

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université 8 Mai 1945 – Guelma
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Electrotechnique et Automatique

Réf:...../2025



MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du **diplôme** de **MASTER Académique**

Domaine: Sciences et Technologie

Filière: Automatique

Spécialité: Automatique et informatique industrielle

Par: Gharmoul Hadil Malak
Rouane Rawiya

Thème

**Commande par mode glissant et floue d'un robot manipulateur
à 2 DDL**

Soutenu publiquement, le 23/06 /2025 , devant le jury composé de:

Mr	Moussaoui abdelkrim	Professeur	Univ. Guelma	Président
M ^{me}	Loucif fatiha	MCB	Univ. Guelma	Encadreur
Mr	Sebbagh abdenmour	Professeur	Univ. Guelma	Examineur
M ^{elle}	Kechida Sihem	Professeur	Univ. Guelma	Examineur

Année Universitaire: 2024/2025



Remerciements

Au terme de ce travail, nous tenons à exprimer notre profonde gratitude, avant tout à Dieu, le Tout-Puissant, qui nous a soutenus, guidés et donnés la force et le courage nécessaires pour mener à bien ce modeste travail.

Nous souhaitons adresser nos remerciements les plus sincères à toutes les personnes qui nous ont apporté leur aide et leur soutien, et qui ont contribué, de près ou de loin, à l'élaboration de ce mémoire ainsi qu'à la réussite de cette belle année universitaire.

Nous exprimons toute notre reconnaissance à **Madame Loucif Fatiha**, notre directrice de mémoire, pour sa disponibilité, sa patience, son écoute attentive et ses précieux conseils. Son accompagnement rigoureux et bienveillant a grandement facilité la réalisation de ce travail. Sans lui, ce mémoire n'aurait pas vu le jour dans les mêmes conditions.

Nos vifs remerciements vont également aux membres du jury, pour l'attention qu'ils ont portée à notre travail, ainsi que pour leurs observations et suggestions enrichissantes.

Nous remercions enfin l'ensemble du **corps professoral et administratif du département de Génie Électrotechnique et Automatique**, pour la qualité de leur enseignement et leur engagement constant à offrir aux étudiants une formation solide, actualisée et en phase avec les exigences du monde professionnel.



À toutes et à tous, merci infiniment.



Dédicace

(وَآخِرُ دَعْوَاهُمْ أَنِ الْحَمْدُ لِلَّهِ رَبِّ الْعَالَمِينَ)

À ma petite moi

Je veux te dire qu'aujourd'hui, nous sommes enfin fières de nous-mêmes. Nous l'avons fait, et nous avons réalisé ce dont nous rêvions.

Mon père, mon héros LAZHAR

Merci pour tout ce que vous m'avez enseigné, pour votre patience infinie et pour avoir toujours cru en moi, même dans les moments de doute. Merci pour tes conseils silencieux, ton regard bienveillant et ton soutien constant. Ce projet est aussi le tien.

Ma chère mère WAFÀ

A toi, source inépuisable d'amour, de tendresse et de réconfort. Ta douceur, tes prières et tes encouragements ont été mon refuge dans les moments difficiles. Si j'ai pu atteindre ce but aujourd'hui, c'est en grande partie grâce à tes sacrifices et à ton soutien de chaque instant.

À mes sœurs :

-Nourane Djoumana

Ton énergie et ton amour débordant m'ont tant apporté. Merci d'avoir su, par ta présence, égayer mes journées et me faire sentir entourée.

-Alla Salsabil

Ta douceur et ton innocence m'ont donné de la force quand j'en manquais. Tu es un petit trésor dans ma vie.

-Rimess Assil

Malgré ton jeune âge, ton attachement sincère et tes gestes tendres ont toujours su m'émouvoir. Merci pour tout l'amour que tu me donnes si simplement.

À Rawiya

Ma partenaire de mémoire, ton sérieux, ton engagement et ta bonne humeur ont rendu cette expérience enrichissante et fluide. Merci d'avoir partagé ce chemin avec moi.

À la formidable Douaa

Dans les épreuves les plus sombres comme dans les joies les plus lumineuses, tu as toujours été là, sans jamais faillir. Ton soutien indéfectible, ta force tranquille. Merci d'avoir été une présence essentielle et sincère dans ma vie.

À mes copines : Rima, Maïssa et Rihem

Mes chères compagnes de chambre universitaire, avec vous, j'ai partagé bien plus qu'un simple espace. Entre les fous rires, les confidences et les moments de vie simples, vous avez transformé notre chambre en un véritable refuge. Merci pour votre tendresse et votre présence.

À Aya

Ta douceur, ta patience et ton écoute ont été un véritable réconfort au quotidien. Merci pour ta belle amitié et ta bienveillance.

À mon oncle Tayeb

Tu es parti trop tôt, mais ta mémoire reste vivante dans mon cœur. Ce travail, je te le dédie avec émotion et respect.

Et enfin...

À tous ceux qui ont laissé une empreinte douce dans mon cœur....

À tous ceux qui, même par un petit geste, ont contribué à ce chemin et à cette réussite ...

Je vous dédie ce travail modeste en signe de ma profonde reconnaissance et de mon estime sincère.

Gharmoul Hadil Malak



إلى أُمي الحبيبة، وإلى أبي الكريم، جزاكما الله عني خير الجزاء على ما أغدقتماني به من دعاء
وصبر وتضحيات لا تُعدّ ولا تُحصى

وإلى إخوتي الأعزاء: بشرى، محسن، أحمد، ريناد، ودارين، أنتم سندي ورفقتي في دروب الحياة،
فلكم مني كل الحب والامتنان

وأهدي خالص امتناني لزميلتي هديل ملاك في إعداد هذا العمل، ولكل زملائي الذين شاركوني رحلة
الدراسة بكل مودة وتعاون

وأوجّه أسمى آيات الحب والتقدير إلى معلمتي وصديقتي الغالية، الأستاذة لطيفة، التي كان لرفقتها
وأثرها الطيب مكانة خاصة في قلبي.

وإلى زهرتنا الصغيرة “غزة وتين”، التي يحمل اسمها عبق الأرض المباركة، ولأخيها بيرم، أسأل
الله أن يبارك في عمريهما، ويجعلهما من المبشرين بنصر هذه الأمة

تحية ملؤها المحبة والاحترام إلى أهل القرآن جميعاً، رافعي راية النور في زمن الظلمة، وأخصّ
بالذكر معلمتي الفاضلة الأستاذة حجاجي، جزاها الله خير الجزاء وبارك فيها

وفي الختام، لا أنسى أهلنا الصامدين في غزة، أسأل الله أن يُفرّج كربهم، وينصرهم نصرًا عزيزًا،
وأن يجعل لهم من بعد العسر يُسرًا، ومن بعد الضيق فرجًا عظيمًا

روان راوية



Résumé

Ce projet de fin d'études traite de la **modélisation complète d'un robot manipulateur à deux degrés de liberté (2DDL)**, incluant les aspects géométrique, cinématique et dynamique. L'objectif principal est de **démontrer l'efficacité de deux approches de commande modernes** — la **commande floue** et la **commande par mode glissant** — face aux défis actuels de la commande robotique. La **mise en œuvre et la simulation** des deux lois de commande ont été réalisées sous **MATLAB/Simulink**, ce qui a permis d'analyser et de comparer leurs performances. Ce travail nous a également permis de **renforcer nos compétences** en modélisation, simulation et conception de lois de commande avancées.

Mots-clés : Robot manipulateur, degrés de liberté, modélisation, commande floue, commande par mode glissant, simulation MATLAB/Simulink, lois de commande avancées.

Abstract

This final year project focuses on the **complete modeling of a two-degree-of-freedom (2-DOF) robotic manipulator**, including geometric, kinematic, and dynamic aspects. The main objective is to **demonstrate the effectiveness of two modern control approaches** — **fuzzy logic control** and **sliding mode control** — in addressing current challenges in robotic control. The **implementation and simulation** of both control strategies were carried out using **MATLAB/Simulink**, allowing performance analysis and comparison. This work also helped us **enhance our skills** in modeling, simulation, and advanced control design.

Keywords: Robotic manipulator, degrees of freedom, kinematic modeling, dynamic modeling, fuzzy logic control, sliding mode control, MATLAB/Simulink simulation, advanced control laws.

المخلص

يتناول مشروع التخرج موضوع النمذجة الكاملة لروبوت متلاعب ذو درجتين حرة من خلال دراسة الجوانب الهندسية والحركية والديناميكية. يهدف هذا العمل إلى تقييم فعالية تقنيتين حديثتين في التحكم، وهما التحكم الضبابي والتحكم بطريقة الانزلاق، في مواجهة التحديات المعقدة التي تطرحها أنظمة التحكم في الروبوتات. تم تنفيذ خوارزميات التحكم ومحاكاتها باستخدام بيئة **MATLAB/Simulink**. وقد ساهم هذا المشروع في تطوير مهاراتنا في مجالات النمذجة، والمحاكاة، وتصميم استراتيجيات التحكم المتقدمة.

الكلمات المفتاحية: روبوت متلاعب، درجات الحرية، النمذجة الحركية، النمذجة الديناميكية، التحكم الضبابي، التحكم بطريقة الانزلاق، محاكاة **MATLAB/Simulink**، قوانين التحكم المتقدمة.

Liste des Figures

Figure I.1	L'innovation de la robotique	4
Figure I.2	UNIMATE, le premier robot industriel	5
Figure I.3	FAMULUS, le premier robot industriel à commande électrique	5
Figure I.4	Robot FANUC soudant une carrosserie	6
Figure I.5	Flex Picker, robot delta ultrarapide	6
Figure I.6	Robot conçu par la NASA	7
Figure I.7	Robot mobile	7
Figure I.8	Robot cartésien manipulateur.....	8
Figure I.9	Robot SCARA	8
Figure I.10	Robot polyarticulé	9
Figure I.11	Robot parallèle de type Delta.....	9
Figure I.12	Robot industriel	10
Figure I.13	Robot médical.....	10
Figure I.14	Robot humanoïde (ASIMO)	11
Figure I.15	Robot d'exploration sur Mars	11
Figure I.16	Robot à commande manuelle	12
Figure I.17	Robot à cycle prérégulé	12
Figure I.18	Robot reprogrammable	13
Figure I.19	Base d'un robot manipulateur	14
Figure I.20	Actionneur d'un robot manipulateur	15
Figure I.21	Robots mobiles autonomes dans un entrepôt.....	17
Figure I.22	Robot collaboratif (cobot)	18
Figure I.23	Système d'arrêt d'urgence intelligent	19
Figure I.24	Augmentation de la productivité et de l'efficacité	20
Figure II.1	Robot à structure ouverte simple	25
Figure II.2	Paramètres de Denavit-Hartenberg modifiés.....	26
Figure II.3	Paramètres géométriques du bras à 2DDL	28
Figure III.1	Classification selon la logique classique	42
Figure III.2	Classification selon la logique floue	43
Figure III.3	Architecture de base d'un système flou	43
Figure III.4	Formes des fonctions d'appartenance.....	45
Figure III.5	Structure de commande floue	46
Figure III.6	Définition d'ALORS (max-min)	47
Figure III.7	Définition de OU (max-min)	48
Figure III.8	Fonction d'appartenance résultante	48
Figure III.9	Définition d'ALORS (max-prod)	48
Figure III.10	Définition de OU (max-prod)	49
Figure III.11	Défuzzification par centre de gravité.....	50
Figure IV.1	Différents modes des trajectoires d'état	56
Figure IV.2	Surface de glissement.....	57
Figure IV.3	Illustration de la diminution de la fonction de Lyapunov	58
Figure IV.4	Représentation de la commande discontinue.....	60
Figure IV.5	Phénomène de chattering	60
Figure IV.6	Les fonctions de commutation	61
Figure V.1	Fonctions d'appartenance (Commande floue à 3 règles)	67
Figure V.2	Résultats de la commande floue avec 3 règles	68
Figure V.3	Fonctions d'appartenance (Commande floue à 5 règles)	70

Figure V.4	Résultats de la commande floue avec 5 règles	71
Figure V.5	Résultats de la commande glissante avec fonction sign	76
Figure V.6	Résultats de la commande glissante avec fonction sat	78
Figure V.7	Résultats de la commande glissante avec fonction tanh	79

Liste des tableaux

Tableau II.1	Configuration de Denavit-Hartenberg du robot à 2DDL	28
Tableau III.1	Opérateurs flous : opérations logiques appliquées aux degrés de vérité.....	45
Tableau V.1	Matrice de MacVicar-Whelan (3 règles)	67
Tableau V.2	Matrice de MacVicar-Whelan (5 règles)	69

Table des matières

Remerciement.....	i
Dédicace.....	ii
Résumé.....	iv
Liste des figures.....	v
Liste des tableaux.....	vi
Sommaire.....	vii
Introduction générale.....	1

Chapitre I : Généralités sur la robotique

I.1. Introduction	4
I.2. Définition et historique de la robotique	4
I.2.1. Définition de la robotique	4
I.2.2. Évolution historique de la robotique	5
I.3. Classification des robots	7
I.3.1. Selon la mobilité	7
I.3.2. Selon la structure mécanique	8
I.3.3. Selon le domaine d'application	9
I.4. Catégories selon le mode de commande	12
I.4.1. Robots à commande manuelle.....	12
I.4.2. Robots automatiques à cycle préréglé.....	12
I.4.3. Robots reprogrammables	13
I.5. Composants d'un robot manipulateur	13
I.5.1. Base.....	13
I.5.2. Corps et liaisons mécaniques	14
I.5.3. Actionneurs.....	14
I.5.4. Articulations.....	15
I.5.5. Organe terminal.....	16
I.5.6. Capteurs.....	16
I.6. Intelligence artificielle et robotique industrielle	17
I.6.1. Définition et rôle de l'IA en robotique industrielle	17
I.6.2. Applications de l'IA en robotique industrielle	17
I.6.3. Avantages et défis	18
I.7. Sécurité et normes en robotique industrielle	18
I.7.1. Normes de sécurité en robotique industrielle	18
I.7.2. Technologies de sécurité en robotique industrielle	18
I.7.3. Défis et perspectives.....	19
I.8. Impact économique et sociétal de la robotique industrielle.....	19
I.8.1. Impact économique.....	19
I.8.2. Impact sur l'emploi.....	20
I.8.3. Impact sociétal.....	20
I.9. Conclusion	21
Références.....	22

Chapitre II : Modélisation d'un bras manipulateur

II.1. Introduction	24
II.2. Modélisation des robots manipulateurs	24
II.3. Modélisation géométrique	24
II.3.1. Modèle géométrique direct	25
II.3.1.1. Convention de Denavit–Hartenberg modifiée	25
II.3.1.2. Calcul du modèle géométrique direct.....	28

II.3.2. Modèle géométrique inverse.....	29
II.3.2.1. Calcul du modèle géométrique inverse.....	29
II.4. Modélisation cinématique	31
II.4.1. Modèle cinématique direct.....	31
II.4.2. Modèle cinématique inverse.....	32
II.5. Modélisation dynamique	32
II.5.1. Modèle dynamique direct.....	32
II.5.2. Modèle dynamique inverse	33
II.5.2.1. Formalisme de Lagrange-Euler.....	33
II.6. Conclusion.....	38
Références.....	39

Chapitre III : la Commande floue

III.1. Introduction	41
III.2. Historique	41
III.3. Exemple introductif	42
III.4. Principe de la logique floue	43
III.4.1. Concepts et définitions.....	43
III.4.2. Variables linguistiques	44
III.4.3. Univers de discours.....	44
III.4.4. Fonctions d'appartenance.....	44
III.4.5. Relations floues.....	45
III.4.5.1. Conjonction.....	45
III.4.5.2. Disjonction floue.....	45
III.5. Structure d'un système de commande floue	45
III.5.1. Base de connaissances.....	46
III .5.1.1. Définition des règles d'inférence.....	46
III .5.1.2.Méthodes d'inférence.....	47
III .5.1.2.1. Méthode d'inférence max-min.....	47
III .5.1.2.2. Méthode d'inférence max-prod.....	48
III .5.1.2.3. Méthode d'inférence somme-prod.....	49
III .5.2.Interface de défuzzification.....	49
III .5.2.1. Méthode de la moyenne de maximums.....	49
III .5.2.2.Méthode du centre gravité.....	49
III.6. Domaines d'application de la logique floue.....	50
III.7. Avantages et inconvénients du réglage par la logique floue.....	51
III .7.1. Avantages.....	51
III .7.2. Inconvénients.....	52
III.8. Conclusion	52
Références.....	53

Chapitre IV : la commande par mode glissant

IV.1. Introduction	55
IV.2. Théorie de la commande par mode glissant	55
IV.3. Conception de la commande.....	56
IV.3.1. Choix de la Surface de glissement.....	56
IV.3.2. Conditions d'existence et de convergence.....	57
IV.3.2.1. Loi de commutation directe.....	57
IV.3.2.2. Fonction de Lyapunov.....	58
IV.4. Calcul de la commande	59
IV.5. Phénomène de chattering (broutement)	60

IV.5.1. Solutions pour la suppression du phénomène de réticence.....	61
IV.6. Avantages et inconvénients	62
IV.7. Conclusion	62
Références.....	63

Chapitre V : Application à un robot manipulateur à 2 DDL

V.1. Introduction.....	65
V.2. Mise en œuvre de la commande du robot à 2ddl.....	65
V.3. Commande par logique floue.....	65
V.3.1. Structure du contrôleur par logique floue.....	66
V.3.2. Résultats de simulation.....	66
V.4. Commande par mode glissant	72
V.4.1. Loi de commande.....	72
V.4.1.1. Analyse de la Stabilité (fonction de Lyapunov).....	73
V.5. Structure de commande par mode glissant	73
V.6. Résultats de simulation.....	75
V.7. Comparaison.....	80
V.8. Conclusion.....	80
Références	82
Conclusion générale.....	84

Annexe



Introduction générale

Introduction générale

Introduction Générale

La robotique représente aujourd'hui un pilier fondamental de l'innovation technologique dans les systèmes industriels, médicaux et domestiques. Depuis ses débuts dans les années 1950 avec les premiers bras manipulateurs, cette discipline n'a cessé d'évoluer, en intégrant des avancées majeures en électronique, informatique, automatique et intelligence artificielle. Cette évolution a permis de concevoir des robots de plus en plus performants, capables de remplacer l'homme dans des tâches répétitives, dangereuses ou de précision extrême.

Cependant, malgré ces progrès, plusieurs défis persistent, notamment en ce qui concerne la commande des robots manipulateurs. Les méthodes classiques de commande, telles que la commande proportionnelle-intégrale-dérivée (PID), bien qu'efficaces dans certains contextes simples, montrent rapidement leurs limites face aux systèmes non linéaires, aux incertitudes dynamiques ou aux environnements perturbés. Ces approches nécessitent souvent une modélisation précise et rigide, ce qui les rend peu adaptées aux situations réelles complexes.

Pour surmonter ces limitations, de nouvelles approches dites intelligentes ou robustes ont vu le jour. Parmi elles, on distingue particulièrement la commande floue, qui repose sur des règles linguistiques inspirées du raisonnement humain, et la commande par mode glissant, connue pour sa robustesse face aux incertitudes et aux perturbations externes. Ces deux stratégies offrent des performances remarquables et constituent des alternatives puissantes aux méthodes classiques.

Dans ce contexte, ce projet de fin d'études porte sur la modélisation et la commande d'un robot manipulateur à deux degrés de liberté (2DDL), en mettant en œuvre ces deux techniques avancées.

Le présent mémoire est structuré en cinq chapitres :

Le premier chapitre est consacré aux généralités sur la robotique. Il présente les définitions, l'évolution historique, les classifications des robots ainsi que leurs composants principaux et domaines d'application.

Le deuxième chapitre traite de la modélisation du robot 2DDL. Il aborde la modélisation géométrique, cinématique et dynamique du bras manipulateur, base nécessaire pour le développement des lois de commande.

Le troisième chapitre présente les principes de la logique floue, en détaillant son architecture, ses opérateurs logiques, ainsi que son utilisation dans les systèmes de commande.

Introduction générale

Le quatrième chapitre est dédié à la commande par mode glissant, avec une étude approfondie des lois de commutation, de la surface de glissement, et des conditions de stabilité.

Enfin, le cinquième chapitre propose une application de ces deux commandes sur le robot 2DDL, avec une comparaison des résultats de simulation pour en évaluer les performances respectives.

À travers ce travail, nous visons à démontrer l'efficacité de ces approches modernes face aux défis actuels de la commande robotique, tout en enrichissant nos compétences en modélisation, simulation et conception de lois de commande.

Chapitre I :
**Généralités sur la
robotique**

I.1. Introduction

La robotique est une discipline en constante évolution qui révolutionne de nombreux secteurs industriels et scientifiques. Grâce aux avancées technologiques en intelligence artificielle, en mécatronique et en automatisation, les robots sont devenus des outils incontournables pour améliorer la productivité, la précision et la sécurité dans divers domaines [1] [2].

Ce premier chapitre propose une vue d'ensemble de la robotique industrielle, en abordant son évolution historique, ses définitions fondamentales, ses classifications et ses différentes catégories en fonction de leur commande et de leur mode d'opération.

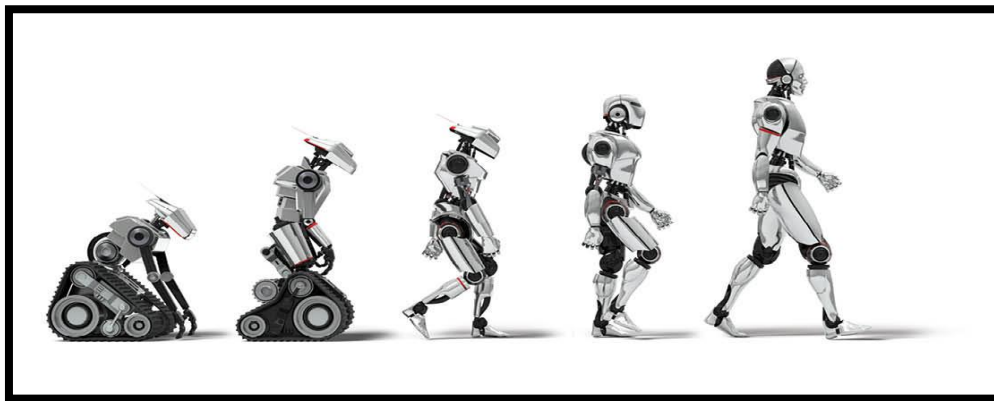


Figure I.1 : l'innovation de la robotique

I.2. Définition et Historique de la Robotique

I.2.1. Définition de la robotique

La robotique est une branche de l'ingénierie qui regroupe la conception, la fabrication, la programmation et l'utilisation des robots. Un robot peut être défini comme un système mécatronique autonome ou semi-autonome, capable d'exécuter des tâches spécifiques en interagissant avec son environnement.

Le Robot Institute of America (RIA) définit un robot comme :

➤ "Un manipulateur reprogrammable, polyvalent, capable de déplacer des objets, des outils ou des dispositifs spécialisés selon des trajectoires programmées pour exécuter des tâches variées" [3].

I.2.2. Évolution historique de la robotique

L'histoire de la robotique est marquée par une succession d'innovations ayant permis de repousser les limites de l'automatisation [1].

- **1954** : George Devol invente le premier robot industriel programmable et dépose un brevet pour un manipulateur automatisé [5].
- **1956** : Création de la société Unimation par Devol et Joseph Engelberger, considérée comme le premier fabricant de robots industriels [6].
- **1961** : Installation du premier robot industriel, Unimate, dans une usine de General Motors, utilisé pour la manipulation de pièces métalliques chaudes.

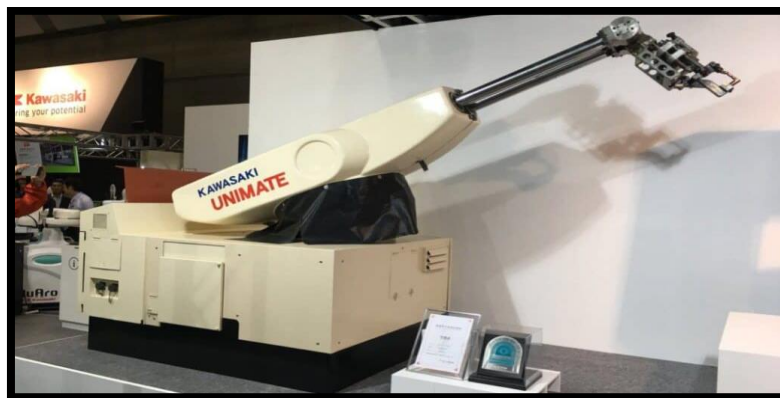


Figure I.2 : UNIMATE, le premier robot industriel

- **1969** : Victor Scheinman conçoit le premier bras robotisé articulé avec six degrés de liberté, préfigurant les robots manipulateurs modernes.
- **1973** : KUKA introduit le Famulus, le premier robot industriel à commande entièrement électrique.



Figure I.3 : FAMULUS, le premier robot industriel à commande entièrement électrique.

- **Années 1980** : Popularisation des robots industriels dans l'automobile et l'électronique, avec des fabricants comme Fanuc, ABB et Yaskawa.



Figure I.4 : robot FANUC soudant une carrosserie de voiture

- **1998** : ABB développe FlexPicker, un robot delta ultra-rapide dédié aux applications de tri et d'emballage.



Figure I.5 : FlexPicker, robot delta ultrarapide

- **Années 2000-2010** : Expansion des robots mobiles autonomes et des systèmes de cobotique (collaboration humain-robot) [1].
- **2011** : Lancement du Robonaut R2B, un robot humanoïde conçu par la NASA et General Motors pour assister les astronautes à bord de l'ISS.



Figure I.6 : un robot conçu par la NASA

Aujourd'hui, la robotique industrielle continue d'évoluer avec l'intégration de l'intelligence artificielle, des systèmes de vision et des algorithmes d'apprentissage automatique, permettant des robots de plus en plus autonomes et intelligents.

I.3. Classification des Robots

La diversité des robots repose sur plusieurs critères, notamment leur mode de locomotion, leur structure mécanique et leur domaine d'application.

I.3.1. Classification selon la mobilité

Les robots peuvent être fixes ou mobiles selon leur mode de déplacement [1] [4].

- **Robots fixes** : Ces robots sont ancrés à un emplacement spécifique et exécutent des tâches prédéfinies, comme les bras manipulateurs industriels.
- **Robots mobiles** : Dotés de roues, de chenilles ou de jambes, ils se déplacent dans leur environnement pour accomplir des missions de transport, d'exploration ou d'inspection.



Figure I.7 : Robot mobile

I.3.2. Classification selon la structure mécanique

Il existe plusieurs structures : cartésiens, SCARA, polyarticulés et parallèles. Chacune est adaptée à des applications spécifiques [7] [8].

➤ **Robots cartésiens** : Dotés de trois axes linéaires (X, Y, Z), ils sont souvent utilisés pour les opérations de pick-and-place.

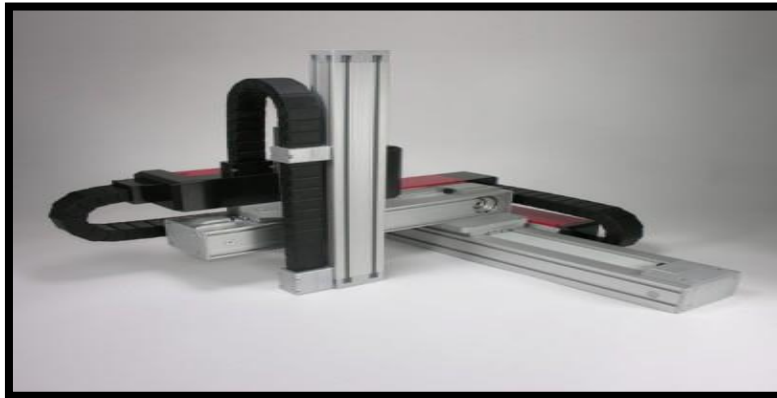


Figure I.8 : un robot cartésien manipulateur

➤ **Robots SCARA** : Conçus pour des applications d'assemblage rapide et précis grâce à leur structure rigide.

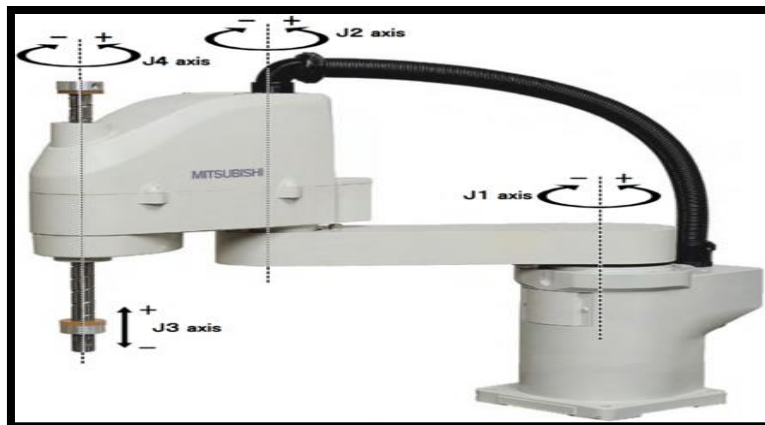


Figure I.9 : un robot SCARA

➤ **Robots polyarticulés** : Équipés de plusieurs articulations leur offrant une grande flexibilité, adaptés aux opérations complexes (soudage, peinture, manipulation d'objets).



Figure I.10 : un robot polyarticulé

➤ **Robots parallèles** : Tels que les robots delta, utilisés pour des opérations nécessitant une grande vitesse et précision.



Figure I.11 : robot parallèle de type Delta en pleine action

I.3.3. Classification selon le domaine d'application

Les robots industriels, médicaux, humanoïdes et d'exploration sont les principaux types rencontrés [2] [9].

➤ **Robots industriels** : sont des machines automatisées utilisées dans la fabrication pour effectuer des tâches répétitives, dangereuses ou complexes. Ils augmentent la productivité, la qualité et la sécurité dans des secteurs comme l'automobile, l'électronique, l'agroalimentaire et l'aéronautique.

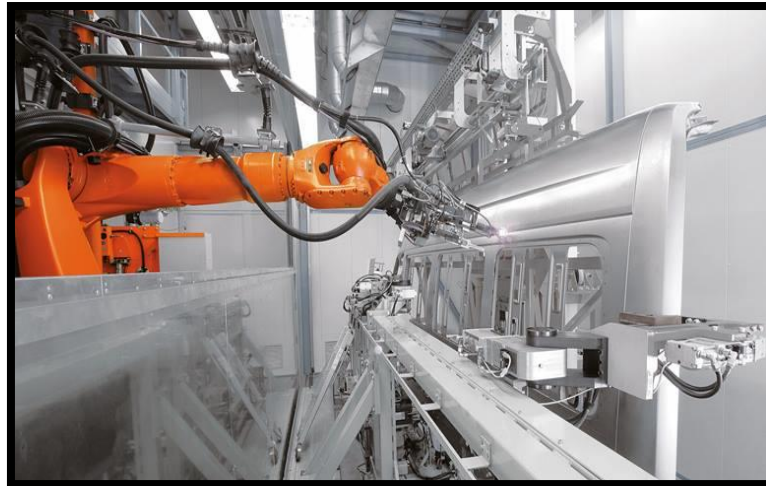


Figure I.12 : robot industriel

➤ **Robots médicaux :** sont des systèmes automatisés utilisés dans diverses applications médicales telles que la chirurgie, la rééducation et la télémédecine. Parmi les principaux types, les robots chirurgicaux (comme Da Vinci) assistent les chirurgiens avec une précision accrue lors des interventions, tandis que les robots de rééducation (comme Lokomat) aident à la rééducation physique des patients après des blessures ou des opérations. Enfin, les robots de télémédecine facilitent les consultations à distance, permettant aux médecins de fournir des soins dans des zones éloignées ou lors de situations d'urgence, contribuant ainsi à l'accessibilité des soins.

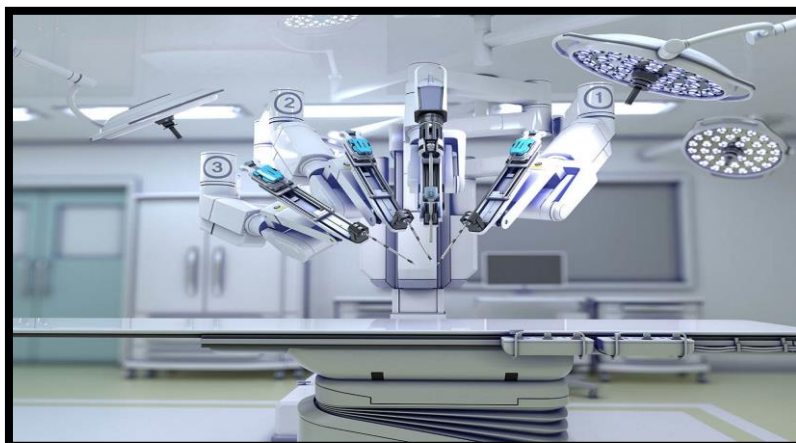


Figure I .13 : robot médicale

➤ **Robots humanoïdes :** sont des robots conçus pour ressembler à l'homme, avec une structure corporelle similaire, incluant généralement une tête, des bras, des jambes et un torse.

Ces robots sont utilisés dans des domaines variés comme l'assistance personnelle, l'éducation, la recherche, ou encore le divertissement. Grâce à leur apparence et leurs mouvements inspirés de l'humain, les robots humanoïdes peuvent interagir de manière plus naturelle avec les gens, ce qui les rend utiles dans des environnements comme les foyers, les hôpitaux ou les entreprises. Des exemples célèbres incluent Sophia et ASIMO.

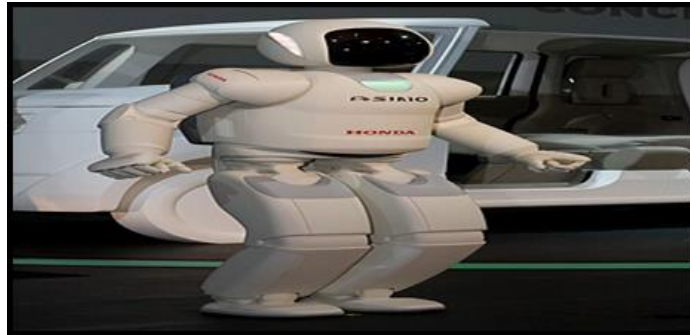


Figure I .14: robot humanoïde, (ASIMO by HONDA)

- **Robots d'exploration** : sont des dispositifs autonomes ou télécommandés utilisés pour explorer des environnements inaccessibles ou dangereux pour l'humain, comme l'espace, les fonds marins, ou les zones sinistrées. Ils sont équipés de capteurs et de caméras pour collecter des données et effectuer des missions de reconnaissance, d'analyse ou de sauvetage. Par exemple, les **rovers** sur Mars, comme **Curiosity** ou **Perseverance**, sont des robots
- d'explorations utilisées pour étudier la surface de la planète. Ces robots jouent un rôle crucial dans la recherche scientifique et la gestion des catastrophes.

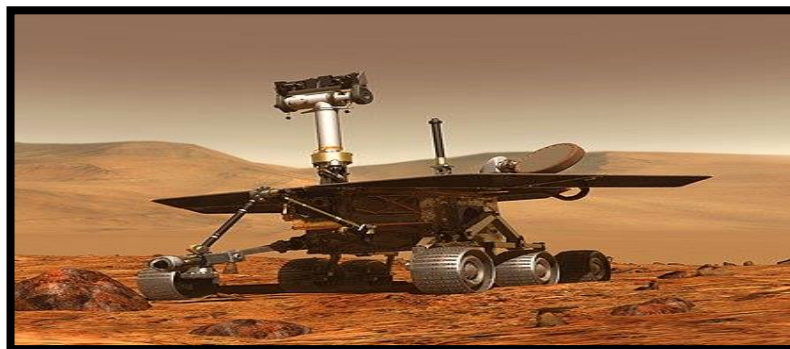


Figure I .15 : Robot d'exploration, un rover MER a la surface de Mars

I.4. Catégories des Robots selon leur Mode de Commande

La commande des robots définit leur niveau d'autonomie et leur mode de programmation.

I.4.1. Robot manipulateurs à commande manuelle

Ces robots nécessitent une intervention humaine directe pour exécuter leurs mouvements. Ils sont utilisés pour des opérations précises et délicates, comme en microchirurgie.



Figure I .16 : Robot Manipulateurs à commande manuelle

I.4.2. Robots automatiques à cycle prérogé

Ils exécutent des tâches répétitives en suivant un programme fixe. Ce sont les plus couramment utilisés en industrie pour l'assemblage, le soudage et la peinture.



Figure I .17 : Robot automatique à cycle prérogé

I.4.3. Robots reprogrammables

Ces robots peuvent être programmés pour exécuter différentes tâches selon les besoins de production. Ils incluent :

- **Les robots "play-back"** : Capables de mémoriser et de reproduire une séquence de mouvements.
- **Les robots à commande numérique** : Programmés via des langages spécialisés (ex. : RAPID pour ABB, KRL pour KUKA).



Figure I .18 : Robot reprogrammable

I.5. Composants d'un Robot Manipulateur

Un robot manipulateur est une structure mécanique articulée conçue pour effectuer des mouvements précis et répétitifs. Il est composé de plusieurs éléments interconnectés qui assurent sa stabilité, sa mobilité et son interaction avec l'environnement. Ces composants sont essentiels pour garantir un fonctionnement optimal dans les applications industrielles.

I.5.1 Base

Elle constitue la structure principale du robot manipulateur, assurant sa stabilité en l'ancrant solidement à son environnement de travail et en absorbant les vibrations générées par ses mouvements.

- **Le support structurel** : Elle soutient l'ensemble des composants du robot et définit son espace de travail.
- **L'intégration des systèmes d'alimentation et de contrôle** : Elle contient souvent les câblages électriques, les capteurs de position et les modules de communication.

Dans la plupart des cas, les bases des robots industriels sont fixes, mais certains modèles avancés peuvent être montés sur des plateformes mobiles pour accroître leur flexibilité.



Figure I .19 : base (socle) d'un robot manipulateur

I.5.2 Corps et liaisons mécaniques

Le corps du robot est constitué de plusieurs segments rigides reliés entre eux par des articulations. Chaque segment joue un rôle crucial dans la structure et le mouvement du robot.

- **Segments rigides** : Ce sont les parties principales du bras du robot. Ils sont conçus en matériaux légers et résistants (aluminium, alliages composites ou acier) pour assurer un bon rapport entre robustesse et mobilité.
- **Liaisons mécaniques** : Elles permettent le transfert du mouvement d'un segment à l'autre. Elles peuvent être de type fixe, rotatif ou prismatique, en fonction du type de robot et de son application.

Les segments sont disposés de manière à maximiser l'amplitude de mouvement du robot tout en optimisant sa précision et sa capacité de charge.

I.5.3 Actionneurs

Les actionneurs sont les dispositifs qui génèrent le mouvement du robot. Ils convertissent une énergie (électrique, hydraulique ou pneumatique) en mouvement mécanique.

- **Actionneurs électriques** : Les actionneurs électriques fonctionnent grâce à des moteurs à courant continu ou à des moteurs pas à pas. Ils se démarquent par leur précision et leur réactivité, ce qui les rend idéaux pour des tâches où la rapidité et l'exactitude des mouvements sont essentielles. C'est d'ailleurs pour cette raison qu'on les retrouve dans la plupart des robots industriels.
- **Actionneurs hydrauliques** : Les actionneurs hydrauliques utilisent un fluide sous pression pour fonctionner. Ils sont capables de générer une force très élevée, ce qui les rend

particulièrement adaptés à la manipulation de charges lourdes. On les retrouve surtout dans des robots industriels qui exigent une grande puissance, comme ceux utilisés en fonderie, par exemple.

- **Actionneurs pneumatiques :** Les actionneurs pneumatiques fonctionnent grâce à de l'air comprimé, ce qui leur permet de produire des mouvements rapides et répétitifs. Ils sont simples à utiliser, peu coûteux, mais offrent une précision inférieure à celle des actionneurs électriques. On les utilise fréquemment dans des applications comme le tri, l'emballage ou encore la manipulation d'objets légers.

Les actionneurs sont associés à des systèmes de transmission qui permettent d'amplifier, de diriger et de contrôler leurs mouvements. Parmi ces systèmes, on retrouve les réducteurs de vitesse, qui augmentent le couple tout en réduisant la vitesse pour un meilleur contrôle. Les engrenages et les courroies, quant à eux, servent à transmettre la rotation entre les moteurs et les différentes parties du robot. Enfin, les vis à billes permettent de transformer un mouvement rotatif en un mouvement linéaire, ce qui est particulièrement utile pour les articulations de type prismatique.

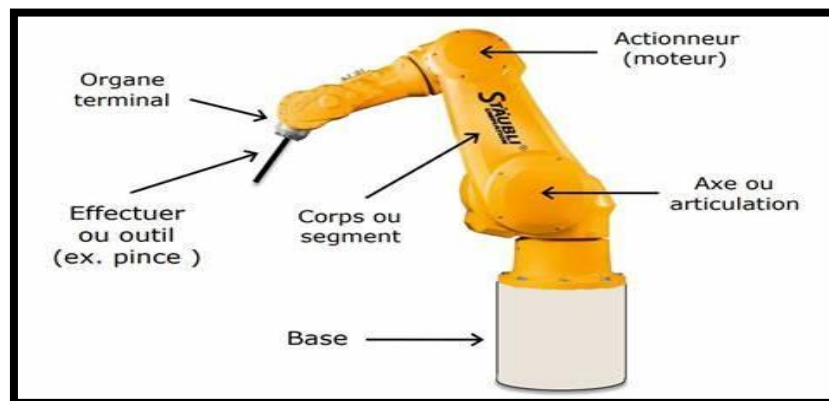


Figure I .20 : actionneur d'un robot manipulateur

I.5.4 Articulations

Les articulations sont les points de connexion entre les segments du robot. Elles définissent les degrés de liberté du système et influencent la capacité du robot à effectuer des tâches complexes.

- **Articulations rotatives (R) :** Permettent une rotation autour d'un axe fixe. Elles sont courantes dans les bras robotiques et les manipulateurs industriels.
- **Articulations prismatiques (P) :** Produisent un mouvement linéaire en allongeant ou en rétractant un segment.

- **Articulations sphériques** : Offrent une rotation multi-axiale, permettant une flexibilité accrue dans les robots anthropomorphes.

I.5.5 Organe Terminal

L'organe terminal, aussi appelé effecteur (Outil) est l'élément du robot qui interagit avec l'environnement. Il est conçu pour exécuter des tâches spécifiques selon l'application du robot.

I.5.5.1 Types d'effecteurs

- **Préhenseurs (Pinces et Ventouses)** : Les préhenseurs sont des dispositifs essentiels pour la saisie et la manipulation d'objets par les robots. Ils peuvent prendre différentes formes selon l'application : des pinces mécaniques à deux ou trois doigts pour une prise précise, des ventouses pneumatiques idéales pour manipuler des objets plats ou délicats, ou encore des systèmes magnétiques conçus pour soulever facilement des pièces métalliques.
- **Outils spécialisés** : Certains robots industriels sont équipés d'outils spécialisés pour accomplir des tâches bien précises. Par exemple, les robots de soudure sont munis de torches à arc électrique, permettant des soudures précises et répétitives. Les robots de peinture, quant à eux, utilisent des buses de pulvérisation pour appliquer uniformément les couches de peinture, même sur des surfaces complexes. D'autres, comme les robots de découpe, sont équipés de lasers ou de fraises CNC, leur permettant de réaliser des découpes nettes et précises dans différents matériaux [4] [7].
- **Effecteurs intelligents** : Les effecteurs intelligents sont équipés de capteurs tactiles et de systèmes de vision, ce qui leur permet d'adapter leurs actions en fonction de l'environnement. Grâce à cette capacité de perception, ils sont particulièrement utilisés dans des domaines exigeant une grande précision, comme la robotique médicale, le micro-assemblage, ou encore des applications où chaque détail compte.

I.5.6. Capteurs

Ils traduisent le phénomène physique caractérisant l'environnement en un signal électrique exploitable. Le robot peut être équipé par différents capteurs :

- capteurs internes ou proprioceptifs.
- capteurs externes ou extéroceptifs.

I.6. Intelligence artificielle et robotique industrielle

L'intelligence artificielle (IA) révolutionne le domaine de la robotique industrielle en rendant les robots plus intelligents, autonomes et adaptatifs. [1] [2].

I.6.1. Définition et rôle de l'IA en robotique industrielle

L'IA permet aux robots industriels d'apprendre, de s'adapter et d'exécuter des tâches complexes avec une prise de décision optimisée. Elle repose sur plusieurs technologies telles que l'apprentissage automatique, la vision par ordinateur et la planification intelligente.



Figure I .21 : Robots mobiles autonomes(AMR) naviguant dans un entrepôt

I.6.2. Applications de l'IA en robotique industrielle

L'intelligence artificielle (IA) révolutionne la robotique industrielle en apportant des capacités d'apprentissage, d'adaptation et de prise de décision autonome aux robots. Elle permet des applications telles que :

- **Maintenance prédictive** : L'IA analyse les données des capteurs pour prévoir les pannes et éviter les arrêts de production.
- **Vision par ordinateur** : Utilisée pour la reconnaissance d'objets, l'inspection qualité et le guidage des robots.
- **Optimisation des trajets et des mouvements** : Permet aux robots d'optimiser leur parcours pour réduire le temps d'exécution et la consommation d'énergie.
- **Robots collaboratifs (cobots)** : L'IA permet aux robots de mieux interagir avec les humains, en assurant sécurité et efficacité.



Figure I .22 : Robot collaboratif (cobot)

I.6.3. Avantages et défis

L'intégration de l'intelligence artificielle (IA) dans la robotique industrielle offre de nombreux avantages, mais soulève également plusieurs défis.

- **Avantages** : Amélioration de la productivité, réduction des erreurs humaines, flexibilité accrue des processus industriels.
- **Défis** : Coût élevé de mise en œuvre, complexité des algorithmes, exigences en matière de puissance de calcul.

I.7. Sécurité et normes en robotique industrielle

Avec l'essor des robots dans l'industrie, la sécurité des opérateurs et des machines devient une priorité.

I.7.1. Normes de sécurité en robotique industrielle

Plusieurs normes internationales régissent l'utilisation des robots industriels :

- **ISO 10218-1 et ISO 10218-2** : Définissent les exigences de sécurité pour les robots industriels et leur intégration dans les systèmes de production. [1].
- **ANSI/RIA R15.06** : Norme américaine inspirée de l'ISO 10218.
- **ISO/TS 15066** : Concerne les robots collaboratifs (cobots), qui interagissent directement avec les humains.

I.7.2. Technologies de sécurité en robotique industrielle

- **Capteurs de proximité et LIDAR** : Détection des obstacles pour éviter les collisions [1].
- **Systèmes de vision** : Caméras et algorithmes d'IA pour surveiller l'environnement du robot.

- **Zones de sécurité programmables** : Délimitation d'espaces de travail sûrs grâce à des barrières virtuelles.
- **Arrêt d'urgence intelligent** : Permet au robot de s'arrêter instantanément en cas de danger détecté.

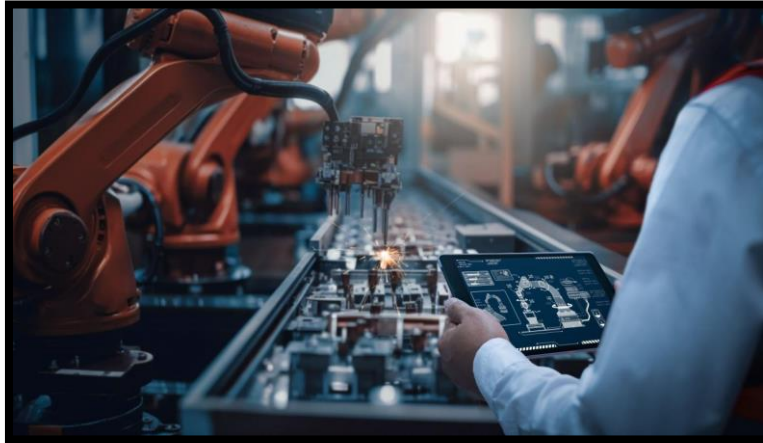


Figure I .23 : Système Arrêt d'urgence intelligent dans la robotique industrielle

I.7.3. Défis et perspectives

Les défis liés à la robotique industrielle incluent l'intégration de la sécurité sans compromettre la productivité, ce qui nécessite un équilibre délicat entre innovation et précaution. Par ailleurs, le développement de nouvelles réglementations pour encadrer l'utilisation des robots autonomes et des cobots devient essentiel afin d'assurer une interaction sûre avec les opérateurs humains. De plus, la sensibilisation et la formation des opérateurs aux nouvelles technologies de sécurité sont cruciales pour garantir une adoption efficace et sécurisée des systèmes robotiques dans l'industrie.

I.8. Impact économique et sociétal de la robotique industrielle

L'intégration de la robotique industrielle transforme profondément les économies et les sociétés.

I.8.1. Impact économique

- **Augmentation de la productivité** : Les robots permettent une production plus rapide et plus précise [2].

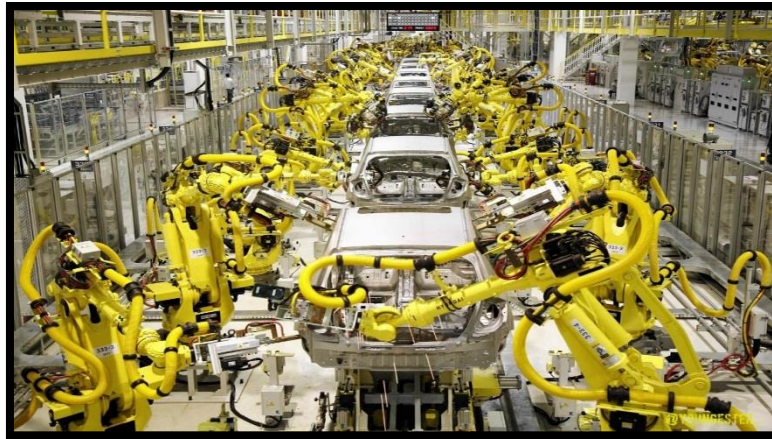


Figure I .24 : Augmentation de la productivité et l'efficacité

- **Réduction des coûts de production** : Moins d'erreurs, moins de gaspillage, optimisation des ressources.
- **Création de nouveaux marchés** : La robotique favorise l'émergence de nouvelles industries et solutions automatisées.
- **Compétitivité accrue** : Les entreprises investissant dans la robotique restent compétitives face à la concurrence mondiale.

I .8.2 Impact sur l'emploi

- **Remplacement de certains emplois manuels** : Automatisation des tâches répétitives et dangereuses.
- **Création de nouveaux métiers** : Besoin accru de techniciens spécialisés en maintenance et programmation de robots.
- **Montée en compétence des travailleurs** : Formation et reconversion vers des emplois plus qualifiés.

I.8.3. Impact sociétal

- **Amélioration des conditions de travail**: Moins d'exposition aux tâches dangereuses et réduction de la pénibilité.
- **Évolution des compétences et de l'éducation** : Adaptation des cursus académiques pour former des spécialistes en robotique et IA.
- **Conséquences éthiques** : La question de la responsabilité des décisions prises par les robots devient un enjeu clé.

I.9. Conclusion

La robotique industrielle est un domaine en perpétuelle évolution, intégrant continuellement de nouvelles technologies afin d'améliorer la flexibilité, la précision et l'intelligence des machines. Ce premier chapitre a permis d'explorer l'histoire de la robotique, ses différentes classifications, ainsi que les principaux types de robots utilisés dans l'industrie.

Le prochain chapitre abordera des aspects plus techniques, en se concentrant sur la modélisation d'un robot manipulateur. Cette étape constitue une base essentielle pour comprendre son comportement et concevoir des systèmes de commande adaptés.

REFERENCES

- [1] B. Siciliano and O. Khatib, Springer Handbook of Robotics, Springer, 2016.
- [2] M. P. Groover, Automation, Production Systems, and Computer-Integrated Manufacturing, 4th ed., Pearson, 2020.
- [3] Robot Institute of America (RIA), "Définition officielle du robot industriel," 1979.
- [4] J. J. Craig, Introduction to Robotics: Mechanics and Control, 4th ed., Pearson, 2017.
- [5] G. C. Devol, "Programmed Article Transfer," U.S. Patent 2,988,237, filed 1954.
- [6] J. F. Engelberger, Robotics in Practice: Management and Applications of Industrial Robots, Wiley, 1980.
- [7] W. Khalil and E. Dombre, Modelling, Identification and Control of Robots, Hermes Science, 2002.
- [8] J. P. Merlet, Parallel Robots, Springer, 2006.

Chapitre II :
**Modélisation d'un
robot manipulateur**

II.1. Introduction

La modélisation est une étape essentielle dans l'étude et la commande des robots manipulateurs. Elle permet de représenter le comportement réel du robot à travers des équations mathématiques qui traduisent ses mouvements, ses vitesses, ainsi que les efforts mécaniques qu'il subit ou exerce. C'est grâce à cette démarche qu'il devient possible de prévoir avec précision les réactions du robot dans différentes situations.

Même pour un bras manipulateur à deux degrés de liberté, dont la structure peut sembler simple, la modélisation révèle une organisation interne complexe. Chaque articulation, chaque segment, chaque angle influence directement la position finale de l'organe terminal. Une modélisation rigoureuse fournit ainsi une base solide pour concevoir une commande efficace et réaliser des simulations fiables, ce qui est indispensable pour toute application réelle en robotique.

II.2. Modélisation des robots manipulateurs

Pour pouvoir commander un robot ou simuler son comportement, il est essentiel de disposer de modèles adaptés. Ces modèles peuvent être géométriques, cinématiques ou dynamiques, selon l'objectif visé. Chaque type de modélisation permet de décrire un aspect différent du robot : sa position, ses mouvements ou les forces qu'il subit.

La complexité de la modélisation dépend du nombre de degrés de liberté, du type d'articulations et de la structure mécanique du robot. Plus la chaîne cinématique est complexe, plus l'obtention des modèles devient difficile.

Pour être utiles en commande ou en simulation, les modèles doivent représenter le comportement réel du robot. Il devient donc indispensable d'identifier avec précision les paramètres physiques. De plus, comme les calculs doivent souvent se faire en temps réel, les méthodes choisies doivent être à la fois rapides et efficaces [1].

La modélisation permet ainsi de créer une base solide, nécessaire pour la suite du travail sur le contrôle et la simulation du robot.

II.3. Modélisation géométrique

La modélisation géométrique permet d'exprimer la situation de l'organe terminal en fonction de la configuration du mécanisme et inversement. On distingue deux modèles :

1.Modèle géométrique direct.

2. Model géométrique inverse.

Pour analyser le comportement mécanique de la structure mécanique d'un robot ou d'un bras manipulateur, il est nécessaire de lier un repère orthonormé à chacun de ses corps et un référentiel attaché à la base du robot ou du bras manipulateur. L'étude des mouvements des corps revient alors à l'étude des mouvements des repères.

II.3.1. Modèle géométrique direct

Dans le modèle géométrique direct, la position et l'orientation de l'organe terminale est donnée en fonction des variables articulaires, nous l'exprimons par la fonction suivante:

$$x_i = F(q_1, q_2, \dots, q_n) \quad (\text{II.1})$$

$$i = 1, 2, \dots, p. \quad (\text{II.2})$$

Avec

p : C'est le nombre de variables géométriques.

n : C'est le nombre de degré de liberté du robot.

II.3.1.1. Convention de Denavit –Hartenberg modifié

Méthodologie à suivre pour décrire les robots à structure ouverte simples.

Une structure ouverte simple est composée de $n+1$ corps notés $C_0 \dots C_n$ et de n articulations

Le corps C_0 désigne la base du robot et le corps C_n le corps qui porte l'organe terminal.

L'articulation j connecte le corps C_j au corps C_{j-1}

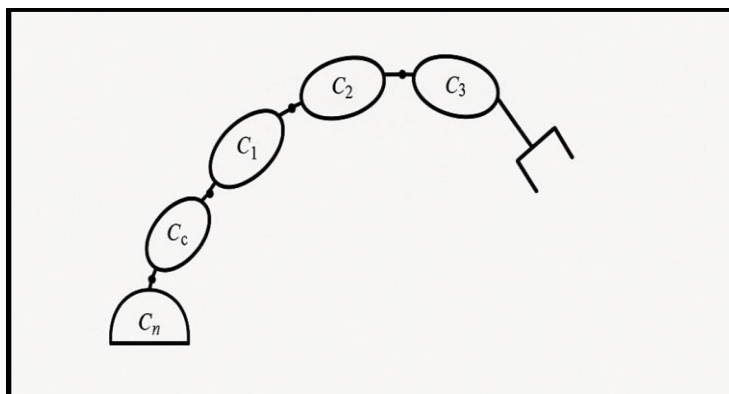


Figure II.1: Robot à structure ouverte simple

La méthode de description est basée sur le principe suivant :

- Principe
 - Fixer des repères à chaque corps du robot.
 - Calculer les matrices homogènes entre chaque corps.
 - Calculer la matrice homogène entre base et l'organe terminal
- Hypothèses :

On suppose que le robot est constitué d'un chaînage de $n + 1$ corps liés entre eux par n articulations rotoïdes ou prismatiques. A chaque corps, on associe un repère R_i . Les repères sont numérotés de 0 à n . La $i^{ème}$ articulation, dont la position est notée q_i est le point qui relie les corps C_{j-1} et C_j .

Le repère R_j fixé au corps C_j est défini de sorte que :

- L'axe Z_j est porté par l'axe de l'articulation j .
- L'axe x_j est porté par la perpendiculaire commune aux axes Z_j et Z_{j-1} . Si les axes Z_j et Z_{j-1} sont parallèles ou colinéaire, le choix de x_j n'est pas unique.

• Les paramètres de Denavit modifier

Le passage du repère R_{j-1} au repère R_j s'exprime en fonction des quatre paramètres géométriques suivants :

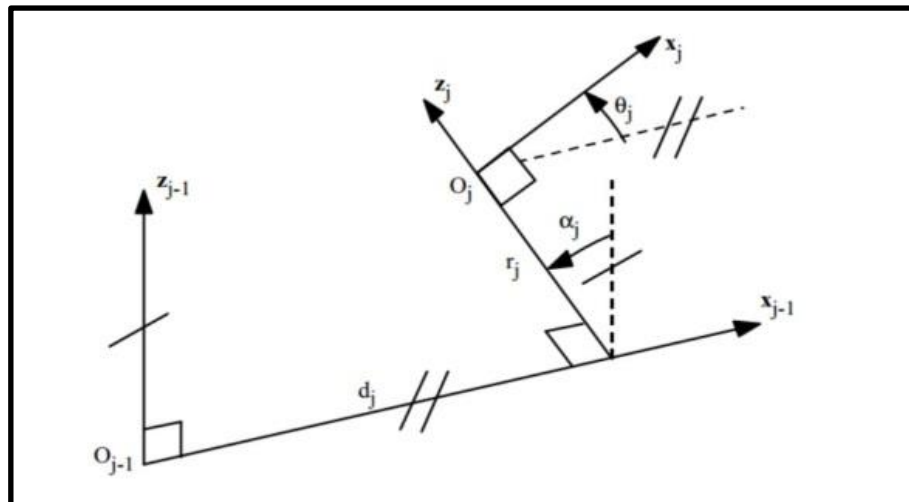


Figure II.2: Représentation géométrique des paramètres modifiés de Denavit-Hartenberg

α_j : angle entre les axes Z_{j-1} et Z_j , correspondant à une rotation autour de X_{j-1}

d_j : distance entre Z_{j-1} et Z_j , le long de X_{j-1} .

θ_j : angle entre les axes X_{j-1} et X_j , correspondant à une rotation autour de Z_{j-1} .

r_j : distance entre X_{j-1} et X_j , le long de Z_{j-1} .

LE CALCUL DE LA MATRICE DE TRANSFORMATION HOMOGENE DE CHAQUE REPERE DE $i - 1$ VERS I EST LA SUIVANTE :

$${}^{i-1}_iT = \begin{bmatrix} c(\theta_i) & -s(\theta_i) & 0 & d_i \\ s(\theta_i)c(\alpha_i) & c(\theta_i)c(\alpha_i) & -s(\alpha_i) & r_i s(\alpha_i) \\ s(\theta_i)s(\alpha_i) & c(\theta_i)s(\alpha_i) & c(\alpha_i) & r_i c(\alpha_i) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (II.3)$$

Cette dernière peut s'écrire sous la forme suivante :

$${}^0_nT = \begin{bmatrix} {}^0_nR & {}^0_nP \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (II.4)$$

0_nR matrice de rotation exprimée suivant l'axe de rotation sous la forme suivante :

$${}^A_B R_{xyz}(\beta, \theta, \sigma) = R_z(\beta) \cdot R_y(\theta) \cdot R_x(\sigma)$$

Donc :

$${}^A_B R_{xyz}(\beta, \theta, \sigma) = \begin{bmatrix} C\beta & -S\beta & 0 \\ S\beta & C\beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta & 0 & S\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\theta & 0 & C\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\sigma & -S\sigma \\ 0 & S\sigma & C\sigma \end{bmatrix} \quad (II.5)$$

Ces matrices sont dans l'ordre suivant :

De gauche à droite lorsque la rotation du robot se fait par rapport à l'axe : OZ, OY, OX

$${}^0_nP = \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix} \text{ donne la position en fonction des paramètres de D-H [2].}$$

II.3.1.2. Calcul du modèle géométrique direct :

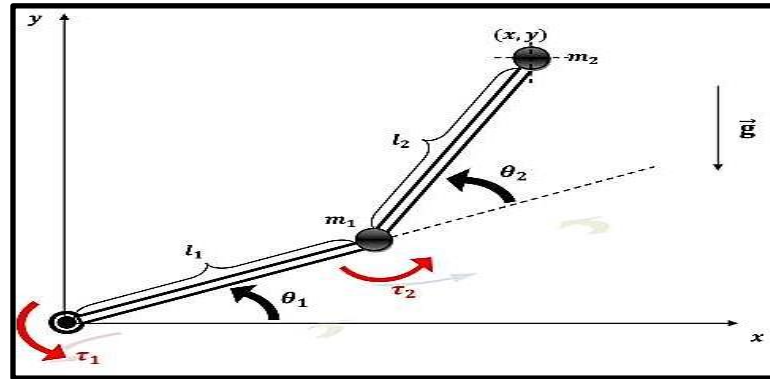


Figure II.3: Les paramètres géométriques d'un bras à deux degrés de liberté (2ddl)

A partir de la convention de Denavit-Hartenberg on obtient le tableau :

Tableau II.1 : Configuration de Denavit-Hartenberg du robot à 2ddl

Articulation	Paramètre d'articulation					
	σ_j	l_j	α_j	θ_j	d_j	r_j
1	0	l_1	0	θ_1	0	0
2	0	l_2	0	θ_2	0	0

Matrices de transformation homogène des deux segments sont données par :

$${}^0_1T = \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & l_1 C_1 \\ S_1 & C_1 & 0 & l_1 S_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.6})$$

$${}^1_2T = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & l_2 C_2 \\ S_2 & C_2 & 0 & l_2 S_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.7})$$

Après multiplication des matrices des transformations élémentaires, nous obtenons la matrice final

0T_2 qui sert à déterminer le modèle géométrique direct :

$${}^1T_2 = \begin{bmatrix} C_{12} & -S_{12} & 0 & l_2 C_{12} + l_1 C_1 \\ S_{12} & C_{12} & 0 & l_2 S_{12} + l_1 S_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.8})$$

Avec : $\cos\theta_i = C_i$, $\sin\theta_i = S_i$

$$\cos(\theta_i + \theta_j) = C_{ij} , \sin(\theta_i + \theta_j) = S_{ij}$$

Les coordonnées de position :

$$\begin{cases} P_x = l_2 C_{12} + l_1 C_1 \\ P_y = l_2 S_{12} + l_1 S_1 \\ P_z = 0 \end{cases} \quad (\text{II.9})$$

II.3.2. Modèle géométrique inverse

Le modèle géométrique inverse nous permet le calcul des variables articulaires en fonction des variables géométrique. Il est constitué par la fonction inverse ou réciproque de F .

$$\theta = F^{-1}(X) \quad (\text{II.10})$$

Avec :

$$\theta = (\theta_1, \theta_2 \dots \dots \theta_n)^T$$

$$X = (x_1, x_2 \dots \dots x_p)^T$$

II.3.2.1. Calcule du modèle géométrique inverse [3]

- Calcule de θ_2 :

D'après les équations tire de l'analyse cinématique directe basée sur la géométrie nous obtenons:

$$P_x^2 + P_y^2 = l_2^2 C_{12}^2 + l_1^2 C_1^2 + 2 l_2 C_{12} l_1 C_1 + l_2^2 S_{12}^2 + l_1^2 S_1^2 + 2 l_2 S_{12} l_1 S_1 \quad (\text{II. 11})$$

Nous obtenons :

$$P_x^2 + P_y^2 = l_1^2 + l_2^2 + 2 l_2 l_1 (C_{12} C_1 + S_{12} S_1) \quad (\text{II.12})$$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow C_{12} C_1 + S_{12} S_1 \\ &= \frac{P_x^2 + P_y^2 - l_1^2 - l_2^2}{2 l_1^2 l_2^2} \end{aligned} \quad (\text{II.13})$$

En utilisant les relations trigonométriques suivantes :

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

et

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\text{Et en posant : } D = \frac{P_x^2 + P_y^2 - l_1^2 - l_2^2}{2 l_1^2 l_2^2}$$

$$\text{Nous obtenons : } C_2 = D \text{ et } S_2 = \pm \sqrt{1 - D^2}$$

$$\text{Posons : } \xi = \pm 1$$

Ce qui implique que :

$$\theta_2 = \text{ATAN2} \left(\xi \sqrt{1 - D^2}, D \right) \quad (\text{II.14})$$

La fonction $\text{ATAN2}(\sin \alpha, \cos \alpha)$ est presque similaire au Arctg , elle donne l'angle α en fonction des signes des sinus et cosinus.

-Calcule de θ_1 :

En reprenant les équations tire de l'analyse cinématique directe basée sur la géométrie nous pouvons encore écrire en développant C_{12}, S_{12} :

$$\begin{aligned} P_x &= l_1 C_1 + l_2 (C_1 C_2 - S_1 S_2) \\ P_y &= l_1 S_1 + l_2 (S_1 C_2 + S_2 C_1) \end{aligned} \quad (\text{II.15})$$

En regroupant suivant les inconnues C_1 et S_1 , nous trouvons

$$\begin{aligned} P_x &= (l_1 + l_2 C_2)C_1 - l_2 S_2 S_1 \\ P_y &= (l_1 + l_2 C_2)S_1 + l_2 S_2 C_1 \end{aligned} \quad (II.16)$$

On résout le système (2.16) par rapport aux deux inconnues C_1 et S_1 , le déterminant vaut

$p_x^2 + p_y^2$, C_1 et S_1 sont donnés par :

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{(l_1 + l_2 C_2)P_x + l_2 S_2 P_y}{p_x^2 + p_y^2} \\ S_1 &= \frac{(l_1 + l_2 C_2)P_y + l_2 S_2 P_x}{p_x^2 + p_y^2} \end{aligned}$$

D'où

$$\theta_1 = ATAN2(S_1, C_1) \quad (II.17)$$

II.4. Modélisation cinématique

Dans le modèle géométrique on prend en considération seulement la position et l'orientation des corps et de l'organe terminal, dans le modèle cinématique, Il y a apparition des vitesses, celles de l'organe terminal et des actionneurs.

II.4.1. Modèle cinématique direct

On dérive les équations du modèle géométrique direct par rapport au temps, on obtient le modèle cinématique direct suivant :

$$\frac{dX}{dt} = \frac{\partial F}{\partial q} \frac{dq}{dt} \quad (II.18)$$

$\frac{dX}{dt} = \dot{X}$ vecteur de position et d'orientation de l'organe terminal.

$\frac{\partial F}{\partial q} = J(q)$: matrice jacobéenne

$\frac{dq}{dt} = \dot{q}$: vecteur de vitesse généralisée (vitesse des actionneurs)

II.4.2. Modèle cinématique inverse

Le modèle cinématique inverse nous permet l'obtention des vitesses qu'il faut appliquer aux actionneurs en fonction des vitesses désirées pour l'organe terminal dans l'espace de la tâche, il est donné sous la forme suivante :

$$\dot{q} = J^{-1}(q)\dot{X} \quad (\text{II.19})$$

II.5. Modèle dynamique

Le modèle dynamique est la relation entre les couples et/ou forces appliquées aux actionnaires et les positions, vitesses et accélérations. On représente le modèle dynamique par une relation de la forme :

$$\tau = f(q, \dot{q}, \ddot{q}, f_e) \quad (\text{II.20})$$

Avec :

τ : Vecteurs des couples/forces des actionnaires, selon que l'articulation soit rotoïde ou prismatique (Dans la suite on écrira tout simplement couple).

q : Vecteur des positions articulaires.

$\dot{q}$: Vecteur des vitesses articulaires.

$\ddot{q}$: Vecteur des accélérations articulaires.

f_e : Vecteur représentant les efforts extérieurs (forces et moments) qu'exerce le robot manipulateur sur l'environnement.

Parmi les applications du modèle dynamique, on peut citer :

- La simulation, qui utilise le modèle dynamique direct.
- Le dimensionnement des actionneurs.

L'identification des paramètres inertiels et des paramètres de frottement du robot la commande, qui utilise le modèle dynamique inverse [3].

II.5.1. Modèle Dynamique Direct (MDD)

Consiste à déterminer comment le robot va réagir sous l'application d'un ensemble de couples actionneurs. En d'autres termes, ayant le vecteur τ , il s'agit de trouver :

$$\ddot{q} = f(q, \dot{q}, \dot{\tau}) \quad (\text{II.21})$$

II.5.2. Modèle dynamique inverse

Le modèle dynamique inverse exprime les couples exercés par les actionneurs en fonction des positions, vitesses et accélérations des articulations. Le modèle dynamique inverse est représenté par une relation de la forme :

$$\tau = f(q, \dot{q}, \ddot{q}) \quad (\text{II.22})$$

Plusieurs formalismes ont été utilisés pour obtenir le modèle dynamique inverse des manipulateurs robots (DOMBRE, 2007) ; Les formalismes les plus souvent utilisés sont :

II.5.2.1. Formalisme de Lagrange-Euler

Le formalisme d'Euler-Lagrange et la transformation homogène de Denavit et Hartenberg amènent à un algorithme consiste à présenter les équations dynamiques du mouvement. L'approche d'Euler-Lagrange sert à modéliser et à présenter la dynamique des robots à travers les équations du mouvement. L'approche d'Euler-Lagrange est donnée par l'équation suivante :

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial L}{\partial q_i} + \frac{\partial E_D}{\partial \dot{q}_i} = \tau_i \quad (\text{II.23})$$

L : Lagrangien exprimé par l'équation suivante : $L = E_c - E_p$

E_c : l'énergie cinétique.

E_p : L'énergie potentielle.

$q_i \in R$: Vecteur des positions articulaires.

$\dot{q}_i \in R$: Vecteur des vitesses articulaires.

Dans notre travail, nous avons considéré un robot manipulateur à deux degrés de liberté (2DDL), donné par la Figure II.3, dont le mouvement des articulations est rotoïde, nous avons donc $q_i = \theta_i$

Tel que :

$$q = [\theta_1 \quad \theta_2]^T \text{ et } \tau = [\tau_1 \quad \tau_2]^T$$

A partir de la Figure II.3, nous déterminons les coordonnées du bras manipulateur par rapport au repère x y, ce qui donne :

$$\begin{cases} x_1 = l_1 \cos \theta_1 \\ y_1 = l_1 \sin \theta_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 = l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos (\theta_1 + \theta_2) \\ y_2 = l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin (\theta_1 + \theta_2) \end{cases} \quad (\text{II.24})$$

Ce qui donne :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 \\ \dot{y}_1 = l_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 \end{cases} \quad (\text{II.25})$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1^2 = l_1^2 \dot{\theta}_1^2 \sin^2 \theta_1 \\ \dot{y}_1^2 = l_1^2 \dot{\theta}_1^2 \cos^2 \theta_1 \end{cases} \quad (\text{II.26})$$

Et

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = -(l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 + l_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin(\theta_1 + \theta_2)) \\ \dot{y}_2 = l_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 + l_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{cases} \quad (\text{II.27})$$

$$\begin{cases} \dot{x}_2^2 = l_1^2 \dot{\theta}_1^2 \sin^2 \theta_1 + l_2^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \sin^2(\theta_1 + \theta_2) + 2l_1 l_2 \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin \theta_1 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ \dot{y}_2^2 = l_1^2 \dot{\theta}_1^2 \cos^2 \theta_1 + l_2^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \cos^2(\theta_1 + \theta_2) + 2l_1 l_2 \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos \theta_1 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{cases} \quad (\text{II.28})$$

- Détermination de l'énergie cinétique E_c

$$E_c = \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} I_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \quad (\text{II.29})$$

Avec

$$\begin{cases} v_1^2 = \dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2 = l_1^2 \dot{\theta}_1^2 \\ v_2^2 = \dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2 = l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + l_2^2 \dot{\theta}_1^2 + l_2^2 \dot{\theta}_2^2 + 2l_2^2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + 2l_1 l_2 \dot{\theta}_1^2 \cos \theta_2 + 2l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \cos \theta_2 \end{cases}$$

L'équation (II.30) devient :

$$E_c = \frac{1}{2}I_1\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}I_2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 \quad (\text{II.30})$$

Avec

$$\begin{cases} v_1^2 = \dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2 = l_1^2\dot{\theta}_1^2 \\ v_2^2 = \dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2 = l_1^2\dot{\theta}_1^2 + l_2^2\dot{\theta}_2^2 + 2l_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + 2l_1l_2\dot{\theta}_1^2\cos\theta_2 + 2l_1l_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2\cos\theta_2 \end{cases} \quad (\text{II.31})$$

L'équation (II.30) devient :

$$E_c = \frac{1}{2}I_1\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}I_2\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}I_2\dot{\theta}_2^2 + I_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + \frac{1}{2}m_1l_1^2\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}m_2(l_1^2\dot{\theta}_1^2 + l_2^2\dot{\theta}_2^2 + 2l_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + 2l_1l_2\dot{\theta}_1^2\cos\theta_2 + 2l_1l_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2\cos\theta_2) \quad (\text{II.32})$$

- Détermination de l'énergie potentielle E_p :

$$E_p = m_1gh_1 + m_2gh_2 \quad (\text{II.33})$$

Avec :

$$\begin{cases} h_1 = y_1 = l_1 \sin\theta_1 \\ h_2 = y_2 = l_1 \sin\theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{cases} \quad (\text{II.34})$$

L'équation (II.33) devient :

$$E_p = m_1gl_1\sin\theta_1 + m_2g(l_1\sin\theta_1 + l_2\sin(\theta_1 + \theta_2))$$

- Détermination du Lagrangien : $L = E_c - E_p$

$$\begin{aligned} L = & \frac{1}{2}I_1\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}I_2\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}I_2\dot{\theta}_2^2 + I_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + \frac{1}{2}m_1l_1^2\dot{\theta}_1^2 \\ & + \frac{1}{2}m_2(l_1^2\dot{\theta}_1^2 + l_2^2\dot{\theta}_2^2 + 2l_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + 2l_1l_2\dot{\theta}_1^2\cos\theta_2 + 2l_1l_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2\cos\theta_2) - m_1gl_1\sin\theta_1 \\ & - m_2g(l_1\sin\theta_1 + l_2\sin(\theta_1 + \theta_2)) \end{aligned} \quad (\text{II.36})$$

- Détermination du modèle dynamique du robot

Nous appliquons maintenant l'équation d'Euler-Lagrange donnée par équation (II.23) pour déterminer modèle dynamique correspondant au robot manipulateur à 2DDL, soit :

(II.37)

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \tau_i \text{ avec } i = 1, 2 \text{ et } q_i = \theta_i$$

Nous avons :

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_1} = -m_1 g l_1 \cos \theta_1 - m_2 g (l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2))$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} = I_1 \dot{\theta}_1 + I_2 \dot{\theta}_1 + I_2 \dot{\theta}_2 + m_1 l_1^2 \dot{\theta}_1 + m_2 (l_1^2 \dot{\theta}_1 + l_2^2 \dot{\theta}_1 + l_2^2 \dot{\theta}_2 + 2l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \cos \theta_2 + l_1 l_2 \dot{\theta}_2 \cos \theta_2)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} \right] &= I_1 \ddot{\theta}_1 + I_2 \ddot{\theta}_1 + I_2 \ddot{\theta}_2 + m_1 l_1^2 \ddot{\theta}_1 + m_2 (l_1^2 \ddot{\theta}_1 + l_2^2 \ddot{\theta}_1 + l_2^2 \ddot{\theta}_2 + 2l_1 l_2 \ddot{\theta}_1 \cos \theta_2 - \\ &2l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 + l_1 l_2 \ddot{\theta}_2 \cos \theta_2 + l_1 l_2 \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} \right] - \frac{\partial L}{\partial \theta_1} &= (I_1 + I_2 + m_1 l_1^2 + m_2 (l_1^2 + l_2^2 + 2l_1 l_2 \cos \theta_2)) \ddot{\theta}_1 + (I_2 + m_2 (l_2^2 + (-m_2 l_1 l_2 \sin \theta_2) \dot{\theta}_2^2 + \\ &(-m_2 l_1 l_2 \sin \theta_2) \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + m_1 g l_1 \cos \theta_1 + m_2 g (l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2))) \end{aligned}$$

Nous avons aussi :

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_2} = -m_2 (l_1 l_2 \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_2 + l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2) - m_2 g l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \quad (\text{II.41})$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} = I_2 \dot{\theta}_2 + I_2 \dot{\theta}_1 + m_2 (l_2^2 \dot{\theta}_2 + l_2^2 \dot{\theta}_1 + l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \cos \theta_2) \quad (\text{II.42})$$

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} \right] = I_2 \ddot{\theta}_2 + I_2 \ddot{\theta}_1 + m_2 (l_2^2 \ddot{\theta}_2 + l_2^2 \ddot{\theta}_1 + l_2^2 \ddot{\theta}_2 + l_1 l_2 \ddot{\theta}_1 \cos \theta_2 - l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2) \quad (\text{II.43})$$

Ce qui donne :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} \right] - \frac{\partial L}{\partial \theta_2} &= (I_2 + m_2 (l_2^2 + l_1 l_2 \cos \theta_2)) \ddot{\theta}_1 + (I_2 + m_2 l_2^2) \ddot{\theta}_2 - l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 + (m_2 l_1 l_2 \sin \theta_2) \dot{\theta}_1^2 + \\ &m_2 g l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{aligned} \quad (\text{II.44})$$

A partir de l'équation (II.23), nous avons :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} \right] - \frac{\partial L}{\partial \theta_1} = \tau_1 \\ \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} \right] - \frac{\partial L}{\partial \theta_2} = \tau_2 \end{cases}$$

En robotique, si le mouvement des articulations constituant le robot manipulateur est rotoïde, l'expression du couple peut s'exprimer sous la forme matricielle suivante, ce qui correspond au modèle dynamique du robot [2] :

$$\Gamma_i = M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + G(\theta) \text{ avec } i=1,2$$

Γ_i : Vecteur des couples ou des forces

θ : Vecteur des variables articulaires du bras manipulateur.

$\dot{\theta}$: Vecteur des vitesses articulaires.

$\ddot{\theta}$: Vecteur des accélérations articulaires.

$M(\theta)$: Matrice d'inertie de dimension $(n \times n)$.

$C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta}$: Vecteur des forces centrifuges et de Coriolis

$G(\theta)$: Vecteur de force de gravité de la charge.

Soit $\Gamma_i = [\tau_1 \quad \tau_2]^T$ Le développement de l'équation (II.45) donne :

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2h_{11}\dot{\theta}_2 & h_{12}\dot{\theta}_2 \\ h_{21}\dot{\theta}_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.47})$$

Ce qui donne :

$$\begin{cases} \tau_1 = M_{11}\ddot{\theta}_1 + M_{12}\ddot{\theta}_2 + 2h_{11}\dot{\theta}_2\dot{\theta}_1 + h_{12}\dot{\theta}_2^2 + g_1 \\ \tau_2 = M_{21}\ddot{\theta}_1 + M_{22}\ddot{\theta}_2 + h_{21}\dot{\theta}_1^2 + g_2 \end{cases} \quad (\text{II.48})$$

L'identification entre équation (II.48) et équation (II.45) permet de définir les éléments suivants:

$$M_{11} : I_1 + I_2 + m_1 l_1^2 + m_2 (l_1^2 + l_2^2 + 2l_1 l_2 \cos \theta_2)$$

$$M_{12} = M_{21} = I_2 + m_2 (l_2^2 + l_1 l_2 \cos \theta_2)$$

$$M_{22} = I_2 + m_2 l_2^2$$

$$h_{11} = h_{12} = -h_{21} = -m_2 l_1 l_2 \sin \theta_2$$

$$g_1 = m_1 g l_1 \cos \theta_1 + m_2 g (l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2))$$

$$g_2 = m_2 g l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)$$

La matrice d'inertie M est égale à :

$$M(\theta) = \begin{bmatrix} I_1 + I_2 + m_1 l_1^2 + m_2 (l_1^2 + l_2^2 + 2l_1 l_2 \cos \theta_2) & I_2 + m_2 (l_2^2 + l_1 l_2 \cos \theta_2) \\ I_2 + m_2 (l_2^2 + l_1 l_2 \cos \theta_2) & I_2 + m_2 l_2^2 \end{bmatrix} \quad (II.49)$$

Le vecteur de termes Coriolis et centrifuge est donnée par :

$$C(\theta, \dot{\theta}) = \begin{bmatrix} -2m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 & -m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2 \\ m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (II.50)$$

Le vecteur des termes de forces de gravité G est donné par l'équation suivante :

$$G(\theta) = \begin{bmatrix} m_1 g l_1 \cos \theta_1 + m_2 g (l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)) \\ m_2 g l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} \quad (II.51)$$

II.6. Conclusion :

En étudiant un bras manipulateur à deux degrés de liberté, ce chapitre a permis de mieux comprendre l'importance de la modélisation dans l'analyse du comportement d'un robot. À travers les différents niveaux géométrique, cinématique, puis dynamique, il a été possible de construire une vision de plus en plus précise de la structure et du mouvement du système. Cette progression a permis de faire le lien entre la forme du robot, sa manière de se déplacer, et les efforts nécessaires à chaque mouvement. Les résultats obtenus constituent une base solide pour la suite, en particulier pour la commande et la simulation dans un contexte plus concret.

Ainsi, la modélisation représente une étape essentielle qui prépare naturellement à l'étude des méthodes de commande abordées dans le chapitre suivant.

REFERENCES

- [1] W. Khalil, *Bases de la modélisation et de la commande des robots-manipulateurs de type série*. GDR Robotique, Université Numérique Ingénieur et Technologie, 2012.
- [2] S. Tegggar and Y. Ziane, *Commande robuste d'un robot manipulateur*, Mémoire de Master, Département de Maintenance en Instrumentation, Université Oran 2 Mohamed Ben Ahmed, 2017.
- [3] N. Makhloufi, *Modélisation et commande des robots manipulateurs par les outils de l'intelligence artificielle*, Thèse de Doctorat, Université de Annaba, 2015.

Chapitre III :
La commande floue

III.1.Introduction

La logique floue constitue une extension de la logique classique, permettant de modéliser les imperfections des données tout en s'approchant, dans une certaine mesure, de la flexibilité du raisonnement humain. Elle sert d'outil pour représenter des connaissances.

De nombreuses applications ont été développées dans divers domaines, notamment là où aucun modèle déterministe n'existe ou ne peut être présenté, ainsi que dans des situations où l'imprécision des données rend l'utilisation de méthodes classiques de contrôle impossible.

Dans la littérature, les applications de la logique floue sont très étendues. Dans ce chapitre, nous présenterons les concepts fondamentaux de la logique floue, les différentes étapes du raisonnement flou, ainsi que la structure de commande basée sur cette logique.

III.2 Historique

- **1965** : naissance du concept flou avec le professeur Zadeh Lotfi (université de Berkeley en Californie) il déclara que « un contrôleur électromécanique doté d'un raisonnement humain serait plus performant qu'un contrôleur classique » **[1]**, et il introduit la théorie des « Sous-ensembles flous ».
- **En 1973**, le professeur Zadeh publie un article (dans ITEEE Transaction on système, Man and Cybernétiques) qui fit date. Il y mentionne pour la première fois le terme de la variable linguistique (dont la valeur est un mot et non un nombre).
- **En 1974**, le docteur Mamdani (université de Londres) réalise un contrôleur flou expérimental sur un moteur à vapeur.
- **En 1980**, F.L. Smith (au Danemark) met en application la théorie de la logique floue dans le contrôle du four à ciment. C'est la première mise en œuvre pratique de cette nouvelle théorie.
- **Dans les années 80**, plusieurs applications commencent à immerger (notamment au Japon).
- **En 1987**, explosion du flou au Japon (avec le contrôle du métro de Sendai) qui atteint son apogée en 1990.

Aujourd'hui une vaste gamme de nouveaux produits ont une étiquette « produit floue ou fuzzy ».

III.3. Exemple introductif

Afin de mettre en évidence le principe fondamental de la logique floue, on présente un exemple simple, celui de la classification des personnes en trois ensembles "jeune", "entre deux âges {âgé}". Selon la logique classique (logique de Boole), qui n'admet pour les variables que les deux valeurs 0 et 1, une telle classification pourrait se faire comme la figure (III.1). Toutes les personnes âgées de moins de 25 ans sont alors considérées jeunes et toutes les personnes âgées de plus de 50 ans comme des vieux.

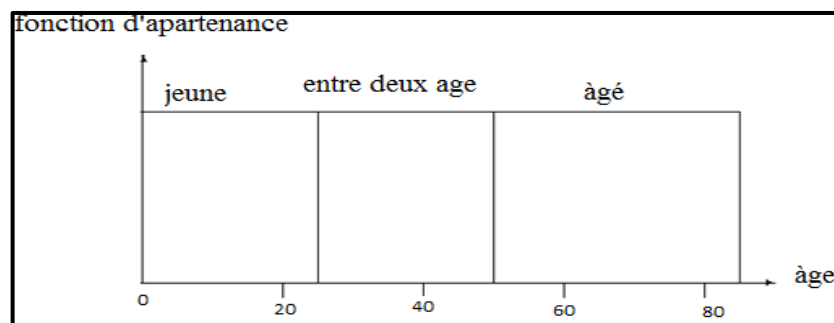


Figure III.1 : Classification des personnes en trois ensembles selon la logique classique.

Cependant, une telle logique de classification n'est même pas logique. Pourquoi une personne, lorsqu'elle a eu 50 ans, doit-elle être considérée comme appartenant à l'ensemble "Âgé".

En réalité, un tel passage se fait progressivement et individuellement. La logique floue, dont les variables peuvent prendre n'importe quelle valeur entre 0 et 1, permet de tenir compte de cette réalité. Les limites ne varient pas soudainement, mais progressivement.

La figure (III.2) montre une classification possible pour l'exemple précédent, cette fois-ci à l'aide de la logique floue. Ainsi, une personne de 25 ans appartient à l'ensemble "jeune" avec une valeur $\mu = 0,75$ de la fonction d'appartenance et à l'ensemble "entre deux âges" avec $\mu = 0,25$.

Par contre une personne agréée de 65 ans appartient avec une valeur $\mu = 1$ de la fonction d'appartenance à l'ensemble "âgé".

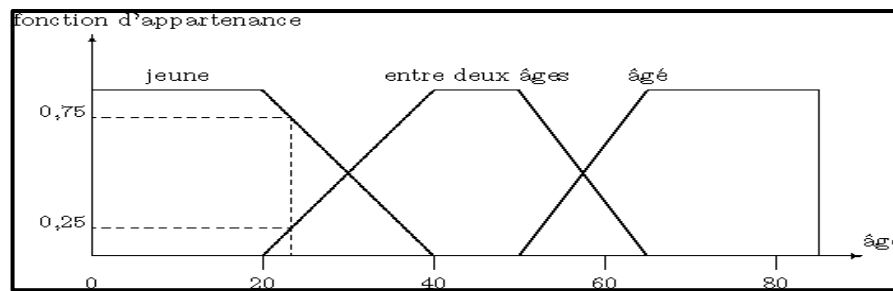


Figure III.2 : Classification des personnes en trois ensembles selon la logique floue.

III.4. Principe de la logique floue

La logique floue, est une approche de modélisation et de prise de décision introduite par Lotfi Zadeh en 1965. Elle permet de modéliser des ensembles flous. Alors que la fonction caractéristique d'un ensemble classique ne peut prendre que deux valeurs, à savoir 0 ou 1, la fonction d'un ensemble flou peut adopter toutes les valeurs situées entre 0 et 1.

On définit alors un sous ensemble A de U comme suit :

$$A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in U\}$$

$\mu_A(x)$: Degré d'appartenance de l'élément x au sous-ensemble flou A .

μ_A : est la fonction d'appartenance définie dans l'intervalle $[0,1]$.

$$\mu_A: U \rightarrow [0,1]$$

$$x \mapsto \mu_A(x)$$

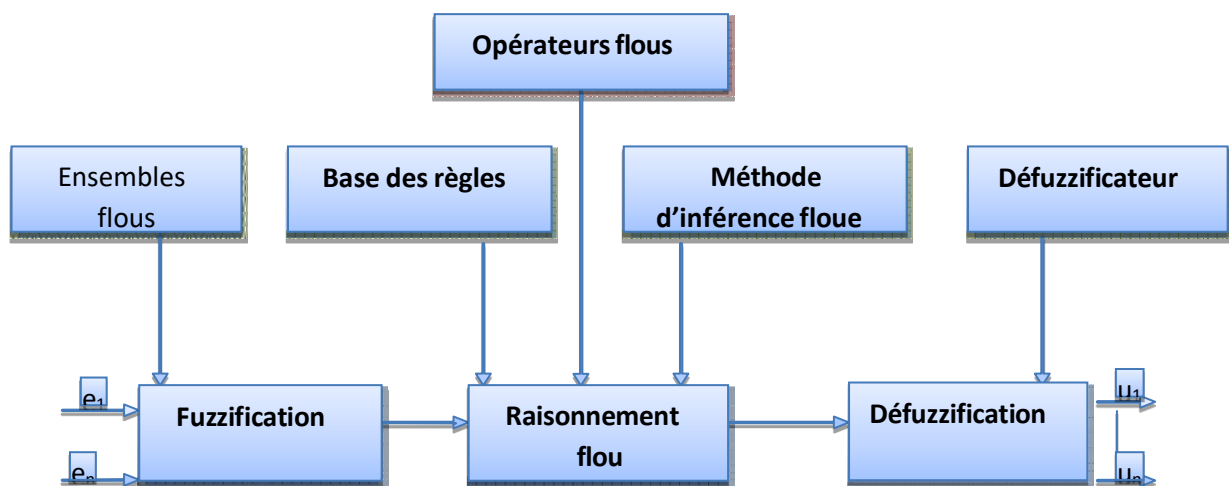


Figure III.3 : Architecture de base d'un système flou

III.4.1. Concept de la logique floue

La pensée humaine est un mélange de logique et d'imagination, une agrégation de rigueur et d'intuition qui peut agir ensemble ou séparément. La logique humaine se manifeste

par un enchaînement d'idées et de concepts conduisant à des conclusions, lesquelles entraînent des décisions.

Le caractère flou de la pensée humaine se reflète dans sa capacité à résumer les informations et à extraire, à partir de collections de données, des conclusions pertinentes pour la tâche en question.

De manière plus formelle, la logique floue cherche à modéliser les aspects qualitatifs imprécis et incertains [2].

III.4.2. Variables linguistiques

L'utilisation des ensembles flous fournit une base pour une approche systématique de gestion des concepts vagues et imprécis. Ainsi, les ensembles flous peuvent être utilisés pour représenter des variables linguistiques. Une variable linguistique est une variable dont les valeurs sont des mots ou des expressions provenant d'un langage naturel ou formel.

III.4.3. Univers du discours

L'ensemble noté U représente l'univers des valeurs que peut prendre la variable linguistique. Une étape fondamentale dans la conception d'une application floue consiste à définir l'ensemble de référence, ou univers de discours, pour chaque variable linguistique. L'univers de discours est l'ensemble qui englobe tous les éléments en rapport avec le contexte des données [3]. La notion d'univers de discours est facilement compréhensible : prenons l'exemple de la variable « âge ». L'utilisateur peut décrire cette variable à l'aide de plusieurs termes, tels que « jeune », « dans la tranche d'âge intermédiaire » et « âgé ». Pour chaque prédicat, une fonction d'appartenance peut être définie. L'univers de discours d'une variable inclut l'ensemble des valeurs que cette variable peut prendre [4].

III.4.4. Fonction d'appartenance

La fonction d'appartenance permet de décrire l'évolution du degré de vérité de la variable linguistique dans l'univers de discours U . Elle peut prendre plusieurs formes, les plus utilisées sont :

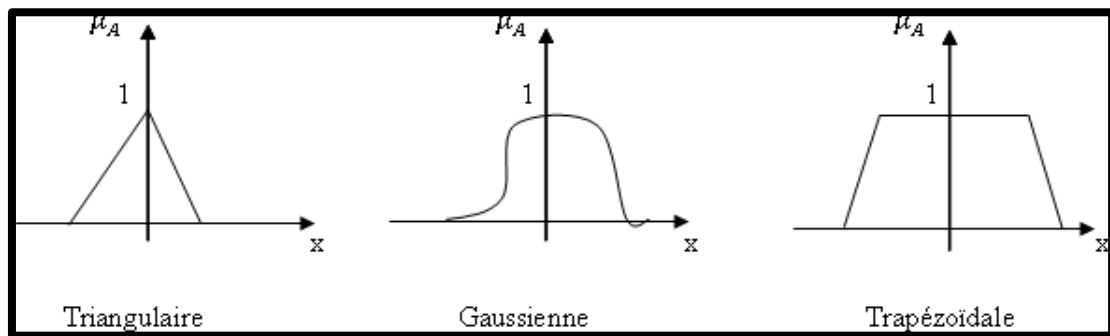


Figure III.4 : Formes des fonctions d'appartenances.

III.4.5. Relations floues

Les règles d'inférences font appel aux opérateurs présentés dans le tableau ci-dessous, qui s'appliquent aux variables floues.

Tableau III.1 : Opérateurs flous

Opérateur	Opération sur le degré de vérité des variables
ET	Minimum, Produit
OU	
NON	Maximum, Valeur moyenne
	Complément à un

III.4.5.1. Conjonction

L'opération logique « ET » entre A et B peut être définie par la relation :

$$u_{AB}(x, y) = \min(u_A(x), u_B(y)) \quad (\text{II.1})$$

III.4.5.2. Disjonction floue

L'opération logique « OU » entre A et B peut être définie par la relation :

$$u_{A+B} = \max(u_A(x), u_B(y)) \quad (\text{II.2})$$

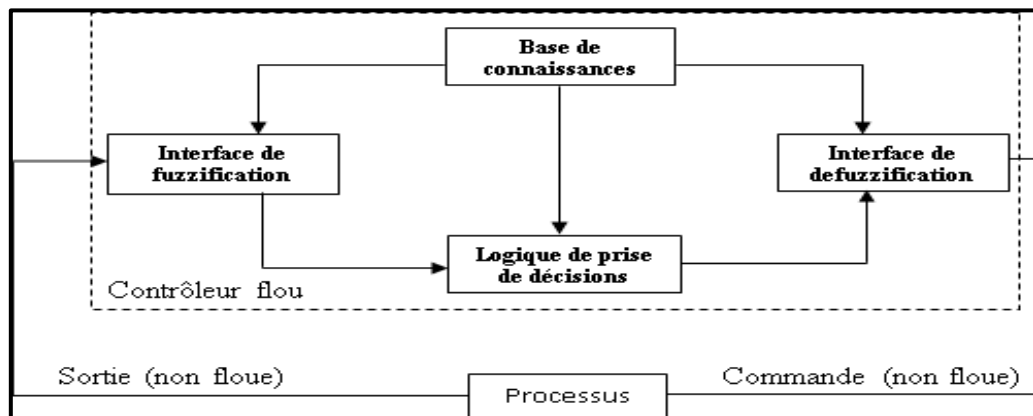
III.5. Structure d'un système de commande floue

La structure de base d'un système de commande flou est représentée par la figure (III.5).

Ce schéma est composé de :

- ✓ Une interface de fuzzification à l'entrée.

- ✓ Une base de connaissance.
- ✓ Une logique de prise de décision.
- ✓ Une interface de défuzzification à la sortie.



FigureIII.5 : Structure de base d'un système de commande floue.

II.5.1. Base de connaissance

Elle comprend toutes les connaissances concernant le domaine d'application et les buts de commande prévus, elle est composée de [2] [5] :

a) Une base de données fournit les définitions nécessaires utilisées par les règles floues. Ceci se résume en :

- ✓ une normalisation des univers de discours.
- ✓ Une partition floue des espaces entrées-sorties.
- ✓ Un choix des fonctions d'appartenances.

b) Une base de règles floues caractérisant la stratégie de la commande au moyen d'un ensemble de citations conditionnelles. Elle se résume en :

- ✓ choix de variables d'entrées.
- ✓ source de règles floues de contrôle.

III.5.1.1. Définition des règles d'inférence

Pour certaines machines particulièrement complexes, seul l'expert possède la véritable expertise pour les piloter. Grâce à des années d'expérience, il sait précisément comment régler la machine. Il est alors impossible de fournir des directives claires pour établir les

règles. Toutefois, si le comportement du système en boucle fermée ne répond pas aux attentes, il devient nécessaire d'ajouter des règles et, parfois, d'ajuster le nombre de fonctions d'appartenance [6].

III.5.1.2. Méthodes d'inférence

Après la partie précédente, nous savons calculer les relations de type :

- Si ε est N et $\Delta\varepsilon$ est N.
- Si (ε est NON N et $\Delta\varepsilon$ est N) OU ε est P.

Il reste donc à définir une opération pour traduire le terme ALORS ainsi qu'une opération pour définir l'interaction entre les règles.

Il y a plusieurs méthodes d'inférence peuvent être utilisés, on cite par exemple max-min, max-produit...

III.5.1.2.1. Méthode d'inférence max-min

Avec la méthode d'inférence max-min le mot ALORS est représenté par l'opération minimum de la valeur de la règle et de la fonction d'appartenance considérée de la sortie. Ainsi la règle : Si ε est P et $\Delta\varepsilon$ est Z ALORS u est P est traduite par la surface hachurée de la figure (III.6) qui représente la fonction d'appartenance partielle.

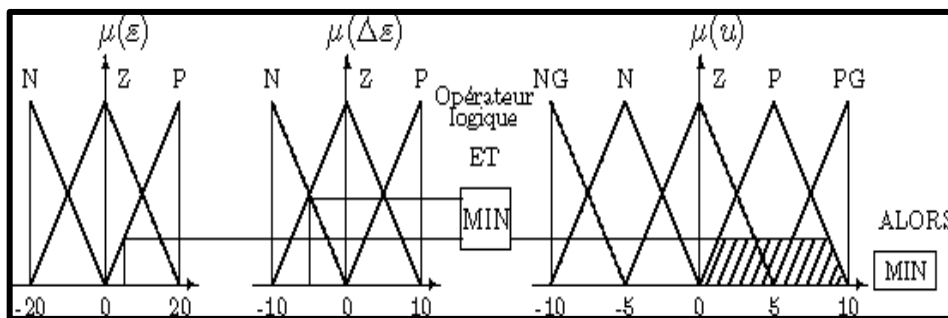


Figure III.6 : Définition d'ALORS dans la méthode d'inférence max-min.

Par ailleurs l'interaction entre les règles sera nommée OU ainsi, on considère que les deux règles suivantes :

- Si ε est Z et $\Delta\varepsilon$ est N ALORS u est N.
- Si ε est P et $\Delta\varepsilon$ est Z ALORS u est P.

Et ce OU se traduit par l'opération max. Nous obtenons ainsi la fonction d'appartenance résultante.

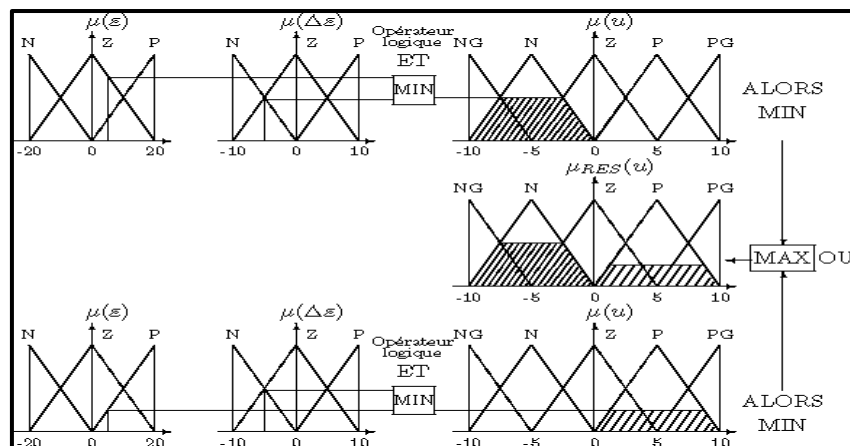


Figure III.7 : Définition de OU dans la méthode d'inférence max-min.

L'application de l'ensemble des règles donne la fonction d'appartenance partielle représentée sur la figure (III.8).

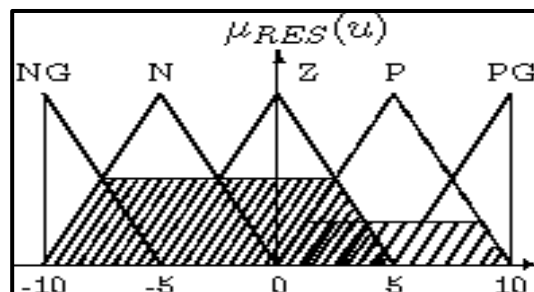


Figure III.8 : Fonction d'appartenance résultante.

III.5.1.2.2. Méthode d'inférence max-produit

La différence par rapport à la méthode précédente réside dans la manière de traiter l'ALORS, qui consiste à multiplier la fonction d'appartenance concernée par la valeur de la règle. Ce résultat est illustré dans la figure (III.9).

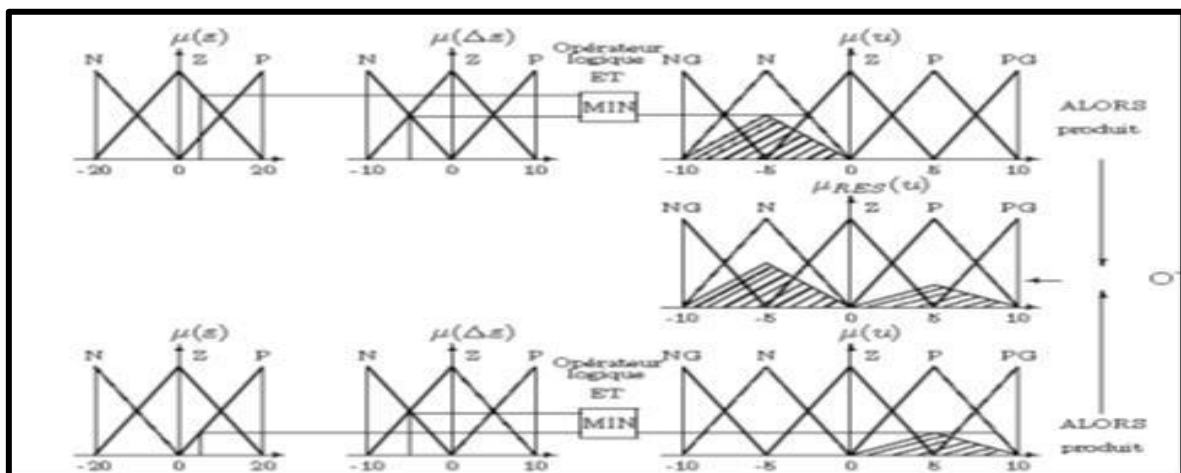


Figure III.9 : Définition d'ALORS dans la méthode d'inférence max-produit.

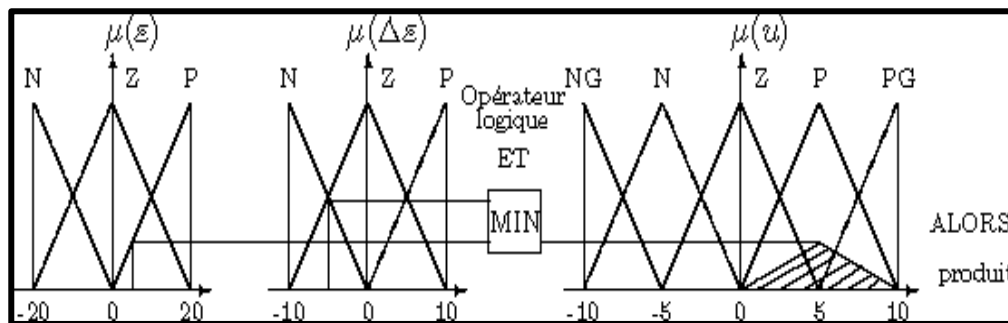


Figure III.10 : Définition de OU dans la méthode d'inférence max-prod.

III.5.1.2.3. Méthode d'inférence somme-prod

Cette méthode est proche de la méthode précédente, il suffit de remplacer la traduction de « ALORS » par la somme des fonctions d'appartenance partielles.

III.5.2. Interface de défuzzification

A travers le processus flou, plusieurs règles peuvent être activées avec des valeurs de vérités différentes. Comme l'entrée du système est une valeur numérique, il est nécessaire de transformer le sous-ensemble flou de sortie y , le point numérique y qui peut être considéré comme le plus représentatif de cet ensemble flou [2] [5].

Il existe plusieurs stratégies de défuzzification, les plus utilisées actuellement sont :

- Méthode de la moyenne de maximums.
- Méthode du centre de gravité.

III.5.2.1. Méthode de la moyenne de maximums

Cette stratégie génère une commande qui représente la valeur de toutes les actions de contrôle locale ayant des fonctions d'appartenances maximales plus particulièrement dans le cas d'un univers de discours discret.

III.5.2.2. Méthode du centre gravité

La méthode la plus utilisée est de loin la méthode dite du centre de gravité. Il s'agit de calculer la position du centre de gravité de la fonction d'appartenance résultante, l'abscisse de ce centre de gravité devient la sortie du régulateur et donc la commande du système.

Ce centre de gravité est relativement facile à calculer lorsque la fonction d'appartenance résultante est constituée de morceaux de droites. Dans les autres cas, ce calcul peut être gourmand en temps de calcul et donc pénalisant lors de l'implantation sur un microprocesseur. C'est l'une des raisons qui font préférer les fonctions d'appartenance de formes trapézoïdales (triangulaires) et les opérateurs logiques de type min-max.

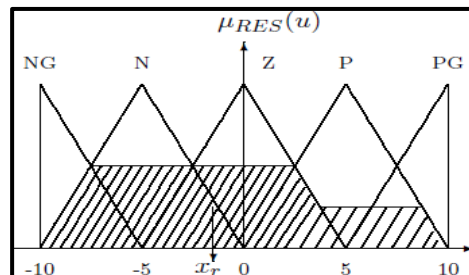


Figure III.11 : Défuzzification par la méthode du centre de gravité.

A noter que les valeurs extrêmes des sorties atteignables sont les centres de gravité des fonctions d'appartenance extrêmes des sorties. Aussi, et afin de minimiser le temps d'établissement, il faut choisir les fonctions d'appartenance des sorties maximales tels que leur centre de gravité corresponde aux valeurs maximales de commande.

III.6. Domaines d'applications de la logique floue

Parmi les nombreuses applications de la logique floue, la commande floue s'avère être le champ d'application le plus actif à travers le monde. Les domaines d'applications de la logique floue sont très nombreux. On la retrouve [7] :

- **L'automatique**, pour piloter ou réguler des systèmes de manière plus souple et adaptative
- **Le traitement du signal**, que ce soit pour fusionner différentes sources de données, classer des informations, reconnaître des formes ou encore rechercher efficacement des contenus. En robotique, pour faire de la planification de trajectoire, etc.
- **La robotique**, avec des applications comme la planification de trajectoires ou la navigation autonome.
- **Le traitement d'image**, où elle est utilisée, par exemple, pour réduire le bruit ou réaliser des interpolations.

Mais ses applications ne s'arrêtent pas là. On retrouve également la logique floue dans des secteurs très variés :

- **En médecine** : pour aider au diagnostic ou guider des systèmes chirurgicaux, comme dans les opérations au laser pour les yeux.
- **Dans le contrôle aérien**, pour améliorer la sécurité et la gestion du trafic.
- **Dans la gestion des feux de circulation**, en adaptant les durées en fonction du flux réel de véhicules.
- **Dans le domaine des assurances et de la finance**, en contribuant à la prévention des risques et à la prise de décision.
- **Dans l'environnement**, notamment pour les prévisions météorologiques.
- **En robotique et domotique**, comme dans les systèmes de freinage ABS ou les lave-linge intelligents.

Et la liste ne cesse de s'allonger, au fur et à mesure que les technologies deviennent plus intelligentes et adaptatives.

III.7. Avantages et Inconvénients du réglage par logique floue

III.7.1. Avantages

- **Pas de modèle mathématique requis pour le procédé à réguler** : La logique floue n'a pas besoin d'un modèle précis du système à contrôler, ce qui est utile pour les systèmes complexes où une modélisation détaillée peut être difficile ou coûteuse.
- **La théorie est simple et peut s'appliquer à des systèmes complexes** : Bien que les systèmes flous peuvent traiter des problèmes complexes, la théorie sous-jacente est relativement simple à comprendre et à appliquer, ce qui facilite son implémentation dans des systèmes variés.
- **La commande floue est en général robuste** : La logique floue est souvent capable de gérer des incertitudes et des variations dans les conditions de fonctionnement, ce qui la rend robuste face à des perturbations ou des imprécisions dans les données d'entrée.
- **La commande peut facilement être auto-adaptative** : En fonction des retours du système, la commande floue peut être conçue pour s'adapter automatiquement aux variations, rendant le système plus flexible et réactif aux changements dans son environnement.
- **La commande floue permet la capitalisation du savoir-faire** : La logique floue permet d'incorporer directement l'expertise humaine dans le système sous forme de règles floues, ce

qui permet de reproduire le savoir-faire d'experts sans nécessiter de formules mathématiques complexes.

- **La commande floue conduit à un code informatique clair et lisible** : Le codage des règles floues dans un système de contrôle est relativement simple et peut produire un code informatique compréhensible, facilitant le développement, la maintenance, et la modification du système.

III.7.2. Inconvénients

- **La technique de réglage est totalement empirique** : Le réglage d'un système à logique floue repose largement sur l'expérimentation et l'intuition, sans méthode formelle universelle, ce qui peut rendre le processus long et incertain.
- **Les performances dépendent directement de l'expertise** : L'efficacité de la commande floue dépend fortement du savoir-faire de l'ingénieur ou de l'expert qui établit les règles. Une mauvaise compréhension du système peut entraîner des performances insuffisantes.
- **Aucune démonstration rigoureuse n'est possible** : Contrairement aux méthodes classiques de contrôle, il est difficile, voire impossible, de prouver mathématiquement certaines propriétés essentielles du système, comme la stabilité ou la convergence.
- **Possibilité d'apparition de cycles limites** : En raison du caractère non linéaire de la logique floue, le système peut présenter des comportements oscillatoires non désirés, comme des cycles limites, difficiles à anticiper.
- **Cohérence des inférences non garantie a priori** : Le système de règles floues peut contenir des contradictions ou des incohérences, surtout lorsqu'un grand nombre de règles est utilisé. Cela peut nuire au bon fonctionnement de la commande si aucune vérification n'est effectuée.

III.8. Conclusion

La logique floue constitue une approche puissante pour traiter l'incertitude et modéliser des phénomènes complexes où les frontières entre états ne sont pas clairement définies. Grâce à ses capacités d'interprétation souple des données, elle permet de mieux représenter la réalité dans de nombreux systèmes, notamment en automatisation, en intelligence artificielle et en traitement du signal.

Dans le chapitre suivant, nous aborderons une nouvelle méthode de commande, à savoir le mode glissant, qui offre une autre perspective de régulation dans les systèmes dynamiques.

REFERENCES

- [1] B. Deforge and Q. David, *Asservissement en position d'un axe linéaire*, Projet d'automatique, 2008.
- [2] B. Bouchon-Meunier, *La logique floue et ses applications*, Addison-Wesley France SA, 1995.
- [3] J. Godjevac, *Idées nettes sur la logique floue*, Presse polytechnique et universitaire romande, Lausanne, 1999.
- [4] P. Borne, J. Roziner, J.-Y. Dieulot, and L. Dubois, *Introduction à la commande floue*, Éd. Technip, Paris, 1998.
- [5] A. Kerkour and R. Chiban, *Coordination des régulateurs de vitesse et de tension à base de logique floue pour l'amélioration de la stabilité transitoire des réseaux électriques*, Projet de fin d'étude, Université de Béjaia, 2000.
- [6] G. Cabodevila, *Commande et Identification Floue*, École Nationale Supérieure de Mécanique et des Microtechniques, France, 2007.
- [7] F. Chevie and F. Guély, *La logique floue*, Cahier Technique Schneider, no. 191, mars 1998.

Chapitre IV :
**La commande par
mode glissant**

IV.1. Introduction

La commande par mode glissant représente une technique robuste largement adoptée dans le domaine du contrôle des systèmes dynamiques non linéaires. Elle se distingue par sa capacité à maintenir les performances du système même en présence d'incertitudes paramétriques, de perturbations externes ou de modélisations imprécises. Le principe fondamental repose sur la conception d'une surface de glissement, sur laquelle la dynamique du système est contrainte à évoluer. Une fois cette surface atteinte, le système "glisse" dessus, garantissant ainsi une stabilité et une réponse insensible aux perturbations.

Cette méthode est particulièrement appréciée dans les systèmes mécatroniques, tels que les bras manipulateurs, où la précision et la robustesse sont primordiales. Cependant, le phénomène de chattering, causé par la commutation fréquente du signal de commande, reste un défi majeur dans l'implémentation pratique de cette technique.

IV.2. Théorie de la commande par mode de glissement

Un système à structure variable est défini comme un système dont la structure évolue au cours de son fonctionnement. Cette dynamique est gouvernée par le choix d'une fonction et d'une logique de commutation. Grâce à cette dernière, le système peut passer d'une structure à une autre à tout moment, ce qui lui confère des propriétés nouvelles absentes dans les structures fixes.

Dans le cadre de la commande par mode de glissement, la trajectoire des états est orientée vers une surface spécifique appelée surface de glissement. Une fois atteinte, la loi de commutation maintient cette trajectoire à proximité de cette surface. Le système est alors contraint de glisser le long de celle-ci, ce qui assure un comportement stable et robuste, même en présence d'incertitudes ou de perturbations.

L'évolution de la trajectoire dans l'espace de phase peut être divisée en trois régimes :

- **Le mode de convergence (MC)** : la trajectoire se dirige vers la surface de glissement à partir de n'importe quel état initial. Ce régime est déterminé par la loi de commande et un critère de convergence.
- **Le mode de glissement (MG)** : une fois sur la surface, le système glisse vers l'origine de l'espace de phase. La dynamique est alors gouvernée par la surface $s(x, y) = 0$.
- **Le mode de régime permanent (MRP)** : utilisé pour évaluer la réponse autour du point d'équilibre, ce régime permet d'analyser la stabilité et la performance du système [1].

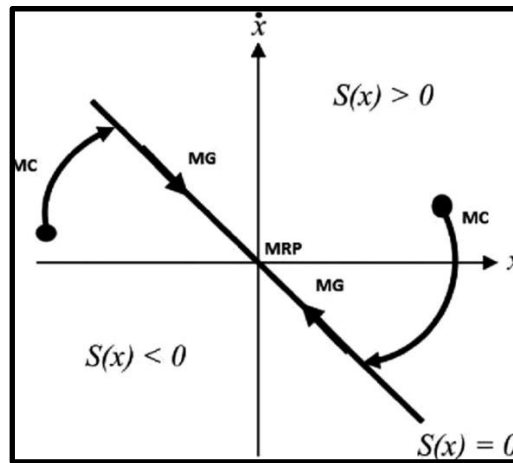


Figure IV.1 Différents modes des trajectoires d'état

IV.3. Conception de la commande par mode de glissement

La conception d'un régulateur basé sur la commande par mode de glissement vise à garantir la stabilité et la robustesse du système face aux incertitudes. La démarche de mise en œuvre suit généralement trois étapes fondamentales :

1. Le choix de la surface de glissement.
2. La vérification des conditions d'existence et de convergence.
3. La détermination de la loi de commande

IV.3.1. Choix de La surface de glissement (S)

Le choix de la surface de glissement détermine à la fois le nombre et la forme des fonctions nécessaires. Ces éléments dépendent de l'application visée ainsi que des objectifs à atteindre.

Pour un système décrit par l'équation (III.1), le vecteur de surface doit avoir la même dimension que le vecteur de commande u .

$$\dot{x} = A(x, t) + B(x, t)u \quad (\text{IV.1})$$

La surface de glissement est une fonction scalaire telle que la variable à réguler glisse sur cette surface et converge vers l'origine du plan de phase. Lorsque la variable à ajuster est x , la surface de glissement non linéaire, exprimée en fonction de l'erreur, est définie par

$$s(x) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^{r-1} e(x) \quad (\text{IV.2})$$

Où :

- $e(x) = y(x) - y_{rf}(x)$
- λ : gain strictement positif
- r : ordre de dérivation nécessaire

Exemples typiques :

- $r = 1 : s(x) = e(x)$
- $r = 2 : s(x) = \lambda e(x) + \dot{e}(x)$
- $r = 3 : s(x) = \lambda^2 e(x) + 2\lambda \dot{e}(x)$

Pour tout $r > 1$, l'équation $s(x) = 0$ devient une équation différentielle linéaire stable, à condition de choisir un gain λ approprié [2].

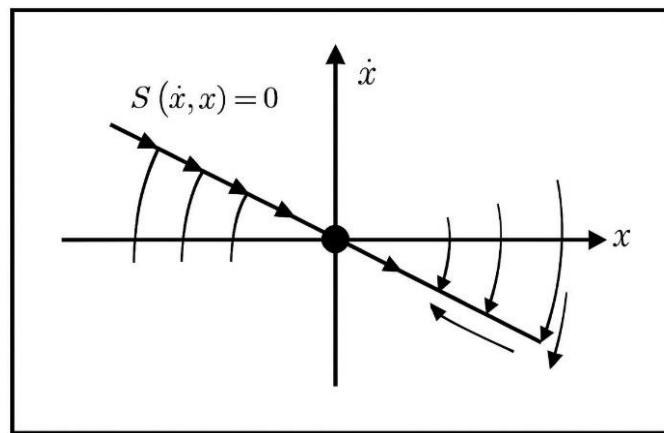


Figure IV.2 : Surface de glissement

IV.3.2. Condition d'existence et de convergence

La mise en œuvre d'une commande par mode glissant impose de respecter certaines conditions garantissant l'existence et la convergence de la commande vers la surface de glissement choisie. Ces conditions assurent que l'état du système atteindra puis restera sur la surface de glissement définie, ce qui garantit la robustesse et la stabilité du système contrôlé [3].

IV.3.2.1. Loi de commutation directe

C'est la première condition de convergence, proposée par EMILYANOVE et UTKIN.

Il s'agit de donner à la surface une dynamique de convergence vers zéro. Elle est donnée par :

- $\dot{s}(x) > 0$ si $s(x) < 0$

- $\dot{s}(x) < 0$ si $s(x) > 0$

Cette condition peut être formulée comme suit : $\dot{s}(x) \cdot s(x) < 0$. (IV.3)

IV.3.2.2 Fonction de Lyapunov

La fonction de Lyapunov est une fonction scalaire positive utilisée pour analyser la stabilité d'un système dynamique. Elle est définie de manière à satisfaire les conditions suivantes :

- $V(x) > 0$ pour tout $x \neq 0$

- $V(0) = 0$

Et sa dérivée temporelle $\dot{V}(x)$ doit être strictement négative ($\dot{V}(x) < 0$) pour garantir une décroissance du système vers l'état d'équilibre.

L'idée générale consiste à choisir une fonction scalaire $s(x)$ qui représente la déviation de l'état du système par rapport à sa valeur de référence. Ensuite, on conçoit une commande u telle que le carré de cette fonction $s(x)$ définisse une fonction de Lyapunov.

On propose alors la fonction suivante :

$$V(x) = \frac{1}{2} s^2(x) \quad (IV.4)$$

Sa dérivée par rapport au temps est :

$$\dot{V}(x) = \dot{s}(x) \cdot s(x)$$

Pour assurer la décroissance de $V(x)$, il suffit que sa dérivée soit négative, ce qui est garanti si la condition (III.3) est vérifiée.

L'équation (IV.4) montre que le carré de la distance entre un point de l'espace de phase et la surface de glissement, représentée par $s^2(x)$, diminue continuellement. Cela force la trajectoire du système à converger vers cette surface depuis les deux côtés. Cette condition suppose un régime de glissement idéal, avec une fréquence de commutation infinie.

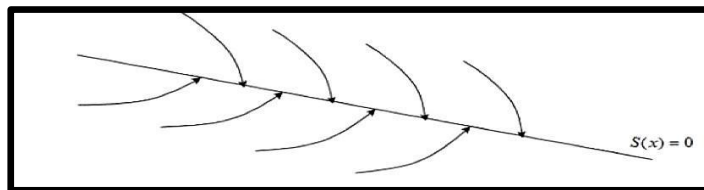


Figure IV.3 : Illustration de la diminution de la fonction de Lyapunov vers $S(x) = 0$.

IV.4. Calcul de la commande [4].

La commande par mode glissant est généralement constituée de deux composantes :

- la commande équivalente u_{eq} ,
- et la commande discontinue u_n .

Ainsi, l'expression générale de la commande s'écrit :

$$u = u_{eq} + u_n \quad (IV.6)$$

La commande équivalente u_{eq} correspond à celle proposée par Utkin, ayant pour objectif de maintenir la dynamique du système sur la surface de glissement définie par $s(x) = 0$.

Elle est obtenue en imposant que la dérivée de la surface de glissement soit nulle, soit :

$$\dot{s}(x) = 0$$

Quant à u_n , il est déterminé de manière à garantir la convergence vers la surface de glissement. La dérivée temporelle de la fonction $s(x)$ est donnée par :

$$\dot{s}(x) = \frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial s}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} \quad (IV.7)$$

En remplaçant (IV.1) et (IV.6) dans (IV.7), il en résulte :

$$\dot{s}(x) = \frac{\partial s}{\partial x} (f(x) + g(x)u_{eq}) + \frac{\partial s}{\partial x} g(x)u_n \quad (IV.8)$$

Où la commande discontinue est définie par :

$$u_n = K \text{sign}(s(x, t))$$

Pendant la phase de glissement permanent, la surface $s(x)$ est maintenue à zéro. En conséquence, sa dérivée ($\dot{s}(x)$) ainsi que la commande discontinue (u_n) deviennent nulles.

Ainsi, l'expression de la commande équivalente s'écrit :

$$u_{eq} = - \left(\frac{\partial s}{\partial x} g(x) \right)^{-1} \frac{\partial s}{\partial x} f(x) \quad (IV.9)$$

Pour que cette commande équivalente soit bien définie, il est nécessaire que :

$$\frac{\partial s}{\partial x} g(x) \neq 0$$

Durant la phase de convergence, en substituant l'expression de u_{eq} dans (IV.8), la nouvelle expression de la dérivée de la surface devient :

$$\dot{s}(x, t) = \frac{\partial s}{\partial x} g(x) u_n \quad (\text{IV.10})$$

La condition d'attractivité, exprimée par (IV.3), s'écrit alors :

$$s(x, t) \frac{\partial s}{\partial x} g(x) u_n < 0 \quad (\text{IV.11})$$

Afin de satisfaire cette condition, le signe de u_n doit être opposé à celui de

$$s(x, t) = \frac{\partial s}{\partial x} g(x).$$

La forme la plus simple que peut prendre u_n est celle d'un relais, illustrée à la figure suivante:

$$u_n = K \text{sign}(s(x, t)) \quad (\text{IV.12})$$

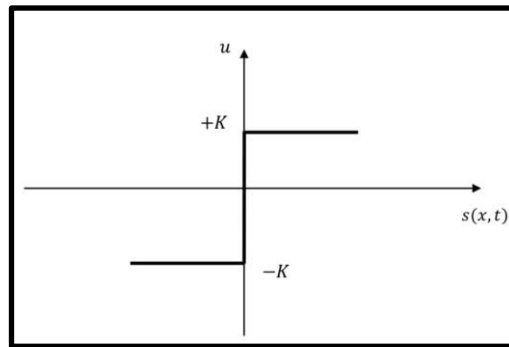


Figure IV.4 : Représentation de la commande discontinue

IV.5. Phénomène de chattering (Broutement, réticence)

L'utilisation de la fonction **sign** entraîne une commutation continue du signal de commande ΔU entre les valeurs $\pm e$ avec une fréquence théoriquement infinie. Cependant, dans la réalité, un régime de glissement parfait est impossible à atteindre.

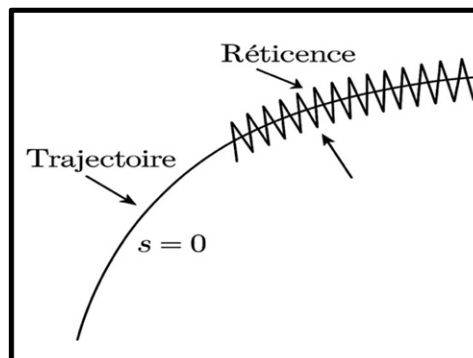


Figure IV.5: Phénomène de chattering

La présence de limitations technologiques et physiques, telles que les délais de commutation ou les constantes de temps associées aux actionneurs, provoque un comportement

dynamique particulier près de la surface de glissement en raison du caractère discontinu de la commande ΔU .

Ce phénomène, connu sous le nom de chattering en anglais, ou encore de réticence ou broutement en français (voir Figure IV.5), se manifeste par des oscillations importantes autour de la surface de glissement [5].

IV.5.1. Solutions pour la suppression du phénomène de réticence

Le phénomène de réticence (chattering) constitue l'inconvénient majeur non négligeable de la commande par mode glissant puisqu'il peut provoquer une détérioration anticipée de l'actionneur ou exciter des dynamiques hautes fréquences non considérées dans la modélisation du système. Ceci peut dégrader les performances et même conduire à des problèmes d'instabilité.

Le phénomène de chattering revient à ce que la commande de commutation ne commute pas infiniment rapidement. Cependant, il est possible de réduire ou d'éliminer ce phénomène par :

- La modification de la fonction sign par une fonction plus lisse telle que celles représentées par la figure (IV.6) ;
- L'utilisation d'une commande composée de deux commandes, l'une discontinue et l'autre appelée commande équivalente.
- L'utilisation d'une commande par mode glissant d'ordre supérieur. [5].

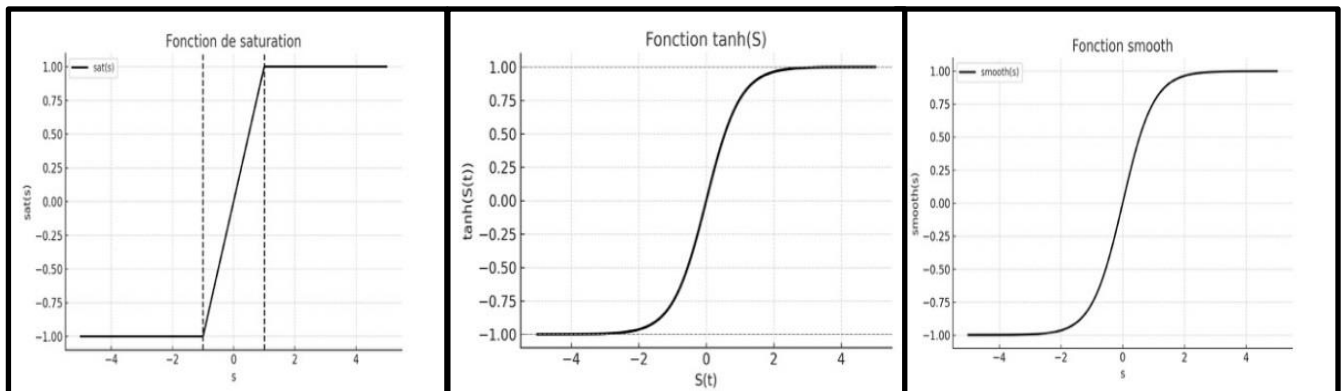


Figure IV.6: La fonctions de commutation

IV.6. Avantages et inconvénients

La commande par mode glissant présente plusieurs avantages notables. Elle offre une robustesse élevée face aux incertitudes des modèles et aux perturbations externes, assurant ainsi une stabilité et une précision accrues du système. De plus, sa structure de conception relativement simple permet une mise en œuvre efficace, même dans des environnements complexes.

Cependant, cette méthode comporte également des inconvénients. Le principal est le phénomène de broutement (ou chattering), caractérisé par des oscillations rapides et indésirables autour de la surface de glissement. Ce phénomène peut entraîner une usure prématurée des actionneurs et affecter la qualité du contrôle. Par ailleurs, la conception d'une surface de glissement appropriée et le réglage précis des paramètres de commande nécessitent une expertise approfondie [6].

IV.7. Conclusion

Ce chapitre a présenté les principes fondamentaux de la commande par mode de glissement, en exposant d'abord sa théorie et ses avantages. La démarche de conception a été détaillée, depuis le choix de la surface de glissement jusqu'à l'établissement des conditions d'existence et de convergence. Le calcul de la commande et l'analyse du phénomène de chattering ont également été abordés.

La suite du travail consistera à vérifier les performances de cette approche à travers une simulation.

REFERENCES

- [1] H. Saibi and D. Kassouri, *Commande par mode glissant d'ordre fractionnaire d'un réseau électrique*, Mémoire de Master, Univ. Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou, Faculté de Génie Électrique et Informatique, Département d'Automatique, 2018.
- [2] D. M. R. Ouarezki, *Commande par mode glissant floue d'un bras manipulateur*, Mémoire de Master, Univ. Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou, Génie Électrique et Informatique, Département d'Automatique, 2014.
- [3] N. Belbrahem and Z. Chaoui, *Étude de deux commandes robustes à modes glissants et à retard (TDC) : application à la commande d'un bras manipulateur*, Mémoire de Master, Univ. Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou, Département d'Automatique, 2014.
- [4] H. Bendda, *Application des commandes non linéaires avec observateur d'un robot manipulateur*, Thèse de Magister, Univ. Mohamed Boudiaf – Oran, Faculté de Génie Électrique, Département d'Électronique, 2013.
- [5] Z. Ragoub and I. Labiod, *Commande par mode glissant dédiée à un système aéroélastique*, Mémoire de fin de cycle, Univ. Saad Dahlab – Blida 1, Institut d'aéronautique et des études spatiales, Département de construction aéronautique, 2016/2017.
- [6] B. Chouiref and A. Bekhti, *Commande en vitesse par mode glissant d'un moteur synchrone à aimants permanents*, Mémoire de Master, Univ. Kasdi Merbah Ouargla, 2017.

Chapitre V :
**Application à un
robot manipulateur
à 2DDL**

V.1.Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats de simulation et d'application de deux stratégies de commande avancées sur le robot manipulateur à deux degrés de liberté (2DDL). Il s'agit de la commande par mode glissant et de la commande par logique floue.

Ces méthodes ont été sélectionnées pour leur capacité à améliorer les performances de suivi du robot, malgré les non-linéarités du système et les perturbations potentielles. La commande par mode glissant permet de garantir une robustesse élevée, en forçant le système à évoluer sur une surface de glissement définie. La commande par logique floue, quant à elle, repose sur des règles simples, inspirées de l'expertise humaine, pour ajuster le comportement du robot de manière souple.

Au cours de ce chapitre, nous décrivons la mise en œuvre de ces deux approches, ainsi que les résultats obtenus pour différentes configurations de simulation

V.2 Mise en œuvre de la commande du robot à 2DDL

Ce paragraphe introduit les paramètres physiques du robot utilisés pour la simulation, nécessaires à l'implémentation des stratégies de commande.

- Longueur des deux bras : $l_1 = l_2 = 1 \text{ (m)}$
- Masse des deux bras : $m_1 = m_2 = 1 \text{ (kg)}$
- Gravité : $g = 9.81 \text{ (m /s}^2\text{)}$

Ces valeurs sont utilisées dans le modèle dynamique du robot pour calculer les matrices d'inertie $M(q)$, les forces de Coriolis $C(q, \dot{q})$, ainsi que les forces gravitationnelles $G(q)$. Grâce à ces paramètres, la simulation reproduit le comportement réel du robot sous l'effet des commandes appliquées.

V.3.Commande par Logique Floue

Dans cette partie, nous présentons la simulation de la commande par logique floue appliquée au robot manipulateur à deux degrés de liberté (2DDL).

L'objectif est d'assurer un suivi performant de la trajectoire de consigne, en utilisant des règles floues qui permettent de compenser les effets des non-linéarités et des perturbations du robot. Le contrôleur flou est implémenté sous Simulink, et nous analysons les résultats obtenus en variant le nombre de règles utilisées.

V.3.1 Structure du contrôleur par logique floue

Dans notre modèle Simulink, nous avons choisi d'implémenter la commande par logique floue de manière centralisée.

Le contrôleur flou a été conçu sous forme d'un bloc Fuzzy Logic Controller intégré dans Simulink, permettant de calculer les couples de contrôle $\tau(t)$ pour les deux articulations en fonction des variables d'entrée.

Les entrées du bloc *de* commande floue sont :

- L'erreur de position $e(t)$ pour chaque articulation.
- La dérivée de l'erreur de position $de(t)$ pour chaque articulation.
- ♦ Les paramètres choisis pour la simulation sont les suivants :
 - Nombre de règles : 3 règles floues dans la première simulation, puis 5 règles floues dans une deuxième simulation.
 - Les fonctions d'appartenance : triangulaires, définies sur l'intervalle adapté pour $e(t)$ et $de(t)$.
 - Univers d'entrée :
 - $e(t) \in [-1, 1]$
 - $de(t) \in [-1, 1]$
 - Univers de sortie : $\tau(t) \in [-10000, 10000]$

V.3.2. Résultats de la simulation

Dans cette section, nous présentons les résultats obtenus lors de la simulation du robot 2DDL sous commande par logique floue. Deux configurations ont été testées :

➤ *Simulation avec 3 règles floues*

Avant de présenter les courbes des trajectoires, nous rappelons ici les règles floues et les fonctions d'appartenance utilisées pour cette configuration.

Les règles d'inférence :

Chapitre V : Application à un robot manipulateur à 2DDL

Tableau V.1 .Matrice de Mocvicar-Whelan [1]

e \ de	N	Z	P
N	N	N	P
Z	N	Z	P
P	N	P	P

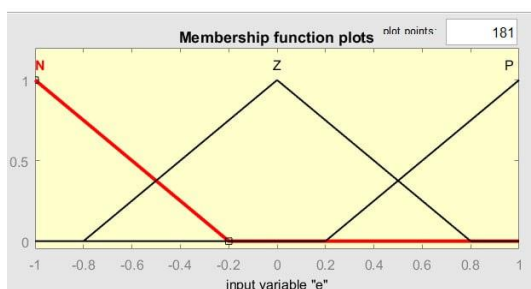
Avec :

N : Négatif

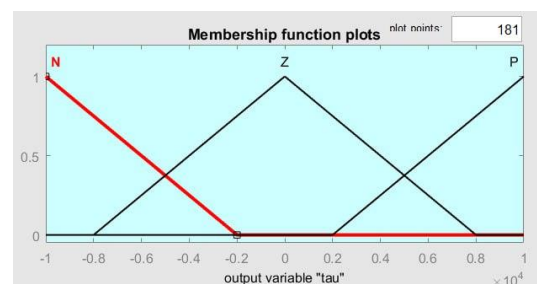
Z : Zéro

P : Positif

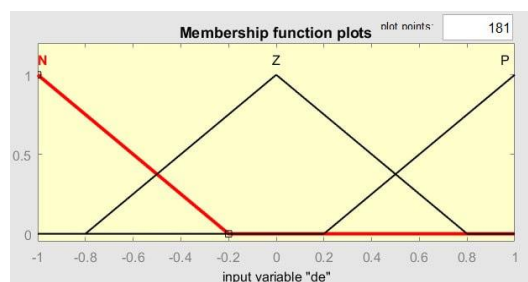
Les fonctions d'appartenance :



(a) : Fonction d'appartenance de l'entrée e



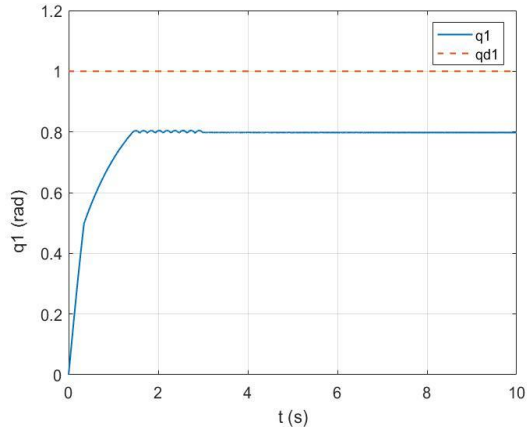
(b) : Fonction d'appartenance de la sortie τ



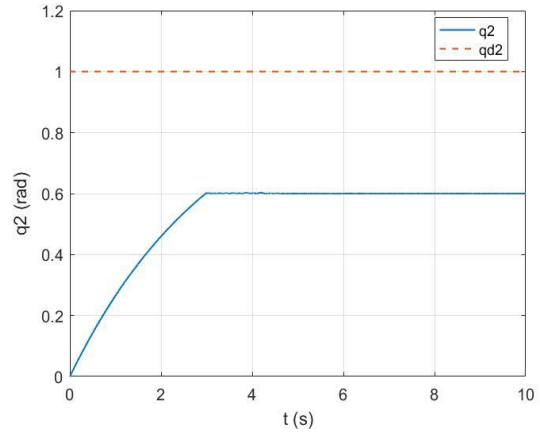
(c) : Fonction d'appartenance de l'entrée de

Figure V.1 Fonctions d'appartenance des variables du régulateur flou (3 règles)

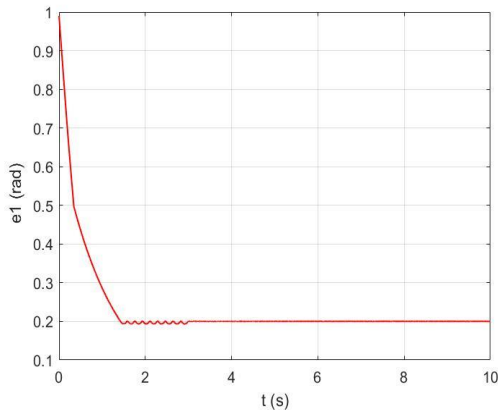
Chapitre V : Application à un robot manipulateur à 2DDL



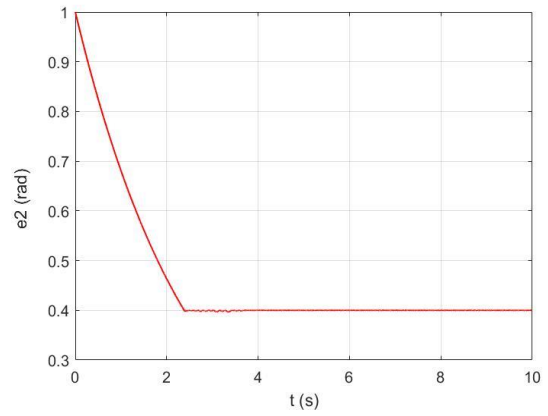
(a) : q_1 Position de la première articulation



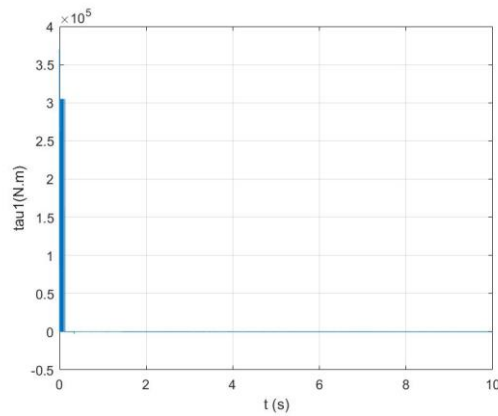
(b) : q_2 Position de la deuxième articulation



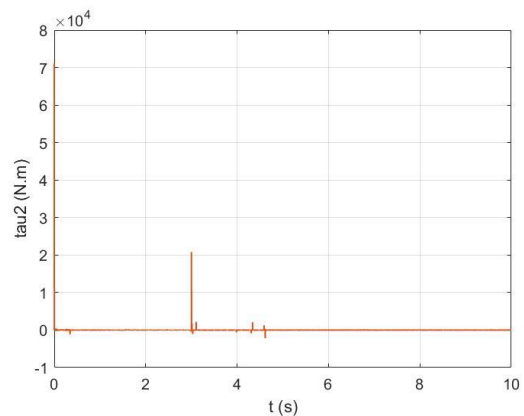
(c) : e_1 Erreur de suivi de q_1



(d) : e_2 Erreur de suivi de q_2



(e) : τ_1 Couple appliqué à la première articulation



(f) : Couple appliqué à la deuxième articulation

Figure V.2 : Résultats de la commande floue avec 3 règles : positions (a, b), erreurs (c, d), et couples (e, f)

Chapitre V : Application à un robot manipulateur à 2DDL

Les résultats avec seulement 3 règles floues montrent que les articulations q_1 et q_2 n'arrivent pas à suivre correctement la consigne de 1 rad. On note une erreur d'environ 0.2 rad pour q_1 et 0.4 rad pour q_2 , avec de légères oscillations sur la courbe de q_1 , ce qui reflète un manque de précision. Cela est principalement dû au faible nombre de règles, ce qui limite la capacité du système à bien couvrir l'espace décisionnel.

Il est donc nécessaire d'augmenter le nombre de règles à 5 pour améliorer la précision du suivi et réduire l'erreur.

➤ Simulation avec 5 règles floues

Avant de présenter les courbes des trajectoires, nous rappelons ici les règles floues et les fonctions d'appartenance utilisées pour cette configuration.

Les règles d'inférence :

Tableau V.2 .Matrice de Mocvicar-Whelan[1]

e de	NG	NP	Z	PP	PG
NG	NG	NG	NG	NP	Z
NP	NG	NG	NP	Z	PP
Z	NG	NP	Z	PP	PG
PP	NP	Z	PP	PG	PG
PG	Z	PP	PG	PG	PG

Avec :

NG : Négatif grand

NP : Négatif petit

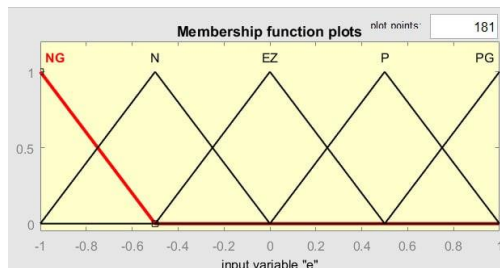
Z : Zéro

PP : Positif petit

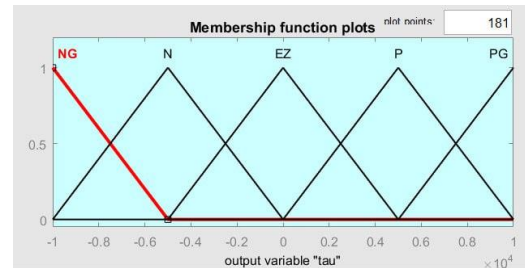
PG : Positif grand

Chapitre V : Application à un robot manipulateur à 2DDL

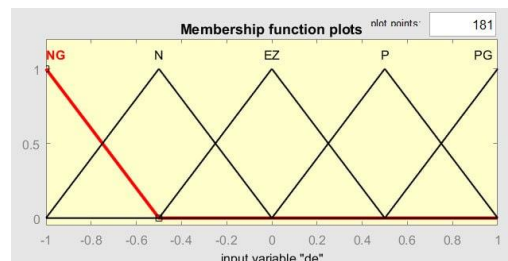
Les fonctions d'appartenance :



(a) : Fonction d'appartenance de l'entrée e

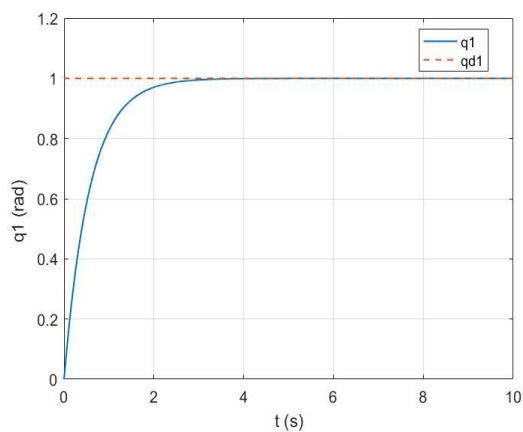


(b) : Fonction d'appartenance de la sortie τ

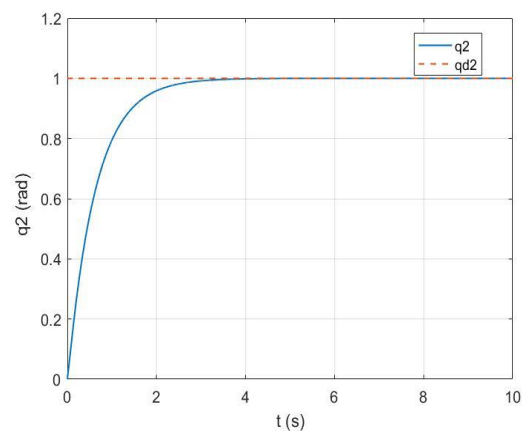


(c) : Fonction d'appartenance de l'entrée de

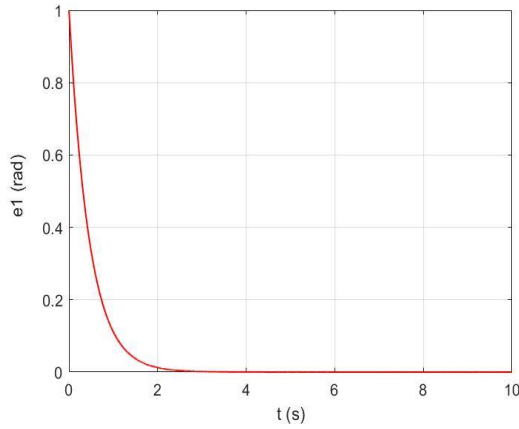
Figure V.3 Fonctions d'appartenance des variables du régulateur flou (5 règles)



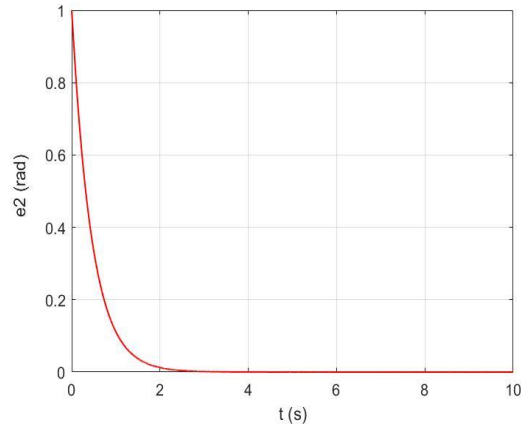
(a) : q_1 Position de la première articulation



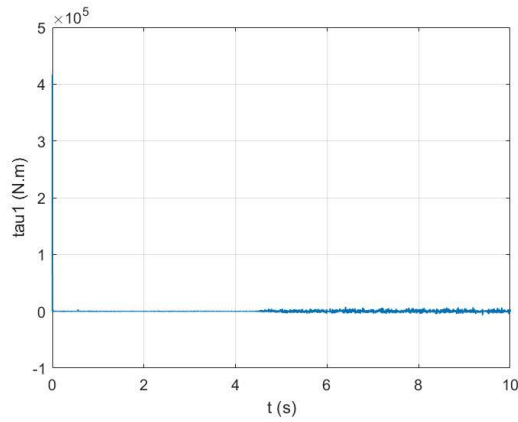
(b) : q_2 Position de la deuxième articulation



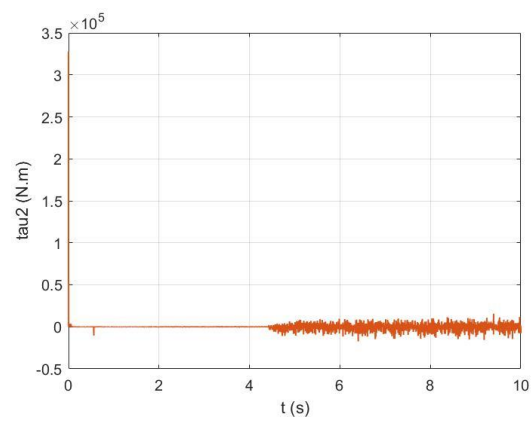
(c) : e_1 Erreur de suivi de q_1



(d) : e_2 Erreur de suivi de q_2



(e) : τ_1 Couple appliqué à la première articulation



(f) : Couple appliqué à la deuxième articulation

Figure V.4 : Résultats de la commande floue avec 5 règles : positions (a, b), erreurs (c, d), et couples (e, f)

Les résultats obtenus avec 5 règles floues montrent une nette amélioration des performances par rapport à la version à 3 règles.

Les articulations q_1 et q_2 atteignent la consigne de 1 rad avec une grande précision, sans dépassement ni erreur statique visible.

Le temps de réponse est estimé à environ 1.57 s pour q_1 et 1.78 s pour q_2 , ce qui reflète une convergence rapide et fluide.

Les erreurs finales sont très faibles ($e_1 \approx 4.32 \times 10^{-5} \text{ rad}$, $e_2 \approx 1.53 \times 10^{-5} \text{ rad}$), ce qui montre un bon niveau de précision, même si la consigne n'est pas atteinte de façon parfaitement exacte.

Aucune oscillation significative n'est observée, ce qui confirme une meilleure couverture de l'espace décisionnel grâce à l'ajout de règles floues supplémentaires.

Chapitre V : Application à un robot manipulateur à 2DDL

Cette amélioration démontre l'intérêt d'augmenter le nombre de règles pour affiner la décision de commande et améliorer le suivi de trajectoire. Comparée à la commande floue à 3 règles, cette version assure un suivi plus précis de la trajectoire souhaitée, tout en conservant une excellente stabilité.

V.4. Commande par mode glissant

Dans cette partie, nous présentons la simulation de la commande par mode glissant appliquée au robot manipulateur à deux degrés de liberté (2DDL). L'objectif de cette commande est de forcer le robot à suivre une trajectoire de référence, tout en assurant une bonne robustesse face aux incertitudes et aux perturbations. La stratégie repose sur la définition d'une surface de glissement qui guide la dynamique du système.

V.4.1. Loi de commande [2]

Le modèle dynamique indirecte du robot à 2ddl :

$$\Gamma = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) \quad (\text{V.1})$$

Alors que le modèle dynamique direct est donné par :

$$\ddot{q} = M^{-1}(q)(\tau - C(q, \dot{q})\dot{q} - G(q)) \quad (\text{V.2})$$

La surface de glissement est définie par :

$$s(x) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{r-1} e(x) \quad (\text{V.3})$$

Pour $n=2$ on aura :

$$s(x) = \lambda e(x) + \dot{e}(x) \quad (\text{V.4})$$

Avec :

$$e = q_d - q$$

Où : q_d est la trajectoire désirée et $q = [q_1 \quad q_2]^T$

La dérivée de la surface de glissement sera donnée par :

$$\dot{s} = \ddot{e} + \lambda \dot{e} = (\ddot{q}_d - \ddot{q}) + \lambda \dot{e} \quad (\text{V.5})$$

En substituant $\ddot{q}$ par l'équation de la dynamique directe du robot on obtient :

$$\dot{s} = (\ddot{q}_d - (M^{-1}(q)(u - C(q, \dot{q})\dot{q} - G(q)))) \quad (\text{V.6})$$

Chapitre V : Application à un robot manipulateur à 2DDL

Avec : $u = \tau = u_{eq} + u_n$

On remplace la commande u par ses deux termes équivalent et discontinu :

$$\dot{s} = (\ddot{q}_d + \lambda \dot{e} - (M^{-1}(q)(u_{eq} + u_n - C(q, \dot{q})\dot{q} - G(q))) \quad (V.7)$$

Lorsque le mode glissant est atteint et en régime permanent, la surface de glissement est nulle, et par conséquent, sa dérivée et la partie discontinue sont aussi nulles, l'équation (V.7) devient :

$$(\ddot{q}_d + \lambda \dot{e}) - (M^{-1}(q)(u_{eq} - C(q, \dot{q})\dot{q} - G(q))) = 0$$

Enfin on déduit la loi de commande équivalente comme suite :

$$u_{eq} = M(q)(\ddot{q}_d + \lambda \dot{e}) + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q)$$

Or :

$$(\dot{q}_d + \lambda e) = \dot{q}$$

Alors finalement on déduit que :

$$u_{eq} = M(q)(\ddot{q}_d + \lambda \dot{e}) + C(q, \dot{q})(\dot{q}_d + \lambda e) + G(q) \quad (V.8)$$

La commande discontinue est donnée par :

$$u_n = K \operatorname{sign}(s(t)) \quad (V.9)$$

Donc la commande globale est donnée comme suit :

$$u = M(q)(\ddot{q}_d + \lambda \dot{e}) + C(q, \dot{q})(\dot{q}_d + \lambda e) + G(q) - K \operatorname{sign}(s(e)) \quad (V.10)$$

V.4.1.1. Analyse de la stabilité (fonction de Lyapunov)

Pour garantir la stabilité du système en mode glissant, nous utilisons une fonction de Lyapunov définie comme suit

$$V(t) = \frac{1}{2} s^T(t) s(t)$$

Une condition suffisante pour assurer la convergence de la surface de glissement est donnée par :

$$\dot{V}(t) = s^T(t) \dot{s}(t) < 0 \quad \text{Pour} \quad s(t) \neq 0$$

Chapitre V : Application à un robot manipulateur à 2DDL

Pour obtenir le signal de commande de convergence, l'équation peut être définie comme suit :

$$\dot{V}(t) = s^T (\ddot{q}_d + \lambda \dot{e} - M^{-1}(q)(u_{eq} + u_n) - M^{-1}(q)(C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q))) \quad (V.11)$$

En substituant l'équation (10) dans l'équation (11), on obtient :

$$\dot{V}(t) = s^T(t)\dot{s}(t) = -s^T M^{-1}(q)(u_n) \quad (V.12)$$

Pour garantir que $\dot{V}(t) < 0$, la loi de commande discontinue est choisie comme suit :

$$u_n = M(q) \cdot K \operatorname{sign}(s(t)) \quad (V.13)$$

En substituant cette loi dans l'expression de $\dot{V}(t)$, on obtient

$$\dot{V}(t) < -s^T M^{-1}(q) M(q) \cdot K \operatorname{sign}(s(t))$$

$$\dot{V}(t) < -K s^T \operatorname{sign}(s(t))$$

$$\dot{V}(t) < -K |s(t)|$$

Où : $|s(t)| = s^T(t) \operatorname{sign}(s(t)). \quad (V.14)$

La fonction ***sign(s(t))***, qui est utilisée dans cette équation, génère davantage d'effet de chattering sur le couple de commande. Afin d'éviter ce phénomène de chattering, la fonction ***sign*** est remplacée par la fonction ***tanh*** (fonction tangente hyperbolique), ce qui est exprimé comme suit :

$$\dot{V}(t) < -K s^T \tanh(\lambda e(t) + \dot{e}(t)) \quad (V.15)$$

Le terme $s^T \tanh(s(t))$ est toujours positif, de sorte que l'équation entière reste négative, à condition que $(t) \neq 0$, ce qui satisfait les conditions suivantes :

1. Si $s(t)$ est positif et $\tanh(s(t))$ est aussi positif, alors $s^T \tanh(s(t))$ est toujours positif.
2. Si $s(t)$ est négatif et $\tanh(s(t))$ est aussi négatif, alors $s^T \tanh(s(t))$ est toujours positif.

Enfin, le couple de commande de convergence $u_n(t)$ est donné comme suit :

$$u_n = M(q) \cdot K \tanh(s(t)) \quad (V.16)$$

Chapitre V : Application à un robot manipulateur à 2DDL

Remarque :

Sur la base de la partie discontinue, le phénomène de chattering peut conduire à des oscillations dans la sortie. Pour réduire cet effet, la couche limite (boundary layer) est utilisée. Dans cette approche, l'idée principale est de remplacer la fonction discontinue par une fonction de saturation lisse dans un voisinage réduit de la surface de commutation. Ce remplacement entraîne une amélioration des performances. Par conséquent, pour compenser l'erreur de performance, une loi de commande mise à jour est utilisée. Dans ce travail, la fonction de saturation est définie comme suit :

$$sat\left(\frac{s(t)}{\varphi(t)}\right) = \begin{cases} \tanh\frac{s(t)}{\varphi(t)}, & \text{si } \left|\frac{s(t)}{\varphi(t)}\right| \geq 1; \\ \frac{s(t)}{\varphi(t)}, & \text{si } \left|\frac{s(t)}{\varphi(t)}\right| \leq 1; \end{cases} \quad (\text{V.17})$$

- $\tanh$ est une fonction hyperbolique tangente (tangente hyperbolique).
- $\varphi(t)$ est une fonction positive (souvent choisie constante).

V.5. Structure de commande par mode de glissement

Dans notre modèle Simulink, nous avons choisi d'implémenter la loi de commande par mode glissant de manière compacte. Pour cela, nous avons regroupé le calcul des deux couples de contrôle τ_1 et τ_2 dans un seul bloc MATLAB Function, afin de simplifier la structure du modèle et optimiser les calculs.

Les entrées du bloc MATLAB Function sont :

- Les valeurs de pos = $[q_1, q_2, \dot{q}_1, \dot{q}_2]$
- L'erreur e , $\dot{e}$, et $\ddot{q}_d$ pour chaque articulation.

V.6. Resultats de la simulation

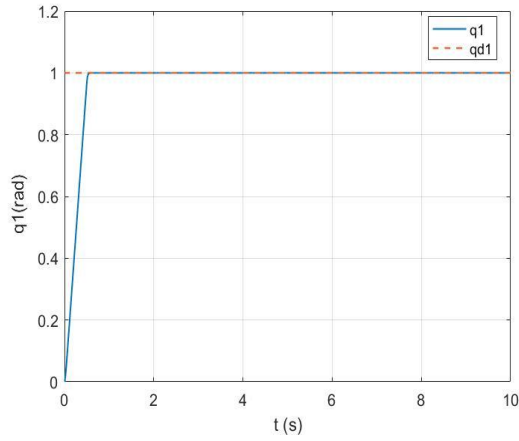
Les paramètres choisis pour la simulation sont les suivants :

$$K = 60, \lambda = 120, \varphi = 0,1, \xi = 0,01$$

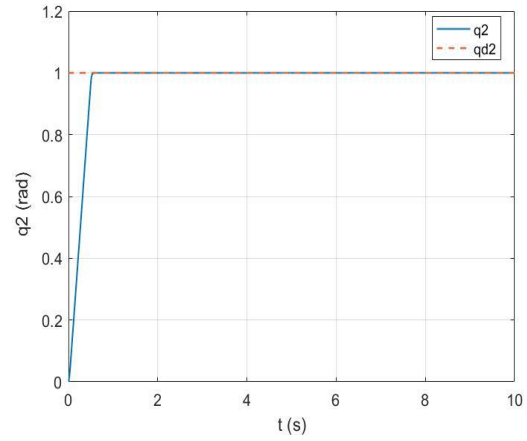
➤ Simulation avec fonction sign

Dans cette simulation, nous appliquons la commande par mode glissant en utilisant la fonction discontinue $sign(s)$ pour la commande de stabilisation. Cela permet d'évaluer la rapidité de suivi et les effets du chattering sur le système.

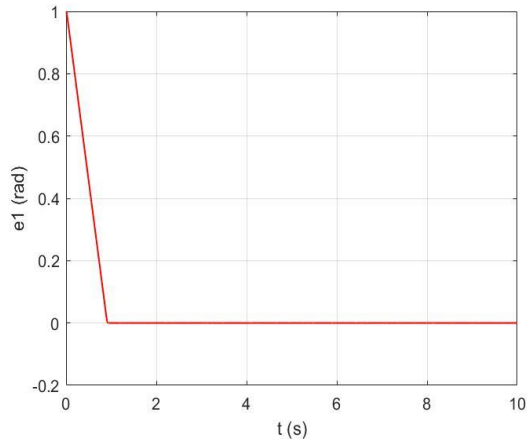
Chapitre V : Application à un robot manipulateur à 2DDL



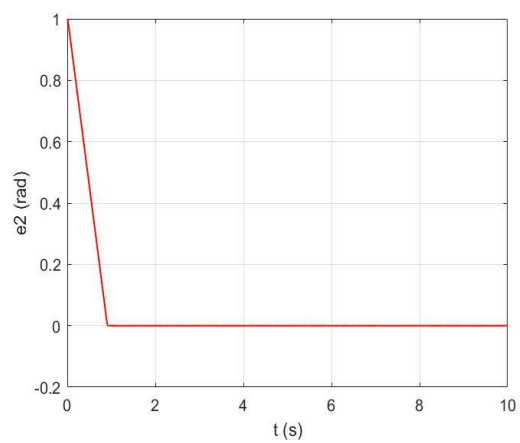
(a) : q_1 Position de la première articulation



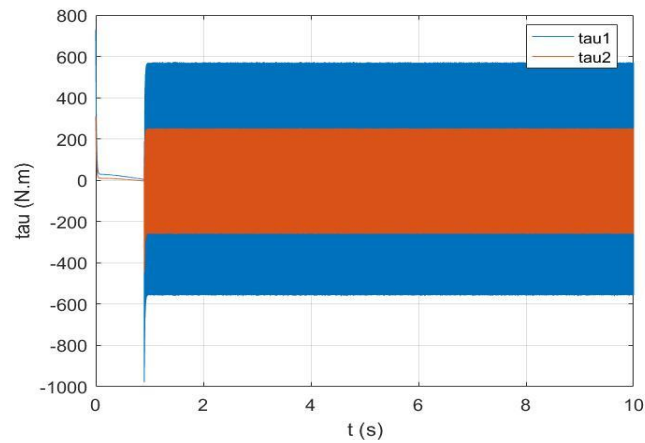
(b) : q_2 Position de la deuxième articulation



(c) : e_1 Erreur de suivi de q_1



(d) : e_2 Erreur de suivi de q_2



(e) : Couple τ de commande (τ_1, τ_2)

Figure V.5 : Résultats obtenus avec la commande par mode glissant utilisant la fonction

$sign(s)$: positions (a, b), erreurs (c, d), et couples (e)

Chapitre V : Application à un robot manipulateur à 2DDL

Les résultats avec la commande par mode glissant utilisant la fonction $sign(s)$ montrent une réponse très rapide et précise.

Les articulations q_1 et q_2 atteignent la consigne de 1 rad respectivement en 0.8 s et 0.85 s, sans dépassement ni erreur statique. Toutefois, le couple de commande présente un fort chattering, dû à la discontinuité de la fonction $sign(s)$.

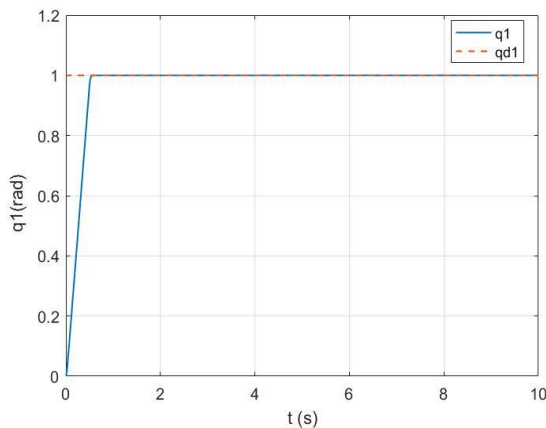
Ce phénomène peut engendrer une usure des actionneurs dans une application réelle.

Pour atténuer cet effet, nous proposons l'utilisation de fonctions plus douces comme $sat(s)$ ou $tanh(s)$.

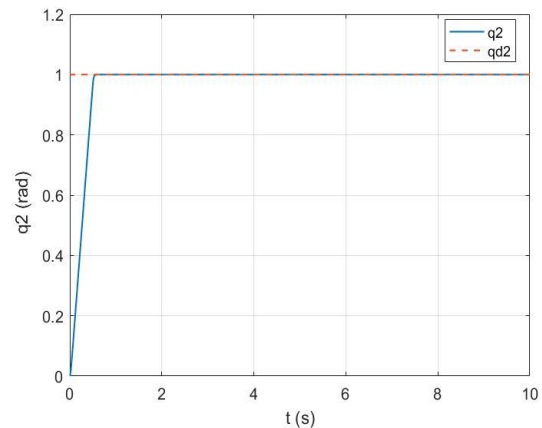
➤ Simulation avec fonction sat :

Dans cette simulation, nous remplaçons la fonction $sign(s)$ par la fonction $sat(s)$, plus continue, afin d'atténuer le phénomène de chattering tout en maintenant une bonne précision.

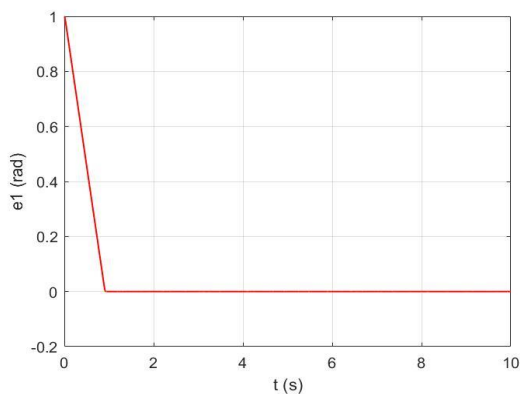
Nous observons l'effet de cette amélioration sur la réponse du système et la régularité du couple de commande.



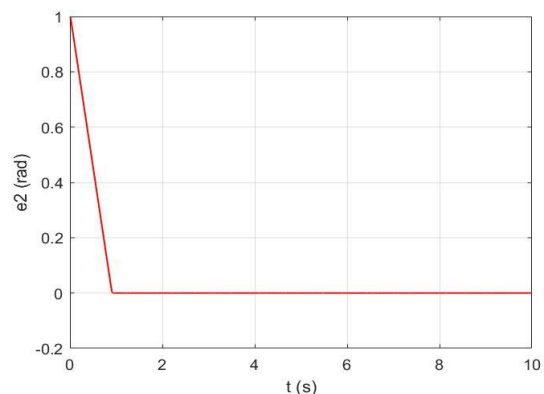
(a) : q_1 Position de la première articulation



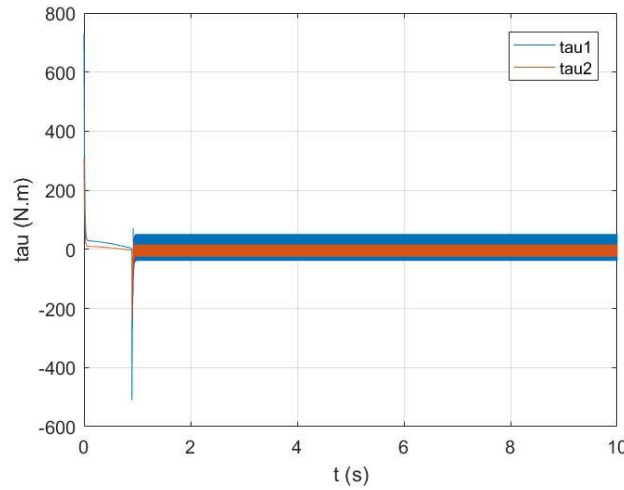
(b) : q_2 Position de la deuxième articulation



(c) : e_1 Erreur de suivi de q_1



(d) : e_2 Erreur de suivi de q_2



(e) : Couple τ de commande (τ_1, τ_2)

Figure V.6 : Résultats obtenus avec la commande par mode glissant utilisant la fonction

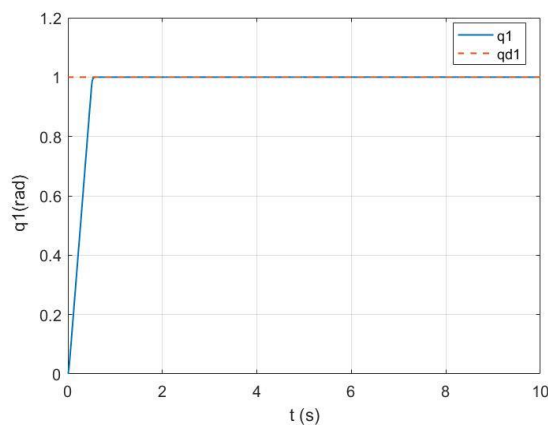
$\text{sat}(s)$: positions (a, b), erreurs (c, d), et couples (e)

Le résultat obtenu avec la fonction $\text{sat}(s)$ montre une réponse rapide et stable, similaire à celle de $\text{sign}(s)$, avec un temps de réponse d'environ 0.8 s pour q_1 et 0.85 s pour q_2 .

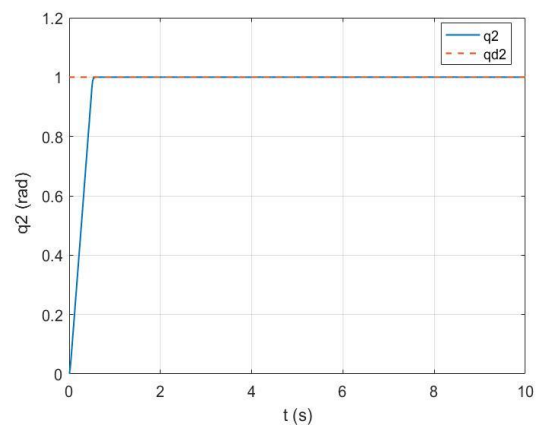
La fonction $\text{sat}(s)$, plus continue, permet de réduire considérablement le chattering observé dans le couple de commande, tout en conservant la précision du suivi.

➤ Simulation avec fonction $\tanh$:

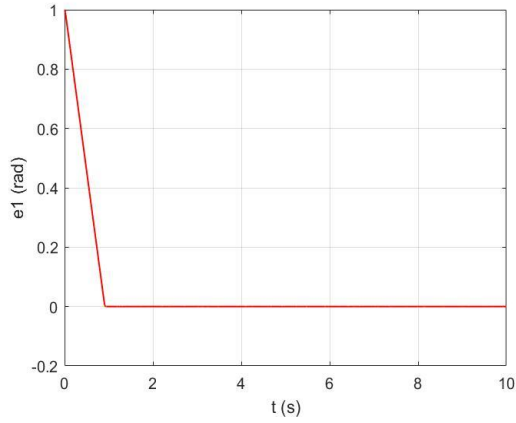
Dans cette simulation, nous remplaçons la fonction $\text{sign}(s)$ par la fonction $\tanh(s)$, plus lisse, afin de réduire les oscillations tout en conservant la stabilité du système. Nous analysons son impact sur les performances du robot.



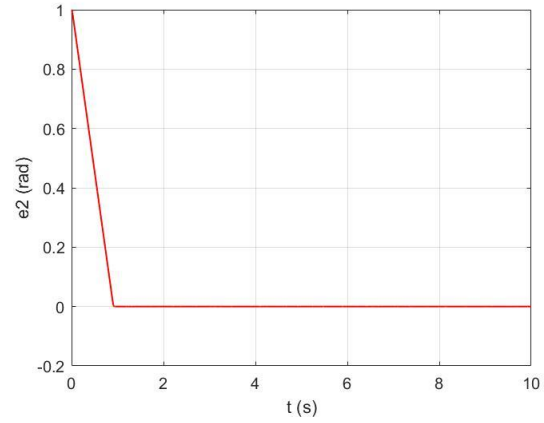
(a) : q_1 Position de la première articulation



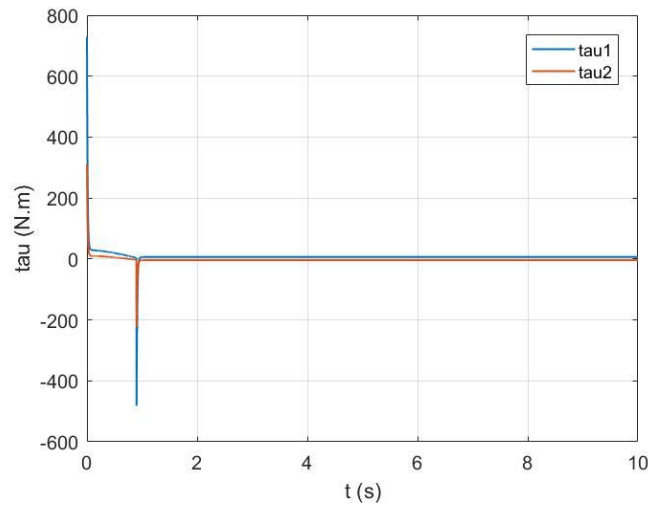
(b) : q_2 Position de la deuxième articulation



(c) : e_1 Erreur de suivi de q_1



(d) : e_2 Erreur de suivi de q_2



(e) : Couple τ de commande (τ_1, τ_2)

Figure V.7 : Résultats obtenus avec la commande par mode glissant utilisant la fonction $\tanh(s)$: positions (a, b), erreurs (c, d), et couples (e).

Le résultat obtenu avec la fonction $\tanh(s)$ confirme également une réponse rapide et précise, avec le même temps de réponse d'environ 0.8 s pour q_1 et 0.85 s pour q_2 .

Cette fonction assure une transition plus douce que $\text{sign}(s)$, et le couple de commande devient plus fluide, ce qui permet de diminuer les oscillations tout en gardant de bonnes performances.

De plus, la commande permet une convergence exacte avec une erreur finale nulle, erreur = 0.

V.8. Comparaison

Les deux techniques de commande ont permis un bon suivi de trajectoire, chacune avec ses avantages.

La commande floue avec 5 règles a montré une bonne précision, sans dépassement ni erreur statique apparente. Toutefois, une légère erreur finale subsiste, ce qui indique que la consigne n'est pas atteinte de manière parfaitement exacte, malgré une convergence stable. En revanche, elle génère un couple de commande très élevé, atteignant des valeurs proches de 10000 (N.m), ce qui peut poser problème en termes de contraintes physiques sur les actionneurs.

En comparaison, la commande par mode glissant avec la fonction $\tanh(s)$ a fourni une réponse plus rapide, atteignant la consigne en moins d'une seconde, tout en assurant une excellente précision, avec une erreur finale quasi nulle. Elle présente également un avantage significatif sur le plan énergétique, avec un couple de commande beaucoup plus faible, autour de 50 (N.m), rendant cette solution plus réaliste et moins exigeante pour les composants mécaniques.

Ainsi, le mode glissant se distingue par sa réactivité, sa robustesse et son efficacité énergétique, tandis que la commande floue reste une solution souple et intuitive, particulièrement adaptée lorsque la modélisation est incertaine ou que la très haute précision n'est pas impérative.

V.9. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons validé les deux approches de commande développées la logique floue et le mode glissant en les appliquant à un robot manipulateur à deux degrés de liberté.

Les simulations ont permis de comparer leurs performances en termes de précision, de rapidité et d'effort de commande.

La commande floue, avec 5 règles, a permis un bon suivi de trajectoire, sans dépassement ni oscillations, mais avec une erreur finale légèrement non nulle, indiquant que la consigne n'a pas été atteinte de façon parfaitement exacte. Cette méthode a nécessité un couple de commande relativement élevé pour corriger les écarts.

En revanche, la commande par mode glissant utilisant la fonction $\tanh(s)$ a montré une meilleure précision avec une erreur finale quasi nulle, tout en assurant une réponse rapide et un

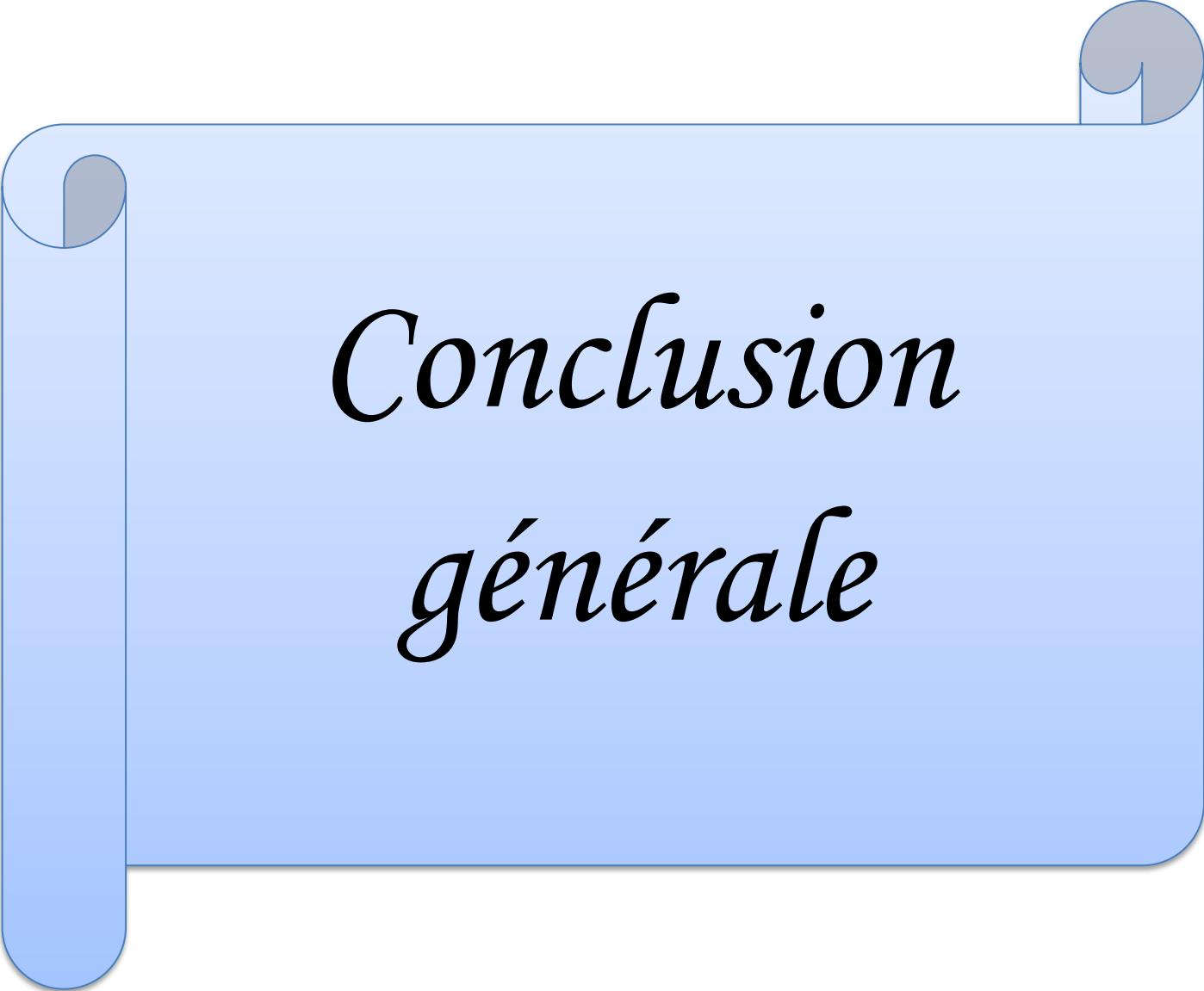
Chapitre V : Application à un robot manipulateur à 2DDL

couple de commande plus faible. Elle se distingue par sa capacité à atteindre la consigne de manière efficace et stable, tout en limitant le phénomène de chattering.

Ainsi, chaque technique présente ses propres avantages selon les priorités du système : simplicité et adaptabilité pour la commande floue, ou rapidité et précision pour la commande par mode glissant.

REFERENCES :

- [1]. D. M. R. Ouarezki, *Commande par mode glissant floue d'un bras manipulateur*, Mémoire de Master, Univ. Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou, Génie Électrique et Informatique, Département d'Automatique, 2014.
- [2]. M. Vijay, "PSO based neuro fuzzy sliding mode control for a robot manipulator," *Journal of Electrical Systems and Information Technology*, vol. 4, pp. 243–256, 2017. doi:10.1016/j.jesit.2016.09.002.



Conclusion générale

Conclusion Générale

Ce mémoire a porté sur la modélisation et la commande d'un robot manipulateur à deux degrés de liberté, en mettant en œuvre deux approches avancées : la logique floue et la commande par mode glissant. L'objectif était d'analyser, comparer et évaluer leurs performances à travers une simulation sous MATLAB/Simulink.

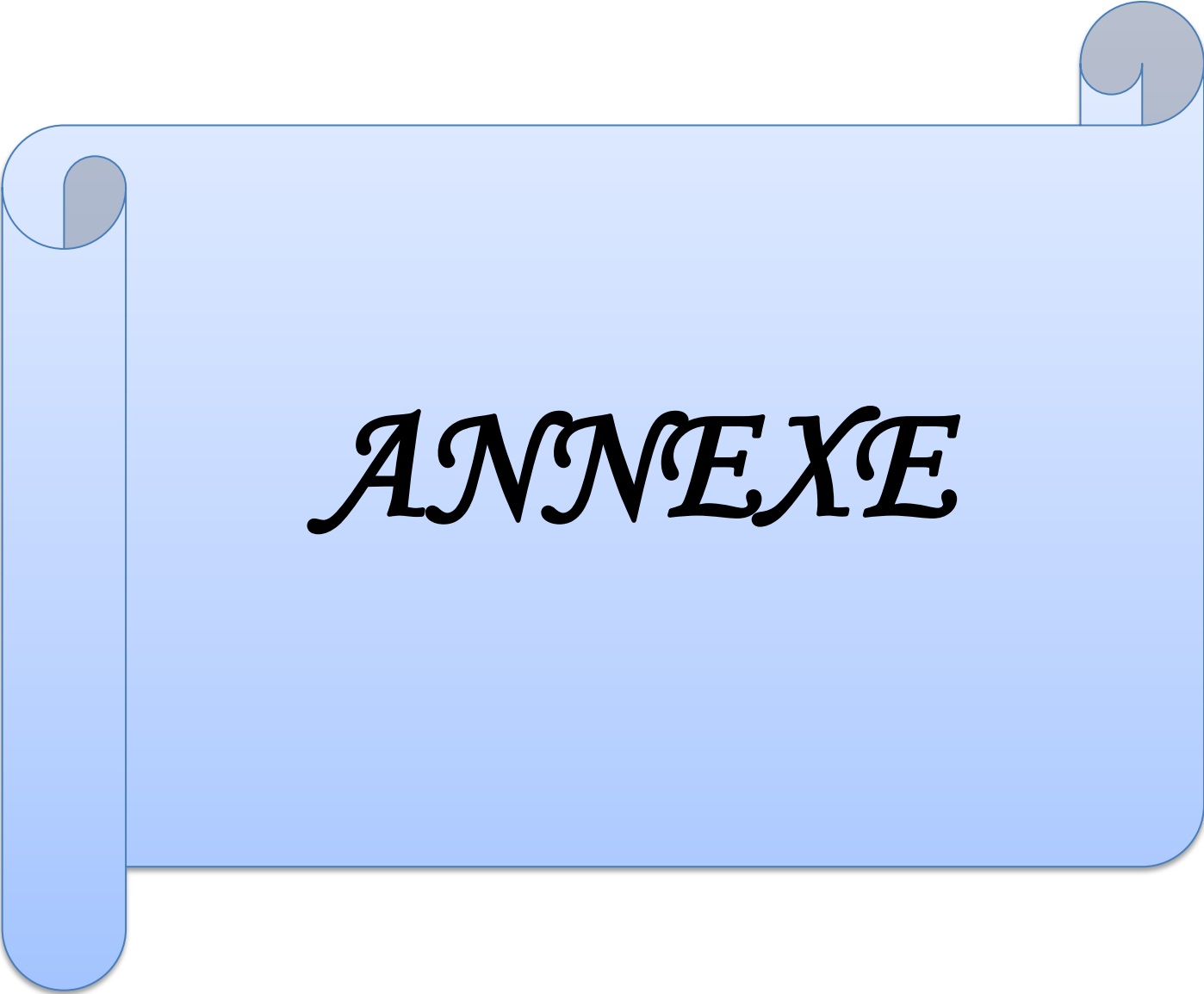
La première partie du travail a permis de poser les bases théoriques nécessaires, allant des généralités sur la robotique à la modélisation complète du robot : géométrie, cinématique, puis dynamique, cette dernière ayant servi de fondement à l'élaboration des lois de commande.

Par la suite, deux stratégies de commande ont été implémentées. La commande floue, reposant sur des règles linguistiques, a montré des résultats satisfaisants et adaptables, mais dépendants du nombre de règles utilisées. Quant à la commande par mode glissant, elle a permis d'obtenir des performances dynamiques élevées et une précision remarquable, tout en nécessitant un traitement spécifique pour atténuer le phénomène de chattering.

Ainsi, ce travail met en évidence les compromis entre simplicité de mise en œuvre, adaptabilité et performance dynamique. Il offre une vision comparative des deux méthodes, et montre comment le choix de la stratégie de commande peut s'adapter selon les contraintes du système robotique.

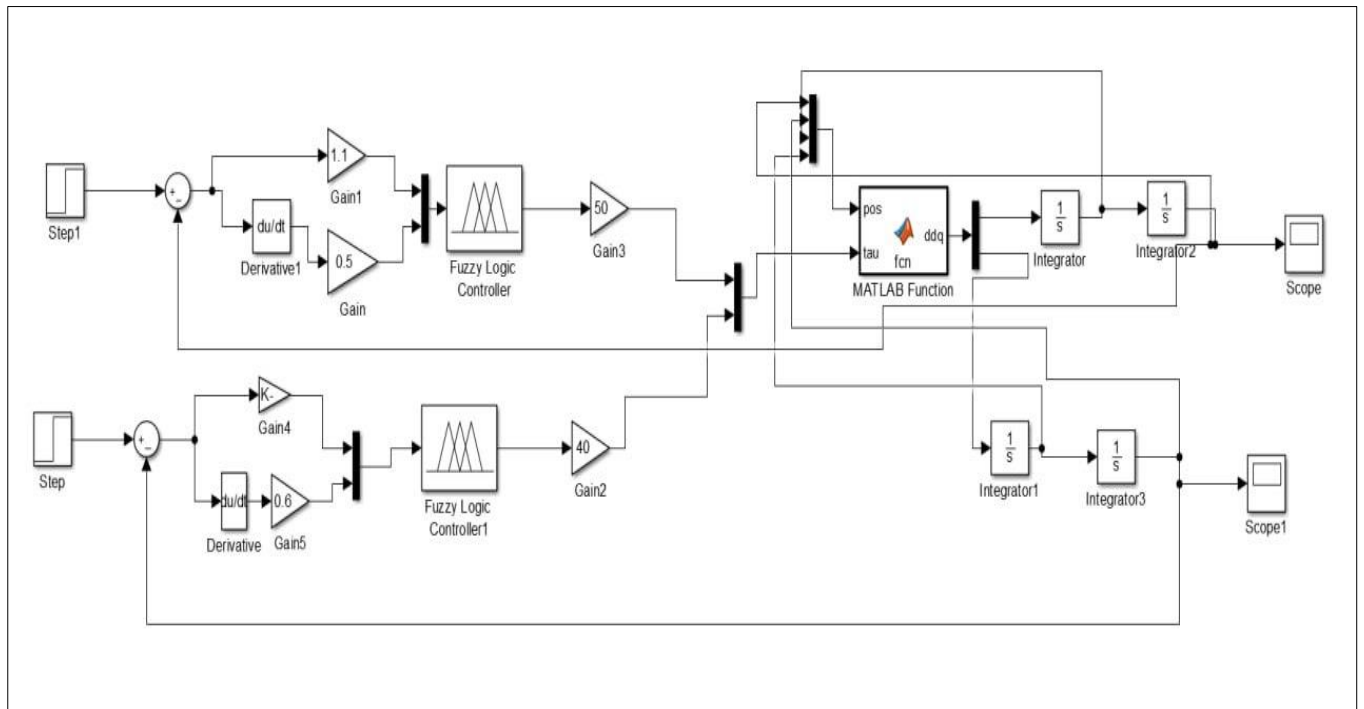
Perspectives :

1. Combiner les deux approches dans une commande hybride floue-glissante.
2. Utiliser des techniques d'optimisation pour ajuster les règles floues ou les gains automatiquement.
3. Implémenter la commande sur un robot réel en temps réel.
4. Étendre l'étude à un robot à plus de deux degrés de liberté.
5. Prendre en compte des incertitudes et retards de communication ou des perturbations pour tester la robustesse dans des conditions plus réalistes.

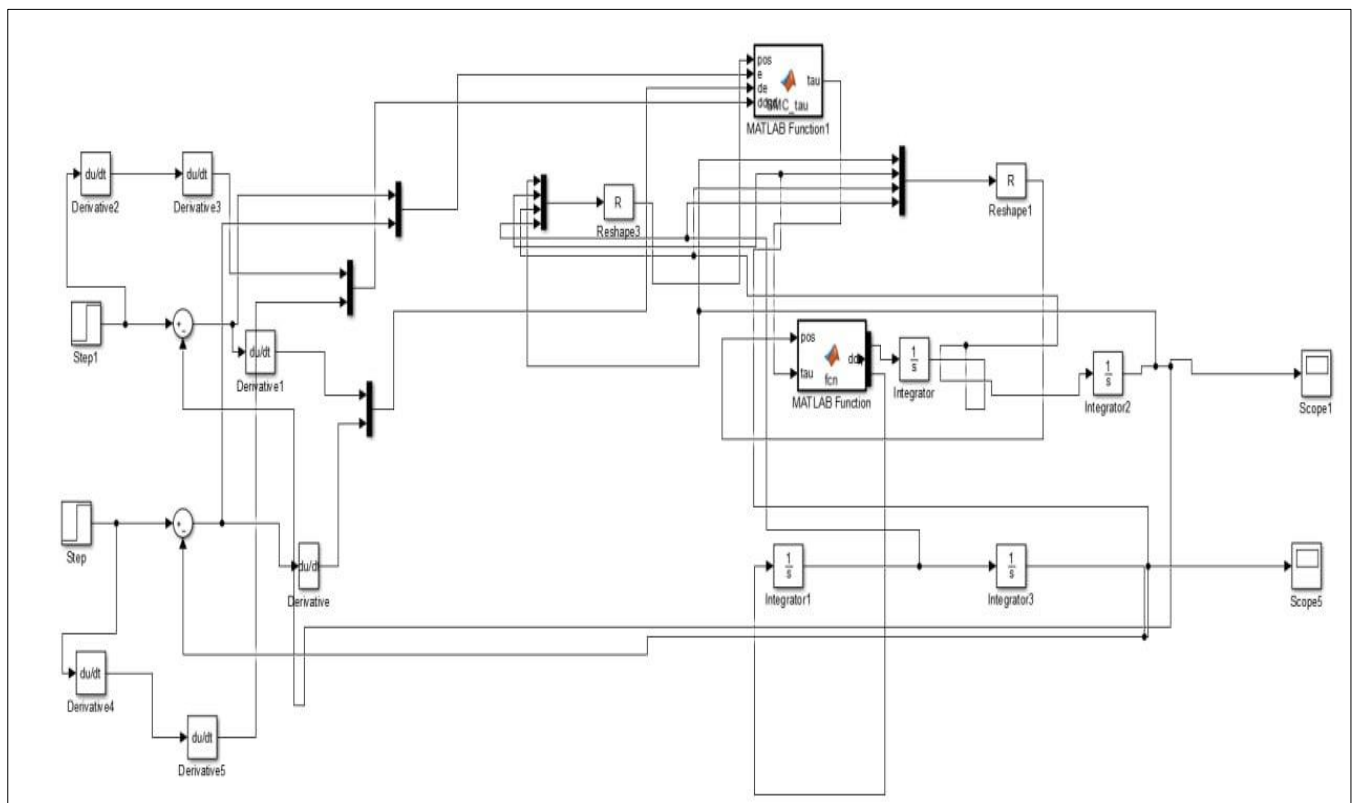


ANNEXE

ANNEXE



Implémentation de la commande floue pour le robot manipulateur à 2 ddl sous MATLAB/SIMULINK



Implémentation de la commande par mode glissant pour le robot manipulateur à 2 ddl sous MATLAB/SIMULINK