الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

République Algérienne Démocratique et Populaire Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique



Thèse de Doctorat

Présentée à l'Université de Guelma

Faculté des Sciences et Sciences de l'Ingénierie

Département de : **Génie Civil** Par : **LAFIFI BRAHIM**

Modélisation numérique des glissements de terrain par la méthode des éléments finis en prenant en compte d'un critère d'instabilité matérielle

Sous la direction de : Prof. GUENFOUD Mohamed

JURY

Pro	f : BENMALEK M/Laabi	Université de Guelma	Président
Prof : DARVE Félix		INP de Grenoble, France	Examinateur
Dr	: MESSASAT Salah	Université de Skikda	Examinateur
Dr	: NOUAOURIA M/Salah	Université de Guelma	Examinateur
Dr	: BELOUAR A/Ghani	Université de Constantine	Examinateur

2009

Remerciements

Tous d'abord, je tiens à remercier Dieu clément miséricordieux de m'avoir donné la force et le courage de mener à bien ce travail de recherche.

Les travaux qui ont fait l'objet de cette thèse ont été effectués en collaboration entre le laboratoire de génie civil et d'hydraulique (LGCH) de l'université de Guelma en Algérie d'une part et laboratoire Sols, Solides, Structures et risques (L3S-R) de l'Université Joseph fourier de Grenoble en France d'autre part, dans le cadre d'une coopération franco-Algérien, que je tiens à exprimer ma reconnaissance aux responsables du programme bilatéral de coopération géré par la commission Mixte franco-algérienne (Tassili-04MDU611) et l'organisme EGIDE.

Je tiens à remercier les professeurs, Guenfoud Mohamed et Félix Darve qui ont assuré l'encadrement de cette thèse tout au long de ces années. Leurs conseils, leur disponibilité et leur enthousiasme m'ont été précieux pour mener ce travail à bien.

Je remercie sincèrement le professeur Benmalek M/Arbi qui m'a fait l'honneur de présider le jury de soutenance.

Je remercie chaleureusement les membres du jury pour avoir accepté de critiquer ce travail et leur participation au jury.

Je remercie également, les responsables, du département de génie civil, de la faculté des sciences et de l'ingénierie et de l'université de Guelma, ainsi qu'aux personnels pour leur serviabilité exemplaire.

Je tiens à remercier le Professeur Jackey Mazars, directeur du laboratoire 3S-R à Grenoble, pour m'avoir accueillie pendant mes séjours au laboratoire. Je remercie chaleureusement Monsieur Etienne Flavigny, Maître de Conférence à l'Université Joseph Fourier, pour ses aides dans les modélisations avec le code PLAXIS.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance au professeur Guenfoud Mohamed, directeur du laboratoire LGCH à l'université de Guelma, Monsieur Nouaouria M/Salah, Maître de Conférence à l'Université de Guelma, ainsi qu'à l'ensemble des personnes du

laboratoire et toutes les personnes physiques ou morales ayant contribué de façon directe ou indirecte à la réalisation de cette thèse.

Pour terminer, chaleureux remerciements à mes parents, mes frères, mes sœurs, ma femme et ma petite Randa à qui je dédie cette thèse.

Guelma, Novembre 2008

Brahim LAFIFI

Résumé

Certains types de glissements de terrain restent encore mal expliqués dans le cadre des méthodes classiques d'analyse et de modélisation des instabilités de versants. C'est le cas des glissements de terrain apparaissant sur de faibles pentes, difficilement modélisables à partir des méthodes traditionnelles. Dans ce cas, de nouvelles approches sont nécessaires pour tenir compte de ces modes particuliers de ruptures. Nous utilisons dans ce travail le critère de Hill pour mieux rendre compte de ces cas particuliers de ruptures sur de faibles pentes. Le critère de Hill, basé sur le signe du travail du second ordre, peut effectivement permettre une analyse plus fine des instabilités tant au niveau local que global. L'approche de Hill au niveau local et au niveau global est plus particulièrement présentée, ensuite cette approche est implantée dans le logiciel de calcul par éléments finis Plaxis. L'application de cette méthode a porté sur la modélisation d'un massif de terrain glissant du site Ciloc dans la région de Constantine en Algérie sous plusieurs configurations de chargement. L'analyse de la stabilité du massif nous a permis de mettre en évidence l'existence de zones potentiellement instables.

Mots-clés : Instabilité – critère de Hill – élément fini – Plaxis – travail du second ordre – glissement de Ciloc – séisme.

ملخص

تبقى بعض الأنواع من انز لاقات التربة غير مفهومة باستعمال الطرق التقليدية في حساب و دراسة الأنز لاقات , نخص بالدكر الأنز لاقات التي تحدث في أماكن ضعيفة الأنحدارات. لهدا السبب يجب استعمال طرق حديثة من أجل دراسة هاته الحالة الخاصة من الأنز لاقات.

من خلال هدا العمل فقوم باستعمال فرضية Hill من أجل معالجة هدا النوع من الأنز لاقات كما سنقوم باستعراض فرضية باستعراض فرضية الفرضية والمتعراض فرضية الما في البرنامج Plaxis الدي يعتمد عل الحساب بطريقة العناصر المنتهية.

لتطبيق هاته النظرية على حالات حقيقية من الأنز لاقات , نقوم بدراسة إنز لاقات التربة بمنطقة Ciloc بمدينة قسنطينة من عدة جوانب. هاته الدراسة سمحت لنا بمعاينة و تحديد عدة مناطق قابلة للإنز لاق.

Abstract

Some landslides types are not clearly explained within the framework of the traditianal methods of analysis and instability modelling. It is the case of landslides occuring on slopes that are not too steep and difficult to be modeled using traditional method. Therefore, new approches are necessary to take into account these particular failure modes. For this reason, we use the Hill's criterion which is based on the sign of the second order work. The Hill's criterion can efficiently allow a finer instability analysis in both local and global levels. This approach is incorporated in the finite element code (Plaxis). The importance of this approach is amphasized by its use in the modelling of real problems such as the landslide of Ciloc in Constantine city in Algeria. The slope stability analysis is allowed us to investigate potentially instable areas.

Key words: Instability – Hill's criterion – finite element - Plaxis – second order work - Ciloc landslide - earthquake.

Table des matières

REMERCIEMENTS	II
RESUME	IV
ABSTRACT	VI
TABLE DES MATIERES	VII
LISTE DES NOTATIONS	X
LISTE DES FIGURES	XIV
LISTE DES TABLEAUX	XVI
CHAPITRE 1	
INTRODUCTION GENERALE	1
CHAPITRE 2	
MODES D'INSTABILITES ET DE BIFURCATION DANS LE	S GEOMATERIAUX7
2.1 INTRODUCTION	
2.2 METHODES EVOLUEES POUR LE CALUL DES INSTABILITES	
2.3 CONCEPT DE BIFURCATION	
2.3.1 Historique	
2.3.2 Bifurcation dans les géomatériaux	
2.3.3 Bifurcation en mode localisé	
2.3.4 Bifurcation en mode diffus	
2.4 FORMULATION VARIATIONNELLE DU PROBLEME AUX LIMITES	
2.4.1 Position du problème évolutif	
2.4.2 Expression du problème en vitesse	
2.5 MODELES ELASTOPLASTIQUES A SIMPLE POTENTIEL	
2.6 STABILITE ET UNICITE AU NIVEAU GLOBAL	
2.6.1 Considérations générales	
2.6.2 Analyse de l'unicité	21
2.6.3 Analyse de la stabilité	
2.7 Stadiuste et unique au nume au const	
2.7 STABILITE ET UNICITE AU NIVEAU LOCAL	21

CHAPITRE 3	
IMPLEMENTATION DU CRITERE DE STABILITE DE HILL DANS LE LOG	CICIEL PLAXIS
3.1 PRESENTATION DU CODE DE CALCUL PLAXIS	
3.1.1 Présentation générale	
3.1.2 Lois de comportement élasoplastiques	
3.1.2 Lois de comportement utilisées dans Plaxis	
3.2 MODÈLE ÉLASTOPLASTIQUE HSM (HARDENING SOIL MODEL)	
3.2.1 Courbe contrainte-déformation	
3.2.2 Limite élastique	
3.2.3 Surface d'écoulement	
3.2.4 Paramètres du modèle	
3.3 INTEGRATION DU MODELE HSM DANS LE CODE PLAXIS	
3.4 CALCUL DU TRAVAIL DU SECOND ORDRE (POST-TRAITEMENT)	
3.4.1 Travail du second ordre local	
3.4.2 Travail du second ordre global	
3.5 MODELISATION DE LA STABILITE D'UNE FONDATION AU BORD D'UN TALUS	
3.5.1 Introduction	
3.5.2 Motivation	
3.5.3 Présentation des conditions aux limites	
3.5.4 Etapes de calcul	
3.6 RESULTATS DE LA SIMULATION	
3.6.1 Phase d'excavation	46
d'excavation	
3.6.2 Phase de chargement	
3.7 CONCLUSIONS	
CHAPITRE 4	53
MODELISATION DES GLISSEMENTS DE TERRAIN DU SITE DE CILOC A	
CONSTANTINE	53
4.1 Phenomenes de guissements de terrain en Augerie	54
4 2 GUSSEMENTS DE TERRAINS DE LA VILLE DE CONSTANTINE	
4.3 CADRE GEOGRAPHIOUE ET GEOLOGIOUE DE LA REGION DE CONSTANTINE	
1.5 CALLE GEOGRAFIA AUGULE I GEOEOGIQUE DE LA REGIÓN DE CONSTANTINE	

4.2 GLISSEMENTS DE TERRAINS DE LA VILLE DE CONSTANTINE	
4.3 CADRE GEOGRAPHIQUE ET GEOLOGIQUE DE LA REGION DE CONSTANTINE	
4.3.1 Réseau hydrographique	
4.3.2 Le clémat	59
4.3.3 Cartographie géologique	59
4.4 GLISSEMENT DU SITE DE CILOC A CONSTANTINE	
4.4.1 Caractéristiques géotechniques des sols du site de Ciloc	
4.5 MODELISATION NUMERIQUE	
4.5.1 Objet de la modélisation	
4.5.2 Modèle géotechnique et numérique	
4.5.3 Conditions aux limites	
4.5.4 Conditions initiales	
4.5.5 Modèle géotechnique	
4.5.6 Modèle de chargement	
4.6 RESULTATS DE LA MODELISATION	
4.6.1 Analyse de la stabilité matérielle en terme du travail du second ordre local	
4.6.2 Analyse de la stabilité matérielle en terme du travail du second ordre global	69
4.7 ANALYSE PARAMETRIQUE	
4.7.1 Influence de l'angle de frottement interne	
4.7.2 Influence de l'angle de dilatance	
4.7.3 Influence de la cohésion	
4.7.4 Influence du coefficient de Poisson	
4.7.5 Conclusion sur l'étude paramétriques	

4.8 CONCLUSION	82
CHAPITRE 5	84
ANALYSE DE LA STABILITE DU SITE DE CILOC COMME UN MILIEU POREUX NON SATURE	l 84
5.1 Introduction	85
5.2 RETENTION D'EAU	85
5.3 MODELE DE VAN GENUCHTEN	86
5.4 Conductivite hydraulique	87
5.5 MODELISATION	88
5.5.1 Géométrie et maillage	88
5.5.2 Conditions aux limites	88
5.5.3 Modèle de comportement et caractéristiques mécaniques	90
5.6 RESULTATS	91
5.6.1 Champ de degré de saturation et de pressions interstitielles	91
5.6.2 Champ d'écoulement	92
5.6.3 Champ de contraintes effectives	92
5.6.4 Résultats en terme de travail du second ordre local	93
5.6.5 Résultats en terme du travail du second ordre global	94
5.7 CONCLUSIONS	96

ANALYSE DE LA STABILITE DU SITE DE CILOC SOUS CHARGEMENT SISMIQUE 97

6.1 INTRODUCTION	
6.2 METHODES D'ANALYSE DE LA STABILITE DES VERSANTS SOUS SOLLICITATIONS DYNAMIQUES	
6.2.1 Méthodes reposant sur des observations	
6.2.2 Méthodes reposant sur la modélisation	
6.3 SISMICITE EN ALGERIE	
6.4 CARACTERISTIQUES SISMIQUES DU SEISME D'ETUDE	100
6.5 MODELISATION NUMERIQUE PAR L'APPROCHE PSEUDO-STATIQUE	103
6.5.1 Présentation du problème aux limites	104
6.5.2 Modèle de comportement et caractéristiques mécaniques	104
6.6 RESULTATS DE LA SIMULATION	105
6.6.1 Analyse de la stabilité en terme du travail du second ordre local	105
6.6.2 Analyse de la stabilité en terme du travail du second ordre global	106
6.7 CONCLUSIONS	108
CHAPITRE 7	109
CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES	109

BIBLIOGRAPHIE	1	2
---------------	---	---

Liste des notations

Alphabet latin

a_g	Accélérration
<u>B</u>	Opérateur associant le déplacement nodal à la déformation
с	Cohésion
<u>C</u>	Tenseur constitutif élastoplastique
$\underline{\underline{C}}^{e}$	Tenseur élastique de Hooke
$\underline{\underline{C}}^{p}$	Tenseur constitutif plastique
$\underline{\underline{C}}^{^{ep}}$	Tenseur constitutif élastoplastique correspondant au solide de comparaison défini par Hill
$\underline{\underline{C}}_{inf}^{ep}$	Tenseur constitutif plastique correspondant au premier solide de comparaison défini par Raniecki
$\underline{\underline{C}}_{\sup}^{ep}$	Tenseur constitutif plastique correspondant au deuxième solide de comparaison défini par Raniecki
$\underline{\underline{D}}$	Tenseur constitutif incrémental linéaire
d^2W	Travail du second ordre local
$d^2 W_{norm}$	Travail du second ordre local normalisé
$d^2 W^p$	Travail du second ordre local plastique
D^2W	Travail du second ordre global
$D^2 W_{norm}$	Travail du second ordre global normalisé
е	Indice des vides
$e_{tolérance}$	Erreur tolérée
Ε	Module d'Young
$E_{\scriptscriptstyle 50}^{\scriptscriptstyle ref}$	Module sécant de référence correspondant la pression de P ^{ref}
E_i	Pente initiale de la courbe (q, ε_1) sur un chemin de chargement triaxial
$E_{\it oed}^{\it ref}$	Module d'Young tangent dans un essai oedométrique
E _{ur}	Module en décharge / recharge élastique
f	Fonction de charge (ou critère de plasticité)

f_{ext}^n	Vecteur de forces extérieures
f_{in}^{n}	Vecteur de forces interieures
$\underline{\underline{f}}$	Tenseur de cauchy
g	Potentiel plastique (ou régle d'écoulement)
\vec{g}	Vecteur représentant le gradient de la vitesse dant la direction \vec{n}
G	Module de cisaillement
J	Jacobien de la transformation de la configuration initiale à la configuration courante
k_c	Coefficient sismique
k_w	Perméabilité du milieu totalement saturé
Κ	Module de compressibilité isotrope
K_0	Coefficient des terres au repos
т	Puissance de l'equation (3. 4)
$\underline{\underline{N}}$	Tenseur d'interpolation
N_{pi}	Nombre total de points d'intégration
Ρ'	Contrainte moyenne effective
Pa	Pression d'air
Pc	Pression capilaire
Pw	Pression de l'eau ou pression interstitielle
q	Contrainte déviatoire
q_a	Valeur assymptotique de la résistance au cisaillement
q_f	Contrainte déviatoire à la rupture
R_f	Coefficient à la rupture de l'équation (3.2)
S_w	Degré de saturation
S_{ew}	Degré de saturation effective
S_{rw}	Degré de saturation résiduelle
$\underline{\underline{T}}$	Tenseur de Piola-Kirchoff
<u>u</u>	Vecteur des déplacements
$\underline{\dot{u}}$	Vecteur des vitesses
V	Volume défini par le solide considéré
x^0, x^t	Coordonnées cartisiennes des positions initiales et à l'instant t
У	Hauteur gravitaire
$rac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_i}$	Dérivée partielle du vecteur \dot{u}_i par rapport à la variable x_j
\otimes	Produit tensoriel

Alphabet Grec

α, β	Paramètres de rétention de l'équation (5.3)
${\cal E}_{_{ii}}$	Composantes du tenseur de déformation
ε^{e}	Déformation élastique
${\cal E}^{p}$	Déformation plastique
<u>Ė</u>	Tenseur des taux de déformation
$\underline{\dot{\boldsymbol{\mathcal{E}}}}^{e}$	Tenseur des taux de déformation élastique
$\underline{\dot{\varepsilon}}^{p}$	Tenseur des taux de déformation plastique
d <u>£</u>	Tenseur des incréments de déformation
$d\underline{\varepsilon}^{p}$	Tenseur des incréments de déformation plastique
$d \underline{\sigma}$	Tenseur des incréments de contrainte
Δ	Différence entre deux champs admissibles
γ^{p}	Déformation plastique déviatorique
${\mathcal Y}_w$	Poids volumique de l'eau
К	Variable interne
$\dot{\lambda}^p$	Multiplicateur plastique
V	Coefficient de Poisson
W_{pi}	Poids du point d'intégration p_i
Ω	Volume matériel
Γ_{u}	Frontière du domaine sur laquelle sont appliquées les conditions aux limites cinématiques
Γ_{σ}	Frontière où les conditions aux limites statiques sont prescrites
$arphi^{'}$	Angle de frottement effectif
$arphi_{\scriptscriptstyle m}$	Angle de frottement mobilisé
$arphi_{cv}$	Angle de frottement caractéristique
ψ	Angle de dilatance
Ψ_m	Angle de dilatance mobilisé
$\sigma_{_{h0}}$	Contrainte horizontale des terres au repos

- σ_{v0} Contrainte verticale des terres au repos
- $\underline{\dot{\sigma}}$ Tenseur des taux de contraintes

Liste des figures

Figure. 1.1 – Glissement de terrain de Las Colinas suite au tremblement de terre au Salvador en janvier 200 Figure. 2.1 - phases de fissuration et rupture d'une éprouvette en compression triaxiale, (d'après Hakami, 1 cité par A Pellegrino, 1995))1.3 988, 12
<i>Figure. 2.2 -</i> Contrainte déviatoire - contrainte effective moyenne et signe du travail du second ordre	13
Figure. 2.3 - Corps solide en équilibre sous chargements externes.	15
<i>Figure.</i> 3.1 - Surface de limite élastique du modèle HSM dans le plan (p,q) (a) et dans l'espace des contraint	tes
principales (b)	32
<i>Figure.</i> 3.2 - <i>Représentation de la relation hyperbolique gérant l'écrouissage du modèle HSM.</i>	33
Figure. 3.3 – Définition du paramètre E_{oed}^{ref} à partir d'un essai oedométrique	34
Figure. 3.4 – Définition de l'angle de dilatance	36
Figure. 3.5 – Algorithme d'intégration de la loi HSM dans le code Plaxis	38
Figure. 3.6 – Algorithme du calcul du travail du second ordre.	41
Figure. 3.7 – Maillage et conditions aux limites.	44
Figure. 3.8 – Champs de déplacement total (a) et isovaleurs des déformations déviatorique à la fin de	
l'excavation (b).	46
Figure. 3.9 – Tracé des isovaleurs du travail du second ordre local pour quatre profondeurs	47
Figure. 3.11 – Force portante de la fondation en fonction du déplacement imposé	49
Figure. 3.12 – Présentation des isovaleurs des incréments de déformation déviatorique (a), des isovaleurs a travail du second ordre local(b) pour cina incréments de chargement	lu 50
Figure 313 – Evolution du travail du second ordre global normalisé au cours du chargement	
Figure 41 - Modèle numérique du terrain de Constantine et de ses environs (Relovar 2005)	55
Figure. 4.2 – Principaux sites de glissements de terrains à Constantine.	
Figure 4.3 – Topographie de la ville de Constantine	
Figure. 4.4 – carte géologique simplifiée du Constantinois central (d'après Marmi et al. 2005)	60
Figure. 4.5 – Vue des immeubles du site glissé de Ciloc.	61
Figure. 4.6 – Zone de glissement du site Ciloc (Benaissa et al. 1989)	62
Figure. 4.7 – Coupe géologique dans l'axe du glissement localisé (figure 4.6 ; Benaissa et al. 1989)	63
Figure. 4.8 – Abaque de Casagrande pour les argiles du site de Ciloc (Lafifi et al, 2008).	63
Figure. 4.9 – Géométrie, maillage et conditions aux limites cénimatiques.	64
Figure. 4.10 – Conditions initiales hydrauliques, montrant le niveau de la nappe phréatique	65
Figure. 4.11 – Coupe verticale du site montrant les couches de sol.	66
Figure. 4.12 – Maillage déformé du site $(U_v, \max = 18.8 \text{ cm})$	67
Figure. 4.13 – Isovaleurs du champ de déplacement total $U(U_v \max = 18.8 \text{ cm})$	67
Figure. 4.14 – présentation des isovaleurs du travail du second ordre (a), des isovaleurs des incréments de	
déformation déviatorique (b), à la première phase de chargement.	68
Figure. 4.15 – présentation des isovaleurs du travail du second ordre (a), des isovaleurs des incréments de	
déformation déviatorique (b), à la deuxième phase de chargement	69
Figure. 4.16 – Evolutions du travail du second ordre global au cours de chargement	70
Figure. 4.17 – Evolutions du travail du second ordre global normalisé au cours de chargement	71
Figure. 4.18 – présentation des isovaleurs du travail local pour la première phase de chargement, valeur de	φ'
$+5^{\circ}(a)$, valeur de référence de $\varphi'(b)$, valeur de $\varphi' - 5^{\circ}(c)$	
$(-), \cdots $	

Figure. 4.19 – présentation des isovaleurs du travail local pour la deuxième phase de chargement, valeur de	г ф'
+5° (a), valeur de référence de φ' (b), valeur de $\varphi' - 5^{\circ}$ (c).	73
Figure 4.20 – Evolution du travail global normalisé pour la première phase de chargement	74
Figure 4.20 Evolution du travail global normalisé pour la deuxième phase de chargement	74
Figure. 4.22 – présentation des isovaleurs du travail local pour la première phase de chargement, valeur de	
+5° (a), valeur de référence de ψ' (b), valeur de ψ' – 5° (c)	75
Figure. 4.23 – présentation des isovaleurs du travail local pour la deuxième phase de chargement, valeur de	εψ'
$+5^{\circ}$ (a), valeur de référence de ψ' (b), valeur de $\psi' - 5^{\circ}$ (c).	76
Figure. 4.24 – Evolution du travail global normalisé pour la première phase de chargement	76
Figure. 4.25 – Evolution du travail global normalisé pour la deuxième phase de chargement.	77
Figure. 4.26 – présentation des isovaleurs du travail local pour la première phase de chargement, valeur de cohésion 2, c (a), valeur de référence de c (b), valeur de la cohésion c/2 (c),	e la 78
Figure. 4.27 – présentation des isovaleurs du travail local pour la deuxième phase de chargement, valeur de	e la
cohésion 2.c (a), valeur de référence de c (b), valeur de la cohésion c/2 (c).	78
Figure. 4.28 – Evolution du travail global normalisé pour la première phase de chargement	79
Figure. 4.29 – Evolution du travail global normalisé pour la deuxième phase de chargement	79
Figure. 4.30 – Isovaleurs du travail local pour la première phase, valeur du coefficient de Poisson $v + 0.05$	(a),
valeur du coefficient de Poisson ν (b), valeur du coefficient de Poisson ν - 0.05(c)	80
<i>Figure. 4.31</i> – Isovaleurs du travail local pour la deuxième phase, valeur du coefficient de Poisson	ν +
0.05(a), valeur du coefficient de Poisson v (b), valeur du coefficient de Poisson v - 0.05(c)	80
Figure. 4.32 – Evolution du travail global normalisé pour la première phase de chargement	81
Figure. 4.33 – Evolution du travail global normalisé pour la première phase de chargement	81
Figure. 5.1 – Courbe de rétention d'eau d'un matériau sableux	87
Figure. 5.2 – Géométrie, maillage et conditions aux limites cinématiques par éléments finis	89
Figure. 5.3 – Niveau initial de la nappe phréatique	89
Figure. 5.4 – Niveau final de la nappe phréatique.	89
Figure. 5.5 – Courbes de rétention d'eau des matériaux du site	91
Figure. 5.6 – Champs de degré de saturation.	91
Figure. 5.7 – Champs de degré de saturation.	92
Figure. 5.8 – Champs de contraintes effectives horizontales.	92
Figure. 5.9 – Champs de contraintes effectives verticales.	93
Figure. 5.10 – Isovaleurs du travail du second ordre local pour six hauteurs de remonter d'eau.	94
Figure. 5.11 – Représentation de l'evolution du travail du second ordre global	95
Figure. 5.12 – Représentation de l'evolution du travail du second ordre global normalisé	96
Figure. 6.1 – Intensite sismique en Algerie.	. 101
Figure. 0. $2 - Accelerations enregistrees lors du seisme du 2/ Octobre 1985$. 102
rigure. 0.3 – specire ae reponse pour 5 % a amoriissement aes accelerogrammes.	. 105
Figure. 0.4 – Geometrie, maillage et conalitons aux limites cinematiques.	. 104
Figure. 0.5 – Coefficienti sismique KC en jonction au pas de calcul	105
Figure. 0.0 – Isovaleurs au travail du second ordre global en fonction de l'accélération signification du travail du second ordre global en fonction de l'accélération signification	100
Figure. 0.7 – Evolution du travait du second ordre global en jonction de l'acceleration sismique	. 107

Liste des tableaux

Tableau. 3.1 – Paramètres du modèle HSM pour le sable d'Hostun	44
Tableau. 4.1 – Caractéristiques géotechniques des formations du site de Ciloc	67
Tableau. 5.1 – Paramètres du modèle de Van Genuchten pour les courbes de rétention d'eau	u des
matériaux du site	91

Chapitre 1

INTRODUCTION GENERALE

L'analyse de la stabilité des pentes est l'un des plus vieux sujets de recherche dans le domaine de l'ingénierie géotechnique. La modélisation des glissements de terrains est complexe et demeure encore aujourd'hui un thème de recherche important et inachevé.

Les origines de la perte de stabilité des pentes naturelles, artificielles, même celles qui surviennent dans un milieu granulaire idéal, sont très diverses. Plusieurs mécanismes sont envisageables et se succèdent lors d'un glissement de terrain. Il est difficile de faire un classement selon la taille, selon la forme ou selon le type de ces mouvements de masse. Ils sont provoqués par la force de la pesanteur et ils sont déclenchés par des changements de la contrainte effective, par des variations des propriétés du matériau ou par des changements de géométrie. Les changements de la contrainte effective peuvent être provoqués directement par l'application de forces extérieures (tremblement de terre, action de l'homme...) ou indirectement à travers la pression interstitielle (filtrations d'eau dues aux précipitations de pluie...).

Les variations des propriétés du matériau peuvent être causées par les phénomènes de dégradation (climat, attaque chimique...). La géométrie peut être modifiée par des causes naturelles (érosion) ou l'action de l'homme (excavation, construction, remodelage...).

On peut cependant regrouper ces mouvements en trois grandes familles (Bromhead, 1986) :

- glissements de terrain ;
- écoulements de terrain ;
- chutes de terrain.

Afin de pouvoir reproduire une éventuelle rupture de terrain et les conditions dans laquelle elle se produit, il est très important de :

- mettre au point une loi de comportement puissante capable de reproduire les effets locaux désirés ;

- d'obtenir les paramètres géotechniques par des essais in-situ ou en laboratoire. Ce sont des travaux nécessaires mais encore difficiles à obtenir aujourd'hui. Cette difficulté limite souvent l'analyse numérique.

La mise en mouvement de pentes naturelles (lente ou brutale) peut provoquer des dommages importants aux ouvrages et aux constructions, avec un impact économique non négligeable, et parfois causer des victimes humaines. Les mouvements de terrain regroupent des natures de déplacements, plus ou moins brutaux, du sol superficiel ou du sous-sol. Elles sont d'origine naturelle ou anthropique. Les volumes mis en jeux lors de ces cas sont compris entre quelques mètres cubes et quelques millions de mètres cubes. Les déplacements peuvent être lents (quelques millimètres par an) ou, au contraire très rapides (quelques centaines de mètres par jour).

Les tremblements de terre (séismes) peuvent avoir un effet dévastateur sur les sols et les structures, et les conséquences sur les vies humaines sont souvent désastreuses lorsqu'ils touchent des zones urbanisées. Les mouvements de versant, qui peuvent faire partie de ces conséquences, se retrouvent dans l'ensemble des régions sismiques du monde et constituent une source majeure de dégâts. Parmi les mouvements de versant générés par les tremblements de terre récents, est le glissement de Las Colinas au Salvador du 13 janvier 2001 (Figure. 1.1).

L'étude, la compréhension et la prédiction de ces risques naturels sont très importantes car ils provoquent trop souvent des désastres qui peuvent se chiffrer en vies humaines ou qui peuvent provoquer des catastrophes écologiques et économiques.

Chronologiquement, la recherche sur les mécanismes liés aux glissements de terrains est très fortement liée au développement de la Mécanique des Sols. La première étude sur la stabilité de talus d'argile fut réalisée par Collin en 1846. Ce n'est que vers le début des années 40, lorsque Terzaghi introduit le principe des contraintes effectives, que commencent à apparaître de véritables méthodes d'analyse de stabilité. (Fellenius, 1927), (Bishop, 1955), (Janbu, 1968), (Morgenstern et Price, 1965), (Spencer,1967) proposent différentes façons de calculer les contraintes normales et de cisaillement le long des éventuelles surfaces de rupture.



Figure. 1.1 – Glissement de terrain de Las Colinas suite au tremblement de terre au Salvador en janvier 2001.

Aujourd'hui, grâce à l'apparition des nouvelles techniques numériques comme la méthode des Eléments Finis, à la puissance des outils informatiques ou au développement de lois de comportement plus réalistes, on peut analyser de façon beaucoup plus précise ces mécanismes.

En outre, un des modes de rupture le plus fréquemment observé comporte de fortes discontinuités cinématiques. Il s'agit de la bifurcation en bandes de cisaillement ou, rupture localisée. Rice a montré en 1976 que l'annulation du déterminant du tenseur acoustique était un critère permettant de décrire cette bifurcation. Ce critère permet ainsi l'analyse de glissements de terrains où sont observés des mouvements de corps rigides (ou élastiques) en rotation, ou en translation, le long d'une, ou de plusieurs, bandes de cisaillement.

Cependant, cette approche ne s'applique pas à des glissements de terrain observés sous faible (voire tr`es faible) pente où la rupture est souvent de type diffuse.

De nouvelles approches sont nécessaires pour prendre en compte ce mode de rupture (Darve et Laouafa, 2002). Localement, les instabilités d'écrites par la condition suffisante de stabilité de Hill (Hill, 1958) portent sur le signe du travail du second ordre permettent un suivi local des instabilités. En effet, la condition limite de plasticité est associée à l'annulation du déterminant de la matrice constitutive élastoplastique, tandis que la condition de stabilité de Hill est équivalente à l'annulation du déterminant de la partie symétrique de la matrice constitutive élastoplastique dans le cas des lois incrémentales linéaires par morceau.

Dans le cadre des matériaux associés, la matrice constitutive est symétrique. La condition de stabilité de Hill, ainsi que la condition de localisation de Rice et la condition limite de plasticité coïncident. Par contre dans le cadre de l'élastoplasticité non - associée, la matrice constitutive est non - symétrique. La condition de stabilité de Hill précède la condition de localisation de Rice ainsi que la condition limite de plasticité (Bigoni et Hueckel, 1991).

Au cours de cette étude, nous nous intéresserons particulièrement à la compréhension des phénomènes amenant à la déstabilisation d'un massif ainsi qu'aux signes mécaniques précurseurs. Nous ne nous intéressons pas à la propagation et à l'évolution du glissement, mais uniquement au déclenchement de celui-ci.

Le deuxième chapitre de la thèse, débute par une très brève synthèse des méthodes classiques et courantes utilisées pour analyser la stabilité des pentes.

Par la suite, on rappellera le concept de bifurcation et les principaux critères permettant l'analyse de la bifurcation et la description des instabilités observées dans les géomatériaux. Pour cela, nous nous positionnerons dans le cadre de la formulation d'un problème aux limites de la mécanique des milieux continus. Il apparaît que le critère de Hill, (Hill,1958) permet la description de certaines instabilités pouvant conduire à la rupture. Les principales correspondances entre les notions de stabilité globale et locale, ainsi que leurs liens avec les notions de perte d'unicité (bifurcation) ou de perte de contrôlabilité, seront rappelées dans le cadre classique de l'élastoplasticité que nous aurons préalablement présentée.

En fin une attention toute particulière sera portée sur le critère de Hill, (Hill,1958), qui sera notre fil conducteur en ce qui concerne la détection des phénomènes de bifurcation pour toutes les modélisations effectuées dans cette thèse.

Le troisième chapitre débute par une présentation succincte du code de calcul par éléments finis Plaxis (développé en premier lieu à l'Université Technologique de Delft), ainsi que le modèle de comportement élastoplastique HSM implémenté dans le code Plaxis

Ensuite, l'implémentation du critère de stabilité de Hill dans le code Plaxis sera effectuée. Nous conclurons ce chapitre par l'application de la condition de stabilité de Hill, en utilisant le modèle HSM (Hardening Soil Model), il s'agit de la modélisation de la stabilité d'une semelle au bord d'un talus excavé constitué d'un sol pulvérulent

Le chapitre 4 a pour objectif d'appliquer le critère de Hill dans un cas de glissement de terrain réel. Il s'agit de la modélisation du glissement de terrain du site de Ciloc à Constantine en Algérie. L'enjeu principal de cette modélisation réside dans le fait qu'il s'agit d'un site, qui menace la vie de la population dans cette région. L'approche originale de l'étude concerne l'analyse de la stabilité du talus par l'intermédiaire du critère du travail du second ordre.

Enfin, une étude paramétrique a été effectuée. Plusieurs propriétés mécaniques ont été modifiées individuellement afin d'estimer l'influence de tel paramètre sur la stabilité du talus.

Dans le chapitre 5, nous proposons la modélisation du méme site comme un milieu poreux non saturé en couplage hydromécanique, en utilisant le logiciel Plaxflow pour la génération des pressions interstitielles dans le but de prouver l'influence de la monté de la nappe phréatique par l'analyse de la stabilité en terme de travail du second ordre local et global.

Dans le chapitre 6, nous abordons l'étude de la stabilité du site sous chargement sismique, en utilisant la méthode pseudo-statique, vu la complexité du phénomène mis en jeu lors du déclanchement d'un glissement de terrain sous tremblement de terre. Le séisme adopté pour cette étude est celui du 27 Octobre 1985.

Finelement, le chapitre 7, présente les principales conclusions de ce travail de recherche ainsi que les perspectives envisagées pour un travail futur.

Chapitre 2

Modes d'Instabilités et de Bifurcation dans les Géomatériaux

L'objectif de ce chapitre est de faire une synthèse des connaissances relatives aux différents modes d'instabilité affectant les pentes de sol. Au début de ce chapitrenous exposons un bref rappel du concept de bifurcation avec les différents modes d'instabilité. Par la suite, nous présentons les approches théoriques permettant de caractériser l'initiation ou le déclenchement de la bifurcation et la description des instabilités observées dans les géomatériaux. Pour cela, on se place dans le cadre d'un problème aux limites de la mécanique des milieux continus. Dans un premier temps, on rappelle les principales approches existantes sur les études d'unicités de la réponse constitutive au niveau global (échelle du milieu) et local (échelle du point matériel). Cependant, on aborde la question de stabilité basée sur la positivité du travail du second ordre (Hill, 1958). Les principales correspondances entre les notions de stabilité, ainsi que leurs liens avec les notions de perte d'unicité ou de perte de contrôlabilité sont présentées dans le cadre de l'élastoplasticié à un potentiel. Une attention toute particulière sera portée au critère de Hill, qui sera notre fil rouge en ce qui concerne la détection des phénomènes de bifurcation pour toutes nos modélisations effectuées dans le cadre de cette thèse.

2.1 Introduction

Le problème de la stabilité des pentes est une problématique classique en mécanique des sols. Elle a fait l'objet de nombreuses recherches. Les méthodes les plus couramment utilisées par les géotechniciens, sont basées sur la notion de surfaces de rupture le long desquelles nous supposons que les propriétés de résistance maximales au cisaillement du sol sont mobilisées (atteintes): il s'agit des approches basées sur les équilibres limites ou sur l'analyse limite.

De manière générale, nous pouvons classer les modes d'instabilités des pentes en deux principalles familles à l'origine de déplacements importants de matériaux enjendrés sur les pentes et les versants.

Le premier mode de rupture concerne les glissements de terrain dont le mécanisme peut être décrit par des domaines de sols rigides ou élastiques, glissant le long de bandes de cisaillement (appelées "surfaces de glissement") qui sont formées par concentration des déformations plastiques (phénomène de localisation de la déformation plastique). Ce mode de rupture est souvent qualifié de "rupture localisée".

Une deuxième classe de rupture peut être associée aux mouvements en masse, désordonnés et chaotiques, tels que ceux correspondant au phénomène de liquéfaction, typique des sables lâches (dans certaines conditions). Ces ruptures, fréquentes dans la pratique, se produisent généralement après de très fortes pluies et donnent souvent naissance à des boues dites torrentielles. Elles se manifestent également lors de glissements sous-marins de sédiments lâches, déposés par exemple dans les zones deltaïques des grands fleuves. Ces derniers glissements peuvent se manifester pour des pentes extrêmement faibles et restent inexplicables dans le cadre des méthodes de plasticité classique par surface de glissement. Nous l'appellerons "rupture diffuse".

2.2 Méthodes évoluées pour le calul des instabilités

Ces méthodes s'appuient essentiellement sur la méthode de calcul par éléments finis incorporant les modèles de comportement plus réalistes des géomatériaux. Pour des descriptions plus détaillés sur le développement de cette méthode numérique dans l'analyse de la stabilité des pentes, nous conseillons de se reporter aux travaux de Duncan, (1996) ; Griffiths et Lane, (1999).

D'un point de vue mécanique, l'instabilité des pentes a été également décrite à l'aide de deux approches : la théorie de la plasticité d'une part et la théorie de la localisation (bifurcation par discontinuités cinématiques) d'autre part.

Même si la robustesse de la méthode des éléments finis et sa capacité de prévoir la stabilité des pentes sont bien reconnues, la question du critère de rupture globale et sa définition reste encore posée. On cite quelques définitions de rupture comme : analyse de la dilatation ("bulging") du profil de la pente (Snitbhan et Chen, 1976) ; vérification des contraintes de cisaillement sur la surface de rupture potentielle (Duncan et Dunlop, 1969) ou perte de convergence de l'algorithme d'itération (Zienkiewicz et Taylor, 1994).

Il existe une autre approche pour déterminer la rupture globale en analysant les ruptures locales (au niveau des points matériels). Il s'agit d'un calcul de coefficient de sécurité qui est effectué en diminuant progressivement les paramètres de résistance du matériau (présentés par le critère de plasticité) jusqu'à la violation du critère de rupture globale choisi (Brinkgreve et Bakker, 1991 ; Matsuit et al., 1992 ; Griffiths et Lane, 1999). Notons que dans ce cas, le critère de rupture coïncide avec la limite de plasticité.

Cependant, les milieux granulaires (comme les géomatériaux en général) présentent un comportement fortement non linéaire et irréversible. Les déformations plastiques pour ces matériaux sont manifestement non associées, et n'obéissent pas à la règle de normalité stipulant une déformation plastique normale à la surface de charge ou surface d'écoulement. De ce fait, des instabilités et des bifurcations peuvent se manifester à l'intérieur strict de la condition limite de plasticité (Hill, 1958 ; Mandel, 1966 ; Rice, 1976, ...).

2.3 Concept de Bifurcation

2.3.1 Historique

Historiquement, la théorie de la bifurcation est une théorie relativement ancienne développée dans le domaine de la stabilité élastique. L'approche et les bases théoriques nécessaires à l'étude et l'analyse de la localisation des déformations dans le cadre de la théorie de la bifurcation remontent initialement aux travaux d'Hadamard (1903), relevant du domaine de la dynamique des solides. Ces travaux reposent sur l'analyse de la vitesse de propagation d'ondes d'accélération dans les solides élastiques linéaires. Plus tard, Thomas (1961), Hill (1962) et Mandel (1966), ont étendu les principes de cette approche dynamique aux matériaux à comportement non linéaire. En fait, l'étude des modes de rupture dans les cavités souterraines et en laboratoire avait montré les limitations des analyses élastoplastiques classiques. La théorie de l'élastoplasticité, développée pour les roches à partir des travaux de Mohr (1900), est adaptée à l'étude de la rupture en cisaillement et se révéle insuffisante pour expliquer les modes de rupture en extension. Depuis, cette théorie a progressé considérablement à partir des travaux fondamentaux de pionniers tels que, Hill et Hutchinson (1975), Rudnicki et Rice (1975), Rice (1976), qui sur la base d'une formulation directe, non plus dynamique mais quasi-statique, ont montré tout son intérêt. Ces travaux ont permis d'intégrer dans le cadre général de la mécanique des milieux continus et notamment de la théorie de l'élastoplasticité les concepts d'instabilité (la rupture est interprétée comme phénomène d'instabilité), de bifurcation, de localisation du mode de déformation, d'effet d'échelle et de perte d'unicité de la solution (Desrues, 1984; Vardoulakis et Graf, 1982; Sulem et Vardoulakis, 1990; Vardoulakis, Sulem et Guenot, 1988; Desrues, 1991; Nova, 1994; Vardoulakis et Sulem, 1993; Darve, 1994).

2.3.2 Bifurcation dans les géomatériaux

La bifurcation signifie, qu'il y a une transition d'un chemin fondamental de comportement vers un chemin alternatif au cours de l'évolution d'un processus

physique et qu'il y a une perte d'unicité pour certains paramètres de contrôle du chargement (Nova, 1994 ; Impossimato et Nova, 1998). Un exemple bien connu en mécanique des solides est le flambage élastique. En effet, la compression d'une poutre commence par un chemin fondamental qui consiste en un raccourcissement élastique sans flexion. Cependant, à partir d'une certaine charge critique, un mode de flexion latérale se superpose au mode de compression axiale qui conduit à une bifurcation appelée flambage.

La théorie de la bifurcation a suscité d'importants travaux expérimentaux en géomécanique. De nombreux chercheurs ont étudié le phénomène de localisation dans les géomatériaux (Hill et Hutchinson, 1975 ; Vardoulakis et al., 1978 ; Rice et Rudnicki, 1980 ; Rudnicki et Rice, 1975 ; Chambon, 1986 ; Desrues et Chambon, 1986 ; Ortiz, 1987 ; Darve, 1987).

En fait, les analyses en bifurcation ont été initialement développées dans les années 90 pour les géomatériaux non cohérents (les sols). L'approche théorique de formation de bandes de cisaillement comme un phénomène de bifurcation était étayée de façon satisfaisante par des essais de laboratoire dans les milieux granulaires tels que le sable (Darve, 1987 ; Desrues et Chambon, 1989 ; Chambon, Desrues et Hammad, 1990). Les analyses en bifurcations ont été appliquées ensuite aux géomatériaux cohérents et notamment aux matériaux rocheux (Vardoulakis et Sulem, 1995).

2.3.3 Bifurcation en mode localisé

La formation de bandes de cisaillement est un exemple typique de changement spontané du mode de déformation d'un corps alors que les conditions aux limites de la structure considérée sont maintenues inchangées. Quand le critère de bifurcation localisé est rempli, à partir du dit point de localisation, on a une transition spontanée et irréversible du mode de déformation diffus au mode localisé en bande de cisaillement. On passe d'une solution d'équilibre unique initialement homogène ou quasi-homogène à la possibilité d'existence d'une solution d'équilibre où le champ de déformation présente une zone de forte concentration de la déformation. La bifurcation localisée conduit à la formation d'une bande de cisaillement. La bande de cisaillement de localisation des déformations correspond donc à un mode de bifurcation que l'on peut analyser par la théorie de la bifurcation d'équilibre en précisant le chemin de sollicitation suivi et la loi de comportement du matériau testé.

La théorie de la bifurcation prévoit cependant l'apparition brutale et spontanée d'une bande de cisaillement alors qu'expérimentalement, on observe plutôt une propagation de la bande (figure 2.1).

L'analyse de bifurcation en mode localisé dans les essais classiques de laboratoire (essai biaxial et triaxial de révolution) est présentée de façon détaillée dans de nombreuses publications (Vardoulakis, 1980; Rudnicki et Rice, 1975 ; Desrues, 1984).



Figure. 2.1 - phases de fissuration et rupture d'une éprouvette en compression triaxiale, (d'après Hakami, 1988, cité par A. Pellegrino, 1995).

La modélisation de la localisation des déformations en bande de cisaillement dans les géomatériaux est un problème difficile en raison du caractère radoucissant du matériau dans la zone de localisation et de l'évolution de la frontière de la zone élastoplastique. Une formulation dans le cas quasi-statique de la théorie de la bifurcation, adaptée pour l'étude de la localisation des déformations dans les géomatériaux a été introduite par Rice, (1976).

2.3.4 Bifurcation en mode diffus

Dans les parties précédentes, nous avons montré que les mécanismes de rupture ne

sont pas uniques, l'instabilité matérielle peut apparaître non seulement sous un mode localisé mais aussi sous un mode diffus qui se manifeste alors avant le mode localisé. C'est cette seconde classe de rupture qui peut être décrite par le critère de stabilité s'appuyant sur le signe du travail du second ordre (Hill, 1958).

Sladen *et al*, 1985, ont montré expérimentalement que, pour les essais triaxiaux non drainés sur un sable lâche avec différentes valeurs de pression de confinement, les pics du déviateur de contrainte q dans le plan (q, p) se rassemblent sur une même ligne. La position de cette ligne, qui varie en fonction de la densité initiale du sable, définit une surface de rupture dans l'espace (q, p, e) (où e est l'indice des vides). Lade, en 1992 a identifié et défini théoriquement et expérimentalement une "ligne d'instabilité", où l'instabilité peut se produire sous certaines conditions, et qui peut être approximativement formée par la droite joignant les pics de la contrainte déviatorique q.



Figure. 2.2 - Contrainte déviatoire - contrainte effective moyenne et signe du travail du second ordre (Darve et al, 2004).

Darve et Chau, (1987) ; Lade et Pradel, (1990) ; Pradel et Lade, (1990) ont montré que l'application systématique de la condition de Hill, qui se base sur le signe du travail du second ordre d²W, peut détecter ce mode de rupture brutale, diffuse, accompagnée souvent d'un champ de déplacement désordonné et chaotique pour des essais triaxiaux non drainés sur sable lâche.

De récents travaux effectués au laboratoire Sols, Solides, Structures de Grenoble, ont visé à caractériser cette rupture diffuse de façon expérimentale. Une série d'essais triaxiaux pour différents chemins de sollicitation a donc été menée sur des sables lâches.

Les travaux de Georgopoulos, (2006) ont visé à caractériser la rupture diffuse sur des sables lâches par des essais triaxiaux non drainés en compression, les résultats obtenus montrent que l'instabilité conduise à la rupture diffuse de l'échantillon sans bande de localisation (Servant *et al.*, 2004 ; Khoa *et al.*, 2005). Darve et Laouafa, 2000 ont montré analytiquement et numériquement, l'existence d'un large domaine d'instabilité matérielle potentielle au sens de Hill, à l'intérieur strict du critère de Mohr- Coulomb dans les plans bissecteur et déviatorique, pour un sable lâche ainsi que dense. Ces études ont été effectuées sur un modèle incrémental non linéaire ou octolinéaire. Les études des instabilités matérielles pour les sables lâche et dense en déformation plane, réalisées par Khoa, (2005) ont déterminé aussi des domaines de rupture diffuse potentielle ou de bifurcations.

Cette classe de rupture peut être décrite par le critère de stabilité s'appuyant sur le signe du travail du second ordre (Hill, 1958), qui sera présenté dans la suite, mais dans un premier temps nous présentons les approches théoriques permettant de caractériser l'initiation ou le déclenchement de la bifurcation et des instabilités observées dans les géomatériaux.

2.4 Formulation variationnelle du problème aux limites

2.4.1 Position du problème évolutif

Nous nous plaçons dans le cadre de milieux continus, déformables, non visqueux et de problèmes d'évolutions quasi-statiques. Le temps n'est donc qu'un paramètre d'évolution qui ne décrit que la chronologie des phénomènes. Le solide considéré matériellement simple, occupe à l'instant t ($t \in T$, T = [0, T]) un domaine Ω de \mathbb{R}^3 de frontière suffisamment régulière Γ , définie de sorte que, dans la configuration actuelle

$$\Gamma = \Gamma_u \cup \Gamma_\sigma \qquad et \qquad \Gamma_u \cap \Gamma_\sigma = \emptyset$$

 Γ_u : est la frontière du domaine sur laquelle sont appliquées les conditions aux limites cinématiques,

 Γ_{σ} : est la frontière où les conditions aux limites statiques sont prescrites :

$$u = 0, sur \Gamma_u; \quad \sigma.n = g sur \Gamma_\sigma$$
 (2.1)

Où *n* est le vecteur normal unitaire (sortant) à Γ_{σ} . Le champ des déplacements est noté u(x,t) et $\sigma(x,t)$ est le champ tensoriel des contraintes de Cauchy. Le milieu Ω est soumis à un champs de forces par unité de volume f(x,t) et à des forces extérieures $g(x,t) \operatorname{sur} \Gamma_{\sigma}$.



Figure. 2.3 - Corps solide en équilibre sous chargements externes.

Les équations indéfinies de l'équilibre du milieu continu s'écrivent classiquement :

$$div\sigma(x,t) + f(x,t) = 0 \tag{2.2}$$

Le principe des puissances virtuelles, exprimé dans la configuration actuelle, permet de formuler, sous une forme faible, le problème aux limites suivant :

$$\begin{cases} trouver u(x,t) \in VxT \ telque :\\ \int_{\Omega} \sigma_{ij} \frac{\partial \dot{u}_{i}^{*}}{\partial x_{j}} d\Omega - \int_{\Gamma_{\sigma}} g_{i} \dot{u}_{i}^{*} d\Gamma_{u} - \int_{\Omega} f_{i} \dot{u}_{i}^{*} d\Omega = 0 \quad \forall \dot{u}_{i}^{*} \in V \end{cases}$$
(2.3)

où V est un espace fonctionnel des champs de vitesses cinématiquement admissibles :

$$V = \left\{ \dot{u}^* \in H^1(\Omega), telque \dot{u}^* = 0 / \Gamma_u \right\}$$

2.4.2 Expression du problème en vitesse

À un instant donné du problème, nous analysons la réponse du milieu à une petite perturbation des conditions aux limites du problème d'évolution, très brièvement rappelé ci-dessus. Le problème en vitesse peut être considéré comme la limite du problème d'évolution pour deux configurations d'équilibre infiniment proches. Il s'agit de l'étude des termes du premier ordre du développement en série des quantités entrant en jeu pour le problème d'évolution. Des développements d'ordre supérieurs peuvent également être menés (Bigoni, 1999). La continuité par rapport à la variable d'évolution t est supposée pour toutes les grandeurs tensorielles, ainsi que pour les grandeurs scalaires f(x,t) et g(x,t).

Notons T le tenseur de contrainte de Piola-Kirchoff défini à partir du tenseur de Cauchy par :

$$\boldsymbol{T} = \boldsymbol{J}\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{F}^{-T} \tag{2.4}$$

avec $J = \det F$, et F est le gradient des positions (transformation linéaire tangente). Pour le problème en vitesse, nous définissons de la même manière qu'en (2.1) deux frontières complémentaires du domaine, pour lesquelles les vitesses et les incréments de contraintes sont prescrites :

$$\dot{\boldsymbol{u}} = 0, \text{ sur } \Gamma_{\boldsymbol{u}}; \qquad \boldsymbol{T}.\boldsymbol{n} = \dot{\boldsymbol{g}} \text{ sur } \Gamma_{\sigma}$$

$$(2.5)$$

Dans le cadre d'une formulation en vitesse, l'équation (2.2) peut s'écrire de la façon suivante :

$$\operatorname{div} \dot{T}(x,t) + \dot{f}(x,t) = 0$$
 (2.6)

Nous pouvons écrire, pour tout champ cinématiquement admissible \dot{u}^* , la formulation variationnelle en vitesse :

$$\int_{\Omega} \dot{T} \frac{\partial \dot{u}_{i}}{\partial x_{j}} d\Omega - \int_{\Gamma_{\sigma}} \dot{g}_{i} \dot{u}_{i}^{*} d\Gamma_{u} - \int_{\Omega} \dot{f}_{i} \dot{u}_{i}^{*} d\Omega = 0 \quad \forall \dot{u}_{i}^{*} \in \mathbf{V}$$

$$(2.7)$$

En l'absence de forces volumiques, l'équation (2.7) s'écrit :

$$\int_{\Omega} \dot{T} \frac{\partial \dot{u}_{i}^{*}}{\partial x_{j}} d\Omega - \int_{\Gamma_{\sigma}} \dot{g}_{i} \dot{u}_{i}^{*} d\Gamma_{u} = 0$$
(2.8)

2.5 Modèles élastoplastiques à simple potentiel

La théorie de la plasticité suppose l'existence de variables internes qui permettent de décrire l'état de déformation, lorsque des déformations inélastiques apparaissent. L'ensemble de ces variables internes sera désormais représenté symboliquement par k (étant un vecteur).

L'hypothèse des petites transformations nous permis de supposer qu'à tout instant le tenseur de déformation se décompose en une partie réversible (élastique) $\boldsymbol{\varepsilon}^{e}$ et une partie irréversible (plastique) $\boldsymbol{\varepsilon}^{p}$:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p \tag{2.9}$$

Avec $\boldsymbol{\varepsilon}^{e} = (\mathbf{C}^{e})^{-1} \cdot \boldsymbol{\sigma}$, $o \dot{\boldsymbol{\omega}} \mathbf{C}^{e}$ est le tenseur de Hooke dans le cas de l'élasticité isotrope.

En toute généralité, un matériau élastoplastique est caractérisé par l'apparition de déformations irréversibles qui repose sur la notion de surface de charge (ou critère de plasticité) définie dans l'espace des contraintes. La surface de charge est définie en général par une fonction scalaire f (avec $f = f(\sigma, k)$.Par convention le signe de f détermine le comportement du matériau. Trois cas peuvent se présenter :

 $\begin{cases} f(\sigma,k) \prec 0 \text{ correspond au comportement élastique,} \\ f(\sigma,k) = 0 \text{ correspond au comportement élastoplastique,} \\ f(\sigma,k) \succ 0 \text{ est inadmissible.} \end{cases}$

La surface de charge dépend des variables internes *k*. Ces paramètres décrivent ce que l'on appelle l'état d'écrouissage du matériau. Remarquons que, pour tenir en compte de la modification des caractéristiques mécaniques au cours du chargement, la surface d'écrouissage peut se développer (écrouissage isotrope) et également se déplacer (écrouissage cinématique), ou les deux.

Quand $\dot{f} > 0$, il s'agit de l'écrouissage positif tandis que nous parlons d'écrouissage négatif (ou radoucissement) quand $\dot{f} < 0$. Si $\dot{f} = 0$, l'état de contrainte-déformation reste sur la surface de limite élastique (i.e. f = 0). Il est alors possible d'écrire en charge :

$$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} \underline{\dot{\sigma}} + \frac{\partial f}{\partial k} \dot{k} = 0$$
(2.10)

Cette équation est appelée "condition de consistance" ou "condition de cohérence" du modèle. Il est en général admis que les variables internes s'expriment en fonction de la déformation plastique.

$$\dot{k} = \frac{\partial k}{\partial \underline{\varepsilon}^{p}} \underline{\dot{\varepsilon}}^{p}$$
(2.11)

Dans le cadre de l'élasto-plasticité non associée, pour connaître la direction de l'incrément de déformations plastiques correspondant à un incrément de contraintes, une fonction g est introduite telle que :

$$\underline{\dot{\varepsilon}}^{p} = \dot{\lambda}^{p} \frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}}$$
(2.12)

La fonction g est appelée "potentiel plastique" (ou "règle d'écoulement") et caractérise l'orientation du taux de déformation plastique. La grandeur λ^p est appelée "multiplicateur plastique". Ainsi, la direction du taux de déformation plastique ne dépend que de la normale à la surface d'écoulement. L'équation (2.12) correspond à la règle d'écoulement du matériau.

En remplaçant l'équation (2.11) et (2.12) dans l'équation (2.10), la condition de consistance peut se réécrire comme suit :

$$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} \underline{\dot{\sigma}} + \frac{\partial f}{\partial k} \frac{\mathrm{d}k}{\mathrm{d}\underline{\varepsilon}^{p}} \dot{\lambda}^{p} \frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}}$$
(2.13)

Cette équation permet d'identifier le multiplicateur plastique :

$$\dot{\lambda}^{p} = \begin{cases} \frac{1}{H} \left\langle \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} \, \underline{\dot{\sigma}} \right\rangle \text{ quand } f = 0 \\ 0 & \text{ quand } f \prec 0 \end{cases}$$
(2.14)

L'opérateur $\langle . \rangle$ représente les crochets de Macaulay, i.e. $\forall \alpha \in \mathbb{R}, \langle \alpha \rangle = (\alpha + |\alpha|)/2$.

L'opérateur *H*, introduit dans l'expression ci-dessous, s'appelle module d'écrouissage. Il est défini par :

$$H = -\frac{\partial f}{\partial k} \frac{\mathrm{d}k}{\mathrm{d}\varepsilon^{p}} \frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}}$$
(2.15)

L'équation constitutive peut être reformulée sous la forme suivante :

$$\underline{\dot{\sigma}} = \underline{\underline{\mathbf{C}}}^{e} (\underline{\dot{\varepsilon}} - \underline{\dot{\varepsilon}}^{p}) \tag{2.16}$$

La combinaison de cette équation avec la règle d'écoulement (2.12) et la définition du multiplicateur plastique en (2.14) donne :

$$\underline{\dot{\sigma}} = \underline{\underline{\mathbf{C}}}^{e} \underline{\dot{\varepsilon}} - \begin{cases} \frac{1}{L} \underline{\underline{\mathbf{C}}}^{e} \frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}} \left\langle \underline{\underline{\mathbf{C}}}^{e} \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} \underline{\dot{\varepsilon}} \right\rangle & \text{quand } f = 0\\ 0 & \text{quand } f \prec 0 \end{cases}$$
(2.17)

où :

$$L = H + \underline{\underline{C}}^{e} \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} \cdot \frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}}$$
(2.18)

Pour des raisons de simplification de l'écriture, une quantité H_c est introduite :

$$H_{c} = \underline{\underline{C}}^{e} \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} \cdot \frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}}$$
(2.19)

L'opérateur constitutif élastoplastique C, tel que $\underline{\dot{\sigma}} = \underline{\underline{C}} \cdot \underline{\dot{c}}$ peut s'écrire :

$$\underline{\underline{\mathbf{C}}} = \underline{\mathbf{C}}^{e} - \begin{cases} \frac{1}{H + H_{c}} \underline{\underline{\mathbf{C}}}^{e} \frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}} \left\langle \underline{\underline{\mathbf{C}}}^{e} \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} \right\rangle & \text{quand} \quad f = 0 \\ 0 & \text{quand} \quad f \prec 0 \end{cases}$$
(2.20)

Tandis que la matrice de souplesse désignée par le tenseur **D** tel que $\underline{\dot{\varepsilon}} = \underline{\mathbf{D}}.\underline{\dot{\sigma}}$ est égale

à:
$$\underline{\underline{\mathbf{D}}} = (\underline{\underline{\mathbf{C}}}^{e})^{-1} + \begin{cases} \frac{1}{H} \frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}} \left\langle \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} \right\rangle & \text{quand} \quad f = 0\\ 0 & \text{quand} \quad f \prec 0 \end{cases}$$
(2.21)

La définition des fonctions f et g, ainsi que l'évolution des variables internes (écrouissage) décrivent respectivement les surfaces de charge et d'écoulement du modèle. Quand la surface de charge coïncide avec le potentiel plastique (f = g), le matériau est dit associé (ou standard).

Notons que les potentiels plastiques ne sont pas faciles à déterminer expérimentalement, notamment dans le cas de géomatériaux. En effet, les informations que l'on peut obtenir se rapportent aux déformations totales, c'est à dire plastique plus élastique et il est difficile d'isoler expérimentalement les unes des autres. De plus, la forte dépendance du tenseur de déformations élastiques d $\underline{\varepsilon}^e$ par rapport à l'histoire de sollicitation est également un autre point, délicat à prendre en compte pour les modèles élastoplastiques. Le but de ce paragraphe était de poser brièvement la base de la théorie de la plasticité classique, nous ne détaillerons pas les différentes surfaces de plasticité qu'il est possible de trouver dans la littérature (pour plus de détail, le lecteur pourra consulter les ouvrages de Lubliner, (1990) ; Dubigeon, (1998).

2.6 Stabilité et unicité au niveau global

2.6.1 Considérations générales

Dans le cadre des milieux continus, un problème aux limites bien posé est celui pour lequel nous avons existence, unicité et continuité des solutions. La notion d'existence de la solution est simplement équivalente à l'existence d'au moins une solution. Si la solution est unique, la condition d'unicité est remplie. Dans le cadre de l'élastoplasticité, des travaux ont mis en évidence des conditions suffisantes d'unicité de la solution, à l'échelle locale et globale. Des modes de bifurcation particuliers autre que la bifurcation en bande de cisaillement, comme la bifurcation diffuse, ou la perte
de contrôlabilité traduisant la perte de l'existence d'une solution homogène ou l'existence de plusieurs solutions homogènes, ont également fait l'objet de plusieurs travaux.

En ce qui concerne la stabilité d'une solution donnée, rappelons la définition générale exprimée par Lyapunov, (1907). Appliquée en mécanique des milieux continus, cette condition peut s'écrire de la façon suivante : "*Considérant un matériau et une histoire de sollicitations donnée, un état de contrainte - déformation, est stable si, pour tout scalaire positif* ε , *il existe* $\eta(\varepsilon)$ *de* R^+ *tel que, pour tout incrément de sollicitation borné par* η , *la réponse associée demeure bornée par* ε ."

2.6.2 Analyse de l'unicité

Pour obtenir une condition d'exclusion de la bifurcation dans un problème aux limites, Hill, (1958) se base sur le théorème de Kirchhoff ("*Si les déplacements ou les forces surfaciques sont données pour un problème d'équilibre en élasticité linéaire alors, l'état de contrainte - déformation est unique*", Love, 1927), valable en élasticité linéaire, afin d'en tirer une application dans le cadre plus général de l'élasto plasticité.

Supposons que le problème en vitesse exposé en (2.8) admet deux solutions différentes. Soitent \dot{u}_a et \dot{u}_b ces solutions. Leur différence, désignée par $\Delta \dot{u}$ telle que $\Delta \dot{u} = \dot{u}_a - \dot{u}_b$, définit un champ de vitesse admissible de gradient $\Delta \underline{\dot{F}}$. Puisque la relation de comportement (quelle qu'elle soit) définit la relation entre le taux de contrainte $\underline{\dot{T}}$ et le gradient des vitesses, alors la différence $\Delta \underline{\dot{T}}$ satisfait les relations d'équilibre sous leur forme forte. Et, l'application du théorème de la divergence conduit à :

$$\int_{\Omega} \Delta \underline{\dot{T}} \Delta \underline{\dot{F}} \, d\Omega = 0 \tag{2.22}$$

La non linéarité de l'équation constitutive ne permet pas l'expression directe de $\Delta \underline{\dot{T}}$ en fonction de $\Delta \underline{\dot{F}}$. Hill, (1958) propose alors une condition suffisante d'unicité du problème en vitesse sous la forme suivante :

$$\int_{\Omega} \Delta \underline{\dot{T}} \Delta \underline{\dot{F}} \, d\Omega \succ 0 \tag{2.23}$$

quelque soit les solutions distinctes du problème en vitesse. Nous avons noté que la non linéarité de l'équation constitutive ne permetait pas une interprétation directe de l'équation (2.23). Plusieurs auteurs ont proposé de définir une borne inférieure à cette équation (i.e. la condition d'apparition de la première bifurcation possible).

Ces travaux sont toutefois à différencier en fonction du type de lois de comportement. En effet, les résultats sont différents dans le cas de la plasticité associé et le cas non associé.

2.6.2.1 Modèles élastoplastiques associés

Le critère d'unicité de Hill, (1958) a été appliqué initialement aux matériaux élastoplastiques associés où la règle de normalité est vérifiée. Hill s'intéresse à l'unicité et à la stabilité de la solution d'un problème aux limites et de ce fait, les phénomènes de bifurcation envisagés couvrent une gamme de modes de déformation plus large que la seule localisation de déformation, par exemple, les modes diffus. Hill, par la suite a introduit la notion de solide linéaire de comparaison.

Le solide linéaire de comparaison est un solide dont le modèle de comportement correspond au tenseur du modèle élasto - plastique sur un chemin de chargement, et avant que la bifurcation n'ait eu lieu. Soit $\underline{\widetilde{C}}^{ep} = \underline{\widetilde{C}}^{e}$ le tenseur correspondant au solide de comparaison, le théorème de comparaison impose : $\Delta \underline{T} \cdot \Delta \underline{F} \ge \Delta \underline{F} \cdot (\underline{\widetilde{C}}^{ep} \cdot \Delta \underline{F})$.

Alors, la bifurcation pour le solide réel se comportant de façon associée, ne peut avoir lieu avant celle du solide linéaire de comparaison. La condition (2.23) est donc satisfaite quand la condition plus restrictive exprimée en (2.24) est respectée :

$$\int_{\Omega} \underline{\dot{F}} \cdot (\underline{\widetilde{C}}^{e^p} \cdot \underline{\dot{F}}) \, \mathrm{d}\Omega \succ 0 \tag{2.24}$$

celle-ci est valable quelque soit les champs de vitesses (non nuls) satisfaisant les conditions homogènes sur les frontières du domaines présentées en (2.5).

2.6.2.2 Modèles élastoplastiques non associés

La condition suffisante d'unicité de Hill, établie dans le cadre des matériaux associés, a été développée et généralisée pour le cas des modèles non associés à simple potentiel plastique (modèle élastoplastique) par Maier, (1970) ; Hueckel et Maier, (1977) ; Raniecki, (1979) ; Raniecki et Bruhns, (1981). En fait, ils ont introduit des nouveaux solides linéaires de comparaison (qui sont des matériaux associés), qui vérifient la même propriété que celui de Hill, à savoir que ces solides présentent nécessairement l'apparition de la bifurcation avant le solide réel. Ceci permet de définir des bornes inférieures du chargement critique pour lequel une bifurcation est possible. D'après Raniecki, ce premier solide de comparaison, qui possèdant le tenseur constitutif ayant la symétrie majeure est défini par :

$$\underline{\underline{C}}_{inf}^{ep} = \underline{\underline{C}}^{e} - \frac{1}{4rH} (\underline{\underline{C}}^{e} : (\frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}} + r\frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}})) \otimes ((\frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}} + r\frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}}) : \underline{\underline{C}}^{e}$$
(2.25)

Le paramètre r est un scalaire positif choisi constant dans le domaine à étudier. Ce paramètre joue un rôle important car il peut être ajusté de façon à optimiser la borne inférieure par rapport au point de bifurcation réel.

De plus, le second solide de comparaison, dont le modèle est (de manière similaire à celui de Hill) celui du solide élastoplastique réel sur un chemin de poursuite de chargement, a pour but de définir la borne supérieure du chargement de bifurcation et peut s'écrire de la façon suivante (Raniecki, 1979) :

$$\underline{\underline{C}}_{\sup}^{ep} = \underline{\underline{C}}^{e} - \frac{1}{H} (\underline{\underline{C}}^{e} : \frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}}) \otimes (\frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} : \underline{\underline{C}}^{e})$$
(2.26)

2.6.3 Analyse de la stabilité

Dans le cadre de l'élasto-plasticité associée, Hill, (1958) étudie le critère de stabilité à travers un système matériel en supposant qu'une partie de sa surface est contrainte de manière rigide et que toutes les charges sont maintenues constantes sur le reste ("charges mortes"), pour n'importe quel mouvement à partir de la position d'équilibre à l'instant *t*. Alors, selon Hill, le système est considéré comme instable si pour une

petite perturbation de contrainte, la déformation peut se poursuivre de manière infinitésimale sans apport d'énergie extérieure au système. Hill démontre que la condition suivante :

$$\int_{V} \underline{\dot{\sigma}} : \underline{\dot{\varepsilon}} \, dV \succ 0 \quad \forall \underline{\dot{\varepsilon}} \neq 0 \tag{2.27}$$

est une condition suffisante de stabilité, si elle est vérifiée, quels que soient les champs de vitesses (non nuls) et les champs de contrainte associés par le modèle constitutif.

Dans le cadre de modèles non associés, deux points importants doivent être soulignés. Premièrement, la violation de la condition (2.27) n'implique pas l'instabilité. De ce fait, cette dernière n'est pas une condition nécessaire de stabilité. Deuxièmement, il se peut que certaines instabilités peuvent apparaître alors que la condition (2.27) est respectée. C'est le cas pour les instabilités de flottement (*"flutter instability"*) décrites par Bigoni, (2000).

Il faut alors noter l'implication suivante :

Conditions de bifurcations exclues \Rightarrow Stabilité au sens de Hill

2.7 Stabilité et unicité au niveau local

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons aux conditions locales de stabilité et d'unicité qui ont été développées à partir des conditions globales exposées dans les paragraphes précédents. L'importance des conditions locales repose sur la notion d'instabilité matérielle, c'est à dire l'instabilité pouvant se développer à partir d'un point matériel du milieu continu (Bigoni, 2000). Nous allons donc présenter les principales conditions locales dans la suite de ce chapitre.

2.7.1 Travail du second ordre

Dans le cadre des matériaux associés, Hill, (1958) a exprimé une notion classique de stabilité matérielle qui peut s'énoncer ainsi : un point matériel est défini comme stable s'il satisfait la condition de positivité du travail du second ordre :

$$d^{2}W = \underline{\dot{\sigma}} : \underline{\dot{\varepsilon}} \succ 0, \quad \forall \underline{\dot{\varepsilon}} \neq 0$$
(2.28)

La stabilité d'un solide de volume V, appelée stabilité globale, est assurée si la condition (2.28) est vérifiée en chaque point du volume V. Cette condition implique que la condition (2.27) est satisfaite. Ceci a été montré par Bigoni et Hueckel, (1991) pour le cas plus général des matériaux non associés.

Drucker, (1959), puis Mróz, (1963) ont postulé une condition suffisante en terme de travail plastique en élasto-plasticité :

$$d^{2}W^{p} = d\underline{\sigma} : d\underline{\varepsilon}^{p} \succ 0, \qquad \forall d\underline{\varepsilon}^{p} \neq 0$$
(2.29)

Remarquons que la condition de stabilité matérielle définie par Drucker (Eq. (2.29)) est différente de celle proposée par Hill. En effet, Drucker a considéré la déformation plastique dans son critère à la place de la déformation totale considérée par Hill. Pour les modèles hyper-élastoplastiques, le postulat de Drucker implique la validation de la condition de Hill, car $d\underline{\sigma}$: $d\underline{\varepsilon}^e \ge 0$ en hyper-élasticité, et

$$d\underline{\sigma}: d\underline{\varepsilon} = d\underline{\sigma}: d\underline{\varepsilon}^{e} + d\underline{\sigma}: d\underline{\varepsilon}^{p}$$
(2.30)

La condition de stabilité matérielle au sens de Hill est donc moins restrictive par rapport à celle de Drucker.

Cependant, l'équivalence entre la définition de la stabilité selon Lyapunov et la condition de Hill, n'a pas été établie de manière générale. Koïter, (1969) a effectué cette démonstration mais uniquement dans le cadre de l'élasticité.

La pertinence de d²W par rapport à l'unicité est moins claire. Valanis, (1985) a montré que l'unicité peut être vérifiée même si la condition suffisante de stabilité de Hill est violée. Il est important de préciser que la plupart des conclusions sur cette équivalence sont obtenue dans le cadre des modèles incrémentalement linéaires.

Par contre, l'équivalence entre la condition de Hill et les pertes de contrôlabilité sur des chemins de chargement selon Nova, (1994) est acquise en élasto-plasticité à un potentiel. En élasto-plasticité, il y a donc équivalence entre la non contrôlabilité et le critère de Hill, (1958). Ceci correspond également à l'annulation du déterminant de la partie symétrique de l'opérateur constitutif élasto-plastique. Rappelons que cet

opérateur est symétrique pour les matériaux associés tandis qu'il est non symétrique pour les cas non associés.

Cette équivalence n'est plus triviale quand la relation contrainte-déformation devient incrémentalement non-linéaire, ou bien, linéaire par morceaux (Darve, 1982). Il en est de même pour les modèles hypo-plastiques (Kolymbas, 1991, Chambon, 1994). Pour les lois incrémentalement non-linéaires, le signe du travail du second ordre a été comparé aux valeurs du déterminant de la matrice constitutive :

$$d^{2}W = d\underline{\sigma} : d\underline{\varepsilon} = d\underline{\sigma}^{T} . \underline{\underline{M}} . d\underline{\sigma} \equiv d\underline{\sigma}^{T} . \underline{\underline{M}} . d\underline{\sigma}$$
(2.31)

avec $d\underline{\varepsilon} = \underline{M} d\underline{\sigma}$ et où M^s est la partie symétrique de la matrice M. En conditions axisymétriques et en déformations planes, la condition suffisante de stabilité de Hill est liée à la partie symétrique de la matrice (Darve et Laouafa, 2000) :

$$(d^2 W \le 0) \subset (\det \underline{M}^s \prec 0) \tag{2.32}$$

Du fait que l'instabilité matérielle au sens de Hill coïncide avec la perte de positivité définie de la partie symétrique du tenseur constitutif élastoplastique, son critère présenté en (2.28) est aussi appelé "critère local" d'unicité ou "critère général" de bifurcation ou bien "critère de positivité".

2.8 Conclusion

Dans la première partie de ce chapitre qui se situe dans un contexte bibliographique, nous avons brièvement présenté les différents modes d'instabilités de pentes. Quelques méthodes pour analyser la stabilité des pentes ont également été rappelées.

Or l'application de ces méthodes s'appuyant sur la théorie de plasticité et de localisation ne nous permet ni de détecter, ni de décrire certains modes de rupture comme le mode diffus qui se manifeste strictement à l'intérieur du critère de rupture.

Dans ce contexte, le critère de stabilité de Hill s'appuyant sur le travail du second ordre est un bon critère pour analyser les problèmes de stabilité des pentes.

Par la suite, un exposé des approches théoriques permettant de quantifier l'initiation ou le déclenchement des bifurcations matérielles est présenté. Après avoir rappelé, très brièvement, la formulation d'un problème aux limites dans le cadre de transformations infinitésimales, nous avons présenté les principales approches existantes sur les études d'unicité et de stabilité du problème aux limites formulé en vitesse. Les correspondances entre les notions de stabilité, ainsi que leurs liens avec les notions de perte d'unicité ou de perte de contrôlabilité ont été abordée en élastoplasticité à un potentiel.

A la fin de ce chapitre, nous avons présenté la condition de Hill portant sur le signe du travail du second ordre comme une condition suffisante de stabilité au niveau global (échelle du milieu) ainsi que local (échelle du point matériel). Le chapitre suivant est dédié à l'mplémentation et la validation de ce critère de stabilité dans le logiciel de calcul par éléments finis Plaxis.

Chapitre 3

Implémentation du critère de stabilité de Hill dans le logiciel Plaxis

Le présent chapitre vise deux objectifs principaux. Dans le premier, nous présentons succinctement le code de calcul par éléments finis Plaxis (développé en premier lieu à l'Université Technologique de Delft) ainsi que le modèle de comportement élastoplastique HSM implémenté dans le code Plaxis, avec lequel nos futur modélisations seront réalisées. Nous développons ensuite un programme pour le calcul du travail du second ordre à partir des résultats fournis par le code Plaxis. Notant, que ce travail se fait en post traitement, ceci s'explique par la difficulté d'accéder aux programmes sources du code Plaxis. Dans le second, une étude du problème de bifurcation et d'instabilité dans les ouvrages géotechniques, en se basant sur l'analyse du travail du second ordre local et global sera présentée. Nous proposons la modélisation d'une fondation superficielle au bord d'un talus dans un sol pulvérulent (sable d'Hostun) avec le modèle HSM en condition hydromécanique couplée, ce qui nous permettra de mettre en évidence la formation d'une surface de glissement au bord du talus.

3.1 Présentation du code de calcul Plaxis

3.1.1 Présentation générale

Le code de calcul par éléments finis Plaxis de la société Plaxis B.V., est un logiciel aujourd'hui couramment utilisé en bureaux d'études. Conçu par des géotechniciens numériciens de l'université de Delft aux Pays-Bas dans les années 1980, ce code est un outil pratique d'analyse d'ouvrages et d'essais géotechniques. Si ce code a initialement été développé pour analyser les digues et les sols mous, son champ d'application s'étend aujourd'hui à une large gamme de problèmes géotechniques. Il permet d'analyser des problèmes élastiques, élastoplastiques, élastoviscoplastiques en 2D ou 3D et en grands déplacements par la méthode lagrangienne actualisée. Très fiable sur le plan numérique, ce code fait appel à des éléments de haute précision, tels que les éléments triangulaires à 15 noeuds, ainsi qu'à des pilotages de résolution récents comme la méthode de longueur d'arc. Le manuel d'utilisation du code Plaxis présente une description détaillée du logiciel (Brinkgreve, 2002).

3.1.2 Lois de comportement élasoplastiques

La plupart des matériaux ont un comportement élastoplastique, qui est caractérisé par l'apparition de déformations réversibles élastiques et de déformations irréversibles plastiques. Sur la surface de charge, deux cas de comportement sont possibles : la surface de charge n'évolue pas, on parle de loi élastique parfaitement plastique, c'est le cas du modèle de Mohr-Coulomb; la surface de charge évolue au cours du chargement, on parle de modèle élastoplastique avec écrouissage dont le modèle Hardening Soil de Plaxis fait partie.

L'utilisation de lois de comportement complexes dans des modèles éléments finis pour l'ingénierie est délicate. Elle demande pour la détermination des paramètres des études spécifiques lourdes sortant du cadre des projets d'ingénierie. L'intégration de telles lois dans des codes éléments finis est difficile. Le coût de ces calculs est généralement important et peu de codes sont actuellement opérationnels. La démarche suivie dans le

développement de Plaxis est de fournir à l'utilisateur un code éléments finis qui soit à la fois robuste et convivial, permettant de traiter des problèmes géotechniques réels, dans un délai raisonnable en utilisant un modèle de comportement de sols dont les paramètres puissent être déterminés à partir d'une étude géotechnique normale.

3.1.2 Lois de comportement utilisées dans Plaxis

Les modèles de comportement de sols sont très nombreux : depuis le modèle élastiqueplastique de Mohr-Coulomb jusqu'aux lois de comportement les plus sophistiquées, permettant de décrire presque tous les aspects du comportement élato-plastique des sols, aussi bien sous des sollicitations monotone que cyclique. Ces modèles ont été développés dans le but d'être intégrés dans des calculs par éléments finis. Dans ce schéma, la modélisation par éléments finis permet de résoudre le problème aux limites en tenant compte, par une loi de comportement réaliste, du comportement réel du sol. Deux difficultés majeures ont empêché la réalisation complète de ce schéma : d'une part les lois de comportement qui décrivent bien le comportement des sols sont complexes, la seconde difficulté est l'intégration de ces lois de comportement dans des codes de calcul par éléments finis, bi ou tridimensionnels. Peu de codes sont opérationnels actuellement, avec des lois sophistiquées. Les modèles de comportement disponible dans PLAXIS sont :

- Modèle élastique linéaire ;
- Modèle de Mohr-Coulomb ;
- Modèle de sol avec écrouissage (Hardening Soil Model) ;
- Modèle " SSM ", pour les sols mous ;
- Modèle "SSCM ", pour les sols mous avec effet du temps.

Le logiciel PLAXIS, dispose (depuis la version 8.0) d'une option permettant à l'utilisateur d'implémenter ses propres lois de comportement des matériaux.

Dans cette thèse, toutes les modélisations seront effectuées par le modèle de sol avec écrouissage (Hardening Soil Model), que nous présentons dans le paragraphe suivant.

3.2 Modèle élastoplastique HSM (Hardening Soil model)

Une loi de comportement élastoplastique avec écrouissage telle que le modèle HSM permet de mieux tenir compte des déformations irréversibles qu'on observe dans le sol même loin de la rupture. Ce concept est dérivé du comportement des métaux écrouis (hardened) dont le niveau de plasticité augmente avec l'intensité des déformations plastiques subies.

Le modèle HSM est un modèle élastoplastique avec écrouissage isotrope dépendant de la déformation plastique déviatoire (écrouissage en cisaillement) et de la déformation volumique (écrouissage en compression). Ce modèle décrit relativement bien le comportement des sables, des graves mais aussi des sols plus mous comme les argiles et les limons.

L'implémentation de ce modèle dans le code de calcul Plaxis est présentée par Schanz et al, (1999).

Le modèle HSM a pour objet d'améliorer le modèle de Mohr-Coulomb sur différents points ; il s'agit essentiellement :

- de prendre en compte l'évolution du module de déformation lorsque la contrainte augmente : les courbes oedométriques en contrainte-déformation ne sont pas des droites ;
- de prendre en compte l'évolution non linéaire du module lorsque le cisaillement augmente : le module E₅₀ n'est pas réaliste: il y a une courbure des courbes effortdéformation avant d'atteindre la plasticité ;
- de distinguer entre une charge et une décharge ;
- de tenir compte de la dilatance qui n'est pas indéfinie.

On pourrait dire que ce modèle est un dérivé du modèle hyperbolique de Duncan-Chang (Duncan and Chang, 1999) car il en reprend, en les améliorant, les formulations hyperboliques des courbes effort-déformation pour tenir compte de la plasticité du sol. Les plastifications peuvent être de deux natures : liées au cisaillement ou à la compression. Ces deux mécanismes plastiques ferment l'espace des contraintes du domaine élastique comme le montre la figure 3.1 dans le plan des contraintes (p,q) et dans le plan des contraintes principales.



Figure. 3.1 - Surface de limite élastique du modèle HSM dans le plan (p,q) (a) et dans l'espace des contraintes principales (b).

La fonction de plasticité du modèle HSM correspond à la pyramide de Mohr-Coulomb fermée. La zone de comportement élastique est la zone à l'intérieur de la pyramide. Sa taille n'est pas fixe, elle varie avec l'augmentation de la contrainte isotrope. De cette manière, le sol est caractérisé par une compressibilité élevée durant la phase de chargement, les déformations plastiques s'ajoutent aux déformations élastiques, alors que pendant le phase de déchargement la compressibilité est plus faible, il y a uniquement des déformations élastiques.

3.2.1 Courbe contrainte-déformation

L'idée de base de la formulation de cette loi, est que la courbe reliant la déformation axiale ε_1 et le déviateur de contraintes *q*, lors d'un essai triaxial drainé est approximée par une courbe hyperbolique dont l'équation est la suivante :

$$-\varepsilon_1 = \frac{l}{2 E_{50}} \frac{q}{l - q/q_a} \qquad \text{pour } q < q_f \qquad (3.1)$$

avec :

 E_{50} : Module de déformation plastique sécant dans un essai triaxial,

 q_a : valeur asymptotique de la résistance au cisaillement.

La valeur q_a est définie par le rapport entre la contrainte de déviateur à la rupture q_f , donnée par le critère de Mohr-Coulomb, et le coefficient R_f (par défaut R_f =0.9).

$$q_a = q_f / R_f = 1/R_f (c \cot \varphi - \sigma'_3) \frac{2 \sin \varphi}{l - \sin \varphi}$$
(3.2)

 σ_3 : contrainte principale mineure,

c : cohésion,

 φ : angle de frottement interne.

La déformation axiale et le déviateur des contraintes sont reliés dans le modèle Hardening Soil par une fonction hyperbolique comme il est représenté sur la figure 3.2. La rigidité de cisaillement est utilisée pour modéliser des déformations irréversibles dues au chargement déviatorique primaire. La rigidité en compression est utilisée pour modéliser les déformations plastiques irréversibles dues aux compressions primaires œdométriques et isotropes respectivement. La surface de rupture déviatoire est donnée par le modèle de Mohr-Coulomb.



Figure. 3.2 - Représentation de la relation hyperbolique gérant l'écrouissage du modèle HSM.

3.2.2 Limite élastique

La limite élastique du modèle HSM n'est pas fixe dans l'espace des contraintes principales. De par l'écrouissage, elle peut s'étendre par suite de déformations

plastiques. Elle est déterminée par deux surfaces de limite élastique.



Figure. 3.3 – Définition du paramètre E_{oed}^{ref} à partir d'un essai oedométrique.

Une première surface est due à des chargements primaires déviatoriques et elle est non associée avec le potentiel plastique. La deuxième surface qui est associée avec le potentiel plastique résulte des chargements primaires de compression oedométrique et isotrope. Nous nous intéressons ici à la première qui est décrite par l'équation (3.3). Pour la deuxième expression de la surface de charge ou limite élastique, le lecteur pourra se référer aux travaux de Brinkgreve, 1994 ; Brinkgreve, 2002.

$$f = \frac{2}{E_i} \frac{q}{1 - q/q_a} - \frac{2q}{E_{ur}} - \gamma^p$$
(3.3)

où :

 γ^{p} : déformation plastique déviatorique,

 E_i : pente initiale de la courbe (q, ε_1) sur un chemin de chargement triaxial à partir d'un état isotrope de contrainte,

 E_{ur} : module en décharge.

Dans le cadre des modélisations en petite déformation, on utilise le module E_{50} au lieu de E_i qui est plus difficile à déterminer expérimentalement. E_{50} dépend de la contrainte principale mineure, σ_3 qui est la pression de confinement d'un essai triaxial drainé.

$$E_{50} = E_{50}^{ref} \left(\frac{c \cot \varphi - \sigma_3}{c \cot \varphi + p^{ref}}\right)^m \tag{3.4}$$

avec :

 E_{50}^{ref} : module sécant de référence correspondant à la pression p^{ref} (par défaut $p^{ref} = 100$ kPa),

m: puissance (environ 0.5 pour les sables et 1.0 pour les argiles molles).

3.2.3 Surface d'écoulement

Dans le cadre de la plasticité non associée, la surface d'écoulement est définie par la relation suivante :

$$g = (\sigma_1 - \sigma_3) + (\sigma_1 + \sigma_3)\sin\psi_m - 2c\cos\psi_m = 0$$
(3.5)

Schanz et Vermeer, 1996 ont exprimé l'angle de dilatance mobilisé en s'appuyant sur la loi de dilatance de Rowe, 1962 :

$$\sin\psi_m = \frac{\sin\varphi_m - \sin\varphi_{cv}}{1 - \sin\varphi_m \sin\varphi_{cv}}$$
(3.6)

où :

 φ_{cv} : est l'angle de frottement caractéristique (c'est à dire la valeur de l'angle de frottement, associé au minimum de variation de volume en compression triaxial drainée),

 φ_m : est l'angle de frottement mobilisé défini comme suit :

$$\sin\varphi_m = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3 - 2c\cot\varphi}$$
(3.7)



Figure. 3.4 – Définition de l'angle de dilatance.

3.2.4 Paramètres du modèle

Le modèle HSM nécessite donc principalement les paramètres suivant, qui comme pour le modèle de Mohr-Coulomb sont identifiables à partir d'essais œdométriques ou triaxiaux comme illustré sur les figures 3.2, 3.3 et 3.4 :

Paramètres de Mohr-Coulomb :

С	: cohésion (effective)	$[kN/m^2]$
φ	: angle de frottement effectif	[°]
ψ	: angle de dilatance	[°]

Paramètres de rigidité :

E_{50}^{ref}	: Module de déformation plastique sécant dans un essai triaxial	$[kN/m^2]$
E_{oed}^{ref} :	Module de déformation plastique tangent dans un essai oedométrique	$[kN/m^2]$
т	: Puissance (environ 0,5 pour les sables)	[-]

Paramètres avancés :

 E_{ur}^{ref} : Module en décharge / recharge élastique (par défaut $E_{ur}^{ref} = 3 E_{50}^{ref}$) [kN/m²] v_{ur} : Coefficient de poisson en décharge /recharge élastique [-] (par défaut $v_{ur} = 0.2$)

p^{ref}	: Contrainte de référence (par défaut $p^{ref} = 100$ kPa)	$[kN/m^2]$
K_0^{nc}	: K_0 - consolidation (par défaut $K_0^{nc} = 1 - \sin \varphi$)	[-]
R_{f}	: Coefficient à la rupture q_f/q_a (par défaut $R_f = 0.9$)	[-]
$\sigma_{tension}$: Résistance à la traction (par défaut $\sigma_{tension} = 0$)	$[kN/m^2]$
C _{increment}	: Cf. modèle de Mohr-Coulomb (par défaut $c_{increment} = 0$)	$[kN/m^3]$

3.3 Intégration du modèle HSM dans le code PLAXIS

L'intégration locale de la loi rhéologique HSM a été implémentée dans le code PLAXIS sous une forme incrémentale. Donc, nous pouvons, à partir de la déformation totale et de l'histoire du matériau en chaque point d'intégration, déterminer l'état de contrainte :

$$\Delta \underline{\sigma} = \underline{\underline{C}}^{e} (\Delta \underline{\varepsilon} - \Delta \underline{\varepsilon}^{p})$$
(3.8)

La figure 3.5 présente le schéma d'intégration, qui est implicite, utilisé pour intégrer les différents types de modèle de comportements élastoplastiques. Rappelons que ce schéma implicite est inconditionnellement stable même pour des pas de chargement (ou de temps) importants ainsi que pour des états de contraintes proche des discontinuités de la surface de limite élastique (Vermeer, 1979 ; de Borst et Vermeer, 1984).

3.4 Calcul du travail du second ordre (post-traitement)

Ce paragraphe décrit l'introduction du critère de stabilité proposé par Hill, (1958) dans le code de calcul par éléments finis Plaxis. Il s'agit donc de l'implémentation du travail du second ordre local et global. Cependant, le calcul du travail du second ordre local d²W et le travail global D²W est réalisé une fois le calcul PLAXIS fini et en post-traitement. La figure 3.6 montre l'algorithme du post-traitement pour calculer le travail du second ordre.

 $\underline{\sigma}^{tr} = \underline{\sigma}^{n,i} + \mathbf{C}^{e} \Delta \underline{\varepsilon}^{e} \quad \gamma^{p} = (\gamma^{p})^{n-1}$ Itération i : **1.** Calcul du prédicteur élastique : $\underline{\sigma}^{tr} = \underline{\sigma}^{n,i} + \underline{\mathbf{C}}^{e} \Delta \underline{\varepsilon}^{e}$ **2.** Calcul du potentiel plastique : $f(\sigma^{tr}, \gamma^{p})$ - Si le pas est élastique, i.e : $f(\sigma^{tr}, \gamma^p) \le 0$: Calcul de nouvel état de contrainte : $\underline{\sigma}^{n,i} = \underline{\sigma}^{tr}$ \Rightarrow L'intégration est terminée. - Si le pas est plastique, i.e : $f(\sigma^{tr}, \gamma^p) \ge 0$ \Rightarrow poursuite du calcul en 3 3. Calcul du multiplicateur plastique $\Delta \lambda^{p} = \frac{f(\underline{\sigma}^{tr}, \gamma^{p})}{(\frac{\partial f}{\partial \sigma})^{\sigma^{*}} \underline{\underline{C}}^{e} (\frac{\partial g}{\partial \sigma})^{i} - (\frac{d\gamma^{p}}{d \varepsilon^{p}})^{i} (\frac{\partial g}{\partial \sigma})^{i}}$ **4.** Mise à jour de la déformation plastique $\varepsilon^p = \varepsilon^p + \Delta \lambda^p (\frac{\partial g}{\partial \sigma})^i$ 5. Calcul de nouvel état de contrainte $\underline{\sigma}^{n,i} = \underline{\sigma}^{tr} - \Delta \lambda^{p} \underline{\mathbf{b}} \quad avec \quad \underline{\mathbf{b}} = \underline{\underline{\mathbf{C}}}^{e} \left(\frac{\partial g}{\partial \sigma}\right)^{i}$ 6. Calcul des contraintes déviatoriques $q = \sigma_1^{tr} - \sigma_3^{tr} - \Delta \lambda^p (b_1 - b_3)$ $q_a = \frac{2\sin\varphi}{1-\sin\varphi} \frac{1}{R} \left(\sigma_3 + c\cot\varphi - \Delta\lambda^p b_3\right)$ 7. Vérification du critère de Mohr-Coulomb - Si le critère est respecté, i.e : $q \leq \frac{2\sin\varphi}{1-\sin\varphi} (c\cot\varphi - \sigma_3)$ \Rightarrow L'intégration est terminée. - Sinon : \Rightarrow Retour sur le modèle de Mohr-Coulomb

Figure. 3.5 – Algorithme d'intégration de la loi HSM dans le code Plaxis.

3.4.1 Travail du second ordre local

Le calcul du travail du second ordre local a été présenté dans le chapitre 2. Rappelons que, d'après les travaux de Hill, un état de contrainte-déformation est instable s'il existe une direction de chargement pouvant être poursuivie de manière infinitésimale sans apport d'énergie de l'extérieur. La condition de stabilité matérielle est exprimée selon Hill comme suit :

Pour un matériau ayant une histoire de sollicitations donnée, un état de contrainte déformation est considéré stable si, pour l'ensemble des couples d'incrément de contrainte $d\sigma$ et de déformation $d\varepsilon$ reliés par la loi constitutive, le travail du second ordre est strictement positif :

$$\forall d\sigma \neq 0 \& d\varepsilon \neq 0 \quad d^2W = d\sigma : d\varepsilon \succ 0$$

Les calculs du travail du second ordre dans le code Plaxis sont effectués pour tous les points d'intégration (points de gauss) du milieu continu et entre deux pas d'équilibre successifs. Pour que les représentations du travail du second ordre local d²W soient plus "lisibles", nous allons normaliser d²W par rapport aux normes des incréments de contrainte $||d\sigma||$ et de déformation $||d\varepsilon||$, (figure 3.6).

3.4.2 Travail du second ordre global

Nous avons exposé dans le chapitre 2 les différentes conditions d'unicité d'une solution à un problème aux limites données. Hill, (1958) a proposé une condition suffisante de stabilité pour les problèmes aux limites où la géométrie, les équations d'équilibre, les conditions initiales et aux limites sont prises en compte. Cette condition de stabilité globale s'exprime de la façon suivante :

$$\mathsf{D}^2 \mathsf{W} = \int_{\Omega} \underline{\dot{\sigma}} : \underline{\dot{\varepsilon}} \, \mathrm{d}\Omega \tag{3.9}$$

L'expression du travail du second ordre valable dans une discrétisation par éléments finis est obtenue, en transformant la forme intégrale rappelée ci-dessus en une somme discrète sur l'ensemble des éléments du maillage, nous écrirons alors :

$$D^{2}W = \sum_{p_{i}=1}^{N_{p_{i}}} d\underline{\sigma}_{p_{i}} : d\underline{\varepsilon}_{p_{i}} . w_{p_{i}} . J_{p_{i}}$$
(3.10)

avec :

 N_{pi} : nombre total de points d'intégration,

 J_{pi} : déterminant de la matrice jacobienne de la transformation au point d'intégration pi,

 W_{pi} : poids du point d'intégration *pi*.

Finalement, le travail du second ordre global normalisé est calculé de la manière suivante :

$$D^{2}W_{normalis\acute{e}} = \frac{\sum_{pi=1}^{N_{pi}} D^{2}W_{pi}}{\sum_{pi}^{N_{pi}} M_{pi} \sum_{pi}^{N_{pi}} \|d\boldsymbol{\sigma}\|_{pi} \|d\boldsymbol{\varepsilon}\|_{pi}}$$
(3.11)

- 1. Début d'un pas n
 - Lecture des fichiers fournis par PLAXIS
 - Filename.MSH (coordonnées, connectivités)
 - Filename.XXX (contraintes, déplacements)
- **2.** Boucle sur les points d'intégration (premier point $p_i = 1$)
 - Calcul des incréments de déformation

$$d\underline{\varepsilon}^{n} = \underline{B}.d\underline{u}^{n} = \underline{B}.(\underline{u}^{n} - \underline{u}^{n-1})$$

- Calcul des incréments de contraintes

$$d\underline{\sigma}^n = \underline{\sigma}^n - \underline{\sigma}^{n-1}$$

- 3. Calcul du travail du second ordre local
 - Test sur les normes des incréments de contraintes et de déformation :
 - Si $||d\underline{\sigma}|| \prec tolérence1 et ||d\underline{\varepsilon}|| \prec tolérence 2$, alors :
 - Travail local normalisé : $d^2W = 1$.
 - Travail local pondéré : $D^2 W_{pi} = 0$.
 - Sinon, le travail local normalisé :

$$d^{2}W = \frac{d\underline{\sigma} : d\underline{\varepsilon}}{\|d\underline{\sigma}\| \| d\underline{\varepsilon} \|}$$

- Travail du second ordre local pondéré :

$$D^2 W_{pi} = (d\underline{\sigma} : d\underline{\varepsilon})_{pi} . W_{pi} . J_{pi}$$

 W_{pi} : poids du point d'intégration *pi*,

 J_{pi} : déterminant de la matrice jacobienne au point d'intégration pi,

4. Calcul du travail du second ordre global

- Travail global non normalisé :

$$D^2 W = D^2 W + D^2 W_{pi}$$

- Norme du travail global :

$$NORM = NORM + \|d\underline{\sigma}\|_{ni} \|d\underline{\varepsilon}\|_{ni}$$

- Volume d'intégration du travail global :

$$= V + W_{pi} J_{pi}$$

5. Vérification de la condition : $P_i = N_{pi}$

- Si la condition n'est pas vérifiée \Rightarrow retour en 2.

V

- Sinon, le travail global normalisé :

$$D^2 W_{norm} = \frac{1}{V} \cdot \frac{D^2 W}{NORM}$$

Figure. 3.6 – Algorithme du calcul du travail du second ordre.

3.5 Modélisation de la stabilité d'une fondation au bord d'un talus

3.5.1 Introduction

Dans le chapitre précédant, nous avons montré que l'instabilité matérielle peut apparaître sous un mode diffus. De plus, nous avons montré que ni le critère de Rice, (1976) ni la condition de plasticité ne peuvent détecter ces modes de rupture. Cette seconde classe de rupture peut être décrite par le critère de Hill.

Dans ce contexte, certains auteurs ont appliqué le critère de Hill afin d'étudier la stabilité dans les ouvrages géotechniques. Darve et Laouafa ont étudié dans une modélisation numérique la stabilité matérielle d'une pente au cours de son processus d'excavation. Les résultats ont montré l'existence d'une zone superficielle potentiellement instable (i.e. le long de la surface de la pente). Servant a reproduit le même problème avec l'utilisation de deux modèles de comportement, la pente était constituée d'un matériau contractant (sable d'Hostun làche). Cependant, la zone instable trouvée correspond approximativement aux résultats obtenus par Darve et Laouafa . Le même problème aux limites mais avec un matériau dilatant (sable d'Hostun dense) a été étudié par Khoa, (2005). Nous rappelons que les problèmes cités ci-dessus ont été traités en mécanique pure (sans couplage hydromécanique). Une autre modélisation numérique simple avec l'application du critère de Hill dans le cas d'une fondation superficielle sur un matériau dilatant (sable d'Hostun dense) a été réalisée par Khoa, (2005), ce même problème a été traité par Hammadi avec l'utilisation de deux modèles de comportement différents. Les résultats de ces modélisations ont confirmé que la rupture en masse (rupture diffuse) peut être analysée par la condition de Hill.

3.5.2 Motivation

Afin de valider et contrôler, la performance de l'implémentation du travail du second ordre dans le code Plaxis, il est nécessaire, avant d'entamer l'étude de glissements de cas réels, de reproduire des modélisations simples en conditions non homogènes. Les fondations superficielles isolées, posées sur un massif de sol homogène à surface horizontale, constituent des exemples simples pour la validation des résultats de calcul par éléments finis. En effet, on dispose de solutions exactes concernant la charge limite ou de bornes inférieures et supérieures pour quelques problèmes particuliers. Dans le cadre de cet exemple (cas d'un problème bidimensionnel), nous nous sommes intéressés à l'étude de la stabilité matérielle de la fondation, en se basant sur l'analyse du travail du second ordre local et global.

Donc, ce paragraphe est consacré à la modélisation de la stabilité d'une fondation au bord d'un talus excavé, constitué d'un sol pulvérulent. La modélisation sera menée en conditions hydromécaniques couplées. Rappellons que ce problème a été traité par Hammadi, (2006) dans sa thèse dans des conditions différentes (sol cohérent, sans couplage hydromécanique).

Dans notre cas, nous choisissons de modéliser le même problème aux limites mais avec un matériau pulvérulent (sable d'Hostun) et une profondeur finale de l'excavation de 4 m. Notons que l'angle de la pente étudiée (27°) est inférieur à l'angle de frottement interne du sable d'Hostun lache (34°).

3.5.3 Présentation des conditions aux limites

L'analyse est réalisée dans le cadre des déformations plannes, la géométrie et les conditions aux limites du modèle sont données sur la Figure 3.7. Le massif est discrétisé par 1036 éléments triangulaires à 15 noeuds. La configuration étudiée est une fondation superficielle, constituée d'une semelle isolée de 1 m de coté, posée au bord d'un talus. La distance de la semelle au talus est de 0.5 m et la pente de ce dernier vaut 27 degrés, (Figure 3.7). La zone de sol excavé correspond à l'enlèvement successif de couches de sol de 0.5 m. Le comportement de ce massif sera modélisé avec le modèle de sol avec écrouissage (Hardening Soil Model). Le massif de sol est constitué de deux couches de sable : un sable d'Hostun dense de 6m d'hauteur à la base et un sable d'Hostun moyennement lâche d'hauteur 4m en surface. L'ensemble de paramètres des deux couches de sol, est présenté dans le tableau 3.1.



Figure. 3.7 – Maillage et conditions aux limites.

Couches	Sable lâche	Sable dense
Densité sèche γ_d (kN/m ³)	17.0	17.5
Cohésion c' (kN/m^2)	0.0	0.0
Angle de frottement $\varphi'(^{\circ})$	34.0	41.0
Angle de dilatance $\psi(^{\circ})$	0.0	14.0
Coefficient de Poisson v	0.20	0.20
Puissance m	0.65	0.50
Coefficient à la rupture R_f	0.9	0.9
E_{50}^{ref} (kN/m ²)	20000	37000
E_{ur}^{ref} (kN/m ²)	60000	90000
E_{oed}^{ref} (kN/m ²)	16000	29600

Tableau. 3.1 – Paramètres du modèle HSM pour le sable d'Hostun.

3.5.4 Etapes de calcul

Les seules forces extérieures appliquées sont la force de pesanteur et la charge de la fondation. L'analyse se fait en trois étapes :

- Calcul des conditions initiales ;

- Calcul de l'excavation ;

- Calcul de chargement jusqu'à la rupture.

Une génération automatique des contraintes initiales correspond à l'application du poids volumique d'un sol supposé homogène ($\sigma_{h0} = K_0 \cdot \sigma_{v0}$, avec $K_0 = 1 - \sin \varphi$).

 σ_{v0} : contrainte verticale; σ_{h0} : contrainte horizontale). La zone d'excavation se compose de 8 couches de 0.5 mètre d'épaisseur qui seront retirées successivement de manière descendante.

La fondation est supposée rigide, le déplacement imposé ($u_{imposé}$) est uniformément réparti en surface. Nous utilisons ici la procédure de niveau final ("*Ultimate level* ") comme une méthode d'application du chargement. Cette procédure pour laquelle la taille des pas de calcul est choisie automatiquement nous permet de préciser la charge totale (i.e. le déplacement imposé sur la fondation) à appliquer en assurant un bon compromis entre la robustesse et la précision du calcul. Remarquons que le calcul sera mené jusqu'à ce que l'un des trois critères suivants soit satisfait :

- La charge totale admissible appliquée a été atteinte,

 Le nombre maximal de pas de chargement additionnel spécifié a été atteint. Dans ce cas, le calcul peut s'arrêter avant d'obtenir la charge totale,

– La charge de rupture a été atteinte. Dans ce cas, la charge totale n'a pas non plus été obtenue. La rupture est diagnostiquée lorsque la charge appliquée diminue pendant deux pas de calcul successifs.

3.6 Résultats de la simulation

3.6.1 Phase d'excavation

La figure 3.8 présente le champ de déplacement et les isovaleurs de déformation déviatorique à la fin de l'excavation (4 m en profondeur).

Nous constatons que l'excavation des couches de sol conduit à la décharge du massif, qui se déplace dans les directions horizontale (déplacement vers l'aval) et verticale (soulèvement). La figure 3.8 (b) présente clairement la zone où les déformations déviatoriques sont les plus importantes.



Figure. 3.8 – Champs de déplacement total (a) et isovaleurs des déformations déviatorique à la fin de . l'excavation (b).

Pour décrire le type de rupture, est ce qu'il s'agit d'une rupture localisée en bande de cisaillement ou une rupture en mode diffus, nous analysons le travail du second ordre au niveau local et au niveau global, qui sera présenté dans le paragraphe suivant.

3.6.1.1 Analyse de la stabilité matérielle par le travail du second ordre local

Les résultats en termes de travail du second ordre local sont présentés sur la figure 3.9 pour quatre profondeurs d'excavation différentes (1 m, 2 m et 3 m et 4m).

En traçant les isovaleurs de d^2W , nous pouvons conclure que le creusement jusqu'à 4 m de profondeur a donné naissance à des zones où le travail du second ordre local est négatif. Ces valeurs négatives de d^2W rassemblées dans une zone superficielle le long de la pente se développant progressivement au cours de l'excavation permettent de

mettre en évidence d'une zone potentiellement instable sous un mode diffus. Notons ici que les effets parasites pour le travail du second ordre local qui apparaissent au bord vertical gauche du massif sont dus à un massif trop court.



Figure. 3.9 – *Tracé des isovaleurs du travail du second ordre local pour quatre profondeurs d'excavation.*

3.6.1.2 Analyse de la stabilité matérielle par le travail du second ordre global

Dans ce paragraphe, nous allons étudier de manière globale la stabilité de la pente en cours d'excavation à travers le critère global proposé par Hill, 1958.

La Figure 3.10 présente l'évolution du travail de second ordre global normalisé en fonction de la hauteur excavée. Cette figure montre une décroissance continue du travail global normalisé du début jusqu'a la fin de l'excavation. La décroissance de d²W global est un bon indicateur pour prévenir du fait que le massif tend vers un état de plus en plus instable. Mais, nous observons que le travail de second ordre global ne s'annule jamais (il reste strictement positif en cours d'excavation).



Figure. 3.10 – Evolution du travail du second ordre global normalisé au cours de l'excavation.

3.6.2 Phase de chargement

La figure 3.11 montre la courbe de la force portante en fonction du déplacement imposé sur la fondation circulaire. Afin d'analyser le comportement et la stabilité de la fondation, nous choisissons cinq étapes de chargement : avant, pendant et après la valeur maximale de la force axiale.

Cependant, la forme de la courbe force - déplacement obtenue n'est révélatrice que de l'état du sol. Elle n'est pas, spécifique d'un mode de rupture. En effet, la diminution de la force portante au-delà d'un pic s'observe aussi bien pour les ruptures diffuses que pour les ruptures localisées. Les analyses du travail du second ordre local et global dans les paragraphes suivants permettront donc une mis en évidence des modes de rupture.

Comme le mode de sollicitation est en déplacement, il nous permet d'étudier la stabilité au niveau local et global de la fondation superficielle même si la valeur maximale de la force portante de cette fondation est dépassée.



Figure. 3.11 – Force portante de la fondation en fonction du déplacement imposé.

3.6.2.1 Analyse de la stabilité matérielle en terme du travail du second ordre local

La figure 3.12 (a) présente, pour les cinq étapes de chargement les incréments de déformation déviatorique permettant de détecter les zones de déformations localisées. Nous observons clairement les zones où ces incréments sont plus importants. Les déformations déviatoriques sont importantes au début du chargement sous la fondation, et commencent à augmenter et se propager vers la surface libre du talus. Après le pic de la capacité portante (points D et E), on obtient une rupture progressive localisée.

Les résultats en terme d'isovaleurs du travail du second ordre local pour les cinq étapes de chargement sont présentées sur la figure 3.12 (b). Ces tracés nous permettent d'étudier, de manière plus claire, la stabilité de la fondation.

Nous observons, une bonne corrélation entre les zones de forts incréments de déformation déviatorique et de valeurs négatives du travail du second ordre local.Nous remarquons aussi, que les valeurs du travail du second ordre local en point C préfigurent les valeurs du déviateur de déformation en point D. Nous pouvons constater que plus le déplacement imposé augmente, plus la zone de d²W négatif s'étend au niveau de la surface libre du talus. Cette jonction ressemble à un mode de rupture diffuse.



Point A ($U_{imposé} = 5.17 \text{ cm}$)



Point B ($U_{imposé} = 9.93 \ cm$)



Point C ($U_{imposé} = 16.29 \text{ cm}$)



Point D ($U_{imposé} = 18.48 \text{ cm}$)



Figure. 3.12 – Présentation des isovaleurs des incréments de déformation déviatorique (a), des isovaleurs du travail du second ordre local(b), pour cinq incréments de chargement.

3.6.2.2 Analyse de la stabilité matérielle en terme du travail du second ordre global

La figure 3.13 présente l'évolution du travail du second ordre global en fonction du déplacement imposé. Tant que la courbe force - déplacement augmente linéairement, le travail du second ordre global normalisé reste quasiment constant, l'ouvrage se trouve donc dans un état quasiment stable dès lors que le travail est positif. A l'approche de la valeur de la capacité portante ultime, une forte diminution de D^2W normalisé se produit et il s'annule au point C qui correspond au pic de la capacité portante, ce qui confirme les interprétations précédentes quant à l'état de stabilité du massif. En poursuivant le chargement (points D et E), le travail global normalisé devient négatif. Ainsi le massif est en état d'instabilité manifesté, selon la condition de Hill, (1958).



Figure. 3.13 – Evolution du travail du second ordre global normalisé au cours du chargement.

3.7 Conclusions

La présentation du code de calcul par éléments finis, Plaxis, ainsi que le modèle de comportement HSM ont été effectuées au début de ce chapitre. Par la suite, nous avons présenté l'agorithme du calcul du travail du second ordre en post traitement à partir des résultats du code Plaxis. Ces travaux nous ont permis d'étudier les problèmes d'instabilités, de bifurcations dans les ouvrages géotechniques en se basant sur la condition de stabilité de Hill.

La modélisation proposée concerne l'analyse de la stabilité d'une fondation superficielle au bord d'un talus formé par un processus d'excavation, constitué d'un sol pulvérulent en condition hydromécanique couplée. Cette modélisation a mis en évidence la capacité du critère de Hill à décrire les instabilités dans le massif.

En fin d'excavation, le tracé des isovaleurs du travail du second ordre local met en évidence l'apparition des zones où d²W est négatif, ce type d'instabilité est qualifié comme un mode diffus. Le tracé du travail du second ordre global normalisé en fonction de la profondeur excavée, nous a montré la décroissance du travail global au cours de l'excavation, mais cette décroissance reste strictement positive (il ne s'annule jamais). Donc, on peut conclure que l'excavation n'a pas déstabilisée le talus et par conséquent, il est toujours stable.

Pendant le chargement de la fondation, on a constaté la formation d'une surface de glissement sous la fondation qui s'étend vers le bord du talus. Le mode de rupture pour la fondation est localisé et le travail du second ordre fournit les bandes de cisaillement, tandis que le mode de rupture pour le talus est diffus et le travail du second ordre fournit la zone instable. Le tracé du travail du second ordre global normalisé a montré des valeurs négatives en fin de chargement et par conséquent, le talus devient moins stable.

Les résultats obtenus confirment que la rupture en masse (rupture diffuse) peut être analysée par la condition de stabilité de Hill qui correspond à l'annulation du travail du second ordre, Rappelons que ce mode de rupture avec un champ de déplacements chaotiques peut apparaître avant la condition de localisation et à l'intérieur strict de la condition limite de plasticité.

Dans les chapitres suivants, nous allons aborder plusieurs aspects de la modélisation complexe d'un problème réel. Il s'agit de l'étude du glissement de terrains du site Ciloc situé dans la ville de Constantine en Algérie.

Chapitre 4

Modélisation des glissements de terrain du site de Ciloc à Constantine

Dans ce chapitre sont abordés plusieurs aspects de la modélisation d'un ouvrage réel. Il s'agit de l'étude du glissement de terrain du site de Ciloc à Constantine qui a subit d'importants désordres (glissements et ruptures) depuis 1987. Une modélisation de ce dernier sera effectuée à partir des outils développés dans les chapitres précédents.

La première partie de ce chapitre consiste en une présentation de l'ouvrage et des phénomènes observés. Les données, géométriques et géotechniques, disponibles sont également rappelées dans cette partie.

Ensuite, nous allons analyser la stabilité du versant, en se basant sur l'analyse des résultats en terme du travail du second ordre local et global. L'objet de cette modélisation est de reproduire l'état réel du site en prenant en compte l'ensemble des données disponibles sur les matériaux afin d'analyser les phénomènes observés,

Enfin, une étude paramétrique a été effectuée. Plusieurs propriétés mécaniques ont été modifiées individuellement. Il ressort de cette étude que la variation des paramètres plastiques dans des fourchettes de valeurs « raisonnables » a un effet tout à fait significatif sur la stabilité du talus.

4.1 Phénomènes de glissements de terrain en Algérie

Les catastrophes d'origine naturelle ou industrielle ont connu ces dernières années, une ampleur considérable suite au développement de l'urbanisation et à la concentration des personnes et des infrastructures économiques.

Parmi les aléas naturels, et hormis le phénomène sismique qui concerne l'ensemble de la zone Nord du pays et les Hauts Plateaux, le risque relatif aux glissements de terrains est certainement le plus répandu à travers le territoire national.

Le terme "glissement de terrains" ou "instabilité de terrains" désigne le déplacement ou la déformation d'un sol à topographie en pente et dont les causes sont multiples :

- nature des formations géologiques qui présente de faibles résistances à des sollicitations internes et externes ;
- eaux pluviales ou provenant de fuites de réseaux d'AEP et/ou d'assainissement ;
- perturbations extérieures dues à des terrassements ;
- urbanisation sur remblais ou sur densification.

Ce phénomène peut être accéléré par l'aléa sismique comme, par exemple, le cas de la ville de Constantine, classée en zone II et qui a connu plusieurs événements marquants, notamment en 1908, 1947 et en 1985.

Cet aléa naturel présente donc la caractéristique d'être souvent provoqué ou amplifié par l'activité humaine inhérente à l'urbanisation. Cette activité du fait de l'homme peut, prévenir l'événement, en atténuer les effets ou faire réduire l'exposition des personnes et des constructions à ce risque.

A ce propos, plusieurs cas de glissements de terrains sont recensés de manière régulière (Béjaia, Skikda, Constantine, Oran, Tizi Ouzou...) portant essentiellement atteinte à l'économie, et nécessitant la destruction de bâtiments et le relogement des familles.

4.2 Glissements de terrains de la ville de Constantine

La ville de Constantine s'étale sur un terrain caractérisé par une topographie très accidentée, marquée par une juxtaposition de plateaux (600 à 700 m d'altitude), de collines, de dépressions et de ruptures brutales de pentes donnant ainsi un site hétérogène, responsable d'une urbanisation discontinue et différenciée (figure 4.1).



Figure. 4.1 - Modèle numérique du terrain de Constantine et de ses environs (Belouar, 2005).

L'apparition de manière inquiétante du phénomène de glissement date de la fin des années cinquante. Le plan d'urbanisme directeur de 1960 avait déjà procédé à l'identification des zones déclarées non constructibles. Cependant, toutes ces zones considérées à l'époque non constructibles ont été absorbées, de façon manifeste, par l'extension de la ville, puisque les glissements de terrains en sites urbains qui se sont développés régulièrement à partir des années 1970, ont marqué le début du processus intensif d'urbanisation de Constantine.

Ces glissements affectent plusieurs quartiers de la ville (Belouizdad, l'avenue Kitouni, Kaidi Abdellah, Bellevue, Ciloc, Boussouf, Zaouch, Boudraa Salah, Benchergui, Bardo, Place Krikri, Chemin forestier, le pont de Sidi Rached et même l'université Mentouri), soit 120 ha de sa superficie, et menacent près de 15 000 habitations abritant une population estimée à 100 000 habitants (figure 4.2).

Suite à ces mouvements de sol, plusieurs interventions ponctuelles des services techniques de l'urbanisme ont permis d'évacuer des bâtiments voire des quartiers entiers. Entre 1998 et 2005, les différentes opérations de relogement de la population des zones touchées par les glissements de terrain concernent les 287 bâtisses démolies, l'évacuation de 633 logements et le relogement de 1911 familles en dehors du périmètre urbain constantinois.

Comment expliquer ce phénomène ?

Les analyses déjà effectuées renvoient à plusieurs facteurs inhérents essentiellement à:

- l'action de l'homme à travers une urbanisation non conforme ;

- une démographie sans cesse croissante à l'origine d'une sur urbanisation effrénée ;

En effet, la population de Constantine qui était de 114.000 habitants en 1954 s'élève aujourd'hui à 580.000 âmes, alors que logiquement elle ne devait pas dépasser 250.000 habitants ;

- une sur occupation de constructions vétustes ;

- la réalisation d'importants programmes de construction ou d'équipements lourds sur des remblais ;
- un déboisement important suite à l'urbanisation des sites ;

- des évacuations d'eaux usées ou pluviales effectuées dans des conditions non conformes ; la vétusté et la dégradation des réseaux entraînent des écoulements souterrains dont l'ampleur n'est pas identifiée.



Figure. 4.2 – Principaux sites de glissements de terrains à Constantine.

Dans le but de stabiliser le mouvement des sites et d'atténuer les dégradations sur le cadre bâti, la wilaya de Constantine a entrepris en 1992, par le biais des services des Ministères de l'Equipement et de l'Habitat (D.H.W - D.T.P - D.U), la mise en œuvre d'un programme d'études et de confortement. Les aspects pris en charge, se rapportant

à la géotechnique des sites et aux glissements, ont donné lieu à des formules de confortement concrétisées pour certains sites par :

- le clouage des sols au moyen de pieux de 20 à 30 mètres de profondeur ;

- la réalisation de tables de consolidation en béton armé ;
- l'exécution de systèmes de drainage de collecte des eaux ;
- l'aménagement de zones boisées.

Toutefois, le dispositif développé à travers les actions concrétisées citées ci-dessus n'a pas atteint les objectifs escomptés. L'effondrement d'une soixantaine de logements fin 1993 sur le site Kitouni, rue des Maquisards, s'explique par l'approche partielle et ponctuelle retenue. Ce cas met en évidence l'absence d'une démarche globale au double plan technique et institutionnel.

Une tentative de relance, engagée en 1999 par le Ministère de l'Habitat- Secrétariat d'Etat à l'Urbanisme- est demeurée malheureusement sans suite appréciable pour les populations concernées

4.3 Cadre géographique et géologique de la région de Constantine

4.3.1 Réseau hydrographique

La zone d'étude se caractérise par un réseau hydrographique, peu intense se caractérisant par des ruisseaux temporaires qui sillonnent les versants et convergent vers Oued Rhumel et s'articulent autour de Oued Rhumel et Oued Boumerzoug. Le premier emprunte une direction globale S-NO, le second s'oriente SE-NO (figure 4.3). Cependant on peut noter, localement des changements brusques dans son itinéraire, avec deux directions dominantes : l'une E-W et l'autre N-S. Le Rhumel reçoit quelques affluents tels Oued Seguin, Oued el Hamma, Oued Melah et Oued M'gharoual. Par son hydrodynamisme, il joue un rôle important dans le sapement des berges et peut engendrer des glissements.



Figure. 4.3 – Topographie de la ville de Constantine.

4.3.2 Le clémat

La région est soumise à un climat semi-aride, avec deux saisons bien nettes. La première froide et humide débutant au mois de décembre et allant jusqu'au mois d'avril. La deuxième saison chaude et sèche commence dès le mois de mai jusqu'à la fin novembre. La pluviométrie moyenne annuelle est de 550 mm. Après une longue décennie de sècheresse, les dernières années se sont manifestées par des conditions météorologiques particulières dont les précipitations ont dépassé largement les moyennes saisonnières.

4.3.3 Cartographie géologique

Le Néogène des environs de Constantine se compose de dépôts continentaux à dominante détritique dans sa partie inférieure et carbonatée dans sa partie supérieure. Cette sédimentation continentale couvre en discordance angulaire le bâti représentant le néritique Constantinois (figure. 4.4). Par endroits la série néogène se manifeste par un changement latéral de faciès et par des discontinuités en relation avec l'activité tectonique. Parfois elle est mise en contact direct avec les calcaires néritiques par

l'intermédiaire d'accidents tectoniques. D'après Marmi et al (2005), les dépôts néogènes se subdivisent, sur la base de critères sédimentologiques, en trois cycles distincts:



1- Trias, 2- Crétacé, 3- Eocène, 4- Oligocène, 5- Mio-Pliocène, 6- Plio-Quaternaire

Figure. 4.4 – carte géologique simplifiée du Constantinois central (d'après Marmi et al, 2005).

- Un cycle de base, composé essentiellement de conglomérats rougeâtres, à éléments polygéniques et hétérométriques dont les dimensions peuvent atteindre plus de 50 cm dont le faciès est carbonaté, gréseux ou siliceux. A l'affleurement s'observent de gros bancs de poudings pouvant atteindre plusieurs mètres d'épaisseur. Cet ensemble inclut souvent, en alternance, des niveaux de marnes sableuses ou d'argiles silteuses toujours de même teinte.

- Un cycle médian, à dominante marneuse à limoneuse, renferme des gastéropodes, de minces niveaux discontinus de gypse et des dépôts grossiers de chenaux. Le gypse remplit souvent de fines fissures apparaissant dans les argiles sans orientation préférentielle.

- Un cycle supérieur, représenté par des calcaires rosâtres lacustres, inclut des couches de marnes de même teintes. Certains bancs sont riches en gastéropodes et en restes végétaux. Ces derniers s'observent sur le plateau d'Aïn El Bey, du coté du 7ème Km (Sortie de Constantine vers Sétif) et au Dj. Hadj Baba, datés Pliocène inférieur-moyen. La série est couronnée par un terme quaternaire débutant généralement par des niveaux détritiques et surmontés par des bancs de calcaires.

4.4 Glissement du site de Ciloc à Constantine

Les cinq immeubles du Ciloc sont situés en bordure Sud-Ouest du plateau du KOUDIAT-ATY. Un glissement affecte, depuis février 1987, le versant (de faible pente, 10 à 15 %) au pied du bâtiment B (figure 4.5).



Figure. 4.5 – Vue des immeubles du site glissé de Ciloc.

La niche d'arrachement de ce glissement passe à quelques mètres du bâtiment B et se développe sur une centaine de mètres, entraînant avec lui le basculement de ce dernier (figure 4.6). D'après Benaissa & Bellouche (1999), il semblerait que ces mouvements lents se produisent, essentiellement, dans les sols fins à faible plasticité et ils fluage donnant en surface une morphologie particulière. Il affecte essentiellement les formations argilo-marneuses. Ces formations renferment par endroits une chenalisation sablo-graveleuse plus ou moins épaisse. Ces niveaux aquifères sont captifs et leur mise en charge provoque par augmentation des pressions interstitielles des plans de rupture. Les mesures inclinométriques ont permis de localiser la surface de glissement à une profondeur de 4 m dans le sondage S2 et à 7.9 m dans le sondage S3 (figure 4.7, Benaissa et al, 1989).





3 : localisation de la coupe géologique.

4.4.1 Caractéristiques géotechniques des sols du site de Ciloc

Le programme de reconnaissance géotechnique se base sur les caractéristiques du terrain. Les travaux de cette reconnaissance comportent deux parties ; la première est exécutée in situ et la seconde au laboratoire.

Jusqu'à présent, la détermination précise des caractéristiques mécaniques de ces formations argilo - marneuses du site s'est heurtée à des problèmes liés à la forte dispersion des résultats et à l'inévitable influence du mode opératoire des essais réalisés en laboratoires.

Des mesures sur site, réalisées sur l'axe de glissement (figure 4.7), au moyen de sondages carottés ou au pénétromètre dynamique montre que les caractéristiques géotechniques s'améliorent faiblement avec la profondeur : en surface des argiles généralement peu plastiques (figure 4.8), sont présentes sur une dizaine de mètre

d'épaisseur, auxquels succèdent des sables et graviers d'épaisseur variant de 5 à 10 m, probablement fortement imprégnés d'eau. Ils reposent eux mêmes sur des marnes très altérables évoluant rapidement en argiles très plastiques en présence d'eau. Les sondages électriques ont permis de noter que seule la nappe supérieure joue un rôle important sur le degré d'activité du mouvement de terrain. La circulation d'eau dans cette nappe a été confirmée par la présence de sources dans la zone rive gauche du secteur (Benaissa, 1989).



Figure. 4.7 – Coupe géologique dans l'axe du glissement localisé (figure 4.6 ; Benaissa et al, 1989).



Figure. 4.8 – Abaque de Casagrande pour les argiles du site de Ciloc (Lafifi et al, 2008).

4.5 Modélisation numérique

4.5.1 Objet de la modélisation

Le but de cette étude est d'analyser les causes et les mécanismes de la rupture, d'une part, et de trouver la méthodologie numérique capable de simuler la rupture probable du terrain d'autre part.

4.5.2 Modèle géotechnique et numérique

L'analyse est conduite avec l'hypothèse de déformations planes. Le milieu est donc modélisé suivant une coupe verticale en deux dimensions. La morphologie du terrain se caractérise par des déclivités faibles qui varient de 12 % à 15 %. Le talus s'étend sur une longueur de 400 m et une hauteur variable, de 10 m dans la partie gauche de la coupe 2D, à 80 m dans la partie droite (figure 4.9). Le modèle est discrétisé par un maillage en éléments finis composé de 1859 éléments, triangulaires (15 nœuds, 12 points d'intégration), soit 15267 nœuds.

4.5.3 Conditions aux limites

Les conditions en déplacements (cinématiques) sont également présentées (figure 4.9). Nous imposons des déplacements horizontaux nuls suivant l'axe X aux limites gauche et droite du milieu, et verticaux nuls selon l'axe Y à la base du massif.



Figure. 4.9 – Géométrie, maillage et conditions aux limites cénimatiques.

4.5.4 Conditions initiales

La figure 4.10 montre le niveau de la nappe phréatique, elle n'est pas horizontale, sa hauteur variant de 10 m dans la partie gauche jusqu'à 55 m dans la partie droite du talus. Notons que le niveau de la nappe reste fixe pendant le processus de chargement



Figure. 4.10 – Conditions initiales hydrauliques, montrant le niveau de la nappe phréatique.

4.5.5 Modèle géotechnique

Le modèle géotechnique prend en compte les trois couches de sol de nature différente, reconnues sur le site (figure 4.11). La loi de comportement pour les trois couches est identique mais les paramètres sont différents. La loi de comportement retenue est un modèle élasto - plastique avec écrouissage (Hardening Soil Model, Schanz and al, 1999). Ce modèle a été utilisé pour le calcul avec les données géotechniques qui sont fournées dans le tableau 1 (Belouar, 2004).

4.5.6 Modèle de chargement

Le scénario de chargement comprend deux phases, la première consiste à vérifier la stabilité du talus sous l'effet du poids des terres, le poids total du talus est calculé en multipliant la surface de chaque couche de sol par son poids volumique approprié. La deuxième phase consiste à ajouter l'effet de l'immeuble construit sur ce talus. Ce dernier est constitué de 10 étages de 3m, de hauteur chacun, avec une largeur de 10m.

Couches	Argiles	Sable graveleux	Marnes
Densité sèche $\gamma_d (kN/m^3)$	21.0	17.0	18.6
Densité humide $\gamma_h (kN/m^3)$	23.0	20.0	21.2
Cohésion $c'(kN/m^2)$	7.0	1.0	13.0
Angle de frottement $\varphi'(^{\circ})$	24.0	35.0	20.0
Angle de dilatance ψ (°)	0.0	10.0	0.0
Coefficient de Poisson v	0.20	0.20	0.25
E_{50}^{ref} (kN/m ²)	38000	30000	28000
E_{ur}^{ref} (kN/m ²)	150000	90000	60000
E_{oed}^{ref} (kN/m ²)	38000	30000	28000

 Tableau. 4.1 – Caractéristiques géotechniques des formations du site de Ciloc.



Figure. 4.11 – Coupe verticale du site montrant les couches de sol.

4.6 Résultats de la modélisation

Les principaux résultats obtenus sont présentés graphiquement sur les figures cidessous :



Figure. 4.12 – Maillage déformé du site $(U_v \max = 18.8 \text{ cm})$.



Figure. 4.13 – *Isovaleurs du champ de déplacement total* $U(U_v \max = 18.8 \text{ cm})$.

La déformation du maillage met en évidence l'association de deux types de mouvements : un tassement en tête du versant et une translation d'ensemble qui provoque des déplacements horizontaux (figure 4.12). Le tassement est caractérisé par des vecteurs de déplacement importants dirigés vers la partie basse du talus où la pente est la plus importante, le tassement maximal enregistré au pied de l'immeuble est de18.8 cm (figure 4.13).

4.6.1 Analyse de la stabilité matérielle en terme du travail du second ordre local

En traçant les isovaleurs du travail du second ordre local normalisé sur les figures 4.14 et 4.15, nous remarquons qu'au début de l'application du poids des terres (phase 1), aucune zone ou point matériel potentiellement instable n'est noté et aucune valeur négative de d²W n'apparaît dans le massif.



Figure. 4.14 – présentation des isovaleurs du travail du second ordre (a), des isovaleurs des incréments de déformation déviatorique (b), à la première phase de chargement.

Le tracé des isovaleurs des incréments du déviateur de déformation confirme ce résultat. Nous remarquons (figure 4.14) que les incréments de la déformation déviatorique sont presque nuls dans la phase de chargement, c'est à dire que le versant ne présente aucune instabilité.



Figure. 4.15 – présentation des isovaleurs du travail du second ordre (a), des isovaleurs des incréments de déformation déviatorique (b), à la deuxième phase de chargement.

Dans la figure 4.15, nous présentons l'évolution du travail du second ordre local et les incréments de déformation déviatorique pour la deuxième phase de calcul (ajout de la charge de l'immeuble). Le tracé des isovaleurs du travail du second ordre local indique l'apparition de zones potentiellement instables. Ces zones sont localisées dans la partie du talus où la pente est la plus raide. Le tracé des isovaleurs des incréments de déformation déviatorique montre la progression des déformations dans cette zone, cette progression est en accord avec la diminution du travail du second ordre local.

4.6.2 Analyse de la stabilité matérielle en terme du travail du second ordre global

Les figures 4.16 et 4.17 présentent respectivement les évolutions du travail du second ordre global D^2W et du travail global normalisé D^2W_{norm} en fonction de l'application du chargement. Sur la figure 4.16, nous constatons que le travail du second ordre

global augmente continûment au cours de la première phase du chargement et qu'il s'accroît fortement à la fin de l'application du poids des terres, puis dans la phase de construction de l'immeuble, on observe une diminution remarquable du travail global. Evidemment, l'évolution de D^2W dépend fortement de la taille de l'incrément de sollicitation. C'est pour cette raison que nous allons étudier les évolutions du travail global normalisé afin de détecter une perte éventuelle de stabilité globale du massif.



b) 2ème phase de chargement (construction de l'immeuble).

Figure. 4.16 – Evolutions du travail du second ordre global au cours de chargement.

La figure 4.17 présente l'évolution de D^2W_{norm} donne une analyse plus pertinente de la stabilité globale du massif. Dans les premiers incréments de calcul (phase 1), on remarque que le travail global normalisé est presque constant. Ceci confirme les résultats obtenus en terme des isovaleurs du travail local, où aucun signe d'instabilité n'est détecté. L'augmentation de la gravité entraîne une augmentation de la contrainte

effective ce qui a pour effet la compression du sol et son tassement en surface (fin de la phase 1). L'ajout de la charge due à la construction de l'immeuble dans la phase 2 provoque une diminution remarquable du travail global normalisé (figure 4.17b). Ce dernier continue à diminuer jusqu'à obtention des valeurs négatives. Cette décroissance de D^2W_{norm} est un bon indicateur d'instabilité du massif.



a) l^{ère} phase de chargement (application de la gravité du talus).



b) 2ème phase de chargement (construction de l'immeuble).

Figure. 4.17 – Evolutions du travail du second ordre global normalisé au cours de chargement.

4.7 Analyse paramétrique

L'objectif de cette étude est de montrer l'effet de quelques paramètres mécaniques sur le comportement du talus. La même coupe de terrain est utilisée, avec les mêmes données et à chaque fois seul le paramètre considéré est changé. La comparaison concerne deux aspects. Le premier point porte, sur la représentation du domaine potentiellement instable à travers le tracé des isovaleurs du travail du second ordre local pendant le processus de chargement. Le second point concerne l'étude de la stabilité globale du talus à travers le calcul du travail du second ordre global normalisé. Les paramètres étudiés sont :

- L'angle de frottement interne φ' ;
- L'angle de dilatance ψ ;
- La cohésion c';
- Le coefficient de Poisson v ;

4.7.1 Influence de l'angle de frottement interne

Nous faisons varier en premier lieu, l'angle de frottement interne effectif de référence pour les trois couches de sol (l'angle de frottement donné dans le tableau 4.1). La comparaison entre une augmentation et / ou une diminution de l'angle de frottement interne de \pm 5° est présentée en terme d' isovaleurs du travail du second ordre local normalisé sur les figures 4.18 et 4.19 et en terme du travail du second ordre global normalisé par les courbes des figures 4.20 et 4.21.

Sur les figures 4.18 (b) et 4.19 (b), nous présentons l'évolution du travail local pendant le processus de chargement avec la valeur de référence de l'angle de frottement interne. Nous remarquons (figure 4.19 (a)), qu'en augmentant l'angle de frottement interne de 5°, il y a apparition de zones potentiellement instable au pied de talus. Par contre, (figure 4.19(c)), les zones où le travail local est négatif sont dominantes.



Figure. 4.18 – présentation des isovaleurs du travail local pour la première phase de chargement, valeur de $\varphi' + 5^{\circ}$ (a), valeur de référence de φ' (b), valeur de $\varphi' - 5^{\circ}$ (c).



Figure. 4.19 – présentation des isovaleurs du travail local pour la deuxième phase de chargement, valeur de $\varphi' + 5^{\circ}(a)$, valeur de référence de $\varphi'(b)$, valeur de $\varphi' - 5^{\circ}(c)$.

Les figures 4.20 et 4.21 présentent les évolutions du travail global normalisé D^2W_{norm} pour les deux phases de chargement. Pendant la première phase de chargement (figure 4.20), nous ne remarquons pas une grande différence entre les trois cas et les courbes sont voisines. Sur la figure 4.21, nous remarquons que le travail du second ordre global normalisé à la phase 2, pour le cas (a) prend des valeurs plus importantes dans les deux autres cas où les courbes sont proches. On note une différence remarquable entre le cas (a) et les deux autres cas.



Figure. 4.20 – Evolution du travail global normalisé pour la première phase de chargement.



Figure. 4.21 – Evolution du travail global normalisé pour la deuxième phase de chargement.

En conclusion, nous constatons que la variation de l'angle de frottement interne influence fortement le travail du second ordre local et global, et par conséquent, l'angle de frottement influe clairement sur la stabilité du talus.

4.7.2 Influence de l'angle de dilatance

Nous faisons varier ici l'angle de dilatance de référence, la comparaison entre une augmentation et une diminution de l'angle de dilatance de 5° est présentée en terme d'isovaleurs du travail du second ordre local sur les figures 4.22 et 4.23 et en terme du travail de second ordre global normalisé par les courbes des figures 4.24 et 4.25.



Figure. 4.22 – présentation des isovaleurs du travail local pour la première phase de chargement, valeur de $\psi' +5^{\circ}(a)$, valeur de référence de $\psi'(b)$, valeur de $\psi' -5^{\circ}(c)$.

Sur les figure 4.22 (a, b, c) nous présentons l'évolution du travail local pendant la première phase de chargement (prise en compte du poids du talus seulement), nous ne remarquons pas une grande variation du travail local pour les trois cas. Une légère apparition de zones où le travail local est négatif est remarquée en fin de phase pour le cas (c). Cette remarque est en accord avec le tracé des courbes du travail global normalisé présentées sur la figure 4.24. Nous remarquons que les courbes sont presque confondues.



Figure. 4.23 – présentation des isovaleurs du travail local pour la deuxième phase de chargement, valeur de $\psi' + 5^{\circ}$ (a), valeur de référence de ψ' (b), valeur de $\psi' - 5^{\circ}$ (c).

Au cours de l'augmentation du chargement (phase 2) prenant en compte le poids de la construction (figure 4.23), nous constatons une variation très claire des isovaleurs du travail local entre le cas (a), d'une part et les cas (b et c) d'autre part, Le tracé des courbes du travail global normalisé confirme cette remarque (figure 4.25).



Figure. 4.24 – Evolution du travail global normalisé pour la première phase de chargement.



Figure. 4.25 – Evolution du travail global normalisé pour la deuxième phase de chargement.

4.7.3 Influence de la cohésion

Nous faisons varier ici la cohésion effective des trois couches de sols, avec une comparaison entre une multiplication et une division par un facteur de 2 de la valeur de référence. Nous présentons les résultats d'isovaleurs du travail du second ordre local et global normalisé pour la première phase de chargement sur les figures 4.26 et 4.27, tandis que les résultats de la deuxième phase de chargement sont présentés sur les figures 4.28 et 4.29.

Au cours de l'augmentation de la gravité (phase 1), on ne remarque pas de grande variation du travail local pour les trois cas (figure 4.26). Cette remarque est en accord avec le tracé des courbes du travail global normalisé présenté sur la figure 4.28, où nous constatons que les courbes sont pratiquement confondues. Au cours de l'augmentation du chargement (phase 2), nous constatons une variation notable des isovaleurs du travail local dans les trois cas. En effet les zones potentiellement instables pour le cas c sont très importantes (figure 4.27). Sur la figure 4.29, où sont présentées les courbes du travail global normalisé pour la deuxième phase de chargement, on remarque une variation importante de celui-ci. Le travail global normalisé pour le cas a est plus important que dans les deux autres cas (b, c).



Figure. 4.26 – présentation des isovaleurs du travail local pour la première phase de chargement, valeur de la cohésion 2.c (a), valeur de référence de c (b), valeur de la cohésion c/2 (c).



Figure. 4.27 – présentation des isovaleurs du travail local pour la deuxième phase de chargement, valeur de la cohésion 2.c (a), valeur de référence de c (b), valeur de la cohésion c/2 (c).

En conclusion, nous constatons que la variation de la cohésion effective influence fortement les travaux du second ordre local et global.



Figure. 4.28 – Evolution du travail global normalisé pour la première phase de chargement.



Figure. 4.29 – Evolution du travail global normalisé pour la deuxième phase de chargement.

4.7.4 Influence du coefficient de Poisson

Nous faisons varier ici le coefficient de Poisson de référence des trois couches de sol. La comparaison entre une augmentation et une diminution du coefficient de 0.05 est présentée en terme d'isovaleurs du travail du second ordre local sur les figures 4.30 et 4.31 et en terme du travail du second ordre global normalisé par les courbes des figures 4.32 et 4.33.



Figure. 4.30 – *Isovaleurs du travail local pour la première phase, valeur du coefficient de Poisson* v + 0.05(a), valeur du coefficient de Poisson v - 0.05(c).



Figure. 4.31 – Isovaleurs du travail local pour la deuxième phase, valeur du coefficient de Poisson v + 0.05(a), valeur du coefficient de Poisson v (b), valeur du coefficient de Poisson v - 0.05(c).

La représentation des isovaleurs du travail local, ainsi que le tracé des courbes du travail global normalisé, ne montrent pas une grande différence dans les trois cas d'étude et par conséquent, nous confirmons que la variation du coefficient de Poisson n'influence pas fortement le travail du second ordre local et global. Par conséquent la variation du coefficient de Poisson n'influence pas la stabilité du talus.



Figure. 4.32 – Evolution du travail global normalisé pour la première phase de chargement.



Figure. 4.33 – Evolution du travail global normalisé pour la première phase de chargement.

4.7.5 Conclusion sur l'étude paramétriques

Cette étude permet de mettre en évidence l'influence importante de quelques paramètres géotechniques, la cohésion c' et l'angle de frottement interne φ' et l'angle de dilatance ψ . Cette étude n'est pas exhaustive car d'autres paramètres restent à considérer. A partir de cette première étude, on montre que la variation des paramètres géotechniques de plasticité suivant des fourchettes de valeurs réalistes influe de manière significative sur la stabilité du talus.

4.8 Conclusion

Dans ce chapitre l'utilisation du critère de Hill dans des calculs par éléments finis en utilisant le code Plaxis permet de proposer la modélisation et la visualisation graphique de l'instabilité d'un cas réel de glissement de terrain survenu dans la région de Constantine (Est de l'Algérie). L'enjeu principal de cette modélisation réside dans le fait qu'il s'agit d'un site, qui menace la vie de la population dans cette région. L'approche originale de l'étude concerne l'analyse de la stabilité du talus par l'intermédiaire du critère du travail du second ordre. La zone potentiellement instable a pu être identifiée par les valeurs négatives du travail du second ordre local, tandis qu'un critère d'instabilité globale est fourni par l'annulation du travail du second ordre global.

Dans un premier temps, nous avons étudié la stabilité du talus sous des sollicitations correspondent à son histoire : gravité croissante puis construction de l'immeuble. Le tracé des isovaleurs de d²W a montré une large zone de valeurs négatives du travail local. An niveau global du massif, l'analyse des évolutions du travail du second ordre global a permis de décrire clairement l'instabilité du versant. En effet, la diminution du travail de second ordre global exprime bien le fait que l'augmentation du chargement a déstabilisé le versant. La perte de positivité du travail du second ordre global à la fin du chargement dénote un état effectivement instable à l'échelle du massif au sens de Hill.

Ensuite, une étude paramétrique a été réalisée. Plusieurs propriétés mécaniques ont été modifiées individuellement. Il ressort de cette étude que la variation des paramètres plastiques dans des fourchettes de valeurs « raisonnables » a un effet tout à fait significatif sur la stabilité du talus et permet d'y retrouver les zones d'instabilités observées sur le site d'étude.

L'ensemble des résultats de la modélisation nous a permis de dégager plusieurs aspects importants. En effet, le calcul du travail du second ordre local au cours des différentes phases de simulation permet la détection et la description des zones matérielles instables. L'étude de la condition globale de Hill, basée sur le travail de second ordre global, permet ensuite de discuter la stabilité du massif. L'analyse de la stabilité du talus nous a conduit à mettre en évidence l'existence de zones instables directement liées et influencées par les valeurs des paramètres de résistance du sol. Cette série de modélisations nous a montré que la condition de Hill, qui se base sur l'analyse du travail du second ordre local et global, est un bon indicateur de la stabilité du massif.

Chapitre 5

Analyse de la stabilité du site de Ciloc comme un milieu poreux non saturé

Dans le chapitre précédent, nous avons présenté l'étude de la stabilité du site de Ciloc comme un milieu saturé avec la prise en compte de la présence d'une nappe phréatique statique. Dans ce chapitre, nous proposons une modélisation hydromécanique couplée en milieux non saturés, en utilisant le logiciel Plaxflow pour la génération des pressions interstitiels en milieu non saturé et le logiciel Plaxis pour l'analyse du problème en déformation plane, dans le but d'analyser les causes de la rupture et en particulier de vérifier si la remontée de la nappe phréatique peut expliquer les différents glissements observés au niveau du site d'étude. Une approche de l'étude de la stabilité en se basant sur le calcul et l'analyse du travail du second ordre au niveau local et au niveau global tel qu'il a été présenté et mis en oeuvre dans les paragraphes précédents, sera utilisée dans cette modélisation.

5.1 Introduction

Le problème hydraulique dans un sol non saturé est beaucoup plus compliqué qu'une modélisation en saturé. En effet, plusieurs sources de non linéarité sont introduites lors de la formulation du problème : la saturation varie lorsque la pression capillaire varie et le coefficient de perméabilité dépend de la saturation.

Initialement, les équations régissant les transferts d'eau en milieu non saturé ont été définies dans le cas de sols non saturés supposés indéformables, avec continuité de la phase gazeuse. Il ne s'agirait alors que d'un problème purement de transfert. On peut ainsi considérer qu'à tout instant la pression d'air (*pa*) est égale à la pression atmosphérique (p_{atm}). L'expression de la charge hydraulique totale, en un point d'un fluide supposé incompressible, définie par Bernoulli est déduite du potentiel de l'eau qui tient compte de la gravité (altitude) et de la pression (charge ou hauteur piézomètrique) :

$$h_{w} = \frac{p_{w}}{\gamma_{w}} + y \tag{5.1}$$

avec :

$$p_{w}$$
: pression d'eau,

 γ_w : poids volumique de l'eau,

y : hauteur de position.

5.2 Rétention d'eau

L'étude de la courbe de rétention d'eau dans son intégralité est nécessaire pour le calcul de la conductivité hydraulique en milieu non saturé. De très nombreux modèles d'estimation de la courbe de rétention d'eau ont été proposés. Les modèles de Brooks et Corey, (1964) ; Campbell, (1974) ; Van Genuchten, (1980) associent la courbe de rétention d'eau à une courbe mathématique par ajustement de trois ou quatre paramètres. Parmi ceux-ci, la relation de Van Genuchten, que nous allons choisir pour nos modélisations. Elle est la plus couramment utilisée certainement du fait de sa

simplicité et de la possibilité de la dériver pour le calcul de la conductivité hydraulique.

5.3 Modèle de Van Genuchten

Le modèle analytique de la sorption proposé par Van Genuchten, (1980), permet de prendre en compte l'effet d'une variation de succion sur la saturation en eau du matériau. La modélisation des écoulements dans les sols non saturés est essentiellement basée sur ce modèle. Il propose une fonction reliant le degré de saturation effective et la pression capillaire de la forme :

$$S_{w} = S_{rw} + \frac{S_{sat} - S_{rw}}{\left(1 + (\alpha \cdot p_{c})^{\beta}\right)^{1 - \frac{1}{\beta}}} \quad \text{et} \quad S_{ew} = \frac{S_{w} - S_{rw}}{S_{sat} - S_{rw}}$$
(5.2)

avec :

 S_w : degré de saturation

 S_{sat} : degré de saturation à l'état saturé (généralement, $S_{sat} = 1$),

 S_{ew} : degré de saturation effective,

 S_{rw} : degré de saturation résiduelle,

pc = pa - pw: pression capillaire,

 α : paramètre lié à la distribution de taille de pores, et plus particulièrement à l'épaisseur de la frange capillaire.

 β : paramètre lié à la granulométrie.

Cette fonction signifie, physiquement, que si nous diminuons la teneur en eau en une région du milieu poreux non saturé, cela se répercutera par une augmentation de la pression capillaire. Par exemple si un puit est créé, l'eau du milieu poreux s'écoule vers ce puits jusqu'à ce qu'un nouvel équilibre s'établisse. Dans le cas d'une diminution de la succion, la conductivité hydraulique va également diminuer et ralentir l'écoulement vers le puit. Au contraire, si nous augmentons la teneur en eau dans cette même région, nous créons alors une *source* et l'écoulement s'effectuera radialement de cette source vers les autres régions.

La figure ci-dessous présente la courbe de rétention d'un matériau sableux en utilisant le modèle de Van Genuchten, avec les paramètres suivants :

 $S_{sat} = 1.0, S_{rw} = 0.10, \alpha = 2.24^{m-1}, \beta = 2.286$



Figure. 5.1 – Courbe de rétention d'eau d'un matériau sableux.

5.4 Conductivité hydraulique

Dans une analyse d'écoulement transitoire du milieu saturé, le coefficient de perméabilité est souvent supposé constant. Pourtant, dans le cas d'un sol non saturé, il varie naturellement en fonction de l'indice des vides et du degré de saturation. Remarquons que l'effet de la variation de l'indice des vides sur le coefficient de perméabilité est faible par rapport à l'effet de la saturation. Dans ce cas, pour analyser l'écoulement transitoire, le coefficient de perméabilité est en général exprimé, soit en fonction de la saturation liée à la succion, soit directement en fonction de la succion elle-même (Fredlund, 1993).

Plusieurs approches de caractérisation du coefficient de perméabilité pour les sols non saturés ont été proposées afin de prendre en compte ses variations. Mualem, (1986) a divisé ces approches en trois groupes : modèles empiriques (Hazen, 1911) modèles mécaniques (Wyllie & Gardner, 1985 ; Brooks & Corey, 1964, ...) et modèles

statistiques (Childs & Collis-George, 1950 ; Fredlund & Xing, 1994, ...). Cependant, nos simulations en milieu non saturé vont se baser toujours sur le modèle de Van Genuchten reliant la perméabilité réelle en fonction de la pression capillaire à travers le degré de saturation effectif par la fonction suivante :

$$k_{rel} = (S_{we})^{\gamma} . (1 - ((S_{we})^{\beta/\beta - 1})^{\beta - 1/\beta})^2$$
(5.3)

5.5 Modélisation

L'étude de la stabilité se décompose en deux grandes parties qui sont définies dans le but de simplifier le problème sans en perdre la précision recherchée.

- Dans la première partie, nous modélisons la monté de la nappe phréatique dans le site en milieu non saturé, en utilisant le logiciel Plaxflow pour la génération des pressions interstitiels.

 Dans la deuxième partie, nous modélisons le site en conditions de déformations planes par le logiciel Plaxis, en tenant en compte des résultats fournis par le logiciel Plaxflow.

5.5.1 Géométrie et maillage

La géométrie et le maillage du modèle numérique sont présentés sur la figure 5.2. Le maillage est composé de 1859 éléments triangulaires (15 nœuds, 12 points d'intégration) soit 15267 nœuds. Notons ici que le logiciel Plaxflow utilise souvent des éléments triangulaires à 3 nœuds, mais par raison de compatibilité avec le logiciel Plaxis, on utilise des éléments triangulaires à 15 nœuds.

5.5.2 Conditions aux limites

Les conditions aux limites dans un problème couplé seront qualifiées respectivement de :

- Conditions aux limites mécaniques pour celles se basant sur les équations d'équilibre mécanique,

- Conditions aux limites hydrauliques pour celles se basant sur les équations d'écoulement.



Figure. 5.2 – Géométrie, maillage et conditions aux limites cinématiques par éléments finis.

5.5.2.1 Conditions aux limites mécaniques

Les conditions en déplacements (cinématiques) sont également présentées sur la figure 5.2. Nous imposons des déplacements horizontaux nuls selon l'axe X, sur les limites à gauche et à droite du problème et verticaux nuls selon l'axe Y sur le fond du massif.

5.5.2.2 Conditions aux limites hydrauliques

Dans les figures 5.3 et 5.4 est présenté le niveau de la nappe phréatique, l'eau monte du niveau H = 45 m jusqu'au niveau H = 70. Notant que les parois verticales sont perméables par contre le substratum est considéré imperméable.



Figure. 5.3 – Niveau initial de la nappe phréatique.



Figure. 5.4 – Niveau final de la nappe phréatique.

5.5.3 Modèle de comportement et caractéristiques mécaniques

Le comportement du versant est modélisé avec le modèle élastoplastique HSM du logiciel Plaxis. Les paramètres de ce modèle, pour les trois types de matériaux sont résumés dans le tableau 4.1. En ce qui concerne le modèle analytique de Van Genuchten ses paramètres sont tirés du manuel de référence du logiciel Plaxflow et sont données dans le tableau 5.1.

Caractéristiques	Désignation	Unité	Remblai argileux	Sable graveleux	Argile marneuse
Saturation	\mathbf{S}_{w}	-	1.0	1.0	1.0
Saturation résiduelle	S _{rw}	-	0.1	0.1	0.1
1 er paramètre de rétention	α	Pa ⁻¹	2.7.10 ⁻⁵	14.5 . 10 ⁻⁵	1.9.10 ⁻⁵
2ème paramètre de rétention	β	-	1.41	2.68	1.31

Tableau. 5.1 – Paramètres du modèle de Van Genuchten pour les courbes de rétention d'eau des matériaux du site.

Comme nous ne disposons pas de ces essais de drainage-humidification. Pour les matériaux de notre site, nous nous sommes basés sur des expériences réalisées par Liakopoulos, 1965 sur le sable Del Monte, pour la couche du sable. En ce qui concerne les couches d'argiles, nous utilisons des courbes interpolées entre le sable Del Monte et l'argile classique. En s'appuyant sur le modèle analytique de Van Genuchten, dont les paramètres sont donnés dans le tableau 5.1, nous obtenons les courbes de rétention présentées sur la figure 5.5.



Figure. 5.5 – Courbes de rétention d'eau des matériaux du site.

5.6 Résultats

5.6.1 Champ de degré de saturation et de pressions interstitielles

La montée de la nappe phréatique s'effectue graduellement par un pas de 2.5 m d'hauteur dès la deuxième phase. Le niveau initial de la nappe est fixé à 45 m (niveau choisit assez profond par rapport à la surface libre du talus) et le niveau final est choisi à une hauteur de 70 m (obtenu après une période de fortes précipitations). La figure 5.6 présente la distribution du degré de saturation dans le talus pendant le processus de monté de la nappe du niveau initial à son niveau final. Nous y observons clairement le passage de l'état non saturé à l'état saturé.



a) Niveau initial de la nappe (h = 45m)

Figure. 5.6 – Champs de degré de saturation.



b) Niveau final de la nappe (h = 70 m)

5.6.2 Champ d'écoulement

Nous représentons sur la figure 5.7 le champ d'écoulement dans le talus pour le niveau initial et le niveau final de la nappe. Nous remarquons que les écoulements sont très importants à travers la couche de sable, ceci s'explique par la forte perméabilité de la couche. Ces écoulements influencent fortement la stabilité du versant par la pression hydrostatique développée par la nappe et les forces dues à l'écoulement : l'eau s'écoule dans le sol et ajoute son action à la gravité. De ce fait, des grands déplacements sur la surface libre se produisent.



a) Niveau initial de la nappe (h = 45m)
Figure. 5.7 – Champs de degré de saturation.

b) Niveau final de la nappe (h = 70 m)

5.6.3 Champ de contraintes effectives

En ce qui concerne le champ de contraintes effectives horizontales présenté sur la figure 5.8, nous observons que l'ordre de grandeur de la contrainte σ'_{xx} pour ces deux niveaux d'eau ne subit pas un changement remarquable, la contrainte effective horizontale maximale à l'état initial de la nappe est de 781 kPa et de 741 kPa à l'état final.



a) niveau initial de la nappe ($\sigma'_{xx} = 781 \text{ kPa}$) b) niveau final de la nappe ($\sigma'_{xx} = 741 \text{ kPa}$)

Figure. 5.8 – Champs de contraintes effectives horizontales.

Par contre, les contraintes effectives verticales représentées sur la figure 5.9 sont beaucoup changées, la contrainte effective verticale maximale à l'état initial de la
nappe est de 1130 kPa, par contre elle est de 967 kPa à l'état final. Ceci est normal car, le fait que l'eau se met en charge entraîne une augmentation de pression interstitielle et par conséquent, une diminution de contrainte effective. Ce phénomène est fortement défavorable à la stabilité du massif du fait qu'il peut être la cause de la perte de résistance au cisaillement du matériau.



Figure. 5.9 – *Champs de contraintes effectives verticales.*

5.6.4 Résultats en terme de travail du second ordre local

La représentation des zones, où la stabilité au sens de Hill n'est plus assurée pendant la montée d'eau, est donnée sur la figure 5.10. Nous observons, sur la figure 5.10 (a), aucune apparition de valeurs négatives de travail du second ordre d²W dans le talus. Une zone de faibles valeurs de d²W apparaisse au pied du talus.

Quand l'eau monte par un pas de 5 m (Figure. 5.10 (b)), une petite zone de d^2W négatif se développe au pied du talus et celle des faibles valeurs de d^2W s'étend également dans la partie haute du talus.

En augmentant le niveau de la nappe jusqu'à son niveau final (hauteur d'eau = 70 m), une grande zone de valeurs négative ou nulle de d^2W est observée (Figure. 5.10 (d f)). Nous voyons que cette zone, où le critère de stabilité de Hill est violé, apparaît de manière remarquable de façon superficielle et s étend au pied de la couche de sable. La grande zone superficielle regroupant les valeurs négatives du travail local permet de mettre en évidence une éventuelle rupture diffuse d'une partie du talus.



Figure. 5.10 – Isovaleurs du travail du second ordre local pour six hauteurs de remonter d'eau.

5.6.5 Résultats en terme du travail du second ordre global

Sur les figures 5.11 et 5.12 nous présentons les évolutions du travail du second ordre global D^2W et le travail global normalisé D^2W_{norm} en fonction de l'augmentation cumulée du niveau de la nappe d'eau dans le talus. La figure 5.11 montre qu'au cours de l'augmentation du niveau de la nappe jusqu'au niveau h = 50 m, nous remarquons une augmentation du travail du second ordre global. Ceci ne correspond pas aux résultats obtenus en termes de travail du second ordre local (Figure. 5.10 (b)). Nous retrouvons ici la dépendance de la grandeur de D^2W avec l'intensité du chargement incrémental. En réalité, dans la simulation de la remontée de la nappe, l'incrément des paramètres de chargement qui se composent des charges hydrauliques et mécaniques n'est pas constant à cause de la relation non linéaire entre la pression interstitielle et la

saturation ainsi que de la variation de l'incrément du volume de sol saturé. De ce fait, nous allons exposer, maintenant, l'évolution du travail global normalisé calculer sur le massif.

En analysant l'évolution de D^2W_{norm} présentée sur la figure 5.12, nous observons que dans les premiers pas de calcul, la remontée progressive de la nappe phréatique en régime hydraulique permanent, à partir du niveau initial, une diminution remarquable du travail global normalisé. En continuant de faire monter la nappe dans la simulation, nous voyons une décroissance considérable du travail du second ordre global qui devient presque nul. Cette décroissance est en accord avec la diminution du travail du second ordre global normalisé qui atteint des valeurs négatives à la fin de la monté d'eau. L'annulation du travail du second ordre global normalisé global normalisé global normalisé semble d'être un bon indicateur pour détecter l'instabilité globale du talus.



Figure. 5.11 – Représentation de l'evolution du travail du second ordre global.



Figure. 5.12 – Représentation de l'evolution du travail du second ordre global normalisé.

5.7 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons abordé une simulation en couplage hydromécanique d'un milieu non saturé pour un cas réel tel que celui du site de Ciloc. Une approche originale de l'étude de la stabilité à la fois locale et globale en s'appuyant sur l'analyse du travail du second ordre a permis de retrouver avec un certain succès les principales zones de glissement observées.

L'analyse des évolutions du travail du second ordre local et global permet de confirmer l'instabilité globale du talus, une grande zone superficielle regroupant des valeurs négatives du travail du second ordre permet de mettre en évidence la rupture éventuellement diffuse d'une partie du talus.

Nous avons également taché de prouver la nécessité de l'utilisation de deux critères de stabilité : locale et globale, dans la description des instabilités dans des problèmes réels qui sont souvent complexes en termes de géométrie, de conditions aux limites, de sollicitation, ainsi que de comportement des matériaux, etc.

Chapitre 6

Analyse de la stabilité du site de Ciloc sous chargement sismique

Après avoir étudier la stabilité du versant sous chargement statique dans les précédants chapitres, nous abordons ici l'étude de la stabilité du site sous chargemnt sismique. Il s'agira d'une application du critère de stabilité de Hill afin d'analyser les effets d'un tremblement de terre de fortes amplitudes qui peut frapper la région de Constantine. Compte tenu de la complexité du phénomène mis en jeu lors du déclanchement d'un mouvement de versant sous sollicitations dynamique (séisme), nous avons opté pour une approche de type pseudo-statique. Le séisme adopté pour cette étude est celui du 27 Octobre 1985.

6.1 Introduction

Les séismes phénomènes naturels particulièrement destructeurs et meurtriers lorsqu'ils touchent des zones urbanisées sont source à la fois d'effets directs (effondrement de constructions, destruction d'ouvrages d'art, incendies...) et d'effets induits que l'on définit comme les manifestations des réactions du milieu sur son environement. Parmi les effets induits, les mouvements de versants, phénomène naturel qui affecte l'ensemble des régions sismiques du monde, constituent une source majeure de dégats.

Bien que ce type de mouvement de versant représente un réel danger pour les populations et l'environement, peu d'études ont à ce jour été menées sur les mécanismes à l'origine de la déstabilisation des versants sous sollicitations dynamiques. Ceci s'explique par la multiplicité et la complexité des phénomènes mis en jeu lors de la propagation des ondes sismiques dans un versant. De plus, la conduite d'études détaillées des phénomènes à l'origine du déclanchement des mouvements de versant sous séisme, nécessite une connaissance précise de la topographie, des structures géologiques et des paramètres mécaniques du versant, paramètres dont l'acquisition est souvent couteuse et donc réservée à des zones dans lesquelles des ouvrages importants sont menacés.

6.2 Méthodes d'analyse de la stabilité des versants sous sollicitations dynamiques

La stabilité des talus sous sollicitations dynamiques est courammet étudiée sous deux angles :

- Celui de l'observation et du suivi des déformations qui repose sur l'analyse d'images satellites, des observatios de terrain, l'istrumentation de zones instables reconnues ;

- Celui de la modélisation, sous ce terme sont regroupées à la fois les méthodes simplifiées du type méthodes à l'équilibre limite et les méthodes numériques plus complexes du type méthodes par éléments finis ou par différences finis.

6.2.1 Méthodes reposant sur des observations

Ces techniques reposent essentiellement sur des observations de terrain et l'établissement des bases de données mondiales et régionales. Ces bases de données permettent une vision globale du phénomène de mouvement de terrain sous sollicitations dynamiques ainsi que :

- Une première identification des facteurs de prédisposition et des facteurs déclanchants d'une instabilité ;

- La définition de corrélations entre les caractéristiques des mouvements de talus et celles des séismes.

6.2.2 Méthodes reposant sur la modélisation

Trois types de méthodes permettent d'évaluer la stabilité des versants sous sollicitations dynamiques. Il s'agit :

- De la méthode pseudo-statique connue sous le nom de la méthode de Terzaghi ;

- De la méthode en déplacements connue sous le om de la méthode de Newmark ;

- Des méthodes de calcul en déformations, par éléments finis, par différences finis, par éléments distincts...

On rappelle que, compte tenu de la complexité des phénomènes mis en jeu lors du déclanchement mouvement de terrain sous sollicitations dynamiques, nous avons opté pour nos futurs modélisations la méthode pseudo-statique.

6.3 Sismicité en Algérie

L'Algérie connaît une activité sismique permanente résultant de la nature géologique de la région et de ses caractéristiques tectoniques. C'est un territoire en proie à l'aléa sismique dans sa partie la plus peuplée.

« L'Algérie, particulièrement dans sa partie côtière, se trouve sur la bordure Nord de la plaque tectonique africaine laquelle est en collusion avec la plaque eurasienne, ce qui enregistre des tremblements de terre....Chaque jour, on enregistre un séisme dans la région ; cependant, ces tremblements de terre sont de faible intensité, très souvent, ils ne sont pas ressentis par l'homme, mais il ne faut pas perdre de vue que les séismes destructeurs se reproduisent encore dans la région ».

Les études géologiques montrent que le Nord du pays est soumis en grande partie à l'activité sismique et se trouve traversé d'Est en Ouest par une ligne de faille entre Oran et Constantine en passant par Alger.

« De façon générale, l'Algérie connaît des séismes modérés de 5 à 6 degrés qui malheureusement entraînent encore des dégâts et des pertes en vies humaines...il faut savoir que notre pays connaît ce genre de séismes chaque 3 ou 4 ans. C'est là une réalité qu'il ne faut plus occulter ».

Plusieurs tremblements de terre d'intensité grande ou modérée produisant des dommages sont produits dans l'atlas algérien, le plus grand étant le tremblement de terre de EL Asnam, s'est produit le 10 Octobre 1980 (Ms = 7.3). La sismicité de l'Algérie est illustrée par la carte représentée sur la figure ci-dessous qui précise les intensités à travers le territoire.

6.4 Caractéristiques sismiques du séisme d'étude

La région de Constantine a été sévèrement secouée par un tremblement de terre, de magnitude Ms = 6.0, s'est produit le 27 Octobre 1985 à 19:34:59. L'épicentre du choc principal, mesuré à partir des données de 288 stations de mesure a été déterminé à la direction $36^{\circ}34'$ N - $6^{\circ}65'$ E, située au Nord du village d' EL Khroub. Cependant, selon les surfaces de rupture et la distribution extérieure des dommages, il est probable que l'épicentre du choc principal est localisé à 10-15 kilomètres à l'Ouest (Bounif et al, 1987).

La figure 6.2 montre les accélérations enregistrées lors du séisme. Nous observons que le pic dépasse 0.2g dans la direction horizontale (composante Est-Ouest (E-O) et Nord-Sud (N-S)), tandis qu'il est de 0.1g pour la composante verticale. Les accélérations spectrales correspondant à ces enregistrements, pour un taux d'amortissement de 5 %, sont présentées sur la figure 6.3. Ces spectres montrent que des amplifications sont plus importantes dans la direction N-S que dans la direction

E-O. Cependant, le spectre de réponse correspondant à la composante verticale montre que le mouvement a été désamplifié.





Figure. 6.1 – Intensité sismique en Algérie.











(c) composante verticale

Figure. 6.2 – Accélérations enregistrées lors du séisme du 27 Octobre 1985.



Figure. 6.3 – Spectre de réponse pour 5 % d'amortissement des accélérogrammes.

6.5 Modélisation numérique par l'approche pseudo-statique

Nous étudions ce glissement de Ciloc, en s'appuyant sur le critère de Hill, 1958 tel qu'il a été présenté et appliqué précédemment. Une simulation pseudo-statique sera effectuée. Le chargement correspond à l'application d'une accélération (horizontale ou verticale constante $a_g = k_c g$) (k_c est le coefficient sismique et *g* est l'accélération gravitaire), telle qu'elle peut survenir lors d'un séisme. Il convient de remarquer ici qu'il ne s'agit pas d'un calcul dynamique au sens propre du terme.

Dans une approche pseudo-statique, le mouvement sismique cyclique est remplacé par une accélération constante a_g. Les composantes des forces pseudo-statiques appliquées sur le massif de sol sont égales au produit des composantes de l'accélération et du poids du matériau.Rappelons que la section N-S du versant du Ciloc est choisie afin d'étudier le phénomène d'instabilité.

La première phase du calcul consiste en l'application de la gravité. Puis, nous allons simplement appliquer sur tout le massif les valeurs critiques de l'accélération mesurée lors du séisme survenu à la section N-S du versant.

6.5.1 Présentation du problème aux limites

L'analyse est conduite dans l'hypothèse des déformations planes. Nous reprenons la même géométrie utilisée pour les modélisations en statique et quasi-statique. La géométrie et le maillage du modèle numérique représentant ce versant sont présentés sur la figure 6.4. Le maillage est composé de 1859 éléments triangulaires (15 nœuds, 12 points d'intégration) soit 15267 nœuds.



Figure. 6.4 – Géométrie, maillage et conditions aux limites cinématiques.

6.5.1.1 Conditions aux limites

Les conditions en déplacements (cinématiques) sont également présentées sur la figure 6.4. Nous imposons des déplacements horizontaux nuls selon l'axe X, sur les limites à gauche, à droite et sur la base et verticaux nuls selon l'axe Y sur le fond du massif.

6.5.1.2 Conditions initiales

La modélisation est composée de deux phases de calcul, la première phase est destinée à appliquer la gravité au versant étudié (état initial). Dans la deuxième phase, nous allons imposer les forces pseudo-statiques à partir des composantes d'accélération constante horizontale $a_{gh} = 0.30$ g et verticale $a_{gv} = 0.20$ g. Cette phase est automatiquement divisée en plusieurs incréments d'accélération.

6.5.2 Modèle de comportement et caractéristiques mécaniques

Le comportement du versant est modélisé avec le modèle élastoplastique HSM du code Plaxis. Les paramètres principaux du modèle HSM pour les trois types de matériaux sont ceux du tableau 4.1.

6.6 Résultats de la simulation

La figure 6.5 présente le coefficient sismique k_c déterminé automatiquement par Plaxis. Nous observons que l'incrément de l'accélération augmente de manière non uniforme. La perte de convergence se produit après le pas 31, i.e. $k_c = 0.146$.



Figure. 6.5 – Coefficient sismique kc en fonction du pas de calcul.

6.6.1 Analyse de la stabilité en terme du travail du second ordre local

Dans ce paragraphe, nous allons analyser la stabilité du massif en utilisant la condition suffisante de stabilité de Hill, 1958. La figure 6.6 présente les isovaleurs du travail du second ordre local pour quatre valeurs d'accélération imposée (0.0967g, 0.1363g, 0.146g et 0.149g). Nous observons clairement que la zone des valeurs négatives du travail du second ordre s'étend proportionnellement avec l'augmentation de k_c . Cette zone commence initialement à la surface libre, puis elle est fortement étendue en profondeur et sa forme finale forme un cercle de glissement plus profond par rapport à la surface de glissement réelle du versant.

Le critère de Hill peut donc décrire les zones de glissement qui peut affecté le versant sous les forces pseudo-statiques dues aux accélérations. La large zone obtenue des valeurs négatives de d²W nous a fait penser à une instabilité au niveau global du massif, le paragraphe suivant a donc pour but d'étudier cette question en analysant le critère de Hill au niveau global.



(d) $k_c = 0.149$

Figure. 6.6 – Isovaleurs du travail du second ordre local pour quatre incréments de l'accélération imposée.

6.6.2 Analyse de la stabilité en terme du travail du second ordre global

La figure 6.7 présente les évolutions du travail global D^2W et le travail global normalisé D^2W_{norm} en fonction de l'augmentation de l'accélération par l'intermédiaire du coefficient sismique k_c .



Figure. 6.7 – Evolution du travail du second ordre global en fonction de l'accélération sismique.

Le tracé du travail global non normalisé D^2W (Figure. 6.7 (a)) représente clairement la relation entre la stabilité globale du massif et le critère global de Hill. En traçant le travail global normalisé D^2W_{norm} sur la figure 6.7 (b), nous observons que D^2W_{norm} est presque constant pour des faibles valeurs de l'accélération sismique. Quand l'accélération dépasse 0.1363g (b), une chute brutale de la valeur de D^2W_{norm} se produit. Cette décroissance exprime bien le fait que l'augmentation des forces pseudostatiques dues aux accélérations a déstabilisé le versant. La perte de positivité du travail du second ordre global au dernier pas de l'application de l'accélération dénote une perte de stabilité à l'échelle globale du massif au sens de Hill.

6.7 Conclusions

Une modélisation du versant de Ciloc a été effectuée avec le modèle HSM du code Plaxis, en utilisant une approche pseudo statique. Le mouvement sismique cyclique est remplacé par une accélération constante. Les forces pseudo-statiques appliquées sur le massif du sol sont égales au produit des composantes de l'accélération et du poids du matériau. En traçant les isovaleurs du travail du second ordre local d²W, nous avons observé une large zone de valeurs négatives du travail local plus profonde par rapport au cercle de rupture réel du versant. Concernant l'instabilité globale du massif, le tracé des évolutions du travail du second ordre global a permis de la détecter. En effet, la diminution de D²W a bien exprimé le fait que l'augmentation des forces pseudostatiques dues aux accélérations a déstabilisé le massif. La perte de positivité du travail du second ordre global à la fin du chargement dénote un état potentiellement instable à l'échelle du massif au sens de Hill.

Chapitre 7

Conclusions et perspectives

Dans ce travail de thèse, l'utilisation du critère de Hill dans des calculs par éléments finis en utilisant le logiciel Plaxis permet de proposer la modélisation et la visualisation graphique de l'instabilité d'un cas réel de glissement de terrain survenu dans la région de Constantine (Est de l'Algérie). L'enjeu principal de cette série de modélisations réside dans le fait qu'il s'agit d'un site, qui menace la vie de la population dans cette région. L'approche originale de l'étude concerne l'analyse de la stabilité du talus dans plusieurs configurations par l'intermédiaire du critère du travail du second ordre. La zone potentiellement instable a pu être identifiée par les valeurs négatives du travail du second ordre local, tandis qu'un critère d'instabilité globale est fourni par l'annulation du travail du second ordre global.

Dans un premier temps, nous avons exposé brièvement les principales approches existantes sur les études d'unicité et de stabilité du problème aux limites formulées en vitesse dans le cadre de la mécanique des milieux continus. Ensuite, nous présentons le critère de bifurcation de Hill qui constitue un critère de bifurcation en mode diffus et qui précède les autres critères d'instabilité.

Ensuite, nous avons introduit le critère de Hill dans le code de calcul par éléments finis Plaxis. Afin de valider l'implantation de ce critère, nous avons proposé une modélisation qui porte sur l'étude de la stabilité d'une fondation superficielle au bord d'un talus excavé dans un sol pulvérulent. Le processus d'excavation n'a pas déstabilisé le talus. Pendant le chargement de la fondation, on a constaté la formation d'une surface de glissement sous la fondation qui s'étend vers le bord du talus. Le mode de rupture pour la fondation est localisé, tandis que le mode de rupture pour le talus est diffus. Le tracé du travail du second ordre global normalisé a montré des valeurs négatives en fin de chargement et par conséquent, le talus devient moins stable.

L'application du critère de Hill pour des cas de glissements réels a porté sur la modélisation du site de Ciloc à Constantine. Dans un premier temps, nous avons étudié la stabilité du talus sous des sollicitations correspondent à son histoire : gravité croissante puis construction de l'immeuble. Le tracé des isovaleurs de d²W a montré une large zone de valeurs négatives du travail local. An niveau global du massif, l'analyse des évolutions du travail du second ordre global a permis de décrire clairement l'instabilité du versant. En effet, la diminution du travail de second ordre global exprime bien le fait que l'augmentation du chargement a déstabilisé le versant. La perte de positivité du travail du second ordre global à la fin du chargement dénote un état effectivement instable à l'échelle du massif au sens de Hill.

Ensuite, une étude paramétrique a été réalisée. Plusieurs propriétés mécaniques ont été modifiées individuellement. Il ressort de cette étude que la variation des paramètres plastiques dans des fourchettes de valeurs « raisonnables » a un effet tout à fait significatif sur la stabilité du talus et permet d'y retrouver les zones d'instabilités observées sur le site d'étude.

Dans la deuxième modélisation du site d'étude, nous avons proposé une simulation en couplage hydromécanique en milieu non saturé en utilisant le logiciel Plaxflow pour la génération des pressions interstitielles. L'analyse des évolutions du travail du second ordre local et global, permet de confirmer l'instabilité globale du talus, une grande zone superficielle regroupant des valeurs négatives du travail du second ordre permet de mettre en évidence la rupture éventuellement diffuse d'une partie du talus.

A la fin une application du critère de stabilité de Hill au cas du mouvement du versant sous tremblement de terre a été effectuée à l'aide d'une méthode de type pseudo-statique. Le tracé des isovaleurs de d^2W a montré une large zone de valeurs négatives du travail local plus importante de la zone de rupture réelle du versant. An niveau global du massif, l'analyse des évolutions du travail du second ordre global a permis de décrire clairement l'instabilité du versant. En effet, la diminution de D²W a bien

exprimé le fait que l'augmentation des forces pseudo-statiques dues aux accélérations a déstabilisé le versant.

L'ensemble des résultats de cette série de modélisation nous a permis de dégager plusieurs aspects importants. En effet, le calcul du travail du second ordre local au cours des différentes phases de simulation permet la détection et la description des zones matérielles instables. L'étude de la condition globale de Hill, basée sur le travail de second ordre global, permet ensuite de discuter la stabilité du massif. L'analyse de la stabilité du talus nous a conduit à mettre en évidence l'existence de zones instables directement liées et influencées par les valeurs des paramètres de résistance du sol. Cette série de modélisations nous a montré que la condition de Hill, qui se base sur l'analyse du travail du second ordre local et global, est un bon indicateur de la stabilité du massif.

Finalement, plusieurs perspectives peuvent être envisagées pour ce travail. Il se trouve que la normalisation que nous avons proposée pour le travail du second ordre global vise simplement à rendre l'évolution aussi intrinsèque que possible par rapport aux conditions de chargement. Nous considérons que cette définition reste toujours ouverte.

La validation du critère de Hill par d'autres codes de calcuul, utilisant différentes lois de comportement et la comparaison des résultats pour cerner le domaine de validité du critère.

L'utilisation du critère de Hill pour détecter d'autres modes de rupture (rupture en mode localisé, instabilités d'origine géométrique...), est souhaitée.

Une modélisation en dynamique basée sur l'analyse du travail de second ordre pourrait permettre d'analyser et d'expliquer les glissements survenus sous sollicitations dynamiques et enfin une modélisation tridimensionnelle est souhaitable pour bien reproduire l'état géométrique réel du versant.

Bibliographie

- [1] A. Benaissa. « Contribution à l'étude des mouvements de terrain de la région de Constantine », *Thèse de l'Université Joseph Fourier, 1989*.
- [2] A. Benaissa, D. Cordary & A. Giraud. « les mouvements de terrain dans la zone urbaine de Constantine (Algérie) », *Bulletin de l'Association Internationale de Géologie de l'Ingénieur*, n°40, Paris, 1989.
- [3] A. Benaissa, M.A. Bellouche. « Propriétés géotechniques de quelques formations géologiques propices aux glissements de terrains dans l'agglomération de Constantine (Algérie) », Bulletin of the Association of Engineering Geology and the Environment. 57 :301-310, 1999.
- [4] D. Bigoni, T. Hueckel. «Uniqueness and localization- I. Associative and nonassociative elastoplasticity». *International Journal of Solids and Structures*, 28(2):197–213, 1991.
- [5] D. Bigoni. Bifurcation and instability of non-associative elastoplastic solids. In CISM Lecture Notes of the Course : Material Instability in Elastic and Plastic Solid, Udine, Italy, 1999.
- [6] D. Bigoni. «Bifurcation and instability of non-associative elastoplastic solids» pages 1–52. Number 414. *Material instabilities in elastic and plastic solids*. H. Petryk Ed., CISM Courses and Lectures, Springer-Verlag, 2000.
- [7] A.W. Bishop. «The use of slip circle in the stability analysis of slopes». *Géotechnique*, 5:7–17, 1955.
- [8] A. Belouar. « Détermination des caractéristiques géotechniques d'une zone potentiellement instable ». International Conference on Geotechnical Engineering, Beyrouth, Lebanon, 2004.
- [9] A. Belouar, A. Seridi et A. Benaissa. « Stratégie et prévention des risques naturels, Cas de la ville de Constantine ». Séminaire International sur les Risques Naturels liés aux Glissements de Terrain et d'Eboulement Rocheux, Guelma le 15-16 Novembre 2005.

- ^[10] A. Bounif, H. Haessler, and M. Meghraoui. "The Constantine (northeast Algeria) earthquake of October 27, 1985 surface ruptures and aftershoch study". *Earth and Planetary Science Letter*, 85, (1987), 451 460.
- [11] R.B.J. Brinkgreve. *Geomaterial models and numerical analysis of softening*. PhD thesis, Delft University of Technology, 1994.
- [12] R.B.J. Brinkgreve and H.L. Bakker. Non-linear finite element analysis of safety factors. In *Computer Methods and Advances in Geomechanics*, Beer, Booker & Carter (eds), Balkema, Rotterdam, pages 1117–1122, 1991.
- [13] R.B.J. Brinkgreve. *PLAXIS Version 8: Finite element code for soil and rock analyses*. Balkema, Rotterdam, 2002.
- ^[14] R. de Borst and P.A. Vermeer. Possibilities and limitations of finite elements for limit analysis. *Géotechnique*, 34(2):199–210, 1984.
- [15] R.H. Brooks and A.T. Corey. *Hydraulic properties of porous media*. Hydrology Paper, Colorado State University, Fort Collins, 1964.
- [16] G.S. Campbell. A simple method for determining unsaturated conductivity from moisture retention data. *Soil Science*, 117(6):311–314, 1974.
- [17] Chambon R. Bifurcation en bande de cisaillement, une approche avec des lois incrémentalement non linéaires, *J. Méc Théor. Appl* Vol 5 n. 2 pp. 277–298, 1986
- [18] R. Chambon. Une classe de loi de comportement incrémentalement non linéaire pour les sols non visqueux résolution de quelques problèmes de cohérence, *C. R. Acad Sci. Paris* 308 pp. 1571–1576, 1989
- ^[19] R. Chambon and D. Caillerie. Existence and uniqueness theorems for boundary value problems involving incrementally non-linear models. *Int. J. Solids Structures*, pages 5089–5099, 1999.
- ^[20] R. Chambon, J. Desrues, W. Hammad, and R. Charlier. Cloe, consistance et localisation explicite: une loi incrémentale non linéaire. *Rapport interne du laboratoire 3S, Grenoble*, 1990.
- [21] E.C. Childs and N. Collis-George. The permeability of porous materials. In Proceedings of the Royal Society of London, Series A, volume 210, pages 392–405, 1950.
- [22] Chu J., Leong W.K. «Recent progress in experimental studies on instability of granular soil». In Labuz & Drescher, editor, *Int. Workshop on Bifurcations and Instabilities in Geomechanics*, pages 175–192. Swets & Zeitlinger, 2003.
- [23] D. Croney, J.D. Coleman, and W.P.M. Black. The movement and distribution of water in soil in relation to highway design and performance. *Highway research Board, Washington*, Special Report no 40, 1958.

- [24] F. Darve. «An incrementally non-linear constitutive law: assumptions and predictions». Constitutive Relation for soils, Gudehus, Darve & Vardoulakis eds., *Publishers Balkema*: 385–403, 1982.
- [25] F. Darve. Manuel de rhéologie des géomatériaux, chapter Les lois incrémentales non linéaires, pages 215–234. Presses ENPC, 1987.
- [26] F. Darve. Stability and uniqueness in geomaterials constitutive modelling. Localisation and Bifurcation Theory for Soils and Rocks, Chambon, Desrues, Vardoulakis (eds), Balkema(2):73–88, 1994.
- [27] F. Darve. «Liquefaction phenomenon of granular materials and constitutive instability». *International Journal of Engineering Computations*, 7:5–28, 1996.
- [28] F. Darve and B. Chau. Constitutive instabilities in incrementally non-linear modelling. *Constitutive Laws for Engineering Materials*, C.S. Desai (ed.):301–310, 1987.
- ^[29] Darve F., Laouafa F. «Instabilities in granular materials and application to landslides». *Mechanics of Cohesive Frictional Materials*. 5(8):627–652, 2000
- ^[30] F. Darve, G. Servant, F. Louafa et H.D.V. Khoa. «Failure in geomaterials continuous and discrete analyser». *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 193(27-29), 3057-3085, 2004.
- [31] J. Desrues. La localisation de la déformation dans les milieux granulaires. Thèse de doctorat, *Institut National Polytechnique de Grenoble*, 1984.
- [32] J. Desrues.' An Introduction to Strain Localisation in Granular Media ', in "Physics of Granular Media " proc. *Winter School Les Houches Feb. 90 , Ed DODDS J.A. and BIDEAU D. ,Nova Sciences Publ.*, pp 127-142, 1991
- [33] J. Desrues et R. Chambon. "Bifurcation par localisation de la déformation: étude expérimentale et Théorique à l'essai biaxial sur sable", *Large Deformation of Solids: Physical Basis and Mathematical Modelling, Gittus, Zarka and Nemat-Nasser Ed., Elsevier App. Sc. Pub.*, Amsterdam, pp 433-459, 1986.
- [34] J. Desrues et R. Chambon. "Shear Band Analysis for Granular Materials: the question of incremental non-linearity", *Ingenieur Archiv* 59, pp 187-196, 1989.
- [35] D.C. Drucker. «A definition of stable inelastic material». Journal of Applied Mechanics. 26:101-186, 1959
- ^[36] S. Dubigeon. Mécanique des milieux continus. Lavoisier edition, 1998. deuxième édition revue et augmentée.
- [37] J.M. Duncan. "State of the art: limit equilibrium and finite element analysis of slope". *Journal Of Geotechnical Engineering*, 1996; 122(7):577-96.

- ^[38] J.M. Duncan and C.Y Chang. Nonlinear analysis of stress and strain in soil. J. of the Soil Mech. and Found. Div., ASCE, 96:1629–1653, 1999.
- [39] J.M. Duncan and P. Dunlop. Slopes in stiff fissured clays and soils. J. Soil Mech. Found. Div., ASCE 95, SM5(7):467–492, 1969.
- [40] W. Fellenius. Calculation of the stability of earth dams. In *Proceeding of the 2nd International Congress on Large Dams,* Washington, D.C., volume 4, page 445, 1936.
- [41] D.G. Fredlund and H. Rahardjo. *Soil mechanics for unsaturated soils*. A Wiley-Interscience Publication, John Wiley & Sons, 1993.
- [42] D.G. Fredlund and A. Xing. Equations for the soil-water characteristic curve. *Can. Geotech. J.*, 31:521–532, 1994.
- ^[43] D.V. Griffiths, P.A. Lane. «Slope stability analysis by finite elements». *Géotechnique*, 49(3):387–403, 1999.
- [44] I.O. Georgopoulos. "Mechanisms of liquefaction of granular materials and the role of fabric anisotropy". *PhD thesis, N.T.U.A., 2006.*
- [45] J. Hadamard. Leçons sur la propagation des ondes et les équations de l'hydrodynamique. Hermann A., Paris, 1903.
- ^[46] K. Hamadi, A.Modaressi, and F. Darve. Analyse numérique de la stabilité matérielle d'une fondation superficielle au bord d'un talus. In *XXIIème Rencontre AUGC-Ville et Génie Civil*, Marne la Vallée, France, 2004.
- [47] A. Hazen. Discussion of dams on soil foundations. *Trans. Amer. Soc. Civil Engrs.*, 73:199, 1911.
- ^[48] R. Hill. «A general theory of uniqueness and stability in elastic-plastic solids». *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 6:239–249, 1958.
- [49] R. Hill. Acceleration waves in solids. J. of the Mech. and Phys. of Solids, 10 :1–16, 1962.
- [50] R. Hill and J.W. Hutchinson. Bifurcation phenomena in the plane tension test. J. *Mech. Phys. Solids*, 23:239–264, 1975.
- ^[51] T. Hueckel and G. Maier. Incremental boundary value problems in the presence of coupling of elastic and plastic deformations: a rock mechanics oriented theory. *Int. J. Solids Structures*, 13:1–15, 1977.
- [52] S. Imposimato and R. Nova. An investigation on the uniqueness of the incremental response of elastoplastic models for virgin sand. *Mech. Cohes. Frict. Mater.*, 3: 65–87, 1998.
- [53] N. Janbu. «Slope stability computations». *Soil Mechanics and Foundation Engineering Report.* Technical University of Norway, Trondheim, Norway, 1968.

- ^[54] H.D.V. Khoa, I.O. Georgopoulos, F. Darve, F. Laouafa. «Diffuse failure in geomaterials: experiments and modelling». *Computers and Geotechnics*, 2005.
- [55] H.D.V. Khoa. « Modélisations des glissements de terrain comme un problème de bifurcation ». *PhD thesis*, Université Joseph Fourier, Grenoble, 2005.
- ^[56] W.T. Koïter. On the thermodynamic background of elastic stability theory. *Problems of Hydrodynamics and continuum Mechanics, SIAM, Philadelphia*, pages 423–433, 1969.
- [57] D. Kolymbas. "An outline of hypoplasticity", *Archive of applied mechanics*, 61:143–151, 1991.
- [58] P.V. Lade. Static instability and liquefaction of loose fine sandy slopes. *Journal of Geotechnical Engineering*, 118(1):51–69, 1992.
- ^[59] P.V. Lade and D. Pradel. Instability and plastic flow of soils. I: Experimental observations. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 116(11):2532–2550, 1990.
- [60] B. Lafifi, F. Darve, M.S. Nouaouria & M. Guenfoud. Application du critère de Hill dans la modélisation par éléments finis des glissements de terrain de la région de Constantine (Algérie). European Journal of Environmental and Civil Engineering, Vol 12, N°6, 2008
- [61] A.C. Liakopoulos. Retention and distribution of moisture in soils after infiltration has ceased. *Bull. Int. Ass. Sci. Hydrol.*, 10(2):58–69, 1965.
- [62] A.E.H. Love. A treatise on the mathematical theory of elasticity. Ed, 1927.
- [63] F. Louafa, F. Darve. «Modelling of slope failure by material instability mechanism». *Computer and Geotechhnics*, 29(4), 301-325, 2002.
- [64] A.M. Lyapunov. «Problème général de la stabilité des mouvements». *Annales de la faculté des sciences de Toulouse*, 9:203–274, 1907.
- ^[65] J. Lubliner. Plasticity theory. Macmillan, 1990
- [66] G. Maier. « A minimum principle for incremental elastoplasticity with non-associated flow laws". *J.Mech. Phys. Solids*, 18:319–330, 1970.
- [67] Mandel J. « Conditions de stabilité et postulat de drucker ». Rheology and Soil Mechanics, J. Kravtchenko and P. M. Sirieys (eds), Springer, Berlin:58– 68, 1966.
- [68] R. Marmi, M.A. Bellouche, K. Boulifa. « Les sources potentielles de pollution dans la région de Constantine : impact sur l'environnement ». Rapport de recherche, inédit, 2004.
- [69] T. Matsui and K.C San. « Finite element slope stability analysis by shear strength reduction technique". *Soils and Foundations*, 32(1):59–70, 1992.

- [70] O. Mohr. "Welche umstande bedingen die elastizitatsgrenze und den bruh eines materials" Zeitschrift des Veireines deutscher Ingeieure, 44 :1–12, 1900.
- [71] N.R. Morgenstern and V.E. Price. "The analysis of the stability of general slip surfaces". *Géotechnique*, 15(1):79–93, 1965.
- [72] Z. Mróz. «Non-associated flow laws in plasticity». *Journal de Mécanique*, 2(1):21–42, 1963.
- [73] Y. Mualem. "Hydraulic conductivity of unsaturated soil: prediction and formulas".
 In. Methods of soil analysis, pages 799–823. Number 9. Part 1. *Edited by* A. Klute. American Society of Argronomy, Madison, Wis., 1986.
- [74] R. Nova. «A note on sand liquefaction and soil stability». In Third International Conferance of Constitutive Laws for Engineering Materials: Theory and Applications, pages 153–156, Tuscon, USA, 1991.
- [75] R. Nova. «Controllability of the incremental response of soil specimens subjected to arbitrary loading programmes». *Journal of the Mechanical Behavior of Material.*, 5(2):193–201, 1994.
- [76] M. Ortiz, Y. Leroy, and A. Needleman. A finite element method for localized failure analysis. *Compt. Meth. Appl. Mech. Eng.*, 61 :1741–1756, 1987.
- [77] A. Pellegrino. « Comportement fragile des roches : dégradation des propriétés élastiques et anisotropie induite par les contraintes ». *Thèse de doctorat*, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, 1995.
- [78] D. Pradel and P.V. Lade. «Instability and plastic flow of soils. II: Analytical investigation". *Journal of Engineering Mechanics*, 116(11):2551–2566, 1990.
- [79] B. Raniecki. "Uniqueness criteria in solids with non-associated plastic flow laws at finite deformations". *Bull. Acad. Polon. Sci. Ser. Tech.*, XXVII(8-9):391, 1979.
- [80] B. Raniecki and O.T. Bruhns. "Bounds to bifurcation stresses in solids with nonassociated plastic flow law at finite strain". J. Mech. Phys. Solids, 29:153, 1981.
- ^[81] Rice J.R., «The localization of plastic deformation». *Theoretical and applied mechanics, W.T. Koiter ed, North-Holland publishing Company*: 207–220, 1976.
- ^[82] J R. Rice and J W. Rudnicki. "A note on features of the theory of the localization of deformation". *Int. Jour. Solids and Structures*, 16(2):597–605, 1980.
- [83] P.W. Rowe. "The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact". In *Proceedings of the Royal Society of London*, volume A269, pages 500–527, 1962.
- ^[84] J.W. Rudnicki and J.R. Rice. "Conditions for the localization of deformation in pressure sentive dilatant materials". *J. Mech. Phys. Solids*, 23:371–394, 1975.

- [85] T. Schanz and P. A. Vermmeer. "Angle of friction and dilatancy of sand". Géotechnique, 46(1):145–151, 1996.
- [86] T. Schanz, P.A. Vermeer, P.G. Bonnier. «Formulation and verification of the Hardening-SoilModel". In:R.B.J. Brinkgreve, Beyond 2000 in Computational Geotechnics. Balkema, Rotterdam: 281-290, 1999.
- [87] G. Servant. "Modèles en risques naturels, cas des glissements de terrain". *PhD thesis*, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2004.
- [88] G. Servant, F. Darve, J. Desrues and I.O. Georgopoulos. «Diffuse modes of failure in geomaterials». In Di Benedetto, editor, Deformation characteristics of geomaterials. Swets & Zeitlinger, 2004.
- ^[89] J.A. Sladen, R.D. D'Hollander, and J. Krahn. "Back analysis of the nerlerk berm liquefaction slides". *Can. Geotech. J.*, 22(4):579–588, 1985.
- ^[90] N. Snitbhan and W.F. Chen. "Elastic-plastic large deformation analysis of soil slopes". *Comput. Struct.*, 9:567–577, 1976.
- [91] E. Spencer. "A method of analysis of the stability of embankments assuming parallel interslice forces". *Géotechnique*, 17(1):11–26, 1967.
- ^[92] J. Sulem. and I. Vardoulakis. "Bifurcation analysis of the triaxial test on rock specimens". A theoretical model for shape and size effect. *Acta Mechanica* 83, pp. 195-212, 1990.
- [93] I. Vardoulakis and J. Sulem. "Application of bifurcation theory in rock mechanics problems". *Comprehensive Rock Engineering*, (Ed. J. Hudson), Pergamon Press vol. 1, chap. 23, pp 575-609, 1993.
- ^[94] I. Vardoulakis, J. Sulem and A. Guenot. "Borehole instabilities as bifurcation phenomena". *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts* 25(3), pp. 159-170, 1988.
- [95] T Y. Thomas. "Plastic flow and fracture in solids". In *Academic Press*, New York, 1961.
- [96] K.C. Valanis. "On the uniqueness of solution of the initial value problem in softening materials". J. Appl. Mech., ASME, 52:649–653, 1985.
- ^[97] M.T. Van Genuchten. "A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils". *J. of Soil Sci. Soc. Am.*, 44:892–898, 1980.
- [98] I. Vardoulakis. "Equilibrium bifurcation of granular earth bodies". *In Adv. Anal. Geotechn. Instabilities*, 13:65–120, 1978.
- [99] I. Vardoulakis. "Shear band inclination and shear band modlus of sands in biaxial tests". *Int. Jour. Solids and Structures*, 9:399–414, 1980.

- [100] I. Vardoulakis, M. Goldscheider, and G. Gudehus. "Formulation of shear bands in sand bodies as a bifurcation problem". *Int. J. Num. Anal. Meth. Geom*, 2 :99–128, 1978.
- [101] I. Vardoulakis and B. Graff. "Calibration of constitutive models for granular materials with data from biaxial experiments". *G'eotechnique*, 35(3):299–317, 1982.
- [102] I. Vardoulakis and J. Sulem. "Application of bifurcation theory to rock mechanics problems". In J.A. Hudson, editor, *Comprehensive rock mechanics*, volume 1. Pergamon Press, 1993.
- [103] P.A. Vermeer. "A modified initial strain method for plasticity problems". In *Proc.* 3rd *Int. Conf. Num. Meth. Geomech.*, pages 377–387, 1979.
- [104] M.R.J. Wyllie and G.H.F. Gardner. "The generalized Kozeny-Carmen equation 11: a novel approach to problems of fluid flow". World Oil (Production Section), 146: 210–228, 1985.
- [105] O.C. Zienkiewicz and R.L. Taylor. "The finite element method", Fourth edition, volume 1, Basic formulations and linear problems. *McGraw-Hill, London*, 1994