égale à 7%.

✚ Bechert, M. Bruse, W. Hage (2000) [21] ont fait une étude expérimentale permettant la comparaison entre trois formes de riblets : trapézoïdale, rectangulaire et ailette. En inspirant ces formes à partir de la peau de requin en illustrant configuration des riblets utilisé sur la figure suivante :



**Figure I.20** A droite : Ecailles d'un requin blond. A gauche : Photo représentant la paroi rainurée testée.

L'expérience est faite dans une soufflerie, avec presque 365000 éléments de riblets. Pour être en rigueur, un canal d'huile est utilisé, les dimensions des riblets sont 10 fois plus à ceux utilisés dans la soufflerie (typiquement de 0.5mm à 5mm). Il est utilisé dans ce cas 1920 à 4000 éléments. Les différentes formes et les résultats correspondants sont illustrés sur les figures suivantes (en fixant l'espacement à  $s = 4.6mm$  et une épaisseur  $t = 0.1mm$ ):

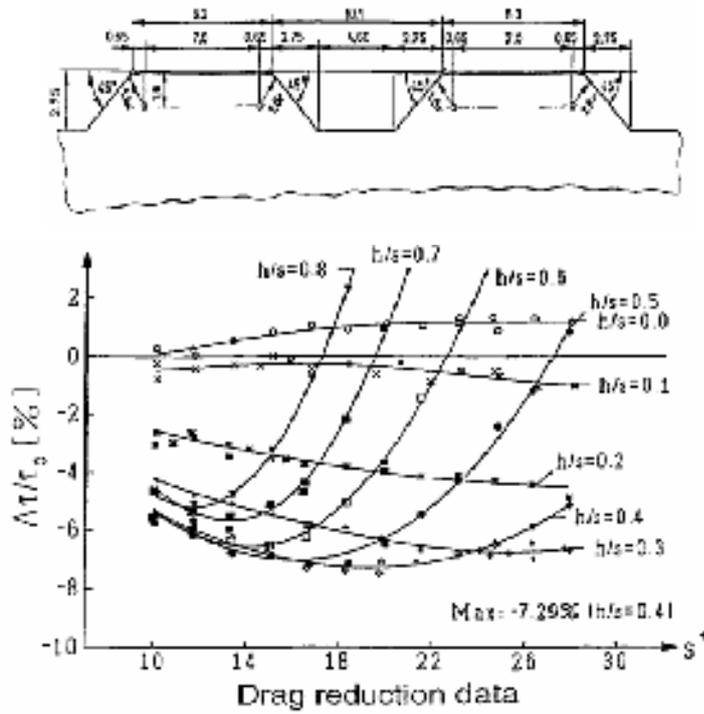


Figure I.21 Réduction de traînée de la forme trapézoïdale.

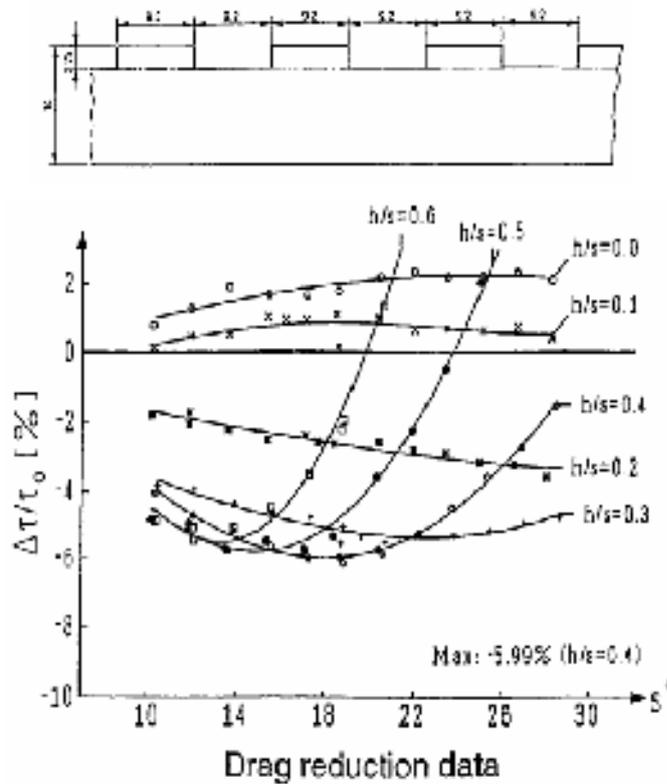
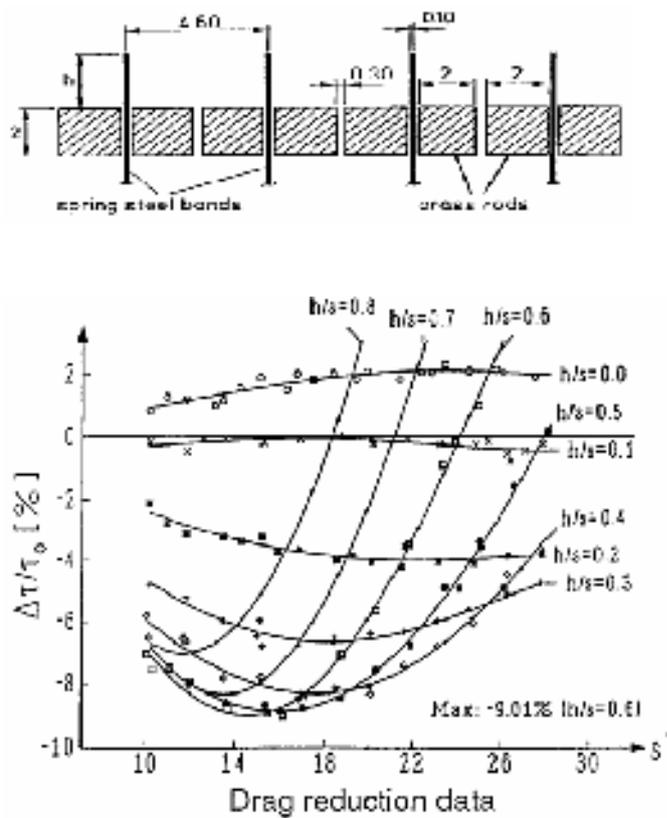


Figure I.22 Réduction de traînée de la forme rectangulaire.

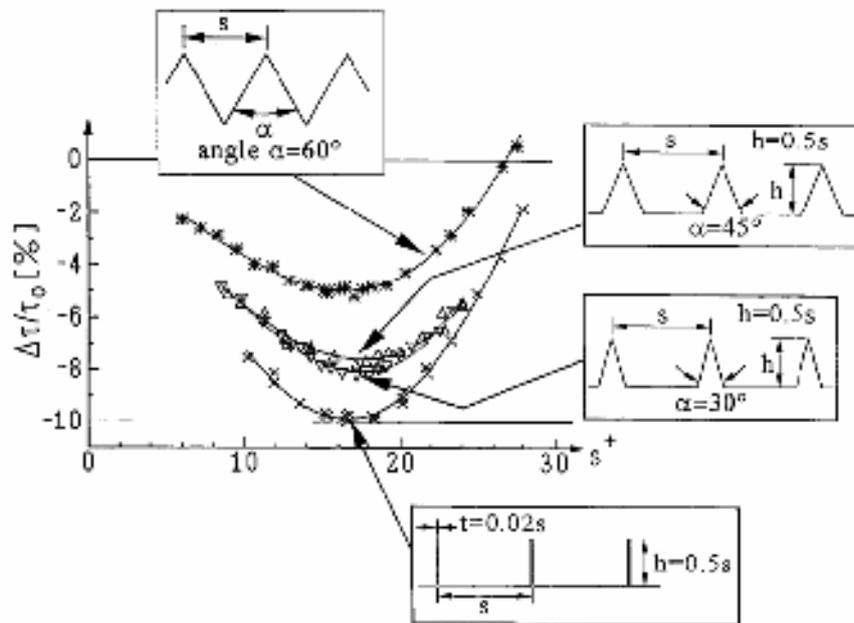


**Figure I.23** Réduction de traînée de la forme ailette.

Cette investigation permet de constater que :

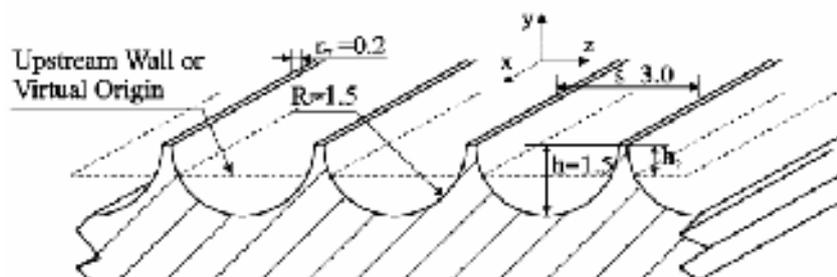
- la forme ailette est la plus efficace par rapport aux deux autres formes. Elle donne 9% de réduction pour  $h/s = 0.6$  à  $s^+ \approx 15$ , tandis que la forme trapézoïdale donne 7.3% et la forme rectangulaire donne seulement 6%.
- L'allure des courbes est semblable.

🌈 Une compilation de résultats expérimentaux obtenus au tunnel à huile du DLR, pour certaines d'entre elles, est fournie sur la figure I.24 extraite de [22].  $\Delta\tau$  représente la différence entre la contrainte par rapport à la paroi rainurée  $\tau$  et celle par rapport à la paroi lisse  $\tau_0$ . Les valeurs négatives signifient la réduction et les valeurs positives signifient l'augmentation de traînée.



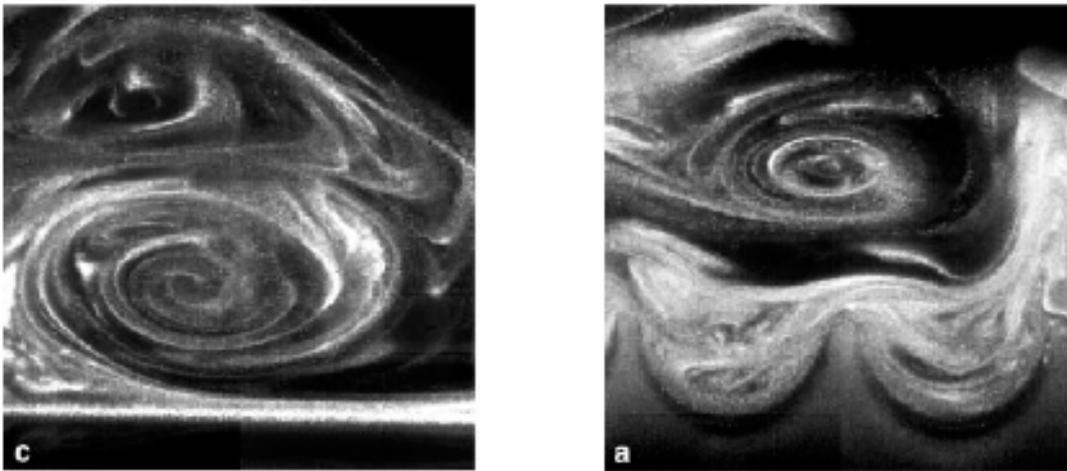
**Figure I.24** Performances de différentes géométries de rainures (DLR Berlin).

✚ S-J.Lee et S-H.Lee (2003) [23] ont effectué une étude expérimentale sur la structure de la couche limite turbulente à travers des riblets de forme semi-circulaire figure I.25, ils ont étudié l'écoulement près de la paroi dans le cas de l'augmentation de trainée ( $s^+ = 40.6$ ) et dans le cas de réduction de trainée ( $s^+ = 25.2$ ). Les mesures des champs de vitesse à travers la surface lisse et rainurée sont effectuées par les techniques de PIV et PTV (Particle Image Velocimetry et Particle Temperature Velocimetry) respectivement. Les essais ont été effectués dans une soufflerie subsonique sur une plaque plane. La vitesse de l'écoulement est fixée une fois sur  $U_0 = 3\text{ m/s}$  (cas de réduction de trainée) et  $U_0 = 5\text{ m/s}$  (cas d'augmentation de trainée).

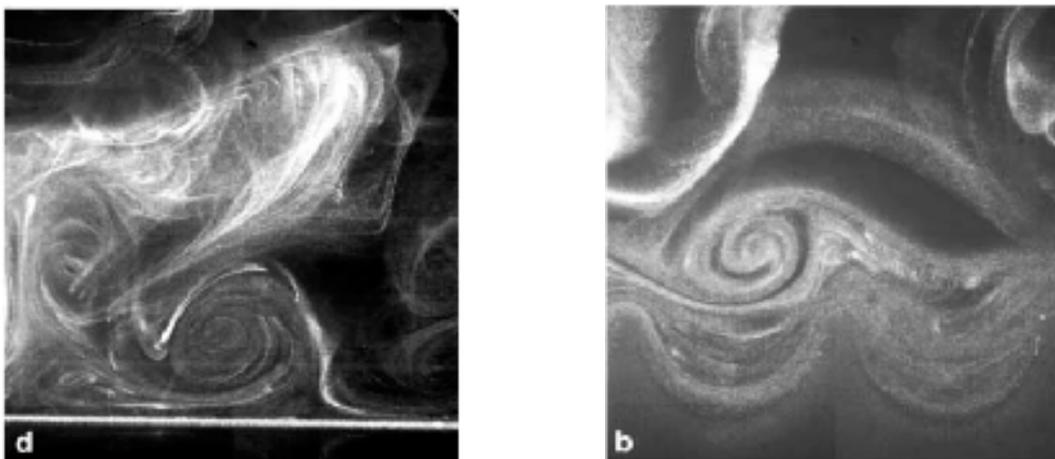


**Figure I.25** Une coupe représentant la forme des riblets et les coordonnées du système.

La figure I.26 illustre la visualisation de la structure près de la paroi sur le plan  $(y-z)$ , elle montre l'interaction des vortexes de l'écoulement avec les riblets. Dans le cas de réduction de trainée, la taille des vortexes est supérieur de l'espacement des riblets ( $s^+$ ), pour cela la plupart des vortexes restent au-dessus des riblets et l'écoulement à l'intérieur des vallées est suffisamment calme. Dans le cas d'augmentation de trainée, leurs tailles sont inférieur à  $s^+$  et les vortexes alors peuvent pénétrer dans les vallées des riblets. La taille et la forme des vortexes formés sur la paroi lisse sont similaires à celle sur paroi rainurée.



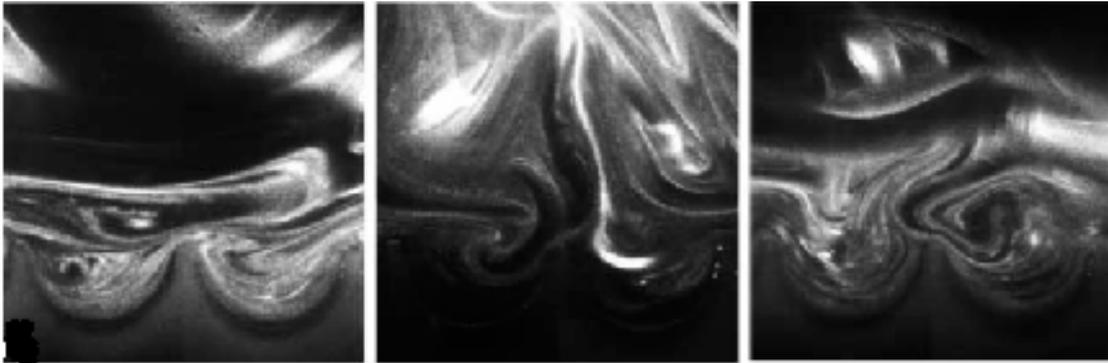
Cas de réduction de trainée ( $U_0 = 3\text{ m/s}$ ), a : sur paroi rainurée, c : paroi lisse



Cas d'augmentation de trainée ( $U_0 = 5\text{ m/s}$ ), d : paroi lisse, b : paroi rainurée.

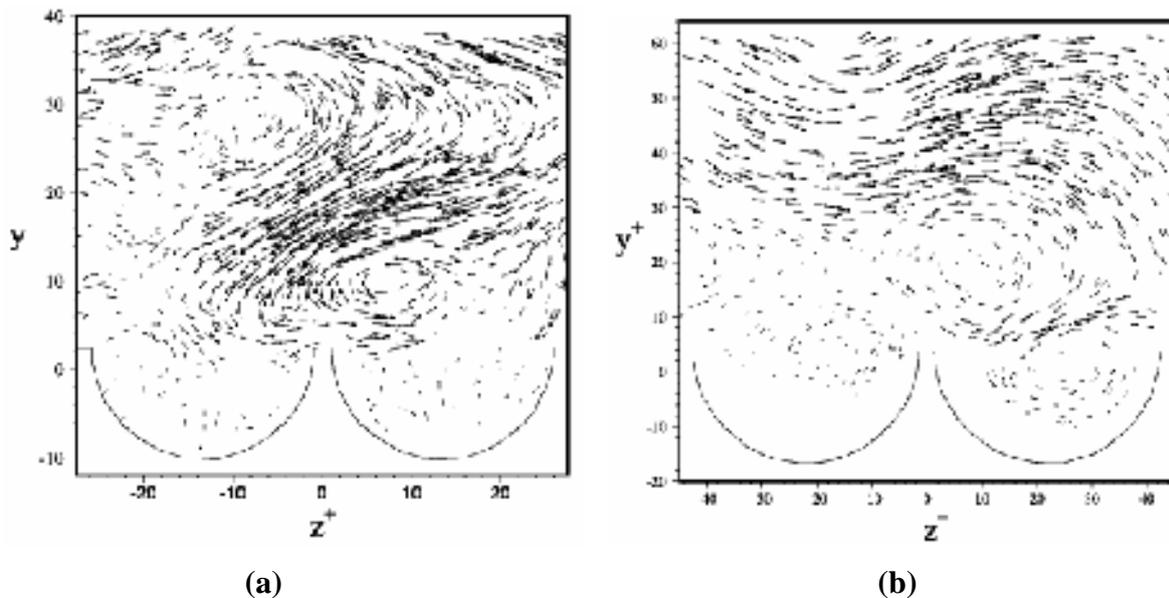
**Figure I.26** Visualisations des vortexes d'écoulement longitudinal.

La figure I.27 montre la déformation des vortexes par les crêtes des riblets.



**Figure I.27** Les effets des crêtes de riblets en cas de réduction de trainée ( $U_0 = 3\text{ m/s}$ ).

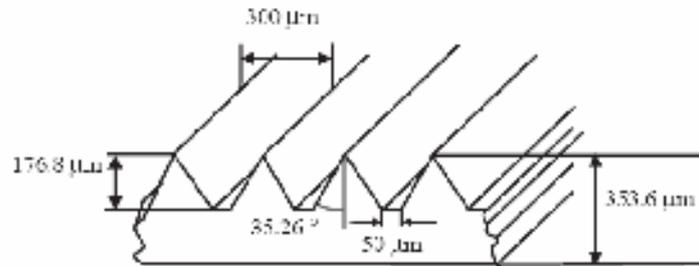
La figure I.28 montre les champs de vitesses instantanées près de la paroi à travers les riblets pour les deux cas de réduction et de l'augmentation de trainée.



**Figure I.28** Champs de vitesses instantanées, (a)réduction de trainée, (b) augmentation de trainée

✚ S-J\_Lee et Y-G Jang (2005) [24] ont fait une étude expérimentale sur un aile d'avion recouverte d'un film de micro-riblets (200 rainures) de forme V (figure I.29), l'expérience s'est effectuée dans une soufflerie subsonique avec un nombre de

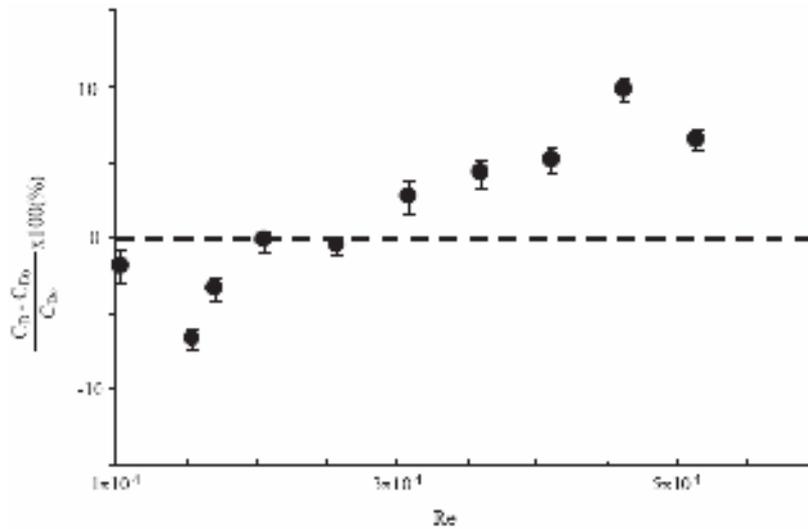
Reynolds où  $1.03.10^4 \leq Re \leq 5.14.10^4$ . La technique de mesure utilisée est la PIV (Particle Image Velocity).



**Figure I.29** Schéma représentant les micro-riblets et leurs dimensions.

La figure I.30 montre que le coefficient de traînée ( $C_D$ ) de l'aile rainurée, (où  $C_{D0}$  est le coefficient de l'aile lisse), diminue progressivement avec l'augmentation du nombre de Reynolds. L'aile lisse présente la même tendance ; mais, son coefficient de traînée diminue d'une quantité supérieure à celle de l'aile rainurée. Donc la réduction de traînée est réalisée à des valeurs faibles de Reynolds.

A une valeur de  $Re = 1.54.10^4$  ( $U_0 = 3\text{ m/s}$ ), la réduction avec les riblets est de 6.6% comparant avec la paroi lisse. A une valeur de  $Re = 2.57.10^4 - 3.08.10^4$ , les riblets n'ont aucun effet sur la variation du coefficient de traînée. A  $Re = 4.62.10^4$  ( $U_0 = 9\text{ m/s}$ ), les riblets font augmenter le coefficient de traînée par 9.8%. Pour une réduction de traînée efficace, la géométrie des riblets, surtout l'espacement entre les rainures, doit être déterminé en prenant en considération la vitesse de l'écoulement. A une vitesse fixe, l'augmentation de l'espacement fait diminuer la réduction de traînée.



**Figure I.30** Réduction de trainée en fonction du nombre de Reynolds.

Le profil de vitesse moyenne est mesuré à des vitesses de 3 et 9 m/s. A des grandes valeurs de Reynolds ( $U_0 = 9\text{ m/s}$ ), les riblets agissent comme une rugosité qui fait augmenter la taille de la région de formation des vortexes. A des faibles valeurs de Reynolds ( $U_0 = 3\text{ m/s}$ ), les riblets par contre réduisent la longueur de formation des vortexes et par conséquent, réduisent le frottement.

## Chapitre II

### METHODE DE CALCUL : PLANS D'EXPERIENCES

Dans ce chapitre, la méthode de calcul de ce travail sera présentée [25], en décrivant son principe, ces différents types, ces logiciels correspondant...etc.

#### Généralités

L'expérimentateur, quel que soit son domaine d'étude, est toujours confronté au problème difficile de l'organisation optimale de ses essais. La question est comment obtenir les bonnes informations dans les meilleurs délais et pour le moindre coût.

Les scientifiques n'ont abordé ce sujet que depuis peu d'années. Les premiers qui se sont penchés sur ce problème sont des agronomes et des statisticiens. Les techniques et les notions qu'ils ont développées sont si générales qu'elles peuvent être utilisées dans tous les domaines. En particulier, la chimie analytique qui leur offre un vaste champ d'applications. Cette science de l'organisation des essais est récente elle a commencé avec les travaux de R.A. Fisher (début du vingtième siècle). Les scientifiques ont proposé de l'appeler science « expérimentique ou expérimentologie ».

Le but de cette nouvelle science est l'optimisation du choix des essais et de celui de leur enchaînement au cours de l'expérimentation. La méthode des plans d'expériences a prouvé qu'elle est au moins trois à quatre fois plus efficace que les démarches habituelles de conduite des essais, c'est-à-dire qu'elle permet d'arriver aux mêmes résultats avec trois à quatre fois moins d'essais. Ajoutons que cette méthode apporte à l'expérimentateur un puissant outil de réflexion et d'analyse qui lui permettra de conduire son expérimentation avec sûreté et précision.

Les plans d'expériences ont d'abord été utilisés en agronomie. Puis, peu à peu, ils ont été utilisés dans d'autres domaines techniques. Les chimistes les ont adaptés à leurs problèmes. L'universalité de ces méthodes devrait les faire employer dans de nombreux domaines. Leur emploi réduit le nombre des passages informatiques lors de simulation sur ordinateur. Le champ d'applications est extrêmement vaste et l'imagination de chacun est libre de trouver de nouveaux domaines et de nouveaux usages. En chimie analytique par exemple, on peut les utiliser pour trouver le réglage optimal d'un appareil, pour découvrir les facteurs influant sur le résultat d'une méthode d'analyse, pour améliorer les essais circulaires, pour détecter des erreurs systématiques, etc.

## II.1 Méthode des plans d'expériences

Le bon usage des plans d'expériences doit s'inscrire dans une méthode logique et rigoureuse dont la mise en oeuvre est de la responsabilité de l'expérimentateur. Si l'on considère le schéma d'acquisition des connaissances (figure II.1), on constate que la première étape consiste à définir le système que l'on se propose d'étudier, puis de poser les questions pour lesquelles on désire des réponses.

Cette première phase étant terminée, l'expérimentateur doit organiser les essais qui lui permettront de répondre aux questions qui restent pendantes. La méthode des plans d'expériences s'intéresse donc aux trois étapes de réflexion qui sont encadrées dans la figure II.1.

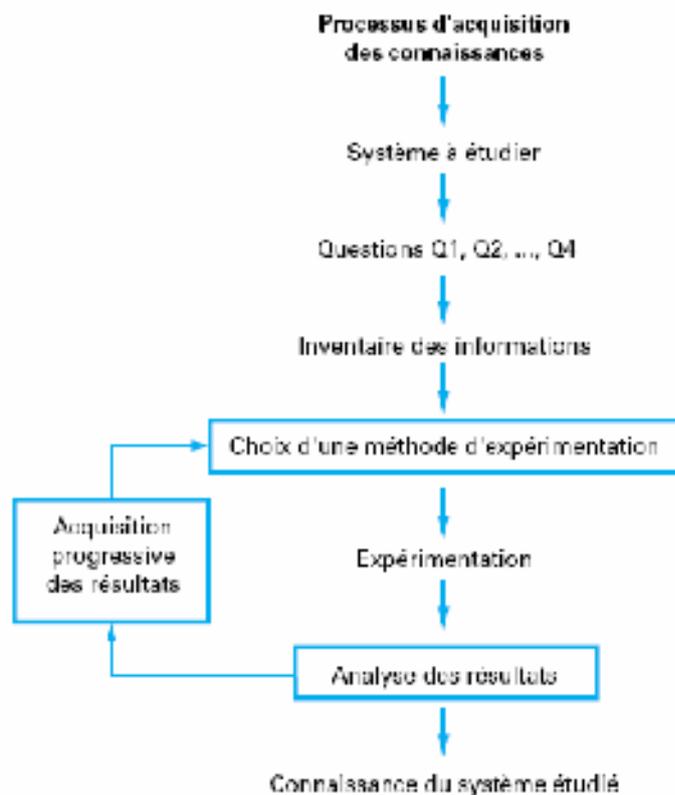


Figure II.1 Schéma d'acquisition des connaissances.

### II.1.1 Préparation de l'expérimentation

La préparation de l'expérimentation consiste en une réflexion préalable effectuée soit seul, soit en groupe, et permettant :

- de préciser avec soin les réponses qui seront enregistrées à chaque essai ;
- de rechercher tous les facteurs pouvant influencer sur le processus étudié ;

- de définir les domaines d'étude de chacun des facteurs ;
- d'envisager les erreurs systématiques possibles pour éventuellement s'en affranchir ;
- de prévoir les contraintes expérimentales possibles ;
- d'organiser des essais supplémentaires pour évaluer l'erreur expérimentale.

Cette réflexion préalable peut durer plusieurs heures au cours desquelles se dégagent avec précision les principaux éléments à prendre en compte pour organiser au mieux les essais. Il est ensuite facile de choisir les plans qui conviennent le mieux au problème posé.

### **II.1.2 Analyse des résultats**

Lorsque l'on possède les résultats des essais, il faut s'assurer, avant d'entreprendre les calculs :

- qu'il n'y a pas de résultats aberrants ou faux ;
- que les niveaux ont bien été respectés au cours de l'expérimentation;
- que le modèle mathématique retenu a priori représente bien les résultats d'expériences;
- que l'on a bien évalué les risques d'ambiguïté.

Etant sûr de la qualité de ses résultats, l'expérimentateur va pouvoir procéder aux calculs et à l'interprétation. En fonction des conclusions, il saura s'il a atteint pleinement son but ou s'il doit envisager une nouvelle série d'essais pour compléter son information.

### **II.1.3 Acquisition progressive des connaissances**

Si l'expérimentateur n'a pas toutes les réponses aux questions posées ou si les premiers résultats soulèvent de nouvelles questions, il va entreprendre des essais supplémentaires. Les conclusions du premier plan lui permettront d'orienter les nouvelles investigations. En particulier, il saura :

- si le domaine d'étude retenu contient les réponses qui l'intéressent ; si oui, il le conservera; sinon, il saura dans quelle direction il faut aller pour trouver ce qu'il cherche ;
- s'il doit envisager un modèle mathématique différent pour expliquer les résultats des essais; le modèle du premier degré est parfois insuffisant et des expériences complémentaires devront être entreprises pour établir un modèle du second degré ;
- s'il faut prévoir des essais ou des plans complémentaires pour lever les éventuelles ambiguïtés.

L'organisation des expériences au départ de l'étude est telle que les nouveaux essais viendront s'intégrer harmonieusement aux premiers, évitant ainsi toute perte de temps ou d'argent. Les premiers résultats, s'ils ne répondent pas entièrement aux questions posées, serviront à orienter le choix des nouvelles expériences.

## II.2 Principe de la méthode

Les plans d'expériences permettent d'organiser au mieux les essais qui accompagnent une recherche scientifique ou des études industrielles. Ils sont applicables à de nombreuses disciplines et à toutes les industries à partir du moment où l'on recherche le lien qui existe entre une grandeur d'intérêt,  $y$ , et des variables,  $x_i$ . Il faut penser aux plans d'expériences si l'on s'intéresse à une fonction du type :

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Avec

$y$  : Grandeur d'intérêt appelée *la réponse*,

$x_i$  : Variables sur lesquelles l'expérimentateur peut agir ; ces variables peuvent être continues ou discontinues ; on les appelle les *facteurs* ; les plans d'expériences permettent d'étudier l'influence d'un grand nombre de facteurs sans multiplier exagérément le nombre des essais,

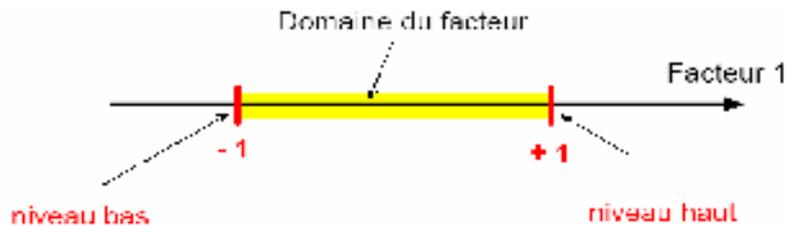
$f$  : Fonction mathématique qui explique le mieux les variations de la réponse selon les différentes valeurs données aux  $x_i$ . Dans le cas des plans d'expériences, cette fonction mathématique est souvent un polynôme dont nous préciserons la forme dans les paragraphes suivants.

Avec les plans d'expériences on obtient le maximum de renseignements avec le minimum d'expériences. Pour cela, il faut suivre des règles mathématiques et adopter une démarche rigoureuse. Il existe de nombreux plans d'expériences adaptés à tous les cas rencontrés par un expérimentateur. La compréhension de la méthode des plans d'expériences s'appuie sur deux notions essentielles, celle d'*espace expérimental* et celle de *modélisation mathématique* des grandeurs étudiées.

### II.2.1 Notion d'espace ou domaine expérimental

Un expérimentateur qui lance une étude s'intéresse à une grandeur qu'il mesure à chaque essai ; c'est la *réponse*. La valeur de cette grandeur dépend d'un ou de plusieurs *facteurs*. Le premier facteur peut être représenté par un axe gradué et orienté (Figure II.2). La valeur donnée à un facteur pour réaliser un essai est appelée *niveau*. Lorsqu'on étudie

l'influence d'un facteur, en général, on limite ses variations entre deux bornes ; la borne inférieure est le niveau bas et la borne supérieure qui est le niveau haut. L'ensemble de toutes les valeurs que peut prendre le facteur entre le niveau bas et le niveau haut, s'appelle le domaine de variation du facteur ou plus simplement le *domaine* du facteur. Notant le niveau bas par  $-1$  et le niveau haut par  $+1$ .



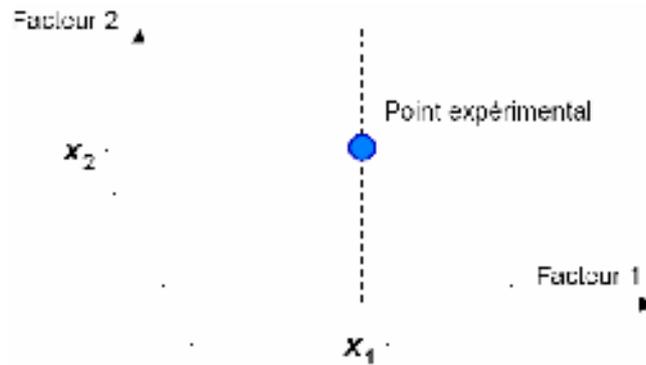
**Figure II.2** Domaine de variation du facteur.

S'il y a un second facteur, il est représenté, lui aussi, par un axe gradué et orienté. On définit, comme pour le premier facteur, son niveau haut, son niveau bas et son domaine de variation. Ce second axe est disposé orthogonalement au premier. On obtient ainsi un repère cartésien qui définit un espace euclidien à deux dimensions. Cet espace est appelé *l'espace expérimental* (Figure II.3).



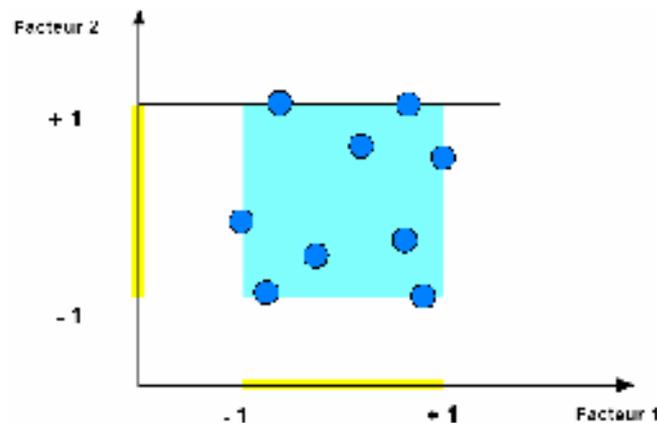
**Figure II.3** Présentation d'un espace expérimental.

Le niveau  $x_1$  du facteur 1 et le niveau  $x_2$  du facteur 2 peuvent être considérés comme les coordonnées d'un point de l'espace expérimental (Figure II.4). Une expérience donnée est alors représentée par un point dans ce système d'axes. Un plan d'expériences est représenté par un ensemble de points expérimentaux.



**Figure II.4** Dans l'espace expérimental, les niveaux des facteurs définissent des points expérimentaux.

Le regroupement des domaines des facteurs définit le «*domaine d'étude*». Ce domaine d'étude est la zone de l'espace expérimental choisie par l'expérimentateur pour faire ses essais. Une étude, c'est-à-dire plusieurs expériences bien définies, est représentée par des points répartis dans le domaine d'étude (Figure II.5). Cette façon de représenter une expérimentation par des points dans un espace cartésien est une représentation géométrique de l'étude.



**Figure II.5** Les points expérimentaux sont disposés dans le domaine d'étude défini par l'expérimentateur.

### II.2.1.1 Coordonnées centrées réduites

Lorsque l'on attribue la valeur  $-1$  au niveau bas et la valeur  $+1$  au niveau haut, on effectue deux modifications importantes :

1-On change l'unité de mesure : par exemple, si le niveau bas du facteur température est  $60^{\circ}\text{C}$  et le niveau haut  $80^{\circ}\text{C}$ , il y a  $20^{\circ}\text{C}$  entre ces deux valeurs, soit 20 fois l'unité courante de température. Entre  $-1$  et  $+1$ , il y a deux unités nouvelles. La nouvelle unité vaut donc  $10^{\circ}\text{C}$ , on lui donne le nom de *pas*.

2-On déplace l'origine des mesures : dans l'exemple choisi, le milieu de l'intervalle  $[-1, +1]$  correspond à la température de  $70^{\circ}\text{C}$ . La nouvelle origine, notée zéro, diffère donc de l'origine exprimée en unités courantes.

Ces deux modifications entraînent l'introduction de nouvelles variables que l'on appelle *variables centrées réduites* ; centrées pour indiquer le changement d'origine et réduites pour signaler la nouvelle unité. On les appelle aussi l'unité codée et on les note *v.c.r.*

Le passage des variables d'origine  $A$  aux variables centrées réduites  $x$  et inversement, est donné par la formule suivante :

$$x = \frac{A - A_0}{pas} \quad (\text{II.1})$$

$A_0$  étant la valeur centrale en unités courantes.

L'intérêt des *v.c.r.* est de pouvoir présenter les plans d'expériences de la même manière quels que soient les domaines expérimentaux retenus et quels que soient les facteurs, ce qui donne une grande généralité de présentation à la théorie des plans d'expériences.

### II.2.1.2 Facteurs continus, facteurs discrets

Les facteurs peuvent être des grandeurs continues tel que la température, la pression, les longueurs. Il est donc possible de leur donner des valeurs comprises entre le niveau bas et le niveau haut et d'en déduire, grâce à un modèle mathématique, toutes les valeurs de la réponse dans le domaine d'étude. Mais tous les facteurs ne sont pas continus. Si l'on étudie l'influence de différentes personnes sur une réponse, le facteur « personne » n'est pas continu. Il en serait de même d'animaux, d'objets, de couleurs, d'odeurs, etc. Il n'y a aucune valeur intermédiaire entre deux niveaux de ce type de facteur. S'il n'y a que deux niveaux à étudier, on attribuera le signe  $-$  à l'un et le signe  $+$  à l'autre et cela d'une manière tout à fait arbitraire. Certains facteurs discrets peuvent parfois être ordonnés, par exemple, les trois niveaux « petit » « moyen » et « grand ». Mais ce n'est pas toujours le cas et certains facteurs discrets ne peuvent pas être ordonnés comme, par exemple, les trois personnes « Anis », « Walid » et « Ahmed ». Dans certains cas, le même facteur peut se présenter, dans une étude, comme un facteur discret et, dans une autre étude, comme un facteur continu. Par exemple, on peut étudier les ventes de voitures en fonction de leur couleur : bleu, rouge ou vert. Le facteur est ici discret. Mais, si l'on étudie la réfringence de la lumière, on peut classer les couleurs selon leur longueur d'onde. Le facteur couleur est alors continu.

Lorsque l'on effectue une étude, ces différents types de facteur peuvent être simultanément présents. L'espace expérimental est donc constitué d'un mélange d'axes pour facteurs continus et d'axes pour facteurs discrets. Le traitement de ces types de facteur n'étant pas toujours le même, les plans d'expériences doivent être adaptés en conséquence.

### II.2.1.3 Notion de surface de réponse

Les niveaux  $x_i$  représentent les coordonnées d'un point expérimental et  $y$  est la valeur de la réponse en ce point. On définit un axe orthogonal à l'espace expérimental et on l'attribue à la réponse. La représentation géométrique du plan d'expériences et de la réponse nécessite un espace ayant une dimension de plus que l'espace expérimental. Un plan à deux facteurs utilise un espace à trois dimensions pour être représenté : une dimension pour la réponse, deux dimensions pour les facteurs. A chaque point du domaine d'étude correspond une réponse. A l'ensemble de tous les points du domaine d'étude correspond un ensemble de réponses qui se localisent sur une surface appelée la surface de réponse (Figure II.6). Le nombre et l'emplacement des points d'expériences sont le problème fondamental des plans d'expériences. On cherche à obtenir la meilleure précision possible sur la surface de réponse tout en limitant le nombre d'expériences.

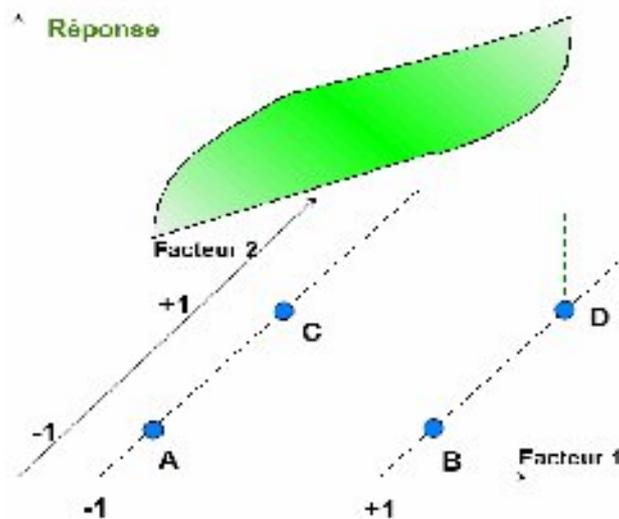


Figure II.6 Présentation d'une surface de réponse.

### II.2.2 Notion de modélisation mathématique

On choisit a priori une fonction mathématique qui relie la réponse aux facteurs. On prend un développement limité de la série de Taylor- Mac Laurin. Les dérivées sont supposées constantes et le développement prend la forme d'un polynôme de degré plus ou moins élevé :

$$y = a_0 + \sum a_i x_i + \sum a_{ij} x_i x_j + \sum a_{ijk} x_i x_j x_k + \dots + \sum a_{ii} x_i^2 + a_{ij\dots z} x_i x_j \dots x_z \quad (\text{II.2})$$

Où

-  $y$  est la réponse ou la grandeur d'intérêt. Elle est mesurée au cours de l'expérimentation et elle est obtenue avec une précision donnée.

-  $x_i$  représente le niveau attribué au facteur  $i$  par l'expérimentateur pour réaliser un essai. Cette valeur est parfaitement connue. On suppose même que ce niveau est déterminé sans erreur.

-  $a_0, a_i, a_{ij}, a_{ii}$  sont les coefficients du modèle mathématique adopté a priori. Ils ne sont pas connus et doivent être calculés à partir des résultats des expériences.

L'intérêt de modéliser la réponse par un polynôme est de pouvoir calculer ensuite toutes les réponses du domaine d'étude sans être obligé de faire les expériences.

Ce modèle est appelé "*modèle postulé*" ou "*modèle a priori*".

#### II.2.2.1 Modèle de l'expérimentateur

Deux compléments doivent être apportés au modèle précédemment décrit. Le premier complément est le *manque d'ajustement*. Cette expression traduit le fait que le modèle a priori est fort probablement différent du modèle réel qui régit le phénomène étudié. Il y a un écart entre ces deux modèles. Cet écart est le manque d'ajustement (*lack of fit* en anglais). Le second complément est la *prise en compte de la nature aléatoire de la réponse*. En effet, si l'on mesure plusieurs fois une réponse en un même point expérimental, on n'obtient pas exactement le même résultat. Les résultats sont dispersés. Les dispersions ainsi constatées sont appelées erreurs expérimentales. Ces deux écarts, manque d'ajustement et erreur expérimentale, sont souvent réunis dans un seul écart, noté «  $e$  ». Le modèle utilisé par l'expérimentateur s'écrit alors :

$$y = a_0 + \sum a_i x_i + \sum a_{ij} x_i x_j + \sum a_{ijk} x_i x_j x_k + \dots + \sum a_{ii} x_i^2 + a_{ij\dots z} x_i x_j \dots x_z + e \quad (\text{II.3})$$

### II.2.2.2 Système d'équations

Chaque point expérimental permet d'obtenir une valeur de la réponse. Cette réponse est modélisée par un polynôme dont les coefficients sont les inconnues qu'il faut déterminer. A la fin du plan d'expériences, on a un système de  $n$  équations (s'il y a  $n$  essais) à  $p$  inconnues (s'il y a  $p$  coefficients dans le modèle choisi à priori). Ce système s'écrit d'une manière simple en notation matricielle :

$$y = Xa + e \quad (\text{II.4})$$

$y$  est le vecteur des réponses.

$X$  est la matrice de calcul, ou matrice du modèle, qui dépend des points expérimentaux choisis pour exécuter le plan et le modèle postulé. On note que cette matrice est orthogonale.

$a$  : est le vecteur des coefficients.

$e$  : est le vecteur des écarts (l'erreur expérimentale + l'erreur dans le choix du modèle).

Ce système possède un nombre d'équations inférieur au nombre d'inconnues. Il y a  $n$  équations et  $p + n$  inconnues. Pour le résoudre le système, on utilise une méthode de régression basée sur le critère des moindres carrés. On obtient ainsi les estimations des coefficients que l'on note  $\hat{a}$ .

Le résultat de ce calcul est :

$$\hat{a} = (X'X)^{-1}X'y \quad (\text{II.5})$$

Formule dans laquelle la matrice  $X'$  est la matrice transposée de  $X$ . De nombreux logiciels exécutent ce calcul et donnent directement les valeurs des coefficients. Deux matrices interviennent constamment dans la théorie des plans d'expériences :

- La matrice d'information  $X'X$
- La matrice de dispersion  $(X'X)^{-1}$

La variance de  $\hat{a}$  est alors

$$V(\hat{a}) = \sigma^2(X'X)^{-1}. \quad (\text{II.6})$$

### II.3 Différents types de plans d'expériences

Les notions et les propriétés décrites au-dessus, sont utilisés dans plusieurs plans d'expériences tels que :

### II.3.1 Plans factoriels complets à deux niveaux

Ils sont les plus simples, ils sont aussi les plus utiles car ils forment la base de tous les débuts d'étude, on les note  $2^k$  d'où  $k$  présente le nombre de facteurs étudiés. Les premiers résultats obtenus grâce à ces plans peuvent toujours être complétés par de nouvelles expériences permettant d'atteindre le degré de précision et d'information recherché. Ces plans peuvent être utilisés indistinctement pour les variables continues et pour les variables discrètes.

### II.3.2 Plans factoriels fractionnaires à deux niveaux

Les plans factoriels fractionnaires sont des plans factoriels qui permettent d'étudier tous les facteurs mais dont le nombre d'essais est réduit par rapport aux plans factoriels complets. Ces plans sont utilisés lorsque le nombre d'essais augmente en augmentant le nombre des facteurs. Un plan factoriel fractionnaire à 2 fois moins, ou 4 fois moins ou 29 fois moins d'essais que le factoriel complet correspondant.

### II.3.3 Autres plans à deux niveaux

Basés également sur un modèle mathématique du premier degré. Ils ont été mis au point pour répondre à des situations particulières. Nous citerons :

1. les plans de Koshal qui étudie les effets principaux des facteurs sans interaction.
2. les plans de Rechtschaffner qui étudie les effets des facteurs et leur interaction sont de l'ordre deux.
3. les plans de Plackett et Burman sont les mêmes que ceux des plans de Koshal.
4. les Tables de Taguchi sont des modèles mathématiques aussi sans interaction et sont utilisés dans le domaine de la qualité.
5. les plans sursaturés qui comportent moins d'essais que de coefficients à déterminer dans le modèle (ex : les plans factoriels stationnaires), ils sont utiles lorsqu'il y a beaucoup de facteurs à examiner et lorsqu'on est sûr que peu d'entre eux sont influents sur la réponse.

### II.3.4 Plans à plusieurs niveaux

Les plans à deux niveaux sont très utilisés parce qu'ils sont économiques en nombre d'essais. Mais il n'y a aucune raison de ne pas considérer des plans ayant des facteurs prenant plus de deux niveaux. Il faut donner à chaque facteur le nombre de niveaux nécessaires aux

exigences de l'étude. Si par exemple on a deux facteurs à trois niveaux, il faut exécuter 9 essais. On note ce plan  $3^2$ . En augmentant le nombre de facteurs, le nombre des essais devient plus important. Pour cela, on introduit les plans fractionnaires correspondants qui porte les noms des carrés latins (facteurs à trois niveaux), carrés gréco-latins (facteurs à quatre niveaux), carrés de Youden (facteurs à plus de quatre niveaux).

### II.3.5 plans à niveaux mixtes

Il y a autant de facteurs que l'on veut et chaque facteur prend le nombre de niveaux nécessaires à la bonne exécution de l'étude. Par exemple, un facteurs peut prendre trois niveaux, un autre 4 niveaux et un troisième 6 niveaux. Ces plans sont très utilisés pour les facteurs discrets.

### II.3.6 Plans pour surfaces de réponse

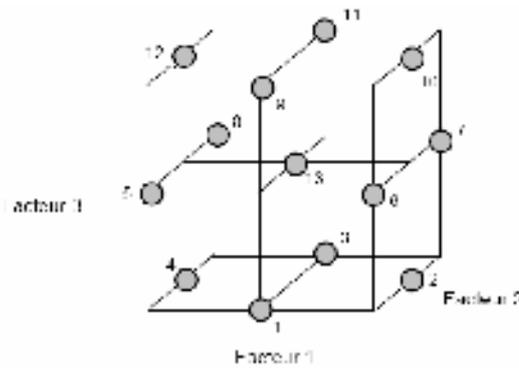
Les plans du second degré ou plans pour surfaces de réponse permettent d'établir des modèles mathématiques du second degré. Ils sont utilisés pour les variables continues. Ces plans sont utiles à chaque fois que l'on se trouve près d'un maximum ou d'un minimum. La théorie développée au-dessus s'applique à ces plans. A la fin des essais, on a un système d'équations dont les coefficients sont obtenus grâce à la relation (II.5). Il existe plusieurs types de plans du second degré dont les principaux sont décrits ci-dessous.

✚ **Les plans composites** : Un plan composite est constitué de :

1. Un plan factoriel dont les facteurs prennent deux niveaux.
2. Au moins un point expérimental situé au centre du domaine d'étude.
3. Des points axiaux. Ces points expérimentaux sont situés sur les axes de chacun des facteurs.

✚ **Les plans de Box-Behnken** : un plan de Box-Behnken est une fraction d'un plan factoriel complet de  $3^k$  qui permet d'estimer un modèle quadratique. Les points expérimentaux sont au milieu des arêtes de chacun des côtés du cube (Figure II.7). Ce plan comporte douze essais auxquels on peut ajouter un (ou plusieurs) point central. Dans la pratique on réalise souvent 3 ou 4 points au centre.

Le plus connu des plans de Box-Behnken est celui qui permet d'étudier trois facteurs.



**Figure II.7** Plan de Box- Behnken pour trois facteurs.

### II.3.7 Plans de mélanges

Utilisés seulement lorsque les facteurs d'étude sont les proportions des constituants d'un mélange. Or, ces constituants ne sont pas indépendants les uns des autres. La somme des proportions d'un mélange est toujours égale à 100%. Le pourcentage du dernier constituant est imposé par la somme des pourcentages des premiers composés.

### II.3.8 Plans booléens

Si les facteurs d'étude sont des variables booléennes, c'est-à-dire ne prenant que deux valeurs, il faut trouver la fonction booléenne, ne prenant elle-même que deux valeurs, en fonction des valeurs des variables. Les plans booléens ressemblent aux plans factoriels à deux niveaux mais l'interprétation mathématique est complètement différente puisque la nature des variables est différente.

### II.3.9 Plans pour simulations numériques

Lorsque les expérimentations sont coûteuses, il arrive de plus en plus fréquemment que l'on étudie d'abord les phénomènes à l'aide de simulations numériques. Les calculs sont souvent complexes et nécessitent des temps de calcul très longs. Il est alors avantageux d'organiser les simulations de la même manière que les essais des plans d'expériences. Mais deux particularités des calculs numériques doivent être prises en compte. La première est l'absence d'erreur expérimentale et la seconde est la complexité des modèles a priori permettant l'interprétation des résultats.

Maintenant, les plans factoriels complets seront expliqués en détail, parce qu'ils constituent la base de tous les autres plans comme il est déjà mentionné, en commençant par les plans factoriels à deux facteurs.

#### II.4 Plan factoriels à deux facteurs

Pour deux facteurs, le domaine d'étude est un carré (en unités codées). Par exemple, la figure II.8 représente un plan factoriel complet à deux facteurs (ex : température et poids). Le modèle mathématique postulé est un modèle du premier degré par rapport à chaque facteur :

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_{12}x_1x_2 + e \quad (\text{II.7})$$

où

$y$  : est la réponse

$x_i$  : représente le niveau attribué au facteur  $i$  en unités codées (formule II.1).

Dans le cas où le facteur est qualitatif (discret), l'introduction de ce facteur dans un modèle se fait par l'introduction de ce facteur à «  $m$  » niveaux dans le modèle par l'intermédiaire de  $(m-1)$  facteurs « codés ».

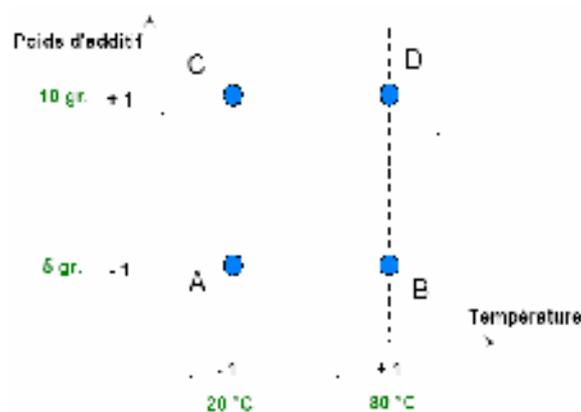
$a_0$  : la valeur de la réponse au centre du domaine d'étude.

$a_1$  : l'effet (ou effet principal) du facteur 1.

$a_2$  : l'effet (ou effet principal) du facteur 2.

$a_{12}$  : l'effet d'interaction entre les facteurs 1 et 2.

On démontre que les meilleurs emplacements des points d'expériences sont situés aux sommets du domaine d'étude.



**Figure II.8** Les meilleurs emplacements des points expérimentaux sont les sommets du domaine d'étude lorsque le modèle postulé est du premier degré.

### II.4.1 Représentation d'une étude sous forme de tableau

Les représentations géométriques sont commodes et très parlantes, mais dès que le nombre de facteurs est supérieur à trois, elles ne peuvent plus être employées. Pour les espaces multidimensionnels, on adopte une représentation en forme de tableau. Pour montrer la correspondance entre les deux représentations, géométrique et tableau, on explique la construction du tableau rassemblant les expériences du plan associé à la figure II.8.

Ce tableau comprend trois colonnes, la première identifie les essais, la seconde et la troisième indiquent les coordonnées des points d'expériences. L'essai n°1 est celui pour lequel les deux facteurs étudiés sont aux niveaux bas, 20 °C (ou - 1 en unités codées) et 5 grammes (ou - 1 en unités codées). Cet essai n°1 correspond au point A de la Figure 6. L'essai n°2 est celui pour lequel le premier facteur est fixé au niveau haut, 80 °C (ou +1 en unités codées) et le second facteur est fixé au niveau bas : 5 grammes (ou - 1 en unités codées). Cet essai n°2 correspond au point B. Ce tableau s'appelle *Tableau d'expérimentation* s'il est construit avec les unités physiques habituelles (Tableau II.1) et *Plan d'expériences* s'il emploie les unités codées (Tableau II.2). Dans ce dernier cas, on rappelle la signification des unités codées en indiquant, pour chaque facteur, leurs valeurs en unités physiques habituelles en bas du tableau.

N° essais	Température (1)	Poids (2)
1 (A)	20 °C	5 grammes
2 (B)	80 °C	5 grammes
3 (C)	20 °C	10 grammes
4 (D)	80 °C	10 grammes

**Tableau II.1** Tableau d'expérimentation (unités courantes).

La représentation qui utilise les unités codées est plus générale que celle qui emploie les unités physiques habituelles. C'est celle qui est le plus souvent adoptée et c'est celle qui sera utilisée par la suite.

N° essais	Facteur 1	Facteur 2
1 (A)	-1	-1
2 (B)	+1	-1
3 (C)	-1	+1
4 (D)	+1	+1

Niveau -1	20 °C	5 grammes
Niveau +1	80 °C	10 grammes

**Tableau II.2** Plan d'expériences (unités codées).

Les représentations géométriques et les représentations par tableaux sont équivalentes. Les tableaux (ou matrices) présentent l'avantage de pouvoir être utilisés quel que soit le nombre de facteurs, c'est-à-dire quel que soit le nombre de dimensions de l'espace expérimental. Il est utile de savoir passer d'une représentation à l'autre pour bien interpréter les résultats des plans d'expériences.

**II.4.2 Présentation des résultats d'essais**

A chaque essai, l'expérimentateur mesure la réponse qu'il a choisie. Par exemple, la réponse de l'essai n° 1 est  $y_1$ . Celle de l'essai n° 2 est  $y_2$  et ainsi de suite. Ces réponses sont indiquées en face chaque essai et sont rassemblées dans la colonne «Réponse» (Tableau II.3).

N° essais	Facteur 1	Facteur 2	réponse
1 (A)	-1	-1	$Y_1$
2 (B)	+1	-1	$Y_2$
3 (C)	-1	+1	$Y_3$
4 (D)	+1	+1	$Y_4$

Niveau -1	20 °C	5 grammes
Niveau +1	80 °C	10 grammes

**Tableau II.3** Plan d'expériences et résultats expérimentaux.

### II.4.3 Calcul des coefficients

Les quatre points d'expériences apportent quatre équations :

$$\begin{aligned}
 y_1 &= a_0 + a_1x_{1,-1} + a_2x_{2,-1} + a_{12}x_{1,-1}x_{2,-1} + e_1 \\
 y_2 &= a_0 + a_1x_{1,+1} + a_2x_{2,-1} + a_{12}x_{1,+1}x_{2,-1} + e_2 \\
 y_3 &= a_0 + a_1x_{1,-1} + a_2x_{2,+1} + a_{12}x_{1,-1}x_{2,+1} + e_3 \\
 y_4 &= a_0 + a_1x_{1,+1} + a_2x_{2,+1} + a_{12}x_{1,+1}x_{2,+1} + e_4
 \end{aligned}
 \tag{II.8}$$

La résolution de ce système donne la valeur des coefficients :

$$\hat{a}_0 = \frac{1}{4} [ + y_1 + y_2 + y_3 + y_4 ] \tag{II.9, a}$$

$$\hat{a}_1 = \frac{1}{4} [ - y_1 + y_2 - y_3 + y_4 ] \tag{II.9, b}$$

$$\hat{a}_2 = \frac{1}{4} [ - y_1 - y_2 + y_3 + y_4 ] \tag{II.9, c}$$

$$\hat{a}_{12} = \frac{1}{4} [ + y_1 - y_2 - y_3 + y_4 ] \tag{II.9, d}$$

Connaissant les coefficients, on peut écrire le modèle de régression qui servira à faire des prévisions

$$\hat{y} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1x_1 + \hat{a}_2x_2 + \hat{a}_{12}x_1x_2 \tag{II.9}$$

#### II.4.3.1 Signification de $\hat{a}_0$

Si l'on donne à  $x_1$  et à  $x_2$  la valeur zéro, on définit le centre du domaine d'étude. La relation (II.9) devient alors

$$\hat{y}_0 = +\hat{a}_0 \tag{II.10}$$

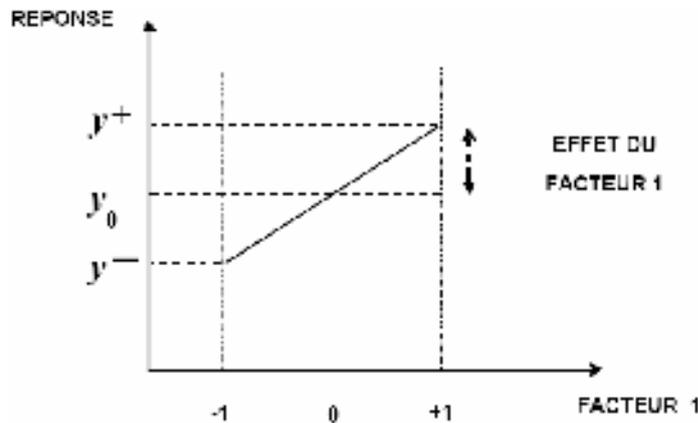
Le coefficient  $\hat{a}_0$  est la valeur de la réponse calculée au centre du domaine d'étude. La formule (II.9, a) montre également que  $\hat{a}_0$  peut être considéré comme *la moyenne des quatre réponses*.

#### II.4.3.2 Signification de $\hat{a}_1$

Plaçons nous maintenant au niveau moyen du facteur 2, pour cela donnons la valeur zéro à  $x_2$ . La relation (II.9) devient

$$\hat{y} = +\hat{a}_0 + \hat{a}_1x_1 \tag{II.11}$$

Cette relation permet de tracer l'évolution de la réponse prédite dans un plan de coupe  $x_2 = 0$  (Figure II.9). L'effet du facteur 1 apparaît comme la variation de la réponse quand on passe du niveau zéro (centre du domaine) au niveau haut du facteur 1.  $\hat{a}_1$  s'appelle l'effet du facteur 1.



**Figure II.9** Dans le plan moyen du facteur 2, l'effet du facteur 1 est la variation de la réponse entre le centre du domaine d'étude et le niveau haut du facteur 1.

### II.4.3.3 Signification de $\hat{a}_{12}$

La relation (II.9, d) peut s'écrire

$$\hat{a}_{12} = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{2}(y_4 - y_3) - \frac{1}{2}(y_2 - y_1) \right] = \frac{1}{2} [ +ef^+ - ef^- ] \quad \text{(II.12)}$$

L'interaction apparaît comme la demi différence entre l'effet du facteur 1 au niveau haut du facteur 2 (effet noté  $ef^+$ ) et l'effet du facteur 1 au niveau bas du facteur 2 (effet noté  $ef^-$ ). Elle traduit une variation de l'effet d'un facteur en fonction du niveau d'un autre facteur.

L'interaction  $\hat{a}_{12}$  entre les deux facteurs 1 et 2 est une interaction d'ordre 2.

## II.5 Plans factoriels de k facteurs à 2 niveaux

En augmentant le nombre de facteurs, l'espace expérimental possède autant de dimensions qu'il y a de facteurs et le modèle mathématique correspond à la relation (II.2).

Un plan comportant  $k$  facteurs à deux niveaux est noté  $2^k$ .

- Le  $k$  en exposant signifie qu'il y a  $k$  facteurs étudiés.
- Le 2 indique le nombre de niveaux par facteur.

On remarquera que cette notation indique également le nombre d'essais à réaliser. Ce nombre devient rapidement très important. Pour seulement 7 facteurs, il faudrait exécuter 128 essais. Pour diminuer le nombre des essais en conservant la possibilité d'étudier tous les facteurs, les plans factoriels fractionnaires à deux niveaux ont été introduits.

## II.6 Les logiciels de plans d'expériences

On peut réaliser le calcul des coefficients avec un tableur, mais cela nécessite de la programmation et du temps. Il est donc préférable d'utiliser des logiciels adaptés qui effectuent tout les calculs désirés. La plupart des logiciels qui traitent des plans d'expériences sont inclus dans des logiciels de statistiques, faisant non seulement le calcul des coefficients (ce qui est déjà détaillé au-dessus) mais aussi tout les calculs statistiques permettant d'évaluer la qualité du modèle mathématique. Les logiciels de plans d'expériences sont devenus des outils absolument indispensables pour la construction de plans complexes et l'interprétation approfondie des résultats du plan. Parmi ces logiciels on cite Lumière, Minitab, Modde, Nemrod, RS discover, Statgraphics et le JUMP utilisé dans cette investigation.

Ces logiciels comportent, en général, les caractéristiques suivantes :

- ✚ construction des plans d'expériences : plans factoriels complets, plans factoriels fractionnaires, plans à plus de deux niveaux (surface de réponse), plans de mélanges ;
- ✚ interprétation : calcul des effets, des interactions, des coefficients du modèle mathématique, modélisation, calcul des réponses prédites, analyse des résidus ;
- ✚ représentations graphiques : diagramme des effets, diagramme des interactions, diagramme des résidus, diagramme de Daniel, courbes iso-réponses en 2-D ou 3-D ;
- ✚ aide : tutorial, aide en ligne, possibilité d'importer et d'exporter des fichiers de données dans différents formats.

Cet ensemble de possibilités permet d'effectuer rapidement de multiples analyses et de regarder ses données sous tous les angles. On arrive ainsi à extraire, en peu de temps, toute l'information présente dans les résultats d'un plan d'expériences.

## II.7 Calculs statistiques effectués par le JUMP

Le logiciel JUMP utilise plusieurs méthodes de calcul comme la méthode des moindres carrés et la méthode des modèles linéaires généralisés. Les deux méthodes seront expliquées en détail dans ce qui suit :

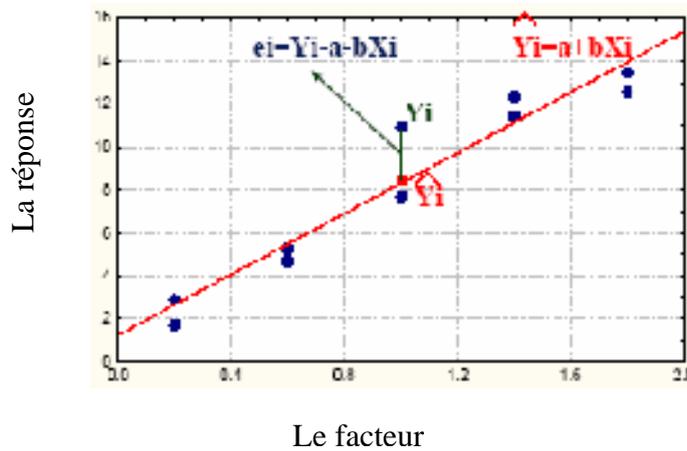
**II.7.1 Méthode des moindres carrée (Least square method)**

Elle consiste à minimiser la somme des carrés des distances des points présentant les données au plan choisis pour trouver le modèle convenable.

Supposant qu'on a un modèle linéaire  $y = \alpha + \beta x + e$

Le critère des moindres carrés s'écrit comme

$$\text{Min } \sum e_i^2 = \sum (y_i - a - bx_i)^2 = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 \tag{II.13}$$



**Figure II.10** Présentation de la réponse en fonction du facteur.

Les calculs des effets ainsi que les autres calculs statistiques pour les hypothèses linéaires générales supposent que l'hypothèse d'estimation des variables d'intérêt est tel que

$$L\beta = 0 \tag{II.14}$$

C'est-à-dire que lagrangien de tous les paramètres de régression sont nuls

La courbe des effets que le JMP caractérise ce test par l'illustration des points de sorte que la distance de chaque point à la pente de régression présente le résidu qui n'est pas contraint (gêné) par le test, et la distance à l'axe des x présente le résidu gêné par le test.

La différence entre la somme des carrés de ces deux types de résidus est la somme des carrés due à l'hypothèse, qui sera le facteur principal du F-test (F-test teste l'hypothèse).

Les paramètres estimés obéissant au test s'écrit sous la forme :

$$b_0 = b - (X'X)^{-1}L\lambda \tag{II.15}$$

$b$  : les moindres carrés estimé d'où

$$b = (X'X)^{-1}X'y \tag{II.16}$$

$\lambda$  : multiplicateur Lagrangien pour la contrainte de l'hypothèse, calculée comme suit :

$$\lambda = \left( L(X'X)^{-1}L' \right) Lb \tag{II.17}$$

Comparant les résidus non contraint ou non gênés et gênés par le test, respectivement :

$$r = y - Xb \tag{II.18}$$

$$r_0 = r + X(X'X)^{-1}L'\lambda \tag{II.19}$$

Pour obtenir la courbe des effets, la valeur  $v_x$  présente la différence entre ces deux résidus

$$d'où \ v_x = X(X'X)^{-1}cL'\lambda \tag{II.20}$$

Tandis que  $v_y = r + v_x$  comme présenté sur la figure

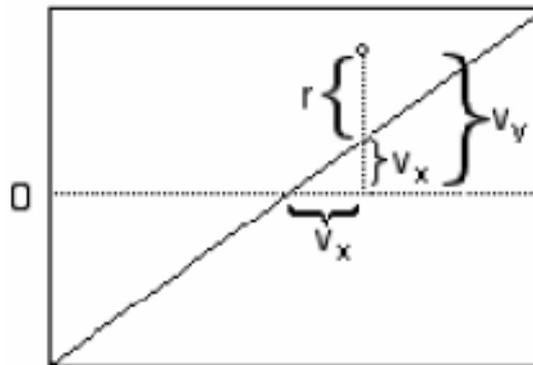


Figure II.11 Construction de la courbe d'effet.

### II.7.1.1 Intervalle de confiance (confidence curve)

L'intervalle de confiance est un intervalle qui a une probabilité  $(1 - \alpha)$  de recouvrir la « vrais » valeur du paramètre (intervalle à 95% de confiance). Pour une simple régression linéaire, il s'écrit :

$$\text{Limite inférieure } (x) = xb - t_{\alpha-2} s \sqrt{x(X'X)^{-1}x'} \tag{II.21}$$

$$\text{Limite supérieure } (x) = xb + t_{\alpha-2} s \sqrt{x(X'X)^{-1}x'} \tag{II.22}$$

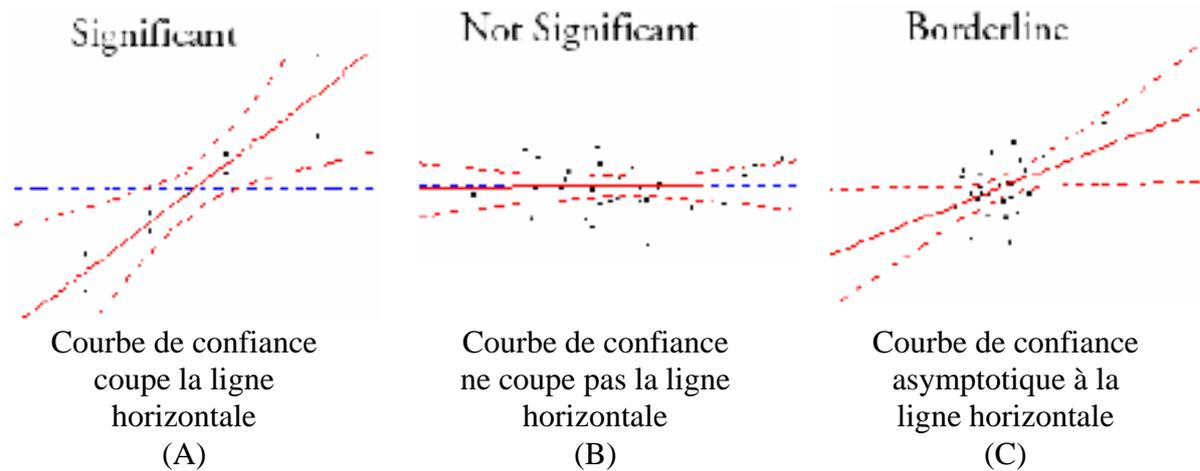
Où  $x[1 \ x]$  les deux vecteurs de régression.

$s$  : écart-type des résidus.

$t$  : un calcul statistique qui teste si le vrais paramètre est nul. C'est le rapport du coefficient estimé à son écart-type.

Cette courbe hyperbolique permet la signification des mesures et du modèle, elle a les propriétés suivantes :

- 1/ si la pente des paramètres estimés est significativement différente de 0, la courbe de confiance coupe la ligne horizontale qui représente la moyenne des réponses (figure A.12).
- 2/ si la pente des paramètres estimés n'est pas significativement différente de 0, la courbe de confiance ne coupe pas la ligne horizontale (figure B.12).
- 3/ si le t-test de la pente est bien placée sur la marge de signification, la courbe de confiance aura la ligne horizontale comme asymptote (figure C.12).



**Figure II.12** Différents cas de l'intervalle de confiance.

En fait, la courbe de confiance coupe la ligne horizontale lorsque la probabilité de F-test est  $\leq 0.05$  ; on la note «  $prob > F$  ». Le F-test ou « F ratio » est la moyenne carrée du modèle divisé par la moyenne carrée de l'erreur. Soit :

$$F \text{ ratio} = \frac{\text{mean square (model)}}{\text{mean square (error)}} \quad (\text{II.23})$$

Les grandes valeurs de F ratio conduisent à des faibles valeurs de P-value et ceci désigne la signification du modèle. On note que ces statistiques sont données par l'analyse de la variance.

### II.7.1.2 Comment mesurer la qualité de l'ajustement

Il s'agit de comparer la variance de la réponse  $y$ , et la variance des résidus du modèle.

Le coefficient de détermination est  $R^2$  (R square) présente le pourcentage de la variance de  $y$  expliquée par le modèle. Il est donné par :

$$R^2 = \frac{\text{somme des carrés (modèle)}}{\text{somme des carrés (C.Total)}} \quad (\text{II.24})$$

Dans le JMP, l'analyse de la variance donne la variance total de la réponse d'où

$$\text{somme des carrés (C.Total)} = \text{somme des carrés (modèle)} + \text{somme des carrés (erreur)} \quad (\text{II.25})$$

### II.7.1.3 Mesures de précision et signification des paramètres

Pour voir si le modèle est significatif et avec une bonne précision, on doit vérifier trois choses :

1/ écart-type des estimateurs ; soit l'écart-type de chaque coefficient estimé. Il est noté « std error » dans le logiciel. C'est l'abréviation de « standard error ».

2/ *P* – valeur : la probabilité de se tromper en affirmant que le paramètre est différent de 0. On dit que le paramètre est significatif lorsque  $P - \text{value} \leq 0.05$ .

3/ l'intervalle de confiance : déjà expliqué dans les paragraphes précédentes.

Une précision d'une prédiction dépend de :

1. la variance expérimentale.
2. la place du point dans le domaine expérimental.
3. l'adéquation du plan par rapport au modèle estimé.

### II.7.1.4 Cinq règles pour choisir le nombre d'essais d'un plan :

Pour le choix d'un plan d'expérience les cinq règles suivantes doivent être pris en considération :

1. nombre de points supports  $\geq$  nombre de paramètres du modèle.
2. minimum et adapté au budget.
3. suffisant pour permettre de détecter les effets désirés.
4. souvent dicté par le plan choisi.
5. multiple du nombre de niveaux des facteurs.

II.7.1.5 Différentes formes des effets :

📌 Effets principaux des facteurs

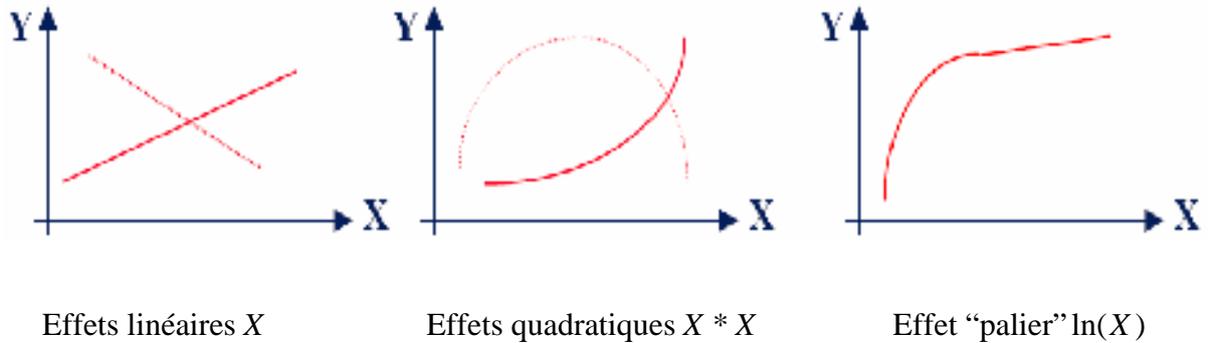


Figure II.13 Différents types des effets principaux.

📌 Effets d'interaction entre facteurs  $X_1$  et  $X_2$

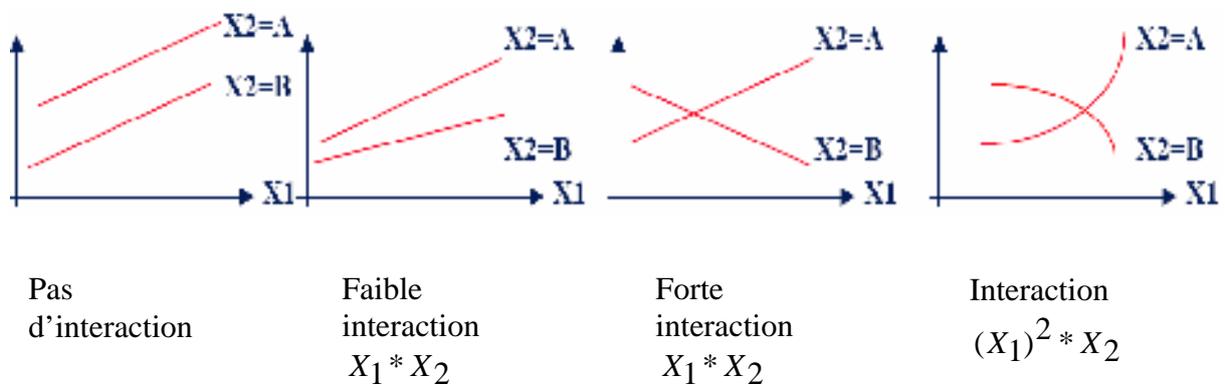


Figure II.14 Différents types des effets d'interaction.

II.7.2 Méthode des modèles linéaires généralisés (Generalized Linear Model)

La méthode des modèles linéaires généralisée s'adapte aux réponses qui ne s'adaptent pas généralement avec la méthode des moindres carrés. La technique implique un ensemble de formes des moindres carrés rechargé itérativement correspondant à une transformation de réponse.

Les particularités supplémentaires de la méthode du logiciel JUMP sont :

1. la statistique de probabilité définit les fonctions linéaires des paramètres et les P-valeurs basées sur leur distribution asymptotique de chi-square.
2. valeurs estimées, erreurs standard et limites de confiance.
3. présentation graphique des profils pour examiner le modèle.
4. intervalle de confiance des paramètres du modèle basé sur le profil de la fonction de probabilité.

### II.7. 2.1 Exemples sur les modèles de la méthode GLM :

Modèles	Variable de réponse	Distribution	Fonction de liaison
Modèle linéaire traditionnel	Continue	Normal $V(\mu) = 1$	Identité ; $g(\mu) = \mu$
Régression logistique	Variable aléatoire binaire ou compté	Binomial $V(\mu) = \mu(1 - \mu)$	Logit ; $g(\mu) = \log\left(\frac{\mu}{1 - \mu}\right)$
Régression de Poisson en modèle log-linéaire	Compté	Poisson $V(\mu) = \mu$	Log ; $g(\mu) = \log(\mu)$
Régression exponentielle	Continue positive	exponentielle	$\frac{1}{\mu}$

**Tableau II.4** Type des modèles de la méthode GLM.

JUMP adapte des modèles linéaires généralisés aux données par estimation maximale de la probabilité du vecteur paramètre. En fait, il n'y a pas une forme précise de la solution de la probabilité maximale d'estimation des paramètres. JUMP estime les paramètres du modèle numériquement à travers un processus de montage itératif. Le paramètre de dispersion  $\phi$  est également estimé en divisant la statistique 'Pearson' de la qualité de l'ajustement par son degré de liberté. Toutes les autres statistiques et estimations des paramètres sont basées sur la normalité asymptotique des estimateurs avec une probabilité maximale.

Le statistique Pearson de chi-square est défini comme suit :

$$X^2 = \sum_i \frac{w_i (y_i - \mu_i)^2}{V(\mu_i)} \quad (\text{II.26})$$

$V$  est la variance de la fonction.

Pour tester la qualité du modèle, le JMP donne les calculs statistiques suivante :

1. Difference : c'est la différence entre la probabilité log du modèle complet et le modèle réduit. Où le modèle réduit est le modèle avec la moyenne (intercept) seulement et le modèle complet avec toutes les variables. Le *prob > chi-square* est analogue à *F-test* du modèle entier.
2. Goodness of fit statistic : les petites valeurs des statistiques indique que peut être qu'on a besoin d'ajouter d'autre termes d'ordre supérieur au modèle. en changeant la distribution par exemple.

## Chapitre III

### PRESENTATION DE L'ETUDE

Dans ce chapitre, l'adaptation de la méthode des plans d'expériences au domaine d'écoulement des fluides est décrite et les cas étudiés de ce travail sont ensuite présentés.

#### III.1 Choix de la réponse, des facteurs et des types de plans correspondants

Les différents facteurs qui influent sur la réduction de traînée ; tel que les dimensions des riblets, leurs formes, le nombre de Reynolds où l'espacement adimensionnel, le gradient de pression et d'autres paramètres ont été présenté dans le premier chapitre.

La présente étude s'intéresse alors aux paramètres qui ont l'effet le plus important sur la réduction de traînée, ceci suivant à ce qui a été mentionné par la littérature. Une comparaison entre les résultats obtenus de la présente étude et ceux de la littérature est ensuite effectuée.

La grandeur d'intérêt ou la réponse est alors *la réduction de traînée*, note « R.T », est présentée en pourcentage.

Les facteurs les plus importants sont :

- la hauteur des riblets  $h$ .
- L'espacement entre les crêtes des riblets  $s$
- L'espacement adimensionnel  $s^+$ .
- La forme des riblets où les formes utilisées sont la forme en « L », la forme en « V », la forme « rectangulaire » et « trapézoïdale ».

On note que les facteurs  $h$ ,  $s$  et  $s^+$  sont des facteurs continus où leur unité est le millimètre, le facteur « forme » est un facteur discret.

En ce qui concerne la méthode des plans d'expériences, on a utilisé :

- les plans factoriels à niveaux mixtes, le modèle correspondant est du premier ordre.
- Les plans factoriels à niveaux mixtes avec extension « augment design », le modèle correspondant est d'ordre un.
- Les plans pour surface de réponse « plan de Box-behnken ». Le modèle dans ce cas est du deuxième ordre.

L'erreur  $e$  du modèle obtenu représente seulement l'erreur du choix du modèle estimée par le logiciel (*mean square error*) noté  $\sigma^2$  et puisque ce travail n'est pas expérimental, l'erreur expérimentale est donc nulle. (cf. chapitre II).

### III.2 Premier cas de l'étude

Dans le premier cas de cette étude, on traite le problème en prenant les facteurs «  $h$  », «  $s$  » et « forme » comme des facteurs  $x_i$ .

Le plan utilisé est un plan factoriel à niveaux mixtes  $2 \times 3 \times 4$ , dont le nombre d'essais égale à 24. Où :

- le facteur  $s$  a deux niveaux ; entre 0.5 et 4.6mm.
- Le facteur  $h$  a trois niveaux ; 0.23, 0.5 et 1.84mm.
- Le facteur « forme » a quatre niveaux ; « V », « rectangulaire », « trapèze » et « L ».

Le modèle mathématique est donc du premier ordre, avec toutes les interactions dont l'ordre supérieur égale à trois. Il est sous la forme :

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^3 a_i x_i + \sum_{i=1}^3 a_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^3 a_{ijk} x_i x_j x_k + \sigma^2 \quad (\text{III.1})$$

La méthode de calcul utilisée est la méthode des moindres carrées (standard least squares).

#### Matrice de l'expérience :

La matrice de l'expérience est présentée dans le tableau III.1.

### III.3 Deuxième cas d'étude

Dans ce cas d'étude on traite les quatre facteurs choisis. Le plan utilisé est le plan factoriel à niveaux mixtes  $2 \times 2 \times 2 \times 3$  dont le nombre d'essais égale à 24. Où :

- le facteur  $h$  a deux niveaux ; entre 0.23 et 1.84mm.
- le facteur  $s$  a deux niveaux ; entre 0.26 et 3.5mm
- le facteur  $s^+$  a deux niveaux ; entre 15 et 30 unités de paroi.
- Le facteur « forme » a trois niveaux ; « L », « trapèze » et « V ».

Le modèle mathématique à priori est un modèle d'ordre 1, prenant en considération que les interactions d'ordre 3. Le modèle s'écrit alors :

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^4 a_i x_i + \sum_{i=1}^4 a_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^4 a_{ijk} x_i x_j x_k + \sigma^2 \quad (\text{III.2})$$

La méthode de calcul est la méthode des moindres carrés.

 **Matrice de l'expérience :**

La matrice de l'expérience est présentée dans le tableau III.2.

### III.4 Troisième cas d'étude

Les facteurs  $s^+$ ,  $h/s$  et « forme » sont pris en considération dans ce cas d'étude, le plan utilisé est le plan factoriel à niveaux mixte avec extension  $2 \times 3 \times 4$  "Augment design". Le nombre d'essais égale à 25 dont le vingt cinquième essai est un point central. Où :

- le facteur  $s^+$  prend deux niveaux ; entre 15 et 30 unités de paroi.
- Le facteur  $h/s$  prend trois niveaux 0.2, 0.4 et 1.
- Le facteur « forme » prend quatre niveaux ; « L », « V », « rectangle » et « trapèze ».

Le modèle mathématique est du premier ordre en prenant toutes les interactions. Il est sous la forme :

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^3 a_i x_i + \sum_{i=1}^3 a_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^3 a_{ijk} x_i x_j x_k + \sigma^2 \quad (\text{III.3})$$

La méthode de calcul utilisée est la méthode des modèles linéaires généralisés (generalized linear model)

 **Matrice de l'expérience :**

La matrice de l'expérience est présentée dans le tableau III.3.

### III.5 Quatrième cas d'étude

Il s'agit de fixer une forme bien précise qui est la forme en « L » (la plus efficace d'après la littérature) et faire varier les facteurs  $h$ ,  $s$  et  $s^+$ .

Chacun de ces trois facteurs a deux niveaux. Où :

- $h$  entre 0.25 et 0.64mm.
- $s$  entre 0.64 et 2.03mm.
- $s^+$  entre 3 et 30 unités de paroi.

On a choisit comme plans d'expériences les plans de la surface de réponse, en utilisant le plan de « Box-behnken » à treize essais dont le treizième est un point central (point dans le centre du domaine).

Le modèle à priori est un modèle du deuxième degré. En prenant en considération que les interactions d'ordre deux. Il a donc la forme suivante :

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^3 a_i x_i + \sum_{i=1}^3 a_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^3 a_{ii} x_i^2 + \sigma^2 \quad (\text{III.4})$$

La méthode de calcul est la méthode des moindres carrée standard.

 **Matrice de l'expérience :**

La matrice de l'expérience est présentée dans le tableau III.4.

**Noté bien :** la construction de la matrice de chaque expérience est basé sur les résultats de la littérature ; les travaux présentés dans le premier chapitre constituent la base de données de cette investigation.

Tableau III.1 Présentation de la matrice d'expérience du premier cas.

N°= d'essais	Facteur $s$	Facteur $h$	Facteur « forme »	Réponse R.T
1	0.5	0.23	L	8
2	4.6	0.23	L	0
3	0.5	0.5	L	7
4	4.6	0.5	L	1.2
5	0.5	1.84	L	2.2
6	4.6	1.84	L	8.2
7	0.5	0.23	Rectangle	6
8	4.6	0.23	Rectangle	0
9	0.5	0.5	Rectangle	4
10	4.6	0.5	Rectangle	1.3
11	0.5	1.84	Rectangle	1.5
12	4.6	1.84	Rectangle	6
13	0.5	0.23	Trapèze	7
14	4.6	0.23	Trapèze	0
15	0.5	0.5	Trapèze	5
16	4.6	0.5	Trapèze	1.2
17	0.5	1.84	Trapèze	2.1
18	4.6	1.84	Trapèze	7.29
19	0.5	0.23	V	8
20	4.6	0.23	V	0
21	0.5	0.5	V	7
22	4.6	0.5	V	0.5
23	0.5	1.84	V	2
24	4.6	1.84	V	1

Tableau III.2 Présentation de la matrice d'expérience du deuxième cas.

N°= d'essais	Facteur $h$	Facteur $s$	Facteur $s^+$	Facteur « forme »	Réponse R.T
1	0.23	0.26	15	L	10
2	1.84	0.26	15	L	0
3	0.23	3.5	15	L	3
4	1.84	3.5	15	L	7
5	0.23	0.26	30	L	5
6	1.84	0.26	30	L	0
7	0.23	3.5	30	L	0.5
8	1.84	3.5	30	L	4
9	0.23	0.26	15	Trapèze	7
10	1.84	0.26	15	Trapèze	0
11	0.23	3.5	15	Trapèze	1
12	1.84	3.5	15	Trapèze	6.8
13	0.23	0.26	30	Trapèze	2.5
14	1.84	0.26	30	Trapèze	0
15	0.23	3.5	30	Trapèze	0
16	1.84	3.5	30	Trapèze	3
17	0.23	0.26	15	V	7.5
18	1.84	0.26	15	V	0
19	0.23	3.5	15	V	0
20	1.84	3.5	15	V	5
21	0.23	0.26	30	V	3
22	1.84	0.26	30	V	0
23	0.23	3.5	30	V	0
24	1.84	3.5	30	V	1

Tableau III.3 Présentation de la matrice d'expérience du troisième cas.

N°= d'essais	Facteur $s^+$	Facteur $h/s$	Facteur « forme »	Réponse R.T
1	15	0.2	L	3.8
2	30	0.2	L	4
3	15	0.4	L	8
4	30	0.4	L	3
5	15	1	L	11
6	30	1	L	4
7	15	0.2	V	5
8	30	0.2	V	3.5
9	15	0.4	V	8
10	30	0.4	V	3
11	15	1	V	7
12	30	1	V	4
13	15	0.2	Rectangle	2
14	30	0.2	Rectangle	3
15	15	0.4	Rectangle	5
16	30	0.4	Rectangle	0.8
17	15	1	Rectangle	2
18	30	1	Rectangle	0
19	15	0.2	Trapèze	3.8
20	30	0.2	Trapèze	4.2
21	15	0.4	Trapèze	7
22	30	0.4	Trapèze	4.1
23	15	1	Trapèze	6
24	30	1	Trapèze	1.5
25	22.5	0.6	L	5

Tableau III.4 Présentation de la matrice d'expérience du quatrième cas.

N°= d'essais	Facteur $s$	Facteur $h$	Facteur $s^+$	Réponse R.T
1	0.64	0.25	16.5	6
2	0.64	0.64	16.5	5
3	2.03	0.25	16.5	4
4	2.03	0.64	16.5	3
5	1.335	0.25	3	0
6	1.335	0.25	30	3.2
7	1.335	0.64	3	0
8	1.335	0.64	30	1
9	0.64	0.445	3	0
10	2.03	0.445	3	0
11	0.64	0.445	30	2.5
12	2.03	0.445	30	1.5
13	1.335	0.445	16.5	5

## Chapitre IV

## RESULTATS ET INTERPRETATIONS

Dans ce chapitre les résultats obtenus des essais décrits dans le chapitre précédent sont discutés et interprétés. Ceci en illustrant les graphes de chaque cas étudié avec les interprétations correspondantes, une comparaison de ces résultats est ensuite présentée.

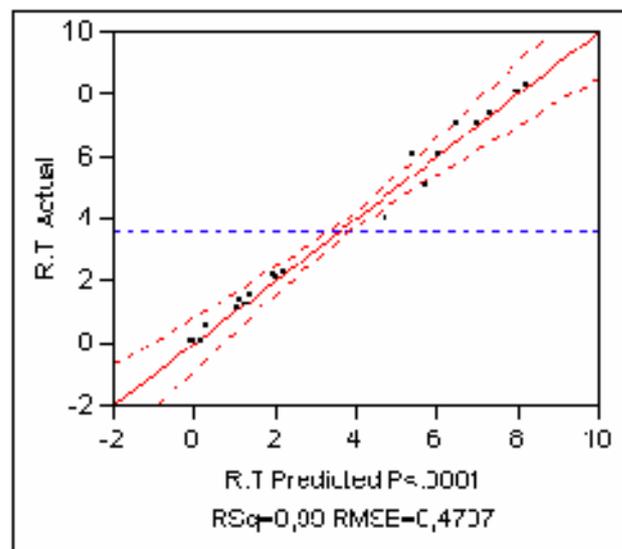
## IV. 1 Résultats du premier cas d'étude

La figure (IV.1) présente le modèle généré de cet essai. Ce modèle est convenable suite aux indications de:

1. L'écart-type des estimateurs (Std error) ayant des faibles valeurs, présenté dans le tableau IV.1.
2. la probabilité  $P$ -value est  $< 0.0001$  ; ceci désigne que le modèle est significatif.
3. l'intervalle de confiance (ligne rouge discontinue) coupe la ligne horizontale de la moyenne des réponses (ligne bleue), on dit alors que le modèle est significatif.

En plus de ces trois indications, le coefficient d'ajustement  $R^2$  est égale à 0.9915 ce qui désigne la qualité de l'ajustement du modèle.

L'analyse de la variance permet aussi d'avoir une idée sur la qualité du modèle en donnant des grandes valeurs de F ratio ( $F$  ratio = 62.629). Ceci conduit à des probabilités inférieures à  $< 0.0001$ .



**Figure IV.1** Graphe illustrant les valeurs actuelles de R.T (points noirs) en fonction des valeurs prédites (ligne rouge continue, modèle 1).

## IV.1.1 Effets estimés des paramètres

## 1. Numériquement

Le tableau suivant donne la valeur des paramètres du modèle mathématique, avec les erreurs et les probabilités correspondantes.

Paramètres	Effets estimés	Std Error	t Ratio	Prob> t
Intercept (moyenne)	3,4661568	0,154224	22,47	<,0001*
S(0,5,4,6)	-1,379583	0,097918	-14,09	<,0001*
H	0,1606146	0,139087	1,15	0,2815
FORME[V]	-0,520417	0,169599	-3,07	0,0154*
FORME[RECT]	-0,470417	0,169599	-2,77	0,0242*
FORME[TRAP]	0,16125	0,169599	0,95	0,3696
S*(H-0,85667)	3,3059314	0,139087	23,77	<,0001*
S*FORME[V]	-1,20375	0,169599	-7,10	0,0001*
S*FORME[RECT]	0,6795833	0,169599	4,01	0,0039*
S*FORME[TRAP]	0,4445833	0,169599	2,62	0,0306*
(H-0,85667)*FORME[V]	-1,75401	0,240906	-7,28	<,0001*
(H-0,85667)*FORME[RECT]	0,4193522	0,240906	1,74	0,1199
(H-0,85667)*FORME[TRAP]	0,7256451	0,240906	3,01	0,0168*
S*(H-0,85667)*FORME[V]	-1,171129	0,240906	-4,86	0,0013*
S*(H-0,85667)*FORME [RECT]	-0,229664	0,240906	-0,95	0,3683
S*(H-0,85667)*FORME [TRAP]	0,3411677	0,240906	1,42	0,1945

**Tableau IV.1** Estimations des coefficients du modèle 1 (\* désigne que l'effet est significatif).

A partir de ces résultats, on constate que tous les facteurs et les interactions ont un effet significatif sauf le facteur  $h$ .

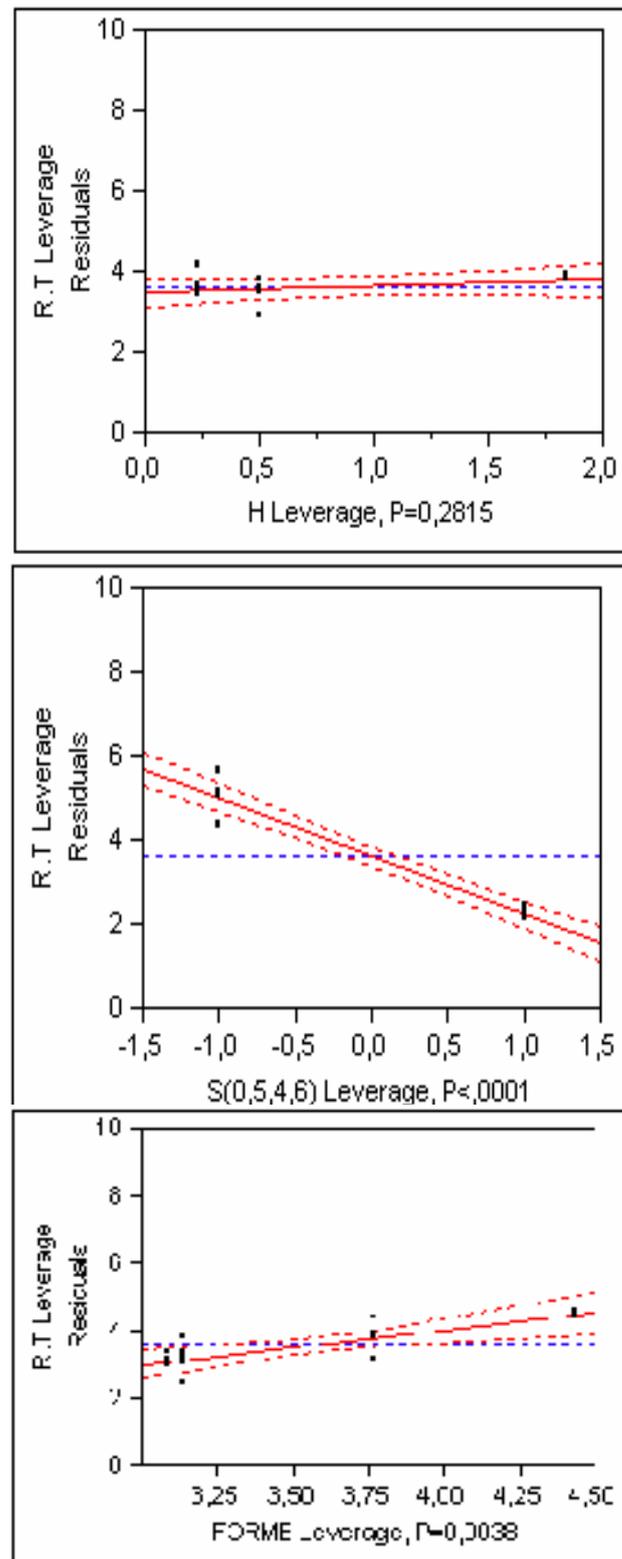
## 2. graphiquement

Les figures (IV.2) et (IV.3) illustrent l'effet de chaque facteur principal et les effets d'interactions entre ces facteurs. Les statistiques  $P$ -value des facteurs «  $s$  », « forme » et les interactions «  $s*h$  », «  $s* forme$  », «  $h* forme$  » et «  $s*h* forme$  » affirment que les effets de ces facteurs et leurs interactions sont significatifs ( $P$ -value < 0.05). La statistique du facteur «  $h$  » désigne que l'effet n'est pas significatif ( $P$ -value > 0.05).

### IV.1.2 Interprétation

Les effets significatifs obtenus des facteurs sont en accord avec ceux mentionnés par Walsh (1990) ; en indiquant que la réduction de trainée dépend fortement de la dimension et la forme des riblets [7].

La figure IV.4 illustre le profil prédit par le modèle de la réponse « R.T » en fonction des effets des facteurs principaux. Cette figure montre la coupe de la surface de réponse selon un plan moyen pour chacun des facteurs. On se rend ainsi compte de l'évolution de la réponse lorsque les facteurs passent du niveau bas au niveau haut. On constate que cette évolution est linéaire en fonction des trois facteurs. Le maximum prédit de la réduction égale à 8.182%, est obtenu pour la forme en « L » avec un espacement  $s = 4.6mm$  et une hauteur  $h = 1.84mm$ . Ceci vérifie les résultats du travail de Bechert [21].



Level	Least Sq Mean	Std Error	Mean
V	3,0833333	0,19583325	3,08333
RECT	3,1333333	0,19583325	3,13333
TRAP	3,7650000	0,19583325	3,76500
L	4,4333333	0,19583325	4,43333

Figure IV.2 Influence des facteurs principaux sur la réponse R.T.

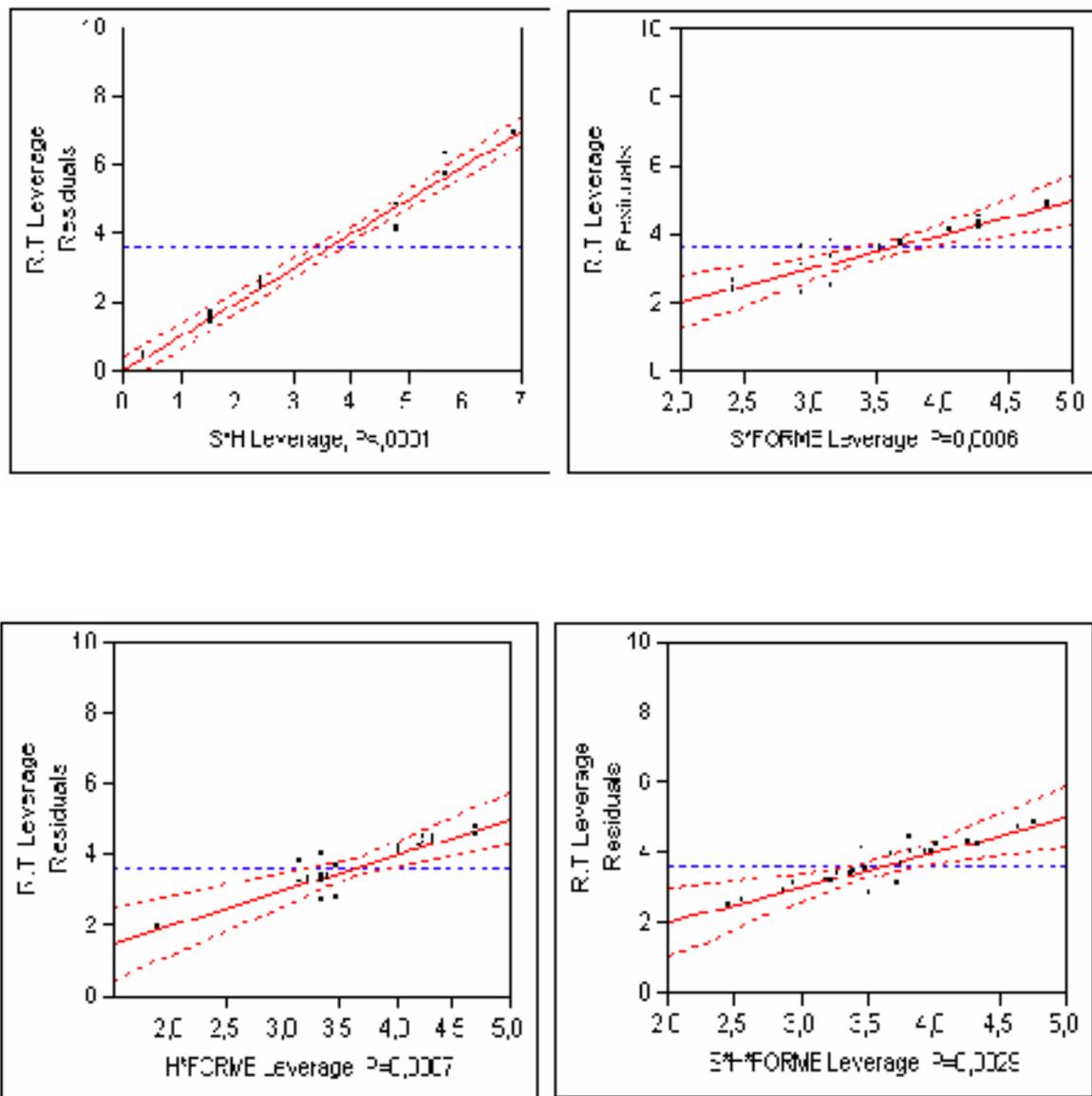
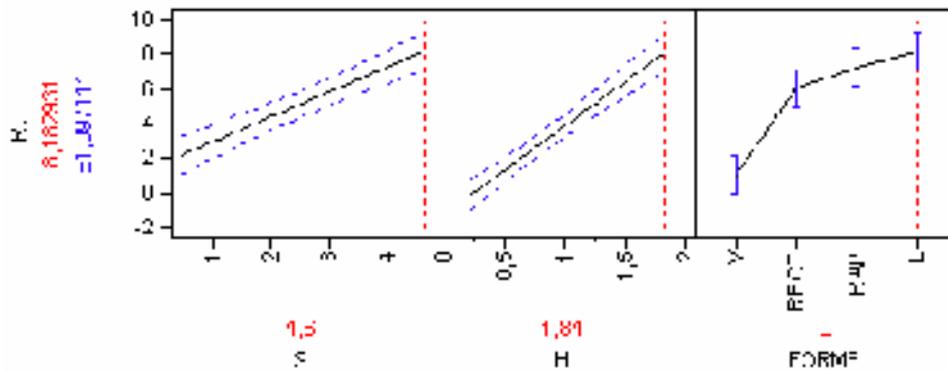
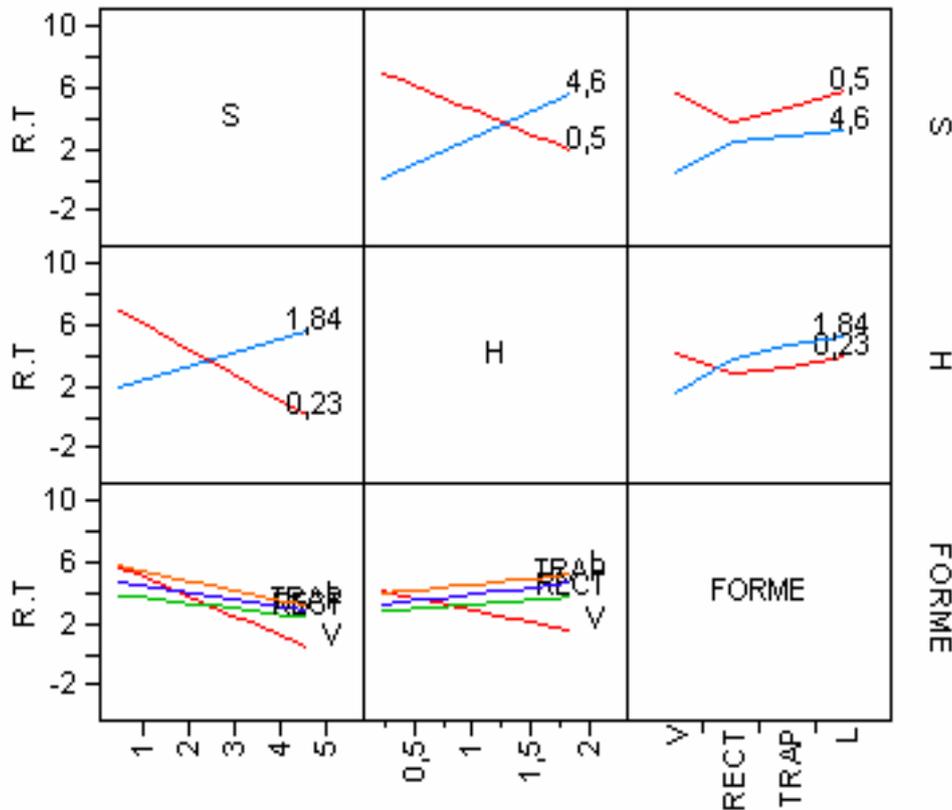


Figure IV. 3 Influence des interactions entre facteurs sur la réponse R.T (modèle 1).



**Figure IV.4** Profil de la réponse prédite généré par le modèle 1. (rouge : valeurs prédites des réponse, bleu : intervalle de 95% de confiance sur la moyenne de la réponse).

L'interaction entre les facteurs figure dans les graphes ci-dessous. Elle permet de connaître la zone d'intérêt en définissant la région où la réduction de traînée est maximale.



**Figure IV.5** Profil d'interaction entre les trois facteurs deux par deux (modèle 1).

- ✚ L'interaction entre  $h$  et  $s$  peut être interprété par le rapport  $h/s$  ; ces deux facteurs ne sont pas indépendants (d'après la littérature). Le graphe montre une forte interaction entre ces deux facteurs ; lorsque le facteur  $h$  varie du niveau bas au niveau haut, l'effet du facteur  $s$  au niveau bas diminue contrairement à l'effet au niveau haut qui augmente. Aussi, lorsque le facteur  $s$  varie du niveau bas au niveau haut, l'effet du facteur  $h$  au niveau bas diminue contrairement à l'effet au niveau haut qui augmente. La réduction est maximale aux niveaux bas des deux facteur ( $RT = 7.25\%$ ) et minimale au niveau bas de  $h$  et au niveau haut de  $s$  où  $RT = 0\%$ .
- ✚ L'interaction entre le facteur  $s$  et le facteur « forme » est faible avec les formes trapézoïdale, ailette et rectangulaire, mais forte avec la forme triangulaire. Le maximum de réduction est obtenu alors avec cette forme au niveau bas de  $s$  ( $RT = 5.55\%$ ) et le minimum est obtenu au niveau haut ( $RT = 0.5\%$ ).
- ✚ L'interaction entre le facteur  $h$  et le facteur « forme » est forte avec la forme en « V », tandis qu'elle est nulle avec les autres formes. La réduction est maximale au niveau minimum de  $h$  où  $RT = 4.5\%$  et minimale au niveau maximum où  $RT = 1\%$ .

En fait, cette analyse permet de faire les recommandations suivantes, sachant que l'on cherche une valeur maximale de réduction de traînée :

- 1- La forme en « L » est la forme adéquate.
- 2- Il faut faire un compromis dans le choix des valeurs de  $h$  et les valeurs de  $s$ .

### IV.1.3 Le modèle mathématique généré

Le modèle mathématique généré par le logiciel JUMP ayant la forme donnée par l'équation (III.1) est :

$$\begin{aligned}
 R.T = & \underbrace{3.466}_{a_0} - \left( \underbrace{1.379}_{a_1} * \frac{s-2.55}{\underbrace{2.05}_{x_1}} \right) + \underbrace{\left\{ \begin{array}{l} V \rightarrow -0.520 \\ rect \rightarrow -0.470 \\ trap \rightarrow 0.161 \\ L \rightarrow 0.829 \end{array} \right\}}_{x_3 a_3} + \left( \frac{s-2.55}{\underbrace{2.05}_{x_1}} * \underbrace{(h-0.856)}_{x_2} * \underbrace{(-3.305)}_{a_{12}} \right) + \frac{s-2.55}{\underbrace{2.05}_{x_1}} \\
 & * \underbrace{\left\{ \begin{array}{l} V \rightarrow -1.203 \\ rect \rightarrow 0.679 \\ trap \rightarrow 0.444 \\ L \rightarrow 0.079 \end{array} \right\}}_{x_3 a_{13}} + \underbrace{(h-0.856)}_{x_2} * \underbrace{\left\{ \begin{array}{l} V \rightarrow -1.754 \\ rect \rightarrow 0.419 \\ trap \rightarrow 0.725 \\ L \rightarrow 0.609 \end{array} \right\}}_{x_3 a_{23}} + \left( \frac{s-2.55}{\underbrace{2.05}_{x_1}} * \underbrace{(h-0.856)}_{x_2} * \underbrace{\left\{ \begin{array}{l} V \rightarrow -1.171 \\ rect \rightarrow -0.229 \\ trap \rightarrow 0.341 \\ L \rightarrow 1.059 \end{array} \right\}}_{x_3 a_{123}} \right) + \underbrace{0.2301}_{\sigma^2}
 \end{aligned}$$

(IV.1).

Notant que ce modèle est donné en coordonnées centrées réduites  $x_i$  comme déjà motionné dans l'équation (II.1). Pour  $x_1$  par exemple dans le modèle précédent :

- $s$  est la variable d'origine en unité courante.
- 2.55 est la valeur centrale en unité courante.
- 2.05 est le pas.

La validité de ce modèle dépend de l'erreur mesurée  $e$  et les valeurs prédites des réponses. On vérifiant ceci par la comparaison entre les réponses actuelle de l'étude et les réponses prédites comme indiqué dans le tableau suivant :

Réponses actuelles	Réponses prédites	Réponses actuelles	Réponses prédites
8	7.9867	7	6.4301
0	-0.0847	0	-0.0109
7	7.0158	5	5.6846
1.2	1.3017	1.2	1.2131
2.2	2.1973	2.1	1.9851
8.2	8.1829	7.29	7.2878
6	5.3976	8	8.0030
0	0.1420	0	0.1607
4	4.7236	7	6.9963
1.3	1.1292	0.5	0.3068
1.5	1.3786	2	2.0006
6	6.0286	1	1.0323

**Tableau IV.2** comparaison entre les réponses de l'étude et les réponses prédites (modèle 1).

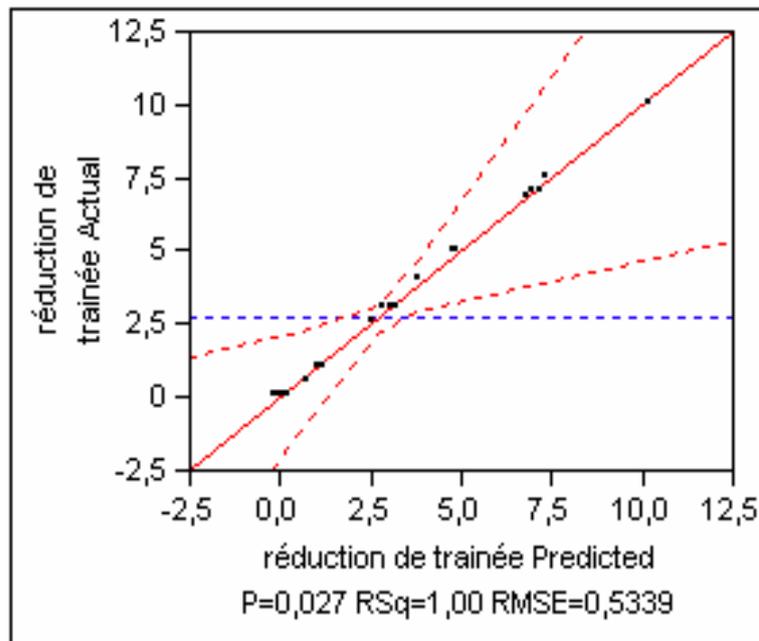
#### IV.2 Résultats du deuxième cas d'étude

La figure (IV.6) présente le modèle généré de cet essai. Ce modèle est convenable suite aux indications de:

- 1- L'écart-type des estimateurs (Std error) ayant des faibles valeurs, présenté dans le tableau IV.3.
- 2-  $P - value = 0.027 < 0.05$ . Ceci désigne que le modèle est significatif.
- 3- L'intervalle de confiance coupe la ligne horizontale de la moyenne des réponses; le modèle alors est significatif.

En plus de ces trois indications, le coefficient d'ajustement  $R^2$  est égale à 0.9973 ce qui désigne la qualité de l'ajustement du modèle.

L'analyse de la variance montre des grandes valeurs de  $F$  ratio où ( $F$  ratio = 36.468) ; ce qui conduit à des faibles valeurs de probabilité ( $Pr ob > F = 0.0270$ ).



**Figure IV.6** Graphe illustrant les valeurs actuelles de R.T en fonction des valeurs prédites (modèle 2).

#### IV.2.1 Effets estimés des paramètres

##### 1- Numériquement

Le tableau suivant donne la valeur des paramètres du modèle mathématique, avec les erreurs et les probabilités correspondantes.

Paramètres	Effets estimés	Std Error	t Ratio	Prob> t
Intercept (moyenne)	2,7625	0,108972	25,35	0,0016*
h(0,23,1,84)	-0,529167	0,108972	-4,86	0,0399*
s(0,26,3,5)	-0,154167	0,108972	-1,41	0,2928
s+(15,30)	-1,179167	0,108972	-10,82	0,0084*
forme[L]	0,925	0,15411	6,00	0,0267*
forme[V]	-0,7	0,15411	-4,54	0,0452*
h*s	2,3875	0,108972	21,91	0,0021*
h*s+	0,2791667	0,108972	2,56	0,1245
h*forme[L]	-0,408333	0,15411	-2,65	0,1178
h*forme[V]	-0,033333	0,15411	-0,22	0,8488
s*s+	-0,0125	0,108972	-0,11	0,9192
s*forme[L]	0,0916667	0,15411	0,59	0,6123
s*forme[V]	-0,408333	0,15411	-2,65	0,1178
s+*forme[L]	-0,133333	0,15411	-0,87	0,4781
s+*forme[V]	0,1166667	0,15411	0,76	0,5281
h*s*s+	-0,8875	0,108972	-8,14	0,0147*
h*s*forme[L]	0,425	0,15411	2,76	0,1102
h*s*forme[V]	-0,325	0,15411	-2,11	0,1695
h*s+*forme[L]	0,2833333	0,15411	1,84	0,2074
h*s+*forme[V]	-0,216667	0,15411	-1,41	0,2950
s*s+*forme[L]	-0,05	0,15411	-0,32	0,7764
s*s+*forme[V]	0,075	0,15411	0,49	0,6746

**Tableau IV.3** Estimations des coefficients du modèle 2 (\* désigne que l'effet est significatif).

On constate que les facteurs et les interactions ayant des effets significatifs sont «  $h$  », «  $s^+$  », « forme », «  $h*s$  » et «  $h*s*s^+$  ».

## 2- Graphiquement

Les graphes ci-après illustrent les effets de chaque facteur et leurs interactions. Les statistiques  $P$  – *value* qui ont des valeurs inférieures à 0.05 désignent les effets significatifs.

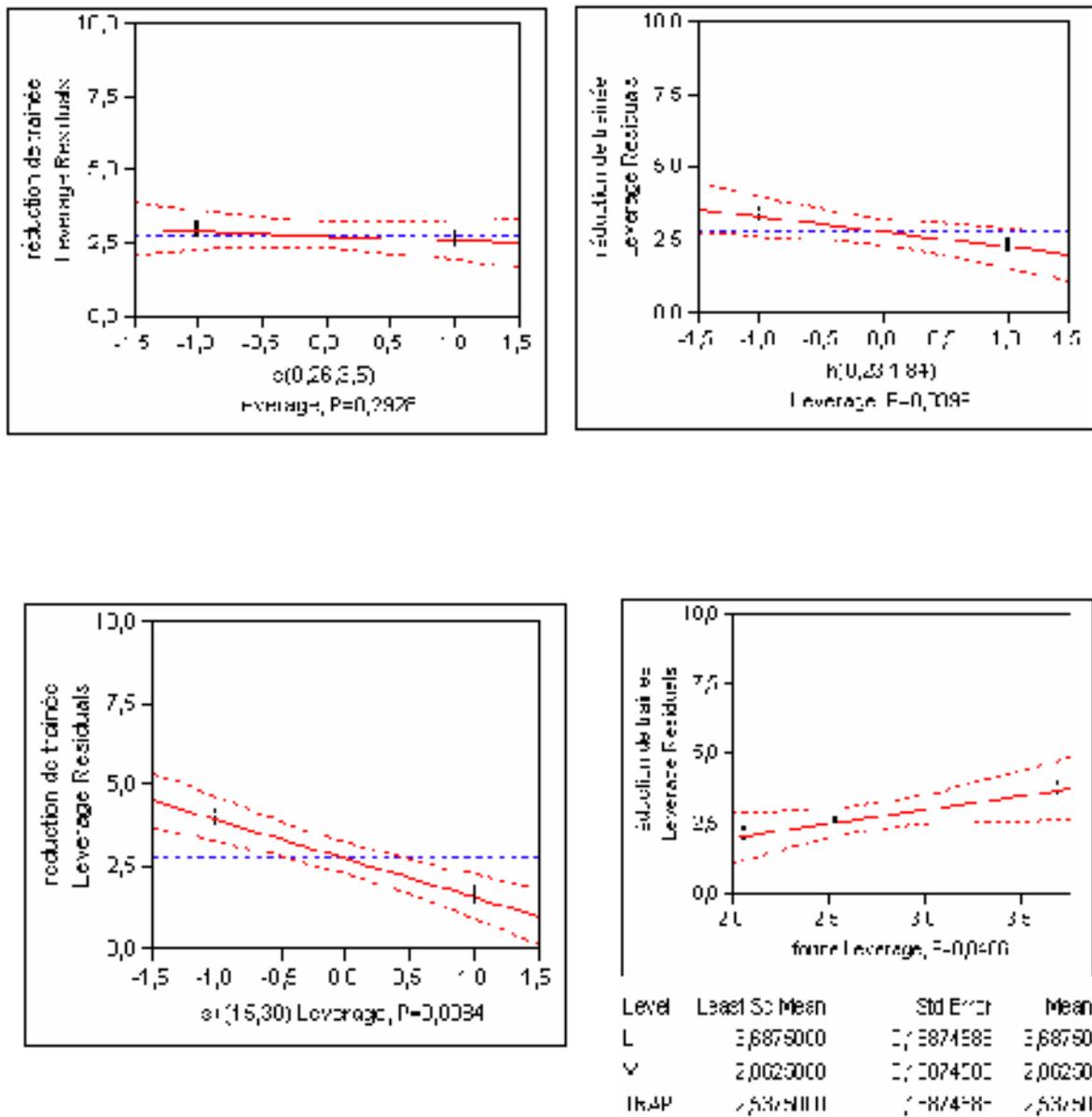


Figure IV.7 Influence des facteurs principaux sur la réponse R.T (modèle 2).

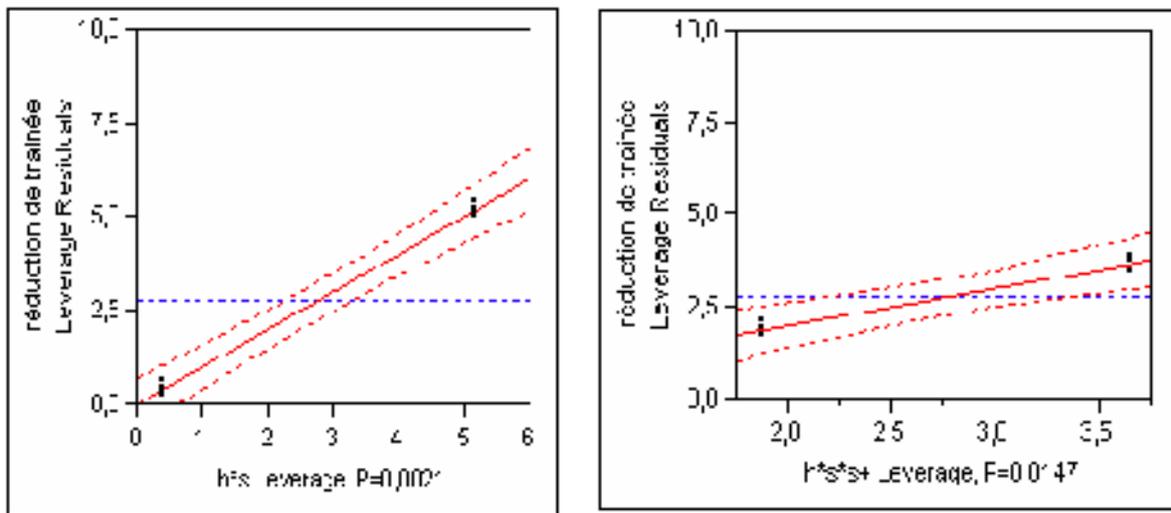


Figure IV. 8 Influence des interactions entre facteurs sur la réponse R.T (modèle 2).

### IV.2.2 Interprétation

En introduisant le facteur  $s^+$  dans ce cas, les résultats obtenus sont plus généralisés que ceux obtenus de cas précédent. En effet, l'effet significatif des paramètres «  $h$  » et « forme » est en accord avec le premier cas étudié. L'effet significatif du facteur «  $s^+$  » est en accord avec les constatations de Walsh [7] et [8].

La figure (IV.9) présente l'évolution de la réponse lorsque les facteurs passent du niveau bas au niveau haut. L'évolution est linéaire dans ce cas aussi pour les quatre facteurs. La valeur maximale de réduction obtenue est égale à 10.2% pour  $h = 0.23mm$ ,  $s = 0.26mm$  et  $s^+ = 15$ .

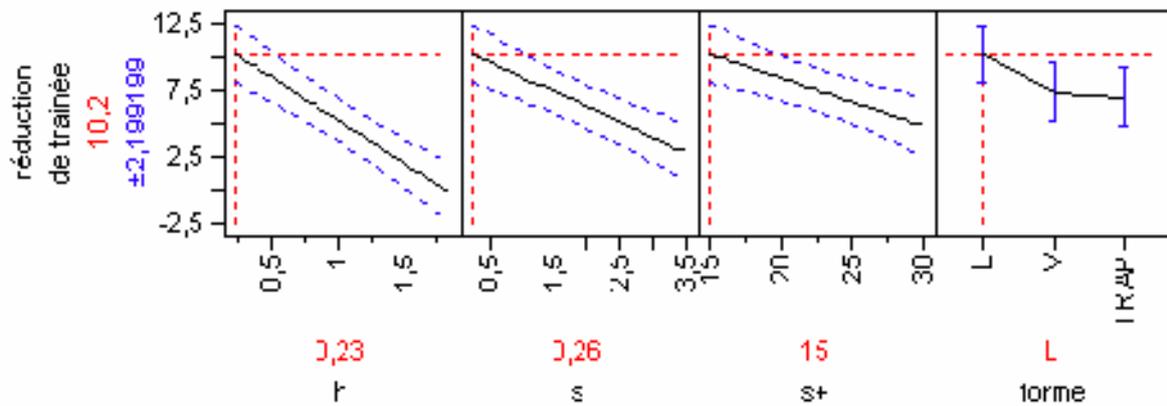


Figure IV.9 Profil de la réponse prédite généré par le modèle 2. (rouge : valeurs prédites des réponse, bleu : intervalle de 95% de confiance sur la moyenne de la réponse).

Les interactions entre facteurs deux par deux sont présentées ci-dessous, ceci en définissant les régions d'intérêt où la réduction de traînée est maximale.

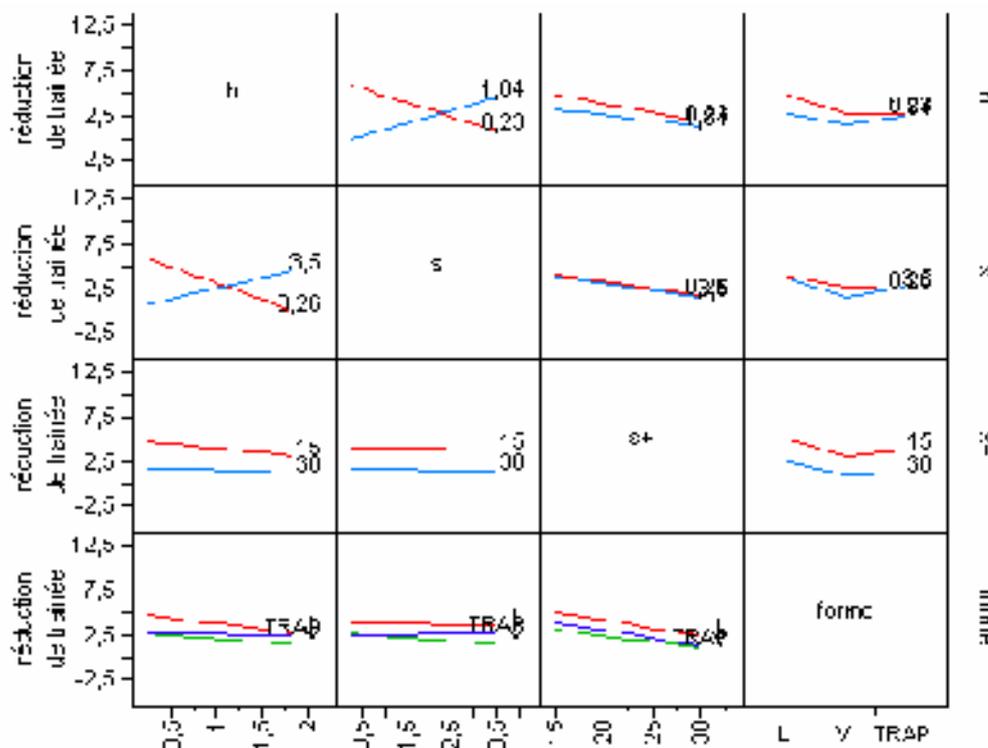


Figure IV.10 Profil d'interaction entre les quatre facteurs deux par deux (modèle 2).

L'interaction entre les facteurs «  $h*s$  » a un effet significatif dans ce cas aussi. Le maximum de réduction est obtenu au niveaux bas des deux facteurs ( $RT = 5.83\%$ ) et le minimum de réduction est obtenu au niveau haut du facteur  $h$  et le niveau bas du facteur  $s$  où ( $RT = 0\%$ ). Toutes les autres interactions ont un effet négligeable.

L'existence de l'interaction  $h*s*s^+$  peut être interprété par les travaux de Wilkinson [13] et Bechert [21] déjà présentés dans le premier chapitre. A chaque fois qu'on change les valeurs de  $h$  et  $s$ , la réduction de traînée est obtenu à des valeurs différentes de  $s^+$ . Par exemple dans le travail de Bechert [21], pour une forme fixe ; le rapport  $h/s$  ayant des valeurs de 0.4, 0.5 et 0.6 donne des valeurs de réduction proches: 7.29, 7.1 et 6.7% pour des valeurs de  $s^+$  égalent 19, 16.7 et 14 unités de parois respectivement. On remarque que ces valeurs sont proches aussi mais toujours dans un intervalle de 15 à 20.

Cette analyse permet de faire les recommandations suivantes, sachant que l'on cherche une valeur maximale de réduction de traînée :

- 1- Les valeurs du facteur  $s^+$  doivent être de l'ordre de 15 unités de parois.
- 2- La forme en « L » apparaît comme la meilleure.
- 3- On doit faire un compromis dans le choix des valeurs de  $h$  et  $s$ .

### IV.2.3 Le modèle mathématique généré

Le modèle mathématique généré par le logiciel JUMP qui a la forme donnée par l'équation (III.2) est :

$$\begin{aligned}
 RT = & \underbrace{2.7625}_{a_0} - \left( \underbrace{0.5291}_{a_1} * \underbrace{\frac{h-1.035}{0.805}}_{x_1} \right) - \left( \underbrace{1.1791}_{a_3} * \underbrace{\frac{s^+ - 22.5}{7.5}}_{x_3} \right) + \underbrace{\left\{ \begin{array}{l} L \rightarrow 0.925 \\ V \rightarrow -0.7 \\ trap \rightarrow -0.225 \end{array} \right\}}_{a_4 x_4} + \\
 & \left( \underbrace{\frac{h-1.035}{0.805}}_{x_1} * \underbrace{\frac{s-1.88}{1.62}}_{x_2} * \underbrace{2.3875}_{a_{12}} \right) + \left( \underbrace{-0.8875}_{a_{123}} * \underbrace{\frac{h-1.035}{0.805}}_{x_1} * \underbrace{\frac{s-1.88}{1.62}}_{x_2} * \underbrace{\frac{s^+ - 22.5}{7.5}}_{x_3} \right) + \underbrace{0.2850}_{\sigma^2}
 \end{aligned} \tag{IV.2}$$

La validité de ce modèle peut être vérifiée en faisant une comparaison entre les valeurs des réponses actuelle de l'étude et les réponses prédites par le modèle, comme indiqué dans le tableau IV.4.

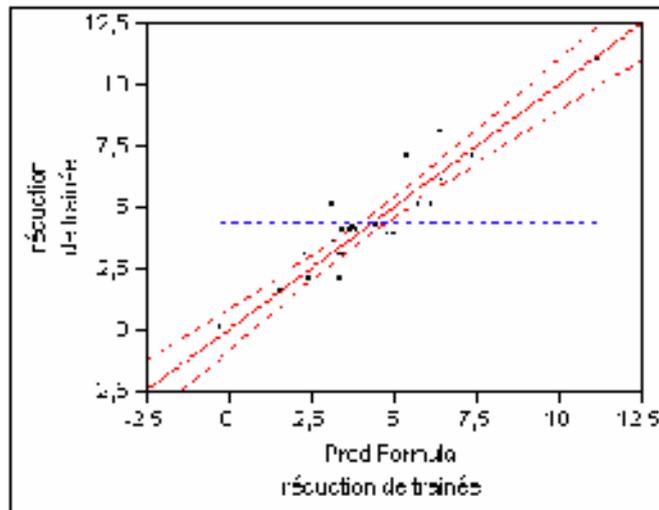
Réponses actuelles	Réponses prédites	Réponses actuelles	Réponses prédites
10	10.2	2.5	2.525
0	-0.2	0	-0.025
3	2.8	0	-0.025
7	7.2	3	3.025
5	4.8	7.5	7.325
0	0.2	0	0.175
0.5	0.7	0	0.175
4	3.8	5	4.825
7	6.975	3	3.175
0	0.025	0	-0.175
1	1.025	0	-0.175
6.8	6.775	1	1.175

**Tableau IV.4** comparaison entre les réponses de l'étude et les réponses prédites (modèle 2).

### IV.3 Résultats du troisième cas d'étude

La figure (IV.11) présente le modèle généré de cet essai. Ce modèle est convenable suite aux indications de:

1. l'écart-type des estimateurs (Std error) ayant des faibles valeurs, présenté dans le tableau IV.5.
2.  $prob\ Chisq < 0.0001$ . Ceci désigne que le modèle est significatif
3. L'intervalle de confiance coupe la ligne horizontale de la moyenne des réponses ; le modèle alors est significatif.



**Figure IV.11** Graphe illustrant les valeurs actuelles de R.T en fonction des valeurs prédites (modèle 3).

### IV.3.1 Effets estimés des paramètres

Le tableau suivant donne la valeur des paramètres du modèle mathématique, avec les erreurs et les probabilités correspondantes.

Paramètres	Effets estimés	Std Error	ChiSquare	Prob>Chisq
Intercept (moyenne)	4,3258512	0,1840351	78,4963	<,0001*
s+(15,30)	-1,5269231	0,1875261	32,3818	<,0001*
h/s(0,2,1)	0,22518916	0,2163885	1,0602	0,3032
forme[L]	1,45447667	0,3063072	16,0714	<,0001*
forme[V]	0,83761034	0,3228017	5,9621	0,0146*
forme[rect]	-2,3373897	0,3228017	28,2629	<,0001*
s+*h/s	-0,7865385	0,2165364	10,5951	0,0011*
S+*forme[L]	-0,6961538	0,3248047	4,2172	0,0400*
S+*forme[V]	-0,0788462	0,3248047	0,0589	0,8083
s+*forme[rect]	0,59230769	0,3248047	3,1221	0,0772
h/s*forme[L]	1,43710593	0,3742828	11,5888	0,0007*
h/s*forme[V]	0,25558008	0,3749667	0,4603	0,4975
h/s*forme[rect]	-1,0944199	0,3749667	7,3308	0,0068*
s+*h/s*forme[L]	-0,7519231	0,3750521	3,7272	0,0535
s+*h/s*forme[V]	0,65192308	0,3750521	2,8523	0,0912
s+*h/s*forme[rect]	0,37884615	0,3750521	1,0001	0,3173

**Tableau IV.5** Estimations des coefficients du modèle 3 (\* désigne l'effet significatif).

Les facteurs qui ont des effets significatifs sont « $s^+$ », « forme », «  $s^+ * h/s$  » et «  $h/s * forme$  ».

### IV.3.2 Interprétation

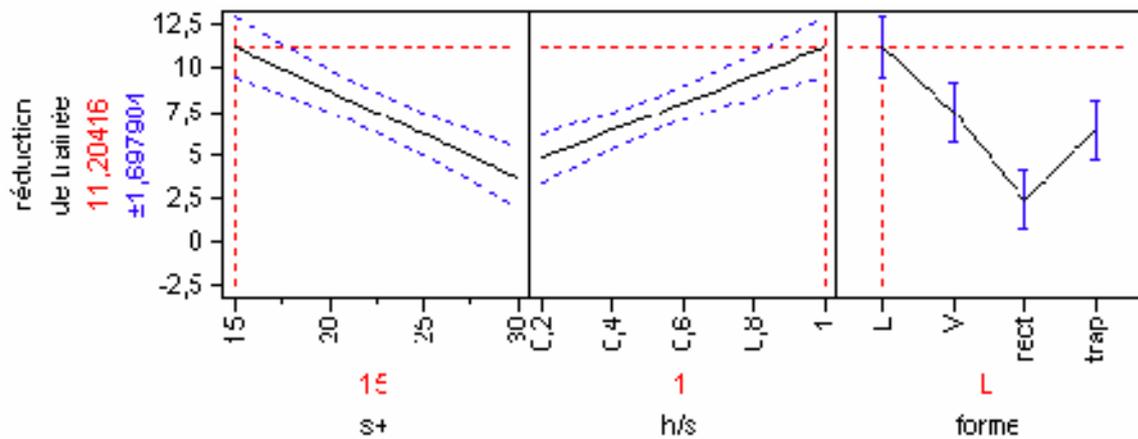
Les effets significatifs des facteurs « $s^+$ » et « forme » sont observés même dans ce cas là ; ceci vérifie et affirme ce qui est indiqué par la littérature et est obtenu dans les deux cas précédents. Ainsi que l'interaction « $s^+ * h/s$  » qui traduit l'interaction « $h * s * s^+$ » décrite dans le deuxième cas.

L'interaction «  $h/s * forme$  » peut être expliquée de la même manière que  $h * s * s^+$  dans le deuxième cas : les valeurs de réduction de traînée diffèrent pour des mêmes valeurs du rapport  $h/s$  et différentes formes. Comme cela est indiqué dans le travail de Bechert [21] ; par exemple pour une même valeur de  $h/s = 0.5$ , la réduction est de 8.9% pour la forme en « L » mais elle est de 7.1% pour la forme trapézoïdale.

L'analyse de ce cas permet de faire les recommandations suivantes, sachant que l'on cherche une valeur maximale de réduction de traînée :

- 1- Les valeurs du facteur  $s^+$  doivent être de l'ordre de 15 unités de parois.
- 2- La forme en « L » est la plus appropriée.
- 3- On doit utiliser des valeurs  $h/s$  proches de 1.

La figure (IV.12) présente l'évolution linéaire de la réponse lorsque les facteurs passent du niveau bas au niveau haut. La valeur maximale de réduction est toujours obtenue pour la forme en « L », elle est égale à 11.2% pour  $h/s = 1$  et  $s^+ = 15$ .



**Figure IV.12** Profil de la réponse prédite généré par le modèle 3. (rouge : valeurs prédites des réponse, bleu : intervalle de 95% de confiance sur la moyenne de la réponse).

### IV.3.3 Le modèle mathématique généré

Le modèle mathématique généré par le logiciel JUMP est donné sous la forme de l'équation (III.3):

$$RT = \underbrace{4.3258}_{a_0} - \left( \underbrace{1.5269}_{a_1} * \frac{s^+ - 22.5}{7.5} \right) + \underbrace{\begin{Bmatrix} L \rightarrow 1.4544 \\ V \rightarrow 0.8376 \\ rect \rightarrow -2.3373 \\ trap \rightarrow 0.0453 \end{Bmatrix}}_{a_{3 \times 3}} - \left( \underbrace{0.7865}_{a_{12}} * \frac{h/s - 0.6}{0.4} * \frac{s^+ - 22.5}{7.5} \right) + \left( \frac{h/s - 0.6}{0.4} * \frac{s^+ - 22.5}{7.5} \right) + \underbrace{\begin{Bmatrix} L \rightarrow 1.4371 \\ V \rightarrow 0.2555 \\ rect \rightarrow -1.0944 \\ trap \rightarrow -0.5982 \end{Bmatrix}}_{a_{23 \times 3}} + \underbrace{0.88}_{\sigma^2} \tag{IV.3}$$

Une comparaison entre les valeurs actuelles des réponses et les valeurs prédites est effectuée pour vérifier la validité de ce modèle sur le tableau IV.6.

Réponses actuelles	Réponses prédites	Réponses actuelles	Réponses prédites
3.8	4.802	2	3.384
4	3.433	3	2.330
8	6.403	5	3.153
3	3.495	0.8	1.692
11	11.204	2	2.461
4	3.681	0	-0.223
5	6.153	3.8	5.023
3.5	3.211	4.2	4.465
8	6.461	7	5.369
3	3.384	4.1	3.746
7	7.384	6	6.407
4	3.903	1.5	1.588
		5	5.780

**Tableau IV.6** comparaison entre les réponses de l'étude et les réponses prédites (modèle 3).

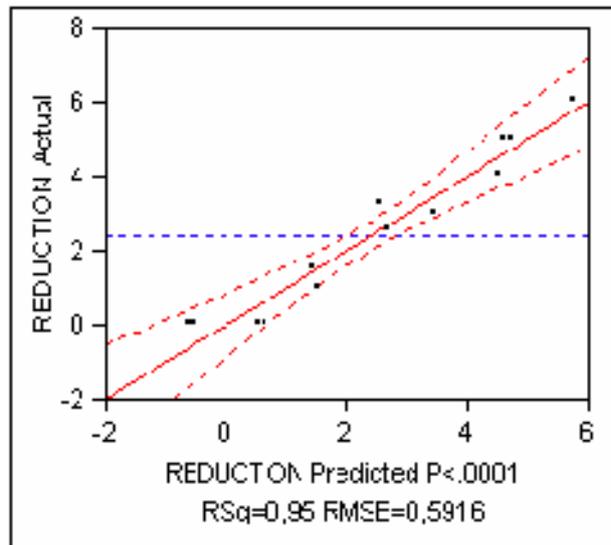
#### IV.4 Résultats du quatrième cas d'étude

La figure (IV.13) présente le modèle généré de cet essai. Ce modèle est convenable suite aux indications de:

- 1- L'écart-type des estimateurs (Std error) ayant des faibles valeurs, présenté dans le tableau IV.7.
- 2-  $P - value < 0.0001$ . Ceci désigne que le modèle est significatif.
- 3- l'intervalle de confiance coupe la ligne horizontale de la moyenne des réponses ; on dit alors que le modèle est significatif.

Le coefficient d'ajustement  $R^2$  est égale à 0.949 ce qui désigne la qualité de l'ajustement du modèle.

L'analyse de la variance donne des grandes valeurs de F ratio ( $F \text{ ratio} = 37.9$ ). Ceci conduit à des probabilités  $< 0.0001$ .



**Figure IV.13** Graphe illustrant les valeurs actuelles de R.T en fonction des valeurs prédites (modèle 4).

**IV.4.1 Effets estimés des paramètres**

**1. Numériquement**

Le tableau suivant donne la valeur des paramètres du modèle mathématique, avec les erreurs et les probabilités correspondantes.

Paramètres	Effets estimés	Std Error	t Ratio	Prob> t
Intercept	4,6	0,264575	17,39	<,0001*
S(0,64,2,03)	-0,625	0,209165	-2,99	0,0174*
H(0,25,0,64)	-0,525	0,209165	-2,51	0,0364*
S+(3,30)	1,025	0,209165	4,90	0,0012*
S+*S+	-3,575	0,337268	-10,60	<,0001*

**Tableau IV.7** Estimations des coefficients du modèle 4 (\* désigne l’effet significatif).

Les facteurs qui ont des effets significatifs sont «  $s^+$  », «  $h$  », «  $s$  » et «  $s^+ * s^+$  ».

**2. graphiquement**

Les graphes ci-après illustrent les effets de chaque facteur et les interactions entre facteurs. Les statistiques *P – value* ont des valeurs inférieures à 0.05, définissant par ceci que les effets sont significatifs.

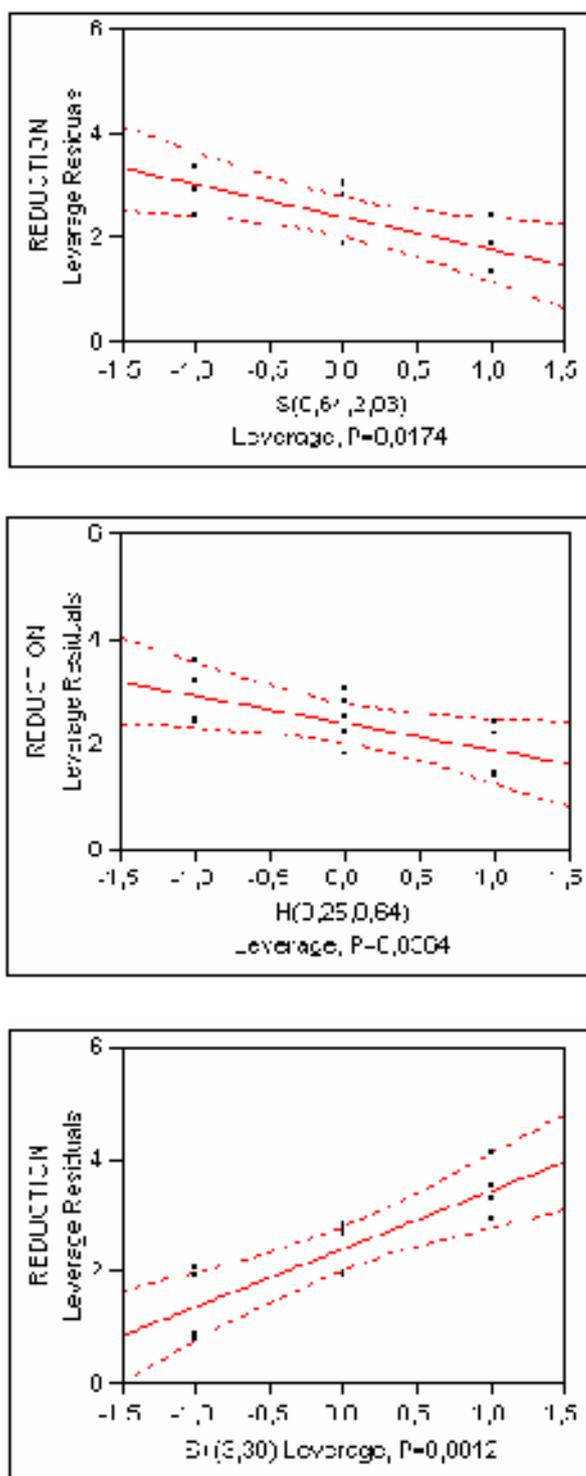
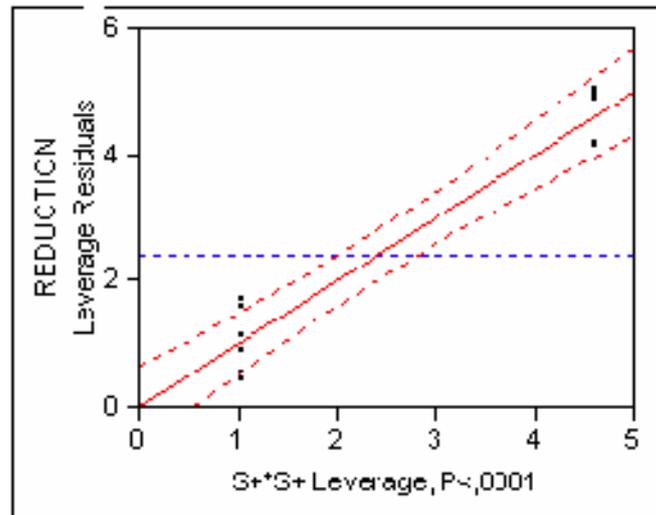


Figure IV.14 Influence des facteurs principaux sur la réponse R.T (modèle 4).



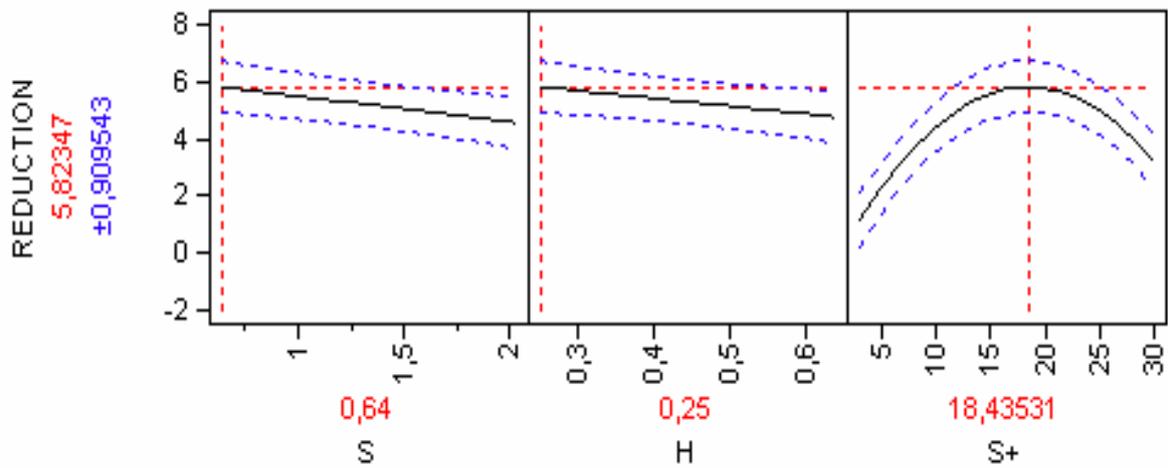
**Figure IV.15** Influence de l'interaction sur la réponse R.T (modèle 4).

#### IV.4.2 Interprétation

L'effet significatif des facteurs «  $s^+$  », «  $h$  » et «  $s$  » est toujours observé comme il est déjà obtenu dans les trois cas précédents, confirmant toujours la littérature.

L'interaction «  $s^+ * s^+$  » traduit l'effet quadratique de ce facteur. Cet effet quadratique n'est pas observé dans les deux derniers cas, parce qu'on a fixé l'intervalle entre 15 et 30 unités de parois. Mais dans ce cas on a pris tout l'intervalle (entre 3 à 30), c'est pour ça que les résultats sont similaires à ceux de la littérature.

La figure (IV.16) présente l'évolution de la réponse lorsque les facteurs passent du niveau bas au niveau haut. Elle est linéaire pour les facteurs  $s$  et  $h$ , mais quadratique pour le facteur  $s^+$  en donnant le maximum de réduction  $R.T = 5.82\%$  pour  $s = 0.64mm$   $h = 0.25mm$  et  $s^+ = 18.43$  unités de paroi. C'est un résultat proche à ce qui est trouvé par la littérature [13].



**Figure IV.16** Profil de la réponse prédite généré par le modèle 4. (rouge : valeurs prédites des réponse, bleu : intervalle de 95% de confiance sur la moyenne de la réponse).

Le JUMP fournit des graphes illustrant les surfaces de réponses en fonction de deux facteurs à la fois ; ils prouvent la variation quadratique de la réduction de trainée en fonction du facteur  $s^+$  et la variation linéaire en fonction de  $h$  et  $s$ .

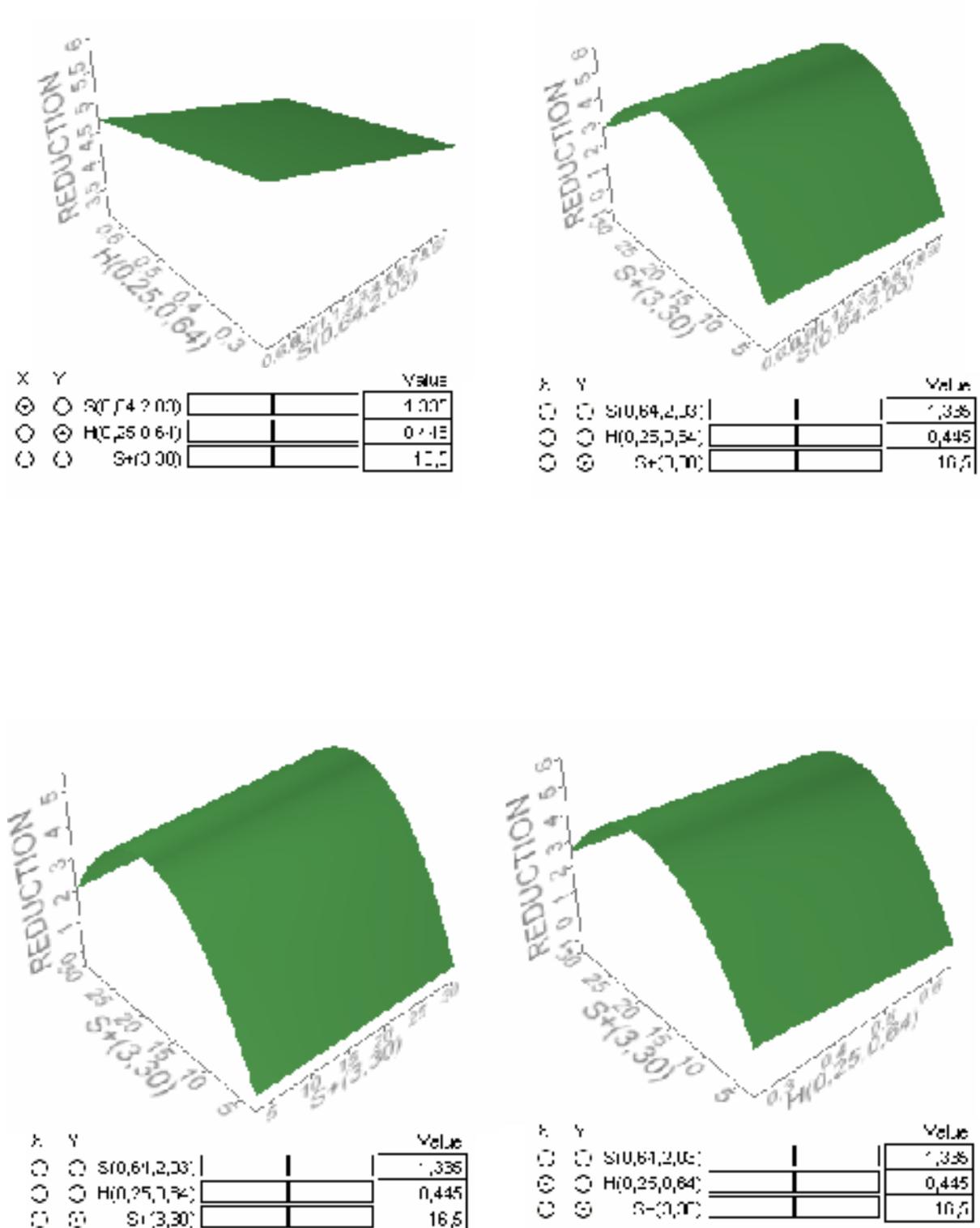


Figure IV.17 Présentation de la réponse sous forme de surface de réponse (modèle 4).

Les recommandations suivantes peuvent être tirées de cette analyse, sachant que l'on cherche une valeur maximale de réduction de traînée :

- 1- Les valeurs du facteur  $s^+$  doivent être autour de 15 à 20 unités de paroi.
- 2- On doit faire un compromis dans le choix des valeurs de  $h$  et  $s$ .

#### IV.4.3 Le modèle mathématique généré

Le modèle mathématique généré par le logiciel JUMP est donné sous la forme de l'équation (III.4):

$$RT = \underbrace{4,6}_{a_0} - \left( \underbrace{0,625^*}_{a_1} \frac{s-1,335}{\underbrace{0,695}_{x_1}} \right) - \left( \underbrace{0,525^*}_{a_2} \frac{h-0,445}{\underbrace{0,195}_{x_2}} \right) + \left( \underbrace{1,0249^*}_{a_3} \frac{s^+ - 16,5}{\underbrace{13,5}_{x_3}} \right) - \left( \underbrace{3,575^*}_{a_{33}} \frac{(s^+ - 16,5)^2}{\underbrace{13,5}_{x_3^2}} \right) + \underbrace{0,35}_{\sigma^2} \quad \text{(IV.4)}$$

La comparaison entre les valeurs actuelles des réponses et les valeurs prédites pour vérifier la validité du modèle est présentée dans le tableau IV.8.

Réponses Actuelles	6	5	4	3	0	3.2	0	1	0	0	2.5	1.5	5
Réponses Prédites	5.75	4.7	4.5	3.45	0.52	2.57	-0.5	1.52	0.62	-0.62	2.67	1.42	4.6

**Tableau IV.8** comparaison entre les réponses de l'étude et les réponses prédites.

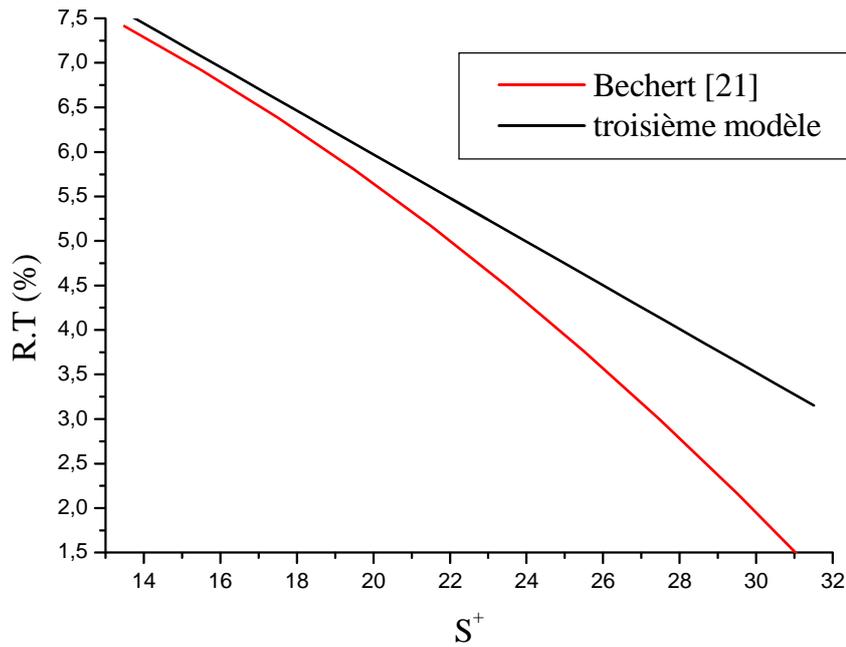
Les résultats des quatre cas étudiés ont été obtenus après plusieurs essais. On a commencé par les lois linéaires simples (plans factoriels simples à deux niveaux et trois facteurs). Ceci n'a pas donné de bon résultat. En suite, on a essayé de rassembler les quatre facteurs en utilisant toujours les plans factoriels à deux niveaux. Les résultats obtenus sont toujours insuffisants. En fin, après plusieurs essais les plans adéquats ont été trouvés, en réalisant les quatre essais expliqués ci-dessus.

### IV.5 Comparaison des résultats avec ceux de la littérature

Les résultats obtenus de ce travail présentent presque les mêmes effets significatifs des facteurs à partir des différents modèles générés. La similitude apparaît dans les effets significatifs des facteurs «  $h$  », «  $s$  » et « forme » dans tout les cas étudiés, ainsi que l'effet significatif du facteur «  $s^+$  » dans les trois derniers cas. Ce qui est en bon accord avec la littérature [3] et [16].

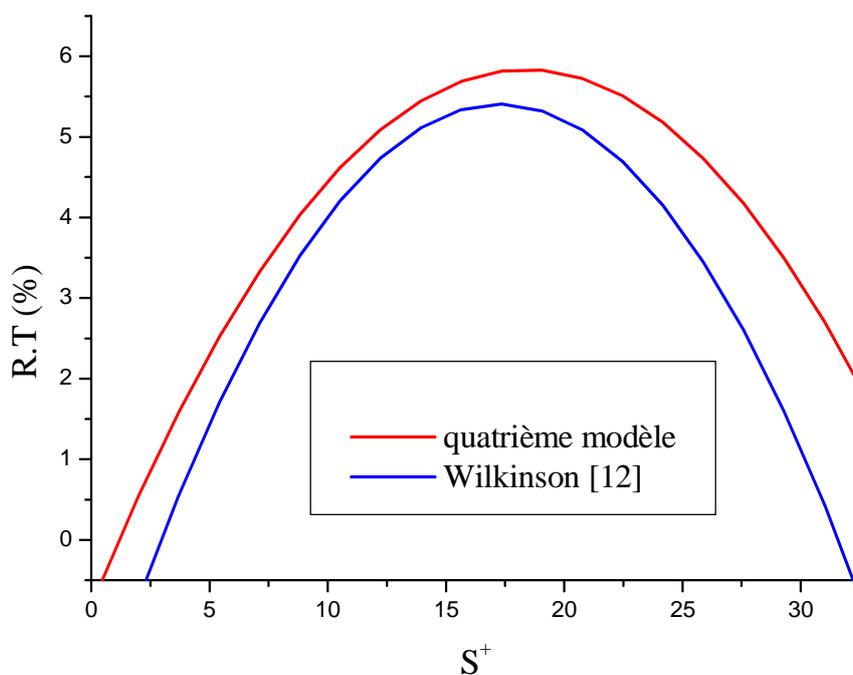
Cependant, les modèles générés de chaque cas d'étude sont différents. Dans le premier cas, le modèle obtenu est un modèle linéaire simple qui contient que les trois facteurs «  $h$  », «  $s$  » et « forme ». Tandis que dans le deuxième et le troisième cas, les modèles sont généralisés en introduisant le quatrième facteur qui est l'espacement adimensionnel «  $s^+$  ». Ces deux modèles qui sont linéaires comme il est déjà décrit, ne sont pas quadratiques comme supposés l'être (cf. chapitre I); ceci est du parce que seulement la moitié de l'intervalle de  $s^+$  est prise dans la modélisation (c.à.d. de 15 à 30 unité de parois). Le manque de données expérimentales n'a pas permis l'étude de la variation de la réponse sur tout le domaine de  $s^+$ . Dans ces deux cas, le modèle le plus valide est le deuxième modèle, ceci est désigné par la faible erreur de ce modèle  $\sigma^2 = 0.285$  par rapport à l'erreur du troisième modèle  $\sigma^2 = 0.88$ .

Le résultat du troisième modèle est comparé avec celui de Bechert [21], en présentant ceci sur la figure IV.18.



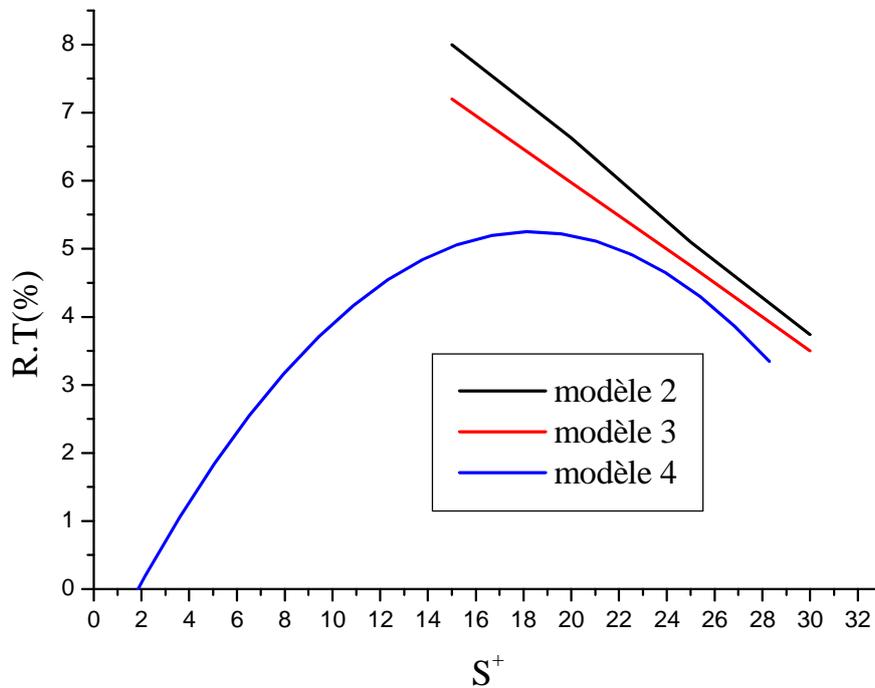
**Figure IV.18** Comparaison entre le modèle du troisième cas et la référence [21] pour la forme en « L » et  $h/s = 0.5$

Le quatrième cas a permis d'étudier tout le domaine de  $s^+$  pour seulement la forme en « L » (la plus efficace selon la littérature), ce qui donne alors des résultats proches à ceux de la littérature. Une comparaison avec les résultats de Wilkinson [13] est illustré sur le graphe suivant :



**Figure IV.19** Comparaison entre le quatrième cas et la référence [13] où  $s = 0.64mm$  et  $h = 0.25mm$  .

Une autre comparaison est effectuée pour la forme en « L » entre le deuxième, le troisième et le quatrième modèle, puisque dans le premier cas le facteur  $s^+$  n'est pris en considération. Ceci est présenté sur la figure IV.20.



**Figure IV.20** Comparaison entre les trois derniers cas d'étude où  $h = 0.4mm$  et  $s = 0.8mm$ .

**IV.6 Conclusion**

L'utilisation de la méthode des plans d'expériences a permis d'étudier l'influence de certains facteurs sur la réduction de traînée. Cette méthode a généré des modèles mathématiques de plusieurs types qui décrivent cette influence.

La comparaison des résultats de cette étude avec ceux de la littérature a donné une idée sur la validation des modèles générés.

On peut tirer quelques conclusions de cette étude :

- 1- la forme en « L » est la forme la plus appropriée.
- 2- Le modèle du deuxième cas est le modèle le plus valide par rapport au premier et au troisième (intervalle de  $s^+$  entre 15 et 30).
- 3- Plusieurs modèles mathématiques peuvent être générés pour chaque forme.
- 4- La réduction de traînée est maximale pour des valeurs de  $s^+$  comprise entre 15 et 20 unités de parois.

## **Conclusion générale**

Dans le domaine des écoulements fluides, la réduction de traînée constitue un enjeu considérable pour les applications industrielles futures, soit en conservation d'énergie. Parmi les procédés passifs envisagés pour contrôler, manipuler la couche limite turbulente en vue d'atteindre un tel objectif, les parois rainurées ou riblets ont montré un fort potentiel faisant suite à de nombreux travaux réalisés pendant ces deux dernières décennies dans des laboratoires de recherche.

L'application de la méthode des plans d'expériences dans le domaine des écoulements fluides est réalisée avec succès, elle a permis de générer des modèles mathématiques décrivant l'influence des dimensions des riblets et leurs formes ainsi que l'espacement adimensionnel sur la réduction de traînée. Les résultats obtenus montrent un accord avec ceux de la littérature.

La réduction maximale sur la traînée de frottement de 8 à 10% a pu être obtenues pour des rainures de plusieurs formes. Ces valeurs obtenues sont dues à l'influence des paramètres cités au-dessus ; se sont les facteurs les plus importants qui influent la réduction de traînée.

Il apparaît qu'un maximum de réduction se trouve dans un intervalle où  $s^+$  variant de 15 à 20 unité de parois. De plus, la forme en « L » est la plus appropriée pour un maximum de réduction.

En réalité, malgré les recherches intensives effectuées, la turbulence reste une énigme dont il est analytiquement inaccessible et de grande importance en pratique. Les mystères de la turbulence maintenant sont résolus seulement par les expériences physiques et numériques. Pour cela, les résultats de ce travail doivent être validés par une étude expérimentale afin de générer des modèles qui rassemblent tous les facteurs qui influent sur la réduction de traînée. Ceci peut être un futur sujet de recherche qui sera investigué en doctorat.

## Références bibliographiques

- [1] L. Davidson « An introduction to turbulence models » Göteborg. Sweden 2003.
- [2] R. Schiestel « Modélisation et simulation des écoulements turbulents » Paris. France 1993.
- [3] E. Coustols « Effet des parois rainurées (« riblets ») sur la structure d'une couche limite turbulente ». ONERA/DMAE. Toulouse. France 2001.
- [4] J. Wang, S. Lan, G.Chen « Experimental study on the turbulent boundary layer over riblets surface ». Institute of Fluid Mechanics. China Mars 2000.
- [5] M. Walsh « Riblets in Viscous Drag Reduction in Turbulent Boundary Layer » Vol. 123, Progress in Astronautics and Aeronautics, D. M. Bushnell and J. N. Hefner. AIAA. New York. 1990.
- [6] M. Bartenwerfer et Bechert « The viscous flow on surfaces with longitudinal riblets ». Journal of fluid mechanics. Vol. 206. PP.105-129.
- [7] L. Dement et J. Franklin « effects of pressure gradients on turbulent boundary layer flow over a flat plate with riblets ». Alabama. USA 1999.
- [8] Y. Dubief, L. Djenidi, & R. A. Antonia. « The measurement of  $\partial u/\partial y$  in a turbulent boundary layer over a riblets surface ». Elsevier Science Inc. NSW Australia 1997.
- [9] A. Young « Boundary layer ». Washington, D.C: American institute of aeronautics and astronautics. 1989.
- [10] K-S, Choi « Near-Wall Structure of the Turbulent Boundary Layer with Riblets ». J. Fluid Mech. 208, 417-458. 1989.
- [11] M.I Walsh et A. M Lindemann « Optimization and Application of Riblets for Turbulent Drag Reduction ». AIAA Paper No. 84-0347, 1984.
- [12] K-S, Choi et D.M. Orchard « Turbulence management using riblets for heat and momentum transfer ». Nottingham. Elsevier Science Inc. United Kingdom 1997.
- [13] S. P. Wilkinson, J. B. Anders, B. S. Lazos, & D. M. Bushnell « Turbulent drag reduction research at NASA Langley: Progress and Plans ». USA 1987.
- [14] G. V. Enyutin, Yu. A. Lashkov, N. V. Samoiloa, I. V. Fadeev, & E. A. Shumilkina « Experimental investigation of the effect of longitudinal riblets on the friction drag of a flat plate ». Moscow 1987.
- [15] Bechert & Bartenwerfer « The viscous flow on surfaces with longitudinal ribs ». West Germany 1989.

- [16] E. Coustols & A.M Savill « Résumé of important results presented at the Third Turbulent Drag Reduction Working Party ». Toulouse. France. Cambridge. U.K 1989.
- [17] G.V Enyutin, Yu.A Lashkov, N.V Samoilova, I.V Fadeev & E.A Shumilkina « Influence of downwash on the aerodynamic efficiency of fine-ribbed surface ». Moscow 1991.
- [18] B.E Launder & S.P Li « On the prediction of riblet performance with engineering turbulence models ». Manchester. U.K 1993.
- [19] I. V Gudilin, Yu. Lashkov & V.G Shumilkin « Combined effect of longitudinal riblets and LEBU-devices on turbulent friction on a plate ». Moscow 1995.
- [20] R. Branam « Velocity profiles and skin friction on a ribletted flat plate in adverse pressure gradient ». Alabama. USA 1997.
- [21] D. Bechert, M. Bruse, W. Hage « Experiments with three-dimensional riblets as an idealized model of shark skin ».Germany 2000.
- [22] D.W Bechert, M. Bruse, W. Hage, J.G.T Van der Hooven, G. Hoppe « Experiments on drag-reducing surfaces and their optimization with an adjustable geometry ». J. Fluid Mech. (1997) 59–87.
- [23] S-J Lee, S-H Lee « Flow field analysis of a turbulent boundary layer over a riblet surface ». South Korea 2001.
- [24] S-J Lee, Y-G Jang « Control of flow around a NACA 0012 airfoil with a micro-riblet film ». Elsevier, South Korea 2005.
- [25] J. Goupy. « Les plans d'expériences ». Revue MODULAD, numéro 34. 2006.