

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique



Thèse de Doctorat

Présentée à l'Université de Guelma
Faculté des Sciences et de la Technologie

Département de : Génie Civil et Hydraulique
Option: Géotechnique

Présentée par : Salima BOUCHEMELLA

Thème : Contribution à la Simulation Numérique des Ecoulements Des Eaux Dans les Milieux Poreux Non Saturés

Soutenue le: 12 Novembre 2015

JURY

Prof : Mohamed GUENFOUD	Université de Guelma	Président
Prof : Said TAIBI	Université du Havre	Examinateur
Prof : M ^{ed} Salah NOUAOURIA	Université de Guelma	Examinateur
Prof : Salah MESSAST	Université de Skikda	Examinateur
Prof: Ahcène SERIDI	Université de Boumerdes	Directeur de thèse
Dr : Ibrahim ALIMI-ICHOLA	LGCIE. INSA-LYON	Invité

REMERCIEMENTS

Tout d'abord, je remercie Pr. Ahcène Séridi, Mon directeur de thèse d'avoir accepté de diriger ce travail et pour son soutien durant le déroulement de cette thèse.

J'exprime toute ma gratitude profonde au Dr. Ibrahim Alimi-Ichola, co-encadreur de ma thèse, pour sa proposition de sujet de thèse, sa confiance, ses conseils et son aide pendant mon séjour de stage à l'INSA de Lyon, qui m'ont permis de mener à bien ce travail.

J'adresse aussi un grand merci au Pr. Said Taibi de l'université du Havre, pour son aide et son accueil au laboratoire LOMC du Havre et pour sa façon de me remonter le moral.... Je tiens à remercier également Pr Nouaouria pour sa confiance et son soutien.

J'exprime également toute ma reconnaissance aux personnes qui ont accepté d'être membre du jury: Pr Guenfoud et Pr. Nouaouria de l'université 8 mai 45 Guelma, Pr. Messast de l'université de Skikda et Pr. Taibi de l'université du Havre.

Je tiens à remercier tous les membres de l'équipe du Coulomb 3 du laboratoire LGCI (INSA de Lyon) pour leur accueil; particulièrement Rico, je lui dis misaoatra pour son aide lors de l'élaboration de mes expériences ainsi que les deux étudiantes de PFE, les syriennes Rym, Leila et Nora, sans oublier Taous, Rachid, Salah, Abbas, Marie, Jean Pierre, Valérie pour leur bonne humeur et leur encouragements.

Enfin je voudrai exprimer mes remerciements profonds à ma famille, mes amies Naima, Nacera, Salwa et Houda et toute personne qui m'a soutenue et encouragée pour finaliser ce travail.

Résumé

Dans cette thèse, on étudie l'écoulement unidimensionnel de l'eau dans les sols non saturés. L'étude est centrée sur une résolution numérique de l'équation de Richards, représentée sous une forme permettant une approximation au second ordre. Par le développement d'un code de calcul sous Matlab pour la résolution de la forme diffusie (équation en terme de teneur en eau) et la forme capacitive (équation en terme de potentiel de pression). La résolution est faite en utilisant la méthode des différences de finies et un schéma implicite. La validation du code de calcul développé et la précision des résultats sont établies par comparaison à la solution semi-analytique de Philip.

L'objectif principal de ce travail vise d'une part, à tester la précision des solutions des trois formes de l'équation de Richards, et d'autre part d'illustrer l'efficacité de chacune à décrire l'écoulement de l'eau dans un sol non saturé. Les solutions de la forme capacitive et de la forme diffusie sont obtenues par le code de calcul développé. Celles de la forme mixte (équation en terme de teneur en eau et de potentiel de pression) sont obtenues en utilisant le logiciel Hydrus 1_D. La résolution de ces équations implique, a priori, le bon choix du modèle empirique décrivant les propriétés hydrauliques et les valeurs des paramètres ajustées. Ce choix joue un rôle important dans la performance de chaque forme, et peut conduire à des différences importantes entre les résultats de la simulation. L'étude comparative entre les solutions obtenues par les trois formes de l'équation de Richards est effectuée par l'utilisation d'exemples typiques, en prenant en considérations l'effet de plusieurs paramètres tels que: la texture, la teneur en eau initial ...etc. Les résultats montrent une différence significative dans certaines conditions. De plus une étude expérimentale d'une infiltration verticale utilisant deux méthodes de mesure différentes (TDR et sectionnement de la colonne) a été réalisée, afin de suivre l'évolution spatio-temporelle de la teneur en eau et de la succion dans deux sols de texture différente, et de mesurer la courbe de rétention de chaque type de sol par la méthode du papier filtre et la méthode des solutions salines.

Mots-clés: processus d'écoulement; sol non saturé, modélisation numérique; les trois formes de l'équation de Richards, différences finies, méthode de TDR, méthode du papier filtre.

Abstract

In this thesis, we study the one-dimensional water flow in unsaturated soils. The study focuses on numerical solving of the Richards equation, represented in a form of a second-order approximation, by the development of a computer code in Matlab, which solves the diffusive form (equation in terms of content water) and the capacitive form (equation in terms of pressure potential). The resolution is done using the finite difference method and an implicit scheme. The validation of the developed computer code and accuracy of results are established by comparing the numerical results with the semi-analytical solution of Philip.

The main aim of this work is on the one hand, to test the accuracy of the result of the three forms of the Richards equation, and on the second, to illustrate the ability of each form to describe the water flow in an unsaturated soil. The solutions of the capacitive form and the diffusive form are obtained by the developed computer code and those of the mixed form (equation in term of water content and pressure potential) using the software Hydrus1D. Solving these equations implies, a priori, the right choice of the empirical model describing the hydraulic properties and the adjusted values of their parameters. This choice plays an important role on the performance of each form, and can lead to significant differences between the simulation results. A comparative study between the solutions obtained by the three forms of the Richards equation is performed using typical examples, taking into account the effect of several parameters such as the texture, the initial water content ... etc. The results show a significant difference in some conditions. Moreover an experimental study of a vertical infiltration using two different measurement methods (TDR and sectioning the column) was conducted, in order to follow the spatio-temporal evolution of the water content and the suction in two soils of different texture, and to measure the retention characteristic curve of each type of soil by the filter paper method and the salt solutions method.

Key words: flow process, unsaturated soil, numerical modelling, the three forms of Richards's equation, finite difference, TDR method, filter paper method.

في هذه الأطروحة ندرس تدفق احادي البعد للمياه في التربة غير المشبعة. تركز الدراسة على النمذجة العددية لمعادلة ريتشاردز، ممثلة في شكل تقريبي من الدرجة الثانية. وذلك بوضع برنامج رقمي مدون على Matlab ، يحل المعادلة التي على شكل ناشر (معادلة بدلالة مدى محتوى المياه) و المعادلة التي على شكل سعة (معادلة بدلالة كمون الضغط). ويتم الحل باستخدام طريقة الفروق المنتهية مع مخطط ضمني وتتم المصادقة على البرنامج الرقمي ودقة نتائجه من خلال مقارنة الحلول العددية مع الحل شبه التحليلي لفيليب.

الهدف الرئيسي من هذا العمل هو من جهة اختبار دقة حلول الأشكال الثلاثة لمعادلة ريتشاردز، ومن جهة أخرى، توضيح مدى فعالية كل معادلة في وصف تدفق المياه في التربة غير المشبعة. ويتم الحصول على حلول معادلة نموذج السعة و معادلة نموذج الناشر بواسطة البرنامج الرقمي المطور في هذا العمل، أما بالنسبة لمعادلة النموذج المختلط (معادلة بدلالة مدى محتوى الماء و كمون الضغط) فيتم باستخدام برنامج هيدرس (Hydrus 1_D). حل هذه المعادلات يعني، بداهة، الاختيار الصحيح للنموذج التجريبي لوصف الخصائص والقيم الهيدروليكية المعدلة. هذا الاختيار يلعب دورا هاما في أداء كل شكل من أشكال المعادلة، ويمكن أن يؤدي إلى اختلافات كبيرة في نتائج المحاكاة. الدراسة المقارنة بين الحلول المحصلة عليها من الأشكال الثلاثة لمعادلة ريتشاردز تمت باستخدام أمثلة نموذجية، مع الأخذ بالاعتبار تأثير العديد من العوامل مثل الملمس، والمحتوى المائي الابتدائي ... الخ. وتظهر النتائج فرق كبير في بعض الظروف. وزيادة على ذلك تم إجراء دراسة تجريبية للتدفق العمودي للماء باستخدام طريقتين مختلفتين للقياس (طريقة TDR ، طريقة تجزئة العمود) من أجل متابعة التطور المكاني والزمني لمحتوى الماء والإمتصاص في نوعين من التربة، ذات نسيج مختلف، وقياس منحنى الاحتفاظ لكل نوع من التربة، باستخدام طريقة ورق الترشيح وطريقة المحاليل الملحية.

الكلمات الرئيسية: عملية تدفق ، التربة غير المشبعة، النمذجة العددية، الأشكال الثلاثة لمعادلة ريتشاردز ، الفارق المحدود، طريقة TDR ، طريقة ورق الترشيح.

SOMMAIRE

Résumé.....	I
Abstract.....	II
الملخص.....	III
Sommaire.....	IV
Liste des figures.....	X
Liste des tableaux.....	XVIII
Liste des notations.....	XX
Introduction Générale.....	1

Chap I : Généralités sur les écoulements des eaux dans les sols non saturés

I. Introduction.....	7
II. Milieux poreux.....	8
II. 1. Définition du milieu poreux.....	8
II.1. 1. Caractéristiques géométriques d'un milieu poreux.....	9
II.1. 2. Notion de texture et structure du sol.....	11
II. 2. Etat de l'eau dans les milieux poreux.....	12
II.2. 1. Eau libre	12
II.2. 2. Eau liée (eau de rétention)	12
II.2. 3. Eau capillaire	12
II. 3. Etats énergétiques de l'eau dans le sol.....	13
II.3. 1. Tensions superficielles	13
II.3. 2. Les forces capillaires	13
II.3. 3. Les forces d'adsorption	14
II.3. 4. Les forces osmotiques.....	15
II.3. 5. Les forces de gravité et de pression hydrostatique.....	15
II. 4. Différents domaines hydriques.....	15
II.4. 1. Le domaine hygroscopique.....	16
II.4. 2. Le domaine pendulaire.....	16
II.4. 3. Le domaine funiculaire.....	16
II. 5. Classification des sols selon le degré de saturation.....	17
II.5. 1. Sols saturés	17
II.5. 2. Sols non saturés	17
II. 6. Répartition de l'eau dans un profil vertical de sol.....	17
II.6. 1. La zone saturée	18
II.6. 2. La zone d'aération	19
a) La zone racinaire (zone d'eau de sol)	19
b) La zone intermédiaire.....	19
c) La frange capillaire	19
III. Ecoulement de l'eau dans le sol.....	20
III. 1. Différents types d'écoulement dans le sol.....	20
III.1. 1. Ecoulement de surface	20
III.1. 2. Ecoulement de subsurface.....	21
III.1. 3. Ecoulement souterrain	21
III.1. 4. Ecoulement dû à la fonte des neiges	21

III. 2. L'infiltration	22
III.2.1. Définition de l'infiltration.....	22
III.2.2. Paramètres liés à l'infiltration.....	22
a) Taux d'infiltrations $i(t)$	22
b) Masse infiltrée $I(t)$	22
c) Capacité d'infiltration ($f_{...max}$)	22
III.2.3. Variation du taux d'infiltration au cours d'une averse: notion du profil hydrique.....	23
III.2.4. Facteurs influençant l'infiltration	24
a) Le type de sol.....	24
b) La compacité de la surface du sol	24
c) La couverture du sol.....	25
d) La topographie et la morphologie.....	25
e) L'intensité de la pluie.....	25
f) La charge d'eau appliquée à la surface.....	26
g) La teneur en eau initiale du sol.	26
III. 3. Modélisation du processus d'infiltration	27
III.3. 1. Relations empiriques	27
a) Modèle de Horton	27
b) Formule de l'institut de l'aménagement des terres (EPFL)	28
c) Modèle de Lewis et Milne	28
III.3. 2. Relations semi –empirique (les modèles à base physique)	29
a) Modèle de Green et Ampt	29
b) Modèle de Philip.....	30
c) Modèle de Philip- Green Ampt.....	31
IV. Propriétés hydriques des sols non saturés.....	31
IV. 1. Teneur en eau.....	31
IV.1. 1. Méthodes de mesure de la teneur en eau.....	32
a) Les méthodes directes	32
i) La méthode gravimétrique.....	32
b) Les méthodes indirectes.....	33
i) La méthode neutronique.....	33
ii) Sonde capacitive	34
iii) La réflectométrie dans le domaine temporel (TDR).....	35
iv) La méthode gamma métrique.....	35
IV. 2. Notions de charge hydraulique et de succion.....	36
IV.2. 1.Charge hydraulique.....	36
IV.2. 2.Succion.....	36
a) Succion matricielle	37
b) Succion osmotique.....	37
c) Succion totale.....	37
IV.2. 3.Méthodes de mesure de la succion.....	38
a) Méthodes de mesure directe.....	38
i) Méthode de papier filtre.....	38
ii) Méthode tensiométrique.....	39
iii) Méthode psychrométrique.....	39
b) Méthodes à succion imposée.....	41
i) Méthodes à solution saline.....	41
ii) Méthode osmotique	42
iii) Méthode tensiométrique, Plaques tensiométriques.....	42
IV. 3. Relation teneur en eau –succion: notion de la courbe de rétention.....	43
IV.3. 1.Définitions et allures.....	43
IV.3. 2.Facteurs influant sur la courbe de rétention.....	44
a) Texture de sol.....	44

b) La température.....	45
c) Incidences des bulles d'air occluses.....	46
d) Incidences des liquides isolés.....	46
e) Etat de densité initiale du sol.....	47
IV.3. 3. Phénomène d'hystérisis.....	47
IV.3. 4. Modèles empiriques de la courbe de rétention.....	49
IV. 4. Notion de perméabilité et de conductivité hydraulique.....	50
IV.4. 1. Perméabilité.....	50
IV.4. 2. Conductivité hydraulique.....	50
IV.4. 3. Méthode de mesure de la perméabilité.....	50
a) Dans les sols saturés.....	50
b) Dans les sols non saturés.....	51
i) L'infiltration par aspersion.....	51
ii) La méthode d'infiltration contrariée.....	51
iii) Le drainage interne et l'infiltration sous tension.....	52
iv) Méthode de Gardner.....	52
v) Méthode du profil instantané.....	53
vi) Méthode du régime permanent.....	54
IV.4. 4. Facteurs influant sur la perméabilité.....	55
a) Structure du sol.....	55
b) Texture du sol.....	56
c) Température.....	57
d) Phénomène d'hystérisis.....	57
IV. 5. Relation conductivité hydraulique/ teneur en eau ou succion.....	57
IV.5. 1. Modèles analytiques.....	57
IV.5. 2. Modèles empiriques.....	58
IV.5. 3. Modèles macroscopiques.....	60
IV.5. 4. Modèles statistiques.....	60
IV. 6. Diffusion.....	61
V. Conclusion.....	62

Chapitre 02 : Equations générales de l'écoulement des eaux dans les sols non saturés

I. Introduction.....	64
II. Formulation de l'équation générale d'écoulement des eaux.....	64
II. 1. La loi de conservation de la masse.....	65
II. 2. La loi dynamique.....	66
III. Equation générale de l'écoulement.....	67
III. 1. Formulation mixte de l'équation de Richards.....	67
III. 2. Equation de Richards en terme de potentiel de pression.....	67
III. 3. Equation de Richards en terme de teneur en eau θ	68
III. 4. Les limites de l'équation de Richards et hypothèses de calcul.....	68
IV. Généralités sur les méthodes de résolution des équations d'écoulement dans les milieux poreux non saturés.....	69
IV. 1. Méthodes analytiques.....	69
IV.1. 1. Solution de Philip de l'équation de Fokker-Planck: forme diffusive de l'équation d'écoulement.....	70
a) Cas d'infiltration horizontale.....	70
b) Cas d'infiltration verticale.....	71
IV. 2. Méthodes basées sur l'utilisation des modèles analogiques.....	74

IV. 3. Méthodes numériques.....	74
IV.3. 1.Méthodes des éléments finis.....	75
IV.3. 2.Méthodes des différences finies.....	76
a) Schéma explicite.....	77
b) Schéma implicite.....	77
c) Schéma de Crank-Nicholson.....	77
IV.3. 3.Autres méthodes.....	78
IV. 4. Conditions aux limites et conditions initiales.....	78
IV.4. 1.Conditions initiales.....	78
IV.4. 2.Conditions aux limites.....	79
a) Conditions à la limite supérieure.....	79
b) Conditions à la limite inférieure.....	79
IV. 5. Choix de la méthode de résolution.....	80
IV. 6. Choix des modèles empiriques de la courbe de rétention et de la conductivité hydraulique.....	80
IV.6. 1.Modèle de Brooks & Corey (1964).....	81
IV.6. 2.Modèle de Van Genuchten –Mualem (1980, 1976).....	83
V. Conclusion.....	85

Chapitre 03 : Modélisation des équations de Richards

I. Introduction.....	88
II. Modélisation des équations de Richards.....	88
II. 1. Description du domaine étudié.....	89
II. 2. Approche numérique.....	90
III. Evaluation des coefficients non linéaires entre nœuds.....	91
III.1. Evaluation du coefficient de la conductivité hydraulique et de la diffusivité.....	91
III.2. Evaluation du coefficient de la capacité capillaire.....	92
III.3. Expression des coefficients non linéaires.....	92
V. Discrétisation de l'équation en termes de teneur en eau.....	95
IV. 1. Introduction de la condition à la limite supérieure.....	96
IV.1. 1. Pour une teneur en eau θ_0 imposée à la surface.....	96
IV.1. 2. Pour un débit q_0 imposé à la surface.....	97
IV. 2. Introduction de la condition à la limite inférieure.....	97
IV. 3. Présentation de la discrétisation de l'équation en termes de teneur en eau.....	98
V. Discrétisation de l'équation en termes de potentiel de pression.....	99
VI. 1. Introduction de la condition à la limite supérieure.....	100
V.1. 1. Pour une charge imposée h_0 à la surface.....	100
VI. 2. Introduction de la condition à la limite inférieure.....	101
VI. 3. Présentation de la discrétisation de l'équation en termes de potentiel de.....	
pression.....	101
VI. Méthode de résolution.....	102
V.1. Processus itératif.....	102
V.2. Convergence et stabilité.....	102
V.3. Critère de convergence.....	103
VI.3.1. Choix de la valeur de la tolérance.....	103
V.4. Méthode de résolution de Matlab.....	106
VI.4.1. Méthode de décomposition LU.....	106
VI.4.2. Comparaison entre la méthode de résolution de Matlab et la Factorisation LU.....	106

V.5. Choix de la teneur en eau au voisinage de la teneur en eau à saturation θ_s^*	108
VII. Algorithme et organigramme du programme.....	112
VII. 2. Algorithme.....	112
VII. 3. Organigramme.....	113
VIII. Vérification du code de calcul développé.....	115
VIII.1. Comparaison avec la solution semi-analytique de Philip (1969).....	115
VIII.1.1 Présentation du problème étudié.....	115
VIII.1.2 Résultats et discussions.....	116
VIII.2. Comparaison avec le modèle de Rathfelder & Abriola (1994).....	116
VIII.2.1 Présentation du modèle de Rathfelder & Abriola.....	116
VIII.2.2 Résultats et discussion.....	117
VIII.3. Logiciel Hydrus_1D et formulation mixte de l'équation de Richards.....	118
VIII.3.1 Présentation du logiciel.....	118
VIII.3.2 Comparaison avec le modèle Hydrus_1D.....	118
VIII.3.3 Résultats et discussions.....	119
IX. Conclusion.....	120

Chapitre 04 : Etude comparative entre les trois formes de l'équation de Richards

I. Introduction.....	123
II. Caractéristiques géotechniques des matériaux.....	124
III. Estimation des paramètres des modèles empiriques.....	124
III. 1. Courbe de rétention.....	125
III. 2. Courbe de conductivité hydraulique.....	127
III.2. 1. Modèle de van Genuchten-Mualem et modèle de Brooks & Corey...127	
IV. Etude de la nature des paramètres d'ajustement des modèles empiriques.....	132
IV. 1. Paramètres du modèle de van Genuchten-Mualem.....	132
IV. 2. Paramètres du modèle de Brooks & Corey.....	133
IV. 3. Différentes allures des profils hydriques selon le moteur d'écoulement.....	135
V. Comparaison entre les trois formes de l'équation de Richards.....	139
V. 1. Choix du pas de temps et du pas d'espace.....	139
V. 2. Essai d'infiltration sur une colonne d'un sol fin.....	141
V. 3. Influence de la texture.....	143
V. 4. Influence de la teneur en eau initiale.....	148
V. 5. Influence du modèle empirique.....	150
V.5. 1. Modèle de Brooks & Corey.....	150
V.5. 2. Comparaison entre le modèle Van Genuchten-Mualem et le modèle.....	
de Brooks & Corey.....	153
V. 6. Influence de la hauteur de la colonne.....	155
VI. Comparaison entre les résultats numériques et les résultats expérimentaux.....	157
VI. 1. Limon de Givors.....	157
VI.1. 1. Profils hydriques et profils de succion.....	157
VI.1. 2. Courbe d'infiltration.....	158
VI. 2. Argile du Gault.....	159
VI. 3. Sable argileux.....	161
VII. Coefficient de dispersion apparent et vitesse des pores.....	162
VIII. Comparaison entre l'équation de diffusion et l'équation de Richards.....	165
VIII. 1. Discrétisation de l'équation de diffusion.....	165
VIII. 2. Comparaison entre les profils hydriques.....	165

IX. Conclusion.....	168
---------------------	-----

Chapitre 05 : Etude expérimentale d'une infiltration verticale

I. Introduction.....	171
II. Essai d'infiltration en utilisant la méthode TDR	172
II. 1. Caractéristique du sol étudié	172
II.1. 1. Analyse granulométrique.....	172
II.1. 2. Limites d'Atterberg et VBS	173
II.1. 3. Classification du sol.....	174
II.1.3.1 Classification LPC.....	174
II.1.3.2 Classification GTR.....	175
II.1. 4. Compactage du limon de Florensac: Essai Proctor.....	175
II. 2. Détermination de la courbe de rétention.....	176
II.2. 1. Mesure de la succion.....	176
II.2.1.1 Méthode du papier filtre.....	176
II.2.1.2 Méthode des solutions salines.....	177
II.2. 2. Modélisation de la courbe de rétention.....	181
II.2.2.1 θ_s et θ_r sont imposées.....	181
II.2.2.2 θ_s et θ_r sont ajustées.....	182
II. 3. Essai d'infiltration et mesure de la teneur en eau par la méthode TDR.....	182
II.3. 1. Principe et théorie de la méthode TDR.....	182
II.3. 2. Sonde TDR.....	184
II.3. 3. La constante diélectrique.....	185
II.3. 4. Etalonnage des sondes.....	186
II.3. 5. Détermination de la teneur en eau volumique.....	187
II. 4. Essai d'infiltration.....	188
II.4. 1. Description de l'essai.....	188
II.4. 2. Appareillage.....	190
II.4. 3. Résultats de l'essai et interprétations.....	191
II.4.3.1 Courbes d'infiltration.....	191
II.4.3.2 Vitesses d'écoulement.....	191
II.4.3.3 Sorptivité, transmissivité et diffusivité.....	193
II.4.3.4 Perméabilité et conductivité hydraulique.....	194
II.4.3.5 Modélisation de la courbe de conductivité hydraulique.....	195
II.4.3.6 Profils hydriques et profils de succion.....	197
III. Essai d'infiltration en utilisant la méthode du papier filtre.....	199
III.1. Caractérisation du sable argileux.....	199
III.2. Procédure expérimentale.....	199
III.3. Résultats et discussions.....	201
III.3. 1. Détermination de la courbe d'infiltration.....	201
III.3. 2. Détermination des profils hydriques et des pF.....	202
III.3. 3. Courbe de rétention.....	204
V. Modélisation de l'essai d'infiltration sur une colonne de Florensac.....	206
VI. Conclusion.....	208
Conclusions générales et perspectives.....	211
Références bibliographiques.....	217
Annexe A.....	229
Annexe B.....	233
Annexe C.....	240
Productions scientifiques.....	243

LISTE DES FIGURES

CHAPITRE I

Figure I.1.	Aspect de l'espace poreux	8
Figure I.2.	Micro-agrégats et microporosité observés au microscope électronique à balayage.....	8
Figure I.3.	Macroporosité d'une argile limoneuse.....	9
Figure I.4.	Différents états de l'eau dans le sol	12
Figure I.5.	Actions des forces sur une molécule d'eau: (a) à l'interface eau-air, (b) au sein d'une molécule d'eau.....	13
Figure I.6.	Remontée capillaire dans un tube.....	14
Figure I.7.	Schématisation de l'agitation des molécules d'eau adsorbées.....	15
Figure I.8.a	Etat hygroscopique.....	16
Figure I.8.b	Etat pendulaire.....	16
Figure I.8.c	Etat funiculaire.....	17
Figure I.8.d	Etat de saturation.....	17
Figure I.9.	Structure d'un sol non saturé.....	17
Figure I.10.	Schéma d'un aquifère (Bear, 1979).....	18
Figure I.11.	Distribution de l'eau dans un profil vertical de sol.....	18
Figure I.12.	Les différents types d'écoulements et le cycle hydrologique.....	20
Figure I.13.	Ruissellement concentré	21
Figure I.14.	Écoulement subsuperficiel sur un horizon imperméable	21
Figure I.15.	Évolution générale du régime d'infiltration et de l'infiltration cumulative au cours du temps.....	22
Figure I.16.	Évolution du profil au cours d'une infiltration.....	24
Figure I.17.	Caractéristiques du profil hydrique lors d'une infiltration.....	24
Figure I.18.	Trace de passage de lourdes machines agricoles	25
Figure I.19.	Influence de la charge d'eau sur la vitesse d'infiltration v_0 dans le sol (Philip, 1969).....	26
Figure I.20.	Influence de la charge d'eau sur l'infiltration cumulée (Philip, 1957f).....	26
Figure I.21.	Influence de la teneur en eau initiale sur l'infiltration cumulée dans le profil du sol « Yolo Light clay » (Philip, 1957 e).....	27
Figure I.22.	Influence de la teneur en eau initiale sur la vitesse d'avancement du front d'humidification dans le profil du sol « Yolo Light clay » (Philip, 1957 e).....	27

Figure I.23.	Schématisation du processus de l'infiltration selon Green Ampt. (Musy et Soutter, 1991)...	30
Figure I.24.	Prise d'échantillon à la tarière.....	32
Figure I.25.	Prise d'échantillon par la méthode des cylindres.....	32
Figure I.26. a	Schéma sonde à neutrons Nordeux solo	33
Figure I.26.b	Sonde neutronique employée sur le terrain.....	33
Figure I.27.	Schéma du dispositif de mesure.....	34
Figure I.28.	Schéma détaillé d'une sonde capacitive.....	34
Figure I.29.	Différents composant d'un TDR.....	35
Figure I.30.	Schéma du dispositif expérimental gammamétrique	36
Figure I.31.	Schéma du dispositif de mesure gammamétrique	36
Figure I.32.	Principe de la méthode de papier filtre (contact method).....	38
Figure I.33.	(a) Tensiomètre (b) Batterie de tensiomètres.....	39
Figure I.34.	Effet Peltier et effet Seebeck.....	41
Figure I.35.	Contrôle de la pression capillaire dans un dessiccateur contenant une solution saline saturée (Fleureau et kheirbek saoud 2004).....	42
Figure I.36.	Schéma de principe du montage osmotique pour la détermination des courbes de drainage humidification (Fleureau et kheirbek saoud 2004).....	43
Figure I.37.	Dispositif expérimental à plaque tensiométrique (Fleureau et kheirbek saoud 2004).....	43
Figure I.38.	Courbe de rétention du sol (Fredlund et Xing, 1994).....	43
Figure I.39.	Courbes de rétention pour différents types de sols. Influence de la granulométrie sur la courbe de rétention.....	44
Figure I.40.	Effet de la température sur les courbes caractéristiques du sable limoneux argileux pour trois valeurs d'indice des vides (Salager ,2007).	46
Figure I.41.	Evolution du volume d'air occlus en fonction du chargement hydrique pour 15° et 35°C. cas d'une marne sableuse, (Hopmans et Dane (1986)).....	46
Figure I.42.	Influence de l'indice des vides initial sur la succion d'entrée d'air dans le cas d'une argile sableuse (Kawai et al., 2000).....	47
Figure I.43.	Courbes de rétention d'eau d'un sable argileux (Croney)	48
Figure I.44.	Mécanismes invoqués pour l'hystérésis des courbes de rétention d'eau.....	48
Figure I.45.	Système de détermination de la perméabilité à l'eau et à l'air des sols non saturés, en régime permanent (Delage, 1993).....	54
Figure I.46.	Tortuosité relative à l'écoulement de la phase liquide (Raoul Calvet, 2003)..	56
Figure I.47.	Relation entre diagramme des textures et conductivité hydraulique (Xanthoulis, FUSAGX).....	56

CHAPITRE II

Figure II.1.	Evolution des 4 premières fonctions de la série de Philip (1969) en fonction de la teneur en
--------------	--

	eau.....	72
Figure II.2.	Profils hydriques calculés à partir des 4 premières fonctions de la série de Philip.....	73
Figure II.3.	Courbes de rétention: mesurée et calculée par le modèle de Brooks & Corey (BC model) d'un sable argileux.....	82
Figure II.4.	Courbe de rétention décrite par le modèle de Brooks & Corey (BC model) et par le modèle modifié de van Genuchten (<i>source Šimůnek et al. 2004</i>).....	82
Figure II.5	Courbes de rétention: mesurée et calculée par modèle de van Genuchten–Mualem (VG–M model) d'un sable argileux.....	83
Figure II.6.	Interprétation physique des paramètres de van Genuchten (Source: Vancloster et Biolders, 2004).....	84
Figure II.7.	Courbes de rétention: mesurée et calculées par les modèles de Brooks & Corey et de van Genuchten–Mualem d'un sable argileux.....	85

CHAPITRE III

Figure III.1.	Domène étudié.....	89
Figure III.2.	Maillage 1D centré.....	89
Figure III.3.	Discretisation centrée sur la frontière supérieure.....	96
Figure III.4.	Courbe de rétention mesurée (en cercle) et calculée (en ligne continue) de Guelph loam pour le chemin de drainage et le chemin de mouillage (van Genuchten, 1980).....	104
Figure III.5.	Profil hydrique calculé au temps $t=40mn$ pour des différentes valeurs de la tolérance...	105
Figure III.6.	Profil de succion calculé au temps $t=40mn$ pour des différentes valeurs de la tolérance...	105
Figure III.7.	Profils hydriques de Guelph loam calculés par la méthode de résolution LU et "\ " pour les temps 10 et 20mn	107
Figure III.8.	Profils de succion de Guelph loam calculés par la méthode de résolution LU et "\ " pour les temps 10 et 20mn	107
Figure III.9.	Profils hydriques de Guelph loam calculés au $t=40mn$ pour des différentes valeurs de θ^*	109
Figure III.10.	Profils de succion de Guelph loam calculés au $t=40mn$ pour des différentes valeurs de θ^*	109
Figure III.11.a	Courbe de rétention du Guelph loam	110
Figure III.11 b	Zoom sur la courbe de rétention du Guelph loam coté θ_s	110
Figure III.12. a	Courbe de conductivité hydraulique du Guelph loam	111
Figure III.12. b	Zoom sur la courbe de conductivité hydraulique du Guelph loam coté θ_s	111
Figure III.13.	Profil de succion calculé au temps 6 heures par la forme capacitive, la forme diffusive et la solution semi– analytique de Philip.....	116
Figure III.14.	Profil de succion calculé au temps 6 heures par la forme capacitive, la forme diffusive et la solution semi–analytique de Philip, et la méthode de Rathfelder et Abriola	117
Figure III.15.	Profil de succion calculé au temps 6 heures par la forme capacitive, la forme diffusive et la solution semi–analytique de Philip, la méthode de Rathfelder et Abriola, et la forme	

	mixte d'Hydrus_1D	119
Figure.III.16.	Profil de succion calculé par le modèle MHNS_2D (Diaw, 1996) en comparaison avec la solution semi-analytique de Philip (1969) et le modèle SWMS_2D (Šimůnek et al., 1992) pour $\Delta T=2$ s, a) une discrétisation avec $\Delta Z=0.25$ cm, b) une discrétisation avec $\Delta Z=0.1$ cm	120

CHAPITRE IV

Figure IV.1.	Courbe de rétention de l'argile du Gault	126
Figure IV.2.	Courbe de rétention du limon de Givors.....	126
Figure IV.3.	Courbe de rétention du sable argileux	127
Figure IV.4	Courbe de rétention des alluvions de chassieux	127
Figure IV.5.a	Courbe de conductivité hydraulique argile du Gault avec K_s mesurée	128
Figure IV.5.b	Courbe de conductivité hydraulique limon de Givors avec K_s mesurée	128
Figure IV.6.a	Courbe de conductivité hydraulique argile du Gault avec K_s calculée.....	130
Figure IV.6.b	Courbe de conductivité hydraulique limon de Givors avec K_s calculée.....	130
Figure IV.7.a	Comparaison entre les courbes de $K(\theta)$ calculées avec K_s calculée et K_s mesurée: cas de l'argile du Gault.....	131
Figure IV.7.b	Comparaison entre les courbes de $K(\theta)$ calculées avec K_s calculée et K_s mesurée: cas de limon de Givors.....	131
Figure IV.8.a	Effet de la variation du paramètre α du modèle de van Genuchten –Mualem sur la forme de la courbe de rétention ($n=1.38$, α variable).....	132
Figure IV.8.b	Effet de la variation du paramètre n du modèle de van Genuchten –Mualem sur la forme de la courbe de rétention ($\alpha=0.015\text{cm}^{-1}$, n variable).....	132
Figure IV.9.a	Effet de la variation du paramètre n du modèle de van Genuchten –Mualem sur le profil hydrique ($\alpha=0.015\text{cm}^{-1}$, n variable).....	133
Figure IV.9.b	Effet de la variation du paramètre α du modèle de van Genuchten –Mualem sur le profil hydrique ($n=1.38$, α variable).....	133
Figure IV.10.a	Effet de la variation du paramètre N du modèle de Brooks & Corey sur la forme de la courbe de rétention ($h_{ae}=48.23\text{cm}$, N variable).....	134
Figure IV.10.b	Effet de la variation de la pression d'entrée d'air h_{ae} du modèle de Brooks & Corey sur la forme de la courbe de rétention ($N=0.358$, h_{ae} variable).....	134
Figure IV.11.a	Effet de la variation du paramètre N du modèle de Brooks & Corey sur le profil hydrique ($h_{ae}=48.23\text{cm}$, N variable).....	135
Figure IV.11.b	Effet de la variation de la pression d'entrée d'air h_{ae} du modèle de Brooks & Corey sur le profil hydrique ($N=0.358$, h_{ae} variable).....	135
Figure IV.12.	Schéma hydrique (Hillel et Gardner 1970)	136
Figure IV.13.	Allures des profils hydriques selon le moteur d'écoulement	136
Figure IV.14.a.b	Profils hydriques obtenus par l'équation de convection-diffusion selon Philip	137
Figure IV.15.a.b	Profils hydriques obtenus par l'équation de diffusion selon Philip	138

Figure IV. 16	Profils hydriques de l'argile du Gault calculés au temps $t=0.35$ jours. a) pour un pas d'espace $\Delta Z=0.225\text{cm}$ et un pas de temps ΔT variable, b) pour un pas de temps $\Delta T=2.55\text{mn}$ et ΔZ variable.....	139
Figure IV.17.	Profils hydriques de limon de Givors calculés au temps $t= 2052.33\text{mn}$ (a) pour un pas d'espace $\Delta Z=0.225\text{cm}$ et un pas de temps ΔT variable, (b) pour un pas de temps $\Delta T=7.077\text{mn}$ et ΔZ variable.....	140
Figure IV.18	Profils hydriques du sable argileux calculés au temps $t=60$ mn. a) pour un pas d'espace $\Delta Z=0.2\text{cm}$ et un pas de temps ΔT variable, b) pour un pas de temps $\Delta T=1\text{mn}$ et ΔZ variable.....	140
Figure IV.19.	Profils hydriques des alluvions de chassieux calculés au temps $t=8$ mn. a) pour un pas d'espace $\Delta Z=0.225\text{cm}$ et un pas de temps ΔT variable, b) pour un pas de temps $\Delta T=0.008\text{mn}$ et ΔZ variable.....	141
Figure IV.20.	Profils calculés argile du Gault. a) profils hydriques, b) profils de succion	142
Figure IV.21.	Argile de Gault $h_0=0$. a) infiltration cumulée, b) profondeur du front d'humidité Z_f	143
Figure IV.22.	Profils calculés limon de Givors. a) profils hydriques, b) profils de succion.....	144
Figure IV.23.	Profils calculés sable argileux. a) profils hydriques, b) profils de succion.....	144
Figure IV.24.	Profils calculés alluvions de Chassieux. a) profils hydriques, b) profils de succion.....	145
Figure IV.25.	Infiltration cumulée. a) limon de Givors ($\theta_i=0.3$), b) sable argileux, (c) alluvions de Chassieux.....	146
Figure IV.26.	Avancement du front d'humidité, a) limon de Givors ($\theta_i=0.3$), b) sable argileux, c) alluvions de Chassieux.....	147
Figure IV.27.	Profils hydriques argile du Gault calculés au temps $t=7.44$ jours pour le cas de : $\theta_i = 0.225$, $\theta_i = 0.275$ et $\theta_i = 0.325$	148
Figure IV.28.	Profils hydriques limon de Givors calculés au temps $t=644.1$ mn pour le cas de $\theta_i = 0.15$, $\theta_i = 0.225$ et $\theta_i = 0.3$	149
Figure IV.29.	Profils hydriques sable argileux calculés au temps $t=10\text{mn}$ pour le cas de $\theta_i = 0.08$, $\theta_i = 0.12$ et $\theta_i = 0.25$	150
Figure IV.30.	Profils calculés au temps 70.77mn avec le modèle B&C pour limon de Givors a) profils hydriques, b) profils de succion	151
Figure IV.31.	Profils calculés par le forme mixte avec le modèle B&C pour limon de Givors avec $h_0=h_{ae}$ a) profils hydriques, b) profils de succion	152
Figure IV.32.	Profils calculés à partir des trois formes avec le modèle B&C pour limon de Givors a) profils hydriques, b) profils de succion;.....	153
Figure IV. 33.a.	Comparaison entre les profils hydriques calculés avec le modèle de van Genuchten et avec le modèle de B&C cas 1.....	154
Figure IV.33.b.	Comparaison entre les profils hydriques calculés avec le modèle de van Genuchten et avec le modèle de B&C cas 2.....	154
Figure IV.34.	Profils hydriques calculés dans une colonne de 50cm , a) limon de Givors, b) sable argileux.....	155

Figure IV.35.a.	Profils hydriques calculés dans une colonne de 50cm d'argile du Gault.....	156
Figure IV.35.b.	Comparaison entre les profils hydriques calculés dans une colonne de 50 cm à ceux calculés dans une colonne de 25cm au temps d'infiltration $t=24.61$ jours (argile du Gault)	156
Figure IV.36.	Profils hydriques calculés et mesurés limon de Givors.....	158
Figure IV.37.	Courbes d'infiltration calculée et mesurée limon de Givors.....	158
Figure IV.38.	Profils hydriques argile du Gault, a) calculés, b) mesurés.....	159
Figure IV.39.	Argile du Gault a) Courbes d'infiltration calculée et mesurée, b) Evolution du front d'humidité calculée et mesurée.....	160
Figure IV.40.	Profils hydriques sable argileux, a) calculés, b) mesurés	161
Figure IV.41.	Coefficient de dispersion et vitesse des pores argile de Gault	163
Figure IV.42.	Argile de Gault. a) vitesse des pores calculée et mesurée, b) Coefficient de dispersion apparent calculé et mesuré.....	163
Figure IV.43.	Limon de Givors. a) vitesse des pores calculée et mesurée, b) Coefficient de dispersion apparent calculé et mesuré.....	164
Figure IV.44.	Profils hydriques calculés par l'équation de diffusion et la forme diffusivité de l'équation de Richards pour l'argile du Gault.....	166
Figure IV.45.	Profils hydriques calculés par l'équation de diffusion et la forme diffusivité de l'équation de Richards pour le limon de Givors.....	166
Figure IV.46.	Profils hydriques calculés par l'équation de diffusion et la forme diffusivité de l'équation de Richards pour le sable argileux.....	167

CHAPITRE V

Figure.V.1.	Courbe granulométrique	172
Figure.V.2.	Seuils d'argilosité selon GTR92.....	173
Figure V.3.	Nature du sol selon VBS	174
Figure.V.4.	Abaque de Casagrande et classification LCPC	174
Figure.V.5.	Classification GTR	175
Figure.V.6.	Courbe de l'essai Proctor du limon de Florensac.....	176
Figure.V.7.a.	Préparation de la solution saline	177
Figure.V.7. b.	Pose des échantillons sur une grille dans le dessiccateur.....	178
Figure.V.7. c.	Dessiccateurs bien fermés pour éviter tout contact avec l'extérieur	178
Figure.V.8.a.b.	Séchage des échantillons dans l'étuve.....	179
Figure.V.9.a.b.	Pose des échantillons séchés dans le dessiccateur.....	179
Figure.V.10.	Courbe de rétention du limon de Florensac mesurée par la méthode des solutions salines pour le chemin de dessiccation et d'humidification	180
Figure.V.11.	Courbe de rétention du limon de Florensac mesurée par la méthode du papier filtre et la méthode des solutions salines pour le chemin de dessiccation.....	180

Figure.V.12.	Courbe de rétention mesurée et calculée par le modèle de van Genuchten–Mualem. Cas θ_s et θ_r imposées.....	181
Figure.V.13.	Courbe de rétention mesurée et calculée par le modèle de van Genuchten–Mualem, Cas θ_s et θ_r sont ajustées.....	182
Figure.V.14.	Chemin d'une onde à travers un obstacle	183
Figure V.15.	Signal TDR (câble 50 Ω)	183
Figure V.16.a.	Montage d'une sonde TDR	184
Figure V.16.b.	Petite sonde TDR et anneau plexiglas.....	184
Figure V.17.	Allure d'un signal TDR	185
Figure V.18.	Allure des signaux des sondes a) sonde GI22, b) sonde GI23, c) sonde GI24, d)sonde GI29	186
Figure V.19.	Montage de la colonne du limon de Florensac	188
Figure V.20.	Mesure de la quantité d'eau sortante	189
Figure V.21.	Dispositif expérimental pour suivre l'avancement du front d'humidité	190
Figure V.22.	Courbe d'infiltration cumulée	191
Figure V.23.a.	Vitesse de l'eau infiltrée et de sortie	192
Figure V.23.b.	Vitesse de l'eau dans la colonne du limon de Florensac.....	192
Figure V.24.	Infiltration cumulée en fonction de racine de temps $I(\sqrt{t})$	193
Figure V.25.	Evolution du coefficient de perméabilité du limon de Florensac en fonction du temps	194
Figure V.26.	Courbe de conductivité hydraulique calculée par le modèle de van Genuchten–Mualem pour le cas θ_s et θ_r imposées. a) $\log K$ (pF) b) $\log K$ (θ).....	195
Figure V.27.	Courbe de conductivité hydraulique calculée par le modèle de van Genuchten–Mualem pour le cas θ_s et θ_r ajustées. a) $\log K$ (pF) b) $\log K$ (θ).....	195
Figure V.28.	Signal TDR donné par chaque sonde au début de l'infiltration	196
Figure V.29.	Signal TDR donné par chaque sonde après un temps d'infiltration	197
Figure V.30.a.	Profils hydriques du limon de Florensac	197
Figure V.30.b.	Profils de succion du limon de Florensac.....	198
Figure V.31.	Différentes étapes de l'essai d'infiltration.....	200
Figure V.32.	Schéma de la colonne d'infiltration	201
Figure V.33.	Sable argileux (a) volume d'eau infiltré, (b) infiltration cumulée	202
Figure.V.34.	Vitesse d'eau infiltrée. Sable argileux.....	202
Figure V.35.a.	Distribution des teneurs en eau volumique au cours de l'infiltration sur une colonne de limon de Florensac.....	203
Figure V.35.b.	Répartition des pF au cours d'infiltration du limon de Florensac: sable argileux.....	204
Figure V.36.	Courbe de rétention du sable argileux.....	205
Figure V.37.a.	Profils hydriques calculés du limon de Florensac.....	206
Figure V.37.b.	Profils de succion calculés limon de Florensac.....	208
Figure V.38.	Comparaison entres Profils hydriques calculés et mesurés du limon de Florensac.....	208

Annexe B

Figure B.1	Courbe de rétention mesurée et ajustée par le modèle de VG-M de l'argile du Gault.....	234
Figure B.2	Courbe de rétention mesurée et ajustée par le modèle de B&C de l'argile du Gault.....	235
Figure B.3	Courbe de rétention mesurée et ajustée par le modèle de VG-M du limon de Givors.....	235
Figure B.4.	Courbe de rétention mesurée et ajustée par le modèle de B&C du limon de Givors.....	236
Figure B.5	Courbe de rétention mesurée et ajustée par le modèle de VG-M du sable argileux.....	236
Figure B.6	Courbe de rétention mesurée et ajustée par le modèle de B&C du sable argileux.....	237
Figure B.7	Courbe de rétention mesurée et ajustée par le modèle de VG-M des alluvions de chassieux.....	237
Figure B.8	Courbe de rétention mesurée et ajustée par le modèle de B&C des alluvions de chassieux.....	238
Figure B.9	Type de modèles hydrauliques intégrés dans RETC.....	238

LISTE DES TABLEAUX

CHAPITRE I

Tableau I.1	Relation humidité succion nature de sel (en solution aqueuse saturée) à 20°C.....	42
Tableau I.2	Modèles empiriques de la courbe de rétention.....	49
Tableau I.3	Modèles empiriques pour la conductivité hydraulique non saturée.....	59
Tableau I.4	Modèles statistiques pour la conductivité hydraulique non saturée.....	61

CHAPITRE III

Tableau III.1	Expressions des fonctions non linéaires avec le modèle de van Genuchten–Mualem (1980 1976).....	93
Tableau III.2	Expressions des fonctions non linéaires avec le modèle de Brooks & Corey (1964).....	94
Tableau III.3	Caractéristiques hydrodynamiques du sol Guelph loam pour le chemin de mouillage.....	104
Tableau III.4	Différentes valeurs de la teneur en eau à saturation approchée θ_s^*	108
Tableau III.5	Caractéristiques hydrodynamique du sol étudié (Rathfelder et Abriola, 1994).....	115
Tableau III.6	Valeurs du pas temporel et du pas spatial de chaque méthode.....	119

CHAPITRE IV

Tableau IV.1	Caractéristiques géotechniques des sols	124
Tableau IV.2	Equations des courbes caractéristiques de rétention d'eau et de conductivité hydraulique.....	125
Tableau IV.3	Valeurs des paramètres du modèle de van Genuchten–Mualem ajustés par Curve Expert	126
Tableau IV.4	Valeurs des paramètres du modèle de Brooks & Corey ajustés par Curve Expert	126
Tableau IV.5	Valeurs de la conductivité hydraulique à saturation.....	127
Tableau IV.6	Valeurs des paramètres du modèle de van Genuchten–Mualem ajustés de $K(\theta)$	129
Tableau IV.7	Valeurs des paramètres du modèle de Brooks & Corey ajustés de $K(\theta)$	129
Tableau IV.8	Pas de temps et pas d'espace adoptés.....	139

CHAPITRE V

Tableau V.1	Caractéristiques de la courbe granulométrique.....	173
Tableau V.2	Limites d'Atterberg.....	173

Tableau V.3	Valeur de VBS et surface spécifique S_p	174
Tableau V.4	Caractéristiques géotechniques du limon de Florensac	176
Tableau V.5	Teneurs en eau initiales des échantillons.....	176
Tableau V.6	pF et teneur en eau correspondante des échantillons déterminés par la méthode du papier Filtre.....	177
Tableau V.7	Caractéristiques des solutions salines saturées	178
Tableau V.8	pF et teneur en eau correspondante des échantillons déterminés par la méthode des solutions salines pour le chemin de séchage.....	178
Tableau V.9	pF et teneur en eau correspondante des échantillons déterminés par la méthode des solutions salines pour le chemin d'humidification.....	179
Tableau V.10	Paramètres de la courbe de rétention du modèle de van Genuchten–Mualem Cas 1.....	181
Tableau V.11	Paramètres de la courbe de rétention du modèle de van Genuchten–Mualem Cas 2.....	182
Tableau V.12	Etalonnage des sondes TDR.....	187
Tableau V.13	Position des sondes TDR.....	189
Tableau V.14	Valeurs de sorptivité, transmissivité et diffusivité.....	194
Tableau V.15	Caractéristiques géotechniques du sable argileux.....	199
Tableau V.16	Conditions initiales de l'essai d'infiltration	200

Annexe B

Tableau B.1	Valeurs des paramètres du modèle de van Genuchten–Mualem ajustés par RETC	239
Tableau B.2	Valeurs des paramètres du modèle de Brooks & Corey ajustés par RETC	239

LISTE DES NOTATIONS

Notations romaines

<i>a</i>	-	Coefficient qui ne dépend que de la géométrie de la sonde capacitive utilisée.
<i>A</i>	(L/T)	Transmissivité.
<i>C(h)</i>	(cm ⁻¹)	Capacité capillaire.
<i>C_u, C_c</i>	-	Coefficient d'uniformité, Coefficient de courbure.
<i>D(θ), D₀</i>	(L ² /T)	Diffusivité capillaire, Diffusivité pour des faibles constantes θ _r et α ₁ .
<i>D</i>	(L ² /T)	Coefficient de dispersion apparent.
<i>D₁₀, D₆₀, D₃₀</i>	(mm)	Diamètre correspondant à 10%, 60%,30% en masse du tamisât.
<i>e</i>	-	Indice des vides.
<i>f_{max}</i>	(mm/h)	Capacité d'infiltration maximale.
<i>g</i>	(m/s ²)	Accélération gravitationnelle.
<i>h, ψ</i>	(cm)	Potentiel de pression, succion totale.
<i>h_f</i>	(cm)	Potentiel de pression effective au niveau du front d'humidification.
<i>h₀, h_{ea}</i>	(cm)	Charge hydraulique imposée à la surface, pression d'entrée d'air.
<i>H</i>	(cm)	Potentiel total de l'eau, charge hydraulique.
<i>HR</i>	(%)	Humidité relative de l'atmosphère.
$\frac{\partial H}{\partial z}$	-	Gradient de potentiel total.
<i>i(t)</i>	(mm/h)	Taux d'infiltration.
<i>I(t)</i>	(mm)	Masse d'eau infiltrée.
<i>i₀, i_f</i>	(mm/h)	Capacité d'infiltration initiale et capacité d'infiltration finale.
<i>i</i>	-	Indice exprimant le niveau du pas d'espace.
<i>I_p</i>	%	Indice de plasticité.
<i>j</i>	-	Exposant exprimant le niveau pas de temps.
<i>K</i>	(m ²)	Perméabilité intrinsèque du sol.
<i>k_{el}</i>	(-)	Permittivité électrique relative du sol.
<i>K_s</i>	(m/s)	Conductivité hydraulique à saturation, perméabilité.
<i>K(θ), K(h)</i>	(m/s)	Conductivité hydraulique.
<i>K_i(θ)</i>	(m/s)	Conductivité hydraulique suivant la direction i (i=x;y;z).
<i>l, L</i>	(L)	Longueur réelle des pores, longueur du massif poreuse.

M_h, M_s	(M)	Masse humide du sol, masse sèche du sol.
M_e	(mol)	Masse moléculaire de l'eau.
M_v	(mol)	Masse molaire de la vapeur d'eau.
M	-	Constante.
M_t	(M).	Masse d'eau stockée dans le domaine étudié au temps t.
M_0	(M)	Masse d'eau initialement stockée au temps t=0 dans le domaine étudié.
Pr	(%)	Porosité.
P	-	Numéro de l'itération.
W	(N)	Poids du sol.
q, q_0, q_L	(L/T)	Flux d'eau, Flux imposé à la limite supérieure <i>et</i> flux imposés à la limite inférieure.
$Q(t), Q_\infty$	(L ³)	Quantité d'eau extraite, quantité d'eau totale extraite.
r_i	-	Extraction racinaire
R	(J/mol °K)	Constante des gaz parfaits.
R_m, r_0	(L)	Rayon moyen des pores, rayon de disque.
S	(cm/min ^{0.5})	Sorptivité.
Sr	(%)	Degré de saturation.
S_{sp}	(m ² /g)	Surface spécifique.
t	(T)	Temps écoulé depuis le début de l'averse.
Tr	(L/L)	Tortuosité.
T	(°K)	Température absolue.
u_w, u_a	(MPa,cm)	Pression de l'eau, pression de l'air.
u	(L/T)	Vitesse des pores.
$v_0, v(t)$	(L/T)	Vitesse d'infiltration initiale, vitesse d'infiltration.
V_v, V, V_w	(L ³)	Volume des vides, volume total de l'échantillon, volume de l'air et
	(L ³)	volume de l'eau
VBS	(-)	Valeur du bleu pour 100g de masse de sol.
V_b	(ml)	Volume du bleu absorbé.
w	(%)	Teneur en eau massique.
x_w	(mol)	Fraction molaire d'eau dans la solution.
Wp	(%)	Limite de plasticité.
W_L	(%)	Limite de liquidité.
W_{opt}	(%)	Teneur en eau optimale.
x	(-)	Variable d'état (θ ou h).
z	(L)	Potentiel gravitaire.
z_f	(L)	Profondeur du front d'humidification.
Z_M	(L)	Cote (altitude) du point considéré.

Notations grecques

α_l	-	Caractéristique du sol.
$\alpha(h)$	-	Fonction de réponse au stress hydrique.
γ_d	(kN/m ³)	Poids volumique sec du sol.

γ_w	(kN/m ³)	Poids volumique de l'eau.
γ	(min ⁻¹)	Constante empirique, fonction de la nature du sol.
$\Delta t, \Delta T$	(mn)	Pas du temps.
$\Delta z, \Delta Z$	(cm)	Pas d'espace.
ϵ_0	(F/m)	Constante diélectrique du vide (8,854 187.10 ⁻¹² F/m).
ϵ	-	Constante diélectrique.
η_e	(Pa.s)	Viscosité dynamique de l'eau.
η	(L/T ^{0.5})	Variable de Boltzman.
θ	(L ³ /L ³)	Teneur en eau volumique.
θ_r	(L ³ /L ³)	Teneur en eau résiduelle.
θ_s	(L ³ /L ³)	Teneur en eau à saturation.
β	(°)	Angle de raccordement entre le ménisque et le solide.
θ_i	(L ³ /L ³)	Teneur en eau volumique initiale.
$\theta_i(z)$	(L ³ /L ³)	Profil d'humidité initiale.
θ_e	(L ³ /L ³)	Teneur en eau volumique normalisée.
π	(cm, Mpa)	Succion osmotique.
ρ_w	(kg/m ³)	Masse volumique de l'eau.
σ_s	(N/m)	Tension de surface eau-air.
Σ	-	Ecart type calculé.
ψ_p	(cm, MPa)	Potentiel de pression.
ψ_o	(cm, MPa)	Potentiel osmotique.
τ	-	Erreur de troncature.

Introduction générale

Salima BOUCHEMELLA
Université 8 mai 45, Guelma
Contribution à la simulation numérique des écoulements des eaux dans les milieux poreux non saturés

Introduction générale

I. Contexte et motivation

L'étude des sols non saturés joue un rôle important dans des différentes branches d'hydrologie, de génie civil, d'agriculture et d'environnement. Au sein de cette zone, plusieurs phénomènes physiques tels que l'infiltration, la recharge de la nappe, le stockage des déchets peuvent avoir lieu. Elle constitue aussi le tampon crucial de transport de divers polluants. La vulnérabilité des nappes phréatiques et le risque de leur pollution dépendent de la constitution structurelle et de l'importance de cette zone. L'efficacité de la prévention contre d'éventuelles pollutions par utilisation d'un modèle, dépend du choix de ce dernier ; étape qui dépend à son tour de la connaissance préalable du système.

L'infiltration est une composante primordiale dans le cycle de l'eau pénétrant dans le sol à partir de la surface. La distribution de cette eau dans les zones non saturées est largement conditionnée par ses propriétés hydriques (sa rétention hydrique, sa conductivité hydraulique et l'histoire du transport de l'eau en profondeur, présentée sous forme de profils hydriques $\theta(t,z)$ ou sous forme de profils de potentiel de pression dans le sol $h(t,z)$).

Ces propriétés prennent en compte la structure et la texture des milieux poreux, les conditions initiales et les conditions aux limites considérées. Or les paramètres hydrodynamiques sont très variables verticalement (selon les horizons et les profils du sol) que latéralement (suivant les conditions des dépôts et les formations superficielles). Ils sont très peu connus car le complexe eau-sol ne présente pas de propriétés uniformes et de conditions d'équilibre stables.

Différentes méthodes sont utilisées pour décrire l'infiltration des eaux dans les sols non saturés et pour la prévision de l'avancement de l'humidité en profondeur, entre autres les méthodes expérimentales (Bentoumi et Alimi Ichola, 1993; Bauters et al., 2000; Gaidi et Alimi Ichola, 2003; Beydoun et Lehmann, 2006), analytiques (Philip, 1969; Ross et Parlange, 1994; Zoltnik et al. 2007, Dicarlo et al., 2008) et numériques (Celia et al., 1990; Rathfelder et Abriola, 1994; Diaw, 1996; Abdallah, 1999; Brunone et al., 2003; Šimůnek et al., 2004; Rees et al., 2004; Belfort et Lehmann, 2005; Phoon et al., 2007; Pour et al., 2011; Travaš & Lanča, 2012). La modélisation numérique est une méthode qui a tendance à remplacer ou à minimiser les nombres des essais expérimentaux, qui sont très coûteux et très longs, ainsi que les méthodes analytiques conçus pour des types de sols particuliers avec des conditions aux limites et des conditions initiales bien définies.

Dans la littérature, les simulations numériques développées sont généralement basées sur la résolution de l'une des trois formes de l'équation de Richards (1931). Si une attention particulière est faite pour le choix des méthodes de résolution, afin d'assurer la convergence par un bilan de masse assez correct et la continuité des variables, dont l'objectif est le développement d'un modèle numérique performant; le choix de l'équation à résoudre reste toujours basée sur les caractéristiques du domaine modélisé et sur le problème de convergence numérique. En effet, pour un milieu homogène et non saturé, le choix de la forme diffusivité de l'équation Richards est suffisant avec un bilan de masse bien conservé, néanmoins, elle présente le problème de discontinuité lorsque la teneur en eau atteint la saturation (Hills et al. 1989). Ceci rend son utilisation impossible pour les zones saturées. Par contre la forme capacitive et la forme mixte peuvent être étendues à l'étude des zones saturées, mais elles présentent des défaillances dans l'étude des sols relativement secs présentant un front abrupte d'infiltration (Celia et al., 1990; Rathfelder et Abriola, 1994). Ces défaillances peuvent être évitées par l'utilisation de nouvelles méthodes d'éléments finis, telle que la méthode des éléments finis mixtes hybrides (Diaw, 1996, Belfort, 2006), ou par une discrétisation fine en temps et en espace (Abdallah 1999, Diaw 1996). La discrétisation plus fine peut être coûteuse, pour en remédier, une discrétisation lagrangienne du domaine de calcul et une représentation lagrangienne de l'équation de Richards appelée méthode particulière est proposée par Rossi (2000) et Beaudoin et al. (2009).

Si les trois formes de l'équation de Richards sont mathématiquement équivalentes, cependant, elles sont différentes à cause des approximations numériques nécessaires pour leur résolution. La généralisation de ses modèles pour tous les types de sol reste posée, particulièrement pour les sols peu perméables.

II. Objectifs de la thèse

Dans ce travail, l'étude de l'écoulement des eaux dans les sols non saturés repose sur deux aspects: une modélisation numérique qui est devenue incontestablement le principal moyen pour étudier l'écoulement des eaux dans les sols non saturés et une approche expérimentale demandant assez souvent un investissement humain et financier relativement important. Alors que l'étude expérimentale permet de rendre compte d'un état de fait donné, la modélisation numérique représente un outil prévisionnel pour une gestion rationnelle.

Dans ce contexte, nous nous sommes fixés comme objectifs de coupler les deux aspects, numérique et expérimental. Notre démarche a consisté en premier lieu à développer un modèle

numérique permettant la simulation de l'écoulement dans un sol non saturé, basé sur la résolution de la forme capacitive et la forme diffusive de l'équation de Richards. Ce modèle numérique utilise deux modèles empiriques pour la détermination des propriétés hydrauliques, à savoir la courbe de rétention et la conductivité hydraulique.

Par ailleurs, pour une analyse complète du processus d'infiltration, une étude expérimentale a été réalisée en parallèle avec l'étude numérique. L'étude expérimentale vise les objectifs suivants: d'une part acquérir des connaissances détaillées sur le processus d'infiltration et sur le phénomène de rétention dans les sols non saturés. Et d'autre part, obtenir des résultats expérimentaux en vue de les utiliser ultérieurement.

Une meilleure analyse et une modélisation plus efficace du comportement de chaque forme de l'équation de Richards, nous a conduit au développement et à la validation d'un modèle numérique de l'écoulement des eaux en milieu non saturé. Ce modèle est basé sur la méthode de résolution par différences finies avec un schéma de discrétisation implicite. Etant donné le rôle important des propriétés hydrauliques des sols non saturés dans la résolution des équations d'écoulement, nous avons accordé une attention particulière au choix des modèles empiriques décrivant ces deux propriétés ainsi que les paramètres d'ajustement.

La validation du modèle a été faite par une comparaison de ses résultats avec la solution semi-analytique de Philip à travers un problème d'infiltration dans une colonne de sol initialement non saturé traité par Célia et al. (1990). Nous avons également effectué une comparaison du modèle élaboré avec un modèle fondé sur la résolution de la forme capacitive de l'équation de Richards avec la même méthode de résolution des différences finies, et qui utilise aussi une approximation tangente de la capacité capillaire et une approximation arithmétique pour la conductivité hydraulique.

Par la suite, nous avons effectué une étude paramétrique des modèles empiriques décrivant les propriétés hydrauliques utilisés dans cette modélisation. Cette étude paramétrique commence par une estimation des valeurs des paramètres des modèles par ajustement des courbes de rétention, suivie par une étude de la nature des paramètres, et de la sensibilité de la courbe de rétention et du profil hydrique vis-à-vis aux variations de ces paramètres d'ajustement. Nous présentons après une étude comparative entre les solutions des trois formes de l'équation de Richards, sachant que la forme mixte est obtenue par l'utilisation du code de calcul Hydrus_1D version 4 développé par Šimůnek et al. (2004). Dans cette étude comparative, plusieurs paramètres ont été pris en compte, tels que l'effet de la texture du sol, la teneur en eau initiale, le choix du modèle empirique décrivant les propriétés hydrauliques, ainsi que les conditions initiales.

La suite de cette partie de modélisation numérique a été consacrée: à une étude approfondie des résultats obtenus par les différents modèles numériques, à mettre en évidence, avec précision, les différences existantes entre ces trois modèles par une étude comparative, et à effectuer une confrontation aux résultats expérimentaux obtenus de la littérature (Bentoumi, 1995 et Gaidi, 2002).

Cette étude comparative a révélé une différence significative entre les positions du front d'humidité obtenues avec la solution de chaque forme de l'équation de Richards. Cette différence peut être négligée pour un sol de texture fine dans un état initial humide. Cependant cette

différence augmente lorsque le sol est dans un état sec et en particulier pour les sols à texture grossière, indépendamment de l'état initial. Il est montré aussi que dans le cas d'une charge hydraulique nulle imposée à la surface, l'effet piston, présentant l'effet de la zone de transmission sur l'avancement du front d'humidité, n'est pas présenté par les profils hydriques obtenus par les trois formes de l'équation de Richards pour les sols fins et par la forme capacitive et diffusive dans le cas des sols grossiers.

Dans la seconde partie de ce travail relatif à l'expérimentation, nous présentons deux essais d'infiltration verticale dans des colonnes de sols non saturés, effectués lors de notre passage au laboratoire LGCIE, l'INSA de Lyon. Le premier consiste à suivre l'évolution de la teneur en eau dans une colonne de limon de Florensac en utilisant la méthode TDR (Time Domain Reflectometry), et de mesurer la courbe de rétention par une méthode statique utilisant la méthode papier filtre et la méthode des solutions salines. La modélisation de la courbe de rétention et de la de courbe de conductivité hydraulique est effectuée en utilisant le modèle de van Genuchten-Mualem, ce qui a permis de déduire la variation spatio-temporelle de la succion dans le sol.

Le deuxième essai concerne une infiltration verticale dans une colonne de sable argileux. La méthode de sectionnement de la colonne est utilisée pour mesurer la teneur en eau et la méthode du papier filtre pour suivre l'évolution spatio-temporelle de la succion. Cet essai permet aussi de mesurer la courbe de rétention.

A la fin de ce chapitre, nous avons modélisé l'essai d'infiltration effectué sur la colonne du limon de Florensac, en utilisant le modèle développé et le logiciel Hydrus_1D, par la détermination des profils hydriques. Ces profils hydriques calculés sont comparés aux profils mesurés déterminés par interprétation des signaux des sondes TDR.

III. Plan de la thèse

La thèse est structurée en trois parties, réparties sur cinq chapitres de la façon suivante:

La première partie est une étude bibliographique qui permet de synthétiser les connaissances concernant les sols non saturés et les travaux réalisés sur la modélisation de l'écoulement dans ces sols. Cette partie est répartie sur le chapitre 1 et le chapitre 2.

Dans le premier chapitre est exposé l'état des connaissances sur les caractéristiques des milieux poreux non saturés et sur la modélisation du processus d'infiltration, en mettant l'accent sur les propriétés hydrauliques représentées par la courbe de rétention et la conductivité hydraulique, ainsi que sur les paramètres influant sur ces deux propriétés et sur les modèles de leur prédiction.

Le chapitre 2 passe en revue la formulation des équations d'écoulement des eaux dans les sols non saturés. Après une présentation des différentes méthodes de résolution de ces équations, nous exposons la méthode de résolution adoptée dans ce travail, ainsi que les modèles empiriques choisis pour la détermination des propriétés hydrauliques.

La deuxième partie est consacrée aux développements numériques effectués pour décrire le processus d'infiltration dans les sols non saturés et leur validation. Nous présentons les calculs

effectués dans le cadre d'une étude comparative entre les résultats obtenus par les différentes formes de l'équation de Richards. Cette partie enveloppe les chapitres 3 et 4.

Le chapitre 3 expose en détail le processus de discrétisation des équations de Richards, et la méthode de résolution du système matriciel obtenu. Nous avons accordé une attention particulière aux conditions nécessaires pour la validation du modèle élaboré. A la fin de ce chapitre, nous présentons le code de calcul Hydrus_1D version 4, utilisé dans ce travail pour modéliser la forme mixte de l'équation de Richards.

Dans le chapitre 4, après une brève présentation des caractéristiques géotechniques des matériaux utilisés dans cette étude, et une analyse des paramètres d'ajustement des modèles empiriques des propriétés hydrauliques, nous décrivons l'étude comparative effectuée en commentant les résultats fournis par les trois formes de l'équation de Richards.

La troisième partie de ce travail est dédiée à l'étude expérimentale présentée dans le chapitre 5. Cette étude enveloppe deux essais d'infiltration effectués sur deux colonnes de sols différents avec des méthodes de mesure différentes. L'interprétation des signaux des différents capteurs utilisés dans le premier essai a permis de tracer les profils hydriques. Une tentative d'interprétation de ces résultats expérimentaux à l'aide du modèle développé est présentée à la fin de ce chapitre.

Une conclusion générale clos ce travail. Elle rassemble les points et les résultats importants tirés de cette étude, qui ne représente en aucun cas une œuvre complète vue la complexité du sujet abordé, et elle présente les éventuelles perspectives suggérées.

Chapitre 01

Généralités sur les écoulements des eaux dans les sols non saturés

Généralités sur les écoulements des eaux dans les sols non saturés

I. Introduction

Les applications de l'écoulement dans les milieux poreux saturés ou non saturés sont nombreuses, aussi bien dans le domaine géotechnique de l'environnement que celui de l'aménagement urbain. En effet la gestion et le stockage d'un volume croissant de déchets industriels et urbains requièrent l'implantation de sites de stockage et la prévention des risques de pollution du sol récepteur et de la nappe phréatique. Par ailleurs le dysfonctionnement de plus en plus des réseaux d'assainissement; suite à l'imperméabilisation croissante des surfaces urbaines; incite de plus en plus les collectivités locales à se tourner vers les techniques qualifiées d'alternatives, par l'implantation de différents types d'ouvrages destinés à contrôler l'infiltration des eaux pluviales (chaussées à structure drainante, tranchées et faussées d'infiltration, etc.).

L'étude de ces problèmes fait intervenir le transfert hydrique à travers un milieu poreux non saturé. Ce dernier est représenté par l'équation de Richards qui donne la variation de l'humidité dans le sol pendant l'écoulement ; ce qui nécessite des relations complexes entre la teneur en eau, le potentiel hydrique et la conductivité hydraulique.

Dans ce qui suit, nous donnons des rappels sur la définition et les caractéristiques des milieux poreux, du phénomène d'infiltration dans les sols non saturés et les facteurs influençant ce phénomène. Les différentes propriétés hydriques des sols non saturés sont décrites par la suite, ainsi que les différentes méthodes expérimentales les plus utilisées pour leur détermination. A la fin nous présentons les modèles empiriques donnant les différentes relations entre ces propriétés.

II. Milieux poreux

II. 1. Définition du milieu poreux

Un milieu poreux est défini comme étant un milieu solide contenant des pores ; ces pores peuvent être interconnectés ou séparés (Figure I.1.a). Pour qu'une phase fluide puisse percoler dans un milieu poreux donné, au moins une partie de sa porosité doit être constituée de pores interconnectés, formés par des cellules poreuses reliées entre elles par des gorges de pores appelées aussi des canalicules comme présentées sur la figure (I.1.b).

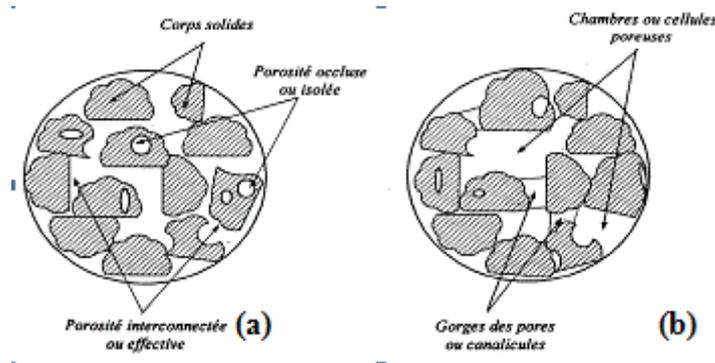


Figure.I.1. Aspect de l'espace poreux.

On peut diviser la porosité du sol en deux parties majeures:

➤ **La porosité texturale:** ou microporosité interne des agrégats est définie par le volume relatif des vides intra-agrégats (Figure. I.2). Dans ces unités primaires, on distingue une fraction d'eau immobile et une fraction mobile dont l'écoulement est régit par des forces capillaires et d'adsorption ; ce qui rend l'écoulement lent (se référant à une longue échelle de temps) ou diffusif. Les micropores constituent donc la majeure partie de la capacité de stockage de tout le milieu.

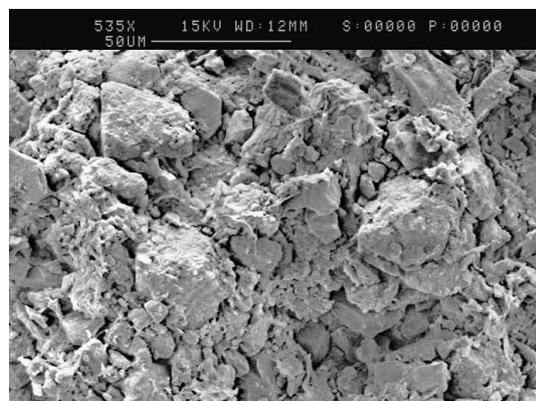


Figure. I.2. Micro-agrégats et microporosité observés au microscope électronique à balayage (Corpen, 2007).

➤ **La porosité structurale:** ou macroporosité est l'ensemble des vides existant entre les agrégats, donc caractérisée par les vides inter-agrégats (Figure I.3). Le système de macropores permet un écoulement gravitaire rapide caractérisé par une faible résistance. Ainsi, l'eau, une fois infiltrée en surface, peut atteindre en très peu de temps, des profondeurs considérables.

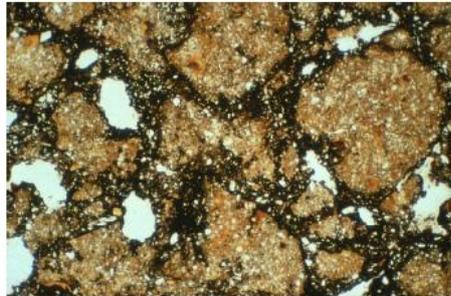


Figure. I.3. Macroporosité d'une argile limoneuse.

II.1. 1. Caractéristiques géométriques d'un milieu poreux

Le milieu poreux peut être caractérisé par de nombreuses propriétés géométriques telles que:

a) Porosité "Pr"

Pour un échantillon donné, la porosité totale se définit comme un pourcentage de vide par rapport au volume total de l'échantillon.

$$Pr = \frac{V_v}{V} \quad (I.1)$$

Avec : V_v : volume des vides [L^3] et V : volume total de l'échantillon [L^3].

La porosité est caractérisée aussi par l'indice des vides, exprimant le rapport entre le volume des vides et le volume du squelette solide:

$$e = \frac{V_v}{V_s} \quad (I.2)$$

Avec : V_v : volume des vides [L^3] et V_s : volume du squelette solide [L^3].

b) Surface spécifique "S_{sp}"

La surface spécifique notée "**S_{sp}**" appelée aussi "Air massique", désigne la surface réelle définie comme la surface totale des grains par unité de masse (L^2/M). On peut éventuellement l'exprimer en surface par unité de volume, soit en mètre carré par mètre cube ($L^2 \cdot L^{-3} = L^{-1}$), mais ceci est assez rare.

$$S_{sp} = \frac{S_g}{M_s} \quad (I.3a) \quad \text{ou} \quad S_{sp} = \frac{S_g}{V} \quad (I.3b)$$

Où, S_g : surface totale des grains solides [L^2], M_s : masse sèche [M] et V : volume total du milieu [L^3].

c) Tortuosité "Tr"

Lors de leur passage au travers une matrice poreuse, les fluides doivent serpenter entre les grains ; ils parcourent donc un chemin plus long que pour un écoulement libre. Ce parcours est défini par la tortuosité notée "Tr", représentant la longueur réelle moyenne des pores. Elle est exprimée en [L/L].

$$Tr = \frac{l}{L} \quad (I.4)$$

Où, l : longueur réelle des pores [L] et L : longueur du massif poreuse [L].

d) Degré de saturation "Sr"

C'est le rapport du volume de l'eau au volume total des vides de l'échantillon.

$$S_{r_w} = \frac{V_w}{V_v} \quad (I.5)$$

Avec : V_w : volume de l'eau [L^3]; V_v : volume des vides [L^3].

e) Teneur en eau "w" et "θ"

La teneur en eau massique "w" est définie comme étant le rapport de la masse de l'eau à la masse des particules solides sèches.

$$w = \frac{M_h - M_s}{M_s} \quad (I.6)$$

Avec : M_h : masse humide du sol [M]. M_s : masse sèche du sol [M].

On définit la teneur en eau volumique "θ" comme étant le rapport du volume d'eau (V_w) au volume total du sol (V).

$$\theta = \frac{V_w}{V} \quad (I.7)$$

Pour passer de la valeur de teneur en eau massique (w) à la teneur en eau volumique (θ), il faut connaître la densité sèche (γ_d) du sol. On a alors :

$$\theta = \frac{\gamma_d}{\gamma_w} w \quad (I.8)$$

Avec: γ_d : poids volumique sec du sol [kN/m^3] et γ_w : poids volumique de l'eau [kN/m^3].

La teneur en eau volumique d'un sol varie entre une valeur minimale, la teneur en eau résiduelle, (θ_r), et une valeur maximale, la teneur en eau à saturation (θ_s). Cette dernière est en principe égale à la porosité, toutefois, dans les conditions naturelles, un sol ne parvient jamais à la saturation totale, car il reste toujours de l'air piégé.

f) Potentiel hydrique

L'importance et la direction des mouvements de l'eau dans le sol sont régies essentiellement par les différences d'énergie potentielle de l'eau, celle-ci ayant naturellement tendance à se déplacer d'un point où l'énergie potentielle est élevée vers un point d'énergie plus basse, afin de se mettre en équilibre avec son voisinage. On peut rapporter cette énergie à l'unité de masse, de volume ou de poids et on parle alors du potentiel sol-eau qui exprime l'énergie potentielle spécifique de l'eau du sol par rapport à celle de l'eau libre qui est prise comme référence. Par la suite, nous rapportons l'énergie potentielle totale de l'eau du sol à l'unité de poids de liquide ; ce qui lui confère les dimensions d'une longueur. Dans ce cas, le potentiel total est appelé charge hydraulique "**H**".

Le potentiel total est constitué essentiellement par la somme de trois composantes: le potentiel gravitationnel, "**z**", le potentiel de pression " ψ_p " et le potentiel osmotique " ψ_o ". D'autres composantes sont théoriquement possibles, mais leur influence sur les mouvements de l'eau est généralement négligeable. Le potentiel total "**H**" peut donc s'écrire :

$$H = z + \psi_p + \psi_o \quad (I.9)$$

- Le potentiel gravitaire (z) est dû à l'action des forces de la pesanteur ; il est indépendant de la composition chimique et de la pression de l'eau du sol.
- Le potentiel de pression (ψ_p) est la différence dans le potentiel de l'eau causée par d'autres facteurs, généralement des facteurs physiques comme la capillarité, la texture et les forces d'adsorption de la surface des particules du sol.
- La pression osmotique (ψ_o) exprime la diminution de l'énergie potentielle de sol, en raison de la présence de soluté dans des espaces des pores.

II.1. 2. Notion de texture et structure du sol

La texture du sol est caractérisée par la taille et la distribution des particules. La composition granulométrique du sol permet de déterminer sa texture. La notion de texture renseigne dès lors sur la taille prédominante ou la gamme de tailles des particules de sol d'une manière qualitative et quantitative. C'est une propriété constante dans le temps et peu variable spatialement (Baize et Jabiol, 1995).

La structure du sol est déterminée par l'organisation des agrégats de ces éléments minéraux et organiques, qui donnent lieu à la matrice poreuse du sol, au sein de laquelle ont lieu les écoulements d'eau (Carrillo-Avila, 1995). La structure qui résulte des processus biologiques, chimiques et physiques, est donc une propriété variable temporellement et spatialement et peut changer avec la teneur en eau ou avec d'autres paramètres (Oades, 1993). Parmi les agrégats du

sol, on peut distinguer: les particules primaires libres (sable, limon ou argile), les micro-agrégats (diamètre < 250 μm) et les macro-agrégats (diamètre > 250 μm).

II. 2. Etat de l'eau dans les milieux poreux

Si l'on exclut l'eau qui entre dans la composition des minéraux (eau de constitution), on peut trouver l'eau dans les milieux poreux sous trois états (Figure I.4):

II.2. 1. Eau libre

Cette eau peut se déplacer entre les particules sous l'effet du potentiel gravitaire (z) ou des gradients de pression ; c'est l'eau de la macroporosité. Son principal effet sur le comportement du sol se manifeste par la pression hydraulique exercée sur le sol. En outre, lorsque l'eau s'écoule, un effet hydrodynamique se traduit en un effort physique sur les particules dont certaines, extrêmement fines, peuvent être emportées (lessivées) par le courant d'eau. Cette eau peut aussi dissoudre certains sels et modifier la composition chimique des minéraux. Ces effets physiques et chimiques peuvent être la cause de certaines instabilités du terrain.

II.2. 2. Eau liée (eau de rétention)

Cette eau est attachée à la surface des particules solides par des forces d'interaction moléculaire de nature essentiellement électrique. L'eau de rétention se trouve dans la structure du minéral à une position fixe, soit sous forme d'ions OH^- et H^+ , soit sous forme de molécules H_2O . Elle fait partie de la composition chimique du minéral. En général, ce type d'eau influence peu le comportement du sol, sauf lorsqu'il est soumis à une température très élevée. Si la température est supérieure à 400°C, cette eau peut quitter la structure du minéral et en modifier ainsi la composition chimique. On distingue l'eau hygroscopique qui représente toutes les premières couches de molécules d'eau, adsorbée par attraction moléculaire ; l'eau pelliculaire faiblement adsorbée formant un "film" d'eau autour des grains.

II.2. 3. Eau capillaire

Elle est retenue dans les pores du sol par les forces capillaires présentes à l'interface eau-air, c'est l'eau de la microporosité. Elle est souvent sous forme de films continus autour des particules du sol. L'eau dans ces films est déplacée par l'action capillaire.

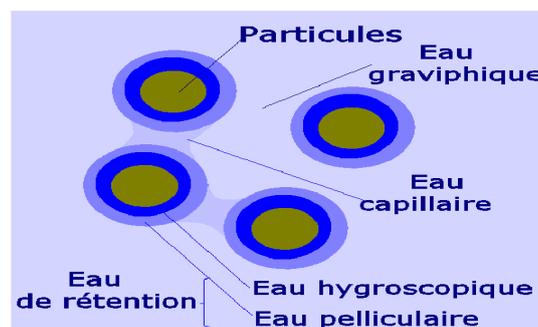


Figure.I.4. Différents états de l'eau dans le sol

II. 3. Etats énergétiques de l'eau dans le sol

L'eau contenue dans un milieu poreux est soumise à l'action de plusieurs forces:

II.3. 1. Tensions superficielles

Du point de vue moléculaire, une molécule à l'intérieur de la masse d'eau est en équilibre puisque toutes les forces d'attraction (de van der Waals) et les forces électrostatiques (attraction ou répulsion) qui agissent sur cette molécule ont une résultante nulle (Figure I.5.a), tandis qu'une molécule sur l'interface est soumise à une résultante non nulle à cause des forces d'attraction des molécules à l'intérieur de l'eau. Cette résultante des forces en chaque point est perpendiculaire à l'interface et orientée vers l'intérieur de l'eau. Pour l'équilibrer, une tension superficielle " σ_s " se produit le long de l'interface (Figure I.5.b). Elle a la dimension d'une force par unité de longueur [N/m] (Fredlund et Rahardjo, 1993).

L'intensité de cette tension dépend de la nature des deux milieux qui se trouvent de part et d'autre de l'interface, mais elle dépend également des paramètres qui influent sur les forces d'interaction moléculaire, notamment la température. Physiquement, cette tension superficielle se traduit par le phénomène de "*capillarité*".

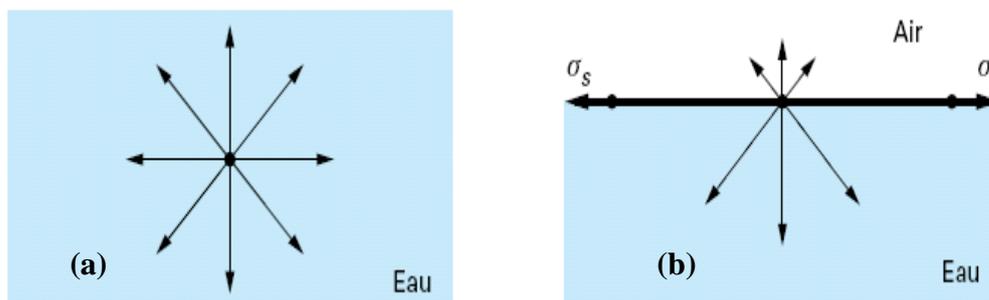


Figure I.5. Actions des forces sur une molécule d'eau.
(a) à l'interface eau-air, (b) au sein d'une molécule d'eau

II.3. 2. Les forces capillaires

A l'interface entre eau-air, la molécule est soumise à des actions dues à l'eau " u_w " et des actions dues à l'air " u_a ". Du fait de la faible densité de l'air (1.2×10^{-3} à 20°C , à la pression atmosphérique) par rapport à la densité de l'eau (environ 1 à 20°C), les forces exercées par l'air sont plus faibles que celles exercées par l'eau (Figure I. 6.a). Cette différence de pression " $u_a - u_w$ " est appelée "**pression capillaire**".

La capillarité est souvent illustrée par le schéma de la figure I.6 décrivant la remontée capillaire (h) de l'eau dans un tube de rayon (r) petit, plongé dans un récipient contenant de l'eau. La relation entre le rayon de courbure du ménisque sphérique eau-air dans le tube et la différence

de pression entre l'air et l'eau est donnée par la loi de Laplace, qui se simplifie dans l'hypothèse de pores cylindriques et prend la forme de la loi de Jurin :

$$u_a - u_w = \frac{2\sigma_s}{r} \cos \beta \quad (I.10)$$

Avec: u_a et u_w : respectivement les pressions d'air et d'eau, σ_s : la tension de surface eau-air, β : l'angle de raccordement entre le ménisque et le solide et r : le rayon du tube.

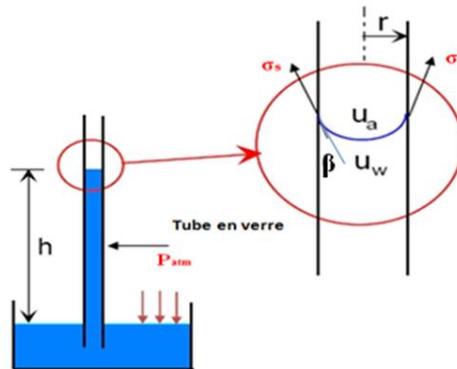


Figure I.6. Remontée capillaire dans un tube.

Dans le cas d'un sol, la phase liquide est mouillante par rapport à la phase solide. Les forces d'adhésion du liquide à la paroi solide sont plus importantes que les forces de cohésion entre les molécules ; ce qui explique le phénomène d'ascension capillaire (Figure I.6). Dans ce cas en écrivant l'équilibre entre les forces capillaires et l'action de la gravité sur le liquide qui correspond au poids de la colonne d'eau de hauteur h et vaut : $\gamma_w \pi r^2 h$, on obtient la loi:

$$h = \frac{2\sigma_s}{\gamma_w r} \cos \beta \quad (I.11)$$

Équivalent à la loi de Jurin, avec $u_w = -\gamma_w z$

Dans les sols, la capillarité induit deux phénomènes majeurs:

- Phénomène hydrique représenté par la capacité de rétention d'eau du squelette du sol, régie par la loi de Jurin- Laplace.
- Phénomène mécanique représenté par les forces de cohésion inter-granulaire générées par la capillarité.

II.3. 3. Les forces d'adsorption

La phase solide dans les sols est constituée d'atomes n'ayant pas toutes leurs liaisons chimiques satisfaites. Ces surfaces ont donc tendance à combler ce manque en captant des atomes et des molécules (notamment les molécules d'eau). C'est le phénomène "*d'adsorption*". Ce

phénomène peut être expliqué par une molécule d'eau venant de la phase gazeuse, heurtant la surface du squelette solide, est captée par son champ attractif. Cette molécule peut ensuite quitter la surface solide et retourner dans la phase gazeuse sous l'effet de l'agitation thermique. L'échange est permanent entre les molécules adsorbées et les molécules de la phase gazeuse (Figure I.7). A l'équilibre le bilan de ces échanges est nul.

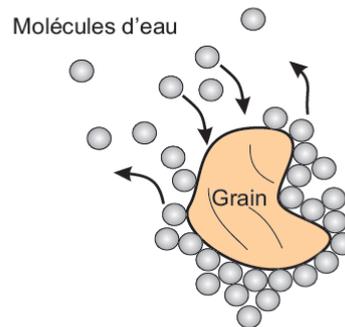


Figure I.7. Schématisation de l'agitation des molécules d'eau adsorbées

La capacité de rétention d'eau par adsorption dépend de la nature du matériau ainsi que de la surface spécifique du milieu. Les forces d'adsorption associées aux forces de capillarité constituent le potentiel matriciel de l'eau: potentiel de la matrice poreuse.

II.3. 4. Les forces osmotiques

Elles sont dues à l'hydratation des molécules en solution, principalement les ions dont l'énergie d'hydratation est très grande. La phase liquide du sol est très souvent une solution diluée de sorte que ces forces ne jouent pas un rôle très important. Il existe toutefois des situations où ce n'est pas le cas tel que le cas des sols salés.

II.3. 5. Les forces de gravité et de pression hydrostatique

Les forces de gravité (forces de volume) sont proportionnelles à la masse de fluide (eau) et à l'accélération de la gravité qu'il subit (g). L'énergie gravitationnelle est la deuxième principale composante du potentiel de l'eau dans le sol. Elle est égale au travail qu'il faut fournir par la force gravitationnelle ($m.g$; m : masse d'eau; g : accélération de la pesanteur) pour déplacer une masse d'eau donnée. L'énergie potentielle gravitationnelle s'exprime simplement par la valeur de la cote du point considéré dans le sol par rapport à un plan de référence.

La pression hydrostatique existe dans un milieu saturé ; elle est mesurée à l'aide d'un dispositif appelé piézomètre ; elle représente la pression exercée par l'eau sur un point donné.

II. 4. Différents domaines hydriques

Le long d'un chemin d'imbibition, l'état hydrique du sol varie. On peut définir trois domaines, plus au moins distincts suivant la nature du sol (Ruiz, 1998):

II.4. 1. Le domaine hygroscopique

L'eau se trouve sous forme adsorbée autour des grains comme il est illustré sur la figure I.8.a. La phase liquide est discontinue alors que la phase gazeuse est continue. La pression de la vapeur d'eau de la phase gazeuse n'est pas égale à la pression de la vapeur saturante. Les échanges d'eau se font par changement de phase et par filtration de la vapeur.

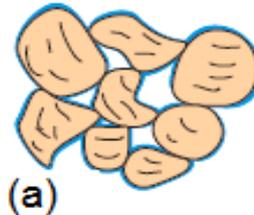


Figure I.8. a). Etat hygroscopique

II.4. 2. Le domaine pendulaire

La continuité des phases gazeuse et liquide n'est pas assurée. L'eau forme des ponts liquides entre les grains (Figure I.8.b). La filtration en phase gazeuse reste possible pour les états les plus secs. Lorsque la teneur en eau augmente, la fraction continue de la phase gazeuse diminue ; ce qui réduit la part de filtration gazeuse dans les transferts. La filtration de la phase gazeuse n'est plus possible lorsque cette phase n'existe que sous forme de poches occluses. On observe le phénomène inverse dans le cas de filtration en phase liquide. La part de filtration liquide dans les transferts est maximale pour les teneurs en eau les plus élevées et diminue avec la désaturation du milieu. La phase gazeuse est quasiment saturée en vapeur d'eau ; il y a donc peu de changement de phase. C'est dans ce domaine que le phénomène d'hystérésis est le plus marqué.

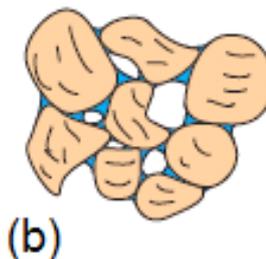


Figure I.8.b). Etat pendulaire.

II.4. 3. Le domaine funiculaire

La phase liquide est continue et la phase gazeuse se trouve sous forme de bulles occluses comme illustrée sur la figure I.8.c. Les transferts d'eau se font par filtration liquide. La phase gazeuse est complètement saturée en vapeur d'eau ; il n'y a donc plus de changement de phase. Le cas montré sur la figure I.8.d est un cas particulier de ce domaine et représente l'état saturé dans lequel la phase gazeuse a entièrement disparu.

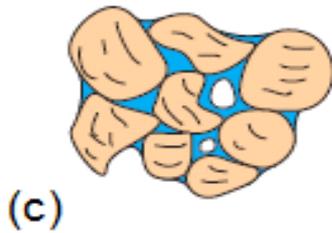


Figure. I.8.c). Etat funiculaire

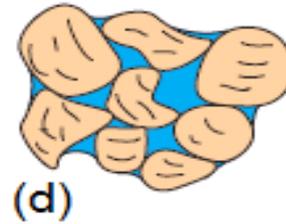


Figure. I.8.d). Etat de saturation.

II. 5. Classification des sols selon le degré de saturation

II.5. 1. Sols saturés

Les sols saturés sont des sols composés d'un solide dont les pores entre ses grains sont remplis d'eau ; la conductivité hydraulique de ces sols est le coefficient de perméabilité à saturation. Dans les sols saturés, seuls la gravité et les forces de frottement agissent au niveau des grains, qui sont essentiellement dues à la viscosité.

II.5. 2. Sols non saturés

Les sols non saturés sont composés de trois phases : une phase solide (squelette minéral et matériaux organiques), une phase liquide (eau et solutions) et une phase gazeuse (Figure I.9). La conductivité hydraulique de ces sols est une fonction de la variation de la teneur en eau volumique ou du potentiel de pression. Les écoulements dans les sols non saturés mettent en jeu toutes les phases citées précédemment. En plus de la gravité et des forces de friction, il existe des forces de surfaces très importantes qui interviennent aux niveaux des interfaces sol- eau- air, (forces de capillarité). Cependant, il apparaît que les effets moteurs prépondérants induisant l'écoulement dans un sol non saturé, sont la capillarité et la gravité.

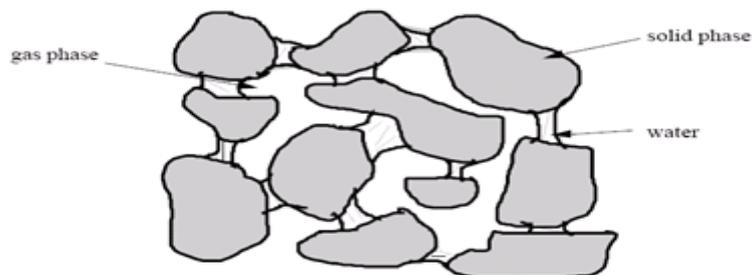


Figure I.9. Structure d'un sol non saturé.

II. 6. Répartition de l'eau dans un profil vertical de sol

La figure I.10 montre une distribution schématique de l'eau sous-superficielle dans un sol homogène. L'eau de la précipitation et / ou de l'irrigation s'infiltré par la surface ; son mouvement est vers le bas, principalement sous l'influence de la gravité. En s'accumulant, elle remplit tous les interstices de la formation de roche, au-dessus d'un certain socle rocheux imperméable.

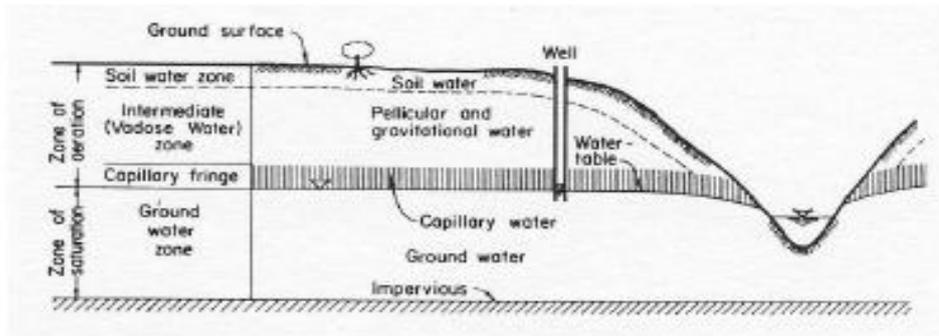


Figure. I.10. Schéma d'un aquifère (Bear, 1979).

Si on effectue une coupe sur la hauteur d'un sol (Figure I.11) dont la nappe phréatique est située sous le niveau de la surface, on obtient une répartition variable de la saturation en fonction de la profondeur. Les formations en profondeur contenant l'eau peuvent être divisées verticalement en plusieurs zones horizontales selon la proportion relative de l'espace de pores occupé par l'eau (Bear, 1979). Principalement, nous avons "une zone de saturation", surmontée par une couche appelée "la zone d'aération".

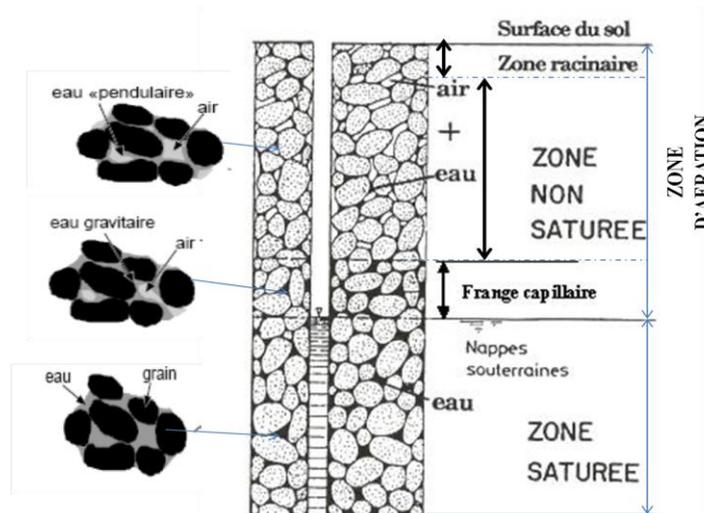


Figure. I.11. Distribution de l'eau dans un profil vertical de sol

II.6. 1. La zone saturée

Dans les figures I.10 et I.11, la zone saturée est limitée d'en haut par une nappe phréatique. L'eau dans la zone saturée est appelée l'eau souterraine, terme beaucoup plus utilisé par les hydrologues. La surface phréatique est une surface fictive, dont les points ont une pression égale à

la pression atmosphérique, conventionnellement prise nulle. Tous les pores dans cette zone sont complètement remplis de l'eau.

II.6. 2. La zone d'aération

Elle s'étend de la nappe phréatique à la surface du sol, dans laquelle les pores contiennent les deux gaz (principalement la vapeur aérienne et d'eau) et l'eau. Elle consiste en général en trois sous-zones: la zone d'eau de sol (ou zone racinaire), la zone intermédiaire (ou zone non saturée) et la zone capillaire (ou frange capillaire).

a) La zone racinaire (zone d'eau de sol)

Elle est adjacente à la surface, et s'étend de haut en bas par la zone de racine. La végétation dépend de l'eau dans cette zone, puisque les racines des plantes exigent aussi bien de l'aération que de l'eau. La distribution d'humidité dans cette zone est affectée par les conditions à la surface (les fluctuations saisonnières, les jours de précipitation, l'irrigation, la température de l'air et l'humidité) et par la présence d'une nappe phréatique peu profonde. Par contre quand la nappe phréatique est profonde, elle n'affecte pas la distribution d'humidité dans cette zone. L'eau dans cette zone se déplace de haut en bas pendant l'infiltration et vers le haut par la transpiration des plantes et l'évaporation. Temporairement, pendant une période courte d'infiltration excessive, le sol dans cette zone peut être presque complètement saturé.

Après une période prolongée de drainage par gravité sans approvisionnement supplémentaire d'eau à la surface du sol, la quantité d'humidité restant dans le sol est appelée *la capacité du sol*.

b) La zone intermédiaire

Elle s'étend du bord inférieur de la zone racinaire à la limite supérieure de la zone capillaire. Son épaisseur dépend de la profondeur de la nappe d'eau au-dessous de la surface du sol, elle n'existe pas quand la nappe phréatique est trop haute et dans le cas où le bord capillaire peut s'étendre dans la zone racinaire.

L'eau dans la zone intermédiaire est tenue en place par des forces hygroscopiques et capillaires. C'est équivalent à la capacité de terrain dans la zone d'eau de sol. Temporairement, l'eau se déplace de haut en bas dans cette zone comme l'eau libre.

c) La frange capillaire

Elle s'étend de la nappe phréatique jusqu'à la limite de la remontée capillaire ; son épaisseur dépend des propriétés du sol et de son homogénéité, principalement de la distribution de la taille des pores (Figures I.10 et I.11).

La frange capillaire n'a pratiquement pas d'épaisseur dans le matériau grossier, par contre elle s'étend de 2m à 3m et même plus dans le matériau fin (l'argile). Dans la frange capillaire il y a une diminution graduelle de l'importance de l'humidité avec la hauteur au-dessus de la nappe phréatique. Juste au-dessus de la nappe phréatique, les pores sont pratiquement saturés. En se déplaçant plus haut, seulement les pores connectés les plus petits sont remplis de l'eau.

Ainsi, la limite supérieure de la zone capillaire a une forme irrégulière. Dans la pratique, une certaine moyenne de lissage de la surface est prise comme la limite supérieure du bord capillaire, tel qu'en dessous, le sol est supposé pratiquement saturé ($S_r > 75\%$). Dans la frange capillaire, la pression est inférieure à la pression atmosphérique.

III. Écoulement de l'eau dans le sol

Les écoulements représentent une partie essentielle du cycle hydrologique. L'eau précipitée sur un bassin versant va se répartir en eau interceptée, évaporée, infiltrée et écoulee comme il est illustré sur la figure I.12. La quantité d'eau collectée puis transportée par la rivière résultera des précipitations directes sur la surface même du cours d'eau et des écoulements de surface et des écoulements souterrains parvenant à son exutoire. Et donc l'eau s'écoule en empruntant un réseau de pores de géométries complexes définies par des diamètres et des tortuosités très variables.

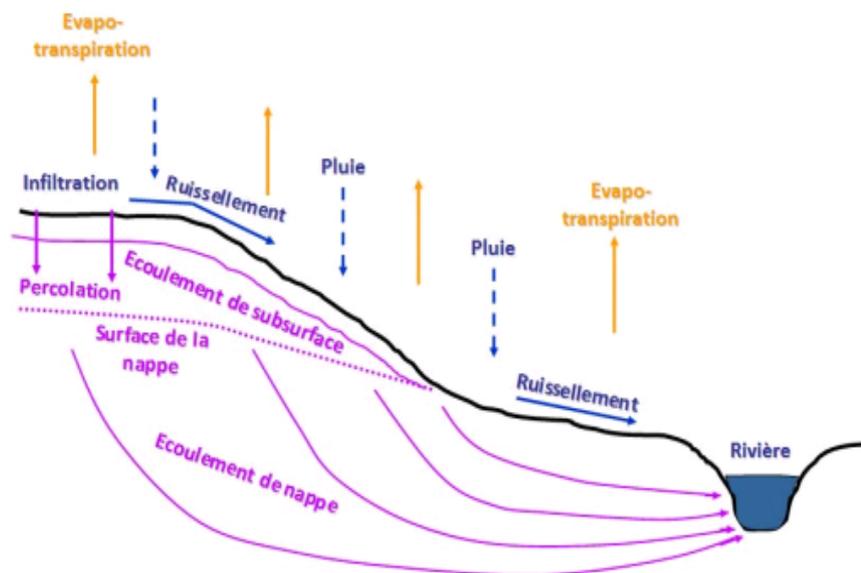


Figure I.12. Les différents types d'écoulements et le cycle hydrologique. (CSEB, 2005)

III. 1. Différents types d'écoulement dans le sol

III.1. 1. Écoulement de surface

Après interception éventuelle par la végétation, il y a un partage de l'eau de pluie disponible au niveau de la surface du sol :

- ✓ en eau qui s'infiltrate et qui contribue, par un écoulement plus lent à travers les couches de sol, à la recharge de la nappe.
- ✓ en ruissellement de surface dès que l'intensité des pluies dépasse la capacité d'infiltration du sol. Cet écoulement de surface, où l'excès d'eau s'écoule par gravité le long des pentes, forme l'essentiel de l'écoulement rapide de crue (Figure I.13).



Figure I.13. Ruissellement concentré (Corpen, 2007).

III.1. 2. Ecoulement de subsurface

Une partie des précipitations infiltrées chemine quasi horizontalement dans les couches supérieures du sol pour réapparaître à l'air libre. La présence d'une couche relativement imperméable à faible profondeur favorise ce genre d'écoulement (Figure I.14).



Figure I.14. Ecoulement subsuperficiel sur un horizon imperméable (Corpen, 2007).

III.1. 3. Ecoulement souterrain

Lorsque la zone d'aération du sol contient une humidité suffisante pour permettre la percolation profonde de l'eau, une fraction des précipitations atteint la nappe phréatique. L'eau va transiter à travers l'aquifère à une vitesse de quelques mètres par jour à quelques millimètres par an, avant de rejoindre le cours d'eau. Cet écoulement est appelé écoulement souterrain.

III.1. 4. Ecoulement dû à la fonte des neiges

Le processus de fonte des neiges provoque la remontée des nappes ainsi que la saturation du sol. Selon les cas, il peut contribuer de manière significative à l'écoulement des eaux de surface.

III. 2.L'infiltration

III.2.1.Définition de l'infiltration

L'infiltration qualifie le transfert de l'eau à travers les couches superficielles du sol, lorsque celui-ci reçoit une averse ou s'il est exposé à une submersion. L'eau d'infiltration remplit en premier lieu les interstices du sol en surface et pénètre par la suite dans le sol sous l'action de la gravité et des forces de capillarité.

III.2.2.Paramètres liés à l'infiltration

a) Taux d'infiltrations $i(t)$

Il est nommé aussi le régime d'infiltration. Il représente la quantité d'eau qui s'infiltré dans le sol par unité de temps (mm/h). En général le taux d'infiltration dépend de plusieurs facteurs, présentés dans le paragraphe suivant.

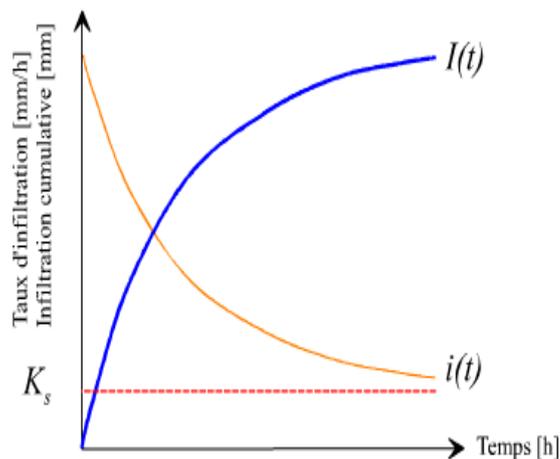


Figure I.15. Evolution générale du régime d'infiltration et de l'infiltration cumulative au cours du temps.

b) Masse infiltrée $I(t)$

C'est la quantité totale d'eau infiltrée dans le sol pour une période de temps donnée (mm). C'est l'infiltration cumulative qui est égale à l'intégrale dans le temps du taux d'infiltration $i(t)$.

La figure I.15 représente l'évolution de $i(t)$ et $I(t)$ au cours du temps. La masse infiltrée est représentée par la surface d'un profil hydrique.

c) Capacité d'infiltration (f_{max})

C'est le taux maximum d'infiltration que permet un sol, donné en (mm/h). Horton (1933) a défini la capacité d'infiltration comme étant le taux maximum d'absorption d'eau que possède un sol dans des circonstances particulières.

La capacité d'infiltration est contrôlée par :

- Le phénomène de transmission de l'eau;
- Les phénomènes contrôlant l'entrée de l'eau à la surface du sol;
- Le temps.

Les valeurs de la capacité d'infiltration du sol varient beaucoup d'un sol à l'autre en fonction de:

- Sa teneur en argile ou plus généralement de sa composition;
- La porosité du sol;
- Sa teneur initiale en eau;
- L'intensité et de la taille des gouttes de pluie;
- La végétation;
- La saison (température, travail des micro-organismes) ;
- L'air occlus dans les pores.

III.2.3. Variation du taux d'infiltration au cours d'une averse: notion du profil hydrique

Lors d'une infiltration verticale, l'humidité se propage dans un sol non saturé sous l'effet des forces gravitaires d'une part et des forces capillaires d'autre part. Si les forces capillaires dans le sol deviennent trop faibles, la diffusion capillaire devient négligeable et la charge hydraulique imposée à la surface du sol restera le seul moteur de l'écoulement.

La variabilité spatiale et temporelle de la teneur en eau est décrite par les profils hydriques successifs, représentant la distribution verticale des teneurs en eau dans le sol, à différents instants donnés. Lors de l'infiltration des eaux, on assiste à une modification du profil hydrique du sol. En effet, le front d'humidification progresse selon les apports, suivant les forces de gravité et de succion (Figure I.16).

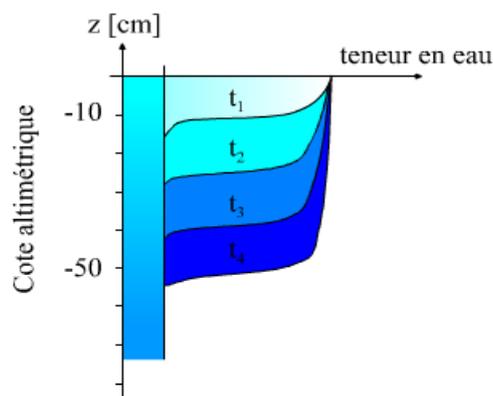


Figure.I.16. Evolution du profil au cours d'une infiltration.

Dans un sol homogène et lors du processus d'infiltration, Bodman et Colman (1943) trouvent qu'on peut diviser le modèle de distribution de l'humidité à travers le profil comme il est illustré sur la figure I.17 en:

- Une zone de saturation de faible épaisseur, qui se forme à la surface du sol;
- Une zone de transmission, représentée par une teneur en eau proche de la saturation et en apparence uniforme, où l'eau circule principalement par les macropores interconnectés ensembles. Norum et Gray (1964) ont mesuré la teneur en eau de la zone de transmission de quelques sols de la Saskatchewan au cours d'essais en irrigation. Ils ont trouvé que les niveaux d'humidité se situaient entre 60 et 80 pour cent de la saturation des pores dans le cas des tills glaciaires lourds. Ces résultats concordent avec ceux suggérés par Moore (1939), Bodman et Colman (1943) et Kirkham et Feng (1949). Marshall et Stirk (1949), Miller et Richard (1952), et Taylor et Heuser (1953) ont trouvé qu'il n'existe qu'un faible gradient de tension au niveau de cette zone et son mouvement est causé surtout par la gravité.
- Une zone d'humidification ou de mouillage qui se caractérise par une teneur en eau fortement décroissante avec la profondeur, selon un fort gradient d'humidité appelé front d'humidité, qui délimite le sol humide du sol sec sous-jacent, comme il est présenté sur la figure I.17.

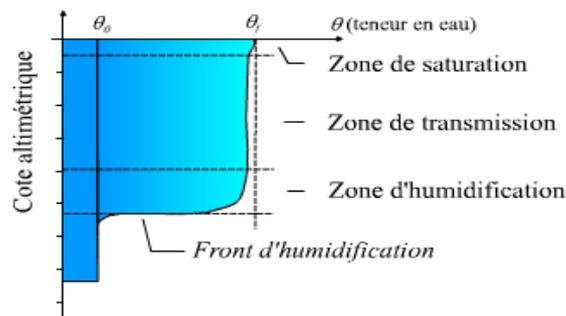


Figure.I.17. Caractéristiques du profil hydrique lors d'une infiltration.

III.2.4. Facteurs influençant l'infiltration

L'infiltration est conditionnée par les principaux facteurs ci-dessous :

a) Le type de sol

Les caractéristiques de la matrice du sol (structure, texture, porosité) influencent les forces de capillarité et d'adsorption dont résultent les forces de succion. Ces forces réagissent en partie sur l'infiltration.

b) La compacité de la surface du sol

Cette compacité est due à l'impact des gouttes de pluies (battance) ou à d'autres effets (thermiques et anthropiques). L'utilisation de lourdes machines agricoles dans les champs (Figure

I.18), peut par exemple avoir pour conséquence la dégradation de la structure de la couche de surface du sol et la formation d'une couche dense et imperméable sur une certaine profondeur (zone racinaire).



Figure I.18. Trace de passage de lourdes machines agricoles.

c) La couverture du sol

La végétation influence positivement l'infiltration en ralentissant le ruissellement de l'eau à la surface, lui donnant aussi plus de temps pour pénétrer dans le sol. Le feuillage protège le sol de l'impact de la pluie et diminue par conséquent le phénomène de battance.

d) La topographie et la morphologie

La pente et la rugosité de la surface du sol ont un grand effet sur le taux d'infiltration. En effet une forte pente favorise le ruissellement aux dépens de l'infiltration. L'analyse des expériences faite par quelques chercheurs au cours des dernières années, (Nassif et Wilson, 1975) nous permet de faire les remarques suivantes:

- Le taux d'infiltration diminue si la pente de la surface du sol augmente.
- Le taux d'infiltration augmente si la rugosité de la surface du sol augmente.
- L'effet de la pente de la surface du sol sur le taux d'infiltration diminue avec l'augmentation de la rugosité.

e) L'intensité de la pluie

Lorsque l'intensité de la pluie est inférieure à la capacité d'infiltration, l'eau s'infiltré aussi vite qu'elle est fournie. Le régime d'infiltration est déterminé dans ce cas par le régime d'alimentation ; c'est le cas au début du processus. Le temps nécessaire pour égaler la capacité d'infiltration est variable. Il dépend principalement des conditions antécédentes (initiales) d'humidité du sol et de l'averse. Le temps requis est d'autant plus long que le sol est sec et que le régime d'alimentation est voisin de la conductivité hydraulique à saturation (K_s).

Lorsque l'intensité des précipitations est supérieure à la capacité d'infiltration du sol, l'excédant d'eau s'accumule en surface formant des flaques ou bien encore s'écoule en suivant les

dénivelées topographiques ; dans ce cas on atteint le temps de submersion et on parle d'infiltration à capacité, c'est-à-dire que le régime d'infiltration est limité à la capacité d'infiltration du sol.

f) La charge d'eau appliquée à la surface

L'augmentation du débit d'alimentation, qui correspond à la charge d'eau appliquée à la surface d'un sol au cours d'une infiltration, provoque un accroissement de la vitesse d'entrée d'eau (v_0) au début de l'infiltration (Figure I.19). Cet accroissement devient de moins en moins important quand le temps d'infiltration tend vers l'infini (Philip, 1969). On peut observer le même phénomène sur la vitesse d'avancement du front d'humidification dans le sol. Lorsque le temps devient important, la pente des courbes d'infiltration tend graduellement vers la vitesse d'infiltration finale (Figure I.20).

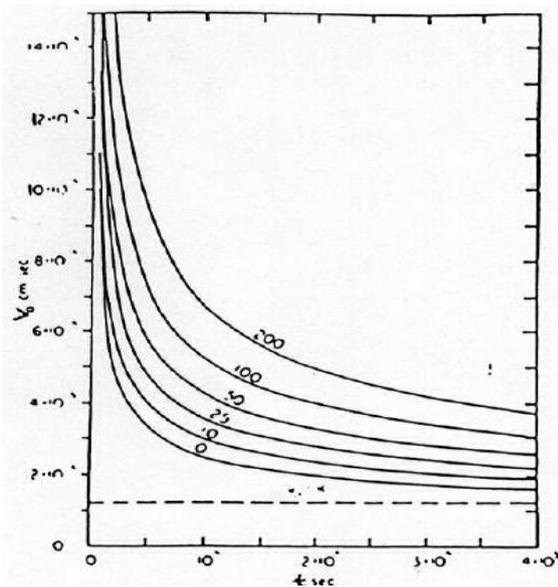


Figure I.19. Influence de la charge d'eau sur la vitesse d'infiltration v_0 dans le sol (Philip, 1969).

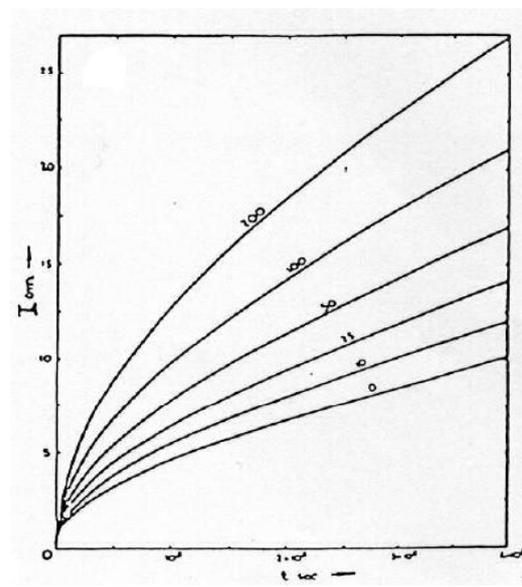


Figure I.20. Influence de la charge d'eau sur l'infiltration cumulée (Philip, 1957f).

f) La teneur en eau initiale du sol

L'humidité du sol est un facteur essentiel du régime d'infiltration, car les forces de succion sont aussi en fonction du taux d'humidité de sol. Le régime d'infiltration au cours du temps évolue différemment selon que le sol est initialement sec ou humide (Figure I.21).

Selon Philip (1957e), Bentoumi et Alimi (1993), l'augmentation de la teneur en eau initiale (θ_i) du sol provoque une diminution de la vitesse d'infiltration d'eau (v_0) dans le sol (Figure I.22). Cet effet s'atténue quand le temps d'infiltration augmente ; donc la vitesse d'infiltration finale n'est pas influencée (Philip, 1957e) ; ceci aboutit au parallélisme des courbes d'infiltration après une longue durée d'infiltration, pour une teneur en eau initiale donnée. En outre, l'augmentation de (θ_i) induit un accroissement de la vitesse d'avancement du front d'humidification dans le sol qui est due à la diminution de la capacité de stockage (Figure I.22).

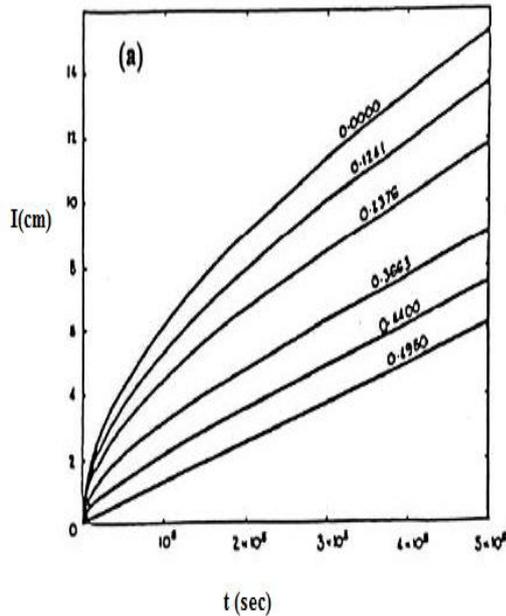


Figure I.21. Influence de la teneur en eau initiale sur l'infiltration cumulée dans le profil du sol « Yolo Light clay » (Philip, 1957e)

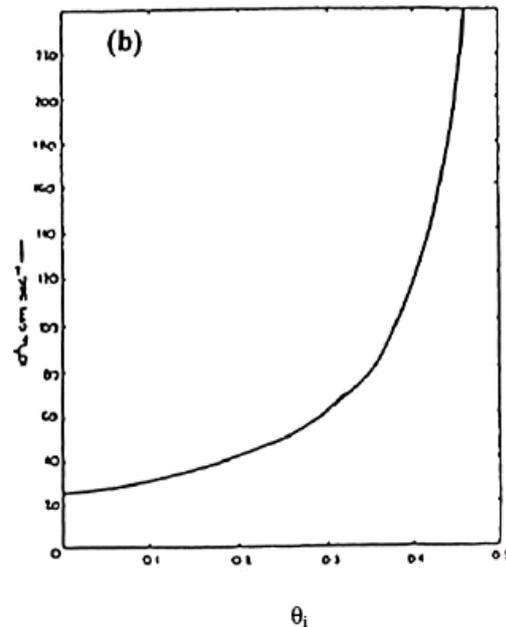


Figure I.22. Influence de la teneur en eau initiale sur la vitesse d'avancement du front d'humidification dans le profil du sol « Yolo Light clay » (Philip, 1957e)

III. 3. Modélisation du processus d'infiltration

Le processus physique de l'infiltration concerne le mouvement de l'eau dans le sol. Plusieurs modèles ont été proposés pour décrire le phénomène d'infiltration. La plus part de ces modèles ont pour but l'estimation de la valeur de la perméabilité.

Parmi les nombreux modèles existants, on peut retenir deux grandes approches à savoir :

- une approche basée sur des relations empiriques à 2, 3 ou 4 paramètres.
- une approche à base physique.

III.3. 1. Relations empiriques

Les relations empiriques expriment la variation de l'infiltration en fonction du temps à partir d'une valeur initiale (soit exponentiellement, soit comme une fonction quadratique du temps) qui tend vers une valeur limite en général (K_s) pouvant être proche de zéro.

a) Modèle de Horton (1940)

Se caractérise par sa simplicité et sa capacité de reproduire le phénomène de l'infiltration pour des cas très particuliers. Le modèle contient des paramètres difficiles à prédire parce qu'ils n'ont aucune signification physique.

La capacité d'infiltration selon le modèle de Horton s'exprime comme suit :

$$i(t) \approx i_f + (i_0 - i_f) e^{-\gamma t} \quad (I.12.a)$$

On a

$i(t)$: capacité d'infiltration au temps t (mm/h);

i_0 : capacité d'infiltration initiale dépendant surtout du type de sol (mm/h);

i_f : capacité d'infiltration finale (mm/h);

t : temps écoulé depuis le début de l'averse(h);

γ : constante empirique, fonction de la nature du sol (min^{-1}).

L'utilisation de ce type d'équation, quoique répandue, reste limitée car la détermination des paramètres i_0 , i_f et γ présente certaines difficultés pratiques. Elle est exprimée aussi sous la forme :

$$I = H - H \exp(-At) + Ct \quad (I.12.b)$$

Où H , A et C sont des constantes empiriques.

b) Formule de l'institut de l'aménagement des terres et des eaux (EPFL)

La relation est légèrement différente de celle de Horton (seulement deux paramètres); elle est du type:

$$i(t) = i_f + a e^{-bt} \quad (I.13)$$

Avec:

$i(t)$: capacité d'infiltration au temps t (mm/h);

i_f : capacité d'infiltration finale (mm/h);

a et b : coefficients d'ajustement.

Cette relation a l'avantage de permettre la recherche des relations fonctionnelles entre la capacité limite (finale) d'infiltration et la texture du sol d'une part, d'autre part entre le paramètre (a) et l'humidité volumique.

c) Modèle de Lewis et Milne (1938)

Lewis et Milne (1938) proposent une équation empirique décrivant l'évolution de l'infiltration cumulée (I) sous forme d'une fonction exponentielle du temps (équation similaire à celle de Horton).

$$I = L - L \exp(-Mt) \quad (I.14)$$

Où M , L sont des constantes empiriques.

III.3. 2. Relations semi –empiriques (les modèles à base physique)

Ces modèles décrivent d'une manière simplifiée le mouvement de l'eau dans le sol, en particulier au niveau du front d'humidification, en fonction de certains paramètres physiques. Les deux modèles suivants sont les plus connus.

a) Modèle de Green et Ampt (1911)

Le modèle repose sur des hypothèses simplificatrices qui impliquent une schématisation du processus d'infiltration. Il est basé sur la loi de Darcy et inclut les paramètres du sol, tel que les charges hydrauliques totales au niveau du front d'humidification et en surface ($H=h_0$: charge de pression de surface). Une des hypothèses du modèle de Green et Ampt stipule que la teneur en eau de la zone de transmission est uniforme.

L'infiltration cumulative $I(t)$ résulte alors du produit de la variation de la teneur en eau et de la profondeur du front d'humidification. D'après la loi de Darcy :

$$q = \frac{dI}{dt} = -K_s \frac{h_f - h_0 - Z_f}{Z_f} \quad (I.15)$$

Avec:

h_f : potentiel de pression effective au niveau du front d'humidification [cm];

h_0 : charge hydraulique imposée à la surface [cm];

Z_f : profondeur du front d'humidification [cm].

L'existence de la zone mouillée qui s'étend jusqu'au front d'humidification permet d'écrire :

$$I = Z_f (\theta_s - \theta_i) = Z_f \Delta\theta \quad (I.16)$$

où

θ_i : teneur en eau volumique initiale (cm^3/cm^3);

θ_s : teneur en eau volumique de saturation (cm^3/cm^3).

$$\frac{dI}{dt} = -K_s \left[-1 + \frac{(h_f - h_0)}{I} \Delta\theta \right] \quad (I.17)$$

L'intégration de l'équation avec la condition $I=0$ pour $t=0$ donne :

$$K_s t = I + (h_f - h_0) \Delta\theta \ln \left(1 - \frac{I}{(h_f - h_0) \Delta\theta} \right) \quad (I.18)$$

Ce modèle est essentiellement semi-empirique, puisqu'il nécessite la détermination expérimentale de la valeur de la charge de pression au front d'humidification.

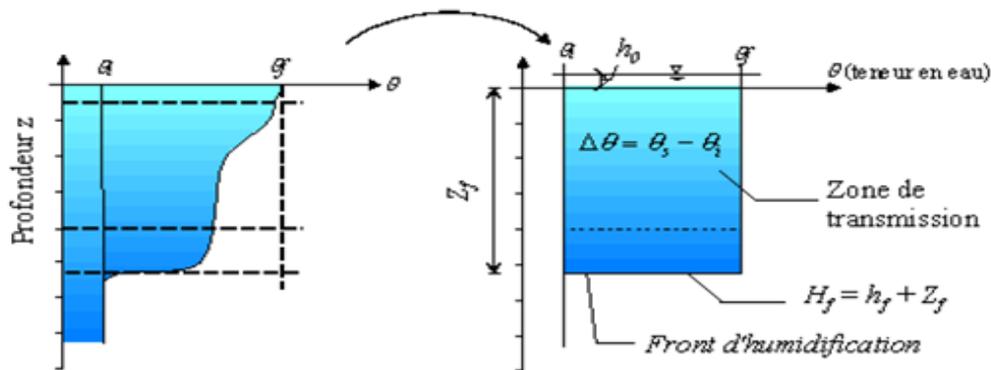


Figure 1.23. Schématisation du processus de l'infiltration selon Green Ampt. (Musy et Soutter, 1991).

b) Modèle de Philip (1957)

Pour un sol homogène et pour des conditions de faible accumulation d'eau en surface, Philip, en 1957, a développé son modèle d'infiltration qui contient des paramètres ayant une signification physique mais malheureusement, ces paramètres sont difficiles à prédire et leurs valeurs ne peuvent être obtenues que par calibration et ajustement. La limitation majeure de tous ces modèles est l'hypothèse de la hauteur négligeable d'eau accumulée à la surface.

Philip montre que pour des temps relativement faibles, l'infiltration cumulée est donnée par:

$$I(t) = S\sqrt{t} + At \quad (I.19)$$

"S" et "A" désignent respectivement la sorptivité ($\text{cm}/\text{min}^{0.5}$) et la transmissivité (cm/min) du milieu poreux. La sorptivité (S) reflète la capacité du sol à absorber l'eau par les forces de capillarité. La transmissivité (A) est la capacité du sol à absorber l'eau par les forces de gravité.

Pour des temps très grands, il est possible de représenter l'équation (I.19) (Hanks et Aschcroft, 1980) comme suit:

$$I(t) = S\sqrt{t} + K_s t \quad (I.20)$$

Par dérivation de l'équation, la vitesse d'infiltration s'écrit:

$$v_0(t) = \frac{dI}{dt} = \frac{1}{2} S\sqrt{t} + K_s \quad (I.21)$$

En représentant les résultats expérimentaux dans le diagramme (\sqrt{t} et I/\sqrt{t}), on obtient une droite. Alors il est possible de déterminer par régression linéaire les paramètres (S) et (A).

Des relations empiriques ont été proposées dans la littérature pour la détermination de ces deux paramètres, comme celles proposées par Mbagwu (1994):

$$S = 5.4((n - \theta_r) \theta_s K_s)^{0.17} \quad (I.22a)$$

$$A = 0.0058 + 0.36K_s \quad (I.22b)$$

Où, n : désigne la porosité du milieu, θ_r : la teneur en eau résiduelle, θ_s : la teneur en eau à saturation, K_s : la conductivité hydraulique à saturation.

c) *Modèle de Philip -Green Ampt*

Pour des temps faibles, l'infiltration I est petite et le terme $\frac{I}{(h_f - h_0)\Delta\theta}$ de l'équation (I.18) est beaucoup plus petit que 1. En développant le terme en \ln de l'équation en série de Taylor limitée aux deux premiers termes, on peut écrire :

$$K_s t = \frac{I^2}{2(h_f - h_0)\Delta\theta} \quad (I.23)$$

$$\text{où} \quad I = (-2K_s(h_f - h_0)\Delta\theta)^{\frac{1}{2}} \sqrt{t} \quad (I.24)$$

Par identification à la loi de Philip à l'origine.

$$I(t) = S t^{\frac{1}{2}} \quad (I.25a)$$

$$\Rightarrow S = (-2K_s(h_f - h_0)\Delta\theta)^{\frac{1}{2}} \quad (I.25b)$$

L'utilisation du modèle de Philip peut être intéressante si le sol en question est homogène et la quantité d'eau accumulée à la surface du sol est faible. Il est à noter aussi que les chercheurs qui ont tenté d'utiliser ce modèle ont constaté que le calcul de la capacité de sorption du sol est compliqué et il est difficile de prédire ce paramètre. Sa valeur ne peut être obtenue que par calibration et ajustement.

Les modèles d'infiltration représentent nécessairement des conditions initiales relativement simples. Dans les modèles d'infiltration, on suppose souvent que les teneurs en eau dans le sol sont uniformes et faibles initialement. Si la teneur en eau est plus élevée initialement, le comportement de l'infiltration change et la capacité d'infiltration initiale est moindre. Pour des conditions initiales plus complexes, nous devons avoir recours à des modèles numériques pour représenter les conditions d'infiltration.

IV. Propriétés hydriques des sols non saturés

IV. 1. Teneur en eau

Elle exprime la quantité d'eau contenue dans le milieu poreux. Elle peut être mesurée in-situ et au laboratoire.

IV.1. 1. Méthodes de mesure de la teneur en eau

Le besoin de déterminer la quantité d'eau présente dans un sol donné se manifeste fréquemment dans beaucoup d'études notamment hydrogéologiques et agronomiques. Pour sa détermination, nous avons plusieurs méthodes : les méthodes directes et celles dites indirectes.

La méthode de la mesure de la teneur en eau était d'abord destructive (Bruce et Klute, 1956), puis elle a évolué vers des techniques non destructives telle que la gammamétrie (Vachaud, 1968; Tabani, 1999 et Rolland, 2002) et la méthode de TDR (Time Domain Reflectometry).

a) Les méthodes directes

i) La méthode gravimétrique

C'est une méthode directe de détermination de la teneur en eau; elle consiste à prélever des échantillons à la tarière (Figure I.24) ou par la méthode des cylindres (Figure I.25), suivant les paramètres que l'on cherche à calculer. On les pèse puis on les fait sécher à l'étuve ventilée à 105°C jusqu'à atteindre un poids constant ; ce qui peut prendre 24 à 48h.

La teneur en eau massique sera déterminée selon l'équation (I.6) et la teneur en eau volumique selon l'équation (I.8) ; on doit donc connaître la densité sèche du sol. A cause des pesées réalisées, les teneurs en eau ainsi déterminées sont souvent qualifiées de gravimétriques.

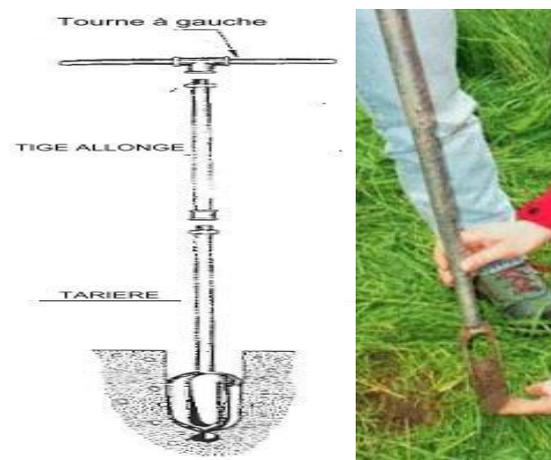


Figure I.24. Prise d'échantillon à la tarière.



Figure I.25. Prise d'échantillon par la méthode des cylindres.

La méthode gravimétrique est longue et destructive. On ne peut prélever des échantillons du sol qu'une seule fois à un endroit donné. De plus, elle impose de mesurer la densité apparente pour avoir l'humidité volumique ; opération rendue délicate par le risque de compression du sol lors de l'échantillonnage, d'où une surestimation de la densité. On constate une orientation beaucoup plus importante des chercheurs vers les méthodes indirectes qui permettent des mesures fréquentes ou continues et présentent également l'avantage d'être non destructives contrairement à la méthode gravimétrique.

b) Les méthodes indirectes

Pour pouvoir suivre l'évolution de la teneur en eau de façon continue dans les chaussées et aussi sur des échantillons de sol testés en laboratoire, diverses méthodes non destructives ont été mises au point, dont la mesure de la résistivité électrique, les méthodes à rayons gamma et les méthodes de capacité électrostatique.

i) La méthode neutronique

Les humidimètres neutroniques (ou sondes à neutrons) mesurent l'humidité volumique du sol en utilisant la propriété que les neutrons rapides sont ralentis préférentiellement par les atomes d'hydrogène, qui dans le sol sont majoritairement inclus dans les molécules d'eau.

Si on place une source radioactive qui émet des neutrons rapides, ces derniers seront d'autant plus ralentis que le sol est humide. La mesure se fait au moyen d'un tube en alliage d'aluminium enfoncé verticalement dans le sol où il est laissé en permanence (Figure I.26.a et b) ; un bon contact entre la terre et le tube est encore une condition essentielle à la précision de la mesure. La source de neutrons rapides (Radium-Béryllium ou Américium-Béryllium) est amenée à la profondeur désirée, accompagnée du détecteur de neutrons lents.

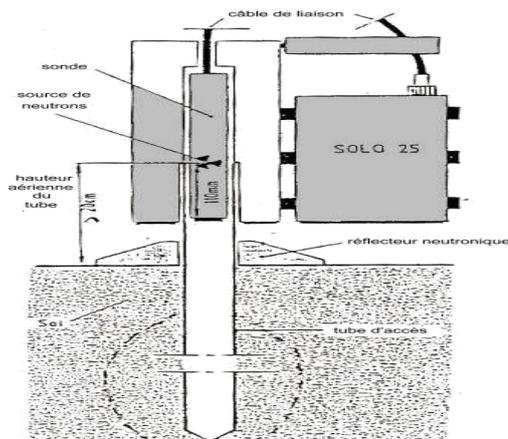


Figure I.26.a). Schéma sonde à neutrons Nordeux solo.



Figure I.26.b). Sonde neutronique employée sur le terrain.

Une fois émis par la source radioactive, les neutrons rapides entrent en collision avec les noyaux d'hydrogène qui ont une masse pratiquement identique à la leur et perdent ainsi progressivement leur énergie cinétique lors des chocs élastiques. Les neutrons ralentis se dispersent au hasard et forment un nuage autour de la source d'émission comme illustré sur la figure I.27. Une certaine proportion d'entre eux retourne vers la sonde où se trouve le détecteur de neutrons lents. La mesure consiste donc à compter pendant un temps déterminé (de l'ordre de la minute) le nombre de neutrons lents qui reviennent vers la sonde. Ce nombre est proportionnel à l'humidité volumique du sol.

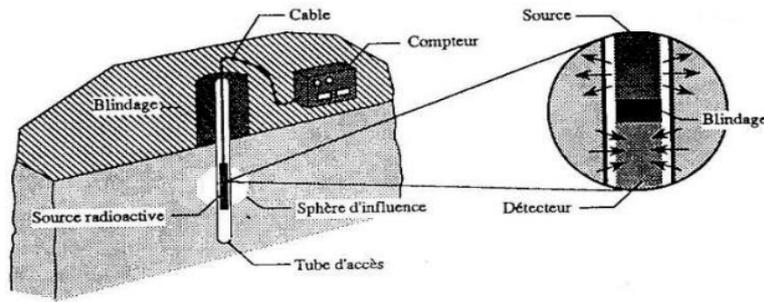


Figure 1.27. Schéma du dispositif de mesure

ii) Sonde capacitive

Cette méthode nécessite un matériel moins coûteux et consiste à mesurer la capacité d'une sonde placée dans le sol (Figure 1.28). En introduisant des électrodes dans le sol, on forme un condensateur dont la capacité "Ca" est donnée par :

$$Ca = a \cdot k_{el} \cdot \epsilon_0 \quad (I.26)$$

Avec:

ϵ_0 : constante diélectrique du vide;

k_{el} : permittivité électrique relative du sol;

a : un coefficient qui ne dépend que de la géométrie de la sonde capacitive utilisée.

Du fait qu'une constante existant entre la permittivité électrique de la plupart des minéraux et celle de l'eau ($k_{el}=80$), (k_{el}) et donc (Ca) sont fortement dépendants de la teneur en eau.

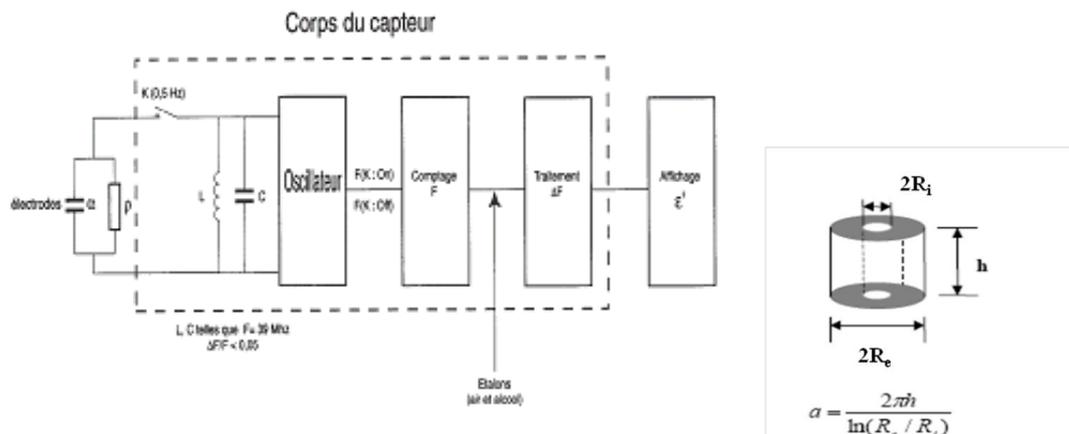


Figure 1.28. Schéma détaillé d'une sonde capacitive

Les avantages de cette technique sont :

- La non destructivité.
- La reproductibilité.

- Une bonne résolution spatiale de la mesure.
- La rapidité des mesures de l'humidité des couches de sols.
- Absence du risque de rayonnements, présent dans la méthode neutronique.

iii) La Réflectométrie dans le domaine temporel (TDR)

La méthode TDR (Time Domain Reflectometry) (Figure I.29) est introduite pour la première fois par Fellner-Feldegg en 1969, pour mesurer la permittivité diélectrique des solutions, et a été largement utilisée ces dernières années, comme une méthode simple et facile de mesure de la teneur en eau volumique des sols (Topp et al., 1980; Topp et Davis, 1985).

Plusieurs types de sondes peuvent être utilisés pour effectuer la mesure de la teneur en eau des sols par la méthode TDR, telles que les sondes bi-tiges et tri-tiges utilisées couramment sur les terrains et les sondes coaxiales utilisées pour des expérimentations contrôlées au sein d'un laboratoire.



Figure I.29. Différents composants d'un TDR

La méthode TDR présente l'avantage de mesures peu affectées par la composition du sol ou par sa salinité. En revanche, des difficultés surviennent dans les sols hétérogènes où les perturbations du milieu lors de l'insertion des tiges ou du tube sont conséquentes et se répercutent sur la qualité des mesures.

Cette méthode est utilisée dans ce travail pour mesurer l'évolution de la teneur en eau dans une colonne de sol. La description détaillée de cette méthode sera faite dans le chapitre 5.

iv) La méthode gamma métrique

Pour un essai d'infiltration réalisé sur un milieu poreux déformable, deux paramètres évoluent simultanément: la masse volumique sèche (ρ_d) et la teneur en eau volumique (θ). La gammamétrie permet de réaliser des mesures simultanées de ces deux paramètres, de façon non intrusive. La mesure de la teneur en eau se fait par absorption du rayonnement gamma. Une source radioactive envoie un rayonnement gamma tandis qu'un détecteur calcule le nombre de particules gamma qui traversent l'échantillon de sol sans subir d'interactions.

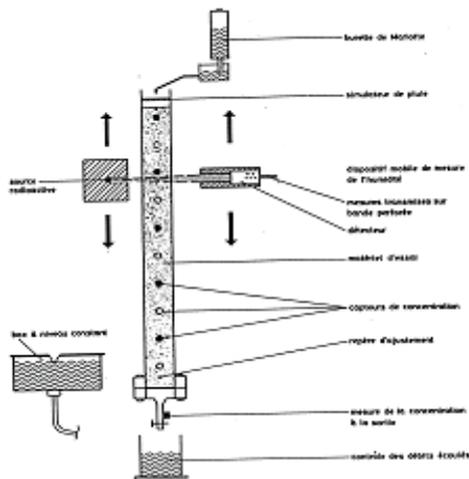


Figure I.30. Schéma du dispositif expérimental gammamétrique

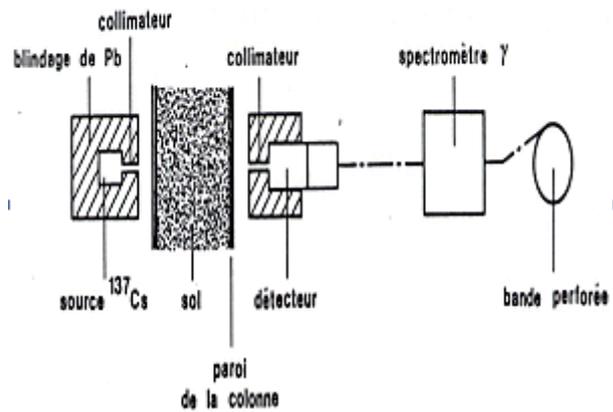


Figure I.31 Schéma du dispositif de mesure gammamétrique

IV. 2. Notions de charge hydraulique et de succion

IV.2. 1. Charge hydraulique

La charge hydraulique représente l'énergie d'une particule fluide de masse unité. Pour l'écoulement de l'eau, la charge hydraulique "**H**" a pour expression:

$$H_M = \frac{v_M^2}{2g} + \frac{u_{wM}}{\gamma_w} + Z_M \quad (I.27a)$$

Avec:

u_w : pression de l'eau;

γ_w : poids volumique de l'eau;

g : accélération de la pesanteur;

v : vitesse d'écoulement de l'eau;

Z_M : cote (altitude) du point considéré, comptée positivement vers le haut à partir d'un niveau de référence donné (convention de l'hydraulique).

Les deux premiers termes à droite de l'équation (II.27a) correspondent à l'énergie des forces extérieures et le troisième à l'énergie cinétique de l'eau en mouvement. La vitesse de l'eau dans les sols est en général très faible. Donc l'expression de (H) au point M devient:

$$H_M = \frac{u_{wM}}{\gamma_w} + Z_M \quad (I.27b)$$

IV.2. 2. Succion

La notion de la succion a été initialement introduite par les agronomes. L'utilisation de la succion pour expliquer le comportement mécanique des sols non saturés a été introduite pour la première fois par le « ROAD RESEARCH LABORATORY » au Royaume Uni (Croney et

Coleman, 1948) cités par Fredlund et Rahardjo (1993). La succion est une mesure de l'affinité entre le sol et l'eau. En général, plus le sol est sec plus la succion est grande. Pour des raisons pratiques, on considère deux contributions: la succion matricielle et la succion osmotique. La somme des deux est appelée la succion totale.

a) *Succion matricielle*

Plus généralement, c'est la différence entre les pressions de l'air et de l'eau ou la pression capillaire, qui est le paramètre déterminant des mouvements des fluides dans les milieux poreux. Comme décrit auparavant, à l'échelle d'un pore, cette différence de pression se traduit par l'existence d'un ménisque entre l'air et l'eau. Elle est caractérisée par la loi de Jurin (I.10). Pour les agronomes, la succion matricielle est, en fait, identique à la pression capillaire lorsque les contraintes externes sont nulles.

Aujourd'hui, en Mécanique des Sols, les deux notions de pression capillaire et de succion sont équivalentes. Il est à noter que la notion de succion ou de pression capillaire est une notion globale. Elle est définie dans un domaine de dimensions très supérieures aux dimensions moléculaires, qui intègre à la fois les propriétés capillaires du milieu (caractérisées par la dimension des pores) et les propriétés d'adsorption de l'argile par l'intermédiaire de l'angle de contact solide-liquide-air.

b) *Succion osmotique*

La succion osmotique " π " est identique à la pression osmotique " ψ_o ". Elle est créée par la force liée à la répulsion osmotique, lorsque des sels solubles sont présents dans l'eau. Elle dépend de leur concentration. La succion osmotique se produit en présence de matière dissoute dans l'eau qui occupe les vides de la matrice du sol. Dans les sols non saturés, les sels se concentrent par l'absence d'eau. Ce qui a pour effet d'augmenter les gradients de concentrations et de provoquer les flux de fluides par succion.

$$\pi = -\frac{\rho_w RT}{\omega_v} \ln x_w \quad (I.28)$$

Avec:

R : la constante des gaz parfaits ($R = 8.31432 \text{ J}/(\text{mol } ^\circ\text{K})$);

T : la température absolue ($^\circ\text{K}$);

ρ_w : la masse volumique de l'eau (kg/m^3);

ω_v : la masse molaire de la vapeur d'eau ($18.016 \text{ kg}/\text{kmol}$);

x_w : la fraction molaire d'eau dans la solution.

La succion osmotique existe donc dans les sols lorsque la phase liquide est une solution saline. En outre, dans les sols fins, les phénomènes d'adsorption sont liés à la succion osmotique puisqu'ils sont contrôlés par la concentration des ions présents dans la solution.

c) *Succion totale*

La succion totale du sol est la somme de deux composantes principales: la succion osmotique et la succion matricielle.

IV.2.3. Méthodes de mesure de la succion

a) Méthodes de mesure directe

i) Méthode du papier filtre

Cette méthode a été développée par Gardner en 1930 ; plusieurs recherches ont été effectuées pour son développement (Alkhafaf et Hanks, 1974; Hamblin, 1981; Houston et al. 1994; Power et al., 2008) et a été adoptée officiellement comme une méthode standard au USA (DMR (1980) et ASTM D 5298 (1992)). Cette méthode a été utilisée par Mckeen (1980) pour l'étude des dallages ou des pistes des aéroports, et par Ching et al. (1984) pour examiner les profils de succion d'une argile gonflante.

La procédure de la méthode du papier filtre peut être divisée en deux : la première pour la mesure de la succion matricielle (contact method) lorsque le papier est mis en contact direct avec le sol ; l'équilibre se fait par transfert d'eau. Le principe de cette méthode est représenté sur la figure I.32. La deuxième pour la mesure de la succion totale (no contact method) ; dans ce cas le papier est suspendu au-dessus du sol, l'équilibre sera fait par transfert de vapeur d'eau. Dans ce dernier cas l'équilibre est en fait contrôlé par l'humidité relative de la phase gazeuse autour du sol. Cette méthode a été adoptée dans plusieurs normes standards par exemple: D.M.R. (1980) et ASTM D 5298 (1992).

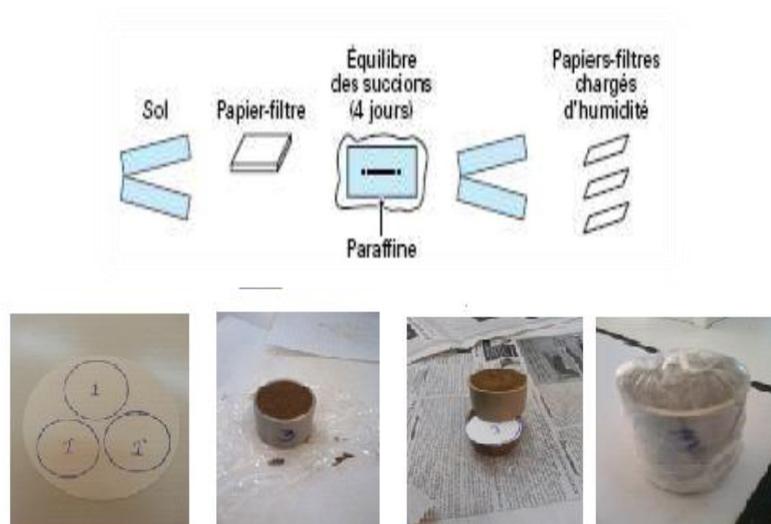


Figure I.32 Principe de la méthode du papier filtre (contact method).

L'avantage de la méthode du papier filtre est qu'elle n'est pas basée sur la haute pression atmosphérique et permet aux sols d'être évalués dans les environnements qui simulent étroitement les conditions in situ (Ridley et al., 2003).

La méthode de contact est considérée peu coûteuse, raisonnablement précise, techniquement simple et peut mesurer une vaste gamme de succion du sol (Hamblin, 1981; Chandler et Gutierrez, 1986; Houston et al., 1994; Bentoumi, 1995; Leong et al., 2002). Cette méthode est utilisée dans ce travail pour mesurer l'évolution de la teneur en eau dans une colonne de sol. La description détaillée de cette méthode sera décrite dans le chapitre 5.

ii) Méthode tensiométrique

Le tensiomètre est destiné à mesurer la pression négative de l'eau directement dans le sol. Cette pression négative représente la succion matricielle lorsque la pression d'air est égale à la pression atmosphérique. C'est la technique la plus répandue et la plus simple, essentiellement utilisée in situ.

Le tensiomètre est constitué par un petit réservoir d'eau désaérée (Figure I.33.a) dont une extrémité est recouverte par une couche de céramique poreuse imperméable à l'air, mais perméable à l'eau, afin d'empêcher le passage d'air. Il est connecté à un manomètre via un tube rempli d'eau désaérée. Pour mesurer la pression négative du sol, on introduit le tensiomètre dans un trou foré préalablement dans le sol ou dans l'échantillon (Figure I.33.a). Lorsque l'eau du réservoir est en équilibre avec celle du sol, la pression négative du tensiomètre, mesurée par le manomètre, fournit directement la pression négative de l'eau du sol.

La détermination de la variation de pression horizontalement et verticalement nécessite l'installation d'une batterie de tensiomètres (Figure I.33.b). Elle se compose d'un ensemble de tensiomètres installés à différentes profondeurs dans le sol (exemple, à 15, 30, 45, 60, 75 et 90 cm). Ils rendent possible la détermination du sens d'écoulement.

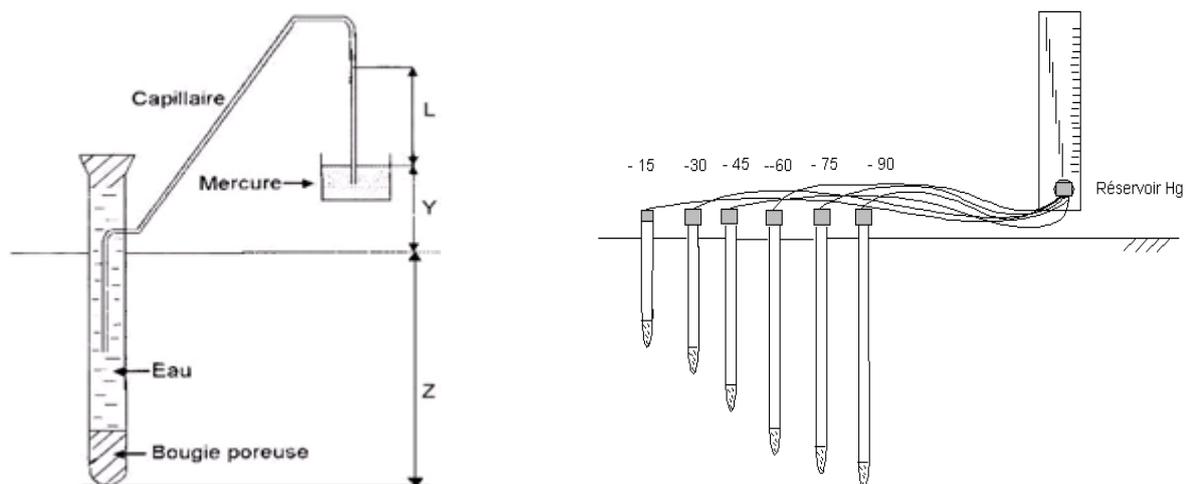


Figure I.33. (a) Tensiomètre

(b) Batterie de tensiomètres

Cette méthode est limitée à une succion maximale de l'ordre de 80 à 90 kPa à cause de la cavitation. Cette limite a pu être repoussée à une valeur étonnamment élevée de 1500 kPa dans le système tensiométrique récemment mis au point par (Ridley et Burland).

iii) Méthode psychrométrique

La méthode psychrométrique repose à la fois sur les propriétés des thermocouples et sur la relation de Kelvin décrite comme suit :

$$h = \frac{RT}{gM_e} \ln \frac{HR}{100} \quad (I.29)$$

Avec:

h : succion totale < 0 (centimètres de colonne d'eau, cm C.E.);

R : constante des gaz parfaits;

T : température absolue ($^{\circ}\text{K}$);

g : accélération de la pesanteur;

M_e : masse moléculaire de l'eau;

HR : humidité relative de l'atmosphère au voisinage du sol et en équilibre thermodynamique avec l'eau contenue dans celui-ci. (%).

On peut également l'écrire sous la forme:

$$pF = 4,035 + \log T + \log (2 - \log HR) \quad (I.30)$$

Avec: $pF = \log h$ et h en (cm).

La méthode psychrométrique est une mesure de l'humidité relative au moyen d'un thermocouple (Verbrugge, 1978) qui repose sur "l'effet Peltier" et "l'effet Seebeck" décrits brièvement ci-dessous:

Effet Peltier : Lorsqu'un courant électrique passe dans un circuit fait de deux métaux différents, une des jonctions va être chauffée, et l'autre refroidie. Ce phénomène est appelé l'effet Peltier. Il est illustré à la figure I.34(a).

Effet Seebeck : Une force électromotrice est générée dans un circuit formé de deux métaux différents lorsque les températures dans les deux jonctions sont différentes (Figure I.34.b). Elle est proportionnelle à la différence de température entre les deux jonctions. Un microvoltmètre peut être installé dans le circuit afin de mesurer cette force électromotrice.

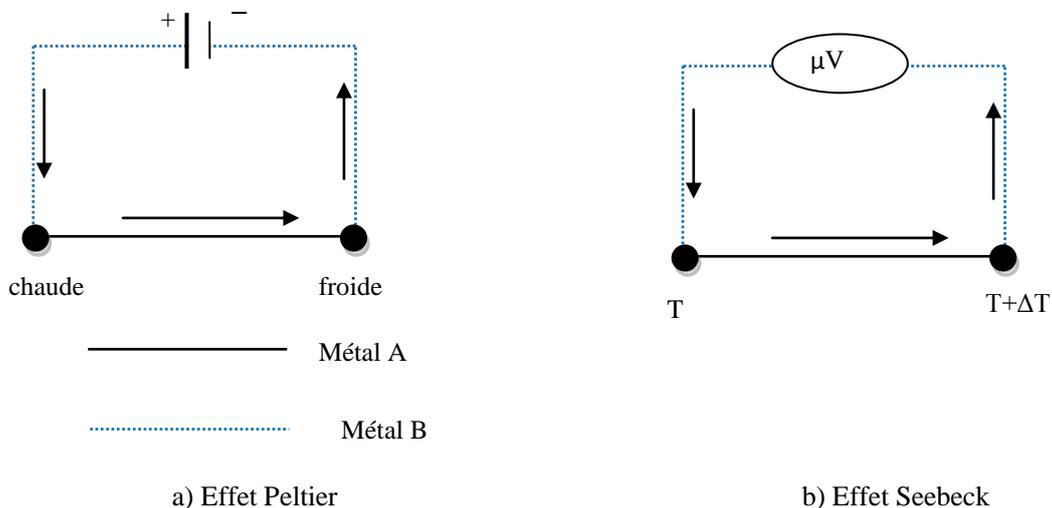


Figure I.34. Effet Peltier et effet Seebeck.

La méthode psychrométrique est une méthode assez sophistiquée dont les applications pratiques en mécanique des sols sont encore assez rares, limitée à une succion maximale de 7 MPa (95 % d'humidité relative), au-delà de laquelle les molécules de vapeur d'eau sont trop rares pour parvenir à la condensation. Cette limitation est repoussée dans le cas du psychromètre à miroir,

dans lequel la détection de la condensation est réalisée sur un miroir à température contrôlée sur lequel est projeté un rayon optique dont on analyse la réflexion. Un système électronique complet gère le refroidissement du miroir et identifie l'instant où des gouttes microscopiques perturbent le rayon optique. Des succions de plusieurs dizaines de mégapascals peuvent être ainsi mesurées.

b) Méthodes à succion imposée

Les techniques de contrôle sont conçues de telle manière qu'on puisse imposer une succion au sol et mesurer la teneur en eau correspondant à l'équilibre hydrique. Il existe essentiellement trois techniques: la méthode à solution saline, la méthode osmotique et la méthode tensiométrique.

i) Méthodes à solution saline

Une solution saline a la capacité de maintenir l'humidité relative constante. Cette humidité dépend du sel utilisé ainsi que de sa concentration. La loi de Kelvin permet de relier l'humidité relative à la succion totale. Le principe de la méthode est de disposer à l'intérieur d'une enceinte close (dessiccateur) une éprouvette de sol et de solution saline saturée (Figure I.35). Les transferts d'eau s'effectuent sous forme de vapeur entre l'échantillon et l'atmosphère au sein du dessiccateur jusqu'à l'équilibre. Une fois l'équilibre atteint, les paramètres d'état des échantillons (e , w , S_r ...) sont déterminés par pesées immergées dans du Kerdane qui est une huile non mouillante utilisée pour remplir les gros pores sans faire gonfler l'échantillon.

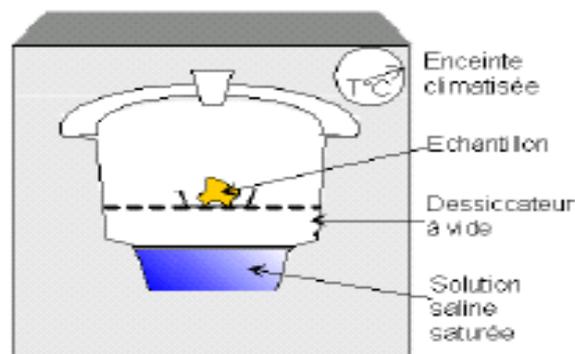


Figure I.35. Contrôle de la pression capillaire dans un dessiccateur contenant une solution saline saturée (Fleureau et kheirbek- Saoud, 2004).

Le tableau I.1 (Delage et Cui, 2000) donne les succions obtenues avec des différents sels à une température contrôlée de 20°C. On voit qu'il n'y a pratiquement pas de limite supérieure en succion. L'inconvénient principal de cette méthode est la lenteur des échanges par vapeur.

Sel	Succion (MPa)	Humidité relative HR (%)
K ₂ SO ₄	4.2	97
ZnSO ₄ .7H ₂ O	12.6	91.3
(NH ₄) ₂ SO ₄	29	81
NaCl	37.8	76
NaNO ₂	57.3	66
Mg(NO ₃) ₂	82.4	55
K ₂ CO ₃	137.8	44
KCH ₃ CO ₂	182.1	20
KOH	331.9	9

Tableau I.1 Relation humidité-succion-nature de sel (en solution aqueuse saturée) à 20°C.

ii) Méthode osmotique

Cette méthode, utilisée pour la première fois par Zur (1966) est une application directe de l'osmose. De l'eau pure et une solution de macromolécules sont mises en contact via une membrane semi-perméable qui empêche l'échange des macromolécules. La tendance naturelle est d'assurer l'équilibre des concentrations de part et d'autre de la membrane. C'est une méthode simple à mettre en œuvre pour imposer des succions comprises entre 50 et 1500 KPa. Son principe est proche de celui de la méthode tensiométrique mais l'échantillon est mis en contact avec une solution de macromolécules organique glycol (polyéthylène glycol) PEG 20000 par l'intermédiaire d'une membrane de dialyse ne laissant passer que l'eau à une pression osmotique fixée par la concentration en PEG 20000. A l'équilibre, la pression interstitielle de l'eau de l'échantillon sera égale à cette pression.

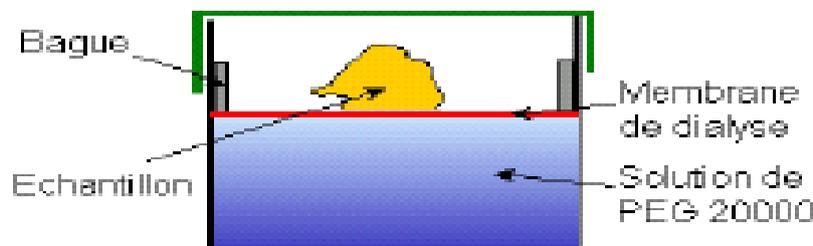


Figure I.36. Schéma de principe du montage osmotique pour la détermination des courbes de drainage-humidification (Fleureau et kheirbek-saoud, 2004).

iii) Méthode tensiométrique, Plaques tensiométriques

Cette technique consiste à mettre l'eau d'un échantillon sous tension comprise entre 0.1KPa et 10 KPa, en le mettant au contact d'une pierre poreuse en verre fritté saturée d'eau et reliée à un récipient d'altitude variable par le biais d'un tube. Un récipient placé plus bas que l'échantillon permet d'exercer une dépression égale à la hauteur d'eau (Figure I.37).

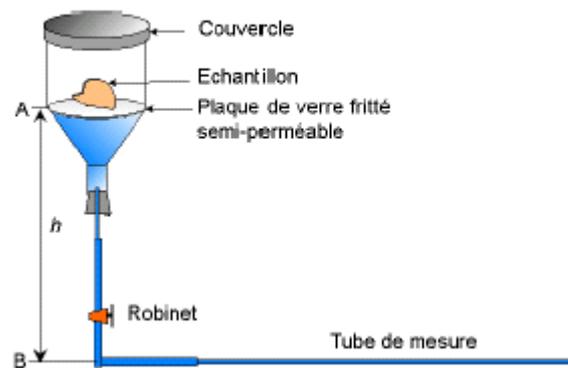


Figure I.37. Dispositif expérimental à plaque tensiométrique (Fleureau et kheirbek- saoud, 2004).

IV. 3. Relation teneur en eau – succion: notion de la courbe de rétention

IV.3. 1. Définitions et allures

La relation entre la teneur en eau et la succion est appelée la courbe de rétention. Elle exprime les variations d'intensité des forces capillaires et d'adsorption en fonction de la teneur en eau. La courbe de rétention est utilisée pour estimer les fonctions de perméabilité et de contraintes de cisaillement, qui sont essentiellement utilisées pour la modélisation du comportement des sols non saturés (Fredlund et Rahardjo, 1993; Barbour, 1999). Elle est tracée sur une échelle logarithmique de la succion.

Les paramètres qui permettent de caractériser à première vue la courbe de rétention d'un sol, sont le point d'entrée d'air et les teneurs en eau à saturation (θ_s) et résiduelle (θ_r), qui seront discutées dans les paragraphes suivants.

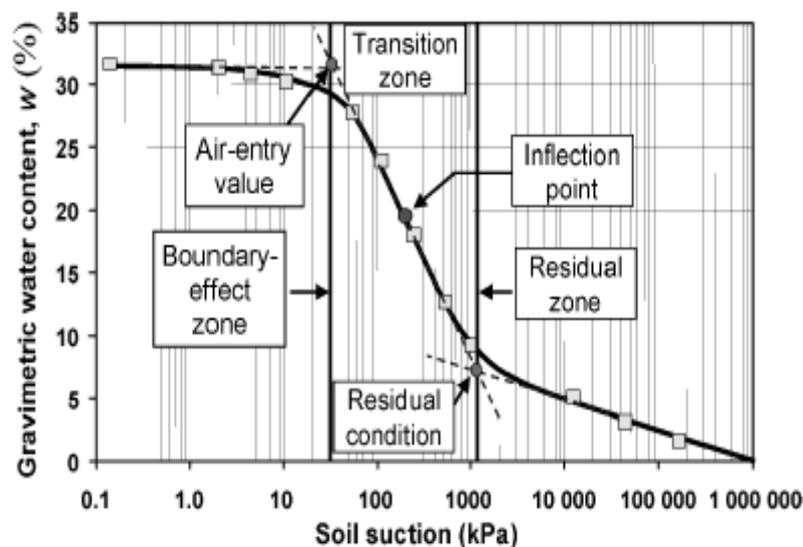


Figure I.38. Courbe de rétention du sol (Fredlund et Xing, 1994)

✧ **la pression d'entrée d'air** : Généralement, lorsqu'on applique une faible succion à la surface libre d'un sol saturé, aucun écoulement se ne produit jusqu'à ce qu'une valeur critique soit atteinte nommée "**la pression d'entrée d'air**" et notée " **h_{ea}** " comme il est illustré sur la figure I.38. Celle-ci correspond à la vidange des pores de plus grands diamètres (Dane et Topp, 2002). Une fois (h_{ea}) est atteinte et au fur et à mesure que la succion croit, la quantité d'eau en écoulement devient de plus en plus importante et un nombre supplémentaire de pores de diamètres de plus en plus petits se vident (la pression capillaire est inversement proportionnelle au rayon du pore).

✧ **indice de distribution de la dimension des pores** : est la pente de la portion linéaire du drainage. L'extrapolation de cette ligne droite jusqu'à une saturation de 100% donne la valeur de la pression d'entrée d'air (Brooks et Corey, 1966). Selon Rogowski (1971 et 1972), la pression d'entrée d'air peut être déterminée à une teneur en eau (θ_{ea}) inférieure à la teneur en eau à saturation (θ_s) comprise entre $0.8\theta_s$ et θ_s . Pour des raisons pratiques (θ_{ea}) est généralement prise égale à $0.9\theta_s$.

✧ **la teneur en eau résiduelle θ_r** : lorsque le drainage est avancé la pente de la courbe caractéristique de rétention commence à changer pour devenir pratiquement parallèle à l'axe de la succion, cette asymptote est atteinte à la valeur de "**la teneur en eau résiduelle θ_r** ". La teneur en eau résiduelle correspond au point où la phase liquide est désormais discontinue (Brooks and Corey, 1966). Selon Fredlund et Xing (1994), une façon simple de déterminer (θ_r) est de prolonger la portion linéaire du drainage et de tracer une tangente à l'asymptote à grandes succions. L'intersection des deux droites, projetée sur l'axe de la teneur en eau, correspond à (θ_r).

IV.3. 2. Facteurs influant sur la courbe de rétention

a) Texture du sol

Gardner (1958) ainsi que Brooks et Corey (1966) ont constaté que, dans les matériaux ayant une granulométrie très uniforme, les pentes de la portion linéaire de la courbe de rétention sont abruptes tandis que les matériaux de granulométrie étalée présentent des pentes plus douces (Côté, 1997). La courbe de rétention est fortement influencée par la texture des sols (Figure I.39). Les argiles, que l'on trouve souvent dans un état lâche, ont une teneur en eau de saturation bien plus élevée que celle des sols plus grenus (limons, sables). Les sols fins (argiles), de porosité plus fine, ont des succions d'entrée d'air plus élevées que les sols plus grossiers (limons, sables).

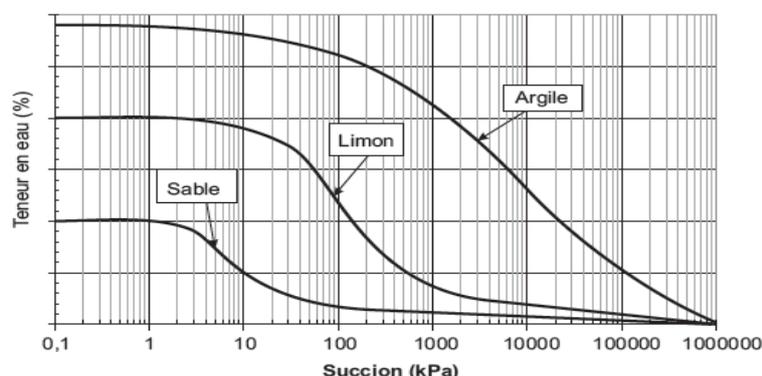


Figure I.39. Courbes de rétention pour différents types de sols. Influence de la granulométrie sur la courbe de rétention

Pour les courbes de rétention d'eau, la pression d'entrée d'air et la succion résiduelle (h_r) d'un sol diminuent lorsque D_{10} augmente (D_{10} : le diamètre en mm correspondant à 10% en masse du tamisât). Pour cette raison le sable possède une valeur de pression d'entrée d'air plus faible que celle d'une argile (Hong Yang et al., 2004). Il est à noter aussi que la pente de la courbe de rétention correspond à la pente de la courbe granulométrique du sol.

La courbe de rétention du sol peut être aussi évaluée à partir de la distribution des dimensions des grains, un certain nombre de méthodes ont été développées (par exemple, Gupta et Larson, 1979; Kovács, 1981; Arya et Paris, 1981; Haverkamp et Parlange, 1986; Fredlund et al., 1997; Aubertin et al., 2003).

b) La température

Dans de nombreuses problématiques liées au génie environnemental, il est nécessaire de prendre en compte l'effet de la température sur le comportement hydrique des milieux poreux. Parmi ces problématiques, on peut citer le stockage de chaleur (Bénet et al., 1985; Saix, 1987), les géostructures énergétiques (Laloui et al., 2003) ou encore le stockage de déchets radioactifs (Romero et al., 2001; Olchitsky, 2002; Tang, 2005). Dans chacun de ces cas, le milieu est soumis à un chargement thermo-hydrrique dont il convient de maîtriser les effets en vue d'une bonne prédiction de l'évolution du site sur le plan thermo-hydro-mécanique (Salager et al., 2006).

Un des premiers résultats concernant l'étude de la capacité de rétention d'eau des sols à différentes températures est celui de Gardner (Gardner, 1954) qui a montré, à travers une série d'expériences réalisées sur différents types de sols grenus, qu'à degré de saturation constant, la succion diminue en fonction de la température. Philip et De Vries (1957) sont les premiers à proposer un modèle prédictif de ce phénomène en prenant en compte les variations de la tension superficielle. Depuis, plusieurs travaux scientifiques se sont consacrés à l'identification des autres phénomènes physiques susceptibles d'expliquer l'effet de la température sur la courbe de rétention d'eau : augmentation de la teneur en solutés dans les milieux organiques (Nimmo et Miller, 1986), et dernièrement l'effet de l'angle de mouillage (She et Sleep, 1998; Bachmann et al., 2002; Salager et al., 2006).

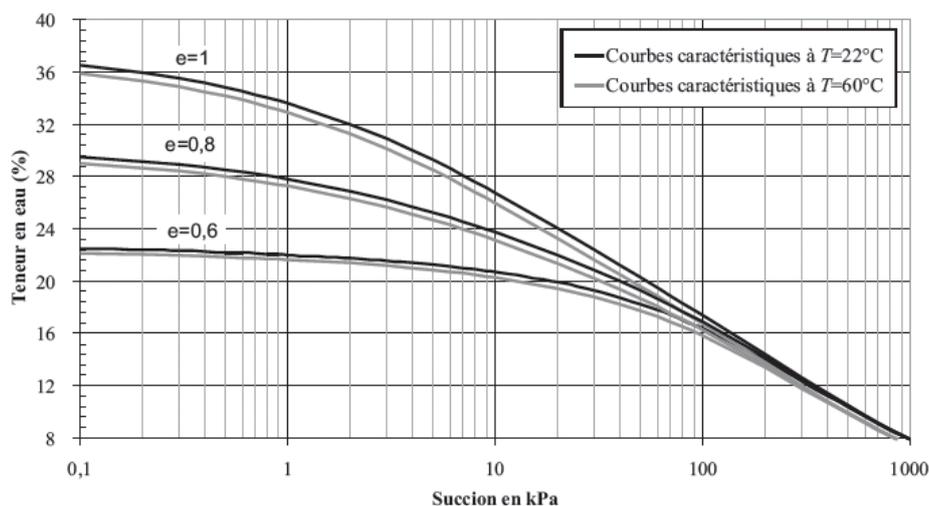


Figure I.40 Effet de la température sur les courbes caractéristiques du sable limoneux argileux pour trois valeurs d'indice des vides (Salager, 2007).

c) Incidences des bulles d'air occluses

Pour des faibles niveaux de succion, la phase liquide est continue dans le milieu et la phase gazeuse est présente sous forme de bulles occluses. Un raisonnement simple amène à penser qu'une augmentation de la température engendre une augmentation du volume des bulles d'air occluses et donc, en conditions drainées, une possible diminution de la teneur en eau (Chahal, 1965). Peck (1960) a développé un modèle thermo-hydrigue prenant en compte ce phénomène en plus de la variation de tension superficielle. Hopmans et Dane (1986) ont mesuré expérimentalement l'évolution du volume d'air occlus en fonction de la succion pour deux températures différentes (15°C et 35°C). La figure I.41 présente des résultats obtenus pour une marne sableuse. On observe que le volume d'air occlus à 15°C est nettement supérieur à celui à 35°C contrairement aux prédictions de Chahal (1965) et Peck (1960). D'après les auteurs de cette étude, l'effet de la dilatation des bulles d'air occluses serait compensé, et même dépassé, par l'augmentation de la solubilité de l'air dans la phase liquide. Hopmans et Dane (1986) concluent que dans une modélisation du comportement thermo-hydrigue, on peut négliger ce phénomène par rapport à la variation de tension superficielle.

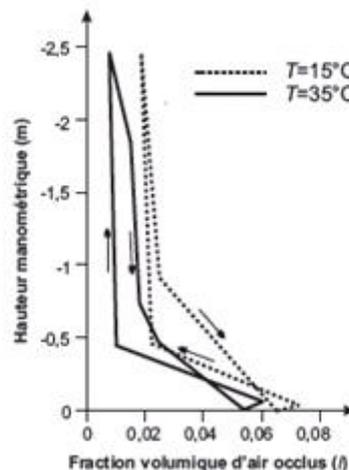


Figure I.41. Evolution du volume d'air occlus en fonction du chargement hydrique pour 15° et 35°C. cas d'une marne sableuse, (Hopmans et Dane, 1986).

d) Incidences des ponts liquides isolés

Lorsque la désaturation du milieu est assez forte, la phase liquide peut exister sous deux formes: sous forme continue dans un réseau de pores interconnectés et sous forme d'amas isolés. Liu et Dane (1993) évoquent le fait qu'au niveau de ces amas, le saut de pression de part et d'autre du ménisque n'est pas le même que dans le reste de la phase liquide. Ils développent un modèle prenant en compte ces deux types de comportement. La limitation de ce type de modèle est liée à l'impossibilité de connaître, pour chaque niveau de succion, quelle fraction de la phase liquide est présente sous forme d'amas et quel est le saut de pression correspond à chacun de ces amas.

e) *Etat de densité initiale du sol*

La valeur de la porosité est aussi très importante sur l'allure de la courbe de rétention. Pour un même sol, suivant qu'il a été par exemple plus ou moins compacté, sa porosité et la taille de ses pores varieront de façon sensible. Plusieurs études (Kawai et al., 2000; Romero et Vaunat, 2000; Karube et Kawai, 2001; Zhou et Yu, 2004) ont montré que le paramètre de la courbe de rétention le plus sensible à l'indice des vides initial est la succion d'entrée d'air. Un chargement en succion appliqué à un sol non saturé engendre une migration d'une partie de la phase liquide. A partir de la succion d'entrée d'air, le processus de drainage devient plus rapide ; cette transition dans le comportement hydrique reflète un niveau de tension capillaire limite pour le sol. Cette limite varie en sens inverse de la taille des pores et varie donc inversement par rapport à l'indice des vides. C'est pourquoi on peut admettre que la succion d'entrée d'air diminue si l'indice des vides augmente (Karube et Kawai, 2001). La figure I.42 présente les résultats obtenus par Kawai et al. (2000), sur une argile sableuse.

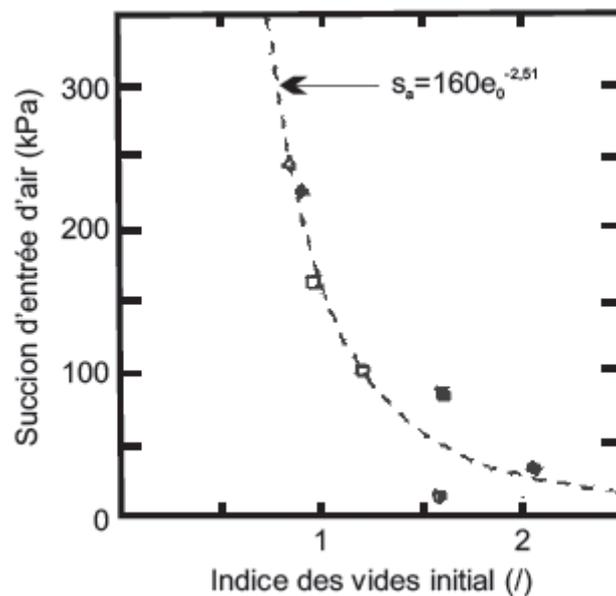


Figure I.42 Influence de l'indice des vides initial sur la succion d'entrée d'air dans le cas d'une argile sableuse (Kawai et al., 2000).

IV.3. 3. *Phénomène d'hystérésis*

La relation reliant la succion matricielle à la teneur en eau n'est pas univoque et monotone. Elle présente une forme différente selon que le chemin parcouru soit par séchage ou par remouillage. Cette dépendance entre la teneur en eau et l'état de l'eau du sol à l'équilibre selon la direction du processus y conduisant, est appelée l'hystérésis (Hillel, 1988). Ce phénomène complique l'évaluation de la rétention d'eau par le sol. Ceci est essentiellement dû à divers caractères de la porosité du sol : irrégularité des tracés et des dimensions des pores, rugosité des parois, piégeage d'air, orientation des particules d'argiles... etc.

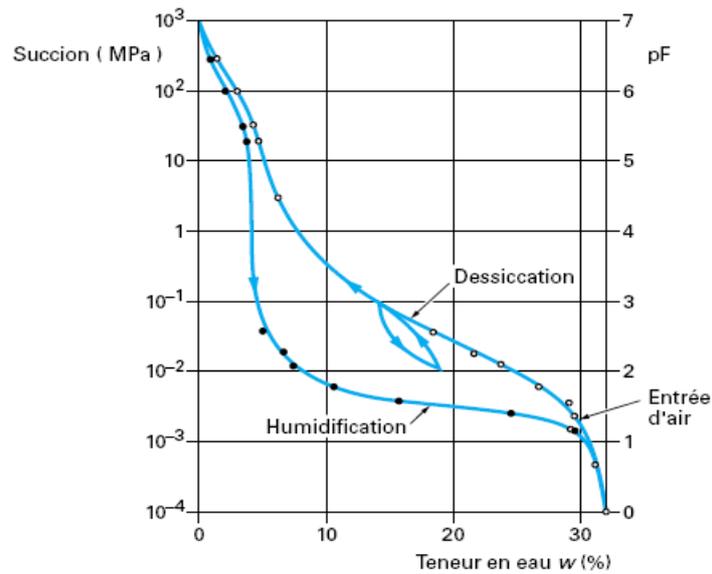


Figure I.43. Courbes de rétention d'eau d'un sable argileux (Cronney).

L'origine de l'hystérésis peut être illustrée par une goutte d'eau glissant sur une vitre (Figure I.44.c) (Bear et Verruijt, 1987). La forme dissymétrique de la goutte résulte du fait que la pression capillaire est différente suivant que l'eau pousse l'air (point bas) ou que l'air pousse l'eau (point haut), car l'angle de contact est différent dans ces deux cas.

L'hystérésis est typique des milieux poreux constitués de pores de taille variable interconnectés en parallèle ou en série, comme le montrent les schémas de la figure I.44. Dans une connexion en parallèle (Figure I.44.a), lors d'un séchage, lorsque la succion correspond à la vidange du plus gros tube, le petit tube ne se vide pas, ce qui conduit à une teneur en eau plus forte; lors d'un remouillage, la teneur en eau à la même succion est plus faible du fait que le petit tube est vide. Pour une connexion en série de pores de tailles différentes, l'effet dit effet de goulot (Figure I.44.b) entraîne également, à la même succion, une teneur en eau plus forte lors du séchage.

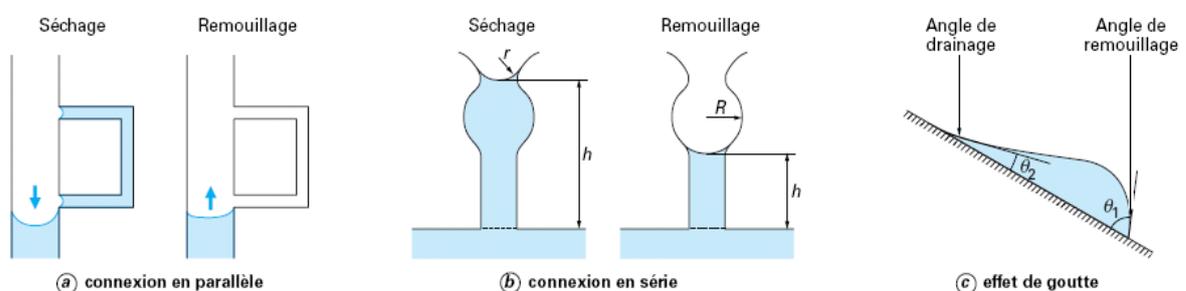


Figure I.44. Mécanismes invoqués pour l'hystérésis des courbes de rétention d'eau.

IV.3. 4. Modèles empiriques de la courbe de rétention

Il existe plusieurs modèles paramétriques qui approximent l'allure de la courbe de rétention en eau du sol. Nous pouvons définir deux types de modèles, ceux à fondement mathématique et ceux à fondement physique. Les modèles mathématiques doivent être suffisamment souples pour s'adapter à la texture et à la structure des différentes sortes de sols. Les modèles physiques utilisent directement certaines caractéristiques physiques du sol (granulométrie, densité, etc.) pour estimer les propriétés hydrodynamiques. Le tableau I.2 présente quelques exemples de ces modèles tirés de la littérature.

Modèle	Equation	paramètres
Gardner (1958)	$\theta_e(h) = \frac{1}{1 + \alpha h^n}$	α, n
Brooks and Corey (1964)	$\theta = \theta_s \quad \text{for } h \leq h_{ae}$ $\theta_e(h) = (\alpha^{-1} h)^{-n} \quad \text{for } h > h_{ae}$	α, n
Brutsaert (1967)	$\theta_e(h) = \frac{1}{1 + (\alpha^{-1} h)^n}$	α, n
van Genuchten (1980)	$\theta_e(h) = \frac{1}{[1 + (\alpha h)^n]^m}$	α, n, m
van Genuchten-Mualem (1980)	$\theta_e(h) = \frac{1}{[1 + (\alpha h)^n]^{(1-1/n)}}$	α, n
van Genuchten-Burdine (1980)	$\theta_e(h) = \frac{1}{[1 + (\alpha h)^n]^{(1-2/n)}}$	α, n
Tani equation (Tani 1982)	$\theta_e(h) = \left(1 + \frac{\alpha - h}{\alpha - n}\right) \exp\left(-\frac{\alpha - h}{\alpha - n}\right)$	α, n
Boltzman equation (McKee et Rumb 1984)	$\theta(h) = \theta_s \quad \text{for } h \leq h_{ae}$ $\theta_e(h) = \exp\left(\frac{\alpha - h}{n}\right) \quad \text{for } h > h_{ae}$	α, n
Fermi equation (McKee et Rumb 1987)	$\theta_e(h) = \frac{1}{1 + \exp[(h - \alpha)/n]}$	α, n
Fujita (1952) et Broadbridge et white (1987)	$h = \frac{\theta_{eff} - 1}{\alpha \theta_{eff}} + \frac{1}{\alpha n} \ln\left(\frac{(m-1)\theta_{eff}}{m - \theta_{eff}}\right)$	α, m
Gardner (1958) et Russo (1988)	$\theta_{eff} = \exp\left(\frac{\alpha h}{2}\right) \left(1 - \frac{\alpha h}{2}\right)^{\frac{2}{m+2}}$	α, m et $m \geq 0$
Fredlund et Xing (1994)	$\theta(h) = C(h) \frac{\theta_s}{\left(\ln[e + (h/\alpha)^n]\right)^m}$	α, n, m
Feng and Fredlund (1999)	$\theta(h) = \frac{\theta_s b + ch^d}{b + h^d}$	b, c, d
Pereira et Fredlund (2000)	$\theta(h) = \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{[1 + (h/c)^p]^a}$	a, b, c, θ_r

Tableau.I.2. Modèles empiriques de la courbe de rétention.

Les modèles de van Genuchten- Mualem (1980, 1976) et Brooks et Corey (1964) sont les modèles retenus dans cette étude ; la justification du choix et plus de détails sur ces modèles sont présentés dans le chapitre suivant.

IV. 4. Notion de perméabilité et de conductivité hydraulique

IV.4. 1. Perméabilité

Dans un sol saturé, le coefficient de perméabilité " K_s " est essentiellement fonction de l'indice des vides et de la courbe porosimétrique (La courbe porosimétrique caractérise la distribution des dimensions des pores dans le sol). Dans une analyse d'écoulement transitoire, il est souvent supposé être constant. Le coefficient de perméabilité est le résultat des forces de frottement de l'eau dans les pores du sol, forces résistant à l'écoulement. Le coefficient de perméabilité est, d'une part, proportionnel à la perméabilité intrinsèque " k " du sol et d'autre part, inversement proportionnelle à la viscosité dynamique du fluide (l'eau). Le coefficient de perméabilité (K_s) est défini comme suit :

$$K_s = \frac{k\rho_w g}{\eta_w} \quad (I.31)$$

Avec:

K_s : coefficient de perméabilité (m/s);

k : perméabilité intrinsèque du sol (m²);

g : accélération gravitationnelle (m/s²);

ρ_w : masse volumique de l'eau (kg/m³);

η_w : viscosité dynamique de l'eau (Pa.s).

La perméabilité intrinsèque est une caractéristique d'un sol et est fonction de la taille des pores et de la distribution des différentes tailles de pores, de la tortuosité, et finalement de la texture du sol où les différents minéraux avec leurs surfaces spécifiques définissent l'intensité des forces d'adsorption dont découlent les frottements.

IV.4. 2. Conductivité hydraulique

Dans un sol non saturé, le coefficient de perméabilité appelé généralement "*la conductivité hydraulique*" n'est pas constant. Il varie en fonction de la variation de l'indice des vides et de la saturation. Physiquement, au fur et à mesure que le sol se déshydrate, l'air occupe de plus en plus le volume des pores de sorte que le trajet de l'eau devient de plus en plus étroit et tortueux. Par conséquent, la conductivité hydraulique diminue fortement lorsque la saturation diminue. Cette dernière est fortement influencée par la variation de la succion. L'effet de la variation de l'indice des vides sur le coefficient de perméabilité est faible par rapport à l'effet de la saturation. Dès lors, pour l'analyse d'écoulements transitoires dans un sol non saturé, la conductivité hydraulique $k(\theta)$ est souvent exprimée soit en fonction de la saturation qui est liée à la succion (h), soit directement en fonction de la succion elle-même (Fredlund et Rahardjo, 1993).

IV.4. 3. Méthode de mesure de la perméabilité

a) Dans les sols saturés

Il existe différentes méthodes de laboratoire qui permettent d'estimer la conductivité hydraulique à saturation. Les dispositifs de mesure les plus répandus sont le perméamètre à charge

constante et le perméamètre à charge variable. L'utilisation de ces instruments ne peut se faire que si les écoulements latéraux le long des parois du contenant sont évités, par exemple grâce à la paraffine (Hillel, 1998c).

Les mesures in-situ du coefficient de perméabilité à saturation sont les plus facilement réalisées sous la nappe phréatique. Par exemple, la méthode du trou de tarière (auger hole) permet de mesurer la perméabilité en présence d'une nappe proche de la surface du sol. Elle est surtout utilisée dans les projets de drainage, pour calculer l'espacement des drains. Elle est basée sur l'analyse de la vitesse de remontée de l'eau dans un trou creusé sous le niveau de la nappe préalablement rabattue. Un autre exemple est la méthode du piézomètre. En enfonçant un tube crépiné dans un trou de tarière ménagé sous le niveau de la nappe, on peut mesurer la vitesse de la remontée d'eau sur une zone de dimensions connues (Chossat, 2005).

Des techniques ont également été développées pour des mesures au-dessus du niveau de la nappe. Par exemple la méthode d'apport d'eau dans un puits peu profond (shallow well pump in) permet de mesurer la perméabilité de la couche superficielle peu perméable d'un sol, reposant sur une couche plus perméable où un trou est rempli d'eau et une charge d'eau constante est maintenue jusqu'à ce que le débit d'infiltration soit constant. Le perméamètre de Guelph a été mis au point pour les sites ne présentant pas de nappe. La charge constante est maintenue par une bouteille de Mariotte et l'eau s'infiltré par une crépine au bout d'un tube enfoncé au fond d'un trou de tarière. La méthode du double anneau permet de faire des mesures d'infiltration sous faible charge, sous une surface de sol bien délimitée: l'anneau central (Chossat, 2005). A cause de l'hétérogénéité du sol, principalement du point de vue de la macroporosité, les valeurs mesurées du coefficient de perméabilité à saturation dépendent de l'échelle de la mesure (Hillel, 1998c).

b) Dans les sols non saturés

Il existe des méthodes de mesure de la conductivité hydraulique en milieu non saturé, en laboratoire ou sur le terrain. Les méthodes de laboratoire permettent généralement de déterminer à la fois les propriétés de rétention et de conductivité hydraulique.

Parmi les méthodes de terrain, on peut citer:

i) L'infiltration par aspersion

Le principe de cette méthode est que l'apport continu et constant d'eau dans le sol, à un débit inférieur à la conductivité hydraulique à saturation du sol, établit finalement une répartition stable de l'humidité dans le profil. L'inconvénient de la méthode est qu'elle requiert un équipement élaboré, qui doit être maintenu en place durant de longues périodes. Parmi les autres problèmes, on peut citer la difficulté de travailler aux succions élevées, pour lesquelles le flux est très faible, et la difficulté d'éviter l'effet de l'impact des gouttes sur le sol, qui peut réduire l'infiltration, suite à la formation d'une croûte superficielle (Hillel, 1998a).

ii) la méthode d'infiltration contrariée: l'infiltration au travers d'une couche présentant une résistance hydraulique non nulle

Cette méthode se base sur le fait qu'une couche présentant une certaine résistance hydraulique, placée à la surface du sol, peut être utilisée pour réaliser les conditions aux limites

désirées, pour mesurer la conductivité hydraulique du sol sous-jacent en fonction de son humidité. L'effet de cette couche, par exemple une membrane poreuse ou une couche de sable et de gypse, est le maintien d'un potentiel hydrique négatif dans le profil durant l'infiltration.

iii) le drainage interne et l'infiltration sous tension.

La méthode de drainage interne, aussi appelée profil instantané, permet la détermination du flux d'eau et des solutés qui lui sont associés, dans la zone d'absorption racinaire. Le sol est d'abord humidifié, puis recouvert pour empêcher l'évaporation. Seul un flux unidimensionnel vertical est considéré. Les changements de teneur en eau et de potentiel hydrique dans le profil du sol sont ensuite analysés. La teneur en eau est mesurée grâce à une sonde à neutrons ou une sonde TDR, tandis que le potentiel est mesuré par des tensiomètres. Cette méthode permet donc de minimiser l'altération de la structure du sol. Elle est cependant assez laborieuse (Hillel, 1998a; Dane et Topp, 2002).

Parmi les méthodes les plus utilisées au laboratoire on peut citer:

iv) Méthode de Gardner

Gardner a proposé une technique basée sur l'utilisation de la cellule de Richards (Delage et Cui, 2000), qui consiste à suivre au cours du temps la quantité d'eau sortant d'un échantillon soumis à partir de l'instant $t=0$, à un incrément positif de pression d'air, qui correspond à une augmentation de succion. La conductivité hydraulique est déduite de l'application simplifiée de l'équation de Richards à cet écoulement de la façon suivante :

- On suppose que l'incrément de pression est suffisamment faible pour permettre d'admettre que la diffusivité $D(\theta) = K(\theta) \frac{\partial h}{\partial \theta}$ varie peu et peut être considérée comme constante pendant l'expulsion de l'eau.
- On suppose également que $K(\theta)$ ne varie pas significativement avec z ; ce qui permet d'obtenir l'expression suivante simplifiée de l'équation de Richards:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \quad (II.32a)$$

En tenant compte des conditions aux limites particulières à l'essai, Gardner utilise la solution exacte en série de Fourier, qui permet d'obtenir la quantité d'eau $Q(t)$ extraite à l'instant (t) en fonction de la quantité totale d'eau extraite Q_∞ selon la relation :

$$Q(t) = Q_\infty \left[1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_0^\infty \frac{1}{(2m+1)^2} \exp \left[-(2m+1)^2 \pi^2 \frac{Dt}{4L^2} \right] \right] \quad (II.32b)$$

Avec L : la longueur de drainage, D : diffusivité, Q_∞ : quantité totale d'eau extraite.

Gardner a montré que pour $t > \frac{4L}{3\pi^2 D}$, le second terme de la série est inférieur à 1% ; ce qui permet de ne conserver que le premier et d'obtenir la relation suivante :

$$\ln[Q_\infty - Q(t)] = \ln \frac{8Q_\infty}{\pi^2} - \pi^2 \frac{Dt}{4L^2} \quad (II.32c)$$

La variation de $\ln[Q_\infty - Q(t)]$ en fonction du temps est bien linéaire et permet de déterminer la diffusivité (D) puis la perméabilité $K(\theta)$ au degré de saturation correspondant aux suctions appliquées selon la relation:

$$K(\theta) = D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial h}$$

v) Méthode du profil instantané

La méthode du profil instantané consiste à imposer une infiltration à une extrémité d'une colonne de sol et à mesurer les variations spatio-temporelles $\theta(z,t)$ ou du potentiel hydrique $h(z,t)$. Les méthodes de mesure de $\theta(z,t)$ se font par sectionnement de la colonne (Bruce et Klute, 1956; Bentoumi et Alimi, 1996) ou par des méthodes non destructives telle que la méthode de TDR (Topp et al., 1980; Alimi et Gaidi, 1999). Par contre le potentiel hydrique peut être mesuré par tensionmétrie (Vachaud et al., 1974), soit par psychrométrie (Daniel, 1982).

Pour un fluide incompressible l'équation de continuité s'écrit :

$$\frac{\partial q}{\partial z} = -\frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (I.33)$$

L'intégration de (I.33) entre deux positions z_1 et z_2 donne :

$$q(z_1, t) - q(z_2, t) = \frac{\partial}{\partial t} \int_{z_1}^{z_2} \theta(z, t) dz \quad (I.34)$$

Si pour une position $z = L$ on a un flux nul :

$$q(t) \Big|_z = \frac{1}{\Delta t} \int_0^L (\theta(z, t + \Delta t) - \theta(z, t)) dz \quad (I.35)$$

Donc à partir de l'équation de Darcy généralisée :

$$q = -K(\theta) \text{Grad}(H) \quad (I.36)$$

Et de l'équation (I.35), on peut calculer la conductivité hydraulique comme suit:

$$K(t) \Big|_z = -\frac{q(t) \Big|_z}{\frac{\partial H(t)}{\partial z} \Big|_z} \quad (I.37a)$$

Cette équation permet d'écrire la conductivité hydraulique à chaque instant (t) et à la position (z) comme suit:

$$K(\theta) \Big|_{z,t} = - \frac{q(\theta) \Big|_z}{\frac{\partial H(\theta)}{\partial z} \Big|_z} \quad (I.37b)$$

Avec $H(\theta)$: potentiel total de l'eau.

vi) Méthode du régime permanent

La méthode du régime permanent ressemble à un essai de perméabilité classique à charge constante. On impose un gradient de pression d'eau constant dans un échantillon, on mesure le débit d'eau lorsque le régime stationnaire est atteint et on déduit le coefficient de perméabilité par la loi de Darcy. Mais ici, une succion constante est imposée à l'échantillon à l'aide du principe de la translation d'axe (méthode de surpression d'air). La figure I.45 ci-dessous schématise le principe de cette méthode (Fleureau et Taibi, 1995).

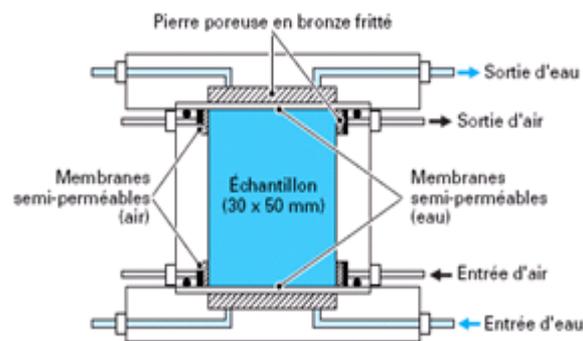


Figure I.45. Système de détermination de la perméabilité à l'eau et à l'air des sols non saturés, en régime permanent

Une pression d'air (u_a) est appliquée entre deux pierres poreuses à haute pression d'entrée d'air. Ainsi, la valeur moyenne de la succion (h_m) imposée dans l'échantillon (Fredlund et Rahardjo, 1993) est:

$$h_m = u_a - \left(\frac{u_w + (u_w + \Delta u_w)}{2} \right) = u_a - u_w - \frac{\Delta u_w}{2} \quad (I.38)$$

Les essais peuvent être répétés en appliquant différents niveaux de succion. Ainsi, on peut déterminer l'évolution de la perméabilité en fonction de la succion. En général, les résultats obtenus sont relativement précis. Cependant, du fait que la perméabilité des sols non saturés est relativement basse, surtout dans la gamme des hautes succions, la vitesse d'écoulement est extrêmement lente. En conséquence, la durée d'un tel essai est souvent assez longue. La deuxième difficulté est de maintenir un bon contact entre l'échantillon et les pierres poreuses afin d'assurer la continuité de l'écoulement d'eau. En effet, le volume du sol peut diminuer lorsqu'on applique

une succion élevée (Fredlund et Rahardjo, 1993).

IV.4.4. Facteurs influant sur la perméabilité

Murray (1995) a regroupé en quatre classes les propriétés des matériaux granulaires qui ont une influence sur la conductivité hydraulique.

- Propriétés des particules: (dimensions et classe des particules, forme des particules (arrondie, angularité, etc...) et texture des particules (rugosité)).
- Arrangement des particules: (densité du compactage et configuration des particules (orientation, alignement, ségrégation)).
- Caractéristiques des pores : (forme et distribution du volume des pores et tortuosité (longueur du chemin d'écoulement)).
- Propriétés du perméant : (viscosité et densité du perméant).

a) Structure du sol

La conductivité hydraulique dépend de la structure du sol par la géométrie de l'espace poral dont l'influence peut être analysée à l'aide de trois paramètres: le rayon des pores, leur tortuosité et leur connectivité.

- ✧ **Le rayon des pores** : la relation entre la conductivité hydraulique et le rayon des pores est montré par la loi de Poiseuille comme suit :

$$K_s = \alpha R_m^2 \quad (I.39)$$

Avec, R_m : le rayon moyen des pores

K_s : la conductivité hydraulique en milieu saturé en eau

Cette relation met en évidence le rôle important des pores de grandes dimensions dans le transport d'eau. Des expressions plus ou moins compliquées ont été développées pour établir les relations entre la conductivité hydraulique et la distribution des pores (ex: Childs et Collis – Georges, 1950; Mualem, 1976; van Genuchten et Leij, 1991; Gimenez et al., 1997).

- ✧ **La tortuosité**: ce concept a été introduit par Carmen (1937), et discuté en détail beaucoup plus tard par Childs (1969). D'une façon générale, la tortuosité est définie par le rapport entre la longueur réelle des chemins suivis par le transport et la longueur apparente de ces chemins (Figure I.46). La conductivité hydraulique est une fonction décroissante de la tortuosité. Pour l'écoulement de la phase liquide, la tortuosité ne correspond qu'aux chemins où la phase liquide est mobile contrairement à la diffusion moléculaire pour laquelle la tortuosité concerne l'ensemble des pores.

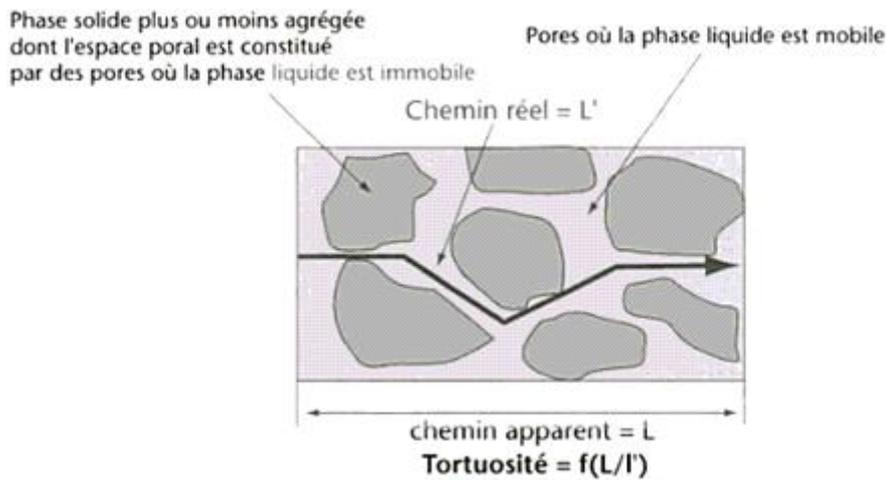


Figure I. 46. Tortuosité relative à l'écoulement de la phase liquide (source Raoul Calvet, 2003)

✧ **La connectivité** : l'écoulement de l'eau se fait à travers la porosité interconnectée. Cet écoulement est très rapide dans les macropores, ce qui augmente la conductivité hydraulique, par contre il est très lent à travers la microporosité, ce qui la rend plus faible.

b) Texture du sol

Dans les sols à texture grossière, presque toute l'eau reste parfois dans les interstices aux points de contact entre les particules, formant ainsi des poches d'eau séparées et discontinues. Ceci explique que la transition de la saturation à la désaturation entraîne en général une baisse rapide de la conductivité hydraulique qui peut diminuer de plusieurs ordres de grandeur au fur et à mesure que la succion passe de 0 à 10^5 Pa. La conductivité hydraulique des sols sableux non saturés décroît plus vite et devient même inférieure à celle des sols argileux au fur et à mesure que la succion augmente. La figure I.47 représente la relation entre le diagramme des textures et la conductivité hydraulique.

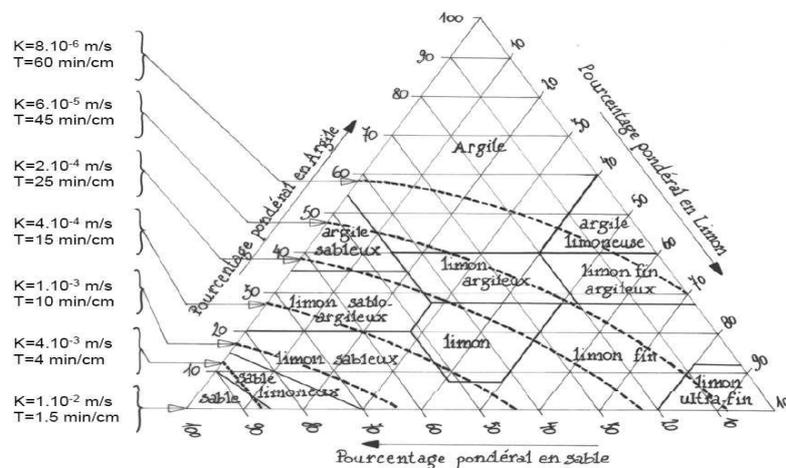


Figure I.47. Relation entre diagramme des textures et conductivité hydraulique (Xanthoulis, FUSAGX).

c) *Température*

Son influence a été reconnue depuis longtemps (Bouyoucos, 1915) selon Nielsen et al. (1986), mais a fait l'objet de très peu d'observations. Son effet est attribué aux variations de viscosité avec la température. Précédemment, il a été montré que la conductivité hydraulique est inversement proportionnelle à la viscosité. Au fur et à mesure que la température augmente, la viscosité diminue ainsi ayant pour conséquence une plus grande perméabilité.

d) *Phénomène d'hystérésis*

La relation entre la conductivité hydraulique et la succion dépend aussi du phénomène d'hystérésis car à une même succion donnée, un sol qui se dessèche contient plus d'eau qu'un sol qui s'humecte. Cependant la relation $K(\theta)$ semble moins affectée par le phénomène de l'hystérésis que la relation $K(h)$ (Topp et Miller, 1966).

IV. 5. Relation conductivité hydraulique/ teneur en eau ou succion

Etant donné qu'une estimation de la courbe de conductivité hydraulique $K(\theta)$ est plus difficile à obtenir expérimentalement que celle de la courbe de rétention $h(\theta)$, des techniques d'optimisation inverse par l'ajustement de la solution de l'équation de Richards ont été développées afin d'exprimer la relation entre la conductivité hydraulique et les variables (θ) et (h) . Pour cela plusieurs expressions analytiques et empiriques ont été proposées pour donner l'expression de la conductivité hydraulique $K(\theta)$ ou $K(h)$.

IV.5. 1. *Modèles analytiques*

Le modèle analytique le plus utilisé pour la définition de la conductivité hydraulique à l'échelle macroscopique découle de la loi de Darcy (I.36) comme suit:

$$K(\theta) = -\frac{q}{\nabla H} \quad (I.40)$$

L'application de cette équation pour l'écoulement dans les sols non saturés est plus limitée, contrairement au cas des sols saturés. La dépendance de la conductivité hydraulique des propriétés du fluide et de la matrice solide, ainsi que les processus de séchage-humidification sont beaucoup plus complexes. Toutefois, la loi de Darcy généralisée est largement adoptée comme un cadre théorique qui s'applique à une large gamme de sols non saturés, en admettant que la conductivité hydraulique est une fonction de la teneur en eau et du potentiel hydrique pour un sol et un fluide donnés.

D'autres solutions analytiques ont été développées, telle que celle dérivée par Wooding (1968), exprimée comme suit:

$$K(h_0) = \frac{Q(h_0)}{\left(\pi r_0^2 + \frac{4r_0}{\alpha^*}\right)} \quad (I.41)$$

Où:

$K(h_0)$: la conductivité hydraulique non saturé sous la tension h_0 [LT^{-1}];

Q : l'infiltration à flux constant [L^3T^{-1}];

r_0 : le rayon de disque [L];

α^* : le nombre sorptif [L^{-1}] (White et Sully, 1987).

La solution analytique de Wooding a deux inconnues : la conductivité hydraulique $K(h_0)$ et le nombre sorptif (α^*).

IV.5. 2. Modèles empiriques

Les formules empiriques exprimant la conductivité hydraulique en fonction de l'état hydrique du sol peuvent être intéressantes dans le cas où l'on dispose d'un certain nombre de données expérimentales. Elles permettent d'approcher, d'interpoler ou d'extrapoler la courbe expérimentale et de simplifier ainsi la procédure numérique pour la modélisation, de gagner en temps de calcul et d'augmenter la précision.

Dans une étude critique des différentes méthodes de prédiction de la conductivité hydraulique des sols non saturés, Mualem (1986) récapitule les formules empiriques les plus fréquemment utilisées (tableau I.3). Les coefficients dans ces formules sont déterminés par ajustement aux données de mesures. Quand le nombre de mesures disponibles est supérieur au nombre des coefficients, une procédure de lissage de la courbe peut être adoptée pour minimiser l'erreur.

Toutefois, l'approche empirique est à utiliser avec certaines restrictions. En effet, aucune relation n'est valable pour tous les cas et même si une formule s'avère adéquate pour une classe de sol, il faut remarquer que les coefficients peuvent varier considérablement d'un sol à un autre. Il convient de signaler en plus, qu'à cause du phénomène d'hystérésis, toutes les formules sont à employer pour un processus monotone: séchage ou humidification. Quand les deux processus s'alternent, il est nécessaire de réajuster les coefficients et parfois même d'adopter une autre formule.

Le tableau I.3 montre quelques relations empiriques proposées dans la littérature.

Modèle	Expression	paramètres
Richards (1931)	$K(h) = ah + b$	a et b constantes empiriques
Irmay (1954)	$K(S_r) = \left(\frac{S_r - S_{r_{res}}}{1 - S_{r_{res}}} \right)^3 K_s$	S_r : degrés de saturation; $S_{r_{res}}$: degrés de saturation résiduelle
Wind (1955)	$K(h) = a h^{-n} $	a et n constantes empiriques
Gardner (1958)	$K(\theta) = \left(\frac{\theta - \theta_i}{\theta_s - \theta_i} \right)^\delta K_s$	δ constante empirique
Gardner (1960)	$K(h) = K_s \frac{a}{ h ^n + a}$	a et n sont des paramètres empiriques avec n variant de 1.5 pour les sols argileux à 4 les sols à texture grossière.
Corey (1963)	$K(S_r) = \left(\frac{S_r - S_{r_{res}}}{1 - S_{r_{res}}} \right)^4 K_s$	$S_{r_{res}}$: degrés de saturation résiduelle
Brooks et Corey (1964)	$K(h) = K_s \left(\frac{h_{ae}}{h} \right)^\mu$ quand $h > h_{ae}$ $K = K_s$ et $\theta = \theta_s$ quand $h \leq h_{ae} < 0$	où μ constante caractérisant le sol.
Rijtema (1965)	$K(h) = \frac{K_s}{\exp(a h)}$	a paramètre empirique qui varie de 1 pour les argiles à 3 ou 4 pour les sables
Vachaud (1966)	$K(\theta) = K_s \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{2.5}$	Cette relation empirique est surtout satisfaisante que pour les sols sableux ou silteux
Boreli et Vachaud (1966)	$K(\theta) = K_s \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{3.5}$	Cette relation empirique est surtout satisfaisante que pour les sols sableux ou silteux
Brustsaet (1968)	$K(S_r) = K_s S_r^c$	c: constante empirique
Brooks et Corey (1966) et Campbell (1974)	$K(\theta) = K_s \left(\frac{\theta}{\theta_s} \right)^m$ quand $h > h_{ae}$	m constante empirique
Kovacs (1981)	$K(S_r) = K_s \left(\frac{S_r - S_{r_{res}}}{1 - S_{r_{res}}} \right)$	S_r est le degré de saturation $S_{r_{res}}$ est le degré de saturation résiduel
Fujita (1952) et Broadbridge et white (1987)	$K(\theta) = \frac{(m-1)\theta_{eff}^2}{(m-\theta_{eff})}$	où m constante empirique
Gardner (1958) et Russo (1988)	$K(h) = K_s \exp(ch)$	où a constante empirique.

Tableau. 1.3. Modèles empiriques pour la conductivité hydraulique non saturée.

IV.5. 3. *Modèles macroscopiques*

Ces modèles considèrent le sol à l'échelle de Darcy macroscopique et non pas à l'échelle microscopique. Mualem (1986) cite les étapes suivantes comme étant communes à tous ces modèles :

- ✓ supposer une analogie entre l'écoulement à travers un milieu poreux avec un régime laminaire où la vitesse d'écoulement et le potentiel hydrique ne sont définis qu'à l'échelle microscopique;
- ✓ résoudre l'équation de l'écoulement laminaire analytiquement pour un système très simple, pour déduire des formules mathématiques reliant les variables d'écoulement, comme la vitesse moyenne, le gradient hydraulique, le rayon hydraulique, la conductivité hydraulique, etc. ;
- ✓ faire une analogie directe entre ces variables et celles qui correspondent à l'échelle macroscopique (de Darcy), définie pour le système solide -eau – air;

La première utilisation de cette méthode vise la détermination de la conductivité hydraulique saturée d'un milieu poreux modélisé au moyen de billes métalliques (Kozeny, 1927). Irmay (1954) a proposé une généralisation de cette approche aux milieux non saturés et a abouti à l'équation suivante:

$$K(\theta) = \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^3 \quad (I.42)$$

Yuster (1951) a pour sa part considéré que les deux fluides s'écoulent dans le capillaire à la même vitesse, ce qui conduit à la relation suivante:

$$K(\theta) = \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^2 \quad (I.43)$$

Selon Masrouri (1996), la différence entre les exposants dans ces formules montre que la conductivité hydraulique dépend en plus des propriétés de la matrice du sol, des conditions d'écoulement. Ces relations fortes simples sont très intéressantes pour la modélisation de l'écoulement dans les milieux poreux non saturés, mais restent limitées puisqu'elles ne tiennent pas compte de la distribution dimensionnelle des rayons des pores du matériau. En effet, le flux dans un milieu poreux ne dépend pas seulement des conditions d'écoulement mais aussi des propriétés de la matrice d'écoulement.

IV.5. 4. *Modèles statistiques*

De nombreux auteurs ont proposés des modèles reposant sur le traitement statistique des résultats de calcul connus (Purcell, 1949 ; Childs et Collis-Georges, 1950 ; Burdine, 1953 ; Wylie et Gardner, 1958 ; Farrel et Larson, 1972 ; Mualem et Degan, 1978). Le concept de ces modèles repose sur trois hypothèses de base, formulées par Mualem (1986) comme suit:

✧ Le milieu poreux peut être considéré comme un ensemble de pores interconnectés répartis de façon aléatoire ; les pores sont caractérisés par leur échelle (dite « rayon du pore ») décrite par une distribution statistique ;

✧ L'équation de Hagen-poiseuille est supposée valide et peut donc être utilisée pour estimer la conductivité hydraulique à l'échelle du pore, selon les contributions des pores remplis ;

✧ La courbe de rétention du matériau est considérée généralement comme ayant une forme analogue à celle donnée par la fonction de distribution des rayons de pores.

Ces modèles diffèrent les uns des autres par l'interprétation de la configuration géométrique du pore élémentaire (section droite, fréquence et tortuosité) et par l'estimation qu'ils font de sa contribution à la conductivité hydraulique totale du milieu.

Les auteurs qui ont adopté cette approche sont nombreux (Childs et Collis-Georges, 1950; Marshall, 1958; Kunze et al., 1968; Green et Corey, 1971; Mualem, 1976; Fredlund et Xing, 1994; etc.). Le tableau I.4 présente les modèles les plus utilisés

Auteur (année)	Equation	Paramètres
Childs et Collis-George (1950)	$\frac{K(\theta)}{K_s} = \frac{\int_0^\theta \frac{(\theta - \xi) d\xi}{h^2}}{\int_0^\theta \frac{(\theta - \xi) d\xi}{h^2}}$	ξ est une variable d'intégration
Burdine(1953)	$\frac{K(\theta)}{K_s} = S_e^l \left[\frac{\int_{\theta_r}^\theta \frac{d\theta}{h^2}}{\int_{\theta_r}^\theta \frac{d\theta}{h^2}} \right]$	l , est un paramètre de connectivité des pores qui décrit la tortuosité des chemins d'écoulement. Burdine propose une valeur de 2
Mualem(1976)	$\frac{K(\theta)}{K_s} = S_e^l \left[\frac{\int_{\theta_r}^\theta \frac{d\theta}{h}}{\int_{\theta_r}^\theta \frac{d\theta}{h}} \right]^2$	l , est ici aussi, le paramètre de connectivité des pores qui décrit la tortuosité. Mualem suggère qu'une valeur de 0,5 conviendrait pour la majorité des sols.
Fredlund et Xing(1994)	$\frac{K(\psi)}{K_s} = \frac{\int_{\ln(h_a)}^b \frac{\theta(e^y) - \theta(h)}{e^y} \theta'(e^y) dy}{\int_{\ln(h_a)}^b \frac{\theta(e^y) - \theta_s}{e^y} \theta'(e^y) dy}$	$b = \ln(10^6)$; h_{ae} : succion au point d'entrée d'air; y : variable d'intégration

Tableau.I.4 Modèles statistiques pour la conductivité hydraulique non saturée.

Les méthodes statistiques restent limitées par les problèmes d'échelle (Masrouri, 1996). En effet, la distribution dimensionnelle des pores n'est pas toujours continue à une échelle plus grande que celle du volume élémentaire représentatif. Pour être fiables, ces méthodes requièrent un maximum de mesures ce qui peut engendrer des difficultés d'ajustement des paramètres.

IV. 6. Diffusivité

Le terme de la diffusivité n'implique pas un déplacement d'eau par diffusion moléculaire dans les pores, et il n'y a analogie formelle entre la première loi de Fick et l'équation de l'écoulement que lorsqu'on reste dans un plan horizontal. Elle est définie par Childs et Collis-Georges (1948) par:

$$D(\theta) = K(\theta) \frac{\partial h}{\partial \theta} \quad (I.44)$$

et par (Klute et al., 1965) par:

$$D(\theta) = D_0 e^{\alpha_1 \theta_e} \quad (I.45)$$

Avec

D_0 : la valeur de la diffusivité pour des faibles constantes θ_r et α_1 [L^2/T];

$$\theta_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} : \text{teneur en eau normalisée,}$$

α_1 : caractéristique du sol.

L'introduction de la diffusivité simplifie le traitement mathématique des équations décrivant l'écoulement horizontal. Cependant la relation $D(\theta)$ est très fortement influencée par l'effet de l'hystérésis sur la relation $h(\theta)$ (Vauclin, 1971). La diffusivité est liée à la géométrie du milieu, à la nature de l'interaction entre le fluide et la matrice solide, aux conditions initiales et aux limites d'écoulement

V. Conclusion

Ce chapitre a permis de récapituler les notions fondamentales sur les propriétés physiques et hydriques des milieux poreux non saturés. Nous avons rappelé aussi le mécanisme du processus de l'infiltration dans les sols non saturés et les différents facteurs influençant ce processus. Plusieurs modèles ont été développés pour décrire le phénomène d'infiltration en se basant soit sur des approches physiques ou sur des approches empiriques ; pour cela nous avons décrit les modèles les plus utilisés dans la littérature (modèle de Horton, modèle de Green Ampt, modèle de Philip..).

La caractérisation des sols non saturés impose de déterminer les paramètres descriptifs de l'eau dans le sol à savoir la teneur en eau (w , θ), la succion (h) et la conductivité hydraulique à saturation K . Ces paramètres sont très liés les uns aux autres permettant de définir deux propriétés hydriques importantes représentées par la courbe de rétention $\theta(h)$ et la courbe de conductivité hydraulique $K(\theta)$ ou $K(h)$. Ces deux propriétés hydrauliques ($\theta(h)$, $K(\theta)$ ou $K(h)$) sont très sensibles à plusieurs paramètres tels que: la texture et la structure du sol, le chemin d'écoulement, le domaine hydrique, la température... etc. ; ce qui rend leur définition très difficile. Un aperçu sur les différentes méthodes expérimentales in situ et au laboratoire ont été présentées, ainsi que les différents modèles qui servent à définir ces deux propriétés.

L'étude expérimentale du processus d'écoulement dans les sols non saturés est très lente et très coûteuse, particulièrement pour les sols peu perméables. La limite d'utilisation des solutions analytiques proposées dans la littérature a fait que le recours à la modélisation numérique pour la description de ce processus est indispensable. Le chapitre suivant recouvre les notions de base et les différentes méthodes numériques proposées pour la modélisation des écoulements dans les sols non saturés.

Chapitre 02

Equations générales de l'écoulement des eaux dans les sols non saturés

Equations générales de l'écoulement des eaux dans les sols non saturés

I. Introduction

Dans le cas général, l'écoulement de l'eau dans les sols non saturés est gouverné par une équation aux dérivées partielles, fortement non linéaire appelée l'équation de Richards. Cette équation est obtenue en couplant l'équation de continuité et l'équation dynamique. Sa non-linéarité est due à la dépendance de la succion et de la conductivité hydraulique de la teneur en eau du sol. L'équation de Richards peut être écrite sous trois formes selon la variable d'état. Le long des dernières décennies, sa résolution numérique a fait l'objet de développement de différentes méthodes et approches. Dans ce chapitre, nous tacherons dans un premier lieu, de présenter les équations de base décrivant le processus de l'écoulement de l'eau dans les sols non saturés. Nous insisterons notamment sur la description des différentes approches de modélisation et les méthodes de résolution de ces équations qui pourront nous intéresser. En deuxième lieu, nous décrirons la méthode de résolution ainsi que les modèles empiriques des propriétés hydrodynamiques choisis dans ce travail.

II. Formulation de l'équation générale de l'écoulement des eaux

Les processus d'écoulement dans les milieux non saturés sont en général compliqués et difficile à décrire, car ils mettent en jeu des interactions entre trois phases: le sol, l'eau et l'air. La grande diversité des études proposées pour établir une physique des écoulements dans les sols non saturés provient principalement du choix des variables indépendantes et de l'échelle de description du phénomène. Il existe trois approches pour décrire l'écoulement en milieu non saturé décrites ci-dessous:

➤ La première approche est issue de la thermodynamique des processus irréversibles ou de la mécanique des milieux continus. Elle considère le mélange sol- eau- air comme une mixture polyphasique (chaque phase est considérée intimement liée à l'autre) et les équations recherchées permettent de définir les transferts globaux. Cette approche est complète et satisfaisante. Cependant, elle conduit à une série d'équations assez complexe, mais reste la seule méthode qui permet d'analyser les différentes possibilités de transfert.

➤ La deuxième approche, dite de mécanique des fluides, considère que le milieu est formé d'un squelette fixe et de deux phases, l'une mouillante (l'eau) et l'autre non mouillante (l'air). C'est une approche d'écoulement bi-phasique dans laquelle les équations de transfert sont déterminées indépendamment pour chacune de ces phases. C'est généralement la méthode utilisée par les pétroliers et aussi par les physiciens des sols pour les écoulements dans les milieux poreux.

➤ La troisième approche, dite de physique du sol, néglige complètement l'écoulement de la phase air et considère que l'air présent dans le sol est constamment et partout égale à la pression atmosphérique. Il s'agit d'une approche monophasique de transfert, dans laquelle les seules forces agissant sur l'écoulement de la phase liquide sont : la gravité et les forces de tension superficielles créées aux niveaux des interfaces eau-air (capillarité). Cette méthode a été utilisée par de nombreux chercheurs en physique des sols (Philip, 1957; Gardner, 1958).

L'équation générale de l'écoulement générée de la troisième approche est une combinaison de deux lois, la loi de conservation de la masse dite de continuité et la loi dynamique représentant la proportionnalité entre la densité du flux et le gradient du potentiel énergétique total de l'eau, source du mouvement.

N.B. Dans la suite de ce chapitre, les équations de l'écoulement de l'eau sont établies de façon unidirectionnelle, parfois précédées de leur forme tri-directionnelle. Le potentiel de pression sera noté "h" au lieu de "ψ" et la direction de l'axe "z" est considérée positive vers le haut.

II. 1. La loi de conservation de la masse

Appelée aussi la loi de continuité, elle exprime la variation temporelle de la teneur en eau volumique qui est égale à la variation spatiale du flux, corrigée d'éventuels apports.

Pour une densité (ρ/ρ_w) constante on a:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\text{div} q + \sum r_i \quad (II.1a)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z}\right) + \sum r_i \quad (II.1b)$$

où

q : flux d'eau qui traverse une section donnée [LT^{-1}];

θ : teneur en eau volumique [L^3/L^3];

r_i : extraction racinaire dans le cas de présence de végétaux exprimée par :

$$r_i(h) = \alpha(h) S_p \quad (II.2)$$

avec: $\alpha(h)$: fonction de réponse au stress hydrique

S_p : taux d'extraction racinaire.

Dans ce qui suit, on va prendre $\sum_{r_i=0}$, l'équation (II.1b) s'écrit alors comme suit:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z}\right) \quad (II.3a)$$

Donc, pour un écoulement unidirectionnel selon l'axe z positif vers le haut (vertical):

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial q_z}{\partial z} \quad (II.3b)$$

II. 2. La loi dynamique

La loi dynamique dans ce cas est la relation proposée par Darcy (1856) pour les sols saturés et un écoulement laminaire. Elle exprime la proportionnalité entre le flux d'eau "q", ou la vitesse de Darcy traversant une colonne et le gradient de charge hydraulique comme suit :

$$q = -K_s GradH \quad (II.4)$$

Cette loi fut étendue pour les sols non saturés par Buckingham (1907) en stipulant que la constante de proportionnalité "K" appelée conductivité hydraulique est fonction de la teneur en eau du sol $K(\theta)$. La relation obtenue est dite formule de Darcy- Buckingham exprimée par :

$$q = -K_i(\theta) GradH \quad (II.5a)$$

Donc, pour un écoulement unidirectionnel selon l'axe z (vertical):

$$q_z = -K_z(\theta) \frac{\partial H}{\partial z} \quad (II.5b)$$

Où

$K_i(\theta)$: conductivité hydraulique [L/T] suivant la direction i (i=x, y, z);

H : potentiel total de l'eau [L] ; il est égale au potentiel de pression suivant les directions x et y par contre, il est égale à la somme du potentiel de pression et du potentiel gravitaire suivant la direction z exprimé comme suit :

$$H = h+z$$

Avec:

z : potentiel gravitaire représenté par la profondeur du sol [L] comptée positivement vers le haut.

h : potentiel de pression [L];

$\frac{\partial H}{\partial z}$: gradient de potentiel total, permet de déterminer le sens de déplacement des flux hydriques

lors de l'exploitation des données des tensiomètres, exprimé en cm d'eau ou en (Pa).

$$\text{Donc on a: } q_z = -K_z Grad(h+z) \quad \text{ou} \quad q_z = -K_z \left(\frac{\partial h}{\partial z} + 1\right) \quad (II.6)$$

III. Equation générale de l'écoulement

III. 1. Formulation mixte de l'équation de Richards

La combinaison entre la loi de Darcy-Buckingham (II.5a, II.5b) et la loi de conservation de la masse (II.3a, II.3b) a été élaborée par Richards en 1931 sous la forme :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\left(\frac{\partial}{\partial x}(-K_x \text{Grad}(h))\right) + \frac{\partial}{\partial y}(-K_y \text{Grad}(h)) + \frac{\partial}{\partial z}(-K_z(\text{Grad}(h) + 1)) \quad (\text{II.7a})$$

Pour le cas d'un écoulement unidirectionnel suivant l'axe z positive vers le haut, l'équation de Richards s'écrit comme suit:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z}(-K_z(\text{Grad}(h) + 1)) \quad (\text{II.7b})$$

C'est une équation aux dérivées partielles non linéaire en (h) et en (θ) qui demande deux équations auxiliaires pour être résolue, $\theta(h)$ et $K(h)$ ou $K(\theta)$. Elle assure la conservation de la masse dans les solutions numériques. C'est une équation à deux variables indépendantes, la teneur en eau volumique et le potentiel de pression, donc elle ne se prête guère à des solutions numériques stables. Cette équation est appelée équation mixte de Richards. Divers formulations de cette équation sont possibles selon la variable principale considérée, à savoir le potentiel de pression (h) ou la teneur en eau volumique (θ).

III. 2. Equation de Richards en terme de potentiel de pression

En introduisant la capacité capillaire "C(h)" par le développement de $\frac{\partial \theta}{\partial t}$ selon:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial \theta}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial t} \quad \text{avec:} \quad C(h) = \frac{\partial \theta}{\partial h} \quad (\text{II.8})$$

La capacité capillaire C(h) [L^{-1}] représente la pente de la courbe de rétention pour une valeur particulière de teneur en eau. C'est une propriété qui rend compte du stockage et de la disponibilité en eau du sol. C'est une fonction de la teneur en eau, de la texture et de l'hystérésis.

On obtient :

$$C \frac{\partial h}{\partial t} = -\left(\frac{\partial}{\partial x}(-K_x \text{Grad}(h))\right) + \frac{\partial}{\partial y}(-K_y \text{Grad}(h)) + \frac{\partial}{\partial z}(-K_z(\text{Grad}(h) + 1)) \quad (\text{II.9a})$$

Pour le cas d'un écoulement unidirectionnel suivant la direction z positive vers le haut, l'équation de Richards s'écrit comme suit:

$$C \frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z}(-K_z(\text{Grad}(h) + 1)) \quad (\text{II.9b})$$

Cette équation est appelée équation de "**Richards**" dans sa forme "**capacitive**". Equation aux dérivées partielles non linéaire, elle est préférable pour traiter les sols susceptibles d'être saturés (Philip, 1969; Haverkamp et al, 1977).

III. 3. Equation de Richards en terme de teneur en eau θ

Une autre forme de la formulation mixte de Richards n'impliquant qu'une seule variable est obtenue par l'introduction de la diffusivité "**D**", définie par (Childs et Collis-Georges, 1948):

$$D(\theta) = K(\theta) \frac{\partial h}{\partial \theta} \quad (II.10)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} [D_x(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x}] + \frac{\partial}{\partial y} [D_y(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial y}] + \frac{\partial}{\partial z} [D_z(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} + K_z(\theta)] \quad (II.11a)$$

Pour le cas d'un écoulement unidirectionnel suivant l'axe z positive vers le haut, l'équation de Richards s'écrit comme suit:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} (D_z(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z}) + \frac{\partial K_z(\theta)}{\partial z} \quad (II.11b)$$

Cette équation est appelée équation de "**Fokker-Planck**", elle est linéaire en temps et a une non linéarité réduite en espace. Elle est généralement utilisée pour les sols non saturés. Elle ne peut être utilisée en milieu saturé parce que lorsqu'une partie du sol est saturée ($\theta = \theta_s$), la pression de l'eau continue à augmenter et la diffusivité devient infinie.

Les équations (II.7b), (II.9b) et (II.11b) constituent les trois formes de l'équation de l'écoulement unidirectionnel de l'eau en milieux poreux non saturés. Leur résolution nécessite de connaître les expressions de la courbe de rétention $\theta(h)$ et la conductivité hydraulique $K(\theta)$ ou $K(h)$. Dans les paragraphes suivants, nous présenterons les différentes méthodes proposées pour résoudre ces équations.

III. 4. Les limites de l'équation de Richards et hypothèses de calcul

L'équation de Richards est largement utilisée pour modéliser l'écoulement d'eau dans les milieux poreux non saturés. Certaines limitations de cette équation peuvent être résumées comme suit :

- Le sol est isotrope, homogène, rigide et inerte. Exceptions faites de l'incompressibilité et de l'inactivité, ces restrictions sont généralement contournées en supposant que le sol est constitué d'un nombre fini de couches homogènes et que le tenseur de perméabilité peut prendre en compte les effets d'anisotropie (Raats et al., 2004).
- L'eau est faiblement compressible. L'équation de Richards a été modifiée en conséquence avec le terme d'emmagasinement spécifique.
- L'écoulement s'effectue à température constante et la conservation de l'énergie est ignorée de ce point de vue.

- L'effet de l'air sur le mouvement de la phase liquide est négligé. En d'autre terme, l'air est constamment à la pression atmosphérique et sa mobilité est infinie.
- Le passage de l'échelle microscopique de Navier-Stokes à l'échelle de Darcy a montré que l'écoulement doit rester laminaire (faible vitesse) et la taille des pores suffisamment petite pour négliger le terme d'inertie.
- Les effets d'hystérésis entre processus d'humidification et de drainage ne sont pas pris en compte. Les relations constitutives $K-h-\theta$ sont également considérées à l'équilibre.

IV. Généralités sur les méthodes de résolution des équations d'écoulement dans les milieux poreux non saturés

Les trois formes de l'équation de Richards sont des équations aux dérivées partielles, fortement non linéaires. L'obtention d'une solution unique (approche déterministe) impose que l'on précise l'état du système au début de la modélisation, les conditions initiales et les conditions qui prévalent aux limites pendant la durée de la simulation (conditions limites).

En général, trois classes de méthodes existent pour la résolution de ce genre de problème :

- 1/ méthodes analytiques.
- 2/ méthodes basées sur l'utilisation des modèles analogiques.
- 3/ méthodes numériques.

IV. 1. Méthodes analytiques

Dans les dernières décennies, un grand nombre d'approches analytiques simplifiées de l'équation de Richards ont été développées (Philip, 1969; Parlange, 1972; Broadbridge & White, 1988, Warrick & al., 1991; Ross & Parlange, 1994). La majorité des solutions analytiques ont été testées pour des propriétés hydrauliques spécifiques et pour l'étude unidirectionnelle de l'écoulement (horizontal ou vertical). Cependant ces méthodes fournissent des solutions avec des grandes simplifications dans la description des sols (diffusivité constante, milieu homogène et isotrope), pour des conditions aux limites et des conditions initiales relativement simples (état d'humidité initial uniforme partout dans le profil du sol, état d'humidité à la surface du sol constant et près de la saturation où le taux d'irrigation est constant). Ces modèles donnent des résultats précis seulement pour un type particulier du sol. Dans la réalité, les sols sont rarement homogènes, l'humidité initiale est rarement uniformément distribuée dans la plupart des situations de terrain (des champs) pendant l'averse ou l'irrigation. La surface du sol est rarement mise à une saturation constante. Les méthodes analytiques les plus populaires pour un écoulement unidirectionnel dans un milieu semi infini sont celles développées par Philip (1969) et par Ross et Parlange (1994).

De nouvelles méthodes analytiques ont été développées ces dernières années pour dépasser les limites et les inconvénients cités précédemment, appelées "techniques de rampe de lancement" (launch pad techniques). Ces méthodes se basent sur la solution des ondes progressives, générant

une solution exacte du problème de valeur limite de l'équation de Richards (Zoltnic et al., 2007; Dicarolo et al., 2008).

Dans le paragraphe suivant, on présentera la solution analytique la plus connue et la plus utilisée, la solution de Philip de la forme diffusive de l'équation de Richards dans le cas d'une infiltration horizontale puis dans le cas d'une infiltration verticale.

IV.1.1. Solution de Philip de l'équation de Fokker-Planck : forme diffusive de l'équation d'écoulement

a) Cas d'infiltration horizontale

Dans le cas d'une infiltration horizontale, l'effet de gravité est négligé et l'équation de l'écoulement décrivant le transfert dans le sol dans la direction horizontale "x" s'exprime à partir de l'équation réduite sous la forme:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} \right] \quad (II.12)$$

Avec les conditions initiales:

$$\text{Pour } t=0 \quad x \geq 0 \quad \rightarrow \theta = \theta_i \quad (II.12a)$$

$$\text{Pour } t \geq 0 \quad x = 0 \quad \rightarrow \theta = \theta_s \quad (II.12b)$$

L'équation (II.12) est appelée "**équation de diffusion**"; elle peut être résolue en introduisant la variable de Boltzmann $\eta = \frac{x}{\sqrt{t}}$, l'équation devient alors :

$$-\frac{\eta}{2} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left[D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right] \quad (II.13)$$

La résolution de l'équation est recherchée avec les conditions aux limites suivantes :

$$\theta = \theta_s \text{ à } \eta = 0 \text{ et } \theta = \theta_i \text{ à } \eta \rightarrow \infty \quad (II.13a, II.13b)$$

La solution de l'équation (II.12) avec les conditions initiales (II.11a et II.11b) est donc:

$$x(\theta, t) = \eta(\theta) \sqrt{t} \quad (II.14)$$

Avec :

$\eta(\theta)$: Solution de l'équation (II.12), soumise aux conditions (II.13a, II.13b). La fonction $\eta(\theta)$ peut être obtenue par des méthodes numériques (Klute, 1952; Philip, 1954) ou analytiques (Philip, 1960).

L'équation peut être écrite sous la forme :

$$-\frac{\eta}{2} = \frac{\partial}{\partial \theta} \left[D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right] \quad (II.15)$$

Après intégration de l'équation on peut obtenir :

$$\int_{\theta_i}^{\theta} \eta(\theta) d\theta = -2D \frac{d\theta}{d\eta} \quad (II.16)$$

Avec : $\theta = \theta_0$ à $\eta = 0$

Pour une teneur en eau donnée, l'équation (II.12) montre que la progression de cette teneur en eau dans une colonne horizontale durant une infiltration, se fait proportionnellement à la racine carrée du temps.

En introduisant le symbole I, désignant l'infiltration cumulée dans un milieu poreux à l'instant t, on a:

$$I(t) = \int_{\theta_i}^{\theta_0} x(\theta, t) = \int_{\theta_i}^{\theta_0} \eta(\theta) d\theta \sqrt{t} \quad (II.17)$$

On pose :

$$S = \int_{\theta_i}^{\theta_0} \eta(\theta) d\theta \quad (II.18)$$

Donc, l'infiltration cumulée s'écrit:

$$I(t) = S\sqrt{t} \quad (II.19)$$

La vitesse d'infiltration au plan $x=0$ est définie par:

$$v_0 = \frac{dI}{dt} = \frac{1}{2} S t^{-\frac{1}{2}} \quad (II.20)$$

S : [$\text{cm/s}^{1/2}$] est la "*sorptivité*" des milieux poreux. Elle doit être en fonction du couple (θ_i, θ_0) ou (h_i, h_0) . On devrait écrire alors $S(\theta_i, \theta_0)$ ou $S(h_i, h_0)$.

b) Cas d'infiltration verticale

Par extension du cas d'infiltration horizontale, Philip (1957) a développé la solution de l'équation de Fokker-Planck sous forme de série de puissance de \sqrt{t} (II.21) soumise aux conditions initiales (II.21a) et (II.21b) :

$$z(\theta, t) = f_1 t^{\frac{1}{2}} + f_2 t + f_3 t^{\frac{3}{2}} + f_4 t^2 + \dots + f_n t^{\frac{n}{2}} \quad (II.21)$$

Pour $t=0$ et $z>0 \rightarrow \theta = \theta_i$ (II.21a)

Pour $t \geq 0$ et $z=0 \rightarrow \theta = \theta_0$ (II.21b)

où $f_n(\theta)$ ne dépendent que de la teneur en eau volumique.

Les fonctions $f_n(\theta)$ sont des solutions d'équations différentielles ordinaires (Philip, 1969) où les fonctions $D(\theta)$ et $K(\theta)$ sont supposées connus.

Pour $n=1,2$ on a :

$$\int_{\theta_i}^{\theta} f_1 d\theta = -\frac{2D}{f_1'} \quad (II.22a)$$

$$\int_{\theta_i}^{\theta} f_2 d\theta = -\frac{Df_2'}{(f_1')^2} + (K - K_i) \quad (II.22b)$$

$$n \geq 3 \quad \int_{\theta_i}^{\theta} f_n d\theta = -\frac{2D}{n} + \left(\frac{f_n'}{(f_1')^2} - R_n(\theta) \right) \quad (II.22c)$$

Les fonctions $f_n(\theta)$ doivent vérifier la condition aux limites suivante :

$$f_n(\theta_0) = 0 \quad \text{pour } n=1,2,3,4,\dots \quad (II.23)$$

Il y a une identité formelle entre la fonction $\eta(\theta)$ de la solution de Boltzmann et la fonction $f_1(\theta)$. Donc l'équation (II.22.a) peut être résolue avec les conditions aux limites (II.23). Alors la connaissance de f_{n-1} permet de calculer la fonction f_n tout en vérifiant (II.23).

La figure II.1 montre le schéma des quatre premières fonctions de l'équation (II.21), calculées dans le cas d'une infiltration verticale dans un sol argileux. Les profils hydriques correspondants sont représentés sur la figure II.2.

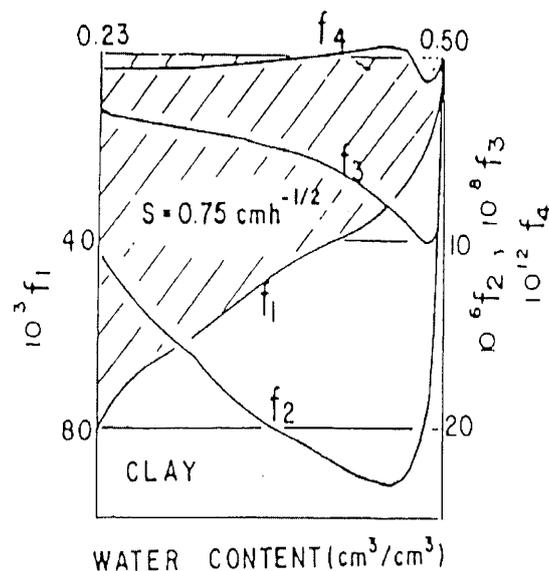


Figure II.1. Evolution des 4 premières fonctions de la série de Philip (1969) en fonction de la teneur en eau.

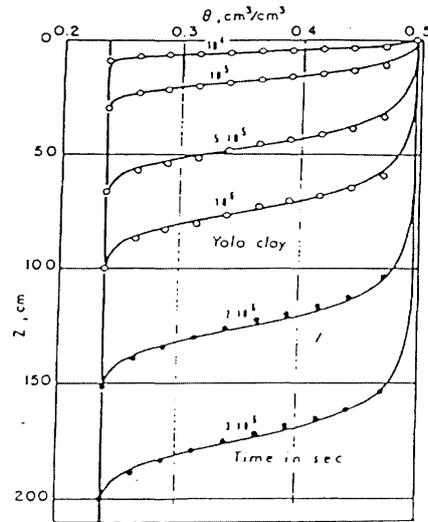


Figure II.2. Profils hydriques calculés à partir des 4 premières fonctions de la série de Philip.

La lame d'eau infiltrée (I) s'obtient par intégration des profils $z(\theta, t)$ soit :

$$I(t) = K_i t + \int_{\theta_i}^{\theta_s} z(\theta, t) d\theta \quad (II.24)$$

Avec: K_i : la conductivité hydraulique pour la teneur en eau $\theta = \theta_i$;

Compte tenu de l'équation (II.21), l'équation (II.24) s'écrit:

$$I(t) = K_i t + \sum_{n=1}^{n=\infty} \left(\int_{\theta_i}^{\theta_s} f_n(\theta) d\theta \right) t^{n/2} \quad (II.25a)$$

$$I(t) = S t^{\frac{1}{2}} + (A_2 + K_i) t + A_3 t^{\frac{3}{2}} + A_4 t^2 + \dots + A_n t^{\frac{n}{2}} \quad (II.25b)$$

et

$$A_n = \int_{\theta_i}^{\theta_s} f_n(\theta) d\theta \quad (II.25c)$$

La sorptivité est définie par Philip (1957) comme suit:

$$S(\theta_0, \theta_s) = \int_{\theta_0}^{\theta_s} \eta(\theta) d\theta \quad (II.26)$$

Pour une infiltration cumulée I_z , le front d'humidité sera à la profondeur z_G donnée par (Elrick et al., 1983):

$$z_G = \frac{I_s}{(\theta_s - \theta_0)} \quad (II.27)$$

Pour des temps très grands, il est possible de représenter l'équation (II.25b) (Hanks et Ashcroft, 1980) par :

$$I(t) = St^{\frac{1}{2}} + K_s t \quad (II.28)$$

$$v_0(t) = \frac{dI}{dt} = \frac{1}{2} St^{-1/2} + K_s \quad (II.29)$$

En représentant les résultats expérimentaux dans le diagramme $\left(\sqrt{t}, \frac{I}{\sqrt{t}}\right)$ on obtient une droite. Il est alors possible de déterminer par régression linéaire, les paramètres S et A:

$$\frac{I}{\sqrt{t}} = S + A\sqrt{t} \quad (II.30)$$

IV. 2. Méthodes basées sur l'utilisation des modèles analogiques

Ces méthodes se basent sur les modèles empiriques (Horton, EPFL, Levis et Milne...etc.) ou sur les modèles à base physique (Green et Ampt, Philip) pour modéliser le processus d'écoulement. Ces méthodes ont été décrits dans le chapitre précédent (§ III.3).

IV. 3. Méthodes numériques

Les méthodes numériques, sont de nos jours, pratiquement l'outil majeur pour résoudre à grande échelle les problèmes de l'écoulement de l'eau dans les sols non saturés rencontrés en pratique. Ces dernières années, parallèlement à l'avancement dans la technologie informatique, beaucoup d'efforts ont été consacrés, dans beaucoup d'endroits dans le monde, au développement de la méthodologie et des techniques pour la résolution numérique, (parfois mentionnée comme la simulation numérique), des équations aux dérivées partielles, paraboliques et non linéaires, qui décrivent le flux d'eau dans les sols non saturés et dans les aquifères de type divers.

Pour la prédiction exacte et précise du mouvement de l'eau dans des conditions aux frontières réelles dans les sols, on doit faire recours aux modèles numériques qui sont polyvalents dans le traitement de la non homogénéité et les différentes sortes de conditions de frontière. Plusieurs modèles numériques ont été développés pour simuler le mouvement d'eau dans des milieux poreux non saturés utilisant les différences finies, les éléments finis, les volumes finis, les éléments hybrides...etc. Mais la plupart des modèles numériques ont pour but l'amélioration des méthodes déjà existantes, ou en se concentrant sur un seul processus comme l'infiltration, le drainage de gravité ou l'évaporation. Cependant, très peu de tentatives ont été faites pour étudier les différentes sensibilités des processus en ce qui concerne les paramètres des sols non saturés. La formulation en pression (h) est la plus utilisée par ces modèles par rapport à la formulation en teneur en eau (θ), qui est souvent écartée en raison de contraintes en termes de non saturation et d'homogénéité du milieu.

Bien que mathématiquement, les trois formulations de l'équation Richards (1931) soient rigoureusement équivalentes, elles se différencient lors des étapes de discrétisation et de résolution. Ainsi la formulation en teneur en eau (II.10a et II.10b) est conservative en masse (Haverkamp et al., 1977), mais reste applicable uniquement aux écoulements strictement non saturés. Par ailleurs, la présence d'hétérogénéité dans le milieu nécessite des adaptations

particulières, du fait que la teneur en eau présente alors des discontinuités (Hills et al, 1989). A l'inverse, la pression varie continûment dans le domaine d'écoulement, permettant l'utilisation de la forme en (h) (II.8a et II.8b) en milieu partiellement saturé. van Genuchten (1982), Allen et Murphy (1985) et Celia et al. (1990) ont cependant rappelé que la résolution numérique peut conduire à des erreurs de bilan de masse. Cette difficulté est liée à l'expression de la capacité capillaire et au terme $C \frac{\partial h}{\partial t}$ qui requiert un traitement particulier. Rathfelder et Abriola (1994) ont montré qu'on peut obtenir une conservation de masse suffisante pour cette équation quand une attention est donnée pour l'évaluation de la capacité capillaire; pour cela il propose d'utiliser une approximation appelée "Standard chord slope" (scs) pour une discrétisation en différences finies. La formulation mixte ne pose pas de problème de conservation de masse quelque soit la méthode de discrétisation employée et peut être utilisée dans les sols non saturés comme dans les sols saturés (Allen et Murphy, 1985; Celia et al., 1990; Rathfelder et Abriola, 1994).

La méthode des éléments finis et la méthode des différences finies sont définies ci-dessous comme suit:

IV.3. 1. Méthodes des éléments finis

La méthode des éléments finis standards a été utilisée pour la première fois pour résoudre le problème d'écoulement des eaux et le transport des solutés au début des années soixante-dix (1970). Parmi les auteurs qui ont adopté cette méthode on peut citer (Zienkiewicz & Parekh, 1970; Neuman, 1973; Milly, 1985 ; Pan et al., 1996; Šimůnek et al., 2004; Phoon et al., 2007).

Le principe de la méthode des éléments finis consiste à subdiviser le domaine étudié en des sous-domaines de petites dimensions appelés "éléments". Les variables d'états sont approchées moyennant de fonctions d'interpolation polynomiales aux points qui délimitent les éléments appelés "nœuds". Les caractéristiques des éléments généralement de forme géométrique simple, sont assemblées pour remonter aux caractéristiques du domaine global qui peut être de forme quelconque. La discrétisation en éléments finis permet ainsi de tenir compte facilement de la non homogénéité spatiale, ce qui la rend plus adaptée à l'étude de l'écoulement non saturé dans le cas où le domaine d'étude est complexe.

La méthode a plusieurs avantages :

i) Les conditions aux limites irrégulières (paraboliques), les propriétés hétérogènes et anisotropes, les différentes couches et la géométrie du sol peuvent être facilement incorporées dans le modèle numérique.

ii) Une bonne précision des solutions des problèmes d'écoulement d'eau et de transport des solutés (solutions exactes dans des cas).

iii) Les solutions des équations de transport des solutés sont plus exactes que celles obtenues par la méthode des différences finies.

iv) La méthode des éléments finis se prête à la programmation informatique modulaire où une large variété de types de problèmes peut être résolue utilisant un jeu de procédures informatiques identiques.

Les principaux inconvénients de la méthode des éléments finis dans la résolution des problèmes d'écoulement d'eau et de transport des solutés sont:

i) Pour de simples problèmes, la méthode des éléments finis exige une grande programmation mathématique et informatique tels que les problèmes complexes ; ce qui n'est pas le cas dans la méthode des différences finies.

ii) Cette méthode peut entraîner des erreurs de bilan de masse et présenter des oscillations non- physiques. Ce dernier problème peut se manifester lorsque les éléments finis sont appliqués à l'équation de Richards pour modéliser des fronts raides d'infiltration (Milly, 1985; Celia et al., 1990; Pan et al., 1996; Ju et Kung, 1997; Karthikeyan et al., 2001). Il est à noter que des différentes solutions aux problèmes d'oscillations ont été développées, parmi lesquelles la condensation de la masse (Neuman, 1972; Milly, 1985) ou des schémas de masses distribuées (Pan et al., 1996).

IV.3. 2. Méthodes des différences finies

La méthode des différences finies a été initialement appliquée aux écoulements des liquides dans des réservoirs de pétrole. Elle n'a été appliquée aux problèmes d'écoulement d'eau souterraine et le transport des solutés qu'au milieu des années soixante. Parmi les auteurs qui ont utilisé cette méthode, on peut citer (Ashcroft et al., 1962; Cooley, 1971; Ross, 1990; Celia et al., 1990; Desbarats, 1995; Romano et al., 1998; van Dam et al., 2000; Brunone et al., 2003; Belfort et Lehmann, 2005; Travaš & Lanča, 2012).

Le principe de la méthode consiste à subdiviser le domaine étudié en mailles régulières ou non, et d'écrire les équations pour chacune des mailles, selon le schéma de discrétisation du temps retenu. Les fonctions qui décrivent les variables d'état sont alors approchées par un développement en série de Taylor aux centres des mailles. En tenant compte de l'état initial et des conditions aux limites, on établit un bilan de masse sur un pas de temps. On aboutit alors à un système d'équations linéaires. Une procédure itérative permet de converger vers la solution pour chaque pas de temps.

La méthode des différences finies présente trois schémas de discrétisation qui dépend de la valeur du coefficient du poids temporaire qui est un nombre réel « ε » $\in [0,1]$.

Prenant le cas de l'équation EDP suivante:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$$

Soit l'approximation de $(1 - \varepsilon)$ fois le problème considéré à l'instant t_j et de (ε) fois le même problème à l'instant t_{j+1} , ce qui permet de définir la valeur de ε selon le schéma suivant:

$$\frac{u_i^{j+1} - u_i^j}{\Delta t} = \frac{\alpha}{2\Delta z^2} [(1 - \varepsilon)(u_{i+1}^j - 2u_i^j + u_{i-1}^j) + \varepsilon(u_{i+1}^{j+1} - 2u_i^{j+1} + u_{i-1}^{j+1})]$$

Avec: i : indice exprimant le niveau du pas d'espace;

j : exposant exprimant le niveau du pas de temps;

Δt : pas du temps; Δz : pas d'espace.

Pour:

- ❖ $\varepsilon = 0$ le schéma est dit schéma explicite
- ❖ $\varepsilon = 1/2$ le schéma est dit schéma de Crank- Nicholson.
- ❖ $\varepsilon = 1$ le schéma est dit schéma totalement implicite

Les équations discrétisées par cette méthode sont inconditionnellement valables, stables et convergentes pour $1/2 \leq \varepsilon \leq 1$, mais pour $0 \leq \varepsilon < 1/2$, il faut avoir vérifié la condition suivante :

$$\frac{\Delta t}{(\Delta z)^2} \leq \frac{1}{2(1 - 2\varepsilon)} \quad (II.31)$$

a) Schéma explicite

Dans ce schéma, la solution approchée du problème à l'instant t_{j+1} est déduite de la solution approchée déjà connue à l'instant t_j (on connaît les u_i^0 pour le cas de l'exemple précédent, on en déduit les u_i^1 et ainsi de suite jusqu'au u_i^n). C'est la méthode la plus simple, aucun système d'équation n'est à résoudre (pas de matrice à inverser numériquement), mais elle pose souvent des problèmes d'instabilité numérique ($\varepsilon = 0$) et nécessite l'utilisation d'un pas de temps réduit.

b) Schéma implicite

Dans ce schéma, trouver la solution approchée du problème à l'instant t_{j+1} à partir de la solution approchée à l'instant t_j , nécessite la résolution d'un système d'équation (i.e: inversion d'une matrice). L'avantage majeur de ce schéma est sa stabilité quelque soit le pas de temps utilisé ($\varepsilon = 1$). On aboutit généralement à un système d'équations linéaires dont la résolution nécessite une méthode itérative.

c) Schéma de Crank-Nicholson

Le principe de la méthode est d'exprimer le bilan de masse au niveau d'une maille, à l'instant intermédiaire entre le début et la fin du pas de temps. Ce schéma est également stable quelque soit le pas de temps ($\varepsilon = 1/2$) et requiert une méthode itérative pour résoudre le système d'équations.

La méthode des différences finies a un certain nombre d'avantages qui contribuent à son utilisation répandue et continue, et à sa popularité. Parmi ces avantages :

1. Son utilisation pour des problèmes simples tel que l'écoulement d'eau unidimensionnel, stationnaire dans un aquifère homogène et isotrope. La formulation mathématique et la mise en œuvre informatique sont facilement comprises et n'exigent pas une formation avancée en mathématiques ou en programmation informatique.
2. Des algorithmes numériques efficaces ont été développés pour l'exécution de la méthode des différences finies sur des ordinateurs.
3. Des programmes informatiques bien documentés pour résoudre les problèmes de flux d'eau souterraine et le transport de soluté sont largement disponibles.

4. L'exactitude des solutions de problèmes de flux d'eau en régime stationnaire et transitoire est généralement tout à fait bonne.

5. Plusieurs histoires de cas ont été publiées qui décrivent le succès de l'application de ces méthodes pour résoudre des problèmes pratiques et réels.

6. La méthode ne présente pas d'erreur dans le bilan de masse.

L'inconvénient de la méthode des différences finies est son application seulement sur des maillages réalisés avec des éléments rectangulaires (2D) ou cubique (3D).

IV.3. 3. Autres méthodes

D'autres techniques numériques sont utilisées aussi pour la résolution de l'équation de l'écoulement dans les sols non saturés, telles que les méthodes de types volumes finis, développées pour permettre la mise en œuvre de la méthode des différences finies sur des maillages plus élaborés (Manzini et Ferraris, 2004; Rees et al, 2004; Pour et al., 2011), ou élément finis mixtes (Chavent et Roberts, 1991; Arbogast et al., 1996; Bergamaschi et Putti, 1999, Farthing et al. 2003). Ces dernières sont utilisées pour la résolution de la formulation mixte de l'équation de Richards (équations II.7a et II.7b).

IV. 4. Conditions aux limites et conditions initiales

La résolution de l'équation d'écoulement sous ses trois formes, nécessite la détermination des conditions aux frontières du domaine (conditions aux limites supérieure et inférieure) et les conditions initiales du milieu modélisé. Dans ce qui suit nous présenterons les différents types de ces conditions.

IV.4. 1. Conditions initiales

Si on utilise la forme diffusive de l'équation de Richards, on définit le profil hydrique initial $\theta(z,0)$ qui prévaut au début de la simulation ($t=0$).

$$\theta(z,0) = \theta_i(z) \text{ pour } t=0 \text{ et } 0 \leq z \leq L \quad (II.32)$$

où

$\theta_i(z)$: profil d'humidité au début de la simulation.

L : limite inférieure du domaine de calcul.

Si on utilise la forme capacitive de l'équation de Richards, on définit le profil de potentiel de pression initiale $h(z,0)$ qui existe au début de la simulation ($t=0$).

$$h(z,0) = h_i(z) \text{ pour } t=0 \text{ et } 0 \leq z \leq L \quad (II.33)$$

où

$h_i(z)$: le profil du potentiel de pression au début de la simulation.

IV.4. 2. Conditions aux limites

a) Conditions à la limite supérieure

La plus part du temps, le top des conditions limites est la condition du flux imposé, mais dans le cas de fortes pluies, la surface devient saturée et la condition de la charge de pression doit être spécifiée. L'évaporation est simulée par un changement de condition de flux imposé par celle de potentiel de pression. Quand la pression devient très négative de la valeur donnée h_{lim} , le potentiel de pression h_{lim} est spécifiée comme une condition au limite supérieure.

- **Charge imposée** : condition de type Dirichlet

$$h(0,t) = h_0(t) \quad t \geq 0, \quad z=0 \quad \text{C.L supérieure} \quad (II.34a)$$

avec: $h_0(t)$, fonction de temps à définir.

- **Flux imposé** : condition de type Neumann

Le principe de continuité des débits implique que le sol soit identique immédiatement avant et après la limite considérée.

$$\left[-K \frac{\partial h}{\partial z} - K \right]_{z=0} = q_0(t) \quad \text{C.L supérieure} \quad (II.34b)$$

q_0 : flux imposé à la limite supérieure.

- **Condition de Fourier**: Ce troisième type de condition permet d'imposer une relation entre le potentiel et le flux.

b) Conditions à limite inférieure

- **Charge imposée** : condition de type Dirichlet

$$h(z,t) = h_L(t) \quad \text{pour } t \geq 0, \quad z=L \quad \text{C.L inférieure} \quad (II.35a)$$

Avec:

$h_L(t)$: fonction de temps à définir,

L : limite inférieure du domaine de calcul.

- **Flux imposé** : condition de type Neumann

$$\left[-K \frac{\partial h}{\partial z} - K \right]_{z=L} = q_L(t) \quad \text{C.L inférieure} \quad (II.35b)$$

q_L : flux imposé à la limite inférieure.

IV. 5. Choix de la méthode de résolution

Différentes méthodes numériques utilisées pour résoudre les équations d'écoulements en milieux poreux non saturés ont été décrites dans les paragraphes précédents, avec les difficultés qu'elles présentent. Dans ce contexte, le choix d'une méthode numérique devient délicat. Les caractéristiques du modèle étudié, les hypothèses de base et le but de la modélisation de ce travail, définis ci-dessous, sont les paramètres qui nous permettront de choisir la méthode numérique qui sera utilisée.

Comme il a été mentionné précédemment, le but de ce travail est de développer un modèle numérique permettant la simulation de l'écoulement unidirectionnel dans un sol homogène, isotrope, non saturé, basé sur la résolution de la forme capacitive et la forme diffusive de l'équation de Richards. Ce modèle numérique permet aussi d'utiliser deux modèles empiriques pour la détermination des propriétés hydrauliques, à savoir la courbe de rétention et la conductivité hydraulique. Les hypothèses de base prises en considération dans cette étude sont:

- sol homogène, isotrope;
- écoulement unidirectionnel;
- sol incompressible à une densité constante;
- effet de l'hystérésis dans la courbe de rétention et dans la courbe de conductivité hydraulique est négligeable.

Le modèle est représenté par une couche de sol dans un état initial constant imposé, d'une hauteur H , soumis à une infiltration verticale à partir de sa face supérieure, avec des conditions aux limites et aux frontières imposées.

Toutes ces données nous amènent à choisir une méthode numérique simple, fiable et sa résolution ne pose pas beaucoup de problème de convergence. Cette méthode est la méthode des "*différences finies*" avec un schéma de discrétisation "*implicite*". La méthode choisie est facile à mettre en œuvre; elle ne présente pas de problème d'oscillations contrairement aux autres méthodes (éléments finis, volumes finis, éléments finis mixtes, éléments finis hybrides) (Milly, 1985; Celia et al., 1990; Pan et al., 1996; Ju et Kung, 1997; Karthikeyan et al., 2001) et aux méthodes des éléments finis hybrides (Chounet et al., 1999; Farthing et al., 2003; Belfort et Lehmann, 2005) malgré l'application des solutions proposées par (Neuman, 1972; Milly, 1985; Pan et al., 1996).

IV. 6. Choix des modèles empiriques de la courbe de rétention et de la conductivité hydraulique

La résolution de l'équation d'écoulement dans les sols non saturés impose la détermination des deux courbes, la courbe de rétention et la courbe de la conductivité hydraulique. Ces dernières sont le plus souvent estimées par l'intermédiaire de modèles empiriques à plusieurs paramètres, comme il a été indiqué dans le chapitre précédent (§.IV.3.4). Pour cette étude, nous avons choisi d'utiliser les modèles empiriques suivants: le modèle de Brooks & Corey (1964) et le modèle de van Genuchten - Mualem (1980-1976). Ce choix a été motivé par:

– L'étude comparative de Sillers (1996) cité par Fredlund et Houston (2009), cette étude donne la valeur de « Average Akaike Information » (1974) pour chaque modèle, cet « average akaike information » est donné par ajustement des trois équations avec plus de 200 courbes de rétention. La valeur de la moyenne d'Akaike est négative; plus elle est petite plus le modèle est performant.

– Les travaux de Russo (1988) avec le modèle de van Genuchten - Mualem (1980, 1976): ces travaux étaient une étude comparative des valeurs des propriétés hydrodynamiques mesurées et simulées par plusieurs modèles pour différents types de sols. L'étude démontre que pour ces types de sol, la formulation de van Genuchten-Mualem donne le meilleur ajustement et la meilleure performance.

– La popularité et la large utilisation de ces modèles empiriques dans la modélisation selon la littérature.

– La différence entre les fonctionnelles de chaque modèle.

Plus des détails sur les modèles empiriques choisis, sont décrits ci-dessous:

IV.6. 1. Modèle de Brooks & Corey (1964)

Sur l'hypothèse d'existence d'une pression d'entrée d'air et en se basant sur le modèle de Burdine (1953), le modèle de Brooks & Corey (1964) s'écrit comme suit:

$$\theta = \theta_s \quad \text{pour } h \leq h_{ae}$$

$$\theta_e(h) = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \left(\frac{h_{ae}}{h} \right)^N \quad \text{pour } h > h_{ae} \quad (II.36a)$$

$$K(h) = K_s \left(\frac{h_{ae}}{h} \right)^M \quad \text{ou} \quad K(\theta) = K_s \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{\frac{M}{N}} \quad (II.36b)$$

Avec:

θ_e : teneur en eau volumique normalisée [L^3/L^3];

θ_s : teneur en eau volumique à saturation [L^3/L^3];

θ_r : teneur en volumique résiduelle; [L^3/L^3];

K_s : conductivité hydraulique à saturation [$L.T^{-1}$];

h_{ae} : la pression d'entrée d'air [L], elle varie de 10 à 1000cm selon le type de sol.

N : indice de distribution des tailles des pores, sa valeur est d'autant plus grande que la courbe de distribution des rayons des pores est étroite.

M : constante définie par $M=2+3N$

La simplicité de cette équation a fait qu'elle est souvent utilisée dans les modèles numériques d'étude des milieux non saturés. Il faudra noter que cette relation donne des résultats relativement corrects pour les sols de texture assez grossière. En revanche les résultats deviennent moins fiables quand le sol étudié présente une texture assez fine et pour les sols en place non

remaniés car la valeur de la pression d'entrée d'air est bien définie pour ces sols (van Genuchten et al., 1991; Vogel et al., 2001).

L'inconvénient de ce modèle est la discontinuité lorsque $h=h_{ae}$ caractérisée par une rupture brusque de la pente de la courbe de rétention au point $h = h_{ae}$ comme illustré sur les figures II.3 et II.4; ce qui empêche parfois une convergence rapide des résultats lors de la modélisation numérique.

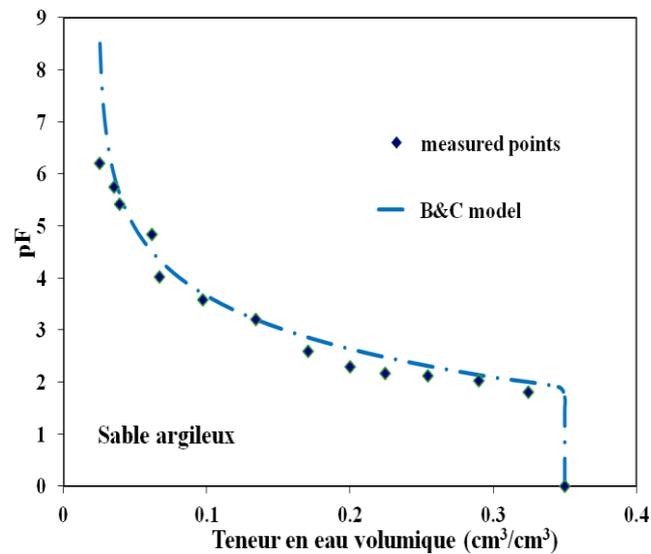


Figure. II.3 Courbes de rétention: mesurée et calculée par le modèle de Brooks & Corey (BC model) d'un sable argileux

Vogel et al. (2001) ont cité que van Genuchten (1980) a modifié cette équation afin de permettre une description plus précise des données observées des propriétés hydrauliques du sol proche de la saturation, en particulier pour les sols à texture fine.

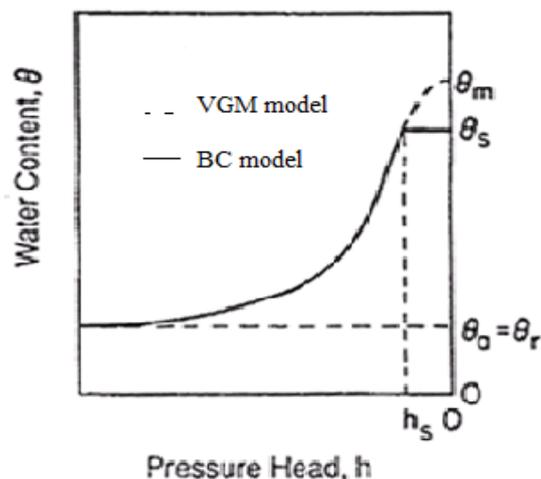


Figure. II.4 Courbe de rétention décrite par le modèle de Brooks & Corey (BC model) et par le modèle modifié de van Genuchten (VGM model) (source Šimůnek et al. 2004)

IV.6. 2. Modèle de van Genuchten- Mualem (1980-1976)

Le modèle combiné de conductivité hydraulique et de rétention de van Genuchten–Mualem (1980-1976) est actuellement le plus utilisé. De nombreux auteurs ont considéré qu'il convient à une assez large gamme de sol, et en particulier aux sols fins (van Genuchten et al., 1991). Et il prend aussi en considération la forte non-linéarité des propriétés hydrodynamiques.

L'expression du modèle est donnée comme suit:

$$\theta_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = [1 + (\alpha h)^n]^{-m} \quad (II.37a)$$

$$K(\theta) = K_s \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{0.5} \left[1 - \left[1 - \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{\frac{1}{m}} \right]^m \right]^2 \quad \text{et} \quad K(h) = K_s \frac{\left\{ 1 - (\alpha h)^{n-1} [1 + (\alpha h)^n]^{-m} \right\}^2}{[1 + (\alpha h)^n]^{\frac{m}{2}}} \quad (II.37b)$$

Avec:

θ_e : teneur en eau volumique normalisée [L^3/L^3];

θ_s : teneur en eau volumique à saturation [L^3/L^3];

θ_r : teneur en eau volumique résiduelle [L^3/L^3];

K_s : conductivité hydraulique à saturation [$L.T^{-1}$];

α : paramètre lié à la pression d'entrée d'air, sa valeur est supérieure à 0 (comprise entre 10^{-3} et 10^{-2});

n : coefficient adimensionnel, lié à la distribution des tailles des pores ($n \geq 1$);

m : coefficient adimensionnel de Mualem, lié à n comme suit: $m=1-1/n$ Mualem (1976).

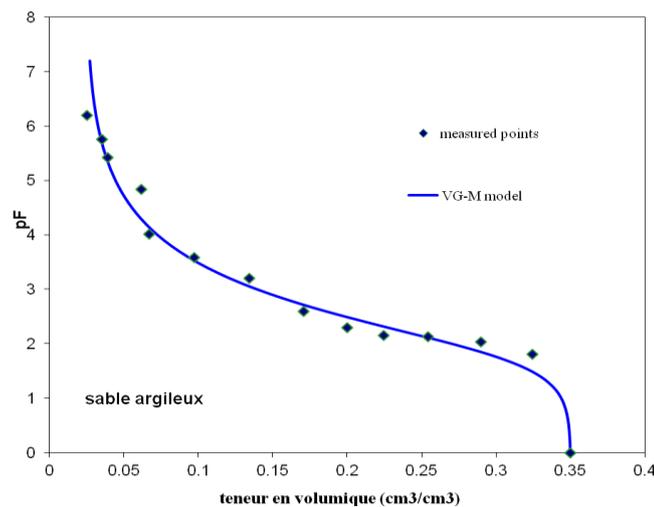


Figure. II.5 Courbes de rétention, mesurée et calculée par le modèle de van Genuchten–Mualem (VG–M model) d'un sable argileux

Ghanbarian-Alavijeh et al. (2010) ont proposé une méthode pour déterminer le paramètre (α), à partir d'étude de fractals. D'autres auteurs ont proposées des relations entre les paramètres de van Genuchten et de Brooks & Corey. Lenhard et al. (1989) ont donné une relation entre le paramètre (m) et l'indice de distribution de taille des pores (N), et entre le paramètre (α) et la pression d'entrée d'air (h_{ae}) comme suit:

$$N = \frac{m}{1-m} (1 - \theta_e^{1/m}) \quad (II.38)$$

Et
$$\alpha = \frac{S_x^{1/N}}{h_{ae}} (S_x^{-1/m} - 1)^{1-m} \quad (II.39)$$

Avec:
$$S_x = 0.72 - 0.35 \exp(-n^4) \quad (II.40)$$

Afin de définir une valeur de (N) unique et efficace, les auteurs proposent aussi de prendre $\theta_e=0.5$ en concordance avec la suggestion de van Genuchten (1980) qui consiste à localiser le point pour évaluer ($d\theta_e/dh$) au milieu de l'intervalle entre la teneur en eau à saturation et la teneur en résiduelle. En utilisant cette approche la relation (II.38) devient:

$$N = \frac{m}{1-m} (1 - 0.5^{1/m}) \quad (II.41)$$

En se basant sur une analyse de 24 échantillons d'argile compactée, Tinjum et al. (1997) ont présenté une autre relation; celle-ci lie le paramètre (α) avec la pression d'entrée d'air (h_{ae}), exprimée comme suit (Ghanbarian-Alavijeh et al., 2010):

$$\alpha = 0.078 (h_{ae})^{-1.26} \quad (II.42)$$

La figure II.6 permet de donner une interprétation physique des paramètres du modèle de van Genuchten (1980) à partir de la courbe de rétention.

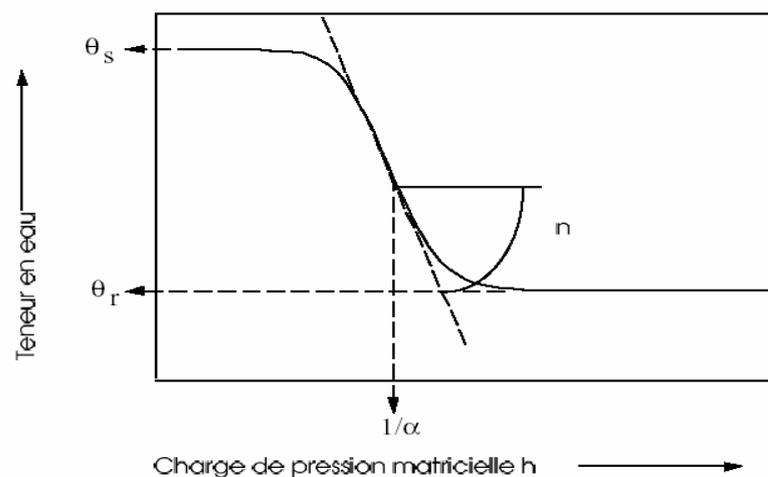


Figure II.6 – Interprétation physique des paramètres de van Genuchten (Source: Vancloster et Biielders, 2004)

La forme analytique de ce modèle permet de mieux rendre compte de l'existence du point d'inflexion sur la courbe de rétention $\theta(h)$ et des changements de pente autour de ce point d'inflexion (Bastet et al., 1998). Au vu de la relation de Brooks & Corey, la relation de van Genuchten permet de mieux décrire la courbe de rétention pour des valeurs de teneur en eau proche de la saturation et de bien reproduire les formes de courbes qui sont susceptibles de restituer les autres méthodes.

La figure II.7 présente la courbe de rétention expérimentale et les différentes allures des courbes que nous avons calculées par les modèles de van Genuchten-Mualem et de Brooks & Corey pour le sable argileux par ajustement des résultats expérimentaux.

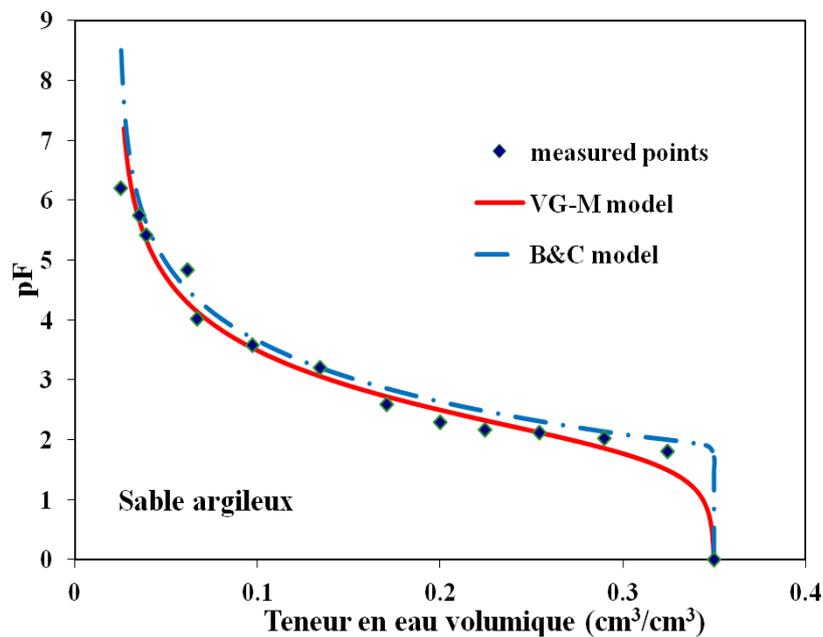


Figure II.7. Courbes de rétention: mesurée et calculées par les modèles de Brooks & Corey et de van Genuchten-Mualem d'un sable argileux

V. Conclusion

Ce chapitre se consacre à expliciter la formulation mathématique du problème que représente le processus d'écoulement en milieux saturés et non saturés. Après un récapitulatif des différentes écritures possibles de l'équation de Richards selon une variable d'état principale (forme mixte, forme capacitive et forme diffusive), et de leurs particularités, les limites de l'équation de Richards ont également été présentées.

L'équation de Richards sous ses trois formes est une équation aux dérivées partielles, fortement non linéaire, elle ne peut généralement pas être résolue analytiquement sauf sous certaines hypothèses et conditions, et doit faire l'objet d'une résolution numérique. Par conséquent la suite de ce chapitre a été consacrée à la présentation de la méthode numérique et des différentes méthodes de résolution envisageables. Parmi ces méthodes nous avons choisi d'expliciter deux méthodes, malgré qu'elles soient considérées comme classiques, elles restent toujours les méthodes les plus utilisées en littératures et par les grands auteurs du domaine des sols non saturés

(Rathfelder & Abriola, Šimůnek et al., Celia et al....etc.). Ces deux méthodes sont la méthode des éléments finis et la méthode des différences finies.

A l'issue de ce chapitre nous avons choisi la méthode des différences finies comme méthode de résolution de l'équation de Richards sous sa forme capacitive et sa forme diffusive. Bien que cette modélisation nécessite la détermination de la courbe de rétention $\theta(h)$ et de la courbe de conductivité hydraulique $K(\theta)$ ou $K(h)$. Nous avons donné un aperçu sur les modèles empiriques retenus pour ce travail. Ces derniers sont le modèle de Brooks & Corey (1964) et le modèle combiné de van Genuchten-Mualem (1980-1976).

Les détails de la description de la modélisation effectuée et la mise en œuvre du programme élaboré, ainsi que sa validation seront l'objet du chapitre suivant.

Chapitre 03

Modélisation des équations de Richards

Modélisation des équations de Richards

I. Introduction

L'objectif du chapitre précédent est de passer en revue les différentes formulations des équations des écoulements dans les sols non saturés, ainsi que les différentes approches utilisées pour leurs résolutions. Nous avons pu bien noter que différents modèles ont été proposés pour décrire les propriétés hydrauliques des sols, mais il n'existe encore aucun modèle qui peut être généré pour tous les types de sol. Bien que les différentes formes de l'équation de Richards soient mathématiquement équivalentes, les résultats obtenus par chaque forme peuvent varier selon les approximations adoptées pour la résolution, les types des conditions initiales et des conditions limites imposées. Le but de cette modélisation est de montrer en premier lieu, ces différences et sous quelles conditions.

Ce chapitre est consacré au développement d'un modèle numérique d'infiltration basé sur la résolution des deux formes de l'équation de Richards. Après une brève description du domaine étudié, on décrit ensuite l'approche numérique développée. Des exemples de la littérature seront utilisés pour la vérification de la performance du modèle. Enfin, la validation de ce modèle sera effectuée par la comparaison avec la solution semi-analytique de Philip appliquée à un essai d'infiltration sur une colonne de sol homogène non saturé.

II. Modélisation des équations de Richards

La modélisation de la forme diffusive et de la forme capacitive sera l'objet de cette partie. La méthode numérique adoptée, comme il a été indiqué dans le chapitre précédent, est la méthode des différences finies. Les caractéristiques du domaine étudié et de l'approche numérique adoptée sont détaillées en premier dans les deux paragraphes suivants.

II. 1. Description du domaine étudié

Le domaine étudié est une colonne homogène de sol initialement non saturé (figure III.1), l'état initial peut être imposé sous la forme d'un profil de teneur en eau $\theta_i(z)$ ou de potentiel hydrique $h_i(z)$. Les conditions aux limites supérieures et inférieures peuvent être exprimées en termes de teneur en eau, de charge hydraulique ou de flux constant au cours d'une infiltration.

La couche de sol est caractérisée par une courbe de conductivité hydraulique et une courbe de rétention qui seront décrites par deux modèles empiriques différents: modèle de Brooks & Corey (1964) et modèle de van Genuchten- Mualem (1980-1976) (équations II.36 et II.37 respectivement).

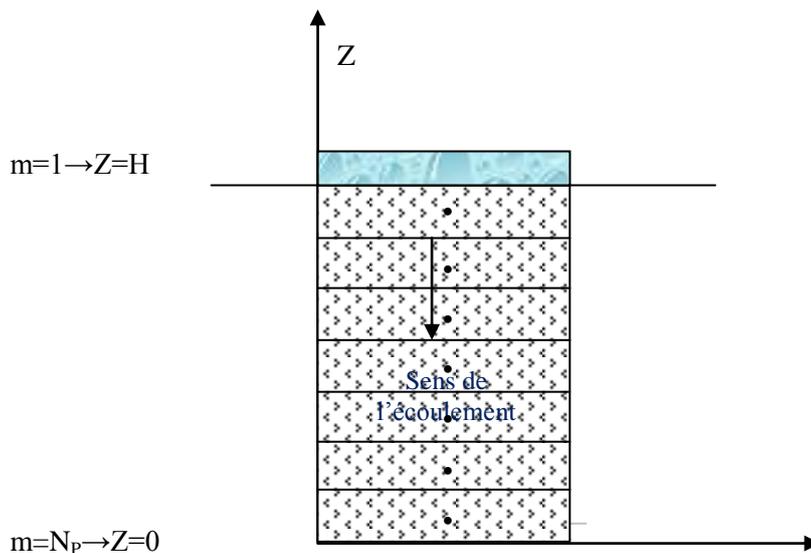


Figure III.1 Domaine étudié

Le domaine ainsi défini est divisé en N_{p-1} mailles régulières de centre x_i . Chaque maille a une taille égale au pas d'espace (profondeur) $\Delta Z = H/N_p = x_{m+1/2} - x_{m-1/2}$; lequel est supposé suffisamment réduit pour qu'à l'échelle d'une maille (Figure III.2), la teneur en eau et le potentiel de pression puissent être considérées uniformes et évalués au centre de cette dernière.

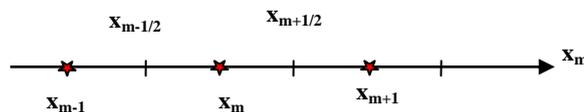


Figure III.2. Maillage 1D centré

II. 2. Approche numérique

Pour la discrétisation numérique des deux équations aux dérivées partielles par la méthode des différences finies (D.F), nous utilisons une approximation *décentrée à gauche* (arrière) d'ordre 1 pour la dérivée temporelle et une approximation *centrée* d'ordre 2 pour la dérivée première et la dérivée seconde en variable d'espace, exprimée comme suit pour un axe z positif vers le haut:

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial t}\right)_m^n = \frac{\theta_m^n - \theta_m^{n-1}}{\Delta T}, \quad \left(\frac{\partial \theta}{\partial z}\right)_m^n = \left(\frac{\theta_{m-1}^n - \theta_{m+1}^n}{2\Delta Z}\right) \quad \text{et} \quad \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}\right)_m^n = \left(\frac{\theta_{m-1}^n - 2\theta_m^n + \theta_{m+1}^n}{\Delta Z^2}\right) \quad (III.1a,b,c)$$

Et

$$\left(\frac{\partial h}{\partial t}\right)_m^n = \frac{h_m^n - h_m^{n-1}}{\Delta T}, \quad \left(\frac{\partial h}{\partial z}\right)_m^n = \left(\frac{h_{m-1}^n - h_{m+1}^n}{2\Delta Z}\right) \quad \text{et} \quad \left(\frac{\partial^2 h}{\partial z^2}\right)_m^n = \left(\frac{h_{m-1}^n - 2h_m^n + h_{m+1}^n}{\Delta Z^2}\right) \quad (III.2a,b,c)$$

Avec:

n : exposant qui exprime le pas de temps variant de 1 à Nt , et Nt nombre total des pas de temps.

m : indice qui exprime le pas d'espace variant de 1 à N_p et N_p nombre total des pas d'espace.

ΔT : pas de temps, $\Delta T = t^n - t^{n-1}$ avec : $t^n = n \Delta T$, $t^{n-1} = (n-1) \Delta T$

ΔZ : pas d'espace, $\Delta Z = x_{m+1/2} - x_{m-1/2}$.

La discrétisation du temps donne une erreur de troncature τ d'ordre 1 $O(\Delta T)$ et celle d'espace une erreur de troncature τ d'ordre 2 $O(\Delta Z^2)$. Cette discrétisation conduit à un système tridiagonal non linéaire de l'équation, qui peut être écrit sous forme matricielle $[A]^n \{X\}^n = \{B\}^{n-1}$ comme suit:

$$\begin{bmatrix} \beta_1 & \gamma_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_3 & \beta_3 & \gamma_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \vdots & \vdots & \vdots & \Upsilon & \vdots & \vdots & 0 \\ 0 & \vdots & \vdots & \vdots & \Upsilon & \vdots & \vdots & 0 \\ 0 & \vdots & \vdots & \vdots & \Upsilon & \vdots & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_{N_p-2} & \beta_{N_p-2} & \gamma_{N_p-2} & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_{N-1} & \beta_{N-1} & \end{bmatrix}^n \times \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ x_{N-2} \\ x_{N-1} \end{bmatrix}^n = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ B_{N-2} \\ B_{N-1} \end{bmatrix}^{n-1} \quad (III.3)$$

Avec: $x_m = h_m$ ou θ_m selon le type de la variable d'état de l'équation discrétisée.

III. Evaluation des coefficients non linéaires entre nœuds

L'application de la méthode des différences finies au système précédent nécessite l'estimation des valeurs au centre des mailles (c.à.d. au pas $m_{\pm 1/2}$) des fonctions non linéaires de la conductivité hydraulique, de la diffusivité et de la capacité capillaire.

III.1. Evaluation du coefficient de la conductivité hydraulique et de la diffusivité

Plusieurs formules appelées "*formules de pondération*" ont été proposées pour la détermination de la conductivité hydraulique et de la diffusivité aux nœuds telles que:

- **Moyenne géométrique:**

$$K_{m_{\pm 1/2}}^n = \sqrt{K_m K_{m_{\pm 1}}} \quad \text{et} \quad D_{m_{\pm 1/2}}^n = \sqrt{D_m D_{m_{\pm 1}}} \quad (\text{III.4},a,b)$$

- **Moyenne harmonique:**

$$K_{m_{\pm 1/2}}^n = \frac{2K_m K_{m_{\pm 1/2}}}{K_m + K_{m_{\pm 1/2}}} \quad \text{et} \quad D_{m_{\pm 1/2}}^n = \frac{2D_m D_{m_{\pm 1/2}}}{D_m + D_{m_{\pm 1/2}}} \quad (\text{III.5},a,b)$$

- **Moyenne arithmétique:**

$$K_{m_{\pm 1/2}}^n = \frac{K_m^n + K_{m_{\pm 1}}^n}{2} \quad \text{et} \quad D_{m_{\pm 1/2}}^n = \frac{D_m^n + D_{m_{\pm 1}}^n}{2} \quad (\text{III.6},a,b)$$

Haverkamp et Vauclin (1979), Belmans et al. (1983), Hornung et Messing (1983), Romano et al. (1998) proposent d'utiliser la moyenne géométrique pour l'évaluation de la conductivité hydraulique dans leurs simulations, parce qu'elle augmente la précision du flux calculé, et ce flux devient moins sensible aux variations du pas d'espace. Cependant, Warrick (1991) montre que lors de la simulation d'infiltration dans les sols secs ou dans le cas de forte évaporation à partir des sols humides, la moyenne géométrique sous-estime sévèrement les flux d'eau, et elle provoque aussi des problèmes de convergence du schéma itératif en raison de l'accentuation du front d'humidité selon Zaidel et Russo (1992). D'autres recherches proposent d'utiliser la moyenne harmonique ou d'autres moyennes (Warrick, 1991; Zaidel et Russo, 1992; Romano et al., 1998). Récemment de nouvelles méthodes ont été proposées, telle que la moyenne pondérée (K_{gasto}), par Gasto et al. (2002).

van Dam et al. (2000) montrent que pour des maillages fins, la moyenne arithmétique se comporte mieux que la moyenne géométrique. Cette méthode est couramment utilisée dans les simulations numériques (Kool et van Genuchten, 1991; Abdallah, 1999; Šimůnek et al., 2004; Belfort, 2006; Wissmeier et Barry, 2008). Dans ce travail nous avons retenu la moyenne arithmétique pour l'estimation des valeurs aux centres des mailles de la conductivité hydraulique, et de la diffusion capillaire.

III.2. Evaluation du coefficient de la capacité capillaire

La capacité capillaire C est déterminée par une approximation tangente, qui correspond à un calcul analytique de la dérivée $C(h) = \frac{\partial \theta}{\partial h}$. Cette approximation n'entraîne aucune difficulté de convergence ou d'erreur de bilan de masse lorsqu'elle est réalisée sur la forme mixte discrétisée de l'équation de Richards. Néanmoins son utilisation pour la forme capacitive nécessite un soin particulier, surtout lorsque $\theta(h)$ est non linéaire; ce qui est le cas pour la majorité des sols, car elle peut entraîner des erreurs dans le bilan de masse. (Rathfelder & Abriola, 1994).

III.3. Expression des coefficients non linéaires

Les expressions des coefficients des équations de Richards discrétisées, entre autre la dérivée de la conductivité hydraulique par rapport à la teneur en eau $\partial K(\theta)/\partial \theta$, ou par rapport au potentiel $\partial K(h)/\partial h$, de la capacité capillaire $C(h) = \partial \theta / \partial h$, et de la diffusivité $D(\theta) = K(\theta)/C(\theta)$ varient suivant des fonctions choisies des modèles empiriques. Les tableaux III.1 et III.2 rassemblent les expressions de ces coefficients ainsi que celles de la courbe de rétention $\theta(h)$ ou $h(\theta)$ et de la conductivité hydraulique $K(h)$ ou $K(\theta)$ respectivement pour le modèle de van Genuchten-Mualem (1980-1976) et de Brooks & Corey (1964).

➤ **Modèle de van Genuchten-Mualem (1980-1976)**

$\theta(h)$	$\theta_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = [1 + (\alpha h)^n]^{-m} \Rightarrow \theta = (\theta_s - \theta_r)[1 + (\alpha h)^n]^{-m} + \theta_r$
$h(\theta)$	$h(\theta) = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{1}{\theta_e^{\frac{1}{m}} - 1} \right)^{\frac{1}{n}}$
$C(h) = \frac{\partial \theta}{\partial h}$	$\frac{\partial \theta}{\partial h} = (\theta_s - \theta_r) \cdot m \cdot n \cdot \alpha \cdot \frac{(\alpha h)^{n-1}}{[1 + (\alpha h)^n]^{m+1}} = C(h)$, pour $h > 0$
$C(\theta)$	$C(\theta) = (\theta_s - \theta_r) \cdot m \cdot n \cdot \alpha \cdot \left(\frac{1}{\theta_e^{\frac{1}{m}} - 1} \right)^m \cdot \theta_e^{\frac{1}{m}}$
$K(\theta)$	$K(\theta) = K_s \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{0.5} \left[1 - \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{\frac{1}{m}} \right]^2$, $0 < m < 1$ et $m = 1 - 1/n$
$K(h)$	$K(h) = K_s \frac{\left\{ 1 - (\alpha h)^{n-1} [1 + (\alpha h)^n]^{-m} \right\}^2}{[1 + (\alpha h)^n]^{\frac{m}{2}}}$, $m = 1 - 1/n$
$KT' = \frac{\partial K(\theta)}{\partial \theta}$	$KT' = \frac{\partial K(\theta)}{\partial \theta} = K_s \left[\frac{1}{2} \theta_e^{-1/2} \left(1 - \left(1 - \theta_e^{1/m} \right)^m \right)^2 + 2 \theta_e^{\left(\frac{1}{m} - \frac{1}{2} \right)} \left(1 - \theta_e^{1/m} \right)^{m-1} \left(1 - \left(1 - \theta_e^{1/m} \right)^m \right) \right]$
$KH' = \frac{\partial K(h)}{\partial h}$	$KH' = \frac{(f_4 \cdot f_3 \cdot f_5 - f_6)}{X^m}$ avec $X = [1 + (\alpha h)^n]$, $f_3 = [1 - (\alpha h)^{n-1} X^m]$, $f_4 = 2\alpha(n-1)(\alpha h)^{n-2} X^{-m} + m\alpha n(\alpha h)^{2(n-1)} X^{-m-1}$, $f_5 = f_3 X^{m/2}$ et $f_6 = \frac{m\alpha n}{2} (f_3)^2 (\alpha h)^{n-1} X^{m/2}$
$D(\theta)$	$D(\theta) = K(\theta) \frac{\left \frac{\partial h}{\partial \theta} \right }{\left \frac{\partial \theta}{\partial h} \right } = \frac{K(\theta)}{C(\theta)}$

Tableau III.1. Expressions des fonctions non linéaires avec le modèle de van Genuchten-Mualem (1980-1976)

➤ **Modèle de Brooks et Corey (1964)**

$\theta(h)$	$\theta = \theta_s \quad , \text{ pour } h \leq h_{ae}$ <p>et</p> $\theta_e(h) = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \left(\frac{h_{ae}}{h} \right)^N \quad , \text{ pour } h > h_{ae}$
$h(\theta)$	$h(\theta) = h_{ae} \theta_e^{\left(\frac{1}{N} \right)} \quad , \text{ pour } h > h_{ae}$
$\frac{\partial \theta}{\partial h} = C(h)$	$C(h) = \frac{\partial \theta}{\partial h} = -N(\theta_s - \theta_r) \frac{h_{ae}^N}{h^{N+1}} \quad , \text{ pour } h > h_{ae}$
$C(\theta)$	$C(\theta) = -\frac{N(\theta_s - \theta_r)}{h_{ae}} \theta_e^{\left(\frac{1}{N} + 1 \right)} \quad , \text{ pour } h > h_{ae}$
$K(\theta)$	$K(\theta) = K_s \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{\frac{M}{N}} \quad \text{avec: } M=2+3N$
$K(h)$	$K(h) = K_s \left(\frac{h_{ae}}{h} \right)^M$
$KT' = \frac{\partial K(\theta)}{\partial \theta}$	$KT' = \frac{\partial K(\theta)}{\partial \theta} = K_s \frac{M}{N(\theta_s - \theta_r)} \theta_e^{\left(2 + \frac{2}{N} \right)}$
$KH' = \frac{\partial K(h)}{\partial h}$	$KH' = \frac{\partial K(h)}{\partial h} = -K_s M \frac{h_{ae}^M}{h^{M+1}}$
$D(\theta)$	$D(\theta) = \frac{K(\theta)}{\left \frac{\partial \theta}{\partial h} \right } = \frac{K(\theta)}{ C(\theta) }$

Tableau III.2. Expressions des fonctions non linéaires avec le modèle de Brooks & Corey (1964)

IV. Discrétisation de l'équation en termes de teneur en eau

L'équation (II.11b) représentant la forme diffusive de l'équation de Richards $\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} (D_z(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z}) + \frac{\partial K_z(\theta)}{\partial z}$ peut être écrite comme suit:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial D_z(\theta)}{\partial z} \frac{\partial \theta}{\partial z} + D_z(\theta) \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + \frac{\partial K(\theta)}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (III.7)$$

L'équation (III.7) permet d'avoir une approximation au second ordre, et de mieux linéariser la fonction de la conductivité hydraulique, en utilisant la dérivée de $K(\theta)$ par rapport à θ , et en évitant sa discrétisation par rapport à z .

On pose: $KT' = \frac{\partial K(\theta)}{\partial \theta}$ (III.8)

Alors l'équation (III.7) devient:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial D_z(\theta)}{\partial z} \frac{\partial \theta}{\partial z} + D_z(\theta) \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + KT' \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (III.9)$$

L'équation (III.9) écrite sous la forme discrétisée au temps n suivant le schéma implicite pour un pas d'espace ΔZ et un pas de temps ΔT , se représente comme suit:

$$\frac{\theta_m^n - \theta_m^{n-1}}{\Delta T} = \left(\frac{D_{m-1}^n - D_m^n}{\Delta Z} + KT_m'^n \right) \left(\frac{\theta_{m-1}^n - \theta_{m+1}^n}{2\Delta Z} \right) + \left(\frac{D_{m-1}^n + D_m^n}{2} \right) \left(\frac{\theta_{m-1}^n - 2\theta_m^n + \theta_{m+1}^n}{\Delta Z^2} \right) \quad (III.10a)$$

$$\implies \left(-D_{m-1}^n - E_m^n \right) \theta_{m-1}^n + \left(\frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + D_{m-1}^n + D_m^n \right) \theta_m^n + \left(-D_m^n + E_m^n \right) \theta_{m+1}^n = \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} \theta_m^{n-1} \quad (III.10b)$$

avec :

$$\left(\frac{\partial D}{\partial z} \right)_m^n = \frac{D_{m-1}^n - D_m^n}{\Delta Z} \quad (III.11a)$$

et

$$KT_m'^n \cdot \Delta Z / 2 = E_m^n \quad (III.11b)$$

En écrivant cette équation pour chaque nœud à un pas de temps donné, on obtient un système de la forme (III.3) où:

$$\begin{cases} \alpha_m = \begin{pmatrix} -D_{m-1}^n & -E_m^n \end{pmatrix} \\ \beta_m = \begin{pmatrix} \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + D_{m-1}^n & D_m^n \end{pmatrix} \\ \gamma_m = \begin{pmatrix} -D_m^n & E_m^n \end{pmatrix} \\ B_m = \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} \theta^{n-1} \\ x_m = \theta_m^n \end{cases} \quad (III.12)$$

La matrice [A] obtenue à partir des coefficients (III.12) est tridiagonale ; les valeurs des coefficients de la première ligne de cette matrice et du vecteur {B} ($\alpha_1, \beta_1, \gamma_1, B_1$) et de la dernière ligne ($\alpha_{Np}, \beta_{Np}, \gamma_{Np}, B_{Np}$) dépendent des conditions aux limites du milieu discrétisé.

IV. 1. Introduction de la condition à la limite supérieure

IV.1. 1. Pour une teneur en eau θ_0 imposée à la surface

La condition de teneur en eau imposée à la surface supérieure du milieu est exprimée par:

$$\theta_0 = \theta(z=H) = \theta_s^* \quad \text{pour } z=H \text{ et } t \geq 0 \quad (III.13)$$

Avec $\theta_s^* = \theta_s - \delta$: teneur en eau proche à la saturation, $\delta \ll 1$.

En adoptant la discrétisation centrée sur la frontière supérieure du domaine, on doit imaginer une autre frontière sur laquelle $\theta = \theta_f$ comme il est illustré sur le schéma suivant:

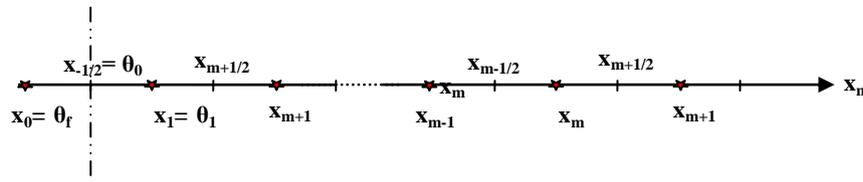


Figure III.3. Discrétisation centrée sur la frontière supérieure

$$\text{On aura: } \frac{x_{1/2} - x_0}{\Delta Z / 2} = \frac{\theta_1 - \theta_{1/2}}{\Delta Z / 2} \Rightarrow \frac{\theta_0 - \theta_f}{\Delta Z / 2} = \frac{\theta_1 - \theta_0}{\Delta Z / 2} \Rightarrow \theta_f = 2\theta_0 - \theta_1$$

En introduisant cette condition dans l'équation (III.10b), seule la 1^{ère} ligne de la matrice [A] et du vecteur {B} changent ; et l'expression de leurs coefficients devient :

$$\begin{cases} \beta_1^n = \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + 2D_0^n + E_1^n + D_1^n \\ \gamma_1^n = E_1^n - D_1^n \\ B_1 = \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} \theta_1^{n-1} + 2\theta_0 (D_0^n + E_1^n) \end{cases} \quad (III.14)$$

IV.1. 2. Pour un débit q_0 imposé à la surface

En introduisant dans l'équation (II.11b), l'expression du débit constant q_0 imposé à la surface, on obtient l'équation à discrétiser pour la première ligne de la forme:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{q_0}{\Delta Z} + K_z (Grad(h) + 1) \quad (III.15)$$

L'expression de la première ligne de l'équation (III.15) écrite sous la forme discrétisée au temps n suivant le schéma implicite, pour un pas d'espace ΔZ et un pas de temps ΔT , se présente comme suit:

$$\left(\frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + D_0^n + D_1^n \right) \theta_1^n + (E_1^n - D_1^n) \theta_2^n = \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} \theta_1^{n-1} + q_0 \Delta Z + (D_0^n + E_1^n) \theta_0 \quad (III.16)$$

Les coefficients de la première ligne du système matriciel (III.3) sont exprimés dans ce cas par:

$$\begin{cases} \beta_1^n = \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + D_0^n + D_1^n \\ \gamma_1^n = E_1^n - D_1^n \\ B_1 = \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} \theta_1^{n-1} + q_0 \Delta Z + (D_0^n + E_1^n) \theta_0 \end{cases} \quad (III.17)$$

IV. 2. Introduction de la condition à la limite inférieure

La condition à la limite inférieure est la condition d'un flux nul exprimé, pour la forme diffusive, par:

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} = 0 \quad \text{pour } z = 0 \quad \text{et } t \geq 0 \quad (III.18a)$$

Ce qui conduit à :

$$\frac{\theta_{Np}^n - \theta_{Np+1}^n}{\Delta z} = 0 \Rightarrow \theta_{Np+1}^n - \theta_{Np}^n = 0 \Rightarrow \theta_{Np+1}^n = \theta_{Np}^n \quad (III.18b)$$

L'expression de la dernière ligne $m=Np$ de l'équation (III.10b) écrite sous la forme discrétisée au temps n suivant le schéma implicite, pour un pas d'espace ΔZ et un pas de temps ΔT , se présente comme suit:

$$\left(-D_{Np-1}^n - E_{Np}^n \right) \theta_{Np-1}^n + \left(\frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + D_{Np-1}^n + D_{Np}^n \right) \theta_{Np}^n + \left(-D_{Np}^n + E_{Np}^n \right) \theta_{Np+1}^n = \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} \theta_{Np}^{n-1} \quad (III.19a)$$

En utilisant la condition du flux nul dans l'équation (III.19a), en remplaçant θ_{Np+1}^n par θ_{Np}^n , on aura:

$$\left(-D_{Np-1}^n - E_{Np}^n\right)\theta_{Np-1}^n + \left(\frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + D_{Np-1}^n + D_{Np}^n\right)\theta_{Np}^n + \left(-D_{Np}^n + E_{Np}^n\right)\theta_{Np+1}^n = \frac{\Delta Z^2}{\Delta T}\theta_{Np}^{n-1}$$

\Rightarrow

$$\left(-D_{Np-1}^n - E_{Np}^n\right)\theta_{Np-1}^n + \left(\frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + D_{Np-1}^n + E_{Np}^n\right)\theta_{Np}^n = \frac{\Delta Z^2}{\Delta T}\theta_{Np}^{n-1}$$

(III.19 b,c)

Dans ce cas, les coefficients de la dernière ligne du système matriciel (III.3) seront exprimés par:

$$\begin{cases} \alpha_{Np}^n = \left(-D_{Np-1}^n - E_{Np}^n\right) \\ \beta_{Np}^n = \left(\frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + D_{Np-1}^n + E_{Np}^n\right) \\ B_{Np} = \frac{\Delta Z^2}{\Delta T}\theta_{Np}^{n-1} \end{cases} \quad (III.20)$$

IV. 3. Présentation de la discrétisation de l'équation en termes de teneur en eau

L'expression du système discrétisé pour m variant de 1 à Np et de n variant de 1 à Nt est:

❖ Pour le cas d'une teneur en eau imposée à la surface

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + 2D_0 + E_1 + D_1 & E_1 - D_1 & 0 & 0 & \ggg & 0 & 0 & 0 \\ -D_1 - E_2 & \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + D_1 + D_2 & -D_2 + E_2 & 0 & \ggg & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -D_2 + E_3 & \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + D_2 + D_3 & -D_3 + E_3 & \ggg & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ggg & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ggg & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -D_{Np-2} + E_{Np-1} & \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + D_{Np-2} + D_{Np-1} & -D_{Np-1} + E_{Np-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -D_{Np-1} + E_{Np} & \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + D_{Np-1} + E_{Np} \end{bmatrix}^n$$

(III.21a)

$$\text{et } X = \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \theta_{N_p} \end{Bmatrix}^n, \quad B = \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \theta_{N_p} \end{Bmatrix}^{n-1} + \begin{Bmatrix} 2\theta_0(D_0 + E_1) \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix}^n \quad (\text{II.21b,c})$$

❖ Pour le cas d'un débit constant à la surface

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + D_0 + D_1 & E_1 - D_1 & 0 & 0 & \ggg & 0 & 0 & 0 \\ -D_1 - E_2 & \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + D_1 + D_2 & -D_2 + E_2 & 0 & \ggg & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -D_2 + E_3 & \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + D_2 + D_3 & -D_3 + E_3 & \ggg & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -D_{N_p-2} + E_{N_p-1} & \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + D_{N_p-2} + D_{N_p-1} & -D_{N_p-1} + E_{N_p-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -D_{N_p-1} + E_{N_p} & \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + D_{N_p-1} + E_{N_p} \end{bmatrix}^n$$

$$\text{et } X = \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \theta_{N_p} \end{Bmatrix}^n, \quad B = \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \theta_{N_p} \end{Bmatrix}^{n-1} + \begin{Bmatrix} q_0 \cdot \Delta Z + \theta_0(D_0 + E_1) \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix}^n \quad (\text{III.22a,b,c})$$

V. Discrétisation de l'équation en termes de potentiel de pression

La forme capacitive de l'équation de Richards (II.9b) exprimée par:

$$C \frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} \left(-K_z \left(\frac{\partial h}{\partial z} + 1 \right) \right) \text{ peut être écrite sous la forme:}$$

$$C \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial K}{\partial z} \frac{\partial h}{\partial z} + K \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} + \frac{\partial K}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial z} \quad (\text{III.23})$$

L'équation (III.23) permet d'avoir une approximation au second ordre, et de mieux linéariser la fonction de la conductivité hydraulique, en utilisant la dérivée de $K(h)$ par rapport à h , et en évitant sa discrétisation par rapport à z .

On pose $KH' = \frac{\partial K}{\partial h}$

Au temps n suivant le schéma implicite pour un pas d'espace ΔZ et un pas de temps ΔT , l'équation (III.23) devient:

$$\left(\frac{C_m^{n-1} + C_m^n}{2} \right) \left(\frac{h_m^n - h_m^{n-1}}{\Delta T} \right) = - \left(\frac{K_{m-1}^n - K_m^n}{\Delta Z} + KH' \right) \left(\frac{h_{m-1}^n - h_{m+1}^n}{2\Delta Z} \right) + \left(\frac{K_{m-1}^n + K_m^n}{2} \right) \left(\frac{h_{m-1}^n - 2h_m^n + h_{m+1}^n}{\Delta Z^2} \right) \quad (III.24)$$

Pour des simplifications de l'écriture de l'équation (III.24), on pose :

$$S_m^n = \frac{KH'^n \Delta Z}{2} \quad \text{et} \quad {}^* C_m^n = \left(\frac{C_m^{n-1} + C_m^n}{2} \right) \quad (III.25a,b)$$

On obtient alors une équation de la forme :

$$(-K_{m-1}^n - S_m^n)h_{m-1}^n + \left({}^* C_m^n \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + K_{m-1}^n + K_m^n \right) h_m^n + (-K_m^n + S_m^n)h_{m+1}^n = {}^* C_m^{n-1} \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} h_m^{n-1} \quad (III.26)$$

En écrivant cette équation pour chaque nœud à un pas de temps donné, on obtient un système de la forme (III.3), où les coefficients sont donnés par :

$$\begin{cases} \alpha_m = (-K_{m-1}^n - S_m^n) \\ \beta_m = \left({}^* C_m^n \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + K_{m-1}^n + K_m^n \right) \\ \gamma_m = (S_m^n - K_m^n) \\ B_m = {}^* C_m^{n-1} \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} h_m^{n-1} \\ x_m = h_m \end{cases} \quad (III.27)$$

V. 1. Introduction de la condition à la limite supérieure

V.1. 1. Pour une charge imposée h_0 à la surface

La condition de charge hydraulique h_0 imposée à la surface supérieure du milieu est exprimée par:

$$h = h_0 \quad \text{pour } z = H \text{ et } t \geq 0 \quad (III.28)$$

En introduisant cette condition dans l'équation (III.26), seule la 1^{ère} ligne de la matrice [A] et du vecteur {B} changent ; et les expressions de leurs coefficients deviennent :

$$\begin{cases} \beta_I^n = {}^* C_I^n \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + 2K_0^n + S_I^n + K_I^n \\ \gamma_I^n = -K_I^n - S_I^n \\ B_I = \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} h_I^{n-1} + 2h_0^n (K_0^n + S_I^n) \end{cases} \quad (III.29)$$

V. 2. Introduction de la condition à la limite inférieure:

La condition à la limite inférieure est un flux nul exprimé pour la forme capacitive par:

$$\frac{\partial h}{\partial z} = 0 \quad \text{pour } z = 0 \quad \text{et } t \geq 0 \quad (III.30a)$$

Ce qui conduit à :

$$\frac{h_{Np}^n - h_{Np+1}^n}{\Delta Z} = 0 \Rightarrow h_{Np}^n - h_{Np+1}^n = 0 \Rightarrow h_{Np+1}^n = h_{Np}^n \quad (III.30b)$$

L'expression de la dernière ligne $m=Np$ de l'équation (III.26) écrite sous la forme discrétisée au temps n suivant le schéma implicite pour un pas d'espace ΔZ et un pas de temps ΔT , se présente comme suit:

$$\begin{aligned} (-K_{Np-1}^n - S_{Np}^n)h_{Np-1}^n + \left({}^* C_{Np}^n \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + K_{Np-1}^n + K_{Np}^n \right) h_{Np}^n + (-K_{Np}^n + S_{Np}^n)h_{Np+1}^n &= {}^* C_{Np}^{n-1} \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} h_{Np}^{n-1} \\ \Rightarrow \\ (-K_{Np-1}^n - S_{Np}^n)h_{Np-1}^n + \left({}^* C_{Np}^n \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + K_{Np-1}^n + S_{Np}^n \right) h_{Np}^n &= {}^* C_{Np}^{n-1} \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} h_{Np}^{n-1} \end{aligned} \quad (III.31 a,b)$$

Les coefficients de la dernière ligne du système matriciel (III.3) sont exprimés alors par:

$$\begin{cases} \alpha_{Np}^n = (-K_{Np-1}^n - S_{Np}^n) \\ \beta_{Np}^n = \left(\frac{\Delta Z^2}{\Delta T} {}^* C_{Np}^n + K_{Np-1}^n + S_{Np}^n \right) \\ B_{Np} = {}^* C_{Np}^{n-1} \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} h_{Np}^{n-1} \end{cases} \quad (III.32)$$

V. 3. Présentation de la discrétisation de l'équation en termes de potentiel de pression

L'expression du système discrétisé pour m variant de 1 à Np et de n variant de 1 à Nt est:

- ❖ *Pour le cas d'une charge hydraulique imposée à la face supérieure et un flux nul à la face inférieure*

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} C_1 + 2K_0 + S_1 + K_1 & -K_1 - S_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -K_1 - S_2 & \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} C_2 + K_1 + K_2 & -K_2 + S_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -K_2 + S_3 & \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} C_3 + K_2 + K_3 & -K_3 + S_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -K_{N-2} + S_{N-1} & \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} C_{N-1} + K_{N-2} + K_{N-1} & -K_{N-1} + S_{N-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -K_{N-1} + S_N & \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} C_N + K_{N-1} + S_N \end{bmatrix}^n$$

$$X = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ h_{Np} \end{bmatrix}^n, \text{ et } B = \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} \begin{bmatrix} C_1 h_1 \\ C_2 h_2 \\ C_3 h_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ C_{Np} h_{Np} \end{bmatrix}^{n-1} + \begin{bmatrix} 2h_0(K_0 + S_1) \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}^n \quad (\text{III.33 a,b,c})$$

VI. Méthode de résolution

VI.1. Processus itératif

La discrétisation des équations (II.11b) et (II.9b), respectivement forme diffusive et forme capacitive de l'équation de Richards, a donné un ensemble d'équations algébriques tridiagonales (III.10b) et (III.26), fortement non linéaires en raison de la nature non linéaire de la conductivité hydraulique $k(\theta)$ et de la courbe de rétention $\theta(h)$. Pour cela un processus itératif doit être utilisé pour la résolution de ces deux systèmes d'équations, après introduction des conditions aux limites, afin d'obtenir des solutions à chaque nouveau temps.

Pour commencer la procédure d'itération dans la première étape de temps, la valeur initiale de la teneur en eau volumique θ_i ou du potentiel de pression h_i peut être utilisée comme une première estimation pour évaluer les coefficients inconnus des équations (III.10b) ou (III.26) pour l'itération suivante. Les nouvelles valeurs de θ ou de h seront utilisées pour évaluer les nouveaux coefficients. Le processus itératif est poursuivi jusqu'à ce que la précision souhaitée pour la solution soit obtenue.

VI.2. Convergence et stabilité

Un certain nombre de notion est nécessaire lors de la résolution des équations aux dérivées partielles (EDP) au moyen de leurs formes discrétisées. Les deux principales sont la convergence et la stabilité. Ces deux propriétés permettent de relier la solution exacte des équations continues à

la solution exacte des équations discrétisées et à la solution numérique obtenue. Ces différents liens sont:

- **La stabilité:** c'est la propriété qui assure que la différence entre la solution numérique obtenue et la solution exacte des équations discrétisés est bornée. Les équations (III.10b) et (III.26) sont de la forme: $x^n = x^{n-1} + f(x^n)$ ce qui correspond à un schéma d'Euler implicite. Ce schéma est inconditionnellement stable pour ΔZ supérieure à zéro.

Il est à noter toutefois que les pas de discrétisation adoptés peuvent influencer les résultats obtenus de façon plus ou moins notable ; il convient donc pour chaque simulation d'étudier la sensibilité des résultats à ces paramètres pour déduire des valeurs optimales qui permettent d'assurer la précision et le coût de calcul (Abdallah, 1999).

- **La convergence:** c'est la propriété qui assure que la solution numérique tend vers la ou une solution exacte des équations continues. C'est évidemment la propriété la plus recherchée. Pour un système itératif la convergence est assurée lorsque la différence entre deux solutions de deux itérations successives tend vers 0.

VI.3. Critère de Convergence

L'estimation de la teneur en eau et du potentiel de pression est réajustée jusqu'à ce qu'un critère de convergence soit atteint. C.à.d. que la variation des valeurs de θ ou de h en valeurs absolues entre deux itérations successives, soit inférieure à une petite valeur imposée nommée "tolérance". Ainsi dans notre étude nous utiliserons un critère de convergence effectué sur la teneur en eau ou sur le potentiel de pression, selon le type d'équation utilisée, donné par l'expression suivante:

$$\max |x_m^{n,p} - x_m^{n,p-1}| \leq tol \quad (III.34)$$

Avec:

x : désigne la variable d'état (θ ou h);

n : correspond au temps auquel la solution x est cherchée;

p : désigne le numéro de l'itération;

tol : la tolérance cherchée, fixée par l'utilisateur.

VI.3.1. Choix de la valeur de la tolérance

Pour fixer une valeur pour la tolérance "tol", nous avons traité un exemple d'infiltration verticale sur une colonne de sol nommé "Guelph loam" composé de 24.1% de sable; 53.0% de silt; 23.0% d'argile; 5.7% de matière organique (Liu et Hsiang, 1994), dont les propriétés hydrauliques sont définies par le modèle de van Genuchten-Mualem (van Genuchten, 1980). Les paramètres sont obtenus après ajustement de la courbe expérimentale d' Elrick & Bowman (1964) (Figure III.4). Le tableau III.3 présente les valeurs des paramètres du modèle suivant le chemin d'humidification. La colonne du sol est d'une hauteur de 100 cm soumise à une teneur en eau à saturation à sa partie supérieure et un flux nul à sa partie inférieure ; un pas régulier de temps et

d'espace, de l'ordre de 0.5mm et 0.5cm respectivement, est choisi. Le temps maximal d'infiltration est estimé à 200mn.

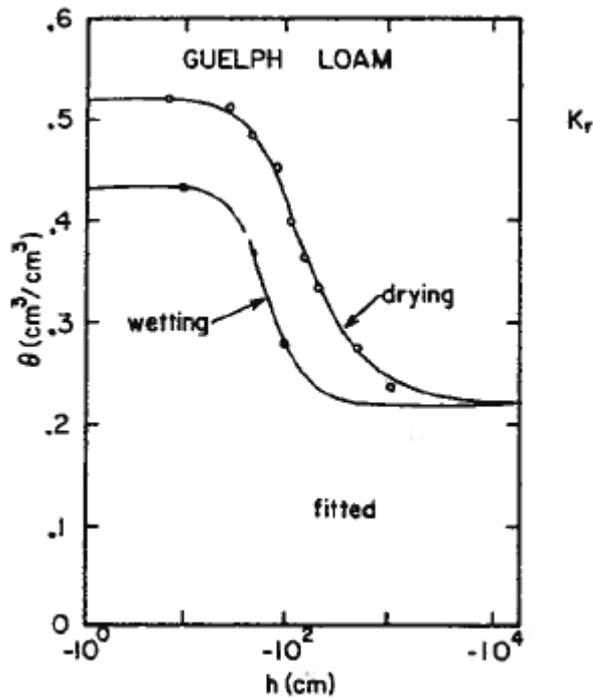


Figure III.4. Courbe de rétention mesurée (en cercle) et calculée (en ligne continue) de Guelph loam pour le chemin de drainage et le chemin de mouillage (van Genuchten, 1980)

θ_r [cm ³ /cm ³]	θ_s [cm ³ /cm ³]	K_s [cm/mn]	m [-]	n [-]	α [cm ⁻¹]
0.218	0.434	0.021944	0.637	2.76	0.0200

Tableau III.3 Caractéristiques hydrodynamiques du sol Guelph loam pour le chemin de mouillage

Le profil hydrique et le profil de succion sont calculés, pour une durée de 40mn, par la forme diffusive de l'équation de Richards, pour des valeurs de tolérance variant de 10^{-1} à 10^{-5} . Les résultats du calcul sont présentés sur les figures III.5 et III.6.

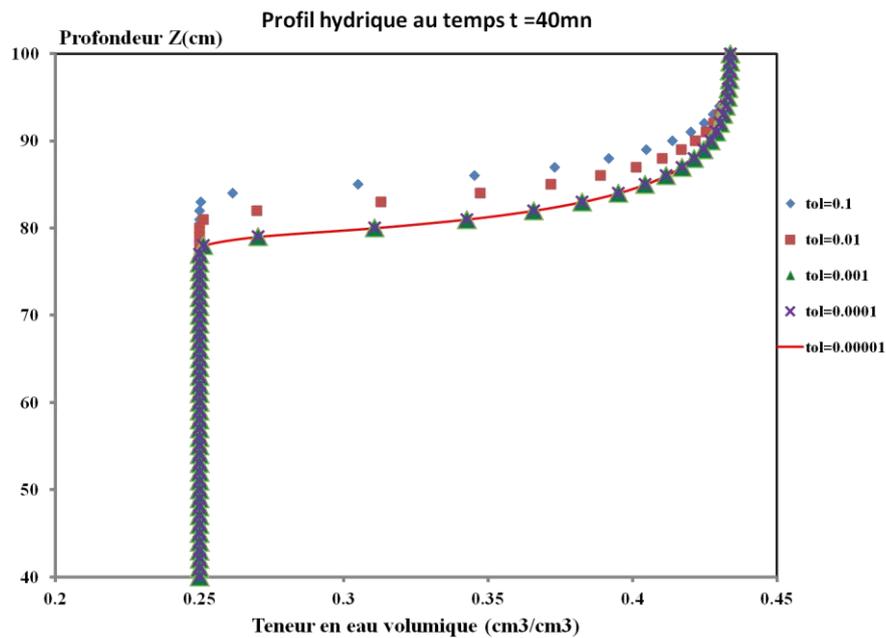


Figure III.5. Profil hydrique calculé au temps $t=40mn$ pour des différentes valeurs de la tolérance

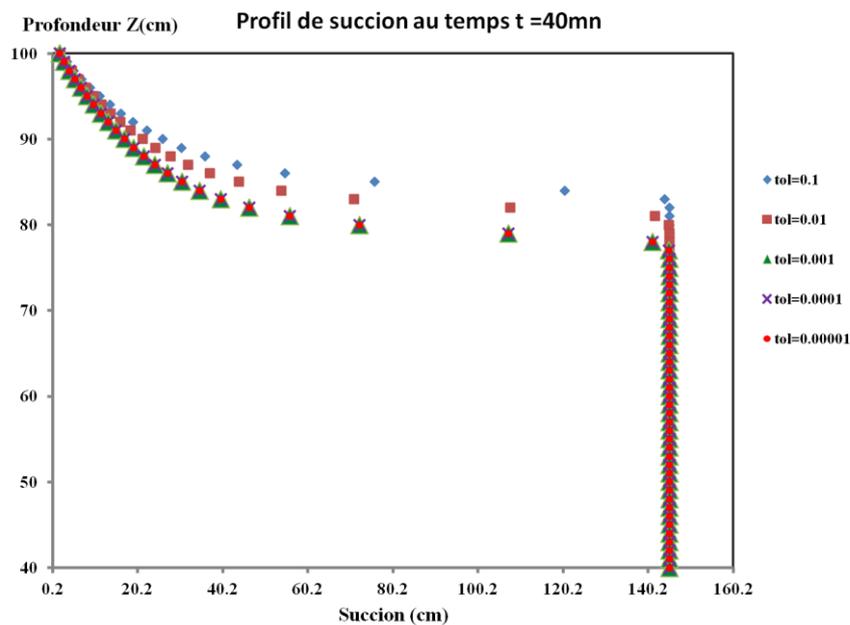


Figure III.6. Profil de succion calculé au temps $t=40mn$ pour des différentes valeurs de la tolérance

D'après les figures III.5 et III.6, on constate que les profils, soient hydriques ou de succion, se superposent à partir de la valeur de tolérance de 10^{-3} . Pour des valeurs de tolérance plus faibles, on ne constate pas une amélioration de cette superposition. Pour cela une tolérance $tol = 10^{-3}$ sera retenue.

VI.4. Méthode de résolution de Matlab

De nombreuses méthodes existent, permettant de résoudre le système tridiagonal (III.10b) ou (III.26). La méthode la plus utilisée pour le cas d'une matrice [A] tridiagonale est la méthode basée sur la factorisation de Gauss de la matrice "appelée la décomposition LU". Dans ce travail l'implémentation des équations discrétisées a été développée sous Matlab (version 7.1) ; ce dernier dispose d'une méthode standard directe appelée la division à gauche ($X=A\backslash B$, "backslash" "\' operator"), une technique basée sur la modification de la méthode d'élimination de Gauss.

Cette méthode est à utiliser avec précaution, parce que l'opérateur anti-slash '\' donne systématiquement des résultats même si la matrice est singulière ou n'est pas carré. Pour cela, une manière de savoir si un système possède réellement au moins une solution, il faut vérifier le théorème de Kronecker-Capelli définie comme suit:

« Un système possède une solution si et seulement si sa matrice de coefficients appelée [A] et sa matrice augmentée [AB] sont de même rang "r". Et la solution X est unique si le rang "r" est égal au nombre d'inconnues n » (Biran & Breiner, 2009).

Et pour vérifier le résultat de cette méthode, on a utilisé la méthode de décomposition LU présentée ci dessous.

VI.4.1. Méthode de décomposition LU

Cette méthode est spécialement adoptée aux cas des matrices bandes ou par blocs. Pour le cas d'une matrice tridiagonale, [A] est décomposée sous forme d'un produit de deux matrices L et U. En raison de la structure creuse de A, les matrices L et U de la factorisation de A sont des matrices bidiagonales, l'une L triangulaire inférieure et l'autre U triangulaire supérieure, de la forme: $A=LU$

$$\text{Avec } L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ m_2 & 1 & 0 & & & & 0 \\ 0 & m_3 & 1 & & & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & m_n & 1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad U = \begin{bmatrix} u_1 & f_1 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ 0 & u_2 & f_2 & & & & 0 \\ 0 & 0 & u_3 & f_3 & & & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & & & \ddots & f_{n-1} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & u_n \end{bmatrix}$$

Les éléments non nuls de ces deux matrices, ainsi que la méthode de résolution, sont plus détaillés en annexe (A).

VI.4.2. Comparaison entre la méthode de résolution de Matlab et la factorisation LU

La comparaison des deux méthodes de résolution citées ci-dessus, la méthode de division à gauche de Matlab et la méthode de factorisation LU, a été faite en premier lieu par le traitement des cas de systèmes linéaires simples, puis par le traitement de l'exemple d'infiltration précédent.

Dans l'exemple précédent, la méthode de résolution du système linéaire est la méthode de division à gauche de Matlab notée "\". Ce même système matriciel sera résolu avec la méthode de factorisation de Gauss notée "LU", présentée ci dessus. Les résultats de cette comparaison sont illustrés sur les figures III.7 et III.8.

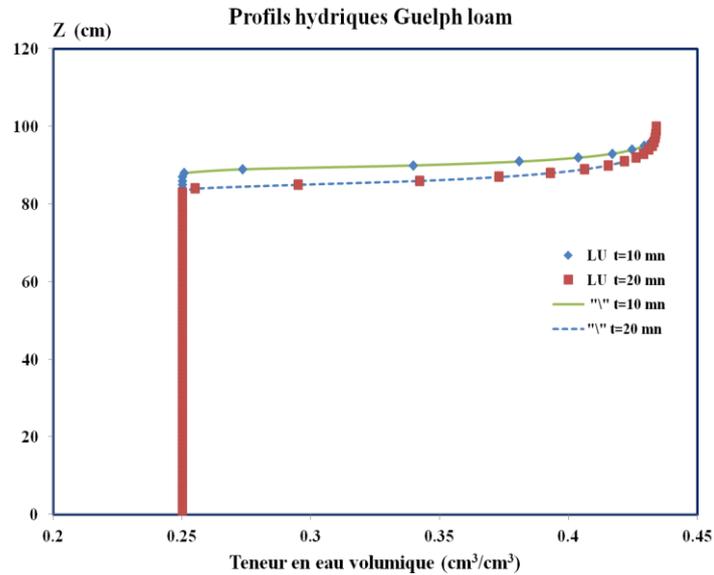


Figure III.7. Profils hydriques de Guelph loam calculés par la méthode de résolution LU et "\" pour les temps 10 et 20mn

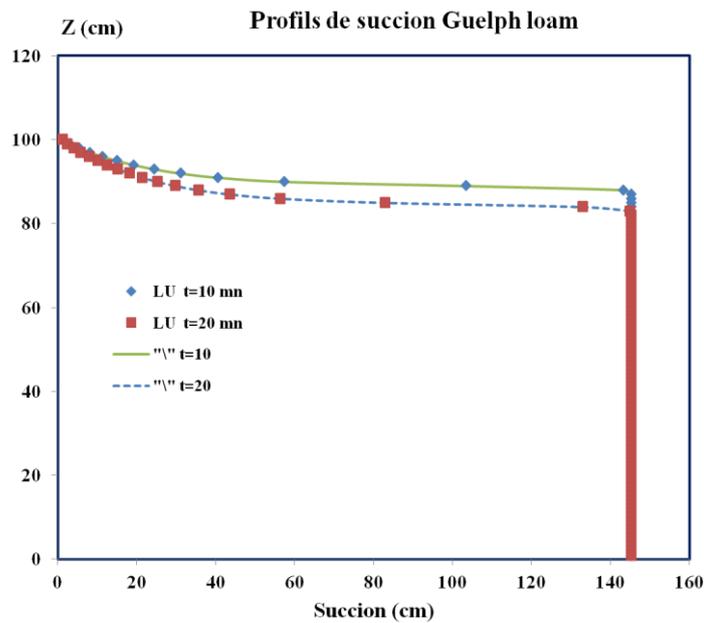


Figure III.8. Profils de succion de Guelph loam calculés par la méthode de résolution LU et "\" pour les temps 10 et 20mn

Les figures III.7 et III.8 représentent respectivement les profils hydriques et les profils de succion calculés au temps 10mn et 20mn par les deux méthodes de résolution. Ces figures montrent clairement que les courbes calculées par chaque méthode pour chaque temps se coïncident et aucune différence n'est constatée entre les résultats.

L'avantage de l'utilisation de la méthode de division à gauche de Matlab par rapport à la décomposition LU c'est un gain de temps de calcul considérable, particulièrement dans le cas du choix d'un pas spatial et/ou d'un pas temporel assez fin, ainsi que dans le cas d'un nombre d'itérations très élevé.

VI.5. Choix de la teneur en eau au voisinage de la teneur en eau à saturation θ_s^*

La forme diffusive de l'équation de l'écoulement présente un problème de discontinuité. En effet lorsque θ se rapproche de θ_s le rapport $d\theta/dh$ tend vers zéro, et au moment de la saturation du sol ($\theta=\theta_s$), la capacité capillaire devient nulle. Comme le montre l'équation (II.10), le rapport $d\theta/dh$ influencera grandement la diffusion capillaire $D(\theta)$. D'autre part, au moment où les pores du sol sont complètement remplis d'eau, la diffusivité devient indéterminée (division par zéro). Afin de résoudre ce problème de discontinuité de l'équation en teneur en eau au voisinage de θ_s , il fallait soit adopter une valeur constante de la diffusivité ou soit choisir une teneur eau voisine à la saturation. Dans ce travail, nous avons opté pour la deuxième approche. La valeur approchée de la teneur en eau à saturation notée θ_s^* égale à $(\theta_s-\delta)$, avec δ comprise entre $(10^{-1}$ et $10^{-6})$, a été définie, en tenant compte de la convergence des résultats, en traitant le même exemple que précédemment. Les valeurs de θ_s^* prise pour le calcul sont notées dans le tableau III.4.

N ° test	1	2	3	4	5	6
θ_s^*	$\theta_s \cdot 10^{-1}$	$\theta_s \cdot 10^{-2}$	$\theta_s \cdot 10^{-3}$	$\theta_s \cdot 10^{-4}$	$\theta_s \cdot 10^{-5}$	$\theta_s \cdot 10^{-6}$
θ_s^*	0.334	0.424	0.433	0.4339	0.43399	0.433999
θ_s^*/θ_s	76.9585%	97.6959%	99.7696%	99.9770	99.9977%	99.9998%

Tableau III.4 Différentes valeurs de la teneur en eau à saturation approchée θ_s^*

Les résultats de ce calcul sont les profils hydriques et les profils de succion calculés au temps 40mn par la forme diffusive de l'équation de Richards pour les différentes valeurs de θ_s^* avec une tolérance de 10^{-3} . Ces profils sont présentés sur les figures III.9 et III.10.

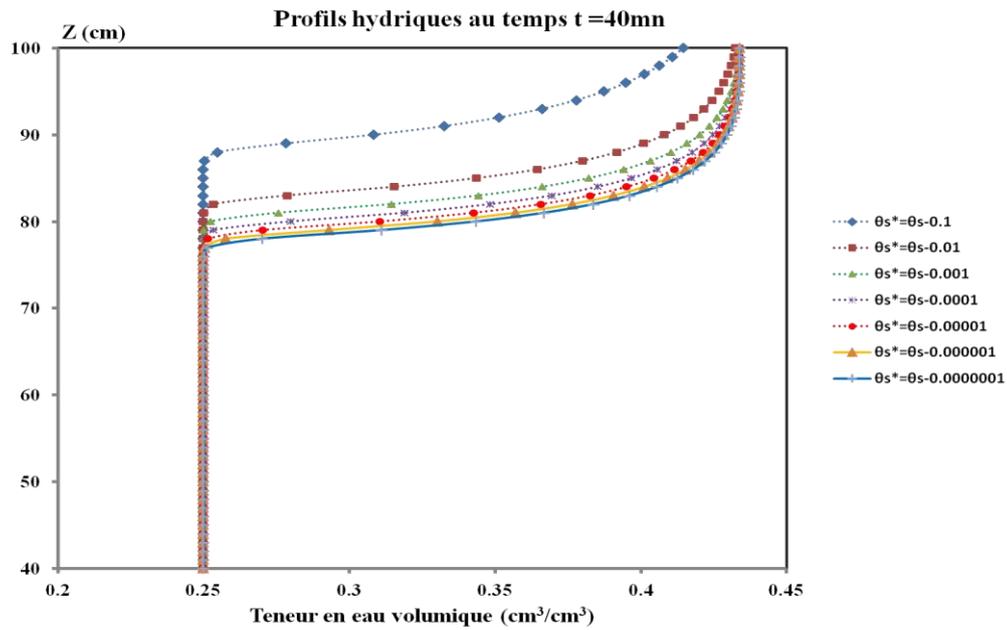


Figure III.9. Profils hydriques de Guelph loam calculés au $t=40mn$ pour des différentes valeurs de θ_s^*

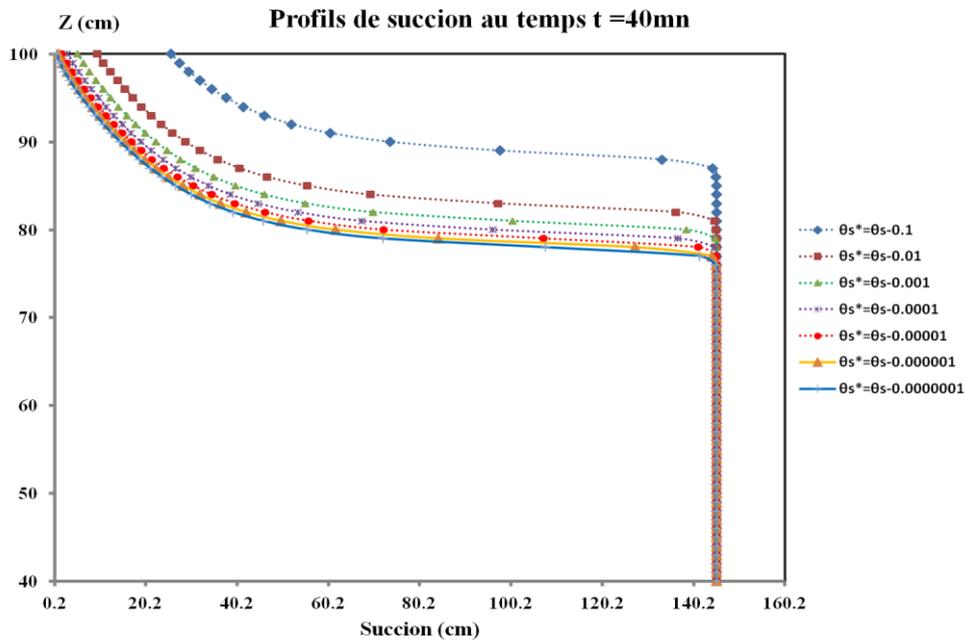


Figure III.10. Profils de succion de Guelph loam calculés au $t=40mn$ pour des différentes valeurs de θ_s^*

L'observation des figures III.9 et III.10 montre que les profils, soit hydriques ou soit de succion, ne se rapprochent qu'à partir d'une valeur de teneur eau à saturation approchée θ_s^* égale à 99.7696% de la teneur en à saturation réelle θ_s . Cette différence ne peut être négligée qu'à partir d'une valeur de θ_s^* égale à 99.9977% de θ_s . Afin d'avoir une idée des limites des différentes

valeurs de θ_s^* par rapport à θ_s , on a tracé la courbe de rétention $h(\theta)$ et la courbe de conductivité hydraulique $K(\theta)$ pour une teneur en eau $\theta_r < \theta \leq \theta_s^*$.

La courbe de rétention et la courbe de conductivité hydraulique sont présentées sur les figures III.11 et III.12. Pour chaque courbe, nous avons présenté son allure générale quand θ varie entre θ_r et θ_s (Figures III.11.a et III.12.a). Nous présentons un agrandissement de ces courbes au voisinage de θ_s (Figure III.11.b et Figure III.12.b).

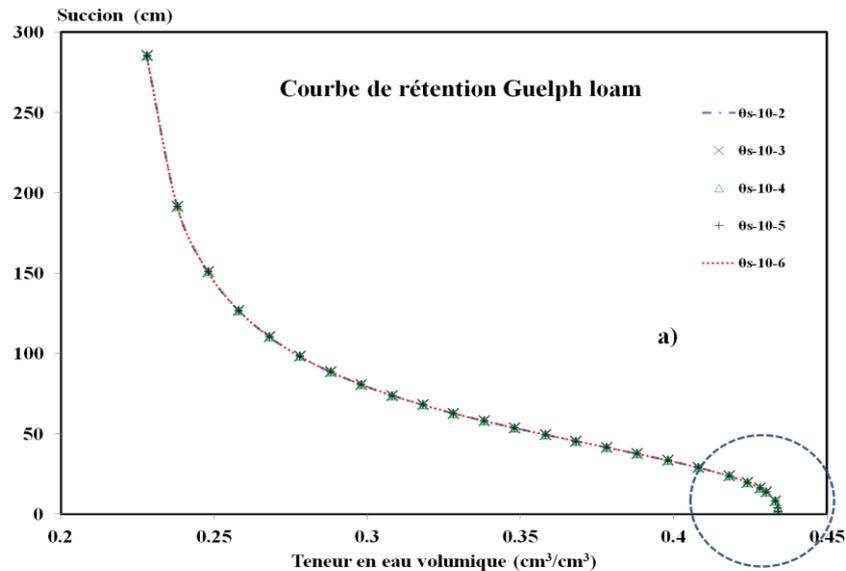


Figure III.11. a) Courbe de rétention du Guelph loam

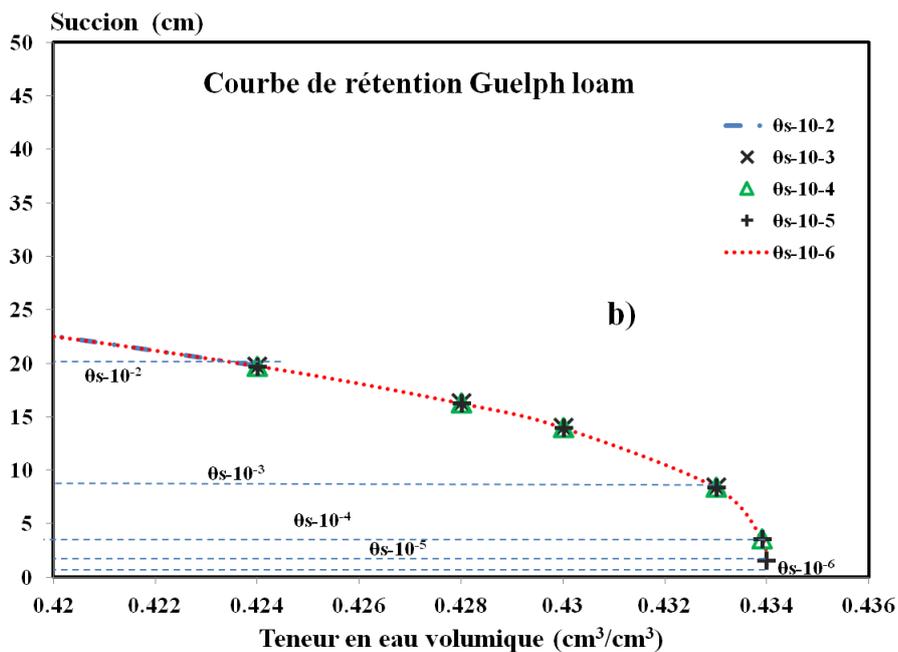


Figure III.11. b) Zoom sur la courbe de rétention du Guelph loam côté θ_s

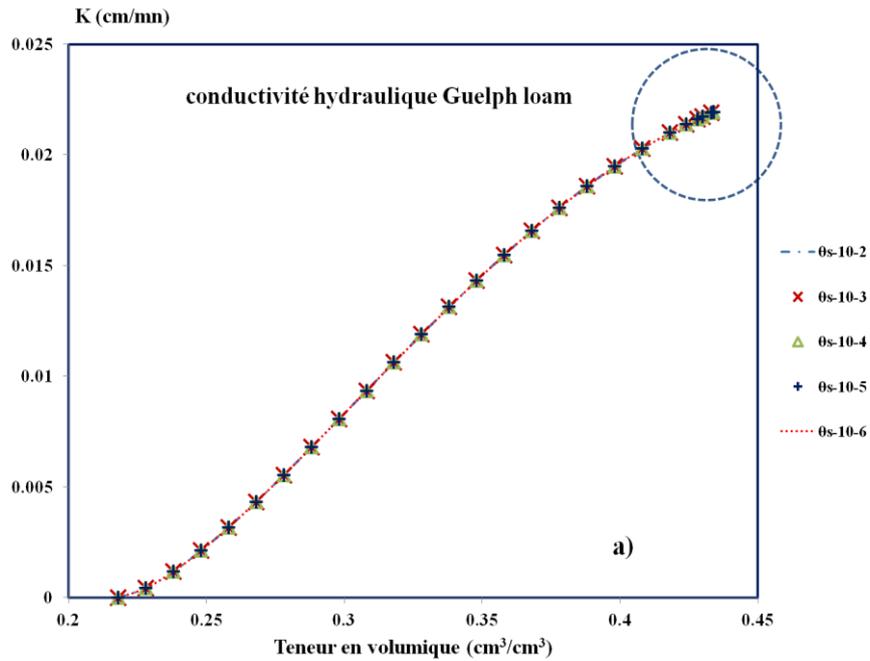


Figure III.12. a) Courbe de conductivité hydraulique du Guelph loam

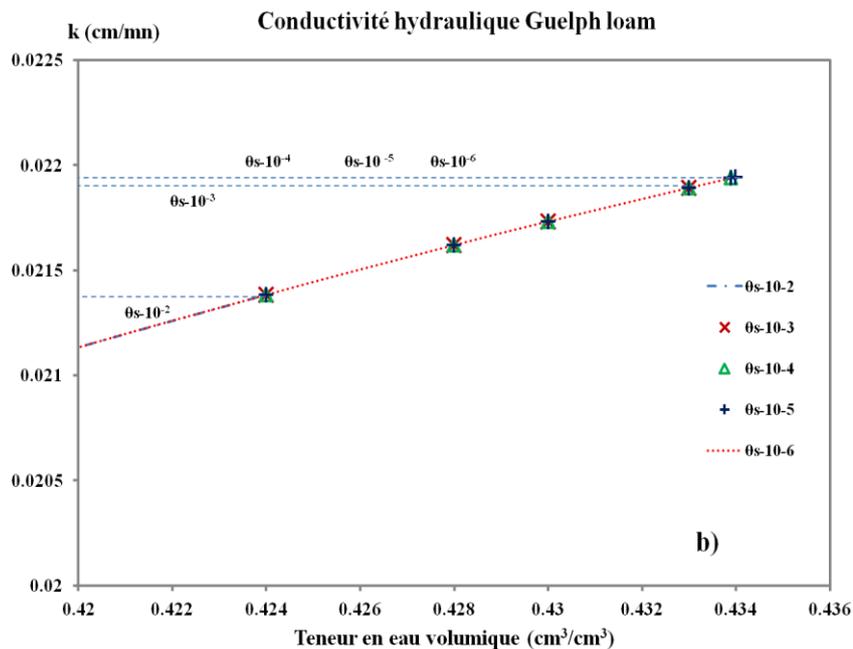


Figure III.12. b) Zoom sur la courbe de conductivité hydraulique du Guelph loam coté θ_s

D'après les figures III.11(a) et (b), on constate que la succion varie de 1cm à 9 cm quand θ_s^* varie entre $\theta_s \cdot 10^{-3}$ (0.433) à $\theta_s \cdot 10^{-6}$ (0.433999), et atteint 4 cm lorsque $\theta_s^* = \theta_s \cdot 10^{-4}$ (0.4339), alors que sur ces mêmes intervalles de variation de θ_s^* , on a une variation négligeable à nulle de K (figures III.12 .a et b). La variation de la succion est significative malgré les faibles variations de

θ , qui n'est pas le cas de la conductivité hydraulique. Cette variation influe aussi sur les profils hydriques jusqu'à une valeur très faible de δ .

Dans la suite des calculs, la valeur de θ_s^* sera prise égale à 99.9977% de θ_s avec une valeur de tolérance égale à $tol = 10^{-3}$, en utilisant la méthode de division à gauche "\" comme méthode de résolution.

VII. Algorithme et organigramme du programme

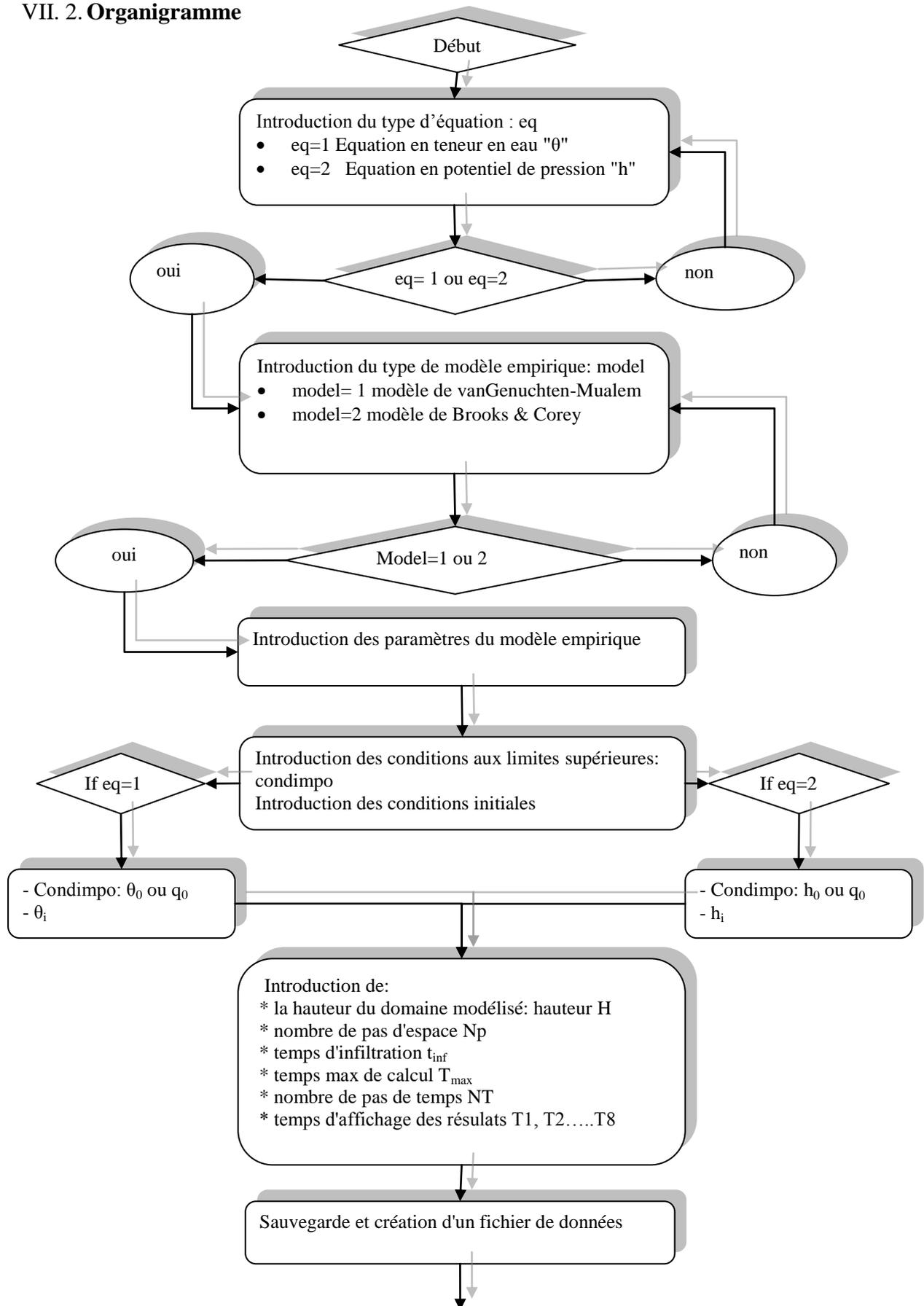
VII. 1. Algorithme

Le programme de calcul mis au point pour traiter le problème hydrodynamique comporte les étapes suivantes :

1. Choix de la forme de l'équation d'écoulement en terme de teneur en eau ou en terme de charge.
2. Choix du type de conditions aux limites
3. Choix du modèle empirique pour la définition de la courbe de rétention et de la conductivité hydraulique.
4. Introduction des valeurs des paramètres du modèle empirique choisi.
5. Introduction des données : conditions à la surface, condition initiales, caractéristiques de la colonne et du matériau, paramètres de calcul (temps d'infiltration, temps maximum de calcul, temps d'affichage des résultats, nombre de pas de temps, nombre de pas d'espace),
6. Sauvegardes des données et création de fichier de données.
7. Calcul du pas de temps et pas d'espace
8. Initialisation des vecteurs en teneur en eau θ et en potentiel de pression h
9. Calcul des constantes de la matrice tridiagonale et introduction des conditions initiales.
10. Résolution du système matriciel;
11. Sauvegarde des résultats au temps de calcul
12. Affichages des résultats,
13. Affichages des figures des résultats précédents.

En premier lieu la résolution de chaque équation a été faite dans un programme séparé pour chaque modèle; par la suite tous ces programmes ont été rassemblés dans un seul programme général faisant appeler à des sous programmes notés "fonction" dans Matlab dont l'organigramme simplifié est le suivant:

VII. 2. Organigramme



VIII. Vérification du code de calcul développé

La phase qui suit le développement d'un code de calcul numérique est sa vérification. Pour se faire, nous procéderons d'abord à une comparaison du modèle avec la solution semi-analytique de Philip (1969). Ceci se fera à travers un exemple de problème d'infiltration verticale en conditions non saturées, largement utilisé dans la littérature. Par la suite, nous effectuerons une comparaison avec un modèle proposée par Rathfelder et Abriola (1994), utilisant la méthode des différences finies et la forme capacitive de l'équation de Richards avec une approximation tangente de la capacité capillaire. A la fin nous effectuerons une comparaison avec les résultats obtenus par la formulation mixte de l'équation de Richards en utilisant le logiciel Hydrus 1D_version_4.

VIII.1. Comparaison avec la solution semi-analytique de Philip (1969)

VIII.1.1 Présentation du problème étudié

Le problème étudié est celui de Célia et al. (1990), repris après par Rathfelder et Abriola (1994), Lehman (1996), Diaw (1996), Abdallah (1999) et Belfort (2006). Il s'agit d'une colonne de sol homogène de hauteur 30cm soumise à une succion initiale de $h_i(z,0)=1000\text{cm}$, ce qui correspond à une teneur en eau initiale $\theta_i(z=0)=0.1099$ proche de la teneur en eau résiduelle $\theta_r=0.102$. Les propriétés hydrauliques du sol sont définies par le modèle de van Genuchten-Mualem (1980-1976) (équations II.37a et b), dont les paramètres sont présentés dans le tableau III.5. Les conditions imposées aux deux limites de la colonne de sol sont:

Pour la face supérieure : $h(z=H, t)=75\text{cm}$ ($\theta=0.2003$).

Pour la face inférieure: $h(z=0, t)=1000\text{cm}$ ($\theta=0.1099$).

Une succion est imposée sur la face inférieure de la colonne (condition de type Dirichlet), nous amène à modifier l'expression de la dernière ligne $m=Np$ de l'équation (III.10b) de la forme diffusive, et celle de l'équation (III.26) de l'équation capacitive. Les expressions des coefficients de la dernière ligne du système matriciel de chaque forme de l'équation de Richards pour une succion imposée à la face inférieure sont détaillées en annexe (A).

$\theta_r[\text{cm}^3/\text{cm}^3]$	$\theta_s[\text{cm}^3/\text{cm}^3]$	$K_s[\text{cm/s}]$	$n[-]$	$m[-]$	$\alpha[\text{cm}^{-1}]$
0.102	0.368	0.00922	2	0.5	0.0355

Tableau III.5. Caractéristiques hydrodynamiques du sol étudié (Rathfelder et Abriola, 1994)

Les solutions présentées sur la figure III.13 sont obtenues avec un maillage régulier $\Delta Z=0.3\text{cm}$ et un pas de temps $\Delta T=21\text{s}$. Le choix de ces pas nous permettra, par la suite, de comparer nos résultats avec les résultats de la méthode proposée par Rathfelder & Abriola (1994) obtenus avec un maillage de $\Delta Z=0.25\text{cm}$ et un pas de temps $\Delta T=21\text{s}$, et aussi avec les résultats obtenus par le logiciel Hydrus_1D. Le nombre total des pas d'espace adopté par le logiciel Hydrus_1D est fixe et égale à 100; ce qui donne un pas d'espace $\Delta Z=0.3\text{cm}$.

Les résultats de la simulation sont représentés par des profils de succion calculés après 6 heures d'infiltration, par la forme diffusive et la forme capacitive de l'équation de Richards, comme illustrés sur la figure III.13.

VIII.1.2 Résultats et discussions

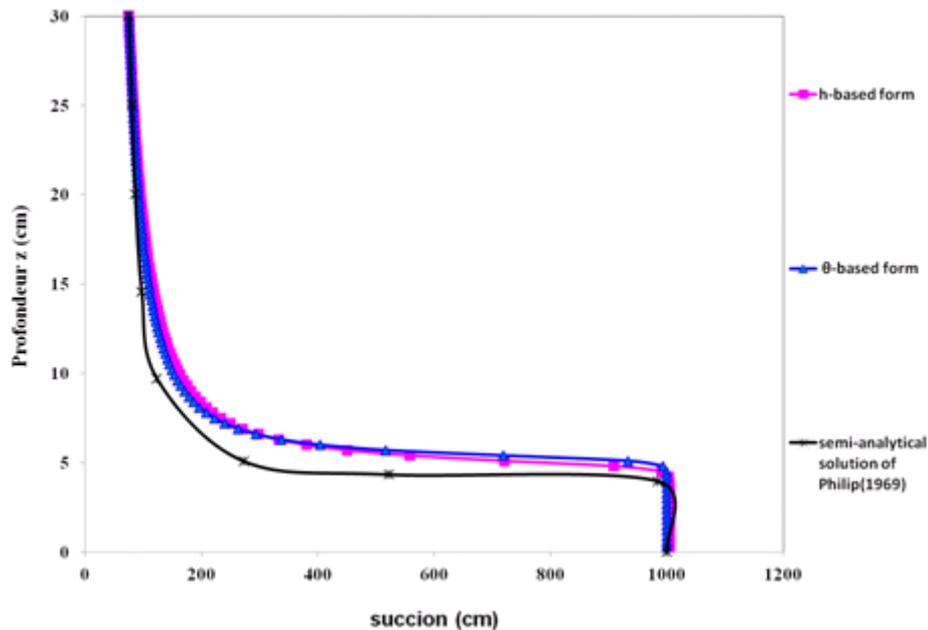


Figure III.13. Profil de succion calculé au temps 6 heures par la forme capacitive, la forme diffusive et la solution semi-analytique de Philip

La figure III.13 montre que pour des faibles suctions (état proche à la saturation) les différentes méthodes se rapprochent de la solution semi-analytique de Philip, les deux courbes de la forme en θ et de la forme en h sont pratiquement superposées. Lorsque la succion commence à augmenter, les deux courbes se séparent et s'éloignent légèrement de la solution semi-analytique mais elles s'en rapprochent à nouveau pour les grandes valeurs de succion (état proche à la teneur en eau résiduelle). Les deux courbes ont tendance à rejoindre la solution semi-analytique mais la forme capacitive (forme en h) est plus proche.

VIII.2. Comparaison avec le modèle de Rathfelder & Abriola (1994)

VIII.2.1 Présentation du modèle de Rathfelder & Abriola (1994)

Plusieurs validations de modèles ont été conduites en traitant l'exemple précédent et en utilisant la solution semi-analytique de Philip (1969). Parmi ces modèles, les modèles développés par Rathfelder & Abriola (1994) se basent sur la discrétisation de la forme capacitive et la forme mixte de l'équation de Richards. Deux méthodes ont été utilisées pour la résolution de ces deux équations, la première basée sur la méthode des différences finies et la deuxième sur la méthode des éléments finis.

Le modèle développé en différences finies avec une approximation tangente de la capacité capillaire sera retenu comme un exemple servant de référence, parce qu'il présente les mêmes hypothèses que notre modèle. Les résultats de Rathfelder et Abriola sont obtenus avec une approximation tangente de la capacité capillaire. Ils sont nommés respectivement: tangent (h-based (R&A¹ method)) solution de l'équation en h, et tangent (mixed, R&A method), solution de l'équation mixte. Les résultats sont obtenus avec un maillage de ($\Delta Z=0.25\text{cm}$) et un pas de temps ($\Delta T=21\text{s}$) et sont présentés sur la figure III.14.

VIII.2.2 Résultats et discussions

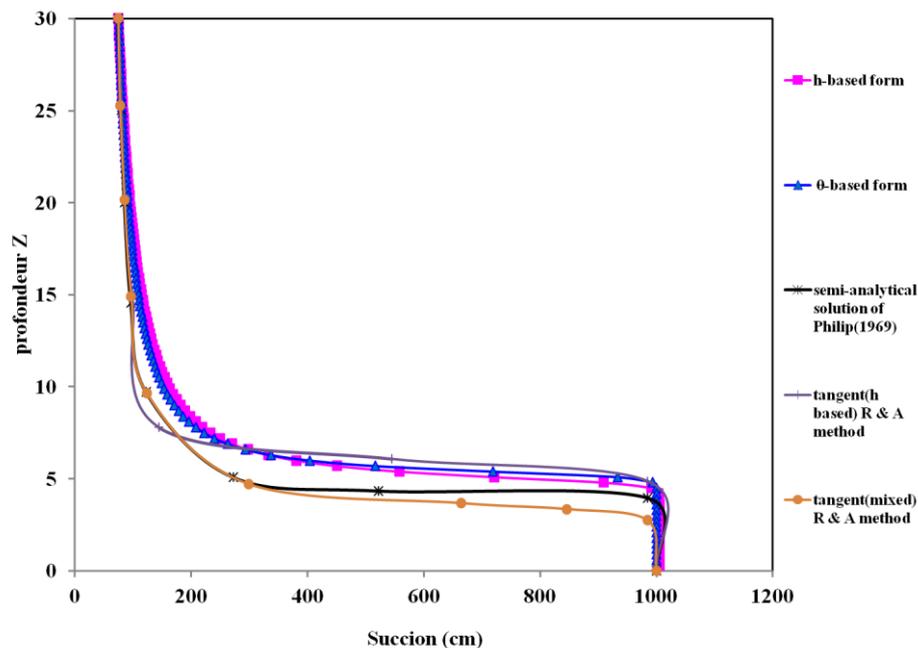


Figure III.14. Profil de succion calculé au temps 6 heures par la forme capacitive, la forme diffusive et la solution semi-analytique de Philip, et la méthode de Rathfelder et Abriola

Le profil de succion calculé à partir de la formulation mixte de l'équation de Richards par la méthode de Rathfelder & Abriola est superposée avec la solution semi-analytique de Philip jusqu'à une valeur de succion proche à 300cm; dans cet intervalle, la formulation mixte de R&A a une supériorité par rapport aux autres méthodes comme il est montré clairement sur la figure III.14, mais au-delà de cette valeur ($h=300\text{cm}$), la courbe commence à s'éloigner. Le profil de succion calculé à partir de la formulation en h par la méthode (R&A method) est relativement éloigné de la solution semi-analytique de Philip par rapport au profil calculé par notre modèle de la formulation en h (h-based form), et par rapport à celui calculé à partir de la formulation en teneur en eau de l'équation de Richards (θ -based form).

Il est à noter que la différence entre la méthode basée sur la formulation en h de R&A et notre méthode est la forme de l'équation discrétisée. En effet Rathfelder et Abriola ont appliqué le schéma implicite centré directement sur l'équation (II.9b), alors que dans notre travail, on a

¹ R&A: Rathfelder & Abriola

simplifié cette équation à la forme (III.23) afin d'avoir une approximation au second ordre qui permet de mieux linéariser la fonction de conductivité hydraulique. Ceci donne un aperçu sur la forte sensibilité de ce type d'équation vis-à-vis du schéma de discrétisation de la conductivité hydraulique qui influe à son tour sur les résultats de calcul.

Ces résultats montrent que la formulation mixte de l'équation de Richards est plus avantageuse par rapport aux deux autres formulations (forme capacitive et forme diffusive) dans le cas d'un sol humide, par contre elle présente un problème lorsque le sol est relativement sec.

VIII.3. Logiciel Hydrus_1D et formulation mixte de l'équation de Richards

VIII.3.1 Présentation du logiciel

Pour ce qui concerne la modélisation de la forme mixte de l'équation de Richards, nous nous sommes servis du logiciel "Hydrus_1D version 4" développé par Šimůnek et al. à l'université de Californie "University of California Riverside". Ce logiciel est spécialisé dans la modélisation hydrodynamique souterraine en zone saturée et non saturée, et du transport de soluté en milieu poreux (Šimůnek et al., 2004). Ce code permet de simuler, selon une direction, le mouvement de l'eau, de la chaleur et de soluté en régime hydraulique permanent ou transitoire.

L'équation régissant l'écoulement de l'eau en condition non saturée est l'équation mixte de Richards. Elle intègre aussi le terme de source pour prendre en considération les prélèvements des plantes dans la zone racinaire (extraction racinaire). Cette équation est résolue numériquement par la méthode des éléments finis appelée "a mass lumped linear finite elements scheme" pour l'aspect géométrique et par la méthode de différence finie (schéma de Crank-Nicholson) pour l'aspect temporel.

Les propriétés hydrodynamiques du sol, dans ce logiciel, sont décrites par l'intermédiaire des courbes caractéristiques de rétentions $\theta(h)$ et de conductivité hydrauliques $K(\theta)$ définies par les fonctionnelles soit de van Genuchten – Mualem (1980-1976), soit de Brooks & Corey (1964), soit le modèle modifié de van Genuchten permettant de mieux représenter les propriétés hydrauliques des sols proche de la saturation. L'effet d'hystérésis peut également être pris en considération par l'intermédiaire du modèle empirique introduit par Scott et al. (1983) et Kool et Parker (1987).

Les conditions aux limites de la partie hydrodynamique sont fixées par l'intermédiaire, soit du potentiel de pression h , (type Dirichlet), soit du flux d'eau q (condition de Neumann). La valeur des paramètres est définie soit de façon constante, cas de régime permanent, soit variable, cas du régime transitoire.

VIII.3.2 Comparaison avec le modèle Hydrus_1D

Le problème précédent a été résolu avec le logiciel Hydrus_1D version 4. Comme il a été indiqué précédemment, le logiciel est développé sous la base de la résolution de l'équation mixte de Richards. Le nombre de pas de maillage est fixé dans ce logiciel à 100, ce qui donne un pas spatial de 0.3cm. En revanche, le pas temporel est dynamique ne dépassant pas un pas de temps maximal (imposé) $\Delta T_{\max}=21s$. Les résultats de toutes les méthodes précédentes sont regroupés sur

la figure III.15 et les différents maillages adoptés par chaque méthode sont résumés dans le tableau III.6.

Méthodes	Forme en θ	Forme en h	Forme mixte (hydrus)	Forme en h (R&A)	Forme mixte (R&A)
ΔZ (cm)	0.3	0.3	0.3	0.25	0.25
ΔT (s)	21	21	21	21	21

Tableau .III.6. Valeurs du pas temporel et du pas spatial de chaque méthode

VIII.3.3 Résultats et discussions

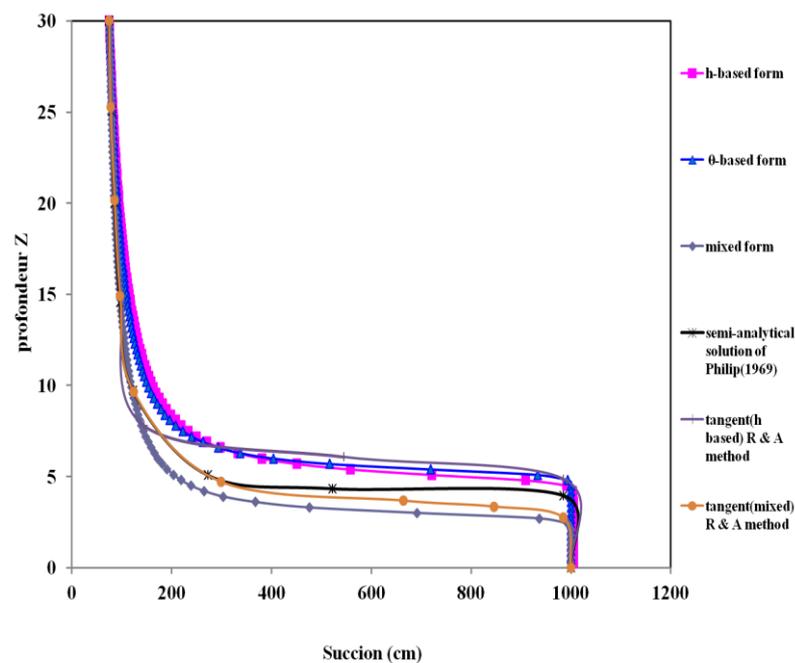


Figure III.15. Profil de succion calculé au temps 6 heures par la forme capacitive, la forme diffusive et la solution semi-analytique de Philip, la méthode de Rathfelder et Abriola, et la forme mixte d'Hydrus_1D

D'après la figure III.15, on note tout d'abord que les profils de succion de la formulation mixte, représentés soit par la courbe de Rathfelder et Abriola ou par celle d'Hydrus_1D, surestime la solution, qui se traduit par un front d'humidité en avance par rapport à celui la solution semi-analytique. Contrairement aux profils de succion obtenus par les deux autres formulations, le front d'humidité est en retard par rapport à celui de la solution semi-analytique. Si on compare les deux profils obtenus avec la formulation mixte, on voit que le profil de succion calculé par Hydrus_1D est légèrement éloigné de la solution semi-analytique que celui calculé par Rathfelder et Abriola. Ceci confirme le fait que la méthode des différences finies dans la discrétisation de ce genre d'équation est plus recommandée que la méthode des éléments finis classiques.

Diaw (1996) et Abdallah (1999) ont validé leur modèle avec le même exemple et avec la même solution semi-analytique. Le modèle de Diaw nommé "MHND_2D" repose sur la

discrétisation de la forme en h de l'équation de Richards en utilisant la méthode des éléments finis mixtes hybrides, en optant pour le même pas spatial et temporel précédent proposés par Rathfelder & Abriola. Diaw a trouvé que sa solution est légèrement éloignée de la solution semi-analytique (Figure.III.16.a). Par contre en raffinant le maillage ΔZ de 0.25cm à 0.1cm et en gardant le pas temporel ($\Delta T=21s$), la solution se rapproche mieux à la solution analytique (Figure III.16.b).

Abdallah (1999) dans son étude a proposé plusieurs simulations avec des différentes valeurs du pas de temps maximal et du pas d'espace, Ces simulations montrent clairement qu'avec une discrétisation spatio-temporelle assez fine les résultats tendent vers la solution de référence (solution semi-analytique).

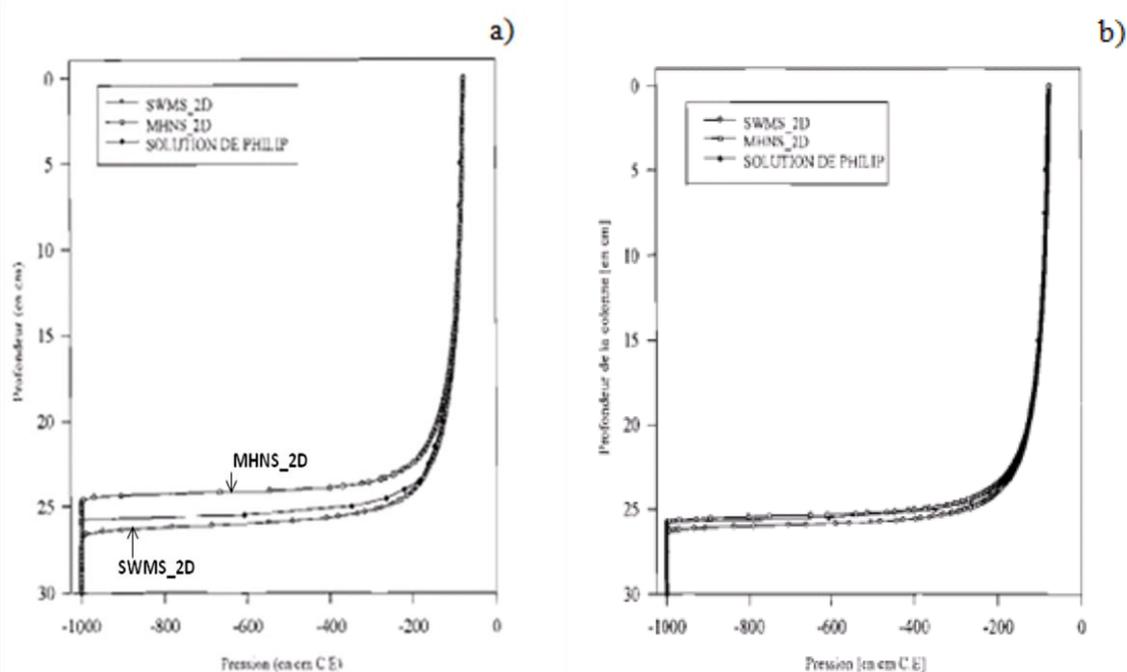


Figure III.16 Profil de succion calculé par le modèle *MHNS_2D* (Diaw, 1996) en comparaison avec la solution semi-analytique de Philip (1969) et le modèle *SWMS_2D* (Šimůnek et al., 1992) pour $\Delta T=21s$, a) une discrétisation avec $\Delta Z=0.25cm$, b) une discrétisation avec $\Delta Z=0.1cm$

IX. Conclusion

Ce chapitre a été consacré à l'élaboration d'un modèle numérique, par une simulation d'une infiltration verticale à travers une colonne d'un sol homogène, dans un état initial non saturé défini, soit par un profil de potentiel de pression, soit par un profil de teneur en eau. Cette simulation est basée sur la discrétisation de la forme diffusive et de la forme capacitive de l'équation de Richards en utilisant la méthode des différences finies dans un schéma implicite. Cette discrétisation a nécessité aussi une approximation des fonctions non linéaires de l'équation de Richards. Le choix d'une approximation arithmétique a été retenu pour la conductivité

hydraulique et la diffusivité, en revanche une approximation tangente est retenue pour la capacité capillaire.

Une modification a été portée à l'équation de Richards, en utilisant la dérivée de $K(\theta)$ par rapport à θ dans la forme diffusive et la dérivée de $K(h)$ par rapport à h dans la forme capacitive, et en évitant sa discrétisation par rapport à z , cette modification permet d'avoir une approximation au second ordre, et de mieux linéariser la fonction de la conductivité hydraulique.

La discrétisation des deux équations a conduit à deux systèmes tridiagonaux d'équations non linéaires ; ce qui a nécessité l'utilisation d'un processus itératif pour la résolution. L'implémentation du modèle sous Matlab, nous a permis d'utiliser la méthode de résolution de division à gauche, une méthode qui donne les mêmes résultats que la méthode de factorisation LU de Gauss et permet également un gain considérable du temps de calcul. Pour éviter le problème de discontinuité de la forme diffusive près de la saturation, il nous a fallu adopter une teneur en eau voisine de la teneur en eau à saturation. Et afin d'obtenir une meilleure précision des résultats, les solutions sont réajustées jusqu'à ce que la tolérance imposée soit vérifiée.

La vérification du code de calcul développé dans ce travail a été faite à la fin de ce chapitre par comparaison à la solution semi-analytique de Philip et par une confrontation avec les solutions de la méthode de Rathfelder et Abriola, et également avec celles du logiciel Hydrus_1D. On peut dire de cette vérification, que le code de calcul élaboré soit par la formulation en h ou en θ donne des résultats acceptables par rapport aux méthodes déjà existantes. Ces résultats peuvent être améliorés par un bon choix du pas de temps et du pas d'espace.

Le choix proposé dans ce travail d'utiliser dans l'équation de Richards la dérivée de la courbe de conductivité hydraulique par rapport à l'une des variables d'état au lieu d'une discrétisation par rapport à la profondeur, améliore la précision des résultats obtenus par comparaison avec la méthode basée sur la formulation en h de Rathfelder et Abriola (R&A). Elle montre aussi la sensibilité de l'équation de Richards vis-à-vis du schéma de discrétisation de la conductivité hydraulique.

On peut noter aussi qu'une différence peut être observée entre les résultats des trois formulations de l'équation de Richards. Si la formulation mixte donne de meilleurs résultats par rapport aux deux autres formes, toutefois elle peut perdre cet avantage dans le cas d'un milieu sec. Cette différence peut être observée sur les résultats de la même équation, mais avec des approximations de discrétisation ou des méthodes de résolution différentes.

A cet effet le chapitre suivant sera consacré à une étude comparative entre les trois formes de l'équation de Richards, en prenant en considération la texture du sol, son état initial, l'influence du modèle empirique choisi pour la détermination des propriétés hydrauliques (type de fonction et paramètres).

Chapitre 04

Etude comparative entre les trois formes de
l'équation de Richards

Etude comparative entre les trois formes de l'équation de Richards

I. Introduction

Ce chapitre est consacré à une étude comparative entre les résultats donnés par les trois formes de l'équation de Richards, la forme diffusive, la forme capacitive développées dans ce travail, et la forme mixte en utilisant le logiciel Hydrus_1D. Pour chaque modélisation de l'écoulement dans les sols non saturés, il est nécessaire de déterminer la courbe de rétention et la courbe de conductivité hydraulique des sols étudiés. Donc nous présentons dans un premier temps, une étude paramétrique par ajustement des fonctions. Les modèles utilisés sont les modèles de van Genuchten- Mualem (1980-1976) et de Brooks & Corey (1964). Nous analysons ensuite les résultats représentés par les profils hydriques, les profils de succion, la courbe d'infiltration et la courbe de l'évolution du front d'humidité, obtenus lors des tests d'infiltration sur des colonnes d'argile du Gault, le limon de Givors, le sable argileux et les alluvions de chassieux. Ces tests ont permis de visualiser le comportement de chaque forme de l'équation sous différents types de conditions telle que: la texture du sol, l'état hydrique initial du sol, le modèle empirique définissant les courbes représentatives des propriétés hydrauliques du sol...etc.

Par la suite, les profils calculés sont comparés aux profils mesurés dans les mêmes sols, disponibles dans la littérature (Gaidi, 2002; Bentoumi 1995). A partir de ces profils, nous suivons l'évolution des courbes d'infiltration et l'avancement des fronts d'humidité calculés et mesurés. Nous effectuons aussi une comparaison des courbes de l'évolution du coefficient de dispersion apparent calculées à partir des profils calculés et des profils mesurés, et nous effectuons aussi une comparaison des courbes de l'évolution de la vitesse d'écoulement, calculées à partir des profils calculés et des profils mesurés. A la suite à cette étude comparative, nous essayons de faire apparaître les défaillances de chaque forme de l'équation.

II. Caractéristiques Géotechniques des matériaux

Dans ce travail, nous étudions une gamme de sols de la littérature, différenciés par leur texture, représentés par *l'argile du Gault*, *le limon de Givors*, *un sable argileux* et *des alluvions de chassieux* ; leurs caractéristiques géotechniques sont indiquées sur le tableau IV.1 et déterminées à partir des essais expérimentaux effectués par Gaidi (2002) et Bentoumi (1995).

Soil	% éléments < 80 μ m	% éléments < 2 μ m	W _L	W _P	IP	W _{opt} (%)	K _s (cm/mn)	θ_s	θ_r	(γ_d / γ_w)
Argile du Gault	100	69	40	19	21	17.5	1.5 10 ⁻⁶	0.365	0.125	1.77
Limon de Givors	92	15	33	23	10	16.3	1.2 10 ⁻⁴	0.355	0.025	1.73
Sable argileux	71	22	16.8	23.3	6.5	20	0.024	0.35	0.024	1.9
Alluvions de chassieux	-	-	-	-	-	5.8	0.126	0.288	0.0085	2.06

Tableau IV.1. Caractéristiques géotechniques des sols étudiés.

Les propriétés hydrodynamiques de ces sols ont été déterminées au moyen d'essais d'infiltration sur des colonnes par Gaidi (2002) et Bentoumi (1995) comme suit:

- *Obtention de la courbe de rétention*, par la méthode des papiers filtres et par la méthode des solutions salines
- *Obtention de la courbe de conductivité hydraulique et de perméabilité K_s*, par la méthode des profils instantanés. Ces profils instantanés sont déterminés par la méthode TDR pour le sable argileux et les alluvions de Chassieux (Gaidi, 2002) et par la méthode de sectionnement de colonnes pour l'argile du Gault et le limon de Givors (Bentoumi, 1995).

III. Estimation des paramètres des modèles empiriques

Deux familles de fonctions sont utilisées dans ce travail ; celles de van Genuchten-Mualem, et celles de Brooks & Corey. Dans ces deux modèles, les mêmes paramètres sont utilisés pour décrire la courbe de rétention et la courbe de conductivité hydraulique. Pour cette raison plusieurs auteurs se contentent d'ajuster ces modèles sur les données expérimentaux de la courbe de rétention seule, qui est plus facile à mesurer par comparaison à la courbe de la conductivité hydraulique.

Les expressions des courbes caractéristiques de la rétention d'eau $\theta(h)$ et de la conductivité hydrauliques $K(\theta)$ et $K(h)$ sont rappelées ci-dessous (tableau IV.2).

Modèle	Courbe de rétention $\theta(h)$	Courbe de conductivité hydraulique
van Genuchten – Mualem (1980-1976)	$\theta_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = [1 + (\alpha h)^n]^{-m}$	$K(\theta) = K_s \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{0.5} \left[1 - \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{\frac{1}{m}} \right]^2$ $K(h) = K_s \frac{\left\{ 1 - (\alpha h)^{n-1} [1 + (\alpha h)^n]^{-m} \right\}^2}{[1 + (\alpha h)^n]^{\frac{m}{2}}}$
Brooks & Corey (1964)	<p>pour $h \leq h_{ae}$ $\theta = \theta_s$</p> <p>pour $h > h_{ae}$</p> $\theta_e(h) = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \left(\frac{h_{ae}}{h} \right)^N$	$K(\theta) = K_s \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{\frac{M}{N}}$ $K(h) = K_s \left(\frac{h_{ae}}{h} \right)^M$

Tableau IV.2. Equations des courbes caractéristiques de rétention d'eau et de conductivité hydraulique

III. 1. Courbe de rétention

- *Estimation des paramètres des modèles de van Genuchten- Mualem (1980-1976) et de Brooks & Corey (1964)*

L'obtention des deux fonctions décrivant les courbes caractéristiques des sols étudiés, nécessitent donc la détermination préalable de 6 paramètres:

- θ_r , θ_s , K_s , n , m et α pour le modèle de van Genuchten-Mualem (1980-1976);
- θ_r , θ_s , K_s , h_{ae} , N et M pour le modèle de Brooks & Corey (1964).

θ_r , θ_s , K_s sont donnés dans le tableau IV.1. Les relations entre n et m ($m=1-1/n$) et entre N et M ($M=2+3N$) réduisent le nombre de paramètres à déterminer à 2. Ces paramètres sont n et α pour le modèle de van Genuchten- Mualem, h_{ae} et N pour le modèle de Brooks & Corey.

La détermination de ces paramètres est effectuée en utilisant un logiciel d'ajustement de courbe exhaustive Curve Expert (annexe B). Ce dernier fournit un coefficient de corrélation "r" variant entre 0 et 1. Les valeurs des paramètres d'ajustement de la courbe de rétention des sols étudiés sont récapitulés dans les tableaux IV.3 et IV.4 respectivement pour les modèles de van Genuchten- Mualem (1980-1976), et de Brooks & Corey (1964).

Sols	α (cm ⁻¹)	n	m	r ¹
Argile du Gault	0.001975	1.163	0.140	0.971
Limon de Givors	0.002987	1.2845	0.221	0.994
Sable argileux	0.0150	1.380	0.275	0.989
Alluvions de Chassieux	0.01552	1.4125	0.2920	0.9726

Tableau IV.3. Valeurs des paramètres du modèle de van Genuchten-Mualem ajustés par Curve.Expert

Sols	h_{ac} (cm)	N	M	r
Argile du Gault	190.54	0.0998	2.299	0.978
Limon de Givors	77.446	0.1498	2.449	0.989
Sable argileux	48.230	0.358	3.074	0.992
Alluvions de chassieux	23.041	0.272	2.816	0.9725

Tableau IV.4. Valeurs des paramètres du modèle de Brooks & Corey ajustés par Curve.Expert

Selon les tableaux IV.3 et IV.4, les valeurs des paramètres d'ajustement des deux modèles sont obtenues avec des coefficients de corrélation très élevés. Une vérification des paramètres obtenus a été effectuée en utilisant le logiciel RETC, dont les résultats sont présentés en annexe (B). Ce dernier a donné des résultats très proches à ceux obtenus par Curve Expert.

Les figures IV.1, IV.2, IV.3 et IV.4 présentent respectivement les courbes de rétention mesurées et celles calculées avec chaque modèle pour l'argile du Gault, le limon de Givors, le sable argileux et les alluvions de chassieux.

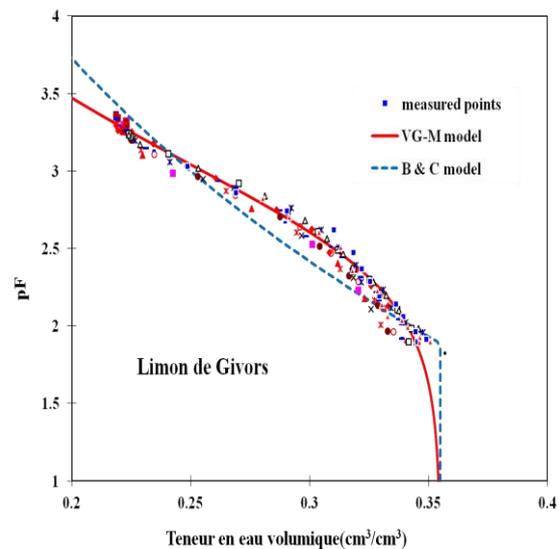
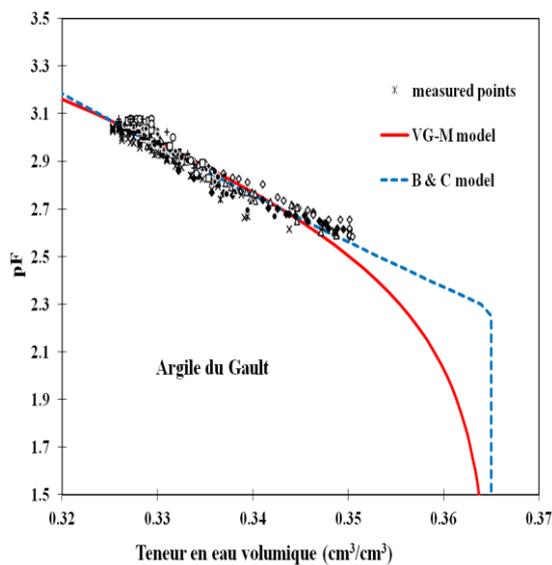


Figure IV.1. Courbe de rétention de l'argile du Gault Figure IV.2. Courbe de rétention du limon de Givors

¹r. coefficient de corrélation donné par Curve expert

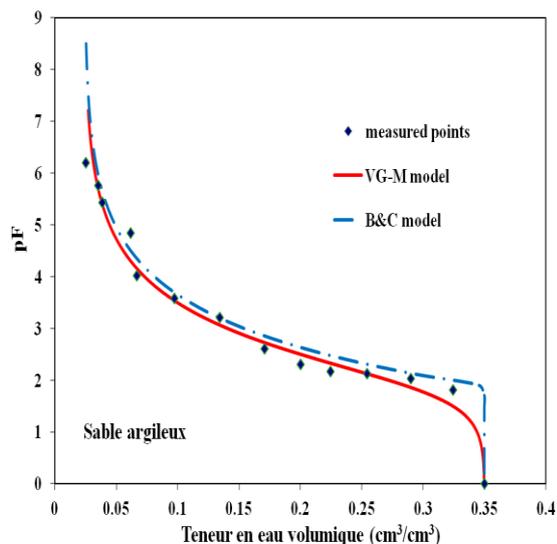


Figure IV.3. Courbe de rétention du sable argileux

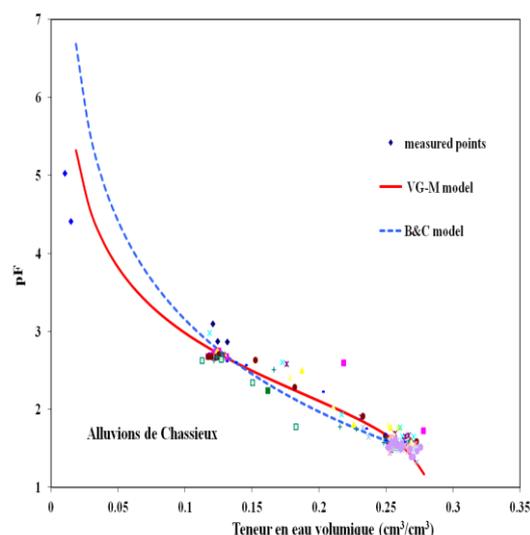


Figure IV.4 Courbe de rétention des alluvions de Chassieux

III. 2. Courbe de conductivité hydraulique

III.2. 1. Modèle de van Genuchten-Mualem et modèle de Brooks & Corey

Le modèle de van Genuchten- Mualem (1980-1976) et le modèle de Brooks & Corey (1964) utilisent les mêmes paramètres pour définir la courbe de rétention et la courbe de conductivité hydraulique. Ainsi, les paramètres (α , n , m) pour le modèle van Genuchten- Mualem et (h_{ae} , N , M) pour le modèle Brooks & Corey, obtenues par ajustement de la courbe de rétention, sont utilisés pour déterminer la fonction conductivité hydraulique en utilisant la valeur mesurée du coefficient de perméabilité K_s .

La fonction conductivité hydraulique obtenue par les modèles est comparée à la conductivité hydraulique déterminée par la méthode des profils instantanés (mesures indirectes ; Bentoumi 1995). Le but de cette comparaison est de tester les performances des modèles sur l'argile du Gault et sur le limon de Givors (tableau IV.5). Ces courbes calculées et mesurées sont présentées sur la figure IV.5(a) pour l'argile du Gault et sur la figure IV.5(b) pour le limon de Givors.

Modèles		VG-M ²	r	B&C ³	r
		K_s (cm/mn)		K_s (cm/mn)	
Argile du Gault	mesurée	$1.5 \cdot 10^{-6}$	-	$1.5 \cdot 10^{-6}$	-
	calculée	$1.914 \cdot 10^{-5}$	0.630	$1.92 \cdot 10^{-6}$	0.668
Limon de Givors	mesurée	$1.2 \cdot 10^{-4}$	-	$1.2 \cdot 10^{-4}$	-
	calculée	$7.98 \cdot 10^{-5}$	0.818	$1.26 \cdot 10^{-5}$	0.770

Tableau IV.5. Valeurs de la conductivité hydraulique à saturation

² VG-M: van Genuchten-Mualem

³ B&C: Brooks & Corey

Du tableau IV.5, on constate que les valeurs des paramètres d'ajustement de la courbe de rétention avec les modèles de van Genuchten-Mualem et de Brooks & Corey ne représentent pas fidèlement la courbe de conductivité hydraulique expérimentale pour les deux sols. Un écart est observé sur les figures IV.5(a) et (b) entre les deux courbes de chaque modèle. Cet écart est très important pour le cas de la courbe de conductivité hydraulique du limon de Givors calculée avec le modèle de Brooks & Corey (figure IV.5.b).

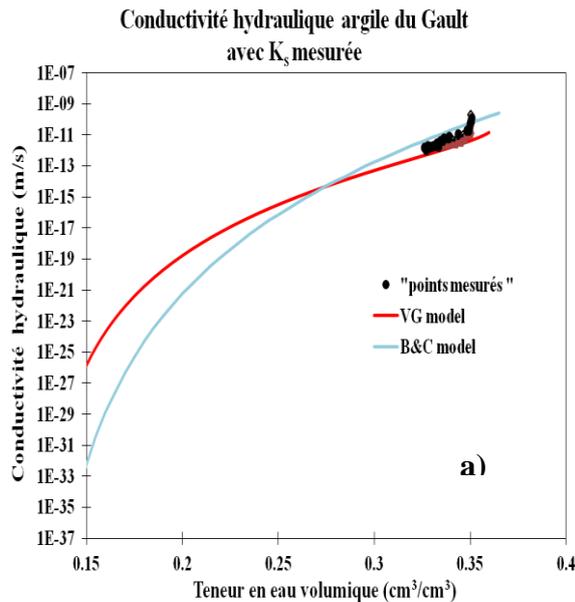


Figure IV.5.a) Courbe de conductivité hydraulique de l'argile du Gault avec K_s mesurée

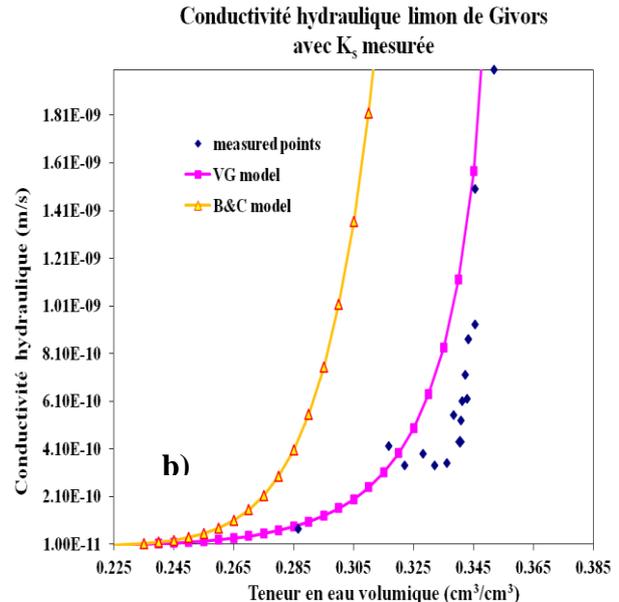


Figure IV.5.b) Courbe de conductivité hydraulique du limon de Givors avec K_s mesurée

Selon l'expression de la conductivité hydraulique en fonction de la teneur en eau volumique $K(\theta)$, on constate qu'on a deux valeurs à déterminer K_s et n pour le modèle de van Genuchten-Mualem, et K_s et N pour le modèle de Brooks & Corey. Deux ajustements de la courbe de la conductivité hydraulique sont effectués afin d'obtenir une bonne corrélation des deux fonctions $K(\theta)$ (mesurée et calculée) en utilisant le logiciel Curve expert.

a) Estimation des paramètres des modèles par ajustement de $K(\theta)$ en gardant K_s mesurée

Le premier ajustement de la courbe de conductivité hydraulique consiste à garder la valeur de K_s et à chercher une nouvelle valeur de n pour le modèle de van Genuchten-Mualem, et N pour le modèle de Brooks & Corey. Par la suite une comparaison de la courbe de rétention mesurée et celle calculée avec ces nouvelles valeurs est effectuée. Les résultats de cet ajustement sont indiqués sur les tableaux IV.6 et IV.7.

Sols	N	M	r
Argile du Gault	0.456	0.313	0.363
Limon de Givors	1.358	0.264	0.668

Tableau IV.6. Valeurs des paramètres du modèle de van Genuchten-Mualem ajustés de $K(\theta)$

Sols	N	M	r
Argile du Gault	2.92	9.76	1.67
Limon de Givors	3.734	13.202	2.93

Tableau IV.7. Valeurs des paramètres du modèle de Brooks & Corey ajustés de $K(\theta)$

Les valeurs des coefficients de corrélation, obtenus de l'ajustement des courbes de conductivité hydraulique $K(\theta)$ seules sont faibles. Pour le modèle de van Genuchten-Mualem ils sont de l'ordre de 0.363 pour l'argile du Gault et de 0.668 pour le limon de Givors. Pour le modèle de Brooks & Corey les coefficients de corrélation pour les deux sols sont supérieurs à 1. De plus, ce cas d'ajustement ne permet pas de déterminer les valeurs de α et h_{ae} . Ce qui nous conduit à ne pas accepter les valeurs trouvées.

b) Estimation d'une nouvelle valeur de K_s en gardant les paramètres ajustés de $\theta(h)$

Dans le deuxième ajustement, et sachant que la valeur de la perméabilité K_s a été obtenue par la méthode des profils instantanées (méthode de mesure indirecte), nous essayons de trouver la meilleure valeur de K_s qui donne une bonne corrélation des deux fonctions $K(\theta)$ (mesurée et calculée) en gardant les paramètres obtenus par ajustement de la courbe de rétention $\theta(h)$ seulement.

La figure IV.6(a) et le tableau IV.6 montrent que pour l'argile du Gault, le résultat du deuxième ajustement n'est pas satisfaisant ; les coefficients de corrélation obtenus sont de l'ordre de 0.630 pour le modèle van Genuchten-Mualem et K_s égale à $1.914 \cdot 10^{-5}$ (cm/mn), et de l'ordre de 0.668 pour le modèle Brooks & Corey et K_s égale à $1.92 \cdot 10^{-6}$ (cm/mn). La difficulté de trouver un coefficient de corrélation acceptable est due au faible nombre de points de mesure compris entre θ_r et θ_s . En effet, la teneur en eau volumique varie de $\theta_i=0.325$ à $\theta_s=0.365$ quand $\theta_r=0.125$.

Mais pour le limon Givors, avec la valeur estimée de K_s (deuxième ajustement), le tableau IV.6. montre que des coefficients de corrélation acceptables ont été obtenus. Ils sont de l'ordre de 0.818 pour le modèle van Genuchten-Mualem et de 0.770 pour le modèle Brooks & Corey. La comparaison entre la figure IV.5(b) et la figure IV.6(b) montre une nette amélioration des courbes calculées.

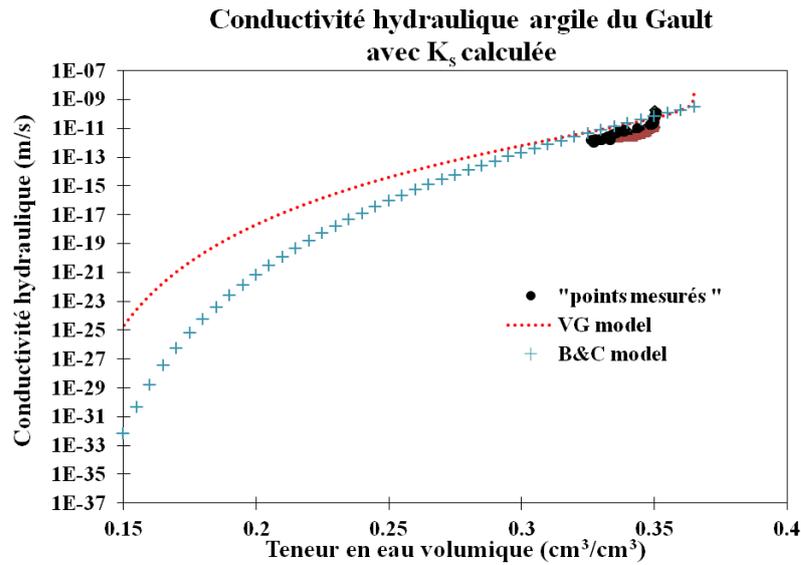


Figure IV.6.a). Courbe de conductivité hydraulique de l'argile de Gault avec K_s calculée

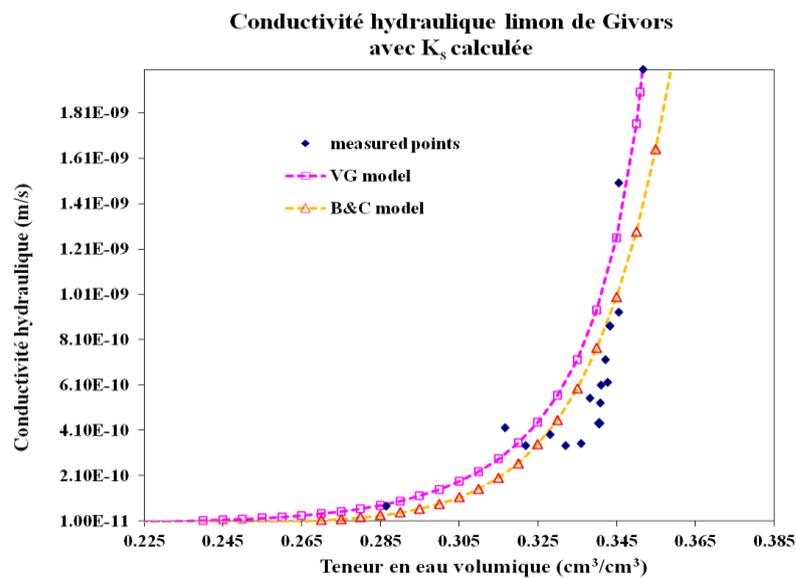


Figure IV.6.b) Courbe de conductivité hydraulique: limon de Givors avec K_s calculée

Les figures IV.7(a) et (b) présentent une comparaison entre les courbes de conductivité hydraulique des modèles de van Genuchten-Mualem et du modèle de Brooks & Corey calculées avec les paramètres obtenues par ajustement de la courbe de rétention.

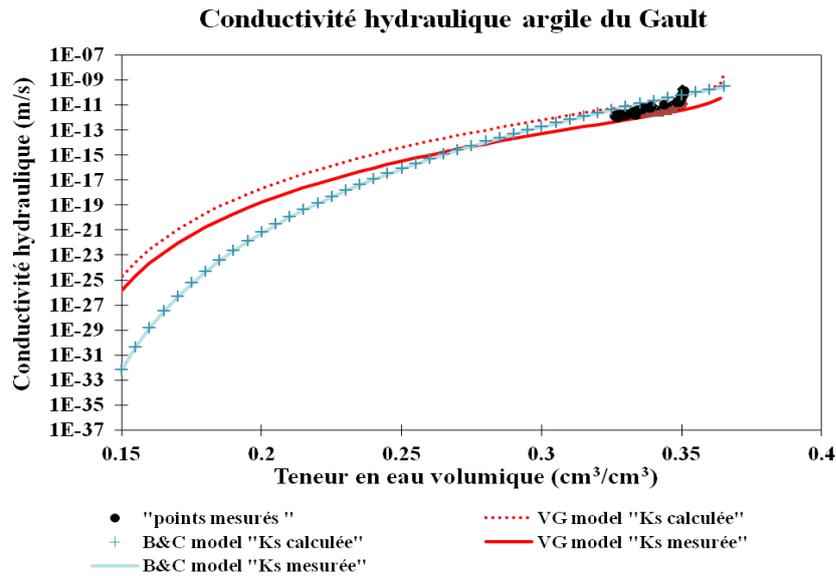


Figure IV.7a. Comparaison entre les courbes de $K(\theta)$ calculées avec K_s calculée et K_s mesurée : cas de l'argile du Gault

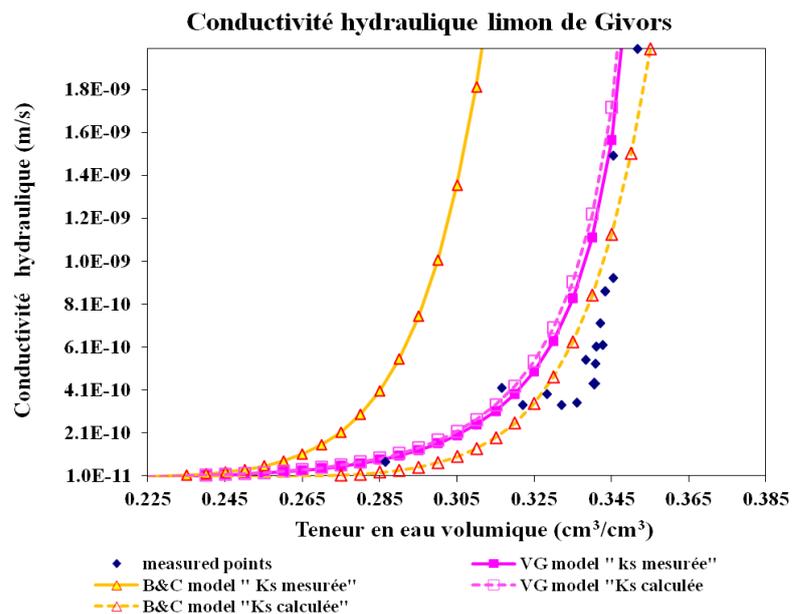


Figure IV.7.b. Comparaison entre les courbes de $K(\theta)$ calculées avec K_s calculée et K_s mesurée : cas du limon de Givors

Par conséquent, et pour voir l'influence du choix des paramètres des modèles empiriques sur les profils hydriques, on utilise pour l'argile du Gault, la valeur de K_s mesurée donnée par Bentoumi (1995), et Gaidi (2002) (notée K_s mesurée sur le tableau IV.5) alors que pour le limon de Givors c'est la valeur d'ajustement (notée K calculée sur le tableau IV.5) qui est utilisée. Il faut bien noter que pour le sable argileux et les alluvions de chassieux, nous avons pris directement les valeurs de K_s mentionnées sur le tableau IV.1

IV. Etude de la nature des paramètres d'ajustement des modèles empiriques

IV. 1. Paramètres du modèle de van Genuchten -Mualem

Comme il est décrit précédemment, le modèle de van Genuchten-Mualem a deux paramètres à ajuster: le paramètre α et le paramètre n , en tenant compte de la relation entre le paramètre n et le paramètre m proposée par Mualem ($m=1-1/n$).

En utilisant les essais sur le sable argileux, nous allons fixer un de ces deux paramètres et faire varier le deuxième afin de vérifier l'influence de chaque paramètre sur la courbe de rétention, et sur le profil hydrique. Ce dernier sera calculé en utilisant le logiciel hydrus_1D.

La figure IV.8(a) présente la courbe de rétention calculée avec le modèle de van Genuchten-Mualem pour une valeur fixée du paramètre n (soit n égale à 1.38) et une valeur variable du paramètre α . Selon la littérature la valeur du paramètre α correspond à l'inverse de la pression d'entrée d'air et est exprimée en une unité correspondant à l'inverse de la succion du sol (cm^{-1}). Cependant la figure IV.8(a) montre qu'un sol à pression d'entrée d'air élevée est caractérisé par une valeur α faible. Et la valeur de pression d'entrée d'air est très inférieure à l'inverse de la valeur de α . Prenons l'exemple d'une valeur de $\alpha=0.0015\text{cm}^{-1}$ qui donne $1/\alpha=666.66\text{ cm}$. Cette valeur est très supérieure à la valeur de h_{ae} tirée de la figure IV.8(a) qui correspond à un pF de 2.1 ($h_{ae}=125.89\text{cm}$). La figure IV.8(a) montre aussi que la forme de la courbe de rétention ne subit pas de modification, en revanche, elle subit une translation vers le haut (valeur de succion élevée) pour des valeurs de α faibles.

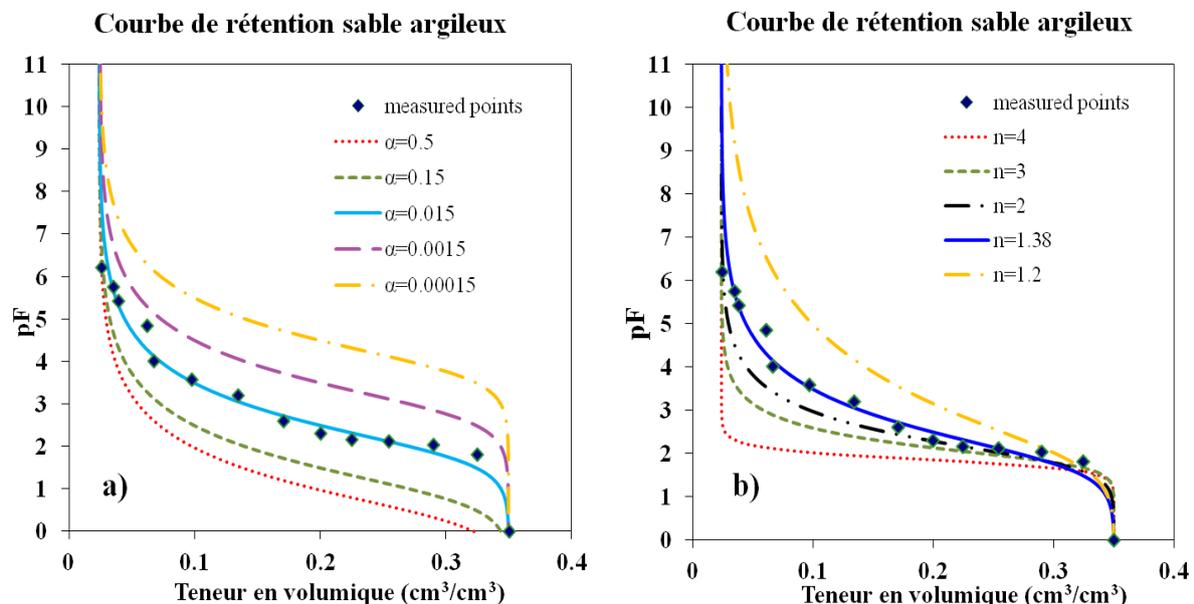


Figure IV.8 a) Effet de la variation du paramètre α du modèle de van Genuchten -Mualem sur la forme de la courbe de rétention ($n=1.38$, α variable). b) Effet de la variation du paramètre n du modèle de van Genuchten -Mualem sur la forme de la courbe de rétention ($\alpha=0.015\text{cm}^{-1}$, n variable).

D'autre part, la figure IV.8(b) montre l'effet de la variation du paramètre n sur la courbe de rétention calculée avec le modèle de van Genuchten-Mualem pour une valeur de α constante. Le paramètre n est lié à l'indice de distribution de la taille des pores. Un sol de taille de pores uniforme correspond à une grande valeur de n . Comme le montre la figure IV.8(b), le paramètre n correspond à la pente de la partie rectiligne de la courbe de rétention d'eau. Si n est grand, la courbe est raide, et la succion chute rapidement ; le sol continue à se saturer sous une succion proche de la pression d'entrée d'air. Ceci se traduit par une infiltration très rapide, et un front d'humidité représenté par un profil hydrique très en avance par rapport à ceux calculés avec des petites valeurs de n (Figure IV.9.b). L'effet de la variation de α sur les profils hydriques est l'inverse de l'effet de n . En effet lorsque α est grand, l'infiltration est lente et le front d'humidité calculé par cette valeur est en retard par rapport aux autres (Figure IV.9.a).

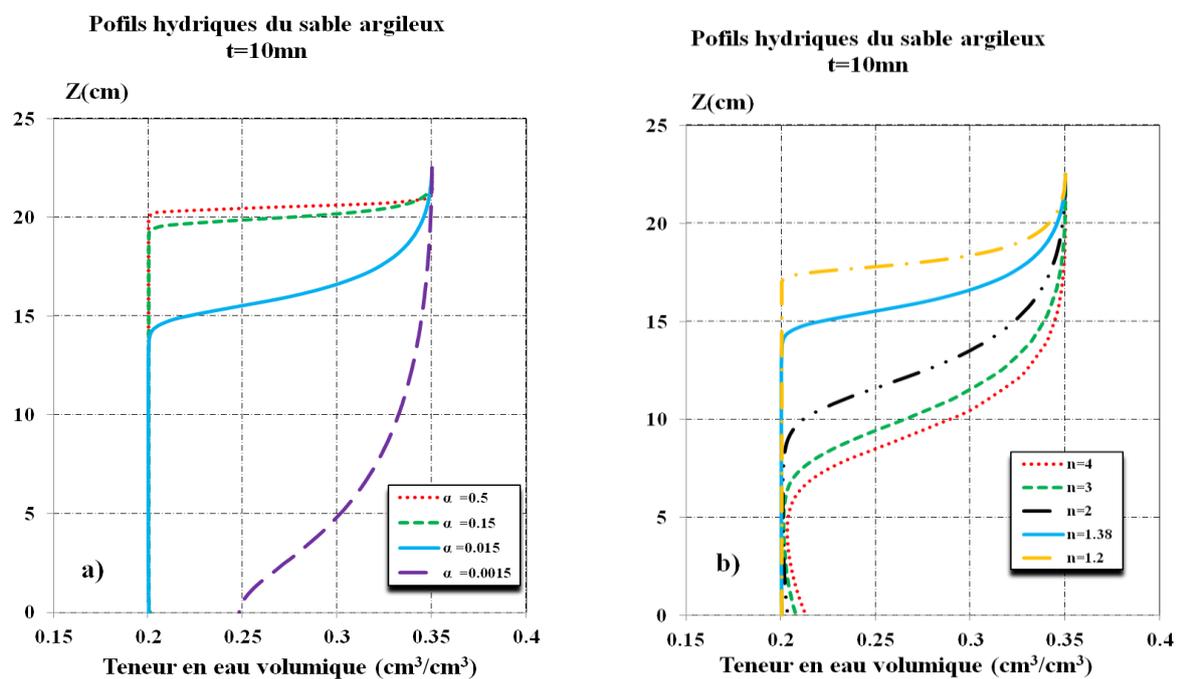


Figure IV.9. a) Effet de la variation du paramètre α du modèle de van Genuchten –Mualem sur le profil hydrique ($n=1.38$, α variable), b) Effet de la variation du paramètre n du modèle de van Genuchten –Mualem sur le profil hydrique ($\alpha=0.015\text{cm}^{-1}$, n variable).

IV. 2. Paramètres du modèle de Brooks & Corey

Comme le modèle de van Genuchten-Mualem, le modèle de Brooks & Corey a deux paramètres à ajuster: le paramètre h_{ae} et le paramètre N avec ($M=2+3N$).

En utilisant aussi les essais sur le sable argileux et le logiciel hydrus_1D, nous allons fixer un de ces deux paramètres et faire varier le deuxième. Les figures IV.10 (a) et (b), et IV.11 (a) et (b) permettent de visualiser l'impact de chaque paramètre respectivement sur la courbe de rétention et sur le profil hydrique.

La figure IV.10(a) présente la sensibilité de la courbe de rétention au changement de la valeur du paramètre N , pour une valeur fixée de pression d'entrée d'air h_{ae} égale à 48.23cm. Pour N supérieur à 1, on remarque une faible translation de la courbe de rétention vers le bas, et une diminution très rapide de la succion pour de faibles variations dans la teneur en eau volumique. Lorsque la valeur N est inférieure à 1, elle devient très sensible à une petite variation de N , la translation de la courbe dans ce cas est vers le haut et la variation de la succion avec la teneur en eau devient monotone. Cette translation soit vers le haut ou vers le bas est accompagnée d'une modification de la pente de la partie rectiligne de la courbe de rétention.

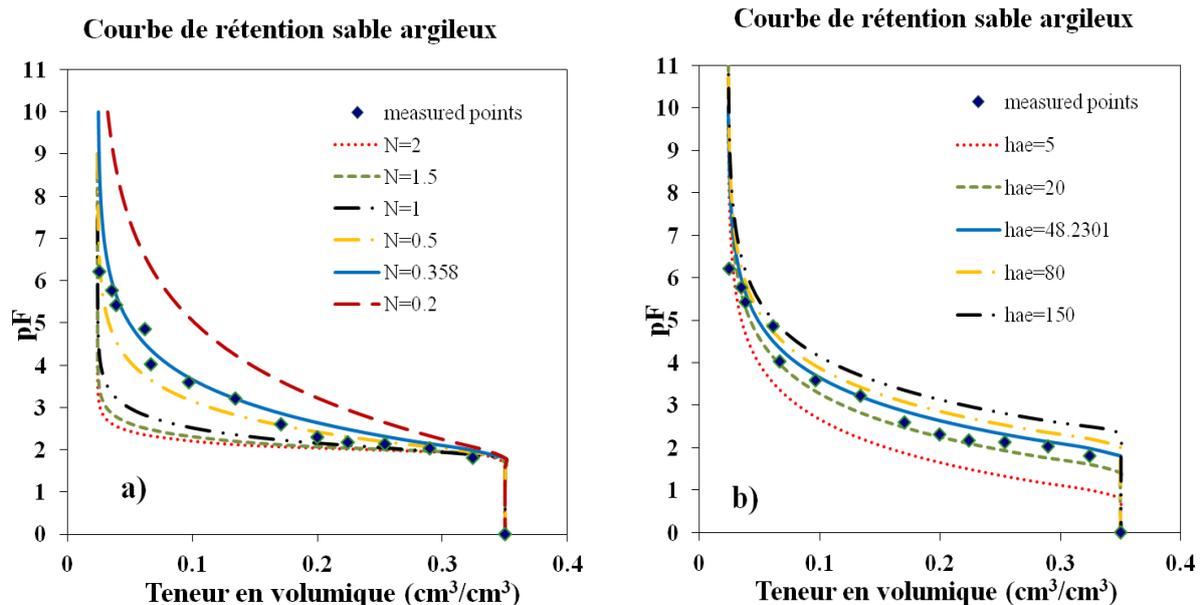


Figure IV.10. a) Effet de la variation du paramètre N du modèle de Brooks & Corey sur la forme de la courbe de rétention ($h_{ae}=48.23\text{cm}$, N variable). b) Effet de la variation de la pression d'entrée d'air h_{ae} du modèle de Brooks & Corey sur la forme de la courbe de rétention ($N=0.358$, h_{ae} variable)

En comparant l'effet de la variation du paramètre N du modèle de Brooks & Corey (Figure IV.10.a) à celui de la variation du paramètre n du modèle de van Genuchten-Mualem (Figure IV.8 b), on constate que c'est le même effet. En effet, les deux paramètres représentent la distribution des tailles des pores des sols. Il faut noter aussi que les deux paramètres n'ont pas le même ordre de grandeur. Pour le même sol, Le résultat de l'ajustement de la courbe de rétention a donné une valeur de $n=1.38$ pour le modèle de van Genuchten-Mualem, et une valeur de $N=0.358$ pour le modèle de Brooks & Corey.

Pour des teneurs en eau proches de la teneur en eau résiduelle, et une valeur de N fixée, la variation de la pression d'entrée d'air h_{ae} n'a pas un grand effet sur la variation de la courbe de rétention. Mais pour des teneurs en eau proches de la saturation, la sensibilité de la courbe de rétention à la variation de h_{ae} apparaît.

Les figures IV.11 (a) et (b) montrent que les profils hydriques sont très sensibles à la variation de la pression d'air h_{ae} par rapport à la variation de la valeur du paramètre N . Pour une valeur élevée de la pression d'air, l'infiltration est très rapide. Une variation de 100 cm de la valeur

de h_{ae} , la position du front d'humidité varie de 11cm pour le cas du sable argileux. Contrairement à la pression d'entrée d'air, pour des valeurs élevées du paramètre N , l'infiltration se ralentit. Une variation de 1.8 de la valeur de N , nous donne une variation de 5cm dans la position du front d'humidité.

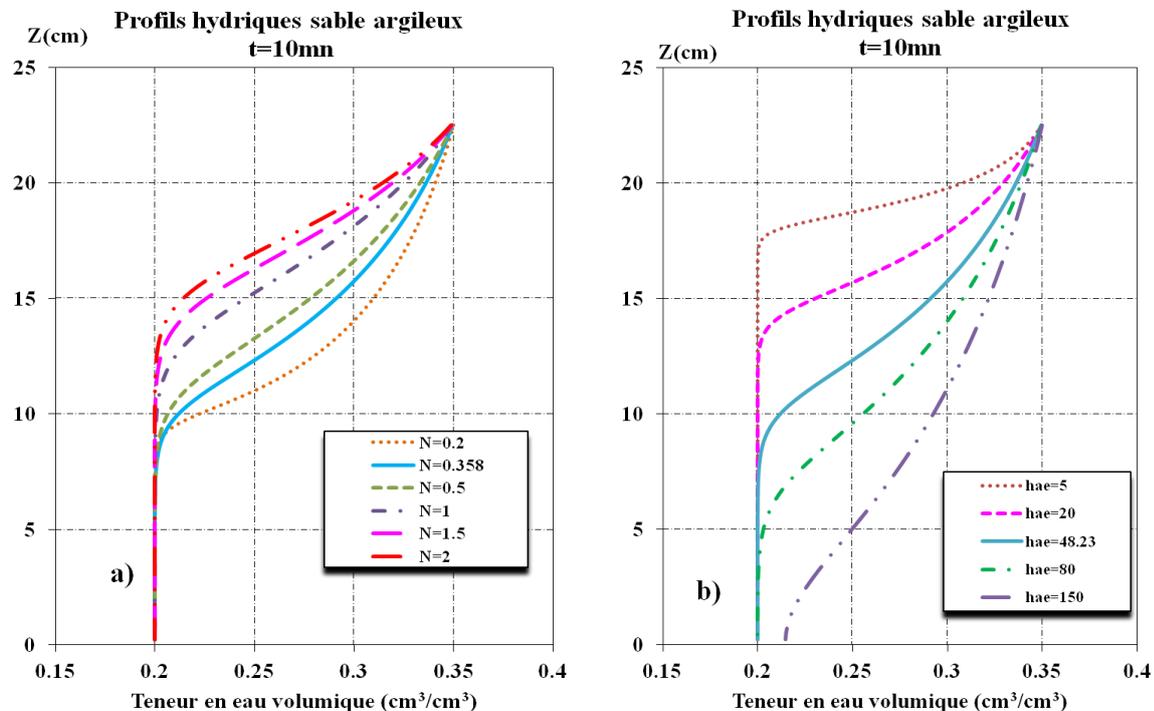


Figure IV.11. a) Effet de la variation du paramètre N du modèle de Brooks & Corey sur le profil hydrique ($h_{ae}=48.23\text{cm}$, N variable). b) Effet de la variation de la pression d'entrée d'air h_{ae} du modèle de Brooks & Corey sur le profil hydrique ($N=0.358$, h_{ae} variable).

IV. 3. Différentes allures des profils hydriques selon le moteur d'écoulement

Le mouvement de l'eau dans le sol est décrit par les profils hydriques, qui représentent l'avancement des fronts d'humidité dans les profondeurs du sol au cours du temps. Ce mouvement du front d'humidité a lieu sous l'influence des forces capillaires présentes à l'interface eau-air, et sous l'effet du potentiel gravitationnel ou gradient de pression, appelés moteurs d'écoulement. Généralement dans un sol non saturé, l'effet des forces capillaires apparaît en premier par rapport aux forces de la gravité, jusqu'à un temps d'équilibre appelé t_{grav} . Philip (1969), décrit ce temps t_{grav} , comme le moment où les deux mécanismes de l'écoulement, les forces capillaires et les forces de gravité, contribuent, à proportions égales, au processus d'infiltration.

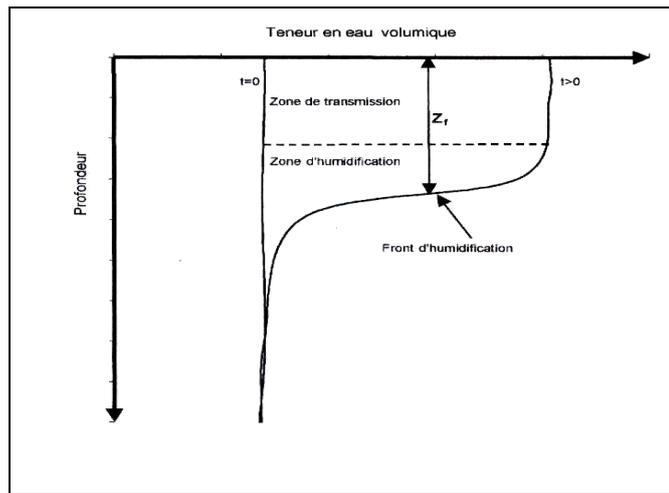
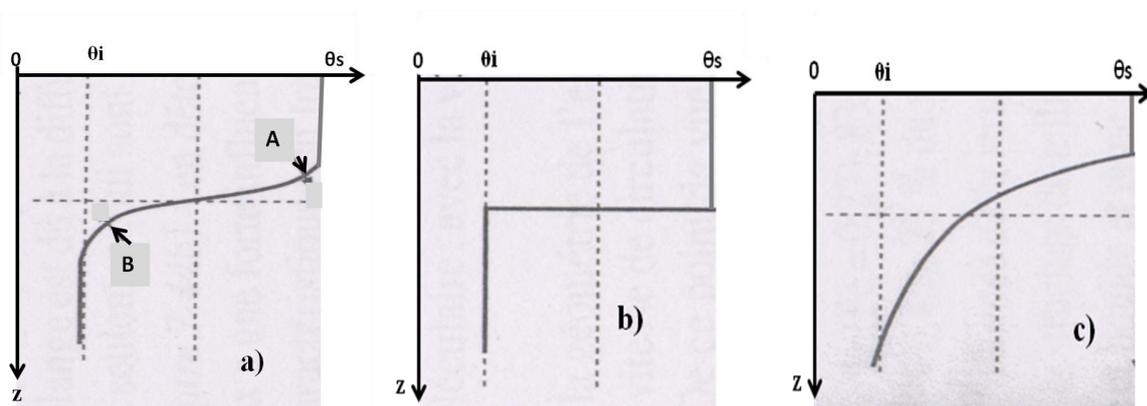


Figure IV.12. Schéma hydrique (Hillel et Gardner, 1970)

Dans le chapitre 1 (§ III.2.3), il est décrit que le profil hydrique (Figure IV.12) présente une zone de saturation à la surface du sol suivie par une zone de transmission, et une zone d'humidification limitée par le front d'humidité. L'allure du front dépend fortement du moteur d'écoulement (Figure IV.13 a, b et c).



a) Ecoulement par convection-diffusion b) Ecoulement par convection
Effet piston c) Ecoulement par diffusion

Figure IV.13. Allures des profils hydriques selon le moteur d'écoulement

La figure IV.13(a) montre un profil d'écoulement d'eau dans le cas où l'avancement de l'eau dans le sol se fait par diffusion ou par les forces capillaires, représentée sur le profil par la zone B, et par convection due aux forces gravitaires ou à la charge hydraulique imposée à la surface représentée par la zone A. L'écoulement de la figure IV.13(b) est dû uniquement à la charge hydraulique imposée à la surface ou à la zone de transmission (cas de charge nulle à la surface), c'est ce qu'on appelle l'effet piston. On distingue clairement la translation de la zone de saturation en profondeur. Ce genre d'écoulement représente l'écoulement dans les sables et les sols grossiers où les forces de capillarité sont négligeables ou mêmes nulles. La figure IV.13(c) présente un profil résultant d'un écoulement par diffusion ; les forces de capillarité sont dans ce

cas le seul moteur de l'écoulement. Ce phénomène est beaucoup plus observé dans les sols fins tels que les argiles.

Donc, on constate que les zones A et B dépendent des forces de capillarité et des forces gravitaires. Et quelque soit le moteur d'écoulement dominant, le profil présente toujours une zone de transmission et /ou une zone d'humidification.

Philip donne des schémas des profils hydriques selon le type d'équation d'écoulement, les profils déterminés à partir de l'équation de convection–diffusion (figures IV.14.a et b) qui ont une allure qui ressemble à celle des profils de la figure IV.12 et IV.13(a), alors que les profils obtenus par l'équation de diffusion (figures IV.15.a et b) ne présentent pas de zone de transmission. Nous rappelons que l'équation de Richards (sous ces trois formes) est une équation de convection–diffusion.

Par conséquent, dans la comparaison entre les profils hydriques calculés par chaque forme de l'équation de Richards, nous insistons sur l'étude de l'allure des profils dans chaque exemple traité ; ce qui nous permettra par la suite de définir le mode d'écoulement donné par chaque forme.

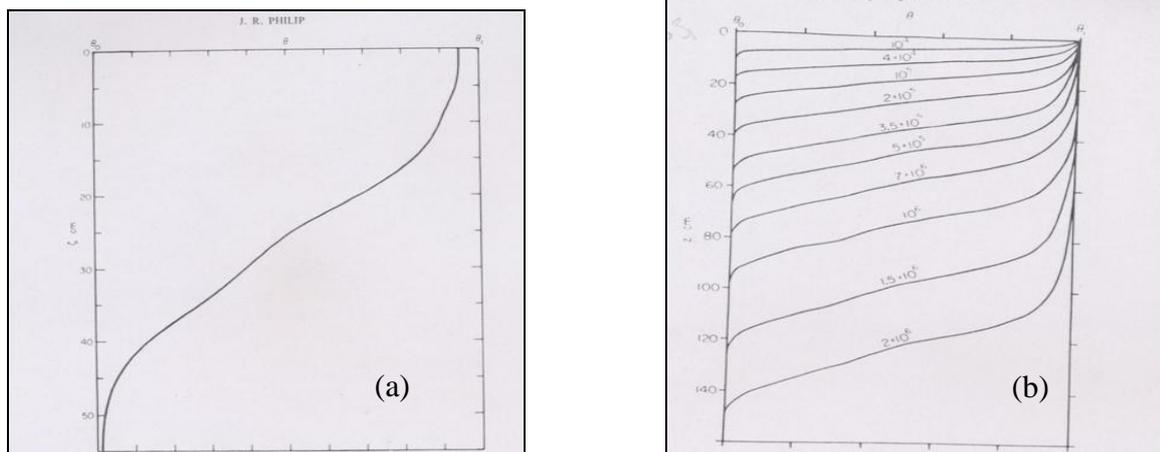


Figure IV. 14 a) et b) Profils hydriques obtenus par l'équation de convection–diffusion selon Philip

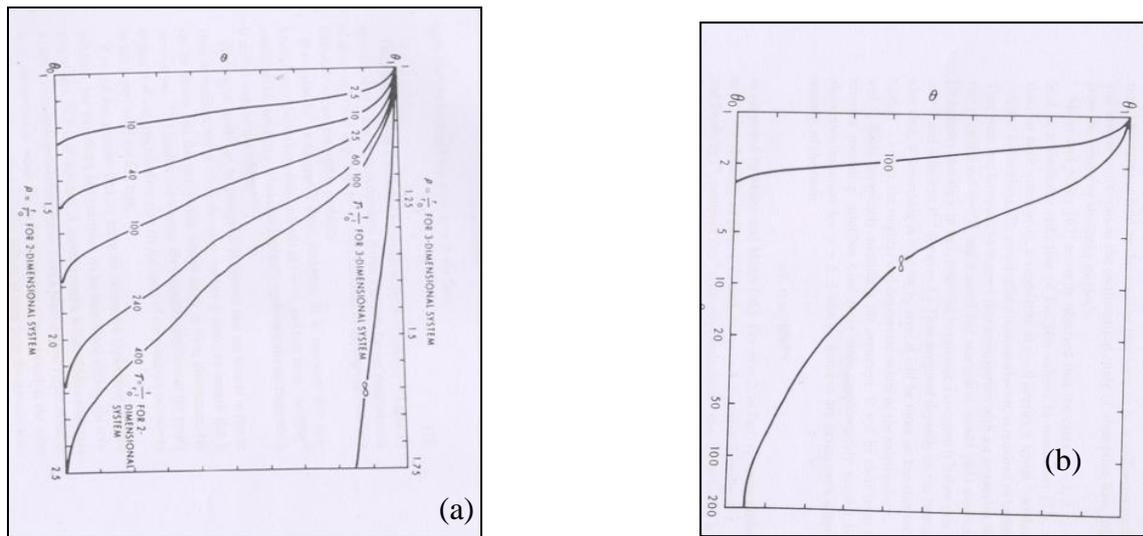


Figure IV. 15 a) et b) Profils hydriques obtenus par l'équation de diffusion selon Philip

De cette étude paramétrique, on peut conclure que:

- Le paramètre α du modèle de van Genuchten-Mualem est lié à la pression d'entrée d'air h_{ae} , mais l'inverse de sa valeur ne donne pas la valeur de h_{ae} . Cette dernière est très inférieure à l'inverse de la valeur de α .
- Le paramètre n du modèle de van Genuchten-Mualem et le paramètre N du modèle Brooks & Corey représentent tous les deux la distribution des tailles des pores. La même variation est observée sur l'allure de la courbe de rétention lors de la variation des valeurs de ces paramètres. Néanmoins, ils ne sont pas du même ordre de grandeur. Et aussi la diminution de la valeur de n ralentit l'infiltration de l'eau dans le sol, par contre la diminution de N la fait accélérer.
- Dans l'interprétation du rôle que joue chaque paramètre, il faut tout fois être prudent, puisque les paramètres ont une influence les uns sur les autres.
- L'écoulement des eaux dans les sols non saturés est dû aux forces gravitaires et aux forces capillaires. L'allure des profils hydriques est très liée aux forces dominantes. Ces dernières sont très liées à la texture et la structure du sol. Et aussi au type d'équation utilisée dans la modélisation de l'écoulement.

V. Comparaison entre les trois formes de l'équation de Richards

Différents essais numériques ont été effectués pour étudier la performance des trois formes de l'équation de Richards dans la modélisation d'une infiltration unidirectionnelle dans un sol non saturé. Le modèle de van Genuchten-Mualem est utilisé dans un premier temps ; la comparaison est faite entre les profils hydriques, les profils de succion, les courbes d'infiltration cumulée, et les courbes d'avancement du front d'humidité, obtenus avec chaque forme de l'équation de Richards.

V. 1. Choix du pas de temps et du pas d'espace

Pour chaque essai, on fait varier le pas de temps (ΔT) et le pas d'espace (ΔZ) jusqu'à obtenir des solutions qui ne changent plus avec les incréments. Les profils obtenus sont présentés sur les figures IV.16 (a) et (b) pour l'argile du Gault, sur les figures IV.17 (a) et (b) pour le limon de Givors, sur les figures IV.18 (a) et (b) pour le sable argileux et sur les figures IV.19 (a) et (b) pour les alluvions de chassieux. Les pas de temps et d'espace utilisés dans ce qui suit sont résumés sur le tableau IV.8.

	argile du Gault	limon de Givors	sable argileux	alluvions de Chassieux
ΔT (mn)	25.5	7.077	0.2	0.008
ΔZ (cm)	0.225	0.225	0.225	0.225

Tableau IV.8. Pas de temps et pas d'espace adoptés

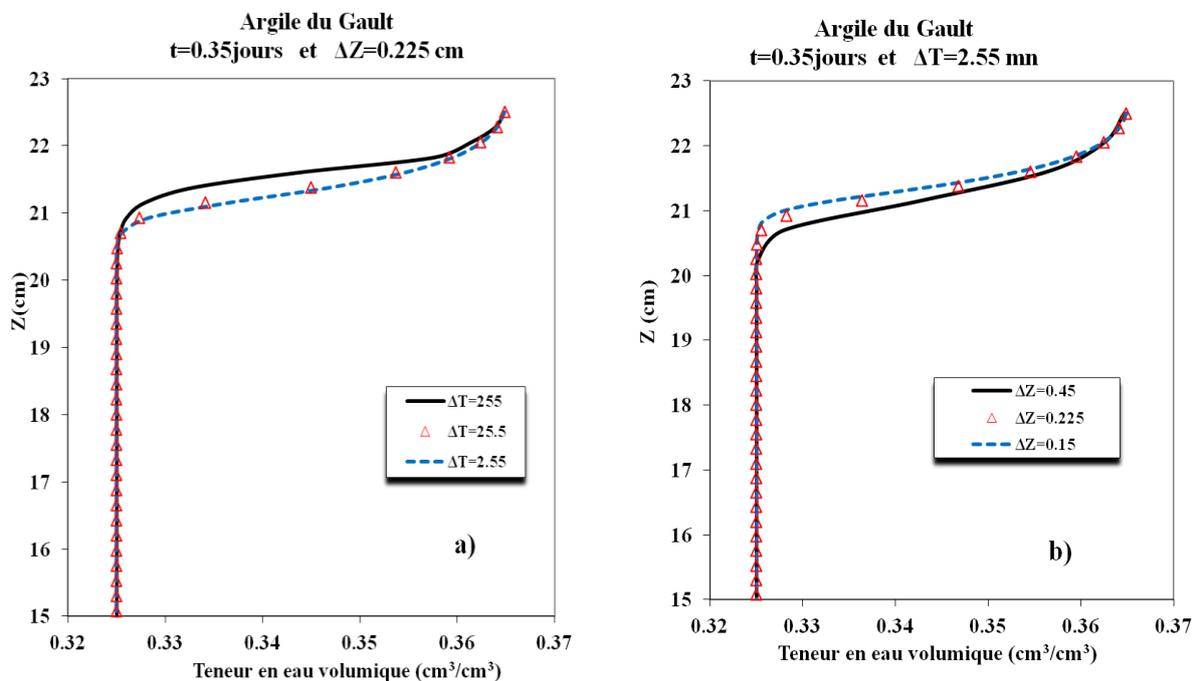


Figure IV.16. Profils hydriques de l'argile du Gault calculés au temps $t=0.35$ jours. a) pour un pas d'espace $\Delta Z=0.225$ cm et un pas de temps ΔT variable, b) pour un pas de temps $\Delta T=2.55$ mn et ΔZ variable

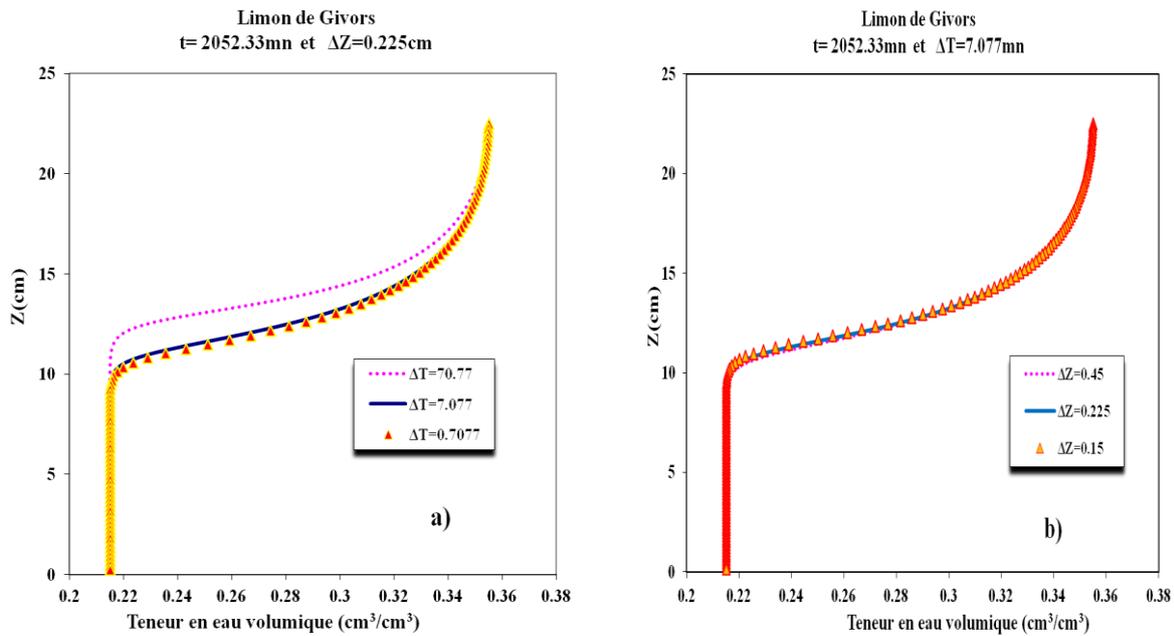


Figure IV.17. Profils hydriques de limon de Givors calculés au temps $t=2052.33 \text{ mn}$ (a) pour un pas d'espace $\Delta Z=0.225 \text{ cm}$ et un pas de temps ΔT variable, (b) pour un pas de temps $\Delta T=7.077 \text{ mn}$ et ΔZ variable.

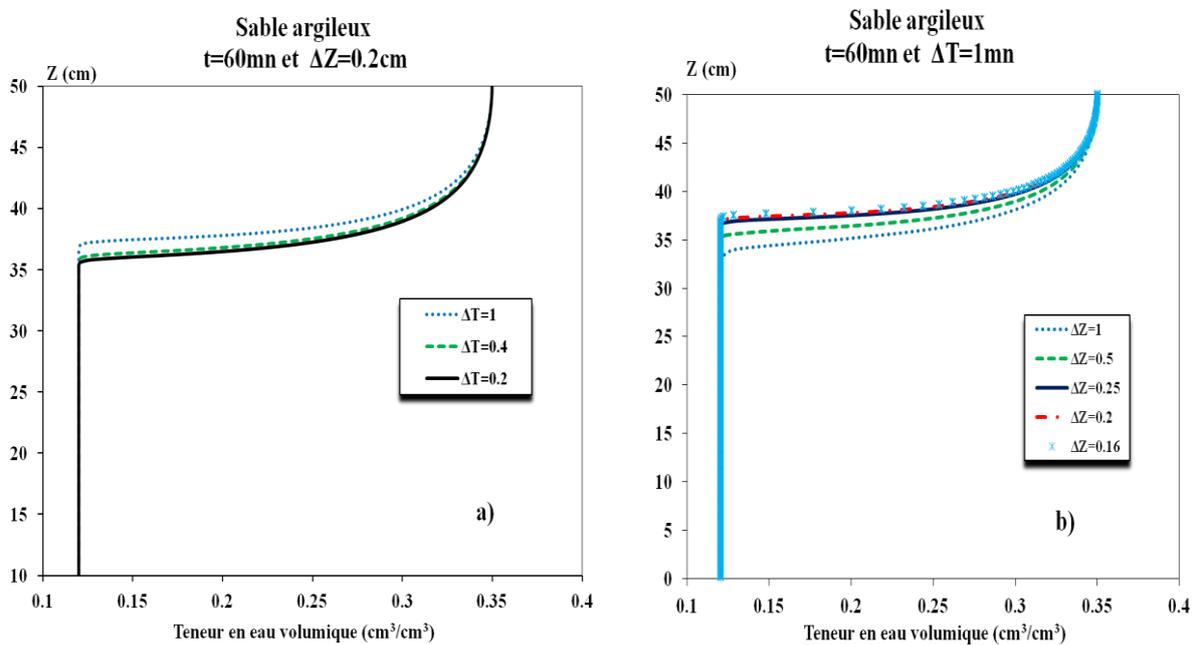


Figure IV.18. Profils hydriques du sable argileux calculés au temps $t=60 \text{ mn}$. a) pour un pas d'espace $\Delta Z=0.2 \text{ cm}$ et un pas de temps ΔT variable, b) pour un pas de temps $\Delta T=1 \text{ mn}$ et ΔZ variable.

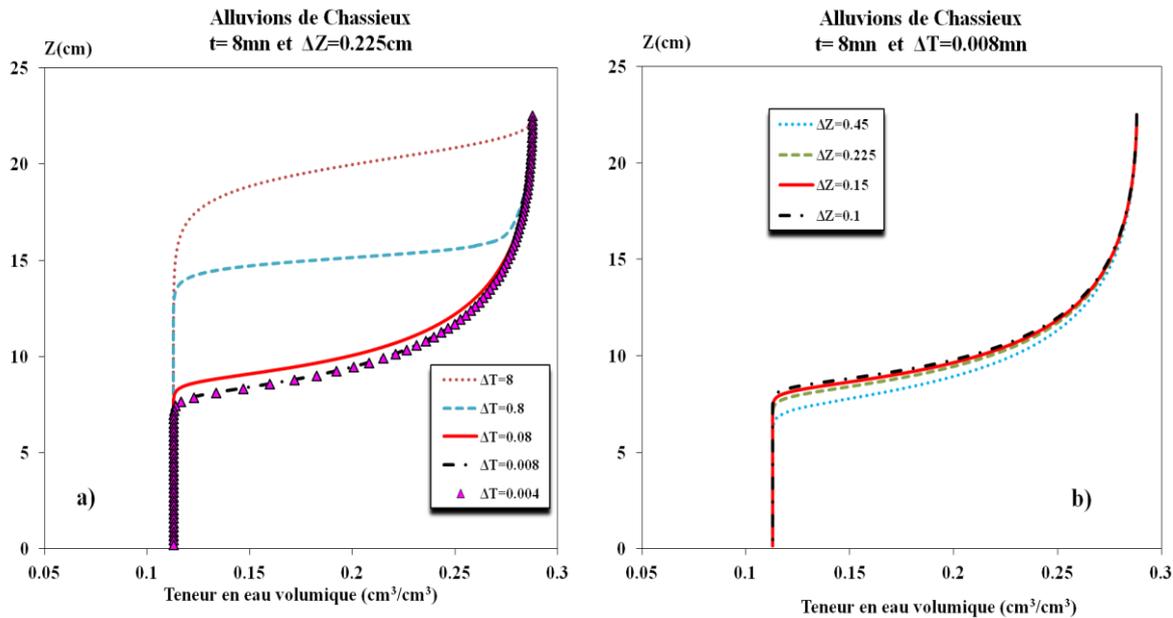


Figure IV.19. Profils hydriques des alluvions de chassieux calculés au temps $t=8$ mn. a) pour un pas d'espace $\Delta Z=0.225$ cm et un pas de temps ΔT variable, b) pour un pas de temps $\Delta T=0.008$ mn et ΔZ variable.

Les figures montrent clairement qu'avec une discrétisation spatio-temporelle assez fine, les profils hydriques se superposent pour l'ensemble des matériaux. On constate que pour un pas d'espace ΔZ de 0.225cm, les courbes se superposent pour l'ensemble des matériaux. L'influence du pas de temps sur les résultats est plus importante que celle du pas d'espace. Selon le tableau IV.8, les résultats calculés pour le cas des alluvions se stabilisent pour un ΔT très inférieur à celui du limon et à celui de l'argile. Ceci est dû à la perméabilité très élevée des alluvions, rendant ainsi la variation spatio-temporelle de la teneur en eau très rapide.

V. 2. Essai d'infiltration sur une colonne d'un sol fin

Test problem 1

Le premier essai, consiste à simuler une infiltration verticale le long d'une colonne de sol homogène de 25 cm de hauteur. Le domaine d'écoulement est constitué d'une argile du Gault. Une charge nulle est imposée à la face supérieure, associée à un flux nul à la face inférieure. L'état initial du sol est supposé humide avec une teneur en eau volumique initiale $\theta_i=0.325$ (cm³/cm³).

a) Profils hydriques et profils de succion

Les profils hydriques et les profils de succion obtenus par la forme diffusive, la forme capacitive et la forme mixte de l'équation de Richards, notés respectivement *θ-based form*, *h-based form* et *mixed-based form* sont présentés sur les figures IV.20(a) et (b).

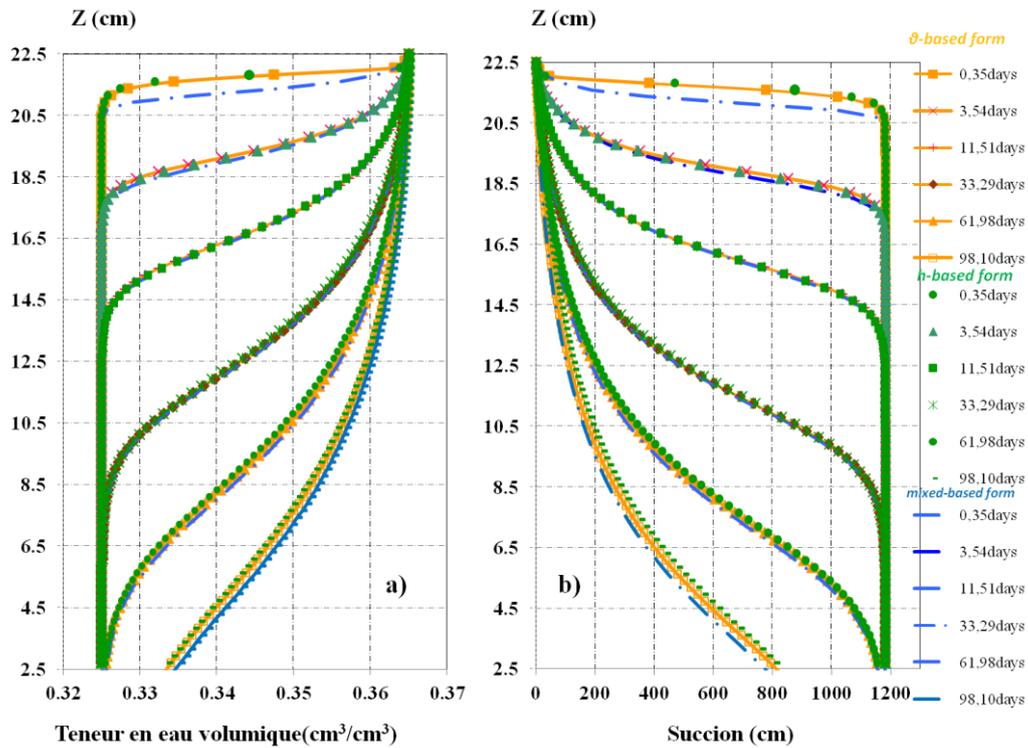


Figure IV.20. Profils calculés argile du Gault. a) profils hydriques, b) profils de suction

Les figures IV.20(a) et b) montrent qu'au début de l'infiltration, les profils obtenus par la forme mixte sont légèrement en avance par rapport à ceux obtenus par la forme capacitive et la forme diffusif. Les résultats obtenus avec les deux dernières sont les mêmes dès le premier profil hydrique calculé à $t=0.35$ jours. Au temps $t=61.98$ jours les profils sont superposés. Après ce délai la différence est négligeable.

La forme des profils obtenus par les trois équations est la même, elle correspond à un mouvement diffusif de l'eau à travers une couche de sol. On constate que la saturation du sol se fait sans apparition de la zone de transmission et le mouvement de l'eau se fait sans l'effet piston, c.à.d que la convection due aux forces gravitaires n'agit pas durant tout le temps de l'infiltration dans sol. En comparant les profils obtenus aux profils calculés par Philip, on constate que l'allure des profils obtenus correspond aux profils calculés par l'équation de diffusion (Figures IV.19. a et b).

b) Courbes d'infiltration cumulée et profondeur du front d'humidité

L'infiltration cumulée est calculée par intégration des profils hydriques et suivant le modèle de Green-Ampt comme suit:

$$I(t) = \int_0^H (\theta(z,t) - \theta_i) dz \quad (IV.1)$$

Pour cette infiltration cumulée I_z , la profondeur du front d'humidité Z_f est donné par (Elrick et al., 1983):

$$Z_f = \frac{I(t)}{(\theta_s - \theta_i)} \quad (IV.2)$$

Avec :

- I : infiltration cumulée;
- θ_s : teneur en eau volumique à saturation;
- θ_i : teneur en eau volumique initiale.

Les figures IV.21(a) et (b) présentent respectivement les courbes d'infiltration cumulée et les courbes de l'avancement du front d'humidité. D'après la figure IV.21(a), les trois courbes d'infiltration, calculées par les trois formes de l'équation de Richards sont superposées, jusqu'à un temps de 70000 mn qui correspond à un temps d'infiltration de 48.61 jours, où les courbes commencent à s'écarter légèrement. La différence entre les quantités d'eau infiltrée est négligeable. Les mêmes remarques sont observées sur les courbes d'avancement du front d'humidité Z_f , et l'écart entre les profils au début de l'infiltration n'est pas vraiment marqué sur ces courbes.

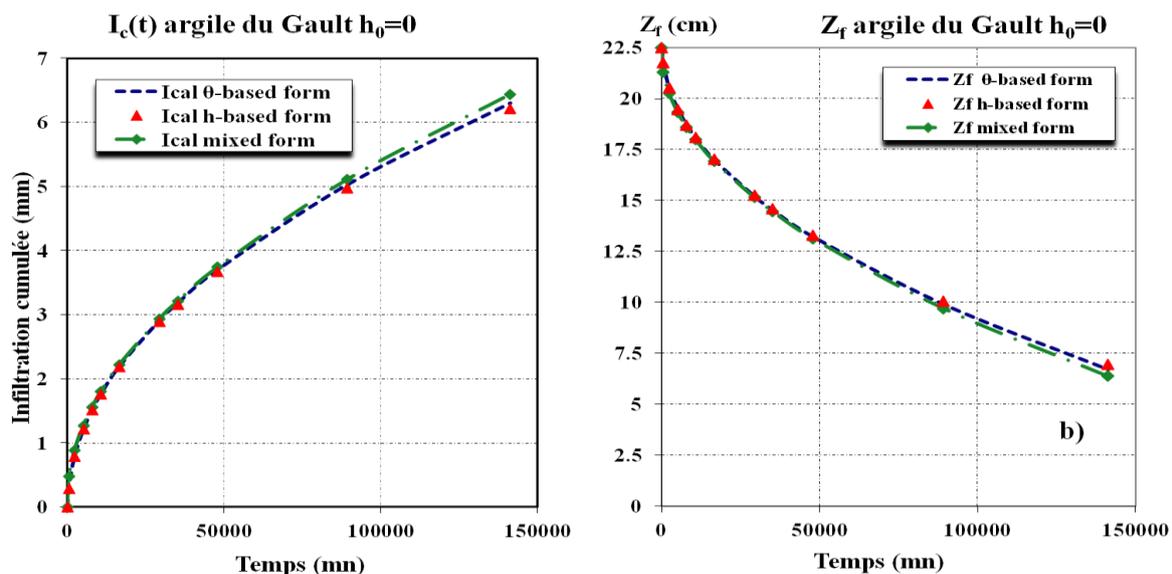


Figure IV.21. Argile du Gault $h_0=0$ a) infiltration cumulée b) profondeur du front d'humidité Z_f

V. 3. Influence de la texture du sol

Test problem 2

Pour étudier l'effet de la texture du sol, trois autres simulations sont effectuées sur trois colonnes de sols de 25cm de hauteur et de textures différentes. La première est faite sur une colonne du limon de Givors, la deuxième sur une colonne d'un sable argileux et la troisième sur

une colonne d'alluvions de Chassieux. Les trois sols testés sont supposés dans un état initial humide, afin de considérer la texture comme le seul facteur étudié dans cet exemple.

a) Profils hydriques et profils de succion

Les profils hydriques et les profils de succion calculés par les trois formes de l'équation de Richards sont présentés sur les figures IV.22(a) et (b) pour le limon de Givors, sur les figures IV.23 (a) et b) pour le sable argileux et sur les figures IV.24 (a) et (b) pour les alluvions de Chassieux.

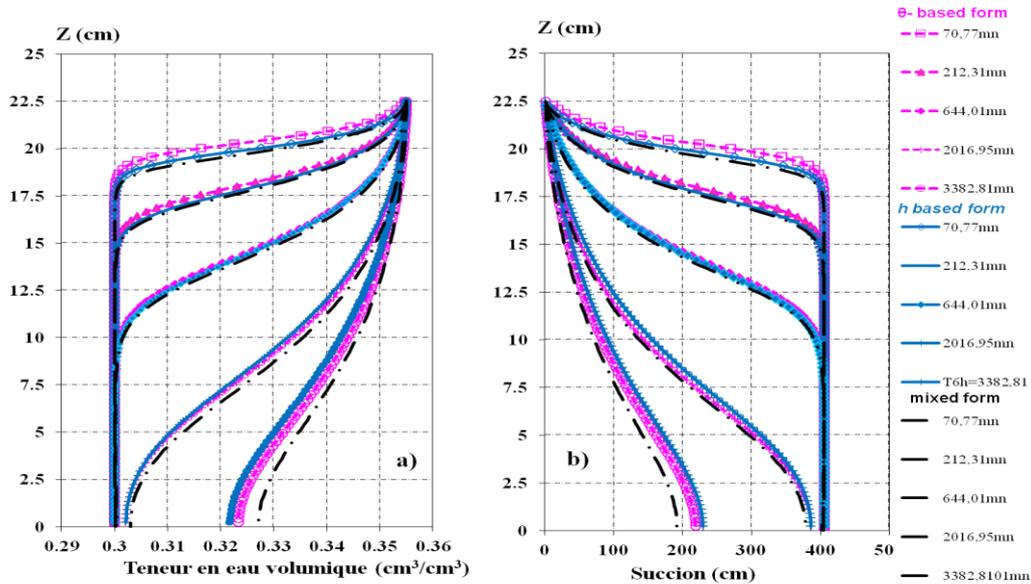


Figure IV.22. Profils calculés limon de Givors. a) profils hydriques, b) profils de succion

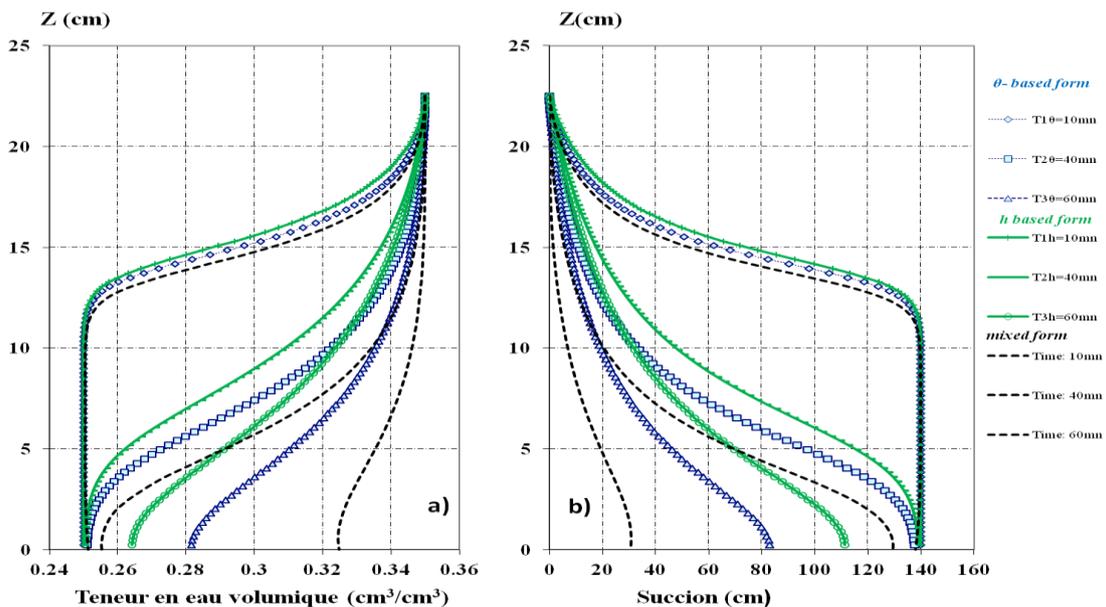


Figure IV.23. Profils calculés sable argileux. a) profils hydriques, b) profils de succion

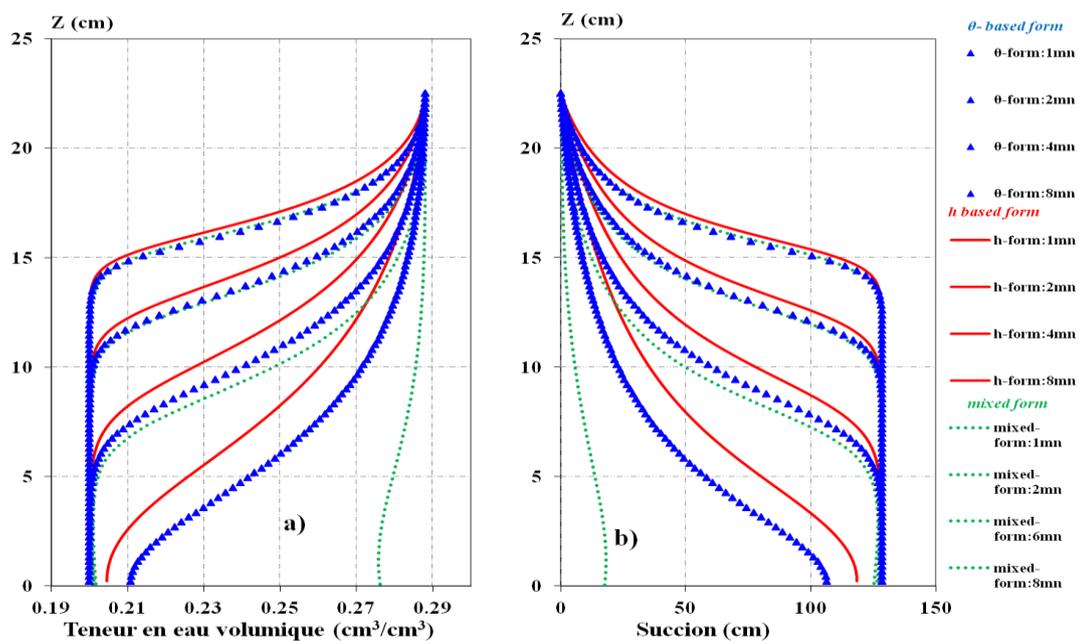


Figure IV.24 Profils calculés alluvions de Chassieux. a) profils hydriques, b) profils de succion

Si une légère différence est observée entre les solutions des trois équations pour le cas de l'argile du Gault, comme il est montré dans le premier test, l'écart augmente légèrement dans le cas du limon de Givors et il devient important pour le cas du sable argileux et les alluvions de Chassieux. Pour le cas du limon de Givors, au début de l'infiltration, le front d'humidité obtenu avec les profils calculés par la forme diffusive est légèrement en retard par rapport aux autres profils ; au cours du temps, le profil obtenu avec la forme diffusive prend de l'avance par rapport à celui obtenu avec la forme capacitive, mais reste toujours en retard par rapport à celui obtenu avec la forme mixte. Pour le cas du sable argileux et les alluvions de Chassieux, les profils calculés par la forme diffusive sont en avance par rapport à ceux calculés par la forme capacitive dès le début de l'infiltration.

L'allure des profils calculés par les trois formes de l'équation de Richards dans le limon de Givors présente elle aussi une saturation de sol sans apparition de la zone de transmission. Par contre, cette zone apparaît sur une petite épaisseur près de la surface sur les profils hydriques du sable argileux calculés par la forme mixte de l'équation de Richards (mixed-form).

Par conséquent on peut déduire que la texture du sol a un grand effet sur les résultats des équations.

b) Courbes d'infiltration cumulée et profondeur du front d'humidité

Les figures IV.25 (a), (b) et (c) présentent respectivement les courbes d'infiltration pour le limon de Givors, pour le sable argileux et pour les alluvions de Chassieux. Les figures IV.26(a), (b) et (c) présentent les courbes d'avancement du front d'humidité dans ces sols.

Avec le limon de Givors, la différence entre les courbes d'infiltrations calculées par les méthodes basées sur la forme capacitive et la forme diffusive est négligeable (Figure IV.25.a) ; on constate aussi que l'infiltration cumulée calculée par la méthode basée sur la forme mixte est surestimée par rapport à celles calculées avec les deux autres formes de l'équation de Richards. Pour le même sol (limon de Givors), le front d'humidité calculé par la forme mixte est en avance par rapport à ceux obtenus avec les deux autres formes pour le même temps de calcul (Figure IV.26.a).

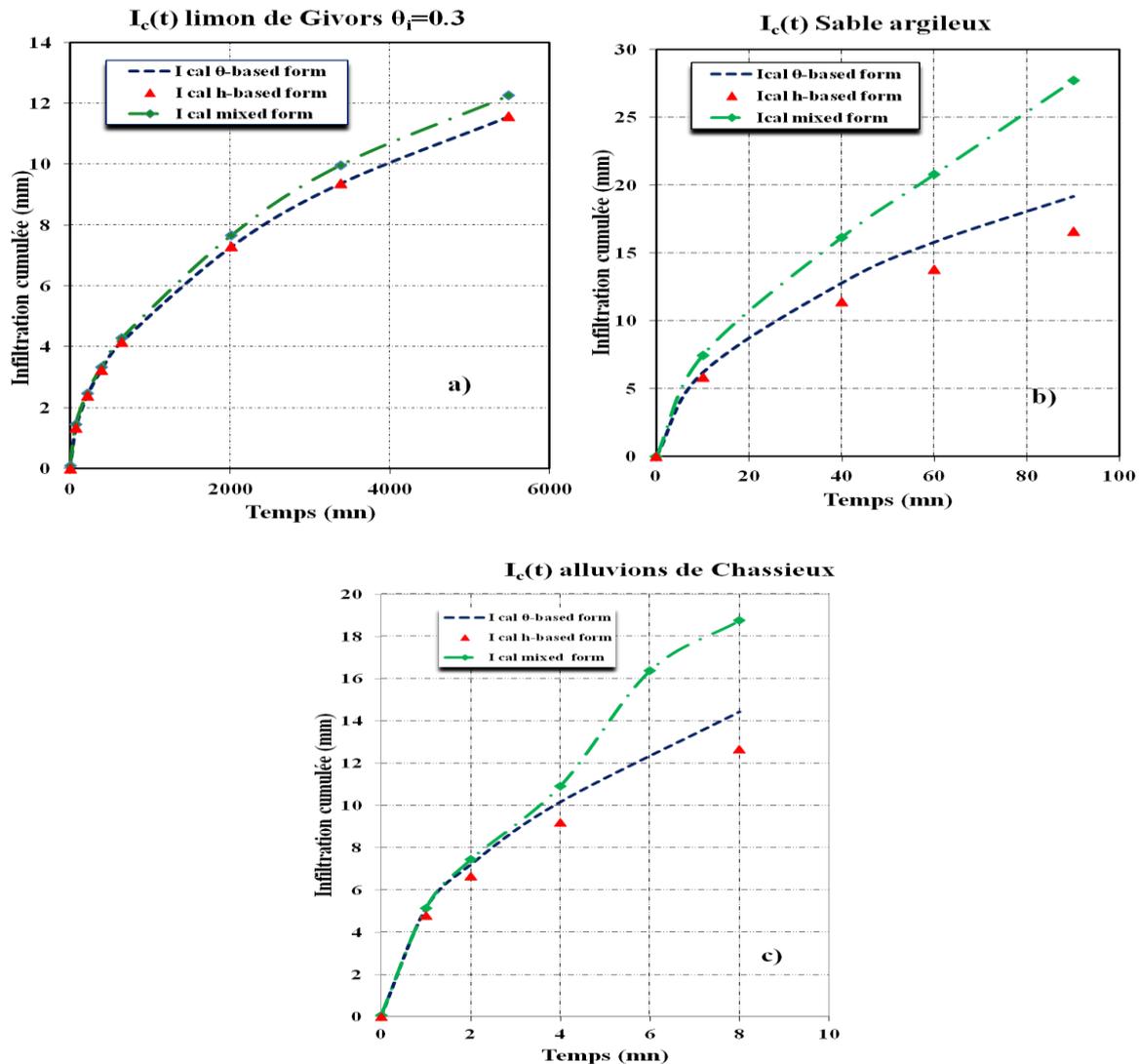


Figure IV.25. Infiltration cumulée: a) limon de Givors ($\theta_i=0.3$), b) sable argileux, c) alluvions de Chassieux

Pour le sable argileux et les alluvions de Chassieux, un écart est constaté entre les trois courbes d'infiltration (Figure IV.25.b et c). La méthode basée sur la forme mixte surestime la quantité d'eau infiltrée par rapport à celle donnée par les deux autres méthodes et la forme

diffusive surestime l'infiltration par rapport à la forme capacitive. La différence est importante pour l'estimation de la position du front d'humidité (Figure IV.26. b et c).

À l'échelle réelle cette différence peut avoir des conséquences considérables sur la conception des structures de rétention ou d'infiltration d'eau

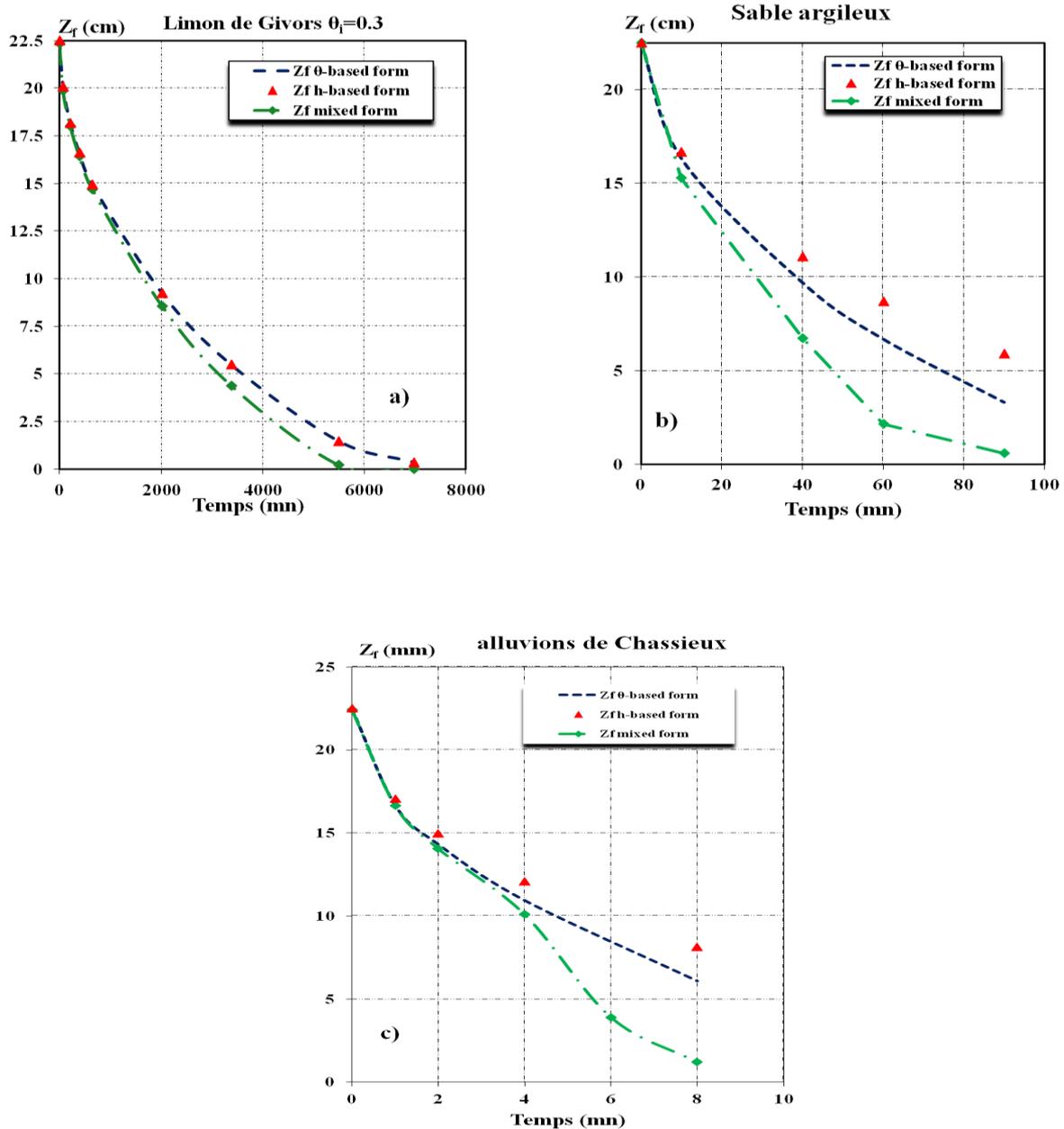


Figure IV.26. Avancement du front d'humidité, a) limon de Givors ($\theta_i=0.3$), b) sable argileux, c) alluvions de Chassieux

V. 4. Influence de la teneur en eau initiale

Test problem 3

Pour étudier l'impact de la teneur en eau initiale sur les résultats des trois formes de l'équation de Richards, particulièrement les sols de faible humidité initiale, de nouvelles comparaisons sont effectuées avec des différentes valeurs de la teneur en eau volumique. En utilisant les données hydrauliques de l'argile du Gault (§IV.2.1), les profils hydriques sont calculés pour une teneur en eau volumique θ_i qui varie de 0.225 à 0.325.

Les profils hydriques de l'argile du Gault calculés pour les différentes teneurs en eau volumiques initiales sont présentés sur la figure IV.27.

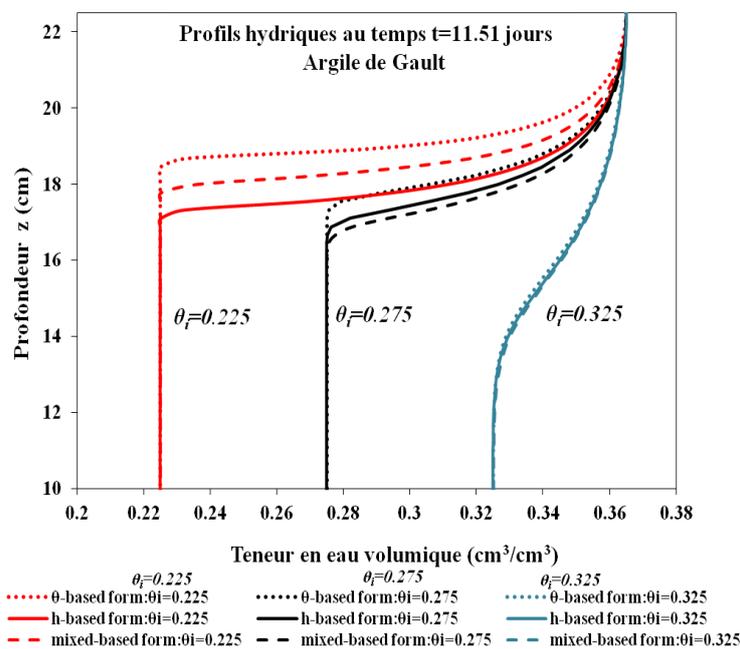


Figure IV.27. Profils hydriques argile du Gault calculés au temps $t=7.44$ jours pour le cas de :
 $\theta_i = 0.225$, $\theta_i = 0.275$ et $\theta_i = 0.325$

La figure IV.27 montre que les profils hydriques calculés par les trois formes de l'équation de Richards se superposent pour un état initial humide du sol ($\theta_i = 0.325$). Lorsque cette teneur en eau initiale diminue les profils s'écartent. Cet écart augmente lorsque l'état du sol se rapproche de l'état sec. L'allure des profils est la même ; il y a une absence de la zone de transmission et l'avancement du front d'humidité est plus raide pour une teneur en eau initiale plus faible. Ceci est dû à la forme de la dérivée de la courbe de rétention définie comme capacité capillaire dépendant de la forte non linéarité de $\theta(h)$.

L'effet de la teneur en eau initiale est étudié aussi sur des colonnes de limon de Givors de teneur en eau volumique initiale qui varie de 0.15 à 0.3 (Figure IV.28), et sur des colonnes de sable argileux de teneur en eau volumique initiale qui varie de 0.08 à 0.25 présenté sur la figure IV.29. Une charge nulle est imposée à la surface, associée à un flux nul à la face inférieure. La figure

IV.28 montre que l'écart entre les résultats des trois formes de l'équation de Richards augmente aussi lorsque la teneur en eau initiale diminue pour le cas du limon de Givors.

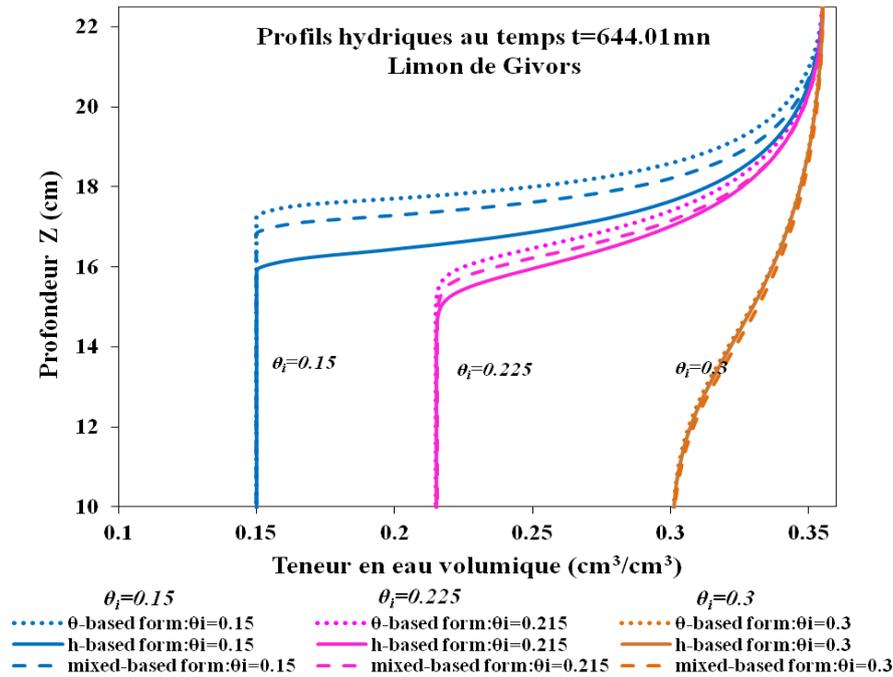


Figure IV.28. Profils hydriques limon de Givors calculés au temps $t=644.1$ mn pour le cas de $\theta_i = 0.15$, $\theta_i = 0.225$ et $\theta_i = 0.3$

Selon les résultats de l'exemple test problem 2, au début de l'infiltration, les profils hydriques calculés dans une colonne de sable argileux et dans une colonne d'alluvions humides par les trois formes de l'équation de Richards sont proches ; l'écart entre les résultats apparaît plus tard. Pour cette raison, l'effet de la teneur en eau initiale dans une colonne de sable argileux sera vérifié sur des profils hydriques calculés après 10mn d'infiltration.

La figure IV.29 montre que les résultats de la forme diffusive et la forme mixte de l'équation de Richards restent proches quelque soit la teneur en eau initiale du sol. Par contre l'écart augmente entre les résultats de ces deux formes (diffusive et mixte) et les résultats calculés par la forme capacitive. Cet écart devient important lorsque la teneur en eau initiale est proche à l'état sec.

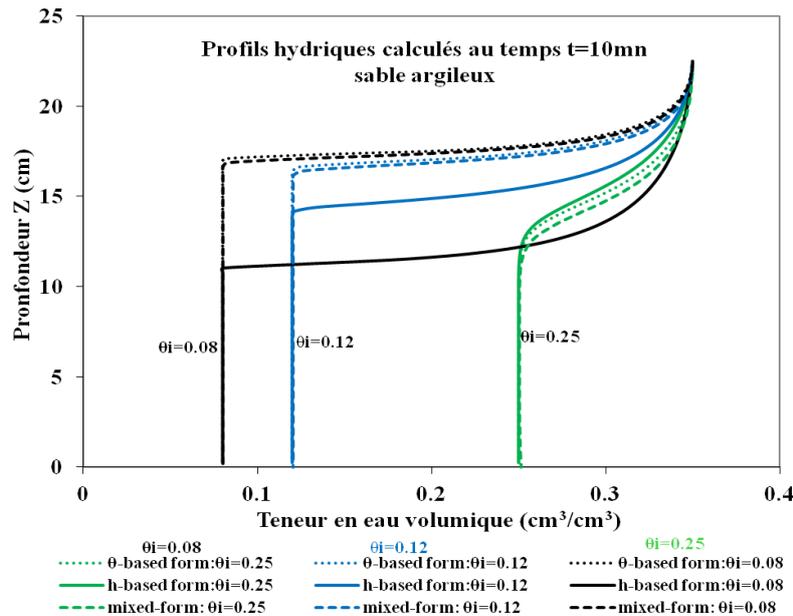


Figure IV.29. Profils hydriques sable argileux calculés au temps $t=10mn$ pour le cas de $\theta_i = 0.08, \theta_i = 0.12$ et $\theta_i = 0.25$

Celia et al. (1990), Hills et al. (1989), Milly (1985) et Rathfelder & Abriola (1994) ont montré, par des études sur des sables, que l'infiltration dans ce type de sol à l'état sec est beaucoup plus difficile à modéliser numériquement. Ceci est dû aux problèmes de stabilité associés aux forts gradients qui existent au niveau du front d'humidité. Dans ce travail nous avons montré que ce problème est soulevé aussi dans le cas des sols fins dans un état initial proche de l'état sec et dans les sols grossiers quelque soit leur état initial.

V. 5. Influence du modèle empirique

V.5. 1. Modèle de Brooks & Corey

Test problem 4

Le but de cet exemple est de montrer l'influence du choix du modèle empirique utilisé pour définir la courbe de rétention d'eau et la courbe de la conductivité hydraulique. Dans ce test, on reprend l'exemple précédent test problem 2 du limon de Givors. Le modèle de Brooks & Corey est utilisé pour le calcul des profils hydriques et de succion au temps 70.77mn qui sont présentés sur la figure IV.30.

La figure IV.30 montre des différences significatives dans la position du front d'humidité pour les différentes équations, et les formes des profils sont très différentes. En effet, la zone de transmission est définie par l'équation en fonction de la pression (h); mais elle n'existe pas dans les profils obtenus par l'équation en terme de teneur en eau (θ).

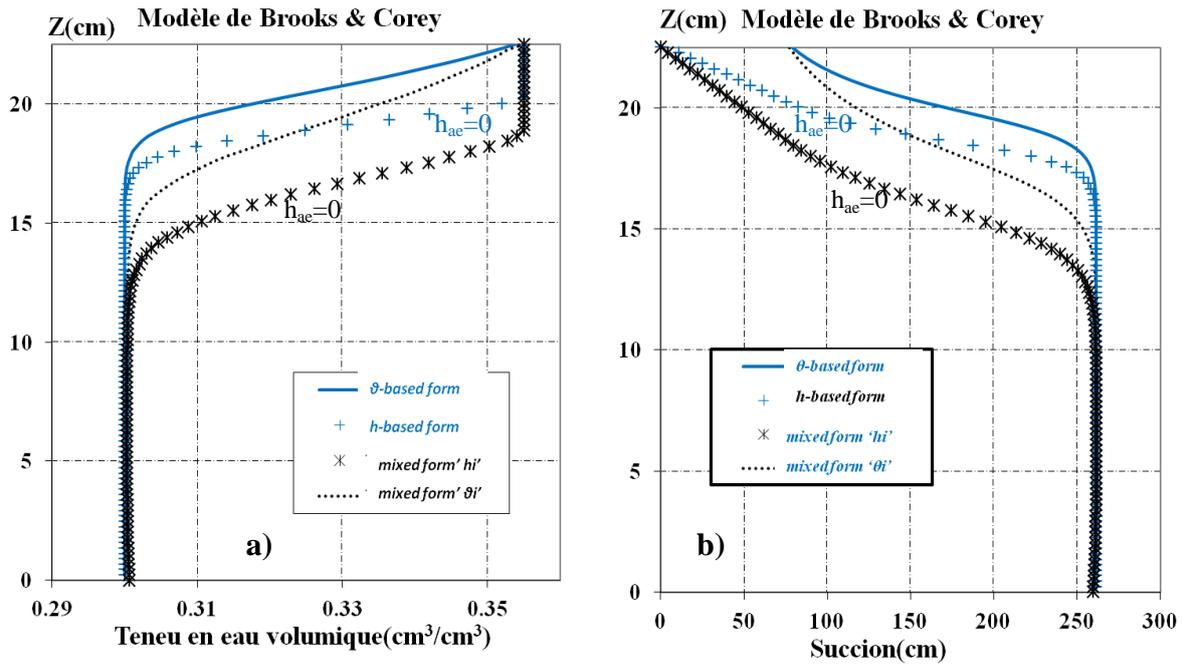


Figure IV.30. Profils calculés au temps 70.77mn avec le modèle B&C pour limon de Givors a) profils hydriques, b) profils de succion

L'examen des profils de succion (Figure IV.30.b) montre que la différence signalée ci-dessus est due essentiellement à la valeur de la succion lorsque la teneur en eau est égale à la teneur en eau à la saturation. Pour la forme diffusive $h=h_{ae}$ lorsque $\theta=\theta_s$, par contre pour la forme capacitive $h=h_0=0$ lorsque $\theta=\theta_s$. Ceci est dû à la discontinuité du modèle de Brooks & Corey lorsque $h=h_{ae}$, dont l'expression est:

$$\theta = \theta_s \quad \text{pour } h \leq h_{ae}$$

$$\theta_e(h) = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \left(\frac{h_{ae}}{h} \right)^N \quad \text{pour } h > h_{ae}$$

$$\text{Avec } \theta_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}$$

En effet, lorsque la teneur en eau volumique θ calculée par la forme diffusive atteint θ_s , la succion prend la valeur de la pression d'entrée d'air ($h=h_{ae}$). Par contre en utilisant la forme capacitive, la succion (solution de cette équation) peut atteindre la valeur 0 ou la valeur de la charge hydraulique imposée à la surface. On en déduit la teneur en eau par la suite.

Avec la forme mixte de l'équation de Richards, les profils hydriques et de succion sont calculés au temps 70.77mn pour deux cas comme il est présenté sur la figure IV.30. Le premier cas noté "mixed form ' θ_i '" consiste à introduire les conditions initiales en profil de teneur en eau volumique et une teneur en eau à saturation imposée à la surface comme suit:

$$\theta = \theta_i \quad \text{pour } t=0 \text{ et } 0 < Z < H$$

$$\theta = \theta_s^* \quad \text{pour } Z=H \text{ et } t \geq 0$$

En revanche, le deuxième cas noté "mixed form 'h_i'" consiste à introduire comme conditions initiales un profil de succion, et une charge hydraulique nulle à la surface comme suit:

$$h = h_i \quad \text{pour } t=0 \text{ et } 0 < Z < H$$

$$h = h_0 = 0 \quad \text{pour } Z=H \text{ et } t \geq 0.$$

On constate que les profils hydriques calculés par la forme mixte pour la même la condition à la surface introduite $\theta = \theta_s^*$ pour le premier cas, et par $h = h_0 = 0$ pour le deuxième cas, ne présente pas le même résultat, qui est dû toujours au problème de discontinuité du modèle de B&C, expliqué précédemment.

Par la suite, nous avons imposé à la surface une succion h_0 égale à h_{ea} pour la forme mixte avec $h = h_i$ comme condition initiale. Les profils hydriques et de succion dans ce cas sont confondus, mais cette proposition ne résout pas le problème de la discontinuité, et la solution pour l'équation de Richards introduite en terme de teneur en eau reste indéfinie entre $0 \leq h \leq h_{ae}$

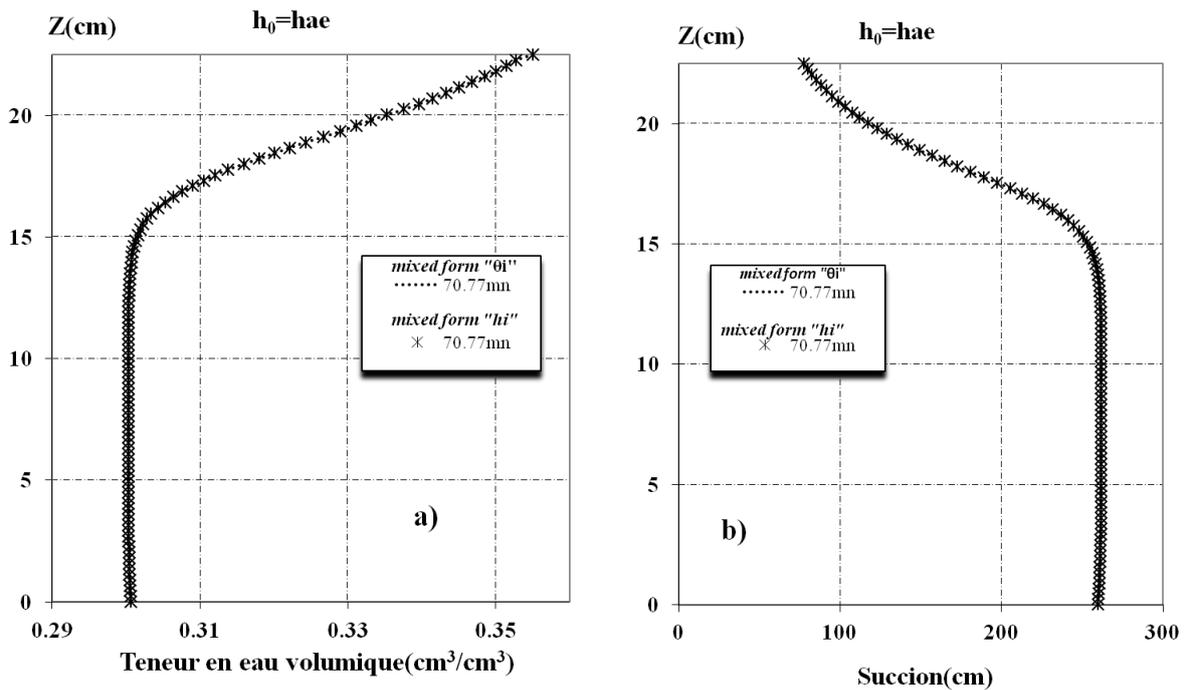


Figure IV.31. Profils calculés par la forme mixte et le modèle B&C pour le limon de Givors avec $h_0 = h_{ae}$

a) profils hydriques, b) profils de succion

Dans la suite, les profils sont calculés par la forme capacitive avec $h_0 = h_{ae}$. Ces profils sont comparés à ceux calculés précédemment avec la forme diffusive et à ceux calculés par la forme mixte avec $h_0 = h_{ae}$. Les figures IV. 32 (a) et b) montrent un écart non négligeable entre les trois courbes calculées avec les trois formes de l'équation de Richards. L'allure des profils calculés

avec la forme capacitive de l'équation de Richards change par rapport à celle des profils présentés sur la figure IV.30 calculés pour $h_0=0$ et prennent de l'avance par rapport aux profils calculés par les deux autres méthodes.

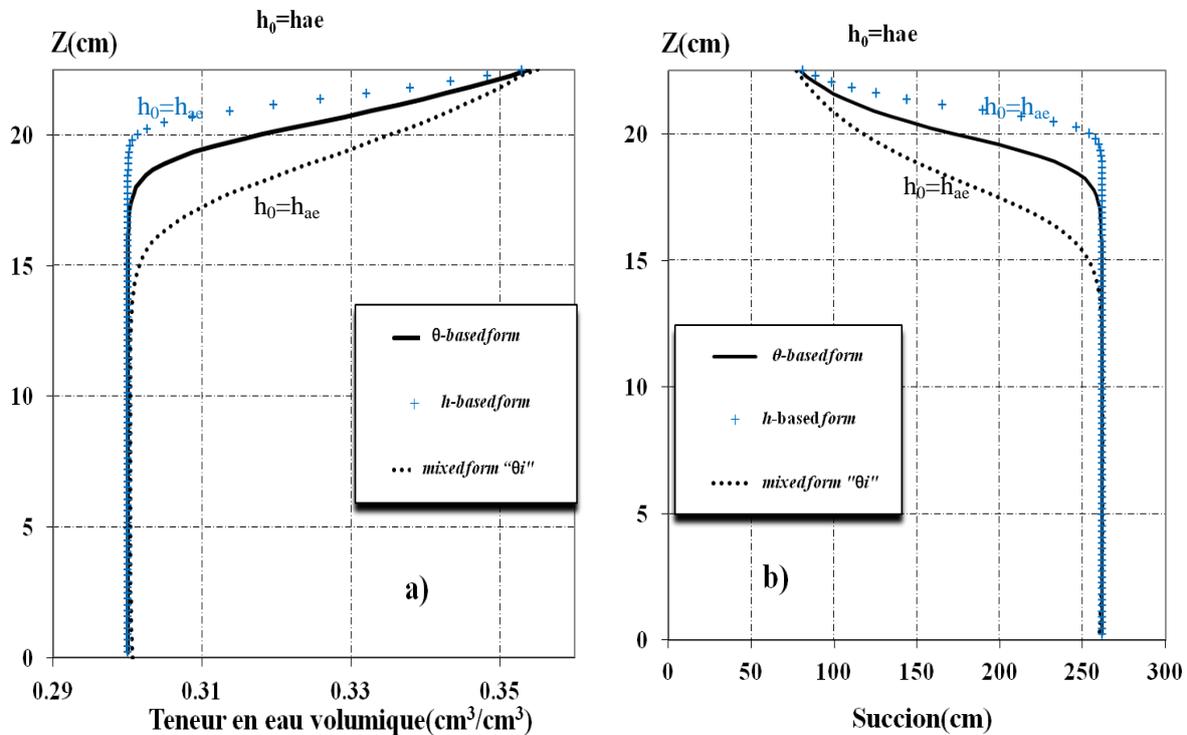


Figure IV.32. Profils calculés à partir des trois formes avec le modèle B&C pour limon de Givors a) profils hydriques, b) profils de suction

V.5. 2. Comparaison entre le modèle van Genuchten-Mualem et le modèle de Brooks & Corey

• 1^{er} Cas

La figure IV.37(a) présente les profils hydriques calculés au temps $t=644$ mn par la méthode basée sur la forme capacitive et la forme diffusive de l'équation de Richards, en utilisant les modèles de van Genuchten-Mualem et de Brooks & Corey.

En utilisant le modèle de Brooks & Corey noté (B&C), le front d'humidité Z_{f1} calculé par « θ -based form » au temps 644 mn est à 6.2 cm de la surface, tandis que Z_{f3} obtenu par « h-based form » est à 11 cm, comme il est présenté sur la (Figure IV.33.a).

En utilisant le modèle de van Genuchten-Mualem, le front d'humidité Z_{f3} obtenu est le même avec les deux formes de l'équation ; il se situe, au temps 644 mn, à 7.2 cm de la surface. D'après les figures, la différence entre les résultats de chaque modèle empirique est plus importante dans le cas de l'équation en termes de h que dans le cas de l'équation en termes de θ .

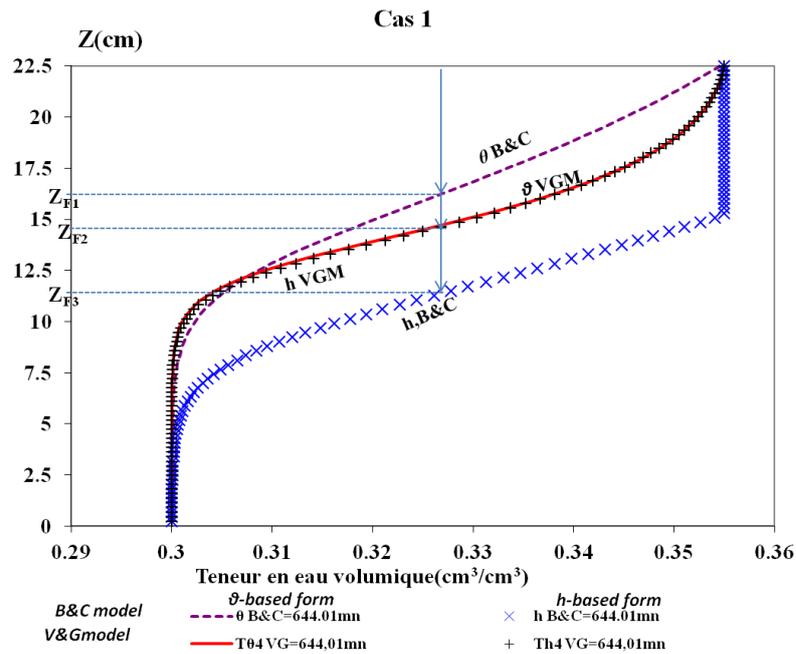


Figure IV.33. a). Comparaison entre les profils hydriques calculés avec le modèle de VG-M et par le modèle de B&C. cas1

• 2^{ème} cas

En imposons $h_0=h_{ae}$, on constate sur la figure IV.33(b) que le profil hydrique calculé par la forme capacitive en utilisant le modèle de Brooks & Corey est en retard par rapport aux autres profils, contrairement au premier cas, et Z_{f3} se situe, au temps 644 mn, à 3.5 cm de la surface.

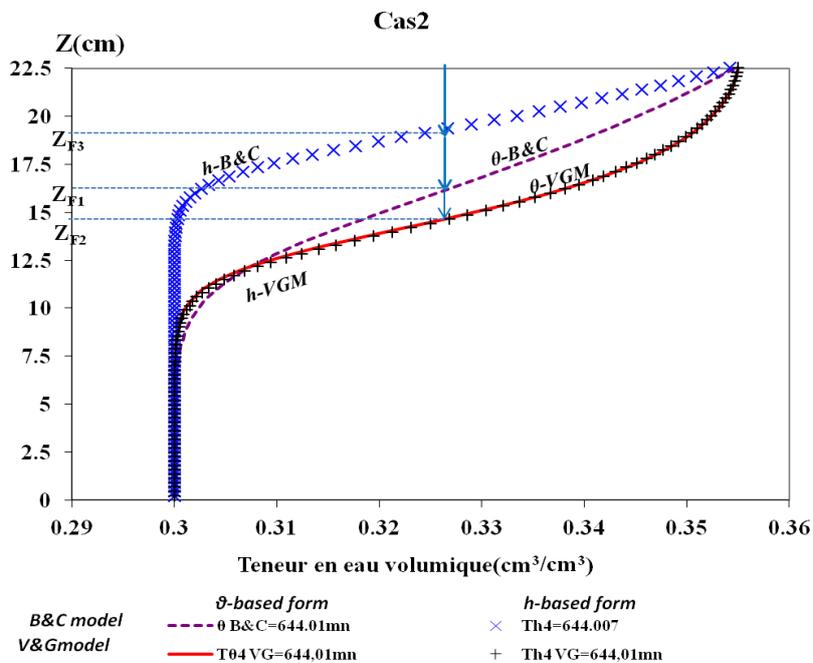


Figure IV.33.b). Comparaison entre les profils hydriques calculés par le modèle de VG-M et par le modèle de B&C. cas2

V. 6. Influence de la hauteur de la colonne: effet de la gravité

Test problem 5

L'effet de la gravité est représenté dans l'équation de Richards par le terme "z" qui désigne la profondeur. Dans ce test on a augmenté la hauteur de la colonne de 25 cm à 50 cm pour vérifier cette influence. Pour cela on a repris les mêmes données de l'exemple 1 pour le cas de l'argile du Gault, et les données de l'exemple 2 pour le cas du limon de Givors et le sable argileux.

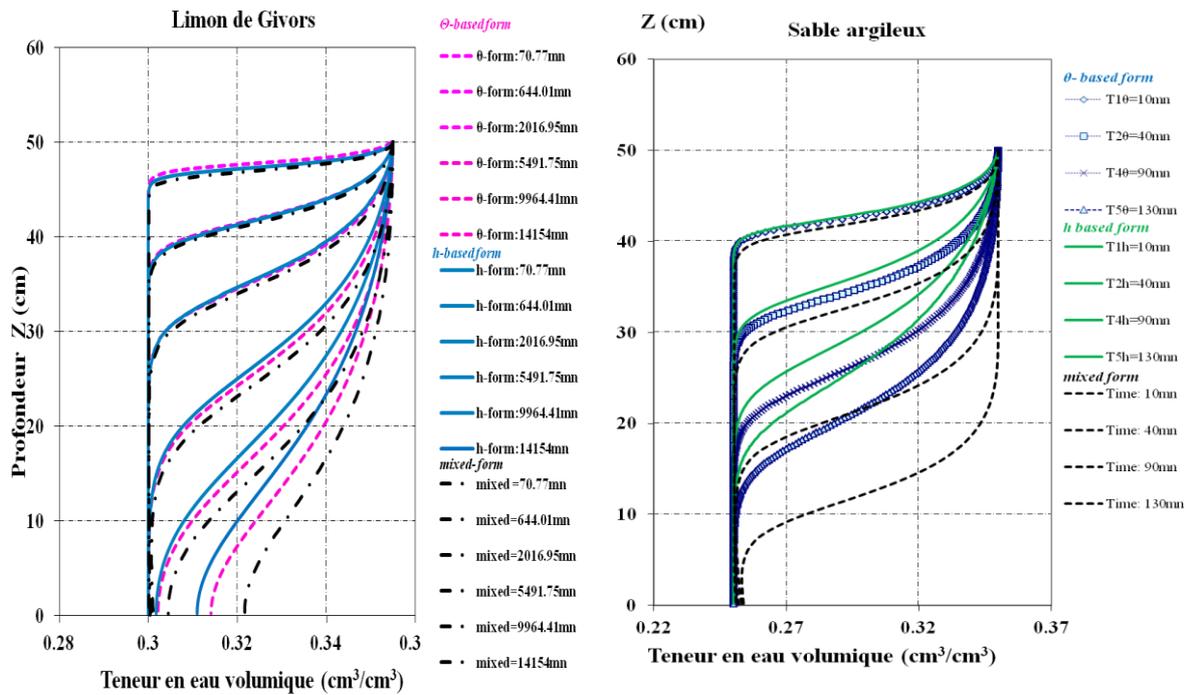


Figure IV.34 Profils hydriques calculés dans une colonne de 50cm, a) limon de Givors, b) sable argileux.

Sur les profils hydriques calculés dans une colonne de sol d'une hauteur de 50 cm, on constate les mêmes observations signalées sur ceux calculés dans une colonne de 22.5cm. Néanmoins, la hauteur de 50 cm permet de constater que l'écart entre les profils est plus net dans les sols grossiers, et apparaît un peu plus tard. La comparaison entre les profils hydriques calculés au même temps d'infiltration, montre que la variation spatio-temporelle de l'humidité dans le sol observée sur les deux colonnes est la même. Mais une fois que l'eau atteint le fond de la petite colonne (H=25cm), on constate l'apparition d'un écart entre les résultats des deux colonnes ; ce qui est logique, vue que l'eau dans la petite colonne de 25cm de hauteur commence à se stagner au fond de la colonne, par contre elle continue à s'infiltrer en profondeur dans la grande colonne (H=50cm) (Figure IV.35, pour le cas de l'argile du Gault)

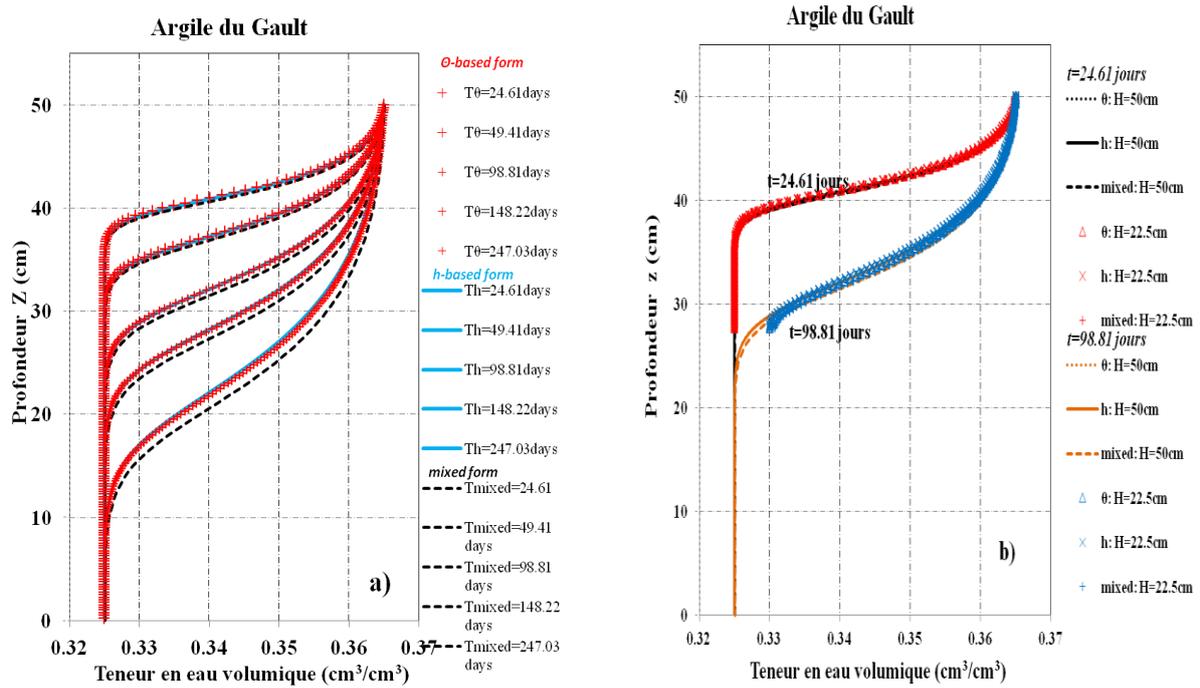


Figure IV.35. a) Profils hydriques calculés dans une colonne de 50cm d'argile du Gault. b) comparaison entre les profils hydriques calculés dans une colonne de 50 cm à ceux calculés dans une colonne de 25cm aux temps d'infiltration $t=24.61$ jours et $t=98.81$ jours

VI. Comparaison entre les résultats numériques et les résultats expérimentaux

Dans cette partie, les résultats calculés par les trois formes de l'équation de Richards (profils hydriques et courbes d'infiltration) sont comparés aux profils hydriques mesurés. Pour chaque sol, les conditions aux limites et les conditions initiales varient selon les conditions imposées lors des essais expérimentaux.

Le but de cette confrontation est de:

- Contrôler l'influence du choix des paramètres des modèles empiriques sur les profils hydriques.
- Vérifier si l'ajustement de la courbe de rétention est suffisant pour décrire la fonction de conductivité hydraulique et les profils hydriques, ou bien nécessite l'ajustement des deux courbes : la courbe de rétention et la fonction de la conductivité hydraulique pour décrire les profils hydriques
- Vu les différences constatées entre les résultats obtenus par chaque forme de l'équation de Richards dans le cas des sols grossiers (état initial humide ou humidité faible), et dans le cas des sols fins pour un état initial d'humidité faible. Le but de cette confrontation est d'essayer de révéler quelle équation représente le mieux le mouvement de l'eau dans le sol non saturé.

VI. 1. Limon de Givors

VI.1. 1. Profils hydriques et profils de succion

Test problem 6

Vu l'écart entre les résultats calculés par les trois formes de l'équation de Richards, pour le cas de limon de Givors pour $\theta_i=0.225$. Et dans le but de connaître laquelle des trois formes de l'équation de Richards représente correctement le mouvement de l'eau dans un sol non saturé, nous comparons les profils hydriques calculés aux profils mesurés dans le cas de limon de Givors (Bentoumi et Alimi-Ichola, 1996). Les profils sont calculés pour une teneur en eau volumique initiale $\theta_i=0.215$ (cm^3/cm^3) égale à celle utilisée dans l'essai expérimental et une charge nulle à la surface. Les Résultats sont montrés sur la figure IV.36.

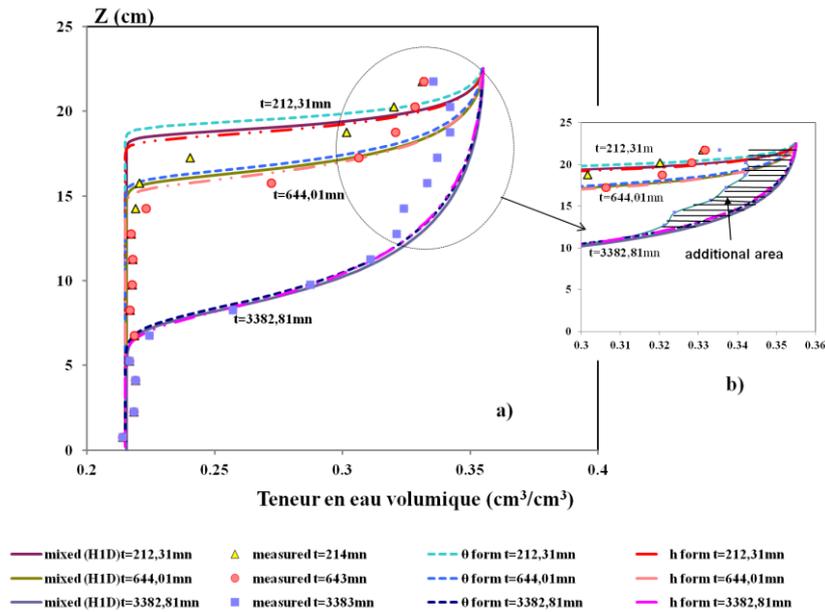


Figure IV.36. Profils calculés et mesurés du limon de Givors

La figure IV.36(a) montre que les profils calculés sont confondus avec les profils mesurés à partir du temps 3382.81mn ; avant cette durée les profils obtenus avec la forme capacitive et la forme mixte sont les plus proches de ceux mesurés. On observe aussi une différence dans la saturation de la surface (Figure IV.36.b). Pour une meilleure appréciation des résultats, la comparaison des courbes d'infiltration cumulée est nécessaire.

VI.1. 2. Courbe d'infiltration

Les courbes d'infiltration cumulée calculées à partir de chaque forme de l'équation de Richards et la courbe de l'infiltration cumulée mesurée, sont présentées sur la figure IV.37.

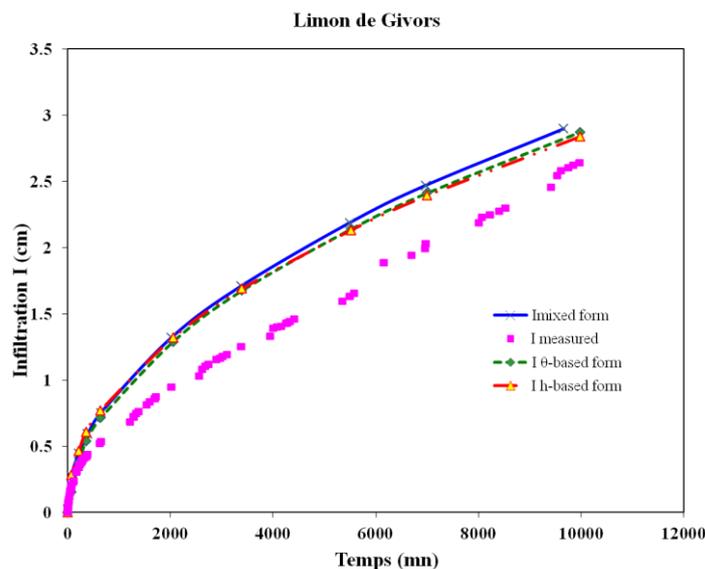


Figure IV. 37. Courbes d'infiltration calculées et mesurée limon de Givors

La figure IV.37 montre que pendant une période initiale transitoire, toutes les courbes se superposent. Après un certain temps d'écoulement, l'infiltration calculée devient plus rapide par rapport à celle mesurée et les courbes calculées se séparent. Cette quantité supplémentaire est la conséquence de la surface additionnelle montrée sur la figure IV.36(b). Cette surface surestime l'infiltration cumulée calculée. On constate d'après les profils hydriques mesurés que la saturation de la surface n'est pas instantanée ; pour cela l'hypothèse $\theta_0 = \theta_s$ a un effet sur l'infiltration cumulée et peut entraîner une différence significative entre les courbes.

VI. 2. Argile du Gault

L'essai expérimental d'infiltration sur la colonne de limon de Givors est réalisé avec une charge nulle à la surface ($h_0=0$) ; cette condition de surface nous permet de faire la comparaison entre les trois formes de l'équation de Richards. Contrairement à l'essai d'infiltration sur la colonne d'argile du Gault qui a été réalisé sous une charge hydraulique $h_0=-100\text{cm}$. La forme diffusive de l'équation de Richards ne peut être étendue au cas saturé. Pour cette raison seulement la forme capacitive et la forme mixte de l'équation de Richards sont utilisées dans l'exemple suivant.

Test problem 7

Dans cet exemple nous avons repris les données du premier test. La différence est dans la charge hydraulique ($h_0=-100\text{cm}$) imposée à la surface, en rappelant que la succion est considéré positive dans ce travail. Le potentiel de pression initial du sol est pris égal à $h_i=1193.397\text{ cm}$ ce qui correspond à une teneur en eau volumique $\theta_i = 0.325$. Les profils hydriques et les profils de succion sont calculés avec la forme capacitive et comparés aux profils mesurés (Bentoumi et Alimi, 1993) (Figure IV.38). Il est à noter que les résultats de la forme mixte ne sont présentés parce que le logiciel a donné des résultats qui divergent.

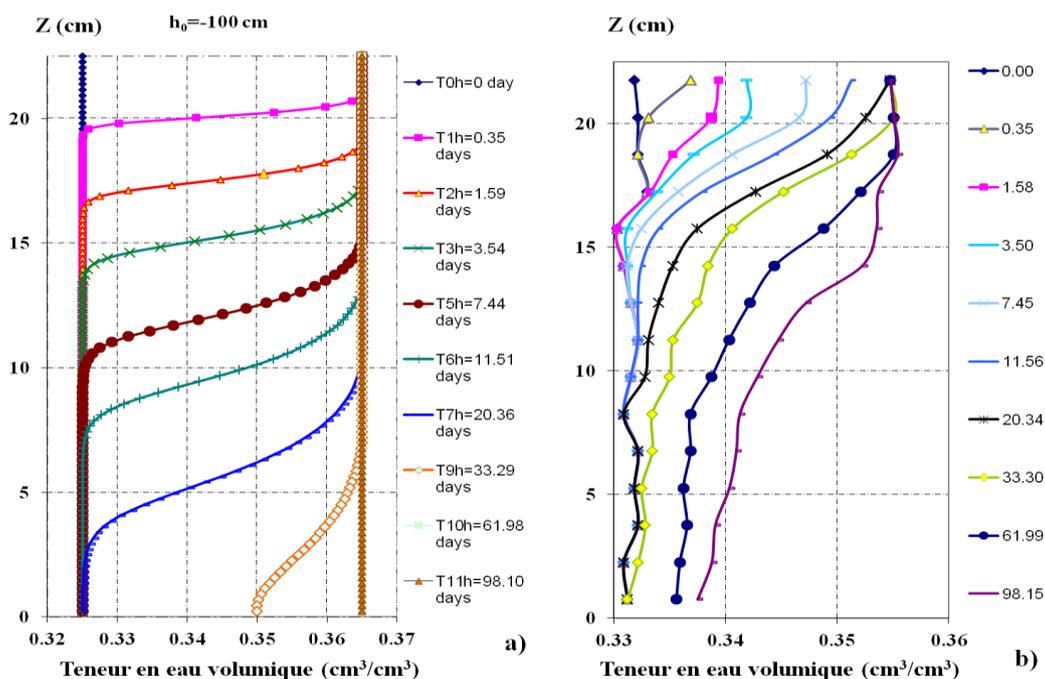


Figure IV.38. Profils hydriques argiles du Gault a) calculés, b) mesurés

Sur les figures IV.38(a) et (b), nous pouvons observer que les profils hydriques calculés de l'argile du Gault sont en avance par rapport à ceux mesurés et l'infiltration calculée est plus rapide et surestime celle mesurée (Figure IV.39).

Les profils hydriques mesurés présentent des pentes beaucoup plus prononcées que celles observées avec les profils calculés. La forme du profil mesuré (Figure IV.38.b) correspond au début à un phénomène de saturation par diffusion très lente, bien que la teneur en eau volumique initiale soit proche de la teneur en eau volumique de saturation. Ceci s'explique par la faible valeur de la succion dans le sol, malgré la charge hydraulique appliquée à la surface. Par la suite, la zone de transmission se forme, la convection et l'effet piston commencent à apparaître.

Pour les formes des profils hydriques calculés (Figure IV.38.a), on observe dès le début l'effet de la charge hydraulique imposée à la surface sur les profils hydriques par l'apparition de la zone de transmission. En examinant les profils mesurés, on constate que la saturation de la surface n'est pas instantanée, malgré la charge imposée à la surface.

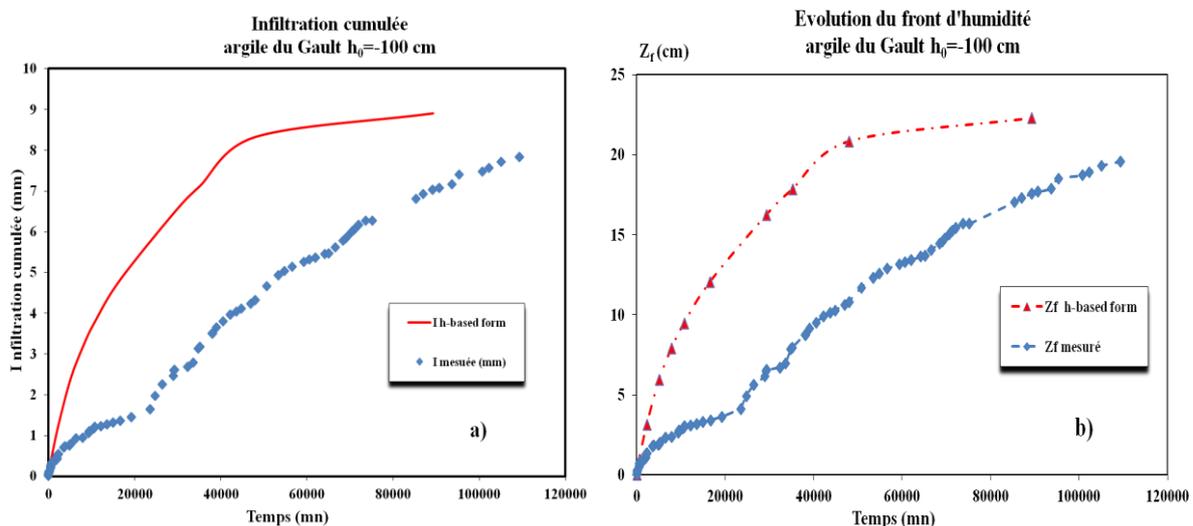


Figure IV. 39. Argile du Gault a) Courbes d'infiltration calculée et mesurée b) évolution du front d'humidité calculée et mesurée

La figure IV.39(a) présente la courbe d'infiltration cumulée mesurée et la courbe d'infiltration cumulée calculée par la forme capacitive de l'équation de Richards dans une colonne d'argile du Gault, soumise à une charge hydraulique de 100 cm à la surface. Le grand écart observé entre les profils calculés et mesurés, est bien représenté par la courbe de l'infiltration cumulée ; on voit bien que l'infiltration calculée est très rapide par rapport à l'infiltration mesurée. Pour un temps d'infiltration de 2295mn (1.59 jours), l'infiltration cumulée calculée I_c est égale à 1.12mm et le front d'humidité Z_f se trouve à 2.80cm de la surface. En revanche, I_c mesurée est égale à 0.55mm et Z_f mesuré se trouve à 1.36cm.

Au temps $t=35190mn$ qui correspond à 24.44 jours, l'infiltration cumulée calculée est de l'ordre de 6.98mm, et le front d'humidité se trouve à 17.45cm de la surface, comme il est présenté

sur la figure IV.39(b). Par contre I_c mesurée est de l'ordre de 3.17mm et le front d'humidité mesuré se trouve à 7.95cm de la surface (Figure IV. 39.b).

VI. 3. Sable argileux

Test problem 8

L'essai d'infiltration sur le sable argileux est effectué sur une colonne de hauteur de 50cm, soumise à une charge hydraulique $h_0 = -10$ cm, imposée sur sa face supérieure. Comme dans le cas de l'argile du Gault, seulement les résultats de la forme capacitive et de la forme mixte sont comparés aux résultats expérimentaux.

Les profils hydriques calculés par les deux formes de l'équation de Richards sont présentés sur la figure IV.40(a). L'application d'une charge hydraulique à la surface, fait de plus en plus apparaitre le comportement de la forme capacitive pour le cas du sable argileux. Au premier temps de l'infiltration ($t=10$ mn), les profils hydriques calculés par la forme capacitive sont en avance par rapport aux profils calculés par la forme mixte. Au temps $t=40$ mn les deux profils sont confondus. Après ce temps, les profils calculés par la forme mixte prennent de l'avance. La comparaison entre les profils hydriques calculés et les profils mesurés présentés sur la figure IV.40(b), montre que la saturation de la surface est immédiate dans le cas du sable argileux, contrairement au cas du limon de Givors et de l'argile du Gault. Comme il est constaté sur les profils hydriques calculés de l'argile du Gault, on observe dès le début l'effet de la charge hydraulique imposée à la surface sur les profils hydriques par l'apparition de la zone de transmission.

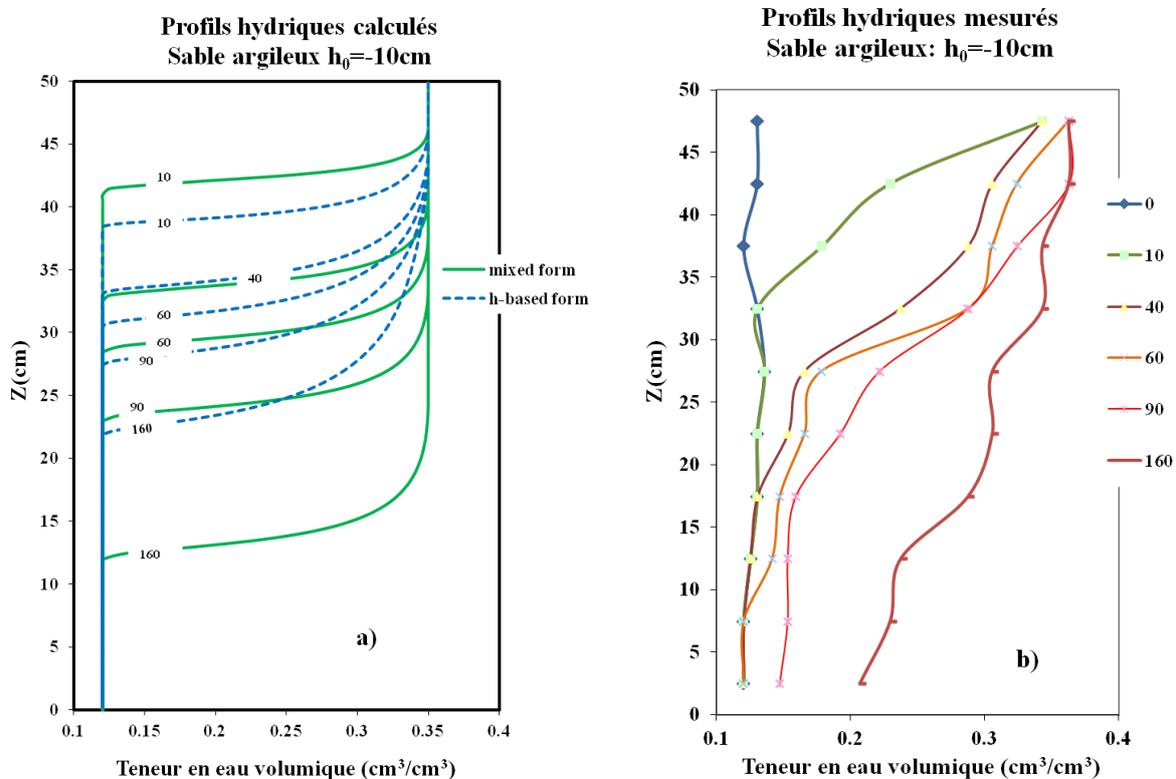


Figure IV.40. Profils hydriques du sable argileux. a) calculés, b) mesurés

VII. Coefficient de dispersion apparent et vitesse des pores

Afin de déterminer quel est le paramètre qui influe sur le comportement de chaque forme de l'équation de Richards, on évalue le coefficient de Dispersion apparent D et la vitesse des pores (vitesses d'écoulement) u à partir des profils hydriques mesurés et calculés selon la méthode de Gauss.

Le coefficient de dispersion apparent D [L^2/T] est défini par :

$$D = \frac{\sigma^2}{2t} \quad (IV.3)$$

Avec:

t : le temps de calcul du profil hydrique.

σ : l'écart type calculé par:

$$2\sigma = Z_{0.16} - Z_{0.84} \quad (IV.4)$$

Où:

$Z_{0.16}$ correspondant à la profondeur atteinte pour $0.16(\theta_s - \theta_i)$ à l'instant « t »

$Z_{0.84}$ correspondant à la profondeur atteinte pour $0.84(\theta_s - \theta_i)$ à l'instant « t »

La vitesse des pores " u " [L/T] est définie comme suit :

$$u = \frac{\bar{Z}}{t} \quad (IV.5)$$

\bar{Z} est la profondeur atteinte pour $0.50 (\theta_s - \theta_i)$ à l'instant « t »

Durant la saturation d'un sol, la vitesse d'écoulement est rapide au début de l'infiltration de l'eau, et elle diminue avec la saturation du sol et devient constante après un temps d'infiltration. La variation du coefficient de dispersion apparent est proportionnelle à la variation des forces capillaires. Ces dernières diminuent avec la saturation du sol, donc le coefficient de dispersion apparent diminue lui aussi.

L'évolution de ces deux paramètres, au cours de l'infiltration, est déterminée en premier lieu à partir des profils hydriques calculés de l'argile du Gault (données de l'exemple test1). Vu que les profils hydriques obtenus dans cet exemple sont confondus, on calcule cette évolution à partir des profils d'une seule forme de l'équation de Richards. L'évolution de la vitesse des pores (u) et du coefficient de dispersion apparent (D) est représentée sur la figure IV.41. Sur cette figure, on constate que la vitesse des pores est rapide au début de l'infiltration et elle diminue jusqu'à atteindre un régime permanent. Contrairement au coefficient de dispersion apparent, qui augmente légèrement avec la saturation du sol, puis devient presque constant. De cela, on peut dire que la diffusion capillaire est dominante dans le comportement de l'équation de Richards, ce qui peut expliquer la difficulté de représenter la zone de transmission sur les profils hydriques.

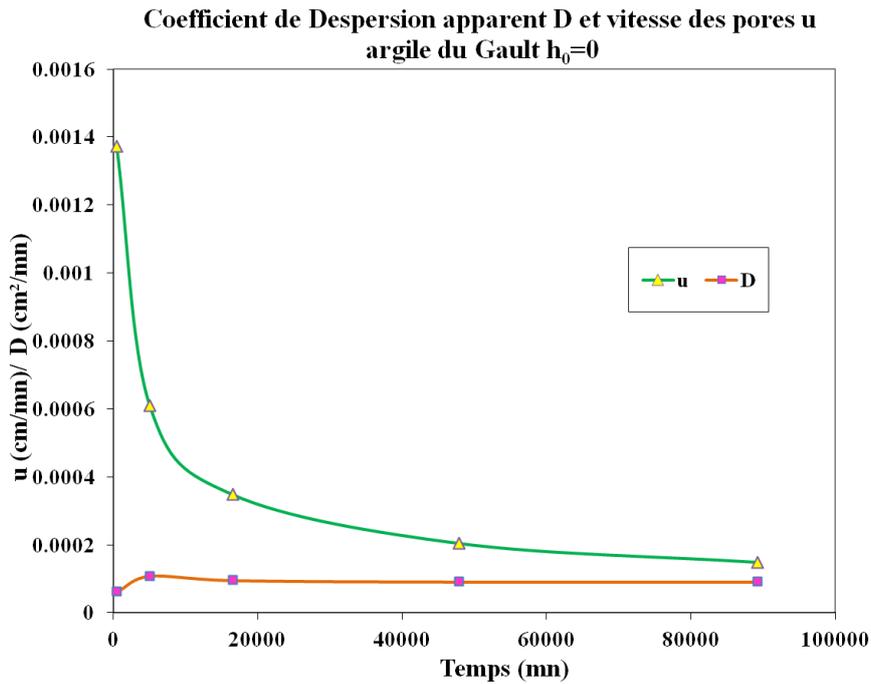


Figure IV.41. Evolution du coefficient de dispersion apparent et vitesse des pores avec la saturation du sol argile du Gault

Dans la suite, une comparaison est faite entre l'évolution de chaque paramètre (vitesse des pores et coefficient de dispersion apparent), déterminée à partir des profils hydriques mesurés et des profils hydriques calculés dans l'argile du Gault (test problem 7) et dans le limon de Givors (test problem 6).

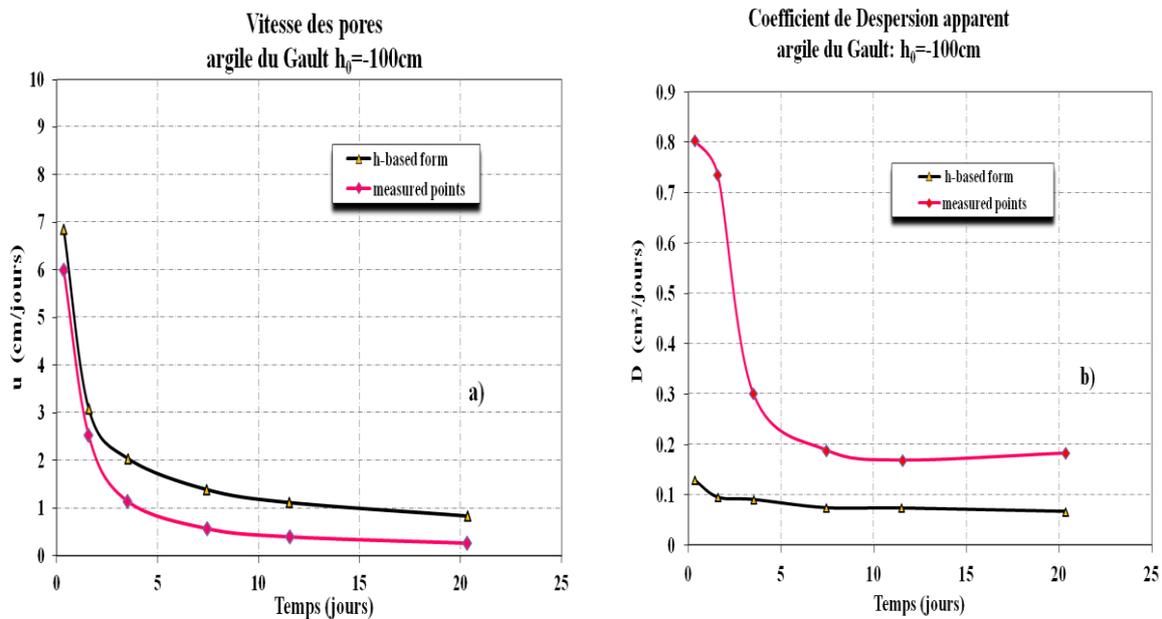


Figure IV.42 Argile du Gault a) vitesse des pores calculée et mesurée b) coefficient de dispersion apparent calculé et mesuré.

La figure IV.42(a) montre que la vitesse des pores dans l'argile du Gault, déterminée à partir des profils hydriques calculés (avec la forme capacitive de l'équation de Richards), est plus élevée que celle déterminée à partir des profils mesurés. Les deux vitesses diminuent avec la saturation du sol sans se rejoindre. Ce qui explique l'avancement des profils calculés par rapport à ceux mesurés constaté sur la figure IV.38. Le coefficient de dispersion apparent déterminé à partir des profils mesurés est très élevé au début de l'infiltration (figure IV.42.b), et diminue rapidement au cours de l'infiltration, contrairement à celui déterminé à partir des profils calculés qui est presque constant. Ceci est dû à l'influence de la charge hydraulique imposée à la surface du sol.

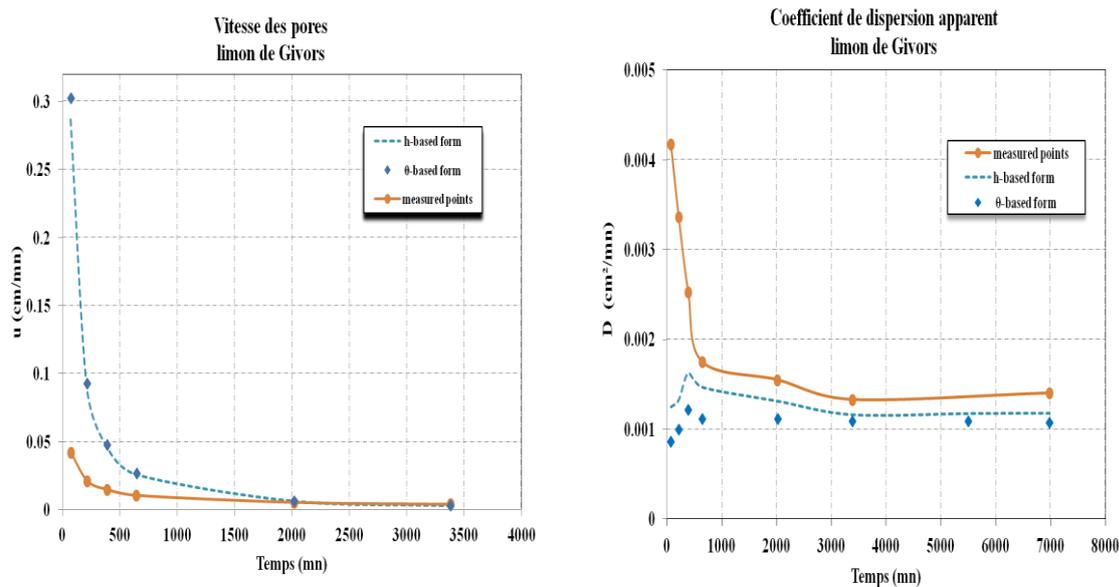


Figure IV.43. Limon de Givors: a) vitesse des pores calculée et mesurée b) coefficient de dispersion apparent calculé et mesuré

Concernant le limon de Givors, on remarque que la vitesse initiale calculée ($u_i=0.3\text{cm/mn}$) est plus élevée que celle mesurée ($u_i=0.05\text{cm/mn}$), puis elle diminue rapidement pour les profils calculés (Figure IV.43.a). Au cours du temps, elle va tendre vers la vitesse mesurée. Le coefficient de dispersion apparent D (Figure IV.43.b), dans le cas des profils mesurés, diminue avec le temps, puisqu'il diminue avec la saturation du sol et la diminution des forces de succion dans le sol. Ceci favorise l'écoulement de l'eau par convection et l'apparition de la zone de transmission. Ce n'est pas le cas dans les profils calculés où la diffusion augmente au lieu de diminuer.

VIII. Comparaison entre l'équation de diffusion et l'équation de Richards

Selon les profils hydriques calculés précédemment dans les exemples test problem 1 (§V.2) et test problem 2 (§V.3), on constate que ces profils correspondent aux profils de la solution de Philip de l'équation de diffusion et non pas à ceux de la solution de l'équation de convection diffusion qui est l'équation de Richards. La vérification de ce constat nous amène à calculer, dans cette partie, de nouveaux profils à partir de l'équation de diffusion, puis de les comparer avec ceux calculés précédemment par la forme diffusive de l'équation de Richards.

La méthode adoptée pour la discrétisation de l'équation de diffusion, ainsi que les conditions aux limites et les conditions initiales, sont les mêmes que celles adoptées pour la discrétisation de l'équation de Richards décrites dans le chapitre précédent (chapitre 03).

VIII. 1. Discrétisation de l'équation de diffusion

L'équation de diffusion dans un système unidirectionnel et homogène est décrite par:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \quad (IV.7)$$

où

θ = teneur en eau volumique [L^3/L^3]; D = diffusivité [L^2/T] et t = temps [T].

L'équation (IV.7) écrite sous la forme discrétisée au temps n suivant le schéma implicite de la méthode des différences finies, pour un pas d'espace ΔZ et un pas de temps ΔT , se présente comme suit:

$$\begin{aligned} \frac{\theta_j^i - \theta_j^{i-1}}{\Delta T} &= \left(\frac{D_{j-1}^i - D_j^i}{\Delta Z} \right) \left(\frac{\theta_{j-1}^i - \theta_{j+1}^i}{2\Delta Z} \right) + \left(\frac{D_{j-1}^i + D_j^i}{2} \right) \left(\frac{\theta_{j-1}^i - 2\theta_j^i + \theta_{j+1}^i}{\Delta Z^2} \right) \\ (-D_{j-1}^i) \theta_{j-1}^i + \left(\frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + D_{j-1}^i + D_j^i \right) \theta_j^i + (-D_j^i) \theta_{j+1}^i &= \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} \theta_j^{i-1} \end{aligned} \quad (IV.8)$$

Où l'indice j est le nœud, et l'exposant i est le niveau du temps. La moyenne spatiale de la conductivité hydraulique K est calculée avec des moyennes arithmétiques. Plus de détails sur la discrétisation de l'équation de diffusion sont présentés en annexe (C).

VIII. 2. Comparaison entre les profils hydriques

Les profils hydriques calculés par l'équation de diffusion sont comparés à ceux calculés par la forme diffusive de l'équation de Richards. Cette comparaison est faite en utilisant le premier exemple sur l'argile du Gault et le deuxième exemple sur le limon de Givors et le sable argileux. Ces tests consistent à simuler l'écoulement de l'eau dans une colonne verticale de hauteur 25cm. Les trois types de sols, contenus dans les colonnes sont dans un état initial humide. Pour $t \geq 0$, une teneur en eau proche à la saturation est imposée à l'entrée de chaque colonne, et un flux nul est imposé à la sortie. Les résultats sont présentés sur les figures IV.44, IV.45 et IV.46 respectivement pour l'argile du Gault, le limon de Givors et le sable argileux.

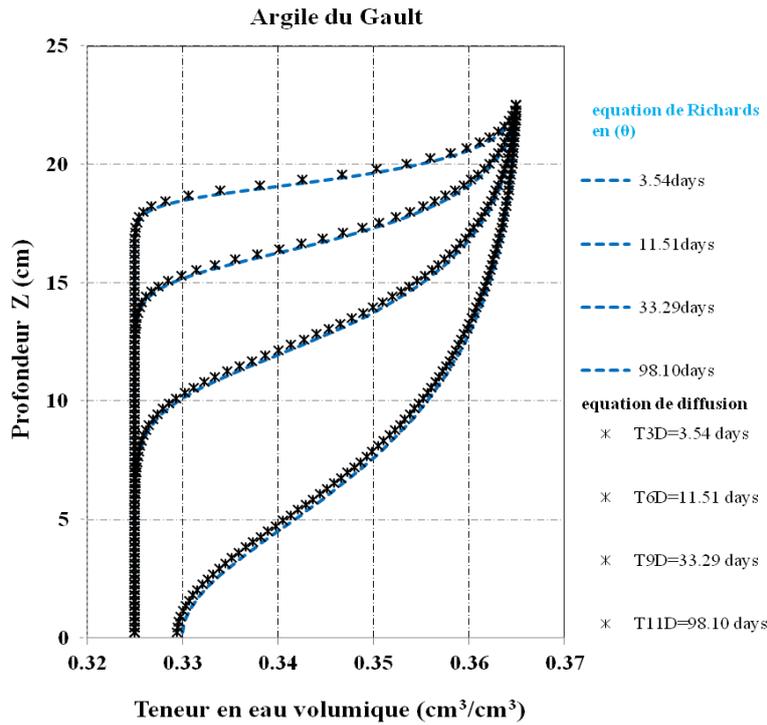


Figure IV.44. Profils hydriques calculés par l'équation de diffusion et la forme diffusible de l'équation de Richards pour l'argile du Gault

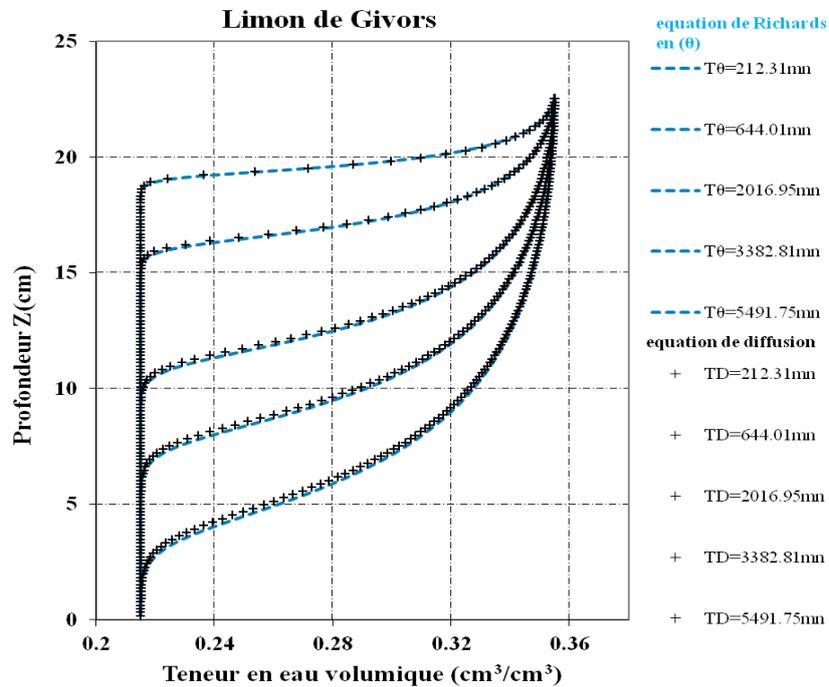


Figure IV.45. Profils hydriques calculés par l'équation de diffusion et la forme diffusible de l'équation de Richards pour le limon de Givros

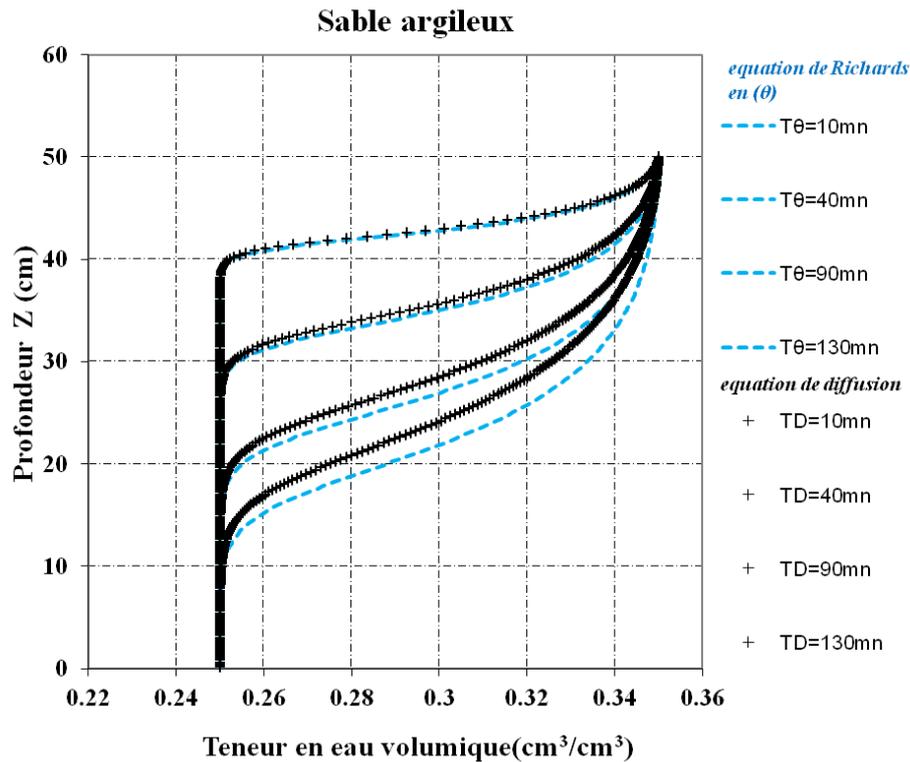


Figure IV.46. Profils hydriques calculés par l'équation de diffusion et la forme diffusive de l'équation de Richards pour le sable argileux

Les figures IV.44 et IV.45 montrent que les profils hydriques calculés par la forme diffusive de l'équation de Richards et de l'équation de diffusion, respectivement pour l'argile du Gault et pour le limon de Givors, sont confondus. Contrairement à la figure IV.46, où on constate au début que les profils calculés par les deux équations sont confondus, où l'écoulement est dû aux forces capillaires. Après 40mn d'infiltration, les profils hydriques calculés par la forme diffusive de l'équation de Richards commencent à prendre de l'avance par rapport à ceux calculés par l'équation de diffusion, ceci signifie que les forces gravitaires commencent à agir aussi sur l'écoulement.

On peut conclure que pour un écoulement dans les sols fins, sans aucune charge hydraulique imposée à la surface, l'équation de Richards en termes de teneur en eau donne le même résultat que l'équation de diffusion. L'effet de la gravité dans la forme diffusive de l'équation de Richards est négligé, l'écoulement est dû uniquement aux forces capillaires et l'effet des forces gravitaires n'apparaît pas.

Pour les sols grossiers, l'effet des forces gravitaires est négligeable jusqu'à une durée d'infiltration. La détermination de cette durée a fait l'objet de plusieurs recherches (Talsma, 1969; Yao et Hendrickx, 1996; Selker et al., 1992). Lorsque les forces de la gravité sont dominantes, le front d'humidité devient instable, ce qui provoque un écoulement de dérivation, qui dirige rapidement l'eau et les solutés de la surface du sol à la nappe phréatique. Ainsi le débit de dérivation réduit la capacité de filtrage du sol et augmente la pollution des eaux souterraines (Rooij, G.H, 2000).

IX. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté une étude comparative entre les solutions des trois formes de l'équation de Richards. Tout d'abord, il est montré que l'évaluation des paramètres d'un modèle empirique de la courbe de rétention, avec un bon coefficient de corrélation, n'est pas généralement suffisante pour décrire la courbe de la conductivité hydraulique, et pour prédire l'historique du flux d'eau à travers les couches d'un sol (exemple de l'argile du Gault). Par conséquent, les paramètres doivent être ajustés à la fois pour la courbe de rétention et pour la courbe de conductivité hydraulique sur les valeurs de mesure (exemple du limon de Givors). Par la suite, une étude paramétrique a permis de montrer l'impact et le rôle que joue chaque paramètre sur les allures des courbes $\theta(h)$, et de montrer la sensibilité de ces courbes et les profils hydriques à la variation des valeurs des paramètres des modèles empiriques.

La comparaison effectuée entre les solutions des trois formes de l'équation de Richards montre une différence significative entre les positions du front d'humidité obtenues avec la solution de chaque forme de l'équation de Richards. Cette différence peut être négligée pour un sol de texture fine (argile du Gault) dans un état initial humide. Cependant cette différence augmente lorsque ce sol est dans un état sec et en particulier pour les sols à texture grossière, et ceci indépendamment de l'état initial (exemple du sable argileux).

La forme du profil hydrique montre que le mouvement de diffusion est plus représentatif que le mouvement de convection dans l'équation de Richards en terme de teneur en eau pour tous les types de sols. Cette forme du profil est aussi observée avec la forme mixte, uniquement dans le cas des sols à texture fine. La domination du mouvement diffusif et l'absence de la zone de transmission sont observées également sur les profils obtenus par la forme en terme de potentiel de l'équation de Richards, dans le cas d'une charge nulle à la surface. Cette domination disparaît si une charge hydraulique est imposée sur la surface du sol. Cela suggère que le mouvement de diffusion et de convection doit être formulé séparément dans l'équation de Richards, comme dans l'équation d'advection-convection.

En outre, il est montré que le choix du modèle empirique pour décrire les propriétés hydrauliques du sol a un effet important sur la précision de la solution et sur la description du processus d'infiltration dans les sols non saturés. La formulation du modèle de Brooks & Corey est l'une des causes de l'écart constaté entre les résultats des trois formes.

Des recherches dans la littérature ont montré, avec des études sur des sables, que l'infiltration dans les sols grossiers à l'état sec est beaucoup plus difficile à modéliser numériquement. Ceci est dû aux problèmes de stabilité associés aux forts gradients qui existent au niveau du front d'humidité. Dans ce travail nous avons montré que ce problème est soulevé aussi dans le cas des sols fins dans un état initial proche à l'état sec. Et dans les sols grossiers quelque soit leur état initial.

A la suite d'une comparaison des résultats calculés avec les trois formes de l'équation de Richards et de ceux mesurés, il était difficile de montrer quel type de forme donne des résultats proches de ceux trouvés par la mesure, à cause de l'allure des profils mesurés, le nombre limité des résultats expérimentaux disponibles. Néanmoins cette étude nous a permis de tirer les points suivants:

- Pour les sols fins, il est recommandé d'imposer à la surface une teneur en eau variable en fonction du temps au lieu d'une teneur en eau égale à la saturation.
- Si l'écart entre les profils calculés et mesurés apparaît négligeable, ce ne sera pas le cas pour les courbes d'infiltration cumulée.
- L'effet de la charge hydraulique imposée à la surface est observée dès le début de l'infiltration, par l'apparition de la zone transmission.
- Pour la modélisation d'une infiltration des sols fins dans un état initial humide, le choix entre les trois formes de l'équation de Richards ne se pose pas (les trois formes donnent le même résultat), néanmoins, la condition d'une saturation variable avec le temps à la surface doit être imposée.

La difficulté de conclure quelle équation donne des résultats proches aux résultats de mesure, et notre passage au sein du laboratoire LGCIE, nous a motivé de mener des essais expérimentaux qui sont détaillés dans le chapitre 5, dont l'objectif principal est de bien comprendre le phénomène d'infiltration, et d'essayer de modéliser ces essais pour enrichir notre étude de comparaison.

Chapitre 05

Etude expérimentale d'une infiltration verticale

Salima BOUCHEMELLA
Université 8 mai 45, Guelma
Contribution à la simulation numérique des écoulements des eaux dans les milieux poreux non saturés

Etude expérimentale d'une infiltration verticale

I. Introduction

Cette étude expérimentale a pour but une meilleure compréhension du comportement du milieu poreux soumis à une infiltration verticale avec une charge imposée à la surface.

Ce chapitre présente deux essais d'infiltration verticale, effectués par deux méthodes différentes sur deux types de matériaux différents. Le premier essai a été fait sur le limon de Florensac en utilisant la méthode TDR pour le suivi des variations spatio-temporelles de la teneur en eau qui interviennent lors de l'infiltration. La détermination de la courbe de rétention permet de déduire, en chaque point, les profils de succion à partir des profils hydriques mesurés. Le deuxième essai, a été effectué sur un sable argileux. L'évolution de la teneur en eau dans cet essai se fait par sectionnement de la colonne et par pesée, et la mesure de la succion se fait par la méthode du papier filtre. Les deux essais sont effectués au sein du laboratoire de Génie Civil et Ingénierie Environnementale LGCIE à l'INSA de Lyon, France.

Chaque partie de l'essai décrit en premier lieu les principales caractéristiques des matériaux étudiés, par la suite elle expose la méthodologie expérimentale ainsi que l'instrumentation employée pour la détermination de la courbe caractéristique de rétention d'eau mesurée, et les résultats de l'essai d'infiltration effectué, représentés par les profils hydriques, les profils de succion et la courbe d'infiltration.

II. Essai d'infiltration en utilisant la méthode TDR

II. 1. Caractéristique du limon de Florensac

Les échantillons étudiés sont prélevés en surface par des sondages à la pelle. Le site est situé à Florensac dans la région de Languedoc- Rousillon au sud de la France. Il s'agit d'une région dont le sol est composé essentiellement de limon. Ce sol fait l'objet d'un projet d'étude d'un modèle de caniveaux de récupération des eaux de la SNCF par Alimi-Ichola (laboratoire LGCIE, Insa de Lyon).

II.1. 1. Analyse granulométrique

La distribution des particules solides en fonction de leurs diamètres équivalents moyens est représentée par la courbe granulométrique en coordonnées semi-logarithmiques. Elle est notamment une des bases de la classification des sols. La granulométrie est déterminée par deux opérations successives et complémentaires, un essai de tamisage par voie humide (NF P94-056) pour les particules de taille $\geq 80 \mu\text{m}$, et un essai de sédimentométrie (NF P94-057) pour les particules de taille $< 80 \mu\text{m}$. Les résultats de ces deux opérations sont présentés sur la figure V.1.

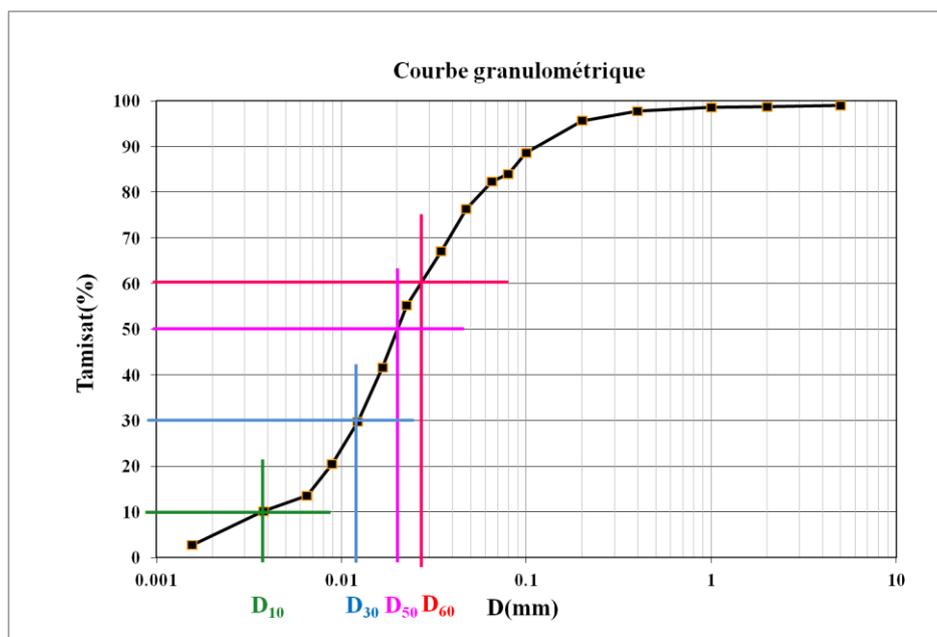


Figure. V.1. Courbe granulométrique

La courbe granulométrique montre que la fraction $< 63 \mu\text{m}$ (limon, argile) est dominante et représente près de 80%. Les caractéristiques de la courbe granulométrique (tableau V.1) sont présentées par le coefficient de Hazen (coefficient d'uniformité) $C_u = \frac{D_{60}}{D_{10}}$ et le coefficient de

courbure $C_c = \frac{D_{30}^2}{D_{60}D_{10}}$. D_{10} , D_{30} , D_{60} sont respectivement les ouvertures des tamis laissant passer (10, 30, 60) % en poids des tamis cumulés.

Pour un $C_u > 2$ et $1 < C_c < 3$, le sol est d'une **granulométrie étalée et bien graduée** (continuité bien répartie).

D_{10}	D_{30}	D_{50}	D_{60}	C_u	C_c
0.0037	0.0123	0.02 mm	0.025	6.75	1.63

Tableau V.1 caractéristiques de la courbe granulométrique

II.1. 2. Limites d'Atterberg et VBS

L'état d'un sol peut être liquide, plastique ou solide. Les limites d'Atterberg, la limite de liquidité w_L qui sépare l'état liquide de l'état plastique, la limite de plasticité w_P qui sépare l'état plastique de l'état solide, et la limite de retrait qui sépare l'état solide sans retrait et l'état solide avec retrait, sont définies par des essais standards. La différence entre la limite de liquidité et la limite de plasticité est l'indice de plasticité I_p . Ces limites de consistance sont utilisées dans la classification des sols fins. Les résultats de ces essais sont présentés sur le tableau V.2.

Limites d'Atterberg	w_L	w_P	I_p
Valeur (%)	27.85	18.61	9.24

Tableau V.2 Limites d'Atterberg



Figure V.2. Seuils d'argilosité selon GTR92

En se référant à la classification du seuil d'argilosité du GTR92, selon la valeur de l'indice I_p (Figure V.2.), le sol est **faiblement argileux**.

L'essai au bleu de méthylène VB (NF P 94-068) permet de caractériser la fraction argileuse d'un sol d'un point de vue global. Le résultat dépendra à la fois de la quantité et de la nature des particules d'argile présentes dans le sol. La valeur de la surface spécifique du sol sera en effet déduite, et donc son caractère sensible ou non à la présence d'eau.

La valeur du bleu pour 100g de masse de sol VBS est calculée par la formule :

$$VBS = \frac{V_b}{M_s} \quad (V.1)$$

Avec: V_b volume du bleu absorbé [ml], M_s : masse sèche du sol utilisé [g].

La surface spécifique est calculée par:

$$S_p = 20.93 \cdot VBS \quad (V.2)$$

Les résultats de la valeur au bleu de méthylène et de la surface spécifique sont indiqués sur le tableau V.3. Pour un VBS = 1.66, le sol est de *nature limoneuse* (Figure V.3).

VBS	S_p (m ² /g)
1.66	34.74

Tableau V.3. Valeur de VBS et surface spécifique S_p



Figure V.3 Nature du sol selon VBS

II.1. 3. Classification du sol

II.1.3.1 Classification LPC

La classification LPC s'appuie sur l'étude granulométrique et sur les limites d'Atterberg. Elle distingue 8 catégories pour les sols grenus. Pour les sols fins, elle s'appuie sur le diagramme de Casagrande. Les deux grandes catégories de sols sont distinguées comme suit :

- Sols fins ($D_{50} < 0.080$ mm)
- Sols grenus ($D_{50} > 0.080$ mm),

D'après l'étude granulométrique (tableau V.1), $D_{50} = 0.021$ mm < 0.080 mm. On est donc en présence d'un *sol fin*. En reportant w_L (27.85%) et I_p (9.24%) sur l'abaque de Casagrande (Figure.V.4) pour classifier le sol, on se trouve en présence *d'une argile peu plastique*.

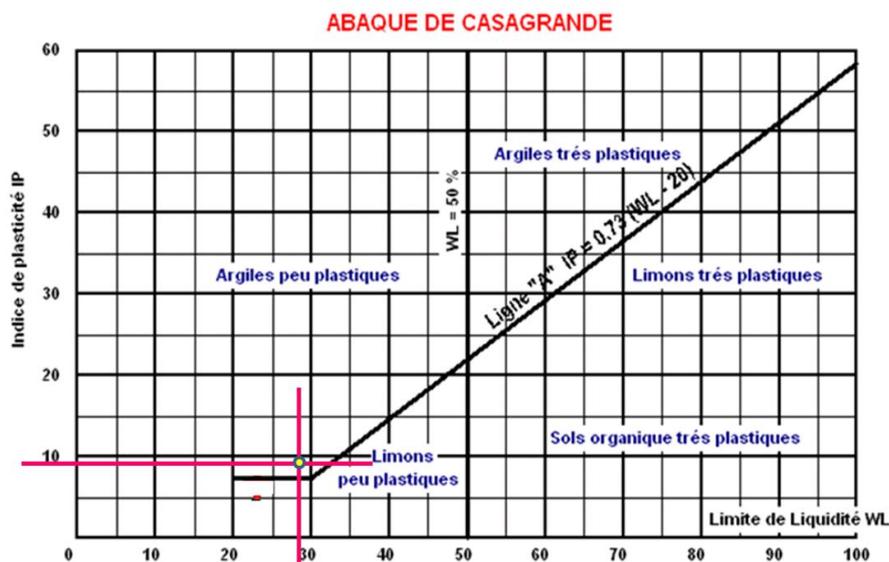


Figure V.4. Abaque de Casagrande et classification LPC

II.1.3.2 Classification GTR

Cette classification utilisée en particulier dans le cadre des travaux de terrassement et de remblais vise à caractériser non seulement la nature granulométrique d'un sol, mais également sa sensibilité à l'eau ainsi que son état hydrique naturel (NF P11-300). Elle est basée sur une analyse granulométrique simplifiée (D_{max} des grains, passant à 0.08mm, et le passant à 2mm), la détermination des limites d'Atterberg (indice I_p), et la valeur de bleu VBS. Les sols sont classés en quatre grandes familles A, B, C et D, et en plusieurs classes notées 1 à 6 au maximum (Figure.V.5).

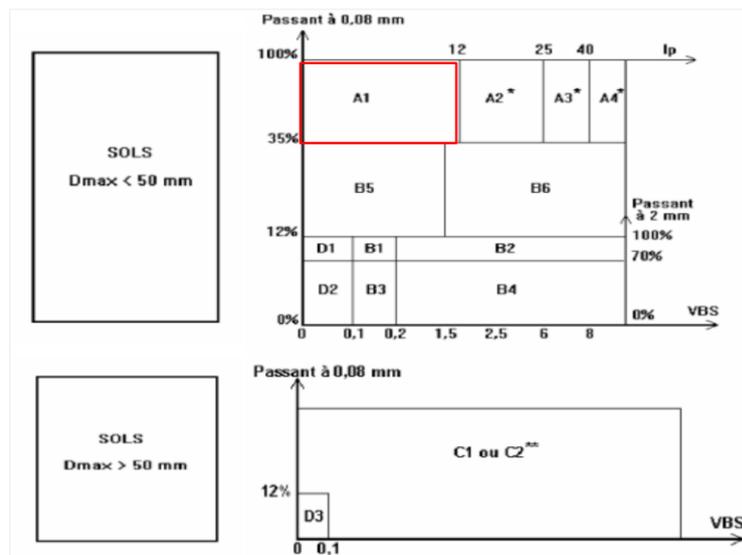


Figure V.5. Classification GTR

Pour $D_{max}=10\text{mm}<50\text{mm}$, avec un passant à 0.08mm de 84%, un $I_p=9.24\%$, et un $VBS=1.66$, on en déduit qu'on a **un sol de classe A1**, selon la norme NF P 11-300. Ce qui correspond à **un sol fin**.

En résumé des essais précédents le sol sera considéré comme un limon appelé **limon de Florensac** (référence à son origine).

II.1.4. Compactage du limon de Florensac: Essai Proctor

La caractérisation des conditions optimales à mettre en œuvre pour réaliser un bon compactage et en particulier la définition de la teneur en eau correspondante, est réalisée au moyen de l'essai Proctor. L'essai consiste à compacter le sol "le limon de Florensac" à des teneurs en eau croissantes, dans un volume fixe suivant un procédé de compactage normalisé. On obtient un sol dont la masse volumique apparente sèche varie. La figure V.6 représente l'évolution de la densité sèche en fonction de la teneur en eau pour des différents essais de compactage menés dans un moule CBR ; le nombre de coups est 55, menés avec une dame normale ($m_{dame}= 2.49$ kg et $h_{chute}= 0.305$ m). La courbe présente une densité apparente sèche maximale ($d_{d,op} = \frac{\gamma_{d,op}}{\gamma_w} = 1.8$) pour une teneur optimale w_{op} voisine de 14.8%.

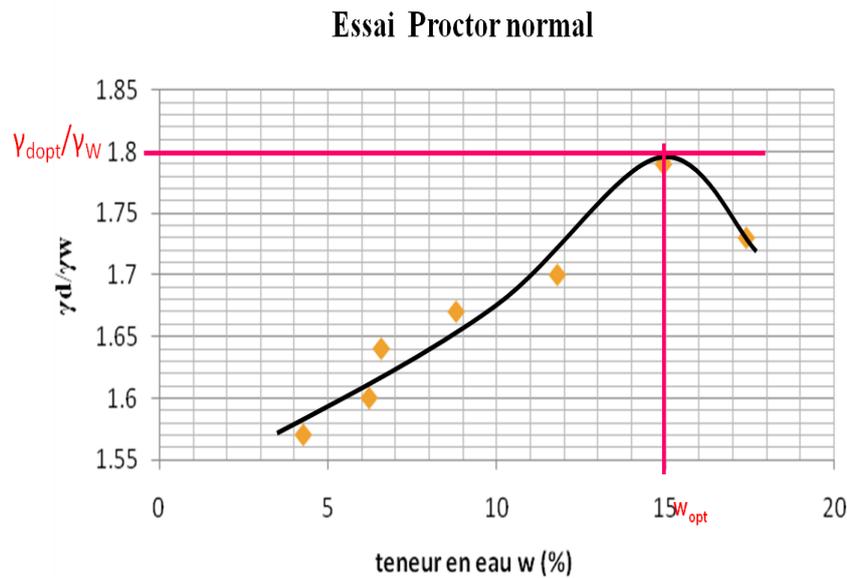


Figure V.6 Courbe de l'essai Proctor du limon de Florensac

Le tableau V.4 rassemble les résultats de tous les essais effectués précédemment.

Sol	% éléments < 80 μ m	% éléments < 2 μ m	w_L (%)	w_p (%)	I_p (%)	VBS	W_{opt} (%)	(γ_{dop}/γ_w)	(γ_s/γ_w)
Limon de Florensac	83.97	4.8	27.85	18.61	9.24	1.66	14.8	1.8	2.65

Tableau V.4. Caractéristiques géotechniques du limon de Florensac

II. 2. Détermination de la courbe de rétention

II.2. 1. Mesure de la succion

II.2.1.1 Méthode du papier filtre

Afin de déterminer les capacités d'absorption du sol, des essais de mesure de succion par la méthode du papier filtre (contact method), expliquée dans le chapitre 1 (§ IV.2.3) sont réalisés à différentes teneurs en eau initiales indiquées sur le tableau V.5:

N° Echantillon	1	2	3	4	5	6	7
Teneur en eau w	3%	6%	9%	12%	15%	17%	20%

Tableau V.5 Teneurs en eau initiales des échantillons

Le dispositif de chaque échantillon se compose de 2 anneaux de 4.5cm de diamètre et 1.5cm de hauteur, de 3 papiers filtres et de film de plastique pour enfermer hermétiquement le tout. Le sol est tassé à la densité souhaitée (γ_{dop}/γ_w) dans chacun des 2 anneaux qui sont séparés par les 3 papiers filtres. Après l'équilibre du potentiel hydrique du sol avec le potentiel du papier filtre

(Environ 15 jours), et à partir de la teneur en eau w du papier filtre du milieu seulement, le pF est déterminé grâce à la formule suivante :

$$pF = 2.852 - \frac{\log(w)}{0.332} \quad (V.3)$$

Puis, à partir de la teneur en eau w_{sol} du sol de chaque anneau, nous déterminons la densité $d_h = \frac{\gamma_h}{\gamma_w}$. Ainsi, nous pouvons déterminer la teneur en eau volumique θ réelle de l'échantillon en faisant la moyenne de la teneur en eau volumique du sol des deux anneaux. Le tableau V.6 récapitule les résultats obtenus pour chacun de ces sept échantillons.

N° Échantillon	1	2	3	4	5	6	7
$w_{\text{papier filtre}} (\%)$	10.24	17.59	24.50	27.14	30.69	73.66	91.46
pF	5.833	5.125	4.692	4.558	4.397	3.2519	2.969
$\theta_{\text{échantillon}} (\%)$	4.89	8.94	13.98	17.61	19.21	29.10	30.24
$\theta_{\text{échantillon}} (\text{cm}^3/\text{cm}^3)$	0.0489	0.0894	0.1398	0.1761	0.1921	0.2910	0.3024

Tableau V.6. pF et teneur en eau correspondante aux échantillons déterminés par la méthode du papier filtre

II.2.1.2 Méthode des solutions salines

Pour des mesures de succion élevée, nous avons opté pour la méthode à succion imposée, la méthode des solutions salines. Les étapes de la préparation du dispositif expérimental relatif à la méthode des solutions salines, sont résumées comme suit:

- Préparer la solution saline dans 500 g d'eau distillée. La présence des cristaux indique que la solution est saturée (Figure.V.7. a).



Figure.V.7 a) Préparation de la solution saline

- Préparer des échantillons compactés à la densité Proctor à une teneur en eau $w_i = 16\%$ afin de déterminer le chemin de séchage.
- Mettre les échantillons sur la grille du dessiccateur ou des bocaux (aucun contact n'est permis entre la solution et les échantillons : échange par vapeur (Figure.V.7. b).

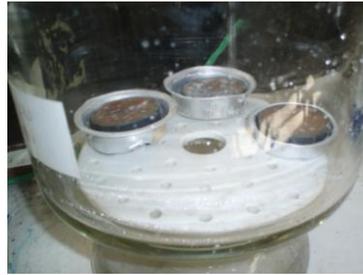


Figure. V.7 b) Pose des échantillons sur une grille dans le dessiccateur

- Bien sceller les dessiccateurs afin que l'air ambiant n'y pénètre pas en créant un vide suffisant (Figure.V.7 .c).



Figure. V.7 c) Dessiccateurs bien fermés pour éviter tout contact avec l'extérieur

Le tableau ci-dessous résume les différentes solutions et succions imposées, exprimées en pF, utilisées dans cet essai.

Solution	$\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$	$\text{Na}_2\text{SO}_3 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$	$(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$	NaNO_2	CaCl_2
pF	4.45	4.84	5.42	5.75	6.2

Tableau V.7 Caractéristiques des solutions salines saturées

La pesée de l'échantillon est effectuée après 8 jours de la mise des échantillons en contact avec la vapeur saturante de la solution saline, afin d'assurer le temps d'équilibre qui est le temps de stabilisation de la teneur en eau du matériau. Il est à noter que la pesée faite est une pesée directe et non pas une pesée hydraulique, à cause de la non disponibilité de l'huile de Kardane. Les résultats obtenus pour chacun de ces échantillons sont présentés sur le tableau V.8.

N° Echantillon	1	2	3	4	5.00
pF	4.45	4.84	5.42	5.75	6.20
$\theta_{\text{échantillon}} (\text{cm}^3/\text{cm}^3)$	0.2560	0.2299	0.0583	0.0422	0.0242

Tableau V.8. pF et teneur en eau correspondante aux échantillons déterminés par la méthode des solutions salines pour le chemin de séchage

L'avantage de la méthode des solutions salines est qu'elle peut être appliquée dans le cas du chemin de séchage (cas de l'essai précédent) et dans le cas du chemin d'humidification. Pour

obtenir la courbe de rétention pour le chemin d'humidification, les échantillons séchés dans l'étape précédente pour déterminer leurs teneurs en eau et leurs densités sèches (Figures V.8.a et b) sont remis à nouveau dans les dessiccateurs bien scellés jusqu'à l'équilibre entre la succion des échantillons et la succion imposée (Figures V.9.a et b).



Figure.V.8 a) et b) Séchage des échantillons dans l'étuve

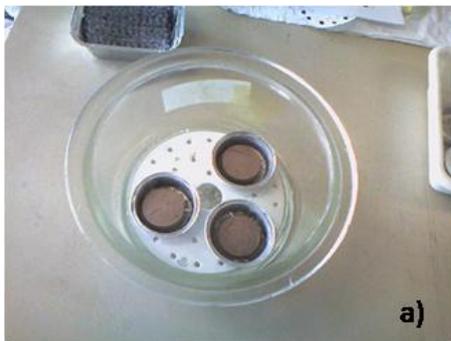


Figure.V.9 a) et b) Pose des échantillons séchés dans le dessiccateur.

Après l'équilibre, les échantillons sont pesés à nouveau et les résultats du chemin d'humidification sont présentés sur le tableau V.9.

N° Echantillon	1	2	3	4	5.00
pF	4.45	4.84	5.42	5.75	6.20
$\theta_{\text{échantillon}} (\text{cm}^3/\text{cm}^3)$	0.085	0.071	0.042	0.031	0.018

Tableau V.9. pF et teneur en eau correspondante aux échantillons déterminés par la méthode des solutions salines pour le chemin d'humidification

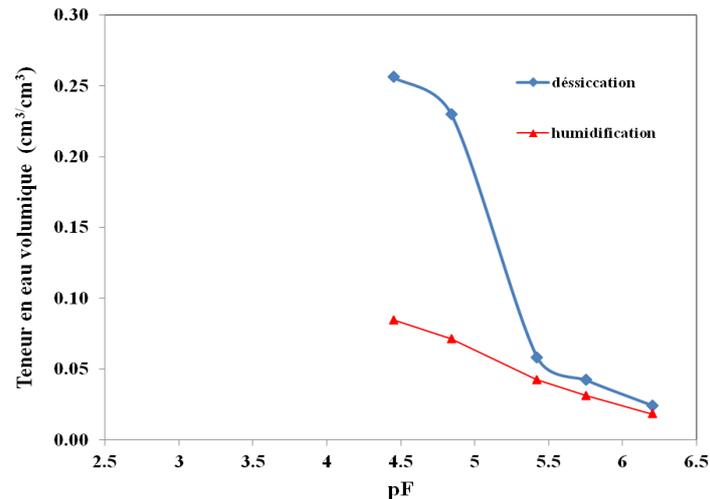


Figure V.10 Courbe de rétention du limon de Florensac mesurée par la méthode des solutions salines pour le chemin de dessiccation et d'humidification

La figure V.10 présente les points de succion en pF en fonction de la teneur en eau volumique mesurés par la méthode des solutions salines pour le chemin d'humidification et pour le chemin de dessiccation. Cette figure montre clairement l'effet d'hystérésis de la courbe de rétention observé à partir d'un pF 5.42. On constate que pour la même valeur de succion imposée (pF=4.84), la teneur eau correspondante pour le chemin d'humidification est $0.071(\text{cm}^3/\text{cm}^3)$, par contre elle correspond à 0.23 pour le chemin de dessiccation.

Les points mesurés de la succion et de la teneur en eau volumique par les deux méthodes précédentes pour le chemin d'humidification sont présentés par la courbe illustrée sur la figure V.11. D'après le tableau V.9 et la figure V.11, la succion la plus forte qui a été appliquée égale à un pF=6.20 correspond à une teneur volumique de $0.018 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$ soit une teneur en eau massique de 1%. La teneur en eau résiduelle est proche de cette valeur.

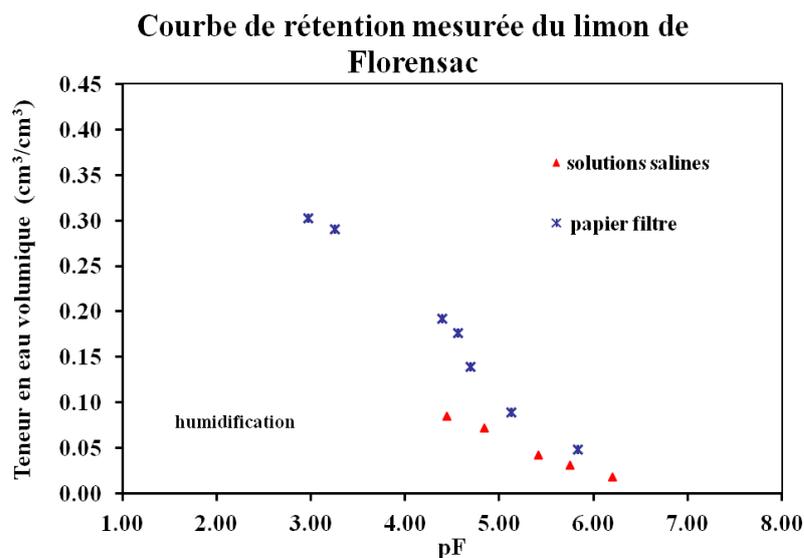


Figure V.11. Courbe de rétention du limon de Florensac mesurée par la méthode du papier filtre et la méthode des solutions salines pour le chemin d'humidification

II.2. 2. Modélisation de la courbe de rétention

La modélisation de la courbe de rétention mesurée, permet d'avoir une continuité de la courbe, de la teneur en eau résiduelle jusqu'à la teneur en eau à saturation; elle permet aussi d'obtenir des valeurs de succion correspondantes à des valeurs de teneur en eau qui ne sont pas données par la mesure. Cette modélisation est effectuée en utilisant le modèle de van Genuchten-Mualem. Deux cas sont traités ci-dessous. Le premier consiste à supposer que la teneur en eau à saturation est égale à la porosité ($\theta_s=n=0.42$), et la teneur en eau résiduelle égale à $\theta_r=0.018$.

Dans le deuxième cas, θ_s et θ_r seront déterminés par ajustement. Dans les deux cas, l'ajustement des paramètres des modèles empirique est effectué en utilisant le logiciel d'ajustement RETC.

II.2.2.1 θ_r et θ_s sont imposées

L'ajustement des points de mesures avec le modèle de van Genuchten-Mualem donne les valeurs des paramètres indiquées sur le tableau V.10. Les paramètres du modèle de van Genuchten-Mualem sont obtenues avec un coefficient de corrélation $R^2=0.863$. Les deux courbes calculée et mesurée sont présentées sur la figure V.12. La pression d'entrée d'air h_{ae} déduite de la courbe calculée correspond à un $pF=2.2$ ($h=158.49\text{cm}$).

$\theta_s(\text{cm}^3/\text{cm}^3)$	$\theta_r(\text{cm}^3/\text{cm}^3)$	n	m	$\alpha(\text{cm}^{-1})$	R^2
0.42	0.018	1.334	0.249	1.67E-03	0,863

Tableau V.10. Paramètres de la courbe de rétention du modèle de van Genuchten–Mualem cas1

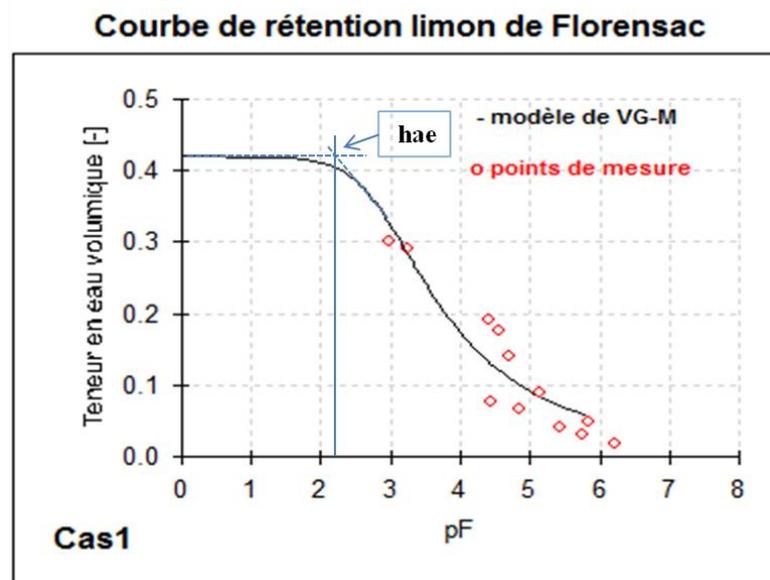


Figure V.12 Courbe de rétention mesurée et calculée par le modèle de van Genuchten–Mualem. Cas θ_s et θ_r imposées

II.2.2.1 θ_s et θ_r sont ajustées

L'ajustement des points des mesures avec le modèle de van Genuchten-Mualem, donne les valeurs des paramètres indiquées sur le tableau V.11. Ces valeurs sont obtenues avec un coefficient de corrélation $R^2=0.901$, une valeur plus élevée que celle obtenue dans le cas précédent (teneur en eau à saturation égale à la porosité). Selon le tableau V.11 et la figure V.13, la teneur en eau à saturation θ_s est approximativement égale à 0.31. En la comparant à la porosité $n=0.42$, on constate que la saturation du sol est atteinte pour un $S_r=73.81\%$, ce qui signifie dans ce cas que des bulles d'air occluses sont emprisonnées dans le sol, empêchant la saturation complète du sol. La pression d'entrée d'air h_{ae} déduite de la courbe calculée correspond à un $pF=3.2$ ($h=1584.89\text{cm}$)

θ_s (cm ³ /cm ³)	θ_r (cm ³ /cm ³)	n	m	α (cm ⁻¹)	R ²
0.305	0.018	1.475	0.3220339	1.50E-04	0,901

Tableau V.11 Paramètres de $\theta(h)$ du modèle de van Genuchten-Mualem cas2

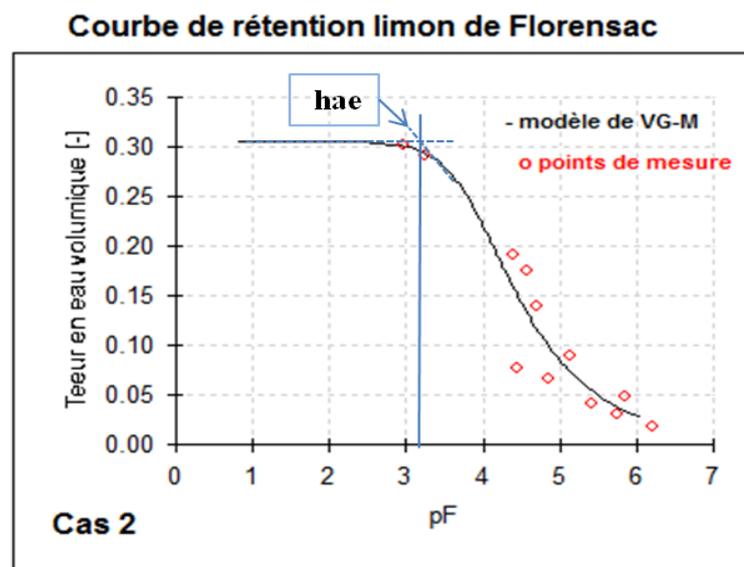


Figure V.13 Courbe de rétention mesurée et calculée par le modèle de van Genuchten-Mualem. Cas θ_s et θ_r sont ajustées.

II. 3. Essai d'infiltration et mesure de la teneur en eau par la méthode TDR

La méthode retenue pour suivre l'évolution de la teneur en eau sur une longue période de temps à l'intérieur d'un même échantillon, lors d'un essai d'infiltration dans une colonne de sol, est la méthode "Time Domain Reflectometry" (TDR). Cette méthode consiste à mesurer le temps de parcours d'une onde EM dans un matériau qui dépend grandement de la teneur en eau.

II.3. 1.Principe et théorie de la méthode TDR

Time Domain Reflectometry (TDR) est une technique de mesure électrique basée sur les mêmes principes que celles du RADAR. La méthode TDR résulte d'un concept simple: lorsque

l'énergie transmise dans un support rencontre une modification d'impédance, une partie de cette énergie est renvoyée à la source (Figure.V.14). La quantité d'énergie réfléchie dépend de l'importance de la variation d'impédance. L'analyse de l'onde réfléchie donne des informations sur la nature des défauts (du court-circuit, au circuit ouvert) et leur position (les dégâts du câble, l'afflux de l'eau).

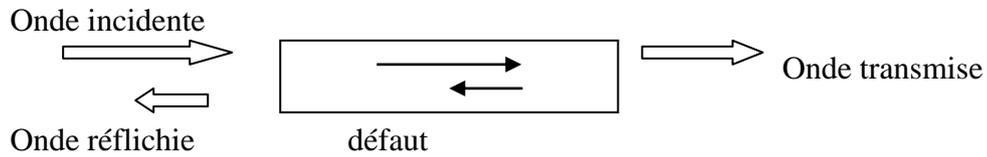
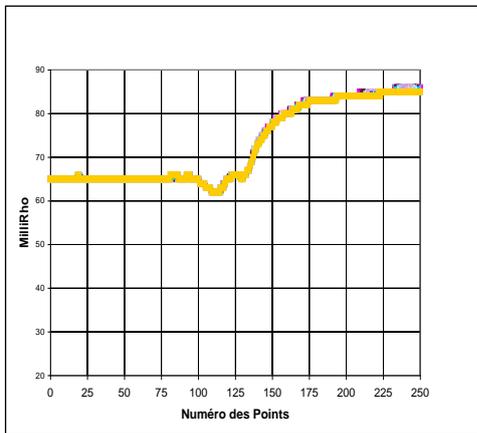
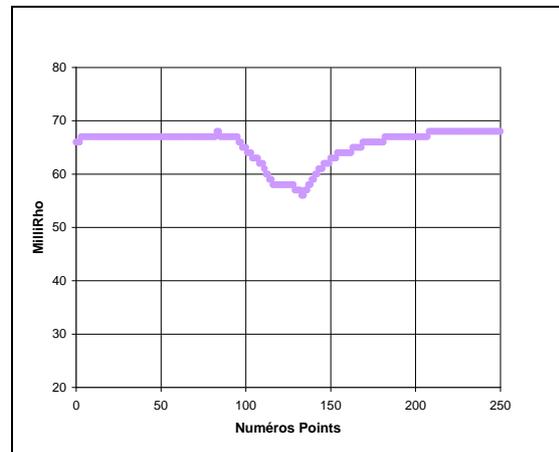


Figure.V.14 Chemin d'une onde à travers un obstacle

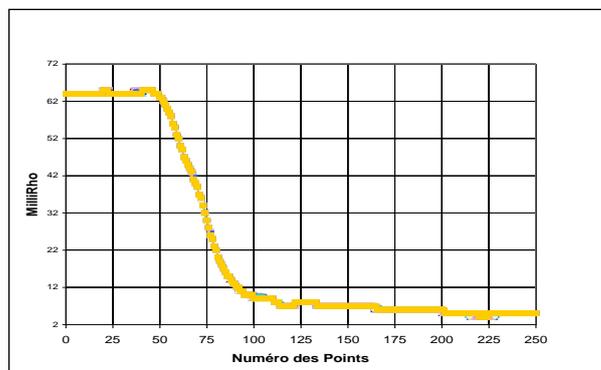
Les figures V.15(a), (b), et (c) montrent trois types de réflexion de cette onde qui varient du circuit ouvert au court circuit. La réflexion change suivant l'impédance rencontrée.



a) Impédance $Z_L > 50 \text{ohms}$
 → Circuit ouvert



b) Impédance $Z_L = 50 \text{ohms}$
 → Adaptation



c) Impédance $Z_L < 50 \text{ohms}$
 → court circuit

Figure V.15. Signal TDR (câble 50 Ω)

La méthode TDR est devenue une méthode établie pour mesurer à la fois la teneur en eau d'un sol (θ) et sa conductivité électrique (σ_a). Elle est basée sur la mesure du temps de parcours (t) et l'atténuation de l'amplitude d'une impulsion électromagnétique lancée le long d'une ligne de transmission (TL) de longueur (L).

II.3. 2. Sonde TDR

La constante diélectrique ε est déduite du temps de passage d'une onde électrique à l'intérieur du matériau par le biais d'une sonde. Cette sonde doit comporter une tige émettrice pour le départ de l'onde à l'intérieur du matériau et au moins une tige réceptrice pour la sortie de l'onde du matériau. Ces tiges conductrices sont en acier inoxydable pour éviter que la corrosion n'affecte la vitesse de propagation de l'onde magnétique. Le modèle de sonde utilisée dans ce travail, est un modèle à trois tiges déposées dans un plan horizontal, de longueur effective $L=11\text{cm}$. La tige émettrice est placée au centre des deux tiges réceptrices. Les figures V.16 (a) et (b) montrent un schéma de cette sonde montée dans un anneau en plexiglas.

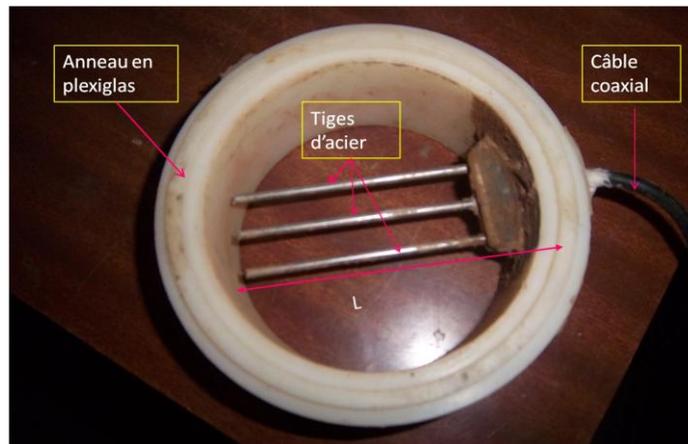


Figure V.16.a) Montage d'une sonde TDR

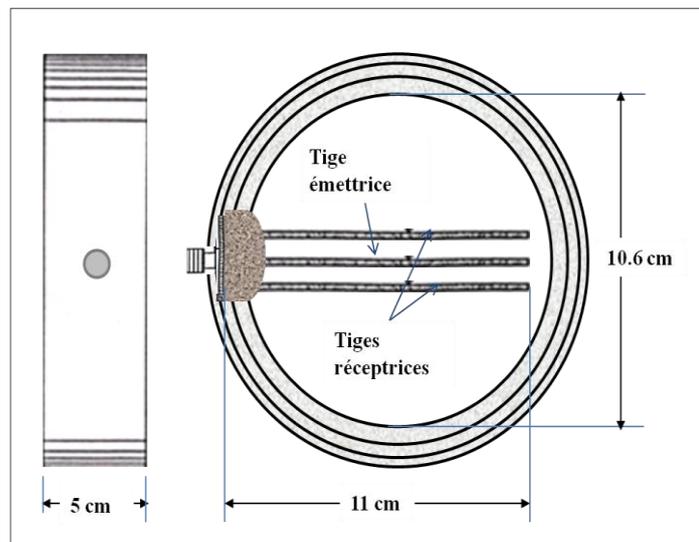


Figure V.16 .b) Petite sonde TDR et anneau plexiglas

II.3. 3. La constante diélectrique ε

L'utilisation de la constante diélectrique pour la détermination de la teneur en eau est bien appropriée, avec des différents sols et pour la même teneur en eau, on obtient la même valeur de ε (Gaidi et Alimi-Ichola, 2000; Gaidi, 2002). La constante diélectrique du sol est calculée à partir du temps de transit d'une impulsion électromagnétique à travers le sol, le long de la sonde selon Topp et al. (1980), par :

$$\varepsilon = \left(\frac{c.t}{2L} \right)^2 \quad (V.4)$$

avec :

ε : la constante diélectrique ;

c : la vitesse de la lumière, vitesse de propagation d'une onde électromagnétique dans l'espace (m/s) ;

L : longueur de la tige de la sonde (m) ;

t : temps de transit (s.)

Dans les instruments commerciaux, le terme $\left(\frac{c.t}{2} \right)$ est attribué à une ligne de transmission apparente de longueur (l), on aura alors :

$$\varepsilon = \left(\frac{l}{L} \right)^2$$

Généralement sur chaque courbe TDR, on repère deux points essentiels. Le point correspondant à la fin de la première réflexion (au début de la sonde) noté (a); ce point ne change pas. Le point (b) correspond à la fin de la deuxième réflexion (à la fin de la sonde), se trouve au point d'inflexion de la courbe; ce point se déplace lorsque la teneur en eau augmente. Les deux points sont représentés sur la figure V.17.

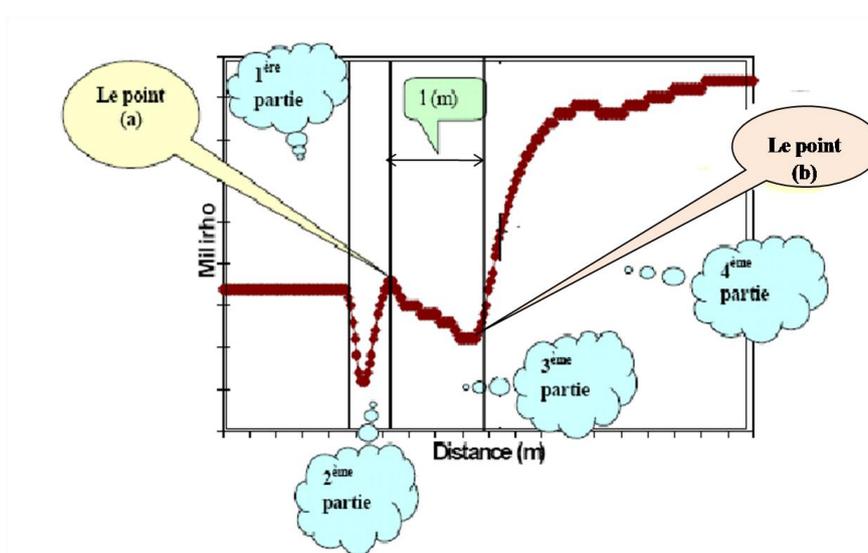


Figure V.17 Allure d'un signal TDR

Le graphique (Figure V.17) donné par le multiplexeur comporte plusieurs parties: la première partie, correspondant à l'allure du signal TDR dans le câble, ne varie pas, suivie par la deuxième partie qui caractérise la réflexion de l'onde dans l'attache des tiges; la troisième partie donne la réflexion de l'onde parcourant la tige et la dernière correspond au gain de l'onde après réflexion.

II.3. 4. Etalonnage des sondes

Avant tout essai, les sondes utilisées doivent être étalonnées. Pour cela nous utilisons 4 sondes (que nous appelons GI22, GI23, GI24 et GI29) correspondant à 4 anneaux de 106 mm de diamètre et de 50 mm de hauteur, ce qui correspond à un volume de 441cm^3 (Figures V.16. a et b). Pour étalonner les sondes TDR, des mesures ont été effectuées dans l'air, dans l'eau, dans le sol sec, dans un sol humide non saturé et dans un sol saturé (Figures V.18.a à d). Le palier se déplace en fonction du taux d'humidité. Nous estimons que le sol est saturé à partir du moment où la réponse de la sonde TDR ne varie plus.

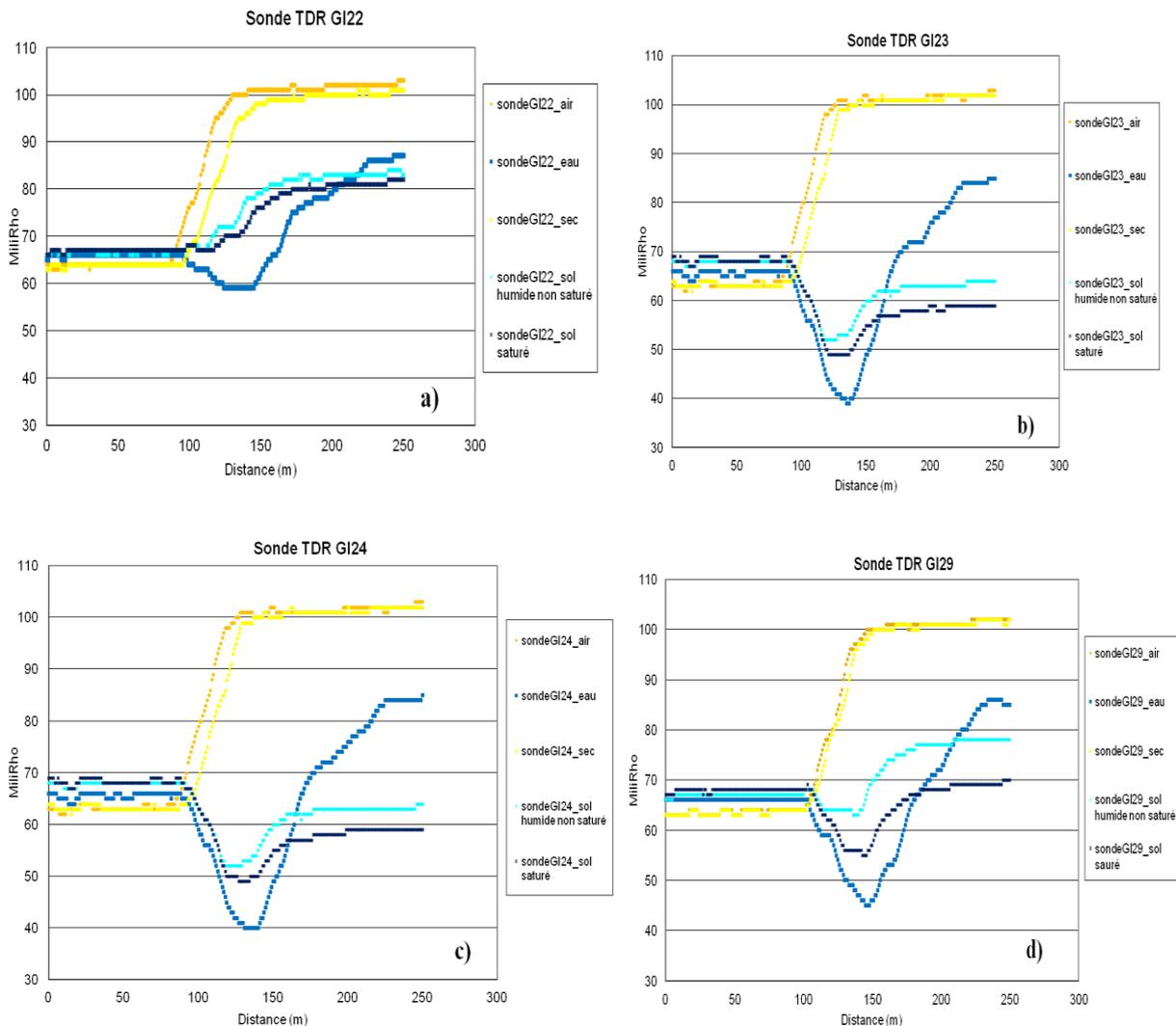


Figure V.18 Allure des signaux des sondes
a) sonde GI22, b) sonde GI23, c) sonde GI24, d) sonde GI29

Pour calibrer les sondes, nous faisons varier la longueur du câble coaxial afin d'obtenir un palier suffisant pour constater la variation de la teneur en eau de l'échantillon. Nous avons configuré 25 points pour 0.25m. Sachant que la constante diélectrique ϵ de l'eau à 20°C est d'environ 80, les mesures dans l'eau permettent de déterminer la longueur réelle L grâce à la formule suivante :

$$\epsilon_{eau} = \left(\frac{l}{L \cdot 0.659} \right)^2 \quad (V.5)$$

Où l est la longueur apparente déterminée par :

$$l = (Fin - Début) \frac{0.25}{25} \quad (V.6)$$

A partir de la longueur réelle, la constante diélectrique du sol humide est déterminée par la suite grâce à l'équation (V.5).

		Sonde GI22	Sonde GI23	Sonde GI29	Sonde GI24
Eau	Début	95	90	103	91
	Fin	160	153	162	154
	l (m)	0.65	0.63	0.59	0.63
	ϵ	80	80	80	80
	L (cm)	11	10.7	10	10.7
Sol humide non saturé	Début	97	91	107	93
	Fin	121	129	143	129
	l (m)	0.24	0.38	0.36	0.36
	ϵ	10.96	29	29.84	26.12
Sol saturé	Début	98	92	106	90
	Fin	136	139	150	137
	l (m)	0.38	0.47	0.44	0.47
	ϵ	27.48	44.4	44.6	44.4

Tableau V.12 Étalonnage des sondes

II.3. 5. Détermination de la teneur en eau volumique

De nombreuses mesures de la teneur en eau ont été réalisées en parallèle à des mesures de constantes diélectriques par Topp et al. (1980) avec un testeur de câble (TEKTRONIX 1502), afin de donner finalement naissance à une loi empirique générale $\theta=f(\epsilon)$, qui peut être utilisée pour plusieurs types de sol, mais pour des teneurs en eau volumique comprises entre 0 et 0.45 (cm^3/cm^3).

$$\theta = -0,053 + 0,029 \cdot \epsilon - 5,5 \cdot 10^{-4} \cdot \epsilon^2 + 4,3 \cdot 10^{-6} \cdot \epsilon^3 \quad (V.7)$$

Par la suite plusieurs formules ont été établies (soil moisture Equipment corp., 1990; Nadler, 1991; Roth et al., 1992; Jacobsen et al., 1993a.; Gaidi, 2002). Dans ce travail nous avons calculé la teneur en eau volumique à partir de la loi proposée par Topp et al. (1980).

II. 4. Essai d'infiltration

II.4. 1. Description de l'essai

L'essai consiste à effectuer une infiltration verticale par le haut sur une colonne de sol composée d'anneaux en plexiglas emboîtés les uns dans les autres. Les anneaux utilisés ont un diamètre intérieur de 10.6cm et une hauteur de 5cm.

Le sol est tout d'abord séché puis concassé. Une fraction de sol du limon de Florensac de diamètre de moins de 2mm est ensuite humidifiée par pulvérisation d'eau et malaxée afin d'obtenir un sol de teneur en eau massique initiale égale à ($w=16\%$). Ensuite, elle est compactée dans les anneaux à la densité sèche de ($d_d = \frac{\gamma_d}{\gamma_w} = 1.54$) (Figure V.14). Le poids de la quantité nécessaire pour obtenir la densité choisie est déterminé par la formule suivante:

$$W = \frac{\gamma_d}{\gamma_w} (1 + w) V \quad (V.8)$$

Avec:

W : poids du sol (KN/m^3); $\frac{\gamma_d}{\gamma_w}$: densité sèche désirée, w : teneur en eau massique du sol (%),

V : volume de l'anneau (m^3).

La porosité du sol estimé est $n = 1 - \frac{\gamma_d}{\gamma_s} = 0.418$

Où: γ_s poids volumique des grains solides égale à 26.5 KN/m^3



Figure V.19. Montage de la colonne du limon de Florensac

La colonne montée est composée de 5 anneaux, emboîtés les uns dans les autres formant une colonne de hauteur 25cm, et serrés avec un système de serrage assurant l'étanchéité de la colonne. Seulement quatre anneaux sont munis de sondes TDR (utilisées pour la mesure de la teneur en eau). Les sondes sont insérées dans les échantillons du sol pendant le compactage du sol, comme il est présenté sur la figure V.19. Elles sont installées à quatre niveaux dont la position à partir du haut, selon la désignation des sondes, est indiquée sur le tableau V.13.

Sondes	G24	G23	G29	G22
Position (mm)	75	125	175	225

Tableau V.13. Positions des sondes TDR

Ces quatre niveaux permettent de bien suivre l'évolution des changements de la teneur en eau sur la hauteur de l'échantillon. Ces niveaux de mesure assurent une bonne représentation des conditions du sol dans l'échantillon et peuvent servir d'indicateur de problème de ségrégation de particules lors du montage de l'échantillon. Un multiplexeur est utilisé pour relier les câbles des sondes à l'ordinateur et à l'appareil TEKTRONIX.

L'essai d'infiltration est effectué sous une charge hydraulique $h_0=50\text{cm}$, assurée par la position fixe de la bouteille de Mariotte. Une fois l'infiltration lancée, les mesures TDR sont effectuées à un pas de temps de 2mn. Et on suit au cours du temps, la quantité d'eau percolée à travers l'échantillon, en notant le niveau d'eau sur la bouteille de Mariotte. On note aussi au cours du temps le volume d'eau récupéré en bas de la colonne.

L'essai doit être arrêté lorsque le volume du liquide récupéré égale à 3 à 5 fois le volume des pores de l'échantillon. Malheureusement, on n'a pas pu terminer l'essai jusqu'à obtenir ce volume d'eau.



Figure V.20. Mesure de la quantité d'eau sortante

II.4. 2. Appareillage

Le dispositif expérimental utilisé dans l'essai d'infiltration comporte :

- Une bouteille de Mariotte graduée de 50ml de volume.
- Un robinet d'entrée d'eau.
- Un robinet de purge.
- Deux pierres poreuses saturées d'eau.
- Un ensemble de 5 anneaux de 106 mm de diamètre intérieur (soit une section de 88.23cm²).
- Un système de serrage (quatre tiges filetées avec des écrous).
- 4 sondes TDR à trois tiges parallèles (longueur des tiges de l'ordre de 11cm)
- Un ordinateur pour l'acquisition et l'enregistrement des résultats.
- Un appareil TEKTRONIX 1502B (testeur de câbles).
- Un multiplexeur reliant l'ensemble des sondes à l'ordinateur et à l'appareil TEKTRONIX.

L'ensemble du dispositif expérimental est présenté suivant le schéma de la figure V.21.

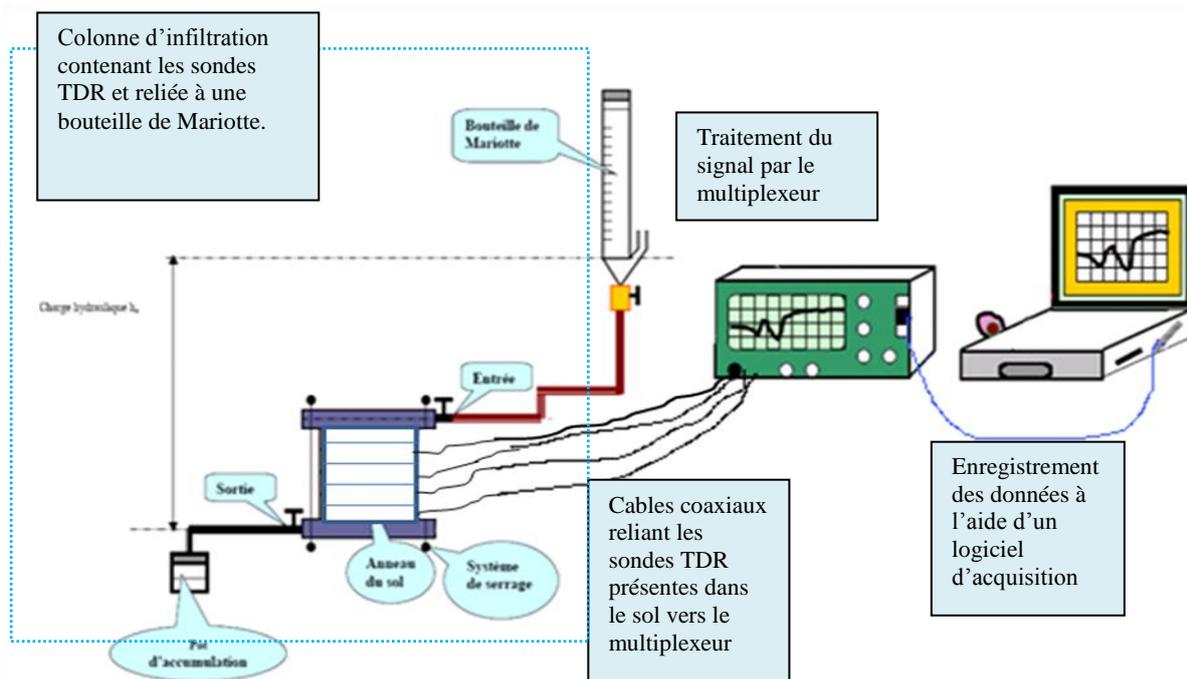


Figure V.21. Dispositif expérimental pour suivre l'avancement du front d'humidité

II.4. 3.Résultats de l'essai et interprétations

II.4.3.1 Courbes d'infiltration

A partir des lectures directes sur la bouteille de Mariotte, et à partir de la pesée de l'eau collectée à la sortie, on trace la courbe d'infiltration cumulée infiltrée et de sortie en fonction du temps.

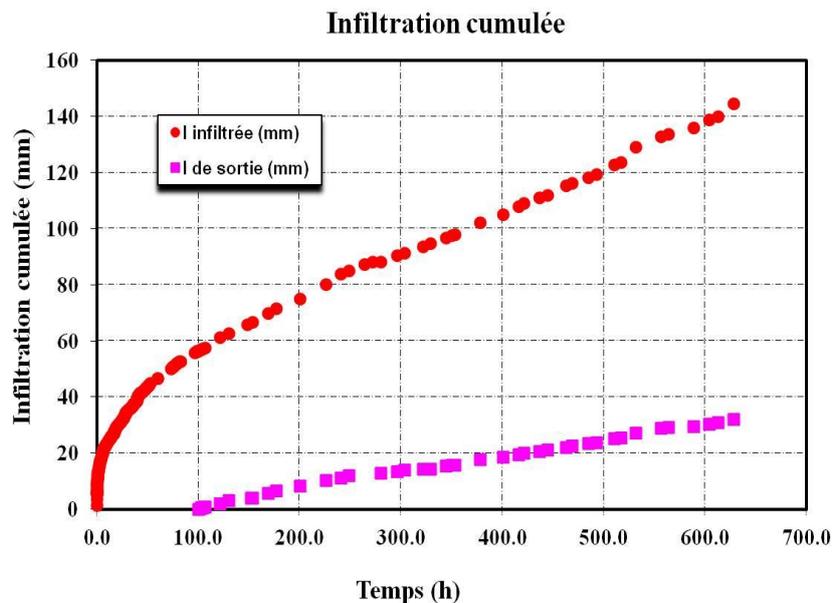


Figure V.22. Courbe d'infiltration cumulée

La figure V.22 montre qu'au début de l'essai, l'infiltration est caractérisée par sa rapidité due à la forte succion du sol, puis elle continue avec un débit constant caractérisé par une progression linéaire de l'infiltration au cours du temps. Le régime permanent est obtenu à $t=100$ heures où le débit infiltré devient indépendant du temps. Après 102 heures de temps d'infiltration, l'eau arrive à la partie inférieure de la colonne de sol et commence à sortir. Contrairement à l'eau infiltrée, l'eau sort lentement (Figure V.22).

II.4.3.2 Vitesses d'écoulement

Les vitesses d'entrée et de sortie de l'eau sont présentées sur la figure V.23(a). Elles sont déterminées à partir du rapport de l'infiltration sur la section du sol. Sur la figure V.23(a), on remarque que la vitesse d'infiltration est très rapide au début de l'essai. La vitesse initiale d'infiltration (v_0) est estimée $8.31 \cdot 10^{-5}$ m/s, et elle diminue en fonction du temps, au fur à mesure que la succion du sol diminue. La figure montre aussi, qu'après un certain temps d'infiltration (300h), les vitesses d'entrée et de sortie se stabilisent; ce qui permet d'appliquer la loi de Darcy afin de déterminer la perméabilité à partir de cette vitesse et du gradient hydraulique.

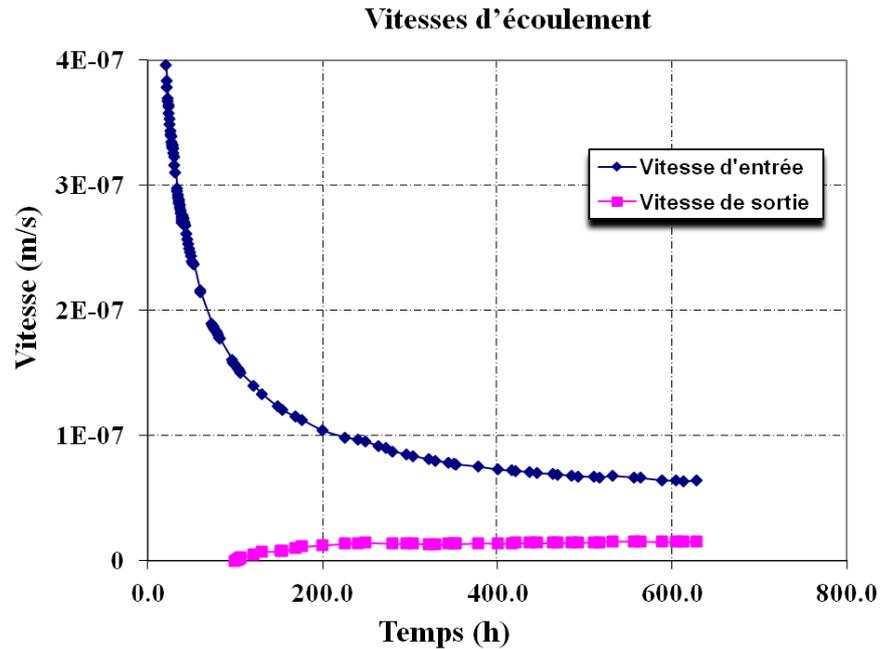


Figure V.23. a) Vitesse de l'eau infiltrée et de sortie

La figure V.23(b) présente la vitesse d'écoulement de l'eau à la surface (vitesse d'entrée) et aux niveaux des sondes (vitesse de position), ceci permet de suivre l'évolution de la vitesse dans la colonne du limon de Florensac. Le retard entre la vitesse d'entrée et la vitesse aux niveaux des sondes est dû à la profondeur et à l'accumulation de l'eau dans la partie supérieure de la colonne.

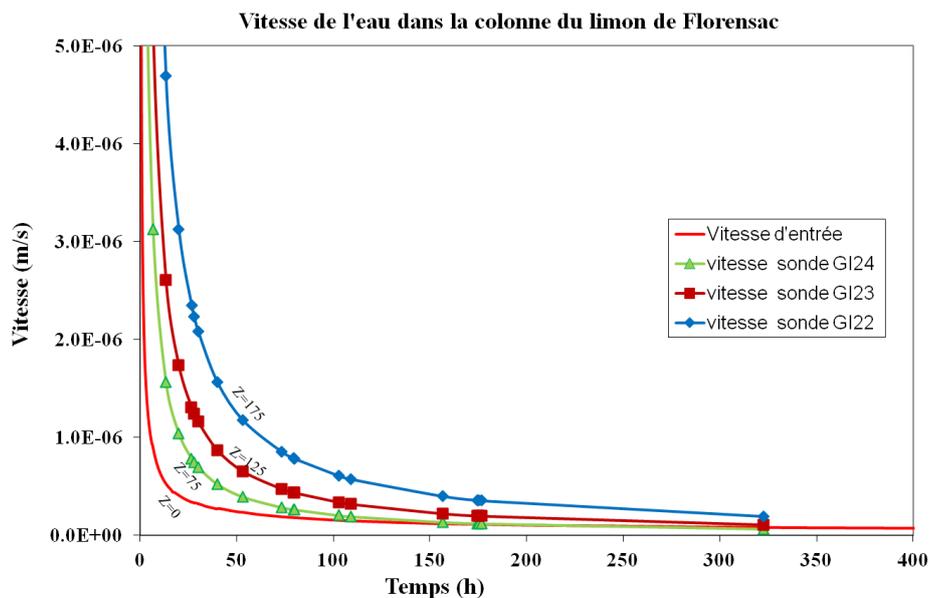


Figure V.23.b). Vitesse de l'eau dans la colonne du limon de Florensac

II.4.3.3 Sorptivité, transmissivité et diffusivité

Philip (1969) dans son modèle d'infiltration a proposé une fonction du flux en fonction de la racine carré du temps. On trace l'infiltration mesurée en fonction de la racine carrée du temps, $I(\sqrt{t})$ présentée sur la figure V.24. On fait après la régression de ces points, tantôt par une régression polynomial d'ordre 2 pour la fonction de Philip (équation I.19) et tantôt par une régression linéaire passant par l'origine pour la fonction de Philip à l'origine (équation I.25a), comme il est présenté sur la figure V.24. On aperçoit une bonne corrélation entre les courbes des deux modèles et la courbe mesurée. Mais avec un coefficient de corrélation très élevé pour le modèle de Philip ($R^2=0.986$)⁵ par rapport à celui du modèle de Philip à l'origine ($R^2=0.978$).

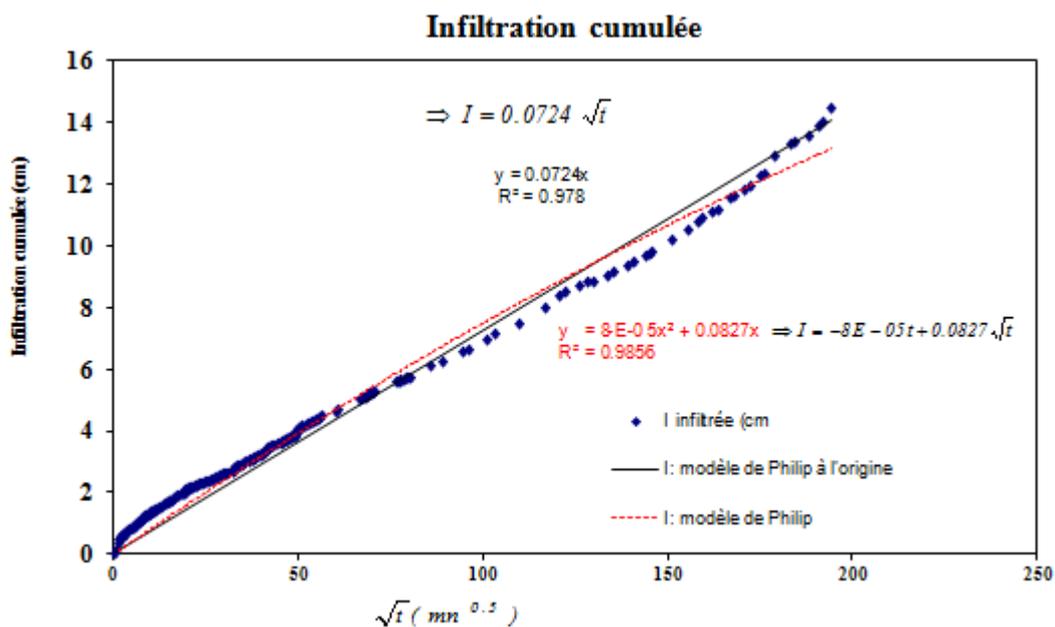


Figure V.24. Infiltration cumulée en fonction de racine de temps $I(\sqrt{t})$

A partir des deux courbes précédentes, on détermine la valeur de la sorptivité S , qui représente la pente des courbes. Ces valeurs sont indiquées sur le tableau V.14. On constate que la valeur de la transmissivité (A) est négative. Ce qui est en désaccord avec la définition de la transmissivité. Donc ce modèle de Philip avec transmissivité n'est pas utilisable malgré le bon coefficient de corrélation.

En considérant que la diffusivité D^* constante donnant le même flux, la diffusivité du milieu peut être déterminée à partir de la sorptivité par la relation suivante:

$$D^* = \frac{\pi S^2}{4(\theta_s - \theta_i)^2} \quad (V.9)$$

⁵ R: coefficient de corrélation donné par Excel

Avec:

S: la sorptivité [$\text{cm}/\text{mn}^{0.5}$]

θ_i : la teneur en eau volumique initiale [cm^3/cm^3]

θ_s : la teneur en eau volumique à saturation [cm^3/cm^3]

Modèles	θ_i (cm^3/cm^3)	S ($\text{cm}/\text{mn}^{0.5}$)	A (cm/mn)	D^* (cm^2/min)	
				$\theta_s=0.31$ (cm^3/cm^3)	$\theta_s=0.42$ (cm^3/cm^3)
Philip	0.2462	0.0827	-8.00E-05	0.1072	0.0394
Philip à l'origine	0.2462	0.0724	-	0.08216	0.03016

Tableau V.14. Valeurs de sorptivité, transmissivité et diffusivité.

II.4.3.4 Perméabilité et conductivité hydraulique

La figure V.25 représente l'évolution du coefficient de perméabilité en fonction du temps. Le coefficient de perméabilité est calculé d'après l'équation de Darcy, pour un gradient hydraulique $i = \Delta h / l = 2$, à partir de la vitesse d'eau infiltrée et de la vitesse d'eau récupérée. Le coefficient de perméabilité est surestimé au début de l'infiltration pour la courbe $K_{\text{entrée}}$ et sous estimé pour la courbe K_{sortie} . Ces deux coefficients se stabilisent après un temps d'infiltration de 300 heures. La perméabilité du sol est déterminée lorsque les deux courbes se rejoignent et tendent vers la même valeur. Ce qui correspond à la saturation complète du sol. Cet état n'a pas été atteint dans notre essai. Néanmoins, on peut considérer la valeur de K_s comprise entre $2.13 \cdot 10^{-8}$ et $5 \cdot 10^{-9}$ (m/s).

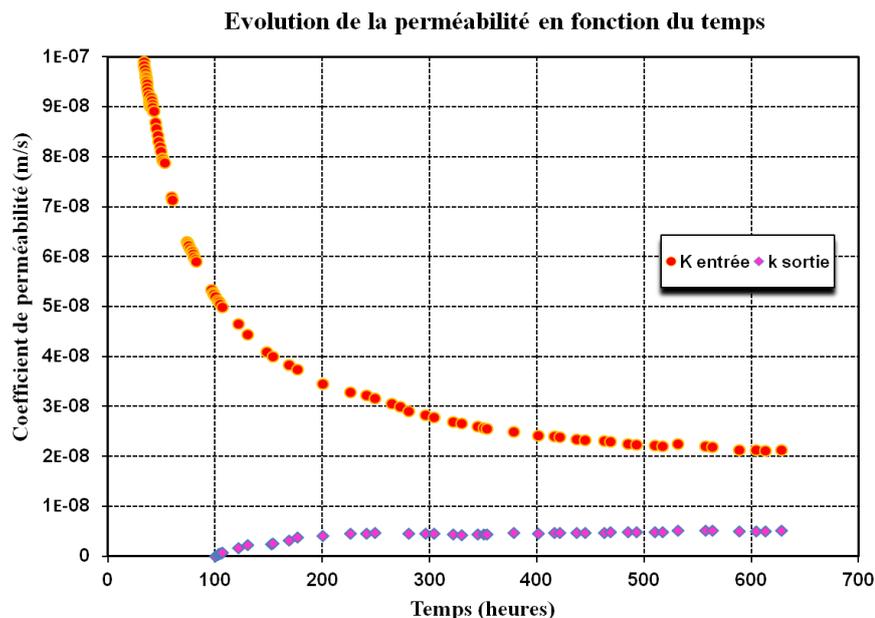


Figure V.25. Evolution du coefficient de perméabilité du limon de Florensac en fonction du temps

II.4.3.5 Modélisation de la courbe de conductivité hydraulique

En utilisant les résultats de la modélisation de la courbe de rétention (§ II.2.2), les deux courbes de conductivité hydraulique $K(\theta)$ et $K(h)$ sont calculés avec le modèle van Genuchten - Mualem pour les deux cas traités précédemment, en prenant une valeur approximatives de la conductivité à saturation de $K_s=5.10^{-8}$ (m/s).

a) θ_r et θ_s sont imposées

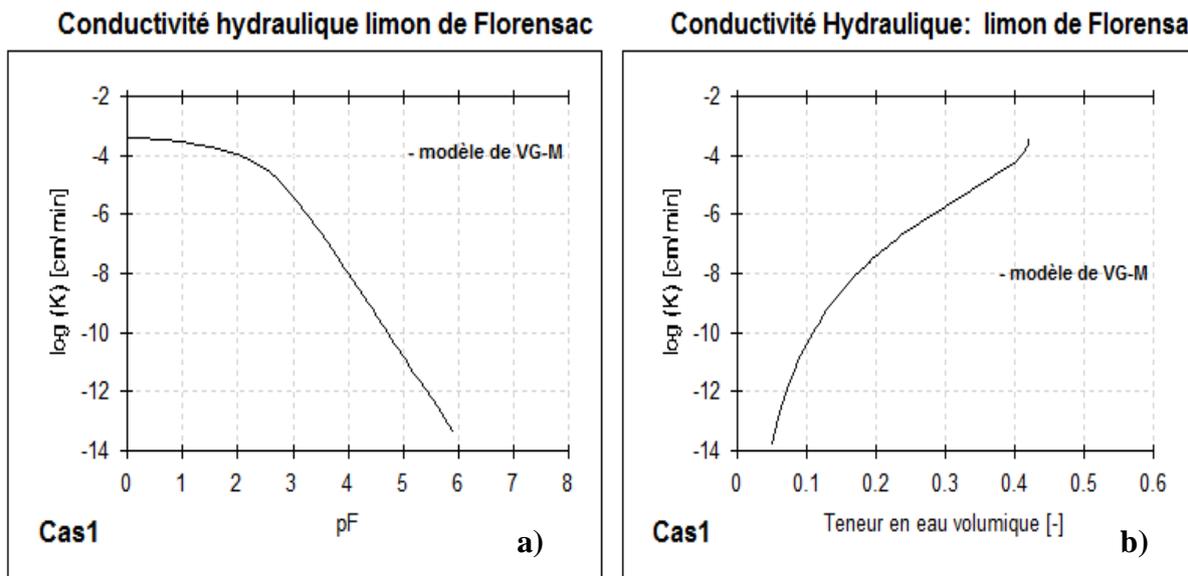


Figure V.26. Courbe de conductivité hydraulique calculée par le modèle de van Genuchten-Mualem pour le cas θ_s et θ_r imposées: a) $\log K(pF)$ b) $\log K(\theta)$.

b) θ_r et θ_s ajustées

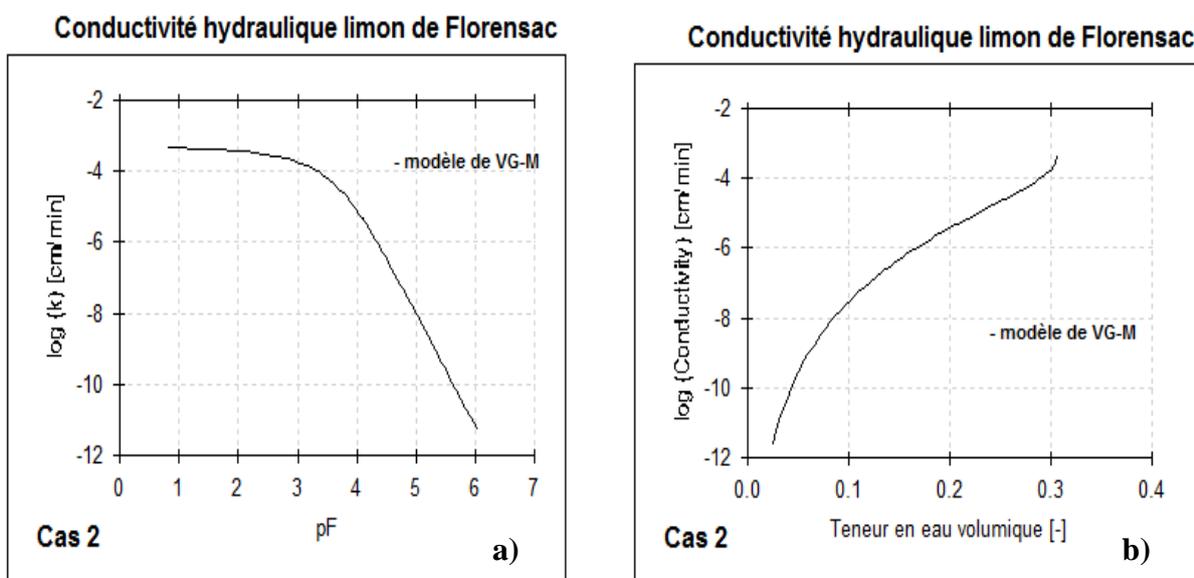


Figure V.27 Courbe de conductivité hydraulique calculée par le modèle de van Genuchten-Mualem pour le cas θ_s et θ_r ajustées. a) $\log K(pF)$ b) $\log K(\theta)$.

II.4.3.6 Profils hydriques et profils de succion

L'évolution de la teneur en eau le long de la colonne du sol est contrôlée par les sondes TDR ; chaque sonde donne des signaux dont les allures reflètent cette évolution. Les figures V.28 (a), (b), (c) et (d) présentent les signaux donnés par les sondes au début de l'infiltration. Par contre les figures V.29(a), (b), (c) et (d) présentent les signaux des sondes après 13 jours d'infiltration. Selon les figures on voit l'évolution du signal de haut en bas, qui indique l'augmentation de la teneur en eau dans le sol au cours du temps. Dès le début, la sonde GI29 présente un signal de court circuit; qui ne permet pas de suivre l'évolution de la teneur en eau à la profondeur $z=175\text{mm}$. Par conséquent, les profils hydriques sont déterminés à partir de trois profondeurs $z=75\text{mm}$, 125mm , et 225mm .

Par le traitement des signaux des sondes, on détermine le point (a) et le point (b), présentés sur la figure V.17 qui permettent de déterminer la longueur "l" et d'après l'équation (V.4) on détermine la constante diélectrique ϵ . La teneur en eau à l'instant t est calculée ensuite par la formule de Topp et al. (1980) (équation V.7).

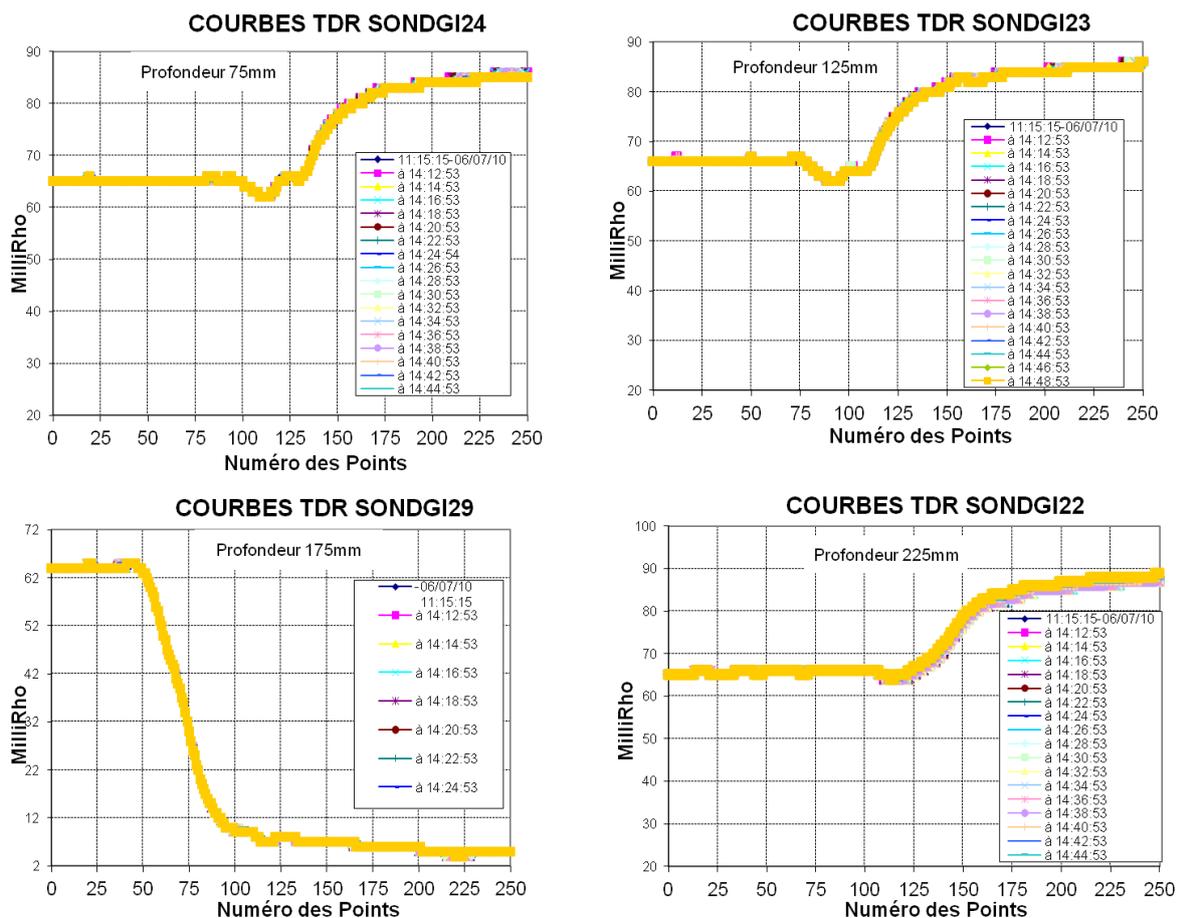


Figure V.28. Signal TDR donné par chaque sonde au début de l'infiltration

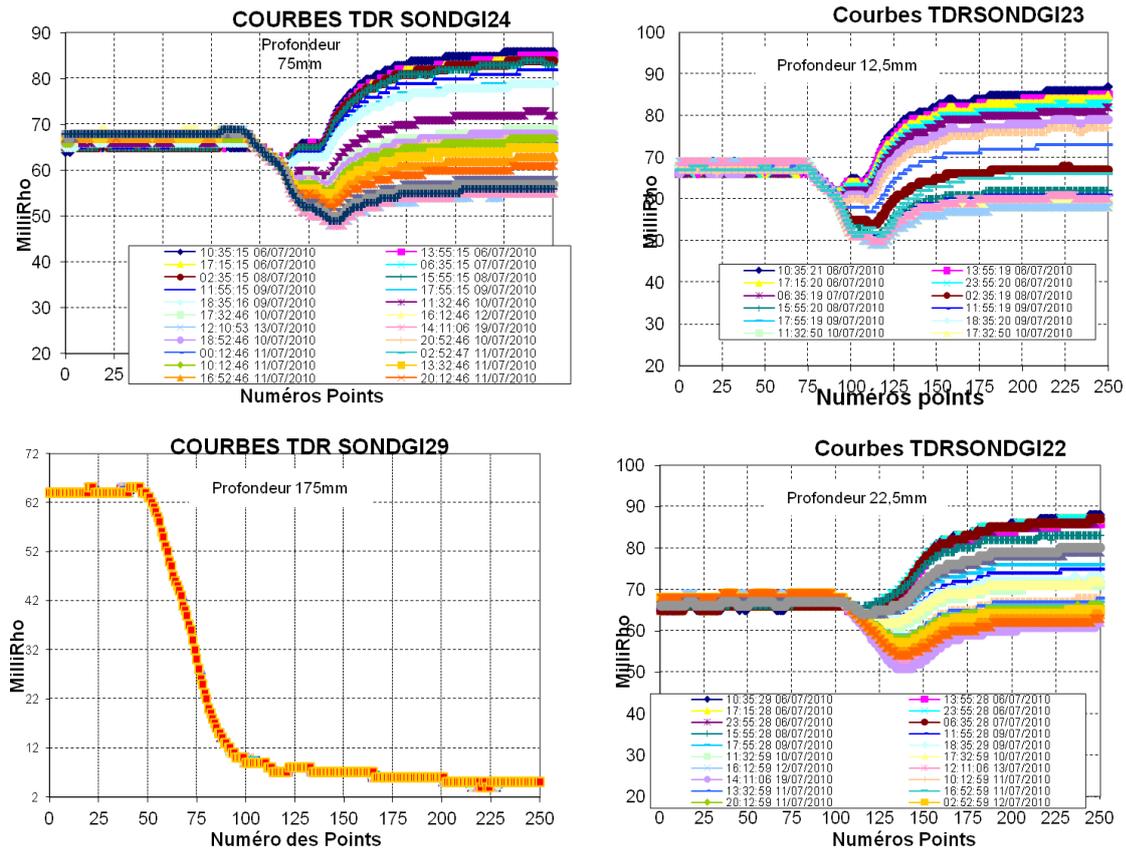


Figure V.29. Signal TDR donné par chaque sonde après 13jours d'infiltration

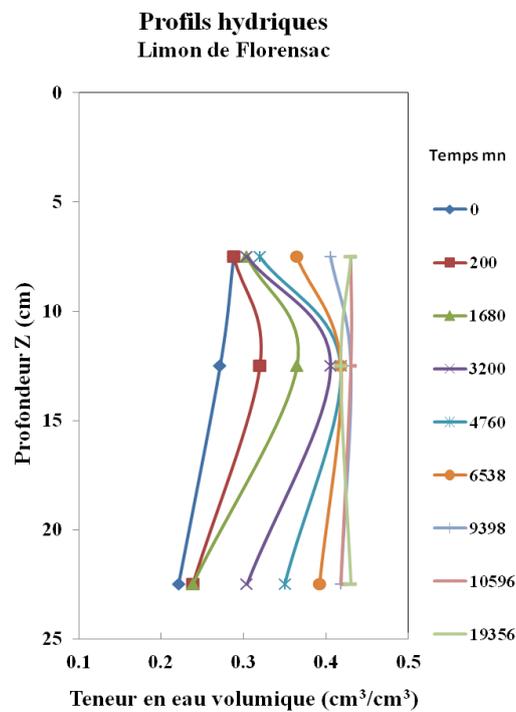


Figure V.30. a) Profils hydriques du limon de Florensac.

Les figures IV.30 (a) et (b) montrent respectivement les profils d'humidité et les profils de succion dans le limon de Florensac. La figure V.30 (a) montre qu'il a fallu 176 heures pour saturer la colonne du limon de Florensac, et l'eau n'est plus retenue en surface (à 7.5cm) ; par contre elle commence à stagner à la profondeur de 12.5cm jusqu'à saturation avant les couches supérieures, conséquence de l'effet gravitaire. La teneur en eau volumique de saturation est estimée à $0.429(\text{cm}^3/\text{cm}^3)$. Ce qui correspond à la porosité du sol, donc dans ce cas, tous les pores sont remplis d'eau. Les variations spatio-temporelles des pF présentés sur la figure IV.30 (b) sont calculées à partir de la courbe de rétention ajustée (pour le cas a).

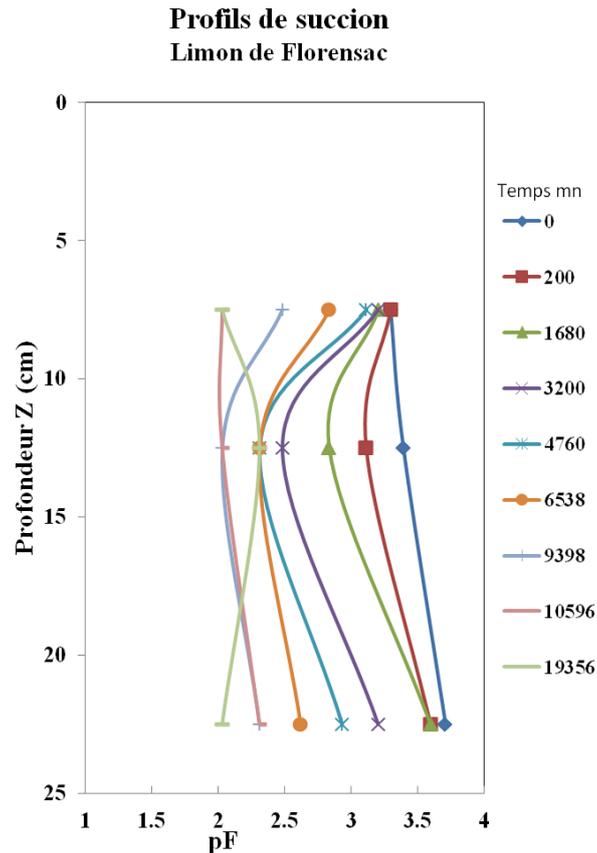


Figure V.30. b) Profils de succion du limon de Florensac.

III. Essai d'infiltration en utilisant la méthode du papier filtre.

III. 1. Caractéristiques du sable argileux

L'essai est effectué sur un sable argileux dont les caractéristiques géotechniques sont présentées au chapitre IV sur le tableau IV.3 et rappelé ci-dessous dans le tableau V.15. Ces essais d'identification sont effectués par Gaidi (2002). Des essais d'infiltration ont été déjà effectués sur ce sol, en utilisant la méthode de TDR (Gaidi, 2002). Dans ce travail, nous avons choisi des méthodes de mesures différentes à celles choisies par Gaidi, où la teneur en eau est déterminée par sectionnement de la colonne et la succion par la méthode du papier filtre. Cette méthode est une méthode séquentielle, parce que à chaque mesure on est obligé de démonter la colonne pour effectuer les pesés des anneaux contenant le sol ainsi que les papiers filtres.

Sol	% éléments < 80 μ m	% éléments < 2 μ m	w _p (%)	w _L (%)	I _p (%)	W _{opt} (%)	K _s (cm/mn)	θ_s (cm ³ /cm ³)	θ_r (cm ³ /cm ³)	(γ_d/γ_w)
Sable argileux	71	22	16.8	23.3	6.5	20	0.024	0.35	0.024	1.9

Tableau V.15. Caractéristiques géotechniques du sable argileux

III. 2. Procédure expérimentale

L'essai d'infiltration est réalisé sur une colonne de sol (sable argileux) obtenu par la superposition de 15 anneaux en plexiglas identiques de 15mm d'épaisseur et de 50mm de diamètre intérieur. Le sol est préparé à la teneur en eau désirée par l'ajout de l'eau déminéralisée. Le mélange est passé à travers un tamis de 2mm. Le sol est ensuite compacté à la densité voulue dans chaque anneau en se servant d'une presse hydraulique (Figure V.31).

Trois papiers filtres (Whatman n°42) sont intercalés entre les anneaux. L'assemblage des anneaux est facilité par un système d'emboîtement prévu pour chaque anneau, afin d'assurer l'étanchéité de la colonne ainsi constituée, aux cours de l'infiltration. La colonne est serrée entre deux embases en dural afin de réaliser un contact parfait entre les anneaux et les papiers filtres. Le tout est emballé dans un sac étanche à tout échange avec l'extérieure pendant quelques jours pour que l'équilibre du potentiel de rétention entre le sol et le papier filtre soit atteint.



Matériel et dispositif de l'essai d'infiltration sur une colonne de sable argileux

Figure V.31. Différentes étapes de l'essai d'infiltration

Après la période de mise en équilibre des potentiels, la pesée des anneaux et des papiers filtres est réalisée, avant l'essai d'infiltration, afin de définir les conditions initiales réelles en teneur en eau et en potentiel exprimé en pF. Ces conditions initiales sont indiquées sur le tableau V.16.

Sol	Avant la mise en équilibre			Après la mise en équilibre		
	w(%)	γ_d / γ_w	θ_i	w(%)	γ_d / γ_w	θ_i
Sable argileux	6	1.60	0.096	7.29	1.59	0.116

Tableau V.16. Conditions initiales de l'essai d'infiltration

Le début de l'essai est défini dès la mise en contact de la face supérieure de la colonne avec l'eau. Celle-ci est assurée par une pierre poreuse recouverte d'un tissu préalablement saturé d'eau, montée sur l'embase supérieure et reliée par un tube en polyvinyle à un dispositif d'alimentation en eau. Une charge hydraulique de 20cm est appliquée à la surface. L'extrémité inférieure de la colonne repose, elle aussi, sur une embase en dural, munie d'une pierre poreuse sèche recouverte d'un tissu de rétention nulle, en communication avec l'atmosphère pour permettre l'évacuation de l'air et éventuellement recueillir l'eau à la sortie de la colonne de sol. On peut ainsi mesurer sa perméabilité à saturation. La figure V.32 présente le schéma du montage de la colonne.

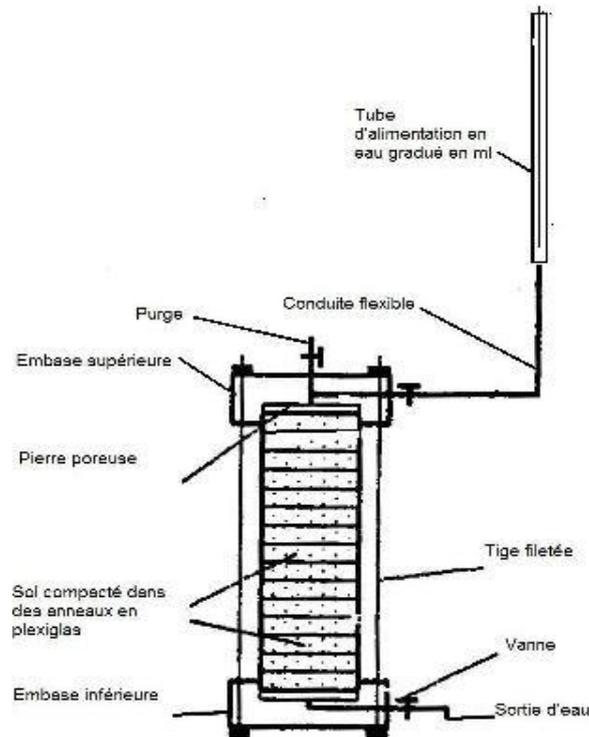


Figure V.32. Schéma de la colonne d'infiltration.

III. 3. Résultats et discussions

III.3. 1. Détermination de la courbe d'infiltration

Le volume d'eau infiltré est détecté par une lecture directe sur la bouteille de Mariotte graduée en ml. L'infiltration est déterminée à partir du volume d'eau infiltré cumulé au cours du temps $V(t)$ et de la surface de l'échantillon du sol S (surface interne de l'anneau).

$$I(t) = \frac{V(t)}{S}$$

Les figures V.33 (a) et (b) présentent l'évolution temporelle du volume d'eau infiltré en (ml) et de l'infiltration d'eau cumulée en (cm) dans la colonne. Les sauts observés sur les deux courbes correspondent au changement des vitesses d'écoulements. Au début de l'essai, l'infiltration est caractérisée par sa rapidité. Cette rapidité résulte de l'état initial du sol et de la charge hydraulique appliquée à la surface. La vitesse initiale d'infiltration (v_0) est estimée $1.162 \cdot 10^{-4}$ (m/s) (Figure V.34), elle diminue rapidement jusqu'à atteindre $4.99 \cdot 10^{-6}$ (m/s), après une heure d'infiltration. Après ce temps, elle continue à diminuer mais lentement jusqu'à atteindre $1.01 \cdot 10^{-6}$ (m/s) après 20h d'infiltration. Après cette durée, le débit entrant devient constant et le régime devient permanent.

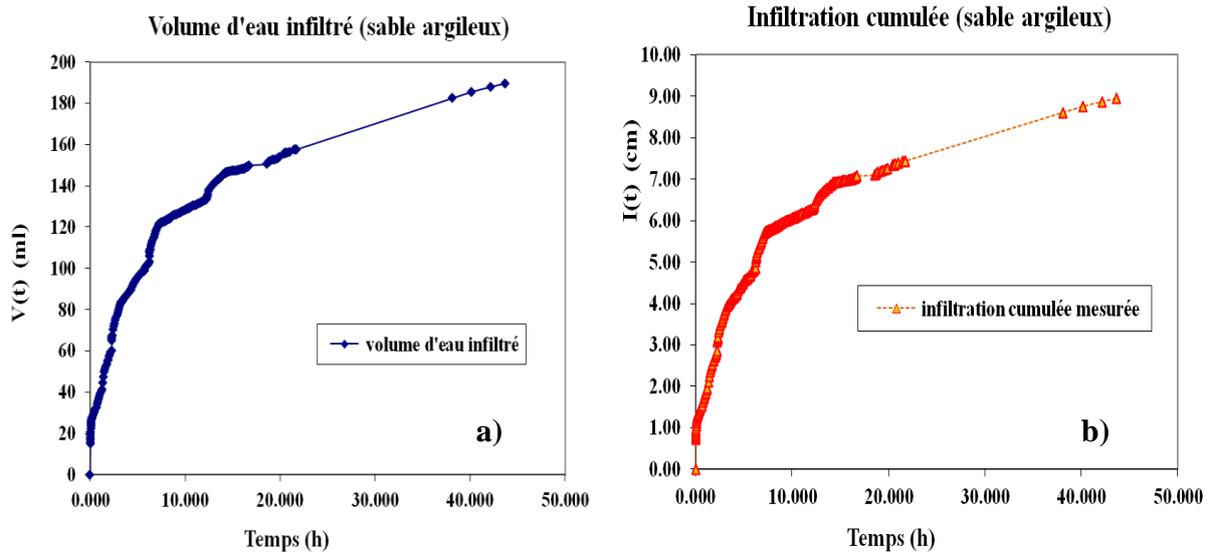


Figure V.33. Sable argileux (a) volume d'eau infiltré, (b) infiltration cumulée

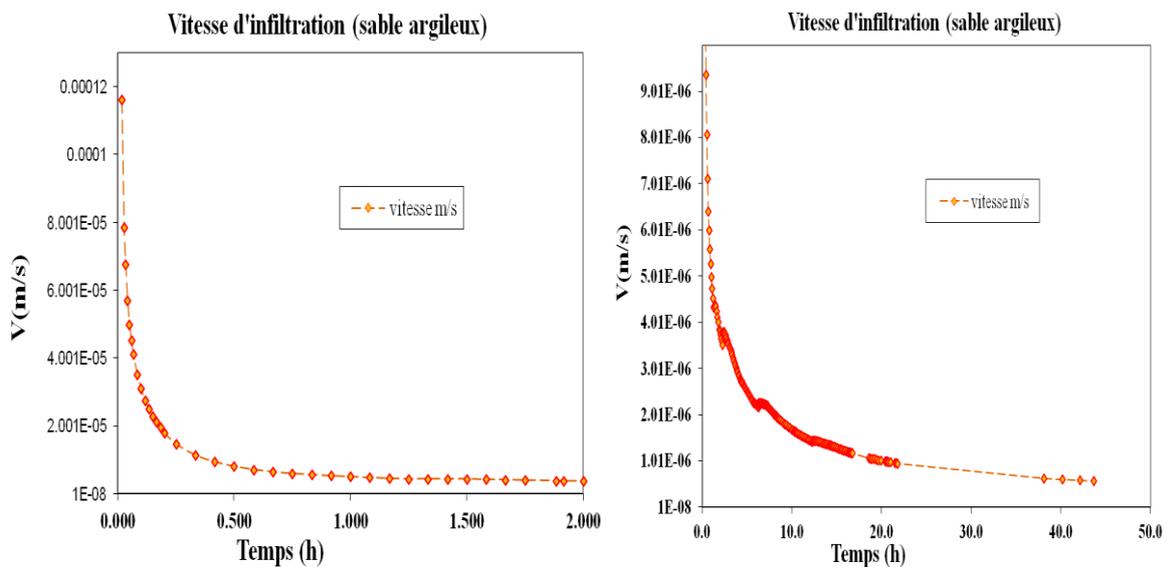


Figure V.34 Vitesse d'eau infiltrée. Sable argileux

III.3. 2. Détermination des profils hydriques et des pF

L'évolution des teneurs en eau volumiques, en différentes sections de la colonne pendant l'infiltration, est obtenue par pesage des anneaux après démontage de la colonne à des temps d'arrêt successifs de l'écoulement. Les mesures sont effectuées au temps suivants: 0.083h, 0.667h, 2.25h, 3.25h, 4.25h, 5.25h, 6.25h, 7.25h, 10.25h, 12.25h, 14.25h, 16.25h. Après ce temps le démontage et le montage de la colonne sont devenus difficiles, et des pertes de sol sont constatées aux niveaux des anneaux de la colonne particulièrement dans l'anneau supérieure.

La distribution spatio-temporelle de la teneur en eau au cours du processus d'infiltration est présentée sur la figure V.35(a). D'après cette figure l'avancement du front d'humidité est très

rapide au début de l'infiltration. On constate à l'instant $t=0.083h$, que Z_f est à 6cm de la surface, et après 2.25h d'infiltration il est arrivé à 14cm au dessous de la surface de la colonne.

L'examen des profils hydriques montre que la vitesse de l'infiltration v_0 au début de l'essai est rapide et diminue au cours du temps, et est influencée par la teneur en eau volumique initiale choisie ($\theta_i=0.116 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$). L'augmentation de cette dernière provoque au cours du temps une diminution de la vitesse d'infiltration initiale v_0 . Par contre, elle induit un accroissement de la vitesse d'avancement du front d'humidification dans le sol, du fait que la capacité de stockage du sol diminue. La teneur en eau volumique maximale atteinte dans cet essai est $0.305 \text{ (cm}^3/\text{cm}^3)$

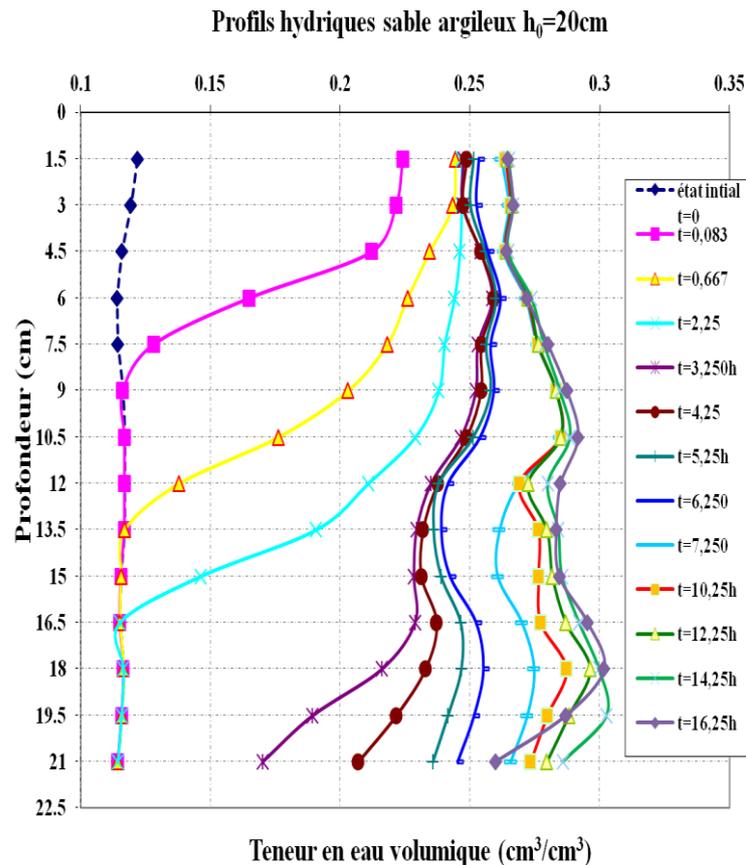


Figure.V.35. a). Distribution des teneurs en eau volumique au cours de l'infiltration sur une colonne de sable argileux

L'idée d'intercaler trois disques de papiers filtres entre anneaux permet, par la pesée de celui du milieu qui reste protégé par les deux autres, de déterminer sa teneur en eau au cours du temps et d'en déduire son pF en se référant à la courbe d'étalonnage établie par Parcevaux en 1980 (ASTM). Le pF mesuré à une profondeur z est supposé égale à celui du sol au point correspondant (Alimi-Ichola et al., 1994). Le pF est calculé selon l'équation V.3.

Sur la figure V.35 (b) sont reportées les distributions spatio-temporelles des pF. L'examen de ces profils montre que le pF correspondant à la teneur en eau initiale du sol ($\theta_i=0.116 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$) est de l'ordre de 2.62.

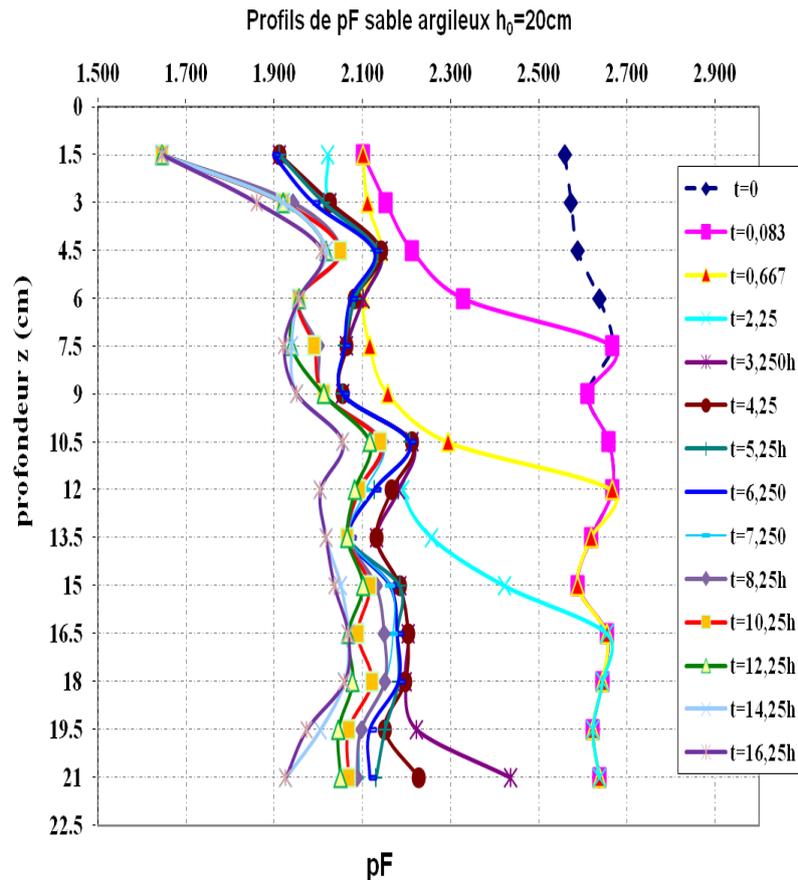


Figure V.35 b) Répartition des pF au cours de l'infiltration: sable argileux.

Lors du processus de la détermination de la distribution spatio-temporelle de l'humidité et des pF par pesé, une perte de matière a été constatée dans les anneaux supérieurs, ce qui explique la faible augmentation de la teneur en eau, donc l'eau écoulee dans cette zone vers les zones inférieures a transporté avec elle des particules de sols ce qui influe sur les poids et ainsi sur les résultats.

Pour cette raison la méthode de mesure de la teneur en eau par sectionnement de la colonne est recommandée beaucoup plus pour les sols fins compactés, contrairement à la méthode précédente (méthode de TDR) recommandée pour tous les types de sol.

III.3. 3. Courbe de rétention

La courbe de rétention du sable argileux est déterminée à partir des mesures prises en même temps de la teneur en eau du sol (par la pesée des anneaux contenant le sol), et de la succion matricielle (par la pesée des papiers filtres intercalés entre les anneaux) au cours de l'infiltration à une profondeur donné. Pour une profondeur de mesure, on a donc une paire de données associées à un temps précis et cette paire constitue un point de la courbe de rétention.

Cette méthode de mesure est considérée comme une méthode dynamique contrairement aux deux méthodes statiques utilisées dans le premier essai pour déterminer la courbe de rétention du

limon de Florensac: méthode des solutions salines et méthode des papiers filtres (essai TDR, §II.2).

L'évolution temporelle des pF et des teneurs en eau volumiques dans les différentes sections de la colonne de sol pendant l'infiltration est présentée sur la figure V.36. Ces points mesurés sont comparés à ceux obtenus par Gaidi (2002) et à la courbe de rétention calculée par le modèle de van Genuchten-Mualem.

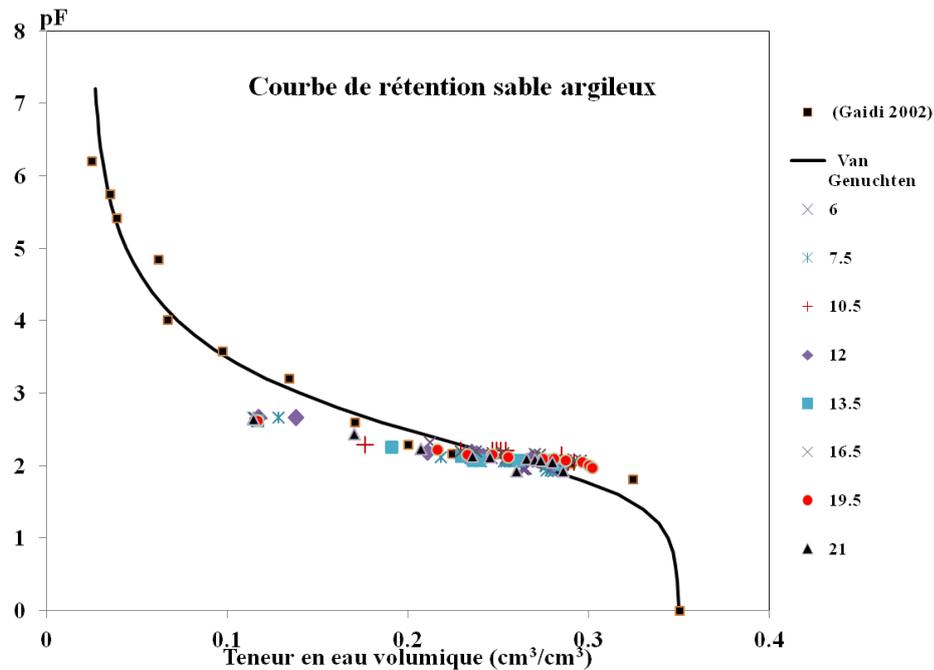


Figure V.36. Courbe de rétention du sable argileux

La figure montre clairement que les points mesurés de pF et de teneur en eau volumique par la méthode dynamique sont proches de ceux obtenus par la méthode statique et aussi de la courbe ajustée par le modèle empirique de van Genuchten -Mualem. L'inconvénient de la méthode dynamique est que l'intervalle des variations des points obtenus dépend de l'état initial du sol (teneur en eau et succion initiales) et de la teneur en eau et la succion maximales atteintes lors de l'essai. Ce qui rend l'utilisation de la méthode dynamique pour l'obtention d'une courbe de rétention variant d'une teneur en eau initiale proche de la teneur en eau résiduelle jusqu'à la teneur en eau à saturation, difficile pour les sols fins (infiltration très lente à cause de la faible perméabilité).

V. Modélisation de l'essai d'infiltration sur une colonne de limon de Florensac

L'essai expérimental sur la colonne du limon de Florensac a été effectué avec une charge hydraulique de 50cm imposée à la surface. Rappelons que la forme diffusive de l'équation de Richards ne peut s'étendre pour le cas saturé, la modélisation de cet essai est effectuée avec la forme mixte et la forme capacitive de l'équation de Richards. Elle consiste à simuler une infiltration verticale le long d'une colonne de sol homogène de 25 cm d'hauteur. Les conditions initiales et les conditions aux limites sont

- L'état initial du sol est à une teneur en eau volumique $\theta_i=0.2234$ (cm^3/cm^3) qui correspond à une succion $h_i=4084.4$ (cm).
- Une charge hydraulique $h_0=-50\text{cm}$ est imposée à la face supérieure de la colonne.
- Un flux nul est imposé à la face inférieure de la colonne.

La courbe de rétention et la courbe de conductivité sont définies par le modèle de van Genuchten-Mualem. Sachant que la teneur en eau de saturation mesurée dans l'essai expérimentale est estimée à $0.429(\text{cm}^3/\text{cm}^3)$. Nous avons utilisé les valeurs des paramètres du modèle de van Genuchten-Mualem présentées sur le tableau V.10 (cas 1) rappelées ci-dessous:

$$\theta_s=0.42 \text{ (cm}^3/\text{cm}^3) \text{ , } \theta_r=0.018(\text{cm}^3/\text{cm}^3) \text{ , } n=1.334, m=0.249 \text{ et } K_s=4.28 \cdot 10^{-5} \text{ cm/mn}$$

Les résultats de cette modélisation sont présentés sur les figures V.37(a) pour les profils hydriques et V.37(b) pour les profils de succions.

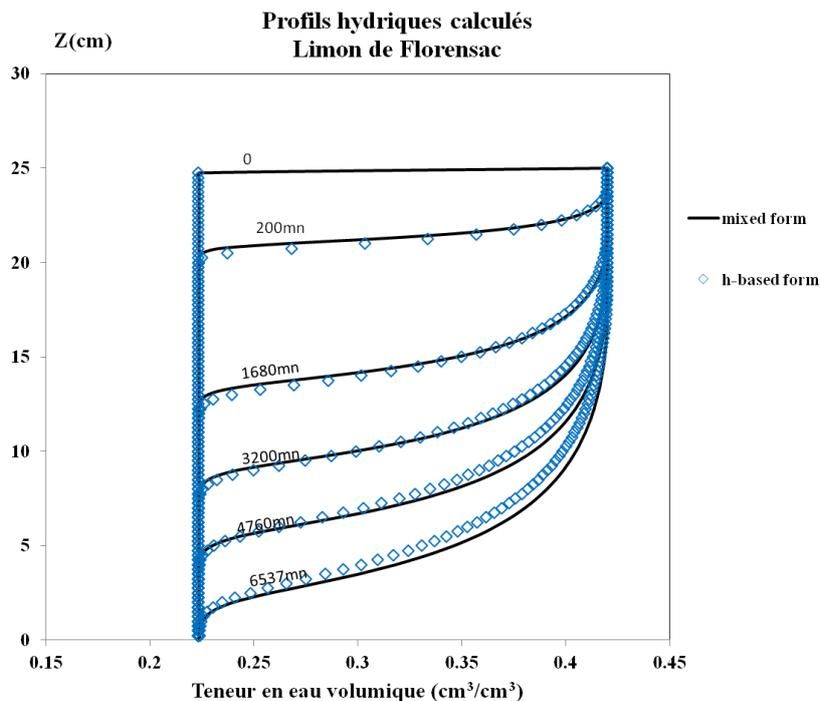


Figure V.37 a) Profils hydriques calculés du limon de Florensac.

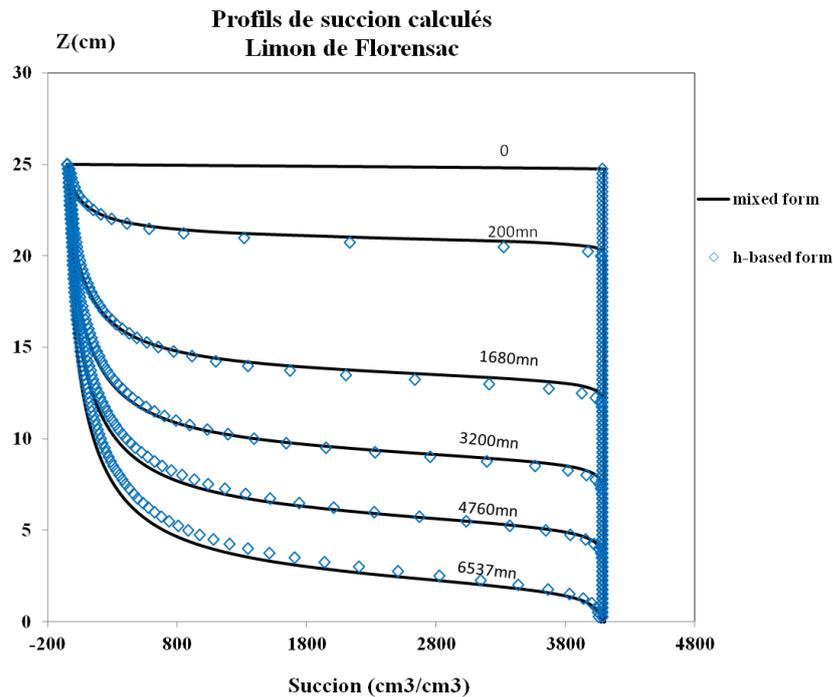


Figure V.37. b) Profils de succion calculés du limon de Florensac.

D'après les figures on constate que les profils hydriques et les profils de succion calculés par la forme capacitive sont presque confondus avec ceux avec la forme mixte; un léger écart commence à apparaître, à partir du temps 4760mn. Ce résultat nous permet de dire que même sous une charge hydraulique imposée à la surface pour le cas des sols fins humide les deux formes de l'équation de Richards, capacitive et mixte présente presque le même résultat.

Vu que le nombre de point mesure en profondeur de la colonne est trois, rappelons que la sonde GI29 implantée à la profondeur de 17.5 présentée un court circuit, nous avons sélectionnées les valeurs calculées de la teneur en eau aux mêmes profondeurs de la mesure, afin de nous permettre de faire la comparaison entre les profils hydriques calculés et mesurés. Les résultats de cette comparaison sont présentés sur la figure V.38. Contrairement aux profils mesurés les profils hydriques calculés présentent une stagnation de l'eau en surface, les profils hydriques calculés et mesurés ne sont pas confondus. Le traçage des profils à partir de trois points, peut influencer l'allure des courbes, et ne permet pas une bonne comparaison entre les résultats

Profils hydriques calculés et mesurés du limon de Florensac

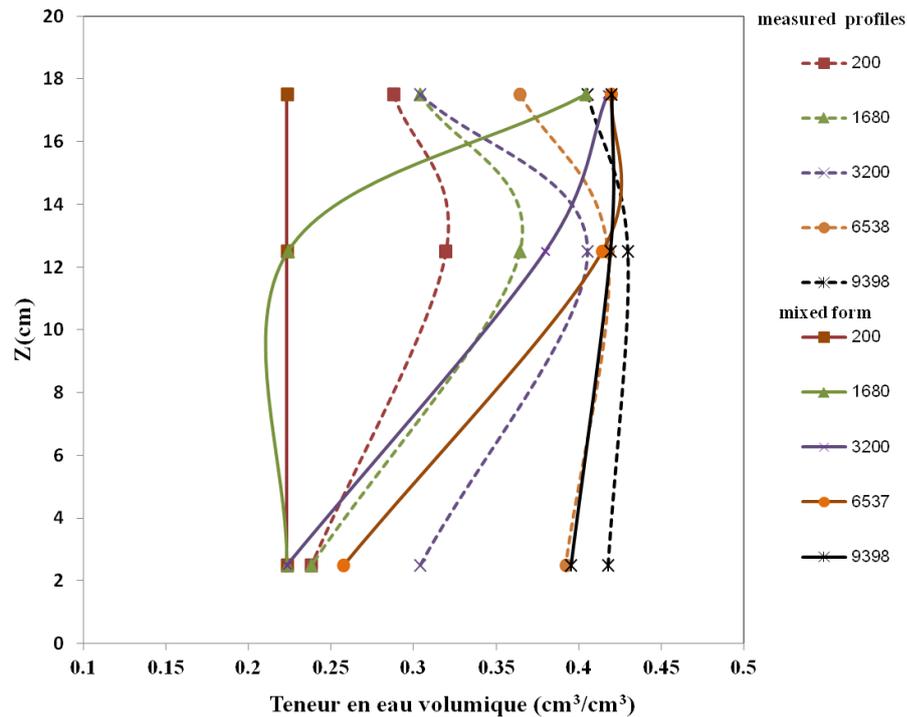


Figure V.38 Comparaison entre les profils calculés et mesurés du limon de Florensac

VI. Conclusion

L'étude expérimentale d'une infiltration verticale dans une colonne de sol homogène non saturée nous a permis, à la fois, de procéder à la mise en place d'une infiltration verticale dans des colonnes de sols non saturés, de déterminer la courbe de rétention des sols non saturés $\theta(h)$ par deux méthodes de mesures différentes, la méthode du papier filtre pour mesurer la succion à une teneur en eau donnée et la méthode des solutions salines en mesurant la teneur en eau du sol à la succion imposée. Cette étude nous a permis également le suivi de l'évolution de la variation de la teneur en eau en profondeur grâce à la méthode de TDR, sur une colonne de sol (limon de Florensac) pour le premier essai d'infiltration. La méthode de mesure de la teneur en eau par sectionnement de la colonne et la méthode du papier filtre pour mesurer l'évolution de la succion sont utilisées dans le deuxième essai d'infiltration verticale, effectué sur une colonne de sable argileux. Ces essais nous ont permis de déterminer entre autres, les courbes d'infiltration, les profils hydriques et les profils de succion.

De ces essais nous avons tirés les points suivants:

- La méthode TDR permet de bien suivre l'évolution de la teneur en eau en profondeur dans le sol au cours du temps. Néanmoins, elle nécessite un travail préparatif en amont considérable, et une interprétation rigoureuse des signaux des sondes TDR. Les profils de succion dans cette méthode sont déterminés indirectement et nécessitent la détermination de la courbe de rétention.

- La méthode de sectionnement de la colonne permet à la fois de déterminer les profils hydriques, les profils de succion et la courbe de rétention. Les points de mesure de cette dernière restent bornés entre la valeur de la teneur en eau initiale du sol et la teneur en eau atteinte à la fin de l'essai. Les mesures dans la méthode de sectionnement deviennent difficiles lorsque la teneur en eau s'approche de la saturation (perte de matière lors de l'opération de montage et de démontage de la colonne du sol).
- La courbe de rétention mesurée par la méthode dynamique correspond à celle mesurée par la méthode statique.
- La modélisation de la courbe de rétention du limon de Florensac a montré que les paramètres du modèle van Genuchten-Mualem (α, n) sont très sensibles aux valeurs de θ_r et θ_s .
- Le modèle d'infiltration de Philip ne peut pas être utilisé pour tous les types de sol pour la détermination de la transmissivité (transmissivité négative dans le cas du limon de Florensac).
- La modélisation de l'essai d'infiltration sur une colonne de limon de Florensac a permis de confirmer que pour les sols fins humides, même sous une charge hydraulique imposée à la surface, les solutions de la forme capacitive et la forme mixte sont très proches.

Conclusions générales

et Perspectives

Salima BOUCHEMELLA
Université 8 mai 45, Guelma
Contribution à la simulation numérique des écoulements des eaux dans les milieux poreux non saturés

Conclusions générales et Perspectives

I. Conclusions générales

La présente étude porte sur les écoulements des eaux dans les sols non saturés. Pour bien cerner la thématique proposée dans cette étude, il faut bien étudier le problème dans son ensemble. Pour cela nous avons effectué dans un premier temps une étude bibliographique approfondie, qui nous a permis de:

- Bien comprendre le phénomène d'infiltration dans les sols non saturés;
- Présenter et analyser les différents modèles élaborés pour décrire ce phénomène;
- Avoir un aperçu sur les différentes méthodes expérimentales in situ et au laboratoire destinées à la détermination des propriétés hydrauliques des sols non saturés;
- Décrire les équations qui gouvernent l'écoulement dans les sols non saturés, et analyser les différentes méthodes développées pour les résoudre.
- Choisir la méthode de résolution adéquate pour l'élaboration du modèle numérique, ainsi que les modèles empiriques pour décrire les propriétés hydrauliques, nécessaires pour la résolution de l'équation d'écoulement

Une grande partie de ce travail est consacrée à la modélisation numérique de l'équation gouvernant ce phénomène, l'équation de Richards. Cette équation différentielle fortement non linéaire peut être formulée sous plusieurs formes en fonction de la variable d'état, la teneur en eau volumique ou le potentiel de pression. L'objectif de cette modélisation dans un premier temps est de développer un modèle numérique unidimensionnel, basé sur la méthode des différences finies en utilisant le schéma implicite pour la discrétisation de la forme capacitive et de la forme diffusive de l'équation de Richards. Et dans un second temps, est de répondre aux questions suivantes: y a-t-il une différence entre les solutions obtenues par la résolution de ces trois formes? Quelle équation à choisir et dans quelles conditions? La réponse à ces questions nécessite une étude comparative entre les solutions obtenues par ces trois formes de l'équation de Richards.

Les résultats du modèle numérique ainsi développé ont été vérifiés par une comparaison d'abord avec la solution semi-analytique de Philip à travers un problème d'infiltration dans une colonne de sol non saturé, ensuite avec les résultats numériques de d'autres programmes de calcul tel que le modèle développé par Rathfelder et Abriola et les résultats obtenus par le logiciel Hydrus_1D résolvant le même problème d'infiltration. Les résultats de ces comparaisons sont satisfaisants.

A l'issue de l'étude comparative entre les résultats obtenus par les trois formes de l'équation de Richards, en utilisant le modèle numérique développé pour la forme capacitive et la forme diffusive, et le code de calcul Hydrus_1D pour la forme mixte, il est utile de résumer les conclusions tirées de cette étude comme suit :

La conductivité hydraulique est une propriété qui varie fortement en fonction de la teneur en eau volumique et de la succion, ce qui rend l'équation de Richards fortement non linéaire. Le choix proposé dans ce travail d'utiliser dans l'équation de Richards la dérivée de la conductivité hydraulique par rapport à l'une de ces variables d'état au lieu d'une discrétisation par rapport à la profondeur améliore la précision des résultats obtenus.

La comparaison de la solution de l'équation mixte de Richards obtenue par la méthode de Rathfelder et Abriola, utilisant la méthode des différences finies, à celle d'Hydrus_1D, utilisant la méthode des éléments finis classiques, à confirmer l'hypothèse que la méthode des différences finies est recommandée pour la résolution de l'équation d'écoulement unidirectionnel, que la méthode des éléments finis classiques. Néanmoins l'utilisation de nouvelles méthodes telles que la méthode des éléments hybrides et mixtes améliore considérablement les résultats.

La caractérisation hydrodynamique des sols est faite par la connaissance des courbes de rétention $\theta(h)$ et de la fonction conductivité hydraulique $K(\theta)$. Ces deux propriétés sont définies par des équations empiriques qui nécessitent la détermination préalable de certains paramètres. Dans le cas des modèles empiriques utilisant les mêmes paramètres pour décrire les deux fonctions $\theta(h)$ et $K(\theta)$, il est montré que la détermination de ces paramètres à partir de la détermination de la courbe de rétention ne donne pas forcément une bonne corrélation entre la courbe de conductivité hydraulique calculée et la courbe mesurée. Et ce n'est pas suffisant pour prédire l'avancement du front d'humidité dans le sol.

L'étude paramétrique des modèles empiriques de van Genuchten-Mualem et de Brooks & Corey a permis de visualiser l'impact des paramètres des modèles empiriques sur l'allure de la courbe de rétention et la forte sensibilité des profils hydriques vis-à-vis la variation des valeurs de ces paramètres. Certains paramètres ont une définition physique tel que le paramètre (α) du modèle de van Genuchten-Mualem, considéré comme l'inverse de la pression d'entrée d'air ; il est montré aussi dans cette étude paramétrique que la valeur de (α) est très supérieure à l'inverse de la valeur de la pression d'entrée d'air h_{ae} .

La comparaison entre les profils hydriques, les profils de succion, les courbes d'infiltration et l'avancement du front d'humidité, calculés par chaque forme de l'équation de Richards a révélé que:

- Dans le cas des sols fins humides, la différence entre les solutions obtenues par les trois formes en utilisant le modèle de van Genuchten-Mualem est négligeable, mais ce n'est pas le cas lorsque l'état initial du sol est proche de la teneur en eau résiduelle.
- Pour les sols grossiers, la différence entre les résultats des trois formes de l'équation de Richards est importante indépendamment de l'état initial et du modèle empirique choisi.

- Pour le cas des sols fins humides, une supériorité est donnée au modèle de van Genuchten-Mualem par rapport au modèle de Brooks & Corey. A cause de la discontinuité de ce dernier lorsque $h=h_{ae}$, les profils de succion déduits de la forme diffusif atteint la valeur de la pression d'entrée d'air comme une valeur minimale, contrairement à ceux calculés par la forme capacitive où la valeur du potentiel de pression diminue jusqu'à devenir nulle.
- La domination du mouvement diffusif est observée sur les profils obtenus par la forme en terme de potentiel de l'équation de Richards, dans le cas d'une charge nulle à la surface du sol. Cette domination disparaît si une charge hydraulique est imposée sur la surface du sol. Cela suggère que le mouvement de diffusion et de convection doit être formulé séparément dans l'équation de Richards, comme l'équation d'advection-convection (équation de transport des solutés).
- L'effet piston, présentant l'effet de la zone de transmission et l'effet de la gravité sur l'avancement du front d'humidité, n'est pas représenté par les profils hydriques obtenus par les trois formes de l'équation de Richards, pour les sols fins sous charge hydraulique nulle à la surface, et par la forme capacitive et diffusif dans le cas des sols grossiers, toujours sous une charge nulle à la surface.
- La variation de la hauteur de la colonne n'influe pas sur les résultats, par contre elle permet d'observer l'augmentation de l'écart entre les résultats qui apparaît un peu plus tard.
- Si le front d'humidité calculé par la forme mixte est, soit confondue avec celui calculé par la forme diffusif dans le cas du sol fin humide ou soit en avance dans les autres cas. On constate que celui calculé par la forme capacitive n'est pas stable ; il varie selon la texture du sol et les conditions initiales.
- L'application d'une charge hydraulique à la surface du sol accélère l'infiltration et augmente la vitesse d'écoulement par rapport à celle constatée expérimentalement. Si dans le cas d'une charge hydraulique nulle à la surface, l'écoulement capacitif est sous estimé, l'application d'une charge hydraulique le surestime.
- La détermination de la vitesse des pores (u) et du coefficient de dispersion apparent (D) à partir des profils hydriques calculés et mesurés par la méthode de distribution de Gauss, a permis de suivre l'évolution de ces deux coefficients au cours du temps et de montrer certaines causes de différences entre les résultats
- La comparaison des solutions obtenues par l'équation de diffusion et la forme diffusif de l'équation de Richards, montre que l'effet de convection est presque négligé dans les sols fins, et que l'effet diffusif est dominant.

La deuxième partie de cette étude était consacrée à une étude expérimentale d'une infiltration verticale sur une colonne de sol non saturée sous une charge hydraulique, réalisée par deux essais différents, la méthode de sectionnement de la colonne et la méthode TDR. Le but de cette étude était:

- d'observer la mise en place d'un écoulement non saturé au sein d'une colonne de sol homogène;

- de mieux comprendre le phénomène de rétention de sol, par la mesure de la courbe de rétention par deux méthodes différentes, la méthode du papier filtre et la méthode des solutions salines;
- de mettre en point le suivie de la progression de l'eau en profondeur au sein des colonnes grâce aux sondes TDR, dans le premier essai, et par la méthode "colonne à multiples anneaux" dans le deuxième essai.

Cette étude expérimentale nous a permis de déduire que:

- Les paramètres du modèle van Genuchten-Mualem (α , n) sont très sensibles aux valeurs de θ_r et θ_s .
- Le modèle d'infiltration de Philip ne peut pas être généré pour tous les types de sol pour la détermination de la transmissivité.
- La courbe de rétention mesurée par la méthode dynamique correspond à celle mesurée par la méthode statique. Néanmoins, les points de mesure de la méthode dynamique restent bornés entre les valeurs de la teneur en eau initiale du sol et la teneur en eau atteinte à la fin de l'essai.

La partie expérimentale a été achevée par la modélisation de l'essai d'infiltration effectué sur le limon de Florensac, le résultat de cette modélisation a confirmé que pour les sols fins humides, la forme mixte et la forme capacitive présentent presque les mêmes résultats même sous une charge hydraulique imposée à la surface, un léger écart commence à apparaître après une longue période d'infiltration. La confrontation des profils calculés avec ceux mesurés n'a pas donné de satisfaction. On a trouvé des écarts entre les résultats comme dans le cas de l'argile de Gault, les profils hydriques calculés sont en avance par rapport à ceux mesurés.

A la fin, nos conclusions ne sauraient être complètes sans la mention des insuffisances et des manques auquel ne peut se soustraire aucune étude. A l'instar de ces insuffisances que nous rapportons ici comme des recommandations:

- Evaluer l'erreur en (%) entre les résultats de chaque forme, cela permet de bien visualiser la différence et l'écart entre les résultats.
- Opter pour un pas de temps dynamique, permet un gain considérable de temps de calcul, et permet d'obtenir une bonne convergence des résultats

II. Perspectives

Les perspectives de cette étude sont nombreuses et variées, tant au niveau de la formulation, qu'en ce qui concerne la modélisation numérique.

Concernant la formulation et afin d'essayer de résoudre le problème de la domination du comportement diffusif sur l'équation de Richards, il serait intéressant d'effectuer des modifications sur l'équation par l'introduction:

- d'un flux supplémentaire par le terme $\zeta\theta$; (ζ [L/T]); en premier temps et par le terme $\beta(t - t_{grav})\theta_s$ (t_{grav} , temps défini par Philip comme le temps d'équilibre entre les forces capillaires et les forces gravitaires, β [L/T²]).
- par l'augmentation de la vitesse d'écoulement dans la forme diffusive en ajoutant le terme $v \frac{\partial \theta}{\partial z}$ où ($v \frac{\partial \theta}{\partial z} = \gamma \sqrt{t} \frac{\partial \theta}{\partial z}$ et v [L/T])

Concernant le modèle développé et après l'amélioration des insuffisances signalées ci-dessus, le passage à 2D, permettra la simulation des cas à géométrie qui correspondraient mieux au cas des essais aux laboratoires et particulièrement aux essais in situ.

Références

bibliographiques

Salima BOUCHEMELLA
Université 8 mai 45, Guelma
Contribution à la simulation numérique des écoulements des eaux dans les milieux poreux non saturés

Références bibliographiques

A

- Abdallah, A. (1999). Modélisation de l'infiltration dans les sols fins compactés: intégration des écoulements préférentiels dans les macropores. Thèse de Doctorat, Institut polytechnique de Lorraine. France.
- Alimi-Ichola, I., Bentoumi, O. & Didier, G. (1994). Analyse des transferts d'eau dans un matériau d'étanchéité de fond de décharge, évaluation de la perméabilité en régime transitoire, Premier congrès international en géotechnique environnementale. Edmonton, Alberta, Canada.
- Alimi-Ichola, I. & Gaidi, L. (1999). Soil pollution characterisation during infiltration tests. Proceedings of 2nd Conference organised by GBS, Geoenvironmental Engineering, Ground contamination: pollutant management and remediation. R. N. Yong and H.R. Thomas Eds., 201-208.
- Al-Khafaf, S. & Hanks, R.J. (1974). Evaluation of the filter paper method for estimating soil water potential. *Soil Sci.*, 117, 194-199.
- Allen, M.B. & Murphy, C. (1985). A finite element collocation method for variably saturated flows in porous media. *Numer. Methods Partial Differential Equations*, 3, 229-239.
- Arbogast, T., Wheeler, M. F. & Zhang, N. Y., (1996). A nonlinear mixed finite element method for a degenerate parabolic equation arising in flow in porous media. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 33 (4), 1669-1687.
- Ashcroft, G., Marsh, D. D., Evans, D. D. & Boersma, L. (1962). Numerical method for solving the diffusion equation. 1. Horizontal flow in semi-infinite media. *Soil Sci. Soc. Proc.*, 26, 522-525.
- ASTM International (2003). Standard Test Method for Measurement of Soil Potential (Suction) Using Filter Paper, D 5298-03. ©ASTM International.
- Aubertin, M., Mbonimpa, M., Bussiere, B. & Chapuis, R.P. (2003). A model to predict the water retention curve from basic geotechnical properties. *Canadian Geotechnical Journal*, 40 (6), 1104-1122.
- Ayra, L.M. & Paris, J.F. (1981). A physicoempirical model to predict the soil moisture characteristic from particle-size distribution and bulk density data. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 45, 1023-1030.

B

- Bachmann, J., Horton, R., Grant, S.A. & Van Der Ploeg, R.R. (2002). Temperature dependence of water retention curves for wet table and water-repellent soils. *Soil Science Society of America Journal*, 66, 44-52.
- Baize, D. & Jabiol, B. (1995). Guide pour la description des sols. Collection Techniques et Pratiques. INRA. Paris. 257
- Barbour, S.L. (1999). Nineteenth Canadian Geotechnical Colloquium. The soil-water characteristic curve - A historical perspective. *Canadian Geotechnical Journal*. 35, 873-894.
- Bastet, G., Bruand, A., Quetin, P. & Cousin, I. (1998). Estimation des propriétés de rétention en eau des sols à l'aide de fonctions de pédotransfert (FPT): Une analyse bibliographique. *Etude et Gestion des sols*, 5 (1) 7-28.
- Bauters, T.W.J, DiCarlo, D.A., Steenhuis, T.S & Parlange, J.Y. (2000). Soil water content dependent wetting front characteristics in sands. *Journal of Hydrology*. 231-232, 244-254.
- Bear, J. (1979). McGraw-Hill series in water resources and environmental engineering. *Hydraulics of groundwater*. McGraw-Hill Inc. Edition.
- Bear, J. & Verruijt, A. (1987). Theory and applications of transport in porous media. Modelling groundwater flow and pollution, with computer programs for simple cases. D. Reidel Publishing Company.

- Beaudoin, A., Huberson, S. & Rivoalen, E. (2009). Simulation particulière de l'écoulement de l'eau dans un sol partiellement saturé. 19^{ème} Congrès Français de Mécanique.
- Belfort, B. & Lehmann, F. (2005). Comparison of equivalent conductivities for numerical simulation of one-dimensional unsaturated flow. *Vadose Zone Journal*, 4, 1191–2000.
- Belfort, B. (2006). Modélisation des écoulements en milieu poreux non saturés par la méthode des éléments finis mixtes hybrides. Thèse de Doctorat, université Louis Pasteur Strasbourg, France.
- Belmans, C., Weisseling, J.G. & Feddes, R.A. (1983). Simulation of the water balance of a cropped soil. SWATRE. *J. Hydrol.* 63, 271–286.
- Bénet, J. C., Della Valle, G., Jouanna P. & Saix, C. (1985). Etude expérimentale des transferts de masse et d'énergie au-dessus d'un stockage de chaleur en sol non saturé. *Revue Générale de Thermique*, 281(24), 517–528.
- Bentoumi, O. & Alimi-Ichola, I. (1993). Transfert d'eau dans un sol non saturé. Influence de la teneur en eau et de la densité sèche initiales. 6^{ème} colloque Franco-Polonais de mécanique des sols. Douai. 351–358.
- Bentoumi, O. (1995). Transfert par infiltration de l'eau dans les sols fins compactés non saturés. Etude de la diffusivité et de la conductivité. Thèse de doctorat, LGCIE Laboartory, Insa- Lyon, France.
- Bentoumi, O. & Alimi-Ichola, I. (1996). Détermination expérimentale de la conductivité hydraulique d'un sol non saturé au laboratoire. [Experimental determination of the hydraulic conductivity of an unsaturated soil in laboratory]. *Bulletin of the International Association for Engineering Geology*. Paris, No.53, 21–27.
- Bergamaschi, L. & Putti, M. (1999). Mixed finite elements and Newton-type linearization for the solution of Richards' equation. *Int. J. Num. methods in Engineering*, 45, 1025–1046.
- Beydoun, H. & Lehmann, F. (2006). Expériences de drainage et estimation de paramètres en milieu poreux non saturé. *C. R. Geoscience*, 338, 180–187.
- Biran, A. & Breiner, M. (2009). Matlab pour l'ingénieur. Livre V6.7. Edition Pearson Eductaion.
- Bodman, G.B. & Colman, E.A. (1943). Moisture and energy conditions during the downward entry of water into soils. *Proc. Soil Soc. Amer.*, 8, 116–122.
- Bouyoucos, G.T. (1915). Effect of temperature on the movement of water vapor and capillary moisture in soils. *Journal of Agricultural Research*, 5, 141, 172.
- Brodbridge, P. & White, I. (1988). Constant rate rainfall infiltration. A versatile nonlinear model, 1. Analytical solution, *Water Resour. Res.*, 24, 145–154.
- Brooks, R. H. & Corey, A. T. (1964). Hydraulic properties of porous media. *Hydrology Paper*, No. 3, Colorado state university, Fort Collins, CO.
- Brooks, R. H. & Corey, A. T. (1966). Properties of porous media affecting fluid flow. *J. Irrig. Drain. Div. Am. Soc. Eng.*, 72, 61–68.
- Bruce, R.R. & Klute, A. (1956). The measurement of soil diffusivity. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, Vol. 20, 458–462.
- Brunone, B., Ferrante, M., Romano, N. & Santini, A. (2003). Numerical simulations of one-dimensional infiltration into layered soils with Richards equation using different estimates of the interlayer conductivity. *Vadose Zone j.*, Vol. 2, 193–200.
- Brutseart, W. (1968). Permeability of a porous medium determined from certain probability laws for pores size distribution. *Water Resources Research*. 4 (2), 425, 434.
- Buckingham, E. (1907). Studies on the movement of soil moisture. Bulletin 38. USDA Bureau of Soils, Washington, DC.
- Burdine N.T. (1953). Relative Permeability Calculation from Size Distribution Data. *Pet. Trans. Am. Min. Metal. Pet. Eng.*, (198), 71–78.

C

- Calvet, R. (2003). Le sol Propriétés et fonctions Tome 2. Phénomènes physiques et chimiques. Applications agronomiques et environnementales. Edt. France Agricole/ DUNOD.
- Carmen, P. C. (1937). Fluid flow through granular beds. *Transaction, International Chemical Engineerings*, 15, 150–166.
- Carrillo-Avila, E. (1995). Modélisation des transferts hydriques dans le système solplante-atmosphère. Application à la plaine de la Bièvre (Isère), Université Joseph Fourier-Grenoble1, 213.
- Celia, M. A., Bouloutas, E. T. & Zarba, R. L. (1990). A general mass conservation numerical solution for the unsaturated flow equation. *Water Resour. Res.*, 26, 1483–1496.
- Chahal, R.S. (1965). Effect of temperature and entrapped air on matric suction. *Soil Science*, 100(4), 262–266.
- Chandler, R.J. & Gutierrez, C.I. (1986). The filter paper method of suction measurement. *Geotechnique*, 36(2), 265–268.
- Chavent, G. & Roberts, J. E. (1991). A unified physical presentation of mixed, mixed-hybrid finite elements and standard finite difference approximations for the determination of velocities in water flow problems. *Advances in Water Resources*, 14, 329–348.
- Childs, E.C. & Collis-Georges, N. (1948). Interaction of water and porous materials. *Soil geometry and soil - water equilibria. Discussions Faraday Soc.* N°3, 78–85.
- Childs E.C. & Collis-George N. (1950). The Permeability of Porous Materials. *Proc. Roy. Soc., London*, A-201, 392–405.
- Childs, E.C. (1969). An introduction to the physical basis of soil water phenomenon. New York, N.Y., Jhon Widely and Sons.
- Ching, R.K.H., Sweeney, D.J. & Fredlund, D.G. (1984). Increase in factor of safety due to soil suction for two Hong Kong slopes. *Proc. 4th. Int. Symp. Landslides, Toronto, Canada*, 1, 617–623.
- Chossat, J. C. (2005). La mesure de la conductivité hydraulique dans les sols. Choix des méthodes. Ed. Lavoisier "TEC & DOC"
- Cooley, R. L. (1971). A finite difference method for unsteady flow in variably saturated porous media. application to a single pumping well. *Water Resour. Res.*, 7 (6), 1607–1625.
- Corpen (2007). Les fonctions environnementales des zones tampons. *Protections des eaux. Comité d'orientation pour des pratiques agricoles*. Paris, France.
- Coté, J. (1997). Conductivité hydraulique de matériaux de fondation de chaussées partiellement saturés. thèse pour l'obtention du grades de maitres des sciences. Université Laval, Canada.
- Crony, D. & Coleman, J.D. (1948). Soil thermodynamics applied to the movement of moisture in road foundations. In: *Proceedings of Seventh International Congress of Applied Mechanics, London*, 3, 163–177.
- D**
- Darcy, H. (1856). *Les fontaines publiques de la ville de Dijon*. Dalmont, Paris.
- Dane, J.H. & Topp, G.C. (2002). *Methods on soil analysis, part 1, Physical Methods*, 3rd ed., Soil Sci. Soc. of Am., Madison, Wis.
- Daniel, D.E. (1982). Measurement of hydraulic conductivity of unsaturated soils with thermocouple psychrometers. *Soil Sci. Am. Proc.*, 46, 1125–1129.
- Delage, P., & Cui, Y.J. (2000). L'eau dans les sols non saturés. Dans *les techniques de l'ingénieur*, pages C301–13.
- Desbarats, A. J. (1995). An interblock conductivity scheme for finite difference models of steady unsaturated flow in heterogeneous media. *Water Resour. Res.*, 31 (11), 2883–2889.
- Diaw, H.B. (1996). Modélisation du transfert d'eau en milieu poreux non saturé. application à l'étude de la recharge des nappes d'eaux souterraines en région soudano-sahélienne. Thèse de doctorat, université Louis Pasteur, Strasbourg, France

DiCarlo, D.A., Juanes, R., Laforce, T. & Wileski, T.P. (2008). Nonmonotonic traveling wave solutions of infiltration into porous media. *Water Resour. Res.*, 44, W0206.

E

Elrick, D.E. & Bowman, D. H. (1964). Note on an improved apparatus for soil moisture flow measurements. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.* 28, 450-453.

Elrick, D.E., Robin, M.J. & Laryea, K.B. (1983). Hydrodynamic dispersion during absorption of water by soil. 1. Model soil-moisture profiles. *J. Hydrol.*, 65, 313-331

F

Farthing, M. W., Kees, C. E. & Miller, C. T. (2003). Mixed finite element methods and higher order temporal approximations for variably saturated groundwater flow, *Advances in Water Resources*, 26, 373-394.

Farrel, D.A. & Larson, W.E. (1972). Modeling the pore structure of porous media. *Water Resources Research*, (3), 699-706.

Fleureau, J. M. & Taibi, S. (1995). Water-air permeabilities of unsaturated soils. *Proceeding of 1st International Conference on unsaturated soils, Rotterdam*. V.2, 479-484.

Fleureau, J.M. & Kheirbek-Saoud, S. (2004). Retrait et gonflement des sols soumis à un cycle de drainage humidification, *Cours. Ecole Centrale de Paris*.

Fredlund, D. G. & Houston, S. L. (2009). Protocol for the assessment of unsaturated soil properties in geotechnical engineering practice. *Canadian Geotechnical Journal*, V. 46, N° 6, 694-707(14)

Fredlund D.G. & Rahardjo H. (1993). *Soil mechanics for unsaturated soils*. A Wiley- Interscience Publication, JOHN WILEY & SONS, INC.

Fredlund, M.D., Wilson, G.W. & Fredlund, D.G. (1997). Indirect procedures to determine unsaturated soil property functions. In. *Proceedings of 50th Canadian Geotechnical Conference, Golden Jubilee, Ottawa, Ont., BiTech Publishers Ltd., Richmond, B.C.*, 1, 407-414.

Fredlund, D.G. & Xing, A. (1994). Equations for the soil-water characteristic curve. *Can. Geotechn. Journal*, 31(3), 521-532.

G

Gaidi, L. & Alimi-Ichola, I. (2000). Etude des caractéristiques hydrodynamiques des sols par la méthode TDR (Time Domain Reflectometry). [Study of hydrodynamics of soils using TDR method Time Domain Reflectometry]. *Bulletin of engineering geology and Environment*, V. 59, N° 3, 247-255.

Gaidi, L. (2002). Transfert par infiltration de l'eau et du soluté dans les sols non saturés, utilisation de la méthode TDR. [Transfer by infiltration of water and solute in unsaturated soils, using the TDR method]. Thesis, LGCIE Laboratory, Insa- Lyon, France.

Gaidi, L. & Alimi-Ichola, I. (2003). Utilisation des sondes TDR pour estimer la masse de soluté retenu par une couche d'argile lors d'une infiltration. *Bull. Eng. Geol. Env.*, 62, 47-56.

Gardner W.R. (1958). Some steady state solutions of the unsaturated moisture flow equation with application to evaporation from a water table. *Soil Science*, (85), 228-232.

Gardner, W. R. (1960). *Water movement in soil*. Wash. State Univ., Pullman.

Gasto, J. M., Grifoll, J. & Cohen, Y. (2002). Estimation of internodal permeabilities for numerical simulation of unsaturated flows, *Water Resour. Res.* 38, 1326-1336.

Ghanbarian-Alavijeh, B., Liaghat, A., Huang Guan-Hua & Van Genuchten, M. TH. (2010). Estimation of the Van Genuchten soil water retention properties from soil Textural Data. *Pedosphere*, 20 (4), 456-465.

Gimenez, D., Perfect, E., Rawls, W.J. & Pachepsky, Y. (1997). Fractal models for predicting soil hydraulic properties. a review. *Engineering Geology*, 48(3), 161-183.

- Green, W.H., & Ampt, G.Q. (1911). Studies on soil physics. I. The flow of air and water through soils. *J. Agric. Sci.*, 4, 1-24.
- Green, R.E. & Corey, J.C. (1971). Calculation of Hydraulic Conductivity: a Further Evaluation of some Predictive Methods. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, (35), 3-8.
- Gupta, S.C. & Larson, W.E. (1979). Estimating soil water retention from particle size distribution, organic matter percent and bulk density. *Water Resour. Res.*, 15, 1633-1635.

H

- Hamblin, A.P. (1981). Filter paper method for routine measurement of field water potential, *J. Hydrol.*, 53, 355-360.
- Hanks, R. J., & Ashcroft, G. L. (1980). *Applied soil physics*. Springer. Verlag, Berlin.
- Haverkamp, R., Vauclin, M., Touma, J., Wierenga, P.J. & Vachaud, G. (1977). Comparison of numerical simulation models for one-dimensional infiltration. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 41, 285-294.
- Haverkamp, R. & Vauclin, M. (1979). A note on estimating finite difference interblock hydraulic conductivity value for transient unsaturated flow problems. *Water Resour. Res.* 15, 181-187.
- Haverkamp, R. & Parlange, J-Y. (1986). Predicting the water retention curve from particle size distribution. I. Sandy soils without organic matter. *Soil Sci.*, 142, 325-335.
- Hillel, D. & Gardner, W.R. (1970). Transient infiltration into crust topped profiles. *Soil Science.*, 109, 69-76
- Hillel, D., (1988). *L'eau et le sol: principes et processus physiques*. Ed. Vander, Bruxelles, 288.
- Hillel, D. (1998a). Flow of water in unsaturated soil. *Environmental Soil Physics*. Academic Press., 203-241.
- Hillel, D. (1998c). Flow of water in unsaturated soil. *Environmental Soil Physics*. Academic Press., 173-201.
- Hills, R. J., Porro, I., Hidson, D. B., & Wierenga, P. J. (1989). Modelling one dimensional infiltration into very dry soils. 1. Model development and evaluation. *Water Resour. Res.*, 25, N°6, 1259-1269.
- Hong, Yang et al. (2004). Environmental-Economic Interaction and Forces of Migration. In *Environmental Change And Its Implications for Population Migration*, edited by J.D Unruh, M. S. Krol, and N. Eliot, 267-288. Dordrecht: Kluwer.
- Hopmans, J.W. & Dane, J.H. (1986). Temperature dependence of soil water retention curves. *Soil Science Society of America Journal*, 50, 562-567.
- Hornung, U. & Messing, W. (1983). Truncation errors in the numerical solution of horizontal diffusion in saturated/unsaturated media. *Adv. Water Resour.* 6, 165-168.
- Horton, R.E. (1933). The role of infiltration in the hydrologic cycle. *Trans. Amer. Geophys. Un.* 14, 446-460.
- Horton, R.E. (1940). An approach toward a physical interpretation of infiltration capacity. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 5, 339-417.
- Houston, S.L., Houston, W.N. & Wagner, A. (1994). Laboratory filter paper suction measurements. *Geotechnical Testing Journal*, 17(2), 185-194.

I

- Irmay S. (1954). On the Hydraulic conductivity of Unsaturated Soils. *Trans. Amer. Geophys. Union*, (35), 463-468.

J

- Jacobsen, O.H. & Schjonning, P. (1993). Field evaluation of time domain reflectometry for soil water measurements. *J. of Hydrology*, 151, 159-172.
- Ju, S. H. & Kung, K. J. S. (1997). Mass types, element orders and solution schemes for the Richards equation. *Computers and Geosciences*, 23 (2), 175-87.

K

- Karthikeyan, M., Tan, T.-S. & Phoon, K.-K. (2001). Numerical oscillation in seepage analysis of unsaturated soils, *Canadian Geotechnical Journal*, 38, 639–651.
- Karube, D. & Kawai, K. (2001). The role of pore water in the mechanical behavior of unsaturated soils. *Geotechnical and Geological Engineering*, 19, 211–241.
- Kawai, K., Karube, D. & Kato, S. (2000). The model of water retention curve considering effect of void ratio. 329–334, Rotterdam, *Unsaturated soil for Asia*, Balkema.
- Kirkham, D. & Feng, C.L. (1949). Some tests of diffusion theory and laws of capillary flow in soils. *Soil Sci.*, 67, 29–40.
- Klute, A. (1952). A numerical method for solving the flow equation for water in unsaturated material. *Soil Sci.*, 86, 251–253.
- Klute, A. (1965a). Laboratory measurement of hydraulic conductivity of unsaturated soil. *Methods of soils analysis*, Monographie 9, Society of agronomy, Madison, Wisconsin, 253–261.
- Klute, A. (1965b). Water capacity. *Methods of soils analysis*, *Methods of soils analysis*, Monographie 9, Society of agronomy, Madison, Wisconsin, 273–278.
- Kool, J.B. & Parker, J.C. (1987). Development and evaluation of closed-form expressions for hysteretic soil hydraulic properties. *Water Resour. Res.* 23 (1), 105–114.
- Kool, J.B. & van Genuchten, M, Th. (1991). Hydrus, One dimensional variably saturated flow and transport model including hysteresis and root water uptake. Research report 124, US Salinity Laboratory, USDA, ARS, Riverside, CA.
- Kovács, C. (1981). *Seepage hydraulics*. Elsevier Science Publishers, Amsterdam. The Netherlands.
- Kozeny J. (1927). Über Kapillare des Wassers im Boden. *Zitzungsber. Akad. Wiss., Wien*, 136, 760–765.
- Kunze, R.J., Uehara, G. & Graham, K. (1968). Important Factors in the Calculation of the Hydraulic Conductivity. *Soil Sei. Soc. Am. Proc.*, (32), 760–765.

L

- Laloui, L., Moreni, M. & Vulliet, L. (2003). Comportement d'un pieu bi-fonction, fondation et échangeur de chaleur. *Canadian Geotechnical Journal*, 40, 388–402.
- Lehmann, F. (1996). Hydrodynamique en milieux poreux hétérogènes non saturés: identification des paramètres par approche inverse. Thèse de doctorat, université Louis Pasteur, Strasbourg, France
- Lenhard, R.J., Parker, J.C. & Mishra, S. (1989). On the correspondence between Brooks–Corey and van Genchten models, *J. Irrig. Drain. E.*, 115, 744–751.
- Leong, E., He, L. & Rahardjo, H. (2002). Factors affecting the Filter Paper Method for total and matric suction measurements. *Geotechnical Testing Journal*, 25(3), 322–333.
- Lewis, M.R. & Milne, W.E. (1938). Analysis of border irrigation. *Agric. Eng.*, Vol 19, 267–272
- Liu, H.H. & Dane, J.H. (1993). Reconciliation between measured and theoretical temperature effects on soil water retention curves. *Soil Science Society of America Journal*, 57, 1202–1207. 1993.
- Liu, L.X., Hsiang, T. (1994). Bioassays for Benomyl Adsorption and Persistence in Soil. *Soil Biology and Biochemistry* 26, 317–324.

M

- Manzini, G. & Ferraris, S. (2004). Mass-conservative finite volume methods on 2-D unstructured grids for the Richards' equation, *Adv. in Water Resour.*, Vol. 27 (12), 1199–1215.
- Marshall, T.J., & Stirk, G.B. (1949). Pressure potential of water moving downward into soil. *Soil Sci.*, 68, 359–370.
- Marshall, T.j. (1958). A relation between permeability and size distribution of pores. *J. Soil Sci.*, (9), 1–8.
- Masroufi F. (1996). Comportement hydro-mécanique des sols polyphasiques. Mémoire d'Habilitation à Diriger des Recherches, INPL, Nancy, 144.

- Mbagwu, J. (1994). Soil physical properties influencing the fitting parameters in Philip and Kostikov infiltration models. Technical Report IC/94/97. International Atomic Energy Agency and United Nations Educational Scientific and Cultural Organisation.
- McKeen, R.G. (1980). Field studies of airport pavements on expansive clay. Proc. 4th Int. Co& Expansive Soils, 1, 242-261.
- Miller, R.O. & Richard, F. (1952). Hydraulic gradients during infiltration in soils. Proc. Soil. Sci. Soc. Amer., 16, 33-38.
- Milly, P. C. D., (1985). A mass-conservative procedure for time-stepping in models of unsaturated flow. Adv. in Water Resour., 8, 32-36.
- Moore, R.E. (1939). Water conduction from shallow water table. Hilgardia, 12, 383-401.
- Mualem, Y. (1976). A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. Water Resour. Res., 12, 513- 522. 296.
- Mualem, Y. & Degan, G. (1978). Hydraulic conductivity of soils: unified approach to the statistical models. Soil Sci. Soc. Am. J. (42), 392-395.
- Mualem Y. (1986). Hydraulic Conductivity of Unsaturated Soils: Prediction and Formulas. Methods of Soil Analysis : Part 1 - Physical and Mineralogical Methods, Agronomy Monograph no 9, Am. Soc. of Agronomy- Soil Sci. Soc. Am., 799-823.
- Murray, E.J. (1995). Prediction of permeability of granular materials. Unbound Aggregates Roads 4, University of Nottingham, 61-70
- Musy, A. & Soutter, M. (1991). "Physique du sol". Presses polytechniques et universitaires romandes. Lausanne. Lavoisier ed. 335.

N

- Nadler, A., Dasberg, S. & Lapid, I. (1991). Time Domain Reflectometry measurements of water content and electrical conductivity of layered columns. Soil Sci. Soc. Am. J., 55, 938-943.
- Nassif, S.H. & Wilson, E.M. (1975). The influence of slope and rain intensity on runoff and infiltration. Hydrological Sciences Bulletin, 20(4), 539-553.
- Neuman, S. P. (1972). Finite element computer programs for flow in saturated-unsaturated porous media, second annual report, Rep. A10-SWC-77, Hydraul. Eng. Lab., Technion, Haifa.
- Neuman, S. P. (1973). Saturated-unsaturated seepage by finite elements. J. Hydraul., Am. Soc. Civil Eng., 99(HY12), 233-2250. (14).
- Nielsen, E., Morgan, A. V., Morgan, A., Mott, R.J. , Rutter, N.W. & Causse, C. (1986). Stratigraphy, paleoecology and glacial history of the Gillam area, Manitoba, Canadian Journal of Earth Sciences, 23, 1641-1661.
- Nimmo, J. R. & Miller, E.E. (1986). The temperature dependence of isothermal moisture vs. potential characteristic of soils. Soil Science Society of America Journal, 50, 1105-1113.
- Norum, D.I. & Gray, D.M. (1964). Unlined mole lines for irrigation. Unpublished paper presented to Amer. Soc. Agri. Engr. Mt., Fort Collins, Colo.

O

- Oades, J.M. (1993). The role of biology in the formation, stabilization and degradation of soil structure. Geoderma, 56, 377-400.
- Olchitsky, E. (2002). Couplage hydromécanique et perméabilité d'une argile gonflante non saturée sous sollicitations hydriques et thermiques. Thèse de doctorat, École Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, France .

P

- Pan, L., Warrick, A. W. & Wierenga, P. J. (1996). Finite element methods for modelling water flow in variably saturated porous media. Numerical oscillation and mass-distributed schemes. *Water Resour. Res.*, 32 (6), 1883-1889.
- Parlange, J. Y. (1972). Theory of water movement in soils, 6, effect of water depth over soil. *Soil Sci.*, 113 (14), 308-312.
- Parcevaux, P. (1980). Étude microscopique et macroscopique du gonflement de sols argileux. PhD thesis. École Nationale Supérieure des Mines de Paris.
- Peck, A.J. (1960). Change of moisture tension with temperature and air pressure : theoretical. *Soil Science*, 89, 303-310.
- Philip, J.R. (1954). Numerical solution of equations of diffusion type with diffusivity concentration-dependent. *Trans. Faraday Soc.* 51, 885-892.
- Philip, J. R. & De Vries, D.A. (1957). Moisture movement in porous materials under temperature gradient. *AGU Transaction*, 38, 222-232.
- Philip, J.R. (1957e) The theory infiltration 5: the influence of initial moisture content. *Soil Sci.*, Vol 84, 329-339.
- Philip, J.R. (1957 f). The theory infiltration 6: effect of water depth over soil. *Soil Sci.*, Vol 84, 278-286.
- Philip, J.R., (1960). General method of exact solution of the concentration-dependent diffusion equation. *Australian J. Phys.* 13, 1-12
- Philip, J. R. (1969). Theory of infiltration. *Adv. Hydrosience*, 5, 215-305.
- Phoon, K. K., Tan, T. S. & Chong, P. C. (2007). Numerical simulation of Richards equation under-relaxation and mass balance. *Geotech. Geol. Eng* 25, 525- 541.
- Four, M. A., Soshtari, M. M. & Adib, A. (2011). Numerical solution of Richards equation by using finite volume method. *World Appl. Sci. J.*, 14 (12), 1838-1842.
- Power, K.C., Vanapalli, S.K. & Garga, V.K. (2008). A revised contact filter method. *Geotechnical Testing Journal*, 31(6), 461-468.
- Purcell W.R. (1949). Capillary Pressures- their Measurement Using Mercury and the Calculation of permeability there from. *Pet. Trans. Am. Inst. Min., Metall. Pet. Eng.*, (186), 154-162.

R

- Raats, P. A. C., Zhang, Z. F., Ward, A. L. & Gee, G. (2004). The relative connectivity-tortuosity tensor for conduction of water in anisotropic unsaturated soils, *Vadose Zone Journal*, 3 (4), 1471-1478.
- Rathfelder, K. & Abriola, L.M. (1994). Mass conservative numerical solutions of the head based Richards equation. *Water Resour. Res.*, 30, N°9, 2579-2586.
- Rees, I., Masters, I., Malan, A. G. & Lewis, R. W. (2004). An edge-based finite volume scheme for saturated-unsaturated groundwater flow. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193 (42-44), 4741-4759.
- Richards, L. A., (1931). Capillary conductivity of liquids through porous medium. *Physics*, 1, 206-209.
- Ridley, A. M. Dineen, K. Burland, J.B. & Vaughan, P.R. (2003). Soil matrix suction: some examples of its measurement and application in geotechnical engineering. *Géotechnique* 53 (2), 241-253.
- Rijtema, P.E. (1965). An analysis of actual evapotranspiration. Thesis Wageningen. V.L.O. 659, Pudoc, Wageningen.
- Rogowski, A.S. (1971). Watershed physics. Model of the soil moisture characteristics. *Water Resources Research*, 7(6), 1575-1582.
- Rogowski, A.S. (1972). Estimation of soil moisture characteristic and hydraulic conductivity. Comparison of models. *Soil Science*, 114(6), 423-429.
- Rolland, S., (2002). Transfert hydrique dans les sols argileux gonflants: influence du confinement. Thèse de l'INPL. Nancy.

- Romano, N., Brunone, B. & Santini, A. (1998). Numerical analysis of one-dimensional unsaturated flow in layered soils, *Adv. Water Resour.* 21, 315–324.
- Romero, E., Gens, A. & Lloret, A. (2001). Temperature effect on the hydraulic behaviour of an unsaturated clay. *Geotechnical and Geological Engineering*, 19, 311–332.
- Romero, E. & Vaunat, J. (2000). Retentions curves of deformable clays. Experimental evidence and theoretical approaches in unsaturated soils. *Balkema*,
- Rooij G.H., (2000). Modelling fingered flow of water in soils owing to wetting front instability: a review. *Journal of hydrology.*, 231–232. 277–294.
- Ross, P. J. (1990). Efficient numerical methods of infiltration using Richards' equation. *Water Resour. Res.* 26 (2), 279–290
- Ross, P. J. & Parlange, J. Y. (1994). Comparing exact solutions of Richards's equation for one dimensional infiltration and drainage. *Soil Sci.*, 157, 341–344.
- Rossi, L. (2000). A high order lagrangian scheme for flow through unsaturated porous media. *Contemporary Mathematics*, 295, 1–12.
- Roth, C.H., Malicki, M.A. & Plagge, R., (1992). Empirical evaluation of the relationship between soil dielectric constant and volumetric water content as a basis for calibrating soil moisture measurement, *J. Soil Sci.*, 43, 1–13.
- Ruiz, T., (1998). *Éléments de modélisation et contribution expérimentale à l'étude du transport réactif dans un sol non saturé.* Thèse de doctorat, Université Montpellier 2, France.
- Russo, D. (1988). Determining soil hydraulic properties by parameter estimation. On the selection of a model for the hydraulic properties, *Water Resources Research*, 24, 453–459

S

- Saix, C. (1987). *Contribution à l'étude des sols non saturés en température. Application à l'exploitation thermique du sous-sol.* Thèse de doctorat, Université Montpellier 2, France.
- Salager, S. Jamin, F., El Youssoufi, M.S & Saix, C. (2006). Influence de la température sur la courbe de rétention d'eau. *C. R. Mécanique*, 334, 393–398.
- Salager, S., (2007). *Etude de la rétention d'eau et de la consolidation des sols dans un cadre thermo-hydro-mécanique.* Thèse de Doctorat. Université de Montpellier 2.
- Scott, P. S., Farquhar, G.J. & Kouwen, N. (1983). Hysteresis effects on net infiltration. *Advances in Infiltration*, *Am. Soc. Agri. Eng.*, 163–170,
- She, H.Y. & Sleep, B. (1998). The effect of temperature on capillary pressure-saturation relationships for air-water and tetrachloroethylene-water systems. *Water Resources Research*, 34, 2587–2597.
- Sillers, W. (1996). *The mathematical representation of the soil-water characteristic curve.* M.Sc. thesis, University of Saskatchewan, Sask, Canada.
- Šimůnek, J., Vogel, T. & van Genuchten, M, TH. (1992). The SWMS_2D code for simulating water flow and solute in two-dimensional variably saturated media. U.S. Salinity Lab., Riverside, CA. Research Report n°126, 169.
- Šimůnek, J., Šejna, M., Saito, H., Sakai, M. & van Genuchten, M. TH. (2004). *Software Package for Simulating the One-Dimensional Movement of Water, Heat, and Multiple Solutes in Variably-Saturated Media.* The Hydrus 1-D. Version 4.
- Soilmoisture (1990). *Trase system 1. Operating instruction.* Soilmoisture Equipment Corp. Santa Barbara. CA

T

- Tabani, P. (1999). *Transfert hydrique dans des sols déformables.* Thèse de l'INPL. Page .173.
- Talsma, T. (1969). In situ measurements of sorptivity. *Aust. J. Soil Res.*, 7, 269–276.
- Tang, A.M. (2005). *Effet de la température sur le comportement des barrières de confinement.* Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, France.

- Taylor, S. & Heuser, N.C. (1953). Water entry and downward movement in undisturbed soil cores. *Proc. Soil Sci. Soc. Amer.*, 17, 195–201.
- Tinjum, J.M., Benson, C.H. & Blotz, L.R. (1997). Soil water characteristic curves for compacted clays. *J. Geotech. Geoenviron.*, 123, 1060–1069.
- Topp, G.C., & Miller, E.E. (1966). Hysteresis moisture characteristics and hydraulic conductivities for glass-bead media. *Soil Sc. Amer. Proc.*, 30, 156–162
- Topp, G.C., Davis, J.L. & Annan, A.P. (1980). Electromagnetic determination of soil water content: Measurements in coaxial transmission lines. *Water Resources Research*, vol. 16, n° 3, 574–582.
- Topp, G.C. & Davis, J.L. (1985). Measurement of soil water content using TDR: A field evaluation. *Soil Sci. Soc. Amer. J.*, 49, 19–24.
- Travaš, V. & Lanča, I. (2012). Numerical model of water infiltration into unsaturated medium. *Gradevinar* 10, 797–804.

V

- Vachaud, G. (1968). Contribution à l'étude des problèmes d'écoulements en milieux poreux non saturés. Thèse de doctorat. Faculté des sciences de l'université de Grenoble, 159.
- Vachaud, Gaudet & Kuraz (1974). Air and water during ponded infiltration in a vertical bounded column of soil. *J. of Hydrology*. 22, 89–108.
- Vanclouster, M. & Biielders, C. (2004). Hydrodynamique des sols- GERU- Syllabus du cours. Université catholique de Louvain.
- van Dam, J. C. & Feddes, R. A. (2000). Numerical simulation of infiltration, evaporation and shallow groundwater levels with Richards's equation. *J. Hyd.*, 233, 72–85.
- van Genuchten, M. TH. (1980). A closed form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Sci. Am. J.*, 44, 892–898.
- van Genuchten, M. TH. (1982). A comparison of numerical solution of one-dimensional unsaturated-saturated flow and transport equation. *Adv. Water Resour.* 5, 47–55.
- van Genuchten, M. TH., Leij, F. J. & Yates, S. R. (1991). The RETC Code for Quantifying the Hydraulic Functions of Unsaturated Soils. Report NO. EPA/600/2-91/065, R. S. Kerr. Environ. Res. Laboratory, US Environmental Protection Agency, Ada, Oklahoma, p.85.
- Vauclin, M. (1971). Effets dynamiques sur la relation succion-teneur en eau lors d'écoulements en milieu non saturé, Thèse de Doctorat. Université scientifique et médicale de Grenoble. Grenoble, France
- Verbrugge, J.C. (1978). Emploi d'une méthode psychrométrique dans des essais triaxiaux sur un limon remanié non saturé. *Can. Geotech. J.*, 15, 501–509.
- Vogel, T., van Genuchten, M. TH. & Cislérova, M. (2001). Effect of the shape of the soil hydraulic function near saturation on variably-saturated flow predictions. *Adv. In Water Resour.*, 24, 133–144.

W

- Warrik, A. W., Isles, A. & Lomen, D. O. (1991). An analytical solution to Richards's equation for time varying infiltration. *Water Resour. Res.*, 27, 763–766.
- White, I. & Sully, M. J. (1987). Macroscopic and microscopic capillary length and time scales from field infiltration. *Water Resources Research*. 23, 1514–1522.
- Wind, G.P. (1955). Field experiment concerning capillary rise of moisture in heavy clay soil. *Neth. J. Agrical. Sci.* (3), 60–69.
- Wissmeier, L. & Barry, D.A. (2008). Reactive transport in unsaturated soil: Comprehensive modelling of the dynamic spatial and temporel mass balance of water and chemical components. *Adv. Water Resour.*, 31, 858–875.
- Wooding, R.A. (1968). Steady infiltration from a shallow circular pond. *Water Resour. Res.*, 4, 1259–1273.

Wyllie, M.R.J. & Gardner, G.H.F. (1958). The Generalized Kozeny–Carman Equation. A novel Approach to Problems of Fluid Flow. *World Oil Prod. Sect.*, (146), 210–228.

Y

Yao, T., & Hendrickx, J. M. H. (1996). Stability of wetting fronts in homogeneous soils under low infiltration rates. *Soil Science Society of America Journal* 60, 20–28.

Yuster S.T. (1951). Theoretical Considerations of Multiphase Flow in Idealized Capillary Systems. *Proc. 3rd World Pet. Congr.*, (2), 437–445

Z

Zaidel, J. & Russo, D. (1992). Estimation of finite difference interblock conductivities for simulation of infiltration into initially dry soils. *Water Resour. Res.* 28, 2285–2295.

Zhou, J., & Yu, J.L. (2004). Influences affecting the soil–water characteristic curve. *Journal of Zhejiang University Sciences*, 6A (8), 797–804. 2004.

Zienkiewics, O. C. & Parekh, C. J. (1970). Transient field problems. two–dimensional and three–dimensional analysis by iso–parametric finite element. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 2, 61–71.

Zoltnik, V.A., Wang, T., Nieber, J. L. & Simunek, J. (2007). Verification of numerical solution of Richards equation using traveling wave solution. *Adv. In Water Resour.*, 30, 1973–1980.

Zur, B. (1966). Osmotic control the matrix soil water potential. *Soil Science* 102, 394–398.

Annexes

Annexe A

Annexe B

Annexe C

A.2. Introduction de la condition de succion imposée à la limite inférieure

La condition de succion imposée h_{inf} à la limite inférieure est exprimée par:

A.2.1 Pour la forme capacitive:

$$h_{Np+1}^n = h_{inf}^n \quad \text{pour } z = 0 \quad \text{et } t \geq 0 \quad (A.1)$$

L'expression de la dernière ligne $m=Np$ de l'équation (III.26) écrite sous la forme discrétisée au temps n suivant le schéma implicite pour un pas d'espace ΔZ et un pas de temps ΔT , se présente comme suit:

$$\begin{aligned} & (-K_{Np-1}^n - S_{Np}^n) h_{Np-1}^n + \left({}^* C_{Np}^n \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + K_{Np-1}^n + K_{Np}^n \right) h_{Np}^n + (-K_{Np}^n + S_{Np}^n) h_{inf}^n = {}^* C_{Np}^{n-1} \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} h_{Np}^{n-1} \\ \Rightarrow & (-K_{Np-1}^n - S_{Np}^n) h_{Np-1}^n + \left({}^* C_{Np}^n \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + K_{Np-1}^n + K_{Np}^n \right) h_{Np}^n = {}^* C_{Np}^{n-1} \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} h_{Np}^{n-1} + (K_{Np}^n - S_{Np}^n) h_{inf}^n \end{aligned} \quad (A.2 \text{ a,b})$$

Les coefficients de la dernière ligne du système matriciel (III.3) sont exprimés alors par:

$$\begin{cases} \alpha_{Np}^n = (-K_{Np-1}^n - S_{Np}^n) \\ \beta_{Np}^n = \left(\frac{\Delta Z^2}{\Delta T} {}^* C_{Np}^n + K_{Np-1}^n + K_{Np}^n \right) \\ B_{Np} = {}^* C_{Np}^{n-1} \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} h_{Np}^{n-1} + (K_{Np}^n - S_{Np}^n) h_{inf}^n \end{cases} \quad (A.3)$$

A.2.2 Pour la forme diffusive:

$$\theta_{Np+1}^n = \theta_{inf}^n = f(h_{inf}^n) \quad \text{pour } z = 0 \quad \text{et } t \geq 0 \quad (A.4)$$

Avec f : fonction de la courbe de rétention selon le modèle empirique

L'expression de la dernière ligne $m=Np$ de l'équation (III.10b) écrite sous la forme discrétisée au temps n suivant le schéma implicite, pour un pas d'espace ΔZ et un pas de temps ΔT , se présente comme suit:

$$\begin{aligned}
& \left(-D_{Np-1}^n - E_{Np}^n\right)\theta_{Np-1}^n + \left(\frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + D_{Np-1}^n + D_{Np}^n\right)\theta_{Np}^n + \left(-D_{Np}^n + E_{Np}^n\right)\theta_{inf}^n = \frac{\Delta Z^2}{\Delta T}\theta_{Np}^{n-1} \\
& \Rightarrow \\
& \left(-D_{Np-1}^n - E_{Np}^n\right)\theta_{Np-1}^n + \left(\frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + D_{Np-1}^n + D_{Np}^n\right)\theta_{Np}^n = \frac{\Delta Z^2}{\Delta T}\theta_{Np}^{n-1} + \left(D_{Np}^n - E_{Np}^n\right)\theta_{inf}^n
\end{aligned} \tag{A.5.a.b}$$

Dans ce cas, les coefficients de la dernière ligne du système matriciel (III.3) seront exprimés par:

$$\begin{cases}
\alpha_{Np}^n = \left(-D_{Np-1}^n - E_{Np}^n\right) \\
\beta_{Np}^n = \left(\frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + D_{Np-1}^n + D_{Np}^n\right) \\
B_{Np} = \frac{\Delta Z^2}{\Delta T}\theta_{Np}^{n-1} + \left(D_{Np}^n - E_{Np}^n\right)\theta_{imp}^n
\end{cases} \tag{A.6}$$

Annexe B

B.1. Ajustement des paramètres des modèles empiriques par le logiciel Curve Expert

Le logiciel Curve Expert_1.3 est un système d'ajustement de courbe exhaustive pour Windows. Il emploie un grand nombre de modèles de régression (à la fois linéaires et non linéaires), ainsi que des différents schémas d'interpolation pour représenter les données de la manière la plus précise et pratique. En outre, l'utilisateur peut définir un modèle personnalisé désiré pour une utilisation dans une analyse de régression.

Dans CurveExpert les modèles de régression non linéaire sont de toutes formes et tailles (Exponential Family, Power Family, Yield-Density Models, Sigmoidal Family, Miscellaneous Family). Aussi, si le modèle désiré n'est pas intégré à CurveExpert, l'utilisateur peut définir son propre modèle en utilisant l'option "*user defined model*". Le modèle peut contenir jusqu'à 11 coefficient à définir, noté par des lettres commençant de la lettre a et suivant l'ordre des alphabets selon l'ordre de leur apparition. Exemple, si on veut définir le modèle de la courbe de rétention de van Genuchten définit par:

$$\theta = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) [1 + (\alpha h)^n]^{-m}$$

Si on connaît les valeurs de θ_r et θ_s (exp: $\theta_r = 0.05$ et $\theta_s = 0.4$) et on cherche à définir α , n et m dans Curve Expert, et en utilisant l'option "*user defined model*" le modèle sera défini comme suit:

$$y = 0.05 + (0.4 - 0.05) / (1 + (\alpha * x)^n)^m$$

avec : $y = \theta$, $x = h$, $a = \alpha$, $b = n$ et $c = m$

pour h exprimé en pF, on obtient:

$$y = 0.05 + (0.4 - 0.05) / (1 + (\alpha * 10^x)^n)^m$$

Comme tout algorithme de régression non linéaire, Curve Expert nécessite des estimations initiales pour commencer la recherche des paramètres de régression optimales, il fournit une vue graphique dynamique qui s'adapte à chaque fois que les paramètres initiaux sont ajustés. Ce qui permet de régler les paramètres initiaux dans une telle manière que la courbe est assez proche des points de données.

A la fin de la régression, Curve Expert permet d'obtenir un graphe des points ajustés et de la courbe ajustée, il permet aussi d'obtenir:

- Les valeurs des coefficients de l'équation ou du modèle
- Le coefficient de corrélation r variant entre 0 et 1, avec un coefficient égal à 1 signifie un meilleur coefficient

- l'erreur type S, L'erreur-type sera strictement positif, avec un écart type plus petit représentant le meilleur ajustement de la courbe.
- La matrice de covariance donne plus d'informations sur la relation entre les paramètres du modèle et leurs incertitudes.
- Le tracé des résidus représente graphiquement la différence entre les points de données et le modèle évalué au niveau des points de données.

En utilisant Curve Expert nous avons défini les paramètres des modèles empiriques, à savoir celui de van Genuchten-Mualem et Brooks & Corey, par ajustement des points expérimentaux de la teneur en eau volumique et de la succion (définie en pF) pour les sols suivants: argile du Gault, limon de Givors, sable argileux et alluvions de chassieux.

B.1.1. Courbe de rétention de l'argile du Gault

a) Modèle de van Genuchten-Mualem

$$\theta = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) [1 + (a h)^n]^{-m}$$

User-Defined Model: $y=0.125+(0.365-0.125)/(1+(a*10^x)^b)^{(1-1/b)}$

Coefficient Data:

$$a = 1.97604627077E-003,$$

$$b = 1.16371817260E+000$$

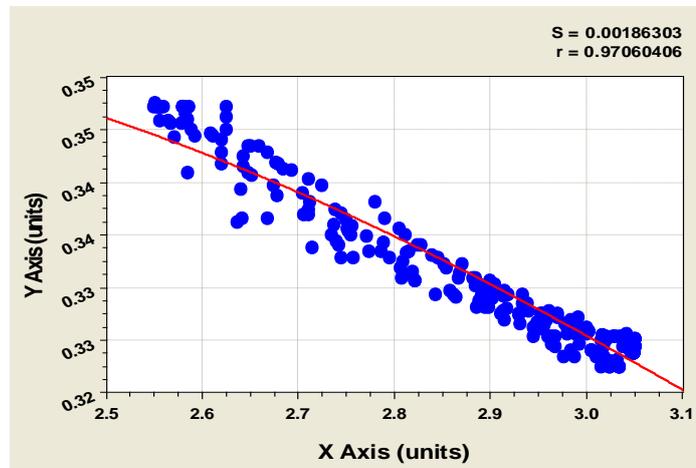


Figure B.1 Courbe de rétention mesurée et ajustée par le modèle de VG-M de l'argile du Gault.

b) Modèle de Brooks & Corey

$$\theta = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \left(\frac{h_{ae}}{h} \right)^N$$

User-Defined Model: $y=0.125+(0.365-0.125)*(10^a/10^x)^b$

Coefficient Data: $a = 2.28250742087E+000,$

$$b = 9.98257872094E-002$$

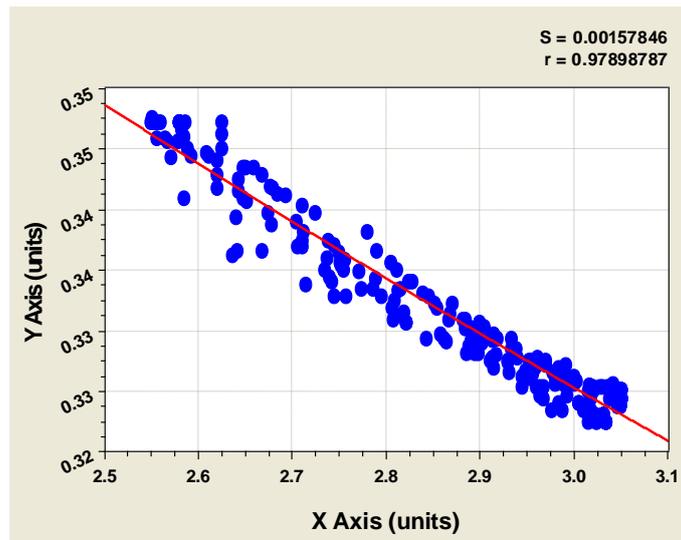


Figure B.2 Courbe de rétention mesurée et ajustée par le modèle de B&C de l'argile du Gault.

B .1.2. Courbe de rétention de limon de Givors

a) Modèle de van Genuchten-Mualem

User-Defined Model: $y=0.025+(0.355-0.025)/(1+(a*10^x)^b)^{(1-1/b)}$

Coefficient Data: $a = 2.98704916088E-003$,

$b = 1.28452636888E+000$

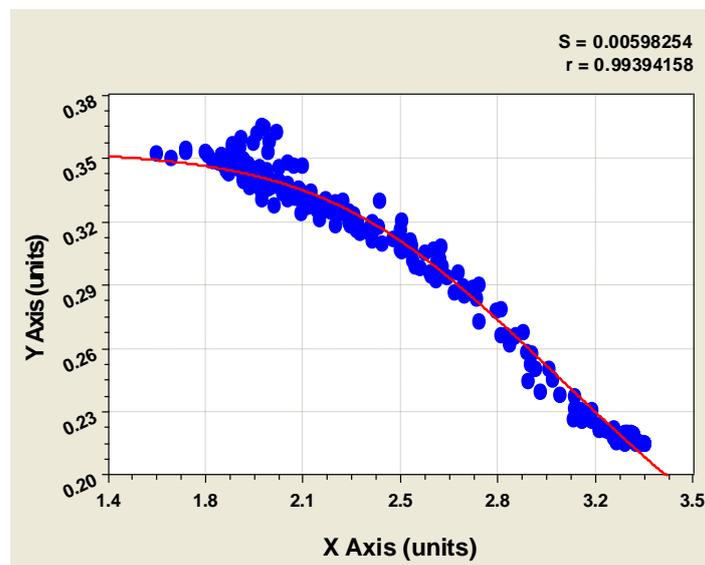


Figure B.3 Courbe de rétention mesurée et ajustée par le modèle de VG-M du limon de Givors.

b) Modèle de Brooks & Corey

User-Defined Model: $y=0.025+(0.355-0.025)*(10^a/10^x)^b$

Coefficient Data: $a = 1.88932686239E+000$,

$b = 1.49850398626E-001$

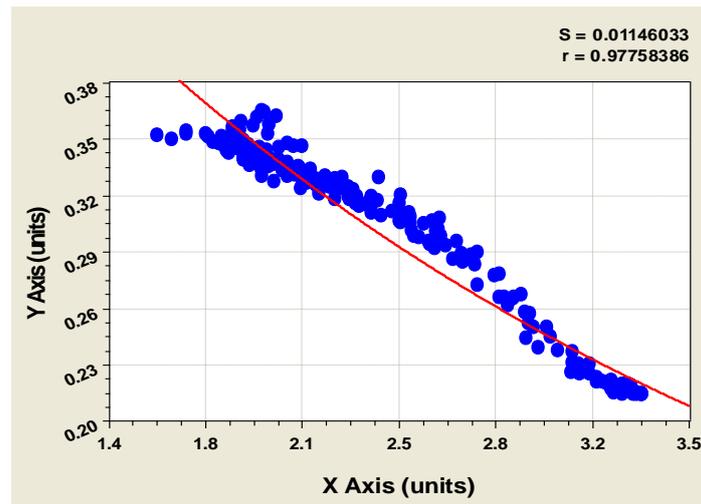


Figure B.4 Courbe de rétention mesurée et ajustée par le modèle de B&C du limon de Givors.

B .1.3. Courbe de rétention de Sable argileux

a) Modèle de van Genuchten-Mualem

User-Defined Model: $y=0.024+(0.35-0.024)/(1+(a*10^x)^b)^{(1-1/b)}$

Coefficient Data: $a = 1.50622847571E-002$

$b = 1.38575831082E+000$

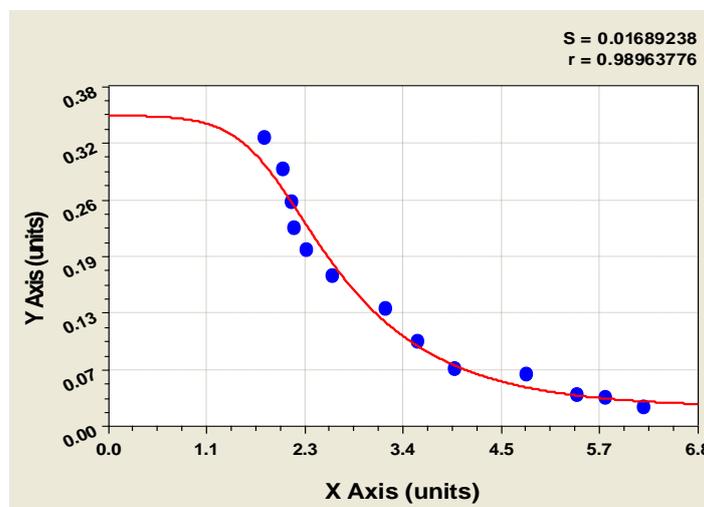


Figure B.5 Courbe de rétention mesurée et ajustée par le modèle de VG-M du sable argileux.

b) Modèle de Brooks & Corey

User-Defined Model: $y=0.024+(0.35-0.024)*(10^a/10^x)^b$

Coefficient Data: $a = 5.13059584668E-001$

$b = 1.54037627456E-001$

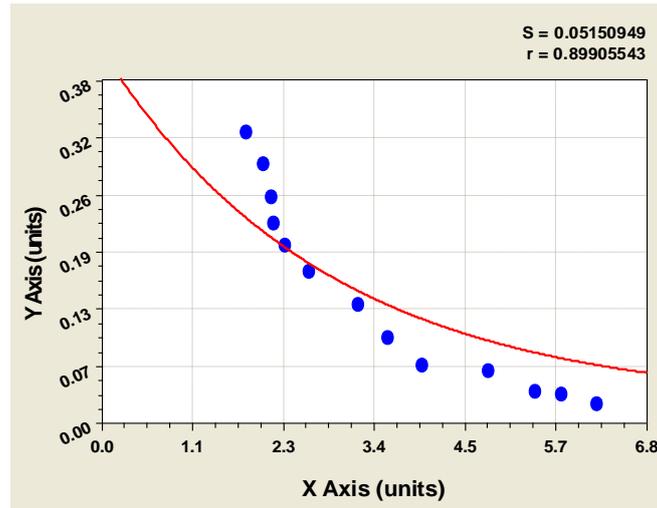


Figure B.6. Courbe de rétention mesurée et ajustée par le modèle de B&C du sable argileux.

B .1.4. Alluvions de chassieux

a) Modèle de van Genuchten-Mualem

User-Defined Model: $y=0.0085+(0.288-0.0085)/(1+(a*10^x)^b)^{(1-1/b)}$

Coefficient Data: $a = 1.55239064192E-002$

$b = 1.41256140841E+000$

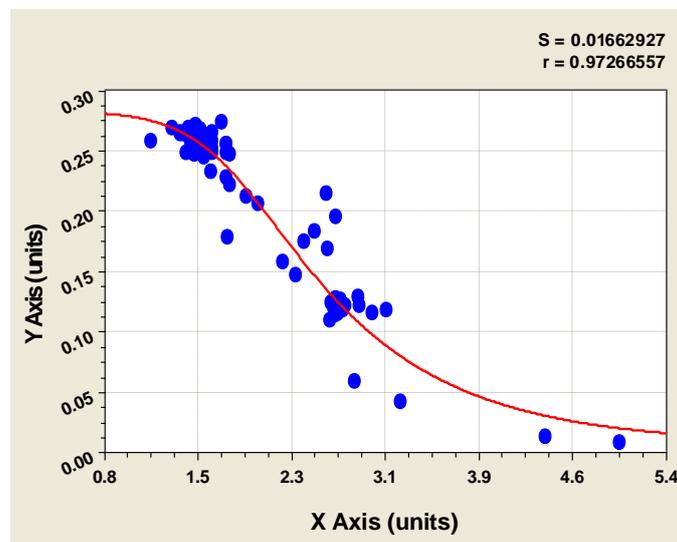


Figure B.7 Courbe de rétention mesurée et ajustée par le modèle de VG-M des alluvions de Chassieux

b) Modèle de Brooks & Corey

User-Defined Model: $y=0.0085+(0.288-0.0085)*(10^a/10^x)^b$

Coefficient Data: $a = 1.36258278868E+000$

$b = 2.71847321771E-001$

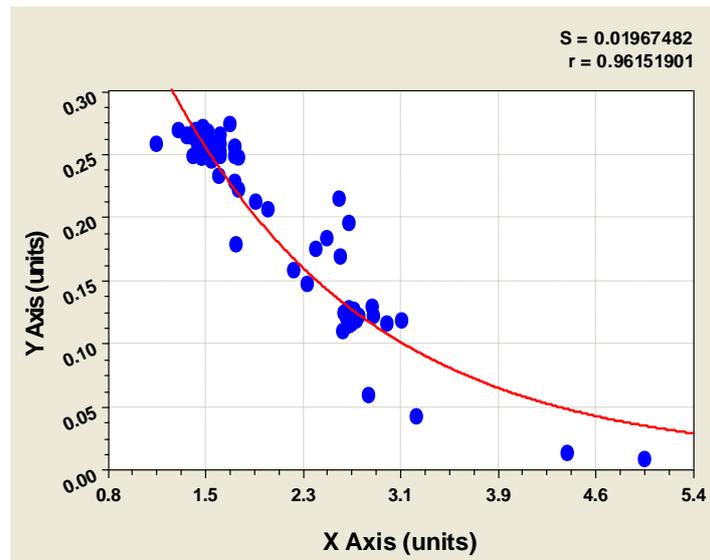


Figure B.8. Courbe de rétention mesurée et ajustée par le modèle de B&C des alluvions de Chassieux

B.2. Ajustement des paramètres des modèles empiriques par RETC

Le code RETC version 6.02 quantifie les fonctions hydrauliques des sols non saturés, il est élaboré par M. Th. van Genuchten, J. Simunek, F.J Leij et M sejna. RETC, il utilise l'approche d'optimisation des moindres carrés non linéaire pour estimer les paramètres inconnus du modèle, à partir des points de mesure de la courbe de rétention et ou de la conductivité hydraulique et de la diffusivité. Le choix des fonctions hydrauliques (courbe de rétention et conductivité hydraulique) est limité à celles intégrés dans sa base de données, comme il est présenté sur la figure B.9.

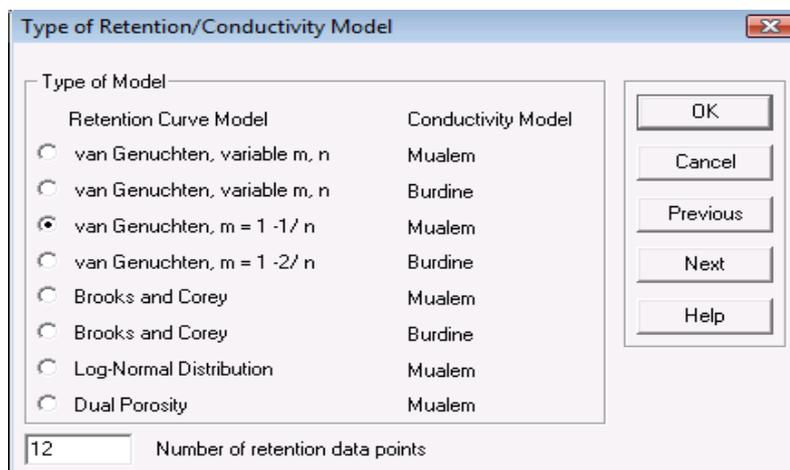


Figure B.9 Type de modèles hydrauliques intégrés dans RETC

Les tableaux B.1 et B.2 présentent respectivement les valeurs des paramètres ajustés des modèles de van Genuchten- Mualem, et Brooks & Corey; pour l'argile du Gault, le limon de Givors, le sable argileux, et les alluvions de chassieux.

Modèles	α (cm ⁻¹)	N	M	R ²
Argile du Gault	0.00197	1.164	0.141	0.9422
Limon de Givors	0.00301	1.2837	0.221	0.988
Sable argileux	0,01505	1.385	0.278	0.979
Alluvions de chassieux	0.01574	1.1416	0.8759	0.9183

Tableau B.1. Valeurs des paramètres du modèle de van Genuchten-Mualem ajustés par RETC

Modèles	h_{ae} (cm)	N	M	R ²
Argile du Gault	191.938	0.0998	2.299	0.958
Limon de Givors	111.482	0.1761	2.528	0.973
Sable argileux	48.239	0.358	3.074	0.988
Alluvions de chassieux	25.018	0.288	2.864	0.913

Tableau B.2 Valeurs des paramètres du modèle de Brooks & Corey ajustés par RETC

Annexe C

C.1. Discrétisation de l'équation de diffusion

L'équation de diffusion dans un système unidirectionnel et homogène est décrite par:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \quad (C.1)$$

où

θ = teneur en eau volumique [L^3/L^3]; D = diffusivité [L^2/T] et t = temps [T].

L'équation (C.1) écrite sous la forme discrétisée au temps n suivant le schéma implicite de la méthode des différences finies pour un pas d'espace ΔZ et un pas de temps ΔT , se présente comme suit:

$$\begin{aligned} \frac{\theta_j^i - \theta_j^{i-1}}{\Delta T} &= \left(\frac{D_{j-1}^i - D_j^i}{\Delta Z} \right) \left(\frac{\theta_{j-1}^i - \theta_{j+1}^i}{2\Delta Z} \right) + \left(\frac{D_{j-1}^i + D_j^i}{2} \right) \left(\frac{\theta_{j-1}^i - 2\theta_j^i + \theta_{j+1}^i}{\Delta Z^2} \right) \\ &+ (-D_{j-1}^i) \theta_{j-1}^i + \left(\frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + D_{j-1}^i + D_j^i \right) \theta_j^i + (-D_j^i) \theta_{j+1}^i - \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} \theta_j^{i-1} \end{aligned} \quad (C.2)$$

Où l'indice j est le nœud, et l'exposant i est le niveau du temps. La moyenne spatiale de la conductivité hydraulique K est calculée avec des moyennes arithmétiques

En écrivant cette équation pour chaque nœud à un pas de temps donné, on obtient un système de la forme (III.3) où:

$$\begin{cases} \alpha_m = (-D_{m-1}^n) \\ \beta_m = \left(\frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + D_{m-1}^n + D_m^n \right) \\ \gamma_m = (-D_m^n) \\ B_m = \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} \theta^{n-1} \\ x_m = \theta_m^n \end{cases} \quad (C.3)$$

La matrice $[A]$ obtenue à partir des coefficients (C.3) est tridiagonale ; les valeurs des coefficients de la première ligne de cette matrice et du vecteur $\{B\}$ ($\alpha_1, \beta_1, \gamma_1, B_1$) et de la dernière ligne ($\alpha_{N_p}, \beta_{N_p}, \gamma_{N_p}, B_{N_p}$) dépendent des conditions aux limites du milieu discrétisé.

C.1.1 Introduction de la condition à la limite supérieure

a) Pour une teneur en eau θ_0 imposée à la surface

La condition de teneur en eau imposée à la surface supérieure du milieu est exprimée par:

$$\theta_0 = \theta(z=H) = \theta_s^* \quad \text{pour } z=H \text{ et } t \geq 0 \quad (C.4)$$

Avec $\theta_s^* = \theta_s - \delta$: teneur en eau proche à la saturation, $\delta \ll 1$.

En introduisant cette condition dans l'équation (C.2), seule la 1^{ère} ligne de la matrice [A] et du vecteur {B} changent ; et l'expression de leurs coefficients devient :

$$\begin{cases} \beta_1^n = \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + 2D_0^n + D_1^n \\ \gamma_1^n = -D_1^n \\ B_1 = \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} \theta_1^{n-1} + 2\theta_0 (D_0^n) \end{cases} \quad (C.5)$$

b) Introduction de la condition à la limite inférieure

La condition à la limite inférieure est la condition d'un flux nul exprimé, pour la forme diffusive, par:

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} = 0 \quad \text{pour } z = 0 \text{ et } t \geq 0 \quad (C.6)$$

Ce qui conduit à :

$$\frac{\theta_{Np}^n - \theta_{Np+1}^n}{\Delta z} = 0 \Rightarrow \theta_{Np+1}^n - \theta_{Np}^n = 0 \Rightarrow \theta_{Np+1}^n = \theta_{Np}^n \quad (C.7)$$

L'expression de la dernière ligne $m=Np$ de l'équation (C.2) écrite sous la forme discrétisée au temps n suivant le schéma implicite, pour un pas d'espace ΔZ et un pas de temps ΔT , se présente comme suit:

$$\left(-D_{Np-1}^n \right) \theta_{Np-1}^n + \left(\frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + D_{Np-1}^n + D_{Np}^n \right) \theta_{Np}^n + \left(-D_{Np}^n \right) \theta_{Np+1}^n = \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} \theta_{Np}^{n-1} \quad (C.8)$$

En utilisant la condition du flux nul dans l'équation (III.19a), en remplaçant θ_{Np+1}^n par θ_{Np}^n , on aura:

$$\left(-D_{Np-1}^n \right) \theta_{Np-1}^n + \left(\frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + D_{Np-1}^n \right) \theta_{Np}^n = \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} \theta_{Np}^{n-1} \quad (C.9)$$

Dans ce cas, les coefficients de la dernière ligne du système matriciel seront exprimés par:

$$\begin{cases} \alpha_{Np}^n = (-D_{Np-1}^n) \\ \beta_{Np}^n = \left(\frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + D_{Np-1}^n \right) \\ B_{Np} = \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} \theta_{Np}^{n-1} \end{cases} \quad (C.10)$$

C.2. Présentation de la discrétisation de l'équation de diffusion

L'expression du système discrétisé pour m variant de 1 à Np et de n variant de 1 à Nt est:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + 2D_0 + D_1 & D_1 & 0 & 0 & \ggg & 0 & 0 & 0 \\ -D_1 & \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + D_1 + D_2 & -D_2 & 0 & \ggg & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -D_2 & \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + D_2 + D_3 & -D_3 & \ggg & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ggg & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ggg & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -D_{Np-2} & \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + D_{Np-2} + D_{Np-1} & -D_{Np-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -D_{Np-1} & \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} + D_{Np-1} \end{bmatrix}^n \quad (C.11)$$

$$\text{et } X = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \theta_{Np} \end{bmatrix}^n, \quad B = \frac{\Delta Z^2}{\Delta T} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \theta_{Np} \end{bmatrix}^{n-1} + \begin{bmatrix} 2\theta_0(D_0) \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}^n \quad (C.12)$$

Productions scientifiques

Publications

- Bouchemella, S.; Séridi, A. & Alimi-Ichola, I. (2015), "*Numerical simulation of water propagation in unsaturated soil: comparative study of the different forms of Richards's equation*", European Journal of Environmental and Civil Engineering, Volume 19, Issue 1, January 2015, pages 1-26 DOI:10.1080/19648189.2014.926294,
- Alimi-Ichola I, Bouchemella S. & Mahler F.C. (2013), "*Use of geophysical techniques for the localization of the restricting zones of permeability in the bottom of basin: Forecast the zones of clogging*", Geotechnical and Geophysical Site Characterization 4 – Coutinho & Mayne (eds) Taylor & Francis Group, London, p1367-1374. ISBN 978-0-415-62136-6,
- Bouchemella, S.; Alimi-Ichola, & I.Séridi, A. (2011), "*Study of the ratio of infiltration time and gravitational characteristic time action: comparison of numerical and experimental results*", Unsaturated Soils: Theory and Practice 2011, Jotisankasa, Sawangsuriya, Soralump and Mairaing (Editors). Kasetsart University, Thailand, p 767- 772. ISBN 978616-7522-77-7

Communications orales

- Bouchemella, S.; Alimi-Ichola, I. & Séridi, A. (2012), "*Simulation numérique du mouvement de l'eau dans les sols non saturés: étude comparative entre les trois formes de l'équation de Richards pour le cas d'une infiltration verticale*". 2^{ème} Colloque International des sols non saturé Unsat - 5-6 Juin 2012; Alger .Algérie.
- Bouchemella, S.; Alimi-Ichola, I. & Séridi, A. (2011), "*Study of the ratio of infiltration time and gravitational characteristic time action: comparison of numerical and experimental results*"; 5th Asia-Pacific Conference on Unsaturated Soils AP-UNSAT 2011 29-Feb to 2-Mar-2012 Pattaya Thailand.
- Bouchemella, S.; Alimi-Ichola I. & Séridi, A. (2010) , "*Simulation numérique du front d'humidité des sols non saturés*". Conférence Franco-Maghrébine en Ingénierie Géotechnique CFMIG, 9-11 Dec 2010. Tunis. Tunisie.
- Bouchemella, S. & Séridi, A. (2009). "*Détermination des propriétés hydriques d'un sol non saturé par un essai d'infiltration verticale utilisant la méthodes des papiers filtres*". Premier symposium Méditerranéen de Géo- engineering SMGE09, 20-21 Juin 2009. Alger. Algérie

Posters

- Bouchemella, S.; Séridi, A. & Alimi-Ichola, I. (2015), "*Numerical simulation of water flow in unsaturated soil*". 5^{ème} Conférence des Milieux Poreux INTERPORRE, Jun-2015. Padova, Italie,
- Bouchemella, S.; Alimi-Ichola, I. & Séridi, A; (2011), "*Numerical simulation of wetting front and moisture profile for vertical infiltration in unsaturated porous media*". 3^{ème} Conférence des Milieux Poreux INTERPORRE, 29-Mar-2011. Bordeaux, France.