

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université 8 Mai 1945 Guelma
Faculté des Science et de la Technologie
Département de Génie Mécanique



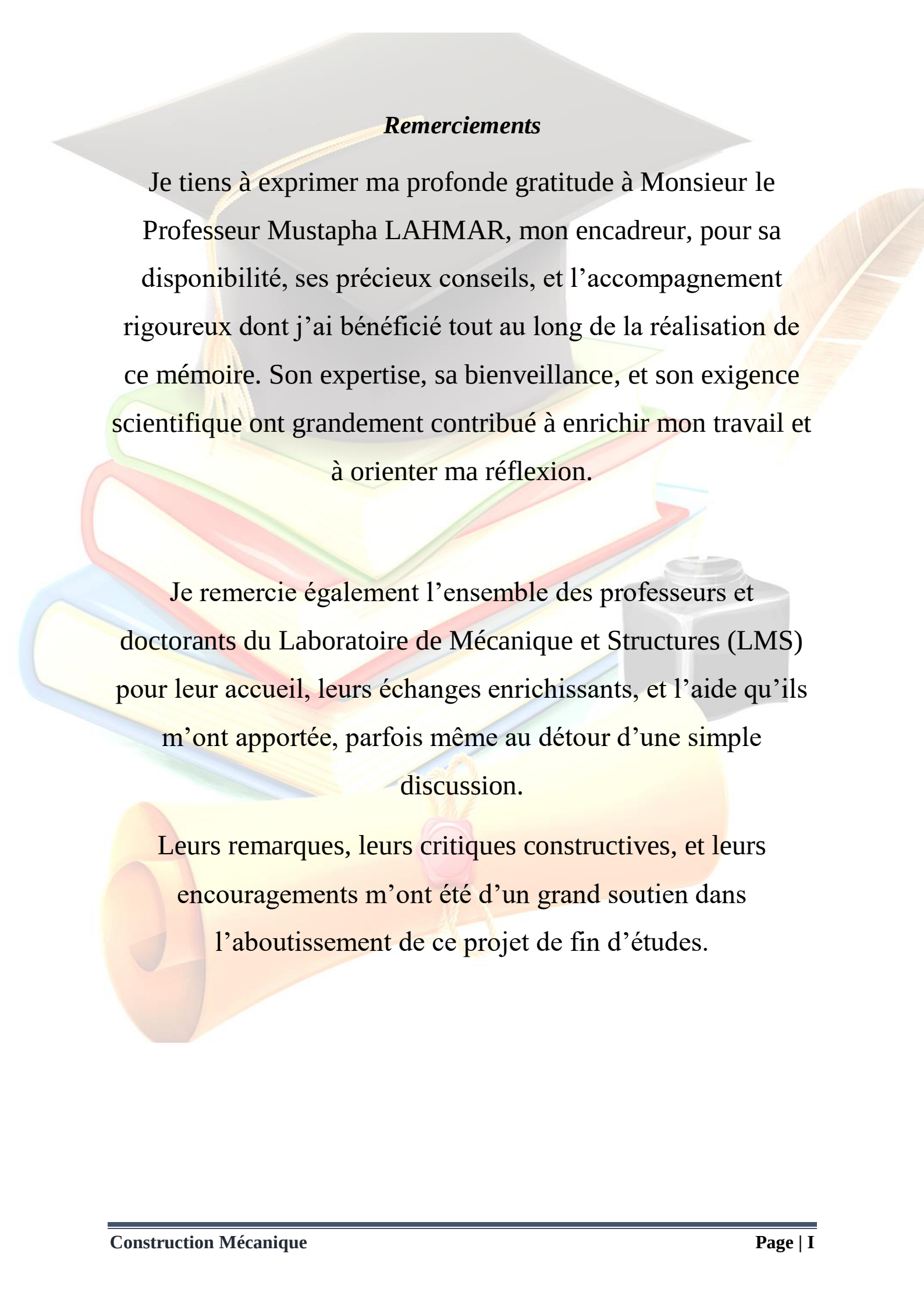
Projet de Fin d'Études

Présenté par : **DERABLA Wissal**
Pour l'obtention du diplôme de Master
Option : **Construction Mécanique**

Modélisation du Comportement Dynamique des Paliers d'un Moteur Thermique Monocylindre Lubrifié par des Nanofluides

Sous la direction de : **Prof. Dr. LAHMAR Mustapha**

Année universitaire 2024-2025



Remerciements

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à Monsieur le Professeur Mustapha LAHMAR, mon encadreur, pour sa disponibilité, ses précieux conseils, et l'accompagnement rigoureux dont j'ai bénéficié tout au long de la réalisation de ce mémoire. Son expertise, sa bienveillance, et son exigence scientifique ont grandement contribué à enrichir mon travail et à orienter ma réflexion.

Je remercie également l'ensemble des professeurs et doctorants du Laboratoire de Mécanique et Structures (LMS) pour leur accueil, leurs échanges enrichissants, et l'aide qu'ils m'ont apportée, parfois même au détour d'une simple discussion.

Leurs remarques, leurs critiques constructives, et leurs encouragements m'ont été d'un grand soutien dans l'aboutissement de ce projet de fin d'études.



Dédicaces

Je dédie ce mémoire

À mes chers parents ma mère et mon père, ma grand-
mère, mon oncle et ma famille
pour leur patience, leur amour et leurs
encouragements.

A mes frères.

A mes amis et mes camarades.

Sans oublier tous les professeurs des cycles
primaire, moyen, secondaire, et de
L'enseignement supérieur

Résumé

Les nanolubrifiants sont des fluides contenant des particules de taille nanométrique communément appelées nanoparticules (NPs) lubrifiantes. Ces fluides, utilisés comme lubrifiants liquides efficaces dans le graissage des machines tournantes et alternatives modernes, sont des suspensions de nanoparticules dans un liquide de base appelé solvant ou dans un lubrifiant totalement formulé.

Le travail d'initiation à la recherche présenté dans ce mémoire s'intéresse à l'étude du comportement dynamique des paliers de tête de bielle de moteurs à combustion interne soumis à des charges dynamiques variant en module et en direction durant tout le cycle thermodynamique du moteur thermique.

Ce travail comprend trois parties : la première partie est consacrée à l'élaboration cinématique et dynamique du system piston-bielle-vilebrequin en vue de déterminer les digrammes de charge représentant l'action du maneton sur le coussinet de tête de bielle, la deuxième partie est dédiée à la modélisation du comportement thermo-hydrodynamique (THD) global du palier de tête de bielle en assimilant le nanolubrifiant à un fluide thermo-visqueux micro-polaire de Vijay Kumar Stokes, et la troisième partie est dévolue à la dérivation d'une équation de pression de type Euler-Lagrange à partir de la minimisation de la fonctionnelle associée à l'équation de Reynolds (2D) en utilisant le théorème de calcul des variations.

La trajectoire décrite par le centre du maneton dans le palier de tête de bielle est prédite par la méthode itérative de Newton-Raphson amortie durant tout le cycle de chargement.

La recherche de la température et de la viscosité effectives du nanolubrifiant est effectué de façon itérative en utilisant une équation de bilan thermique global dans laquelle on assume que 85% de la chaleur produite par effet de cisaillement dans le palier est évacuée par le fluide lubrifiant. Ceci nous permet d'éviter les problèmes numériques inhérents au couplage non linéaire de l'équation de Reynolds avec l'équation d'énergie.

L'analyse THD globale montre que les effets combinés de la concentration et de la taille caractéristique des nanoparticules CuO et Al_2O_3 sur les orbites décrite par le centre du maneton et les performances hydrodynamique du palier de tête de bielle tels que l'épaisseur minimale du film, la pression maximale dans le film, et la puissance dissipée sont significatifs et ne doivent pas être négligés surtout lorsque l'on tient compte des effets thermo-visqueux.

Mots clés :

Moteur thermique, Palier de bielle, Nanolubrifiant, Nanoparticule, Lubrification thermo-hydrodynamique (THD), Equation de Reynolds modifiée, Modèle de viscosité de Kalakada, Méthode semi-analytique, Méthode des différences finies, Algorithme de Newton-Raphson amorti, Approche Thermique Globale.

Title:

Numerical modeling of the dynamic behavior of a four stroke single-cylinder thermal engine bearings lubricated by nanofluids.

Abstract:

Nanolubricants are fluids containing nanoparticles commonly referred to as lubricating nanoparticles (NPs). These fluids, which are used as efficient liquid lubricants in lubrication process of modern rotating and reciprocating machineries, are suspensions of nanoparticles dispersed in a base liquid called a solvent or in a fully formulated lubricant.

The initiation research work presented in this report focuses on the study of dynamic behavior of internal combustion engine connecting-rod bearings subjected to dynamic loads varying in modulus and direction during all thermodynamic cycle of the thermal engine. This work consists of three parts: the first one is devoted to the kinematics and dynamics analyses of the piston-connecting rod-crankshaft system in order to determine the load diagrams representing the action of crankpin on the big-end bearing, the second one is dedicated to the numerical modeling of the global thermo-hydrodynamic (THD) behavior of a such bearing by assuming the nanolubricant as a thermo-viscous Vijay Kumar Stokes' micropolar-fluid, and the third one is devoted to the derivation of an Euler-Lagrange type pressure equation from the minimization of a functional associated to the (2D) Reynolds' equation using the variational calculus theorem.

The trajectory described by the crankpin center in the big-end bearing is predicted using the damped iterative Newton-Raphson method during the entire loading cycle. The search for the nanolubricant effective temperature and viscosity is performed iteratively using a global heat balance equation in which it is assumed that 85% of heat produced by shear effects in the bearing is evacuated by the lubricating fluid. This allows us to avoid numerical problems inherent to the nonlinear character related to the coupling of Reynolds and energy equations.

The global THD analysis shows that the combined effects of concentration and characteristic size of CuO and Al₂O₃ nanoparticles on the orbits described by the crankpin center within the bearing and the hydrodynamic performance characteristics such as the minimum oil film thickness, the maximum oil film pressure, and the power loss are significant and must not be overlooked, especially when thermo-viscous effects are considered.

Keywords:

Internal combustion engine, Connecting-rod bearing, Nanolubricant, Nanoparticles, Thermo-hydrodynamic lubrication (THD), Modified Reynolds equation, Kalakada's viscosity model, Semi-analytical method, Finite difference method, Damped Newton-Raphson algorithm, Global thermal approach.

العنوان

نمذجة السلوك الديناميكي لمحمل محرك حراري أحادي الأسطوانة المزيتة بالسوائل النانوية

ملخص

موانع التزيت النانوية هي سوائل تحتوي على جزيئات بحجم نانومتري تسمى عادة الجسيمات النانوية تستخدم هذه الموانع كموانع تزييت سائلة فعالة في تزييت الآلات الحديثة، وهي عبارة عن معلقات من الجسيمات النانوية في سائل أساسي يُسمى مذيئاً أو مادة تشحيم مُركبة بالكامل.

البحث الأولي المُقدّم في هذه الأطروحة يركز على دراسة السلوك الديناميكي لمحمل عمود المرفق للتوصيل في محركات الاحتراق الداخلي المعرضة لأحمال ديناميكية متفاوتة في المعامل والاتجاه خلال الدورة الديناميكية الحرارية للمحرك الحراري. يتكون هذا البحث من ثلاثة أجزاء: الجزء الأول مُخصص للعمل الحركي والديناميكي لنظام عمود المرفق وقضيب التوصيل بالمكبس، وذلك لتحديد مخطط الحمل الذي يُمثل تأثير دبوس المرفق على محمل قضيب التوصيل الكبير. أما الجزء الثاني، فهو مُخصص لنمذجة السلوك الهيدروديناميكي الحراري الشامل للمحمل من خلال دمج مادة التشحيم النانوية مع سائل فيجاي قומר ستوكس ذي القطب الدقيق اللزج حراريًا. أما الجزء الثالث، فهو مُخصص لاشتقاق معادلة ضغط من نوع أويلر-لاجرانج من الدالة المرتبطة بمعادلة "رينولدز (ثانية الأبعاد) باستخدام نظرية حساب التغيرات. يُتنبأ بالمسار الذي يسلكه مركز دبوس المرفق في المحمل الكبير باستخدام طريقة نيوتن-رافسون التكرارية المُسترخاة خلال دورة التحميل بأكملها. يُجرى البحث عن درجة الحرارة والزوجة الفعالتين لمادة التزييت النانوية تكرارياً باستخدام معادلة موازنة حرارية شاملة، حيث يُفترض أن 85% من الحرارة الناتجة عن القص في المحمل تُزال بواسطة سائل التزييت. مما يُتيح لنا تجنب المشاكل العددية الناتجة عن الاقتران الغير خطي لمعادلة رينولدز بمعادلة الطاقة.

يُظهر تحليل الهيدروديناميكي الحراري الشامل أن التأثيرات المُجمعة لتركيز وحجم الجسيمات النانوية CuO و Al_2O_3 على المدارات التي يسلكها مركز عمود المرفق، والأداء الهيدروديناميكي للمحمل الكبير، مثل الحد الأدنى لسُمك الطبقة الزيتية، والحد الأقصى للضغط في الطبقة، والطاقة الناتجة عن جهد القص داخل السائل، عوامل مهمة ولا ينبغي إهمالها، خاصة عند مراعاة تأثير الحرارة على اللزوجة.

الكلمات المفتاحية :

محرك حراري، محمل العمود المرفقي، مادة تشحيم نانوية، جسيمات نانوية، تزييت حراري هيدروديناميكي (THD)، معادلة رينولدز المعدلة، نموذج اللزوجة كالاكادا، طريقة شبه تحليلية، طريقة الفروق المحدودة، خوارزمية نيوتن-رافسون المُسترخاة، مقارنة حرارية شاملة.

Table des matières

Remerciements	I
Dédicaces	II
Résumé	III
Abstract:.....	V
ملخص:	VII
Liste des figures	XIII
Liste des tableaux	XVII
Introduction générale	1
<i>Chapitre I: Les nanofluides et leur caractérisation rhéologique</i>	
I.1 Introduction Générale sur les Nanofluides	5
I.2 Propriétés Thermo physiques des Nanofluides	6
I.2.1 Conductivité thermique.....	6
I.2.2 Viscosité Dynamique des Nanofluides	9
I.2.3 Chaleur Spécifique des nanofluides	12
I.2.4 La masse volumique	14
I.3 Applications des Nanofluides	15
I.3.1 Transfert Thermique et Refroidissement	15
I.3.2 Énergies Renouvelables	15
I.3.3 Biomédecine	15
I.4 Nanomatériaux et santé	15
I.4.1 Les nanomatériaux.....	16
I.4.2 Effet sur la santé	16
I.5 Mécanismes de Transfert Thermique dans les Nanofluides	17
I.5.1 Modèle de Maxwell-Garnett pour la conductivité thermique :	17
I.6 Méthodes de Fabrication des Nanofluides	17

I.6.1. Principes de Base de la Fabrication des Nanofluides	18
I.6.2 Méthodes de Fabrication des Nanofluides	18
I.7 Caractérisation rhéologique et modèle d'écoulement des nanolubrifiants	20
I.7.1 Eléments de la théorie du micro-continuum de V. K. Stokes	22
I.7.1.1 Equations générales	22
I.7.1.3 Équations de mouvement :	25
I.7.1.4 Equations de la mécanique des films minces : Analyse dimensionnelle	26
I.8 Conclusion	28
Références bibliographiques	30

Chapitre II :Analyse cinématique et dynamique du système piston-bielle-vilebrequin d'un moteur thermique

II .1 Introduction	34
II.2 Description du système piston-bielle-vilebrequin	35
II.3 Mise en place des repères et définition des points	35
II.4 formules de passage	37
II.5 Relation cinématique.....	39
II.5.1 Définition de l'angle φ	39
II.5.2 Définition de l'angle φ	39
II.5.3 Définition de l'angle φ	39
II.6 Cinématique des différents points.....	39
II.6.1 Cinématique du point A.....	39
II.6.1.1 Position du point A	39
II.6.1.2 Vitesse du point A.....	39
II.6.1.3 Accélération du point A	40
II.6.2 Cinématique du point B.....	40
II.6.2 .1 Position du point B.....	40
II.6.2.2 vitesse du point B.....	40
II.6.2.3 L'accélération du point B	41
II.6.3 Cinématique du point Gb	41
II.6.3.1 Position du point Gb	41

II.6.3.2 vitesse du point Gb	41
11.6.3.3 Accélération du point Gb	41
II.7 Vitesse de glissement	41
II.8 Etude dynamique de la bielle.....	43
II.8.1Analyse des actions mécaniques appliquées à la bielle	43
II.8.2. Equations vectorielles fondamentales de la bielle (2)	44
II.8.2Calcul du moment dynamique	44
II.9 Calcul des moments	44
II.9.1Equations scalaires de la bielle	45
II.9.1.1 Projection des équations vectorielles	45
II.10 Etude dynamique du piston	45
II.10.1 Analyse des équations mécaniques appliquées au piston	45
II.10.2 Equations vectorielles fondamentales du piston	47
II.11 Calcul du couple moteur.....	47
II.12 Calcul des moments dynamiques.....	47
II.12.1 Calcul du moment	47
II.12.2 Equations scalaires du piston	48
II.12.2.1 Projection des équations vectorielles fondamentales	48
II.12.2.2 Système d'équations algébriques	48
II.13 Application au moteur d'automobile monocylindre à quatre temps.....	49
II.13.1 Détermination de la position du centre de gravité	51
II.14 Application du modèle au calcul des diagrammes de charge d'un moteur multicylindre Peugeot pour l'analyse dynamique des paliers de tête de bielle	61
II.15 Conclusion	67
Références bibliographiques	68

Chapitre III :Théorie de la lubrification thermo-hydrodynamique par nanofluides appliquée aux paliers de moteurs thermiques à piston alternatif

III.1 Introduction	70
III.3 Lubrification thermo-hydrodynamique (THD)	73

III.3.1 Lubrification THD des paliers à film d'huile incompressible	74
III.4 Equations de base de la mécanique des films minces.....	77
III.4.2 Equation de continuité d'un écoulement incompressible.....	78
III.4.3 Equation d'énergie	78
III.5 Analyse dimensionnelle des équations de mouvement d'un fluide polaire	79
III.6 Analyse dimensionnelle de l'équation d'énergie	82
III.7 Profils des vitesses dans le cas d'un nanofluide thermo-visqueux.....	83
III.8 Dérivation de l'équation de Reynolds généralisée	85
III.9 Conditions limites associées à l'équation de Reynolds	85
III.10 Equation géométrique du film pour un palier à coussinet rigide.....	86
III.11 Performances hydrodynamiques et tribologiques du palier	88
III.11.1. Champ de pression dans le film.....	88
III.11.2. Action du fluide sur les parois du contact	88
III.11.4. Puissance dissipée (power loss)	89
III.12 Lois de variations viscosité-température des huiles	90
III.12.1 Lois classiques	90
III.12.2 Cas des nanofluides (ou nanolubrifiants)	92
III.13 Equation d'énergie adiabatique pour un fluide visqueux linéaire (Newtonien).....	94
III.14 Equation d'énergie adiabatique modifiée pour un nanofluide	98
III.15 Analyse Thermique : Approche Thermique Globale.....	99
III.16.1 Formulation variationnelle de l'équation de Reynolds modifiée	102
III.17 Conclusions	107
Références bibliographiques	108

Chapitre IV : Comportement THD global des paliers de bielle d'un moteur multicylindre lubrifiés par des nanofluides

IV.1 Introduction.....	111
IV.2 Equations de base	112
IV.2.1 Equation de Reynolds modifiée (2-D)	112

IV.2.2 Equation d'Euler-Lagrange (1-D) : Approche semi-analytique	115
IV.2.3 Equation du bilan thermique global	116
IV.2.3 Débit de fuite (side leakage flow)	116
IV.2.4 Puissance dissipée (power loss)	117
IV. 3 Procédure générale de calcul et pseudocode	118
IV.4 Discrétisation de l'équation de Reynolds modifiée (2D) par les différences finies	119
IV.5 Discrétisation de l'équation d'Euler- Lagrange (1D) par D.F.C	123
IV.6 Equation d'équilibre : Orbite du centre du maneton : Prédiction de l'orbite du centre du maneton	124
IV.7 Résultats et interprétations	127
IV.7.1 Validation de la méthode semi-analytique (1D-FDM)	127
IV.7.2 Validation du code de calcul THD global	129
IV.7.3 Etude paramétrique appliquée à un palier de tête de bielle d'un moteur à essence multicylindre	136
IV.7.4 Analyses isotherme et non isotherme d'un palier fonctionnant avec un fluide de base pur (non additivé) : Mise en évidence des effets thermiques	140
IV.7.5 Effets de la concentration des NPs CuO & Al ₂ O ₃ : Fluide thermovisqueux	144
IV.7.6 Effets de la taille caractéristique des NPs CuO : Fluide thermovisqueux	146
IV.8 Conclusion	148
Références bibliographiques	148
Conclusion générale et perspectives	151
Annexes	154

Liste des illustrations

Liste des figures

Chapitre I : Les Nanofluides et leur caractérisation rhéologique

Fig I. 1: Synthesis of nanolubricants.	5
Fig I. 2: Nanometric scale among other scales.....	16
Fig I. 3 : Various synthesis methods of nanofluids.	20
Fig I. 4: Représentation des composantes des tenseurs des contraintes $T = T_{ji} e_i \otimes e_j$ et des couples de contraintes $M = M_{ji} e_i \otimes e_j$ antisymétriques.....	21
Fig I. 5: Représentation des vecteurs contraintes $t_i = T_{ji} n_j$, couples de contraintes $m_i = M_{ji} n_j$, forces de volume b_i , et couples de volume ℓ_i agissant sur l'élément de volume $B1$ de surface $S1$	22
Fig I. 6: Géométrie et cinématique d'un contact hydrodynamique de longueur et largeur caractéristiques L (h étant l'épaisseur de film séparant les deux surfaces).	28
Fig I. 7: Rolling mechanism & filling effect by NPs-based lubricant.	29

Chapitre II : Analyse cinématique et dynamique du système piston-bielle-vilebrequin d'un moteur thermique

Fig. II. 1: Schematic view of reciprocating internal combustion engine	34
Fig. II. 2: Geometrical model of the crank-slider mechanism and setting up of different frame $\lambda = lR$	36
Fig. II. 3: Passage from fixed frame $R0$ to mobile frame $R1$	37
Fig. II. 4: Passage from fixed frame $R0$ to mobile frame $R2$	37
Fig. II. 5: Passage from frame $R1$ to mobile frame $R2$	38
Fig. II. 6: Sliding speed of the big end connecting rod bearing on the crankpin	42
Fig. II. 7: Analysis of the mechanical actions exerted on the piston	46
Fig. II. 8: Gas pressure as a function of the crank angle obtained for a single cylinder engine operating at $n=5400$ rpm	51
Fig. II. 9: Big end connecting rod bearing mass.....	52
Fig. II. 10: Small end connecting rod bearing mass.....	52
Fig. II. 11: Position of the rod's mass gravity center.....	52
Fig. II. 12: Method of measurement of the inertia moment of the connecting rod by pendulum operation	53

Fig. II. 13: Cartesian representation of the force components exerted on the big-end rod bearing calculated in frame R_0	53
Fig. II. 14: Polar representation of the force exerted on the big-end rod bearing by the crankpin calculated in frame R_0	54
Fig. II. 15: Cartesian representation of the force components exerted on the big-end rod bearing calculated in frame R_1	54
Fig. II. 16: Polar representation of the force exerted on the big-end rod bearing by the crankpin calculated in frame R_1	55
Fig. II. 17 : Comparison of the calculated force components in frame R_2 exerted on the big-end rod bearing with that obtained by Swoboda [1]	56
Fig. II.18: Comparison of the calculated polar load diagram in frame R_2 representing the force exerted on the big-end rod bearing by the crankpin with that obtained by [1]	57
Fig. II. 19: Cartesian representation of the force components exerted on the small-end rod bearing calculated in frame R_2	58
Fig. II. 20: Comparison of the calculated force exerted by the cylinder in frame R_0 on the piston skirt with that published by Swoboda [1].....	59
Fig. II. 21: Comparison of calculated engine torque representing the action of the big-end rod on the crankpin with that published by Swoboda [1]	60
Fig. II. 22: Gas pressure signals measured in the combustion chamber.....	63
Fig. II. 23: Polar representation of the force exerted on the big-end rod bearing by the crankpin calculated in frame R_0	64
Fig. II. 24: Polar representation of the force exerted on the big-end rod bearing by the crankpin calculated in frame R_1 related to crankshaft for two rotational velocities.....	65
Fig. II. 25: Polar representing the force exerted on the big-end rod bearing by the crankpin calculated in frame (R_2) related to connecting-rod for a rotational velocity $N=6000$ rpm.	66
Fig. II. 26: Variations of engine couple over an entire loading cycle.	66

Chapitre III : Théorie de la lubrification thermo-hydrodynamique par nanofluides appliquée aux paliers de moteurs thermiques à piston alternatif

Fig III. 1: Photography of cylindrical plain bearings	70
Fig III. 2 : 3-D view of a layered plain journal bearing.....	71
Fig III. 3: Operating phases of an oil-film journal bearing.	72
Fig III. 4: Typical temperature distributions in a hydrodynamic journal.	74

Fig III. 5: Typical pressure profiles obtained with different non-conservative conditions (<i>a- Condition de Sommerfeld, b-Condition de demi-Sommerfeld, c- Conditions de Swift-Stieber ou Reynolds</i>).....	86
Fig III. 6: Illustration of the cavitation phenomenon encountered in hydrodynamic journal bearings.....	86
Fig III. 7: Schematic view of a cylindrical journal bearing and System of axes	87
Fig III. 8: Normalized diagram of motor oils according ASTM D341.	91
Fig III. 9: Flowchart for calculating of the effective viscosity	101

Chapitre IV : Comportement THD global des paliers de bielle d'un moteur multicylindre lubrifiés par des nanofluides

Fig. IV. 1: Variations of relative viscosity of nanolubricant with temperature for various percent weight fractions of CuO and Al ₂ O ₃ nanoparticles.....	114
Fig. IV. 2: Mass density of nanolubricant versus temperature for various percent weight fractions of CuO and Al ₂ O ₃ nanoparticles.....	115
Fig. IV. 3: Thermal capacity of nanolubricant versus temperature for various percent weight fractions of CuO and Al ₂ O ₃ nanoparticles.....	115
Fig. IV. 4: Maillage par différences finies du demi-palier	120
Fig. IV. 5: Nombre d'itérations en fonction du coefficient de sur-relaxation pour une erreur tolérée $\epsilon = 10^{-6}$	123
Fig. IV. 6: Schematic representation of a big-end rod bearing subjected to an arbitrary force torsor.	125
Fig. IV. 7: Comparison of hydrodynamic pressure profile calculated by the semi-analytic method with that obtained at the middle section of bearing by the more accurate 2-D finite difference method.....	128
Fig. IV. 8: Dynamic loading diagram representing the action of the crankpin exerted on the Ruston and Hornsby 6 VEB-X big-rod bearing taking into account gas and inertia forces [8, 9].....	130
Fig. IV. 9: Photography of instrumented connecting-rod bearing for Ruston and Hornsby 6 VEB-X Mk III engine at Glacier Co. [8].....	132
Fig. IV. 10: Qualitative comparison of stationary crankpin center orbits for the Diesel Ruston & Hornsby engine corresponding to the polar load diagram of Figure IV.8.....	135

Fig. IV. 11 : Gas pressure signals of a gasoline engine measured for two rotational velocities of crankshaft.....	137
Fig. IV. 12: Polar load diagrams representing the action of the crankpin on the big-rod bearing calculated in frame (R_2) related to the connecting-rod.....	138
Fig. IV. 13: Comparison of stationary orbits of the crankpin center predicted by both isothermal and non-isothermal approaches for pure base fluid and various rotational velocities of a four stroke multicylinder gasoline engine.	142
Fig. IV. 14: Comparison of minimum oil film thickness and peak fluid film pressure over a four stroke multicylinder gasoline engine cycle predicted by both isothermal and non-isothermal approaches for pure base fluid and various rotational velocities.....	142
Fig. IV. 15: Comparison of side leakage flow over a four stroke multicylinder gasoline engine cycle predicted by both isothermal and non-isothermal approaches for pure base fluid and various rotational velocities.	143
Fig. IV. 16: Comparison of power loss over a four stroke multicylinder gasoline engine cycle predicted by both isothermal and non-isothermal approaches for pure base fluid and various rotational velocities.	143
Fig. IV. 17: Effects of weight concentrations of both CuO and Al ₂ O ₃ nanoparticles on stationary orbits of the crankpin center predicted by the non-isothermal approach.	144
Fig. IV. 18: Effects of weight concentrations of both CuO and Al ₂ O ₃ nanoparticles on minimum oil film thickness over a four stroke multicylinder gasoline engine cycle predicted by the non-isothermal approach.	145
Fig. IV. 19: Effects of weight concentrations of both CuO and Al ₂ O ₃ nanoparticles on leakage side flow rate over a four stroke multicylinder gasoline engine cycle predicted by the non-isothermal approach.	145
Fig. IV. 20: Effects of weight concentrations of both CuO and Al ₂ O ₃ nanoparticles on power loss over a four stroke multicylinder gasoline engine cycle predicted by the non-isothermal approach.	146
Fig. IV. 21: Effects of characteristic size of CuO nanoparticles on stationary orbits of the crankpin center predicted by the non-isothermal approach.	147
Fig. IV. 22: Convergence of nanolubricant effective temperature and viscosity predicted by an under-relaxed iterative procedure.	147

Liste des tableaux

Chapitre I : Les Nanofluides et leur caractérisation rhéologique**Table I. 1 :** Typical values of some NPs 13**Table I. 2:** Applications of nanofluids according their specific heat 14***Chapitre II : Analyse cinématique et dynamique du système piston-bielle-vilebrequin d'un moteur thermique*****Table II. 1:** Data of the studied four stroke single-cylinder internal combustion engine 50**Table II.2:** Data of the studied internal combustion engine "Peugeot" 62***Chapitre III : Théorie de la lubrification thermo-hydrodynamique par nanofluides appliquée aux paliers de moteurs thermiques à piston alternatif*****Table III. 1 :** Viscosity-temperature relationships.92***Chapitre IV : Comportement THD global des paliers de bielle d'un moteur multicylindre lubrifiés par des nanofluides*****Table IV. 1:** Expressions of the parameters k_1 and k_2 as functions of weight concentration w_t of appearing in the viscosity model for CuO, Al₂O₃, and CeO₂ nanoparticles.113**Table IV. 2:** Conversion from weight fraction to volume fraction of CuO and Al₂O₃ NPs..114**Table IV. 3:**Diesel Ruston and Hornsby 6 VEB engine parameters data [8]129**Table IV. 4:**Input parameters (geometric characteristics and operating conditions) of circumferentially grooved big-rod bearing used for validating of the global THD model.129**Table IV. 5:**Connecting-rod bearing loads at N=600 rpm adapted from references [8, 9]....131**Table IV. 6:** Comparison Between Experimental and Theoretical Minimum Oil-Film Thickness For Ruston-Hornsby 6 VEB-X MK III Connecting-Rod Bearing With Full Circumferential Groove (Martin [3], Ritchie [10]).....133**Table IV. 7:** Results for the Ruston-Hornsby Diesel engine big-end bearing.....133**Table IV. 8:** Geometrical characteristics and operating conditions of the rod-bearing and gasoline four stroke engine.....139**Table IV. 9:** Data related to numerical discretization and calculation.140

Introduction générale

Introduction générale

De nos jours, les exigences de l'industrie automobile sont de plus en plus importantes. Chaque nouvelle génération de moteurs thermiques nécessite une formulation de fluides lubrifiants plus performants et plus efficaces en termes de réduction d'usure et de frottement. La tendance actuelle dans la conception des moteurs modernes est d'optimiser leurs caractéristiques de fonctionnement en termes de puissance, de consommation de carburant et surtout de respect des normes environnementales de plus en plus strictes. Parmi les conséquences de ces exigences figure la sévérité des contraintes auxquelles sont soumis les différents organes du moteur tel que l'attelage mobile, ce qui se traduit par une augmentation des frottements indésirables surtout pendant les phases de démarrage et d'arrêt du moteur où le régime de lubrification hydrodynamique qui permet de séparer les surfaces en contact ne peut être établi. Il est bien connu que le frottement est l'une des principales causes de perte de rendement dans un moteur à combustion interne à piston alternatif. En effet, de 10 à 20% de la puissance contenue dans le carburant moteur est absorbée par la puissance mécanique qui est dissipée par frottement. À cet égard, les raffineurs de pétrole et les fabricants de lubrifiants moteurs doivent être en mesure de formuler des huiles lubrifiantes plus performantes répondant à des spécifications de plus en plus strictes telles que les normes environnementales, mais également efficaces sur le plan tribologique en termes de réduction des frottements et de l'usure des pièces mobiles.

Les performances des moteurs à combustion interne monocylindres et multicylindres sont étroitement liées à la fiabilité de leurs composants mécaniques, en particulier aux systèmes de lubrification. Parmi les éléments critiques, les paliers de bielle jouent un rôle fondamental dans la transmission des charges entre le piston et le vilebrequin, tout en assurant un mouvement de fluide avec un minimum de frottement. Ces paliers fonctionnent sous des conditions extrêmes de pression, de température et de vitesse, ce qui nécessite un film de lubrifiant stable et efficace pour prévenir l'usure, la corrosion, la fatigue thermique, et les défaillances mécaniques.

Face aux exigences croissantes en matière de performance, de fiabilité et de durabilité des moteurs thermiques, en particulier les moteurs monocylindres utilisés dans de nombreuses applications industrielles et domestiques, l'amélioration des systèmes de lubrification constitue un levier important de développement technologique. Les paliers hydrodynamiques, qui assurent la rotation de l'arbre moteur en réduisant les frottements et en dissipant la chaleur, sont particulièrement sensibles à la nature du lubrifiant utilisé. Or, les lubrifiants

traditionnels incorporant des additifs moléculaires présentent des limites, notamment en ce qui concerne leur capacité à résister à des charges thermiques et mécaniques élevées. Dans cette optique, les nanofluides, constitués d'une base huileuse enrichie de nanoparticules inorganiques (oxydes) ou organiques (polymères), apparaissent comme une solution révolutionnaire de rupture. Leurs propriétés thermiques et tribologiques améliorées laissent entrevoir un potentiel important en termes de performance de lubrification, de réduction de l'usure et de dissipation thermique accrue.

Cependant, malgré les nombreux travaux tant expérimentaux que théoriques démontrant les avantages des nanofluides en conditions stationnaires, leur impact sur le comportement dynamique des paliers reste encore peu exploré, notamment dans le contexte particulier des moteurs monocylindres, où les efforts sont cycliques, asymétriques et parfois fortement instables. D'où une problématique centrale que ce travail se propose d'aborder : Comment les propriétés thermophysiques et tribologiques spécifiques des nanofluides influencent-elles le comportement dynamique notamment la stabilité, l'excentricité de l'arbre et la réponse dynamique des paliers hydrodynamiques dans un moteur thermique monocylindre.

Les objectifs de ce mémoire s'inscrivent dans cette perspective. D'un point de vue global, il s'agit de développer une modélisation numérique du comportement dynamique d'un palier hydrodynamique lubrifié par un nanofluide, dans le cadre de moteurs thermiques monocylindre et multicylindres à piston alternatif. Plus spécifiquement, nous chercherons à étudier les propriétés des nanofluides couramment utilisés en tribologie et a fortiori en lubrification fluide, à adapter l'équation de Reynolds pour intégrer les effets de ces fluides dont le comportement rhéologique est complexe, à établir un modèle dynamique couplant le mouvement de l'arbre et les forces de pression du film lubrifiant, puis à simuler numériquement le comportement du palier sous différentes conditions de fonctionnement. Cette démarche permettra également de comparer les performances obtenues avec un nanofluide à celles obtenues avec un lubrifiant de base sans additifs.

Le mémoire présentant ce travail comporte quatre chapitres et est structuré comme suit :

Le premier chapitre est consacré à une revue bibliographique approfondie portant sur les nanofluides modernes ainsi que les nanoparticules lubrifiantes.

Le deuxième chapitre est consacré au calcul des diagrammes de charges dans les différentes liaisons cinématiques de l'attelage mobile d'un moteur à combustion interne à travers

l'analyse cinématique et dynamique du système piston-bielle-vilebrequin. Ces diagrammes servent comme des données dans la caractérisation des paliers de tête de bielle, de pied de bielle, et de vilebrequin du système sur tout le cycle thermodynamique du moteur ; c'est-à-dire pour des angles de vilebrequin variant de 0 à 720°.

Le troisième chapitre est consacré à l'analyse du comportement thermo-hydrodynamique (THD) des paliers de bielle en prenant en considération le phénomène de rupture de film (la cavitation) par l'application de l'algorithme de Christopherson, les effets thermo-visqueux ainsi que l'influence de la concentration et de la taille caractéristique des nanoparticules dispersées dans le lubrifiant de base. Ce chapitre est également consacré à la proposition d'une méthode semi-analytique rapide et précise basée sur l'étude de stationnarité de la fonctionnelle ou la forme variationnelle de l'équation de Reynolds (2D) en utilisant le théorème de calcul des variations.

Le quatrième chapitre s'intéresse à la mise au point d'une stratégie numérique de résolution du problème de lubrification THD global pour les paliers de tête de bielle de moteurs thermiques à quatre temps soumis à des chargements dynamiques variables en module et en direction durant tout le cycle thermodynamique du moteur. Ce chapitre se termine par une étude de validation du code de calcul THD global mis au point en langage MS-Fortran 90 puis une étude paramétrique en vue de mettre en évidence les effets combinés de la taille et de la concentration des NPs sur le comportement dynamique du palier de tête de bielle d'un moteur à allumage commandé pour deux vitesses de rotation du vilebrequin, $N=3000$ et 6000 rpm. Enfin, les différents résultats obtenus par le code de calcul THD élaboré en régimes isotherme et non isotherme y sont présentés et interprétés.

Une conclusion générale est présentée à la fin de ce manuscrit permettant de faire une récapitulation de l'essentiel du travail mené dans le cadre de ce thème ainsi que les résultats obtenus suivie de quelques prolongements possibles du présent travail.

Chapitre I

Les nanofluides et leur caractérisation rhéologique

I.1 Introduction Générale sur les Nanofluides

Depuis plusieurs décennies, les recherches scientifiques et technologiques s'orientent vers l'amélioration des performances tribologiques des systèmes mécaniques lubrifiés tels que les paliers, les butées, et les garnitures d'étanchéité, notamment par la réduction des frottements et de l'usure. L'un des défis majeurs dans ce domaine réside dans l'amélioration du pouvoir lubrifiant et des performances des huiles de graissage surtout en termes de viscosité, de conductivité thermique, etc.

C'est dans ce contexte que l'introduction des nanofluides ou nanolubrifiants, une classe innovante de fluides lubrifiants, a suscité un intérêt croissant.

Les nanofluides sont des suspensions colloïdales obtenues en dispersant des nanoparticules (métalliques, céramiques ou à base de carbone) dans des huiles de base ou des lubrifiants déjà formulés. Ces particules, généralement de dimensions inférieures à 100 nm, modifient les propriétés thermophysiques des fluides porteurs, notamment en augmentant significativement leur pouvoir lubrifiant et leur conductivité thermique. Cette avancée a été initiée par les travaux pionniers de Choi et Eastman (1995) qui ont démontré que la dispersion de nanoparticules métalliques dans un fluide pouvait améliorer ses propriétés thermiques de manière substantielle.

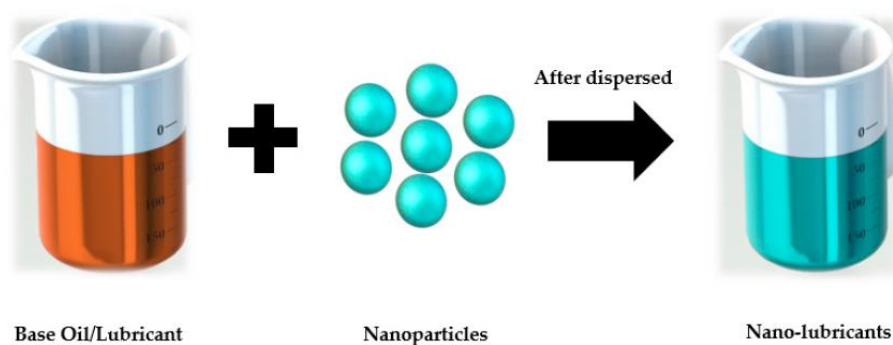


Fig I. 1: Synthesis of nanolubricants.

L'intérêt des nanofluides réside principalement dans leur capacité à améliorer les performances tribologiques et thermiques des systèmes mécaniques lubrifiés surtout en régime de lubrification limite rencontré pendant les phases d'arrêt et de démarrage des machines. Parmi les domaines d'application les plus notables, on peut citer les turbomachines

et les moteurs automobiles. L'amélioration des performances tribologiques et thermiques des nanofluides est attribuée à plusieurs mécanismes, notamment l'effet Brownien des nanoparticules, la formation de structures lamellaires en régime limite (exfoliation des fullerènes sphériques inorganiques lubrifiants MoS_2 et WS_2 , par exemple) et des billes minuscules facilitant ainsi la réduction du frottement et le transfert de chaleur par conduction et convection thermique.

Cependant, malgré les avantages prometteurs des nanofluides, plusieurs défis restent à relever avant leur adoption à grande échelle. Parmi ces défis figurent la stabilité des suspensions, la sédimentation des nanoparticules, les coûts de production élevés, ainsi que les impacts environnementaux et sanitaires encore peu explorés. Des efforts considérables sont en cours pour surmonter ces limitations, notamment par le développement de techniques avancées de stabilisation et l'optimisation des méthodes de synthèse des nanoparticules.

Dans ce contexte, la recherche sur les nanofluides continue d'évoluer rapidement, ouvrant la voie à de nouvelles perspectives pour le développement de systèmes tribologiques et thermiques plus performants et plus durables. Ce chapitre vise à explorer en détails les propriétés thermophysiques et rhéologiques, les mécanismes fondamentaux, les méthodes de fabrication et les applications des nanofluides, tout en mettant en évidence les défis et perspectives associés à cette nanotechnologie émergente [1].

I.2 Propriétés Thermophysiques des Nanofluides

I.2.1 Conductivité thermique

L'amélioration de la conductivité thermique est l'un des principaux avantages des nanofluides par rapport aux fluides conventionnels utilisés pour le transfert de chaleur. Cette propriété résulte de la présence de nanoparticules métalliques, d'oxydes métalliques, de nitrures ou de carbures en suspension dans le fluide de base. La conductivité thermique des nanofluides dépend de plusieurs paramètres, notamment la nature des nanoparticules, leur concentration, leur taille caractéristique, leur forme, leur distribution dans le fluide et les interactions à l'échelle nanométrique.

Facteurs influençant l'amélioration de la conductivité thermique :

- ***Type de nanoparticules***

Différents matériaux possèdent des conductivités thermiques intrinsèques très variées. Par exemple, les nanoparticules métalliques (cuivre, argent, or) ont généralement une conductivité thermique plus élevée que les oxydes métalliques (Al_2O_3 , TiO_2 , CuO).

Les nanoparticules de carbone (nanotubes de carbone, graphène) sont particulièrement efficaces en raison de leur conductivité thermique exceptionnellement élevée.

- ***Concentration en nanoparticules :***

Une augmentation de la fraction volumique des nanoparticules dans le fluide de base entraîne une amélioration de la conductivité thermique, mais un excès peut provoquer une augmentation de la viscosité, réduisant ainsi la performance globale.

Des études expérimentales ont montré que des nanofluides contenant 1 à 5 % en volume de nanoparticules peuvent offrir une augmentation significative de la conductivité thermique, parfois jusqu'à 50 %.

- ***Taille et forme des nanoparticules :***

Les nanoparticules de petite taille ont une meilleure dispersion dans le fluide, augmentant ainsi l'interaction thermique avec le fluide de base.

La forme joue également un rôle clé : les nanoparticules en forme de tige ou de feuillet (comme le graphène) offrent une meilleure conductivité thermique que les nanoparticules sphériques en raison de leur surface de contact plus importante avec le fluide.

Effet de la température :

La conductivité thermique des nanofluides augmente généralement avec la température, contrairement aux fluides conventionnels où la variation est souvent plus faible.

À haute température, l'agitation thermique améliore la dispersion des nanoparticules, réduisant ainsi la sédimentation et augmentant le transfert de chaleur.

- ***Interactions nanoparticules-fluide :***

La formation de couches de solvation autour des nanoparticules (phénomène de micro-convection) contribue à améliorer le transfert thermique.

Certains additifs (tensioactifs ou stabilisants) sont utilisés pour améliorer la dispersion et éviter l'agglomération des particules, influençant ainsi la conductivité thermique.

Modèles théoriques pour prédire la conductivité thermique des nanofluides :

Plusieurs modèles mathématiques ont été développés pour prédire la conductivité thermique effective des nanofluides. Parmi eux :

- **Modèle de Maxwell (1881) [2]** : Ce modèle classique est utilisé pour estimer la conductivité thermique des mélanges biphasés. Il a été adapté aux nanofluides mais ne tient pas compte des effets spécifiques liés aux interactions à l'échelle nanométrique.
- **Modèle de Hamilton-Crosser (1962) [3]** : Il prend en compte la forme des particules et est souvent utilisé pour les suspensions de nanoparticules non sphériques.
- **Modèle de Choi et Eastman (1995) [4]** : Développé spécifiquement pour les nanofluides, il intègre l'effet de la micro-convection induite par le mouvement des nanoparticules.
- **Modèle de Keblinski et al. (2002) [5]** : Ce modèle considère plusieurs mécanismes de transfert de chaleur, incluant la diffusion des phonons et les effets d'interface entre le fluide et les nanoparticules.

Études expérimentales sur la conductivité thermique des nanofluides :

Plusieurs études ont montré des améliorations notables de la conductivité thermique des nanofluides

- **Eastman et al. (2001)** ont observé une augmentation de 40 % de la conductivité thermique dans un fluide à base d'éthylène glycol contenant des nanoparticules de cuivre à une concentration de 0,3 %. [6].
- **Lee et al. (1999)** ont étudié des nanofluides à base d'oxyde métallique (Al_2O_3 et CuO) et ont constaté une amélioration de la conductivité thermique de 20 % à 30 % [7].
- **Xuan et Li (2000)** ont démontré que des nanofluides contenant des nanoparticules de Cu dispersées dans l'eau augmentaient le coefficient de transfert thermique de plus de 50 % par rapport à l'eau pure [8].

Applications basées sur l'amélioration de la conductivité thermique :

L'amélioration de la conductivité thermique des nanofluides ouvre la voie à de nombreuses applications thermiques, notamment :

- **Systèmes de refroidissement industriels** : Remplacement des fluides de refroidissement conventionnels dans les échangeurs thermiques pour améliorer leur efficacité.
- **Refroidissement électronique** : Utilisation dans les circuits de refroidissement liquide des processeurs et des data center pour dissiper plus efficacement la chaleur.
- **Transport de chaleur dans les centrales solaires** : Amélioration des performances des fluides caloporteurs utilisés dans les centrales solaires à concentration.
- **Secteur automobile** : Utilisation dans les radiateurs de voitures pour optimiser l'échange thermique et réduire la consommation de carburant liée au refroidissement du moteur.
- **Applications biomédicales** : Les nanofluides sont étudiés pour des traitements médicaux utilisant l'hyperthermie pour cibler et détruire les cellules cancéreuses.

Limites et perspectives

Bien que les nanofluides offrent une conductivité thermique nettement améliorée, plusieurs défis restent à relever :

- **Stabilité et sédimentation** : Les nanoparticules ont tendance à s'agglomérer et à se déposer avec le temps, ce qui diminue l'efficacité thermique et peut encrasser les systèmes.
- **Augmentation de la viscosité** : Un excès de nanoparticules peut rendre le fluide trop visqueux, augmentant la consommation d'énergie nécessaire pour le pompage.
- **Coût et production** : La fabrication de nanofluides à grande échelle reste coûteuse, ce qui limite leur adoption industrielle.
- **Effets environnementaux et sanitaires** : L'impact des nanoparticules sur l'environnement et la santé humaine doit être étudié pour garantir une utilisation sûre des nanofluides.

1.2.2 Viscosité Dynamique des Nanofluides

La viscosité dynamique est une propriété fondamentale des fluides qui influence directement leur écoulement et leur efficacité dans les applications de transfert thermique. Dans le cas des

nanofluides, l'ajout de nanoparticules peut considérablement modifier la viscosité, affectant ainsi le comportement hydrodynamique, la consommation d'énergie et les performances globales du système. L'étude de la viscosité dynamique des nanofluides est donc essentielle pour optimiser leur utilisation dans les systèmes mécaniques lubrifiés, les échangeurs thermiques, les systèmes de refroidissement et d'autres applications industrielles.

La viscosité dynamique (μ) est une mesure de la résistance interne d'un fluide à l'écoulement sous l'effet d'une force de cisaillement. Elle s'exprime en Pascal-seconde (**Pa.s**) ou en centipoise (**cP**) ou (**mPa.s**). Pour les nanofluides, la viscosité dépend non seulement des propriétés du fluide de base, mais aussi de la nature, de la concentration, de la taille, et des interactions des nanoparticules en suspension.

L'augmentation de la viscosité des nanofluides peut avoir des effets positifs et négatifs :

- **Effets positifs** : Une viscosité plus élevée peut améliorer la stabilité des nanoparticules en réduisant leur sédimentation et leur aggrégation.
- **Effets négatifs** : Une viscosité (frottement interne) trop importante augmente la résistance à l'écoulement et ainsi les contraintes de cisaillement, ce qui entraîne une hausse de la consommation d'énergie nécessaire pour pomper le fluide, réduisant ainsi l'efficacité globale du transfert de chaleur.

Facteurs influençant la viscosité dynamique des nanofluides

Plusieurs paramètres influencent la viscosité dynamique des nanofluides, notamment :

- ***Concentration en nanoparticules***

L'un des principaux facteurs affectant la viscosité est la fraction volumique ou massique des nanoparticules. Plus la concentration en nanoparticules est élevée, plus la viscosité du fluide augmente. Des études montrent qu'une augmentation de **1 % à 5 %** en volume de nanoparticules peut entraîner une augmentation de la viscosité de **10 % à 100 %**, selon la nature des particules et du fluide de base.

- ***Taille et forme des nanoparticules***

Les nanoparticules de plus petite taille entraînent une viscosité plus élevée en raison de leur surface spécifique plus importante, qui favorise les interactions particules-fluide.

La forme des particules joue également un rôle crucial :

Les particules sphériques provoquent une augmentation modérée de la viscosité.

Les nanotubes de carbone (NTC) et les particules allongées entraînent une augmentation plus importante en raison d'un effet d'enchevêtrement et d'interactions inter-particulaires accrues.

- **Température du fluide :**

En général, la viscosité des nanofluides diminue avec l'augmentation de la température, comme c'est le cas pour les fluides conventionnels.

Cependant, la diminution est souvent moins prononcée dans les nanofluides, car la présence des nanoparticules peut renforcer les interactions intermoléculaires.

- **Nature du fluide de base :**

La viscosité du fluide porteur joue un rôle essentiel dans la viscosité finale du nanofluide.

Par exemple, un nanofluide à base d'éthylène glycol aura une viscosité plus élevée qu'un nanofluide à base d'eau, même pour la même concentration en nanoparticules.

- **Interaction nanoparticule-fluide et stabilisation :**

La présence de forces de Van der Waals et d'autres interactions interparticulaires peut provoquer l'agglomération des nanoparticules, augmentant ainsi la viscosité.

L'utilisation de tensioactifs ou d'agents dispersants permet de stabiliser les nanofluides et d'éviter cette agglomération.

Modèles mathématiques pour prédire la viscosité des nanofluides isovisqueux :

- **Modèle d'Einstein (1906) [9]**

Ce modèle prédit la viscosité d'un fluide contenant une faible concentration de particules solides sphériques :

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_{fb}} = 1 + [\eta] \varphi \quad [I.1]$$

où : μ_{nf} est la viscosité effective du fluide de suspension, μ_{fb} est la viscosité du fluide de base, φ est la fraction volumique des nanoparticules lubrifiantes dans le lubrifiant de base, et $[\eta]$ est la viscosité intrinsèque, dont la valeur typique pour les suspensions mono-dispersées de sphères dures est de 2,5. Il est à noter que la formule d'Einstein a été vérifiée expérimentalement et est considérée satisfaisante pour des suspensions très diluées de particules sphériques. Ce modèle est limité aux concentrations inférieures à 1 %.

- **Modèle de Brinkman (1952) [10]**

Extension du modèle d'Einstein pour des concentrations plus élevées :

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_{bf}} = \frac{1}{(1-\varphi_v)^{2,5}} \quad [\text{I.2}]$$

Il reste limité à des concentrations modérées.

- **Modèle de Batchelor et Green [11]**

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_{fb}} = 1 + 2,5\varphi_v + 6,2\varphi_v^2 \quad [\text{I.3}]$$

Ce modèle intègre les interactions hydrodynamiques entre particules. Il est plus précis pour des concentrations élevées.

Impact de la viscosité sur les performances thermiques

Une viscosité trop élevée réduit le coefficient de convection et augmente la consommation énergétique des pompes. Pour certaines applications comme le refroidissement électronique, il faut trouver un compromis entre amélioration de la conductivité thermique et augmentation de la viscosité.

I.2.3 Chaleur Spécifique des nanofluides

La chaleur spécifique (C_p) est un paramètre thermique essentiel des nanofluides, influençant directement leur capacité à stocker et à transporter l'énergie thermique. Contrairement à la conductivité thermique et à la viscosité, la chaleur spécifique des nanofluides ne suit pas toujours une tendance linéaire avec l'ajout de nanoparticules. En général, l'incorporation de nanoparticules à un fluide de base entraîne une réduction de sa chaleur spécifique, ce qui peut affecter ses performances thermiques globales. La plupart des études effectuées dans la

littérature utilise le modèle basé sur la loi de mélange d'une suspension homogène défini par l'équation suivante pour déterminer la chaleur spécifique des nanofluides :

$$C_{p,nf} = \varphi_v C_{p,np} + (1 - \varphi_v) C_{p,bf} \quad [I.4]$$

Notons qu'il existe un autre modèle fondé sur l'hypothèse d'équilibre thermique entre les particules et le fluide de base dont l'expression est :

$$C_{p,nf} = \frac{\varphi_v (\rho C_p)_{np} + (1 - \varphi_v) (\rho C_p)_{bf}}{\varphi_v \rho_{np} + (1 - \varphi_v) \rho_{bf}} \quad [I.5]$$

- **Influence de la chaleur spécifique sur les systèmes thermiques :**

Une chaleur spécifique élevée permet au fluide de stocker plus d'énergie thermique, ce qui est utile dans les systèmes de stockage de chaleur (ex. centrales solaires thermiques).

Une chaleur spécifique plus faible entraîne une réduction de la capacité de stockage thermique, mais peut être compensée par une conductivité thermique accrue et un meilleur transfert thermique global.

- **Facteurs influençant la chaleur spécifique des nanofluides**

La chaleur spécifique des nanofluides dépend de plusieurs paramètres :

Fraction volumique des nanoparticules

L'ajout de nanoparticules ayant une chaleur spécifique plus faible que le fluide de base diminue généralement la chaleur spécifique globale du nanofluide.

Type et nature des nanoparticules

Différentes nanoparticules ont des chaleurs spécifiques très variées. Dans le **tableau I.1**, on donne les valeurs typiques de la chaleur spécifique de quelques nanoparticules.

Table I. 1 : Typical values of some NPs [12]

Nanoparticule	Chaleur spécifique (C_p) en J/kg.k
Eau (fluide de base)	4180
Cuivre (Cu)	385
Aluminium (Al)	900
Alumine (Al_2O_3)	880

Dioxyde de titane (TiO ₂)	690
Nanotubes de carbone (CNT)	700

- L'ajout de nanoparticules métalliques (**Cu, Ag, Au**) réduit fortement la chaleur spécifique.
- Les oxydes métalliques (**Al₂O₃, TiO₂**) offrent une meilleure balance entre réduction de chaleur spécifique et gain en conductivité thermique.
- Les nanoparticules de carbone (**graphène, CNT**) présentent un bon compromis avec une conductivité thermique élevée et une chaleur spécifique modérée.

Température du fluide

La chaleur spécifique du fluide augmente légèrement avec la température, mais l'effet est plus marqué pour les fluides de base que pour les nanofluides. En effet, l'ajout de nanoparticules limite l'agitation thermique moléculaire du fluide de base, stabilisant ainsi la chaleur spécifique.

Table I. 2: Applications of nanofluids according their specific heat [13]

Application	Impact de la chaleur spécifique
Systèmes de refroidissement (électronique, automobile)	Une chaleur spécifique plus faible réduit la capacité thermique du fluide, mais une conductivité thermique élevée compense la perte.
Échangeurs thermiques (climatisation, procédés industriels)	Une chaleur spécifique élevée permet de stocker plus de chaleur et d'améliorer l'efficacité énergétique.
Centrales solaires thermiques	Un fluide à chaleur spécifique élevée permet une meilleure capture et restitution de l'énergie solaire.
Applications biomédicales	Utilisation de nanofluides à base de fer (Fe ₂ O ₃) pour l'hyperthermie médicale (traitement du cancer par élévation locale de la température).

1.2.4 La masse volumique

La masse volumique est une propriété physique essentielle des nanofluides qui influence directement leur comportement thermo-hydraulique, notamment la convection, la stabilité et

la performance énergétique dans les applications de transfert thermique. L'ajout de nanoparticules modifie la densité globale du fluide en fonction de leurs propriétés intrinsèques, de leur concentration, et de leur dispersion dans le fluide de base. La masse volumique d'un fluide (ρ) est définie comme sa masse par unité de volume :

$$\rho_{nf} = \varphi_v \rho_{np} + (1 - \varphi_v) \rho_{fb} \quad [I.6]$$

Elle s'exprime dans le système SI, en **kg/m³** et joue un rôle crucial dans :

- **La dynamique des fluides** : Une densité plus élevée influence l'écoulement, la vitesse et la distribution des pressions dans les conduites.
- **Le transfert de chaleur** : La densité affecte la capacité thermique volumique, qui détermine la quantité de chaleur stockée et transportée par unité de volume.
- **L'efficacité énergétique** : Une densité accrue peut nécessiter plus d'énergie pour le pompage, affectant ainsi la consommation énergétique.

I.3 Applications des Nanofluides

I.3.1 Transfert Thermique et Refroidissement

Les nanofluides sont utilisés pour améliorer l'efficacité des échangeurs thermiques, des systèmes de refroidissement électroniques et des applications industrielles nécessitant un transfert thermique efficace.

I.3.2 Énergies Renouvelables

L'intégration des nanofluides dans les capteurs solaires thermiques améliore l'absorption et le stockage de l'énergie solaire, permettant ainsi une meilleure conversion énergétique.

I.3.3 Biomédecine

En médecine, les nanofluides sont utilisés dans les applications de refroidissement localisé, les traitements hyperthermiques du cancer, et le transport de médicaments ciblés [14].

I.4 Nanomatériaux et santé

Le nano-monde correspond à l'échelle de l'infiniment petit, comprise entre 1 et 100 nanomètres (nm). Un nanomètre équivaut à un milliardième de mètre, soit environ 1/50 000

de l'épaisseur d'un cheveu humain. Le préfixe "nano" vient du grec "Nanos", signifiant "nain" figure I.1 [8].

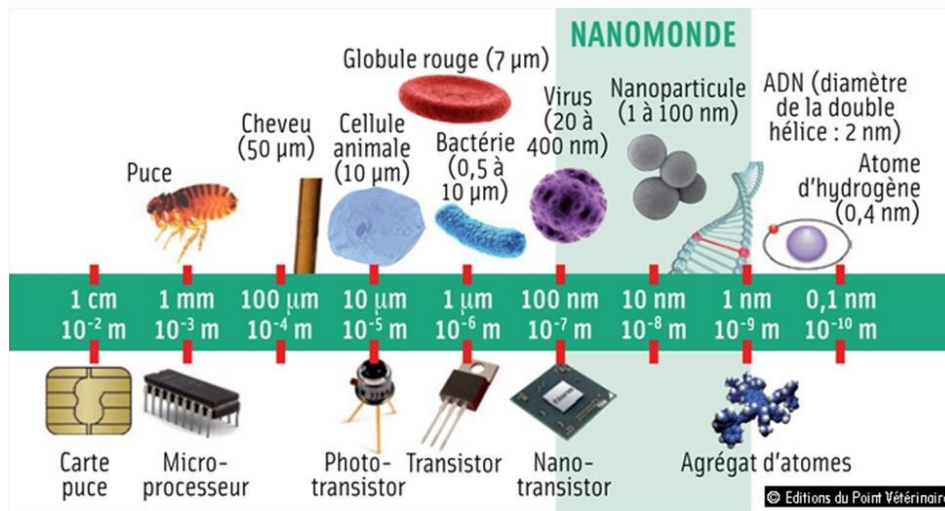


Fig I. 2: Nanometric scale among other scales

I.4.1 Les nanomatériaux

Les nanomatériaux sont des matériaux ayant au moins une dimension à l'échelle nanométrique. L'ISO les définit comme des matériaux avec une structure interne ou de surface nanométrique. La commission européenne, dans sa définition révisée en 2022, inclut les matériaux naturels, accidentels ou manufacturés contenant des particules solides, sous forme individuelle, d'agrégats ou d'agglomérats. Un nanomatériau doit contenir au moins 50 % de particules dont les dimensions respectent des critères spécifiques selon leur forme (sphérique, allongée ou en plaquettes) [15].

I.4.2 Effet sur la santé

- **Système respiratoire** : L'inhalation de nanomatériaux peut provoquer des inflammations pulmonaires, conduisant à des maladies telles que la bronchite chronique ou la fibrose pulmonaire (INRS - Nanomatériaux et effets sur la santé).
- **Système cardiovasculaire** : Une inflammation chronique peut contribuer à l'athérosclérose et à d'autres maladies cardiovasculaires (Canada.ca - Nanomatériaux et santé).
- **Système nerveux** : Une réponse inflammatoire excessive dans le cerveau peut être liée à des maladies neurodégénératives comme Alzheimer ou Parkinson (Veillenanos.fr).

- **Système cutané** : Une exposition cutanée peut entraîner des réactions inflammatoires locales, notamment des dermatites (Santé & Habitat).

I.5 Mécanismes de Transfert Thermique dans les Nanofluides

La conduction thermique est le principal mode de transfert thermique dans les nanofluides lorsque le fluide est au repos. Elle dépend de la capacité des nanoparticules à transmettre l'énergie thermique aux molécules du fluide de base.

I.5.1 Modèle de Maxwell-Garnett pour la conductivité thermique :

Le modèle classique utilisé pour estimer la conductivité thermique effective d'un nanofluide est basé sur la théorie de Maxwell-Garnett [3] :

$$\frac{\lambda_{nf}}{\lambda_{fb}} = \frac{\lambda_{np} + 2\lambda_{fb} - 2\varphi_v(\lambda_{fb} - \lambda_{np})}{\lambda_{np} + 2\lambda_{fb} + 2\varphi_v(\lambda_{fb} - \lambda_{np})} \quad [I.7]$$

où λ_{nf} , λ_{fb} , et λ_{np} représentent respectivement la conductivité thermique, en (W/m.K), du nanofluide, du fluide de base, et des nanoparticules. φ_v représente la fraction volumique des nanoparticules. Le modèle de Maxwell est satisfaisant pour les suspensions contenant des particules sphériques de concentrations volumiques relativement faibles mais ne tient pas compte de l'effet de la taille ni de la forme des particules. Il est à noter aussi que l'effet des interactions inter-particules est négligé dans ce modèle. Ce modèle montre que l'ajout de nanoparticules avec une conductivité thermique élevée (ex. Cu, Ag, Al_2O_3) améliore la conductivité thermique globale du fluide.

I.6 Méthodes de Fabrication des Nanofluides

Les nanofluides sont des suspensions colloïdales de nanoparticules dans un fluide de base (eau, huile, éthylène glycol, etc.) utilisées pour améliorer les performances thermiques, tribologiques, ... dans diverses applications industrielles. La méthode de fabrication des nanofluides joue un rôle essentiel dans leur stabilité, leur conductivité thermique et leurs propriétés rhéologiques.

Dans cet article, nous allons détailler les principales méthodes de synthèse des nanofluides, leurs avantages, leurs limites et les défis associés.

I.6.1. Principes de Base de la Fabrication des Nanofluides

Un bon nanofluide doit répondre aux critères suivants :

- **Haute stabilité colloïdale** : Éviter l'agglomération et la sédimentation des nanoparticules.
- **Bonne dispersion des nanoparticules** : Uniformité dans le fluide pour maximiser la conductivité thermique.
- **Faible viscosité** : Minimiser la perte de charge et la consommation énergétique dans les systèmes de refroidissement.
- **Absence de réactions chimiques indésirables** : Préserver les propriétés thermiques du fluide et des particules.

I.6.2 Méthodes de Fabrication des Nanofluides

D'après la [figure I.3](#), les méthodes de fabrication des nanofluides peuvent être classées en deux grandes catégories:

- ***Méthode à un seul étage***

Fabrication et dispersion simultanées des nanoparticules dans le fluide.

Permet d'éviter l'agglomération et l'oxydation des particules.

Méthode à deux étapes

Synthèse des nanoparticules séparément, suivie d'une dispersion dans le fluide de base.

Plus courante mais sujette à des problèmes d'agglomération.

- **Méthode à Une Seule Étape (One-Step Method)**

La méthode à un seul étage combine la synthèse des nanoparticules et leur dispersion simultanée dans le fluide. Cette approche permet d'éviter l'agglomération et améliore la stabilité du nanofluide. *Synthèse Physique par Condensation de Vapeur Métallique (PVD - Physical Vapor Deposition)*

Ce procédé consiste à évaporer un métal sous vide puis à condenser les nanoparticules directement dans un fluide porteur.

Avantage :

Produit des nanoparticules ultrafines et bien dispersées.

Minimise l'oxydation des nanoparticules métalliques.

Inconvénients :

Coût élevé en raison de la complexité du procédé.

- ***Méthode Chimique par Réduction in situ***

Dans cette méthode, des sels métalliques sont dissous dans un solvant, puis réduits en nanoparticules à l'aide d'un agent réducteur (ex. hydrazine, Bor hydrure de sodium).

Avantages :

Évite l'étape de dispersion secondaire.

Bonne homogénéité des nanoparticules.

Inconvénients :

Peut générer des sous-produits chimiques indésirables.

Nécessite un contrôle précis des conditions réactionnelles.

Méthode à Deux Étapes (Two-Step Method)

C'est la méthode la plus utilisée pour fabriquer des nanofluides à grande échelle. Elle consiste à :

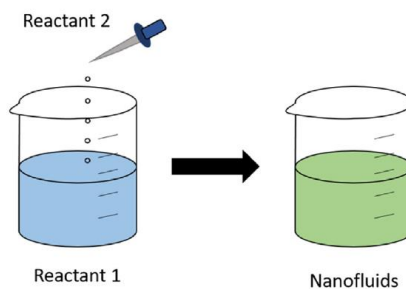
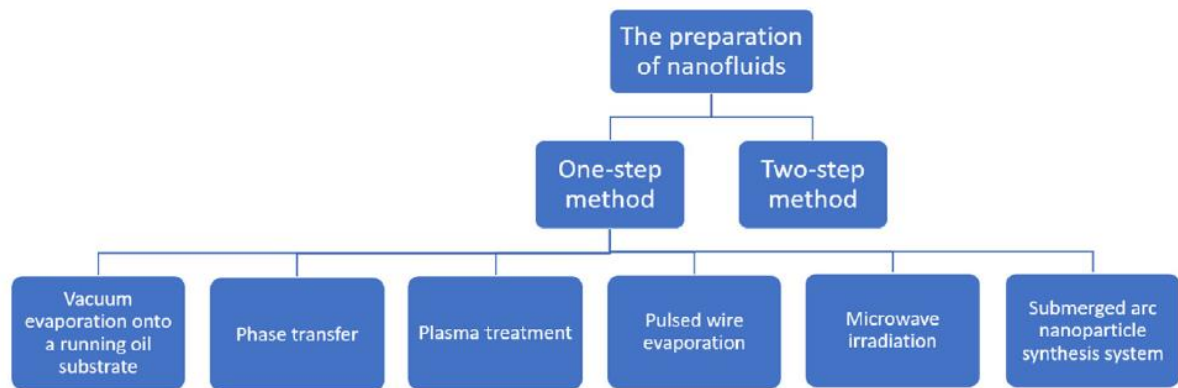
Synthétiser les nanoparticules par des techniques physiques ou chimiques.

Disperser les nanoparticules dans le fluide de base en utilisant des agents stabilisants et des techniques de dispersion avancées.

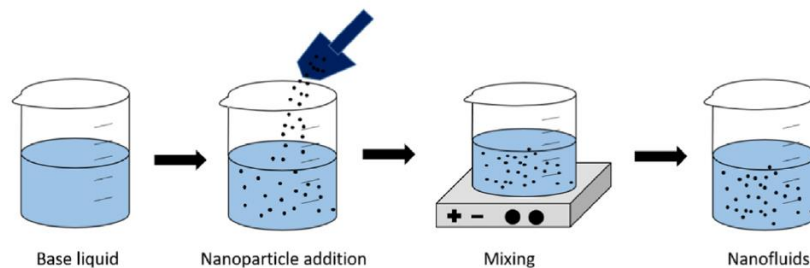
Technique : Agitation mécanique des nanoparticules dans le fluide pour homogénéiser la dispersion.

Avantage : Faible coût, facile à mettre en œuvre.

Inconvénient : Moins efficace pour les nanoparticules fortement agglomérées.



a) The one-step synthesis process of nanofluids



b) The two-step synthesis process of nanofluids

Fig I. 3 : Various synthesis methods of nanofluids.

I.7 Caractérisation rhéologique et modèle d'écoulement des nanolubrifiants

Les études expérimentales [16, 17] ont montré qu'une huile de base mélangée à des additifs moléculaires ou des nanoparticules améliore sensiblement les propriétés de lubrification et diminue ainsi le frottement et l'usure surtout pendant les phases de démarrage et d'arrêt des machines.

Dans ce paragraphe, on s'intéresse à la modélisation de l'écoulement des nanofluides en se basant sur la théorie du micro-continuum de Vijay Kumar Stokes [18, 19, 20] qui prend en considération la taille caractéristique des nanoparticules en écoulement dans la mesure où cette dernière est négligée lorsque l'on utilise la théorie des milieux continus classique. L'emploi de cette théorie dite aussi théorie des fluides polaires ou micro-polaire fait intervenir les couples de contraintes et les couples de volume en plus des forces de surface et de volume dans les équations de transport.

Ce modèle qui tient compte des effets polaires sous forme de couples de contraintes et de couples de volume est inspiré des travaux théoriques des frères Cosserat [21] pour des milieux élastiques polaires. L'action d'une particule solide sur son voisinage est alors représentée par le vecteur des contraintes $\vec{t} = t_i \vec{e}_i = T_{ji} n_j \vec{e}_i$ et le vecteur des couples de contraintes $\vec{m} = m_i \vec{e}_i = M_{ji} n_j \vec{e}_i$ figures I.4 et I.35. T_{ji} et M_{ji} étant respectivement les tenseurs des contraintes et des couples de contraintes antisymétriques.

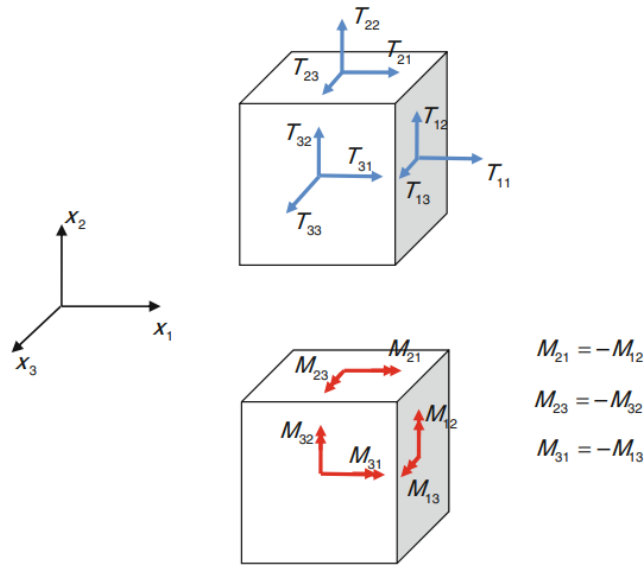


Fig I. 4: Représentation des composantes des tenseurs des contraintes $\bar{\bar{T}} = T_{ji} \vec{e}_i \otimes \vec{e}_j$ et des couples de contraintes $\bar{\bar{M}} = M_{ji} \vec{e}_i \otimes \vec{e}_j$ antisymétriques

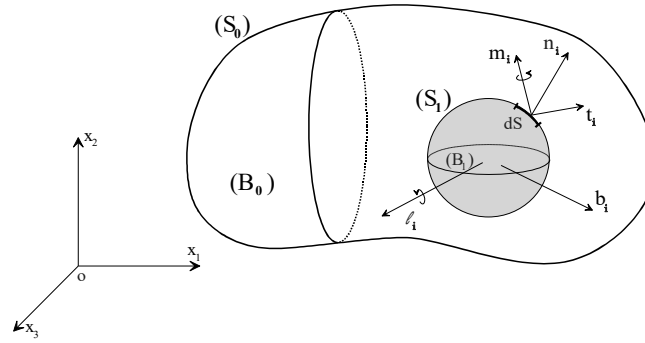


Fig. I. 5: Représentation des vecteurs contraintes $t_i = T_{ji} n_j$, couples de contraintes $m_i = M_{ji} n_j$, forces de volume b_i , et couples de volume ℓ_i agissant sur l'élément de volume (B_1) de surface (S_1)

Le nanolubrifiant supposé incompressible ou isovolume et non Newtonien est alors caractérisé à l'aide de trois constantes physiques, à savoir : la masse volumique ρ_{nf} , la viscosité dynamique ou absolue μ_{nf} , et une nouvelle entité responsable de la présence des couples de contraintes dans le lubrifiant notée η . Les deux premières constantes dépendent naturellement de la concentration ou de la fraction volumique des nanoparticules dans le lubrifiant de base φ_v comme il a été mentionné dans le paragraphe précédent. Il y a lieu alors d'utiliser des lois de variation de ces constantes avec la concentration pour le calcul de la viscosité dynamique effective du nanolubrifiant μ_{nf} .

I.7.1 Eléments de la théorie du micro-continuum de V. K. Stokes

I.7.1.1 Equations générales

Lorsque les forces du volume b_i et les couples de volume ℓ_i par unité de masse du continuum sont considérés figure I.16, le mouvement du fluide à couple de contraintes compressible isotrope et homogène est régi par les équations suivantes :

Equation de continuité

Considérons une partie arbitraire d'un continuum (milieu fluide compressible) occupant un volume fixe (V) délimité par la surface (S) à la configuration actuelle à l'instant t . L'équation de continuité globale est :

$$\int_S \rho v_i n_i dS + \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV = 0 \quad [I.8]$$

Où ρ est la masse volumique du continuum et v_i le champ de vitesse du continuum en coordonnées cartésiennes. En appliquant le théorème de la divergence de Gauss-Ostrogradsky $(\int_S \rho v_i n_i dS = \int_V \rho v_{i,i} dV)$, et en remarquant que le volume (V) est arbitraire, on obtient la forme différentielle ou locale de l'équation de continuité :

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho v_{i,i} = 0 \quad [\text{I.9}]$$

où $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_j \frac{\partial}{\partial x_j}$ représente l'opérateur de dérivation matérielle ou particulaire ou encore totale, et $i, j = 1, 2, 3$

Equations de mouvement :

Les équations de bilan de mouvement linéaire et angulaire sont :

○ Conservation de la quantité de mouvement :

$$\int_S t_i^{(n)} dS + \int_V \rho b_i dV = \frac{D}{Dt} \int_V \rho v_i dV \quad \text{Avec } t_i^{(n)} = T_{ji} n_j \quad [\text{I.10}]$$

où

$$\int_S \vec{t}(M, \vec{n}) dS + \int_m \vec{b} dm = \frac{D}{Dt} \int_m \vec{v} dm \quad [\text{I.11}]$$

avec $dm = \rho dV$; $\vec{t}(M, \vec{n}) = \vec{T}(M, \vec{n}) \vec{n}(M)$

○ Conservation du moment de la quantité de mouvement :

$$\int_S (\varepsilon_{ijk} x_j t_k^{(n)} + m_i^{(n)}) dS + \int_V (\varepsilon_{ijk} x_j \rho b_k + \rho c_i) dV = \frac{D}{Dt} \int_V \rho \varepsilon_{ijk} x_j v_k dV \quad [\text{I.11.a}]$$

$$\int_S (\vec{OM} \times \vec{t}(M, \vec{n}) + \vec{m}) dS + \int_m (\vec{OM} \times \vec{b} + \vec{\ell}) dm = \frac{D}{Dt} \int_m \vec{OM} \times \vec{v} dm \quad [\text{I.11.b}]$$

où $t_i^{(n)} = T_{ji} n_j$ et $m_i^{(n)} = M_{ji} n_j$ sont respectivement des vecteurs de force et de moment de traction. Les forces de surface et les couples sont ensuite respectivement représentés par des tenseurs du second ordre non-symétriques T_{ji} et des couples de contraintes M_{ji} , ε_{ijk} étant le tenseur de permutation de troisième ordre non symétrique connu sous le nom de symbole de Levi-Civita.

On peut montrer que : $\int_S (\vec{OM} \times \vec{t}(M, \vec{n})) dS = \int_V (\vec{OM} \times \vec{div}(\vec{T})) dV + \int_V \vec{\eta} : \vec{T} dV$

où $\vec{\eta} = \varepsilon_{ijk} \vec{e}_i \otimes \vec{e}_j \otimes \vec{e}_k$ est le tenseur d'orientation d'ordre trois anti-symétrique.

Remarquons que

Dans le cas Newtonien le terme $\int_V \vec{\eta} : \vec{T} dV = 0$ puisque $\vec{T}$ est symétrique.

Le symbole $:$ représente l'opérateur du produit doublement contracté de 2 tenseurs.

En appliquant le théorème de divergence de Gauss-Ostrogradsky pour les intégrales de surface et en remarquant que le volume V est arbitraire, nous obtenons la forme différentielle des équations des mouvements linéaires et angulaires :

$$T_{ji,j} + \rho b_i = \rho \frac{Dv_i}{Dt} \quad \text{Ou} \quad \vec{div}(\vec{T}) + \rho \vec{b} = \rho \frac{D\vec{v}}{Dt} \quad [\text{I.12}]$$

$$M_{ji,j} + \varepsilon_{ijk} T_{jk} + \rho c_i = 0 \quad \text{Ou} \quad \vec{div}(\vec{M}) + \rho \vec{\ell} + \vec{\eta} : \vec{T} = \vec{0} \quad [\text{I.13}]$$

où $M_{ji} = -8\eta K_{ji} = 8\eta K_{ij} = 4\eta(\omega_{i,j} - \omega_{j,i})$ Puisque $K_{ij} = \omega_{[i,j]} = \frac{1}{2}(\omega_{i,j} - \omega_{j,i})$ qui est le tenseur de courbure antisymétrique, et $\bar{T} = T_{ji} \vec{e}_i \otimes \vec{e}_j$ et $\vec{b} = b_i \vec{e}_i$ sont respectivement le tenseur des contraintes dans le film fluide et la densité massique de forces.

Les matrices représentatives des tenseurs des contraintes et des couples de contraintes sont :

$$[T_{ji}] = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix} \text{ et } [M_{ji}] = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & M_{12} & M_{13} \\ -M_{12} & 0 & M_{23} \\ -M_{13} & -M_{23} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{avec } M_{11} = M_{22} = M_{33} = 0 ; M_{12} = 2\eta \left(\frac{\partial^2 v_1}{\partial x_1 \partial x_3} - \frac{\partial^2 v_3}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2 v_3}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 v_2}{\partial x_2 \partial x_3} \right) ;$$

$$M_{13} = 2\eta \left(-\frac{\partial^2 v_3}{\partial x_2 \partial x_3} + \frac{\partial^2 v_2}{\partial x_3^2} + \frac{\partial^2 v_2}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2 v_1}{\partial x_1 \partial x_2} \right) ; M_{23} = 2\eta \left(-\frac{\partial^2 v_1}{\partial x_3^2} + \frac{\partial^2 v_3}{\partial x_1 \partial x_3} + \frac{\partial^2 v_2}{\partial x_1 \partial x_2} - \frac{\partial^2 v_1}{\partial x_2^2} \right).$$

En lubrification par films minces, on peut montrer à travers une analyse dimensionnelle que

$$M_{12} \approx -2\eta \frac{\partial^2 v_3}{\partial x_2^2} \text{ ou encore en utilisant la notation classique } M_{xy} \approx -2\eta \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}.$$

Dans les équations ci-dessus, la virgule indique la différentiation partielle par rapport aux coordonnées spatiales ou eulériennes ($\omega_{i,j} = \frac{\partial \omega_i}{\partial x_j}$, etc.).

Le vecteur tourbillon (ou vortex vector) ω_i dual du tenseur tourbillon non symétrique Ω_{ij} est défini par :

$$\omega_i = \frac{1}{2} \varepsilon_{ijk} v_{k,j} = \frac{1}{2} \varepsilon_{ijk} \Omega_{kj} \quad \text{ou encore } \vec{\omega} = \frac{1}{2} \nabla \times \vec{v} \quad [\text{I.14}]$$

Le bilan d'énergie basé sur la première loi de la thermodynamique polaire du continuum est

$$\frac{D}{Dt} \int_V \frac{1}{2} \rho v_i v_i dV + \frac{D}{Dt} \int_V \rho e dV = \int_S t_i^{(n)} v_i dS + \int_S m_i^{(n)} \omega_i dS + \int_V \rho b_i v_i dV + \int_V \rho c_i \omega_i dV - \int_S q_i n_i dS + \int_V \rho s dV \quad [\text{I.15}]$$

où

e est l'énergie interne par unité de masse, $q_i = -k \frac{\partial T}{\partial x_i}$ est le vecteur du flux de chaleur, et s est la source de chaleur par unité de masse.

Cette équation montre que le taux de variation de l'énergie totale du système en volume V est équivalent à la puissance des forces et des couples externes, de la chaleur générée et de la chaleur introduite.

La forme différentielle de l'équation d'énergie est

$$\rho \frac{De}{Dt} = T_{ji} D_{ij} + M_{ji} K_{ij} - q_{i,i} + \rho s \quad [I.16]$$

où

$D_{ij} = \frac{1}{2}(v_{i,j} + v_{j,i})$ est le tenseur des taux de déformation symétrique, et $q_i = -kT_{,i}$ est la loi de Fourier. k et T étant respectivement la conductivité et la température du fluide.

Les termes $\Phi_1 = T_{ji} D_{ij} = T_{(ji)} D_{ij}$ et $\Phi_2 = M_{ji} K_{ij}$ sont respectivement appelés puissance de force de contraintes et couple de contraintes par unité de volume.

Pour un milieu sans source, l'équation d'énergie (I.21) peut être réécrite comme suit :

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = \beta T \frac{Dp}{Dt} + \nabla \cdot (k \nabla T) + \Phi \quad [I.17]$$

où

$$\Phi = \lambda D_{kk} D_{pp} + 2\mu D_{ij} D_{ij} + 16\eta K_i K_i \quad [I.18]$$

et $K_i = \frac{1}{2}\varepsilon_{ijk}\omega_{k,j} = \frac{1}{2}\varepsilon_{ijk}K_{kj} = \frac{1}{2}\Omega_{ji,j} = \frac{1}{4}v_{k,ki} - \frac{1}{4}\nabla^2 v_i = \frac{1}{4}v_{k,ki} - \frac{1}{4}v_{i,jj}$ est le vecteur du taux de courbure moyen.

C_p et $\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$ sont respectivement la chaleur spécifique et la dilatation thermique du fluide à pression constante.

I.7.1.2 Equation constitutive :

Nous pouvons démontrer que le tenseur de contraintes total peut être écrit ainsi :

$$T_{ji} = \underbrace{-p\delta_{ij} + \lambda D_{kk}\delta_{ij} + 2\mu D_{ij}}_{\text{Partie symétrique}} + \underbrace{2\eta \nabla^2 \Omega_{ji}}_{\text{Partie anti-symétrique}} \quad [I.19]$$

$$\text{Où } \Omega_{ji} = -\Omega_{ij} = -v_{[i,j]} = -\frac{1}{2}(v_{i,j} - v_{j,i}); \nabla^2 = \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} = \frac{\partial^2}{\partial x_r \partial x_r} = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2}$$

L'équation (I.19) peut également être écrite comme suit :

$$T_{ji} = -p\delta_{ij} + \lambda D_{kk}\delta_{ij} + 2\mu D_{ij} - 2\eta \nabla^2 \Omega_{ij} = -p\delta_{ij} + \lambda v_{k,k}\delta_{ij} + \mu(v_{i,j} + v_{j,i}) - \eta \nabla^2 (v_{i,j} - v_{j,i}) \quad [I.20]$$

Dans le cas d'un fluide incompressible le terme $\lambda D_{kk}\delta_{ij}$ disparaît.

I.7.1.3 Équations de mouvement :

Lorsque le tenseur des contraintes (I.20) est appliqué aux équations de mouvement linéaire, on obtient

$$-p_{,i} + (\lambda + \mu + \eta \nabla^2) v_{k,ki} + (\mu - \eta \nabla^2) \nabla^2 v_i + \rho b_i = \rho \frac{Dv_i}{Dt} \quad [I.21]$$

Dans le cas d'un fluide incompressible ou iso volume ($\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = \frac{\partial v_k}{\partial x_k} = 0$), l'équation (I.21) se réduit à :

$$-p_{,i} + (\mu - \eta \vec{\nabla}^2) \vec{\nabla}^2 v_i + \rho b_i = \rho \frac{Dv_i}{Dt} \quad [\text{I.21.a}]$$

ou en utilisant la notation vectorielle :

$$-\vec{\nabla} p + \mu \vec{\nabla}^2 \vec{v} - \eta \vec{\nabla}^4 \vec{v} + \rho \vec{b} = \rho \frac{D\vec{v}}{Dt} \quad [\text{I.21.b}]$$

Pour un écoulement de fluide incompressible ($v_{r,r} = 0$) et en l'absence de couples de volumes, l'équation locale de la dynamique du fluide à couple de contraintes s'exprime :

$$\rho \left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j v_{i,j} \right) = -p_{,i} + \mu v_{i,rr} - \eta v_{i,rrss} \quad [\text{I.22.a}]$$

ou encore :

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \overline{\text{grad}} \vec{v} \right) = -\vec{\nabla} p + \mu \vec{\nabla}^2 \vec{v} - \eta \vec{\nabla}^4 \vec{v} \quad [\text{I.22.b}]$$

En coordonnées cartésiennes, les composantes de l'équation locale de la dynamique s'écrivent dans le cas d'un écoulement stationnaire et isotherme :

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) - \eta \left(\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} + \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} \right) - 2\eta \left(\frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 u}{\partial y^2 \partial z^2} \right) \quad [\text{I.23}]$$

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) - \eta \left(\frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 v}{\partial y^4} + \frac{\partial^4 v}{\partial z^4} \right) - 2\eta \left(\frac{\partial^4 v}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 v}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 v}{\partial y^2 \partial z^2} \right) \quad [\text{I.24}]$$

$$\rho \left(u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) - \eta \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial z^4} \right) - 2\eta \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^2 \partial z^2} \right) \quad [\text{I.25}]$$

Ces équations sont écrites en adoptant la notation classique suivante pour les coordonnées d'espace et les composantes des vitesses de l'écoulement : $(x, y, z) \equiv (x_1, x_2, x_3)$; $(u, v, w) \equiv (v_1, v_2, v_3)$

1.7.1.4 Equations de la mécanique des films minces : Analyse dimensionnelle

Dans le cadre de la théorie des écoulements de films minces [figure I.6](#), on suppose que l'épaisseur du film fluide h est très faible devant les autres dimensions du contact L ; c'est-à-dire le paramètre d'échelle $\xi = \frac{h}{L} \ll 1$. En lubrification hydrodynamique, il est de l'ordre de 10^{-3} . Une analyse dimensionnelle reposant sur le changement de variable suivant permettra de simplifier sensiblement les équations de mouvement ainsi que l'équation d'énergie :

$$\bar{x} = \frac{x}{L}, \bar{y} = \frac{y}{h}, \bar{z} = \frac{z}{L}, \bar{u} = \frac{u}{U}, \bar{v} = \frac{vL}{Uh} = \frac{v}{\xi U}, \bar{w} = \frac{w}{U}, \bar{p} = \frac{h^2}{\mu_0 UL} p, \bar{\mu} = \frac{\mu}{\mu_0}, \bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0}, \bar{\eta} = \frac{\eta}{\eta_0}$$

[I.26]

U est la vitesse caractéristique, et μ_0, ρ_0, η_0 sont respectivement la viscosité dynamique, la masse volumique et la constante responsable des couples de contraintes de référence.

En remplaçant ces expressions dans les équations on obtient les équations de mouvement normalisées suivantes :

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} = -\xi R_e \bar{\rho} \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{z}} \right) + \bar{\mu} \left[\xi^2 \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{z}^2} \right) + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2} \right] - \left(\frac{l_0}{h} \right)^2 \bar{\eta} \left[\xi^2 \left(\frac{\partial^4 \bar{u}}{\partial \bar{x}^4} + \frac{\partial^4 \bar{u}}{\partial \bar{z}^4} \right) + \frac{\partial^4 \bar{u}}{\partial \bar{y}^4} \right] - 2 \left(\frac{l_0}{h} \right)^2 \bar{\eta} \left[\xi^4 \frac{\partial^4 \bar{u}}{\partial \bar{x}^2 \partial \bar{z}^2} + \xi^2 \left(\frac{\partial^4 \bar{u}}{\partial \bar{x}^2 \partial \bar{y}^2} + \frac{\partial^4 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2 \partial \bar{z}^2} \right) \right] \quad [I.27]$$

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{y}} = \xi^2 \left\{ -\xi R_e \bar{\rho} \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} + \bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{z}} \right) + \bar{\mu} \left[\xi^2 \left(\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{z}^2} \right) + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{y}^2} \right] - \left(\frac{l_0}{h} \right)^2 \bar{\eta} \left[\xi^2 \left(\frac{\partial^4 \bar{v}}{\partial \bar{x}^4} + \frac{\partial^4 \bar{v}}{\partial \bar{z}^4} \right) + \frac{\partial^4 \bar{v}}{\partial \bar{y}^4} \right] - 2 \left(\frac{l_0}{h} \right)^2 \bar{\eta} \left[\frac{\partial^4 \bar{v}}{\partial \bar{x}^2 \partial \bar{z}^2} + \xi^2 \frac{\partial^4 \bar{v}}{\partial \bar{x}^2 \partial \bar{y}^2} + \frac{\partial^4 \bar{v}}{\partial \bar{z}^2 \partial \bar{y}^2} \right] \right\} \quad [I.28]$$

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{z}} = -\xi R_e \bar{\rho} \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{y}} + \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{z}} \right) + \bar{\mu} \left[\xi^2 \left(\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{z}^2} \right) + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{y}^2} \right] - \left(\frac{l_0}{h} \right)^2 \bar{\eta} \left[\xi^2 \left(\frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial \bar{x}^4} + \frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial \bar{z}^4} \right) + \frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial \bar{y}^4} \right] - 2 \left(\frac{l_0}{h} \right)^2 \bar{\eta} \left[\xi^4 \frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial \bar{x}^2 \partial \bar{y}^2} + \xi^2 \left(\frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial \bar{x}^2 \partial \bar{z}^2} + \frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial \bar{z}^2 \partial \bar{y}^2} \right) \right] \quad [I.29]$$

On remarque que l'analyse dimensionnelle des équations de mouvement fait apparaître des nombres adimensionnels tels que le nombre de Reynolds local de l'écoulement

$$R_e = \rho_0 \frac{Uh}{\mu_0} \text{ et la longueur caractéristique des nano-additifs } l_0 = \sqrt{\frac{\eta_0}{\mu_0}} \quad [I.30]$$

En négligeant les termes multipliés par ξ^2 et ξ^4 , on trouve :

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} = -\xi R_e \bar{\rho} \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{z}} \right) + \bar{\mu} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2} - \left(\frac{l_0}{h} \right) \bar{\eta} \frac{\partial^4 \bar{u}}{\partial \bar{y}^4} \quad [I.31]$$

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{y}} = 0 \quad [I.32]$$

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{z}} = -\xi R_e \bar{\rho} \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{y}} + \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{z}} \right) + \bar{\mu} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{y}^2} - \left(\frac{l_0}{h} \right) \bar{\eta} \frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial \bar{y}^4} \quad [I.33]$$

Pour $\xi R_e \ll 1$, souvent rencontré en lubrification, les termes d'inertie disparaissent :

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} = \bar{\mu} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2} - \left(\frac{l_0}{h} \right) \bar{\eta} \frac{\partial^4 \bar{u}}{\partial \bar{y}^4} \quad [I.34]$$

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{y}} = 0 \quad [I.35]$$

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{z}} = \bar{\mu} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{y}^2} - \left(\frac{l_0}{h} \right) \bar{\eta} \frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial \bar{y}^4} \quad [I.36]$$

Le retour aux variables dimensionnelles permet d'avoir les équations suivantes :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \eta \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} \quad [I.37]$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad [\text{I.38}]$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \eta \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \quad [\text{I.39}]$$

En l'absence des forces d'inertie, l'équation (I.39) indique que la pression p est constante suivant l'épaisseur du film. Elle ne dépend donc que des variables d'espace x et z .

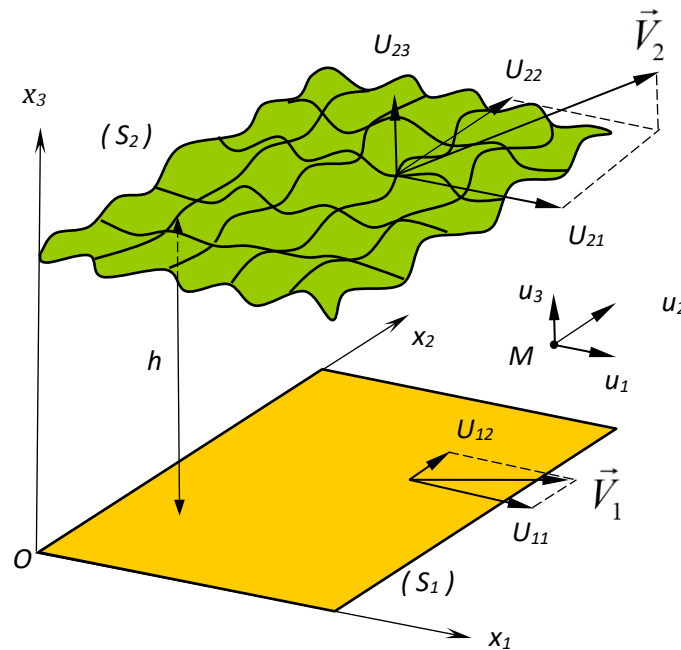


Fig I. 6: Géométrie et cinématique d'un contact hydrodynamique de longueur et largeur caractéristiques L (h étant l'épaisseur de film séparant les deux surfaces).

I.8 Conclusion

Ce chapitre présente une synthèse bibliographique sur les solutions technologiques visant à réduire le frottement et l'usure afin d'améliorer le rendement des moteurs thermiques alternatifs. Il aborde également la caractérisation physique et rhéologique des nanolubrifiants ainsi que la modélisation de leur écoulement.

Il en ressort que l'ajout de nano-additifs organiques et inorganiques tels que les bisulfures métalliques, IF-MoS₂ et IF-WS₂, est une solution efficace pour réduire le frottement en régime limite.

Leur pouvoir lubrifiant supérieur est attribué à l'exfoliation en feuillets protecteurs ou à leur capacité à rouler ou glisser entre les surfaces en contact **Figure I.7**. Toutefois, le mécanisme précis de lubrification reste un sujet de recherche.

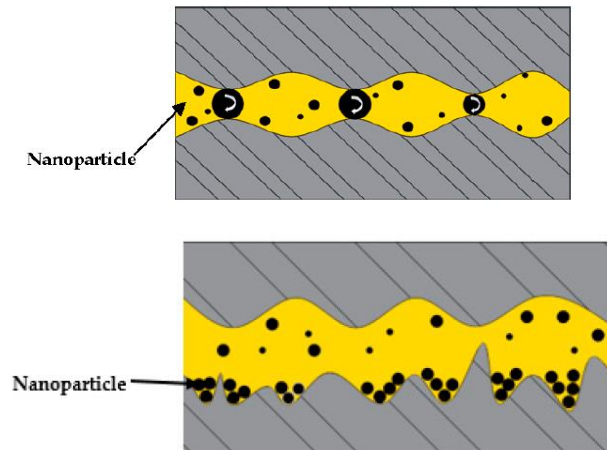


Fig I. 7: Rolling mechanism & filling effect by NPs-based lubricant.

Par ailleurs, la viscosité des nanolubrifiants est en principe influencée d'une part par la concentration en nanoparticules et d'autre part par la température. Il est utile de souligner que dans l'analyse de lubrification thermo-hydrodynamique (THD), il est nécessaire d'adopter des modèles de viscosité plus élaborés permettant de prendre en considération les effets combinés de la concentration et de la température tel que le modèle de Kalakada qui sera décrit dans le chapitre III.

Enfin, la présence de nanoparticules affecte le comportement rhéologique du nanolubrifiant, nécessitant l'utilisation de la théorie du continuum de V. K. Stokes plutôt que celle de la mécanique des milieux continus classique qui néglige la taille des particules.

Références bibliographiques

- [1] CHEN, C. S., CHEN, X. H., XU, L. S., et al. **Modification of multi-walled carbon nanotubes with fatty acid and their tribological properties as lubricant additive**. Carbon, 2005, vol. 43, no 8, p. 1660-1666.
- [2] Maxwell J. C, A Treatise on Electricity and Magnetism, Clarendon Press, Oxford, UK, second edition (1881).
- [3] Hamilton R. L., Crosser O.K., Thermal conductivity of heterogeneous two-component systems, Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals, 1/3 (1962), 187-191.
- [4] Choi S.U.S., Eastman J. H., Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles, Developments Applications of Non -Newtonians Flows, American society of Mechanical Engineers, 66 (1995), 99-105.
- [5] Keblinski, P., R. S. Prasher, et al. (2002). "Mechanisms of heat flow in suspensions of nano-sized particles (nanofluids)." *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 45(4), 855–863
- [6] Eastman, J. A., Choi, S. U. S., Li, S., Yu, W., & Thompson, L. J. (2001). *Anomalously increased effective thermal conductivities of ethylene glycol-based nanofluids containing copper nanoparticles*. Applied Physics Letters, 78(6), 718–720.
- [7] Lee, S., Choi, S. U. S., Li, S., & Eastman, J. A. (1999). *Measuring thermal conductivity of fluids containing oxide nanoparticles*. Journal of Heat Transfer, 121(2), 280–289.
- [8] Xuan, Y., & Li, Q. (2000). *Heat transfer enhancement of nanofluids*. International Journal of Heat and Fluid Flow, 21(1), 58–64
- [9] Einstein A., Eine neue Bestimmung der Moleküldimensionen, Annalender Physik 19 (1906) 289–306.
- [10] Brinkman H. C., The viscosity of concentrated suspensions and solutions. J Chem.Phys., 20 (1952), 571–581
- [11] Batchelor G., The effect of Brownian motion on the bulk stress in a suspension of spherical particles., J. of Fluid Mech., 83 (1977), 97-117
- [12] Haynes, William M., ed. *CRC Handbook of Chemistry and Physics*. 97th ed. Boca Raton, FL: CRC Press, 2016

[13] Choi, S. U. S., & Eastman, J. A. (1995). Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles. Proceedings of the ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, 66, 99–105.

[14] INRS (Institut National de Recherche et de Sécurité) : Nanomatériaux et effets sur la santé

Veillennanos.fr : Dossier sur les effets des nanomatériaux

Canada.ca : Rapport sur les nanoparticules manufacturées et la santé

Santé & Habitat : Impact des nanomatériaux sur la santé

[15] AGENCE NATIONALE DE SÉCURITÉ SANITAIRE de l'alimentation, de l'environnement et du travail, relatif à la saisine « Définition des nanomatériaux : analyse, enjeux et controverses » Avis de l'Anses Rapport d'expertise collective Avril 2023.

INRS DOSSIER NANOMATÉRIAUX INRS 2023.

Nathalie Ruaux. Nanomatériaux et santé. 2015

[16] D. R. Oliver, Load enhancement effects due to polymer thickening in a short model journal bearing, Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, Vol. 30, No. 2–3, pp. 185–196. (1988)

[17] W. Scott and P. Suntiawattana, Effect of oil additives on the performance of a wet friction clutch material, Wear, Vol. 181, pp. 850–855. (1995)

[18] V. K. Stokes, Couple stresses in fluids, the physics of fluids, Vol. 9, No. 9, pp. 1709–1715. (1966)

[19] Vijay Kumar Stokes, Theories of fluids with microstructures: An introduction, Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York Tokyo. (1984)

[20] T. Ariman, M. A. Turk, and N. D. Sylvester, Applications of microcontinuum fluid mechanics, International Journal of Engineering Science, Vol. 12, No. 4, pp. 273–293. (1974)

[21] Eugène Cosserat, François Cosserat, Théorie des corps déformables, Librairie Hermann. (1909)

Wang X.Q., Mujumdar A.S., Heat transfer characteristics of nanofluids: a review, International Journal of Thermal Sciences 46 (2007) 1-19.

Chapitre II

Analyse cinématique et dynamique du système piston-bielle-vilebrequin d'un moteur thermique

II.1 Introduction

Le moteur thermique à combustion interne est constitué de plusieurs éléments mécaniques qui interagissent de manière complexe pour assurer la transformation de l'énergie thermique en énergie

Mécanique **Figure II.1**. Parmi ces éléments, le système piston-bielle-vilebrequin occupe une place centrale.

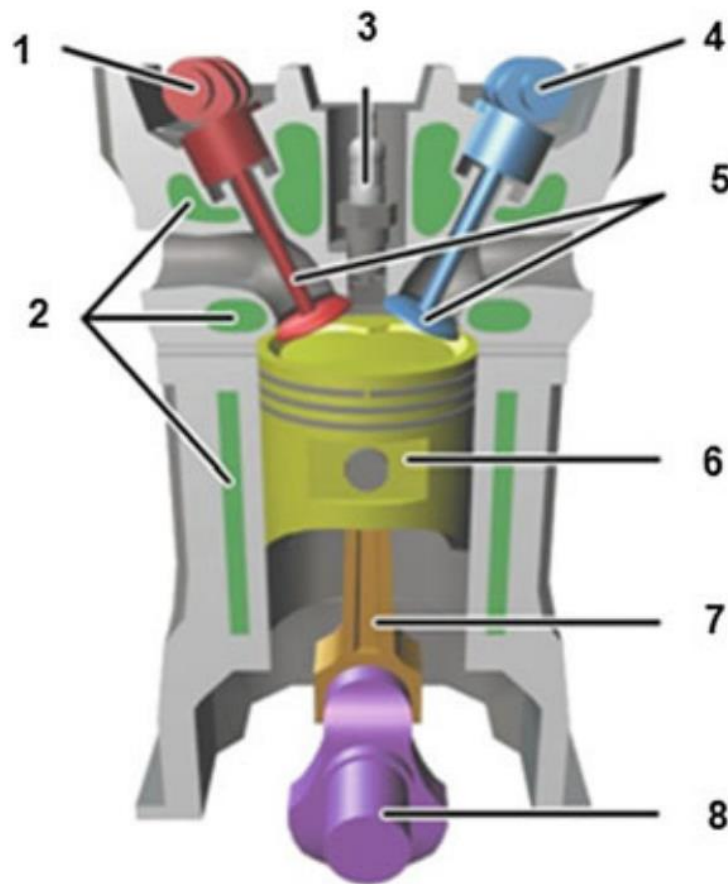


Fig. II. 1: Schematic view of reciprocating internal combustion engine

1 Cam of exhaust vent ; 2 Water jacket for coolant flow ; 3 Spark plug ; 4 Cam of intake vent ; 5 Exhaust and intake valves ; 6 Piston ; 7 Conrod ; 8 Crankshaft

Il est responsable de la conversion du mouvement linéaire du piston en un mouvement rotatif du vilebrequin. Dans ce chapitre, on se propose de présenter l'analyse cinématique et dynamique de ce système en étudiant les relations de mouvement et les forces qui y interviennent, ainsi que leur impact sur les performances et la durabilité du moteur.

Le but de ce chapitre est de donner le contexte nécessaire aux calculs des forces de liaison dans les différents repères fixe et mobile liés aux éléments du système, à savoir : le bloc moteur ou cylindre, le vilebrequin, la bielle, et le piston y compris les segments et l'axe. Pour cela, un modèle cinématique et dynamique où les liaisons sont réduites à leur mobilité plane suffit pour obtenir des résultats avec la précision souhaitée.

Dans toute cette analyse, nous adopterons les hypothèses suivantes :

- les efforts de pesanteur sont négligeables devant les efforts dus aux gaz ;
- les contacts sont supposés ponctuels et sans frottement ;
- les éléments mécaniques sont géométriquement parfaits et symétriques.

II.2 Description du système piston-bielle-vilebrequin

Comme illustré dans la [figure II.1](#), l'attelage mobile du moteur est constitué de trois éléments principaux:

- **Le piston** : Il est situé dans le cylindre du moteur et se déplace de manière rectiligne, effectuant un mouvement alternatif dû à l'explosion du mélange air-carburant.
- **La bielle** : Elle est reliée au piston d'une part et au vilebrequin d'autre part. La bielle convertit le mouvement rectiligne du piston en un mouvement rotatif du vilebrequin.
- **Le vilebrequin** : Il convertit le mouvement de la bielle en un mouvement de rotation qui est ensuite

Utilisé pour entraîner les autres éléments du moteur et de la transmission.

II.3 Mise en place des repères et définition des points

L'étude du système bielle-manivelle nécessite la mise en place de trois repères ([Figure II.2](#))

- Repère fixe $R_0: (0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$
 - 0 est le centre de vilebrequin
 - $\vec{y}_0$ est l'axe du cylindre
 - $\vec{z}_0$ est l'axe du vilebrequin, le volant est placé sur les $\vec{z}_0$ positifs
- Repère mobile lié au vilebrequin $R_1: (0, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$; L'axe $\vec{y}_1$ porte la manivelle

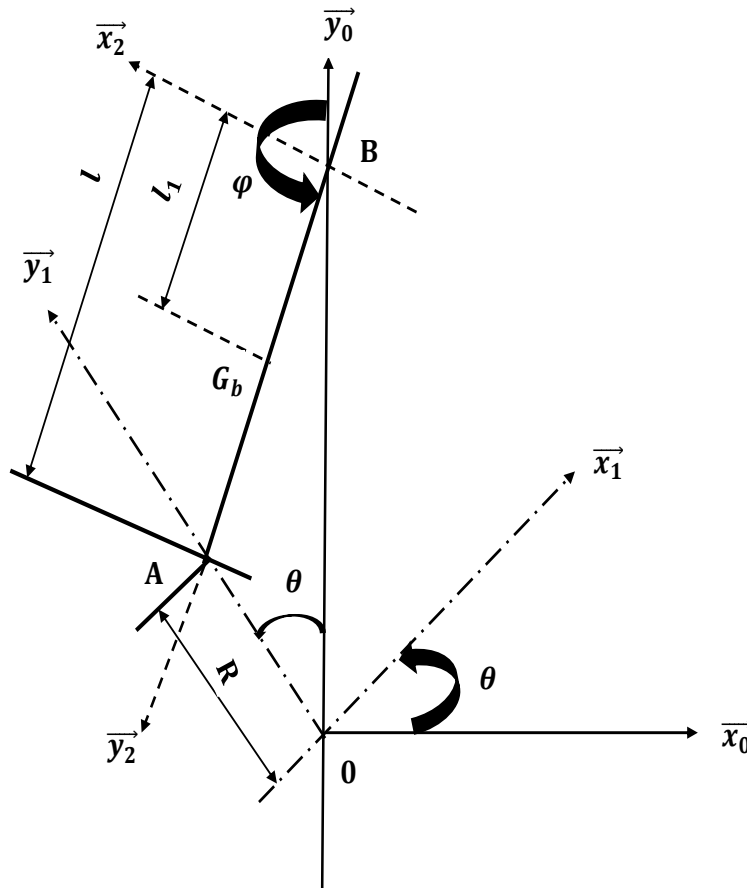


Fig. II. 2: Geometrical model of the crank-slider mechanism and setting up of different fram
 $\left(\lambda = \frac{l}{R}\right)$

On note θ l'angle de rotation du vilebrequin $\theta = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$ d'où le vecteur de rotation instantanée : $\overrightarrow{\Omega(1/0)} = \dot{\theta} \vec{z}$.

Le moteur tourne à vitesse constante ; donc : $\dot{\theta} = \text{constante}, \ddot{\theta} = 0$

On note A le centre de tête de bielle et R le rayon de manivelle ; donc : $\overrightarrow{OA} = R \vec{y}_1$

-Repérées mobile lie à la bielle : $(B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$

-B est le centre de pied de la bielle.

$\vec{y}_2$: porte la bielle

On note $\varphi = \vec{y}_0, \vec{y}_2$ d ou la vectrice rotation instantanée de la bielle : $\overrightarrow{\Omega(2/0)} = \dot{\varphi} \vec{z}$

Si l est l'entraxe de la bielle : $\overrightarrow{BA} = l \vec{y}_2$

On note G_b le centre de gravité de la bielle $\overrightarrow{BG_b} = l_1 \vec{y}_2$

II.4 formules de passage

Passage de repère $(0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ au repère $(0, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ (Figure II.3)

$$\overrightarrow{\Omega(1/0)} = \dot{\theta} \vec{z}$$

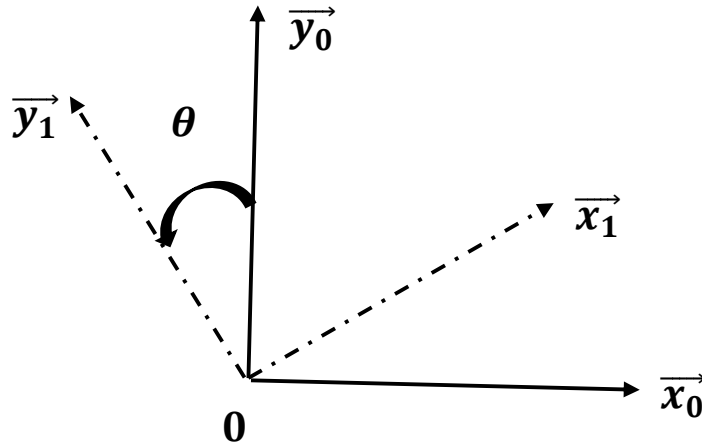


Fig. II. 3: Passage from fixed frame R_0 to mobile frame R_1

$$\begin{cases} \vec{x}_1 = \cos \theta \vec{x}_0 + \sin \theta \vec{y}_0 \\ \vec{y}_1 = -\sin \theta \vec{x}_0 + \cos \theta \vec{y}_0 \\ \vec{z}_1 = \vec{z}_0 \end{cases}$$

Passage de repère $(0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ au repère $(B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ (Figure II.4)

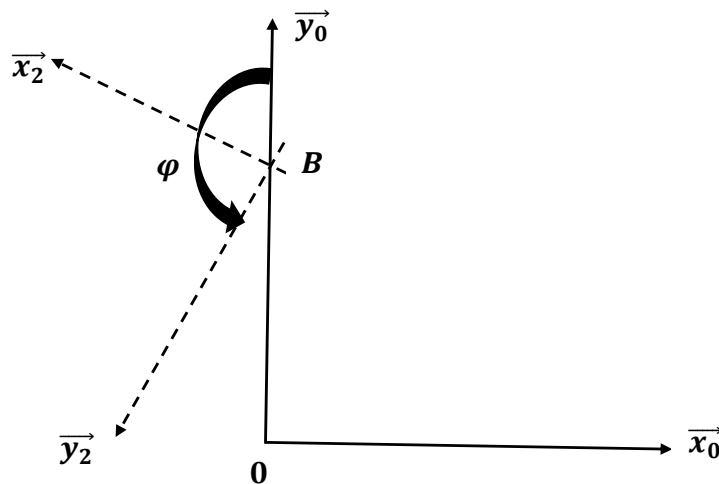


Fig. II. 4: Passage from fixed frame R_0 to mobile frame R_2

$$\begin{cases} \vec{x}_1 = \cos \varphi \vec{x}_0 + \sin \varphi \vec{y}_0 \\ \vec{y}_1 = -\sin \varphi \vec{x}_0 + \cos \varphi \vec{y}_0 \\ \vec{z}_1 = \vec{z}_0 \end{cases}$$

Passage de repère $(0, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ au repère $(B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ (Figure. II. 5)

$$\begin{cases} \vec{x}_1 = \cos \varphi \vec{x}_0 + \sin \varphi \vec{y}_0 \\ \vec{y}_1 = -\sin \varphi \vec{x}_0 + \cos \varphi \vec{y}_0 \\ \vec{z}_1 = \vec{z}_0 \end{cases}$$

Passage de repère $(0, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ au repère $(B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ (Figure. II. 5)

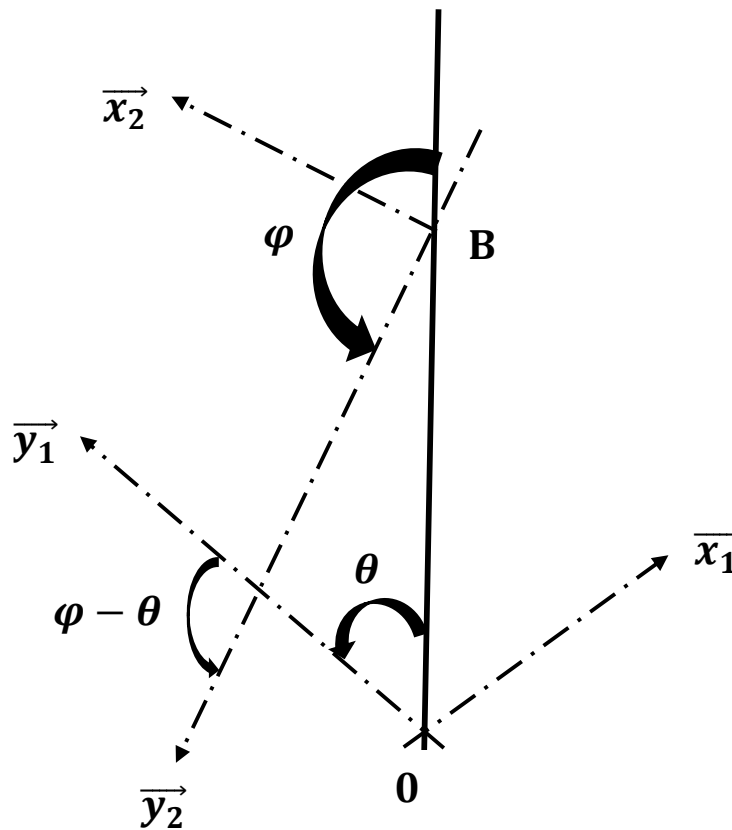


Fig. II. 5: Passage from frame R_1 to mobile frame R_2

$$\begin{cases} \vec{x}_2 = \cos(\varphi - \theta) \vec{x}_0 + \sin(\varphi - \theta) \vec{y}_0 \\ \vec{y}_2 = -\sin(\varphi - \theta) \vec{x}_0 + \cos(\varphi - \theta) \vec{y}_0 \\ \vec{z}_2 = \vec{z}_0 \end{cases}$$

II.5 Relation cinématique

II.5.1 Définition de l'angle φ

L'examen du système me bielle-manivelle nous montre qu'en projection sur l'axe $\vec{x}_0$. Le rayon de manivelle est égale à l'entre axe de bielle ; nous allons en tirer une relation cinématique fondamentale entre θ et φ

$\vec{OA} = R \vec{y}_1 = -R \sin \theta \vec{x}_0 + R \cos \theta \vec{y}_0$, La projection du vecteur $\vec{OA}$ sur $\vec{x}_0$ est: $-R \sin \theta$; $\vec{BA} = l \vec{y}_2 - l \sin \varphi \vec{x}_0 + l \cos \varphi \vec{y}_0$, La projection du $\vec{BA}$ sur $\vec{x}_0$ est: $-l \sin \varphi$. d ou la relation cinématique fondamentale : $R \sin \theta = l \sin \varphi$

On en tire la valeur de l'angle φ , définie par son sinus et son cosinus :

$$\frac{R}{l} \sin \theta = \frac{\sin \varphi}{\lambda}$$

$$\cos^2 \varphi = 1 - \sin^2 \varphi = 1 - \frac{R^2 \sin^2 \theta}{l^2} ; \cos \varphi = \pm \sqrt{1 - \frac{R^2 \sin^2 \theta}{l^2}}$$

II.5.2 Définition de l'angle $\dot{\varphi}$

Pour faire apparaître $\dot{\varphi}$ il suffit de dériver la relation cinématique fondamentale par rapport au temps :

$$\dot{\varphi} = \frac{R \dot{\theta} \cos \theta}{l \cos \varphi} = \frac{\dot{\theta} \cos \theta}{\lambda \cos \varphi}$$

II.5.3 Définition de l'angle $\ddot{\varphi}$

On dérive une deuxième fois la relation cinématique fondamentale par rapport au temps :

$$\ddot{\varphi} = \frac{L \dot{\varphi}^2 \sin \varphi - R \dot{\theta}^2 \sin \theta}{l \cos \varphi} = (\dot{\varphi}^2 - \dot{\theta}^2) \tan \varphi$$

II.6 Cinématique des différents points

II.6.1 Cinématique du point A

II.6.1.1 Position du point A

On a déjà calculé : $\vec{OA} = -R \sin \theta \vec{x}_0 + R \cos \theta \vec{y}_0$

Le point A se déplace sur un cercle de centre O de rayon R

II.6.1.2 Vitesse du point A

$$\vec{V}_{01}(A, 1/0) = -R \dot{\theta} \vec{x}_1$$

La vitesse du point A est constante, elle est portée par une tangente au cercle.

II.6.1.3 Accélération du point A

$$\overrightarrow{\Gamma(A, 1/0)} = -R \ddot{\theta} \overrightarrow{x_1} - R \dot{\theta}^2 \overrightarrow{y_1} = -R \dot{\theta}^2 \overrightarrow{y_1}$$

L'accélération du point A est constante ; elle est portée par un rayon du cercle ; elle est centripète.

II.6.2 Cinématique du point B

II.6.2.1 Position du point B

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OB} &= \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = R \overrightarrow{y_1} - L \overrightarrow{y_2} = -R \sin \theta \overrightarrow{x_0} + R \cos \theta \overrightarrow{y_0} + l \sin \varphi \overrightarrow{x_0} - l \cos \varphi \overrightarrow{y_0} \\ &= (R \cos \theta - l \cos \varphi) \overrightarrow{y_0} \end{aligned}$$

On note d l'ordonnée du point B tel que $d = (R \cos \theta - l \cos \varphi)$

Si $\theta=0$, B au PMH $\cos \theta = 1$, $\cos \varphi = -1$

-d prend la valeur maximale : $d_{MAX} = R + l$

Si $\theta=\pi$, B au PMH $\cos \theta = -1$, $\cos \varphi = -1$

-d prend la valeur minimale : $d_{MIN} = -R + l$

Le point B se déplace sur $\overrightarrow{y_0}$ entre d_{max} et d_{min} ; sa course est donc :

$$C = d_{max} - d_{min} = 2R.$$

II.6.2.2 vitesse du point B

$$\overrightarrow{V_{02}}(B, 2/0) = R \dot{\theta} \overrightarrow{x_1} + l \dot{\varphi} \overrightarrow{x_2} ; -R \dot{\theta} \cos \theta \overrightarrow{x_0} - R \dot{\theta} \sin \theta \overrightarrow{y_0} + R \dot{\theta} \cos \theta \overrightarrow{x_0} + R \dot{\varphi} \sin \theta \overrightarrow{y_0}$$

$$\overrightarrow{V_{02}}(B, 2/0) = R(\dot{\varphi} - \dot{\theta}) \sin \theta \overrightarrow{y_0} = R \dot{\theta} \left(\frac{\cos \theta}{\lambda \cos \varphi} - 1 \right) \sin \theta \overrightarrow{y_0}$$

Si $\theta = k\pi$, B est au PMH ou PMB, $\overrightarrow{V_{02}}(B, 2/0) = 0$

Si $\theta = (2k + 1/2) \pi$, $\overrightarrow{V_{02}}(B, 2/0) = -(-1)^k R \dot{\theta} \overrightarrow{y_0}$

➤ **Vitesse moyenne** : La vitesse moyenne de glissement du piston sur la chemise est :

$$V_{moy} = \text{course} \cdot N/30$$

➤ **Angle pour lequel la vitesse est maximale :**

La vitesse est maximale lorsque l'accélération est nulle. Le calcul sera fait dans le paragraphe 23. Cependant une bonne approximation consiste à retenir que la vitesse du piston est maximale lorsque la bielle est perpendiculaire au menton, c'est à dire lorsque le triangle OAB est rectangle en A.

II.6.2.3 L'accélération du point B

On utilise la définition de l'accélération :

$$\overrightarrow{\Gamma(B, 2/0)} = R\ddot{\varphi} \sin \theta \overrightarrow{y_0} + R\dot{\varphi} \dot{\theta} \cos \theta \overrightarrow{y_0} - R\dot{\theta}^2 \cos \theta \overrightarrow{y_0} ; \overrightarrow{\Gamma(B, 2/0)} = [(R\dot{\theta}(\dot{\varphi} - \dot{\theta}) \cos \theta + R\ddot{\varphi} \sin \theta) \overrightarrow{y_0}]$$

II.6.3 Cinématique du point G_b

II.6.3.1 Position du point G_b

$$\overrightarrow{OG_B} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AG_b} = R(\cos \theta - l \cos \varphi) + l_1 \overrightarrow{y_2} = R(\cos \theta - l \cos \varphi) \overrightarrow{y_0} - l_1 \cos \varphi \overrightarrow{x_0} + l_1 \sin \varphi \overrightarrow{y_0}$$

II.6.3.2 vitesse du point G_b

On utilise la définition de la vitesse ou le champ des vitesses d'un solide indéformable. Ω

$$\vec{V}_{02}(G_b, 2/0) = \vec{V}_{02}(G_b, 2/0) + \vec{\Omega}(2/0) \times \overrightarrow{BG_b}$$

$$\vec{V}_{02}(G_b, 2/0) = R(\dot{\varphi} - \dot{\theta}) \sin \theta \overrightarrow{y_0} - l_1 \dot{\varphi} \sin \varphi \overrightarrow{y_0}$$

II.6.3.3 Accélération du point G_b

On utilise la définition d'accélération :

$$\overrightarrow{\Gamma(B, 2/0)} = \left\{ \begin{array}{c} \frac{L1 R \dot{\theta}^2 \sin \theta}{l} \\ R \dot{\theta} (\dot{\varphi} - \dot{\theta} \frac{l_1 \dot{\varphi}}{l}) \cos \theta + R \ddot{\varphi} (1 - \frac{l_1}{l}) \sin \theta \\ 0 \end{array} \right\}_{R_0}$$

II.7 Vitesse de glissement

Pour étudier la tenue du coussinet de tête de bielle, il est nécessaire de connaître la vitesse de glissement du coussinet sur le maneton.

Soit un point M appartenant au coussinet de tête de bielle, porté par exemple par $\vec{y}_2$

Si on appelle R_m le rayon du maneton : $\overrightarrow{AM} = -R\overrightarrow{y_2}$

La vitesse de glissement du point M, lie au repère 2, par rapport au maneton lie au repère 1 est : $\overrightarrow{V(M, 2/1)}$

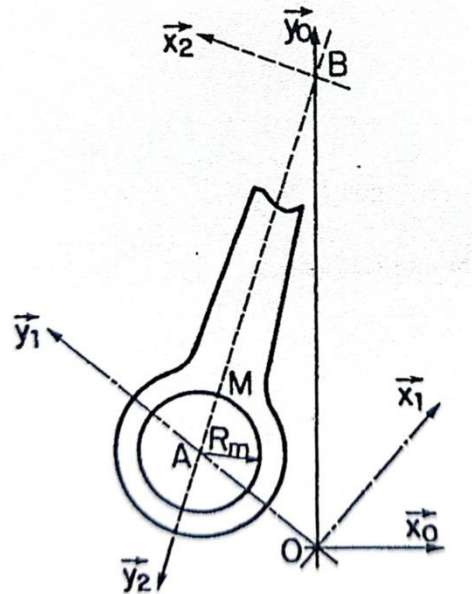


Fig. II. 6: Sliding speed of the big end connecting rod bearing on the crankpin

II.7.1 Calcul utilisant la définition de la vitesse

$$\overrightarrow{V(M, 2/1)} = \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AM} = R\overrightarrow{y_1} - R\overrightarrow{y_2}$$

$$\overrightarrow{V(M, 2/1)} = R_m(\dot{\varphi} - \dot{\theta})\overrightarrow{x_2}$$

Calcul utilisant le champ des vitesses d'un solide indéformable

$$\overrightarrow{V(M, 2/1)} = \overrightarrow{V(A, 2/1)} + \overrightarrow{\Omega(2/1)} \times \overrightarrow{AM}$$

Démonstration :

$$\overrightarrow{V(A, 2/1)} = \overrightarrow{V(B, 2/1)} + \overrightarrow{\Omega(2/1)} \times \overrightarrow{BA} = R(\dot{\varphi} - \dot{\theta})\sin\theta - \overrightarrow{V(B, 1/0)}$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{V(B, 1/0)} &= \overrightarrow{V(O, 1/0)} + \overrightarrow{\Omega(1/0)} \times \overrightarrow{OB} \\ &= \vec{0} + \dot{\theta}\vec{z} \times (R \cos\theta - l \cos\varphi) \overrightarrow{y_0} \\ &= \dot{\theta}(R \cos\theta - l \cos\varphi) \overrightarrow{x_0} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{V(B, 2/1)} &= R(\dot{\varphi} - \dot{\theta})\sin\theta\overrightarrow{y_0} + \dot{\theta}(R \cos\theta - l \cos\varphi) \overrightarrow{x_0} - \overrightarrow{\Omega(2/1)} \times \overrightarrow{BA} \\ &= -(\dot{\varphi} - \dot{\theta})l \cos\theta\overrightarrow{x_0} - (\dot{\varphi} - \dot{\theta})\sin\varphi \overrightarrow{y_0} \end{aligned}$$

$$\overrightarrow{V(A, 2/1)} = \begin{bmatrix} \dot{\theta} \cos \theta - \dot{\theta} l \cos \varphi - l \dot{\varphi} \cos \varphi + \dot{\theta} l \cos \varphi \\ R \dot{\varphi} \sin \theta - R \dot{\theta} \sin \theta - l \dot{\varphi} \sin \varphi + l \dot{\theta} \sin \varphi \\ 0 \end{bmatrix}_{R_1} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}_{R_0}$$

La vitesse de glissement du point M est finalement :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{V(M, 2/1)} &= \overrightarrow{\Omega(2/1)} \times \overrightarrow{AM} \\ &= (\dot{\varphi} - \dot{\theta}) \vec{z} \times -R_m \vec{y}_2 \\ &= R_m (\dot{\varphi} - \dot{\theta}) \vec{x}_2 \end{aligned}$$

II.8 Etude dynamique de la bielle

II.8.1 Analyse des actions mécaniques appliquées à la bielle

On isole la bielle ; il y a deux actions extérieures appliquées à celle-ci : l'action du maneton sur la bielle au point A et l'action de l'axe de piston sur la bielle au point B

$$\overrightarrow{G_b A} = (l - l_1) \vec{y}_2, \overrightarrow{G_b B} = -l_1 \vec{y}_2$$

Le torseur des forces au point A s'écrit alors : $[T]_A = \left\{ \begin{matrix} \vec{F}_A \\ \vec{m}_A \end{matrix} \right\}_A$

La liaison est du type verrou, donc : $\vec{F}_A \cdot \vec{z}_0 = 0$ et $\vec{m}_A \cdot \vec{z}_0 = 0$

Les pièces en mouvement étant géométriquement parfaites, la bielle ne transmet pas de moment au maneton du vilebrequin.

Le torseur des actions mécaniques au point A se résume donc à :

$$\vec{F}_A = \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ 0 \end{bmatrix}_{R_0} \text{ et } \vec{m}_A = \vec{0}$$

Le torseur au point B s'écrit : $[T]_B = \left\{ \begin{matrix} \vec{F}_B \\ \vec{m}_B \end{matrix} \right\}_B$

La liaison est du type pivot, donc : $\vec{F}_B \cdot \vec{z}_0 = 0$ et $\vec{m}_B \cdot \vec{z}_0 = 0$.

Les pièces en mouvement étant géométriquement parfaites, l'axe du piston ne transmet pas de moment à la bielle ; le torseur des actions mécaniques au point B se résume donc à :

$$\vec{F}_B = \begin{bmatrix} X_B \\ Y_B \\ 0 \end{bmatrix}_{R_0} \text{ et } \vec{m}_B = \vec{0}.$$

II.8.2. Equations vectorielles fondamentales de la bielle (2)

Les équations vectorielles fondamentales de la bielle sont :

$$\begin{cases} \overline{m_{bielle} \Gamma(G_b, 2/0)} = \Sigma \overline{F_{ext/bielle}} \\ \overline{\delta(bielle/G_b)} = \Sigma \overline{m_{f_{ext}/G_B}} \end{cases}$$

II.8.2 Calcul du moment dynamique

On commence par le calcul du moment cinétique :

$$\overline{\sigma^2(bielle/G_B)} = \overline{I(bielle/G_b)} \cdot \overline{\Omega(2/0)}$$

Le tenseur d'inertie et le vecteur rotation instantanée doivent être exprimés dans le même repère.

La bielle a deux plans de symétrie $(\vec{x}_2, \vec{y}_2)$ et $(\vec{y}_2, \vec{z}_2)$ donc les trois produits d'inertie sont nuls.

$$\overline{\sigma^{(2)}(bielle/G_B)} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\varphi} \end{Bmatrix}_{R_2} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\varphi} C \end{Bmatrix}_{R_2}$$

II.9 Calcul des moments

Puisque le moment dynamique est calculé par rapport au centre de la bielle. Il faut ramener les moments des forces extérieures appliquées à la bielle au centre de gravité.

-Moment de la force $\overline{F_A}$

$$\begin{aligned} \overline{m_{F_A/G_b}} &= \overline{m_{F_A/A}} + \overline{G_b A} \times \overline{F_A} \\ &= \vec{0}(l - l_1)\vec{y}_2 \times (X_A\vec{x}_0 + Y_A\vec{y}_0) \\ &= \begin{bmatrix} -(l - l_1)\sin\varphi \\ (l - l_1)\cos\varphi \\ 0 \end{bmatrix}_{R_0} \times \begin{Bmatrix} X_A \\ Y_A \\ 0 \end{Bmatrix}_{R_0} \\ \overline{m_{F_A/G_b}} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -(l - l_1)(X_A\cos\varphi + Y_A\sin\varphi) \end{bmatrix}_{R_0} \end{aligned}$$

-Moment de la force $\overline{F_B}$

$$\overline{m_{F_B/G_b}} = \overline{m_{F_B/B}} + \overline{G_b B} \times \overline{F_B}$$

$$\begin{aligned}
 &= \vec{0} - l_1 \vec{y}_2 \times (X_B \vec{x}_0 + Y_B \vec{y}_0) \\
 &= \begin{bmatrix} l_1 \sin \varphi \\ -l_1 \cos \varphi \\ 0 \end{bmatrix}_{R_0} \times \begin{Bmatrix} X_B \\ Y_B \\ 0 \end{Bmatrix}_{R_0} \\
 \overrightarrow{m_{F_B/G_b}} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -l_1 (X_B \cos \varphi + Y_B \sin \varphi) \end{bmatrix}_{R_0}
 \end{aligned}$$

II.9.1 Equations scalaires de la bielle

II.9.1.1 Projection des équations vectorielles

La projection de l'équation vectorielle (I) sur le repère ($\vec{0}, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0$) donne :

- Sur l'axe $\vec{x}_0$:

$$m_{bielle} \cdot \frac{l_1}{l} R \dot{\theta}^2 \sin \theta = X_A + X_B \quad [\text{II.1}]$$

- Sur $\vec{y}_0$: $m_{bielle} \cdot [R \dot{\theta} (\varphi - \theta - \frac{l_1}{l} \dot{\varphi}) \cos \theta + R \ddot{\varphi} (1 - \frac{l_1}{l}) \sin \theta] = Y_A + Y_B$ [II.2]

- Sur $\vec{z}_0$: $0 = 0$

La projection de l'équation vectorielle sur le repère ($\vec{0}, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0$) donne :

Sur $\vec{x}_0$: $0 = 0$

Sur $\vec{y}_0$: $0 = 0$

$$\text{Sur } \vec{z}_0 : -(l - l_1)(X_A \cos \varphi + Y_A \sin \varphi) + l_1(X_B \cos \varphi + Y_B \sin \varphi) = \ddot{\varphi} C \quad [\text{II.3}]$$

On peut conclure que l'étude dynamique de la bielle a permis d'aboutir à un système de trois équations linéaires II.1 , II.2 , II.3 à quatre inconnues X_A , Y_A , X_B et Y_B . Il faut donc isoler le solide voisin, c'est à dire le piston afin de faire apparaître une équation supplémentaire sans inconnue en plus ou (n+1) équations supplémentaires avec n inconnues en plus.

II.10 Etude dynamique du piston

II.10.1 Analyse des équations mécaniques appliquées au piston

$$\overrightarrow{G_p B} = l_2 \vec{y}_0$$

$$\overrightarrow{G_p C} = \frac{D}{2} \vec{x}_0 + l_4 \vec{y}_0$$

$$\overrightarrow{G_p P} = l_3 \vec{y}_0$$

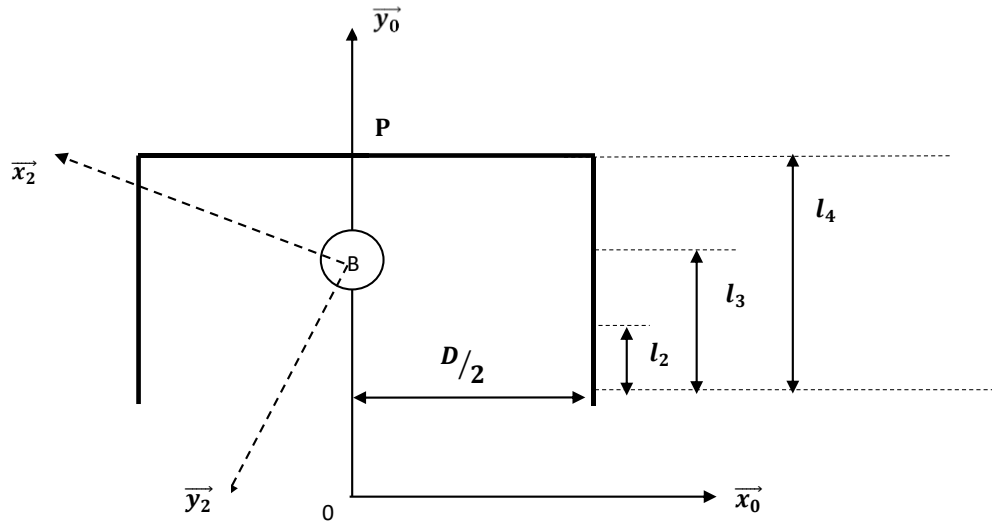


Fig. II. 7: Analysis of the mechanical actions exerted on the piston

-Torseur au point B $[T]_B: \left\{ \begin{matrix} \vec{F}_B \\ \vec{m}_B \end{matrix} \right\}_B$

La liaison bielle-piston par l'intermédiaire de l'axe de piston est l'opposée de la liaison piston-bielle. Le torseur des actions mécaniques au point B est donc :

$$\vec{F}_B = \begin{pmatrix} -X_B \\ -Y_B \\ 0 \end{pmatrix}_{R_0}, \quad \vec{m}_B = \vec{0}$$

-Torseur au point C $[T]_C: \left\{ \begin{matrix} \vec{F}_C \\ \vec{m}_C \end{matrix} \right\}_C$

Le torseur des actions mécaniques au point C se résume donc à :

$$\vec{F}_C = \begin{pmatrix} X_C \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{R_0}, \quad \vec{m}_C = \vec{0}$$

Torseur au point P $[T]_P: \left\{ \begin{matrix} \vec{F}_P \\ \vec{m}_P \end{matrix} \right\}_P$

Le torseur des actions mécaniques au point P se résume donc à :

$$\vec{F}_P = \begin{pmatrix} 0 \\ -Y_P(\theta) \\ 0 \end{pmatrix}_{R_0}, \quad \vec{m}_P = \vec{0}; \text{ avec } Y_P(\theta) = \frac{\pi D^2}{4} \cdot P(\theta)$$

II.10.2 Equations vectorielles fondamentales du piston

Les équations vectorielles fondamentales du piston sont :

$$\begin{cases} m_{Piston} \cdot \overrightarrow{\Gamma(G_P, piston/0)} = \Sigma \overrightarrow{F_{ext/piston}} \\ \delta(\overrightarrow{piston/G_P}) = \Sigma \overrightarrow{mF_{ext/G_P}} \end{cases}$$

Le piston est un solide indéformable, son mouvement est une translation, donc tous ses points ont même vitesse et même accélération. En particulier le point G_P a la même accélération que le point B :

$$\overrightarrow{\Gamma(G_P, piston/0)} = \overrightarrow{\Gamma(B, 2/0)}$$

II.11 Calcul du couple moteur

Par définition, le couple moteur est l'effort perpendiculaire du maneton appliqué par la bielle sur le maneton, multiplié par le rayon $R = \frac{\text{Course}}{2}$

Nous connaissons l'effort perpendiculaire du maneton, est

$$\overrightarrow{F_A} \cdot \overrightarrow{x_1} = X_A \cos \theta + Y_A \sin \theta$$

Mais cet effort, est l'effort du maneton sur la bielle

Le couple moteur et donc l'opposé multiplié par le rayon

$$\overrightarrow{C_{moteur}} \cdot \overrightarrow{x_1} = -R \overrightarrow{F_A} \cdot \overrightarrow{x_1} = -R(X_A \cos \theta + Y_A \sin \theta)$$

II.12 Calcul des moments dynamiques

$$\overrightarrow{\sigma^0(piston/G_P)} = \overrightarrow{I(piston/G_P)_{G_P, R_0}} \cdot \overrightarrow{\Omega(piston, 2/0)}$$

Le piston n'a aucune rotation par rapport au repère 0, donc :

$$\overrightarrow{\Omega(piston, 2/0)} = \vec{0} \text{ Donc } \overrightarrow{\sigma^0(piston/G_P)} = \vec{0}$$

II.12.1 Calcul du moment

Il faut ramener les moments des forces extérieures au centre de gravité du piston :

-Moment de force $-\vec{F}_B$:

$$\overrightarrow{m - \vec{F}_B / G_P} = \overrightarrow{m - \vec{F}_B / B} + \overrightarrow{G_P / B} \times \overrightarrow{-F_B} = \overrightarrow{0} + l_2 \overrightarrow{y_0} \times \begin{pmatrix} -X_B \\ -Y_B \\ 0 \end{pmatrix}_{R_0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ l_2 X_B \end{pmatrix}_{R_0}$$

-Moment de force $\vec{F}_C$:

$$\overrightarrow{m \vec{F}_C / G_P} = \overrightarrow{m \vec{F}_C / C} + \overrightarrow{G_P / C} \times \overrightarrow{F_C} = \overrightarrow{0} + \begin{pmatrix} \frac{D}{2} \\ l_4 \\ 0 \end{pmatrix}_{R_0} \times \begin{pmatrix} X_C \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{R_0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -l_4 X_B \end{pmatrix}_{R_0}$$

-Moment de force $-\vec{F}_P(\theta)$:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{m - \vec{F}_P(\theta) / G_P} &= \overrightarrow{m - \vec{F}_P / P(\theta)} + \overrightarrow{G_P / P} \times \overrightarrow{-F_P(\theta)} \\ &= \overrightarrow{0} + l_3 \overrightarrow{y_0} \times -Y_P(\theta) \overrightarrow{y_0} \quad \overrightarrow{m - \vec{F}_P(\theta) / G_P} = \overrightarrow{0} \end{aligned}$$

II.12.2 Equations scalaires du piston

II.12.2.1 Projection des équations vectorielles fondamentales

La projection des équations vectorielles II.3 sur le repère $(\mathbf{0}, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$ donne :

$$\text{- Sur } \overrightarrow{x_0} : -X_B + X_C \quad \text{[II.4]}$$

$$\text{- Sur } \overrightarrow{y_0} : [R \dot{\theta}(\dot{\phi} - \dot{\theta}) \cos \theta + R \ddot{\phi} \sin \theta] \quad \text{[II.5]}$$

$$\text{- Sur } \overrightarrow{z_0} : 0 = 0$$

La projection de l'équation vectorielle II.4 sur le repère $(\mathbf{0}, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$

$$\text{- Sur } \overrightarrow{x_0} : 0=0$$

$$\text{- Sur } \overrightarrow{y_0} : 0=0$$

$$\text{- Sur } \overrightarrow{z_0} : 0 = l_2 X_B - l_4 X_C$$

II.12.2.2 Système d'équations algébriques

Le système final est un système de cinq équations X_A, Y_A, X_B, Y_B et X_C

Un traitement informatique simple permet de déterminer les inconnues en fonction de l'angle vilebrequin

$$\vec{F}_A = \begin{pmatrix} X_B \\ Y_B \\ 0 \end{pmatrix}_{R_0} \quad \vec{F}_B = \begin{pmatrix} X_B \\ Y_B \\ 0 \end{pmatrix}_{R_0} \quad \vec{F}_C = \begin{pmatrix} X_C \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{R_0}$$

$$X_A + X_B = m_{bielle} \cdot \left(\frac{l_1}{l} R \dot{\theta}^2 \sin \theta \right)$$

$$Y_A + Y_B = m_{bielle} \cdot [R\dot{\theta} \left(\dot{\varphi} - \dot{\theta} - \frac{l_1}{l} \dot{\varphi} \right) \cos \theta + R \ddot{\varphi} \left(1 - \frac{l_1}{l} \right) \sin \theta]$$

$$-(l - l_1) \cos \varphi X_A - (l - l_1) \sin \varphi Y_A + l_1 \cos \varphi X_B + l_1 \sin \varphi Y_B = \ddot{\varphi} C$$

$$-X_B + X_C = 0$$

$$Y_B = -\frac{\pi D^2}{4} P(\theta) - m_{piston} \cdot [R\dot{\theta}(\dot{\varphi} - \dot{\theta}) \cos \theta + R \ddot{\varphi} \sin \theta]$$

Soit sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -(l - l_1) \cos \varphi & -(l - l_1) \sin \varphi & l_1 \cos \varphi & l_1 \sin \varphi & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_A \\ Y_A \\ X_B \\ Y_B \\ X_C \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} m_{bielle} \cdot \left(\frac{l_1}{l} R \dot{\theta}^2 \sin \theta \right) \\ m_{bielle} [R\dot{\theta} \left(\dot{\varphi} - \dot{\theta} - \frac{l_1}{l} \dot{\varphi} \right) \cos \theta + R \ddot{\varphi} \left(1 - \frac{l_1}{l} \right) \sin \theta] \\ \ddot{\varphi} C \\ 0 \\ -\frac{\pi D^2}{4} P(\theta) - m_{piston} [R\dot{\theta}(\dot{\varphi} - \dot{\theta}) \cos \theta + R \ddot{\varphi} \sin \theta] \end{Bmatrix} \quad [\text{II.6}]$$

Pour l'exploitation des résultats on a besoin de connaître les composantes des forces dans les repères mobiles 1 et 2 .Pour ceci, il suffit, lors du traitement informatique, de faire un changement de repère après résolution du système s d'équation :

$$\vec{F}_A = \begin{Bmatrix} X_A \\ Y_A \\ 0 \end{Bmatrix}_{R_0} = \begin{Bmatrix} X_A \cos \theta + Y_A \sin \theta \\ -X_A \sin \theta + Y_A \cos \theta \\ 0 \end{Bmatrix}_{R_1} = \begin{Bmatrix} X_A \cos \varphi + Y_A \sin \varphi \\ -X_A \sin \varphi + Y_A \cos \varphi \\ 0 \end{Bmatrix}_{R_2}$$

$$\vec{F}_B = \begin{Bmatrix} X_B \\ Y_B \\ 0 \end{Bmatrix}_{R_0} = \begin{Bmatrix} X_B \cos \theta + Y_B \sin \theta \\ -X_B \sin \theta + Y_B \cos \theta \\ 0 \end{Bmatrix}_{R_1} = \begin{Bmatrix} X_B \cos \varphi + Y_B \sin \varphi \\ -X_B \sin \varphi + Y_B \cos \varphi \\ 0 \end{Bmatrix}_{R_2}$$

II.13 Application au moteur d'automobile monocylindre à quatre temps

L'analyse cinématique et dynamique du système piston-bielle-vilebrequin a conduit à l'élaboration d'un programme de calcul en langage MS-Fortran 90 dont la validation est effectuée en comparant les résultats obtenus par le programme et ceux publiés dans l'ouvrage de Swoboda [1].

La détermination des diagrammes de charge dans les trois repères R_0 , R_1 , et R_2 liés respectivement au cylindre (bloc moteur), au vilebrequin, et à la bielle nécessite la

connaissance des données relatives au moteur (Tableau II.1) et les signaux de la pression de combustion relevés dans le cylindre du moteur représentés en figure II.8, en fonction de l'angle de rotation du vilebrequin variant de 0 à 720°, pour deux vitesses de rotation du vilebrequin $\dot{n} = 3200$ et 5400 rpm .

Les diagrammes de pression ont été obtenus par digitalisation et interpolation à l'aide de splines cubiques des deux profils de pression données dans la référence [1] et ce pour les deux vitesses de rotation du moteur (vilebrequin). Ces diagrammes présentent des pics de pression de 4.7 MPa et 3.9 MPa pour un même angle de vilebrequin $\theta=380$ degrés à partir du point mort haut (Top Dead Center) correspondant respectivement à $\dot{n} = 5400 \text{ rpm}$ et $\dot{n} = 3200 \text{ rpm}$.

Table II. 1: Data of the studied four stroke single-cylinder internal combustion engine

Paramètre	Symbole	Valeur	Unité
Diamètre du cylindre	D	91.7	mm
Course du piston	C	81.6	mm
Cylindrée du moteur		2155	cm^3
Entraxe de bielle (connecting-rod)	l	137.	mm
Rayon de la manivelle	$R=C/2$	40.8	mm
Rapport de l'entraxe au rayon de la manivelle	λ	3.358	-
Rayon du maneton (crankpin)	R_m	26.	mm
Masse totale de la bielle	m_{bielle}	0.019	kg
Masse totale du piston	m_{piston}	0.690	kg
Moment d'inertie au centre d'inertie G_b de la bielle	C	0.003486	kg.m^2
Vitesse de rotation du vilebrequin (crankshaft)	$\dot{n}$	3200. ; 5400.	rpm

Insérer les signaux de pression pour 3200 & 5400 rpm (Figure. II.8)

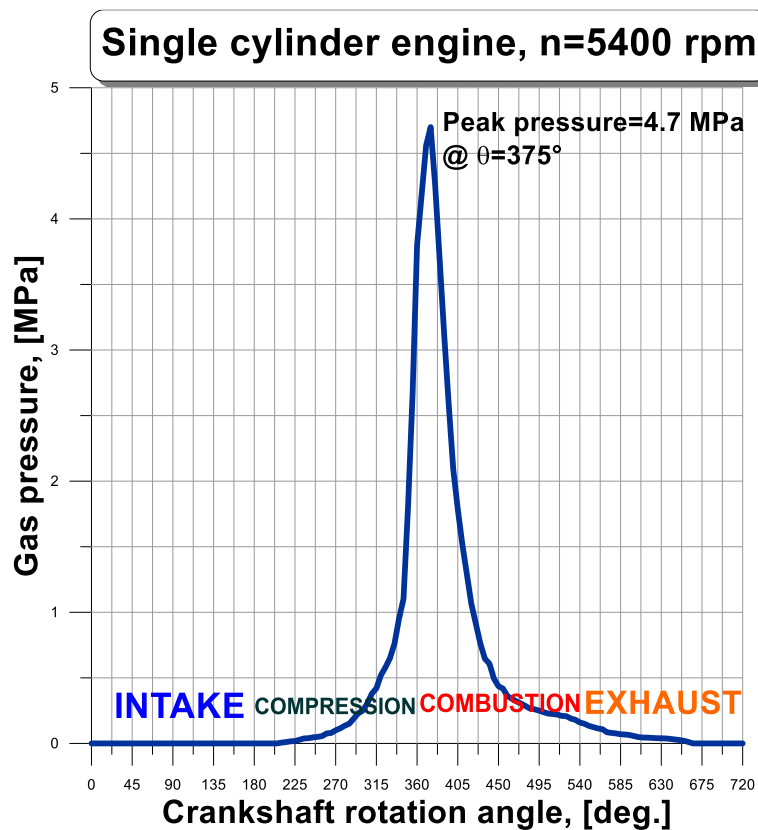


Fig. II. 8: Gas pressure as a function of the crank angle obtained for a single cylinder engine operating at n=5400 rpm

II.13.1 Détermination de la position du centre de gravité

On détermine par pesée les masses de la tête de bielle m_A et du pied de bielle m_B (figures II.9 à II.12) en vérifiant que $m_A + m_B = m_{bielle}$, puis par calcul on détermine la position du centre de masse de la bielle par la relation suivante :

$$m_A l = m_{bielle} l_1$$

$$\text{Soit } l_1 = l \frac{m_A}{m_{bielle}} = 107 \text{ mm}$$

Le moment d'inertie de la bielle par rapport à l'axe $\vec{z}$ passant par son centre d'inertie est déterminé par pendule autour du point B (figure II. 8).

Si on prend la précaution de donner à la bielle de petites oscillations, on peut utiliser la formule donnant la période d'un pendule pesant pour trouver le moment d'inertie de la bielle par rapport à l'axe $\vec{z}$ passant par le point B'. Le pendule exécute 77 oscillations en 1 minute [1], la période est alors : $T = \frac{1}{\text{fréquence}} = \frac{1}{\frac{77}{60}} = 0.7792 \text{ s}$. Sachant que la période du pendule pesant s'exprime par la relation suivante :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_{B'}}{m_B g L'_1}}$$

ce qui donne $I_{B'} = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 m_B g L'_1 = 0.0165 \text{ kg.m}^2$.

Pour ramener le moment d'inertie au centre d'inertie G_b , on utilise la formule de Huygens :

$$C = I_{G_B Z} = I_{B'} - m_B l'_1 = 0.003486 \text{ kg.m}^2$$

Enfin, il nous reste à connaître la masse du piston assemblé. Il se compose du piston nu ou jupe, de l'axe de piston, des joncs d'arrêt d'axe et de la segmentation : $m_{piston} = 0.690 \text{ kg}$

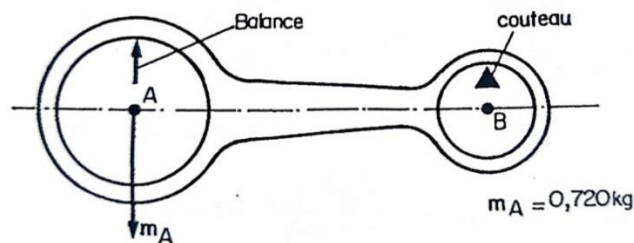


Fig. II. 9: Big end connecting rod bearing mass

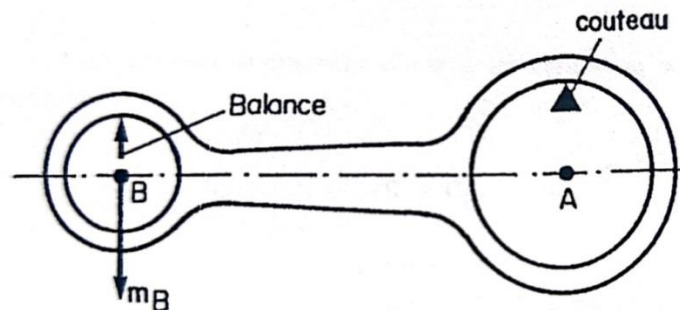


Fig. II. 10: Small end connecting rod bearing mass

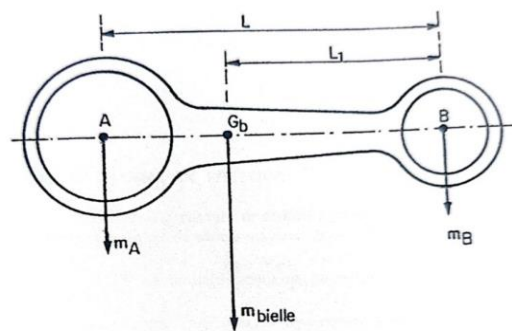


Fig. II. 11: Position of the rod's mass gravity center

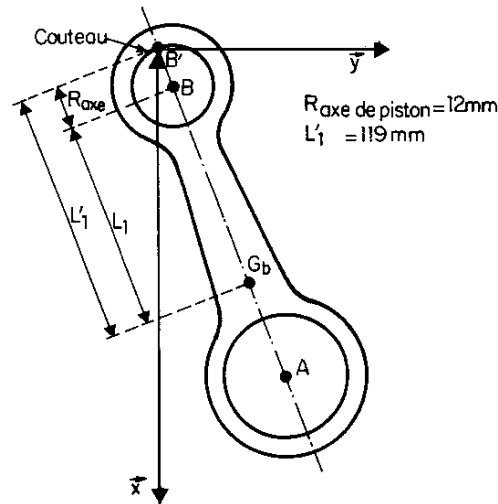


Fig. II. 12: Method of measurement of the inertia moment of the connecting rod by pendulum operation

Les figures II.13 à II.21 représentent sous forme graphique les résultats obtenus par le code de calcul développé dans le cas du moteur monocylindre à quatre temps tournant à une vitesse de rotation $n=5400$ rpm. Ces résultats concernent les diagrammes de charges calculés dans les différentes bases représentés sous formes cartésienne et polaire ainsi que le couple moteur. D'après les figures II.17-II.18 et II.20-II.21, on constate une bonne concordance entre les résultats de calcul obtenus par le programme avec ceux publiés dans la référence [1].

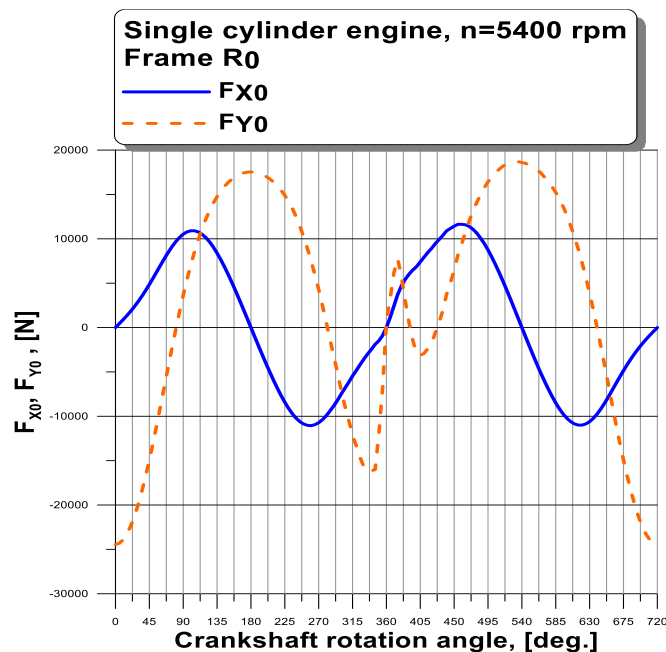


Fig. II. 13: Cartesian representation of the force components exerted on the big-end rod bearing calculated in frame R_0

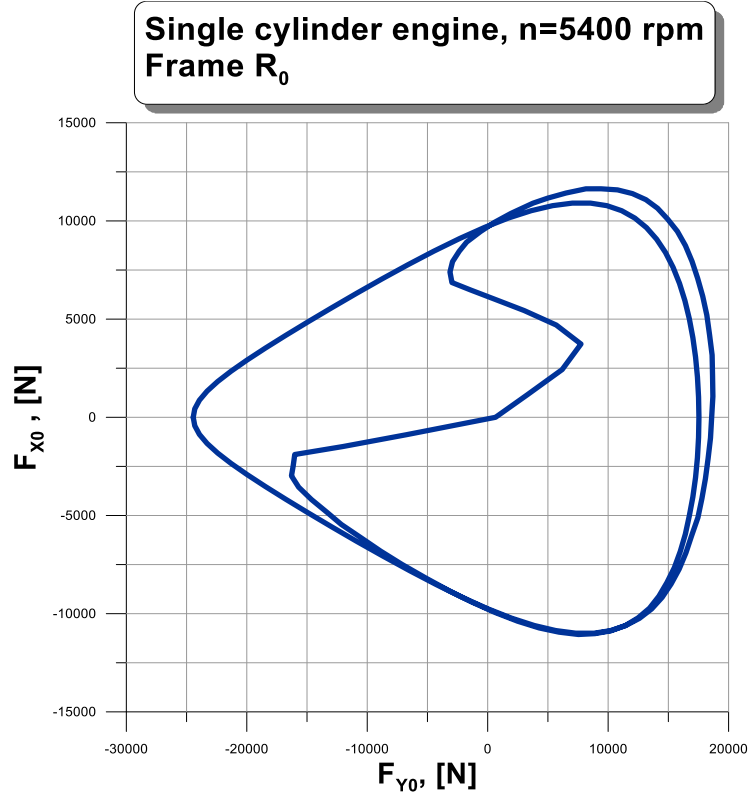


Fig. II. 14: Polar representation of the force exerted on the big-end rod bearing by the crankpin calculated in frame R_0

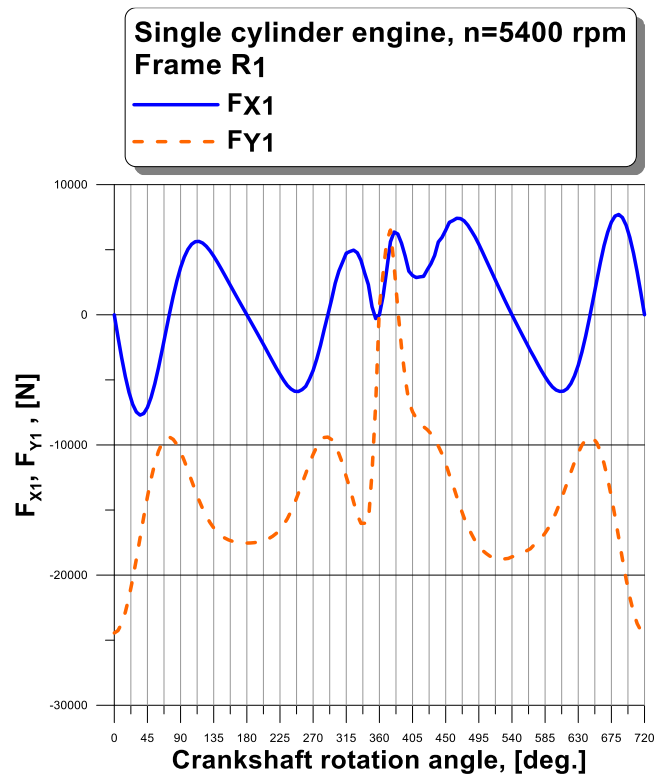


Fig. II. 15: Cartesian representation of the force components exerted on the big-end rod bearing calculated in frame R_1

Single cylinder engine, $n=5400$ rpm
Frame R_1

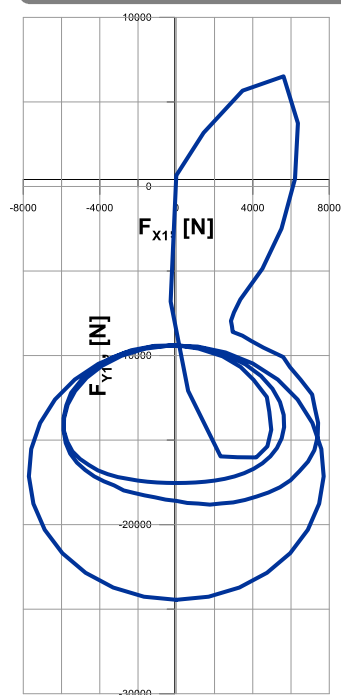


Fig. II. 16: Polar representation of the force exerted on the big-end rod bearing by the crankpin calculated in frame R_1

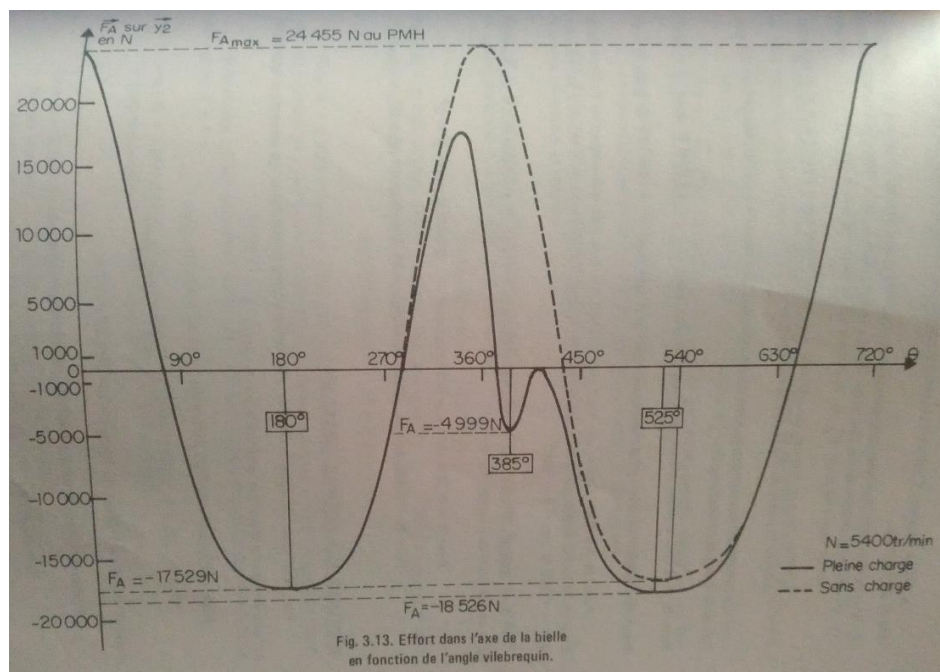
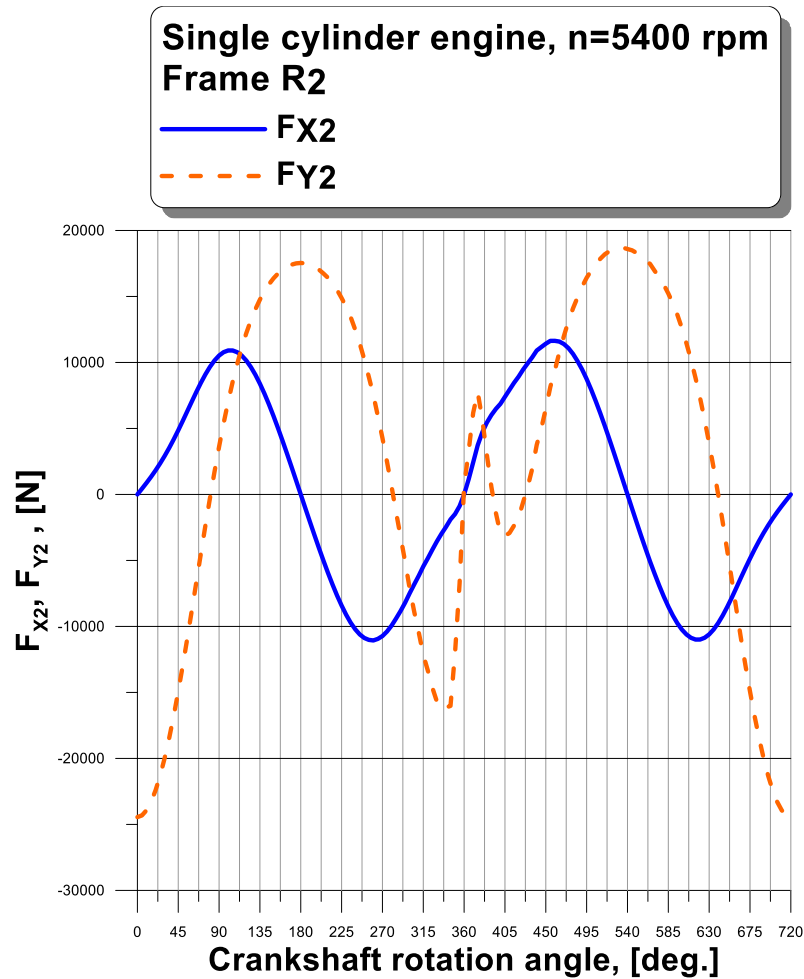


Fig. II. 17 : Comparison of the calculated force components in frame R₂ exerted on the big-end rod bearing with that obtained by Swoboda [1]

Single cylinder engine, $n=5400$ rpm
Frame R_2

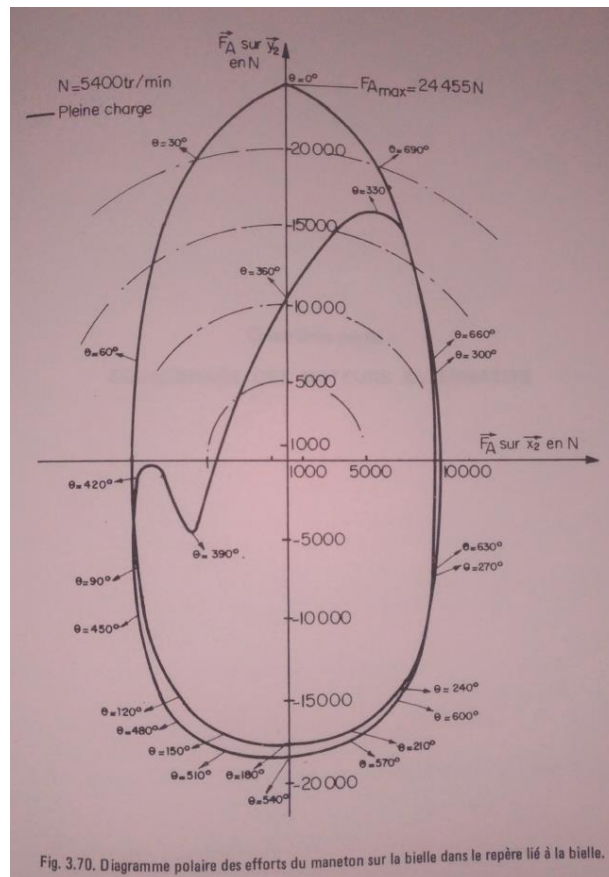
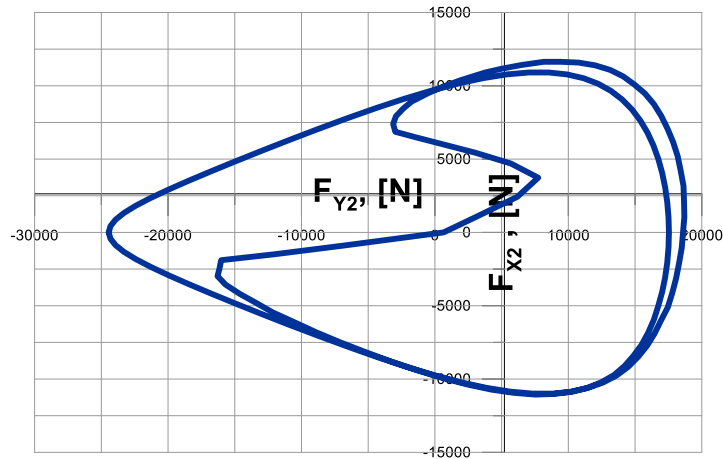


Fig. II.18: Comparison of the calculated polar load diagram in frame R_2 representing the force exerted on the big-end rod bearing by the crankpin with that obtained by [1]

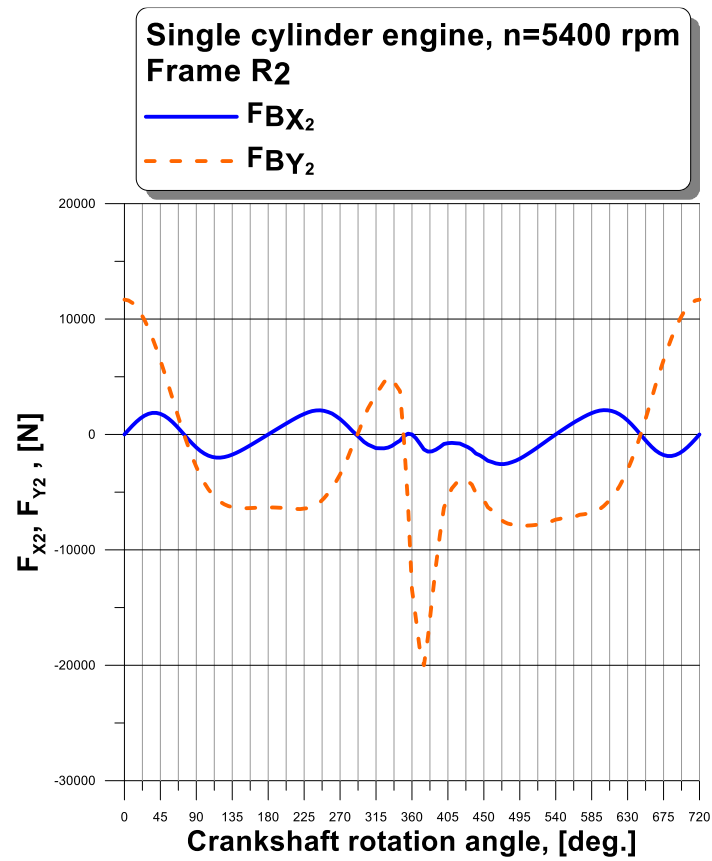


Fig. II. 19: Cartesian representation of the force components exerted on the small-end rod bearing calculated in frame R_2

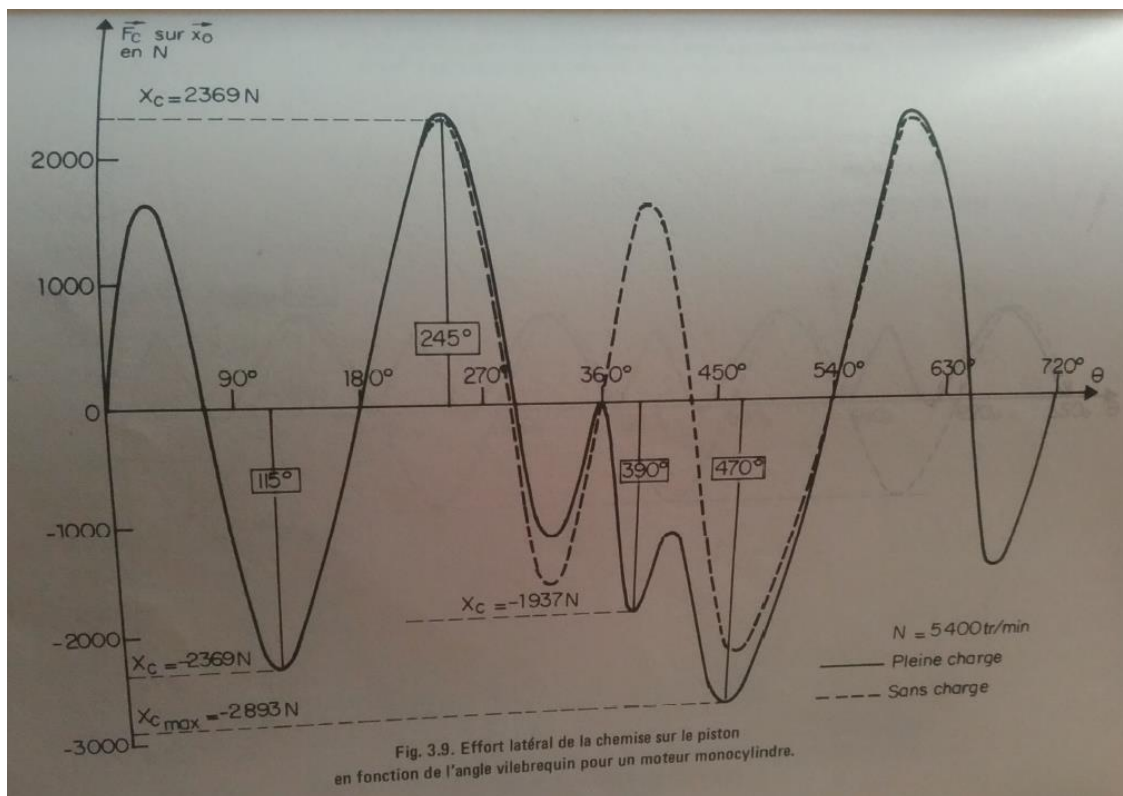
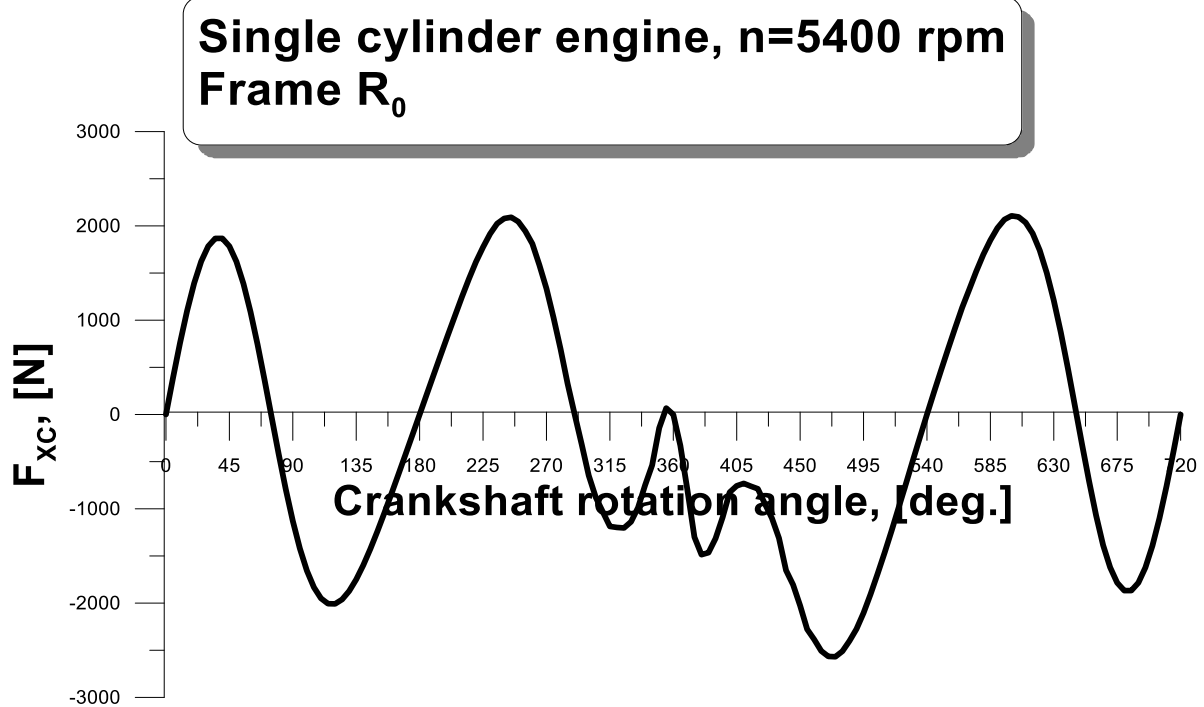


Fig. II. 20: Comparison of the calculated force exerted by the cylinder in frame R_0 on the piston skirt with that published by Swoboda [1].

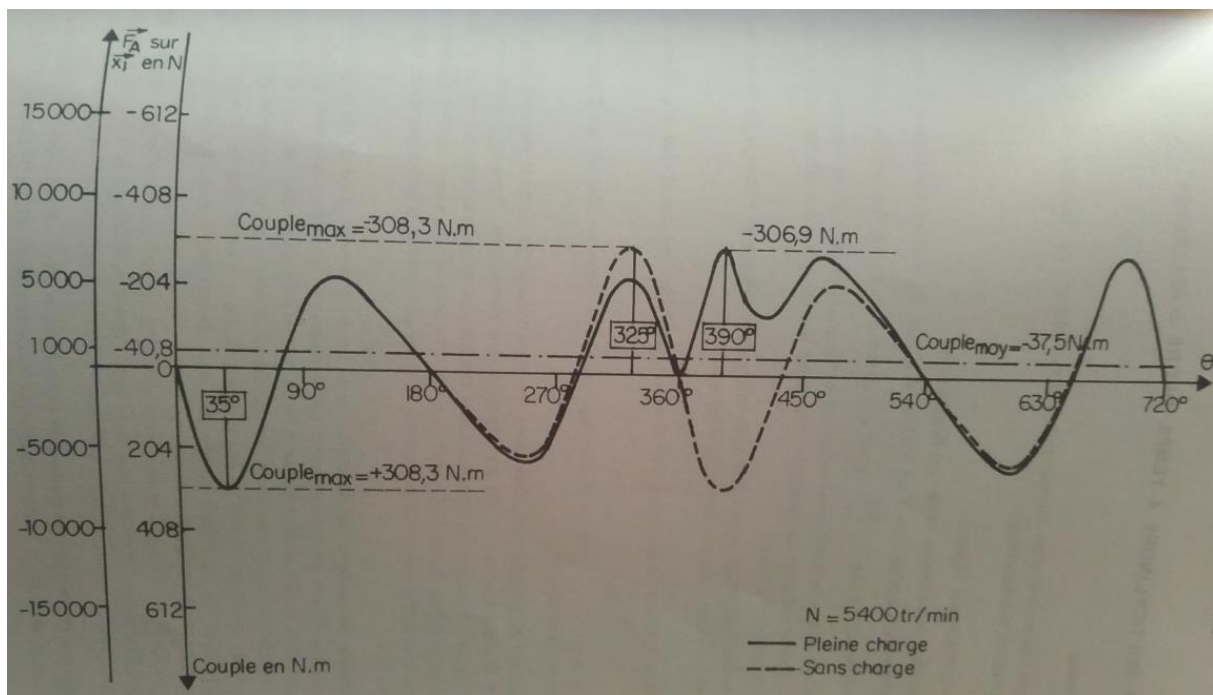
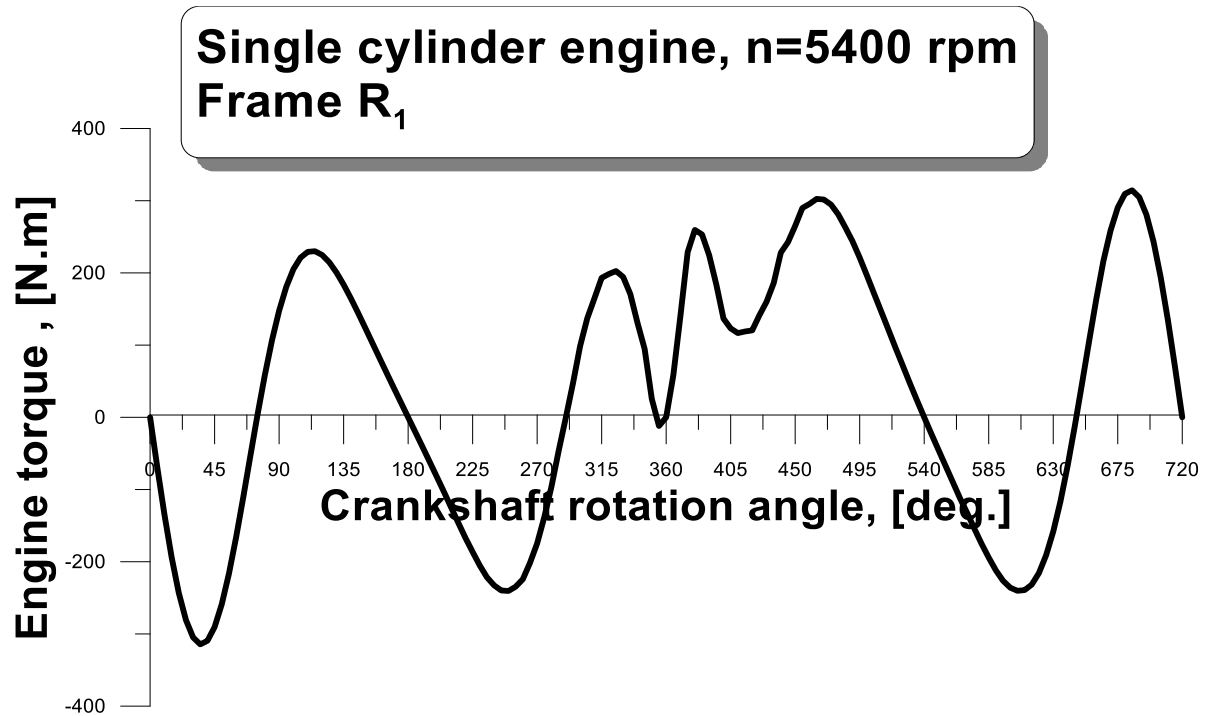


Fig. II. 21: Comparison of calculated engine torque representing the action of the big-end rod on the crankpin with that published by Swoboda [1]

II.14 Application du modèle au calcul des diagrammes de charge d'un moteur multicylindre Peugeot pour l'analyse dynamique des paliers de tête de bielle

Après avoir validé le code de calcul MS-Fortran 90, nous allons déterminer les diagrammes de charge appliqués à la bielle pour un moteur quatre temps à quatre cylindres en ligne dont les caractéristiques sont données dans le [tableau II.2](#). Les diagrammes de pression instantanée relevés dans un cylindre du moteur sont donnés pour deux régimes de fonctionnement du moteur ($N=3000$ et 6000 rpm ou *tr/min*) [figure II.22](#). Pour les deux régimes, les pics de pression valent 5.4 et 6.3 MPa et correspondent respectivement à un angle de vilebrequin de 360 degrés. L'angle zéro du vilebrequin (TDC ou PMH) correspond au début de la phase d'admission (intake).

Table II.2: Data of the studied internal combustion engine “Peugeot”

Paramètres	Symboles	Valeurs	Unités
Rayon du vilebrequin	R	0.044	[m]
Diamètre du piston	D	0.083	[m]
Surface du piston	$S = \frac{\pi D^2}{4}$	0.00541	[m ²]
Défaut d'alignement	D	0.	[m]
Longueur de bielle	L	0.143	[m]
Position relative du centre de masse de la bielle	$k = AG_2/L = \left(1 - \frac{m_A}{m_2}\right)$ $AG_2 = L \left(1 - \frac{m_A}{m_2}\right)$	0.24964	[-]
Masse de la bielle	$m_2 = m_A + m_B$	0.693	[kg]
Moment d'inertie de la bielle(G z ₀)	I_2 $= m_A (AG_2)^2$ $+ m_B (L - AG_2)^2$	0.002655	[kg.m ²]
Masse du piston et de l'axe	$m_3 + m_4$	0.550	[kg]
Masse de tête de bielle	m_A	0.520	[kg]
Masse de pied de bielle	m_B	0.173	[kg]
Vitesse de rotation du vilebrequin	N	3. & 6.	[krpm]
Pas angulaire du vilebrequin	$\Delta\theta$	5.	[degrés]

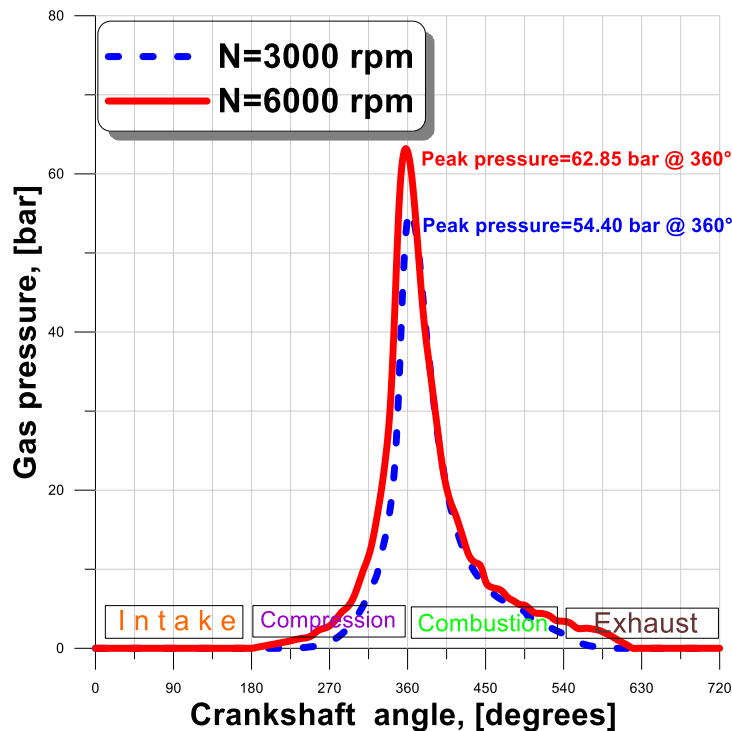


Fig. II. 22: Gas pressure signals measured in the combustion chamber

Dans les figures (II.23) à (II.25), nous représentons les diagrammes de charge polaires du maneton de vilebrequin sur la bielle avec prise en considération des effets d'inertie et d'explosion pour les deux régimes de fonctionnement du moteur $N=3000$ et 6000 rpm . Ces figures montrent que l'effort maximal pour $N=3000 \text{ rpm}$ est essentiellement dû à l'explosion dont la valeur est de 23.5 kN obtenue pour un angle de vilebrequin de 360 degrés . Ce pic de charge correspond bien évidemment au pic de pression relevé dans le cylindre (Figure II.22).

Pour une vitesse de rotation du vilebrequin plus importante ($N=6000 \text{ rpm}$), les effets d'inertie deviennent naturellement prépondérants (valeur maximale égale à 25.31 kN) et doivent être pris en considération dans les calculs.

Le but essentiel de la représentation polaire est d'indiquer l'effort maximal et sa direction, ce qui permet au constructeur de déterminer convenablement la position des trous d'alimentation en lubrifiant sur le maneton pour la lubrification du coussinet de tête de bielle. D'autre part, la connaissance de ces diagrammes de charge exprimés dans les différents repères, nous permet également d'étudier le comportement dynamique des différents paliers du moteur.

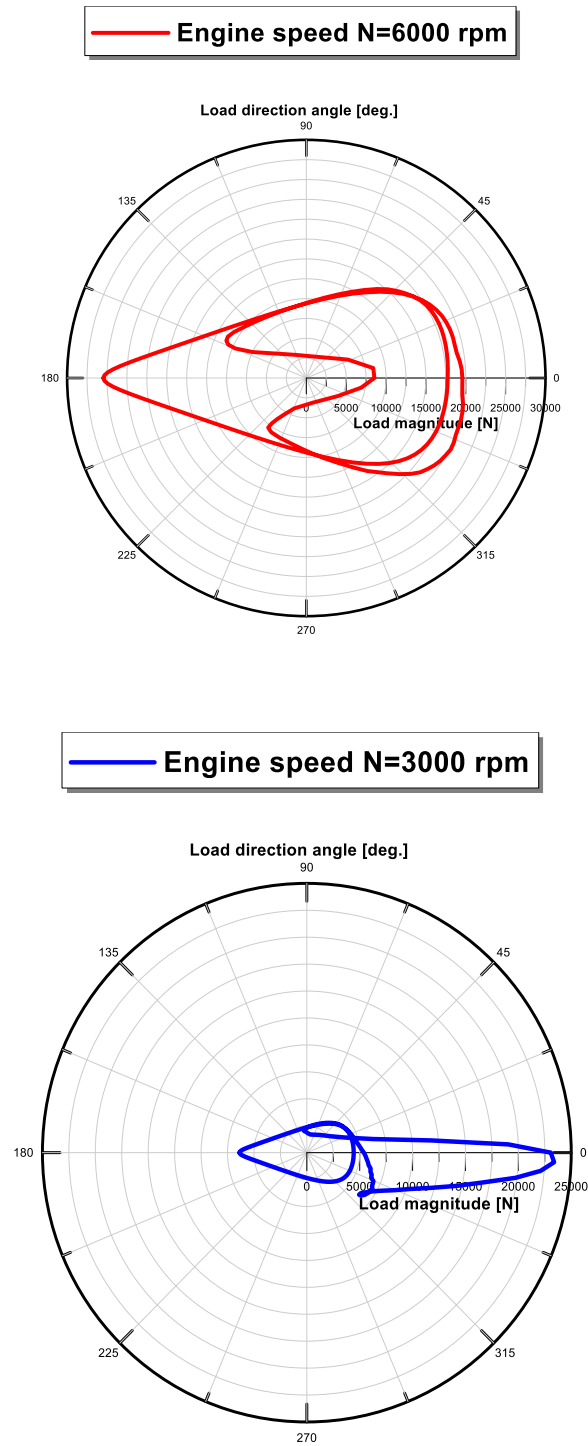


Fig. II. 23: Polar representation of the force exerted on the big-end rod bearing by the crankpin calculated in frame R_0

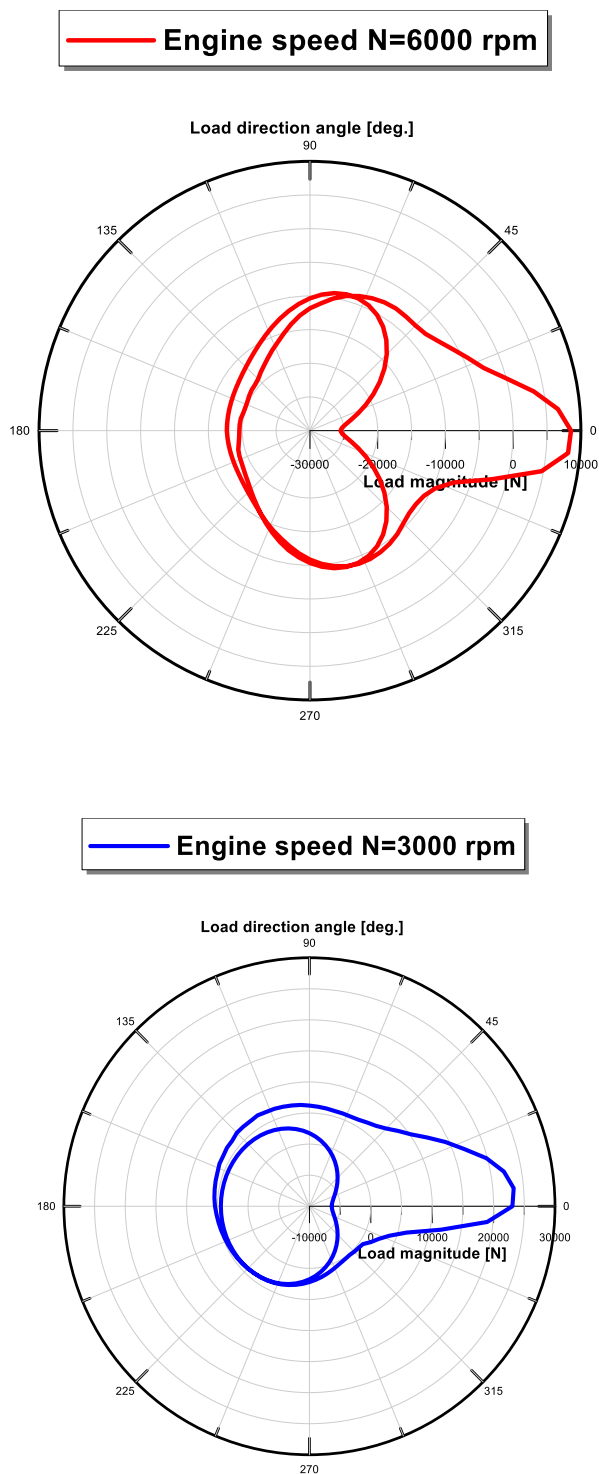


Fig. II. 24: Polar representation of the force exerted on the big-end rod bearing by the crankpin calculated in frame R_1 related to crankshaft for two rotational velocities.

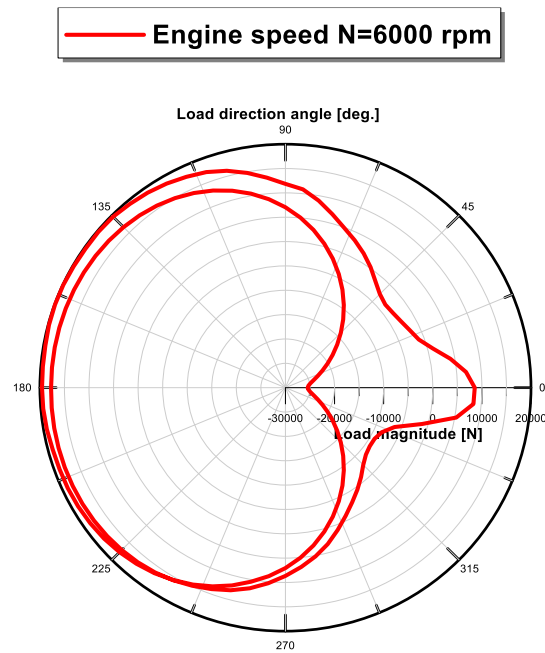


Fig. II. 25: Polar representing the force exerted on the big-end rod bearing by the crankpin calculated in frame (R_2) related to connecting-rod for a rotational velocity $N=6000$ rpm.

La figure II.26 représente les variations du couple moteur en fonction de l'angle de vilebrequin pour deux régimes de fonctionnement du moteur $N=3000$ et 6000 rpm. On constate que pour le moteur 4 cylindres en ligne, le couple moteur engendré par un cylindre est de périodicité 4π pour les deux régimes de fonctionnement. D'autre part, les pics des deux couples se produisent à des angles de rotation du vilebrequin différents.

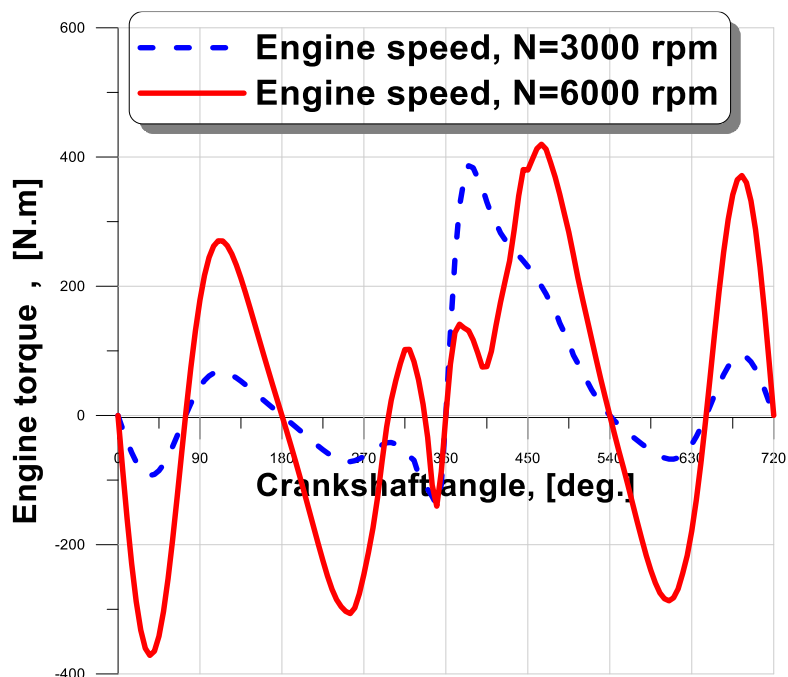


Fig. II. 26: Variations of engine couple over an entire loading cycle.

II.15 Conclusion

L'analyse cinématique et dynamique du système bielle-manivelle-piston nous a permis d'aboutir à un système de cinq équations algébriques à cinq inconnues.

La résolution de ce système permet de déterminer l'ensemble des efforts appliqués aux différentes liaisons des éléments constituant le système. Cette résolution n'est possible que si le signal de pression des gaz dans la chambre de combustion du moteur est préalablement déterminé. Nous devons souligner aussi que la connaissance des diagrammes de charge est nécessaire pour l'étude du comportement dynamique des paliers de tête de bielle, des paliers de pied de bielle, et des paliers principaux de vilebrequin.

Afin de valider notre modèle cinématique et dynamique de l'attelage mobile et de mettre en évidence l'influence des effets d'inertie dans le moteur, nous avons comparé les diagrammes de charge réels (effets d'inertie et d'explosion des gaz) d'un moteur monocylindre de Swoboda [1] tournant à $N=5400 \text{ rpm}$ avec ceux déterminés en ignorant les effets d'explosion (pression des gaz nulle).

Les diagrammes de charge obtenus dans le cas d'un moteur multicylindre Peugeot concret pour deux vitesses de rotation $N=3000 \text{ \& } 6000 \text{ rpm}$ confirment l'importance des effets d'inertie qui ne doivent pas être négligés ou ignorés notamment pour les moteurs tournant à des vitesses de rotation élevées tels que les moteurs suralimentés munis de turbocompresseurs. Ces diagrammes serviront comme des données pour l'analyse dynamique des paliers de bielle présentée dans le quatrième chapitre.

- **Références bibliographiques**

[1] Swoboda B., *Mécanique des moteurs alternatifs*, Technip, Paris, 1984.

Référence additive

[2] Bonneau D., Fatu A., Souchet D., *Internal combustion engine bearings*, ISTE Wiley, New York, 2014.

Chapitre III

Théorie de la lubrification thermo-hydrodynamique par nanofluides appliquée aux paliers de moteurs thermiques à piston alternatif

III.1 Introduction

Les paliers lisses à film d'huile **figure III.1** sont des organes de machines largement utilisés pour supporter et guider en rotation les arbres de transmission de puissance. Les aspects statiques et dynamiques de ce genre d'appuis devront donc être examinés en détail. Les aspects dynamiques de ces organes de supportage sont analysés de façon très différente selon qu'il s'agit des paliers de ligne d'arbre de turbomachines (charges relativement constantes) ou des paliers de moteurs ou de compresseurs alternatifs dynamiquement chargés (charges variables en module et en direction).



Fig III. 1: Photography of cylindrical plain bearings

Dans les paliers fluides fonctionnant en régime de lubrification hydrodynamique, un film fluide visqueux sépare totalement les surfaces en contact. Ce fluide peut être un liquide pratiquement incompressible ou un gaz compressible. La pression hydrodynamique dans le film est créée par le déplacement relatif des surfaces et la géométrie convergente du contact.

Les paliers hydrodynamiques sont fréquemment utilisés pour supporter des charges radiales, pour le guidage des lignes d'arbre de dimensions importantes (Exemple, groupe turboalternateur de centrales nucléaires).

Ces paliers doivent être soigneusement conçus pour fonctionner dans des conditions sévères (charges et fréquences de rotations élevées). Il existe deux types de configuration de paliers hydrodynamiques, à savoir les paliers à géométrie fixe et les paliers à géométrie variable ou à patins oscillants. Ces derniers sont largement utilisés comme organes de supportage des lignes d'arbre de groupes turbo-alternateurs en raison de leur stabilité dynamique.

Parmi les paliers à géométrie fixe, nous avons les paliers lisses (plain journal bearings) qui sont fréquemment utilisés dont les plus simples sont constitués d'un arbre qui tourne à l'intérieur d'un coussinet complet d'amplitude angulaire 360°. En régime de lubrification

hydrodynamique, ces deux éléments sont totalement séparés par un film lubrifiant très mince. Nous les rencontrons en l'occurrence dans les moteurs thermiques, les compresseurs, et les petites turbomachines.

III.2 Caractéristiques géométriques d'un palier lisse

Comme il est illustré sur la **figure III.2**, un palier lisse est constitué de deux éléments, l'arbre de rayon R soumis à une charge W et tournant à l'intérieur d'un alésage appelé coussinet de rayon $R_c=R+C$ et de longueur L . Ainsi, un palier lisse peut être schématisé dans un plan perpendiculaire à son axe par deux cercles de rayons voisins et caractérisé par trois grandeurs :

- le jeu radial C ,
- le jeu relatif (C/R) qui est de l'ordre de 10^{-3} ,
- le rapport (L/D) de la longueur au diamètre du palier.

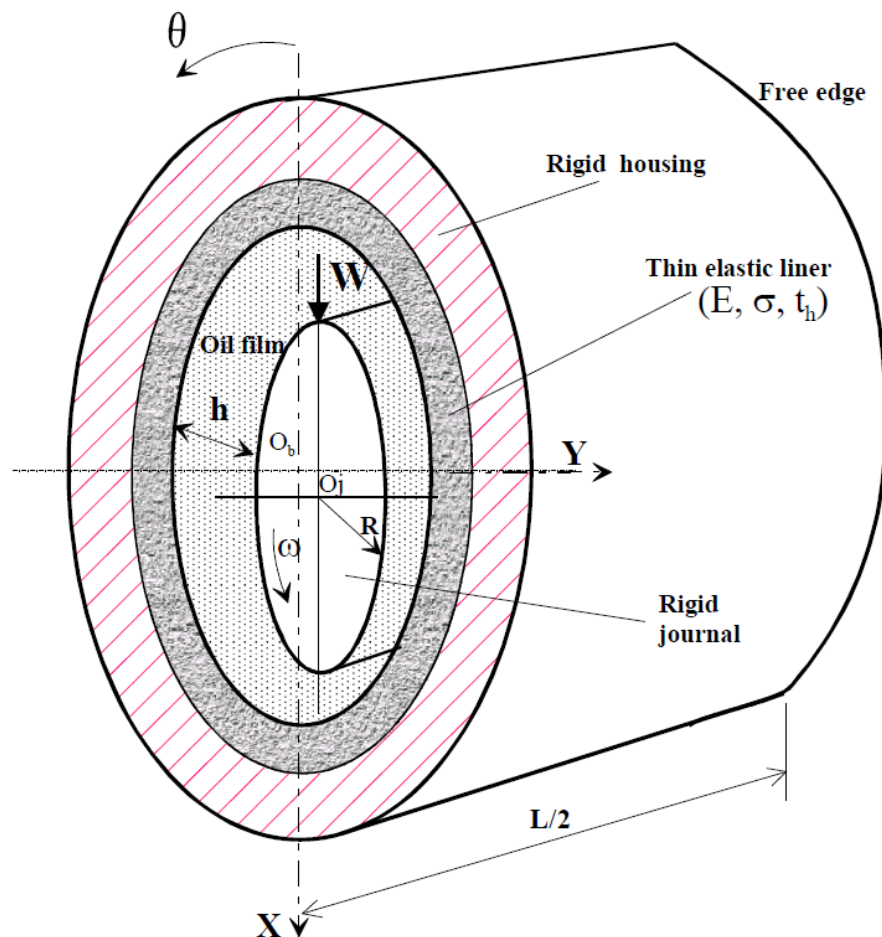


Fig III. 2 : 3-D view of a layered plain journal bearing

Phases de travail d'un palier lisse :

Lors de la mise en route sous charge d'un palier, nous observons les trois phases de fonctionnement du palier représentées dans la **figure III.3**. A l'arrêt ($\omega = 0$), l'arbre et le coussinet sont en contact. La génératrice commune est opposée à la charge et la distance entre les centres de l'arbre et du coussinet est égale au jeu radial C . Au démarrage l'arbre roule en glissant à l'intérieur du coussinet et le lubrifiant est ainsi entraîné dans l'espace convergent formé par les surfaces de l'arbre et du coussinet. Dès que la vitesse de rotation devient suffisante il y a alors création d'une portance hydrodynamique qui s'oppose à la charge appliquée.

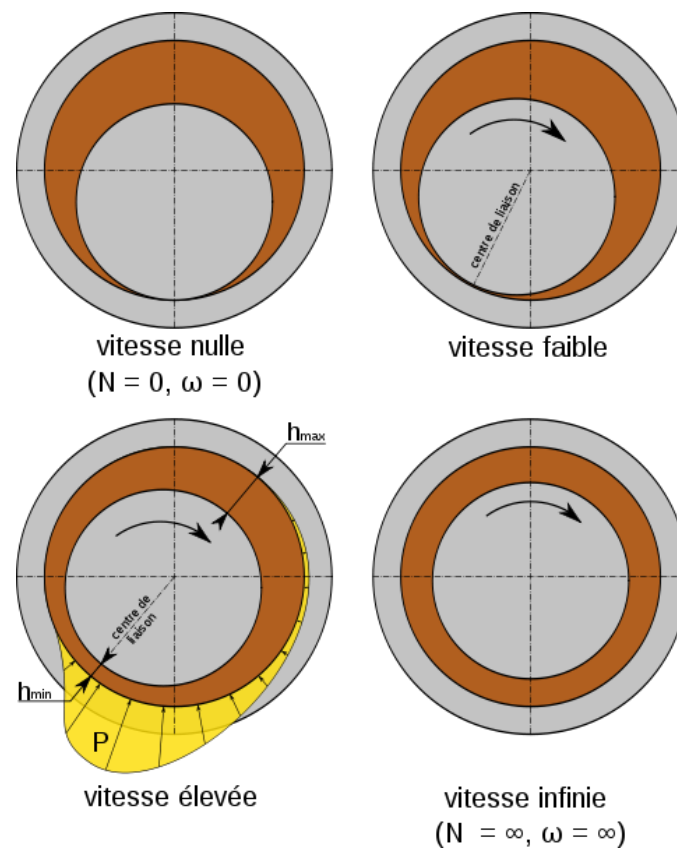


Fig III. 3: Operating phases of an oil-film journal bearing.

Pour une vitesse de rotation stable et une charge constante, le centre de l'arbre occupe une position fixe à l'intérieur du coussinet appelée point de fonctionnement ou point d'équilibre. Si le torseur des forces se réduit à une force unique $\vec{F}$ qui agit dans le plan de la section médiane du palier, les axes de l'arbre et du coussinet sont alors parallèles. Dans ces

conditions de fonctionnement, le palier est dit parfait ou aligné. Deux paramètres sont alors nécessaires pour positionner le centre de l'arbre O_a par rapport au centre du coussinet O_c : la distance

$e = |\overrightarrow{O_a O_c}|$ appelée excentricité de fonctionnement et l'angle ϕ que fait la direction de la charge $\vec{F}$ avec la ligne des centres $\overrightarrow{O_a O_c}$ appelé angle de calage.

III.3 Lubrification thermo-hydrodynamique (THD)

Le bon fonctionnement des paliers dépend essentiellement des caractéristiques d'un film visqueux présent entre les surfaces en mouvement relatif. Dans des conditions sévères de fonctionnement en l'occurrence pour des charges spécifiques et vitesses élevées, la variation de la viscosité avec la température et la pression, et les conditions d'alimentation de l'huile jouent un rôle non négligeable sur les performances hydrodynamiques et tribologiques d'un palier telles que la capacité de charge, la puissance dissipée, et la stabilité dynamique.

La lubrification thermo-hydrodynamique (THD) consiste à déterminer les champs de température dans le fluide mais aussi dans les solides constituant le contact en liaison avec le champ de pression hydrodynamique dans le film lubrifiant. Pour cela, à l'équation de Reynolds dont l'inconnue principale est le champ de pression dans le film on doit associer deux équations supplémentaires, à savoir : l'équation d'énergie fournie par la thermodynamique et l'équation de la chaleur ou de Fourier qui permettront de déterminer les champs de température dans le film lubrifiant et dans les parties solides formant le contact (le coussinet et l'arbre) **figure III.4**.

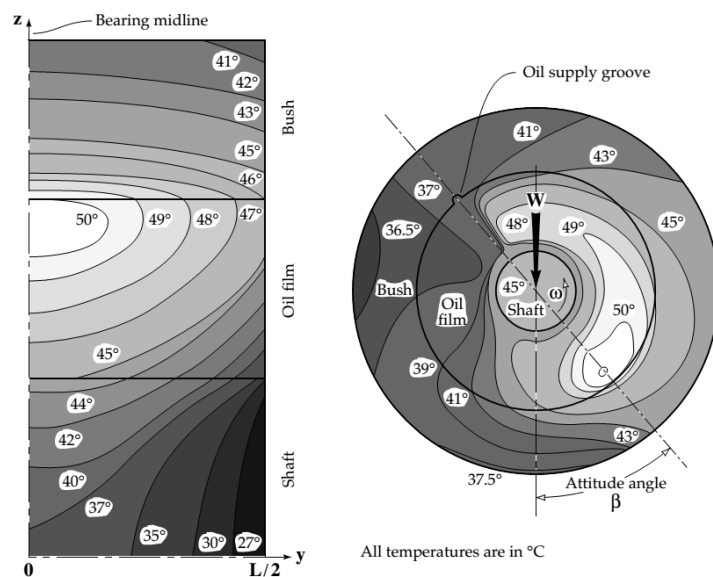


Fig III. 4: Typical temperature distributions in a hydrodynamic journal.

Dans les études de simulation des problèmes de lubrification, nous supposons généralement que le comportement des fluides lubrifiants est Newtonien ou visqueux linéaire. Néanmoins, les applications pratiques de la lubrification montrent que le modèle de fluide Newtonien ne constitue pas une approche satisfaisante des problèmes de lubrification par des nanofluides appelés aussi nanolubrifiants. Des études expérimentales ont montré que les huiles contenant des nano-additifs ou nanoparticules telles que les huiles moteurs multigrades ont incontestablement un comportement rhéologique non-Newtonien. Ainsi, leur écoulement ne peut être décrit par la théorie des milieux continus classique qui néglige la taille des particules rajoutées au lubrifiant de base ou solvant. La théorie du micro-continuum de Vijay Kumar Stokes [1] qui sera présentée en détails dans le présent chapitre est la plus simple et la plus complète car elle permet de tenir compte de la taille caractéristique des nanoparticules en mouvement et des couples de contraintes résultant de la présence des nano-additifs. Dans la présente étude, le lubrifiant est assimilé à un fluide micro-polaire incompressible à couples de contraintes pour lequel seuls les moments de contrainte qui s'ajoutent aux forces de surface traditionnelles (forces de pression et de frottement) sont pris en considération. Les forces et les couples de volume sont alors négligés.

III.3.1 Lubrification THD des paliers à film d'huile incompressible

Le modèle isotherme utilisé durant de nombreuses années et ce depuis la publication de l'équation d'Osborne Reynolds en 1886 par la Royal Society [2], ne donne de bons résultats que dans des cas simples, pour lesquels l'énergie dissipée est faible et l'augmentation de température est trop faible pour induire une variation importante de la viscosité du lubrifiant.

Les phénomènes thermiques dans les paliers lisses ont été abordés par plusieurs auteurs depuis quelques décennies. Comme le domaine est très vaste, l'étude bibliographique présentée dans les pages suivantes ne peut pas être exhaustive. Les travaux de Piffeteau [3], de Bouyer [4], et de Michaud [5] présentent une bibliographie retraçant l'évolution des études thermiques tant sur le plan théorique qu'expérimental.

En 1974, Ezzat et Rohde [6] présentent pratiquement la première étude sur le comportement THD d'un mécanisme lubrifié en régime transitoire. Ils traitent le problème d'un blochet de largeur finie. Les équations sont résolues à l'aide d'une discrétisation par différences finies. Comme la phase transitoire thermique dans les solides est beaucoup plus longue, les solides sont supposés en régime établi.

Boncompain et Frêne [7] publient en 1979 une étude sur les caractéristiques statiques et dynamiques d'un palier fonctionnant en régime laminaire. Ils montrent que les effets thermiques perturbent fortement les coefficients de raideur et d'amortissement du film. De même, ils remarquent que le gradient de température axial est faible.

En 1982, Ettles [8] étudie les effets thermoélastiques transitoires sur une butée de longueur infinie. L'équation de l'énergie est résolue à l'aide de la méthode des volumes finis. Les déformations thermoélastiques sont calculées à partir de la théorie des poutres ; l'effet d'écrasement du film est négligé.

En 1983, Ferron et al. [9] présentent une comparaison entre théorie et expérimentation sur un palier lisse. Le modèle THD tient compte des transferts thermiques entre le fluide, l'arbre et le coussinet mais aussi de la recirculation du lubrifiant et du phénomène de cavitation. Ils mesurent expérimentalement les pressions et les températures dans le palier soumis à différentes charges pour plusieurs vitesses. Ils observent une bonne concordance entre théorie et expérimentation mais soulignent que les dilatations différentielles ainsi que les déformations thermiques doivent être prises en compte afin d'obtenir une meilleure précision dans le calcul et dans les mesures.

Khonsari et Beaman [10] publient en 1986 une étude THD dans laquelle ils tiennent compte de la cavitation et du mélange de fluide dans la rainure d'alimentation. Deux types de conditions aux limites sont étudiées : THD et ISOADI (arbre isotherme et surface intérieure du coussinet adiabatique). Ils montrent que les gradients de température suivant l'épaisseur du film sont beaucoup plus importants que ceux que l'on peut observer suivant la direction circonférentielle. Ils concluent également que l'hypothèse adiabatique pour la surface de l'arbre est une solution satisfaisante qui donne de bons résultats et permet un gain de temps de calcul non négligeable.

Knight et Barrett [11] ont étudié en 1987 les effets thermiques dans un palier soumis à un chargement statique. Afin de réduire le temps de calcul ils font plusieurs hypothèses simplificatrices : la viscosité varie dans la direction circonférentielle, mais elle est constante avec l'épaisseur ; la température a une variation parabolique suivant l'épaisseur du film ; la variation de la température dans la direction axiale est négligée. Des comparaisons faites avec des résultats expérimentaux montrent une bonne concordance.

Moes et al. [12] en 1989 associent les effets thermiques à une étude élastohydrodynamique (EHD) d'un palier soumis à des charges dynamiques. La température des solides est considérée constante et les effets thermoélastiques sont ignorés.

Afin de réduire le temps de calcul, la pression a une variation parabolique dans la direction axiale (hypothèse de Rohde et Li). L'étude révèle l'importance que peut avoir la position de l'alimentation sur les épaisseurs minimales du film et les températures maximales.

En 1992, Khonsari et Wang [13] ont découplé l'équation de Reynolds et l'équation de l'énergie afin d'analyser le comportement d'un palier lisse en régime transitoire. L'hypothèse d'une variation connue de la température et d'une viscosité constante suivant l'épaisseur du film est adoptée. Des comparaisons acceptables ont été obtenues avec les études de Ezzat et Rohde [14].

Pascovici et al. [15] ont analysé en 1995 le comportement TEHD transitoire d'un palier concentrique. Un modèle thermique "global" est utilisé. Les auteurs ont montré l'effet de la vitesse de rotation sur la variation de la température et du jeu radial.

Piffeteau [16] étudie en 1999 le comportement TEHD d'un palier de tête de bielle. Afin de réduire le temps de calcul, l'hypothèse de Rhode et Li est employée. De même, les équations de l'énergie et de la chaleur sont bidimensionnelles. Pour modéliser la couche limite thermique qui apparaît à l'interface film/solides, il considère un raffinement local du maillage des solides. Pour les interfaces solides/extérieur une condition de type adiabatique ou de température imposée est choisie. Il conclut que les déformées thermiques des surfaces ont un rôle plus important que celles dues à la pression hydrodynamique.

En 2003, Bouyer [17] étudie les performances des paliers soumis à des conditions sévères, il a montré que le modèle complet (TEHD) a une forte influence sur tous les paramètres du palier lorsqu'il est fortement sollicité. Les déformations mécaniques dues au champ de pression, ainsi que les déformations thermiques, dues à la fois aux dilatations des éléments du palier et aux gradients thermiques existants à l'interface, ont une influence considérable sur les performances du palier.

En 2004 Michaud [18] développe un modèle TEHD pour la modélisation des paliers de moteurs. Les équations tridimensionnelles de l'énergie et de la chaleur sont résolues avec la méthode des éléments finis. Une condition de continuité de flux de chaleur et de température est considérée à l'interface film/solides. Des conditions de type adiabatique ou de température imposée sont utilisées pour l'interface solides/extérieur. Les déformées élastiques et thermoélastiques sont prises en compte à partir des matrices de compliances. Des temps de calcul importants (quelques jours) sont nécessaires pour la convergence du problème, surtout dans le cas des paliers dynamiques. Les comparaisons faites avec le modèle 2D de Piffeteau [16], ont montré l'importance d'un modèle 3-D dans le film et dans les solides.

III.4 Equations de base de la mécanique des films minces

Dans ce paragraphe, nous allons rappeler puis procéder à l'analyse dimensionnelle des équations gouvernantes établies dans le contexte de la mécanique des milieux continus de V. K. Stokes, à savoir les équations de mouvement, l'équation de continuité et l'équation d'énergie, en utilisant la notation classique (ou ingénieur) avec le changement de variables suivant :

- pour les variables d'espace : (x, y, z) au lieu de (x_1, x_2, x_3)
- pour les composantes du champ de vitesse : (u, v, w) au lieu de (v_1, v_2, v_3)

III.4.1 Equations de mouvement générales d'un fluide à couples de contrainte

Les équations de mouvement (momentum equations) d'un fluide polaire à couple de contrainte incompressible s'écrivent :

- Notation vectorielle :

$$\rho_{nf} \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{v} \mathbf{v} \right) = -\nabla p + \mu_{nf} \nabla^2 \mathbf{v} - \eta \nabla^4 \mathbf{v} \quad [\text{III.1}]$$

- Notation indicielle:

$$\rho_{nf} \left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu_{nf} \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j \partial x_j} - \eta \frac{\partial^4 v_i}{\partial x_j \partial x_j \partial x_k \partial x_k} ; \quad i, j, k = 1, 2, 3 \quad [\text{III.2}]$$

- Notation « ingénieur » classique :

$$\rho_{nf} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu_{nf} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) - \eta \left(\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} + \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} \right) -$$

$$2\eta \left(\frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 u}{\partial y^2 \partial z^2} \right)$$

[III.3.a]

$$\rho_{nf} \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu_{nf} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) - \eta \left(\frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 v}{\partial y^4} + \frac{\partial^4 v}{\partial z^4} \right) -$$

$$2\eta \left(\frac{\partial^4 v}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 v}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 v}{\partial y^2 \partial z^2} \right)$$

[III.3.b]

$$\rho_{nf} \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu_{nf} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) - \eta \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial z^4} \right) - 2\eta \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^2 \partial z^2} \right) \quad [\text{III.3.c}]$$

III.4.2 Equation de continuité d'un écoulement incompressible

En notation classique, l'équation de continuité ou de conservation de la masse pour un écoulement incompressible et conservatif (absence de source et de puits) s'écrit :

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad \text{ou}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad [\text{III.4}]$$

III.4.3 Equation d'énergie

Pour un fluide iso-volume ou incompressible, l'équation d'énergie fournie par la thermodynamique en appliquant le principe de conservation s'écrit pour un milieu fluide homogène et isotrope :

$$\rho_{nf} C_{p_{nf}} \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla T \right) = k_{nf} \nabla^2 T + \underbrace{2\mu_{nf} \bar{\bar{\mathbf{D}}} : \bar{\bar{\mathbf{D}}} + \mu_{nf} \ell \nabla^2 \mathbf{v} \cdot \nabla^2 \mathbf{v}}_{\text{Fonction de dissipation } \Phi} \quad [\text{III.5}]$$

où

$$\bar{\bar{\mathbf{D}}} = \frac{1}{2} (\overline{\text{grad}}(\mathbf{v}) + \overline{\text{grad}}^T(\mathbf{v})) \text{ étant le tenseur des taux de déformation symétrique d'ordre deux et } \nabla^2 \mathbf{v} = \underbrace{\nabla(\nabla \cdot \mathbf{v})}_{\text{nul}} - \text{rot}(\text{rot}(\mathbf{v}))$$

Soit en notation indicelle :

$$\rho_{nf} C_{p_{nf}} \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v_j \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) = k_{nf} \frac{\partial^2 T}{\partial x_i \partial x_i} + \mu_{nf} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \mu_{nf} \ell^2 \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j \partial x_j} \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_k \partial x_k} \quad [\text{III.6}]$$

ou encore en utilisant la notation ingénieur classique :

$$\rho_{nf} C_{p_{nf}} \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = k_{nf} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + 2\mu_{nf} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right] + \mu_{nf} \ell^2 \left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)^2 \right] \quad [\text{III.7}]$$

Le deuxième et troisième terme du second membre de l'équation (III.7) représente la fonction de dissipation visqueuse qui s'exprime :

$$\Phi = 2\mu_{nf} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right] + \mu_{nf} \ell^2 \left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)^2 \right] \quad [\text{III.8}]$$

Notons que pour un fluide Newtonien ($\ell = 0$), l'expression de Φ se simplifie et s'écrit :

$$\Phi = 2\mu_{nf} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right] \quad [\text{III.9}]$$

III.5 Analyse dimensionnelle des équations de mouvement d'un fluide polaire

La théorie des écoulements de films minces visqueux suppose que l'épaisseur du film mesurée suivant la direction (O, y) est très faible devant les deux autres dimensions de l'espace, ce qui permet, pour déterminer l'ordre de grandeur des différents termes des équations (III.3) de poser :

- Pour les variables spatiale et temporelle :

$$\tilde{x} = \frac{x}{L}, \quad \tilde{y} = \frac{y}{h}, \quad \tilde{z} = \frac{z}{L}, \quad \tilde{t} = \frac{tV}{L} \quad (\text{III.10a})$$

- Pour les composantes du champ de vitesse :

$$\tilde{u} = \frac{u}{V}, \quad \tilde{v} = \frac{v}{\frac{h}{L}V}, \quad \tilde{w} = \frac{w}{V} \quad [\text{III.10.b}]$$

- Pour les propriétés physiques du fluide lubrifiant :

$$\tilde{\mu} = \frac{\mu_{nf}}{\mu_0}, \quad \tilde{\rho} = \frac{\rho_{nf}}{\rho_0} \quad \text{et} \quad \tilde{\eta} = \frac{\eta}{\eta_0} \quad [\text{III.10.c}]$$

Dans ces expressions, L et V sont respectivement la dimension et la vitesse caractéristiques selon les axes (o, x) et (o, z) , h et εV celles suivant (o, y) tandis que L/V , ρ_0 , μ_0 et η_0 définissent respectivement l'ordre de grandeur du temps et des constantes physiques du fluide.

Ce changement de variables conduit à poser $\tilde{p} = p \frac{h^2}{VL\mu_0} = \varepsilon \Re_h \frac{p}{\rho_0 V^2}$ et $\ell_0 = \sqrt{\eta_0/\mu_0}$ et $\varepsilon = \frac{h}{L}$

est un paramètre d'échelle d'ordre 10^{-3} et

$\Re_h = \rho_0 \frac{Vh}{\mu_0} = \frac{Vh}{\nu_0} = \varepsilon \Re_L$ est le nombre de Reynolds local.

Notons que l'dimensionnement de la composante de la vitesse d'écoulement suivant la direction de l'épaisseur du film (o,y), $\tilde{v} = \frac{v}{\varepsilon V}$ provient de l'analyse dimensionnelle de l'équation de continuité (III.4) qui, sous forme adimensionnelle, s'écrit :

$$\frac{v}{L} \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{x}} + \underbrace{\frac{1}{\varepsilon V} \frac{\partial v}{\partial y}}_{= \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{y}}} + \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{z}} \right) = 0 \quad [\text{III.11.a}]$$

ou encore :

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{x}} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{y}} + \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{z}} = 0 \quad [\text{III.11.b}]$$

De ce changement de variables, on peut tirer les hypothèses suivantes :

$$\frac{v}{u} \sim \varepsilon, \quad \frac{v}{w} \sim \varepsilon, \quad \frac{\partial/\partial x}{\partial/\partial y} \sim \varepsilon, \quad \frac{\partial/\partial z}{\partial/\partial y} \sim \varepsilon, \quad \frac{\partial^2/\partial x^2}{\partial^2/\partial y^2} \sim \varepsilon^2 \text{ et } \frac{\partial^2/\partial z^2}{\partial^2/\partial y^2} \sim \varepsilon^2$$

Ce qui conduit à écrire :

$v \ll u$ et w ;

$$\partial u/\partial x \ll \partial u/\partial y, \quad \partial u/\partial z \ll \partial u/\partial y, \quad \partial^2 u/\partial x^2 \ll \partial^2 u/\partial y^2 \text{ et } \partial^2 u/\partial z^2 \ll \partial^2 u/\partial y^2$$

et des relations similaires pour la composante du champ de vitesse w .

Compte tenu de ces changements de variables, les équations de mouvement s'écrivent en termes de variables adimensionnelles comme suit :

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}} = -\varepsilon \tilde{\rho} \Re_h \frac{D\tilde{u}}{D\tilde{t}} + \tilde{\mu} \left(\varepsilon^2 \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial \tilde{y}^2} + \varepsilon^2 \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial \tilde{z}^2} \right) - \tilde{\eta} \left(\frac{l_0}{h} \right)^2 \left(\varepsilon^4 \frac{\partial^4 \tilde{u}}{\partial \tilde{x}^4} + \frac{\partial^4 \tilde{u}}{\partial \tilde{y}^4} + \varepsilon^4 \frac{\partial^4 \tilde{u}}{\partial \tilde{z}^4} \right) -$$

$$2\tilde{\eta}\left(\frac{l_0}{h}\right)^2 \varepsilon^2 \left(\frac{\partial^4 \tilde{u}}{\partial \tilde{x}^2 \partial \tilde{y}^2} + \varepsilon^2 \frac{\partial^4 \tilde{u}}{\partial \tilde{x}^2 \partial \tilde{z}^2} + \frac{\partial^4 \tilde{u}}{\partial \tilde{y}^2 \partial \tilde{z}^2} \right)$$

[III.12.a]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{y}} = & \varepsilon^2 \left(-\varepsilon \tilde{\rho} \mathcal{R}_h \frac{D\tilde{v}}{Dt} + \tilde{\mu} \left(\varepsilon^2 \frac{\partial^2 \tilde{v}}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \tilde{v}}{\partial \tilde{y}^2} + \varepsilon^2 \frac{\partial^2 \tilde{v}}{\partial \tilde{z}^2} \right) - \tilde{\eta} \left(\frac{l_0}{h} \right)^2 \left(\varepsilon^4 \frac{\partial^4 \tilde{v}}{\partial \tilde{x}^4} + \frac{\partial^4 \tilde{v}}{\partial \tilde{y}^4} + \varepsilon^4 \frac{\partial^4 \tilde{v}}{\partial \tilde{z}^4} \right) - \right. \\ & \left. 2\tilde{\eta} \left(\frac{l_0}{h} \right)^2 \varepsilon^2 \left(\frac{\partial^4 \tilde{v}}{\partial \tilde{x}^2 \partial \tilde{y}^2} + \varepsilon^2 \frac{\partial^4 \tilde{v}}{\partial \tilde{x}^2 \partial \tilde{z}^2} + \frac{\partial^4 \tilde{v}}{\partial \tilde{y}^2 \partial \tilde{z}^2} \right) \right) \end{aligned} \quad [\text{III.12.b}]$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} = & -\varepsilon \tilde{\rho} \mathcal{R}_h \frac{D\tilde{w}}{Dt} + \tilde{\mu} \left(\varepsilon^2 \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \tilde{y}^2} + \varepsilon^2 \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \tilde{z}^2} \right) - \tilde{\eta} \left(\frac{l_0}{h} \right)^2 \left(\varepsilon^4 \frac{\partial^4 \tilde{w}}{\partial \tilde{x}^4} + \frac{\partial^4 \tilde{w}}{\partial \tilde{y}^4} + \varepsilon^4 \frac{\partial^4 \tilde{w}}{\partial \tilde{z}^4} \right) - \\ & 2\tilde{\eta} \left(\frac{l_0}{h} \right)^2 \varepsilon^2 \left(\frac{\partial^4 \tilde{w}}{\partial \tilde{x}^2 \partial \tilde{y}^2} + \varepsilon^2 \frac{\partial^4 \tilde{w}}{\partial \tilde{x}^2 \partial \tilde{z}^2} + \frac{\partial^4 \tilde{w}}{\partial \tilde{y}^2 \partial \tilde{z}^2} \right) \end{aligned} \quad [\text{III.12.c}]$$

Cela permet, en supposant que tous les termes des équations ci-dessus sont de l'ordre de l'unité, de négliger tous les termes multipliés par ε^2 et ε^4 , il reste :

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}} = -\varepsilon \tilde{\rho} \mathcal{R}_h \frac{D\tilde{u}}{Dt} + \tilde{\mu} \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial \tilde{y}^2} - \tilde{\eta} \left(\frac{l_0}{h} \right)^2 \frac{\partial^4 \tilde{u}}{\partial \tilde{y}^4} \\ \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{y}} = 0 \quad \rightarrow \tilde{p} = \tilde{p}(\tilde{x}, \tilde{z}, \tilde{t}) \\ \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} = -\varepsilon \tilde{\rho} \mathcal{R}_h \frac{D\tilde{w}}{Dt} + \tilde{\mu} \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \tilde{y}^2} - \tilde{\eta} \left(\frac{l_0}{h} \right)^2 \frac{\partial^4 \tilde{w}}{\partial \tilde{y}^4} \end{cases} \quad [\text{III.13}]$$

Si $\varepsilon \mathcal{R}_h \ll 1$, les termes d'inertie seront négligeables et l'équation (III.13) se réduit à :

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}} = \tilde{\mu} \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial \tilde{y}^2} - \tilde{\eta} \left(\frac{l_0}{h} \right)^2 \frac{\partial^4 \tilde{u}}{\partial \tilde{y}^4} \\ \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{y}} = 0 \quad \rightarrow \tilde{p} = \tilde{p}(\tilde{x}, \tilde{z}) \\ \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} = \tilde{\mu} \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \tilde{y}^2} - \tilde{\eta} \left(\frac{l_0}{h} \right)^2 \frac{\partial^4 \tilde{w}}{\partial \tilde{y}^4} \end{cases} \quad [\text{III.14}]$$

En revenant aux variables dimensionnées, les équations (III.14) deviennent :

$$\begin{cases} \mu_{nf} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \eta \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} = \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \\ \mu_{nf} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \eta \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{\partial p}{\partial z} \end{cases} \quad [\text{III.15}]$$

Il est utile de noter que lorsque la viscosité dynamique du nanofluide μ_{nf} varie selon l'épaisseur du film (cas thermo-visqueux) et la constante physique responsable des couples de contrainte η est constante, l'équation (III.15) prend la forme suivante :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_{nf} \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \eta \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} = \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_{nf} \frac{\partial w}{\partial y} \right) - \eta \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{\partial p}{\partial z} \end{cases} \quad [\text{III.16}]$$

III.6 Analyse dimensionnelle de l'équation d'énergie

En lubrification par film mince visqueux, l'équation d'énergie peut aussi se simplifier très sensiblement à l'instar des équations de mouvement. Pour mettre en évidence les termes prépondérants, il est commode de récrire l'équation (III.7) sous forme adimensionnelle. Pour cela, on utilisera les variables sans dimension (III.10) auxquelles on ajoutera :

$$\tilde{T} = \frac{T}{T_0}, \quad \tilde{C}_p = \frac{C_{p_{nf}}}{C_{p_0}}, \quad \tilde{k} = \frac{k_{nf}}{k_0} \quad [\text{III.17}]$$

où T_0 , C_{p_0} et k_0 définissent respectivement l'ordre de grandeur de la température, de la chaleur massique et du coefficient de conductivité du fluide.

L'équation d'énergie normalisée s'écrit alors :

$$\mathcal{P}_e \tilde{\rho} \tilde{C}_p \frac{D\tilde{T}}{D\tilde{t}} = \tilde{k} \frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial \tilde{y}^2} + N_{d_1} \tilde{\mu} \left\{ \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{y}} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{y}} \right)^2 \right\} + N_{d_2} \tilde{\eta} \left[\left(\frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial \tilde{y}^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \tilde{y}^2} \right)^2 \right] \quad [\text{III.18}]$$

où :

$\mathcal{P}_e = \rho_0 C_{p0} \frac{V h^2}{L k_0}$ qui est le nombre de *Péclet*, $N_{d_1} = \frac{\mu_0 V^2}{k_0 T_0}$ et $N_{d_2} = \frac{\eta_0 V^2}{h^2 k_0 T_0}$ qui sont les nombres de dissipation ou de Brinkman dus respectivement aux effets de cisaillement et de couples de contraintes.

En revenant aux variables dimensionnelles, l'équation d'énergie s'écrit :

$$\rho_{nf} C_{p_{nf}} \frac{DT}{Dt} = \text{ou } \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \underbrace{k_{nf} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}}_{\text{ou } \frac{\partial}{\partial y} (k_{nf} \frac{\partial T}{\partial y})} + \underbrace{\mu_{nf} \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right\}}_{\Phi_1} + \underbrace{\eta \left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right]}_{\Phi_2} \quad [\text{III.19}]$$

Dans le cas Newtonien lorsque $\eta = 0$, l'équation d'énergie newtonienne se réduit à l'équation classique suivante :

$$\rho_{nf} C_{p_{nf}} \frac{DT}{Dt} = \underbrace{k_{nf} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}}_{\text{ou } \frac{\partial}{\partial y} (k_{nf} \frac{\partial T}{\partial y})} + \underbrace{\mu_{nf} \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right\}}_{\Phi_1} \quad [\text{III.20}]$$

On remarque que contrairement à la pression, la température du fluide varie selon l'épaisseur du film.

III.7 Profils des vitesses dans le cas d'un nanofluide thermo-visqueux

L'intégration des équations (III.16) moyennant des conditions limites permet de déterminer les distributions ou les profils de vitesses en tout point du film fluide. Les conditions limites associées à ces équations sont :

$$u(x, 0, z) = 0 ; w(x, 0, z) = 0$$

$$\left. \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right|_{y=0} = 0 ; \left. \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right|_{y=0} = 0 \quad [\text{III.21}]$$

$$u(x, h, z) = U ; w(x, h, z) = 0 \quad [\text{III.22}]$$

$$\left. \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right|_{y=h} = 0 ; \left. \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right|_{y=h} = 0 \quad [\text{III.23}]$$

Les conditions (III.21) et (III.22) sont appelées conditions de non glissement (no slip conditions), et les conditions et (III.23) proviennent de l'annulation des couples de contraintes $(-2\eta \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \Big|_{y=0,h})$ et $(-2\eta \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \Big|_{y=0,h})$ au niveau des parois (surfaces de l'arbre et du coussinet).

Dans le cas thermo-visqueux, la viscosité dynamique du fluide dépend de la température $T(x, y, z)$ et varie ainsi selon l'épaisseur du film ainsi que selon les deux autres directions de l'espace x et z . Dans ces conditions, les équations (III.16) s'expriment comme suit :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_{nf}(x, y, z) \frac{\partial u(x, y, z)}{\partial y} \right) - \eta \frac{\partial^4 u(x, y, z)}{\partial y^4} = \frac{\partial p(x, z)}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_{nf}(x, y, z) \frac{\partial w(x, y, z)}{\partial y} \right) - \eta \frac{\partial^4 w(x, y, z)}{\partial y^4} = \frac{\partial p(x, z)}{\partial z} \end{cases} \quad [\text{III.24}]$$

On constate que les équations (III.24) n'admettent pas de solutions analytiques à cause de leur caractère non linéaire. On doit donc recourir aux méthodes d'approximation en vue de trouver des solutions approchées. En revanche, dans le cas Newtonien (cas non polaire, $\eta=0$), les solutions analytiques générales de ces équations s'écrivent sous la forme suivante :

$$u(x, y, z) = \frac{\partial p}{\partial x} \int \frac{y dy}{\mu_{nf}} + A(x, z) \int \frac{dy}{\mu_{nf}} + B(x, z)$$

$$w(x, y, z) = \frac{\partial p}{\partial z} \int \frac{y dy}{\mu_{nf}} + C(x, z) \int \frac{dy}{\mu_{nf}} + D(x, z)$$

$$\text{Posons } I(x, y, z) = \int \frac{y dy}{\mu_{nf}} = \int_0^y \frac{\xi d\xi}{\mu_{nf}(x, \xi, z)} \text{ et } J(x, y, z) = \int \frac{dy}{\mu_{nf}} = \int_0^y \frac{d\xi}{\mu_{nf}(x, \xi, z)}$$

L'application des conditions de non glissement (III.21) et (III.22) permet de trouver les profils de vitesse après avoir déterminé les constantes d'intégration :

$$\begin{cases} u(x, y, z) = \frac{\partial p}{\partial x} \left(I - \frac{I_2}{J_2} J \right) + \frac{J}{J_2} U \\ w(x, y, z) = \frac{\partial p}{\partial z} \left(I - \frac{I_2}{J_2} J \right) \end{cases}$$

avec $I_2(x, z) = \int_0^h \frac{\xi d\xi}{\mu_{nf}(x, \xi, z)}$ et $J_2(x, z) = \int_0^h \frac{d\xi}{\mu_{nf}(x, \xi, z)}$ [III.25]

III.8 Dérivation de l'équation de Reynolds généralisée

L'équation de Reynolds est obtenue à partir de l'intégration de l'équation de continuité (III.4) à travers l'épaisseur du film moyennant la règle d'intégration de Leibnitz puisque la borne supérieure de l'intégrale est variable et les conditions limites suivantes :

$$v(x, 0, z) = 0 \text{ et } v(x, h, z, t) = \frac{dh(x, z, t)}{dt} = \frac{\partial h}{\partial t} + U \frac{\partial h}{\partial x} \quad [\text{III.26}]$$

Soit :

$$\int_0^{h(x, z, t)} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) dy = 0 \quad [\text{III.27}]$$

Dans le cas d'un fluide Newtonien thermo-visqueux, l'équation de Reynolds peut être dérivée sous la forme suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(G^* \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(G^* \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial x} (F \cdot U) + \frac{\partial h}{\partial t} \quad [\text{III.28.a}]$$

$$\text{avec } G^* = \frac{\int_0^h (J_2 - I J_2) dy}{J_2} \quad \text{et } F = \frac{\int_0^h J dy}{J_2}$$

Si le régime d'écoulement est isotherme, l'équation (III.28) devient

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{G(h, \ell)}{12} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{G(h, \ell)}{12} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{1}{2} \mu_0 \left[U \frac{\partial h}{\partial x} + 2 \frac{\partial h}{\partial t} \right] \quad [\text{III.28.b}]$$

$$\text{avec } G(h, \ell) = h^3 - 12\ell^2 h + 24\ell^3 \tanh\left(\frac{h}{2\ell}\right)$$

III.9 Conditions limites associées à l'équation de Reynolds

Le champ de pression dans le film lubrifiant doit satisfaire à l'équation de Reynolds et aux conditions aux limites sur la pression. Ces conditions peuvent être classées en trois types :

- 1- conditions liées à l'alimentation du système : $p = p_{alim}$ dans les rainures et orifices d'alimentation du palier où p_{alim} est la pression d'alimentation dont la valeur maximale est de l'ordre de 5 bars pour les MCI;
- 2- conditions liées à l'environnement dans lequel fonctionne le système : $p = p_{amb}$ sur les bords libres du palier. La pression ambiante p_{amb} peut être égale à la pression atmosphérique ;

- 3- conditions de continuité ou de périodicité de la pression dans le cas d'un palier de moteur de forme cylindrique et d'amplitude angulaire 360°;
- 4- conditions conservatives (*Jackobson, Floberg, Olsson, Elrod-Adamas*) ou non conservatives (*Sommerfeld, demi-Sommerfeld ou Gümbel et Swift-Stieber*) liées à l'écoulement du fluide dans le système. Les conditions non conservatives ([figure III.5](#)) tiennent compte seulement du phénomène de rupture du film lorsque la pression chute et atteint la valeur de la pression de vapeur saturante dans la géométrie divergente du film tandis que les conditions conservatives prennent en considération, en plus de la rupture, la reformation du film [figure III.6](#). Ce phénomène est communément appelé phénomène de cavitation qui se caractérise physiquement par un changement de phase.

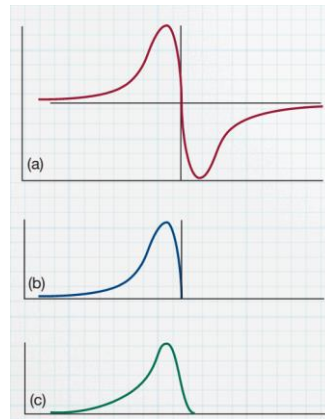


Fig III. 5: Typical pressure profiles obtained with different non-conservative conditions (*a- Condition de Sommerfeld, b-Condition de demi-Sommerfeld, c- Conditions de Swift-Stieber ou Reynolds*)

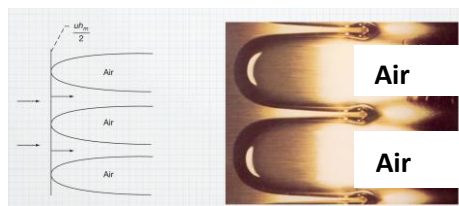


Fig III. 6: Illustration of the cavitation phenomenon encountered in hydrodynamic journal bearings

III.10 Equation géométrique du film pour un palier à coussinet rigide

Dans le cas d'un palier de forme cylindrique [figure III.7](#), l'équation géométrique du film peut être exprimée par les relations suivantes :

$$h = C[1 + \varepsilon \cos(\theta - \phi)] + \delta h \quad [\text{III.29.a}]$$

$\varepsilon = \frac{e}{C}$ étant l'excentricité relative de fonctionnement du palier et $\theta = \frac{x}{R_a}$ est l'angle du palier.

ou encore :

$$h = C - X_j \cos \theta - Y_j \sin \theta + \delta h \quad [\text{III.29.b}]$$

avec $X_j = C \varepsilon \cos \phi$, $Y_j = C \varepsilon \sin \phi$ et $\delta h = \delta h_c - \delta h_a$

où : δh_c et δh_a sont respectivement les déformations thermiques du revêtement de surface et de l'arbre et

$$\delta h_c = R_c \alpha_c (\bar{T}_c - T_0) \text{ et } \delta h_a = R_a \alpha_a (\bar{T}_a - T_0) \quad [\text{III.30}]$$

Dans l'équation (III.30), α_a et α_c sont respectivement les coefficients de dilatation de l'arbre et du coussinet, et T_0 , $\bar{T}_a$ et $\bar{T}_c$ sont respectivement la température de référence à laquelle ont été prises les dimensions du palier (diamètres de l'arbre et du coussinet) et les températures moyennes de l'arbre et du coussinet.

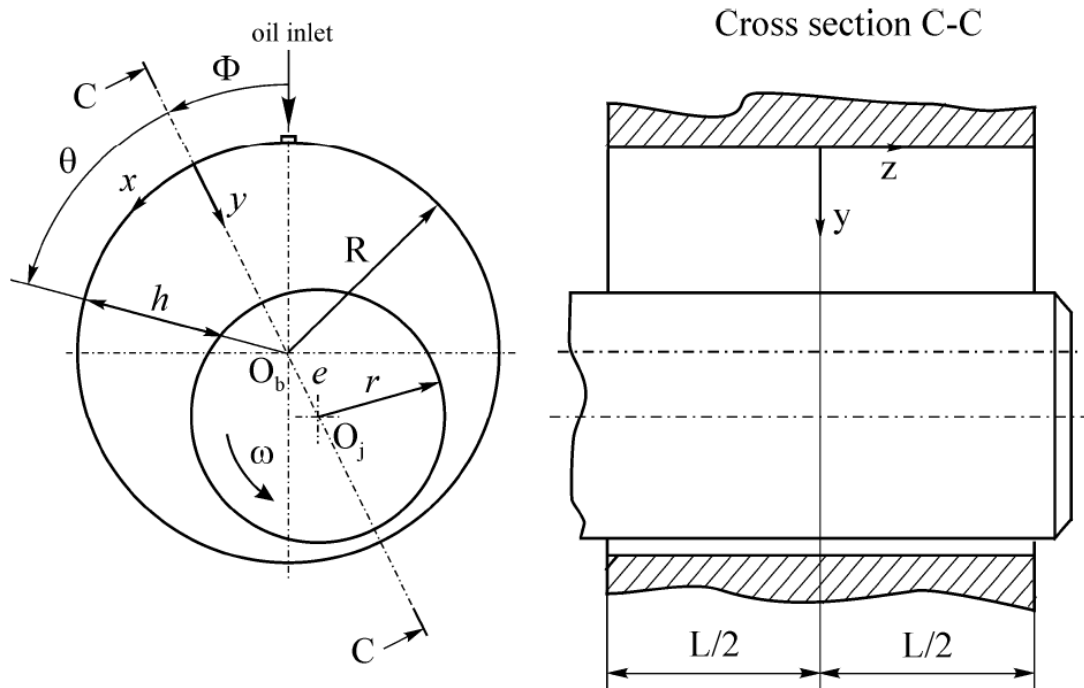


Fig III. 7: Schematic view of a cylindrical journal bearing and System of axes

III.11 Performances hydrodynamiques et tribologiques du palier

III.11.1. Champ de pression dans le film

La pression est obtenue par intégration de l'équation de Reynolds moyennant les conditions limites associées.

III.11.2. Action du fluide sur les parois du contact

En MMC, l'action de contact $\vec{t}$, appelée habituellement le vecteur contrainte, exercé en un point M de la paroi, dépend uniquement du tenseur des contraintes en ce point et du vecteur normal $\vec{n}$.

$$\vec{t}(M, \vec{n}) = t_i \vec{e}_i = \sigma_{ij} n_j \vec{e}_i \quad [\text{III.31}]$$

σ_{ij} étant les composantes du tenseur des contraintes.

Les éléments de réduction en un point C quelconque du torseur des actions de contact du fluide sur la surface (S) du contact seront donc :

$$\text{Résultante : } \vec{W} = \int_{(S)} \vec{t}(M, \vec{n}) ds \quad [\text{III.32}]$$

$$\text{Moment en } C : \vec{M}(C) = \int_{(S)} \vec{CM} \wedge \vec{t}(M, \vec{n}) ds \quad [\text{III.33}]$$

Lorsque la surface S est un plan admettant $\vec{x}_2$ comme normale, l'intégration du champ de pression sur la surface permet de calculer la charge extérieure F que le contact peut supporter :

$$F = \int_{(S)} p dS \quad [\text{III.34}]$$

Tandis que l'intégration des contraintes de cisaillement permet de déterminer les composantes selon les axes x_1 et x_3 de la force tangentielle exercée par le fluide sur la paroi (forces de frottement) :

$$\begin{cases} F_1 = \int_{(S)} \left[\mu_{nf} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) - \eta \left(\frac{\partial^3 u}{\partial y^3} \right) \right]_{y=0 \text{ ou } h} dS \\ F_2 = \int_{(S)} \left[\mu_{nf} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) - \eta \left(\frac{\partial^3 w}{\partial y^3} \right) \right]_{y=0 \text{ ou } h} dS \end{cases} \quad [\text{III.35}]$$

III.11.3. Vitesses d'écoulement moyennes et débit de fuite (side leakage flow)

Les vitesses d'écoulement moyennes $\bar{u}$ et $\bar{w}$ en régime lumineux sont déterminées par les relations suivantes dans le cas d'un fluide à couples de contraintes :

$$\begin{cases} \bar{u}(x, z) = \frac{1}{h} \int_0^h u(x, y, z) dy = \frac{U}{2} - \frac{G(h, \ell)}{12\mu_{nf}h} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \bar{w}(x, z) = \frac{1}{h} \int_0^h w(x, y, z) dy = -\frac{G(h, \ell)}{12\mu_{nf}h} \frac{\partial p}{\partial z} \end{cases} \quad [\text{III.36}]$$

Le débit de fuite aux bords libres ($z = \pm \frac{L}{2}$) du palier est :

$$Q_z = \left| \int_{x_1}^{x_2} h \left(x, z = \frac{L}{2} \right) \bar{w}(x, z = \frac{L}{2}) dx \right| + \left| \int_{x_1}^{x_2} h \left(x, z = -\frac{L}{2} \right) \bar{w}(x, z = -\frac{L}{2}) dx \right| \quad [\text{III.37}]$$

où x_1 et x_2 sont des abscisses délimitant la zone active du palier.

Si le palier est aligné, l'expression du débit devient :

$$Q_z = 2 \left| \int_{x_1}^{x_2} h \left(x, z = \frac{L}{2} \right) \bar{w}(x, z = \frac{L}{2}) dx \right| \quad [\text{III.38}]$$

III.11.4. Puissance dissipée (power loss)

L'intégration de la fonction de dissipation visqueuse sur le volume occupé par le fluide en écoulement permet de calculer la puissance dissipée due au cisaillement de fluide :

$$P = \int_{\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_0^h \int_{x_1}^{x_2} \Phi dx dy dz \quad [\text{III.39}]$$

où Φ est la fonction de dissipation spécifique (par unité de volume) totale définie par :

$$\Phi = \mu_{nf} \left\{ \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] + \ell^2 \left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] \right\}$$

$$= \underbrace{\mu_{nf} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right]}_{\text{effet de cisaillement}} + \underbrace{\eta \left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right]}_{\text{effet des couples de contraintes}} \quad [\text{III.40}]$$

La puissance dissipée totale $\mathcal{P}$ est la somme de la puissance dissipée par effet de cisaillement $\mathcal{P}_{\text{Couette}}$ et celle due aux gradients de la pression $\mathcal{P}_{\text{Hagen-Poiseuille}}$. Ces deux contributions s'expriment dans le cas d'un fluide à couples de contraintes comme suit :

$$\mathcal{P}_{\text{Hagen-Poiseuille}} = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{x_1}^{x_2} \frac{G(h, \ell)}{12\mu_{nf}} \left[\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)^2 \right] dx dz \quad [\text{III.41}]$$

$$\mathcal{P}_{\text{Couette}} = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{x_1}^{x_2} \mu_{nf} \frac{U^2}{h} dx dz \quad [\text{III.42}]$$

où

μ_{nf} est la viscosité dynamique correspondant à la température calculée du nanolubrifiant.

x_1 et x_2 sont des abscisses délimitant la zone active du palier caractérisée par une pression positive.

III.12 Lois de variations viscosité-température des huiles

III.12.1 Lois classiques

La viscosité des huiles lubrifiantes est extrêmement sensible à la température de fonctionnement. Lorsque la température augmente, la viscosité des huiles chute assez rapidement. Dans certains cas, la viscosité de l'huile peut diminuer d'environ 80% pour une augmentation de température de 25 °C. Sur le plan industriel, il est important de connaître la valeur de la viscosité à la température de fonctionnement puisqu'elle permet de déterminer l'épaisseur du film de lubrifiant séparant les deux surfaces du contact contiguës au film. La viscosité de l'huile à une température spécifique peut être soit calculée à partir de la relation viscosité-température ou obtenue à partir du diagramme ASTM (American Society for Testing and Materials) [figure III.8](#).

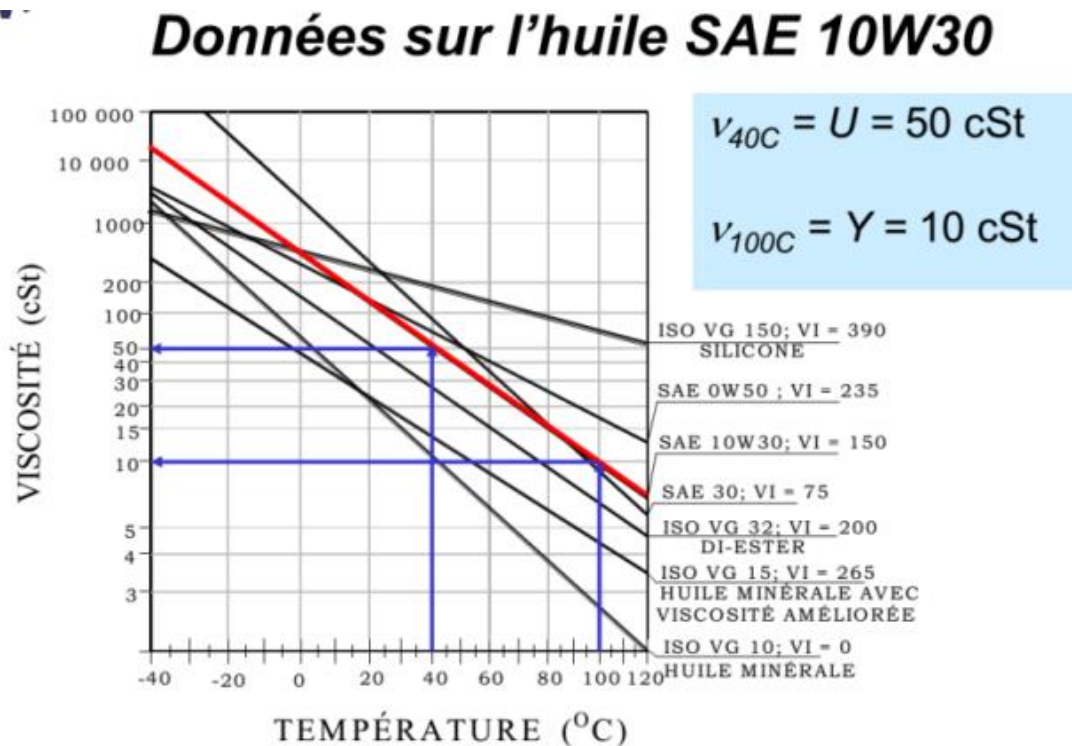


Fig III. 8: Normalized diagram of motor oils according ASTM D341.

Plusieurs lois de variation viscosité-température sont proposées dans la littérature technique. Certaines d'entre elles sont purement empiriques, alors que d'autres sont dérivées de modèles théoriques. Les lois les plus couramment utilisées sont mentionnées dans le [tableau III.1 \[19\]](#). Parmi elles, le modèle de Vogel est le plus précis. Trois mesures de viscosité à différentes températures d'une huile spécifique sont nécessaires afin de déterminer les trois constantes de ce modèle.

La viscosité de l'huile peut alors être calculée à la température de fonctionnement. En plus de sa précision, la relation de Vogel est utile dans les simulations et modélisation numériques des problèmes de lubrification fluide.

Table III. 1 : Viscosity-temperature relationships [19].

Nom de la loi	Expression	Commentaires
Reynolds	$\mu_{nf} = b e^{-aT}$	L'équation de Reynolds est précise pour une plage de températures très limitée.
Slotte	$\mu_{nf} = a / (b + T)^c$	Raisonnable et utilisée en analyse numérique
Mac Coull & Walther (1921)	$\nu + a = 10^{10^{n-m \log_{10}(T)}}$ ou $\log_{10}(\log_{10}(\nu + a)) = n - m \log_{10}(T)$	ν étant la viscosité cinématique en (cSt) ou (mm ² /s), et m et n sont des constantes. Cette loi, qui constitue la base de la norme ASTM, est très utilisée aussi bien pour les huiles minérales que synthétiques.
Vogel	$\mu_{nf} = a e^{b/(T-T_c)}$	C'est la plus précise dans les calculs d'ingénierie.

où: a, b, c sont des constantes et T la température absolue en [K].

III.12.2 Cas des nanofluides (ou nanolubrifiants)

D'après Kalakada [20] :

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_0} = e^{(k_1 - k_2 \bar{T})} \text{ avec } \bar{T} = \frac{T}{T_a}$$

Nanoparticules	k_1	k_2
CuO : Oxyde de Cuivre	$1.194 - 0.631w_t + 1.553 w_t^2 - 1.499 w_t^3$	$1.194 - 0.660w_t + 1.668 w_t^2 - 1.680 w_t^3$
Al_2O_3 : Oxyde d'Aluminium (Alumine)	$1.194 - 0.450w_t + 1.230 w_t^2 - 1.749 w_t^3$	$1.194 - 0.526w_t + 2.560 w_t^2 - 4.000 w_t^3$
CeO_2 : Oxyde de Cesium	$1.194 - 0.040w_t - 0.295 w_t^2 - 0.072 w_t^3$	$1.194 - 0.107w_t - 0.477 w_t^2 + 0.487 w_t^3$

où :

w_t = Concentration en pourcentage pondéral des nanoparticules (weight fraction)

μ_{nf} = Viscosité du lubrifiant avec nanoparticules (nanofluide)

μ_0 = Viscosité du lubrifiant de base

T = Température

T_a = Température atmosphérique

Q_z = Fuite latérale du palier

Formule de conversion :

$$\varphi(\%) = \left[\frac{\frac{w_t(\%)}{\rho_{np}}}{\frac{w_t(\%)}{\rho_{np}} + \frac{(100 - w_t(\%))}{\rho_{fb}}} \right] \times 100$$

ou encore $\varphi_{np} = \frac{\frac{w_{np}}{\rho_{np}}}{\frac{w_{np}}{\rho_{np}} + \frac{w_{fb}}{\rho_{fb}}}$ avec $w_{fb} = 1 - w_{np}$

Exemple de nanofluide : $\rho_{np} = 7.5 \frac{g}{cm^3}$; $\rho_{fb} = 0.885 \frac{g}{cm^3}$

Fraction pondérale (Weight fraction), $w_t(\%)$	Fraction volumique (Volume fraction), $\varphi(\%)$
0%	0 %
1.26 %	0.15 %
2.49 %	0.30 %
3.69 %	0.45 %
4.87 %	0.60 %
6.02 %	0.75 %

Kulkarni et al. [21] a proposé le modèle empirique, basé sur des essais expérimentaux, suivant :

$$\ln(\mu_{nf}) = A(\varphi) \left(\frac{1}{T} \right) - B(\varphi)$$

où : μ_{nf} est la viscosité dynamique du nanofluide (ou nanolubrifiant), T est la température absolue en Kelvin (K). A et B sont des polynômes qui sont des fonctions de la concentration ou la fraction volumique φ de nanoparticules inorganiques CuO (Oxyde de Cuivre) dont les expressions sont :

$$A = 20587 \varphi^2 + 15857 \varphi + 1078.3 \text{ et } B = -107.12 \varphi^2 + 53.548 \varphi + 2.8715$$

Dans cette loi, $\ln \equiv \log_e$ correspond au logarithme naturel ou néperien, la fraction volumique s'échelonne entre 0.05 (ou 5%) à 0.15 (ou 15%) pour des températures variant de 278 à 323 K correspondant respectivement à 5°C et 50°C .

III.13 Equation d'énergie adiabatique pour un fluide visqueux linéaire (Newtonien)

En supposant qu'il n'y a pas d'échange ou de transfert de chaleur avec les surfaces l'arbre et du coussinet (c'est-à-dire toute la chaleur produite par effet de cisaillement est évacuée par le fluide lubrifiant), l'équation d'énergie dans le cas Newtonien se simplifie et prend la forme suivante [22] :

$$\rho c_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] \quad [\text{III.43}]$$

Pour que cette équation soit couplée à l'équation de Reynolds, il est nécessaire d'exprimer les vitesses d'écoulement u et w en fonction des gradients de pression $\frac{\partial p}{\partial x}$ et $\frac{\partial p}{\partial z}$ à partir de l'intégration par rapport à y des équations de Navier–Stokes écrites dans le cadre de la mécanique des films minces suivantes :

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad [\text{III.44}]$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad [\text{III.45}]$$

$$-\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \quad [\text{III.46}]$$

et en utilisant les conditions limites de non glissement (no slip conditions) : $u(x, 0, z) = w(x, 0, z) = w(x, h, z) = 0$ et $u(x, h, z) = U = \omega R$. Soit :

$$u(x, y, z) = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} (y^2 - yh) + \frac{y}{h} U \quad [\text{III.47}]$$

$$w(x, y, z) = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial z} (y^2 - yh) \quad [\text{III.48}]$$

En raison de la faible épaisseur du film d'huile, il sera judicieux de calculer les vitesses moyennes de l'écoulement :

$$\bar{u}(x, z) = \frac{1}{h} \int_0^h u(x, y, z) dy = \frac{U}{2} - \frac{h^2}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \quad [\text{III.49}]$$

et

$$\bar{w}(x, z) = \frac{1}{h} \int_0^h w(x, y, z) dy = -\frac{h^2}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \quad [\text{III.50}]$$

En substituant les vitesses u et w apparaissant dans le membre gauche (LHS) de l'équation d'énergie (III.43) par $\bar{u}$ et $\bar{w}$, il vient :

$$LHS = \rho c_p \frac{U}{2} \left(\left(1 - \frac{h^2}{6} \frac{1}{\mu U} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{h^2}{6} \frac{1}{\mu U} \frac{\partial p}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} \right). \quad [III.51]$$

Afin de transformer le membre droit (RHS) de l'équation (III.43) en une forme plus appropriée, il est nécessaire de différencier les vitesses u et w par rapport à y , soit :

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} (2y - h) + \frac{U}{h} \quad [III.52]$$

$$\frac{\partial w}{\partial y} = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial z} (2y - h) \quad [III.53]$$

Pour simplifier les expressions des gradients de vitesses (III.52) et (III.53), nous utilisons la paramétrisation suivante : $a = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x}$ et $b = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial z}$. Soit :

$$\frac{\partial u}{\partial y} = a(2y - h) + \frac{U}{h} \quad [III.54]$$

$$\frac{\partial w}{\partial y} = b(2y - h) \quad [III.55]$$

Ces gradients de vitesses doivent être calculés pour les valeurs de y ($\bar{y}_u$ et $\bar{y}_w$) où les vitesses u et w prennent respectivement les valeurs $\bar{u}$ et $\bar{w}$. Les valeurs $\bar{y}_u$ et $\bar{y}_w$ sont déterminées à partir des équations suivantes :

$$u(x, y, z) = \bar{u}(x, z) \quad [III.56]$$

$$w(x, y, z) = \bar{w}(x, z) \quad [III.57]$$

Compte tenu des équations (III.47) et (III.49), l'équation (III.56) devient

$$a(y^2 - yh) + \frac{y}{h} U = \left(\frac{U}{2} - \frac{1}{6} ah^2 \right) \quad [III.58]$$

Les solutions de l'équation quadratique (III.58) sont :

$$y_1 = \bar{y}_{u1} = \frac{1}{12ah} \left(6ah^2 - 6U - 2\sqrt{(3a^2h^4 + 9U^2)} \right) \quad [III.59]$$

et

$$y_2 = \bar{y}_{u2} = \frac{1}{12ah} \left(6ah^2 - 6U + 2\sqrt{(3a^2h^4 + 9U^2)} \right) \quad [III.60]$$

Après avoir introduit ces solutions dans l'équation (III.54), nous obtenons :

$$\frac{\partial u}{\partial y}(y = \bar{y}_{u1}) = -\frac{\sqrt{3}}{3h}\sqrt{(3U^2 + a^2h^4)} \quad [\text{III.61}]$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}(y = \bar{y}_{u2}) = \frac{\sqrt{3}}{3h}\sqrt{(3U^2 + a^2h^4)} \quad [\text{III.62}]$$

En élevant au carré les équations (III.61) et (III.62), nous obtenons

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 = \frac{U^2}{h^2} + \frac{1}{3}a^2h^2 \quad [\text{III.63}]$$

En procédant de la même manière pour l'équation (III.57), nous obtenons l'équation quadratique suivante :

$$b(y^2 - yh) = -\frac{bh^2}{6} \quad \text{ou encore} \quad y^2 - yh + \frac{h^2}{6} = 0 \quad [\text{III.64}]$$

dont les solutions sont :

$$y_1 = \bar{y}_{w1} = \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{6}\right).h \quad \text{et} \quad y_2 = \bar{y}_{w2} = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{6}\right).h \quad [\text{III.65}]$$

Après avoir introduit les solutions dans l'équation (III.55), nous obtenons

$$\frac{\partial w}{\partial y}(y = \bar{y}_{w1}) = -\frac{\sqrt{3}}{3}bh \quad \text{et} \quad \frac{\partial w}{\partial y}(y = \bar{y}_{w2}) = \frac{\sqrt{3}}{3}bh \quad [\text{III.66}]$$

Soit par conséquent :

$$\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 = \frac{1}{3}b^2h^2 \quad [\text{III.67}]$$

L'introduction des équations (III.63) et (III.67) dans le membre droit de l'équation d'énergie (III.43) donne :

$$RHS = \mu_{nf} \left(\frac{U^2}{h^2} + \frac{1}{3}h^2(a^2 + b^2) \right) \quad [\text{III.68}]$$

Sachant que $a = \frac{1}{2\mu_{nf}} \frac{\partial p}{\partial x}$ et $b = \frac{1}{2\mu_{nf}} \frac{\partial p}{\partial z}$, l'équation (III.68) devient

$$RHS = \mu_{nf} \frac{U^2}{h^2} + \frac{h^2}{12\mu_{nf}} \left(\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)^2 \right) \quad [\text{III.69}]$$

En utilisant les équations (III.51) et (III.69), l'équation d'énergie initiale (III.43) peut-être écrite sous la forme suivante :

$$\rho c_{p,nf} \frac{U}{2} \left(\left(1 - \frac{h^2}{6} \frac{1}{\mu_{nf} U} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{h^2}{6} \frac{1}{\mu_{nf} U} \frac{\partial p}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \mu_{nf} \frac{U^2}{h^2} + \frac{h^2}{12\mu_{nf}} \left(\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)^2 \right) \quad [\text{III.70}]$$

Soit en multipliant les deux membres par h :

$$\rho c_{p,nf} \left(\left(\frac{hU}{2} - \frac{h^3}{12\mu_{nf}} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{h^3}{12\mu_{nf}} \frac{\partial p}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \mu_{nf} \frac{U^2}{h} + \frac{h^3}{12\mu_{nf}} \left(\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)^2 \right) \quad [\text{III.71}]$$

ou encore

$$\rho c_{p,nf} \left(Q_x \frac{\partial T}{\partial x} + Q_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \mu_{nf} \frac{U^2}{h} + \frac{h^3}{12\mu_{nf}} \left(\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)^2 \right) \quad [\text{III.72}]$$

avec $Q_x = \int_0^h u dy = \frac{hU}{2} - \frac{h^3}{12\mu_{nf}} \frac{\partial p}{\partial x}$ et $Q_z = \int_0^h w dy = -\frac{h^3}{12\mu_{nf}} \frac{\partial p}{\partial z}$ qui sont les débits volumiques par unité de longueur suivant x et z .

Remarque :

- l'équation d'énergie adiabatique (III.71) ou (III.72) pouvait être dérivée à partir d'une simple intégration suivant l'épaisseur du film des deux membres de l'équation (III.43) en tenant compte des expressions des profils de vitesses de l'écoulement (III.47) et (III.48) ; c'est-à-dire :

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial x} \underbrace{\int_0^h u dy}_{Q_x} + \frac{\partial T}{\partial z} \underbrace{\int_0^h w dy}_{Q_z} \right) = \mu \left[\int_0^h \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 dy + \int_0^h \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 dy \right] \quad \text{où les gradients de}$$

vitesses $\frac{\partial u}{\partial y}$ et $\frac{\partial w}{\partial y}$ sont exprimés par les équations (III.52) et (III.53).

- Si on prend en considération l'évacuation de la chaleur par conduction suivant les directions x et z , l'équation (III.72) prend une forme plus complète et s'écrit comme suit [22]

$$\left[\underbrace{\left(\frac{\rho U h}{2} - \frac{\rho h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right)}_{\dot{m}_x = \rho Q_x} \frac{\partial}{\partial x} (c_p T) - \underbrace{\frac{\rho h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z}}_{\dot{m}_z = \rho Q_z} \frac{\partial}{\partial z} (c_p T) \right] - \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(h k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h k \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] + h_c (T - T_w) = \mu \frac{U^2}{h} + \frac{h^3}{12\mu} \left(\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)^2 \right) \quad [\text{III.73}]$$

avec $h = h(x, z)$, $p = p(x, z)$, $T = T(x, z)$, $k = k(x, z)$, $T_w = T_w(x, z)$, $c_p = c_{p,nf}(x, z)$,

$$\mu_{nf} = \mu_{nf}(p, T), \text{ et } \rho_{nf} = \rho_{nf}(p, T).$$

Dans l'équation d'énergie (III.73) écrite sous forme plus complète dans le cas d'un fluide compressible (gaz), k est la conductivité thermique du fluide en $\left[\frac{W}{m.K}\right]$, h_c est le coefficient d'échange ou de convection en $\left[\frac{W}{m^2.K}\right]$, et T_w est la température du coussinet fixe en $[K]$ qui peut être ou non une fonction de x et z . A cette équation, nous devons rajouter l'équation d'état du fluide $f(\rho, T, p) = 0$ qui, pour un gaz parfait, s'écrit : $\rho = \frac{p}{\mathcal{R}T}$ où $\mathcal{R} = c_p - c_v$.

III.14 Equation d'énergie adiabatique modifiée pour un nanofluide

En procédant de la même manière que dans le cas Newtonien (paragraphe précédent) et compte tenu des expressions des profils de vitesses obtenus à partir de l'intégration des équations de mouvement (III.24) en considérant l'hypothèse $\frac{\partial \mu_{nf}}{\partial y} = 0$:

$$u(x, y, z) = \underbrace{U \frac{y}{h}}_{\text{terme de Couette}} + \underbrace{\frac{1}{2\mu_{nf}} \frac{\partial p}{\partial x} \left\{ y(y-h) + 2\ell^2 \left[1 - \frac{\cosh\left(\frac{2y-h}{2\ell}\right)}{\cosh\left(\frac{h}{2\ell}\right)} \right] \right\}}_{\text{terme de Hagen-Poiseuille}}$$

[III.74.a]

$$w(x, y, z) = \underbrace{\frac{1}{2\mu_{nf}} \frac{\partial p}{\partial z} \left\{ y(y-h) + 2\ell^2 \left[1 - \frac{\cosh\left(\frac{2y-h}{2\ell}\right)}{\cosh\left(\frac{h}{2\ell}\right)} \right] \right\}}_{\text{terme de Hagen-Poiseuille}} \quad [\text{III.74.b}]$$

nous dérivons une équation d'énergie modifiée dont l'expression est :

$$\rho_{nf} c_{p,nf} \left(Q_x \frac{\partial T}{\partial x} + Q_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \mu_{nf} \frac{U^2}{h} + \frac{G(h, \ell)}{12\mu_{nf}} \left(\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)^2 \right) \quad [\text{III.75}]$$

avec $Q_x = \int_0^h u dy = \frac{hU}{2} - \frac{G(h, \ell)}{12\mu_{nf}} \frac{\partial p}{\partial x}$ et $Q_z = \int_0^h w dy = -\frac{G(h, \ell)}{12\mu_{nf}} \frac{\partial p}{\partial z}$ qui sont les débits volumiques par unité de longueur suivant x et z

ou encore sous une forme plus complète :

$$\left[\underbrace{\left(\frac{\rho_{nf} U h}{2} - \frac{\rho_{nf} G(h, \ell)}{12\mu_{nf}} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \frac{\partial}{\partial x} (c_{p,nf} T)}_{\dot{m}_x = \rho Q_x} - \underbrace{\frac{\rho_{nf} G(h, \ell)}{12\mu_{nf}} \frac{\partial p}{\partial z} \frac{\partial}{\partial z} (c_{p,nf} T)}_{\dot{m}_z = \rho Q_z} \right] - \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(h k_{nf} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h k_{nf} \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] + h_c (T - T_w) = \mu_{nf} \frac{U^2}{h} + \frac{G(h, \ell)}{12\mu_{nf}} \left(\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)^2 \right) \quad [\text{III.76}]$$

Si ρ_{nf} , $c_{p_{nf}}$, et k_{nf} sont constants mais peuvent dépendre de la concentration ou la fraction volumique φ (Voir Chapitre I), l'équation (III.76) devient :

$$\rho_{nf} c_{p_{nf}} \left[\underbrace{\left(\frac{Uh}{2} - \frac{G(h,\ell)}{12\mu_{nf}} \frac{\partial p}{\partial x} \right)}_{Q_x} \frac{\partial T}{\partial x} - \underbrace{\frac{G(h,\ell)}{12\mu_{nf}} \frac{\partial p}{\partial z}}_{Q_z} \frac{\partial T}{\partial z} \right] - k_{nf} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] + h_c (T - T_w) = \mu_{nf} \frac{U^2}{h} + \frac{G(h,\ell)}{12\mu_{nf}} \left(\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)^2 \right) \quad [\text{III.77}]$$

Notons par ailleurs que la diffusivité thermique Γ , la conductivité thermique k_{nf} , et la masse volumique ρ_{nf} du nanofluides sont reliées par la relation suivante : $\Gamma = \frac{k_{nf}}{\rho_{nf} c_{p_{nf}}}$. Le terme $\rho_{nf} c_{p_{nf}}$ peut donc être calculé à partir de cette formule connaissant les valeurs de k_{nf} et Γ . Notons aussi que le rapport de la viscosité cinématique $\nu_{nf} = \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}}$ à la diffusivité thermique définit le nombre adimensionnel de Prandtl ($Pr = \nu_{nf}/\Gamma$).

III.15 Analyse Thermique : Approche Thermique Globale

En général, il existe deux approches théoriques pour la résolution du problème de lubrification THD ou TEHD, à savoir :

- l'approche THD ou TEHD globale basée sur le bilan thermique global et le «concept de température effective» ou «concept de viscosité effective»,
- l'analyse THD ou TEHD rigoureuse avec une viscosité localement variable dans le film lubrifiant.

La première approche est relativement rapide au détriment de la précision, alors que la seconde est relativement plus précise que la première, mais compliquée à appliquer en raison de sa nature multi-physique et de son caractère transitoire et non linéaire. En fait, l'analyse avec une viscosité localement variable n'est disponible que récemment, tandis que la "viscosité effective" est appliquée depuis les années trente [23].

La plupart des études de lubrification effectuées sur le comportement dynamique des paliers de moteur sont basées sur l'hypothèse isotherme, c'est-à-dire la viscosité du lubrifiant est uniforme pour tout point du film fluide. Cependant, les effets thermiques jouent un rôle important sur le comportement des paliers soumis à des charges dynamiques et plus précisément sur le comportement des paliers de bielle, car les performances des paliers dépendent fortement de la viscosité du lubrifiant qui est une fonction décroissante de la température. En effet, dans les paliers soumis à des conditions sévères de fonctionnement, l'élévation de température due au

cisaillement du lubrifiant peut atteindre plusieurs dizaines de degrés Celsius, conduisant par l'effet combiné de la réduction de la viscosité et des déformations thermoélastiques des solides à des changements significatifs de la géométrie du film. A l'équation de Reynolds généralisée, il est alors nécessaire d'associer l'équation d'énergie dans le film et l'équation de conduction de chaleur des solides. Ces équations forment la base de la théorie complexe de la lubrification THD.

Le modèle THD dans le contexte de la lubrification cherche à trouver les solutions simultanées en termes de champs de pression et de température pour les fluides et les milieux solides en utilisant des conditions aux limites appropriées. Lorsque les déformations élastiques et thermo-élastiques des solides sont prises en compte en plus des phénomènes purement thermiques, le modèle est alors dit TEHD.

Comme mentionné précédemment, l'algorithme de calcul THD ou TEHD local est très complexe à mettre en œuvre et nécessite des efforts et des temps de calcul élevés. Pour cela, une approche thermique simplifiée ou globale basée sur le concept de «température effective» qui suppose que le régime de lubrification est isotherme et la température est égale à la température effective T_{eff} [24] telle que :

$$T_{eff} = \frac{T_{inlet} + T_{outlet}}{2} = T_{inlet} + \frac{\Delta T}{2} \quad [\text{III.78}]$$

Lorsque T_{inlet} est la température d'entrée de lubrifiant, et $\Delta T = T_{outlet} - T_{inlet}$ est la variation de température qui serait obtenue en égalant un pourcentage de l'énergie totale générée par les effets de contrainte de cisaillement et de couple de contrainte dans le palier à la quantité de chaleur évacuée par le nanolubrifiant du palier :

$$\lambda \mathcal{P} = \rho_{nf} C_{p,nf} Q_z \Delta T \quad [\text{III.79}]$$

ρ_{nf} est la masse volumique du nanofluide, $C_{p,nf}$ est la chaleur spécifique du nanofluide, et λ est un paramètre variant de 0,5 à 1 qui reflète le pourcentage de chaleur générée qui est évacuée par le nanolubrifiant. Si $\lambda = 1$, l'élévation de la température ΔT sera calculée en supposant des conditions aux limites adiabatiques pour le palier, c'est-à-dire que la puissance dissipée $\mathcal{P}$ est drainée avec l'écoulement de fluide Q_z à travers le palier

Les concepteurs de moteurs préconisent que la valeur λ est d'environ 0,85 ce qui signifie que **85%** de la chaleur produite est éliminée par le lubrifiant et seulement **15%** de la chaleur est évacuée par conduction dans tout l'arbre et le coussinet.

Notons que pour les moteurs à combustion interne, $\mathcal{P}$ et Q_z représentent les valeurs moyennes de puissance dissipée et de débit de fuite calculées sur un cycle complet du moteur.

Comme pour une charge donnée, la puissance dissipée et le débit de fuite sont des fonctions non linéaires de viscosité de lubrifiant, l'équation (III.79) doit être résolue à l'aide d'un processus itératif. Le processus de calcul est représenté par le schéma de la **figure (III. 9)**.

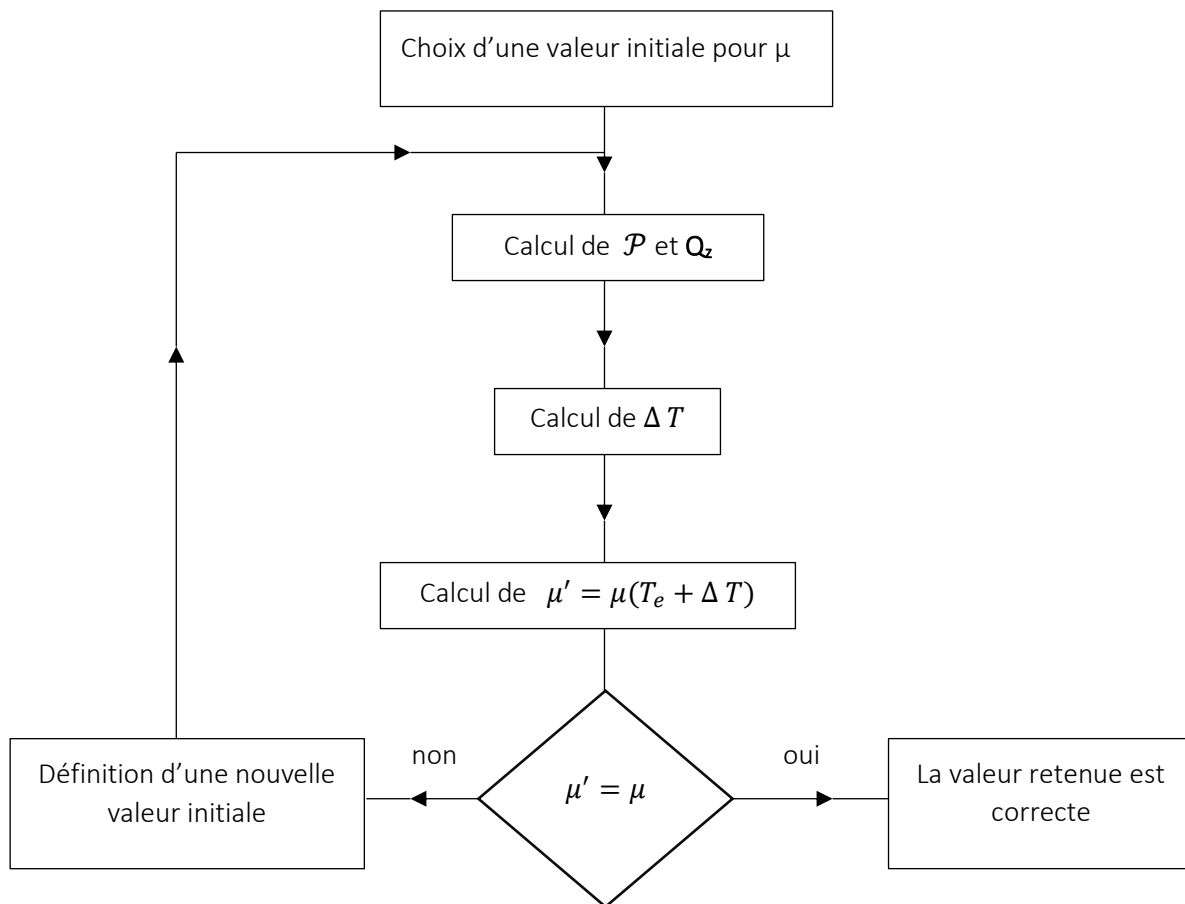


Fig III. 9: Flowchart for calculating of the effective viscosity

La convergence de ce processus itératif dépend de la valeur de T_e , de la forme de la relation $\mu(T)$, de la puissance et du débit. Lorsque le processus diverge ou converge difficilement vers la solution, on peut utiliser l'algorithme de sous-relaxation suivant :

$$\Delta T^{(k+1)} = (1 - \omega)\Delta T^{(k)} + \omega \left(\frac{\lambda P}{\rho C_{p,nf} Q} \right)^{(k+1)} ; k = 0, 1, 2, \dots, k_{max} \quad [\text{III.80}]$$

où ϖ est le facteur de sous-relaxation dont la valeur s'échelonne entre 0 et 1, et k est le numéro d'itération. En pratique, une valeur de ϖ égale à 0.5 et une valeur initiale nulle pour ΔT assure une convergence rapide du processus.

III.16 Méthode semi-analytique pour le calcul du champ de pression dans le film

III.16.1 Formulation variationnelle de l'équation de Reynolds modifiée

En régime isotherme, l'équation de Reynolds modifiée de lubrification hydrodynamique par des nanofluides micro-polaires s'écrit dans le cas du palier de tête de bielle :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{G(h,l)}{\mu_{nf} k_x} \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{G(h,l)}{\mu_{nf} k_z} \frac{\partial p}{\partial z} \right] - \frac{U}{2} \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad [\text{III.81}]$$

où $k_x = k_z = 12$ en régime d'écoulement laminaire et $U = U_j + U_b$. U_j et U_b étant respectivement les vitesses linéaires du maneton et du coussinet de tête de bielle.

Dans l'équation (III.81), $h = h(x, t)$ est l'épaisseur du film lubrifiant, $p = p(x, z, t)$ est la pression dans le fluide lubrifiant, $\mu_{nf} = \mu_{nf}(\varphi)$ est la viscosité dynamique du lubrifiant dépendant de la fraction volumique, $U = (\omega_j + \omega_b)R$ est la vitesse linéaire à la surface de l'arbre (maneton ou tourillon du vilebrequin), k_x et k_z sont les coefficients de turbulence dépendant du nombre de Reynolds local de l'écoulement $R_h = \frac{\rho(\varphi)Uh}{\mu_{nf}(\varphi)}$, x est la variable d'espace (direction de glissement), z est la seconde variable d'espace (direction axiale du palier), et t est le temps.

La forme intégrale forte de Galerkin associée à l'équation de Reynolds (III.81) peut être obtenue en appliquant la méthode des résidus pondérés de Galerkin :

$$W(p) = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_0^{2\pi R} \delta p \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{G(h,l)}{\mu_{nf} k_x} \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{G(h,l)}{\mu_{nf} k_z} \frac{\partial p}{\partial z} \right] - \frac{U}{2} \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial h}{\partial t} \right\} dx dz = 0 \quad [\text{III.82}]$$

R et L étant respectivement le rayon et la longueur du palier (ou du coussinet).

L'application du théorème du gradient de Green permet de transformer la forme intégrale forte (III.82) en une forme intégrale faible de Galerkin. Ce théorème s'écrit :

$$\iint_D \vec{\nabla} f(x, z) dx dz = \oint_{\partial D} f(x, z) \vec{n} ds \quad [\text{III.83}]$$

où $D = (0, 2\pi R) \times \left(-\frac{L}{2}, \frac{L}{2}\right)$ et s est l'abscisse curviligne.

Soit :

$$I_1 = \iint_D \delta p \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{G(h,l)}{\mu_{nf} k_x} \frac{\partial p}{\partial x} \right] dx dz = - \iint_D \frac{\partial \delta p}{\partial x} \frac{G(h,l)}{\mu_{nf} k_x} \frac{\partial p}{\partial x} dx dz + \oint_{\partial D} \delta p \frac{G(h,l)}{\mu_{nf} k_x} \frac{\partial p}{\partial x} n_x ds$$

et

$$I_2 = \iint_D \delta p \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{G(h,l)}{\mu_{nf} k_z} \frac{\partial p}{\partial z} \right] dx dz = - \iint_D \frac{\partial \delta p}{\partial z} \frac{G(h,l)}{\mu_{nf} k_z} \frac{\partial p}{\partial z} dx dz + \oint_{\partial D} \delta p \frac{G(h,l)}{\mu_{nf} k_z} \frac{\partial p}{\partial z} n_z ds$$

Après intégration par parties, on trouve

$$\begin{aligned} W(p) = & - \iint_D \frac{\partial \delta p}{\partial x} \frac{G(h,l)}{\mu_{nf} k_x} \frac{\partial p}{\partial x} dx dz + \oint_{\partial D} \delta p \frac{G(h,l)}{\mu_{nf} k_x} \frac{\partial p}{\partial x} n_x ds - \iint_D \frac{\partial \delta p}{\partial z} \frac{G(h,l)}{\mu_{nf} k_z} \frac{\partial p}{\partial z} dx dz \\ & + \oint_{\partial D} \delta p \frac{G(h,l)}{\mu_{nf} k_z} \frac{\partial p}{\partial z} n_z ds - \iint_D \delta p \frac{U}{2} \frac{\partial h}{\partial x} dx dz - \iint_D \delta p \frac{\partial h}{\partial t} dx dz = 0 \end{aligned}$$

ou encore

$$\begin{aligned} W(p) = & - \iint_D \left[\frac{\partial \delta p}{\partial x} \frac{G(h,l)}{\mu_{nf} k_x} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \delta p}{\partial z} \frac{G(h,l)}{\mu_{nf} k_z} \frac{\partial p}{\partial z} \right] dx dz - \iint_D \delta p \frac{U}{2} \frac{\partial h}{\partial x} dx dz - \iint_D \delta p \frac{\partial h}{\partial t} dx dz + \\ & \oint_{\partial D} \delta p \left[\frac{G(h,l)}{\mu_{nf} k_x} \frac{\partial p}{\partial x} n_x + \frac{G(h,l)}{\mu_{nf} k_z} \frac{\partial p}{\partial z} n_z \right] ds = 0 \end{aligned} \quad [\text{III.84}]$$

La deuxième intégrale de l'équation (III.84) peut être transformée sous la forme suivante :

$$\iint_D \delta p \frac{\partial h}{\partial x} dx dz = - \iint_D \frac{\partial \delta p}{\partial x} h dx dz + \oint_{\partial D} \delta p h n_x ds \quad [\text{III.85}]$$

Compte tenu de l'équation (III.85), la forme intégrale faible s'exprime comme suit :

$$\begin{aligned} W(p) = & - \iint_D \left[\frac{\partial \delta p}{\partial x} \frac{G(h,l)}{\mu_{nf} k_x} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \delta p}{\partial z} \frac{G(h,l)}{\mu_{nf} k_z} \frac{\partial p}{\partial z} \right] dx dz + \iint_D \frac{\partial \delta p}{\partial x} h \frac{U}{2} dx dz - \iint_D \delta p \frac{\partial h}{\partial t} dx dz - \\ & \oint_{\partial D} \delta p \left[\left(- \frac{G(h,l)}{\mu_{nf} k_x} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{U h}{2} \right) n_x - \frac{G(h,l)}{\mu_{nf} k_z} \frac{\partial p}{\partial z} n_z \right] ds = 0 \end{aligned} \quad [\text{III.86}]$$

$= \vec{Q} \cdot \vec{n}$

$$\text{où } \vec{Q} = \begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} - \frac{G(h,l)}{\mu_{nf} k_x} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{U h}{2} \\ - \frac{G(h,l)}{\mu_{nf} k_z} \frac{\partial p}{\partial z} \end{Bmatrix} \text{ est le vecteur débit volumique et } \vec{n} = \begin{Bmatrix} n_x \\ n_z \end{Bmatrix} \text{ est le vecteur}$$

normal extérieur unitaire ($\|\vec{n}\| = 1$).

A partir de la formulation intégrale faible $W(p)$ (Eq. III.86), on peut construire la fonctionnelle $J(p)$ tel que $\delta J(p) = W(p) = 0$ où δ est l'opérateur variationnel.

$$J(p, p_x, p_z) = \iint_D \left[-\frac{G(h,l)}{2\mu_{nf}k_x} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 - \frac{G(h,l)}{2\mu_{nf}k_z} \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)^2 + \frac{Uh}{2} \frac{\partial p}{\partial x} - p \frac{\partial h}{\partial t} \right] dx dz - \oint_{\partial D} p \vec{Q} \cdot \vec{n} d\mathcal{S} = \text{extrêumum} \quad [\text{III.87}]$$

avec $p_x = \frac{\partial p}{\partial x}$; $p_z = \frac{\partial p}{\partial z}$ représentant les gradients de pression.

Il convient de noter que la fonctionnelle $J(p)$ (Eq. III.87) est fonction de la fonction inconnue p qui est la pression hydrodynamique engendrée dans le film lubrifiant et de ses dérivées (ou gradients) de pression $\frac{\partial p}{\partial x}$ et $\frac{\partial p}{\partial z}$.

L'application de la méthode de séparation des variables permet de simplifier l'expression de la fonctionnelle (III.87). Pour cela, on pose :

$$p(x, z, t) = \left(1 - 4 \left(\frac{z}{L} \right)^2 \right) g(x, t) \quad [\text{III.88}]$$

Compte tenu de la relation (III.88) et après intégration par rapport à la variable z , l'expression de la fonctionnelle (III.87) devient :

$$J(x, g, g_x) = \int_0^{2\pi R} \underbrace{\left[-\frac{8L}{15} \frac{G(h,l)}{2\mu k_x} g_x^2 - \frac{16}{3L} \frac{G(h,l)}{2\mu k_z} (g(x))^2 + \frac{2L}{3} \frac{Uh}{2} g_x - \frac{2L}{3} \frac{\partial h}{\partial t} g \right]}_{=F(x,g,g')} dx = \text{extrêumum} \quad [\text{III.89}]$$

$$\text{avec } g_x = \frac{\partial g}{\partial x}$$

La condition de stationnarité de $J(x, g, g_x)$ est donnée par $\delta J(x, g, g_x) = 0$

En utilisant les propriétés de l'opérateur variationnel δ suivantes :

$$\delta \left(\int F dx \right) = \int \delta F dx \quad ; \quad \delta \left(\frac{\partial g}{\partial x} \right) = \frac{\partial (\delta g)}{\partial x}$$

et en définissant la variation variationnelle de F de manière similaire au calcul différentiel total ; c'est-à-dire :

$$\delta F(g, g_x, x) = \frac{\partial F}{\partial g} \delta g + \frac{\partial F}{\partial g_x} \delta g_x + \frac{\partial F}{\partial x} \delta x \quad \text{où } \delta x = 0 \text{ puisque la valeur de } x \text{ est fixée}$$

Soit :

$$\delta J = \int_0^{2\pi R} \left[\frac{\partial F}{\partial g} \delta g + \frac{\partial F}{\partial g_x} \delta g_x \right] dx = 0$$

Posons : $u' = \delta g_x$ et $v = \frac{\partial F}{\partial g_x}$

En appliquant la règle d'intégration par parties : $\int uv' + \int vu' = uv$

ou encore $\int vu' = -\int uv' + uv$

$$\int_0^{2\pi R} \frac{\partial F}{\partial g_x} \delta g_x dx = -\int_0^{2\pi R} \delta g \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial F}{\partial g_x} \right) dx + \delta g \frac{\partial F}{\partial g_x} \Big|_0^{2\pi R}, \text{ d'où :}$$

$$\delta J = \int_0^{2\pi R} \delta g \left[\frac{\partial F}{\partial g} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial F}{\partial g_x} \right) \right] dx + \delta g \frac{\partial F}{\partial g_x} \Big|_0^{2\pi R} = 0 \quad [\text{III.90}]$$

$\forall \delta g$, on a :

$$\frac{\partial F}{\partial g} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial F}{\partial g_x} \right) = 0 \quad [\text{III.91}]$$

$$\delta g \frac{\partial F}{\partial g_x} \Big|_0^{2\pi R} = \delta g (2\pi R) \frac{\partial F}{\partial g_x} \Big|_{2\pi R} - \delta g (0) \frac{\partial F}{\partial g_x} \Big|_0 = 0 \quad [\text{III.92}]$$

L'équation (III.91) est l'équation différentielle partielle (EDP) régissant le problème dont l'inconnue est la fonction $g(x, t)$. C'est l'équation différentielle d'Euler-Lagrange. La solution de cette équation rend extrémale la fonctionnelle (III.89).

L'équation (III.92) représente les conditions limites imposées aux bords du domaine de résolution.

Les expressions des dérivées intervenant dans l'équation d'Euler-Lagrange (III.91) sont données ci-dessous :

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial g} &= -\frac{16}{3L} \frac{G(h, l)}{\mu k_z} g(x) - \frac{2L}{3} \frac{\partial h}{\partial t}; & \frac{\partial F}{\partial g_x} &= -\frac{8L}{15} \frac{G(h, l)}{\mu k_x} g_x + \frac{hUL}{3}; \\ \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial g_x} \right) &= -\frac{8L}{15\mu} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{G(h, l)}{k_x} g_x \right) + \frac{UL}{3} \frac{\partial h}{\partial x} = -\frac{8L}{15\mu} \left[\frac{G(h, l)}{k_x} g_{xx} + \frac{1}{k_x} \frac{\partial G(h, l)}{\partial x} g_x + \right. \\ & \left. G(h, l) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{k_x} \right) g_x \right] + \frac{UL}{3} \frac{\partial h}{\partial x} \end{aligned}$$

Soit par conséquent :

$$\begin{aligned} \frac{8}{15\mu_{nf}} \frac{G(h, l)}{k_x} g_{xx} + \frac{8}{15\mu_{nf}} \left[\frac{\partial G(h, l)}{\partial x} \frac{1}{k_x} + G(h, l) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{k_x} \right) \right] g_x - \frac{16}{3\mu_{nf} L^2} \frac{G(h, l)}{k_z} g(x, t) &= \frac{1}{3} \left(U \frac{\partial h}{\partial x} + \right. \\ & \left. 2 \frac{\partial h}{\partial t} \right) \end{aligned} \quad [\text{III.93}]$$

avec $g_x = \frac{\partial g}{\partial x}$, $g_{xx} = \frac{\partial^2 g}{\partial x^2}$, et $\frac{\partial G(h,l)}{\partial x} = \frac{\partial G(h,l)}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial x}$

Comme $k_x = k_z = 12$, l'équation (III.93) devient

$$\frac{8}{15} \frac{G(h,l)}{\mu_{nf}} g_{xx} + \frac{8}{15} \frac{\frac{\partial G(h,l)}{\partial x}}{\mu_{nf}} g_x - \frac{16}{3L^2} \frac{G(h,l)}{\mu_{nf}} g(x,t) = 4 \left(U \frac{\partial h}{\partial x} + 2 \frac{\partial h}{\partial t} \right) \quad [\text{III.94}]$$

ou encore

$$\frac{G(h,l)}{15} g_{xx} + \frac{\frac{\partial G(h,l)}{\partial x}}{15} g_x - \frac{2G(h,l)}{3L^2} g(x,t) = \mu_{nf} \left(\frac{U}{2} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t} \right) \quad [\text{III.95}]$$

où : $G(h,l) = h^3 - 12l^2h + 24l^3 \tanh\left(\frac{h}{2l}\right)$ et $h = C - x_j \cos\left(\frac{x}{R_j}\right) - y_j \sin\left(\frac{x}{R_j}\right)$

soit : $\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{x_j}{R_j} \sin\left(\frac{x}{R_j}\right) - \frac{y_j}{R_j} \cos\left(\frac{x}{R_j}\right)$ et $\frac{\partial G}{\partial h} = 3h^2 - 12l^2 + \frac{12l^2}{\cosh^2\left(\frac{h}{2l}\right)}$

$C = R_b - R_j$ est le jeu radial du palier ; R_b et R_j étant respectivement les rayons de l'arbre (maneton ou tourillon) et du coussinet.

$\frac{U}{2} = \frac{U_j + U_b}{2} = \bar{\omega} R_j$ est la vitesse tangentielle ou linéaire moyenne du palier où

$\bar{\omega} = \frac{\omega_j + \omega_b}{2} = \frac{\omega_j}{2}$ dans le cas du palier principal de vilebrequin (ou palier de ligne du

moteur) et $\bar{\omega} = \frac{\omega_j + \omega_b}{2} = \frac{\omega_v}{2} \left(1 - \frac{\frac{R}{l} \cos(\theta)}{\sqrt{1 - \left(\frac{R}{l}\right)^2 \sin^2(\theta)}} \right)$ dans le cas du palier de tête de bielle (big

end rod bearing) ; $\omega_v = \frac{d\theta(t)}{dt} = \frac{2\pi n}{60}$ étant la vitesse angulaire du moteur (ou du vilebrequin) et

$\theta(t)$ est l'angle de rotation du vilebrequin variant de 0° à 720° .

(x_j, y_j) sont les coordonnées cartésiennes du centre de l'arbre (journal) dans le repère lié à la charge.

Compte tenu des expressions de la vitesse angulaire moyenne, l'équation (III.95) devient dans le cas du palier de tête de bielle :

$$\frac{G(h,l)}{15\mu} g_{xx} + \frac{\frac{\partial G(h,l)}{\partial x}}{15\mu} g_x - \frac{2G(h,l)}{3\mu L^2} g(x,t) = \frac{\omega_v R_j}{2} \left(1 - \frac{\frac{R}{l} \cos(\theta)}{\sqrt{1 - \left(\frac{R}{l}\right)^2 \sin^2(\theta)}} \right) \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t} \quad [\text{III.96}]$$

où : R_j est le rayon du maneton et R le rayon de la manivelle.

Dans le cas du palier de ligne (ou de vilebrequin), l'équation (III.96) se réduit à l'équation (III.97) :

$$\frac{G(h,l)}{15\mu} g_{xx} + \frac{\frac{\partial G(h,l)}{\partial x}}{15\mu} g_x - \frac{2G(h,l)}{3\mu L^2} g(x,t) = \frac{\omega_v R_j}{2} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t} \quad [\text{III.97}]$$

où : R_j est le rayon du tourillon.

III.17 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons présenté en détails les lois fondamentales de la théorie des milieux continus de V.K Stokes, à savoir : les lois de la conservation de la masse, de la quantité de mouvement, du moment de la quantité de mouvement, et de l'énergie ainsi que les lois constitutives en vue de décrire l'écoulement d'un fluide polaire en prenant en considération les couples de contrainte. L'existence de ces derniers est due à la présence des polymères additifs dans les huiles lubrifiantes. Ce type de fluide, est appelé fluide à couple de

contraintes, se caractérise par le paramètre $\ell = \sqrt{\frac{\eta}{\mu}}$ qui représente physiquement la taille caractéristique des nanoparticules ou des agrégats de NPs.

Sur la base de cette théorie, nous avons dérivé à partir des équations de mouvement et de continuité écrites dans le cas incompressible une équation aux dérivées partielles du second ordre linéaire appelée équation de Reynolds modifiée dont l'inconnue principale est la pression dans le fluide.

L'étude de stationnarité de la fonctionnelle associée à l'équation de Reynolds (2D) et l'emploi du théorème de calcul des variations a permis de dériver une nouvelle équation de pression de type Euler-Lagrange dans le cas d'un palier parfaitement aligné où le profil de pression suivant la direction axiale du palier est parabolique.

Ce chapitre a été complété par la formulation des caractéristiques hydrodynamiques du contact, à savoir : la puissance dissipée et le débit de fuite, les expressions de caractéristiques hydrodynamiques telles que la portance hydrodynamique, le débit de fuite, la force de frottements et la puissance dissipée dans le contact.

Les effets thermiques dans les paliers lisses sont généralement évalués en calculant une température effective et une viscosité effective correspondante du lubrifiant par un équilibre thermique entre la chaleur générée et la chaleur dissipée en utilisant une analyse isotherme.

• **Références bibliographiques**

- [1] Pinkus, O. The Reynolds Centennial: A Brief History of the Theory of Hydrodynamic Lubrication. Trans.ASME J. Tribol. 1987, 109, 2–15.
- [2] Brito, F.P. Thermohydrodynamic Performance of Twin Groove Journal Bearings Considering Realistic Lubricant Supply Conditions: A Theoretical and Experimental Study. PhD Thesis, University of Minho,Braga, Portugal, 2009.
- [3] Stachowiak, G.W.; Batchelor, A.W. Engineering Tribology, 3rd ed.; Elsevier Butterworth-Heinemann:Amsterdam, The Netherlands; Boston, MA, USA, 2005.
- [4] Colynuck, A.J.; Medley, J.B. Comparison of Two Finite Di_ference Methods for the Numerical Analysis ofThermohydrodynamic Lubrication. Tribol. Trans. 1989, 32, 346–356.
- [6] Harnoy, A. Bearing Design in Machinery—Engineering Tribology and Lubrication; Mechanical Engineering;Marcel Dekker: New York, NY, USA, 2003.
- [7] Szeri, A.Z. Fluid Film Lubrication: Theory and Design; Cambridge University Press: Cambridge, UK, 1998.
- [8] Frene, J.; Nicolas, D.; Degueurce, B.; Berthe, D.; Godet, M. Hydrodynamic Lubrication: Bearings and ThrustBearings; Elsevier: Burlington, MA, USA, 1997.
- [9] Cameron, A. Basic Lubrication Theory, 2d ed.; Horwood, E., Ed.; Halsted Press: Chichester, UK; New York, NY, USA, 1976.
- [10] Cope, W.F. The hydrodynamical theory of film lubrication. Proc. R. Soc. Lond. Ser. Math. Phys. Sci. 1949, 197,201–217.
- [11] Stokes, M.J.; Ettles, C.M.M. A General Evaluation Method for the Diabatic Journal Bearing. Proc. R. Soc.Math. Phys. Eng. Sci. 1974, 336, 307–325.
- [12] Fillon, M.; Bouyer, J. Thermohydrodynamic analysis of a worn plain journal bearing. Tribol. Int. 2004, 37, 129–136.
- [13] Sehgal, R.; Swamy, K.N.S.; Athre, K.; Biswas, S. A comparative study of the thermal behaviour of circular and non-circular journal bearings. Lubr. Sci. 2000, 12, 329–344.
- [14] Banwait, S.S.; Chandrawat, H.N. Study of thermal boundary conditions for a plain journal bearing. Tribol.Int. 1998, 31, 289–296.
- [15] Mishra, P.C.; Pandey, R.K.; Athre, K. Temperature profile of an elliptic bore journal bearing. Tribol. Int. 2007,40, 453–458.

- [16] Moreno Nicolás, J.A.; Gómez de León Hijes, F.C.; Alhama, F. Solution of temperature fields in hydrodynamics bearings by the numerical network method. *Tribol. Int.* 2007, 40, 139–145.
- [17] Pierre, I.; Electricite de France; Bouyer, J.; Fillon, M. Thermohydrodynamic Behavior of Misaligned PlainJournal Bearings: Theoretical and Experimental Approaches. *Tribol. Trans.* 2004, 47, 594–604.
- [18] Chauhan, A.; Sehgal, R.; Sharma, R.K. Thermohydrodynamic analysis of elliptical journal bearing with different grade oils. *Tribol. Int.* 2010, 43, 1970–1977.
- [19] Durany, J.; Pereira, J.; Varas, F. Numerical solution to steady and transient problems in thermohydrodynamiclubrication using a combination of finite element, finite volume andboundaryelement methods. *Finite Elem.Anal. Des.* 2008, 44, 686–695.
- [20] S. B. Kalakada, P. N. Kumarapillai, R. K. Perikinalil, Analysis of static and dynamic performance characteristics of THD journal bearing operating under lubricants containing nanoparticles, *Int. Journal of Precision Engg and Manufacturing*, Vol. 13, N° 10, pp. 1869-1876, 2012.
- [21] D. P. Kulkarni, D. K. Das, G. A. Chukwu, Temperature dependent rheological property of copper oxide nanoparticles suspension (Nanofluid), *Journal of nanoscience and nanotechnology*, Vol. 6,1-5, 2006.
- [22] Pinkus, O. *Thermal Aspects of Fluid Film Tribology*; ASME Press: New York, NY, USA, 1990.
- [23] Kornaev, A.V.; Kornaeva, E.P.; Savin, L.A. Theoretical Premises of Thermal Wedge Effect in Fluid-FilmBearings Supplied with a Nonhomogeneous Lubricant. *Int. J. Mech.* 2017, 11, 197–203.
- [24] Babin, A.; Kornaev, A.; Rodichev, A.; Savin, L. Active thrust fluid-film bearings: Theoretical and experimentalstudies. *Proc. Inst. Mech. Eng. Part J J. Eng. Tribol.* 2020, 234, 261–273.

Chapitre IV

**Comportement THD global des paliers de bielle d'un
moteur multicylindre lubrifiés par des nanofluides**

IV.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons la stratégie numérique de résolution du problème de lubrification THD global dans le cas des paliers de tête de bielle dynamiquement chargés utilisant des nanofluides comme lubrifiants. Les équations de base du problème sont :

- l'équation de pression de type Euler-Lagrange dont l'inconnue est la pression hydrodynamique, $g(x, t)$, régnant dans la section médiane du palier,
- l'équation géométrique du film,
- l'équation de bilan thermique global,
- les équations d'équilibre non linéaires du maneton.

A ces équations gouvernantes, nous devons rajouter une équation d'état permettant de calculer la viscosité dynamique du nanolubrifiant pour une fraction massique et une température données. Pour cela, la loi de viscosité empirique proposée par Kalakada a été retenue dans le modèle THD global. Il convient de noter que cette loi s'applique seulement aux nanofluides contenant des NPs de type CuO et Al_2O_3 dont la fraction massique ne devant pas dépasser 0.5 % pour une plage de températures variant de 30 à 70 °C.

L'équation de pression, qui n'admet pas de solution analytique, est résolue numériquement en discrétisant la circonférence de la section médiane du palier par la MDF (1D).

La construction du champ de pression du palier complet se fait en supposant une répartition parabolique de la pression suivant la direction axiale du palier supposé parfaitement aligné. La recherche de la trajectoire décrite par le centre du maneton à l'intérieur du coussinet s'effectue à l'aide de la méthode Newton-Raphson amortie pour chaque angle de rotation du vilebrequin.

D'autre part, la recherche de la température et de la viscosité effectives s'effectue de façon itérative avec coefficient de sous-relaxation en raison du caractère non linéaire du problème THD pour lequel la convergence sur la température ou la viscosité effective est parfois difficile à obtenir.

L'étude paramétrique envisagée dans ce chapitre permet de mettre en évidence les effets thermiques et l'influence de la concentration et la taille caractéristique des NPs sur les performances hydrodynamiques et tribologiques des paliers de bielle d'un moteur multicylindre d'automobile.

IV.2 Equations de base

Dans ce paragraphe, nous rappelons les équations de base décrivant le problème de lubrification THD dans les paliers dynamiquement chargés tels que les paliers de bielle de moteurs à combustion interne monocylindre et multicylindre dont les diagrammes de charge ont été déterminés dans le chapitre II. L'analyse THD globale est gouvernée par les équations suivantes :

IV.2.1 Equation de Reynolds modifiée (2-D)

En régime isotherme, l'équation de Reynolds modifiée de la lubrification hydrodynamique par des nanofluides micro-polaires s'écrit dans le cas du palier de tête de bielle :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[G(h, l) \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[G(h, l) \frac{\partial p}{\partial z} \right] = 12\mu_{nf} \left(\frac{U}{2} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t} \right) \quad [IV.1]$$

avec $G(h, l) = h^3 - 12l^2h + 24l^3 \tanh\left(\frac{h}{2l}\right)$ et $U = U_j + U_b = (\omega_j + \omega_b)\bar{R}$.

ω_j et ω_b étant respectivement les vitesses angulaires du maneton et du coussinet de tête de bielle et $\bar{R} = \frac{R_j + R_b}{2}$ est le rayon moyen du palier.

Dans l'équation (IV.1), h représente l'épaisseur du film lubrifiant définie par l'équation géométrique (IV.2) :

$$h = h(x, t) = C - x_j(t) \cos\left(\frac{x}{R_j}\right) - y_j(t) \sin\left(\frac{x}{R_j}\right) \quad [IV.2]$$

$p = p(x, z, t)$ est la pression dans le fluide lubrifiant qui est l'inconnue principale de l'équation de Reynolds,

x est la variable d'espace (direction de glissement), z est la seconde variable d'espace (direction axiale du palier), et t est le temps.

Notons que la fonction $G = h^3$ dans le cas d'un fluide de base ($l = 0$).

L'analyse cinématique du système bielle-manivelle donne dans le cas du palier de tête de bielle (big end rod bearing) :

$$\bar{\omega} = \frac{\omega_j + \omega_b}{2} = \frac{\omega_v}{2} \left(1 - \frac{\frac{R}{l} \cos(\theta)}{\sqrt{1 - \left(\frac{R}{l}\right)^2 \sin^2(\theta)}} \right) \approx \frac{\omega_v}{2} \left(1 - \frac{R}{l} \cos\theta \right) \quad [IV.3]$$

où $\omega_v = \frac{d\theta(t)}{dt} = \frac{2\pi n}{60}$ étant la vitesse angulaire du moteur (ou du vilebrequin) et $\theta(t)$ est l'angle de rotation du vilebrequin variant de 0° à 720° .

Dans le cas du palier de pied de bielle, on a :

$$\bar{\omega} = \frac{\omega_j + \omega_b}{2} = \frac{\frac{\omega_v R}{2} \cos \theta}{\sqrt{1 - \left(\frac{R}{l}\right)^2 \sin^2 \theta}} \approx \frac{\omega_v R}{2 l} \cos \theta \quad \text{et} \quad \bar{\omega} = \frac{\omega_v}{2} \quad \text{dans le cas du palier de ligne (vilebrequin).}$$

Compte tenu de l'équation (IV.4), l'équation de Reynolds (IV.1) devient :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[G(h, l) \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[G(h, l) \frac{\partial p}{\partial z} \right] = 12\mu_{nf} \left[\bar{\omega} \bar{R} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t} \right] \quad [\text{IV.4}]$$

où :

μ_{nf} est la viscosité dynamique du nanolubrifiant (ou nanofluide) dépendant de la fraction massique w_t et de la température T exprimée par la loi empirique de Kalakada (IV.3) :

$$\mu_{nf} = \mu_{fb} e^{(k_1(w_t) - k_2(w_t) \tilde{T})} \quad \text{avec} \quad \tilde{T} = \frac{T}{T_e} \quad [\text{IV.5}]$$

μ_{fb} étant la viscosité dynamique du fluide de base à la température d'entrée du lubrifiant T_e dans la rainure d'alimentation du palier.

k_1 et k_2 sont les paramètres du modèle de viscosité dépendant de la fraction massique w_t dont les expressions sont reportées dans le **tableau IV.1** suivant :

Table IV. 1: Expressions of the parameters k_1 and k_2 as functions of weight concentration w_t of appearing in the viscosity model for CuO, Al₂O₃, and CeO₂ nanoparticles.

Nanoparticules	k_1	k_2
CuO : Oxyde de Cuivre	$1.194 - 0.631w_t + 1.553 w_t^2 - 1.499 w_t^3$	$1.194 - 0.660w_t + 1.668 w_t^2 - 1.680 w_t^3$
Al ₂ O ₃ : Oxyde d'Aluminium (Alumine)	$1.194 - 0.450w_t + 1.230 w_t^2 - 1.749 w_t^3$	$1.194 - 0.526w_t + 2.560 w_t^2 - 4.000 w_t^3$
CeO ₂ : Oxyde de Cesium	$1.194 - 0.040w_t - 0.295 w_t^2 - 0.072 w_t^3$	$1.194 - 0.107w_t - 0.477 w_t^2 + 0.487 w_t^3$
Formule de conversion de la fraction massique vers la fraction volumique	$\phi = \frac{\frac{W_t}{\rho_{np}}}{\frac{W_t}{\rho_{np}} + \frac{W_{bf}}{\rho_{bf}}} \quad \text{avec} \quad w_{bf} = 1 - W_t$	

Les figures IV.1 illustrent les variations de la viscosité relative des nanolubrifiants, μ_{nf}/μ_{fb} , avec la température dans le cas des nanoparticules CuO et Al_2O_3 et ce pour différentes fractions ou concentrations massiques w_t variant de 0 à 0.5 (%).

Notons que les valeurs de w_t donnent des fractions volumiques ϕ très faibles Tableau IV.2. Par conséquent, la masse volumique et la chaleur massique du nanofluid restent presque inchangées ce qui permettra d'écrire $\rho_{nf} \approx \rho_{bf}$ et $Cp_{nf} \approx Cp_{bf}$ comme il est clairement illustré en figures IV.2 et IV.3.

Table IV. 2: Conversion from weight fraction to volume fraction of CuO and Al_2O_3 NPs

Fraction massique w_t (%)	NP	ρ_{np} ($kg.m^{-3}$)	ρ_{bf} ($kg.m^{-3}$)	Fraction volumique ϕ (%)
0.00	CuO	6320.	885.	0.
0.10				1.4×10^{-2}
0.25				3.51×10^{-2}
0.50				7.03×10^{-2}
0.00	Al_2O_3	3900.	885.	0.
0.10				2.3×10^{-2}
0.25				5.7×10^{-2}
0.50				1.14×10^{-1}

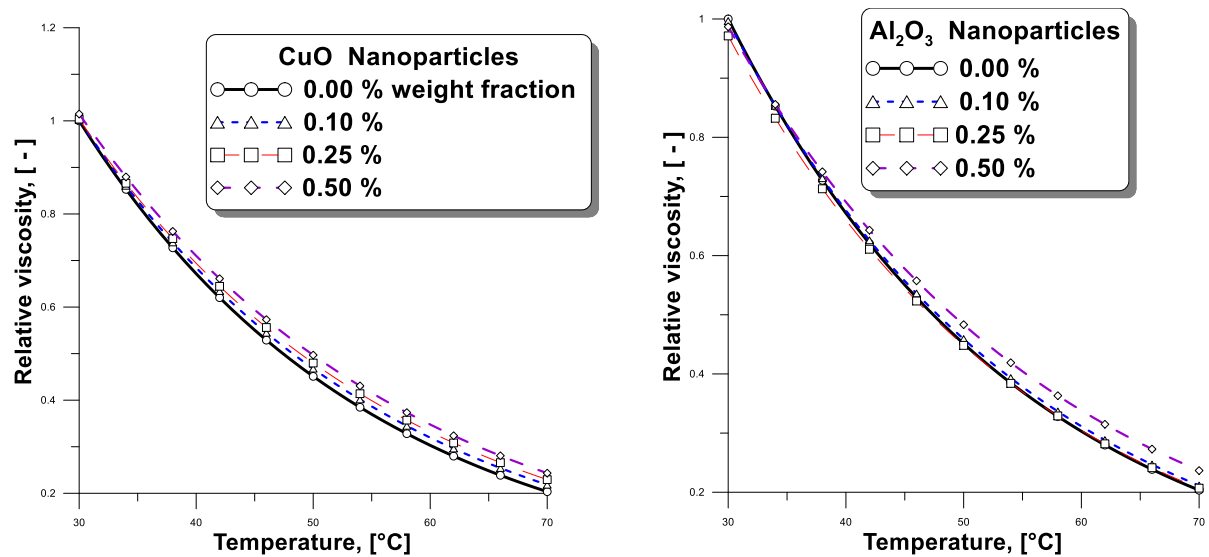


Fig. IV. 1: Variations of relative viscosity of nanolubricant with temperature for various percent weight fractions of CuO and Al_2O_3 nanoparticles.

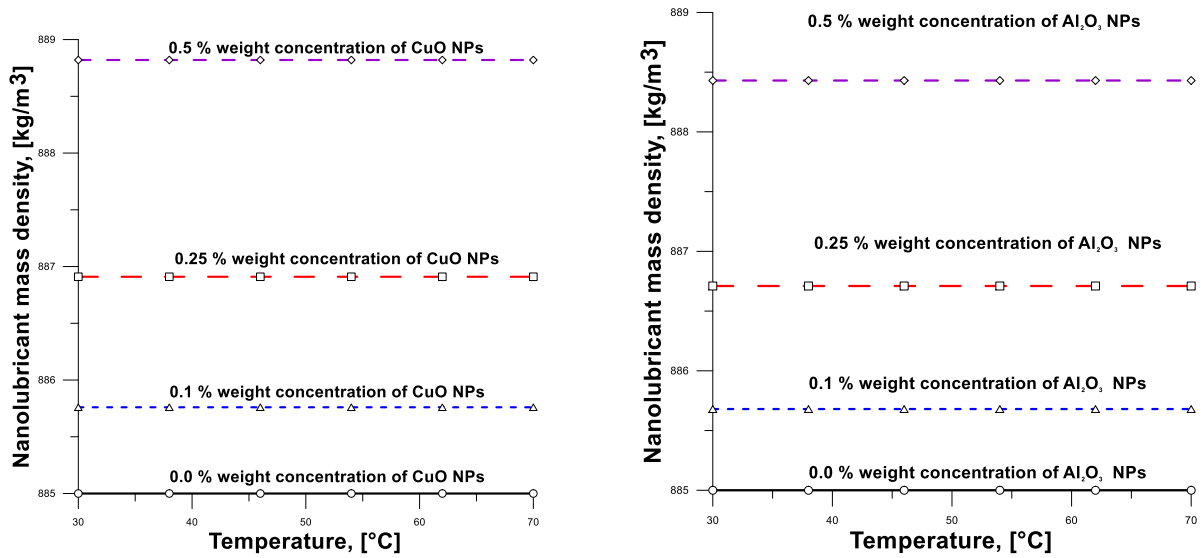


Fig. IV. 2: Mass density of nanolubricant versus temperature for various percent weight fractions of CuO and Al₂O₃ nanoparticles.

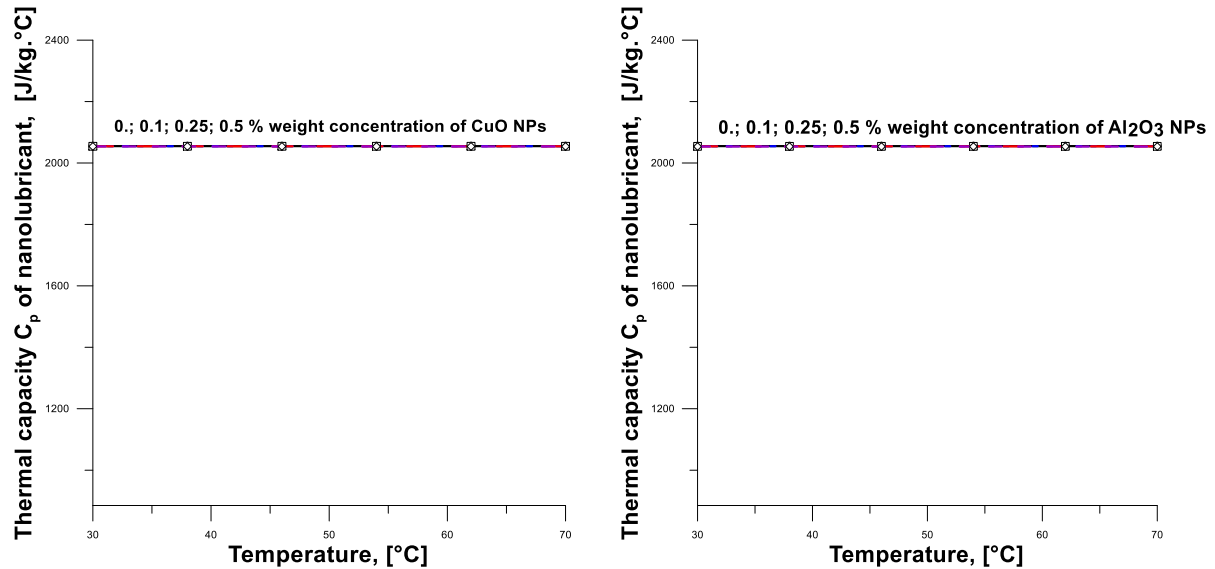


Fig. IV. 3: Thermal capacity of nanolubricant versus temperature for various percent weight fractions of CuO and Al₂O₃ nanoparticles.

IV.2.2 Equation d'Euler-Lagrange (1-D) : Approche semi-analytique

Dans le chapitre 3, nous avons montré que le problème de lubrification peut être décrit par l'équation différentielle d'Euler-Lagrange dont l'inconnue est la fonction g :

$$\frac{G(h,l)}{15} g_{xx} + \frac{\frac{\partial G(h,l)}{\partial x}}{15} g_x - \frac{2G(h,l)}{3L^2} g(x,t) = \mu_{nf} \left(\bar{\omega} \bar{R} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t} \right) \quad [\text{IV.6}]$$

avec $g_x = \frac{\partial g}{\partial x}$, $g_{xx} = \frac{\partial^2 g}{\partial x^2}$

La connaissance de la fonction g permettra de construire la pression dans tout le palier en utilisant la relation suivante :

$$p(x, z, t) = \left(1 - 4 \left(\frac{z}{L}\right)^2\right) g(x, t) \quad [\text{IV.7}]$$

IV.2.3 Equation du bilan thermique global

Les effets thermiques dans les paliers hydrodynamiques sont généralement évalués en calculant une température effective et une viscosité effective correspondante du lubrifiant (ou du nanolubrifiant) par un équilibre thermique entre la chaleur générée par effet de cisaillement (effet Couette) et la chaleur dissipée en utilisant une analyse isotherme :

$$\lambda \mathcal{P} = \rho_{nf} C_{p_{nf}} Q_z \Delta T \quad \text{où encore} \quad \Delta T = \frac{\lambda \mathcal{P}}{\rho_{nf} C_{p_{nf}} Q_z} \quad [\text{IV.8}]$$

où :

$\rho_{nf} = \varphi \rho_{np} + (1 - \varphi) \rho_{bf}$ est la masse volumique du nanofluide, $C_{p_{nf}} = \varphi C_{p_{np}} + (1 - \varphi) C_{p_{fb}}$ est la chaleur spécifique du nanofluide, et λ est un paramètre variant de 0,5 à 1 qui reflète le pourcentage de chaleur générée qui est évacuée par le nanolubrifiant, $\Delta T = T_{sortie} - T_{entrée}$ est la variation de température dans le fluide, T_{sortie} et $T_{entrée}$ sont respectivement les températures de sortie et d'entrée du nanolubrifiant dans le palier, $\mathcal{P}$ est la puissance dissipée calculée à partir de l'intégration de la fonction de dissipation totale Φ , Q_z est le débit de fuite volumique (side leakage flow rate) calculé aux bords libres du palier.

Si $\lambda = 1$, l'élévation de la température ΔT sera calculée en supposant des conditions aux limites adiabatiques pour le palier, c'est-à-dire que la puissance dissipée $\mathcal{P}$ est drainée avec l'écoulement de fluide Q_z à travers le palier. Dans la pratique, $\lambda = 0.85$ est largement utilisé pour le calcul thermique global.

IV.2.3 Débit de fuite (side leakage flow)

Le débit de fuite aux bords libres du palier ($z = \pm \frac{L}{2}$) est calculé par la relation suivante :

$$Q_z(t) = \left| \int_{x_1^*}^{x_2^*} h(x, z = \frac{L}{2}, t) \langle w(x, z = \frac{L}{2}, t) \rangle dx \right| + \left| \int_{x_1^*}^{x_2^*} h(x, z = -\frac{L}{2}, t) \langle w(x, z = -\frac{L}{2}, t) \rangle dx \right| \quad [\text{IV.9}]$$

où $x_1^*(t)$ et $x_2^*(t)$ sont les angles délimitant la zone active du palier.

Si le palier est parfaitement aligné, l'équation (IV.9) devient :

$$Q_z(t) = 2 \left| \int_{x_1^*}^{x_2^*} h(x, z = \frac{L}{2}, t) \langle w(x, z = \frac{L}{2}, t) \rangle dx \right| \quad [\text{IV.10}]$$

Dans les équations ci-dessus, $h = h(x, z, t)$ est la hauteur du film et $\langle w(x, z, t) \rangle = \frac{1}{h} \int_0^h w(x, y, z, t) dy$ est la vitesse axiale moyenne de l'écoulement calculée par la relation suivante dans le cas d'un fluide isovisqueux :

$$\langle w(x, z) \rangle = -\frac{G(h, l)}{12\mu h} \frac{\partial p}{\partial z} \quad [\text{IV.11}]$$

Les vitesses axiale et circonférentielle de l'écoulement $w(x, y, z, t)$ et $u(x, y, z, t)$ sont déterminées à partir de l'intégration des équations de champ décrivant le mouvement du nanolubrifiant projetées suivant les directions x et z :

$$l^2 \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -\frac{1}{\mu_{nf}} \frac{\partial p}{\partial x} \quad [\text{IV.12}]$$

$$l^2 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = -\frac{1}{\mu_{nf}} \frac{\partial p}{\partial z} \quad [\text{IV.13}]$$

Rappelons que $l = \sqrt{\frac{\eta}{\mu_{nf}}}$

Les solutions générales des équations (IV.14) et (IV.15) sont recherchées sous la forme suivante :

$$u(x, y, z) = A_0 + A_1 y + A_2 \cosh\left(\frac{y}{l}\right) + A_3 \sinh\left(\frac{y}{l}\right) + \frac{1}{2\mu_{nf}} \frac{\partial p}{\partial x} y^2 \quad [\text{IV.14}]$$

$$w(x, y, z) = B_0 + B_1 y + B_2 \cosh\left(\frac{y}{l}\right) + B_3 \sinh\left(\frac{y}{l}\right) + \frac{1}{2\mu_{nf}} \frac{\partial p}{\partial z} y^2 \quad [\text{IV.15}]$$

En utilisant les conditions aux limites suivantes :

$$u(x, 0, z) = U_b = \omega_b R_b, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, 0, z) = 0, \quad u(x, h, z) = U_j = \omega_j R_j, \quad \text{and} \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, h, z) = 0 \quad [\text{IV.16}]$$

$$w(x, 0, z) = 0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}(x, 0, z) = 0, \quad w(x, h, z) = 0, \quad \text{and} \quad \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}(x, h, z) = 0 \quad [\text{IV.17}]$$

On trouve les profils de vitesses suivants :

$$u(x, y, z) = \underbrace{U_b + (U_j - U_b) \frac{y}{h}}_{\text{Couette flow}} + \underbrace{\frac{1}{2\mu_{nf}} \frac{\partial p}{\partial x} \left\{ y(y-h) + 2l^2 \left[1 - \frac{\cosh\left(\frac{2y-h}{2l}\right)}{\cosh\left(\frac{h}{2l}\right)} \right] \right\}}_{\text{Hagen-Poiseuille flow}} \quad [\text{IV.18}]$$

$$w(x, y, z) = \underbrace{\frac{1}{2\mu_{nf}} \frac{\partial p}{\partial z} \left\{ y(y-h) + 2l^2 \left[1 - \frac{\cosh\left(\frac{2y-h}{2l}\right)}{\cosh\left(\frac{h}{2l}\right)} \right] \right\}}_{\text{Hagen-Poiseuille flow}} \quad [\text{IV.19}]$$

IV.2.4 Puissance dissipée (power loss)

La puissance dissipée totale est évaluée dans la zone active du palier :

$$\mathcal{P} = |\mathcal{P}_{\text{Couette \& Hagen-Poiseuille}}| + |\mathcal{P}_{\text{squeeze}}| \quad [\text{IV.20}]$$

où :

$$\mathcal{P}_{\text{Couette \& Hagen-Poiseuille}} = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{x_1}^{x_2} \int_0^h \Phi_1 dy dx dz + \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{x_1}^{x_2} \int_0^h \Phi_2 dy dx dz \quad [\text{IV.21}]$$

Dans l'équation (IV.21), Φ_1 and Φ_2 sont les fonctions de dissipation due respectivement aux effets des contraintes de cisaillement et des couples de contraintes. Ces deux fonctions

apparaissant dans l'équation d'énergie modifiée sont exprimées dans la théorie de lubrification hydrodynamique par les relations (IV.22) et (IV.23) :

$$\Phi_1 = 2\mu_{nf} D_{ij} D_{ij} = \mu_{nf} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \approx \mu_{nf} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] \quad [IV.22]$$

$$\Phi_2 = 16\eta K_i K_i = \eta \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j \partial x_j} \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_k \partial x_k} \approx \eta \left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] \quad [IV.23]$$

où $\eta = l^2 \mu_{nf}$

Après intégration par rapport à y , nous obtenons

$$\mathcal{P}_{Couette \& Hagen-Poiseuille} = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{x_1}^{x_2} \frac{\mu_{nf}(U_j - U_b)^2}{h} dx dz + \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{x_1}^{x_2} \frac{G(h, l)}{12\mu_{nf}} \left[\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)^2 \right] dx dz \quad [IV.24]$$

et

$$\mathcal{P}_{squeeze}(t) = \mathbf{F}(t) \cdot \dot{\mathbf{e}}(t) = F_X \dot{e}_X + F_Y \dot{e}_Y \quad [IV.25]$$

qui est la puissance dissipée par effet d'écrasement ou de compression du film.

Dans l'équation (IV.25), $\dot{e}_X = \frac{de_X}{dt}$ et $\dot{e}_Y = \frac{de_Y}{dt}$ sont respectivement les composantes cartésiennes de la vitesse du centre de l'arbre (crankpin) dans les directions X et Y .

IV. 3 Procédure générale de calcul et pseudocode

Sur la base de l'analyse THD décrite précédemment, un algorithme de calcul sera proposé pour étudier le comportement thermo-hydrodynamique global (GTHD) des paliers de bielle lubrifiés avec des nanofluides à couple de contraintes. La procédure numérique est détaillée sous forme de pseudo-code en **Annexe A** pour une meilleure compréhension de la stratégie de résolution numérique adoptée dans cette étude.

La détermination de la position instantanée de l'arbre (maneton) à l'intérieur du coussinet (palier de tête de bielle) nécessite la résolution d'un problème inverse pendant tout le cycle thermodynamique d'une machine alternative (moteur thermique, compresseur). En résumé, la procédure de calcul nécessite en général les cinq étapes suivantes :

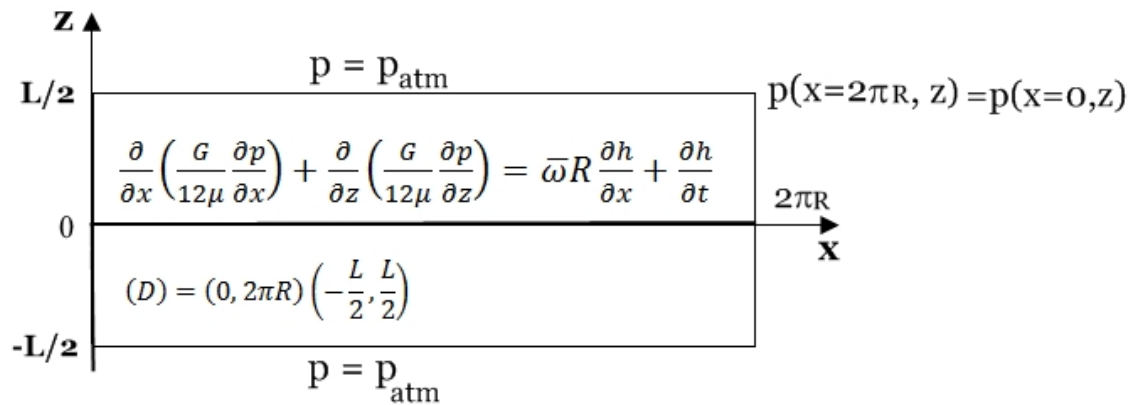
- **Etape 1:** A partir d'une position du centre de l'arbre (e_X , e_Y), on calcule l'épaisseur du film h et la pression correspondante p ,
- **Etape 2:** La charge ou la portance hydrodynamique W est calculée en intégrant la pression sur la surface du palier,
- **Etape 3:** La charge calculée est alors comparée à la charge appliquée F : si la charge calculée est différente de la charge appliquée, on corrige la position de l'arbre par la méthode itérative de Newton-Raphson, et nous relançons le calcul.

- **Etape 4 :** Le processus itératif est poursuivi jusqu'à la convergence: la position centrale de l'arbre à l'intérieur du palier ainsi que les caractéristiques hydrodynamiques et tribologiques du palier sont ainsi déterminées à chaque instant t ou angle de rotation du vilebrequin θ .
- **Etape 5:** Le cycle de charge est répété plusieurs fois jusqu'à ce que deux cycles de charge successifs donnent des orbites du centre d'arbre identiques.

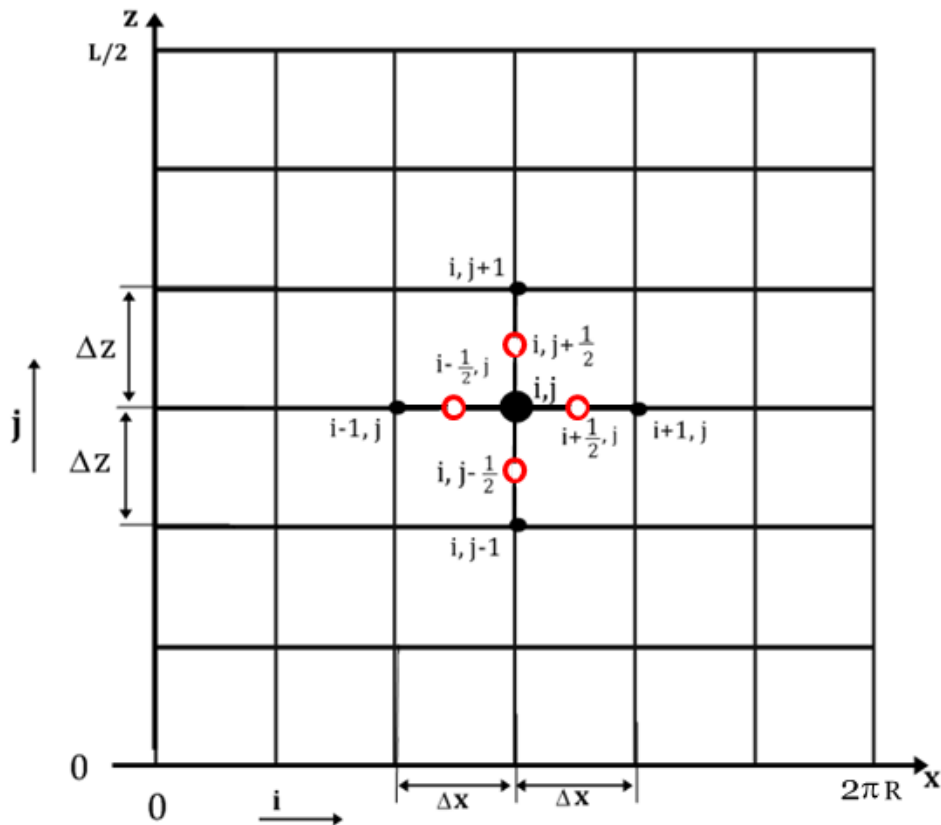
IV.4 Discrétisation de l'équation de Reynolds modifiée (2D) par les différences finies

La méthode des différences finies est utilisée pour approcher l'équation de pression transitoire non linéaire (IV.5) appelée ici l'équation de Reynolds modifiée obtenue à partir des lois de conservation de la masse et de conservation de la quantité de mouvement pour un fluide incompressible à couple de contraintes en utilisant la théorie du micro-continuum de V. K. Stokes. Comme il est illustré sur la **figure (IV.4)**, la surface du palier est divisée en $(N_x \times N_z)$ cellules rectangulaires, soit un nombre total de nœuds égal à $(N_x + 1) \times (N_z + 1)$.

Une grille de calcul de (61×21) points nodaux est choisie pour la présente étude. Cette taille de calcul est sélectionnée comme un compromis entre le temps de calcul et la précision.



a) Problème de lubrification continu : Domaine de résolution considéré



b) Problème discret (grille des différences finies)

Fig. IV. 4: Maillage par différences finies du demi-palier

En utilisant la méthode des différences finies centrées comme le montre la [figure \(IV.4\)](#), les relations suivantes peuvent être obtenues :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(G \frac{\partial p}{\partial x} \right) \Big|_{i,j,t_n} \approx \frac{G \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{i+\frac{1}{2},j} - G \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{i-\frac{1}{2},j}}{\Delta x} = \frac{G_{i+\frac{1}{2},j} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{i+\frac{1}{2},j} - G_{i-\frac{1}{2},j} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{i-\frac{1}{2},j}}{\Delta x} =$$

$$\frac{G_{i+\frac{1}{2},j} \left(\frac{p_{i+1,j} - p_{i,j}}{\Delta x} \right) - G_{i-\frac{1}{2},j} \left(\frac{p_{i,j} - p_{i-1,j}}{\Delta x} \right)}{\Delta x} \quad [\text{IV.26}]$$

$$\text{où } G_{i+\frac{1}{2},j} = \frac{G_{i,j} + G_{i+1,j}}{2} \text{ et } G_{i-\frac{1}{2},j} = \frac{G_{i,j} + G_{i-1,j}}{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(G \frac{\partial p}{\partial z} \right) \Big|_{i,j,t_n} \approx \frac{G_{i,j+\frac{1}{2}} \left(\frac{p_{i,j+1} - p_{i,j}}{\Delta z} \right) - G_{i,j-\frac{1}{2}} \left(\frac{p_{i,j} - p_{i,j-1}}{\Delta z} \right)}{\Delta z} \quad [\text{IV.27}]$$

$$\text{où } G_{i,j+\frac{1}{2}} = \frac{G_{i,j} + G_{i,j+1}}{2} \text{ et } G_{i,j-\frac{1}{2}} = \frac{G_{i,j} + G_{i,j-1}}{2}$$

$$\frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{i,j,t_n} \approx \frac{h_{i+\frac{1}{2},j} - h_{i-\frac{1}{2},j}}{\Delta x} \quad [\text{IV.28}]$$

$$\text{où } h_{i+\frac{1}{2},j} = \frac{h_{i,j} + h_{i+1,j}}{2}, h_{i-\frac{1}{2},j} = \frac{h_{i,j} + h_{i-1,j}}{2}, \text{ et}$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} \Big|_{i,j,t_n} \approx \frac{h_{i,j}^t - h_{i,j}^{t-\Delta t}}{\Delta t} \quad [\text{IV.29}]$$

Dans l'équation (IV.29), $\frac{\partial h}{\partial t} \Big|_{i,j,t_n}$ est la vitesse de compression ou d'écrasement nodale à l'instant t , et $h_{i,j}^{t-\Delta t}$ est l'épaisseur de film d'huile nodale calculée au pas de temps précédent $(t - \Delta t)$.

En substituant les équations (IV.26) à (IV.29) dans l'équation (IV.5), on obtient l'équation aux différences finies suivante :

$$- \underbrace{\left(\frac{G_{i+\frac{1}{2},j} + G_{i-\frac{1}{2},j}}{(\Delta x)^2} + \frac{(G_{i,j+\frac{1}{2}} + G_{i,j-\frac{1}{2}})}{(\Delta z)^2} \right)}_{aP_{i,j}} p_{i,j} + \underbrace{\left(\frac{G_{i+\frac{1}{2},j}}{(\Delta x)^2} \right)}_{aE_{i,j}} p_{i+1,j} + \underbrace{\left(\frac{G_{i-\frac{1}{2},j}}{(\Delta x)^2} \right)}_{aW_{i,j}} p_{i-1,j} +$$

$$\underbrace{\left(\frac{G_{i,j+\frac{1}{2}}}{(\Delta z)^2} \right)}_{aN_{i,j}} p_{i,j+1} + \underbrace{\left(\frac{G_{i,j-\frac{1}{2}}}{(\Delta z)^2} \right)}_{aS_{i,j}} p_{i,j-1} - \underbrace{12\mu_{nf} \left[\bar{\omega} R \left(\frac{h_{i+1,j} - h_{i-1,j}}{2\Delta x} \right) + \frac{h_{i,j}^t - h_{i,j}^{t-\Delta t}}{\Delta t} \right]}_{S_{ij}} = 0 \quad [\text{IV.30}]$$

Dans l'équation (IV.30), $\Delta x = \frac{2\pi}{N_x}$, $\Delta z = \frac{L}{N_z}$ sont respectivement les tailles de mailles dans les directions circonférentielle et axiale du palier, et $\Delta t = \left| \frac{\Delta\theta}{\omega_v} \right|$ est l'incrément de temps. $\Delta\theta = \frac{4\pi}{nsteps}$ est l'incrément d'angle de rotation du vilebrequin où *nsteps* représente le nombre d'étapes d'un cycle de moteur, c'est-à-dire que le cycle de charge complet est divisé en *nsteps* parties. Ainsi, le nombre total de données sera (*nsteps* + 1) incluant la première et la dernière donnée (par exemple pour un pas $\Delta\theta = 5^\circ$, *nsteps* = 144 et pour $\Delta\theta = 1^\circ$, *nsteps* = 720).

Les pressions nodales p_{ij} étant calculées en résolvant le système suivant par l'algorithme de Gauss-Seidel avec coefficient de sur-relaxation Ω_{GS} afin d'accélérer la convergence de la procédure en particulier lorsqu'il s'agit de problèmes transitoires et pour satisfaire les conditions de cavitation de Swift-Stieber (rupture du film), en utilisant l'algorithme de Christopherson [1]. Pendant le calcul itératif de la pression du film fluide, les pressions négatives sont prises égales à zéro. Soit :

$$(p_{ij})^{n+1} = (1 - \Omega_{GS})(p_{ij})^n + \Omega_{GS} \left(\frac{aE_{i,j}}{aP_{i,j}} (p_{i+1,j})^n + \frac{aW_{i,j}}{aP_{i,j}} (p_{i-1,j})^n + \frac{aN_{i,j}}{aP_{i,j}} (p_{i,j+1})^n + \frac{aS_{i,j}}{aP_{i,j}} (p_{i,j-1})^n - \frac{S_{i,j}}{aP_{i,j}} \right) \quad [IV.31]$$

où

(*n*) et (*n* + 1) sont les étapes des itérations de Gauss-Seidel.

La procédure itérative de Gauss-Seidel est arrêtée lorsqu'à chaque nœud de maillage l'erreur relative maximale (entre deux itérations successives) est inférieure à l'erreur

$$\text{tolérée, c.-à-d., } \max \left| \frac{p_{ij}^{(n+1)} - p_{ij}^{(n)}}{p_{ij}^{(n+1)}} \right| \leq 10^{-6} . \quad [IV.32]$$

Notons que dans les méthodes de relaxation, le temps de calcul CPU est sensiblement affecté par le coefficient de relaxation choisi. La valeur optimale du coefficient de relaxation (Ω_{GS}) n'est pas toujours connu a priori. Lorsque la convergence du processus itératif est très difficile à obtenir, il convient de prendre une valeur de $\Omega_{GS} = 1$.

La valeur optimale de Ω_{GS} est celle qui permet de converger vers la solution pour une erreur tolérée en un nombre minimum d'itérations. En pratique, il est généralement déterminé par des expérimentations numériques comme le montre la figure (IV. 5).

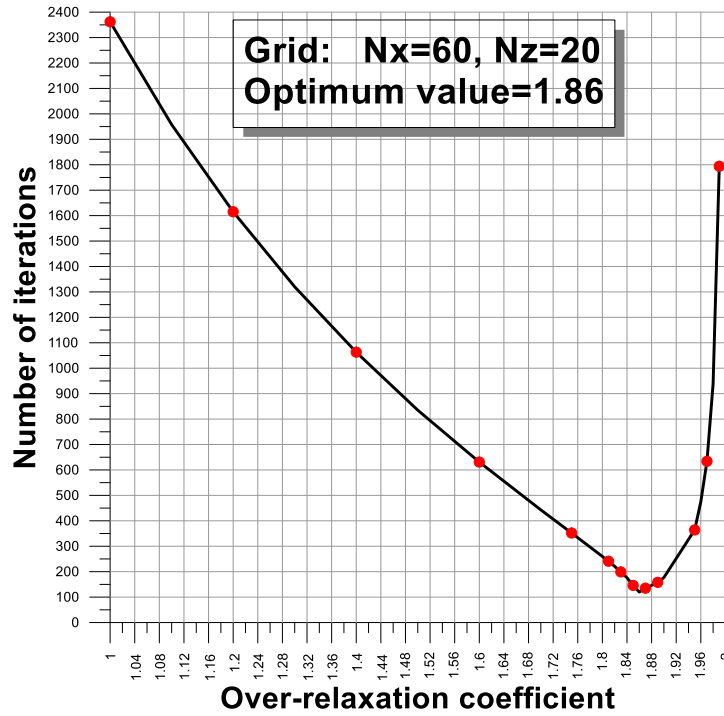


Fig. IV. 5: Nombre d'itérations en fonction du coefficient de sur-relaxation pour une erreur tolérée $\varepsilon = 10^{-6}$

IV.5 Discrétisation de l'équation d'Euler- Lagrange (1D) par D.F.C

En procédant de la même manière pour l'équation (IV.6) ; c'est-à-dire :

$$\frac{G}{15} g_{xx} \Big|_{i,t_n} + \frac{\partial G}{\partial x} g_x \Big|_{i,t_n} - \frac{2G}{3L^2} g \Big|_{i,t_n} = \mu_{nf} \left(\bar{\omega} \bar{R} \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{i,t_n} + \frac{\partial h}{\partial t} \Big|_{i,t_n} \right) \quad [\text{IV.33}]$$

$$\frac{G}{15} g_{xx} \Big|_{i,t_n} \approx \frac{G_i}{15} \left(\frac{g_{i-1} - 2g_i + g_{i+1}}{(\Delta x)^2} \right); \frac{\partial G}{\partial x} g_x \Big|_{i,t_n} \approx \frac{\left(\frac{G_{i+1} - G_{i-1}}{2\Delta x} \right) \left(\frac{g_{i+1} - g_{i-1}}{2\Delta x} \right)}{15}; \frac{2G}{3L^2} g \Big|_{i,t_n} = \frac{2G_i}{3L^2} g_i;$$

$$S_{i,t_n} = \mu_{nf} \left(\bar{\omega} \bar{R} \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{i,t_n} + \frac{\partial h}{\partial t} \Big|_{i,t_n} \right) \approx \mu_{nf} \left(\bar{\omega} \bar{R} \left(\frac{h_{i+1} - h_{i-1}}{2\Delta x} \right) + \frac{h_i^t - h_i^{t-\Delta t}}{\Delta t} \right) \quad [\text{IV.34}]$$

Compte tenu des approximations (IV.34), l'équation d'Euler-Lagrange discrétisée (IV.33) s'écrit :

$$\frac{G_i}{15} \left(\frac{g_{i-1} - 2g_i + g_{i+1}}{(\Delta x)^2} \right) + \frac{\left(\frac{G_{i+1} - G_{i-1}}{2\Delta x} \right) \left(\frac{g_{i+1} - g_{i-1}}{2\Delta x} \right)}{15} - \frac{2G_i}{3L^2} g_i = \underbrace{\mu_{nf} \left(\bar{\omega} \bar{R} \left(\frac{h_{i+1} - h_{i-1}}{2\Delta x} \right) + \frac{h_i^t - h_i^{t-\Delta t}}{\Delta t} \right)}_{S_i}$$

$$\underbrace{\left(\frac{G_i}{15(\Delta x)^2} - \left(\frac{G_{i+1} - G_{i-1}}{60(\Delta x)^2} \right) \right)}_{aW_i} g_{i-1} + \underbrace{\left(\frac{G_i}{15(\Delta x)^2} + \left(\frac{G_{i+1} - G_{i-1}}{60(\Delta x)^2} \right) \right)}_{aE_i} g_{i+1} - S_i$$

$$= \underbrace{\left(\frac{2G_i}{15(\Delta x)^2} + \frac{2G_i}{3L^2} \right)}_{aP_i} g_i$$

où encore :

$$g_i = \frac{aW_i}{aP_i} g_{i-1} + \frac{aE_i}{aP_i} g_{i+1} - \frac{S_i}{aP_i} = (aW_i g_{i-1} + aE_i g_{i+1} - S_i) \quad [\text{IV.35}]$$

L'application de la méthode de Gauss-Seidel avec facteur de sur-relaxation donne :

$$g_i^{(k+1)} = (1 - \Omega_{GS}) g_i^{(k)} + \Omega_{GS} \left(\frac{aE_i}{aP_i} g_{i+1}^{(k)} + \frac{aW_i}{aP_i} g_{i-1}^{(k+1)} - \frac{S_i}{aP_i} \right) \quad [\text{IV.36}]$$

où $(k + 1)$ correspond à l'itération en cours et (k) à l'itération précédente.

Le test d'arrêt des itérations est :

$$\max \left| \frac{g_i^{(k+1)} - g_i^{(k)}}{g_i^{(k+1)}} \right| \leq \varepsilon \quad \text{où } \varepsilon = 10^{-12} \text{ est l'erreur tolérée} \quad [\text{IV.37}]$$

IV.6 Equation d'équilibre : Orbite du centre du maneton : Prédiction de l'orbite du centre du maneton

Lorsque la charge externe agissant sur le palier varie à la fois en direction et en module, le centre du maneton décrit une trajectoire à l'intérieur du palier. La détermination de cette trajectoire nécessite la résolution des équations d'équilibre non linéaires à chaque pas de temps (ou angle de rotation du vilebrequin) par une méthode itérative. Une solution inverse de l'équation de Reynolds est alors requise.

Pour un palier mésaligné [figure \(IV. 6\)](#) soumis à un torseur de force arbitraire, les équations d'équilibre en négligeant les forces d'inertie, $m_j \ddot{x}_j, m_j \ddot{y}_j$ s'écrivent :

$$\begin{cases} \iint_A p \cos\left(\frac{x}{R}\right) dA - F_X = 0 \\ \iint_A p \sin\left(\frac{x}{R}\right) dA - F_Y = 0 \\ \iint_A z p \sin\left(\frac{x}{R}\right) dA - M_X = 0 \\ \iint_A z p \cos\left(\frac{x}{R}\right) dA - M_Y = 0 \end{cases} \quad [\text{IV.38}]$$

où $dA = dx dz$, $(F_X(t), F_Y(t))$ sont les composantes de charge appliquées, et $(M_X(t), M_Y(t))$ sont les couples appliqués. Si le palier est parfaitement aligné, l'équation (IV.38) se réduit à :

$$\begin{cases} -\iint_A p \cos\left(\frac{x}{R}\right) dA + F_X = 0 \\ -\iint_A p \sin\left(\frac{x}{R}\right) dA + F_Y = 0 \end{cases} \quad [\text{IV.39}]$$

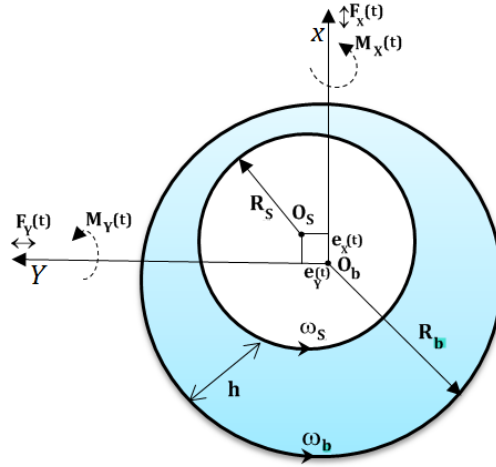


Fig. IV. 6: Schematic representation of a big-end rod bearing subjected to an arbitrary force torsor.

A chaque instant, la position du centre du maneton défini par le vecteur d'excentricité

$\vec{e}(t) = \begin{Bmatrix} e_x(t) \\ e_y(t) \end{Bmatrix}$ est déterminé lorsque le vecteur de portance

$\vec{W}(t) = \begin{Bmatrix} W_X(t) \\ W_Y(t) \end{Bmatrix} = -\iint_A p \begin{Bmatrix} \cos\left(\frac{x}{R}\right) \\ \sin\left(\frac{x}{R}\right) \end{Bmatrix} dA \approx -\frac{2L}{3} \int_{x_1=0}^{x_2=2\pi R_j} g(x) dx$ est équilibrée avec la

charge appliquée $\mathbf{F}(t) = \begin{Bmatrix} F_X(t) \\ F_Y(t) \end{Bmatrix}$ qui est exprimée dans le système de coordonnées mobiles lié à la bielle (X_2, Y_2) (Cf. Chapitre II).

L'équation (IV.39) peut être réécrite sous forme de résidu comme suit :

$$\begin{cases} r_X(e_X(t), e_Y(t)) = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} dz \int_{x_1}^{x_2} p(x, z, t) \cos\left(\frac{x}{R}\right) dx - F_X(t) = 0 \\ r_Y(e_X(t), e_Y(t)) = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} dz \int_{x_1}^{x_2} p(x, z, t) \sin\left(\frac{x}{R}\right) dx - F_Y(t) = 0 \end{cases} \quad [\text{IV.40}]$$

où r_X et r_Y sont les composantes du vecteur résidu $\mathbf{r}(t)$ qui sont des fonctions non linéaires des excentrations instantanées e_X et e_Y .

La méthode de Newton-Raphson amortie est alors utilisée pour résoudre l'ensemble des deux équations non linéaires (IV.40) à chaque pas de temps. Cette méthode repose sur la linéarisation des équations d'équilibre à l'aide d'un développement en série de Taylor à deux variables limité à l'ordre un ; c'est-à-dire les termes d'ordre supérieur négligés. Soit :

$$\begin{cases} r_X^{(k+1)} \approx r_X^{(k)} + \left(\frac{\partial r_X}{\partial e_X}\right)_k \delta e_X^{(k)} + \left(\frac{\partial r_X}{\partial e_Y}\right)_k \delta e_Y^{(k)} = 0 \\ r_Y^{(k+1)} \approx r_Y^{(k)} + \left(\frac{\partial r_Y}{\partial e_X}\right)_k \delta e_X^{(k)} + \left(\frac{\partial r_Y}{\partial e_Y}\right)_k \delta e_Y^{(k)} = 0 \end{cases} \quad [\text{IV.41}]$$

D'après l'algorithme de Newton-Raphson relaxée, la nouvelle solution est :

$$\begin{Bmatrix} e_X^{(k+1)}(t) \\ e_Y^{(k+1)}(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} e_X^{(k)}(t) \\ e_Y^{(k)}(t) \end{Bmatrix} + \omega_{NR} \begin{Bmatrix} \delta e_X^{(k)}(t) \\ \delta e_Y^{(k)}(t) \end{Bmatrix} \quad [\text{IV.42.a}]$$

où ω_{NR} est le facteur d'amortissement dont la valeur est comprise dans l'intervalle $(0, 1)$ ou encore $0 < \omega_{NR} \leq 1$.

Notons que la valeur de ω_{NR} peut être ajustée automatiquement au cours des itérations en fonction du taux de convergence de la solution. Ainsi, l'équation (IV.42a) devient

$$\begin{Bmatrix} e_X^{(k+1)}(t) \\ e_Y^{(k+1)}(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} e_X^{(k)}(t) \\ e_Y^{(k)}(t) \end{Bmatrix} + \omega_{NR}^{(k)} \begin{Bmatrix} \delta e_X^{(k)}(t) \\ \delta e_Y^{(k)}(t) \end{Bmatrix} \quad [\text{IV.42.b}]$$

Les corrections $\begin{Bmatrix} \delta e_X^{(k)}(t) \\ \delta e_Y^{(k)}(t) \end{Bmatrix}$ sont déterminées en résolvant le système algébrique linéaire suivant déduit de l'équation (IV.41) :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial r_X}{\partial e_X} & \frac{\partial r_X}{\partial e_Y} \\ \frac{\partial r_Y}{\partial e_X} & \frac{\partial r_Y}{\partial e_Y} \end{bmatrix}_{(e_X^{(k)}, e_Y^{(k)})} \begin{Bmatrix} \delta e_X^{(k)}(t) \\ \delta e_Y^{(k)}(t) \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} r_X(e_X^{(k)}(t), e_Y^{(k)}(t)) \\ r_Y(e_X^{(k)}(t), e_Y^{(k)}(t)) \end{Bmatrix}; \quad k=0, 1, 2, \dots, k_{max} \quad [\text{IV.43.a}]$$

où la solution analytique peut être obtenue comme :

$$\begin{Bmatrix} \delta e_X^{(k)}(t) \\ \delta e_Y^{(k)}(t) \end{Bmatrix} = - \frac{\begin{bmatrix} \frac{\partial r_Y}{\partial e_Y} & -\frac{\partial r_X}{\partial e_Y} \\ -\frac{\partial r_Y}{\partial e_X} & \frac{\partial r_X}{\partial e_X} \end{bmatrix}_{(e_X^{(k)}, e_Y^{(k)})} \begin{Bmatrix} r_X(e_X^{(k)}, e_Y^{(k)}) \\ r_Y(e_X^{(k)}, e_Y^{(k)}) \end{Bmatrix}}{\left(\frac{\partial r_X}{\partial e_X} \frac{\partial r_Y}{\partial e_Y} - \frac{\partial r_X}{\partial e_Y} \frac{\partial r_Y}{\partial e_X}\right)_{(e_X^{(k)}, e_Y^{(k)})}} \quad [\text{IV.40.b}]$$

Le critère d'arrêt de la méthode de Newton-Raphson améliorée, permettant d'interrompre le processus itératif sans compromettre la précision de la solution, est le suivant :

$$\left| r_X^{(k)}(t) \right| + \left| r_Y^{(k)}(t) \right| \leq \varepsilon \quad \text{et } k < k_{max} \quad [\text{IV.44.a}]$$

Ce qui représente la norme de Laplace L_1 du résidu.

La norme euclidienne L_2 du résidu peut également être utilisée, c'est-à-dire :

$$\langle r_X^{(k)}(t) \quad r_Y^{(k)}(t) \rangle \begin{Bmatrix} r_X^{(k)}(t) \\ r_Y^{(k)}(t) \end{Bmatrix} \leq \varepsilon \quad [\text{IV.44.b}]$$

où $\langle r_X^{(k)}(t) \ r_Y^{(k)}(t) \rangle = \begin{Bmatrix} r_X^{(k)}(t) \\ r_Y^{(k)}(t) \end{Bmatrix}^T$; $\varepsilon = 10^{-4}$ et k_{max} sont respectivement la tolérance de convergence prédéfinie et le nombre maximal d'itérations.

Les coefficients de la matrice Jacobienne sont évalués numériquement par différences finies centrées ; c'est-à-dire :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial r_X}{\partial e_X} \right)_k &= \lim_{\delta X \rightarrow 0} \left[\frac{r_X(e_X^{(k)} + \delta X, e_Y^{(k)}) - r_X(e_X^{(k)}, e_Y^{(k)})}{\delta X} \right] \approx \frac{r_X(e_X^{(k)} + \delta X, e_Y^{(k)}) - r_X(e_X^{(k)} - \delta X, e_Y^{(k)})}{2\delta X}; \quad \left(\frac{\partial r_X}{\partial e_Y} \right)_k = \\ &= \lim_{\delta Y \rightarrow 0} \left[\frac{r_X(e_X^{(k)}, e_Y^{(k)} + \delta Y) - r_X(e_X^{(k)}, e_Y^{(k)})}{\delta Y} \right] \approx \frac{r_X(e_X^{(k)}, e_Y^{(k)} + \delta Y) - r_X(e_X^{(k)}, e_Y^{(k)} - \delta Y)}{2\delta Y}; \\ \left(\frac{\partial r_Y}{\partial e_X} \right)_k &= \lim_{\delta X \rightarrow 0} \left[\frac{r_Y(e_X^{(k)} + \delta X, e_Y^{(k)}) - r_Y(e_X^{(k)}, e_Y^{(k)})}{\delta X} \right] \approx \frac{r_Y(e_X^{(k)} + \delta X, e_Y^{(k)}) - r_Y(e_X^{(k)} - \delta X, e_Y^{(k)})}{2\delta X}; \\ \left(\frac{\partial r_Y}{\partial e_Y} \right)_k &= \lim_{\delta Y \rightarrow 0} \left[\frac{r_Y(e_X^{(k)}, e_Y^{(k)} + \delta Y) - r_Y(e_X^{(k)}, e_Y^{(k)})}{\delta Y} \right] \approx \frac{r_Y(e_X^{(k)}, e_Y^{(k)} + \delta Y) - r_Y(e_X^{(k)}, e_Y^{(k)} - \delta Y)}{2\delta Y} \end{aligned} \quad [IV.45]$$

Où

$\delta X = \delta Y = \delta = 10^{-10}$ pour des calculs effectués en double précision.

IV.7 Résultats et interprétations

IV.7.1 Validation de la méthode semi-analytique (1D-FDM)

Pour valider la méthode semi-analytique basée sur la méthode de séparation des variables et l'étude de stationnarité de la fonctionnelle associée à l'équation de Reynolds conduisant à une équation différentielle de type Euler-Lagrange du second ordre dont l'inconnue est la fonction g , nous avons comparé dans la [figure IV.7](#) la pression calculée par la MDF 2-D (courbe en trait discontinu) en résolvant l'équation de Reynolds 2-D dans la section médiane du palier avec celle obtenue par la méthode semi-analytique (courbe en trait continu). Nous observons de bonnes corrélations entre les deux solutions numériques aussi bien dans la zone pressurisée que dans la zone cavité du palier où la pression est nulle. Cependant, nous remarquons que le pic de pression est légèrement surestimé par la méthode semi-analytique. Cet écart entre les deux pics de pression est d'autant plus important que le rapport de la longueur au diamètre du palier est grand. la méthode semi-analytique sera donc utilisée dans l'analyse THD globale des paliers de moteurs à combustion interne dynamiquement chargés en raison de sa rapidité et de sa précision par comparaison à la méthode d'Ocvirk [2] basée sur l'hypothèse du palier infiniment court.

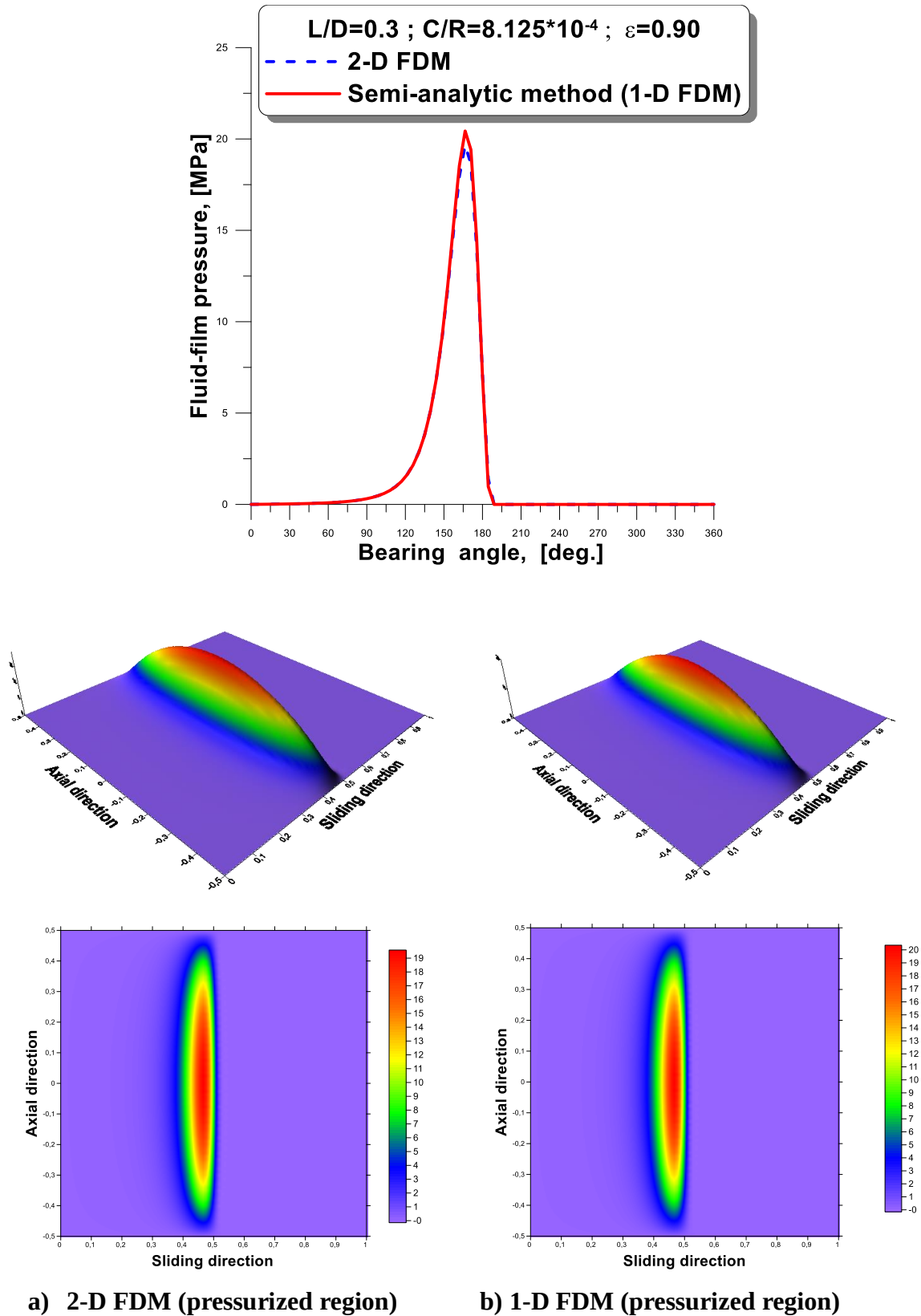


Fig. IV. 7: Comparison of hydrodynamic pressure profile calculated by the semi-analytic method with that obtained at the middle section of bearing by the more accurate 2-D finite difference method

IV.7.2 Validation du code de calcul THD global

Comme il n'existe pas de résultats expérimentaux disponibles dans la littérature pour des paliers de bielle utilisant un nanofluide comme lubrifiant, le modèle THD global proposé est d'abord comparé aux résultats publiés par Martin [3], Lahmar [4], Hirani [5], Booker [6], et Goenka [7] pour un palier de tête de bielle d'un moteur Diesel marin Ruston & Hornsby utilisant un fluide Newtonien comme lubrifiant. Les données relatives à la géométrie et aux conditions de fonctionnement du palier ainsi qu'au lubrifiant supposé Newtonien et iso-visqueux sont présentées dans les **tableaux IV.3 et IV.4**.

Table IV. 3: Diesel Ruston and Hornsby 6 VEB engine parameters data [8]

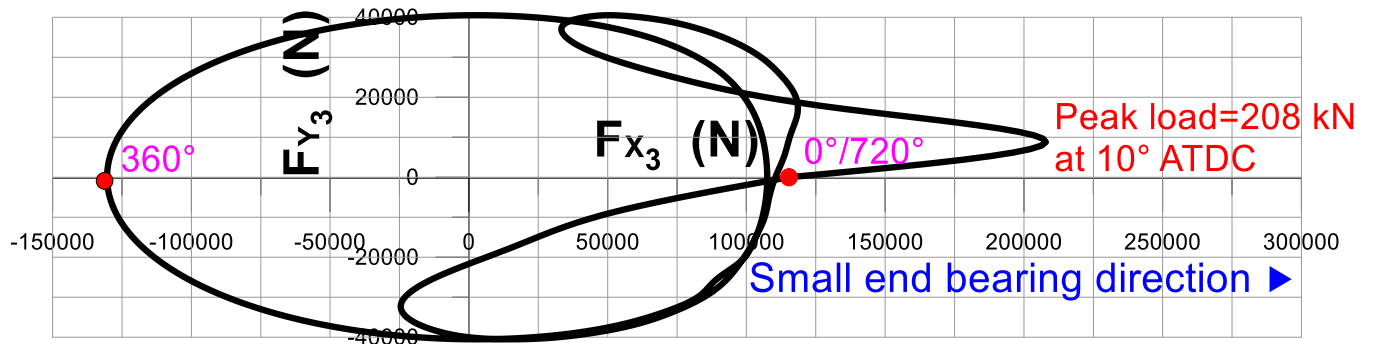
Parameter, Symbol	Unit	Value
Engine speed, $\dot{n}$	<i>rpm</i>	600
Crankshaft-arm length (crank throw), R	<i>m</i>	0.184
Connecting-rod length, l	<i>m</i>	0.782
Engine cycle (crank angle)	<i>degrees</i>	720

Table IV. 4: Input parameters (geometric characteristics and operating conditions) of circumferentially grooved big-rod bearing used for validating of the global THD model.

Parameter, Symbol	Unit	Value
Bearing diameter, D	<i>m</i>	0.2032
Half length of bearing, $L/2$	<i>m</i>	0.127/2
Radial clearance, C	<i>m</i>	82.55×10^{-6}
Circumferential groove width	<i>m</i>	0.0127
Circumferential groove angular amplitude	<i>degrees</i>	360
Inlet lubricant temperature, T_{inlet}	<i>K</i>	343.15
Ambient and cavitation pressures, p_{atm}, p_{cav}	<i>Pa</i>	0.0
Supply pressure, p_s	<i>Pa</i>	0.0
Inlet lubricant temperature, T_{inlet}	<i>K</i>	343.15
Dynamic viscosity of lubricating oil, μ_{bf}	<i>cP</i> (<i>mPa.s</i>)	15.

La **figure IV.8** présente les diagrammes de charge représentant l'action du maneton de vilebrequin sur le palier de tête de bielle à 600 rpm obtenus par interpolation à l'aide des splines cubiques pour un angle de rotation du vilebrequin égal à un degré à partir des données reportées dans le **tableau IV.5** en vue de représenter fidèlement les pics de charge.

(a) polar representation



(b) Cartesian representation

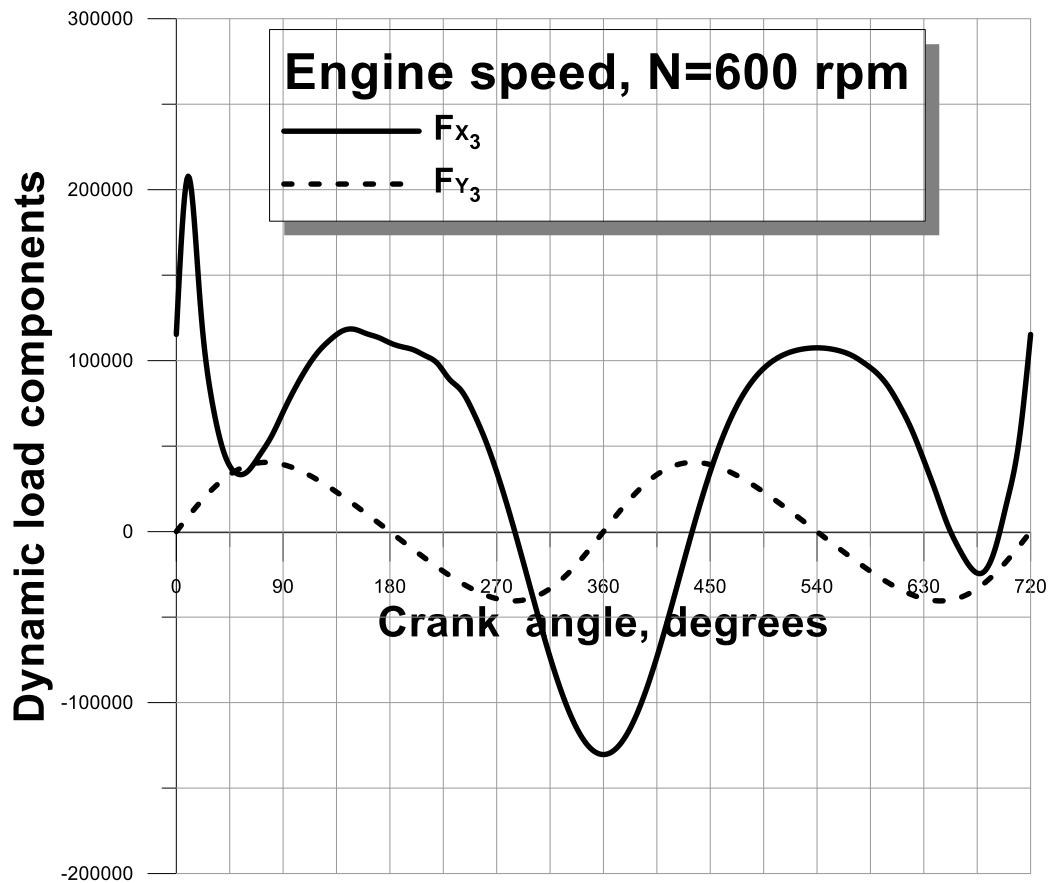


Fig. IV. 8: Dynamic loading diagram representing the action of the crankpin exerted on the Ruston and Hornsby 6 VEB-X big-rod bearing taking into account gas and inertia forces [8, 9].

Table IV. 5: Connecting-rod bearing loads at N=600 rpm adapted from references [8, 9].

$\theta_2(deg.)$	$F_{X_3}, (N)$	$F_{Y_3}, (N)$	$\psi(deg.)$ $= \text{atan}\left(\frac{F_{Y_3}}{F_{X_3}}\right)$	$\theta_2(deg.)$	$F_{X_3}, (N)$	$F_{Y_3}, (N)$	$\psi(deg.)$
0	115336.60	0.000000	0.	370	-127301.80	8784.80	176.05
10	207899.50	8784.80	2.42	380	-118183.40	17107.01	171.76
20	134996.80	17107.01	7.22	390	-103593.90	24539.62	166.67
30	76594.56	24539.62	17.76	400	-84378.56	30744.58	159.98
40	46481.60	30744.58	33.48	410	-61738.24	35495.04	150.10
50	34343.01	35495.04	45.95	420	-37020.70	38670.91	133.75
60	35148.09	38670.91	47.73	430	-11720.48	40276.64	106.22
70	44524.48	40276.64	42.13	440	12699.04	40401.18	72.55
80	55511.04	40401.18	36.04	450	35014.66	39222.46	48.24
90	69967.04	39222.46	29.27	460	54354.56	36936.19	34.20
100	83755.84	36936.19	23.80	470	70233.92	33755.87	25.67
110	95809.92	33755.87	19.41	480	82643.84	29890.56	19.88
120	105506.60	29890.56	15.82	490	91895.68	25509.28	15.51
130	112401.00	25509.28	12.78	500	98434.24	20763.26	11.91
140	117382.70	20763.26	10.03	510	102837.80	15759.26	8.71
150	118361.30	15759.26	7.58	520	105551.00	10586.24	5.73
160	115870.40	10586.24	5.22	530	107018.90	5315.36	2.84
170	113646.40	5315.36	2.67	540	107508.20	0.000000	0.
180	110443.80	0.000000	0.	550	107018.90	-5315.36	357.16
190	108130.90	-5315.36	357.2	560	105551.00	-10586.24	354.27
200	106307.20	-10586.24	354.3	570	102837.80	-15759.26	351.29
210	102837.80	-15759.26	351.3	580	98434.24	-20763.26	348.09
220	98434.24	-20763.26	348.1	590	93007.68	-25509.28	344.66
230	89253.57	-25509.28	344.05	600	84912.32	-29890.56	340.61
240	82643.84	-29890.56	340.12	610	73258.56	-33755.87	335.26
250	70233.92	-33755.87	334.33	620	59247.36	-36936.19	328.06
260	54354.56	-36936.19	325.80	630	41811.20	-39222.46	316.83
270	35014.66	-39222.46	311.76	640	23267.49	-40401.18	299.94
280	12699.04	-40401.18	287.44	650	4087.712	-40276.64	275.79
290	-11720.48	-40276.64	253.78	660	-10399.42	-38670.91	254.95
300	-37020.70	-38670.91	226.25	670	-21443.81	-35495.04	238.87
310	-61738.24	-35495.04	209.89	680	-23872.42	-30744.58	232.18
320	-84378.56	-30744.58	200.02	690	-10270.43	-24539.62	247.29
330	-103593.90	-24539.62	193.32	700	17142.59	-17107.01	315.06
340	-118183.40	-17107.01	188.24	710	51774.72	-8784.80	350.37
350	-127301.80	-8784.80	183.94	720	115336.60	0.000000	0.
360	-130370.90	0.000000	189.				

D'après le **tableau IV.5**, le pic de charge est environ égal à 208 kN survenant à un angle de rotation du vilebrequin $\theta=10^\circ$ après le PMH (Top Dead Center). Le moteur étant à quatre temps (four-stroke engine), le cycle thermodynamique du moteur s'étend alors de 0 à 720° correspondant à deux révolutions complètes du vilebrequin.

La **figure IV.9** représente une photographie du coussinet (palier) de tête de bielle du moteur Diesel (Gas Oil engine), muni d'une rainure circonférentielle totale dans sa section médiane, sur lequel ont été effectués les essais expérimentaux pour la détermination de l'épaisseur du film lubrifiant.

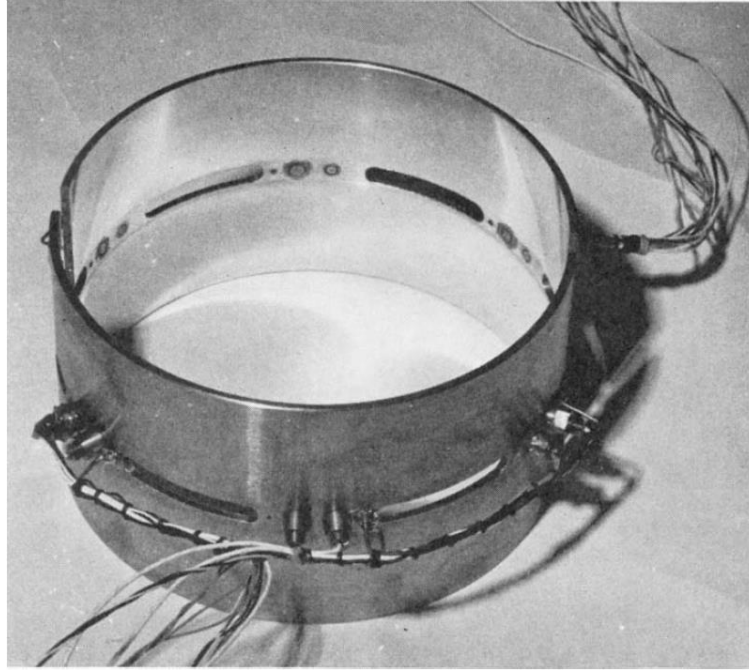


Fig. IV. 9: Photography of instrumented connecting-rod bearing for Ruston and Hornsby 6 VEB-X Mk III engine at Glacier Co. [8]

Dans le [tableau IV.6](#), nous comparons les valeurs prédites de la pression maximale et de l'épaisseur minimale du film avec celles publiées dans la littérature ([Martin \[3\]](#), [Ritchie \[10\]](#)). On peut en déduire que les résultats obtenus par le code de calcul THD développé sont en bonne corrélation avec les résultats obtenus par différentes approches. Cependant, de légers écarts entre les résultats peuvent être constatés qui sont attribués en l'occurrence aux conditions d'alimentation du palier, aux conditions limites liées au phénomène de cavitation (rupture et reformation du film lubrifiant dans le système), et les caractéristiques des maillages utilisées lors de la résolution de l'équation de Reynolds.

Table IV. 6: Comparison Between Experimental and Theoretical Minimum Oil-Film Thickness For Ruston-Hornsby 6 VEB-X MK III Connecting-Rod Bearing With Full Circumferential Groove (Martin [3], Ritchie [10])

Source	type	$h_{min} (\times 10^{-6} m)$	Crank angle after TDC (degrees)
Glacier Metal Co.	experimental		
-From R and H 6 VEB engine		2.8	240
-From dynamic similarity machine		3.3	270
General Electric Co. U. K.	computed		
-Ritche (finite bearing)		3.632	275
-Ritche (optimized short bearing)		3.302	272
General Motors research	computed		
-Finite element program		3.48	-
-Goenka (rapid curve fit program]		3.48	-
Glacier metal Co.	computed		
-Jones finite bearing		3.57	-
-Jones with film history		2.29	-
Booker (finite bearing)	computed	2.311	271.
Horsnell (finite bearing)	computed	5.436	273.
Lloyd (finite bearing)	computed	4.470	289.
Blok (finite bearing)	computed	2.896	280.
Guelma University (LMS)	computed	3.574	275.5
(2-D) mobility method [Lahmar, 4]			
Present study (2D-FDM)	computed	4.762	278
Present study (1D-FDM)	computed	4.797	278

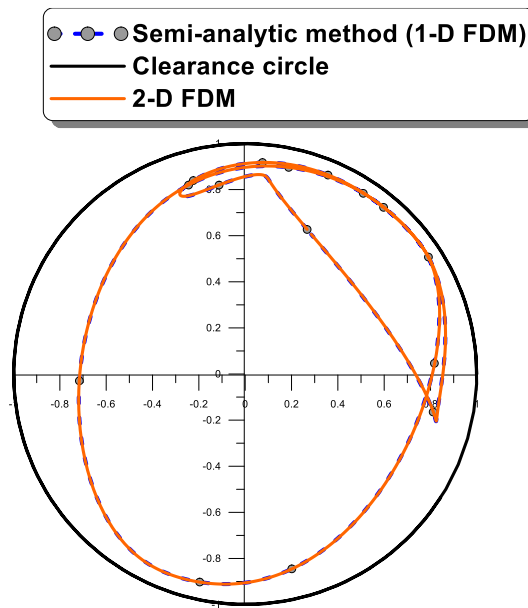
Table IV. 7: Results for the Ruston-Hornsby Diesel engine big-end bearing

Previous and present study	Greatest peak pressure (MPa)
Hirani et al [5]	34.66
Booker's short bearing approximation [6]	35.84
Goenka's new curve fits [7]	34.57
Finite element method [7]	34.40
-Present study (2-D FDM)	34.85 @ $\theta=12^\circ$
-Present study (1-D FDM)	35.48 @ $\theta=12^\circ$

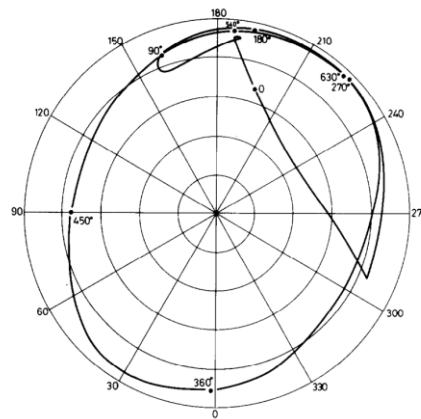
Pour valider davantage le code de calcul développé, nous avons comparé d'une part les orbites du centre de maneton prédites par le code de calcul développé avec celles publiées dans la littérature technique [10, 11], et d'autre part les orbites calculées par la méthode semi-analytique et la méthode des différences finies 2-D (Figure IV.9). Nous pouvons conclure que la méthode semi-analytique développée dans le cadre de ce mémoire permet de prédire avec précision suffisante des trajectoires qui sont en bonnes concordance avec celles

calculées par la méthode des différences finies centrées ainsi que celles publiées dans la littérature technique par Ritchie [10] & Booker [11]. D'autre part, les simulations numériques effectuées en régimes isotherme et non-isotherme ont montré que la méthode semi-analytique est suffisamment précise et largement plus rapide par comparaison à la méthode des différences finies 2-D.

a) Present work (2-D & 1-D Global THD Lubrication Analysis MS-Fortran 90 Codes)



b) Dynamic response of the big-end rod bearing predicted by Ritchie [10]



c) Cyclic path obtained by Booker [11]

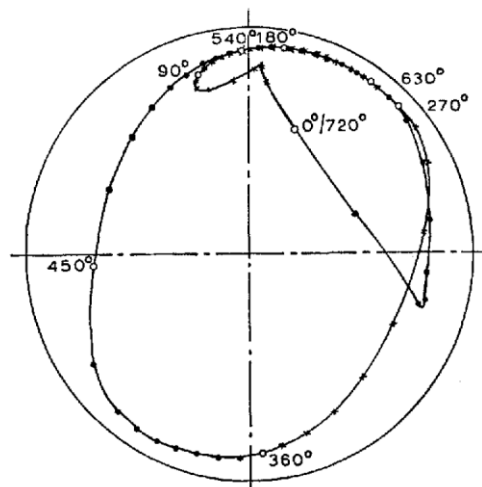


Fig. IV. 10: Qualitative comparison of stationary crankpin center orbits for the Diesel Ruston & Hornsby engine corresponding to the polar load diagram of Figure IV.8.

IV.7.3 Etude paramétrique appliquée à un palier de tête de bielle d'un moteur à essence multicylindre

L'analyse thermique globale des paliers dynamiquement chargés de moteurs à combustion interne a été incorporée dans un programme informatique. Les résultats numériques comprennent les orbites du centre de l'arbre (maneton), les variations de l'épaisseur minimale du film, la pression maximale, la puissance dissipée, et le débit de fuite latéral en fonction de l'angle de rotation du vilebrequin θ .

Dans cette section, les effets combinés de la concentration et de la taille caractéristique des nanoparticules non organique CuO et Al_2O_3 sur le comportement dynamique d'un palier de tête de bielle d'un moteur d'automobile à essence multicylindre en régimes isotherme (cas isovisqueux) et non-isotherme (cas thermovisqueux) sont étudiés à l'aide de la méthode semi-analytique basée sur la résolution par différences finies d'une équation différentielle de type Euler-Lagrange dérivée à partir de la fonctionnelle associée à l'équation de Reynolds (2-D) en utilisant la méthode de séparation des variables et le théorème de calcul des variations. Pour cela, nous considérons deux conditions de fonctionnement du moteur, $\dot{n} = 3000$ et 6000 rpm . Les signaux de pression relevés à l'aide de capteurs de pression dans une chambre de combustion sont représentées en [figure IV.11](#) pour les deux vitesses de rotation du vilebrequin. Ces signaux indiquent des pics de pression de 5.44 et 6.285 MPa survenant pour un angle de vilebrequin $\theta = 360^\circ$ après le PMH (Top Dead Center, TDC) et correspondant respectivement à $\dot{n} = 3000$ et 6000 rpm .

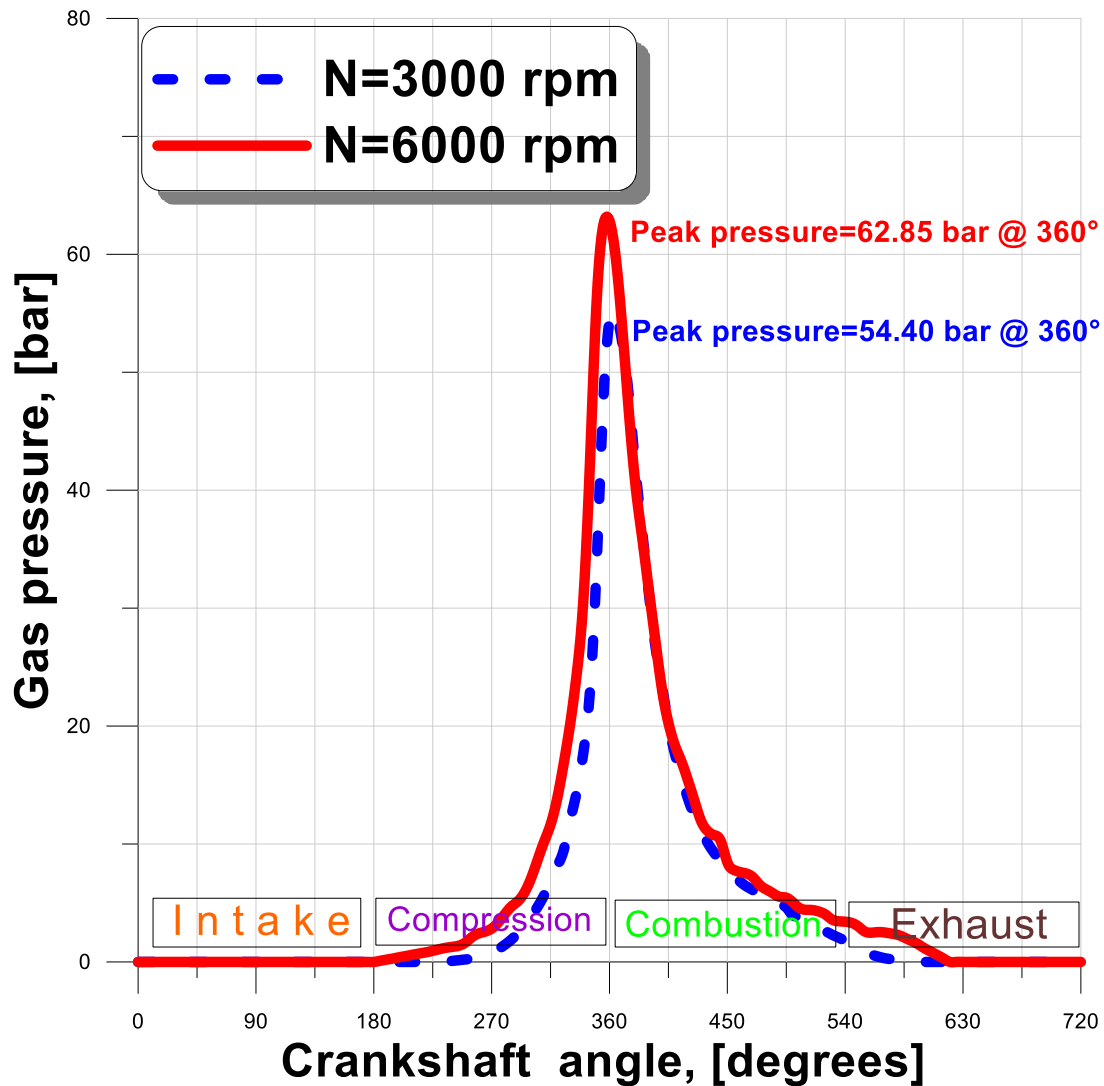


Fig. IV. 11 : Gas pressure signals of a gasoline engine measured for two rotational velocities of crankshaft.

Les diagrammes de charge représentant l'action du maneton sur le palier de bielle sont calculés dans le repère mobile R_2 lié à la bielle en utilisant un programme séparé développé à partir de l'analyse cinématique et dynamique du système piston-bielle-vilebrequin présentée en détails dans le Chapitre II. Ces diagrammes sous forme polaire sont illustrés en [figure \(IV.11\)](#). Pour des raisons de convergence et pour une représentation fidèle du pic de charge, nous avons interpolé ces diagrammes en utilisant la méthode des splines cubiques pour chaque degré d'angle de rotation de vilebrequin ($\Delta\theta = 1^\circ$).

Dans [la figure \(IV.12\)](#), nous représentons les diagrammes de charge polaires du maneton de vilebrequin sur la bielle avec prise en considération des effets d'inertie et d'explosion pour les deux régimes de fonctionnement du moteur $N=3000$ et 6000 rpm . Cette figure montre que l'effort maximal pour $N=3000 \text{ rpm}$ est essentiellement dû à l'explosion dont la valeur est de

23.5 kN obtenue pour un angle de vilebrequin de 360 degrés. Ce pic de charge correspond bien évidemment au pic de pression relevé dans le cylindre (Figure IV.11).

Pour une vitesse de rotation du vilebrequin plus importante ($N=6000$ rpm), les effets d'inertie deviennent naturellement prépondérants (valeur maximale égale à 25.31 kN) et doivent être pris en considération dans les calculs.

Le but essentiel de la représentation polaire est d'indiquer l'effort maximal et sa direction, ce qui permet au constructeur de déterminer convenablement la position des trous d'alimentation en lubrifiant sur le maneton pour la lubrification du coussinet de tête de bielle. D'autre part, la connaissance de ces diagrammes de charge exprimés dans le repère lié à la bielle R_2 sert comme une donnée principale pour la résolution numérique du problème de lubrification THD du palier de bielle.

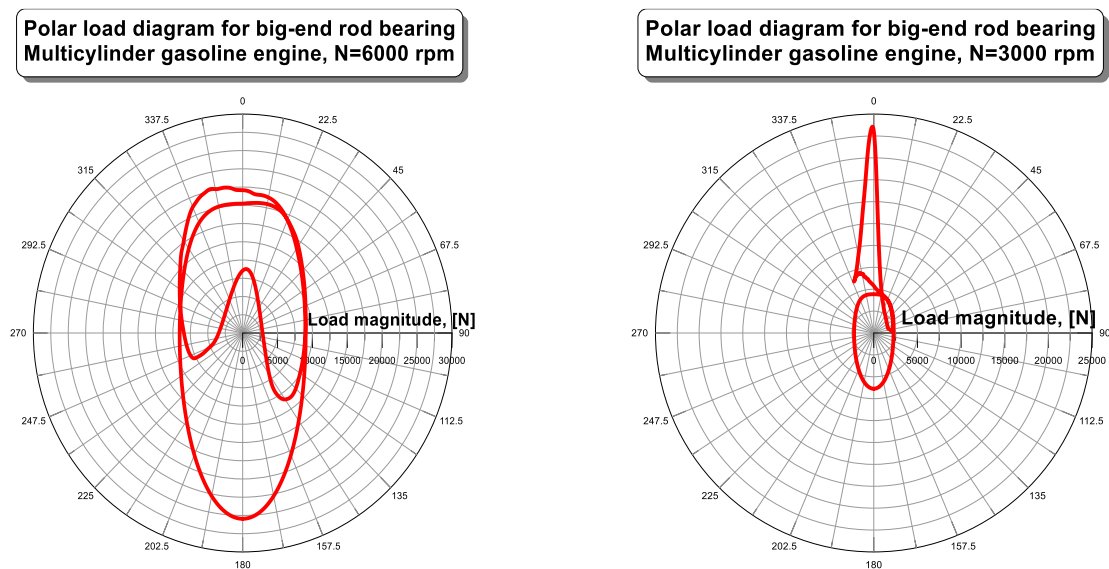


Fig. IV. 12: Polar load diagrams representing the action of the crankpin on the big-rod bearing calculated in frame (R_2) related to the connecting-rod.

Les données relatives au moteur, les caractéristiques géométriques, et les conditions de fonctionnement du palier de tête de bielle sont reportées dans le [tableau IV.7](#). D'autre part, les détails relatifs aux calculs sont présentés dans le [tableau IV.8](#).

Table IV. 8: Geometrical characteristics and operating conditions of the rod-bearing and gasoline four stroke engine.

Paramètres, Symboles	Unités	Valeurs
Longueur du palier, L	[m]	0.0183
Diamètre du palier, D	[m]	0.050
Jeu radial, C	[m]	25×10^{-6}
Entraxe de bielle, l	[m]	0.143
Rayon de manivelle, R	[m]	0.044
Vitesses de rotation du moteur, N ou $\dot{n}$	[rpm] ou [tr/min]	3000. ; 6000.
Viscosité dynamique du lubrifiant de base, μ_{fb} @ $T=T_e=30^\circ$	[mPa.s] ou [cP]	30.
Masse volumique du lubrifiant de base, ρ_{fb} @ $T=T_e=30^\circ$	[kg/m ³]	885.
Masse volumique des NPs CuO, ρ_{np}	[kg/m ³]	6320.
Masse volumique des NPs Al ₂ O ₃ , ρ_{np}	[kg/m ³]	3900.
Chaleur massique du lubrifiant de base, C_{pfb}	[J/kg.°C]	2055.
Chaleur massique des NPs CuO, C_{pnp}	[J/kg.°C]	565.
Chaleur massique des NPs Al ₂ O ₃ , C_{pnp}	[J/kg.°C]	880.
Taille caractéristique relative des NPs, ℓ/C	[-]	0.10
Fraction massique, w_t	[%]	0. ; 0.5, 1.

Table IV. 9: Data related to numerical discretization and calculation.

Paramètres	Symbole	Valeur
Nombre de cellules dans la direction circonférentielle du palier	N_x	80
Nombre de cellules dans la direction axiale du demi-palier	N_z	40
Proportion du flux de chaleur évacué par le lubrifiant	λ	0.85
Facteur de sur-relaxation pour la méthode itérative de Gauss-Seidel	Ω_{GS}	1.
Erreur de convergence tolérée de la méthode itérative de Newton-Raphson	ε_{NR}	10^{-4}
Coefficient d'amortissement dans la méthode de Newton-Raphson	ω_{NR}	1.
Erreur de convergence tolérée pour la procédure de calcul de température effective	ε	10^{-4}
Coefficient de sous-relaxation pour la procédure itérative de calcul de la température effective	$\tilde{\omega}$	0.5

IV.7.4 Analyses isotherme et non isotherme d'un palier fonctionnant avec un fluide de base pur (non additif) : Mise en évidence des effets thermiques

La **figure IV.13** illustre la comparaison des trajectoires stationnaires du centre du maneton (crankpin) dans un moteur à essence multicylindre à quatre temps, en utilisant deux approches thermiques : isotherme (fluide iso-visqueux) et non isotherme (fluide thermo-visqueux). Cette analyse est effectuée pour un fluide de base pur et pour les deux vitesses de rotation du moteur.

Les résultats montrent que l'approche non isotherme, qui prend en compte les variations thermiques internes du moteur, offre une modélisation plus réaliste du comportement du système maneton-palier. En effet, les variations de température influencent sensiblement la viscosité de l'huile, affectant ainsi la dynamique du maneton. Par conséquent, les trajectoires obtenues par cette approche sont plus étendues et diffèrent de celles prédites par l'approche isotherme surtout pour les grandes vitesses de rotation du moteur, qui suppose une température constante et ignore les effets thermiques internes. En effet, les calculs non

isothermes donnent des épaisseurs minimales de films plus faibles que celles prédites par l'approche isotherme comme il est clairement illustré en [figure IV.14](#).

Cette comparaison met en évidence l'importance de considérer les effets thermiques dans la modélisation du comportement des composants moteurs. Une telle prise en compte permet d'obtenir des prédictions plus précises, essentielles pour optimiser la conception et le fonctionnement des moteurs à combustion interne.

La [figure IV.15](#) montre que le débit de fuite calculé par l'approche non isotherme en supposant le fluide de base pur (sans additifs) thermo-visqueux présente un pic à un angle de rotation du vilebrequin $\theta=360^\circ$ plus important que celui calculé en régime isotherme pour le même fluide lorsque la température $T=Te=30^\circ\text{C}$ pour laquelle la viscosité du fluide est $\mu=30\text{ mPa.s}$. Ce pic est d'autant plus important que la vitesse de rotation du moteur est grande.

La [figure IV.16](#) représente l'évolution au cours du temps de la puissance dissipée calculée par intégration de la fonction de dissipation totale $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$ sur le volume occupé par le fluide de base pour deux vitesses de rotation $N=3000$ et 6000 rpm . On remarque que l'approche isotherme surestime la puissance dissipée dans le contact et ce sur tout le cycle du moteur. A l'instar du débit, la courbe de puissance présente un pic au même angle de rotation du vilebrequin $\theta=360^\circ$ après le PMH (TDC). Pour un même angle de vilebrequin, la puissance calculée pour une vitesse de rotation $N=6000\text{ rpm}$ est nettement supérieure à celle obtenue pour $N=3000\text{ rpm}$.

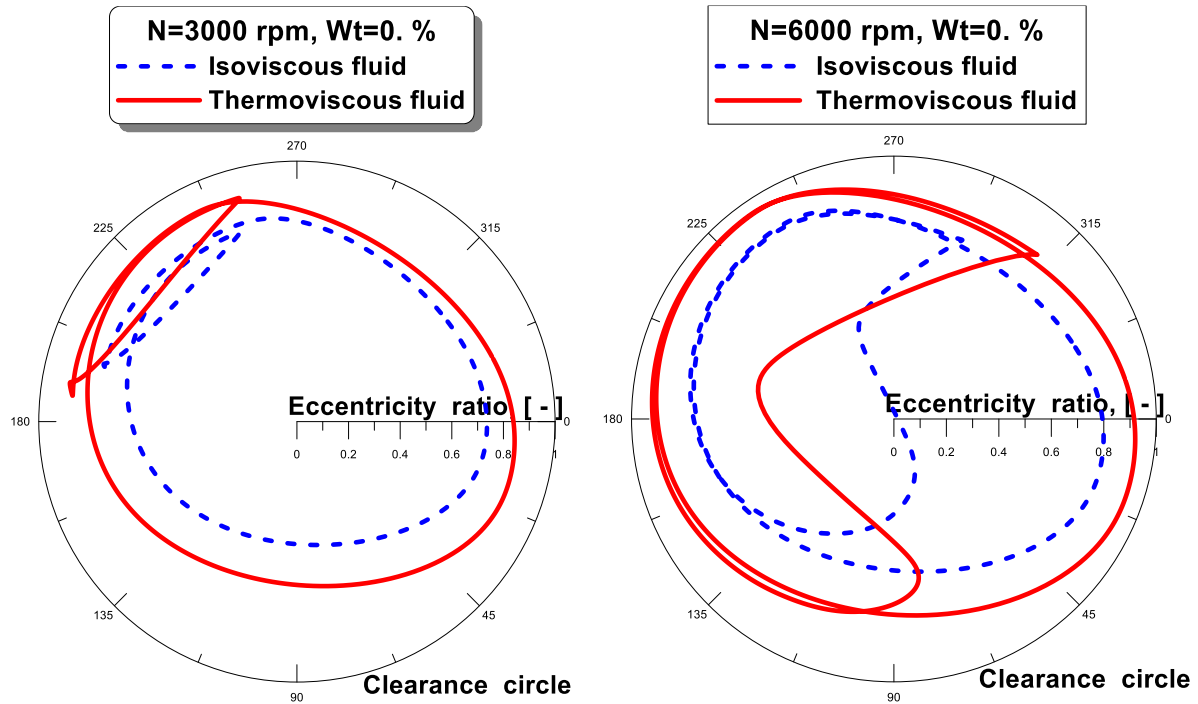


Fig IV. 13: Comparison of stationary orbits of the crankpin center predicted by both isothermal and non-isothermal approaches for pure base fluid and various rotational velocities of a four stroke multicylinder gasoline engine.

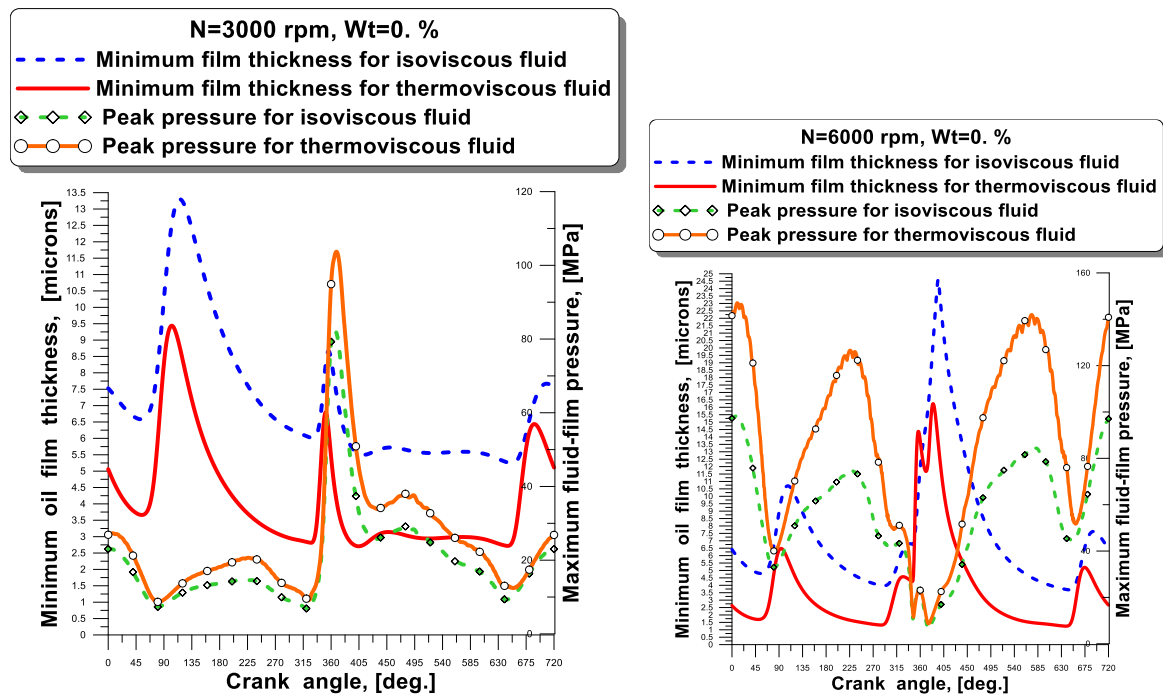


Fig. IV. 14: Comparison of minimum oil film thickness and peak fluid film pressure over a four stroke multicylinder gasoline engine cycle predicted by both isothermal and non-isothermal approaches for pure base fluid and various rotational velocities.

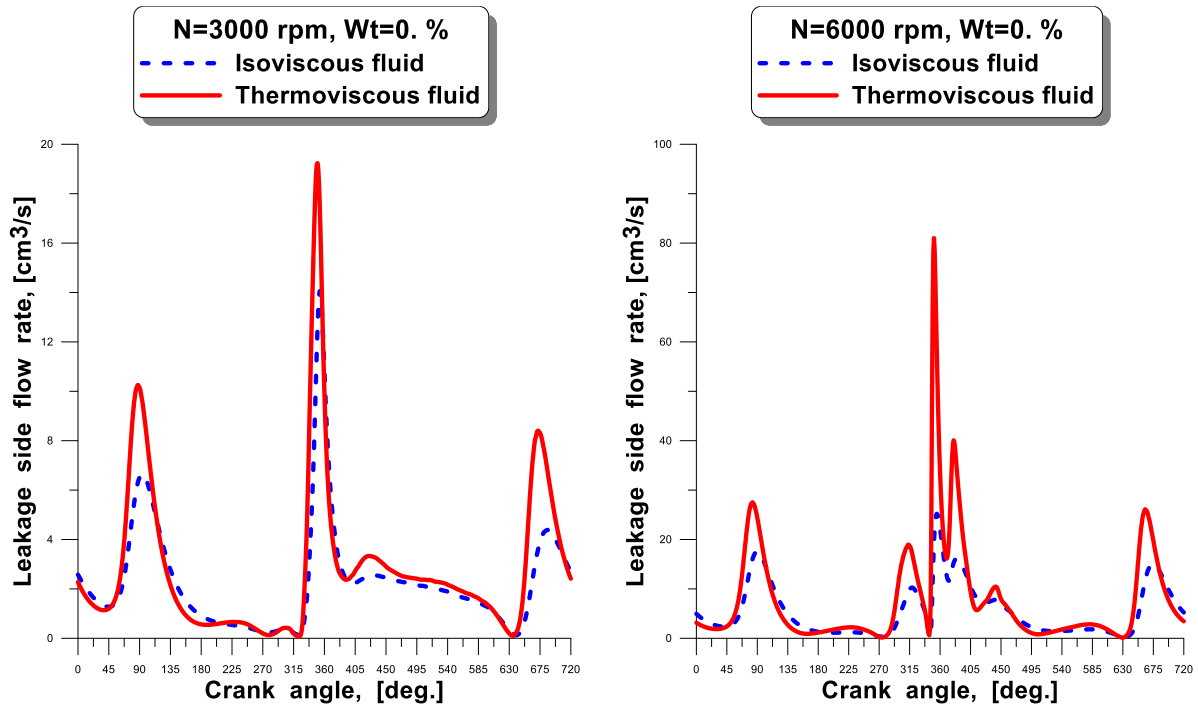


Fig. IV. 15: Comparison of side leakage flow over a four stroke multicylinder gasoline engine cycle predicted by both isothermal and non-isothermal approaches for pure base fluid and various rotational velocities.

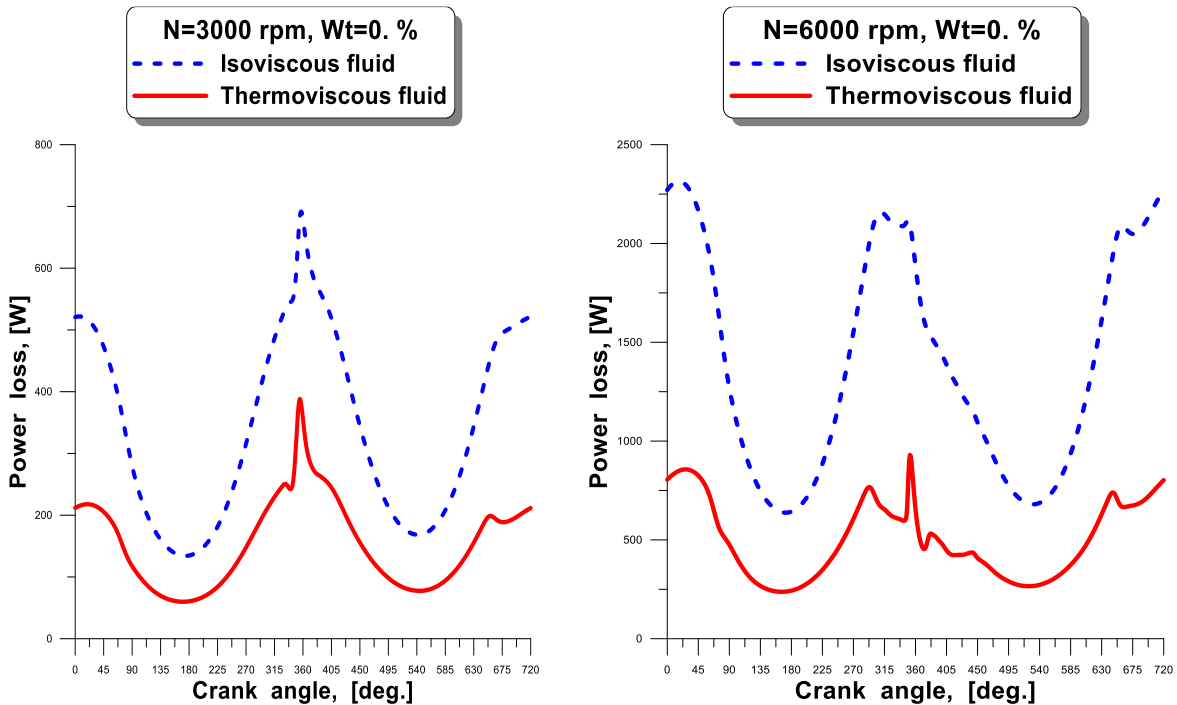


Fig. IV. 16: Comparison of power loss over a four stroke multicylinder gasoline engine cycle predicted by both isothermal and non-isothermal approaches for pure base fluid and various rotational velocities.

IV.7.5 Effets de la concentration des NPs CuO & Al₂O₃ : Fluide thermovisqueux

Les figures IV.17 à IV.20 représentent les résultats de l'étude de l'influence des concentrations massiques des NPs CuO et Al₂O₃ sur les trajectoires du centre du maneton, l'épaisseur minimale du film, le débit de fuite, et la puissance dissipée calculés par l'approche non isotherme en considérant le fluide lubrifiant thermo-visqueux et une taille caractéristique des NPs $\ell = 250 \text{ nm}$ a conduit aux constatations suivantes :

- la taille de l'orbite décrite par le centre du maneton diminue avec la concentration des NPs (figure IV.17) ce qui conduit à une augmentation de l'épaisseur minimale du film lubrifiant (figure IV.18) et d'éviter ainsi le risque de contact métal-métal conduisant à la destruction du palier,
- le débit de fuite n'est pas sensiblement affecté par la concentration des NPs et ce sur tout le cycle thermodynamique du moteur (figure IV.19),
- la puissance dissipée augmente de façon significative pour des concentrations de NPs élevées et ce sur tout le cycle du moteur (figure IV.20). En l'occurrence, pour un même angle de vilebrequin $\theta=360^\circ$ et une concentration massique Wt= 1% de NPs CuO, la puissance dissipée augmente d'environ 20% par rapport à celle calculée dans le cas du fluide de base pur (Wt= 0%).

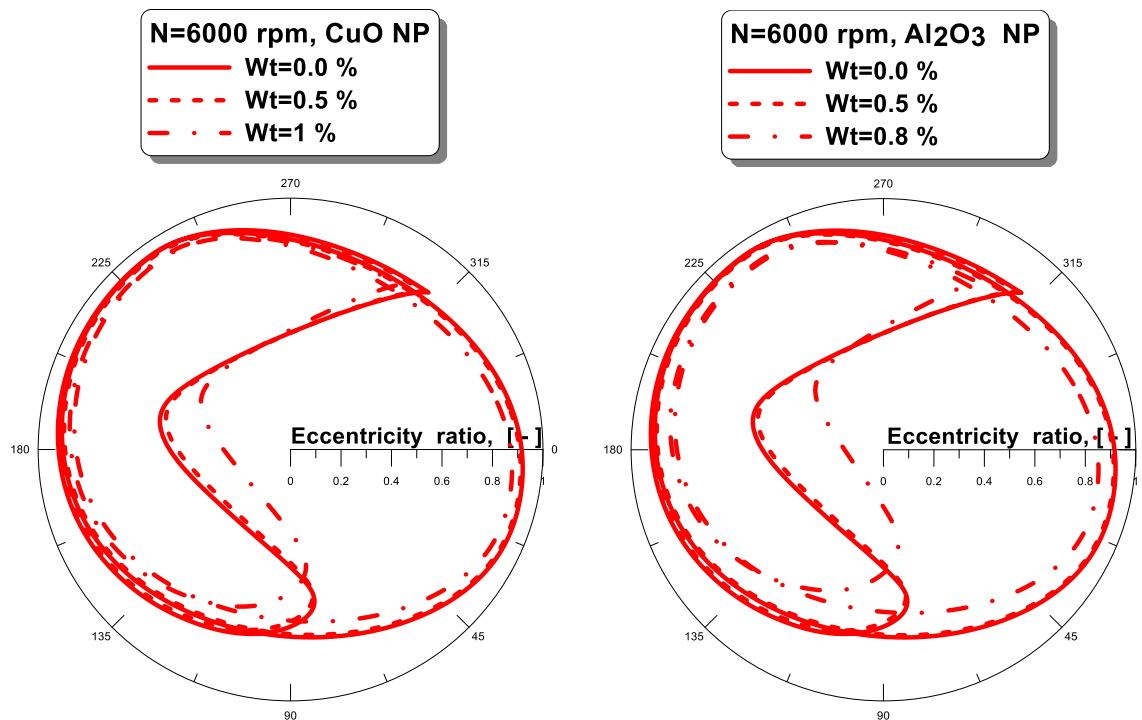


Fig. IV. 17: Effects of weight concentrations of both CuO and Al₂O₃ nanoparticles on stationary orbits of the crankpin center predicted by the non-isothermal approach.

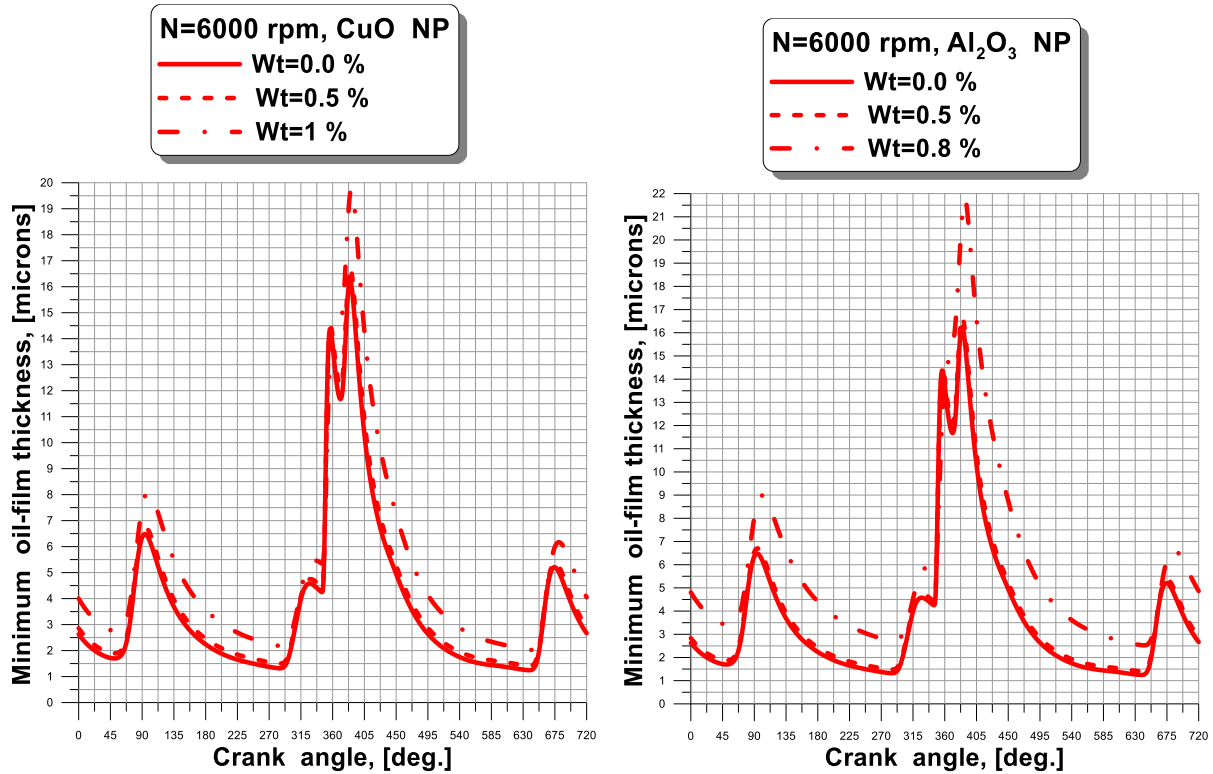


Fig. IV. 18: Effects of weight concentrations of both CuO and Al₂O₃ nanoparticles on minimum oil film thickness over a four stroke multicylinder gasoline engine cycle predicted by the non-isothermal approach.

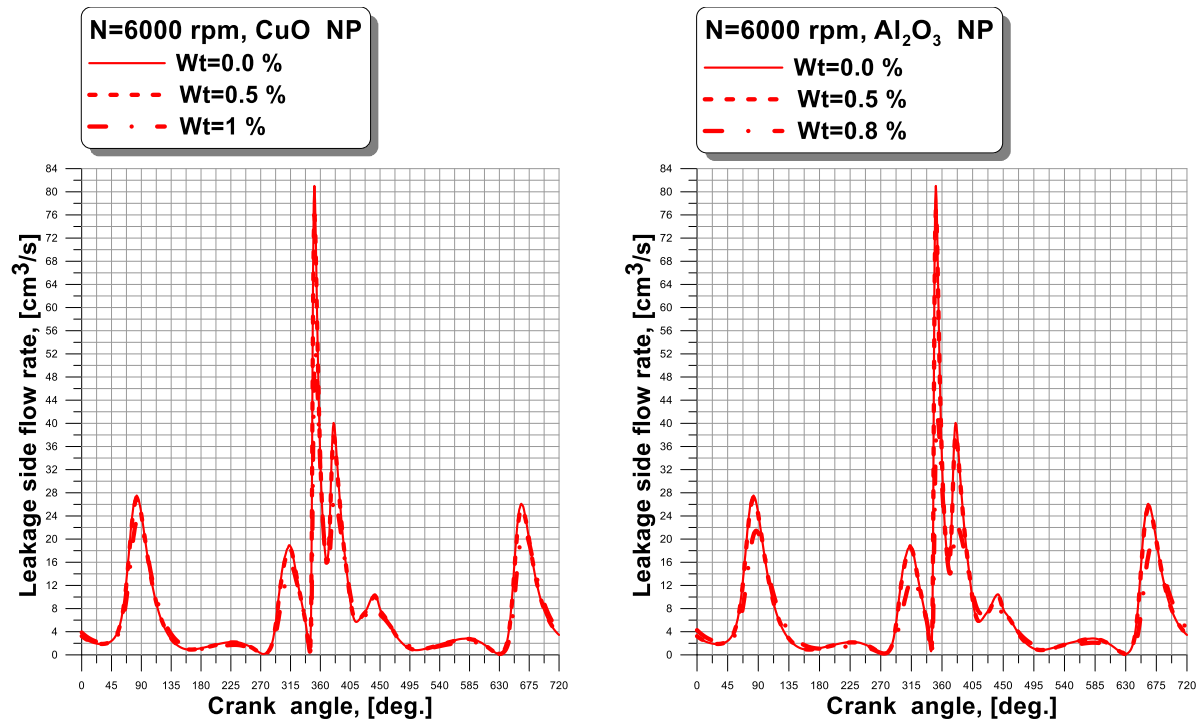


Fig. IV. 19: Effects of weight concentrations of both CuO and Al₂O₃ nanoparticles on leakage side flow rate over a four stroke multicylinder gasoline engine cycle predicted by the non-isothermal approach.

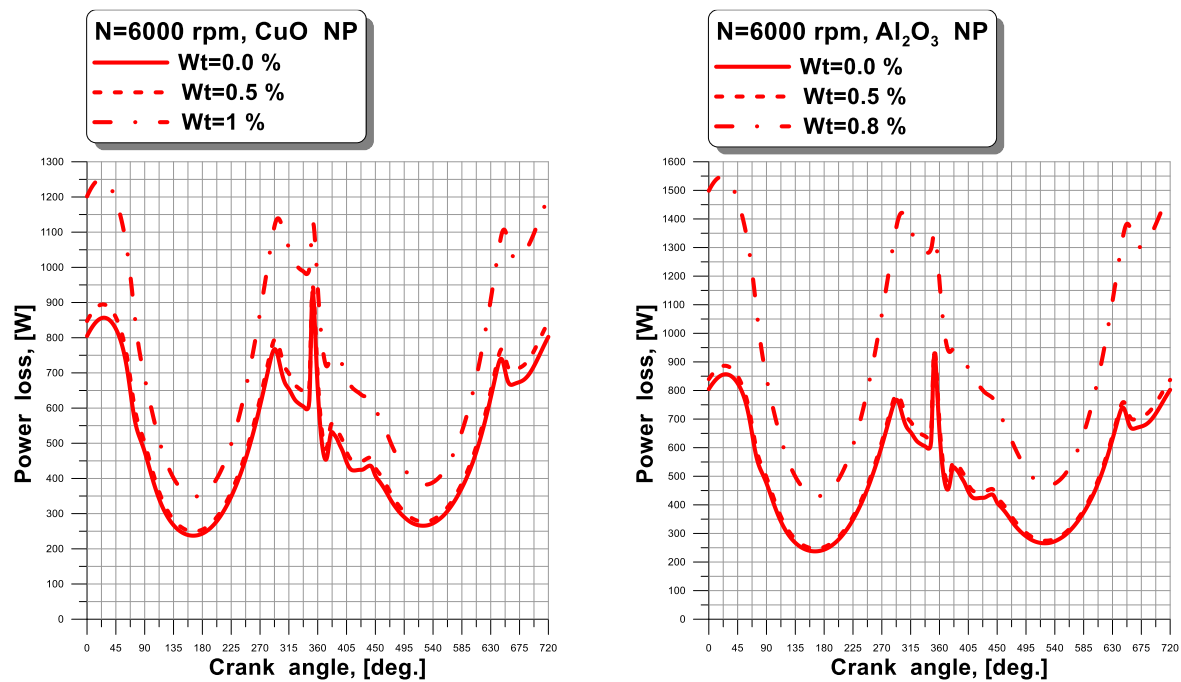


Fig. IV. 20: Effects of weight concentrations of both CuO and Al_2O_3 nanoparticles on power loss over a four stroke multicylinder gasoline engine cycle predicted by the non-isothermal approach.

IV.7.6 Effets de la taille caractéristique des NPs CuO : Fluide thermovisqueux

La figure IV.21 représente les résultats de l'étude de l'influence de la taille caractéristique de NPs CuO sur les trajectoires du centre du maneton prédites par l'approche non isotherme en considérant le fluide lubrifiant thermo-visqueux et une concentration massique des NPs $\text{Wt}=0.1\%$. on observe que

la taille de l'orbite décrite par le centre du maneton diminue avec la taille caractéristique des NPs ce qui permet d'éviter tout risque de contact métal-métal conduisant à une avarie du système.

La figure IV.22 indique le nombre de cycles nécessaires permettant de converger sur la température et la viscosité effectives pour différentes valeurs de la taille caractéristique de NPs CuO. On remarque que la convergence du processus itératif sur la température effective du nanolubrifiant est obtenue au bout de quelques cycles pour une valeur optimale du facteur de sous-relaxation égale à 0.5 et une erreur de convergence relative tolérée $\varepsilon = 10^{-4}$, et ce pour les différentes tailles caractéristiques des NPs.

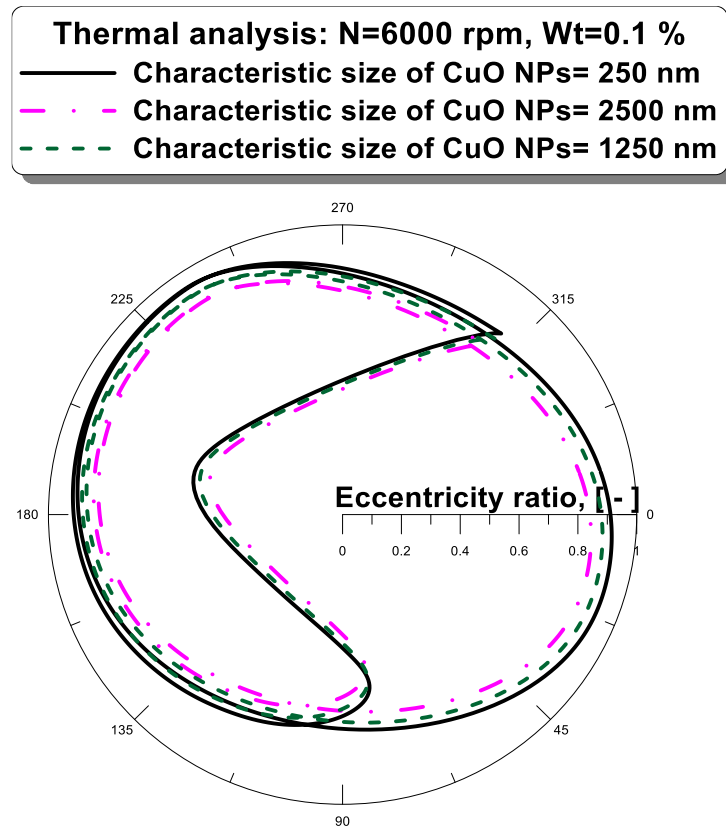


Fig. IV. 21: Effects of characteristic size of CuO nanoparticles on stationary orbits of the crankpin center predicted by the non-isothermal approach.

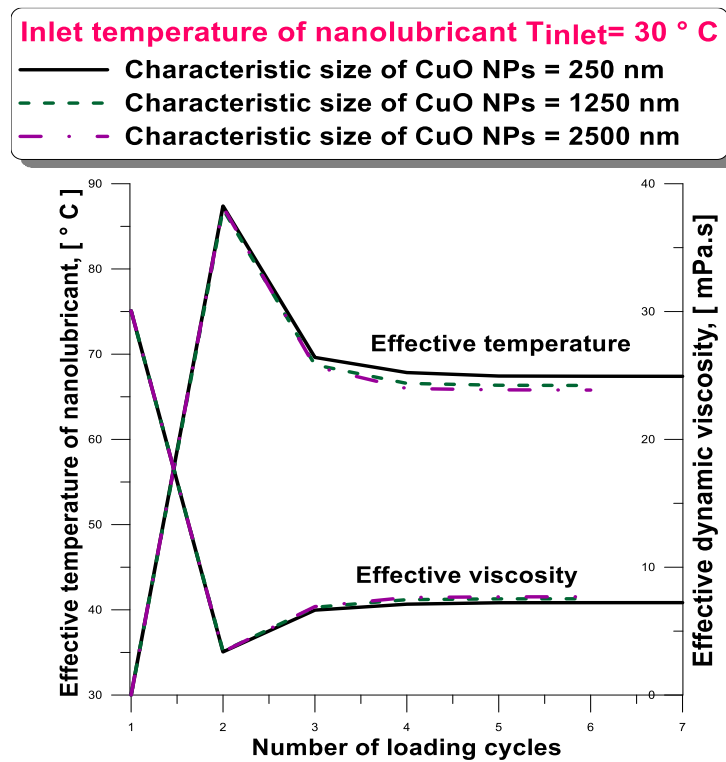


Fig. IV. 22: Convergence of nanolubricant effective temperature and viscosity predicted by an under-relaxed iterative procedure.

IV.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté en détails la stratégie numérique de résolution du problème inverse de lubrification THD en utilisant l'approche globale pour la caractérisation hydrodynamique et tribologique des paliers de bielle de moteurs à combustion interne soumis à des chargements complexes durant tout le cycle thermodynamique du moteur.

La méthode semi-analytique proposée pour le calcul du champ de pression dans le palier à été intégrée avec succès dans le modèle THD global en vue de réduire de façon substantielle les temps de calcul.

Après validation du code de calcul MS-Fortran 90 développé dans le cadre de cette thématique, nous avons mené une étude paramétrique en vue de mettre en évidence les effets thermiques ainsi que l'influence de la concentration et de la taille des NPs CuO et Al₂O₃ sur les trajectoires du centre du maneton, l'épaisseur minimale de film, le débit de fuite, et la puissance dissipée.

Les résultats obtenus par l'étude paramétrique ont conduit aux conclusions suivantes :

- les effets thermiques donnent des orbites plus étendues se rapprochant dangereusement du cercle de jeu du palier de bielle et provoquent une diminution de la puissance dissipée sur tout le cycle thermodynamique du moteur en raison de la diminution de la viscosité du nanolubrifiant lorsque la température augmente,
- la concentration et la taille des NPs jouent un rôle positif sur le bon fonctionnement des paliers de moteur car elles permettent réduire la taille des orbites ce qui assure une augmentation de l'épaisseur de film et donc une meilleure sécurité de fonctionnement de ces paliers.

Références bibliographiques

- [1] Christopherson, D. G. (1941), "A New Mathematical Method for the Solution of the Oil Film Lubrication Problems," Proc. I. Mech. E.,146, pp 126-135.
- [2] Ocvirk F.W., Dubois G.B.,1953. Analytical derivation and experimental evaluation of short bearing approximations of full journal bearing .NACA (Navy Advisory Committee for Aeronautics) ,Tech.Report 1157.
- [3] Martin, F. A. (1982), "Developments in Engine Bearings," Proc. of the 9th Leeds-Lyon Symposium on Tribology.
- [4] Mustapha Lahmar, Benyebka Bou-Saïd. Couple-stresses effects on the dynamic behaviour of connecting-rod bearings in both gasoline and diesel engines. Tribology Transactions, 2008, 51 (1), pp.44-56.
- [5] H. Hirani, K. Athre, S. Biswas, Rapid and globally convergent method for dynamically loaded journal bearing design, Proc. Inst. Mech. Eng. J 212, 207–214 (1998).
- [6] J.F. Booker, Dynamically loaded journal bearings: mobility method of solution, Trans. ASME, J. Basic Engng, Ser. D187, 537–546 (1965).
- [7] P.K. Goenka, Analytical curve fits for solution parameters of dynamically loaded journal bearings, Trans. ASME J. Tribol. 106, 421–428 (1984).
- [8] J.P. Campbell, P.P. Love, F.A. Martin, Paper 4: bearings for reciprocating machinery: a review of the present state of theoretical, experimental and service knowledge, Proc. Inst.Mech. Eng. Conf. Proc. (SAGE Publications, Sage UK:London, England, 1967), pp. 51–74.
- [9] Booker, J. F., Dynamically Loaded Journal Bearings: Numerical Application of the Mobility Method, ASME Journal of Tribology, ser. F, pp 168-174, 1971
- [10] Ritchie G. S., The prediction of journal loci in dynamically loaded internal combustion engine bearings, Wear, 35 (1975), 291- 297
- [11] BOOKER, J. F. Dynamically loaded journal bearings-Mobility method of solution, *J. basic Engng, Trans. Am. Soc. mech. Engrs, Series D* 1965 187 (Sept.), 537.

Conclusion générale et perspectives

Conclusion générale et perspectives

Dans ce travail d'initiation à la recherche, nous nous sommes essentiellement intéressés à la modélisation du comportement dynamique des paliers de bielle de moteurs thermiques monocylindre et multicylindre dynamiquement chargés et utilisant des nanofluides comme lubrifiants.

Ce travail comprenait trois parties principales, à savoir :

1-une analyse cinématique et dynamique du système piston-bielle-vilebrequin ayant pour but de déterminer les diagrammes de charge au niveau de la liaison cinématique maneton du vilebrequin-coussinet de tête de bielle ;

2-une analyse de la lubrification thermo-hydrodynamique (THD) globale de la liaison ou du palier en assimilant le nanofluide à un fluide micro-polaire de V. K. Stokes en vue de prendre en considération la taille caractéristique des NPs dispersées ;

3-une dérivation d'une équation différentielle de pression de type Euler-Lagrange en se basant sur le théorème de calcul des variations et la méthode de séparation des variables. La résolution de cette équation à l'aide de la méthode des différences finies (1-D) a permis de déterminer le champ de pression hydrodynamique qui est en bonne concordance avec celui calculé par la méthode des différences finies lors de la résolution de l'équation de Reynolds modifiée (2-D). Cette approche dénommée dans ce mémoire par « méthode semi-analytique » a été intégrée avec succès dans le processus itératif de calcul thermo-hydrodynamique des paliers de bielle en régime transitoire en vue d'obtenir une solution du problème de lubrification THD globale inverse en un temps CPU nettement plus court.

Le mémoire présentant ce travail a été structuré en quatre chapitres, une introduction générale et une conclusion générale avec perspectives.

Dans le premier chapitre, nous avons présenté une étude bibliographique détaillée sur les propriétés thermophysiques des nanofluides et leurs applications dans les contextes tribologique et thermique (transfert de chaleur). A la fin de ce chapitre, nous avons aussi présenté les équations de base permettant de décrire le comportement rhéologique de ce type de fluide en se basant sur la théorie et la thermodynamique des milieux micro-polaires continus de Vijay Kumar Stokes qui tient compte de la taille caractéristique des particules présentes dans le nanolubrifiant s'écoulant dans le palier.

Le deuxième chapitre a été réservé à la détermination des diagrammes de charge au niveau des paliers de bielle de l'attelage mobile de moteurs à allumage commandé monocylindre et multicylindre à quatre temps à partir d'une analyse cinématique et dynamique du système piston-bielle-vilebrequin. Ces diagrammes servaient comme des données principales pour l'analyse THD des paliers de bielle.

Le troisième chapitre a été consacré à la présentation détaillée des théories de la lubrification THD locale et globale. Nous y avons montré que l'analyse THD (3-D) locale se basait sur la résolution de deux équations, à savoir l'équation de Reynolds (3-D) généralisée couplée à l'équation d'énergie (3-D) par l'intermédiaire de la viscosité du lubrifiant alors que l'analyse THD globale adoptée dans le cadre de ce mémoire utilise l'équation de Reynolds (2-D) écrite pour un régime isotherme et une équation de bilan thermique où une grande proportion de la chaleur produite par effet de cisaillement du lubrifiant dans le palier est supposée évacuée par le fluide. Le modèle de viscosité empirique proposé par Kalakada dans le cas des NPs CuO et Al₂O₃ a été retenu dans la présente étude. Ce modèle permettant de calculer la viscosité du nanolubrifiant en fonction de la concentration massique W_t et de la température est valide pour $W_t \leq 0.5\%$ et des températures variant de 30 à 70 °C.

L'analyse THD globale détaillée dans ce mémoire a conduit à l'écriture d'un code de calcul MS-Fortran 90 qui a fait l'objet de plusieurs validations.

L'étude paramétrique effectuée dans le quatrième chapitre a permis de mettre en évidence les effets thermiques non négligeables sur le comportement dynamique du palier de tête de bielle surtout lorsque celui-ci utilise des nanofluides comme lubrifiants.

Par ailleurs, il a été montré d'une part que les effets thermiques donnent des orbites plus étendues se rapprochant dangereusement du cercle de jeu du palier de bielle et provoquent une diminution de la puissance dissipée sur tout le cycle thermodynamique du moteur en raison de la diminution de la viscosité du nanolubrifiant lorsque la température augmente. D'autre part, la concentration et la taille des NPs jouent un rôle positif vis-à-vis du bon fonctionnement des paliers de moteur car elles permettent de réduire la taille des orbites ce qui assure une augmentation de l'épaisseur du film et donc une meilleure sécurité de fonctionnement de ces paliers lourdement chargés.

Les prolongements possibles de cette étude sont :

- développement d'une approche THD locale basée sur la résolution de Reynolds généralisée (3D) couplée à l'équation d'énergie (3D) en utilisant un modèle de viscosité plus élaboré tenant compte à la fois de la température, de la concentration, et de la taille caractéristique de NPs.
- Utilisation d'un algorithme conservatif pour la prise en considération du phénomène de cavitation dans le palier tel que l'algorithme d'Elrod-Adams.

Annexes

Annexe A

Pseudo-code de calcul THD d'un palier de bielle

en utilisant l'approche thermique global

Preprocessing step: Selection of input parameters of the problem and initializations

$nsteps, N_x, N_z, \Delta x, \Delta z, k_{max}, n_{max}, \Omega_{GS}, \omega_{NR}, L, R_j, C, \mu_{fb}, T_e, \dot{n}, R, \ell, \Delta\theta, \Delta t, \rho_{fb}, \rho_{np},$

$C_{p,fb}, C_{p,np}, l, w_t, \varphi, \theta(n), F_X(n), F_Y(n); n=1, \dots, nsteps+1$

Choose initial values of the crankpin centre position: $e_X(1), e_Y(1)$

Choose initial estimates for the Newton-Raphson method: $e_X^{(0)}(1) = e_X(1), e_Y^{(0)}(1) = e_Y(1)$

Do 1 $i=1, \dots, N_x+1$; **Do** 1 $j=1, \dots, N_z+1$! Loop over the grid nodes

$p_{ij} = 0; h_{old_{ij}} = C - e_X(1)\cos\left(\frac{x_i}{R}\right) - e_Y(1)\sin\left(\frac{x_i}{R}\right)$

End do 1 ! End Loop over the grid nodes

Set $e_X^{old} = e_X(1); e_Y^{old} = e_Y(1); T_{eff} = T_e$ and $icycle = 0$

Processing step

1 $icycle \leftarrow icycle + 1$! Counter of cycles

Compute the nanofluid dynamic viscosity μ_{nf} at $T = T_{eff}$

Do 2 $n=1, \dots, nsteps+1$! Loop over time steps

Compute the average angular velocity $\bar{\omega}(n)$

Set $k=0$

2 $k \leftarrow k + 1$! Counter of iterations for the Newton-Raphson method

Set $J=0$

3 $J \leftarrow J + 1$

Do 3 $i=1, \dots, N_x+1$; **Do** 3 $j=1, \dots, N_z+1$

$h_{ij} = C - e_X^{(k)}(n)\cos\theta_i - e_Y^{(k)}(n)\sin\theta_i$

If ($l=0$) **then** ! Newtonian case

$G_{ij} = h_{ij}^3$

Else ! non-Newtonian case

$G_{ij} = h_{ij}^3 - 12l^2 \left[h_{ij} - 2l \tanh\left(\frac{h_{ij}}{2l}\right) \right]$

Endif

End do

Evaluate the pressure gradients $\left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{ij}$ and $\left. \frac{\partial p}{\partial z} \right|_{ij}$ at each grid-node i,j by central finite differences

Calculate the lift force components $\begin{Bmatrix} W_X(n) \\ W_Y(n) \end{Bmatrix} = - \iint_A p \begin{Bmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{Bmatrix} dA$ using trapezoidal formula

Calculate the residual components : $r_X^{(k)}(n) = F_X(n) - W_X(n)$; $r_Y^{(k)}(n) = F_Y(n) - W_Y(n)$

Evaluate the coefficients of Jacobian matrix $[J_k]$ by central finite difference method

If (J=1) **then**

$$e_X^{(save)} = e_X^{(k)}(n); e_Y^{(save)} = e_Y^{(k)}(n); r_X^{(save)} = r_X^{(k)}(n) \text{ and } r_Y^{(save)} = r_Y^{(k)}(n)$$

$$\text{Set } e_X^{(k)}(n) = e_X^{(save)} + \delta X; e_Y^{(k)}(n) = e_Y^{(save)}$$

Return to label 3

Else if (J=2) **then**

$$r_{X+\delta X} = r_X^{(k)}; r_{Y+\delta Y} = r_Y^{(k)}$$

$$\text{Set } e_X^{(k)}(n) = e_X^{(save)} - \delta X; e_Y^{(k)}(n) = e_Y^{(save)}$$

Return to label 3

Else if (J=3) **then**

$$r_{X-\delta X} = r_X^{(k)}; r_{Y-\delta Y} = r_Y^{(k)}$$

$$\text{Set } e_X^{(k)}(n) = e_X^{(save)}; e_Y^{(k)}(n) = e_Y^{(save)} + \delta Y$$

Return to label 3

Else if (J=4) **then**

$$r_{X+\delta Y} = r_X^{(k)}; r_{Y+\delta X} = r_Y^{(k)}$$

$$\text{Set } e_X^{(k)}(n) = e_X^{(save)}; e_Y^{(k)}(n) = e_Y^{(save)} - \delta Y$$

Return to label 3

Else if (J=5) **then**

$$r_{X-\delta Y} = r_X^{(k)}; r_{Y-\delta X} = r_Y^{(k)}$$

Endif

$$(\partial r_X / \partial e_X)^{(k)} = \frac{r_{X+\delta X} - r_{X-\delta X}}{2\delta X}; (\partial r_Y / \partial e_X)^{(k)} = \frac{r_{Y+\delta X} - r_{Y-\delta X}}{2\delta X}; (\partial r_X / \partial e_Y)^{(k)} =$$

$$\frac{r_{X+\delta Y} - r_{X-\delta Y}}{2\delta Y} \text{ and}$$

$$(\partial r_Y / \partial e_Y)^{(k)} = \frac{r_{Y+\delta Y} - r_{Y-\delta Y}}{2\delta Y} \text{ where } \delta X = \delta Y = \delta = 10^{-10} \text{ for calculations made in double}$$

precision.

Solve the linear system for $\delta e_X^{(k)}(n)$ and $\delta e_Y^{(k)}(n)$

Update the solutions according to : $e_X^{(k+1)}(n) = e_X^{(k)}(n) + \omega_{NR} \delta e_X^{(k)}(n)$ and

$$e_Y^{(k+1)}(n) = e_Y^{(k)}(n) + \omega_{NR} \delta e_Y^{(k)}(n)$$

if $\left(\left| r_X^{(k)}(n) \right| + \left| r_Y^{(k)}(n) \right| > 10^{-2} \text{ and } k < k_{max} \right)$ **then**

Return to label **2** to do another iteration

Else if $(k > k_{max})$ **Stop**

Endif

Calculate : $\dot{e}_X(n) = \frac{(e_X(n) - e_X^{old}(n))}{\Delta t}$ and $\dot{e}_Y(n) = \frac{(e_Y(n) - e_Y^{old}(n))}{\Delta t}$

Calculate the hydrodynamic characteristics: $p_{max}(n), h_{min}(n), \mathcal{P}(n), Q_z(n)$

Memorize: $h_{ij}^{old} \leftarrow h_{ij}$; $e_X^{old}(n) \leftarrow e_X(n)$ and $e_Y^{old}(n) \leftarrow e_Y(n)$

End do 2 ! **End Loop over time steps**

Compute $\mathcal{P}_{average} = \frac{\sum_{n=1}^{nsteps+1} \mathcal{P}(n)}{nsteps+1}$, $Q_{average} = \frac{\sum_{n=1}^{nsteps+1} Q_z(n)}{nsteps+1}$ and $\Delta T = \frac{\lambda \mathcal{P}_{average}}{\rho_{nf} c_{pnf} Q_{average}}$

Calculate $T'_{eff} = T_{inlet} + \Delta T$

if $\left(\left| \frac{T'_{eff} - T_{eff}}{T_{eff}} \right| > 10^{-4} \text{ or } \left| \frac{e_X(nsteps+1) - e_X(1)}{e_X(nsteps+1)} \right| > 10^{-2} \text{ or } \left| \frac{e_Y(nsteps+1) - e_Y(1)}{e_Y(nsteps+1)} \right| > 10^{-2} \right)$ **then**

$T_{eff} = (1 - \varpi)T_{eff} + \varpi T'_{eff}$

Set $e_X(1) \leftarrow e_X(nsteps + 1)$; $e_Y(1) \leftarrow e_Y(nsteps + 1)$ and $T_{eff} \leftarrow T'_{eff}$

Return to label **1** ! **to do another load cycle**

Endif

End program