

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Mémoire de Master

Présenté à l'Université de 8 Mai 1945 Guelma

Faculté des Sciences et de la Technologie

Département de : Génie Civil et d'Hydraulique

Spécialité : Génie Civil

Option : Structures

Présenté par :

- NABLI ELARABI.
- ROUABHIA MOHAMMED ALI

Thème : Contribution to the evaluation of the critical load of local (column) and global buckling of multi-storey buildings.

Sous la direction de : Pr. Guenfoud Mohamed

Juin 2025

Remerciement

La réalisation de ce mémoire a été possible grâce au concours de plusieurs personnes à qui nous souhaitons exprimer notre profonde gratitude.

*Nous tenons tout d'abord à adresser nos sincères remerciements au **Pr.GUENFOUD MOHAMED** encadrant de ce mémoire, pour sa patience, sa disponibilité et surtout ses judicieux conseils, qui ont contribué à alimenter notre réflexion.*

*Un grand merci à **Monsieur LAFIFI BRAHIM, KHEBIZI MOURAD et GUENFOUD HAMZA**, pour leur aide précieuse, leur expertise technique, ainsi que le temps qu'ils nous ont consacré durant notre mémoire.*

*Nous souhaitons également remercier tous les enseignants du **Département de Génie Civil et Hydraulique**, pour leur engagement et leur dévouement dans la transmission du savoir tout au long de notre formation.*

*Enfin, nous n'oublions pas de remercier **ABDI ADEL**, pour son accueil, sa disponibilité et son accompagnement durant notre période de stage.*



Dédicaces

Je dédie ce travail à

*Mon **grand-père**, **père** et mon **frère**, qui me manquent énormément. Ils resteront à jamais dans mon cœur. Ce mémoire est un hommage à leur amour et à leur mémoire.*

*À ma **grand-mère**, à ma chère **maman** et ma **tante**, merci pour votre soutien, votre patience et votre amour inconditionnel. Sans vous, rien de cela n'aurait été possible.*

*À mes frères **Ramy** et **Iheb**, qui m'apportent tant de joie, de complicité et de courage. Vous êtes bien plus que des frères : vous êtes mes alliés, mes confidents.*

*À mon partenaire **Mohammed Ali**, merci pour ton soutien et ta collaboration.*

Ensemble, nous avons transformé ce défi en réussite.

Et à tous ceux qui me sont chers, merci du fond du cœur, je suis reconnaissant de vous avoir à mes côtés.

ELARABI



Dédicaces

Je dédie ce travail à

Ma mère, qui m'a soutenu durant mon cursus scolaire et universitaire.

À mon père, qui m'a inculqué l'éducation et les valeurs humaines.

À ma sœur et mon frère, qui m'apportent tant de joie, de complicité et de courage.

Vous êtes bien plus que des frères : vous êtes mes alliés, mes confidents.

À mon partenaire ELARABI, merci pour ton soutien et ta collaboration.

Ensemble, nous avons transformé ce défi en réussite.

Et à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin pour ce projet soit possible et méritant, merci du fond du cœur, je suis reconnaissant de vous avoir à mes côtés.

MOHAMMED ALI

Résumé

La présente étude s'attache à évaluer la charge critique de flambement, tant au niveau local que global, des poteaux intégrés aux structures multi-étages. La méthodologie repose sur une analyse structurale rigoureuse, basée sur la méthode des éléments finis (MEF), combinant modélisation numérique, approches analytiques et conformité normative selon les standards CM66 et EC3. L'analyse de la charge critique de flambement local examine la stabilité de la section des poteaux, tandis que l'évaluation globale porte sur la stabilité de l'ensemble de la structure. Une attention particulière est accordée à l'influence de la proximité des charges, de la configuration des éléments et des propriétés des supports. Les méthodes analytiques, incluant la théorie d'Euler et les critères de stabilité, sont intégrées aux simulations numériques afin d'affiner la précision de l'évaluation. L'objectif principal de cette recherche est d'identifier les facteurs déterminants de la résistance au flambement, notamment la longueur effective, la section transversale et les conditions d'appui. Les conclusions de cette étude serviront à formuler des recommandations visant à optimiser la conception et à améliorer la sécurité des bâtiments. En conclusion, cette étude contribue à une compréhension approfondie du comportement structural sous charges critiques.

Mots clés : Flambage, Instabilité, charge critique, MEF, longueur de flambement, poteau.

ملخص

تهدف هذه الدراسة إلى تقييم الحمل الحرج للانبعاث، على المستويين الموضوعي والشامل، للأعمدة المدمجة في الهياكل متعددة الطوابق. تعتمد المنهجية على تحليل هيكلي صارم، يستند إلى طريقة العناصر المحدودة (MEF)، ويجمع بين النمذجة الرقمية والمناهج التحليلية والامتثال المعياري وفقًا لمعايير CM66 و EC3 يدرس تحليل الحمل الحرج للانبعاث الموضوعي استقرار مقطع الأعمدة، في حين يركز التقييم الشامل على استقرار الهيكل بأكمله. يتم إيلاء اهتمام خاص لتأثير قرب الأحمال وتكوين العناصر وخصائص الدعامات. يتم دمج الطرق التحليلية، بما في ذلك نظرية أويلر ومعايير الاستقرار، في عمليات المحاكاة الرقمية لتحسين دقة التقييم. الهدف الرئيسي من هذا البحث هو تحديد العوامل الحاسمة في مقاومة الانبعاث، بما في ذلك الطول الفعال والمقطع العرضي وظروف الدعم. ستستخدم استنتاجات هذه الدراسة لصياغة توصيات تهدف إلى تحسين التصميم وتحسين سلامة المباني. في الختام، تساهم هذه الدراسة في فهم متعمق للسلوك الهيكلي تحت الأحمال الحرجة.

الكلمات المفتاحية: الانبعاث، عدم استقرار، الحمل الحرج، طريقة العناصر المحدودة، طول الانبعاث، عمود.

Abstract

This study focuses on evaluating the critical buckling load, both locally and globally, of columns integrated into multi-story structures. The methodology is based on a rigorous structural analysis, using the finite element method (FEM), combining numerical modeling, analytical approaches, and normative compliance according to CM66 and EC3 standards. The analysis of the local buckling critical load examines the stability of the column section, while the global evaluation focuses on the stability of the entire structure. Particular attention is paid to the influence of load proximity, element configuration, and support properties. Analytical methods, including Euler's theory and stability criteria, are integrated with numerical simulations to refine the accuracy of the evaluation. The main objective of this research is to identify the determining factors of buckling resistance, including effective length, cross-section, and support conditions. The conclusions of this study will serve to formulate recommendations aimed at optimizing the design and improving the safety of buildings. In conclusion, this study contributes to a thorough understanding of structural behavior under critical loads.

Key Words: Buckling, Instability, Critical Load, FEM, Buckling length, Column.

Sommaire

Remerciement	I
Dédicas	II
Résumé	IV
ملخص.....	V
Abstract.....	VI
Liste des figures	XIII
Liste des tableaux	XV
LISTE DES SYMBOLES.....	XVII
Introduction générale	1

CHAPITRE I

Étude bibliographique sur la notion de longueur de flambement

I.1. Introduction à la notion de longueur de flambement	5
I.2. Fondements théoriques de la longueur de flambement	5
I.2.1 Le modèle d'Euler et ses applications	5
I.2.2 Le coefficient de longueur effective	6
I.3. Longueur de flambement dans les structures à barres.....	7
I.3.1 Éléments isolés	7
I.3.2 Structures à cadres	7
I.3.3 Méthodes énergétiques et approches numériques.....	8
I.4. Longueur de flambement dans les normes de conception modernes	10
I.4.1 Approche des Règles CM66 et additif 80	10
I.4.2 Approche de l'Eurocode 3	12
I.4.3 Approche de la norme CM97 [18].....	13
I.4.4 Approche des normes américaines (AISC)	14
I.4.5 Autres approches normatives	14
I.5. Cas particuliers et configurations spéciales	15
I.5.1 Flambement des éléments à section variable	15
I.5.2 Flambement des systèmes à plusieurs barres	15
I.5.3 Effets des imperfections et du comportement non linéair(géométrie)	16
I.5.4 Effets de charges intérieures.....	16
I.6. Méthodes avancées et développements récents	17
I.6.1 Analyse de stabilité par éléments finis.....	17

I.6.2 Méthodes énergétiques.....	17
I.7. Applications pratiques et études de cas	18
I.7.1 Bâtiments à ossature métallique	18
I.7.2 Ponts et structures de génie civil	18
I.7.3 Bâtiments étagés	19
I.8.METHODES AMELIORE EC3 ET CM66.....	19
I.8.1 Les abaques de P. SAHMEL [39].....	19
I.8.1.1 EMPLOI DES ABAQUES	20
I.8.1.2 Emploi dans le cas général.....	22
I.8.1.3 Cas du poids propre d'un poteau (ou d'une charge répartie sur toute sa hauteur)	22
I.8.1.4 Exemple de calcul	22
.....	22
I.8.2 METHODES DE J.M. VERNIER [40]	23
I.8.2.1 PROPOSITION D'EXTENSION DE MÉTHODE DE P. SAHMEL	23
I.8.2.2 Tableau d'abaques de Sahmel.....	24
I.8.3.2 Interpolation entre abaques de Sahmel	24
I.8.3 Méthode de Maxime LEBASTARD [41]	27
I.8.3.1 Introduction.....	27
I.8.3.2 Méthode recommandée.....	27
I.8 Conclusion	30

CHAPITRE II

ETUDE THEORIQUE DU FLAMBEMENT DES BARRES

II.1 Introduction	32
II.2 Etat d'équilibre des barres	32
II.3 Méthodes ANALYTIQUES	33
II.3.1 Cas d'une poutre bi-articulée	34
II.3.2 Cas d'une poutre console	36
II.3.3 Cas d'une poutre bi-encastree	38
II.3.4 Cas d'une poutre avec une extrémité articulée et l'autre encastree.....	40
II.4 Méthodes énergétiques	42
II.5 Conclusion	47

CHAPITRE III

LES PHENOMENES D'INSTABILITE GLOBALE ET LOCALE DES STRUCTURES

III.1 Introduction aux phénomènes d'instabilité	49
III.2 Instabilité globale des structures.....	50
III.2.1 Définition et principes fondamentaux	50
III.2.2 Facteurs influençant l'instabilité globale	50
III.2.3 Types d'instabilités globales	50
III.2.3.1 Flambement par flexion	50
III.2.3.2 Flambement par torsion.....	51
III.2.3.3 Flambement flexion-torsion	52
III.2.4 Aspect expérimentales du flambement.....	52
III.3 Instabilité locale des structures.....	54
III.3.1 Définition et principes fondamentaux	54
III.3.2 Facteurs influençant l'instabilité locale	54
III.3.3 Types d'instabilités locales	54
III.3.3.1 Voilement	54
III.3.3.1.1 Aspect expérimentales du Voilement.....	55
III.3.3.2 Déversement	56
III.3.3.2.1 Aspect expérimentales du déversement	56
III.4 Interaction entre instabilités locales et globales	58
III.4.1 Le concept de sections efficaces	58
III.4.2 Phénomènes de couplage	58
III.5 Méthodes de prévention	59
III.5.1 Renforcement par matériaux composites	59
III.5.2 Dispositions constructives	60
III.6 Applications pratiques	60
III.6.1 Bâtiments de grande hauteur.....	60
III.6.2 Ponts à grande portée.....	60
III.6.3 Structures métalliques légères.....	61
III.7 Conclusion.....	61

CHAPITRE IV

ÉTUDE COMPARATIVE DES APPROCHES DE FLAMBEMENT DANS
LES BÂTIMENTS ÉTAGÉS

IV.1 Introduction Générale	63
IV.1.1 Contexte et problématique	63
IV.1.2 Objectifs de l'étude	63
IV.1.3 Méthodologie adoptée	63
IV.2 FONDEMENTS THÉORIQUES DU FLAMBEMENT	64
IV.2.1 Théorie d'Euler et développements historiques	64
IV.2.2 Prise en compte des imperfections	64
IV.3 APPROCHE DU CM66 et ADDITIF 80.....	64
IV.3.1 Contexte historique et philosophie	64
IV.3.2 Calcul détaillé de la longueur de flambement	65
IV.3.3 Classifications des sections et vérifications.....	66
IV.3.4 Abaques et courbes de flambement CM66.....	66
IV.4 APPROCHE DE L'EUROCODE 3.....	67
IV.4.1 fondements de l'EC3	67
IV.4.2 Analyse de la charge critique selon EC3.....	67
IV.4.3 Méthode des longueurs de flambement (Annexe E)	68
IV.4.4 Courbes de flambement européennes.....	68
IV.4.5 Calcul détaillé de la résistance au flambement	69
IV.5 APPROCHE DÉTAILLÉE DU CM97 (DTR BC 2.44).....	70
IV.5.1 Évolution conceptuelle et innovations	70
IV.5.2 Méthode des États Limites selon CM97.....	70
États Limites Ultimes (ELU) :	70
IV.5.3 Calcul avancé de la longueur de flambement	70
IV.5.4 Prise en compte explicite des effets du second ordre.....	71
IV.5.5 Courbes de flambement CM97	71
Adaptation des courbes européennes :	71
IV.5.6 Calcul de la résistance au flambement	71
IV.5.7 Dispositions constructives spécifiques	72
IV.6 ANALYSE COMPARATIVE DÉTAILLÉE	72

IV.6.1 Comparaison des philosophies de calcul	72
IV.6.2 Comparaison détaillée des méthodes de longueur de flambement	72
IV.6.3 Comparaison des courbes de flambement	73
IV.6.4 Étude comparative sur cas concrets	73
Cas d'étude n°1 : Poteau de bâtiment courant	73
Cas d'étude n°2 : Poteau de grande hauteur	74
IV.6.5 Influence des effets du second ordre	75
Méthodes de prise en compte :	75
Cas d'application : Bâtiment R+8 non-contreventé	75
IV.6.6 Comparaison de la précision et fiabilité	76
Études de validation expérimentale :	76
IV.7 APPLICATIONS SPÉCIFIQUES AUX BÂTIMENTS ÉTAGÉS	76
IV.7.1 Typologie des bâtiments étagés et enjeux du flambement	76
IV.7.2 Ossatures contreventées - Analyse comparative	76
IV.7.3 Ossatures non-contreventées - Effets du second ordre	78
IV.7.4 Influence des planchers sur la stabilité	79
IV.7.5 Assemblages et leur influence sur le flambement	79
IV.7.6 Cas particuliers et dispositions spéciales	80
Poteaux avec charges réparties	80
IV.7.6 Recommandations pratiques pour l'Algérie	80
IV.9 CONCLUSION	81
IV.9.1 Synthèse de l'étude comparative	81
IV.10.2 Recommandations pour la pratique algérienne	81

CHAPITRE V

ÉTUDE PARAMETRIQUE ET COMPARATIVE

V. INTRODUCTION	83
V.1 POTEaux SIMPLÉS	83
V.1.1 INFLUENCE DE MAILLAGE	84
V.1.2 INFLUENCE DES CONDITIONS AUX LIMITES	85
V.1.3 Influence des points d'application des efforts normaux (charges)	86
V.1.4 INFLUENCE DU MATÉRIEU	87
V.1.5 INFLUENCE DE L'ELANCEMENT	88
V.2 PORTIQUES SIMPLÉS (UNE TRAVÉE, UN ÉTAGE)	89

V.2.1 INFLUENCE DES CONDITIONS AUX LIMITES	90
V.2.2 INFLUENCE DU CHARGEMENT	91
V.2.3 INFLUENCE DE TRAVERSE.....	94
V.3 PORTIQUES SIMPLES (QUATRE TRAVÉES, UN POTEAU, UN ÉTAGE)	95
V.4 PORTIQUES ÉTAGÉS (SIX TRAVÉES, TROIS POTEAUX, DEUX ÉTAGES)	98
V.5 STRUCTURES ÉTAGÉES (RÉGULIERES).....	102
V.6 STRUCTURES ÉTAGÉES (IRRÉGULIERES).....	104
Conclusions générale	106
Références bibliographiques	110

Liste des figures

CHAPITRE I	
ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE SUR LA NOTION DE LONGUEUR DE FLAMBEMENT	
Figure I. 1 : Longueurs de flambement.....	6
Figure I. 2 : poteau bi-articule - modèle de référence d'Euler.....	7
Figure I. 3: Structure en acier.....	8
Figure I. 4: Notations pour le calcul des longueurs de flambement	11
Figure I. 5: Modèle « double croix » adopté par l'Eurocode 3	12
Figure I. 6: Flambement de barres d'inertie constante sous l'effet de plusieurs charges distribuées sur leur longueur	21
Figure I. 7: Portique simple.....	22
Figure I. 8: les abaques de Sahmel disposés pour interpolations sur le coefficient η_m	24
Figure I. 9: Poteau soumis à un effort variable par tronçon	26
CHAPITRE II	
ETUDE THEORIQUE DU FLAMBEMENT DES BARRES	
Figure II. 1: Etats d'équilibre.	32
Figure II. 2: Poteau droit bi-articulé en compression	34
Figure II. 3: Les 3 premiers modes propres	36
Figure II. 4: Barre encastree – libre.....	36
Figure II. 5: la force critique pour chaque mode	38
Figure II. 6: Flambement d'une barre bi-encastree	38
Figure II. 7: Poutre avec une extrémité articulée et l'autre encastree.....	40
Figure II. 8: Longueurs de flambement des poutres parfaites	42
Figure II. 9: poutre rigide comprimée maintenue par un ressort horizontale	43
CHAPITRE III	
LES PHENOMENES D'INSTABILITE GLOBALE ET LOCALE DES STRUCTURES	
Figure III. 1: Exemples d'instabilité globale : (a) flexionnelle et (b) flexionnelle-torsionnelle	49
Figure III. 2: Les deux instabilités harmoniques : (a) locale et (b) distorsionnelle	49
Figure III. 3: Poutre avec charge concentrée	51
Figure III. 4 : Poutre avec charge répartie	51
Figure III. 5: Torsion d'une poutre.....	52
Figure III. 6: Poutrelles laminées courantes	53
Figure III. 7: Voilement de l'âme d'une poutre PRS	55
Figure III. 8: Une plaque rectangulaire	56

Figure III. 9: Déversement d'une poutre	56
Figure III. 10: Poutre mince (fer plat).....	57
Figure III. 11: Une poutre mince sur une charge F	57
Figure III. 12: couplage entre instabilité locale et globale dans un profilé métallique	58
Figure III. 13: Système de raidisseurs pour prévenir le voilement local d'une âme de poutre	60
Figure III. 14: Le pont de Tacoma Narrows pendant son effondrement, illustrant un cas catastrophique d'instabilité	61

CHAPITRE V

ÉTUDE PARAMETRIQUE ET COMPARATIVE

Figure V. 1: Portique simple avec différents maillages	84
Figure V. 2: Conditions aux limites des 4 Cas étudiés (Profilé IPE 300 en compression simple)	85
Figure V. 3: Les points d'application des efforts normaux et leurs modes propres.....	86
Figure V. 4: Poteau simple avec différent matériau	88
Figure V. 5: Des profilés en différentes sections.....	89
Figure V. 6: Portique simple	90
Figure V. 7: Portique simple avec différentes conditions aux limites.....	90
Figure V. 8: portique simple avec différents cas de charges	92
Figure V. 9: Portique simple avec différentes traverses.....	94
Figure V. 10: géométries du portique simple (un étage et quatre traverses)	96
Figure V. 11: Portique d'un étage avec différents cas d'encastremets.....	97
Figure V. 12: Portique d'un étage avec différents cas d'articulations.....	97
Figure V. 13: Structure étudiée avec tronçons de poteau adjacents	99
Figure V. 14: Portique étagés avec différents cas d'articulations	100
Figure V. 15: Portique étagé régulier	102
Figure V. 16: Structure de 3 étages avec différents cas de charge	103
Figure V. 17: Portique étagé irrégulier	104
Figure V. 18 : Structure de 2 étages avec différents cas de charge.....	105

Liste des tableaux

CHAPITRE I

ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE SUR LA NOTION DE LONGUEUR DE FLAMBEMENT

Tab I. 1: Coefficients $C_{CL,B}$, $C_{N,B}$, $C_{CL,C}$ et $C_{N,C}$ recommandés.....	29
---	----

CHAPITRE IV

ÉTUDE COMPARATIVE DES APPROCHES DE FLAMBEMENT DANS LES BÂTIMENTS ÉTAGÉS

Tab IV. 1: Cinq courbes de flambement européennes	69
Tab IV. 2: Approches conceptuelles fondamentales.....	72
Tab IV. 3: Coefficients pour ossatures courantes	72
Tab IV. 4: Coefficients de réduction χ pour différents élancements.....	73
Tab IV. 5: Dimensionnement poteau central HEA 260	77
Tab IV. 6: Analyse de stabilité	78
Tab IV. 7: Classification des assemblages	79

CHAPITRE V

ÉTUDE PARAMETRIQUE ET COMPARATIVE

Tab.V. 1: Caractéristiques Profilé IPE 300	83
Tab.V. 2: Les cas étudiés	84
Tab.V. 3: Les cas étudiés :	85
Tab.V. 4: Influence des conditions aux limites sur le flambement d'un poteau parfait	85
Tab.V. 5: Les cas étudiés	87
Tab.V. 6: Influence des points d'application des efforts normaux sur le coefficient de flambement et la charge critique	87
Tab.V. 7: Influence des matériaux sur le coefficient de flambement et la charge critique	88
Tab.V. 8: Caractéristiques géométriques des Profilés	88
Tab.V. 9: Influence de l'élancement sur le coefficient de flambement et la charge critique	89
Tab.V. 10: Caractéristiques des Profilés	90
Tab.V. 11: Conditions aux limites des cas étudiés	91
Tab.V. 12: Influences des conditions aux limites sur le coefficient de flambement et la charge critique	91
Tab.V. 13: Conditions aux limites des cas étudiés	92
Tab.V. 14: influence de différents cas de charges sur le coefficient de flambement et la charge critique	93
Tab.V. 15 : Caractéristiques des Profilés des traverses	94
Tab.V. 16: influence des rigidités des traverses sur le coefficient de flambement et la charge critique	95

Tab.V. 17: influence des conditions aux limites sur le coefficient de flambement et la charge critique	98
Tab.V. 18: influence des conditions aux limites sur le coefficient de flambement et la charge critique	101
Tab.V. 19: influence des conditions aux limites sur le coefficient de flambement et la charge critique	103
Tab.V. 20: Structure de 2 étages avec différents cas de charge.....	105

LISTE DES SYMBOLES

- δ : Déplacement latéral.
- λ : Paramètre de flambement.
- Π : L'énergie fournie au système.
- ΔL : Raccourcissement de la barre.
- A : Section de la barre.
- E : Module de Young.
- P, F : Charge de compression.
- P_{cr} : La charge critique de flambement.
- I : Moment d'inertie.
- K, β : Coefficient de flambement.
- L : Longueur de la barre.
- L_f : Longueur de flambement.
- $M(x)$: Moment fléchissant.
- σ : contrainte normale.
- χ : coefficient de réduction.
- $M_{j,Rd}$: Moment résistant d'assemblage.
- N : Fonction de forme.
- Q : La charge latérale.
- G : Charge permanente.
- $S_{j,ini}$: Rigidité d'assemblage.
- U : L'énergie de déformation interne.
- W : Le travail effectué par la force F de compression.
- $Y(x)$: L'équation de la courbe élastique.
- n : Nombre entier quelconque.
- u : Déplacement axial.
- w : Déplacement Transversal.
- η : facteur de distribution.
- C_{CL} : coefficient tenant compte des conditions de liaison de la poutre à l'extrémité opposée au nœud du poteau étudié.
- C_N : coefficient prenant en compte la présence d'effort normal de compression dans la poutre et dont l'expression dépend des conditions de liaison à l'extrémité opposée.

Introduction générale

Introduction générale

Le flambement représente un mode de défaillance structurelle prépondérant, particulièrement dans les constructions à plusieurs niveaux, où la sécurité et la stabilité des éléments porteurs sont d'une importance capitale. Il est impératif d'assurer la stabilité des éléments verticaux, tels que les poteaux, afin de garantir la durabilité et la résistance globale de la structure. Sous l'effet de charges axiales de compression, ces éléments peuvent atteindre un seuil critique au-delà duquel leur comportement devient instable, induisant un phénomène de flambement. La complexité de cette problématique réside dans la distinction entre le flambement local, relatif à la défaillance de la section du poteau, et le flambement global, qui concerne l'instabilité de l'ensemble de la structure ou de ses éléments porteurs [1].

La détermination précise de la charge critique de flambement est d'une importance primordiale lors de la phase de conception et d'optimisation des structures. Elle contribue à prévenir les défaillances majeures tout en améliorant l'efficacité de l'utilisation des matériaux, en particulier dans le contexte des structures à plusieurs niveaux où les interactions entre les composants peuvent complexifier le comportement mécanique global [77]. De plus, les normes en vigueur, telles que **l'Eurocode 3**, imposent une approche rigoureuse fondée sur des critères de stabilité, combinant une analyse analytique et une modélisation numérique pour prévoir les phénomènes de flambement.

Les approches analytiques traditionnelles, à l'instar de la théorie **d'Euler** [80], permettent d'obtenir une estimation initiale de la charge critique, notamment pour les éléments minces homogènes et parfaitement encastres. Néanmoins, il est souvent nécessaire de recourir à des approches numériques et expérimentales pour prendre en compte les effets concrets liés aux imperfections (moment parasite), aux conditions de support, aux matériaux non linéaires, ainsi qu'à la présence de charges excentrées (moment de flexion) [78]. L'utilisation de la modélisation par éléments finis a permis d'approfondir la compréhension du rôle des imperfections et des non-linéarités dans le phénomène de flambement, conduisant ainsi à une amélioration de la précision des prévisions.

Une question centrale lors de l'évaluation de la charge critique réside dans la distinction et la corrélation entre le flambement local et global. La littérature indique que ces deux phénomènes peuvent interagir, notamment lorsque la section est soumise à des charges combinées ou lorsqu'il existe une interaction entre divers modes de déformation [79]. Une

analyse approfondie de cette interaction est essentielle pour optimiser la conception des poteaux, ce qui peut impliquer l'utilisation de dispositifs de confinement ou de renforcements locaux afin d'accroître leur capacité de charge et leur stabilité.

La présente étude contribue à l'analyse approfondie de la charge critique de flambement des poteaux dans les bâtiments multi-étages, en considérant les effets locaux et globaux. L'objectif est de formuler des recommandations visant à améliorer la sécurité et l'efficacité des conceptions, en combinant une modélisation analytique, des simulations numériques et des vérifications normatives. Une compréhension et une gestion adéquates du phénomène de flambement sont cruciales pour assurer la pérennité, la robustesse et la durabilité des ouvrages contemporains, particulièrement en réponse aux exigences contraignantes telles que les charges et les portées importantes imposées aux éléments de structure.

Le mémoire structuré comme suit :

Chapitre I : Ce chapitre présente une revue approfondie de la littérature concernant la longueur de flambement, un paramètre essentiel dans l'étude de la stabilité des structures. Il examine les différentes approches théoriques et expérimentales ainsi que les méthodes de calcul utilisées pour déterminer cette longueur critique. Enfin, il met en évidence les avancées récentes et les lacunes existantes dans la compréhension de cette notion fondamentale en génie civil et mécanique.

Chapitre II : Ce chapitre présente une étude théorique du flambement des barres, en détaillant les modèles mathématiques et les principes fondamentaux qui régissent la stabilité des structures. Il analyse les équations différentielles de comportement, les critères de stabilité et les conditions aux limites essentielles pour la compréhension du phénomène de flambement. Cette approche théorique permet d'établir les bases nécessaires pour l'analyse et la prévision du comportement au flambement des barres.

Chapitre III : Ce chapitre explore les phénomènes d'instabilité globale et locale des structures, en analysant leurs origines, leurs caractéristiques et leur impact sur la sécurité des ouvrages. Il étudie les mécanismes de défaillance, les modes d'instabilité, ainsi que les critères de détection et de prévention. Cette démarche permet de mieux comprendre les comportements pathologiques des structures face aux charges et aux sollicitations.

Chapitre IV : Ce chapitre propose une étude comparative des différentes approches de l'évaluation du flambement dans les bâtiments étagés. Il examine les méthodes analytiques, numériques et expérimentales utilisées pour analyser la stabilité des structures en hauteur. L'objectif est d'identifier les avantages, les limites et la pertinence de chaque approche afin d'optimiser la conception et la sécurité des bâtiments étagés.

Chapitre V : Ce chapitre présente une étude paramétrique et comparative en utilisant les logiciels CSB et Robot 2010, ainsi que les normes Eurocode 3 et CM66. Il analyse l'impact des différents paramètres de conception sur la stabilité et le flambement des structures, tout en comparant les résultats obtenus avec les recommandations normatives. Cette démarche vise à évaluer la fiabilité des méthodes numériques et normatives pour améliorer la conception des bâtiments en fonction des exigences de sécurité.

Conclusion générale : Ce mémoire met en évidence l'importance cruciale de l'analyse du flambement, tant local que global, pour assurer la stabilité et la sécurité des bâtiments à plusieurs étages. Il souligne que l'intégration de méthodes précises, comme celle du CSB, permet d'obtenir des évaluations plus réalistes du facteur de flambement, en tenant compte des effets des conditions aux limites et des chargements lointains. Ces travaux contribuent à améliorer la conception structurelle, notamment face aux risques sismiques, en proposant des outils adaptés et des recommandations pour optimiser la stabilité des constructions. Enfin, ils encouragent la poursuite des recherches afin de mieux intégrer ces phénomènes dans les normes et logiciels de calcul.

CHAPITRE I

Étude bibliographique sur la notion de longueur de flambement

I.1. Introduction à la notion de longueur de flambement

La longueur de flambement, un concept essentiel en génie civil, correspond à la dimension critique à prendre en compte lors de l'analyse de la stabilité des éléments soumis à la compression. La longueur, fréquemment désignée par L_{cr} ou L_f , présente généralement une variation par rapport à la longueur géométrique effective de l'élément et est étroitement liée aux conditions aux limites. L'origine du concept peut être retracée aux travaux novateurs d'Euler au XVIII^e siècle, qui ont démontré que la charge critique de flambement varie de manière inversement proportionnelle au carré de la longueur effective, comme l'ont souligné.[1]

"La détermination précise de la longueur de flambement constitue une étape cruciale dans l'évaluation de la résistance des structures, car une erreur dans son estimation peut conduire à des écarts significatifs dans les charges critiques calculées et, par conséquent, à un dimensionnement soit non sécuritaire, soit non économique." [3]

Ce chapitre présente une revue détaillée des approches théoriques et normatives pour la définition et le calcul des longueurs de flambement dans différents contextes structuraux.

I.2. Fondements théoriques de la longueur de flambement

I.2.1 Le modèle d'Euler et ses applications

Selon la théorie classique du flambement élastique d'Euler, la charge critique pour une colonne parfaitement droite, homogène et soumise à une compression axiale est déterminée par :

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(L_{cr})^2} \quad (I.1)$$

Où E est le module d'élasticité, I le moment d'inertie de la section et L_{cr} la longueur de flambement.[17]

Cette équation, même si elle est définie pour des situations idéalisées, représente le socle de l'étude de l'instabilité élastique dans les normes de conception contemporaines. La longueur de flambement est considérée comme le paramètre clé reflétant l'impact des conditions aux limites sur la stabilité de l'élément.

"La longueur de flambement peut être interprétée comme la distance entre deux points d'inflexion consécutifs dans la déformée de flambement, ce qui fournit une compréhension géométrique intuitive de ce concept mathématique." [43]

I.2.2 Le coefficient de longueur effective

Le coefficient de longueur effective, symbolisé par K , se définit comme le rapport entre la longueur de flambement et la longueur réelle de l'élément :

$$K = \frac{L_{cr}}{L} \quad (I.2)$$

Ce paramètre permet de simplifier l'expression de l'influence des conditions limites sur la stabilité de l'élément. Les valeurs théoriques de K pour les cas canoniques sont solidement établies selon. [1]

- $K = 0,5$ pour une colonne encastree aux deux extrémités
- $K = 0,7$ pour une colonne encastree à une extrémité et articulée à l'autre
- $K = 1,0$ pour une colonne articulée aux deux extrémités
- $K = 2,0$ pour une colonne encastree à une extrémité et libre à l'autre

"L'approche par coefficient de longueur effective, malgré sa simplicité apparente, peut conduire à des évaluations précises de la stabilité structurale lorsqu'elle est appliquée avec discernement. Cependant, sa validité diminue lorsque les hypothèses du modèle d'Euler s'éloignent des conditions réelles." [5]

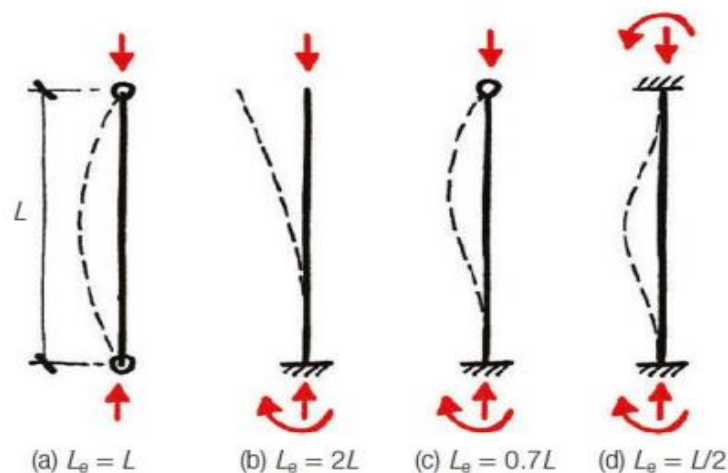


Figure I. 1 : Longueurs de flambement

I.3. Longueur de flambement dans les structures à barres

I.3.1 Éléments isolés

Pour les barres isolées ou les poteaux simples, le calcul de la longueur de flambement est généralement effectué en suivant les cas canoniques mentionnés précédemment. Toutefois, il peut être difficile en pratique de définir de manière précise les conditions aux limites.

"Les conditions aux limites théoriques parfaites (encastrement parfait, articulation parfaite) n'existent pas dans les structures réelles, où une certaine rigidité en rotation est toujours présente. Cette réalité conduit à utiliser des coefficients K ajustés qui reflètent mieux le comportement structurel." [6]

Les normes de conception contemporaines offrent des recommandations pour évaluer ces coefficients dans diverses situations pratiques. Par exemple, les tables de coefficients de longueur effective pour différentes configurations de poteaux dans les structures à ossature sont proposées par l'Eurocode 3, en prenant en considération la rigidité relative des assemblages. [8]

Configuration de base ($K = 1.0$)

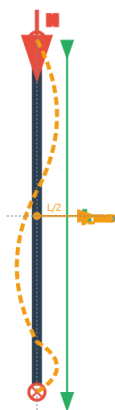


Figure I. 2 : poteau bi-articule - modèle de référence d'Euler

I.3.2 Structures à cadres

La détermination de la longueur de flambement dans les structures à ossature (telles que les portiques et les cadres) devient plus complexe en raison de l'interaction entre les divers éléments. La connexion des poutres aux poteaux a un impact significatif sur la résistance au flambement des poteaux.

"La méthode d'alignement des nomogrammes, développée par Julian et Lawrence dans les années 1950, constitue une approche pratique pour déterminer les coefficients de longueur effective dans les structures à cadres. Cette méthode, basée sur les rigidités relatives des éléments connectés, a été largement adoptée dans les codes de conception." [9]

Les facteurs de rigidité G , qui expriment le rapport entre les rigidités des poteaux et des poutres aux nœuds, sont employés dans ces graphiques pour calculer le coefficient K dans les configurations de structures avec et sans contreventement.

"Le concept de structure contreventée ou non contreventée est crucial dans la détermination des longueurs de flambement. Dans les structures contreventées, la rigidité latérale est assurée par des éléments spécifiques (contreventements, voiles), limitant les déplacements horizontaux et réduisant ainsi les longueurs de flambement des poteaux." [10]



Figure I. 3: Structure en acier

I.3.3 Méthodes énergétiques et approches numériques

Les méthodes énergétiques, fondées sur le concept de minimisation de l'énergie potentielle, constituent une approche alternative pour calculer les longueurs de flambement dans les structures complexes.

"La formulation énergétique permet d'aborder le problème de stabilité de manière systématique en considérant l'équilibre entre l'énergie de déformation interne et le travail des forces extérieures. Cette approche est particulièrement utile pour les structures où les méthodes simplifiées ne sont pas applicables." [3]

Les méthodes numériques contemporaines, telles que les simulations par éléments finis, offrent la possibilité d'effectuer des analyses de stabilité approfondies qui permettent d'obtenir directement les modes de flambement et les charges critiques correspondantes, sans qu'il soit requis de définir explicitement la longueur de flambement.

"Les analyses de stabilité par éléments finis, en particulier les analyses aux valeurs propres, permettent d'identifier les modes de flambement globaux et locaux ainsi que les charges critiques correspondantes, offrant ainsi une compréhension complète du comportement de la structure." [11]

Les méthodes numériques, en particulier la méthode des éléments finis, ont révolutionné l'analyse du flambement en permettant d'étudier des structures complexes difficiles à traiter par les approches analytiques classiques. Ces méthodes reposent sur la discrétisation de la structure en un nombre fini d'éléments interconnectés, dont le comportement est décrit par des équations matricielles. [3]

Dans l'analyse de flambement par éléments finis, deux approches principales sont utilisées : l'analyse aux valeurs propres et l'analyse non linéaire avec suivi de chemin. L'analyse aux valeurs propres, basée sur la résolution de l'équation $[K + \lambda K_G] \cdot \Phi = 0$, où K est la matrice de rigidité élastique, K_G la matrice de rigidité géométrique et λ le multiplicateur de charge, permet de déterminer les charges critiques et les modes de flambement associés. Cette approche, implémentée dans la plupart des logiciels commerciaux utilisés en Algérie comme SAP2000, ROBOT ou ANSYS, constitue un outil puissant pour l'analyse préliminaire de la stabilité des structures. [36]

L'analyse non linéaire avec suivi de chemin, plus sophistiquée, permet de prendre en compte les non-linéarités géométriques et matérielles, ainsi que les imperfections initiales. Cette approche, bien que plus exigeante en termes de ressources de calcul, offre une représentation plus fidèle du comportement réel des structures au voisinage de la charge critique et au-delà.

I.4. Longueur de flambement dans les normes de conception modernes

I.4.1 Approche des Règles CM66 et additif 80

Avant l'introduction des Eurocodes, les Règles de Calcul des Constructions en Acier CM66 (complétées par l'additif 80) étaient largement utilisées en France comme norme de conception. Elles présentaient une méthode particulière pour calculer les longueurs de flambement.

"Les règles CM66 définissaient la longueur de flambement comme le produit de la longueur réelle de la barre par un coefficient β (équivalent au coefficient K dans d'autres normes), dépendant des conditions de liaison aux extrémités. Ces règles fournissaient des valeurs tabulées de β pour les cas classiques, tout en proposant des méthodes analytiques pour les cas plus complexes." [14]

Concernant les poteaux utilisés dans les structures à cadres, les CM66 établissaient une distinction nette entre les structures contreventées et celles qui ne l'étaient pas :

"Dans les structures contreventées, où les déplacements horizontaux sont empêchés, le coefficient β pouvait être pris égal à 0,7 pour un poteau encastré aux deux extrémités et à 0,85 pour un poteau articulé à une extrémité et encastré à l'autre. Pour les structures non contreventées, les règles proposaient l'utilisation d'abaques ou de formules approchées basées sur les rigidités relatives des éléments connectés." [12]

Une caractéristique distinctive des CM66 résidait dans leur méthode de vérification de la stabilité des barres comprimées, qui faisait appel à la formule d'interaction de type Ayrton-Perry :

"La vérification au flambement selon les règles CM66 repose sur l'utilisation d'un coefficient d'élancement $\lambda = \frac{L_F}{i}$, où L_F est la longueur de flambement et i le rayon de giration de la section, et d'un coefficient ω de majoration des contraintes déterminé à partir de cet élancement. Cette approche, bien que simplifiée par rapport aux méthodes modernes, permettait une vérification efficace de la stabilité des éléments comprimés." [13]

Les CM66 incluaient également des mesures spécifiques pour les structures triangulées. "Pour les éléments comprimés des treillis, les CM66 tenaient compte de la rigidité

des assemblages et de l'effet des barres secondaires dans la détermination des longueurs de flambement. Des coefficients correctifs étaient proposés selon le type de treillis et la position de l'élément considéré." [12]

Malgré l'adoption des Eurocodes en remplacement, les principes de la CM66 ont exercé une influence significative sur les méthodes de conception en France, représentant ainsi une référence historique essentielle pour appréhender le développement des techniques de calcul du flambement.

Les anciennes règles CM 66 proposaient une méthode pour le calcul des longueurs de flambement des poteaux de portiques. Les formules (I.4) et (I.3) sont applicables aux poteaux de portiques, respectivement dans le cas d'un mode d'instabilité à nœuds fixes et dans celui d'un mode à nœuds déplaçables :

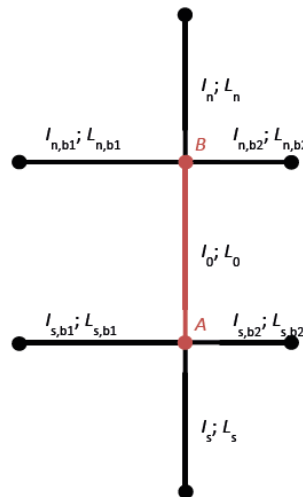


Figure I. 4: Notations pour le calcul des longueurs de flambement

$$K = \sqrt{\frac{1 - 0,2(\eta_1 + \eta_2) - 0,12\eta_1\eta_2}{1 - 0,8(\eta_1 + \eta_2) + 0,6\eta_1\eta_2}} \quad (\text{I.3})$$

$$K = \frac{1 + 0,145(\eta_1 + \eta_2) - 0,265\eta_1\eta_2}{2 - 0,364(\eta_1 + \eta_2) - 0,247\eta_1\eta_2} \quad (\text{I.4})$$

Les expressions (I.3) et (I.4) dépendent des coefficients d'encastrement K_A et K_B aux extrémités du poteau AB considéré (voir Figure 1.4). L'expression du coefficient d'encastrement K_A est donnée par :

$$K_A = \frac{K_{s,b1} + K_{s,b2}}{K_{s,b1} + K_{s,b2} + K_s + K_0} \quad (\text{I.5})$$

Le coefficient K_A correspond ainsi au rapport de la somme des rigidités des poutres aboutissant au nœud considéré, à celui de la somme des rigidités de toutes les barres aboutissant au nœud. La valeur de K_B est obtenue en remplaçant l'indice **(s)** par l'indice **(n)** dans l'expression (I.5).

I.4.2 Approche de l'Eurocode 3

L'Eurocode 3, qui concerne les structures métalliques, offre diverses approches pour calculer les longueurs de flambement en fonction de la complexité de la structure et du degré de précision souhaité.

"L'annexe informative BB de l'EN 1993-1-1 présente des méthodes pour le calcul des longueurs de flambement des poteaux dans les structures à cadres, distinguant les cas des structures contreventées et non contreventées. Pour les structures contreventées, l'Eurocode propose une méthode simplifiée où la longueur de flambement peut être prise égale à 0,7 fois la longueur du système pour les poteaux encastrés aux deux extrémités et 0,85 fois cette longueur pour les poteaux articulés." [15]

Pour les structures non contreventées, l'Eurocode préconise l'utilisation de nomogrammes d'alignement ou de méthodes analytiques plus précises qui reposent sur la résolution d'équations d'équilibre.

"La méthode analytique de l'Eurocode pour les structures non contreventées repose sur un modèle mécanique qui considère explicitement la rigidité des poutres connectées aux extrémités du poteau étudié." [16]

Pour le calcul des coefficients de la longueur effective de flambement (K) selon l'Eurocode 3, nous avons utilisé les expressions suivantes :

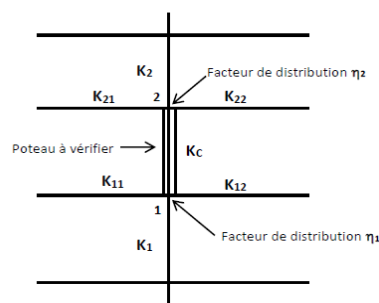


Figure I. 5:Modèle « double croix » adopté par l'Eurocode 3

Cas d'un cadre à nœuds déplaçables :

$$K = \sqrt{\frac{1 - 0,2(\eta_1 + \eta_2) - 0,12\eta_1\eta_2}{1 - 0,8(\eta_1 + \eta_2) + 0,6\eta_1\eta_2}} \quad (I.6)$$

Cas d'un cadre à nœuds fixes :

$$K = \frac{1 + 0,145(\eta_1 + \eta_2) - 0,265\eta_1\eta_2}{2 - 0,364(\eta_1 + \eta_2) - 0,247\eta_1\eta_2} \quad (I.7)$$

Ou en alternative :

$$K = 0,5 + 0,14(\eta_1 + \eta_2) + 0,055(\eta_1 + \eta_2)^2 \quad (I.8)$$

Avec :

$$\eta_1 = \frac{K_C + K_1}{K_C + K_1 + K_{11} + K_{12}} \quad (I.9)$$

$$\eta_2 = \frac{K_C + K_2}{K_C + K_2 + K_{21} + K_{22}} \quad (I.10)$$

I.4.3 Approche de la norme CM97 [18]

La réglementation algérienne CM97, également connue sous le nom de Code Modèle de 1997, traite de la question de la flèche dans le contexte du dimensionnement des éléments en béton armé soumis à la compression. Cette norme, développée pour répondre aux spécificités du contexte algérien, intègre des avancées techniques importantes par rapport aux réglementations précédentes et prend en compte les particularités géotechniques et sismiques du territoire national.

En ce qui concerne les portiques en béton armé, le CM97 inclut des paramètres additionnels à prendre en compte :

Dans les structures contreventées, la longueur de flambement des poteaux peut être diminuée en raison de la rigidité des éléments adjacents.

Dans les structures non contreventées, il est recommandé par le règlement d'adopter une approche plus prudente en augmentant les coefficients β afin de prendre en considération les effets du second ordre.

Le Code Modèle algérien (CM97) inclut des dispositions spécifiques visant à prendre en considération le risque sismique, un élément crucial dans le contexte du pays. Ces dispositions ont une incidence directe sur le calcul des longueurs de flambement en imposant des critères renforcés de ductilité, de résistance et de stabilité globale, particulièrement adaptés aux zones de forte sismicité qui caractérisent plusieurs régions du territoire algérien.

I.4.4 Approche des normes américaines (AISC)

Les directives de l'American Institute of Steel Construction (AISC) comprennent diverses approches pour calculer les longueurs efficaces de flambement, en différenciant clairement les structures contreventées des structures non contreventées.

"Le manuel AISC présente des équations de régression qui permettent de calculer directement les coefficients K à partir des facteurs de rigidité G aux extrémités du poteau, offrant ainsi une alternative aux nomogrammes d'alignement traditionnels." [9]

En ce qui concerne les structures complexes, l'AISC préconise l'emploi d'analyses de stabilité par éléments finis ou d'autres approches numériques sophistiquées.

"Les approches numériques sont particulièrement recommandées pour les structures présentant des irrégularités géométriques ou des distributions de charge non uniformes, où les méthodes simplifiées peuvent conduire à des estimations imprécises des longueurs de flambement." [17]

I.4.5 Autres approches normatives

Divers codes nationaux et internationaux offrent des méthodes spécifiques pour calculer les longueurs de flambement, généralement adaptées aux normes de construction en vigueur dans chaque région.

"La norme canadienne CSA S16 présente une approche qui intègre explicitement l'effet des charges axiales dans les poutres connectées sur la détermination des longueurs de flambement des poteaux, ce qui peut conduire à des estimations plus précises dans certains cas." [23]

Les codes de construction en vigueur en Australie et en Nouvelle-Zélande utilisent des approches simplifiées qui reposent sur des analyses paramétriques approfondies. Ces approches simplifiées facilitent leur mise en œuvre pratique tout en garantissant un niveau de précision satisfaisant.

"L'approche simplifiée de la norme AS/NZS 4600 pour les structures en acier formé à froid propose des formules empiriques pour les coefficients de longueur effective qui tiennent compte de la rigidité relative des assemblages et de la présence de contreventements." [24]

I.5. Cas particuliers et configurations spéciales

I.5.1 Flambement des éléments à section variable

Les éléments structurels dotés d'une section variable, tels que les poutres ou les poteaux dont l'inertie varie le long de leur axe, posent une difficulté particulière lorsqu'il s'agit de déterminer leur longueur critique de flambement.

"Pour les éléments à section variable, la théorie classique d'Euler doit être adaptée pour tenir compte de la variation de la rigidité flexionnelle. Des méthodes numériques ou des formulations analytiques spécifiques sont nécessaires pour déterminer précisément la charge critique et la longueur de flambement équivalente." [25]

Des méthodes simplifiées telles que l'utilisation d'une inertie équivalente ou la subdivision de l'élément en segments de section constante peuvent entraîner des inexactitudes importantes dans certaines situations.

"L'approche par éléments finis reste la méthode la plus fiable pour les éléments à section variable, car elle permet de modéliser précisément la géométrie réelle et les conditions aux limites, conduisant à une estimation directe des charges critiques sans nécessiter la définition d'une longueur de flambement équivalente." [26]

I.5.2 Flambement des systèmes à plusieurs barres

Les structures constituées de plusieurs barres interconnectées, telles que les treillis ou les pylônes, requièrent une méthodologie particulière pour calculer les longueurs critiques de flambement.

"Dans les systèmes à treillis, la longueur de flambement des membrures comprimées dépend non seulement de leur longueur géométrique et des conditions aux nœuds, mais aussi de la rigidité des éléments connectés et des conditions de support secondaires." [27]

Les normes de conception fournissent généralement des directives simplifiées pour de tels systèmes, qui reposent sur des analyses expérimentales et numériques.

"L'Eurocode 3, dans sa partie dédiée aux pylônes et mâts (EN 1993-3-1), propose des méthodes spécifiques pour déterminer les longueurs de flambement des éléments de treillis, tenant compte de l'effet des assemblages et des barres adjacentes." [28]

I.5.3 Effets des imperfections et du comportement non linéaire (géométrique)

Les défauts géométriques et les variations matérielles, ainsi que les comportements non linéaires des matériaux, ont un impact significatif sur la stabilité des structures et, par conséquent, sur le calcul des longueurs de flambement.

"La théorie classique d'Euler repose sur l'hypothèse d'un comportement élastique linéaire et d'une géométrie parfaite. Dans la réalité, les imperfections géométriques initiales et les contraintes résiduelles peuvent réduire considérablement la charge critique de flambement." [29]

Les codes contemporains incorporent ces effets soit en appliquant des coefficients de réduction sur la charge critique théorique, soit en effectuant des analyses directes prenant en compte les imperfections.

"L'approche des courbes européennes de flambement, développée dans les années 1970, représente une avancée majeure dans la prise en compte des imperfections. Ces courbes, basées sur des milliers d'essais, permettent d'estimer la résistance réelle des éléments comprimés en fonction de leur élancement et de leur section." [30]

I.5.4 Effets de charges intérieures

Les charges intérieures dans les bâtiments, bien que souvent considérées comme secondaires par rapport aux charges gravitaires principales, peuvent avoir une influence significative sur le comportement au flambement des éléments structuraux. Dans le contexte algérien, où les pratiques constructives et les usages des bâtiments présentent des

particularités, la prise en compte précise de ces charges est essentielle pour une évaluation réaliste de la stabilité structurale.

I.6. Méthodes avancées et développements récents

I.6.1 Analyse de stabilité par éléments finis

Les méthodes basées sur les éléments finis permettent une analyse approfondie de la stabilité des structures complexes, constituant une alternative aux approches analytiques simplifiées pour le calcul des longueurs critiques de flambement.

"Les analyses de flambement linéarisées (analyses aux valeurs propres) constituent une approche puissante pour identifier les modes d'instabilité et les charges critiques associées. Elles permettent d'obtenir directement les facteurs de charge critique sans nécessiter une définition préalable des longueurs de flambement." [11]

Il est recommandé d'effectuer des analyses de stabilité non linéaires pour les structures dans lesquelles les non-linéarités jouent un rôle significatif.

"Les analyses de flambement non linéaires, prenant en compte les effets du second ordre et les imperfections géométriques et matérielles, fournissent l'estimation la plus précise de la résistance réelle des structures. Elles constituent la référence pour évaluer la validité des méthodes simplifiées." [31]

I.6.2 Méthodes énergétiques

Les avancées récentes dans les méthodes énergétiques proposent des approches alternatives pour étudier la stabilité et calculer les longueurs de flambement.

"La méthode de Rayleigh-Ritz, basée sur l'approximation des modes de déformation, permet d'estimer les charges critiques de flambement pour des structures complexes avec une précision acceptable et un effort de calcul réduit par rapport aux analyses par éléments finis complètes." [32]

Ces techniques se révèlent particulièrement bénéfiques dans le cadre des analyses paramétriques et des étapes initiales de la conception.

"Les méthodes énergétiques modernes, couplées à des techniques d'optimisation, permettent d'explorer efficacement l'espace des paramètres de conception et d'identifier les configurations optimales vis-à-vis de la stabilité structurale." [33]

I.7. Applications pratiques et études de cas

I.7.1 Bâtiments à ossature métallique

Les constructions métalliques, en particulier les édifices de grande hauteur, posent des défis particuliers en ce qui concerne le calcul des longueurs critiques de flambement.

"Dans les bâtiments de grande hauteur, l'interaction entre les différents éléments structuraux (poteaux, poutres, contreventements, noyaux rigides) et les effets du second ordre nécessitent une analyse globale de la stabilité pour déterminer correctement les longueurs de flambement." [34]

L'usage de logiciels sophistiqués d'analyse structurale est devenu monnaie courante pour l'étude de ces structures complexes.

"Les logiciels modernes d'analyse structurale permettent de réaliser directement des analyses de flambement globales qui identifient les modes d'instabilité critiques et les facteurs de charge associés, éliminant ainsi la nécessité de définir explicitement les longueurs de flambement." [17]

I.7.2 Ponts et structures de génie civil

Les ouvrages de génie civil tels que les ponts sont fréquemment caractérisés par des configurations pour lesquelles le calcul des longueurs de flambement requiert des méthodes particulières.

"Dans les ponts à poutres en treillis, la longueur de flambement des éléments comprimés doit tenir compte non seulement des conditions aux nœuds principaux mais aussi des appuis intermédiaires fournis par les systèmes de contreventement secondaires."

Les codes dédiés aux ponts proposent des recommandations spécifiques conçues pour ces ouvrages.

"L'Eurocode 3 partie 2, dédié aux ponts métalliques, présente des méthodes spécifiques pour déterminer les longueurs de flambement des éléments comprimés dans différentes configurations de ponts, tenant compte des particularités de ces structures." [35]

I.7.3 Bâtiments étagés

Les bâtiments étagés, caractéristiques du paysage urbain algérien moderne, présentent des défis particuliers en matière de stabilité structurelle et de résistance au flambement. Ces structures, souvent conçues avec des systèmes porteurs mixtes combinant voiles, portiques et noyaux rigides, nécessitent une analyse approfondie des interactions entre les différents éléments verticaux et horizontaux.

"Dans les bâtiments étagés, l'effet de la hauteur et des proportions géométriques sur la stabilité globale nécessite une attention particulière lors de la détermination des longueurs de flambement. Les effets du second ordre et les interactions entre les différents modes de déformation deviennent prépondérants à mesure que la hauteur augmente, nécessitant des approches d'analyse plus sophistiquées." [38]

Les réglementations algériennes, notamment le DTR-BC 2.34 relatif aux bâtiments étagés, offrent des méthodes spécifiques pour l'analyse de la stabilité et le calcul des longueurs de flambement dans ces structures complexes, en tenant compte des spécificités sismiques du territoire national.

"Le Document Technique Réglementaire algérien DTR-BC 2.34 pour les bâtiments étagés recommande l'utilisation d'analyses globales de stabilité pour les structures dépassant certaines limites de hauteur ou de complexité. Ces analyses permettent d'évaluer les effets de l'interaction entre les différents éléments structuraux sur les longueurs de flambement effectives des poteaux et des voiles." (DTR-BC 2.34, 2017)

I.8. Méthodes améliorées de EC3 et CM66

I.8.1 Les abaques de P. SAHMEL [39]

Dans un article publié dans **Der Stahlbau** d'août 1956, **Paul Sahmel** a montré que la vérification au flambement d'une barre soumise à des charges axiales $P_1, P_2, \dots$, placées en différents points de son axe, pouvait se ramener, avec une approximation suffisante, à celle de la même barre soumise sur toute sa longueur à un effort $v_1 P_1 + v_2 P_2 + \dots$. Les coefficients $v_1, v_2, \dots$, sont fonction du rapport, à la longueur l_0 , de la barre, de la distance $l_1, l_2, \dots$, de chaque charge à l'extrémité la plus chargée. Pour chaque mode de fixation des extrémités de la barre, un abaque permet de lire, pour chaque charge P_i , v_i en fonction de l_i/l_0 .

Une note parue dans le **Bulletin Technique** n° 2, juin 1959, de la Chambre Syndicale des Entrepreneurs de Constructions Métalliques, a déjà diffusé cette méthode en France. Elle préconisait de s'assurer en outre qu'à l'extrémité la plus chargée la contrainte ne dépassait pas la contrainte admissible en compression courte.

Pour éviter ce double calcul, on peut se ramener à la simple vérification au flambement de la barre sous l'effort normal agissant à l'extrémité la plus chargée, ΣP , mais avec une longueur de flambement réduite (l') déterminée comme suit.

Une barre de longueur de flambement l a une charge critique d'Euler $\frac{\pi^2 EI}{l^2}$; si elle peut supporter une charge $\Sigma v_i P_i$, la même barre avec une longueur de flambement réduite (l') pourra supporter avec la même sécurité une charge ΣP_i ; lorsqu'on aura :

$$\frac{\Sigma v_i P_i}{\pi^2 EI / l^2} = \frac{\Sigma P_i}{\pi^2 EI / l'^2} \quad (\text{I.11})$$

D'où :

$$l' = l \sqrt{\frac{\Sigma v_i P_i}{\Sigma P_i}} \quad (\text{I.12})$$

Bien entendu, l peut être déterminé en fonction de la longueur réelle l_0 , de la barre par les relations classiques ($l = l_0$ pour une barre biarticulée ; $l = 2l_0$, pour une barre encastrée à une extrémité et libre à l'autre, etc.).

I.8.1.1 Emploi des abaques

La méthode nécessite l'emploi des abaques rassemblés sur au-dessous. Pour 7 cas de fixation des extrémités de la barre, caractérisé chacun par un schéma de sa déformation possible, indiquant la manière de mesurer la distance l_i de chaque charge P_i à l'extrémité la plus chargée (toujours en bas sur ces figures), un abaque donne les valeurs de v_i en fonction de l_i/l_0 .

Chaque abaque comporte trois courbes qui ont été déterminées par Sahmel pour deux charges seulement, l'une P_0 en tête, l'autre P_i dans le cours de la pièce, avec des rapports $P_i/P_0 = \alpha$ prenant les trois valeurs 0,1 ; 1,0 et ∞ . La proximité de ces courbes montre que le rapport des charges en présence n'a que très peu d'influence sur la valeur de v et permet ainsi de généraliser à plusieurs charges

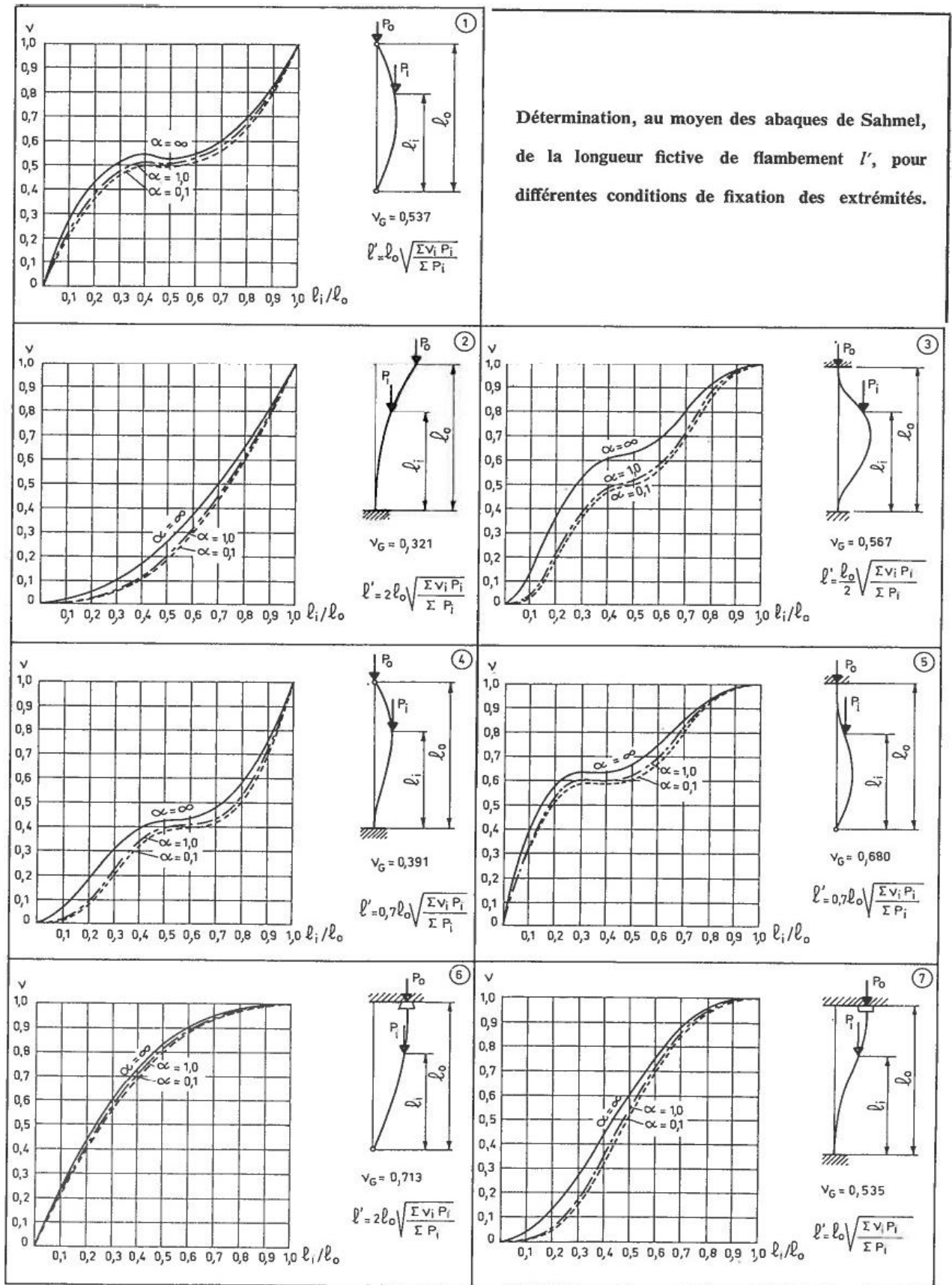


Figure I. 6: Flambement de barres d'inertie constante sous l'effet de plusieurs charges distribuées sur leur longueur

I.8.1.2 Utilisation dans le cas général

Pour un cas de figure déterminé et une barre de longueur l_0 , si on a des charges $P_0, P_1, P_2 \dots$ à des distances $l_0, l_1, l_2, \dots$ de l'extrémité la plus chargée, on considère comme positives les charges agissant vers l'extrémité la plus chargée (vers le bas dans les figures) et comme négatives les charges agissant dans l'autre sens.

On détermine pour chacune des charges les coefficients, $v_0 = 1$ en fonction de $l_0/l_0 = 1$, v_1 en fonction de l_1/l_0 , v_2 en fonction de l_2/l_0 , etc., en utilisant :

- Pour les charges positives la courbe supérieure en trait plein ($\alpha = \infty$)
- Pour les charges négatives la courbe inférieure en tireté ($\alpha = 0,1$).

On fait les sommes algébriques :

$$\sum v_i P_i = v_0 P_0 + v_1 P_1 + v_2 P_2 + \dots \quad (I.13)$$

$$\sum P_i = P_0 + P_1 + P_2 + \dots = \text{réaction d'appui à l'extrémité la plus chargée} \quad (I.14)$$

La longueur fictive de flambement (l') est alors donnée par la formule figurant en bas à droite de chaque case.

I.8.1.3 Cas du poids propre d'un poteau (ou d'une charge répartie sur toute sa hauteur)

On affecte ce poids du coefficient v_G donné dans chaque case sous le schéma (la valeur de v_G représente l'aire comprise sous la courbe, égale à la somme des produits des coefficients v_i , qu'il faudrait affecter au poids d'un certain nombre de petits éléments égaux, distribués sur toute la longueur du poteau, par la longueur relative de chaque élément).

I.8.1.4 Exemple de calcul

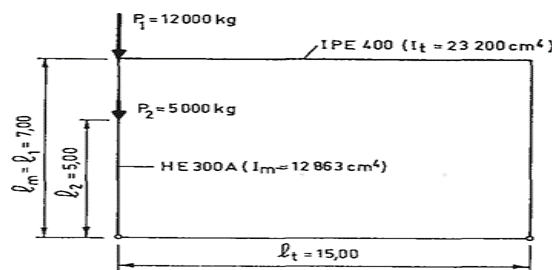


Figure I. 7: Portique simple

Montant de portique articulé au pied, défini par le schéma ci-dessus. Flambement dans le plan du portique pour effet normal constant, d'après annexe 15,134.2 :

$$\frac{I_m l_t}{l_m I_t} = \frac{12863 \times 15,00}{7,00 \times 23200} = 1,187 \quad (I.15)$$

$$l = l_m \left(2 + 0,3 \frac{l_m l_t}{l_m I_t} \right) = 7,00 \times 2,356 = 16,50 \text{ m} \quad (I.16)$$

D'après l'abaque n 6, avec :

$$l_0 = \frac{l}{2} = 8,25 \quad (\text{I.17})$$

$$\frac{l_1}{l_0} = 0,85 \quad \text{d'où } v_1 = 0,99 \quad (\text{I.18})$$

$$\frac{l_2}{l_0} = 0,606 \quad \text{d'où } v_2 = 0,91 \quad (\text{I.19})$$

$$\sum v_i P_i = 0,99 \times 12000 + 0,91 \times 5000 = 16430 \text{ Kg} \quad (\text{I.20})$$

Effort maximal à la base :

$$\sum P_i = 12000 + 5000 = 17000 \text{ Kg} \quad (\text{I.21})$$

Longueur réduite de flambement dans le plan du portique :

$$l' = 2 \times 8,25 \sqrt{\frac{16430}{17000}} = 16,20 \text{ m} \quad (\text{I.22})$$

I.8.2 Méthodes de J.M. VERNIER [40]

L'analyse du flambement des barres soumises à un effort normal variable constitue un défi majeur en ingénierie structurale. Pendant longtemps, les méthodes classiques (analytiques, énergétiques, éléments finis standards) ont montré leurs limites face à cette complexité, peinant à offrir des solutions à la fois précises et efficaces pour des lois de variation d'effort générales. Après plus de deux décennies d'affinements progressifs de ces approches, une nouvelle génération de méthodes a émergé. Tirant parti des avancées en modélisation et calcul, ces techniques récentes (semi-analytiques, éléments finis avancés) permettent désormais une analyse plus fiable et performante de ce phénomène cruciale, ouvrant la voie à une conception optimisée des structures modernes.

I.8.2.1 Proposition d'extension de méthode DE P. SAHMEL

On se propose de traiter le cas général des poteaux de portiques à extrémités partiellement encastrées (maintien élastique en rotation en tête et en pied) et retenus élastiquement en tête (maintien élastique en translation), soumis à une compression variable.

On se base sur la formule de Sahmel donnant l'_k à partir de l_k , et dont les valeurs v_i sont lues sur ses abaques. Elle se déduit du fait qu'une barre chargée par $\sum v_i P_i$, de longueur de flambement l_k , et de charge critique d'Euler $\frac{\pi^2 EI}{l_k^2}$ peut supporter avec la même sécurité une charge $\sum P_i$ pour une longueur de flambement réduite l'_k si on a :

$$\frac{\sum v_i P_i}{\pi^2 EI / l_k^2} = \frac{\sum P_i}{\pi^2 EI / l_k'^2} \quad (\text{I.23})$$

D'où :

$$l_k' = l_k \sqrt{\frac{\sum v_i P_i}{\sum P_i}} = l_k \sqrt{v_m} \quad (\text{I.24})$$

I.8.2.2 Tableau d'abaques de Sahmel

On donne la figure ci-dessous (**I.8**) des numéros d'abaques de Sahmel arrangés pour faire des interpolations permettant de calculer la longueur de flambement réduite l_k' .

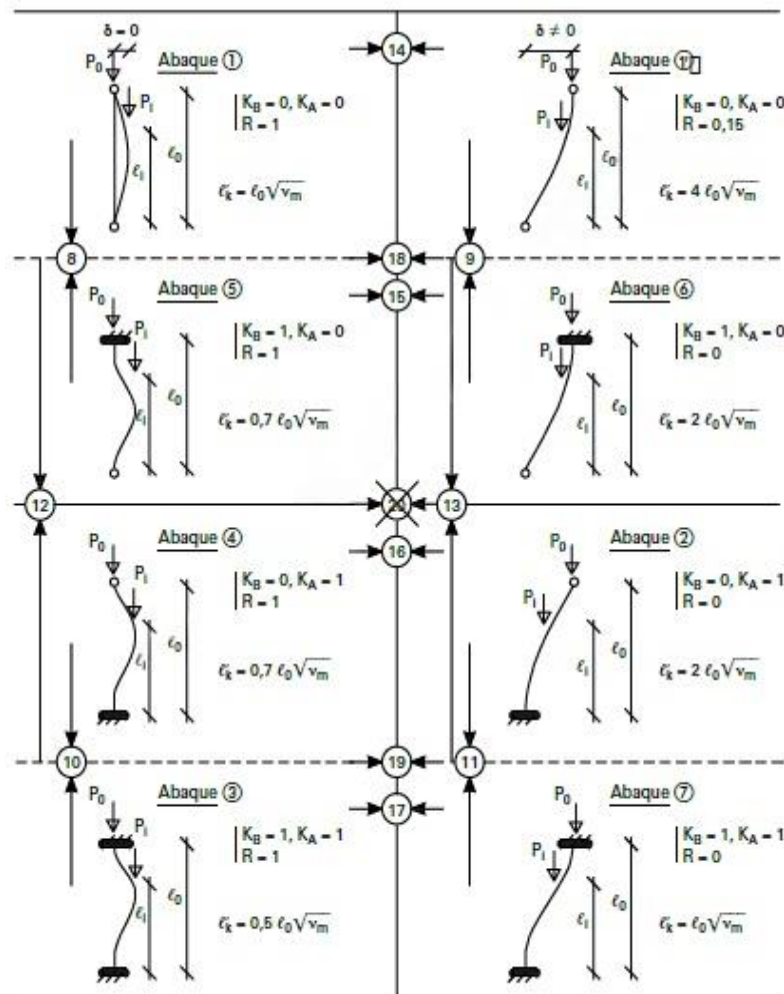


Figure I. 8: les abaques de Sahmel disposés pour interpolations sur le coefficient v_m

I.8.3.2 Interpolation entre abaques de Sahmel

On peut procéder par interpolations linéaires entre les 8 abaques de **Sahmel** 1, (1'), 2, 3, 4, 5, 6, 7 disposés à cet effet dans la figure (**I.8**) en fonction de l_k / l_0 , pour en déduire l_k' .

En particulier, on définit 6 interpolations (8) à (13) sur le coefficient v_m , entre les valeurs $K=0$ et $K=1$:

- **Poteau articulé en pied, partiellement encastré en tête :**

(8) = interpolation entre abaques 1 et 5 → nœuds fixes

(9) = interpolation entre abaques (1') et 6 → nœuds déplaçables

- **Poteau encastré en pied, partiellement encastré en tête :**

(10) = interpolation entre abaques 4 et 3 → nœuds fixes

(11) = interpolation entre abaques 2 et 7 → nœuds déplaçables

- **Poteau partiellement encastré en pied et en tête :**

(12) = interpolation entre interpolations (8) et (10) → nœuds fixes

(13) = interpolation entre interpolations (9) et (11) → nœuds déplaçables

Par ailleurs, on définit 7 interpolations (14) à (20) sur le coefficient v_m , entre les valeurs $R=0$ et $R=1$:

- **Poteau articulé en pied :**

(14) = interpolation entre abaques 1 et (1') → poteau articulé en tête

(15) = interpolation entre abaques 5 et 6 → poteau encastré en tête

- **Poteau encastré en pied :**

(16) = interpolation entre abaques 4 et 2 → poteau articulé en tête

(17) = interpolation entre abaques 3 et 7 → poteau encastré en tête

- **Poteau partiellement encastré en tête :**

(18) = interpolation entre interpolations (8) et (9) → poteau articulé en pied

(19) = interpolation entre interpolations (10) et (11) → poteau encastré en pied

(20) = interpolation entre interpolations (12) et (13) → poteau partiellement encastré en pied

Remarque

Les interpolations linéaires (8) à (11), (14) à (17) sont simples.

Les interpolations linéaires (12), (13), (18), (19) sont doubles.

L'interpolation linéaire (20) qui est triple est sujette à caution, et ne sera pas retenue.

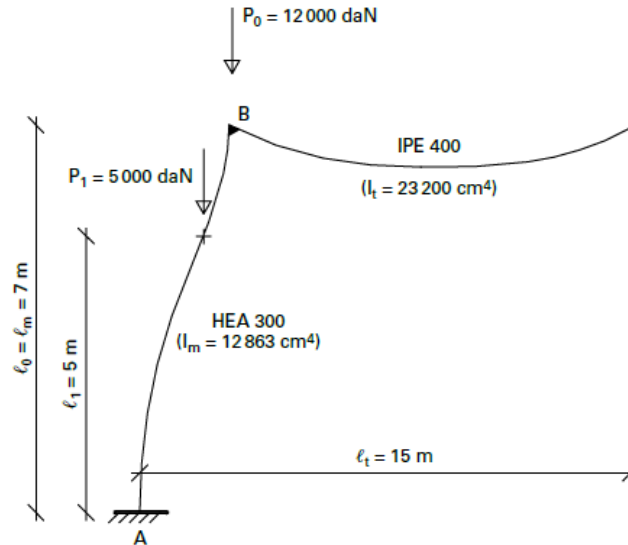


Figure I. 9: Poteau soumis à un effort variable par tronçon

La formule CM.66/Add.80/§ 5.33.3 donne :

$$\frac{l_k}{l_0} = \sqrt{\frac{4+3,5K_B}{1+6,5K_B}} = 1,188 \quad (I.25)$$

Interpolation N° (11) entre abaques N° 2 et 7 pour charges P_0, P_1 :

Abaque N 2 : $L_K / L_0 = 2,0$	Abaque N 7 : $L_K / L_0 = 1,0$
$L_0 / L_0 = 1 \quad V_0 = 1,00$	$L_0 / L_0 = 1 \quad V_0 = 1,00$
$L_1 / L_0 = 5 / 7 = 0,714 \quad V_1 = 0,52$	$L_1 / L_0 = 5 / 7 = 0,714 \quad V_1 = 0,88$
$\sum v_i P_i = 1,00 \times 12000 + 0,52 \times 5000 = 14600 \text{ daN}$	$\sum v_i P_i = 1,00 \times 12000 + 0,88 \times 5000 = 16400 \text{ daN}$
$\sum P_i = 12000 + 5000 = 17000 \text{ daN}$	$\sum P_i = 12000 + 5000 = 17000 \text{ daN}$
$V_m = \frac{\sum V_i P_i}{\sum P_i} = 0,86$	$V_m = \frac{\sum V_i P_i}{\sum P_i} = 0,96$

Interpolation $\rightarrow V_m = 0,96 - (0,96 - 0,86) \times \frac{1-0,7}{2-0,7} = 0,94$

$$L'_K = L_K \sqrt{V_m} = 1,188 \times 7 \times \sqrt{0,94} = 8,06 \text{ m (au lieu de 7,95 m)}$$

Remarque 1

Si $P_1 = 0$, on a seulement une charge P_0 en tête. Dans ce cas :

$$l'_k = l_k = 1,188 l_0 = 8,32 \text{ m (au lieu de } l'_k = 8,32 \times \sqrt{0,975} = 8,21 \text{ m)}.$$

Remarque 2

Si pour simplifier on ne fait pas d'interpolation, l'emploi de l'abaque N° 7 seul (avec encastrement en tête) place en sécurité avec $v_m = 0,96$. En effet :

$$L'_k = 1,188 \times 7 \times \sqrt{0,96} = 8,15 \text{ m} > 8,06 \text{ m}$$

I.8.3 Méthode de Maxime LEBASTARD [41]

I.8.3.1 Introduction

Pour des structures poteaux-poutres à cadres réguliers, le calcul de la résistance au flambement des poteaux uniformes est souvent fondé sur une évaluation de la longueur de flambement. Celle-ci permet de tenir compte des conditions de maintien en rotation et en déplacement aux extrémités de la barre considérée pour estimer son effort normal critique suivant la théorie d'Euler. Ainsi, à chaque barre comprimée peut être attribuée cette longueur fictive permettant de se ramener à une barre équivalente biarticulée. L'utilisation de la notion de longueur de flambement permet un calcul analytique direct de l'effort normal critique puis de sa résistance au flambement, mais aucune méthode pratique n'est proposée dans la version actuelle de l'Eurocode 3 pour évaluer la longueur de flambement. Les anciennes règles de calcul (CM 66, additif 80 et version expérimentale de l'Eurocode 3) ainsi qu'un projet de rapport technique du CEN proposent des méthodes qui sont rappelées dans cet article et dont l'origine est présentée. Cependant, aucune de ces méthodes ne permettant de prendre en compte la variation de rigidité et/ou d'effort normal entre tronçons de poteau adjacents, des méthodes issues de la littérature et permettant de les prendre en compte sont également présentées. Enfin, des comparaisons à des résultats numériques permettent de recommander l'utilisation de la méthode donnée dans la version expérimentale de l'Eurocode 3, complétée de termes pour la prise en compte de la variation d'effort normal et/ou de rigidité entre tronçons de poteau adjacents.

I.8.3.2 Méthode recommandée

La détermination du coefficient de longueur de flambement peut être réalisée à partir de la méthode de l'ENV [43] complétée par les propositions de Webber et al. [42], c'est-à-dire en utilisant :

- **Mode d'instabilité à nœuds fixes :**

$$K = \frac{1 + 0,145(\eta_1 + \eta_2) - 0,265\eta_1\eta_2}{2 - 0,364(\eta_1 + \eta_2) - 0,247\eta_1\eta_2} \quad (\text{I.26})$$

Ou en alternative :

$$K = 0,5 + 0,14(\eta_1 + \eta_2) + 0,055(\eta_1 + \eta_2)^2 \quad (\text{I.27})$$

- Mode d'instabilité à nœuds déplaçables :

$$K = \sqrt{\frac{1 - 0,2(\eta_1 + \eta_2) - 0,12\eta_1\eta_2}{1 - 0,8(\eta_1 + \eta_2) + 0,6\eta_1\eta_2}} \quad (I.28)$$

Où η_1 et η_2 sont les facteurs de distribution de rigidité correspondant aux nœuds A et B respectivement du tronçon ou poteau AB étudié. Ces facteurs sont déterminés comme suit :

$$\eta_1 = \frac{K_C + K_0}{\sum_B K_B + K_C + K_0} \quad (I.29)$$

Avec :

- Indice « 0 » Poteau ou tronçon de poteau AB étudié ;
- Indice « c » Tronçon de poteau aboutissant au nœud A et adjacent au tronçon AB étudié ;
- Indice « b » Poutres aboutissant au nœud A.

k_i

Raideur de la
barre i déterminée
comme suit :

$$K_C = \frac{I_C}{L_C} C_{CL,c} C_{N,c} \quad (1.30)$$

Poteau :

$$K_B = \frac{I_B}{L_B} C_{CL,B} C_{N,B} \quad (1.31)$$

Les coefficients

$C_{N,B}$ et $C_{N,C}$ dépendent de la présence d'effort normal respectivement dans les poutres et les tronçons adjacents au poteau ou tronçon de poteau étudié. Les coefficients $C_{CL,B}$ et $C_{CL,C}$ dépendent des conditions de liaison à l'extrémité opposée respectivement de la poutre et du tronçon adjacent au poteau ou tronçon de poteau étudié. Les valeurs de ces coefficients sont présentées dans le **Tableau I.1**.

Une expression analogue à (I.29) est utilisée pour déterminer η_2 .

Tab I. 1: Coefficients $C_{CL,B}$, $C_{N,B}$, $C_{CL,C}$ et $C_{N,C}$ recommandés

Poutre	cas		$C_{CL,B}$	$C_{N,B}$
	Extrémité opposée encastree		1,0	$1-0,4 \frac{N_{Ed,B}}{N_{cr,B,0}}$
	Extrémité opposée articulée		0,75	$1-1,0 \frac{N_{Ed,B}}{N_{cr,B,0}}$
	Cas par défaut du mode à nœuds déplaçables : double courbure (Extrémité opposée encastree sur un poteau)		1,5	$1-0,2 \frac{N_{Ed,B}}{N_{cr,B,0}}$
	Cas par défaut du mode à nœuds fixes : simple courbure (Extrémité opposée encastree sur un poteau)		0,5	$1-1,0 \frac{N_{Ed,B}}{N_{cr,B,0}}$
	Cas général : rotation Θ_A à l'extrémité adjacente et Θ_B à l'extrémité opposée		$1+0,5 \frac{\theta_B}{\theta_A}$	/
Tronçons de poteau	Mode d'instabilité	Cas	$C_{CL,C}$	$C_{N,C}$
	Nœuds fixes	Extrémité opposée encastree	1	$1-0,33 \frac{N_{Ed,C} I_0}{N_{Ed,0} I_C} \left(\frac{L_C}{0,7L_0} \right)^2$
	Nœuds fixes	Extrémité opposée articulée	0,75	$1-0,66 \frac{N_{Ed,C} I_0}{N_{Ed,0} I_C} \left(\frac{L_C}{0,7L_0} \right)^2$
	Nœuds fixes	Cas par défaut : simple courbure (Extrémité non libre)	0,5	$1-0,82 \frac{N_{Ed,C} I_0}{N_{Ed,0} I_C} \left(\frac{L_C}{0,7L_0} \right)^2$
	Nœuds déplaçables	Cas par défaut extrémité opposée encastree en rotation, déplacement libre	0,25	$1-0,82 \frac{N_{Ed,C} I_0}{N_{Ed,0} I_C} \left(\frac{L_C}{L_0} \right)^2$

I.8 Conclusion

Cette revue de littérature a souligné l'importance capitale de la longueur de flambement dans l'évaluation de la stabilité des structures, depuis les recherches d'Euler jusqu'aux méthodes normatives contemporaines telles que le Code Modèle CM97 en Algérie. Les diverses approches exposées, conçues pour s'adapter à des configurations particulières comme les édifices à plusieurs étages et tenant compte de l'impact des charges internes, mettent en évidence la complexité intrinsèque liée à la détermination exacte de ce paramètre dans les structures concrètes. Le prochain chapitre examinera en détail les bases théoriques du flambement des barres, en analysant les mécanismes physiques responsables de l'instabilité et les équations différentielles qui régissent la déformation des barres soumises à la compression.

CHAPITRE II
ETUDE THEORIQUE DU FLAMBEMENT DES
BARRES

II.1 Introduction

Euler a présenté en 1744 la première contribution majeure à la théorie du flambement des poteaux. Cette méthode traditionnelle demeure pertinente pour les poteaux élancés qui présentent divers modes de fixation aux extrémités.

Ce chapitre abordera plusieurs études portant sur le calcul de la charge critique de stabilité pour diverses configurations de fixations, en recourant à l'une ou l'autre des méthodes suivantes :

- La résolution directe des équations différentielles de l'équilibre permet d'obtenir les valeurs exactes de la charge critique.
- Le recours aux méthodes énergétiques, associé à leur résolution par des méthodes numériques, permet d'aborder l'analyse de phénomènes physique complexes tels que le flambage.

II.2 Etat d'équilibre des barres

Une barre soumise uniquement à une compression axiale restera rectiligne tant que la force P restera inférieure à la valeur critique indiquée dans la figure (II.1). La forme rectiligne de l'équilibre est caractérisée par son élasticité et sa stabilité. En augmentant progressivement la valeur de P , on atteint un point où la configuration rectiligne perd sa stabilité et l'équilibre devient précaire. La charge critique, également appelée charge d'Euler, est définie comme étant la charge axiale minimale nécessaire pour maintenir la barre dans un état de flexion légère. Cette charge peut être déterminée en utilisant l'équation différentielle de la ligne élastique, en considérant que la poutre présente une légère courbure.

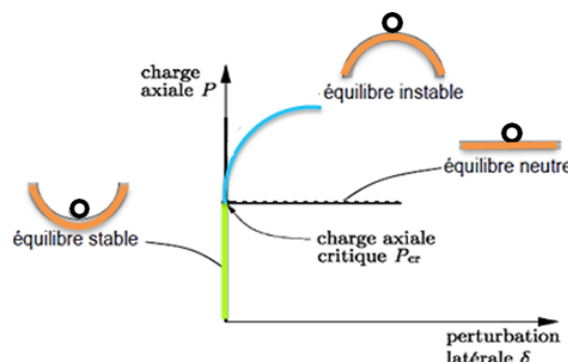


Figure II. 1: Etats d'équilibre.

En général, la stabilité peut être définie comme la capacité d'un système physique à retrouver son équilibre après avoir été légèrement perturbé. Pour un système mécanique, il

est possible d'adopter la définition proposée par Dirichlet : Un système mécanique est en équilibre stable lorsque le déplacement des points du système de leur position d'équilibre d'une certaine quantité ne provoque pas de perturbation significative. En attribuant une vitesse initiale faible à chaque point du système et en le déplaçant de manière infinitésimale, on garantit que les déplacements des différents points du système restent confinés dans des limites étroites pendant le déplacement. Dans le cas d'un système élastique conservatif en équilibre initial soumis à un ensemble de forces, toute déviation de cet état d'équilibre ne se produira que si le système est soumis à une force perturbatrice temporaire. Lorsque l'énergie fournie au système par cette force est Π , on peut écrire :

$$\Pi_{tot} = W_c + U_p = \text{constant}$$

Il s'agit du principe de conservation de l'énergie.

Dans ce contexte, W_c désigne l'énergie cinétique du système tandis qu' U_p correspond à l'énergie potentielle. Une légère augmentation de W_c est associée à une diminution équivalente de U , et réciproquement.

En ce qui concerne les corps rigides, la stabilité peut être démontrée à travers l'exemple classique de la bille placée sur une surface courbe. Lorsque la bille repose sur une surface concave, son équilibre est stable. En cas de vitesse initiale faible, la bille va osciller mais restera proche de sa position d'équilibre. En revanche, lorsque le système ne se trouve pas dans une configuration de U minimum (énergie potentielle), l'application d'une impulsion entraînera rapidement de grands déplacements et des vitesses, ce qui caractérise l'instabilité du système. Cela se produit lorsque la bille est en équilibre au sommet d'une surface convexe. Lorsque la bille se trouve en repos sur une surface plane horizontale, on parle d'un équilibre neutre.

II.3 Méthodes analytiques

Les poutres présentent généralement des sections constantes et subissent des déformations dans leurs plans médians. Les conditions limites sont garanties par des blocs de liaison démontables, offrant ainsi la possibilité d'adopter les configurations suivantes :

II.3.1 Cas d'une poutre biarticulée

Afin d'analyser le phénomène de flambement et de calculer la charge critique, il convient d'utiliser l'équation différentielle approchée de la ligne élastique de la poutre.

$$EI_{min} \frac{d^2 y}{dx^2} = M(x) \quad (II.1)$$

Le moment fléchissant par rapport au centre de gravité de la section à l'état fléchi

$$M(x) = Fy \quad (II.2)$$

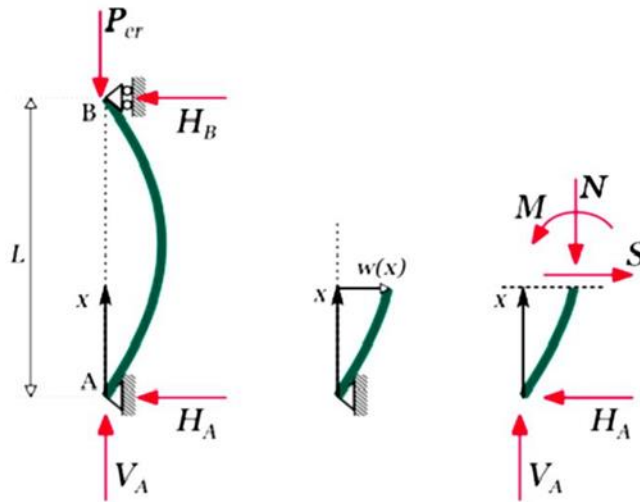


Figure II. 2: Poteau droit biarticulé en compression

On remplace $M(x)$ dans l'équation (II.2) on obtient :

$$EI_{min} \frac{d^2 y}{dx^2} = -Fy(x) \quad (II.3)$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{F}{EI_{min}} y(x) = 0 \quad (II.4)$$

Considérons une équation différentielle du second ordre à coefficients constants,

sans terme indépendant, pour laquelle on pose $k^2 = F/EI_{min}$

On a alors :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + k^2 y(x) = 0 \quad (II.5)$$

Solution générale de cette équation est de la forme :

$$y(x) = A \cos Kx + B \sin kx \quad (II.6)$$

Où A et B sont les constantes d'intégration qui se déterminent à partir des conditions aux limites.

- Pour $x = 0$, $y(0) = 0$

En reprenant la condition en $x = 0$ et en la reportant dans l'équation (II.6) on peut alors écrire : $A.1 + B.0 = 0$, $A = 0$

- Pour $x = l$, $y(l) = 0$

En reprenant la condition en $x = l$ et en la reportant dans l'équation (II.6) on peut écrire :

$$0 = 0 \times \cos kl + B \sin kl \gg B \sin kl = 0 \quad (\text{II.7})$$

La solution initiale de l'équation (II.7) est $B = 0$, cependant elle est non pertinente dans ce contexte car pour toute valeur de F, la déformation $y(x) = 0 \times \cos kx + 0 \times \sin kx = 0$ indique que la poutre reste rectiligne et ne subit donc aucune déformation.

Une autre possibilité est lorsque $\sin kL = 0$, ce qui équivaut à $kL = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots, n\pi$, avec $k = n\pi/L$. Cette condition conduit à la solution de l'équation (II.7) :

$$y(x) = B \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad (\text{II.8})$$

La charge critique prend donc les valeurs particulières ci-dessous

$$F_{cr} = \frac{n^2 \pi^2 E I_{min}}{L^2} \quad (\text{II.9})$$

Il est observé que pour $n = 1$, la déformation prend la forme d'une sinusoïde en arc, pour $n = 2$, elle prend la forme de deux arcs et ainsi de suite, comme illustré dans la figure (II.3)

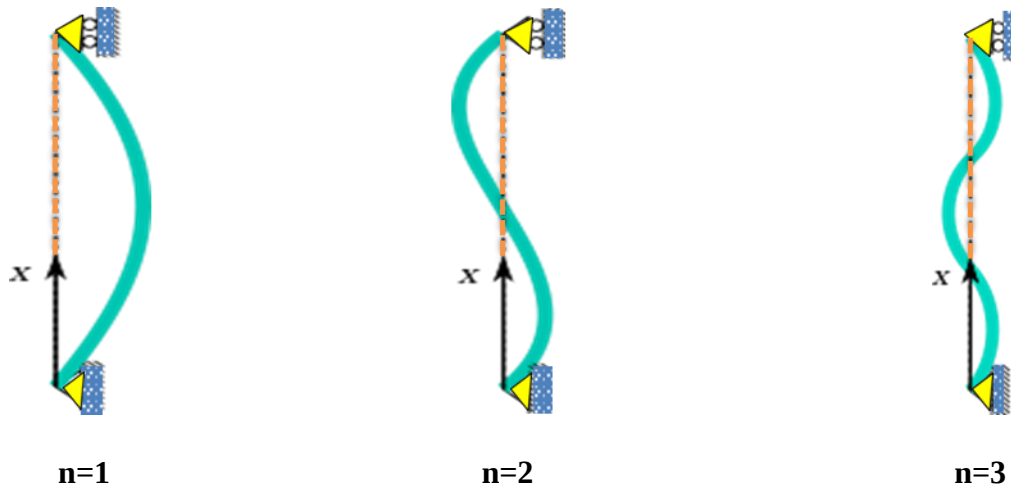


Figure II. 3: Les 3 premiers modes propres

Pour $n=2$ et les valeurs supérieures, l'équilibre est instable (de manière purement théorique), ainsi seule la valeur $n=1$ sera retenue. Dans cette situation, il est clair que la barre AB a subi un flambage.

Lorsque n Représente un nombre de demi-onde.

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI_{min}}{L^2} \quad (II.10)$$

C'est ce qu'on appelle la formule d'Euler.

II.3.2 Cas d'une poutre console

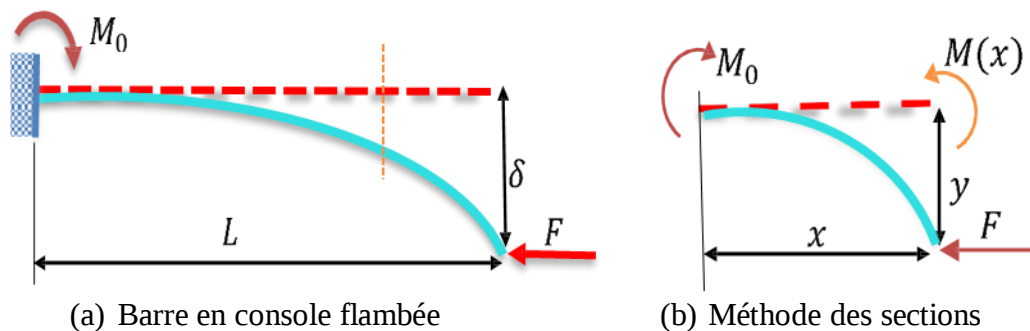


Figure II. 4: Barre encastree – libre

Le moment fléchissant est :

$$M(x) = Fy + M_0$$

$$M_0 = -F\delta$$

$$M(x) = Fy - F\delta = F(y - \delta) \quad (II.11)$$

L'équation de la déformée permet d'écrire $\frac{d^2 y}{dx^2} = -M(x)$

On remplace (x) dans l'équation (II.11) on obtient :

$$EI \frac{d^2 y}{d^2 x} = -Fy + F\delta \quad (\text{II.12})$$

$$\frac{d^2 y}{d^2 x} + \frac{F}{EI} y = \frac{F}{EI}$$

En introduisant la notation $K^2 = F/EI_{min}$ on obtient l'équation différentielle de la déformée est :

$$\frac{d^2 y}{d^2 x} + k^2 y = k^2 \delta \quad (\text{II.13})$$

La solution générale de cette équation est :

$$(x) = A \cos kx + B \sin kx + \delta \quad (\text{II.14})$$

Les conditions aux extrémités de la barre sont :

$$X = 0 \Rightarrow (X) = 0$$

$$0 = A \times 1 + B \times 0 + \delta \Rightarrow A = -\delta$$

$$\frac{dy}{dx} = -Ak \sin kx + Bk \cos Kx$$

$$x = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 0$$

$$0 = -Ak \times 0 + Bk \times 1 \Rightarrow B = 0$$

Alors l'équation (II.14) s'écrit :

$$y(x) = \delta(1 - \cos Kx) \quad (\text{II.15})$$

$$x = L \Rightarrow y(x) = \delta$$

$$\delta = \delta(1 - \cos kL) \Rightarrow \cos kL = 0$$

Pour trouver la charge critique dans ce cas on a :

$$\cos kL = 0 \Rightarrow kL = (2n - 1) \frac{\pi}{2} \quad (\text{II.16})$$

La plus petite valeur de kL qui satisfait l'équation (II.16) correspond à $n = 1$. Dans ce cas

$$K^2 \frac{F_{cr}}{EI} = \frac{\pi^2}{4L^2}$$

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(2L)^2} \quad (\text{II.17})$$

D'où $L_f = 2L$

En faisant successivement $n = 1, 2, 3, \dots$, dans l'équation (II.16), on obtient pour les valeurs

Correspondantes de la force de compression.

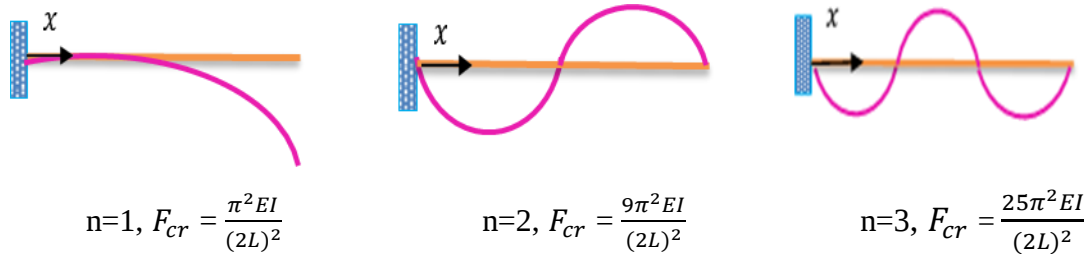


Figure II. 5: la force critique pour chaque mode

II.3.3 Cas d'une poutre bi-encastée

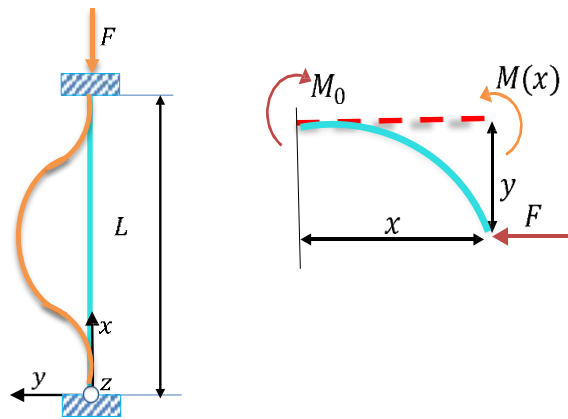


Figure II. 6: Flambement d'une barre bi-encastée

$$M(x) = Fy + M_0$$

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -M(x) \quad (\text{II.18})$$

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -Fy - M_0$$

$$E \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{F}{EI} y = \frac{M_0}{EI} \quad (\text{II.19})$$

En posant $k^2 = \frac{F}{EI}$ donc l'équation différentielle de la déformée est :

$$E \frac{d^2 y}{dx^2} + k^2 y = \frac{-M_0}{EI} \quad (\text{II.20})$$

La solution générale de cette équation est :

$$y(x) = A \cos kx + B \sin kx - \frac{M_0}{F} \quad (\text{II.21})$$

A et B sont les constantes d'intégration qui se déterminent à partir des conditions aux limites.

Les conditions aux limites sont :

$$- \quad x = 0 \Rightarrow y(x) = 0$$

$$0 = A \times 1 + B \times 0 - \frac{M_0}{F} \Rightarrow \frac{M_0}{F}$$

$$- \quad x = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = -Ak \sin kx + Bk \cos kx$$

$$0 = Ak \times 0 + Bk \times 1 \Rightarrow B = 0$$

Alors l'équation (II.21) s'écrit :

$$y(x) = \frac{M_0}{F} \cos kx - \frac{M_0}{F}$$

$$x = L \Rightarrow y(x) = 0$$

$$\frac{M_0}{F} (\cos kL - 1) = 0$$

Pour trouver la charge critique dans ce cas il faut :

$$\cos kL - 1 = 0 \Rightarrow kL = 2n\pi \Rightarrow k = \frac{2n\pi}{L}$$

$$k^2 = \frac{F}{EI} = \frac{4n^2\pi^2}{L^2}$$

$$F_{cr} = \frac{4(n\pi)^2 EI_{min}}{L^2} \quad (\text{II.22})$$

La charge critique la plus faible correspond à $n = 1$

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI_{min}}{(0.5L)^2}$$

$$\text{D'où } L_f = 0.5L$$

II.3.4 Cas d'une poutre avec une extrémité articulée et l'autre encastrée

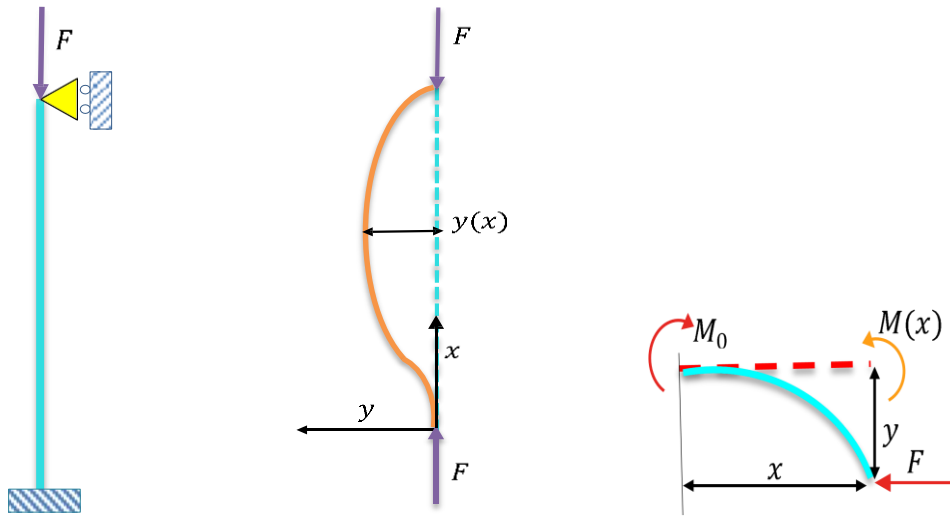


Figure II. 7: Poutre avec une extrémité articulée et l'autre encastrée

Le moment est :

$$M(x) = Fy - Hx + M_0$$

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -M(x)$$

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -Fy + Hx - M_0 \quad (\text{II.23})$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{F}{EI} y = -\frac{M_0 + Hx}{EI}$$

En posant $k^2 = \frac{F}{EI}$ donc l'équation différentielle de la déformée est :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + k^2 y = \frac{Hx - M_0}{EI} \quad (\text{II.24})$$

La solution générale de cette équation est :

$$y(x) = A \cos kx + B \sin kx + \frac{Hx - M_0}{F} \quad (\text{II.25})$$

Les conditions aux limites sont :

$$- \quad x = 0 \Rightarrow y(x) = 0$$

$$\begin{aligned}
 0 &= A \times 1 + B \times 0 - \frac{M_0 + H_0}{F} \Rightarrow A = \frac{M_0}{F} \\
 \frac{dy}{dx} &= -Ak \sin kx + Bk \cos kx + \frac{H}{F} \\
 - \quad x = 0 &\Rightarrow \frac{dy}{dx} = 0 \\
 0 &= -Ak \times 0 + Bk \times 1 + \frac{H}{F} \Rightarrow B = \frac{-H}{kF}
 \end{aligned}$$

Alors l'équation (II.23) s'écrit :

$$y(x) = \frac{M_0}{F} \cos kx - \frac{H}{kF} \sin kx + \frac{Hx - M_0}{F} \quad (\text{II.26})$$

$$x = L \Rightarrow y(x) = 0$$

$$0 = \frac{M_0}{F} \cos kL - \frac{H}{kF} \sin kL + \frac{HL - M_0}{F}$$

Tel que $H = \frac{M_0}{L}$ et $kL = u$

$$\frac{M_0}{F} \left(\cos u - \frac{1}{u} \sin u \right) = 0$$

Pour trouver la charge critique dans ce cas on a :

$$\cos u - \frac{1}{u} \sin u = 0$$

$$\Rightarrow \tan u = u \Rightarrow u = 4.493 \Rightarrow kL = 4.493 \Rightarrow k = \frac{4.493}{L}$$

$$k^2 = \frac{F}{EI} \Rightarrow F_{cr} = K^2 EI = \frac{(4.493)^2 EI}{L^2} = \frac{2.045 \pi^2 EI}{L^2}$$

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(0.699L)^2} \quad (\text{II.27})$$

Où $L_f = 0.699L$

En générale la charge critique d'Euler peut s'écrire :

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI_{min}}{(KL)^2} \quad (\text{II.28})$$

La valeur de K, qui représente le coefficient de réduction de la longueur de la barre, est déterminée en fonction du mode de fixation des extrémités.

La longueur de flambement, notée $L_f = KL$ est définie comme le produit de la longueur effective par le coefficient (K).

Les valeurs de la longueur effective (l) d'une poutre isolée varient en fonction des conditions de fixation.

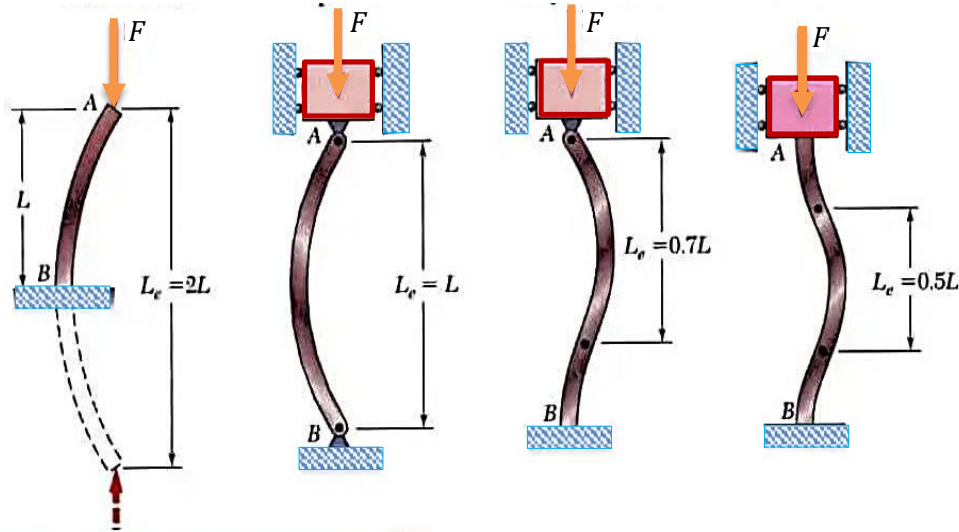


Figure II. 8: Longueurs de flambement des poutres parfaites

II.4 Méthodes énergétiques

En prenant en considération une barre verticale OA, parfaitement rigide, qui est articulée à sa base et soutenue par un ressort AB à son extrémité supérieure ; en outre, elle est soumise à une charge F dirigée le long de son axe.

Lorsque la charge reste faible, la barre conserve une position verticale stable. En cas de déplacement latéral en A causé par une force perturbatrice, la barre retourne à sa position d'équilibre grâce à l'action du ressort AB. La détermination de la valeur critique de la charge F peut être effectuée en prenant en compte l'énergie du système. Imaginons une légère déviation latérale en A, entraînant l'inclinaison de la barre par rapport à la verticale.

Lorsque cette charge ne dépasse que de faibles valeurs, un angle φ est formé figure (II.8.a).

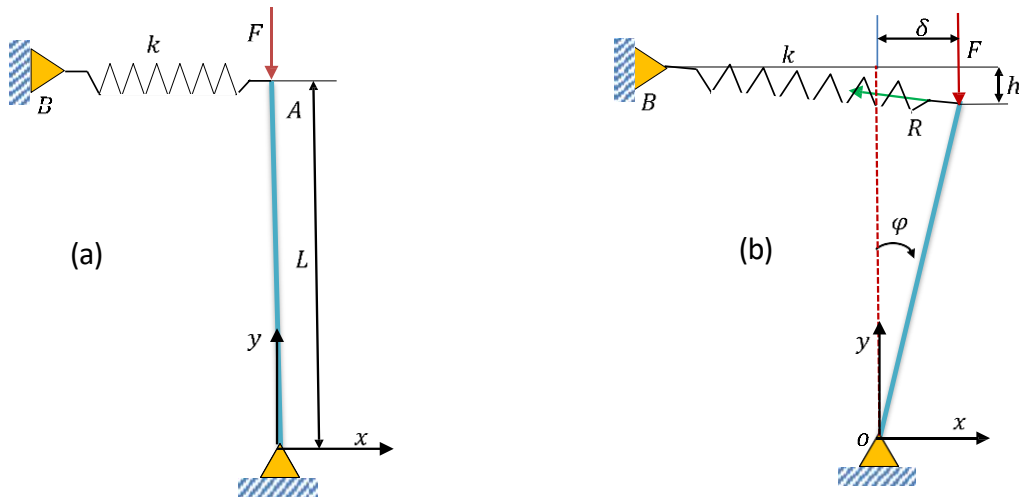


Figure II. 9: poutre rigide comprimée maintenue par un ressort horizontale

En raison du déplacement la charge F se diminue de :

$$l(1 - \cos\varphi) \approx \frac{l\varphi^2}{2}$$

Simultanément, la longueur du ressort AB augmente de la quantité $\delta = l\varphi$. L'énergie potentielle de la charge F diminue de :

$$\frac{Fl\varphi^2}{2}$$

L'accroissement d'énergie du ressort, si l'on désigne par k le constant élastique du ressort, est :

$$\frac{k(l\varphi)^2}{2}$$

- Si $\frac{k(l\varphi)^2}{2} > \frac{Fl\varphi^2}{2}$; le système est stable
- Si $\frac{k(l\varphi)^2}{2} < \frac{Fl\varphi^2}{2}$; le système est instable

On trouve la valeur critique de la charge F d'après la condition :

$$\frac{k(l\varphi)^2}{2} = \frac{Fl\varphi^2}{2}$$

D'où $F_{cr} = kl$

Le même résultat peut être obtenu en prenant en compte l'équilibre des forces qui agissent sur la barre. En cas de perturbation, si la barre se retrouve dans une position légèrement inclinée comme illustré dans la figure (II.8.b), deux forces agiront sur le sommet A de la barre : la force verticale F et la force horizontale $R = k\phi l$ du ressort. Si le moment de la force exercée par le ressort par rapport à O dépasse celui de la force F , alors :

$$k\phi l^2 > F\phi l$$

Il est clair que nous sommes en présence d'un équilibre stable, et le ressort ramènera la barre à sa position initiale. En revanche, si :

$$k\phi l^2 < F\phi l$$

La position verticale est sujette à l'instabilité, ce qui entraînera l'effondrement du système. La valeur critique de la charge F est déduite de l'équation suivante :

$$k\phi l^2 = F\phi l$$

Soit

$$F_{cr} = kl$$

Ainsi, la valeur critique peut être déterminée par deux méthodes différentes : l'une basée sur l'énergie et l'autre sur la statique.

Lors de l'application de la première méthode, nous amorçons le processus en induisant une légère déformation latérale au système, entraînant ainsi une augmentation ΔU de son énergie de déformation. Simultanément, lorsqu'une force F se déplace sur une courte distance, un travail ΔW est effectué. La stabilité de la barre comprimée est assurée par sa forme rectiligne. Si $\Delta U > \Delta W$

Et sera instable Si : $\Delta U < \Delta W$

La valeur critique de la charge est déterminée par l'équation :

$$\Delta U = \Delta W \quad (\text{II.29})$$

Ces deux approches pour la résolution des problèmes de stabilité sont également adaptées à l'étude du flambement des barres élastiques. Au début de ce chapitre, la charge critique a été déterminée en résolvant les équations différentielles qui décrivent les conditions d'équilibre de la barre.

Nous allons à présent mettre en œuvre la méthode de l'énergie dans ces situations et utiliser l'équation (II.29). Le paramètre ΔU dans cette équation correspond à l'énergie de flexion additionnelle à l'énergie de la barre, tandis que ΔT représente le travail réalisé par la force de compression F

Pour notre première application, examinons le cas illustré dans la figure (II.3). L'équation (II.17) donne la courbe élastique de la barre soumise à un léger flambement.

$$y(x) = \delta \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2l}\right) \quad (\text{II.30})$$

Le moment de flexion pour une section transversale est :

$$M(x) = F(y - \delta) = -F\delta \cos \frac{\pi x}{2l} \quad (\text{II.31})$$

Et l'énergie correspondante est :

$$\Delta U = \int_0^l \frac{M^2 dx}{2EI} \quad (\text{II.32})$$

$$\int_0^l M^2 dx = F^2 \delta^2 \int_0^l \cos^2 \frac{\pi x}{2l} dx = F^2 \delta^2 \frac{l}{2} \quad (\text{II.33})$$

$$\Delta U = \frac{F^2 \delta^2 l}{4EI} \quad (\text{II.34})$$

Le travail correspondant produit par F est $\Delta W = \lambda F$

Le mouvement vertical de la charge F pendant le flambement est égal à :

$$\lambda = \frac{1}{2} \int_0^l \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 dx \quad (\text{II.35})$$

Le travail devient :

$$\Delta W = \frac{F}{2} \int_0^l \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 dx$$

$$\Delta W = \frac{F \delta^2 \pi^2}{16l} \quad (\text{II.36})$$

À état critique de l'équilibre on aura : $\Delta U = \Delta W$

$$\frac{F^2 \delta^2}{4EI} = \frac{F^2 \delta^2 \pi^2}{16l} \quad (\text{II.37})$$

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{4l^2} = \frac{\pi^2 EI}{(2l)^2} \quad (\text{II.38})$$

On observe que la charge critique correspond à la valeur fournie par l'équation (II.27). La valeur obtenue correspond à la charge critique exacte, car elle est calculée à partir de l'expression précise de la courbe élastique déduite de l'intégration de l'équation différentielle. De manière similaire, l'équation de la ligne élastique pour le cas fondamental de la figure (I.6) s'exprime comme suit :

$$y(x) = B \sin \frac{\pi x}{l} \quad (\text{II.39})$$

Le moment de flexion est :

$$M(x) = Fy = FB \sin \frac{\pi x}{l} \quad (\text{II.40})$$

D'où

$$\Delta U = \int_0^l \frac{M^2 dx}{2EI} \quad (\text{II.41})$$

$$\int_0^l M^2 dx = F^2 B^2 \int_0^l \sin^2 \frac{\pi x}{l} dx \quad (\text{II.42})$$

$$\Delta U = \frac{F^2 B^2 l}{4EI} \quad (\text{II.43})$$

Le travail devient :

$$\Delta W = F\lambda = \frac{F\pi^2 B^2}{4l} \quad (\text{II.44})$$

L'égalisation de ΔU et ΔT donne :

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad (\text{II.45})$$

Il s'agit de la charge critique d'Euler pour une colonne articulée aux extrémités. L'analyse effectuée démontre que la méthode de l'énergie permet d'obtenir avec précision la valeur de la charge critique en prenant en compte la configuration réelle de la courbe de flexion. Cette forme reste inconnue dans de nombreuses situations. Cette méthode peut être employée afin d'obtenir une estimation de la valeur critique de la charge.

II.5 Conclusion

Ce chapitre présente les diverses formulations de la théorie du flambage de différentes poutres en prenant en compte les diverses liaisons mécaniques. Les équations décrivant la courbe de flambement sont résolues et la longueur critique de flambement est déterminée.

CHAPITRE III

*Les phénomènes d'instabilité globale et locale des
structures*

III.1 Introduction aux phénomènes d'instabilité

L'instabilité structurale est considérée comme l'un des modes de défaillance les plus critiques dans le domaine du génie civil [48]. Elle est définie par une diminution brusque de la capacité de charge d'une structure sans augmentation significative des charges appliquées. Contrairement à la rupture par surcharge, qui se produit lorsque la résistance du matériau est dépassée, l'instabilité peut se manifester à des niveaux de contrainte bien en deçà de la limite élastique du matériau.[4]

L'idée d'instabilité trouve son origine dans les travaux pionniers d'Euler au XVIIIe siècle, où il a déterminé la charge critique de flambement pour une colonne mince et longue [1]. Depuis lors, notre compréhension s'est largement enrichie pour englober une distinction essentielle entre deux formes d'instabilité : globale et locale. [53]

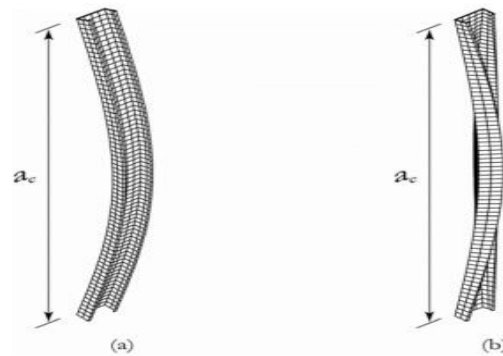


Figure III. 1:Exemples d'instabilité globale : (a) flexionnelle et (b) flexionnelle-torsionnelle

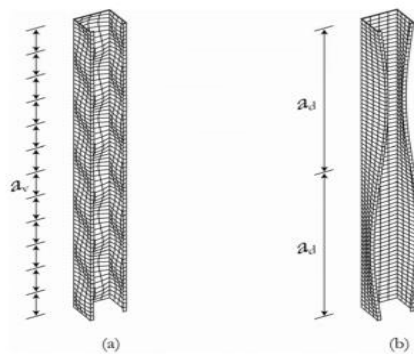


Figure III. 2: Les deux instabilités harmoniques : (a) locale et (b) distorsionnelle

III.2 Instabilité globale des structures

III.2.1 Définition et principes fondamentaux

L'instabilité globale concerne la structure dans sa totalité [54]. Elle se caractérise par une déformation importante de l'axe principal de l'élément structural, ce qui altère sa géométrie globale. Le phénomène de flambement d'Euler est un exemple typique d'instabilité globale [1]. L'expression de la charge critique d'Euler pour une colonne parfaitement droite, de section constante et articulée aux deux extrémités est la suivante :

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

Où :

- E est le module d'élasticité du matériau.
- I est le moment d'inertie de la section transversale.
- L est la longueur de la colonne.

III.2.2 Facteurs influençant l'instabilité globale

Divers facteurs interviennent dans la détermination de la résistance d'une structure à l'instabilité globale [17]:

- **L'élancement** : rapport entre la longueur de l'élément et son rayon de giration.
- **Les conditions aux limites** : encastrement, articulation, appui simple.
- **La géométrie de la section** : forme et dimensions.
- **Les imperfections initiales** : défauts géométriques ou résidus de contraintes.
- **La répartition des charges** : concentration ou distribution.

III.2.3 Types d'instabilités globales

III.2.3.1 Flambement par flexion

Il s'agit ici d'une poutre rectiligne idéale, soumise simultanément à une force normale N importante et à un moment fléchissant M_0 [55]. Par rapport au flambement simple, on observe dans ce cas une augmentation de la déformation, entraînant ainsi des contraintes de flexion et de compression plus importantes. Il est possible d'intégrer des fonctions simples $M_0(x)$, Penchons-nous sur les deux situations les plus fréquentes en ce qui concernent les moments :

- Moment dû à une charge concentrée transversale,
- Moment dû à une charge répartie transversalement.

A/Sous l'action d'une charge concentrée q

Une charge concentrée est une charge qui est répartie sur une distance très courte le long de la poutre, de sorte qu'il est possible de la considérer comme agissant en un seul point, sans erreur significative. Un exemple de charge concentrée est une colonne en béton reposant sur une poutre soutenue par deux poteaux en acier [52].

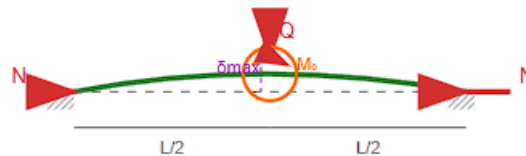


Figure III. 3: Poutre avec charge concentrée

B/Sous l'action d'une charge répartie q

Est une force qui s'applique sur une étendue significative de la poutre de manière homogène, c'est-à-dire que la force exercée par unité de longueur de la poutre reste constante. Le poids de la poutre est également réparti de manière uniforme le long de toute sa longueur [52].

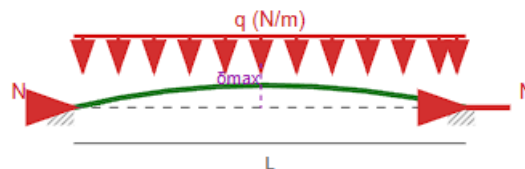


Figure III. 4 : Poutre avec charge répartie

III.2.3.2 Flambement par torsion

Le flambement par torsion est un phénomène d'instabilité élastique dans lequel un élément soumis à une compression perd sa stabilité en effectuant une rotation autour de son axe longitudinal, sans que le centre de gravité ne se déplace latéralement [57].

Lorsqu'une force de compression axiale augmente progressivement, l'élément conserve initialement sa rectitude. Lorsqu'elle est soumise à une charge critique, une perturbation de magnitude infinitésimale entraîne une rotation. La section tourne autour du centre de torsion, également appelé centre de cisaillement. Les fibres longitudinales sont soumises à des déformations de torsion [59].

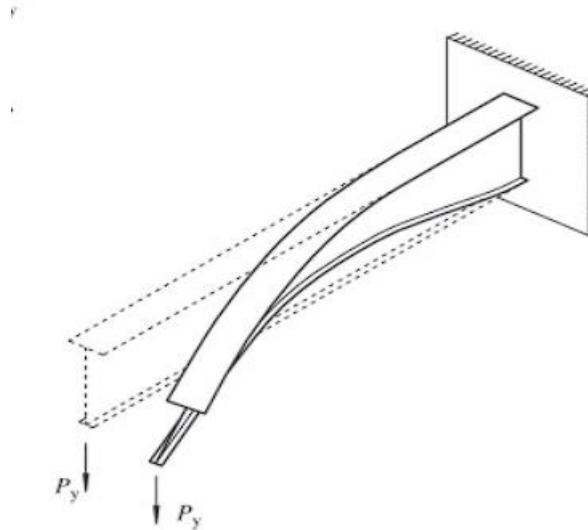


Figure III. 5: Torsion d'une poutre

III.2.3.3 Flambement flexion-torsion

Le flambement par flexion-torsion implique la combinaison simultanée de :
 Une déviation latérale du centre de gravité
 Une torsion, également appelée rotation de la section. [57]

Le couplage flexion-torsion :

Les déplacements latéraux u et v engendrent des rotations θ . La rotation θ engendre des déplacements additionnels. Ce phénomène est amplifié par l'écart entre le centre de gravité et le centre de torsion. [59]

III.2.4 Aspect expérimental du flambement

Lors des essais en laboratoire sur des poutrelles laminées courantes Fig (I.4) soumises à des charges de compression croissantes, il a été observé que la défaillance des éléments se produit de manière distincte en fonction du rapport hauteur/épaisseur des pièces. [60]

Pour les éléments de faible hauteur et grande section, caractérisés par un rapport d'élancement inférieur à 20, la défaillance survient lorsque les membrures fléchissent sous l'effet de contraintes approximativement égales.

Pour les éléments de grande portée ($\lambda > 100$), la défaillance se produit lorsque la contrainte d'affaissement σ_s inférieure à la limite élastique σ_e et à la contrainte d'Euler σ_k . [3] Cela se manifeste par une augmentation soudaine des déformations, accompagnée de l'apparition de zones plastifiées, suivie d'une déformation incontrôlée. De plus, il est à noter que la relation entre contraintes et déformations n'est pas de nature linéaire.

L'affaissement se produit lorsque la contrainte appliquée est inférieure à la contrainte limite. La contrainte d'Euler est en réalité une limite supérieure théorique qui ne peut être atteinte en raison de l'hypothèse d'une barre idéale, parfaitement rectiligne, soumise à une force de compression N parfaitement centrée sur le centre de gravité de la section et appliquée le long de l'axe moyen, une condition rarement rencontrée dans la pratique [1]. En réalité, les pièces ne sont pas parfaitement rectilignes après avoir été traitées en laminoir, manipulées et transportées, ce qui entraîne des défauts de rectitude. De plus, leurs inerties varient en raison des tolérances de laminage.

Enfin, les efforts normaux de compression et les appuis ne sont jamais parfaitement centrés, ce qui provoque des défauts de centrage.

Sur un chantier, il est courant que les poteaux ne soient pas parfaitement alignés verticalement en raison des tolérances de montage.

En dernier lieu, il convient de noter que le module d'élasticité E de l'acier n'est pas rigoureusement constant en raison des contraintes résiduelles induites par le processus de laminage, ce qui entraîne des défauts d'homogénéité [60]. Ces cinq catégories de défauts, bien que plus ou moins marqués, demeurent réels et inévitables, ce qui conduit à une diminution de la résistance des éléments.



Figure III. 6: Poutrelles laminées courantes

III.3 Instabilité locale des structures

III.3.1 Définition et principes fondamentaux

L'instabilité locale se définit par la déformation des composants d'une section (telles que les semelles, les âmes et les raidisseurs) sans altérer de manière notable l'axe principal de la structure [61]. Elle se rapporte essentiellement aux composants à parois minces.

La contrainte critique de flambement local d'une plaque rectangulaire parfaitement plane, simplement soutenue sur ses quatre bords et soumise à une compression uniforme dans une direction est la suivante [2] :

$$\sigma_{cr} = K \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2$$

Où :

- σ_{cr} est la contrainte critique de voilement.
- K est un coefficient dépendant des conditions aux limites.
- E est le module d'élasticité.
- ν est le coefficient de Poisson.
- t est l'épaisseur de la plaque.
- b est la largeur de la plaque.

III.3.2 Facteurs influençant l'instabilité locale

Les facteurs influençant l'instabilité locale incluent [62] :

- **Le rapport largeur/épaisseur** : paramètre crucial pour les éléments comprimés.
- **Les conditions de maintien des bords** : libre, appuyé, encastré.
- **La présence de raidisseurs** : longitudinaux ou transversaux.
- **La distribution des contraintes** : uniforme ou variable.
- **Les imperfections géométriques** : défauts de planéité.

III.3.3 Types d'instabilités locales

III.3.3.1 Voilement

Déformation ondulée d'une plaque mince sous l'effet de contraintes de compression ou de cisaillement. [63]

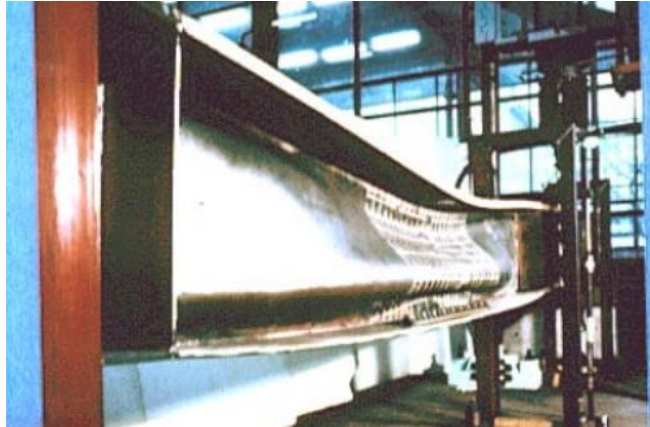


Figure III. 7: Voilement de l'âme d'une poutre PRS

III.3.3.1 Aspect expérimentales du Voilement

Lorsqu'une plaque rectangulaire est soumise à une compression uniforme sur deux côtés opposés, parallèlement à son plan médian, il est observé que la plaque se déforme transversalement au-delà d'un certain seuil de charge. [2]

Il est question du phénomène de voilement, caractérisé par des ondulations qui évoquent le phénomène de flambement observé dans les structures unidimensionnelles. La principale distinction réside dans le développement plus progressif du voilement, contrairement au flambement qui se produit de manière soudaine, entraînant rarement la défaillance de la pièce. [56]

Le phénomène de voilement peut également se manifester lorsqu'un simple effort de cisaillement est appliqué. Dans cette situation, il est fixé le long de la diagonale comprimée. Les âmes des poutres employées dans le domaine de la construction métallique sont généralement de faible épaisseur, ce qui les rend sensibles au flambage en cas de charges de compression ou de cisaillement trop élevées. [8]

Les expérimentations démontrent que les déformations des âmes de poutres par voilement se manifestent non pas par des ondulations régulières (comme c'est le cas pour une plaque mince libre), mais par des cloques et des boursouflures (correspondant à des zones d'acier plastifié), localisées dans les zones soumises à une compression, comme illustré dans la figure (III.8) [56].

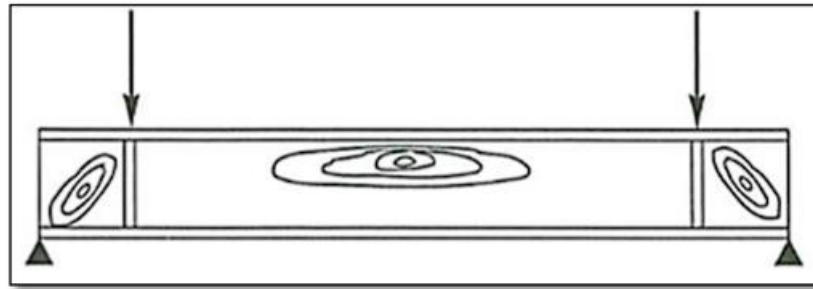


Figure III. 8: Une plaque rectangulaire

Les expériences démontrent également que les âmes, malgré leur voilement, conservent une certaine résistance aux charges supplémentaires. En d'autres termes, le voilement n'entraîne pas une défaillance rapide et brutale des composants, ce qui le rend finalement peu préoccupant. [56]

III.3.3.2 Déversement

L'instabilité des zones comprimées d'une poutre fléchie est une préoccupation majeure. [58]

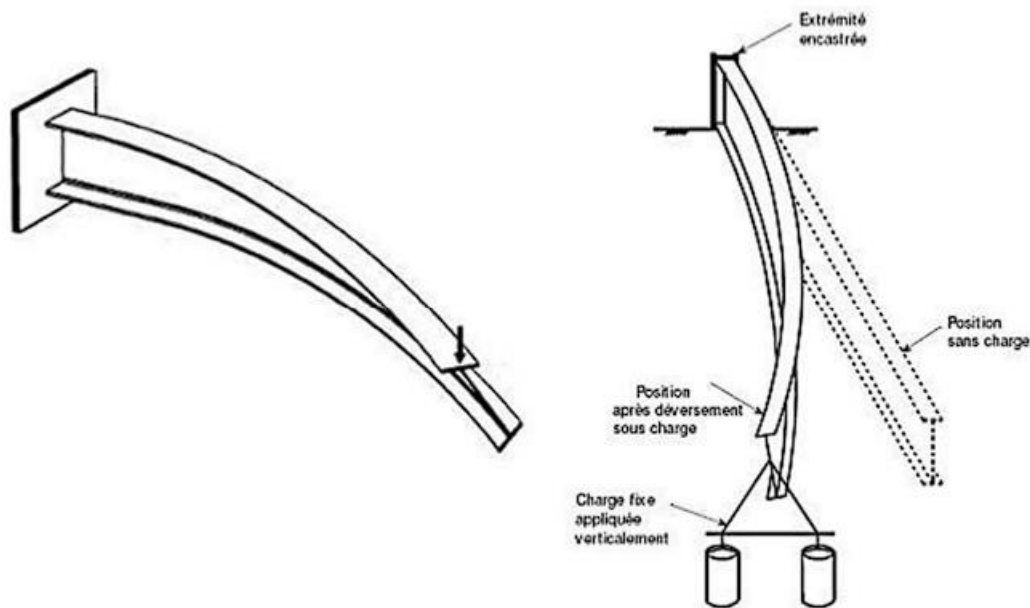


Figure III. 9: Déversement d'une poutre

III.3.3.2.1 Aspect expérimentales du déversement

Considérons une poutre mince (fer plat), dont les appuis sont encastres vis-à-vis de la torsion et quelconques vis-à-vis de la flexion Fig (III.10) [58]

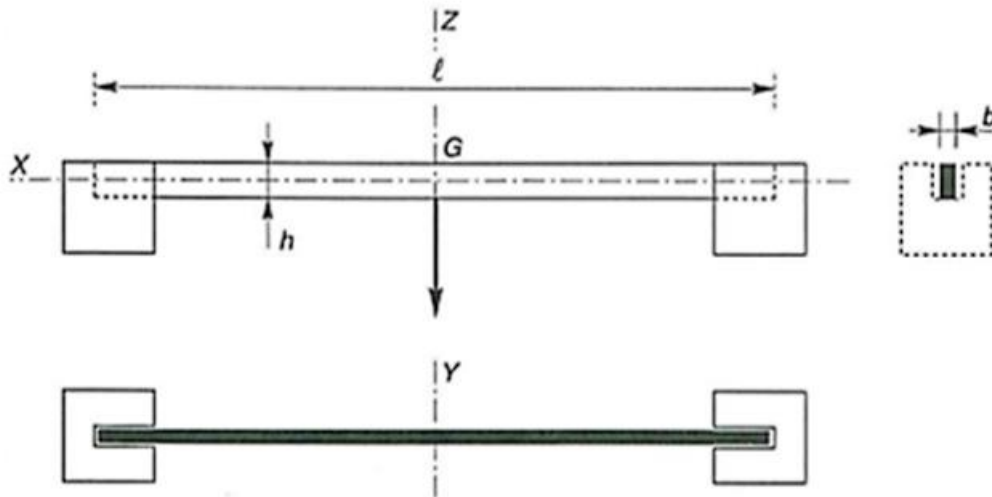


Figure III. 10: Poutre mince (fer plat)

Appliquons une charge concentrée verticale F en son centre de gravité G . L'essai, réalisé sous presse en laboratoire, montre que la poutre s'effondre brutalement sous une charge F_K [64]

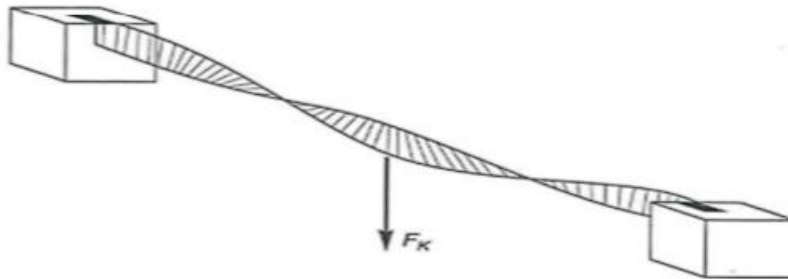


Figure III. 11: Une poutre mince sur une charge F

Ainsi, il est observé qu'en cas de faible contrainte de flexion, la poutre subit soudainement une déviation latérale, entraînant sa rotation et ultimement sa défaillance, même avant d'atteindre la limite élastique. [58]

Ce phénomène d'instabilité élastique survient généralement lorsque la poutre fléchit à une faible inertie en flexion transversale et en torsion. Lorsque la partie supérieure de la poutre est soumise à une compression, elle subit un flambage latéral, avec l'existence d'une valeur critique du moment de flexion (dans le plan de plus grande raideur), tout comme il existe un effort normal critique provoquant le flambage pour une barre comprimée [64]. Dans ce cas, la poutre fléchit dans le plan de sa plus faible raideur et se met en torsion.

La déformation n'est plus simplement plane, mais elle est déviée, ce qui entraîne une torsion et une déformation de la section (bi axiale).

III.4 Interaction entre instabilités locales et globales

III.4.1 Le concept de sections efficaces

La diminution de la capacité portante effective d'une section due à l'instabilité locale peut favoriser le déclenchement précoce d'une instabilité globale [65]. Afin de prendre en considération ce phénomène, les normes de calcul intègrent le concept de "section efficace", qui exclut les zones potentiellement sujettes au voilement local [66].

III.4.2 Phénomènes de couplage

Dans certaines circonstances, il peut se produire une interaction complexe entre les instabilités locales et globales [76].

- Le voilement local peut modifier les conditions aux limites d'un élément, affectant son comportement global.
- L'instabilité globale peut redistribuer les contraintes, intensifiant les risques d'instabilité locale.
- Des modes mixtes peuvent apparaître.

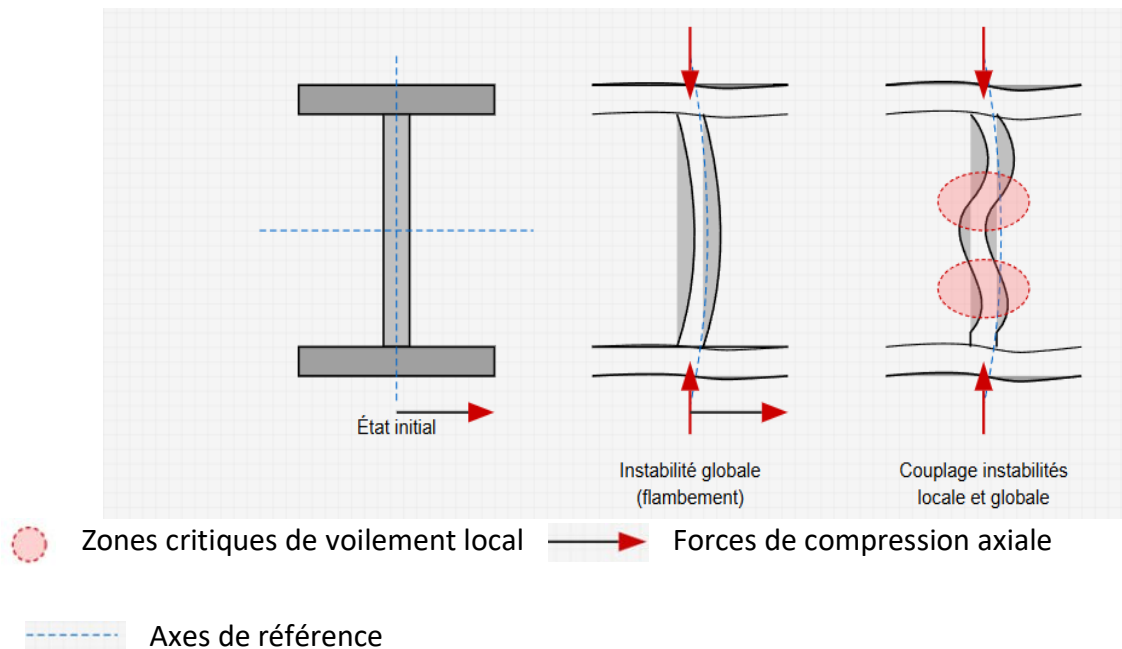


Figure III. 12: couplage entre instabilité locale et globale dans un profilé métallique

III.5 Méthodes de prévention

III.5.1 Renforcement par matériaux composites

Les matériaux composites, notamment les polymères renforcés de fibres (PRF), offrent des solutions innovantes pour prévenir le flambement dans les structures existantes ou nouvelles [67]. Ces matériaux combinent une résistance élevée et une légèreté remarquable, ce qui en fait des candidats idéaux pour le renforcement structural.

Principe et mise en œuvre

Le renforcement par matériaux composites consiste à appliquer des tissus ou des lamelles de fibres (carbone, verre, aramide) imprégnés de résine sur les éléments structuraux susceptibles de flamber [68]. Cette technique permet d'augmenter significativement la rigidité flexionnelle et la résistance à la compression des éléments sans ajouter une masse considérable à la structure.

Pour les poteaux et colonnes, l'enveloppage complet par des tissus de PRF crée un effet de confinement qui améliore considérablement la résistance au flambement [72]. Dans le cas des poutres et des dalles, l'application stratégique de bandes de PRF dans les zones de compression maximale permet de retarder l'apparition des instabilités locales.

Applications spécifiques

Cette méthode est particulièrement efficace pour [67]:

- La réhabilitation des structures anciennes présentant des risques d'instabilité.
- Le renforcement des poteaux en béton armé soumis à des charges sismiques.
- La prévention du voilement local dans les âmes des poutres métalliques.
- L'amélioration de la résistance au flambement des structures élancées.

Avantages et limitations

Les principaux avantages incluent la légèreté du système, sa résistance à la corrosion, sa facilité d'installation et sa capacité à s'adapter à des géométries complexes [68].

Cependant, cette technique présente certaines limitations, notamment la sensibilité aux températures élevées, la nécessité d'une préparation minutieuse des surfaces et un coût initial relativement élevé.

III.5.2 Dispositions constructives

Pour prévenir les phénomènes d'instabilité, plusieurs dispositions peuvent être adoptées [18]:

- **Contre l'instabilité globale :**
 - Réduction des longueurs de flambement par contreventement.
 - Optimisation de la forme des sections.
 - Augmentation de la rigidité aux points critiques.
- **Contre l'instabilité locale :**
 - Installation de raidisseurs.
 - Respect des limites d'élancement des parois.
 - Conception de liaisons.

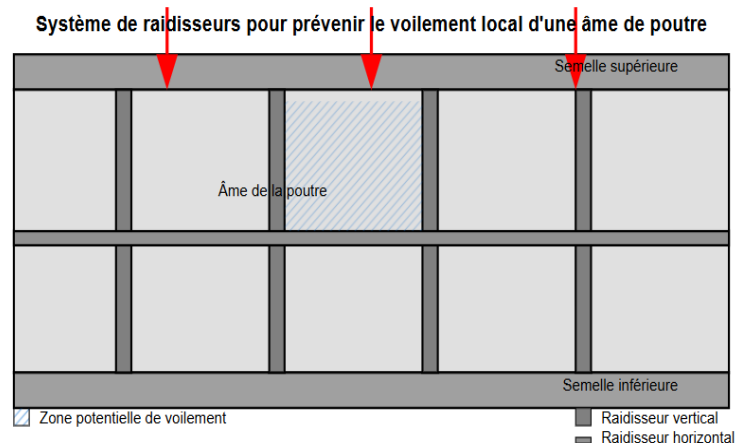


Figure III. 13: Système de raidisseurs pour prévenir le voilement local d'une âme de poutre

III.6 Applications pratiques

III.6.1 Bâtiments de grande hauteur

Les gratte-ciels aux structures élancées sont particulièrement vulnérables aux phénomènes d'instabilité globale [69]. Il est impératif que le système de contreventement soit soigneusement conçu afin de garantir la stabilité globale de la structure, tout en prenant en considération les contraintes architecturales [70].

III.6.2 Ponts à grande portée

Les ponts à haubans et suspendus, y compris les tabliers de ponts, sont sujets à des risques d'instabilité aérodynamique qui peuvent être amplifiés par des phénomènes de voilement local dans les parties soumises à la compression [71].

L'exemple bien connu de l'effondrement du pont de Tacoma Narrows en 1940 illustre de manière frappante l'instabilité provoquée par le vent, caractérisée par des oscillations de torsion ayant entraîné la destruction de l'ouvrage [73].



Figure III. 14:Le pont de Tacoma Narrows pendant son effondrement, illustrant un cas catastrophique d'instabilité

III.6.3 Structures métalliques légères

Les structures fabriquées à partir de profilés minces formés à froid sont particulièrement sujettes aux instabilités locales et aux déformations [74].

- Bâtiments industriels à ossature légère.
- Pannes et lisses de bardage.
- Rayonnages de stockage à haute capacité.

III.7 Conclusion

L'analyse des phénomènes d'instabilité, qu'ils soient de nature globale ou locale, demeure un domaine essentiel dans le domaine du génie civil structural. Une compréhension approfondie de ces mécanismes et de leurs interactions est essentielle pour la conception de structures plus sécurisées, plus rentables et plus durables.

Les progrès théoriques, numériques et expérimentaux contribuent constamment à approfondir notre compréhension de ces phénomènes complexes. Toutefois, il est crucial que les concepteurs restent vigilants, car l'histoire de l'ingénierie structurale est marquée par des cas où la sous-estimation des risques d'instabilité a entraîné des défaillances catastrophiques.

CHAPITRE IV

ÉTUDE COMPARATIVE DES APPROCHES DE FLAMBEMENT DANS LES BÂTIMENTS ÉTAGÉS

IV.1 Introduction Générale

IV.1.1 Contexte et problématique

L'analyse du flambement des éléments comprimés dans les structures des bâtiments étagés constitue un aspect fondamental du dimensionnement. Ce phénomène d'instabilité, découvert théoriquement par Euler au XVIII^e siècle, reste aujourd'hui l'une des préoccupations majeures de l'ingénieur structures, particulièrement dans le contexte des constructions de grande hauteur où les effets du second ordre deviennent prépondérants [1].

L'évolution des méthodes de calcul, depuis les règles CM66 jusqu'à l'Eurocode 3 en passant par le CM97, reflète l'amélioration progressive de la compréhension des phénomènes d'instabilité structurale et l'intégration de nouvelles approches dans le dimensionnement. Cette évolution s'accompagne d'une complexification des méthodes de calcul, compensée par l'amélioration des outils informatiques de conception [44].

En Algérie, cette évolution réglementaire s'inscrit dans une démarche d'harmonisation avec les standards européens tout en conservant certaines spécificités liées aux pratiques locales et aux contraintes économiques du secteur de la construction. La coexistence de ces trois approches dans la pratique algérienne actuelle nécessite une analyse comparative approfondie pour guider le choix des méthodes selon les types de projets [45].

IV.1.2 Objectifs de l'étude

Cette étude vise à analyser de manière exhaustive les différences conceptuelles et pratiques entre les trois approches réglementaires dans le traitement du flambement des éléments de structure des bâtiments étagés. Les objectifs spécifiques sont :

- Analyser les fondements théoriques de chaque approche et leur évolution historique.
- Comparer les méthodes de détermination des longueurs de flambement et des charges critiques.
- Évaluer la précision et la complexité d'application de chaque méthode.
- Proposer des recommandations pratiques pour le choix de la méthode.
- Identifier les enjeux de la transition réglementaire en Algérie.

IV.1.3 Méthodologie adoptée

L'analyse repose sur une approche à trois niveaux :

1. **Analyse théorique** : Étude des fondements conceptuels et des hypothèses de calcul.
2. **Analyse numérique** : Comparaison sur des cas d'étude représentatifs.
3. **Analyse pratique** : Évaluation de la facilité d'application et des outils disponibles.

IV.2 Fondements théoriques du flambement

IV.2.1 Théorie d'Euler et développements historiques

Équation différentielle d'Euler : L'analyse classique du flambement d'une barre comprimée repose sur l'équation différentielle établie par Euler en 1744 :

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} + N \times y = 0 \quad (IV.1)$$

La résolution de cette équation conduit à la charge critique d'Euler :

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_K^2} \quad (IV.2)$$

Cette formulation reste la base de toutes les approches modernes, malgré ses limitations (matériau élastique parfait, imperfections négligées, instabilité parfaite) [1].

Les travaux de Engesser (1889), Considère (1891), et plus tard Shanley (1947) ont permis d'étendre la théorie au domaine inélastique. L'introduction des courbes de flambement expérimentales par le Comité Européen de la Construction Métallique (CECM) et le CTICM dans les années 1970 marque une étape décisive vers les approches modernes [46] MEF.

IV.2.2 Prise en compte des imperfections

Les structures réelles présentent toujours des imperfections géométriques (défauts de rectitude, d'assemblage, excentricités involontaires) qui modifient significativement le comportement au flambement. L'amplitude de ces imperfections suit généralement une distribution statistique dont les paramètres dépendent des procédés de fabrication et de montage [47].

IV.3 Approche du CM66 et Additif 80

IV.3.1 Contexte historique et philosophie

Le règlement CM66, publié initialement en 1966 et complété par l'Additif 80, s'inscrit dans la tradition française de calcul des structures métalliques initiée par les travaux de Résal à la fin

du XIXe siècle. Cette approche, qualifiée de "déterministe", repose sur des coefficients de sécurité globaux appliqués aux contraintes admissibles [12].

Les Principes fondamentaux :

- Méthode des contraintes admissibles.
- Coefficients de sécurité globaux (généralement 1,5 à 2,0).
- Approche simplifiée par longueurs de flambement fictives.
- Prise en compte implicite des imperfections dans les coefficients.

IV.3.2 Calcul détaillé de la longueur de flambement

Principe de la longueur fictive : Le CM66-Additif 80 adopte une approche basée sur la méthode des longueurs de flambement fictives, où chaque élément comprimé est assimilé à une barre bi-articulée de longueur équivalente L_0 [7].

$$L_0 = K \times L \quad (IV.3)$$

Détermination rigoureuse du coefficient K :

Pour les barres isolées :

- Barre bi-articulée : $K = 1,0$
- Barre bi-encastree : $K = 0,5$
- Barre encastree-articulée : $K = 0,7$
- Barre encastree-libre : $K = 2,0$

Pour les ossatures de bâtiments : La détermination du coefficient β nécessite l'analyse des conditions aux extrémités de l'élément. Le CM66 et les Additif 80 proposent plusieurs méthodes :

Méthode des rigidités relatives : Pour un poteau dans une ossature, les coefficients k_1 et k_2 aux extrémités sont calculés par :

$$k_i = \frac{(\frac{EI}{L})_{poutre}}{\sum (\frac{EI}{L})_{poutres} + poteaux\ adjacents} \quad (IV.4)$$

Le coefficient K est alors déterminé par les abaques de Massonnet ou les formules approchées :

- **Ossature non-déplaçable :**

$$K = \frac{1 + 0,145(\eta_1 + \eta_2) - 0,265\eta_1\eta_2}{2 - 0,364(\eta_1 + \eta_2) - 0,247\eta_1\eta_2} \quad (\text{IV.5})$$

- **Ossature déplaçable :**

$$K = \sqrt{\frac{1 - 0,2(\eta_1 + \eta_2) - 0,12\eta_1\eta_2}{1 - 0,8(\eta_1 + \eta_2) + 0,6\eta_1\eta_2}} \quad (\text{IV.6})$$

IV.3.3 Classifications des sections et vérifications

Classification des sections selon CM66 : Le CM66 distingue quatre classes de sections selon leur capacité de résistance :

- Classe I : Sections massives (IPE, HEB avec voiles épais).
- Classe II : Sections courantes (IPE, HEA standard).
- Classe III : Sections élancées (UPN, cornières (L)).
- Classe IV : Sections très élancées (profils minces).

Calcul de l'élancement réduit :

$$\lambda = \frac{L_0}{I} \times \sqrt{\frac{\sigma_e}{\pi^2 E}} \quad (\text{IV.7})$$

Où :

- i : rayon de giration minimal de la section.
- σ_e : contrainte limite d'élasticité (généralement 235 MPa pour l'acier E24).

Vérification au flambement : La vérification s'effectue par :

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq \sigma_K \quad (\text{IV.8})$$

Où σ_K est la contrainte critique déterminée par les abaques de flambement du CM66 en fonction de λ et de la classe de section.

IV.3.4 Abaques et courbes de flambement CM66

Courbes de base : Le CM66 utilise trois courbes de base correspondant aux différents types de sections :

- **Courbe a** : Sections laminées fléchies selon l'axe fort.
- **Courbe b** : Sections laminées fléchies selon l'axe faible, sections soudées.
- **Courbe c** : Sections composées, cornières.

Formulation analytique : La contrainte critique peut être approchée par :

$$\sigma_K = \sigma_e \times \chi \quad (\text{IV.9})$$

Avec χ coefficient de réduction fonction de λ :

- Si $\lambda \leq \lambda_0$: $\chi = 1$
- Si $\lambda > \lambda_0$: χ selon abaques ou formules empiriques

IV.4 Approche de l'Eurocode 3

IV.4.1 fondements de l'EC3

L'Eurocode 3 (EN 1993-1-1) représente l'aboutissement de trente années de recherche européenne en construction métallique. Cette approche, basée sur la méthode des états limites et l'analyse probabiliste, constitue une rupture conceptuelle avec les méthodes traditionnelles [15].

Principes fondamentaux :

- Approche semi-probabiliste avec coefficients partiels
- Analyse de la charge critique par méthodes rigoureuses
- Prise en compte explicite des imperfections
- Courbes de flambement basées sur des essais statistiques étendus
- Méthodes de calcul adaptées à l'informatique moderne

Innovation majeure : L'EC3 privilégie l'analyse directe de la charge critique élastique par rapport aux méthodes de longueurs de flambement, considérées comme approches simplifiées.

IV.4.2 Analyse de la charge critique selon EC3

Méthode générale (§ 5.2.1) : L'Eurocode 3 recommande le calcul direct de la charge critique par analyse élastique au premier ordre de l'ensemble de la structure :

$$N_{cr} = \alpha_{cr} \times N_{Ed} \quad (\text{IV.10})$$

Où α_{cr} est le multiplicateur critique obtenu par :

- Analyse aux valeurs propres de la matrice de rigidité.
- Résolution de l'équation : $\det[K - \alpha_{cr} \times K_G] = 0$
- K : matrice de rigidité élastique.
- K_G : matrice de rigidité géométrique (des contraintes initiales).

Avantages de cette approche :

- Prise en compte automatique des interactions entre éléments.
- Considération rigoureuse des conditions aux limites réelles.
- Adaptation à toutes les configurations structurales.
- Base pour l'analyse des effets du second ordre.

IV.4.3 Méthode des longueurs de flambement (Annexe E de l'EC3)

Cas d'application : L'EC3 conserve la méthode des longueurs de flambement comme approche simplifiée pour :

- Ossatures régulières de bâtiments courants.
- Vérifications préliminaires.
- Cas où l'analyse globale n'est pas justifiée économiquement.

Formulation rigoureuse pour ossatures planes :

- **Ossatures à nœuds non-déplaçables :**

$$K = 0,5 + 0,14(\eta_1 + \eta_2) + 0,055(\eta_1 + \eta_2)^2 \quad (\text{IV.11})$$

- **Ossatures à nœuds déplaçables :**

$$K = \sqrt{\frac{1 - 0,2(\eta_1 + \eta_2) - 0,12\eta_1\eta_2}{1 - 0,8(\eta_1 + \eta_2) + 0,6\eta_1\eta_2}} \quad (\text{IV.12})$$

Avec η_i rapport des rigidités de rotation (I.9).

IV.4.4 Courbes de flambement européennes

Les courbes européennes résultent de l'analyse statistique de plus de 1000 essais de flambement réalisés dans les laboratoires européens entre 1960 et 1975. Cette base expérimentale exceptionnelle permet une calibration précise des coefficients d'imperfection [75].

Système des cinq courbes :

Tab IV. 1: Cinq courbes de flambement européennes

Courbe	α	Application principale
a ₀	0,13	Tubes soudés, sections creuses
a	0,21	Sections laminées $h/b \leq 1,2$, axe fort
b	0,34	Sections laminées $h/b > 1,2$, axe fort
c	0,49	Sections laminées axe faible, sections soudées
d	0,76	Sections soudées épaisses, cornières

Attribution des courbes selon EC3 : L'attribution dépend de :

- Type de section (laminée, soudée, composée).
- Axe de flambement (fort, faible).
- Épaisseur des éléments ($t_f \leq 40\text{mm}$ ou $t_f > 40\text{mm}$).
- Nuance d'acier ($f_y \leq 460\text{ MPa}$).

IV.4.5 Calcul détaillé de la résistance au flambement

Élancement réduit :

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{\beta_A \times A \times f_y}{N_{cr}}} \quad (\text{IV.13})$$

Coefficient de réduction χ :

$$\chi = \frac{1}{[\varphi + \sqrt{(\varphi^2 - \bar{\lambda}^2)}]} \leq 1,0 \quad (\text{IV.14})$$

Avec :

$$\varphi = 0,5[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2] \quad (\text{IV.15})$$

Domaines d'application :

- $\bar{\lambda} \leq 0,2$: $\chi = 1,0$ (pas de réduction).
- $0,2 < \bar{\lambda} \leq 2,0$: χ selon formule ci-dessus.
- $\bar{\lambda} > 2,0$: $\chi \approx 1/\bar{\lambda}^2$ (approximation d'Euler).

Résistance de calcul :

$$N_{b,Rd} = \chi \times A \times \frac{f_y}{\gamma_{m1}} \quad (\text{IV.16})$$

Avec $\gamma_{m1} = 1,0$ (coefficient de sécurité matériau pour instabilité).

IV.5 Approche détaillée du CM97 (DTR BC 2.44)

IV.5.1 Évolution conceptuelle et innovations

Le règlement algérien CM97 (DTR BC 2.44), publié en 1997, constitue une étape intermédiaire dans l'évolution vers les méthodes européennes tout en conservant certains aspects pratiques du CM66. Cette approche hybride intègre les développements théoriques des années 1980-1990 tout en maintenant une simplicité d'application adaptée au contexte algérien [20].

Les principales nouveautés :

- Introduction des États Limites Ultimes (ELU) et de Service (ELS).
- Coefficients de sécurité partiels sur les actions et matériaux.
- Prise en compte explicite des effets du second ordre.
- Courbes de flambement inspirées des travaux européens.
- Méthodes de calcul informatique intégrées.

IV.5.2 Méthode des États Limites selon CM97

États Limites Ultimes (ELU) : La vérification au flambement s'effectue selon :

$$N_{Ed} \leq N_{b,Rd} \quad (IV.17)$$

Avec :

- N_{Ed} : effort normal de calcul (actions pondérées)
- $N_{b,Rd}$: résistance de calcul au flambement

Coefficients de pondération :

- Actions permanentes : $\gamma_G = 1,35$
- Actions variables : $\gamma_Q = 1,50$
- Matériaux : $\gamma_{M0} = 1,10$ (flambement)

IV.5.3 Calcul avancé de la longueur de flambement

Le CM97 introduit une approche matricielle pour le calcul des coefficients de flambement, basée sur l'analyse des rigidités de rotation aux nœuds [50].

Pour les ossatures à nœuds déplaçables et non-déplaçables voir les équations (IV.11, IV.12). Et pour η_i rapport des rigidités de rotation voir la formule (I.9).

Cas particuliers :

- Poteau isolé en pied articulé, tête libre : $\beta = 2,0$.
- Poteau de portique à traverse rigide : $\beta = 0,7$ à $0,8$.
- Poteau de bâtiment industriel avec pont roulant : $\beta = 0,8$ à $1,0$.

IV.5.4 Prise en compte explicite des effets du second ordre

Le CM97 introduit l'analyse systématique de la stabilité globale par le calcul du coefficient d'amplification :

$$\alpha_{cr} = \frac{N_{cr}}{N_{Ed}} \quad (\text{IV.18})$$

Méthode d'amplification des sollicitations : Lorsque $\alpha_{cr} < 10$, les effets du second ordre sont pris en compte par :

$$N_{Ed,II} = N_{Ed} \times \left(1 + \frac{1}{\alpha_{cr} - 1}\right) \quad (\text{IV.19})$$

Vérification de la stabilité d'ensemble : L'indice de stabilité global est calculé par :

$$\theta = \frac{\sum P_i \delta_i}{\sum H_j h_j} \quad (\text{IV.20})$$

Si $\theta > 0,1$, une analyse du second ordre est obligatoire.

IV.5.5 Courbes de flambement CM97

Adaptation des courbes européennes :

Le CM97 adopte un système de courbes inspiré des travaux européens mais adapté aux sections couramment utilisées en Algérie [51] :

- **Courbe α ($\alpha = 0,21$) :** Sections laminées IPE, HEA, flambement axe fort.
- **Courbe β ($\alpha = 0,34$) :** Sections laminées IPE, HEA, flambement axe faible.
- **Courbe γ ($\alpha = 0,49$) :** Sections HEB, sections soudées.
- **Courbe δ ($\alpha = 0,76$) :** Cornières, sections composées.

Formulation des coefficients de réduction :

$$\chi = \frac{1}{[\varphi + \sqrt{\varphi^2 - \bar{\lambda}^2}]} \leq 1,0 \quad (\text{IV.21})$$

Et pour φ et $\bar{\lambda}$ voir les équations (IV.15), (IV.13) respectivement.

IV.5.6 Calcul de la résistance au flambement

Résistance de calcul :

$$N_{b,Rd} = \chi \times A \times \frac{f_y}{\gamma_{m1}} \quad (\text{IV.22})$$

Où :

- χ : coefficient de réduction déterminé selon les courbes CM97.
- A : aire de la section transversale.
- f_y : limite d'élasticité caractéristique.
- $\gamma_{m1} = 1,10$: coefficient de sécurité matériau.

Prise en compte de l'interaction flexion-compression : Pour les éléments soumis à flexion composée :

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \times N_{Rd}} + \frac{M_{Ed}}{M_{Rd}} \leq 1,0 \quad (\text{IV.23})$$

IV.5.7 Dispositions constructives spécifiques

Le CM97 précise les conditions d'efficacité des contreventements :

- Rigidité minimale : $K \geq 8 \times \frac{N_{Ed}}{L}$.
- Résistance minimale : $F \geq 0,01 \times N_{Ed}$.

Prise en compte de l'influence des assemblages sur la longueur de flambement :

- Assemblages rigides : K selon calcul rigoureux.
- Assemblages articulés : $K = 1,0$ (minimum).
- Assemblages semi-rigides : méthodes approchées proposées.

IV.6 ANALYSE COMPARATIVE DÉTAILLÉE

IV.6.1 Comparaison des philosophies de calcul

Approches conceptuelles fondamentales :

Tab IV. 2: Approches conceptuelles fondamentales

Aspect	CM66-Additif 80	CM97	Eurocode 3
Méthode de base	Contraintes admissibles.	États limites hybrides.	États limites probabiliste.
Sécurité	Coefficient global $\gamma = 1,5 - 2,0$.	Coefficients partiels $\gamma_G, \gamma_Q, \gamma_m$.	Coefficients partiels calibrés.
Imperfections	Implicites dans coefficients.	Semi-explicites.	Explicites (géométrie + matérielles).
Base expérimentale	Essai français (1950-1970).	Essais européens + français.	Base statistique européenne étendue.
Complexité	Faible (calcul manuel).	Moyenne (informatique simple).	Élevé (informatique obligatoire).

IV.6.2 Comparaison détaillée des méthodes de longueur de flambement

Coefficients pour ossatures courantes :

Configuration : Poteau de bâtiment R+5, liaison poteau-poutre articulée

Tab IV. 3: Coefficients pour ossatures courantes

Conditions	CM66-Additif 80	CM97	EC3
Poteau intermédiaire, ossature rigide	$K = 0,7$	$K = 0,65$	$K = 0,64$
Poteau de rive, ossature rigide	$K = 0,85$	$K = 0,80$	$K = 0,78$
Poteau intermédiaire, ossature souple	$K = 1,0$	$K = 0,95$	$K = 0,92$
Poteau de rive, ossature souple	$K = 1,2$	$K = 1,15$	$K = 1,12$

Les écarts atteignent généralement 5 à 15% entre les méthodes, avec une tendance à la réduction progressive des coefficients de l'EC3 par rapport au CM66, reflétant une meilleure compréhension des phénomènes d'interaction structure.

IV.6.3 Comparaison des courbes de flambement

Coefficients de réduction χ pour différents élancements :

Tab IV. 4: Coefficients de réduction χ pour différents élancements

$\bar{\lambda}$	CM66 (Courbe b)	CM97 (Courbe β)	EC3 (Courbe b)
0,5	0,92	0,93	0,93
1,0	0,65	0,61	0,60
1,5	0,43	0,39	0,38
2,0	0,29	0,27	0,26

Analyse comparative :

- Pour les faibles élancements ($\bar{\lambda} < 0,5$) : différences négligeables (< 3%).
- Pour les élancements moyens ($0,5 < \bar{\lambda} < 1,5$) : écarts significatifs (5-15%).
- Pour les grands élancements ($\bar{\lambda} > 1,5$) : convergence vers la formule d'Euler.

L'évolution des courbes reflète l'amélioration de la modélisation des imperfections et l'élargissement de la base expérimentale.

IV.6.4 Étude comparative sur cas concrets

Cas d'étude n°1 : Poteau de bâtiment courant

- Section : HEA 300
- Hauteur : 4,00 m
- Acier : S235 ($f_y = 235$ MPa)
- Configuration : Poteau intermédiaire, ossature contreventée

Calcul des paramètres géométriques :

- $A = 112,5 \text{ cm}^2$.
- $I_y = 18260 \text{ cm}^4$, $i_y = 12,74 \text{ cm}$.
- $I_z = 6310 \text{ cm}^4$, $i_z = 7,49 \text{ cm}$ (axe critique).

Détermination de la longueur de flambement :

- **CM66-Additif 80** : $K = 0,7 \rightarrow L_{cr} = 2,80 \text{ m}$
- **CM97** : $K = 0,65 \rightarrow L_{cr} = 2,60 \text{ m}$

- **EC3** : $K = 0,64 \rightarrow L_{cr} = 2,56 \text{ m}$

Calcul de la charge critique :

- **CM66-Additif 80** : $N_{cr} = \pi^2 \times 210000 \times 6310 / (280^2) = 1670 \text{ kN}$
- **CM97** : $N_{cr} = \pi^2 \times 210000 \times 6310 / (260^2) = 1947 \text{ kN}$
- **EC3** : $N_{cr} = \pi^2 \times 210000 \times 6310 / (256^2) = 2065 \text{ kN}$

Élancement réduit :

- **CM66-Additif 80** : $\bar{\lambda} = 1,26$
- **CM97** : $\bar{\lambda} = 1,17$
- **EC3** : $\bar{\lambda} = 1,14$

Coefficient de réduction et résistance :

- **CM66-Additif 80** : $\chi = 0,52 \rightarrow N_b = 915 \text{ kN}$
- **CM97** : $\chi = 0,57 \rightarrow N_b = 1369 \text{ kN}$
- **EC3** : $\chi = 0,59 \rightarrow N_b = 1559 \text{ kN}$

Analyse des résultats : L'écart de résistance atteint 70% entre CM66 et EC3, principalement dû :

- À la différence de philosophie (contraintes admissibles vs états limites).
- À l'évolution des coefficients de flambement.
- À l'amélioration des courbes de flambement.

Cas d'étude n°2 : Poteau de grande hauteur

- Section : HEB 400 Hauteur : 6,00 m.
- Acier : S355 ($f_y = 355 \text{ MPa}$).
- Configuration : Poteau de rive, ossature non-contreventée.

Paramètres géométriques :

- $A = 197,8 \text{ cm}^2$.
- $I_y = 57680 \text{ cm}^4$, $i_y = 17,08 \text{ cm}$.
- $I_z = 15120 \text{ cm}^4$, $i_z = 8,75 \text{ cm}$ (axe critique).

Longueurs de flambement :

- **CM66-Additif 80** : $K = 1,2 \rightarrow L_{cr} = 7,20 \text{ m}$.
- **CM97** : $K = 1,15 \rightarrow L_{cr} = 6,90 \text{ m}$.

- **EC3** : $K = 1,12 \rightarrow L_{cr} = 6,72 \text{ m}$.

Charges critiques et vérifications :

- **CM66-Additif 80** : $N_{cr} = 2350 \text{ kN}$, $\bar{\lambda} = 1,95$, $\chi = 0,28 \rightarrow N_b = 915 \text{ Kn}$.
- **CM97** : $N_{cr} = 2560 \text{ kN}$, $\bar{\lambda} = 1,87$, $\chi = 0,31 \rightarrow N_b = 1925 \text{ Kn}$.
- **EC3** : $N_{cr} = 2700 \text{ kN}$, $\bar{\lambda} = 1,82$, $\chi = 0,33 \rightarrow N_b = 2310 \text{ Kn}$.

IV.6.5 Influence des effets du second ordre

Méthodes de prise en compte :

CM66-Additif 80 :

- Approche indirecte par majoration des longueurs de flambement Coefficient multiplicateur sur β : 1,2 à 1,5 selon la souplesse
- Vérification globale par indice de stabilité θ

CM97 :

- Analyse de $\alpha_{cr} = N_{cr}/N_{Ed}$
- Si $\alpha_{cr} < 10$: amplification $M_{Ed,II} = M_{Ed,I} \times (\alpha_{cr}/(\alpha_{cr}-1))$
- Vérification d'interaction N-M modifiée

EC3 :

- Classification rigoureuse selon α_{cr} .
- Imperfections géométriques équivalentes.
- Analyse directe au second ordre recommandée.

Cas d'application : Bâtiment R+8 non-contreventé

- Charges verticales : 800 kN/poteau.
- Charges horizontales : vent 0,8 kN/m².

Calcul de α_{cr} :

- CM66-Additif 80 : Évaluation forfaitaire $\rightarrow \theta = 0,15 > 0,1$.
- CM97 : Analyse simplifiée $\rightarrow \alpha_{cr} = 4,2 < 10$.
- EC3 : Analyse aux valeurs propres $\rightarrow \alpha_{cr} = 3,8 < 4$.

Amplification des effets :

- CM66-Additif 80 : Majoration de K de 30%.
- CM97 : Amplification des moments : $K = 1,31$.
- EC3 : Analyse directe au 2ème ordre obligatoire.

IV.6.6 Comparaison de la précision et fiabilité

Études de validation expérimentale :

Des campagnes d'essais comparatives menées en Europe (1995- 2005) sur 150 poteaux de différentes configurations montrent [52] :

Écart moyen calcul/essai :

- CM66-Additif 80 : -15% (conservateur) avec CoV = 18%.
- CM97 : -8% (légèrement conservateur) avec CoV = 14%.
- EC3 : -3% (quasi-neutre) avec CoV = 12%.

Analyse statistique des écarts : L'amélioration de la précision de l'EC3 résulte principalement:

- De la base expérimentale élargie (1000+ essais vs 200 pour CM66).
- De la modélisation explicite des imperfections.
- De la calibration probabiliste des coefficients.

Fiabilité structurale : L'indice de fiabilité K (méthode FORM) calculé sur 1000 cas de dimensionnement montre :

- CM66-Additif 80 : $K = 4,2$ (fiabilité élevée mais variable).
- CM97 : $K = 3,8 \pm 0,3$ (fiabilité homogène).
- EC3 : $K = 3,8 \pm 0,2$ (fiabilité cible atteinte).

IV.7 Applications spécifiques aux bâtiments étagés

IV.7.1 Typologie des bâtiments étagés et enjeux du flambement

Classification selon la hauteur :

- Bâtiments bas (R+1 à R+3) : Flambement local prédominant.
- Bâtiments moyens (R+4 à R+8) : Interaction local/global significative.
- Bâtiments élevés (R+9 et plus) : Effets du second ordre critiques.

Systèmes structuraux courants :

- Ossatures contreventées : Voiles béton, palées de stabilité.
- Ossatures auto-stables : Portiques rigides, noyaux centraux.
- Systèmes mixtes : Combinaison des solutions précédentes.

IV.7.2 Ossatures contreventées - Analyse comparative

Hypothèses de calcul selon les règlements :

CM66-Additif 80 :

- $K = 0,7$ (ossature rigide avec contreventement efficace)
- Vérification du contreventement : $F_{cv} \geq 0,008 \times \Sigma N$

CM97 :

- $K = 0,65$ à $0,75$ selon rigidité du contreventement.
- Rigidité minimale : $K_{cv} \geq 8 \times N_{Ed}/L$.
- Force minimale : $F_{cv} \geq 0,01 \times N_{Ed}$.

EC3 :

K selon analyse rigoureuse ou $K = 0,5 + 0,14(\eta_1 + \eta_2) + 0,055(\eta_1 + \eta_2)^2$.

Vérification équivalentes vérification selon § 5.3.3 : imperfections équivalentes.

Cas d'étude : Bâtiment R+6 contreventé

- Structure : Poteaux HEA, poutres IPE.
- Contreventement : Palées en croix, cornières L80×8.
- Charges : $G = 4 \text{ kN/m}^2$, $Q = 2,5 \text{ kN/m}^2$.

Dimensionnement poteau central HEA 260 :

Tab IV. 5: Dimensionnement poteau central HEA 260

Méthodes	K	$L_{cr} \text{ (m)}$	$\bar{\lambda}$	χ	Nb (kN)	Ratio sécurité
CM66-Additif 80	0,70	2,45	0,91	0,71	765	1,85
CM97	0,65	2,28	0,84	0,76	1150	1,35
EC3	0,64	2,24	0,83	0,77	1385	1,15

Charge appliquée : $N_{Ed} = 750 \text{ kN}$.

Analyse des résultats :

- L'EC3 optimise la section (économie $\approx 15\text{-}20\%$).
- Le CM97 constitue un compromis acceptable.
- Le CM66 reste très conservateur mais sûr.

IV.7.3 Ossatures non-contreventées - Effets du second ordre

Méthodes d'analyse de la stabilité globale :

CM66-Additif 80 - Méthode de l'indice de stabilité :

$$\theta = \frac{\sum P_i \times \delta_i}{\sum H_j \times h_j} \quad (\text{IV.24})$$

- Si $\theta > 0,1$: majoration des longueurs de flambement
- Si $\theta > 0,2$: structure instable

CM97 - Analyse du multiplicateur critique :

$$\alpha_{cr} = \frac{N_{cr}(\text{global})}{N_{Ed}(\text{total})} \quad (\text{IV.25})$$

- $\alpha_{cr} \geq 10$: effets négligeables.
- $3 \leq \alpha_{cr} < 10$: amplification des sollicitations.
- $\alpha_{cr} < 3$: analyse non-linéaire requise.

EC3 - Classification rigoureuse :

Classification selon α_{cr} :

- Ordre- $\alpha_{cr} \geq 10$: analyse 1er ordre.
- $3 \leq \alpha_{cr} < 10$: amplification ou analyse 2ème ordre élastique.
- Plasticité- $\alpha_{cr} < 3$: analyse 2ème ordre avec plasticité.

Cas d'étude : Immeuble de bureaux R+12 auto-stable

- Système : Portiques rigides HEB-IPE.
- Dimensions : 24×18 m, trames 6×6 m.
- Hauteur totale : 42 m.

Analyse de stabilité :

Tab IV. 6: Analyse de stabilité

Niveau	CM66 (θ)	CM97 (α_{cr})	EC3 (α_{cr})	Classification
R+4	0,08	12,5	13,2	Analyse 1er ordre
R+8	0,12	6,8	7,1	Amplification requise
R+12	0,18	3,2	3,4	Analyse 2ème ordre

Amplification des sollicitations (niveau R+8) :

- **CM97** : $k = 1,17$.
- **EC3** : $k = 1,16$.

IV.7.4 Influence des planchers sur la stabilité

Effet de diaphragme horizontal :

Les planchers jouent un rôle crucial dans la transmission des forces horizontales et la stabilisation des poteaux.

Modélisation selon CM66-Additif 80 :

- Plancher infiniment rigide : répartition uniforme des forces
- Réduction forfaitaire de β de 10% en présence de plancher collaborant

Modélisation selon CM97 :

- Prise en compte de la rigidité membranaire du plancher
- Calcul de la rigidité équivalente : $K_{eq} = EA/L$ (section homogénéisée)

Modélisation selon EC3 :

- Modélisation explicite par éléments coque ou membranes
- Vérification de l'hypothèse de diaphragme rigide : $\delta_{max} < L/300$

Stabilité latérale des poutres :

L'appui latéral fourni par le plancher modifie considérablement la longueur de déversement.

Longueur de déversement L_{cd} :

- **CM66** : L_{cd} = distance entre points d'appui latéral.
- **CM97** : L_{cd} avec corrections selon rigidité de l'appui.
- **EC3** : Analyse rigoureuse de l'interaction poutre-plancher.

IV.7.5 Assemblages et leur influence sur le flambement

Classification des assemblages

Tab IV. 7: Classification des assemblages

Type	CM66-Additif 80	CM97	EC3
Articulé	$K = 1,0$	$K = 1,0$	$K = 1,0$
Encastré	K selon rigidité	K selon $S_{j,ini}$	K selon classification rigoureuse
Semi-rigide	Non traité	Méthode approchée	$S_{j,ini}/EI_b < 25$ (souple)

Rigidité d'assemblage selon EC3 : Classification basée sur la rigidité initiale $S_{j,ini}$:

- Rigide : $S_{j,ini} \geq k_b \times \frac{EI_b}{L_b}$
- Semi-rigide : $0,5 \times K_b \times \frac{EI_b}{L_b} \leq S_{j,ini} < K_b \times \frac{EI_b}{L_b}$

- Articulé : $S_{j,ini} < 0,5 \times k_b \times \frac{EI_b}{L_b}$

Avec $k_b = 8$ (ossatures contreventées) ou $k_b = 25$ (ossatures non-contreventées)

Influence sur les longueurs de flambement :

Assemblage poutre-poteau par platine boulonnée :

- **CM66** : $K = 0,8$ (valeur forfaitaire).
- **CM97** : $K = 0,75$ à $0,85$ selon épaisseur platine.
- **EC3** : K calculé avec $S_{j,ini}$ déterminé par méthode des composants.

IV.7.6 Cas particuliers et dispositions spéciales

Poteaux avec charges réparties

Cas des poteaux supportant des charges de façade ou d'équipements.

Influence sur N_{cr} :

- **CM66** : Majoration forfaitaire de la charge axiale
- **CM97** : Coefficient d'équivalence selon distribution des charges
- **EC3** : Analyse directe avec charges réparties dans le calcul de N_{cr}

Poteaux en flexion composée :

Interaction flexion-compression fréquente dans les ossatures de bâtiments.

Vérification d'interaction :

- **CM66** : Vérification séparée + formule d'interaction simplifiée.
- **CM97** : $N_{Ed}/(\chi N_{Rd}) + M_{Ed}/M_{Rd} \leq 1,0$.
- **EC3** : Formules d'interaction précises selon § 6.3.3.

IV.7.6 Recommandations pratiques pour l'Algérie

Selon le type de projet :

Bâtiments résidentiels courants (R+1 à R+5) :

- **Recommandation** : CM97 (DTR BC 2.44).
- **Justification** : Bon compromis précision/simplicité, applicable réglementairement.

Bâtiments de bureaux (R+6 à R+10) :

- **Recommandation** : EC3 pour optimisation, CM97 pour vérification.
- **Justification** : Économies substantielles, complexité justifiée.

Bâtiments industriels et de grande hauteur :

- **Recommandation** : EC3 obligatoire.
- **Justification** : Précision requise, effets du second ordre critiques.

IV.9 Conclusion

IV.9.1 Synthèse de l'étude comparative

Cette analyse approfondie des trois approches réglementaires pour le traitement du flambement dans les bâtiments étagés révèle une évolution significative dans la compréhension et la modélisation des phénomènes d'instabilité structurale.

Évolution conceptuelle majeure : Le passage d'une approche empirique (CM66-Additif 80) vers une méthode semi-probabiliste rigoureuse (Eurocode 3), en passant par une étape intermédiaire adaptée au contexte local (CM97), illustre la maturation progressive de l'ingénierie des structures métalliques.

IV.10.2 Recommandations pour la pratique Algérienne

Stratégie d'application selon les projets :

Projets courants (bâtiments $\leq R+5$) :

- **Méthode recommandée :** CM97 (DTR BC 2.44).
- **Justification :** Applicable réglementairement, bon compromis précision/simplicité.
- **Outils :** Logiciels standards avec modules CM97.

Projets d'envergure (bâtiments $> R+5$, structures spéciales) :

- **Méthode recommandée :** EC3 pour dimensionnement, CM97 pour vérification.
- **Justification :** Optimisation économique, précision requise.
- **Outils :** Logiciels spécialisés EC3 + formation approfondie.

Projets exceptionnels (grande hauteur, complexité élevée) :

- **Méthode obligatoire :** EC3 avec analyse avancée.
- **Justification :** Seule méthode adaptée aux effets du second ordre critiques.
- **Outils :** Logiciels experts + bureau d'études spécialisé.

CHAPITRE V

Étude paramétrique et comparative

V. Introduction

Ce chapitre présente une analyse approfondie et comparative des paramètres influençant le flambement des structures métalliques. L'étude vise principalement à examiner l'incidence de divers paramètres, notamment les conditions aux limites, la qualité du maillage, les propriétés des matériaux, le rapport d'aspect et les conditions de chargement, sur la charge critique et les coefficients de flambement. Les analyses sont réalisées à l'aide de logiciels spécialisés tels que **ROBOT2010** et **CSB**, et confrontées aux normes en vigueur, telles que la **CM66** et l'**Eurocode 3**. Les résultats numériques sont comparés aux solutions analytiques afin d'évaluer leur précision et leur fiabilité. Les investigations se concentrent sur l'étude de poteaux simples, de portiques et de structures à plusieurs niveaux, régulières ou irrégulières, afin d'explorer diverses configurations. Les conclusions mettent en évidence les limitations des normes actuelles et les avantages des méthodes numériques contemporaines. L'objectif de cette démarche est de formuler des recommandations pratiques pour la conception et l'optimisation des structures métalliques soumises à des charges critiques.

V.1 Poteaux simples

Cette série d'exemples concerne l'étude de flambement (instabilité par flambage), des poteaux standards (appuis parfait). A savoir : poteau biarticulé (flambement d'Euler), poteau bi-encasté, encasté-articulé et enfin poteau encasté-libre. En utilisant les logiciels : robot, CSB et les règlements de charpente métalliques en vigueur ; à savoir : CM66 additif80 et l'Eurocode 3 (CCM97). L'analyse concerne l'effet : des appuis, du matériau, l'élancement, la nature du chargement et le maillage sur la charge critique et les coefficients de flambement.

Le but de cette série d'exemple est de faire une confrontation entre les résultats : numériques et de réglementations avec ceux de l'analyse analytique (théorique).

L'exemple choisit concerne un poteau en acier de hauteur 3m et de section IPE 300. Les caractéristiques géométriques et mécaniques sont présentées aux Tab(V.1)

Tab.V. 1: Caractéristiques Profilé IPE 300

Surface : 53,896 cm ²
Moment d'inertie I_y : 603,881 cm ⁴
Moment d'inertie I_z : 8371,346 cm ⁴
Matériau : Acier
Densité : 7800 kg/m ³
Module de Young : 210000 Mpa
Coefficient de poisson : 0,3

V.1.1 Influence de maillage

Nous modélisons un poteau en acier de 3 mètres de hauteur en IPE 300, encasturé-articulé avec 2, 5 et 10 nœuds pour voir l'influence du maillage sur la convergence du coefficient de flambement. Les résultats sont présentés au Tab(V.2)

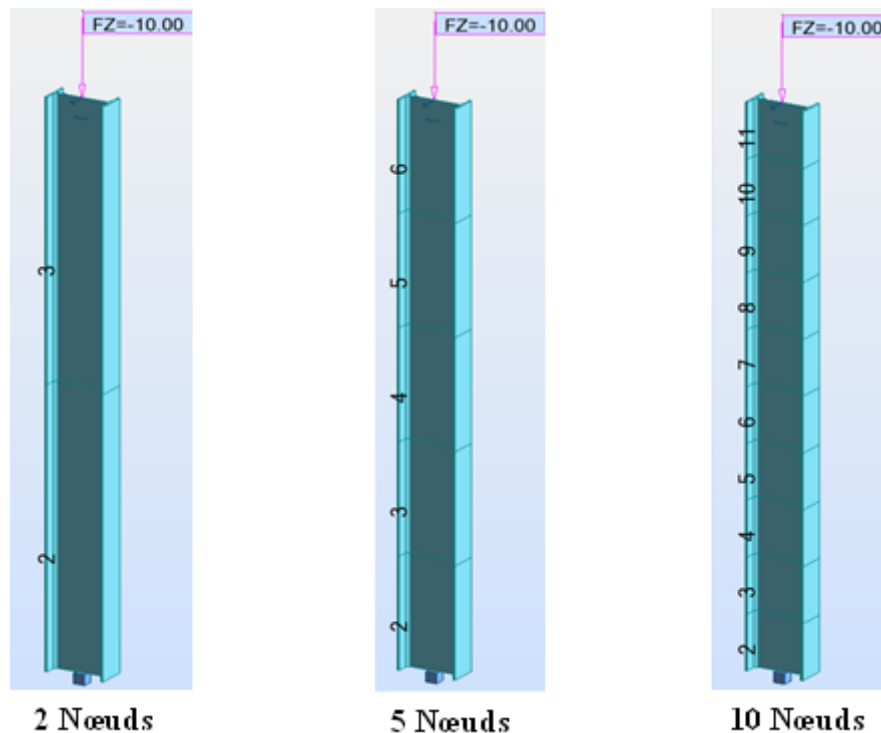


Figure V. 1: Portique simple avec différents maillages

On a trouvé ces Résultats ci-dessous.

Tab.V.2: Les cas étudiés

NOEUDS	2	5	10
K numérique	0,65	0,69	0,70
K théorique	0,7		

- Discussions**

Les résultats issus de l'analyse par MEF indiquent que le raffinement du maillage a une influence majeure sur les résultats. Avec un maillage de 10 nœuds nous obtenons la solution exacte (théorique). Nous gardons ce maillage (de 10 nœuds) dans la suite de notre travail (modélisation avec ROBOT).

V.1.2 Influence des conditions aux limites

Pour ce faire, nous étudions les 4 cas classiques des conditions aux limites suivantes Tab(V.2), pour un poteau soumis à la compression simple.

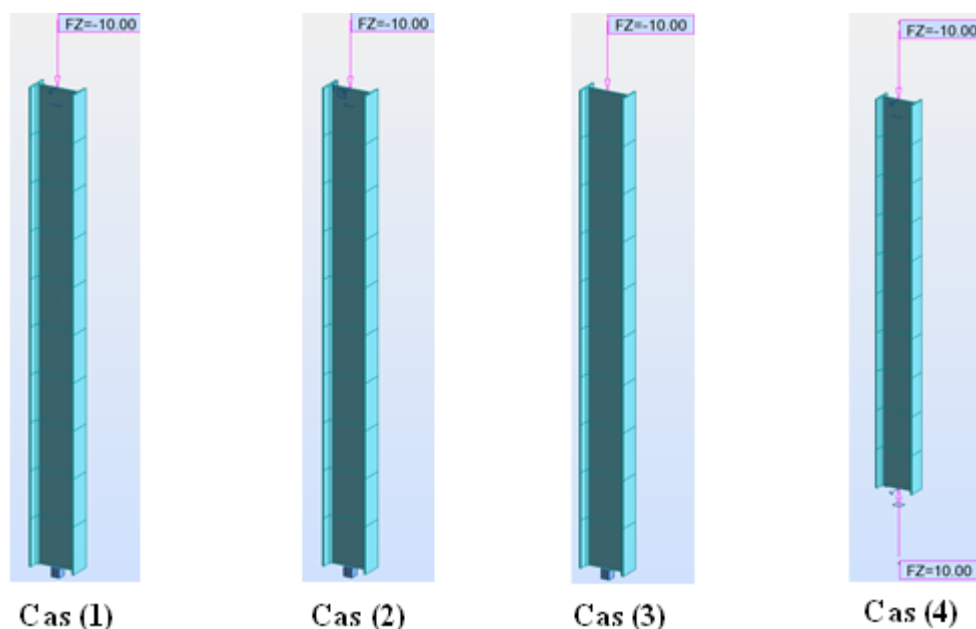


Figure V. 2: Conditions aux limites des 4 Cas étudiés (Profilé IPE 300 en compression simple)

Tab.V.3: Les cas étudiés :

Cas 1		Cas 2		Cas 3		Cas 4	
Nœud inférieur	Nœud supérieur	Nœud inférieur	Nœud supérieur	Nœud inférieur	Nœud supérieur	Nœud inférieur	Nœud supérieur
$U=0$	$U=0$	$U=0$	$U=0$	$U=0$	$U \neq 0$	$U=0$	$U=0$
$V=0$	$V \neq 0$	$V=0$	$V \neq 0$	$V=0$	$V \neq 0$	$V \neq 0$	$V \neq 0$
$\theta=0$	$\theta \neq 0$	$\theta=0$	$\theta=0$	$\theta=0$	$\theta \neq 0$	$\theta \neq 0$	$\theta \neq 0$

Tab.V.4: Influence des conditions aux limites sur le flambement d'un poteau parfait

CAS	CSB		ROBOT (2010)		Eurocode3		CM66		ANALYTIQUE	
	K	F_{cr} (kN)	K	F_{cr} (kN)	K	F_{cr} (kN)	K	F_{cr} (kN)	K	F_{cr} (kN)
1	0,70	2810,5	0,7	2844,64	1	1391,81	1	1391,81	0,7	2840,41
2	0,50	5435,50	0,5	5562,97	1	1391,81	1	1391,81	0,5	5567,21
3	2,00	347,17	2,00	347,61	1	1391,81	1	1391,81	2	347,95
4	1,00	1382,88	1	1390,49	1	1391,81	1	1391,81	1	1391,8

- **Discussions**

Le tableau Tab(V.4) présente une comparaison des différentes méthodes et normes de calcul, telles que le CSB, le ROBOT (2010), l'Eurocode3, le CM66 et l'analytique sur l'évaluation du coefficient de flambement pour différentes conditions aux limites. Chaque méthode est caractérisée par la spécification du coefficient de flambement (k) et de la force critique (F_{cr}).

On observe que pour les règlements CM66 et EC3 (voir équations I.3, I.4, I.6, I.7) le coefficient de flambement conserve une valeur constante égale à 1. Mais pour les logiciels (ROBOT, CSB), on remarque que les logiciels CSB et Robot donnent les mêmes valeurs que l'étude analytique (théorie des poutres minces).

En ce qui concerne le facteur de flambement donné par les normes CM66 et EC3, nous remarquons qu'elles donnent une valeur indéfinie pour le cas des nœuds déplaçables et 1 pour le cas des nœuds fixes quelque soit les conditions aux limites ce qui est en contradiction avec la théorie (RDM et instabilité des structures poteaux).

V.1.3 Influence des points d'application des efforts normaux (charges)

Le but principal du présent paragraphe concerne l'influence des points d'application des efforts normaux sur le flambement. Nous reprenons le même exemple que celui du §V.1 avec un poteau encastré-articulé. Nous prenons les trois cas de charge suivants Figure(V.3). Le premier c'est une force de compression appliquée en haut du poteau, le second est une charge de compression uniformément distribuée sur la hauteur du poteau ayant le même module et le troisième cas sont des charges fractionnées du cas un.

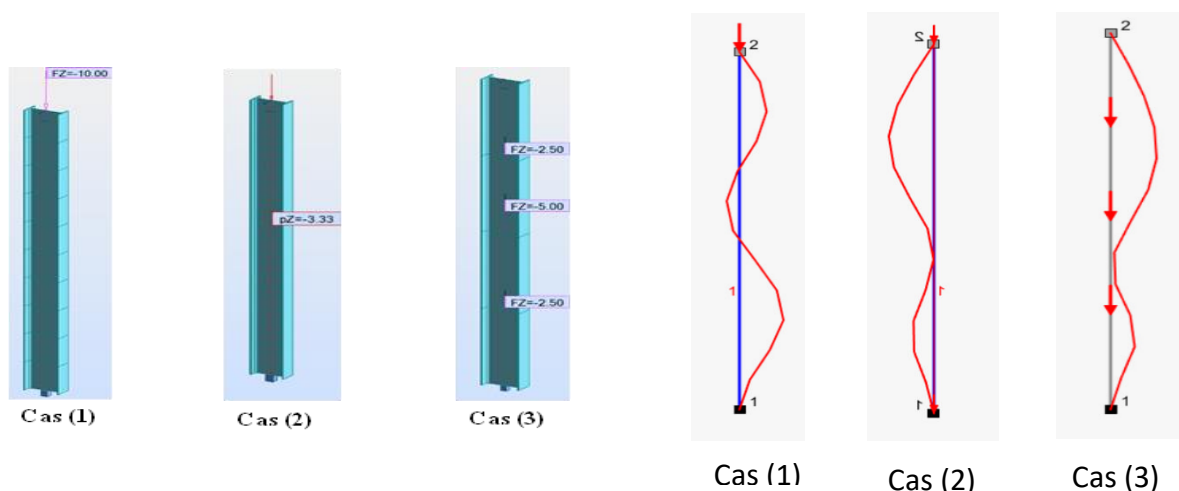


Figure V. 3: Les points d'application des efforts normaux et leurs modes propres.

Tab.V. 5: Les cas étudiés

Cas 1	Charge centrée de compression en haut de poteau de 10 kN
Cas 2	Charge uniformément répartie appliquée sur toute la hauteur du poteau égale à 3,33 kN/m (de résultante équivalente à 10kN).
Cas 3	Charge fractionnée en 3 forces appliquées à l'intérieur milieu du poteau de : 2,5 kN à 2,25m, 5kN à 1,5m et 2,5 à 0,75m à partir de la base du poteau (de résultante équivalente à 10 kN)

Les résultats obtenus sont présentés au Tab.V.6.

Tab.V. 6: Influence des points d'application des efforts normaux sur le coefficient de flambement et la charge critique

CAS	CSB		ROBOT (2010)		CM66 [Vernier 2000]		EC3	
	K	F _{cr} (kN)	K	F _{cr} (kN)	K	F _{cr} (kN)	K	F _{cr} (kN)
1	0,70	2810,5	0,70	2844,64	1	1391,8	1	1391,80
2	0,70	2429.56	0,57	4226,45	0,63	7189.05	1	1391,80
3	0,70	2838.16	0.43	7353.64	1,45	661,97	1	1391,80

- Discussions**

D'une part, on observe que pour le 1^{er} cas les normes ne donnent pas des résultats justes (références au chapitre 1), et c'est la même pour le 3^{ème} cas.

D'autre part, pour le cas 2^{ème} on trouve que les résultats sont presque les mêmes.

V.1.4 Influence du matériau

Dans cet exemple, nous étudions l'influence des matériaux (Acier, Aluminium) sur le coefficient et la charge critique du flambement. On garde les mêmes : conditions aux limites, la hauteur du poteau et la charge appliquée comme celui du cas 1 dans Tab(V.2).

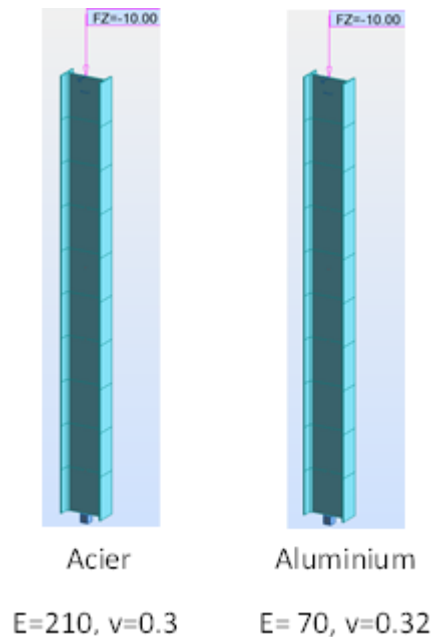


Figure V. 4: Poteau simple avec différent matériau

Tab.V. 7: Influence des matériaux sur le coefficient de flambement et la charge critique

Matériaux	K	F_{cr} (kN)
Acier	0,70	2844,64
Aluminium	0,70	1015,94

- Discussions

On observe que le type du matériau n'a aucun effet sur le coefficient du flambement, par contre la charge critique du cas de l'Aluminium représente 35,71 % de celle de l'Acier. Cette indifférence est due au module d'élasticité élevé de l'acier (3 fois de celui de l'aluminium)

V.1.5 Influence de l'élancement

Dans ce cas, soit on change la hauteur du poteau et on garde la section constante. Ou bien en garde la hauteur fixe et on fait varier la section. Pour notre étude, nous avons choisi de faire changer la section. A savoir, nous prenons deux poteaux de longueur 3m et de section IPE 100 et IPE 500 avec les mêmes conditions aux limites (encasturé-articulé).

Tab.V. 8: Caractéristiques géométriques des Profilés

Profilé IPE 100	Profilé IPE 500
Surface : 10,349cm ²	Surface : 115,687 cm ²
Moment d'inertie I_y : 15,926 cm ⁴	Moment d'inertie I_y : 2142,096 cm ⁴
Moment d'inertie I_z : 171,472 cm ⁴	Moment d'inertie I_z : 48284,489 cm ⁴

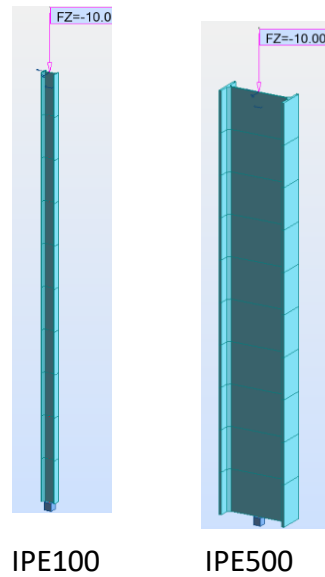


Figure V. 5: Des profilés en différentes sections

Tab.V. 9: Influence de l'élancement sur le coefficient de flambement et la charge critique

CAS	Elancement	CSB		ROBOT		Analytique	
		K	F_{cr} (kN)	K	F_{cr} (kN)	K	F_{cr} (kN)
IPE100	168,90	0,70	75,03	0,70	75,00	0,7	74,9
IPE500	62,61	0,71	9866,28	0,70	10090,43	0,7	10075,57

- **Discussions**

Le tableau Tab(V.9) présente une comparaison des différentes méthodes et normes de calcul, telles que le CSB, le ROBOT (2010), sur l'évaluation du coefficient de flambement pour différentes sections.

On observe que le coefficient de flambement est le même pour les deux sections; mais la charge critique se diffère. Cette diversité est due à la différence des élancements des deux poteaux.

V.2 Portiques simples (une travée, un étage)

Dans cette deuxième série d'exemple, nous visons de voir l'influence de présence des traverses (avec leur rigidité) en liaison avec des poteaux sur les coefficients de flambement. Ainsi que, l'influence des conditions aux limites et de chargement sur ces traverses. Le portique en acier sujet de cette étude est formé de :

- Deux poteaux de hauteur 3 m
- Une traverse de longueur 4m

On dispose la traverse selon le moment d'inertie maximale et les deux poteaux selon le petit moment d'inertie afin que l'instabilité par flambage se manifeste dans les poteaux.

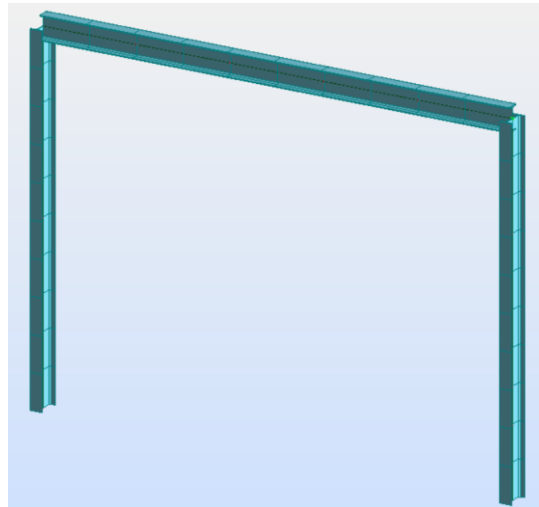


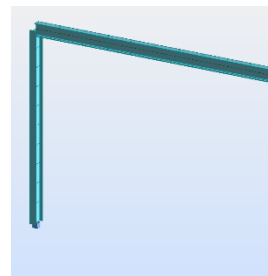
Figure V. 6: Portique simple

Tab.V. 10: Caractéristiques des Profilés

Élément porteur	Poteau 1 droite	Poteau 2 gauche	Traverse
Matériau	Acier	Acier	Acier
Profilé	IPE 200	IPE 200	IPE 200
Hauteur ou longueur(m)	3	3	4
Module de Young (Mpa)	210000	210000	210000
Moment d'inertie I_y (cm ⁴)	142,41	142,41	142,41
Moment d'inertie I_z (cm ⁴)	1947,324	1947,324	1947,324

V.2.1 Influence des conditions aux limites

Ainsi, nous examinons les trois situations typiques de conditions aux limites exposées au Tab(V.10), associées à un portique structuré d'une traverse liée avec deux poteaux, soumis à une compression simple de 10kN sur le poteau à droite du portique (poteau 3).



Cas (1)

Figure V. 7:Portique simple avec différentes conditions aux limites

Tab.V. 11: Conditions aux limites des cas étudiés

Cas 1		Cas 2		Cas 3	
Appui gauche	Appui droite	Appui gauche	Appui droite	Appui gauche	Appui droite
$U=0$	$U=0$	$U=0$	$U=0$	$U=0$	$U=0$
$V=0$	$V=0$	$V=0$	$V=0$	$V \neq 0$	$V=0$
$\theta=0$	$\theta=0$	$\theta \neq 0$	$\theta \neq 0$	$\theta \neq 0$	$\theta=0$

Tab.V. 12: Influences des conditions aux limites sur le coefficient de flambement et la charge critique

CAS	POTEAUX	CSB		ROBOT (2010)		EC3		CM66	
		K	F_{cr} (kN)	K	F_{cr} (kN)	K	F_{cr} (kN)	K	F_{cr} (kN)
1	Gauche	0,73	621,240	92,51	0,04	0,72	633,14	0,74	599,38
	Droite	0,73	621,240	0,72	623,12	0,72	633,14	0,74	599,38
2	Gauche	1,45	155,530	Infini	0	0,72	633,14	0,74	599,38
	Droite	1,45	155,530	1,45	155,75	0,72	633,14	0,74	599,38
3	Gauche	0,97	393,06	130,41	0,02	0,72	633,14	0,74	599,38
	Droite	0,91	393,06	0,91	394,02	0,72	633,14	0,74	599,38

- Discussions**

On observe que les résultats de l'Eurocode 3 et CM66 sont les mêmes pour tous les cas étudiés car ces formules (équations 1.4, 1.6) de ces normes ne permettent pas de prendre en compte les conditions de liaison et les efforts normaux dans les poutres.

Par contre, pour les logiciels CSB et ROBOT2010, on remarque que le ROBOT2010 donne des valeurs proches de celles de logiciel CSB et les normes CM66, EC3 pour le poteau chargé.

Pour l'autre poteau (non chargé) les résultats de robot2010 sont erronés (tendent vers l'infini). Le logiciel ROBOT2010 tient compte dans ses calculs pour le coefficient du flambement le produit de la charge critique du portique par l'effort normal dans le poteau non chargé (qui peut atteindre la valeur 0). Par conséquent la charge critique dans ce poteau devient indéterminée.

V.2.2 Influence du chargement

Nous intéressons actuellement à l'effet du chargement (position, intensité) pour voir sa conséquence sur la longueur de flambement et la charge critique en utilisant : ROBOT (2010),

CSB, EUROCODE3, CM66. Les caractéristiques géométriques et mécaniques sont présentées aux tableaux

Tab.V. 13: Conditions aux limites des cas étudiés

Appui gauche	Appui droite
$U=0$	$U=0$
$V \neq 0$	$V=0$
$\theta \neq 0$	$\theta=0$

Les cas de chargement

- **Cas1** : Charge verticale de 10kN à droite du portique
- **Cas2** : Charge verticale de 10kN se décale de 1m vers la gauche
- **Cas3** : Charge verticale de 10kN se décale de 2m vers la gauche
- **Cas4** : Charge verticale de 10kN se décale de 4m vers la gauche
- **Cas5** : Charge répartie d'en haut vers le bas de 10kN
- **Cas6** : Charge répartie d'en bas vers le haut de 10kN
- **Cas7** : Une charge répartie avec une charge de compression à droite du poteau
- **Cas8** : Une charge répartie avec une charge de compression à gauche du poteau

Nous avons étudié les huit cas de chargement de la **Figure.V.8**

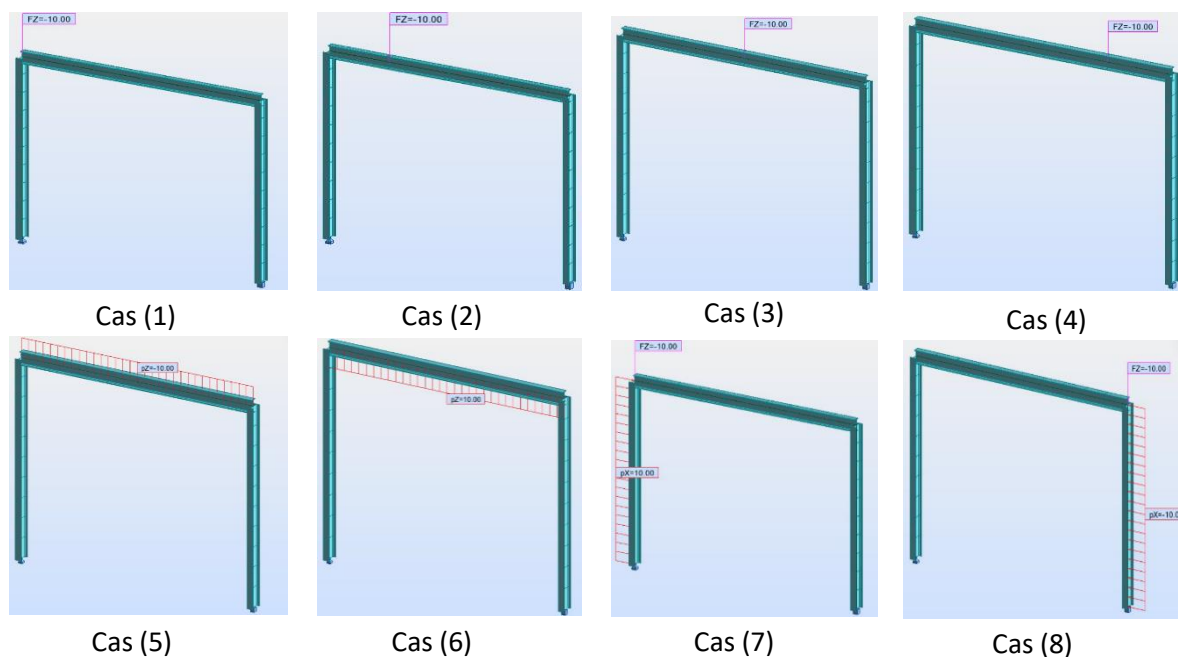


Figure V. 8: portique simple avec différents cas de charges

Tab.V. 14: influence de différents cas de charges sur le coefficient de flambement et la charge critique

CAS	POT	CSB		ROBOT (2010)		EC3 [41]		CM66 [40]	
		K	F _{cr} (kN)	K	F _{cr} (kN)	K	F _{cr} (kN)	K	F _{cr} (kN)
1	G	0,97	349,010	0,97	349,93	0,72	633,14	0,74	599,38
	D	0,91	349,010	138,38	0,02	0,72	633,14	0,74	599,38
2	G	0,97	348,55	1,08	280,95	0,73	615,91	0,74	599,38
	D	0,91	396,02	1,89	91,52	0,73	615,91	0,74	599,38
3	G	0,97	348,55	1,29	191,21	0,73	615,91	0,74	599,38
	D	0,91	396,02	1,31	191,98	0,73	615,91	0,74	599,38
4	G	0,97	348,55	1,81	99,23	0,73	615,91	0,74	599,38
	D	0,91	396,02	1,05	294,62	0,73	615,91	0,74	599,38
5	G	0,97	348,55	1,29	194,71	0,73	615,91	0,74	599,38
	D	0,91	396,03	1,30	192,56	0,73	615,91	0,74	599,38
6	G	0,97	348,55	1,29	194,71	0,73	615,91	0,74	599,38
	D	0,91	396,03	1,30	192,56	0,73	615,91	0,74	599,38
7	G	0,97	348,55	1,38	170,29	0,72	633,14	0,74	599,38
	D	0,91	396,03	1,21	221,00	0,72	633,14	0,74	599,38
8	G	0,97	348,55	1,32	187,51	0,73	615,91	0,74	599,38
	D	0,91	396,03	1,27	201,60	0,73	615,91	0,74	599,38

• Discussions

L'analyse des résultats obtenus par CSB, ROBOT2010, EC3 amélioré par **Maxime LEBASTARD [41]** et CM66 amélioré par **J.M. VERNIER [40]** du portique simple de la Figure(V.8) a donné les observations suivantes :

- Les coefficients de flambement ainsi que les forces critiques obtenus par CSB sont constants pour les deux poteaux quel que soit la position de la charge sur la traverse ; ce qui est logique vis-à-vis calcul de structure Tab(V.13) colonnes de CSB.

- En ce qui concerne le calcul par ROBOT2010, les résultats obtenus nécessitent une vigilance accrue. Nous remarquons que si la force est appliquée directement sur un poteau le résultat obtenu (le coefficient et la force de flambement) est correcte seulement pour le poteau sous la force Tab(V.13) colonnes de ROBOT2010.
- Pour le calcul par la norme EC3 (1993), qui ne tient pas en compte du cas de chargement, les résultats obtenus restent inchangés. Ces derniers résultats sont améliorés en utilisant les formules EC3 (1993) perfectionnées par **Maxime LEBASTARD** [41] Tab(V.13) colonnes d'EC3.
- Quant au calcul par la norme CM66 les résultats restent fixes sans aucune amélioration due à la position du chargement Tab(V.13) colonnes de CM66.

Les résultats des normes EC3 et CM66 sont meilleur que ceux obtenus par le logiciel ROBOT2010, vis-à-vis des résultats du CSB Tab(V.13).

V.2.3 Influence de traverse

Pour ces cas d'exemple, on change la traverse du portique et on garde la longueur constante. Pour notre étude, nous avons choisi le troisième cas Figure(V.7). A savoir, trois traverses de longueur 4 m et de section IPE100, IPE200 et IPE300 avec les mêmes conditions aux limites (encasturé-articulé) des poteaux que celles dans §V.2.

Tab.V. 15 : Caractéristiques des Profilés des traverses

Profilé	IPE 100	IPE 200	IPE 300
Matériau	Acier	Acier	Acier
Module de Young (Mpa)	210000	210000	210000
Moment d'inertie I_z (cm ⁴)	171,472	1947,324	8371,346

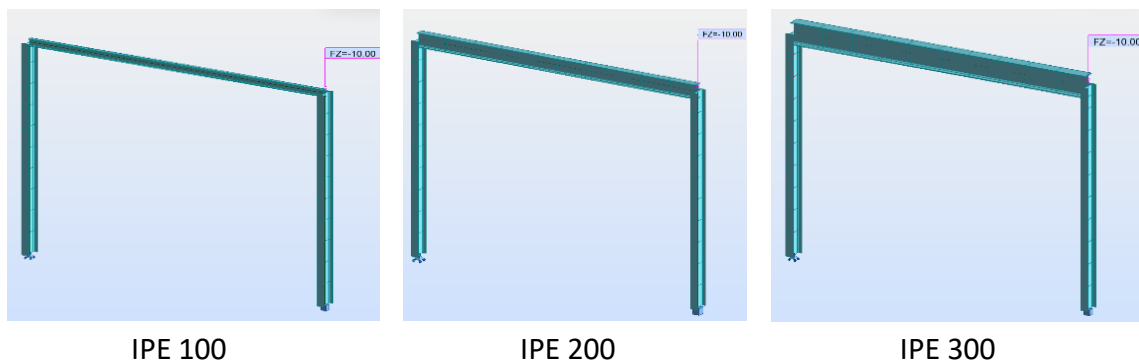


Figure V. 9: Portique simple avec différentes traverses

Tab.V. 16: influence des rigidités des traverses sur le coefficient de flambement et la charge critique

CAS	POT	CSB		ROBOT (2010)		EC3		CM66	
		K	F_{cr} (kN)	K	F_{cr} (kN)	K	F_{cr} (kN)	K	F_{cr} (kN)
1	G	1,11	266,18	164,73	0,01	0,85	50,80	0,75	65,25
	D	1,07	286,8	1,06	287,62	0,85	50,80	0,75	65,25
2	G	0,97	348,55	187,82	0	0,72	633,14	0,74	599,38
	D	0,91	393,06	1,03	307,54	0,72	633,14	0,74	599,38
3	G	0,95	363,38	127,63	0,02	0,71	2760,96	0,74	2541,64
	D	0,90	404,01	0,90	404,84	0,71	2760,96	0,74	2541,64

- **Discussions**

On observe que dans les trois cas (accroissement de la rigidité de la traverse), le coefficient de flambement diminue et la charge critique s'accroît. Par conséquent, on conclue que le poteau s'encastre dans la traverse.

V.3 Portiques simples (quatre travées, un poteau, un étage)

Dans cette série d'exemples, appliquons une force dans différentes positions et de différentes manières et nous avons également défini différentes conditions aux limites comme indiqué dans les figures (V.11) et (V.12) ci-dessous pour voir leur effet sur la force critique et la longueur de flambement que nous avons calculées de différentes manières : ROBOT (2010), CSB, EUROCODE3, CM66.

L'exemple choisit est un portique formé d'un poteau de 3m et quatre traverses de 4m chacune. Le poteau travaille par rapport à la petite inertie (I_y) et les traverses par rapport à la grande rigidité (I_z) figure(V.10)

Le poteau et les traverses sont en IPE200 ayant les caractéristiques présentées au tableau Tab(V.10).

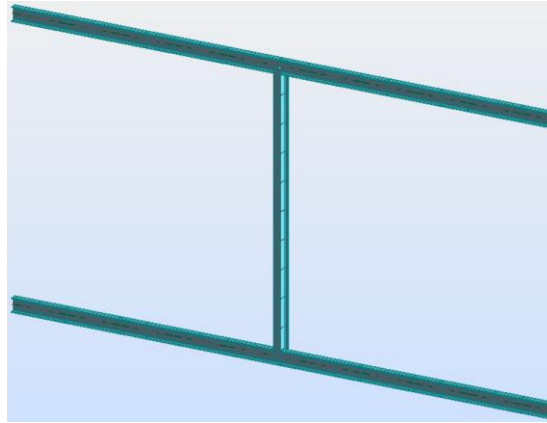


Figure V. 10: géométries du portique simple (un étage et quatre traverses)

Les conditions aux limites et tous les cas de charge étudiés sont exposés ci-dessous

- **Cas1** : Deux charges de compression de 10kN sur le poteau avec les 4 extrémités encastrées
- **Cas 2** : Deux charges de compression de 10kN avec les 3 extrémités encastrées
- **Cas 3** : Deux charges de compression de 10kN avec les 2 extrémités d'en bas encastrées
- **Cas 4** : Trois charges de compression, deux de 10kN et une de 3kN sur la traverse supérieure à gauche avec les 3 extrémités encastrées
- **Cas 5** : Quatre charges de compression, deux de 10kN et deux de 3kN sur la traverse supérieure à gauche et à droite avec les 2 extrémités d'en bas encastrées
- **Cas 6** : Deux charges de compression de 10kN sur le poteau avec les 4 extrémités articulées
- **Cas 7** : Deux charges de compression de 10kN avec les 3 extrémités articulées
- **Cas 8** : Deux charges de compression de 10kN avec les 2 extrémités d'en bas articulées
- **Cas 9** : Trois charges de compression, deux de 10kN et une de 3kN sur la traverse supérieure à gauche avec les 3 extrémités articulées
- **Cas 10** : Quatre charges de compression, deux de 10kN et deux de 3kN sur la traverse supérieure à gauche et à droite avec les 2 extrémités d'en bas articulées

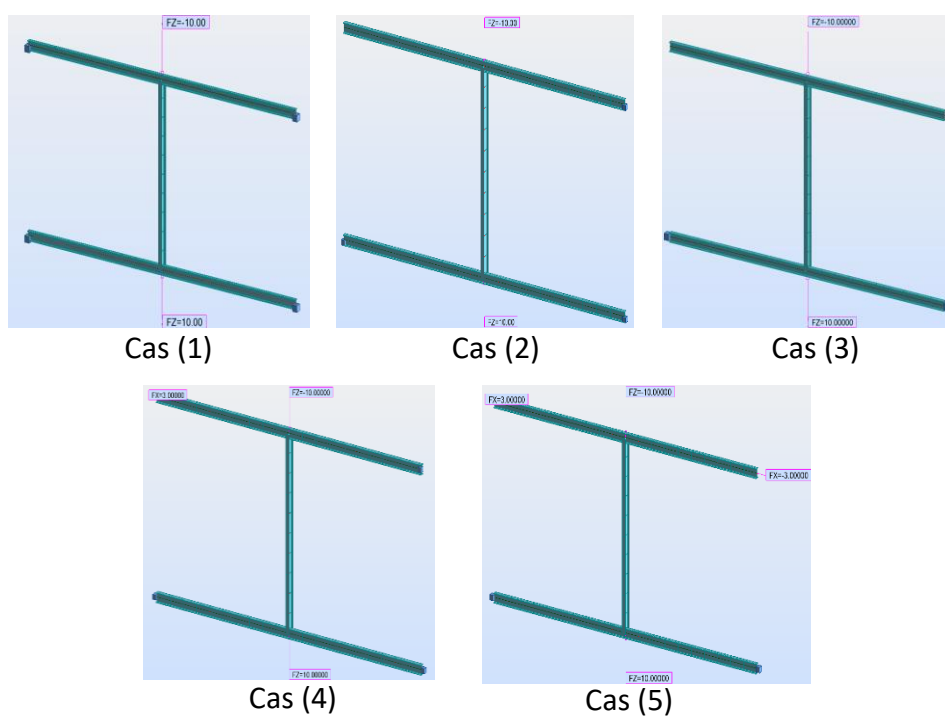


Figure V. 11:Portique d'un étage avec différents cas d'encastremements

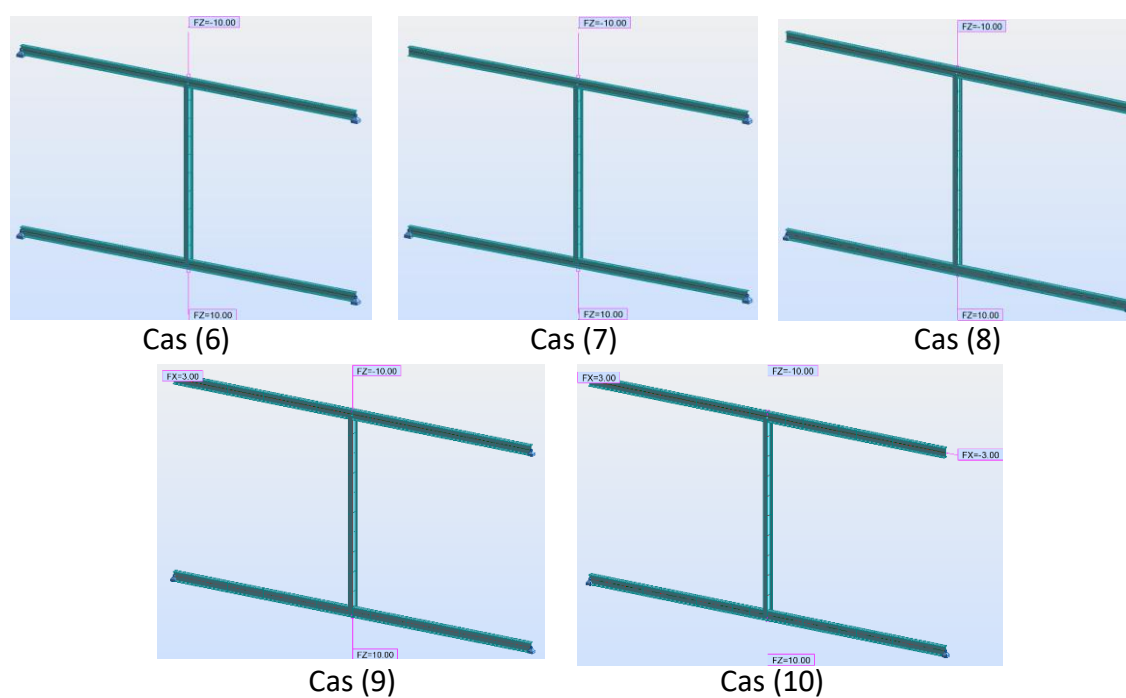


Figure V. 12:Portique d'un étage avec différents cas d'articulations

Tab.V. 17: influence des conditions aux limites sur le coefficient de flambement et la charge critique

CAS	CSB		ROBOT (2010)		EC3 [41]		CM66	
	K	F_{cr} (kN)	K	F_{cr} (kN)	K	F_{cr} (kN)	K	F_{cr} (kN)
1	0,51	1246,40	0,51	711,54	0,52	1213,84	0,53	1168.46
2	0,52	1194,92	0,517	690,68	0,52	1213,84	0,53	1168.46
3	2,03	79,93	2,017	45,27	0,52	1213,84	0,53	1168.46
4	0,52	1011,16	0,525	670,17	0,52	1213,84	0,53	1168.46
5	2,03	28,10	3,10	19,14	0,52	1213,84	0,53	1168.46
6	0,52	1224,40	0,512	703,12	0,52	1213,84	0,53	1168.46
7	0,53	1151,69	0,525	671,39	0,52	1213,84	0,53	1168.46
8	2,03	3893,51	2,025	45,00	0,52	1213,84	0,53	1168.46
9	0,53	840,46	0,545	619,86	0,52	1213,84	0,53	1168.46
10	2,03	75,72	3,11	19,07	0,52	1213,84	0,53	1168.46

- **Discussions**

On constate, qu'il n'y a pas de différence significative dans les résultats entre les conditions aux limites (articulations et encastrements).

De même, il est à noter que l'application d'efforts normaux aux traverses n'entraîne que des variations négligeables dans les résultats.

V.4 Portiques étagés (six travées, trois poteaux, deux étages)

Des poteaux sont ajoutés au-dessus et en-dessous du poteau concerné (AB) par la présente analyse Figure(V.13). Le poteau AB, GA et BH ont une hauteur de 4 m chacun. Les traverses gauches ont une longueur de 4m tandis que celle de droite ont une longueur de 2m. Un effort normal de 100 kN est appliqué au poteau BH alors que les poteaux AB et GA sont chargés par un effort normal de 50 kN chacun. Afin d'étudier l'effet de la raideur des traverses sur les résultats analytiques et numériques.

Les cas étudiés :

- **H articulé :**
 - Cas 1 : toutes les extrémités encastrées
 - Cas 2 : les extrémités à gauche encastrés, à droite articulés.
 - Cas 3 : les extrémités à gauche articulés, à droite encastrés.
 - Cas4 : toutes les extrémités articulées.
- **H encastré :**
 - Cas 1 : toutes les extrémités encastrées.
 - Cas 2 : les extrémités à gauche encastrés, à droite articulés.
 - Cas 3 : les extrémités à gauche articulés, à droite encastrés.
 - Cas4 : toutes les extrémités articulées.

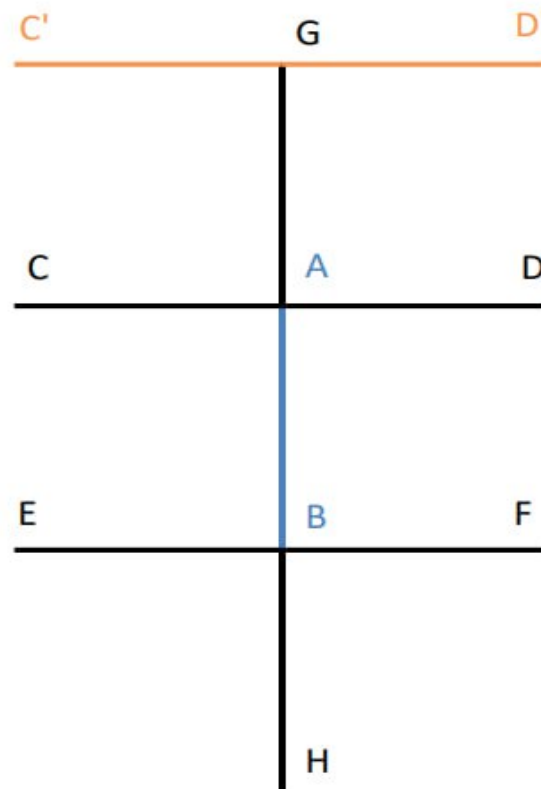


Figure V. 13: Structure étudiée avec tronçons de poteau adjacents

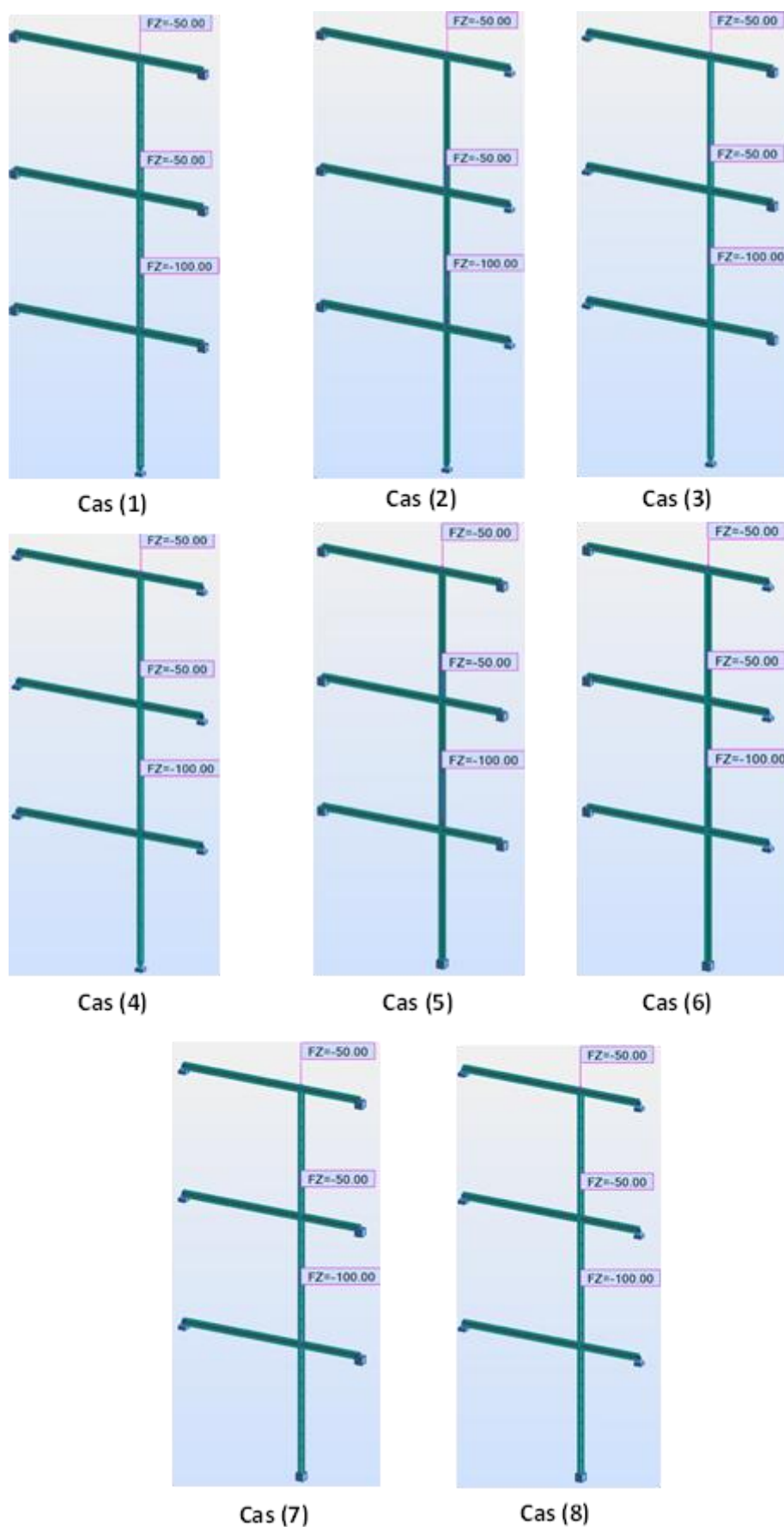


Figure V. 14: Portique étagés avec différents cas d'articulations

Tab.V. 18: influence des conditions aux limites sur le coefficient de flambement et la charge critique

CAS	ÉLÉMENTS PORTEURS	CSB		ROBOT (2010)		EC3		CM66	
		K	F _{cr} (kN)	K	F _{cr} (kN)	K	F _{cr} (kN)	K	F _{cr} (kN)
1	POTEAU	0,51	709,22	1,03	172,33	0,51	709,82	0,53	657,26
	TRAV-INF-D	0,71	20015,86	N/A	0,13	0,98	10514,64	0,74	18440,95
	TRAV-SUP-G	0,58	7498,51	N/A	0,10	0,99	2575,82	0,77	4257,99
2	POTEAU	0,51	709,25	1,01	180,26	0,51	709,82	0,53	657,26
	TRAV-INF-D	0,93	11666,08	N/A	0,05	0,98	10514,64	0,74	18440,95
	TRAV-SUP-G	0,59	7246,48	N/A	0,04	0,99	2575,82	0,77	4257,99
3	POTEAU	0,51	709,25	1,02	175,66	0,51	709,82	0,53	657,26
	TRAV-INF-D	0,72	19463,73	N/A	0,16	0,98	10514,64	0,74	18440,95
	TRAV-SUP-G	0,80	3941,40	N/A	0,13	0,99	2575,82	0,77	4257,99
4	POTEAU	0,51	709,25	1	182,42	0,51	709,82	0,53	657,26
	TRAV-INF-D	0,95	11180,06	N/A	0,08	0,98	10514,64	0,74	18440,95
	TRAV-SUP-G	0,81	3844,68	N/A	0,07	0,99	2575,82	0,77	4257,99
5	POTEAU	0,51	709,25	0,74	336,96	0,51	709,82	0,53	657,26
	TRAV-INF-D	0,71	20015,86	N/A	0,19	0,98	10514,64	0,74	18440,95
	TRAV-SUP-G	0,58	7498,51	N/A	0,20	0,99	2575,82	0,77	4257,99
6	POTEAU	0,51	709,25	0,72	352,42	0,51	709,82	0,53	657,26
	TRAV-INF-D	0,93	11666,08	N/A	0,07	0,98	10514,64	0,74	18440,95
	TRAV-SUP-G	0,59	7246,48	N/A	0,08	0,99	2575,82	0,77	4257,99
7	POTEAU	0,51	709,25	0,73	343,47	0,51	709,82	0,53	657,26
	TRAV-INF-D	0,72	19463,73	N/A	0,24	0,98	10514,64	0,74	18440,95
	TRAV-SUP-G	0,80	3941,40	N/A	0,26	0,99	2575,82	0,77	4257,99

8	POTEAU	0,51	709,25	0,72	356,60	0,51	709,82	0,53	657,26
	TRAV-INF-D	0,95	11180,06	N/A	0,12	0,98	10514,64	0,74	18440,95
	TRAV-SUP-G	0,81	3844,68	N/A	0,14	0,99	2575,82	0,77	4257,99

- **Discussions**

Suites aux résultats obtenus nous pouvons conclure que :

- Les résultats de Robot sont erronés.
- Les résultats obtenus par les normes (CM66, EC3) ne sont pas influencés par le chargement et les conditions aux limites lointains (les résultats ne varient pas).
- Les résultats obtenus par le CSB varient en fonction des conditions aux limites lointaines. Indiquant ainsi que le flambement du poteau sujet de l'étude est fortement influencé par les conditions aux limites non seulement de l'élément (poteau et traverse) concerné mais aussi celles des autres éléments Tab(V.18) colonnes de CSB.

V.5 Structures étagées (régulières)

Pour les deux exemples ci-dessous représentant une structure étagée de trois étages. Nous intéressons à la détermination du coefficient du flambement et de la charge critique du poteau et de la traverse du 1^{er} étage pour deux cas de chargement. A savoir :

- **Cas 1:** Deux charges verticales de 10 kN chacune allons vers le bas.
- **Cas 2:** Deux charges horizontales de 10 kN vont vers la droite.

Les conditions aux limites et les caractéristiques géométriques sont présentées à la Fig(V.15)

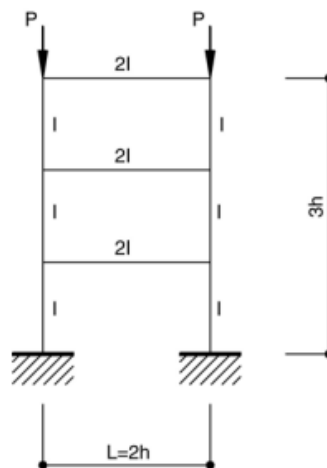


Figure V. 15: Portique étagé régulier

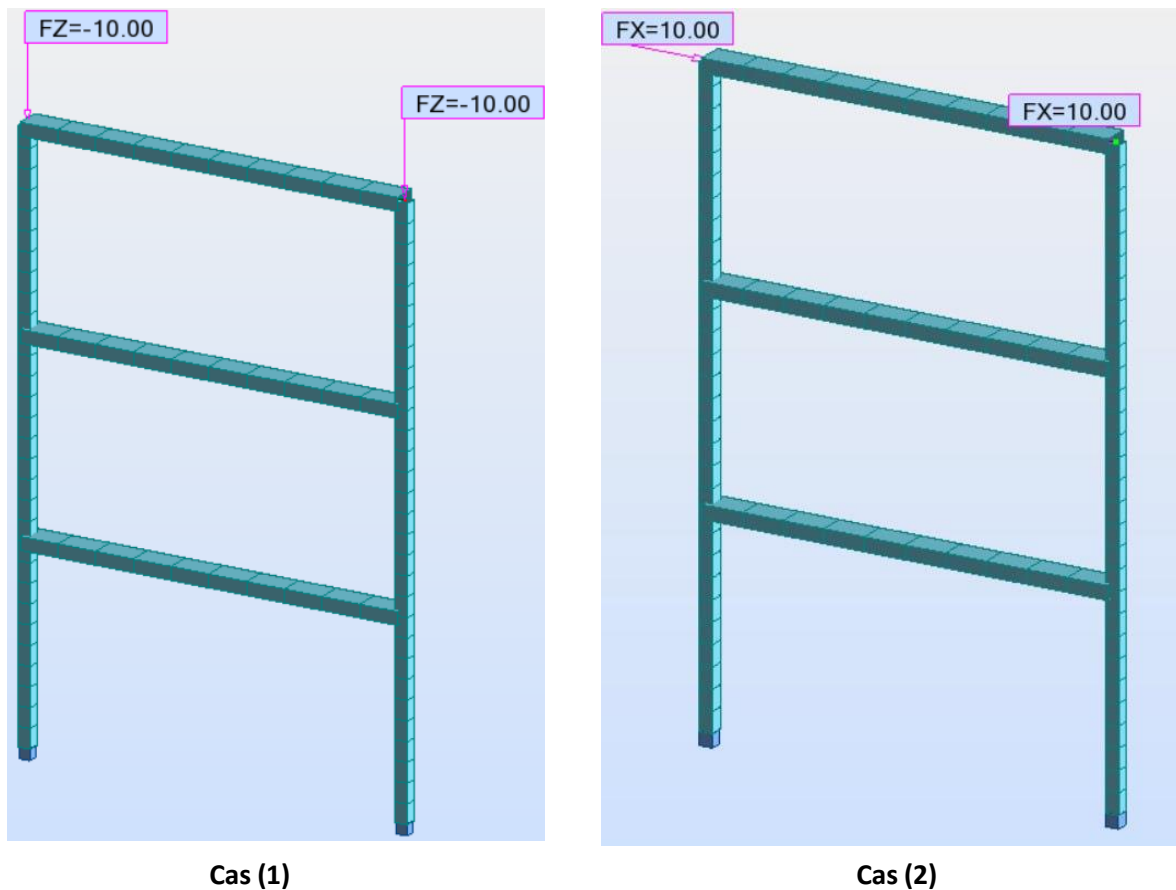


Figure V. 16: Structure de 3 étages avec différents cas de charge

Tab.V.19: influence des conditions aux limites sur le coefficient de flambement et la charge critique

CAS	ÉLÉMENTS PORTEURS	CSB		ROBOT (2010)		EC3		CM66	
		K	F _{cr} (kN)	K	F _{cr} (kN)	K	F _{cr} (kN)	K	F _{cr} (kN)
1	POTEAU	0,91	5297,06	1,47	2148,97	0,78	7215,68	0,85	6076,15
	TRAV	0,63	5525,82	INFINI	0,00	0,62	5710,23	0,69	4610,4
2	POTEAU	0,91	5297,06	N/A	- 7974,11	0,78	7215,68	0,85	6076,15
	TRAV	0,63	5525,82	N/A	0,00	0,62	5710,23	0,69	4610,4

• Comparaison

D'après l'étude de cet exemple par **KONURALP GIRGIN[81]**, il a conclu que la charge critique sera calculée par l'équation suivante :

$$P_{cr} = 4.556 \frac{EI}{h^2}$$

Pour notre cas on compare le résultat de la charge critique de la structure avec le logiciel CSB avec celle de **KONURALP GIRGIN[81]**

$$P_{cr} = 4.556 \frac{3000 \times 13333.33}{300^2} = 2024,88 \text{ kN}$$

$$P_{cr}(CSB) = 2001,46 \text{ kN}$$

On remarque que CSB nous donne une valeur presque identique à celle de **KONURALP GIRGIN[81]**

- **Discussions**

- Pour les deux cas de chargement les résultats de robot sont erronés.
- Les résultats des normes sont stables (ne sont pas en fonction du chargement)
- Les résultats du CSB indiquent aussi la non liaison avec le type de chargement.

V.6 Structures étagées (irrégulières)

Les trois exemples suivants illustrent une structure irrégulière. Les caractéristiques géométriques, mécaniques, le chargement ainsi que les conditions aux limites sont schématisés sur la figure(V.17)

Nous analysons le coefficient de flambement ainsi que la charge critique du pilier gauche et de la poutre du premier étage des deux scénarios de charges distincts, tout en maintenant les mêmes conditions aux limites (bi-encastées).

Les cas de chargement sont :

- **Cas 1** : 4 charges verticales vers le bas de 10 kN.
- **Cas 2** : 2 charges horizontales dans la traverse une de 10 kN et l'autre de -10 kN.
- **Cas 3** : Une seule charge verticale vers le bas sur le poteau étudiée.

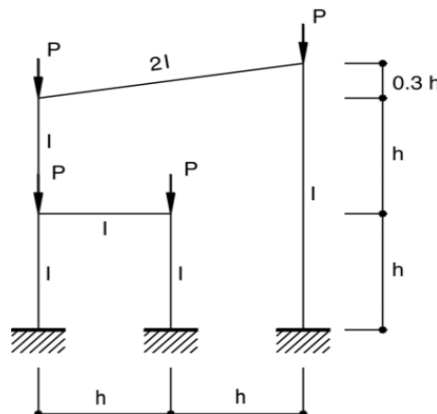


Figure V. 17:Portique étagé irrégulier

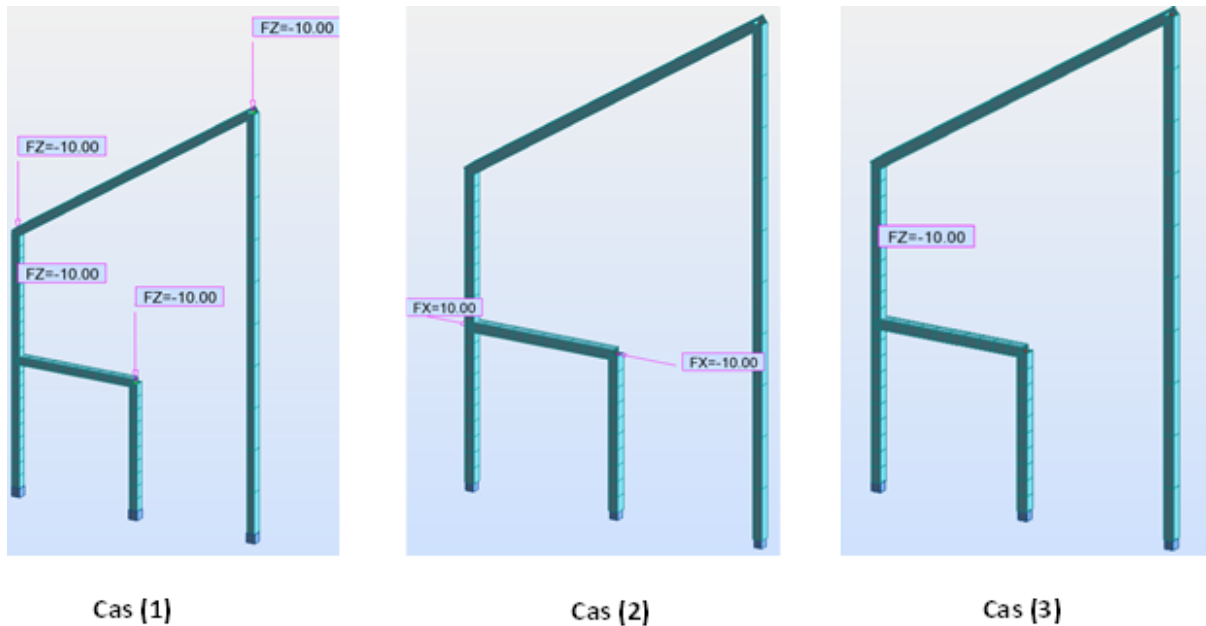


Figure V. 18 : Structure de 2 étages avec différents cas de charge

Tab.V. 20: Structure de 2 étages avec différents cas de charge

CAS	ÉLÉMENTS PORTEURS	CSB		ROBOT (2010)		EC3		CM66	
		K	F _{cr} (kN)	K	F _{cr} (kN)	K	F _{cr} (kN)	K	F _{cr} (kN)
1	POTEAU	0,80	6865,8	0,81	7153,46	0,87	5800,00	0,93	5075,75
	TRAV	0,68	6865,8	73,93	0,86	0,65	10390,58	0,73	8237,98
2	POTEAU	0,80	6853,90	1,32	2504,72	0,87	5800,00	0,93	5075,75
	TRAV	0,68	9486,37	133,3	0,25	0,65	10390,58	0,73	8237,98
3	POTEAU	0,80	6853,90	61,69	1,15	0,87	5800,00	0,93	5075,75
	TRAV	0,68	9486,37	0,67	9626,25	0,65	10390,58	0,73	8237,98

• Discussions

- En général les résultats du robot sont faux.
- Les résultats des normes sont en fonction du type de chargement.
- Les résultats du CSB indiquent une liaison avec le type de chargement (Charges verticales et horizontales).

Conclusions générales

Ce mémoire a permis d'approfondir la compréhension et l'évaluation du charge critique, notamment en ce qui concerne le flambement local (poutre, colonne) et global des bâtiments à plusieurs étages. À travers cette étude, nous avons mis en évidence l'impact essentiel de la stabilité structurelle sur la sécurité et la résistance des bâtiments multiétages, en apportant des outils et des méthodes d'évaluation adaptés à divers contextes.

Les travaux réalisés ont démontré l'importance d'intégrer une analyse rigoureuse des phénomènes de flambement dans la conception et l'analyse des structures, afin de prévenir toute défaillance prématurée. La modélisation, l'utilisation de critères normatifs et les études paramétriques ont permis d'éclairer les mécanismes de risque liés à la compression et aux configurations géométriques et matériaux.

En somme, cette contribution offre un éclairage pertinent pour les ingénieurs et concepteurs, en proposant des recommandations pour optimiser la stabilité des bâtiments à plusieurs étages tout en assurant leur sécurité. La poursuite de ces recherches pourrait s'orienter vers l'intégration de nouvelles technologies de simulation, l'étude des effets combinés de plusieurs modes de flambement, ou encore la prise en compte de conditions extrêmes telles que les chargements accidentels ou sismiques.

Ainsi, cette étude constitue une étape significative dans l'amélioration de la compréhension et de la prévention des risques liés au flambement, contribuant ainsi à l'élaboration de structures plus sûres et plus résilientes face aux aléas surtout sismique.

Notons que la notion de flambement est principalement liée à la détermination du facteur de flambement k . Les normes en vigueur (Algérienne ou autre) ne tiennent en compte pour la détermination de ce facteur k , dans les bâtiments étagés, que par les rigidités des nœuds (croisement poteau-poutre). Les chargements lointains et les conditions aux limites lointaines ne sont pas pris en considération, posant ainsi un manque important surtout lors de la sollicitation de ces édifices par des actions sévères (sismique). Par ailleurs, les derniers travaux de Lebastard [41] de 2024 ont permis d'introduire ces effets (chargements lointains

et les conditions aux limites lointaines) par le biais de coefficients supplémentaires (Eq.1.30 et 1.31) ce qui a amélioré les résultats (§ V.2, §V.3 et §.V.6).

L'évaluation de k par le logiciel robot est pratiquement fausse. Le logiciel se base sur la détermination d'un facteur d'amplification λ de tout la structure. Il amplifie par la suite l'effort normale N sollicitant un élément (poteau ou poutre) par ce facteur pour déterminer le facteur k de l'élément considéré. Mais si $N=0$ le facteur k devient indéterminé.

L'approche du CSB est plus logique, elle se base sur l'isolement de l'élément (poteau ou poutre) considéré, à partir de l'équation de base d'instabilité pour la détermination des coefficients d'amplifications λ ($\det(K + \lambda k_g) = 0$) par une condensation statique de la matrice de rigidité K et celle des contraintes initiales k_g . Puis la détermination du coefficient de flambement k se fait pour chaque élément une seule fois, tenant en compte les effets des conditions aux limites et les chargements lointains appliqués sur la structure.

Les résultats obtenus par cette démarche est plus réaliste et elle donne des facteurs de flambement k traduisant le comportement réel de l'élément dans la structure.

Références bibliographiques

Références bibliographiques

1. Timoshenko, S.P. et Gere, J.M. (1961), *Theory of Elastic Stability*, 2ème édition, McGraw-Hill, New York.
2. TIMOSHENKO, S.P. & KRIEGER, S.W. (1959). *Theory of Plates and Shells*. McGraw-Hill, New York.
3. Bazant, Z.P. et Cedolin, L. (2010), *Stability of Structures: Elastic, Inelastic, Fracture and Damage Theories*, World Scientific Publishing, Singapour.
4. BAZANT, Z.P. (2000). "Structural stability". *International Journal of Solids and Structures*, 37(1-2), 55-67.
5. Yoo, C.H. et Lee, S.C. (2011), *Stability of Structures: Principles and Applications*, Butterworth-Heinemann, Oxford.
6. Rondal, J. et Maquoi, R. (1979), "Formulations d'Ayrton-Perry pour le flambement des barres métalliques", *Construction Métallique*, No. 4, pp. 41-53.
7. Courbon, J. (1975). "Calcul des structures - Résistance des matériaux", Dunod, Paris, 3ème édition.
8. EN 1993-1-1 (2005), *Eurocode 3: Design of Steel Structures – Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings*, Comité Européen de Normalisation, Bruxelles.
9. AISC (2016), *Specification for Structural Steel Buildings*, American Institute of Steel Construction, Chicago, Illinois.
10. Aristizabal-Ochoa, J.D. (1994), "K-Factor for Columns in Any Type of Construction: Nonparadoxical Approach", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 120, No. 4, pp. 1272-1290.
11. Schafer, B.W. et Ádány, S. (2006), "Buckling Analysis of Cold-Formed Steel Members Using CUFSM: Conventional and Constrained Finite Strip Methods", *18th International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures*, Orlando, Floride.
12. CM66 (1980), *Règles de calcul des constructions en acier avec additif 80*, Editions Eyrolles, Paris.
13. Muzeau, J.P. (1992), *Construction métallique : Calcul des structures*, Techniques de l'Ingénieur, Paris.
14. Zarka, J., Frelat, J. et Inglebert, G. (1990), *Mécanique Avancée des Structures*, Éditions CEPADUES, Toulouse.

15. EN 1993-1-1 (2005), *Eurocode 3: Design of Steel Structures – Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings*, Comité Européen de Normalisation, Bruxelles.
16. Villette, M. (2000), "Calcul des longueurs de flambement des poteaux selon l'Eurocode 3", *Construction Métallique*, Vol. 37, No. 1, pp. 19-37.
17. Chen, W.F. et Lui, E.M. (1987), *Structural Stability: Theory and Implementation*, Elsevier Science Publishing Co., New York.
18. CM97 (1997), Code Modèle pour les structures en béton, Centre National d'Études et de Recherches Intégrées du Bâtiment (CNERIB), République Algérienne Démocratique et Populaire.
19. DTR-BC 2.2 (2004), *Document Technique Réglementaire : Règles de conception et de calcul des structures en béton armé*, Ministère de l'Habitat et de l'Urbanisme, Alger.
20. DTR BC 2.44 (1997). "Règles de conception et de calcul des structures métalliques", CGS, Alger.
21. DTR B.C 2.44 (2012). Règles de calcul aux états limites des structures en acier. CNERIB, Algérie.
22. RPA-99/Version 2003, *Règles Parasismiques Algériennes*, Centre National de Recherche Appliquée en Génie Parasismique, Alger.
23. CSA S16 (2014), *Design of Steel Structures*, Canadian Standards Association, Toronto
24. AS/NZS 4600 (2018), *Cold-formed Steel Structures*, Standards Australia/Standards New Zealand, Sydney.
25. Kamiński, M. et Kubiak, T. (2013), "Engineering Computations in the Stability Problems for the Thin-Walled Structures with Initial Geometrical Imperfections", *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, Vol. 51, No. 4, pp. 975-986.
26. Kala, Z. (2012), "Geometrically Non-linear Finite Element Reliability Analysis of Steel Plane Frames with Initial Imperfections", *Journal of Civil Engineering and Management*, Vol. 18, No. 1, pp. 81-90.
27. Ziemian, R.D. (2010), *Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures*, 6ème édition, John Wiley & Sons, Hoboken.
28. EN 1993-3-1 (2006), *Eurocode 3: Design of Steel Structures – Part 3-1: Towers, Masts and Chimneys*, Comité Européen de Normalisation, Bruxelles.

29. Boissonnade, N., Greiner, R., Jaspart, J.P. et Lindner, J. (2006), "Rules for Member Stability in EN 1993-1-1: Background Documentation and Design Guidelines", ECCS Publication No 119, European Convention for Constructional Steelwork, Bruxelles.
30. Maquoi, R. et Rondal, J. (1978), "Mise en équation des nouvelles courbes européennes de flambement", *Construction Métallique*, Vol. 15, No. 1, pp. 17-30.
31. Gardner, L. et Nethercot, D.A. (2005), *Designers' Guide to EN 1993-1-1: Eurocode 3: Design of Steel Structures*, Thomas Telford Publishing, Londres.
32. Thompson, J.M.T. et Hunt, G.W. (1984), *Elastic Instability Phenomena*, John Wiley & Sons, Chichester.
33. Koiter, W.T. (1996), "The Energy Criterion of Stability for Continuous Elastic Bodies", *Proceedings of the Royal Society A*, Vol. 452, pp. 1965-1988.
34. ECCS (2006), *Buckling of Steel Shells: European Design Recommendations*, European Convention for Constructional Steelwork, Bruxelles.
35. EN 1993-2 (2006), *Eurocode 3: Design of Steel Structures – Part 2: Steel Bridges*, Comité Européen de Normalisation, Bruxelles.
36. Bourahla, N. et Taфраout, S. (2018). "Analyse non-linéaire du flambement des structures métalliques selon les normes algériennes". *Revue de Construction Métallique*, Vol. 55, No. 2, pp. 67-82.
37. AISI S100 (2016), *North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members*, American Iron and Steel Institute, Washington DC.
38. Beaulieu, D. et Adams, P. (2021). "Analyse de stabilité des bâtiments étagés en zone sismique". *Revue Algérienne du Génie Civil*, Vol. 15, No. 2, pp. 78-92.
39. Delesques R. « Flambement des barres dont l'effort normal varie sur la longueur. Exemples d'application aux entrants comprimés », Rubrique du praticien, *Revue CTICM* N° 4 (1972).
40. J.M. VERNIER, Flambement des poteaux de portiques à section constante avec compression variable sur la longueur, *Revue de Construction Métallique*, Réf-STA-CAL 1-00.
41. Maxime LEBASTARD, ingénieur de recherche, CTICM, Longueur de flambement des poteaux dans le plan d'un portique.
42. Webber, A.; Orr, J.; Shepherd, P; Crothers, K. (2015) The effective length of columns in multi-storey frames. *Engineering Structures*, vol. 102, p. 132-143.

43. CEN. (1992) ENV 1993-1-1 : Eurocode 3 « Calcul des structures en acier » et document d'application nationale – Partie 1-1 : Règles générales et règles pour les bâtiments.
44. Gérardy, J.C., Schleich, J.B. (1991). "Résistance au flambement des barres comprimées selon l'Eurocode3", *Construction Métallique*, n°3, pp. 23-35.
45. Chabaat, M. (2005). "Évolution des règles de calcul des structures métalliques en Algérie", *Revue Française de Génie Civil*, Vol. 9, n°4, pp. 451-468.
46. Beer, H., Schulz, G. (1970). "Bases théoriques des courbes européennes de flambement", *Construction Métallique*, n°3, pp. 37-57.
47. Dwight, J.B., Moxham, K.E. (1969). "Welded steel plates in compression", *The Structural Engineer*, Vol.47, n°2, pp. 49-66.
48. COURBON, J. (1971). *Calcul des structures : Résistance des matériaux*. Dunod, Paris.
49. Bouras, A. (2000). "Analyse comparative des règlements de construction métallique", *Séminaire National sur les Structures Métalliques*, USTHB, Alger.
50. Belkacem, S. (2008). "Application des règlesCM97 dans les bâtiments industriels", *Revue Algérienne de Génie Civil*, Vol. 3, n°2, pp. 12-25.
51. Greiner, R., Kettler, M. (2008). "Interaction of bending and axial compression of stainless-steel members", *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 64, pp. 1217-1224.
52. FREY, F. (1990). *Analyse des structures et milieux continus : Statique appliquée*. Presses polytechniques et universitaires romandes, Lausanne.
53. KOITER, W.T. (1945). *Over de stabiliteit van het elastisch evenwicht*. Thèse de doctorat, Delft University of Technology.
54. MASSONNET, C. & SAVE, M. (1976). *Calcul plastique des constructions*. CBLIA, Bruxelles.
55. ALBIGES, M. & COIN, A. (1960). *Construction métallique : Stabilité*. Eyrolles, Paris.
56. BLEICH, F. (1952). *Buckling Strength of Metal Structures*. McGraw-Hill, New York.
57. TRAHAI, N.S. (1993). *Flexural-Torsional Buckling of Structures*. E & FN Spon, London.
58. TRAHAI, N.S., BRADFORD, M.A., NETHERCOT, D.A. & GARDNER, L. (2008). *The Behavior and Design of Steel Structures to EC3*. Taylor & Francis, London.
59. VLASOV, V.Z. (1961). *Thin-walled elastic beams*. Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem.

60. JOHNSTON, B.G. (1976). Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures. 3ème édition, John Wiley & Sons, New York.
61. VENTSEL, E. & KRAUTHAMMER, T. (2001). Thin Plates and Shells: Theory, Analysis, and Applications. Marcel Dekker, New York.
62. DUBINA, D., UNGUREANU, V. & LANDOLFO, R. (2012). Design of Cold-formed Steel Structures. ECCS, Bruxelles.
63. SCHAFER, B.W. & PEKÖZ, T. (1998). "Computational modeling of cold-formed steel: characterizing geometric imperfections and residual stresses". Journal of Constructional Steel Research, 47(3), 193-210.
64. SEDLACEK, G. & FELDMANN, M. (1995). "The b/t-ratios controlling the applicability of analysis models in Eurocode 3, Part 1.1". Background Document 5.09 for Eurocode 3, RWTH Aachen.
65. HANCOCK, G.J. (2003). "Cold-formed steel structures". Journal of Constructional Steel Research, 59(4), 473-487.
66. YOUNG, B. & RASMUSSEN, K.J.R. (1998). "Design of lipped channel columns". Journal of Structural Engineering, 124(2), 140-148.
67. HOLLAWAY, L.C. & TENG, J.G. (2008). Strengthening and Rehabilitation of Civil Infrastructures Using Fibre-Reinforced Polymer (FRP) Composites. Woodhead Publishing, Cambridge.
68. BENZAID, R., CHIKH, N. & MESBAH, H. (2010). "Behaviour of square concrete column confined with GFRP composite wrap". Journal of Civil Engineering and Management, 16(3), 334-342.
69. TARANATH, B.S. (2012). Structural Analysis and Design of Tall Buildings: Steel and Composite Construction. CRC Press, Boca Raton.
70. COUNCIL ON TALL BUILDINGS AND URBAN HABITAT (2013). Recommendations for the Seismic Design of High-rise Buildings. CTBUH, Chicago.
71. GODART, B. & CALGARO, J.A. (2002). Conception des ponts. Presses de l'École nationale des ponts et chaussées, Paris.
72. SOONG, T.T. & DARGUSH, G.F. (1997). Passive Energy Dissipation Systems in Structural Engineering. John Wiley & Sons, Chichester.
73. BILLAH, K.Y. & SCANLAN, R.H. (1991). "Resonance, Tacoma Narrows bridge failure, and undergraduate physics textbooks". American Journal of Physics, 59(2), 118-124.

74. BAEHRE, R. & LADWEIN, T. (2000). *Traité de Génie Civil : Construction métallique*. Presses polytechniques et universitaires romandes, Lausanne.
75. Rondal, J., Maquoi, R. (1979). "Formulations d'abaques de flambement tenant compte des imperfections des barres", *Construction Métallique*, n°4, pp. 7-20.
76. GALAMBOS, T.V. (1998). *Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures*. John Wiley & Sons, New York.
77. Berteaux, P., et al. (2014). *Stability of structures: stability of vertical elements*. Springer.
78. Chryssanthakis, A., et al. (2017). Numerical and experimental analysis of slender structures subject to buckling. *Journal of Structural Engineering*, 143(12), 04017132.
79. Liu, Z., et al. (2013). Interaction between local and global buckling of slender columns. *Engineering Structures*, 56, 862–870.
80. Euler, L. (1757). *Mémoire sur la résistance des cordes et des arches*. Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, Berlin.
81. K. Girgin et al. / *Journal of Constructional Steel Research* 62 (2006) 605–613.

ANNEXES

ANNEXES :

Annexe A : Robot Structural Analysis 2010

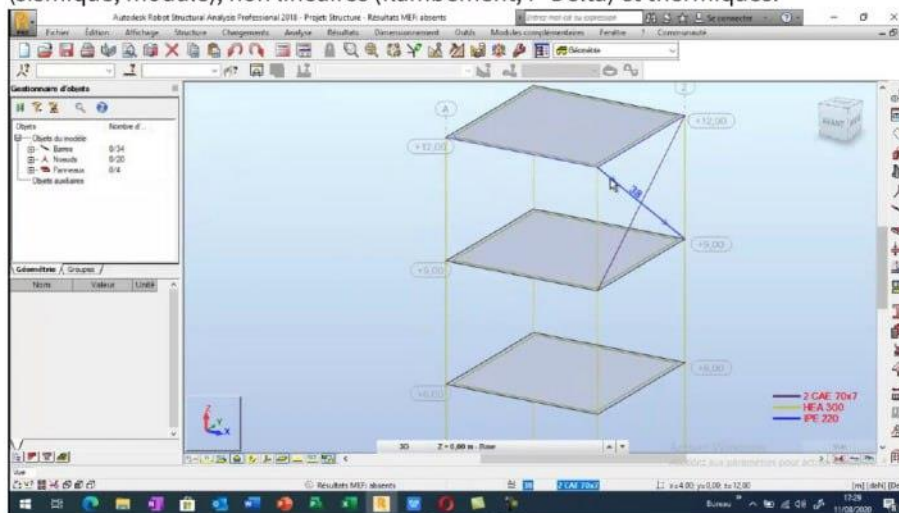
1. Introduction

Robot Structural Analysis 2010, développé par Autodesk, est un logiciel essentiel pour l'analyse et la conception structurale en ingénierie civile. Il permet la modélisation, le calcul et la vérification de structures complexes comme les bâtiments et les ponts. Ce logiciel est crucial pour simuler le comportement des structures sous diverses charges, validant ainsi les choix de conception. Cette annexe présente ses fonctionnalités clés, son interface, ses modules et ses applications typiques dans le cadre d'un Projet de Fin d'Études (PFE).

2. Fonctionnalités Clés

Robot Structural Analysis 2010 offre des fonctionnalités complètes pour l'analyse et la conception structurale :

- **Modélisation Avancée** : Création intuitive de modèles 3D avec divers éléments (poutres, poteaux, dalles) et matériaux. Importation depuis des logiciels BIM comme Revit.
- **Types d'Analyse Étendus** : Réalisation d'analyses statiques, dynamiques (sismique, modale), non linéaires (flambement, P-Delta) et thermiques.



- **Dimensionnement et Vérification** : Dimensionnement automatique des éléments en béton armé et en acier selon les normes internationales (Eurocodes, ACI, AISC), avec génération de rapports détaillés et plans de ferrailage.
- **Gestion des Charges** : Application de charges variées (permanentes, d'exploitation, vent, neige) et génération automatique de combinaisons de charges.
- **Résultats et Post-traitement** : Visualisation graphique des déformées, efforts internes, contraintes, et réactions aux appuis. Génération de rapports personnalisables.
- **Interopérabilité** : Intégration fluide avec d'autres logiciels Autodesk (Revit) et support des formats standards (DXF, DWG, IFC).

3. Interface Utilisateur

L'interface de Robot Structural Analysis 2010 est conçue pour une navigation efficace. Elle se compose d'une fenêtre graphique centrale pour la modélisation 3D, entourée de panneaux et barres d'outils :

- **Barre de Menus** : Accès aux fonctions principales (Fichier, Édition, Analyse, Résultats).
- **Barres d'Outils** : Icônes pour les commandes fréquentes (modélisation, charges, calculs).
- **Explorateur de Projet** : Vue arborescente du modèle pour une navigation rapide entre les éléments, les cas de charge et les résultats.
- **Fenêtre de Propriétés** : Affiche et permet de modifier les propriétés des objets sélectionnés.
- **Environnement Graphique** : Permet la visualisation 3D, la sélection d'éléments, l'application de charges et l'affichage des résultats (déformées, efforts internes, contraintes).

Cette organisation facilite la modélisation précise et l'interprétation claire des résultats.

4. Modules Principaux

Le logiciel est structuré en modules dédiés à des tâches spécifiques :

- **Modélisation et Géométrie** : Création de la structure, définition des matériaux, sections et appuis. Génération de maillages.
- **Charges et Combinaisons** : Application de charges et création de combinaisons selon les normes. Générateurs de charges automatiques (vent, neige).

- **Analyse** : Moteur d'analyse par éléments finis pour analyses statiques, dynamiques, non linéaires, flambement et thermiques.
- **Dimensionnement et Vérification** : Modules pour le dimensionnement du béton armé, de l'acier, du bois et de l'aluminium, avec vérification normative et calcul des armatures/profilés.
- **Résultats et Post-traitement** : Visualisation graphique et tabulaire des résultats (déformées, efforts, contraintes, réactions). Génération de rapports personnalisables.

Ces modules travaillent en synergie pour une solution complète de conception à l'exécution.

5. Cas d'Utilisation Typiques en PFE

Robot Structural Analysis 2010 est un outil polyvalent pour les PFE en génie civil, permettant :

- **Analyse et Dimensionnement de Bâtiments** : Modélisation complète, application de charges (vent, séisme), analyses statiques et dynamiques, dimensionnement des éléments (béton armé, acier) et des fondations.
- **Étude de Structures Spéciales** : Analyse de ponts, structures industrielles, structures spatiales ou soumises à des conditions extrêmes.
- **Optimisation Structurelle** : Réduction des matériaux par optimisation des sections et du ferrailage.
- **Analyse Comparative** : Comparaison de solutions (matériaux, normes) et étude de sensibilité aux paramètres.

Son utilisation développe des compétences pratiques en modélisation numérique et en analyse structurelle.

6. Avantages et Limites

Avantages :

- **Polyvalence** : Gère divers types de structures et matériaux, couvrant modélisation, analyse avancée et dimensionnement selon de nombreuses normes.
- **Interopérabilité BIM** : Intégration fluide avec Autodesk Revit, assurant cohérence des données et collaboration.
- **Moteur d'Analyse Puissant** : Basé sur un moteur d'éléments finis robuste pour des analyses complexes et précises.

- **Interface Intuitive** : Outils graphiques et de visualisation facilitent l'interprétation des résultats.
- **Conformité aux Normes** : Intègre un large éventail de normes internationales pour la vérification et le dimensionnement.
- **Rapports Détaillés** : Génération de rapports de calcul complets et personnalisables.

Limites :

- **Courbe d'Apprentissage** : Nécessite du temps pour maîtriser toutes les fonctionnalités.
- **Coût** : Logiciel professionnel onéreux.
- **Ressources Informatiques** : Analyses complexes gourmandes en ressources.
- **Dépendance aux Données d'Entrée** : La qualité des résultats dépend de la précision des données saisies.
- **Versión 2010** : Relativement ancienne, peut manquer de fonctionnalités modernes ou de mises à jour normatives présentes dans les versions plus récentes.

En somme, Robot Structural Analysis 2010 est un outil puissant nécessitant une bonne compréhension de ses principes et une attention aux données d'entrée, tout en tenant compte des spécificités de sa version.

7. Conclusion

Robot Structural Analysis 2010 a été un outil indispensable pour ce PFE, permettant de modéliser, analyser et dimensionner des structures complexes. Il a renforcé les compétences en analyse structurelle numérique et souligné l'importance de la rigueur dans la modélisation. Le logiciel est une aide précieuse, mais l'expertise de l'ingénieur reste primordiale pour valider les données et les résultats.

Annexe B : Présentation du Logiciel CSB (Cross Section Beam & Structure)

1. Introduction

Le logiciel **CSB (Cross Section Beam & Structure)** est une suite logicielle innovante dédiée au calcul de structures, se distinguant par sa capacité à analyser des poutres de section hétérogène ou composite. Développé par NT4E, CSB répond aux besoins de divers secteurs, de l'aéronautique à la construction civile. Son originalité réside dans l'exploitation d'une théorie de poutre récente qui s'affranchit des hypothèses simplificatrices traditionnelles, offrant une vision 3D détaillée du comportement des poutres. Cette annexe vise à présenter les caractéristiques clés de CSB, ses modules principaux et son application dans le cadre d'un Projet de Fin d'Études (PFE).

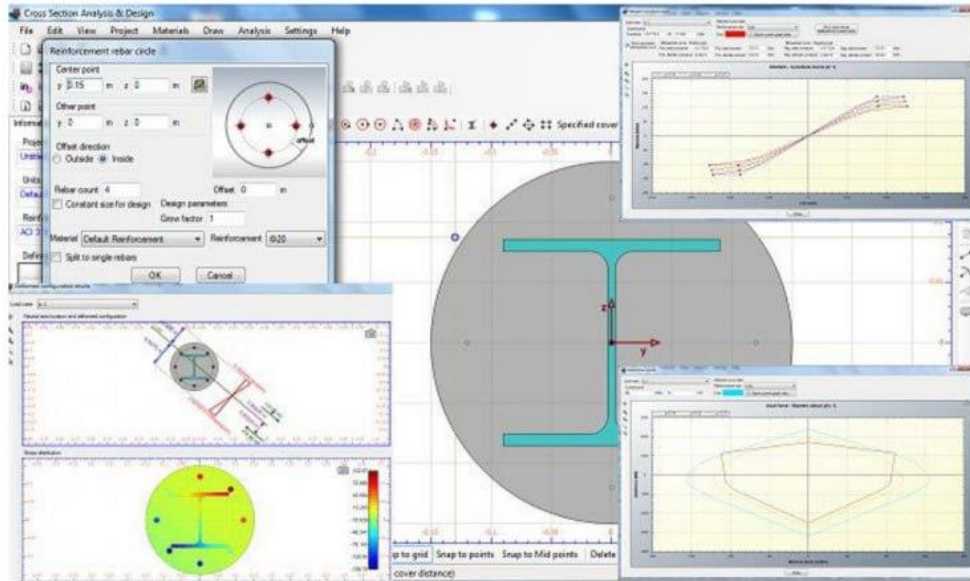
2. Fonctionnalités Clés

CSB se distingue par des fonctionnalités avancées pour l'analyse structurelle des poutres :

- **Analyse de Sections Complexes** : Capacité à traiter des poutres de section quelconque, qu'elles soient homogènes, isotropes, composites ou à phases anisotropes. Cela inclut les sections mixtes (acier-béton) ou stratifiées.
- **Théorie de Poutre Avancée** : Utilise une théorie de poutre récente qui ne repose pas sur les hypothèses simplificatrices classiques ni sur une homogénéisation matérielle, permettant une analyse plus précise.
- **Résultats 3D Détaillés** : Fournit non seulement les résultats macroscopiques (efforts intérieurs et déformations 1D), mais aussi la déformée 3D de la poutre et l'état 3D des contraintes dans chaque matériau de la section, avec une qualité comparable à un calcul par éléments finis 3D.
- **Chargements Multiples** : Prend en compte les chargements mécaniques et les variations de température.
- **Facilité d'Utilisation** : Conçu pour être immédiatement exploitable par les ingénieurs, ne nécessitant pas de connaissances spécifiques au-delà de la théorie classique des poutres et de la Résistance des Matériaux (RDM). L'interface est conviviale et axée sur l'essentiel.

3. Interface Utilisateur

L'interface de CSB est conçue pour être conviviale et intuitive, facilitant une prise en main rapide pour les ingénieurs. Elle permet de définir les sections complexes, d'appliquer les chargements et de visualiser les résultats de manière claire. Bien que les détails spécifiques de l'interface n'aient pas été exhaustivement décrits sur la page de présentation, l'accent est mis sur sa simplicité d'utilisation pour rendre la méthode de calcul avancée accessible.



4. Modules Principaux

CSB est une suite logicielle modulaire, composée d'un module central et de trois modules de calcul de poutres :

- **Cross Section (Module Central)** : Ce module est le cœur de CSB, dédié au calcul des propriétés et du comportement des sections transversales complexes.
- **Spatial Beam** : Module de calcul pour les poutres spatiales, offrant des analyses d'équilibre, de vibration et de flambement sous chargements mécaniques ou thermiques.
- **Plane Structure** : Module pour l'analyse des structures planes, incluant l'équilibre, la vibration et le flambement.
- **Spatial Structure** : Module étendant les capacités aux structures spatiales complètes, avec les mêmes types d'analyses (équilibre, vibration, flambement).

Cette modularité permet une approche flexible et ciblée pour différentes configurations structurelles.

5. Cas d'Utilisation Typiques en PFE

Dans le cadre d'un Projet de Fin d'Études (PFE), CSB offre des opportunités uniques pour l'analyse de structures avec des sections non conventionnelles ou composites, permettant d'explorer des problématiques avancées :

- **Analyse de Poutres Composites** : Étude du comportement de poutres mixtes (acier-béton), de poutres en bois lamellé-collé, ou de sections stratifiées soumises à diverses sollicitations (flexion, torsion, cisaillement, température).
- **Optimisation de Sections Hétérogènes** : Recherche de la configuration optimale pour des sections complexes afin de maximiser la résistance ou minimiser le poids, en tenant compte des propriétés de chaque matériau.
- **Étude de Flambement et Vibration** : Analyse des modes de flambement et des fréquences propres pour des poutres ou structures avec des sections hétérogènes, où les théories classiques pourraient être insuffisantes.
- **Validation de Nouvelles Théories** : Utilisation de CSB pour valider ou comparer les résultats obtenus avec des théories de poutre classiques, mettant en évidence les apports de la théorie avancée exploitée par le logiciel.
- **Applications Spécifiques** : Exploration de cas d'application dans des domaines de pointe comme l'aéronautique (ailes d'avion), les équipements sportifs (skis, raquettes), ou la construction mécanique (arbres de transmission composites).

CSB permet aux étudiants d'aborder des sujets de recherche innovants et de démontrer une compréhension approfondie des matériaux composites et des théories de poutre avancées.

6. Avantages et Limites

Avantages :

- **Précision Accrue** : Grâce à sa théorie de poutre avancée, CSB fournit des résultats d'analyse (notamment l'état 3D des contraintes) d'une qualité comparable à celle des calculs par éléments finis 3D, même pour des poutres courtes ou des sections complexes.
- **Gestion des Sections Hétérogènes et Composites** : Sa capacité à traiter des sections de forme et de composition arbitraire est un atout majeur pour les matériaux modernes et les structures innovantes.

- **Facilité d'Accès** : Conçu pour être utilisé sans connaissances préalables en dehors de la RDM classique, ce qui le rend accessible aux ingénieurs et aux étudiants.
- **Vision 3D du Comportement** : Offre une compréhension approfondie du comportement réel des poutres, au-delà des simplifications 1D.
- **Support Éducatif** : Idéal comme support pédagogique pour l'enseignement de la RDM, du calcul des structures et de la mécanique des milieux composites.

Limites :

- **Spécialisation** : CSB est très spécialisé dans l'analyse des poutres et des sections. Il ne remplace pas un logiciel d'analyse structurelle généraliste pour des structures complètes (treillis, portiques 3D complexes, etc.) qui ne peuvent pas être réduites à des assemblages de poutres.
- **Documentation et Communauté** : Étant un logiciel plus spécifique, sa documentation et sa communauté d'utilisateurs pourraient être moins étendues que celles des logiciels généralistes comme Robot Structural Analysis.
- **Intégration** : L'interopérabilité avec d'autres logiciels de CAO/BIM n'est pas explicitement mentionnée comme un point fort, ce qui pourrait nécessiter des transferts de données manuels ou des développements spécifiques.
- **Version** : L'information disponible ne précise pas la version du logiciel, ce qui peut impacter la disponibilité des fonctionnalités les plus récentes ou le support.

CSB est un outil puissant pour l'analyse de poutres complexes, offrant une précision et une profondeur d'analyse uniques, mais il doit être considéré comme un complément aux logiciels généralistes dans un flux de travail d'ingénierie structurelle.

7. Conclusion

CSB (Cross Section Beam & Structure) est un outil précieux pour l'analyse avancée des poutres, en particulier celles de sections hétérogènes ou composites. Sa capacité à fournir des résultats 3D détaillés, basés sur une théorie de poutre innovante, en fait un atout majeur pour les Projets de Fin d'Études explorant des matériaux et des comportements structurels complexes. Bien que spécialisé, CSB complète efficacement les logiciels d'analyse généralistes en offrant une précision inégalée pour les éléments de type poutre, ouvrant de nouvelles perspectives pour la recherche et l'ingénierie des structures.

8. Références

- [1] NT4E. CSB (Cross Section Beam & Structure). Disponible sur : <https://nt4e.com/csb/>

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université 8 Mai 1945 GUELMA

Fiche de suivi d'encadrement PFE

Faculté de : .Sciences et technologie

Département : Génie Civil et Hydraulique

Nom et prénom de l'encadrement : Pr. Guenfoud Monamed

Noms et prénoms des étudiants :

1- NABLI EL ARABI

Larbinab15@gmail.com

0540108069

2- ROUABHIA MOHAMMED ALI

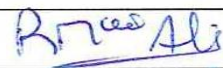
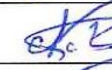
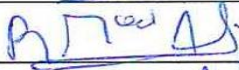
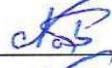
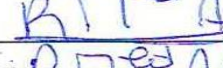
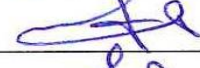
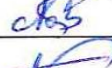
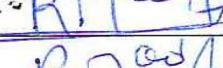
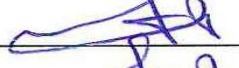
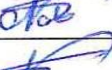
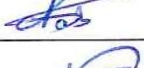
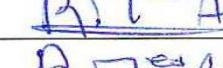
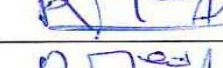
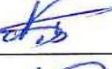
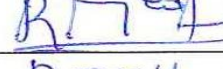
mohamedmohamed32212@gmail.com

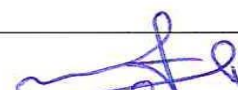
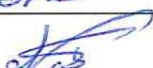
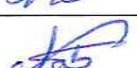
0676802291

Master II Filière : Génie Civil

Parcours : Structures

Intitulé du Mémoire : Sujet :Contribution to the evaluation of the critical load of local
(column) and global buckling of multistorey buildings

Date de consultation	Signature des étudiants		Signature de l'encadreur
Dimanche 26 Janvier 2025			
Mercredi 29 janvier 2025			
Mardi 04 février 2025			
Mardi 11 février 2025			
Mardi 18 février 2025			
Mardi 25 février 2025			
Mardi 04 mars 2025			
Mardi 11 mars 2025			
Mardi 18 mars 2025			
Mardi 25 mars 2025			
Jeudi 03 avril 2025			
Mardi 15 avril 2025			
Mardi 22 avril 2025			
Mardi 29 avril 2025			
Mardi 06 mai 2025			

Mardi 13 mai 2025		<u>Pr. GUENFOUD MOHAMED</u>	
Mardi 20 mai 2025		<u>Pr. GUENFOUD MOHAMED</u>	
Mardi 27 mai 2025		<u>Pr. GUENFOUD MOHAMED</u>	
Mardi 03 juin 2025		<u>Pr. GUENFOUD MOHAMED</u>	
Mardi 10 juin 2025		<u>Pr. GUENFOUD MOHAMED</u>	

Avancement régulier.

Pr. GUENFOUD MOHAMED



RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université 8 Mai 1945 GUELMA

Fiche de suivi d'encadrement PFE

Faculté de : .Sciences et technologie

Département : Génie Civil et Hydraulique

Nom et prénom de l'encadrement : Pr. Guenfoud Mohamed

Noms et prénoms des étudiants :

1- NABLI EL ARABI

2- ROUABHIA MOHAMMED ALI

Larbinab15@gmail.com

mohamedmohamed32212@gmail.com

0540108069

0676802291

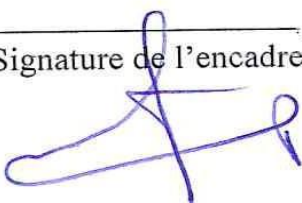
Master II

Filière : Génie Civil

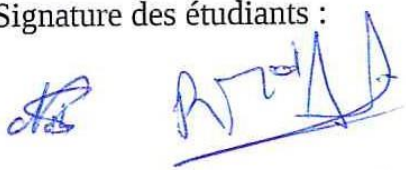
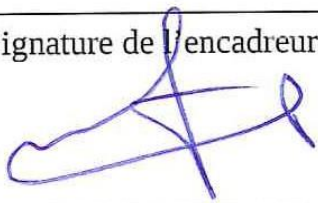
Parcours : Structures

Intitulé du Mémoire : Sujet : Contribution to the evaluation of the critical load of local (column) and global buckling of multistorey buildings

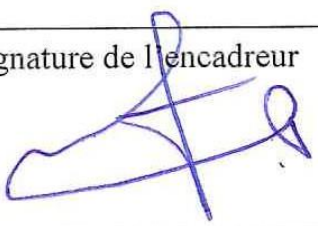
Date de consultation : Dimanche 26 Janvier 2025

Travail demandé	- Création des comptes : Researchgate, academia, googlescholar - Les IA : ChatGPT, Claude, Gemini, Llama, Capilot, quillbot. - Sci-Hub: removing barriers in the way of science - Maîtrise de Python et MATLAB - Cours sur le flambage et Thèses et publications de Slimani Adel - Logiciel CSB et le MATLAB et Robot - Voir le traitement du flambage dans les règlements CCBA 68, Additifs 80, BAEL 80, Eurocodes , CBA Algérien, CM66, règlement algérien sur la charpente métallique (CCM97)
Travail réalisé	
Observation	
Signature des étudiants :	Signature de l'encadreur
	

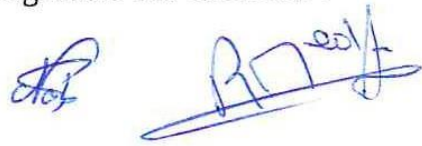
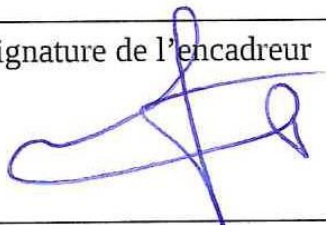
Date de consultation : mercredi 29 janvier 2025

Travail demandé	Lecture sur la notion de flambement création des comptes les IA, CSB, MATLAB
Travail réalisé	OK
Observation	
Signature des étudiants : 	Signature de l'encadreur 

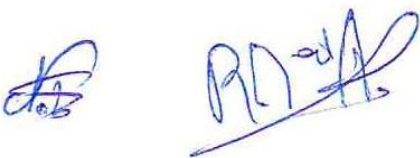
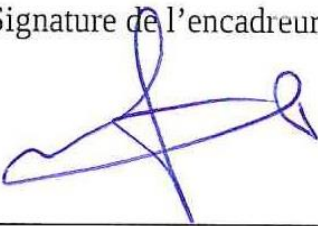
Date de consultation : mardi 04 février 2025

Travail demandé	- voir le chapitre 3 - installation robot - installation CSB
Travail réalisé	OK - Notion sur les règlements (flambage,...)
Observation	
Signature des étudiants : 	Signature de l'encadreur 

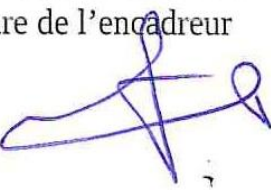
Date de consultation : Mardi 11 février 2025

Travail demandé	- faire une modélisation par robot d'un poteau
Travail réalisé	Lecture sur la notion de flambement Robot, CSB, Matlab
Observation	
Signature des étudiants : 	Signature de l'encadreur 

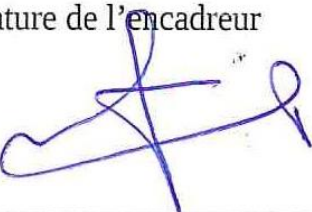
Date de consultation : Mardi 18 février 2025

Travail demandé	- faire une modélisation par robot d'un poteau
Travail réalisé	Lecture sur la notion de flambement Robot, CSB, Matlab
Observation	
Signature des étudiants :	Signature de l'encadreur
	

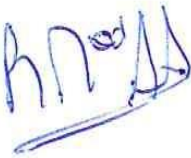
Date de consultation : Mardi 25 février 2025

Travail demandé	- faire une modélisation d'un portique simple par robot.
Travail réalisé	OK
Observation	
Signature des étudiants :	Signature de l'encadreur
	

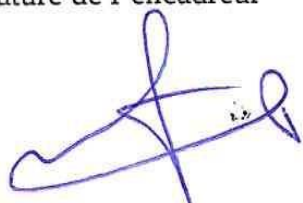
Date de consultation : Mardi 04 mars 2025

Travail demandé	- faire les cas d'étude.
Travail réalisé	OK
Observation	
Signature des étudiants :	Signature de l'encadreur
	

Date de consultation : Mardi 11 mars 2025

Travail demandé	- faire une modélisation d'un portique simple par CSB.
Travail réalisé	OK
Observation	
Signature des étudiants :	Signature de l'encadreur
 	

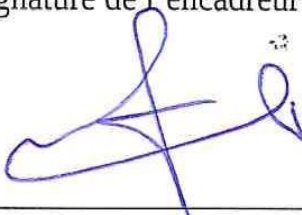
Date de consultation : Mardi 18 mars 2025

Travail demandé	- faire les cas d'études.
Travail réalisé	OK
Observation	
Signature des étudiants :	Signature de l'encadreur
 	

Date de consultation : Mardi 25 mars 2025

Travail demandé	- faire une modélisation des portiques étagés.
Travail réalisé	OK
Observation	
Signature des étudiants :	Signature de l'encadreur
 	

Date de consultation : Jeudi 03 avril 2025

Travail demandé	- faire les cas d'études.
Travail réalisé	OK
Observation	
Signature des étudiants : 	Signature de l'encadreur 

Date de consultation : Mardi 15 avril 2025

Travail demandé	- faire une modélisation des structures étagées(régulière et irrégulière).
Travail réalisé	OK
Observation	
Signature des étudiants : 	Signature de l'encadreur 

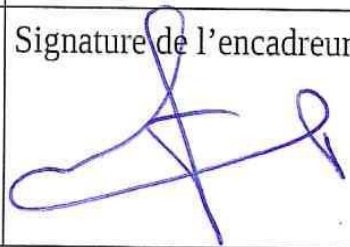
Date de consultation : Mardi 22 avril 2025

Travail demandé	- faire les cas d'études.
Travail réalisé	OK
Observation	
Signature des étudiants : 	Signature de l'encadreur 

Date de consultation : Mardi 29 avril 2025

Travail demandé	- faire les calculs en utilisant les normes EC3 et CM66.
Travail réalisé	OK
Observation	
Signature des étudiants :  	Signature de l'encadreur 

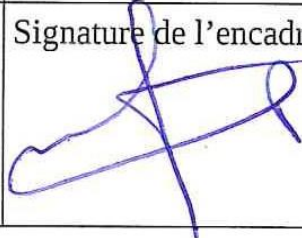
Date de consultation : Mardi 06 mai 2025

Travail demandé	- faire l'étude bibliographique.
Travail réalisé	OK
Observation	
Signature des étudiants :  	Signature de l'encadreur 

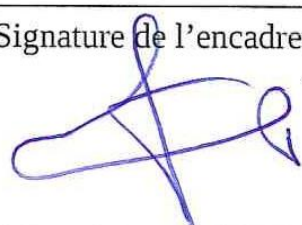
Date de consultation : Mardi 13 mai 2025

Travail demandé	- faire l'étude théorique du flambement des barres.
Travail réalisé	OK
Observation	
Signature des étudiants :  	Signature de l'encadreur 

Date de consultation : Mardi 20 mai 2025

Travail demandé	- faire l'étude des phénomènes d'instabilité globale et locale des structures.
travail réalisé	OK
Observation	
Signature des étudiants :  	Signature de l'encadreur 

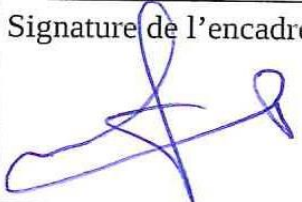
Date de consultation : Mardi 27 mai 2025

Travail demandé	- faire l'étude comparative des approches de flambement dans les bâtiments étagés
travail réalisé	OK
Observation	
Signature des étudiants :  	Signature de l'encadreur 

Date de consultation : Mardi 03 juin 2025

Travail demandé	- faire la mise en page de mémoire.
travail réalisé	OK
Observation	
Signature des étudiants :  	Signature de l'encadreur 

Date de consultation : Mardi 10 juin 2025

Travail demandé	- vérification finale de mémoire fin d'étude
travail réalisé	OK
Observation	
Signature des étudiants :	Signature de l'encadreur
	

République Algérienne Démocratique et populaire Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique Université 08 Mai 45 Guelma Faculté des Sciences et de la Technologie Département de Génie Civil et Hydraulique		الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية وزارة التعليم العالي والبحث العلمي جامعة 08 ماي 45 قالمة كلية العلوم و التكنولوجيا قسم الهندسة المدنية و الري
--	---	--

ATTESTATION DE SOUTENABILITE

Encadreur : Pr. GUENFOUD Mohamed

Grade : Professeur Emérite

Etudiant(e) : 1. NABLI EL ARABI
2. ROUABHIA MOHAMMED ALI

Année d'étude : Master 2 en Génie Civil

Option: STRUCTURES

Thème du projet : Contribution to the evaluation of the critical load of local (column) and global buckling of multistorey buildings

Encadreur : بيان المؤطر

أنا الممضي أسفله السيد(ة): GUENFOUD MOHAMED: مؤطر الطلبة المذكورين أعلاه و الذين أنجزوا عملهم في الأجل المحدد أسمح لهم بمناقشة مذكرة التخرج.

المؤطر / Encadreur
GUENFOUD Mohamed

