

**Université 8 mai 1945 Guelma**  
**Faculté des Sciences et de la Technologie**  
**Département de Génie Mécanique**



**Mémoire de fin d'étude pour  
L'obtention de Diplôme de Master**

**Option : Construction Mécanique**

Présenté par : **DJEMMAM Amdjed**

=====

**ETUDE DE L'INFLUENCE DE LA RUGOSITE DE  
SURFACE SUR PERFORMANCES STATIQUES  
D'UNE BUTEE A PATIN INCLINE INFINIMENT  
LARGE LUBRIFIEE PAR FLUIDE ADDITIVE**

=====

Sous la Direction de :

**Prof. BOUCHERIT Hamid & Dr. MOUASSA Ahcene**

---

**Juillet 2020 - 2021**

---

# Remerciement

*Avant de commencer la présentation de ce travail, je profite de l'occasion pour remercier toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce projet de fin d'études.*

*Je tiens à exprimer mes vifs remerciements pour mon grand et respectueux professeur, M<sup>r</sup> **boucherit Hmid**, M<sup>r</sup> **Mouassa**, d'avoir accepté de m'encadrer pour mon projet de fin d'études, ainsi que pour son soutien, ses remarques pertinentes et son encouragement.*

*Mes remerciements vont aussi à tous mes professeurs, enseignants et toutes les personnes qui m'ont soutenus jusqu'au bout, et qui n'ont pas cessé de me donner des conseils très importants en signe de reconnaissance.*

*Mes remerciements s'adressent également à tous les membres du Laboratoire de Mécanique et Structures (LMS) et du personnel du département de Génie Mécanique.*

# Dédicaces

*Que ce travail témoigne de mes respects :*

*A mes parents:*

*Grâce à leurs tendres encouragements et leurs grands sacrifices, ils ont pu créer le climat affectueux et propice à la poursuite de mes études.*

*Aucune dédicace ne pourrait exprimer mon respect, ma considération et mes profonds sentiments envers eux.*

*Je prie le bon Dieu de les bénir, de veiller sur eux, en espérant qu'ils seront toujours fiers de moi.*

*A mes sœurs Manel et Hadil et à mon frère Anis.*

*A ma chérie Meriem.*

*Ils vont trouver ici l'expression de mes sentiments de respect et de reconnaissance pour le soutien qu'ils n'ont cessé de me porter.*

*A tous mes professeurs M<sup>r</sup> boucherit Hamid, M<sup>r</sup> Moussa, M<sup>r</sup> Bazazi.*

*Leur générosité et leur soutien m'oblige de leurs témoigner mon profond respect et ma loyale considération.*

*A tous mes amis et mes collègues :*

*Ils vont trouver ici le témoignage d'une fidélité et d'une amitié infinie.*

*Djemman Amdjed*



## Résumé

Le travail proposé s'intéresse à l'étude théorique et numérique des effets de l'état de surface (*rugosité*) sur les performances statiques d'une butée à patin incliné lubrifiée par fluide additivé.

Le problème de lubrification en régime isotherme est gouverné par l'équation de Reynolds modifiée obtenue à partir des équations de mouvement et de conservation de la masse dans le cas de fluide additivé (*fluide non newtonien*).

L'analyse théorique et numérique de l'influence de la présence des additifs de viscosité et la rugosité de la surface sur les performances statiques d'une butée à patin incliné rugueux infiniment large a nous permis d'élaborer un programme de calcul en langage MS-Fortran basé sur l'approche numérique unidimensionnelle (1D).

L'analyse paramétrique montre d'une part la présence des additifs améliorant la qualité des fluides lubrifiants entraînent une augmentation du pic de pression maximale dans le film, cette augmentation est d'autant plus significative que la taille des chaînes moléculaire des additives est plus grande et d'autre part la rugosité transversale de surface de butée à patin incliné permet d'augmenter le pic de pression maximale dans le film, la portance hydrodynamique et la puissance dissipée, et de diminuer le débit de fuite, surtout pour des grandes valeurs de l'amplitude de rugosité et faibles nombre de rugosité comparativement à la butée lisse.

**Mots clés** : Lubrification hydrodynamique, Butées hydrodynamiques (HD), Fluides additivés, Equation de Reynolds modifiée, Rugosités de surface.

## Abstract

The proposed work focuses on the theoretical and numerical study of the effects of surface roughness on the static performances of an inclined pad thrust bearing lubricated by additive fluid.

The isothermal lubrication problem is governed by the modified Reynolds equation obtained from the equations of motion and conservation of mass in the case of additive fluid (non-Newtonian fluid).

Theoretical and numerical analysis of the influence of the presence of viscosity additives and surface roughness on the static performances of an infinitely wide roughened thrust bearing allowed us to develop a computational program in MS-Fortran language based on the one-dimensional (1D) numerical approach.

The parametric analysis shows on the one hand the presence of additives improving the quality of the lubricating fluids leads to an increase of the maximum pressure peak in the film, this increase is all the more significant as the size of the molecular chains of the additives is larger and on the other hand the transverse roughness of the sloped pad surface allows to increase in the hydrodynamic pressure in lubricating film, load-carrying capacity and power loss, and decrease the side leakage flow, especially for large values of roughness amplitude and low numbers of comparatively to the smooth thrust bearing.

**Key words** : Hydrodynamic lubrication, Thrust bearings, Additive lubricants, Modified Reynolds equation, Surface roughness.

## ملخص

يهتم العمل المقترح بالدراسة النظرية والرقمية لتأثيرات حالة السطح (خشونة) على الأداء الثابت لدعامة المزلجة المائلة ومشحمة بسائل مدعم.

تخضع مشكلة التزيبب والتشحيم مع درجة حرارة ثابتة لمعادلة رينولدز المعدلة التي تم الحصول عليها من معادلات الحركة و مبدأ الحفاظ على الكتلة في حالة سائل التزيت مدعم (سائل غير نيوتون).

لقد مكنتنا التحليل النظري والرقمي لتأثير وجود إضافات اللزوجة وخشونة السطح على الأداء الثابت لدعامة المزلجة المائلة الخشنة الواسعة لانهايا (عرض الدعامة أكبر من طولها) من تطوير برنامج للحساب في اللغة **MS Fortran** أساس النهج الرقمي أحادي البعد.

يُظهر التحليل البارامتري من ناحية أن وجود مواد مضافة تعمل على تحسين جودة سوائل التشحيم يؤدي إلى زيادة ضغط في الشريط المشحم ، وهذه الزيادة أكثر أهمية نظرًا لأن حجم السلاسل الجزيئية للمعدلات المضافة في سوائل التشحيم و التزيبب أكبر . ومن ناحية أخرى ، تتيح الخشونة العرضية لسطح الدعامة المائلة من زيادة الضغط ليصل لذروة القصوى في الشريط المشحم والتماسك الهيدروديناميكي في فيلم التشحيم وقدرة تحمل الأحمال وفقدان الطاقة ، وتقليل معدل التدفق خاصة للقيم الكبيرة في مدى الخشونة وأعداد منخفضة للخشونة لمحمل.

الكلمات الأساسية :

التشحيم الهيدروديناميكي ، محامل الدفع ، مواد التشحيم المضافة ، معادلة رينولدز المعدلة ، خشونة السطح

# Table des matières

REMERCIEMENTS.....	
NOMENCLATURE.....	
TABLE DES MATIERES.....	
LISTES DES FIGURES ET DES TABLEAUX.....	
INTRODUCTION GENERALE .....	1
<b>CHAPITRE UN <i>ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE SUR LES DEFAUTS DE FORME ET DE LA RUGOSITE DES SURFACES EN LUBRIFICATION HYDRODYNAMIQUE</i></b>	
1. INTRODUCTION .....	3
2. DESCRIPTION DES SURFACES .....	4
2.1 Etat géométrique des surfaces .....	4
2.2. Mesure des défauts :.....	4
2.3. Caractérisation des surfaces : principaux paramètres statistiques .....	4
2.4. Topographie des surfaces .....	8
2.5. Modelisation de la rugosite des surfaces .....	13
3. METHODES D'ANALYSE DES CONTACTS RUGUEUX LUBRIFIES.....	16
3.1. Méthode stochastique .....	17
3.2. Méthode déterministe .....	18
3.3 Méthode d'homogénéisation .....	20
4. CONCLUSIONS .....	21
<b>CHAPITRE DEUX DIFFERENTS TYPES DE LUBRIFIANTS ET EQUATIONS GENERALES DE LA LUBRIFICATION HYDRODYNAMIQUE PAR UN FLUIDE ADDITIVE.</b>	
1. INTRODUCTION .....	22
2- PRINCIPALES FONCTIONS D'UN LUBRIFIANT.....	22
3. DIFFERENTS TYPES DE LUBRIFIANTS .....	22
3-A.Lubrifiants gazeux.....	22
3-B. lubrifiants liquides.....	23
3-C. lubrifiants semi-solides (graisses) .....	23
4. COMPOSITION CHIMIQUE DE LUBRIFIANTS .....	24
4-A.1. Lubrifiants d'origine animale .....	24

4-A.2. Bases minérales .....	24
4-A.3. Huiles végétales .....	25
4-B. Les additifs ou dopes .....	25
4-B.1. Additifs « améliorant d'indice de viscosité » .....	27
4-B.2. Additifs de point d'écoulement .....	27
4-B.3. Additifs détergents et dispersants .....	27
4-B.4. Additifs anti-usure et extrême pression .....	27
4-B.5. Additifs antioxydants .....	28
4-B.6. Additifs anti-mousses .....	28
4-B.7. Additifs divers .....	28
4-B.8. Nano-additifs et sécurité .....	29
4-C. Fluides non newtoniens.....	29
4-C.1. Modèle du fluide polaire (couple stresses fluid) .....	29
<b>5- DERIVATION DE L'EQUATION DE REYNOLDS MODIFIEE POUR FLUIDES</b>	
<b>POLAIRES .....</b>	<b>30</b>
<b>6- CALCUL DES PERFORMANCES STATIQUES DES BUTEES .....</b>	<b>36</b>
6-1. Champ de pression dans le film .....	36
6-2 Action du fluide sur les surfaces des butées.....	36
6-3 Vitesses moyennes de l'écoulement.....	38
6-4 Débits de fuite.....	38
6-5 Puissance dissipée .....	39
<b>7. CONCLUSION.....</b>	<b>40</b>
<b>CHAPITRE TROIS ETUDE BIBLIOGRAPHIE SUR LES BUTEES</b>	
<b>HYDRODYNAMIQUES ET EQUATION DE REYNOLDS DANS LE CAS D'UNE</b>	
<b>BUTEE INCLINEE</b>	
1. INTRODUCTION.....	41
2. BUTEES HYDRODYNAMIQUES.....	41
2.1.1. Caractéristiques géométriques.....	42
2.1.2. Caractéristiques cinématiques .....	43
2.1.3. Caractéristiques de fonctionnement .....	43
2.2. Glissière plane rectangulaire à pivot.....	44
2.3 Patin rectangulaire courbe pivotant. ....	45
2.3.1. Caractéristiques géométriques.....	46
2.3.2. Caractéristiques de fonctionnement .....	46
2.4. Butées axiales avec patins plans fixes.....	47



2.4.1. Caractéristiques géométriques.....	47
2.4.2. Caractéristiques de fonctionnement .....	47
2.5. Butées axiales à poches.....	47
2.5.1. Caractéristiques géométriques.....	47
2.5.2. Caractéristiques de fonctionnement .....	48
2.6. Butées axiales à patins oscillants .....	48
3. EQUATION DE REYNOLDS DANS LE CAS D'UNE BUTEE HYDRODYNA- MIQUE A COIN D'HUILE.....	49
4. CARACTERISTIQUES STATIQUES SANS DIMENSION.....	52
4.1. Portance hydrodynamique .....	52
4.2. Puissance dissipée .....	52
4.3. vitesses moyennes sans dimension.....	52
4.4. Débit volumique sans dimension .....	53
5. CONCLUSION.....	53
<b>CHAPITRE QUATRE ETUDE DE L'INFLUENCE DE LA RUGOSITE DE LA SURFACE SUR LE COMPORTEMENT D'UNE BUTEE A PATIN INCLINE INFINIMENT LARGE</b>	
1. INTRODUCTION .....	54
2. RESOLUTION DE L'EQUATION DE REYNOLDS DANS LE CAS PATIN HYDRODYNAMIQUE A COIN D'HUILE .....	54
2.1. Solution analytique de l'équation de Reynolds dans le un patin incline infiniment large lisse lubrifié par fluide newtonien .....	54
2.2. Application de la méthode de différences finies.....	57
2.2.1. Calcul des caractéristiques statiques .....	50
3. ETUDE PARAMETRIQUE.....	60
3.1. Validation du programme de calcul .....	62
3.2 Effets des additifs améliorant la qualité des huiles lubrifiantes sur le pic de pression dans le film lubrifiant.....	64
3.3 Influence de la rugosité de surface sur le champ de pression dans le film lubrifiant.....	66
3.4 Influence de la rugosité de surface sur les performances statiques du patin.....	69
4. CONCLISION .....	72
<b>CONCLUSION GENERAL</b> .....	73
<b>ANNEXE</b> .....	76
<b>REFERANCES BIBLIOGRAPHIQUES</b> .....	79

## NOMENCLATURES

- B longueur du patin, ( $m$ )
- $D_e$  Diamètre extérieur, ( $m$ )
- $D_i$  Diamètre intérieur, ( $m$ )
- $h$  épaisseur du film lubrifiant,  $h = h_0 + h_r$ , ( $m$ )
- $h_0$  épaisseur du film du contact parfait, ( $m$ )
- $\tilde{h}$  épaisseur du film adimensionnée
- $h_2$  épaisseur minimale du film à la sortie du contact, ( $m$ )
- $h_1$  épaisseur maximale du film à l'entrée du contact, ( $m$ )
- $h_r$  fonction périodique de rugosité, ( $m$ )
- L longueur du patin, ( $m$ )
- $\ell = \sqrt{\frac{\eta}{\mu}}$  : Paramètre des couples des contraintes ou la longueur de la chaîne moléculaire des additifs, ( $m$ )
- $\tilde{\ell} = \frac{\ell}{h_2}$  : Paramètre des couples des contraintes adimensionné
- $n_p$  nombre de la rugosité ou de périodes
- $n_s$  nombre de patins;
- $M_{rk}$  Tenseur des couples de contraintes
- $e_{ijk}$  Tenseur de permutation d'ordre trois
- $K_{ij}$  Tenseur du taux de rotation
- $p$  Pression dans le film lubrifiant, (Pa)
- $\tilde{p}$  Pression adimensionnée,
- $P$  puissance dissipée, W
- $r$  rapport des épaisseurs du film à l'entrée et à la sortie du contact
- $R_e$  nombre de Reynolds
- $R_m$  Rayon moyen du patin
- $u_i$  composante de la vitesse (m/s)
- $u, v, w$  composantes de vecteur vitesse d'écoulement de lubrifiant, (m/s)
- $u_{\text{moy}}, w_{\text{moy}}$  vitesses moyennes de l'écoulement du fluide lubrifiant, (m/s)
- $\tilde{U}_{\text{moy}}, \tilde{W}_{\text{moy}}$  vitesses moyennes d'écoulement adimensionnées
- $x_i$  variable d'espace
- $t$  temps, (s)

$W$	Portance hydrodynamique
$\tilde{W}$	Portance hydrodynamique adimensionnée,
$\alpha$	amplitude des rugosités, ( $m$ )
$\tilde{\alpha}$	amplitude adimensionnée,
$\rho$	Masse volumique du lubrifiant, ( $kg/m^3$ )
$\lambda$	viscosité de dilatation [ $Pa.s$ ]
$\mu$	viscosité dynamique du fluide lubrifiant, ( $Pa.s$ )
$\Phi$	la fonction de dissipation visqueuse
$\omega$	Vitesse angulaire ( $rad/s$ )
$\theta_s$	l'angle du patin (incluant la rainure radiale)
$\theta_0$	angle effectif du patin ( <i>amplitude angulaire du patin</i> ) ::
$\theta_d$	angle de la rainure entre 2 patins adjacents
$\beta$	angle d'incidence du patin

# LISTES DES FIGURES ET DES TABLEAUX

## CHAPITRE UN

Fig. I-1 :Schématisation d'un profil mesuré par le profilographe.....	4
Fig. I-2 : Schéma d'un profilographe .....	5
Fig. I-3 : Profil de rugosité sur lequel est défini l'écart arithmétique $R_a$ .....	6
Fig. I-4 : Profil de rugosité sur lequel est défini l'écart moyen géométrique RMS.....	7
Fig. I-5 :Exemple de 6 profils différents ayant les même $R_a$ et $R_q$ .....	7
Fig. I-6 : Obliquité $S_k$ d'un profil. ....	8
Fig. I-7 : Etalement $E_k$ d'un profil. ....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b> 9
Fig. I-8 : Courbe du taux de la longueur portante. ....	9
Fig. I-9 : Représentation tridimensionnelle de la topographie de surface à partir de mesures réalisées avec un profilographe : .....	10
Fig. I-10 : Photographie d'un microscope d'interférences. ....	11
Fig. I-11 : Microscope à force atomique (AFM). ....	11
Fig. I-12 : Banc de mesure utilisant le système de microscopie CAM 4D .....	12
Fig. I-13 : Schéma du système de microscopie 4-D .....	12
Fig. I-14 : Logiciel de visualisation des résultats du système CAM 4-D.....	13
Fig. I-15 : Topographies réelles de surfaces industrielles .....	14
obtenues par la technique optique de mesure (3D).....	15
Fig. I-16 : Variations de la distribution statistique des hauteurs d'une surface rugueuse pour différentes valeurs des paramètres d'asymétrie et d'étalement.....	15
Fig. I-17 : Exemples de surfaces industrielles générées numériquement.....	17
Fig. I-18 : Exemples de systèmes mécaniques lubrifiés .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>

## CHAPITRE DEUX

Fig. II-1 :Schéma d'un contact lubrifié .....	24
Fig. II-2 : Géométrie et cinématique d'un contact hydrodynamique.....	27
Fig. II-3. Schéma général d'un contact hydrodynamique.....	32
Fig. II-4. L'origine du système d'axes confondu avec la paroi 1 .....	34
Fig. II-5: Action du fluide sur les parois d'une butée hydrodynamique .....	37
Fig. II-6 : Débits de fuite .....	40

## CHAPITRE TROIS

Fig. III-1: Schémas d'un palier hydrodynamique.....	42
---	----

Fig.III-2: Section droite du palier développé .....	43
Fig.III-3: répartition de champ de pression pour les différentes conditions aux limites.....	44
Fig.III-4: Section droite d'un palier .....	49
Fig.III-5: Variation de l'épaisseur du film (h) suivant l'angle $\theta$ .....	50
Fig.III-6: Section droite d'un palier revêtu.....	51
Tableau III-1 : Valeurs du coefficient de piézoviscosité pour différents fluides .....	53
lubrifiants .....	53
Tableau III-2: Valeurs des coefficients viscosité-pression .....	55
Fig. III-7: Variation de la densité relative d'une huile minérale en fonction.....	52
de la pression selon la loi de Dowson et Higginson .....	

## **CHAPITRE QUATRE**

Fig.IV-1 : Discrétisation par la méthode des différences.....	56
finies de la circonférence du palier .....	
Fig. IV-2: Variations de la pression en fonction de coordonnées circonférentielle dans le cas d'un palier compliant ou rigide .....	59
Fig. IV-3: Variations de l'épaisseur de film en fonction de coordonnées circonférentielle dans le cas d'un palier compliant ou rigide.....	59
Fig. IV-4: Variations de pression de film en fonction de coordonnées circonférentielle dans le cas d'un palier compliant lubrifié par fluide isovisqueux ou pézovisqueux .....	62
Tableau IV-1: Caractéristiques géométriques et conditions de fonctionnement.....	63
Fig. IV-5: Variations de l'épaisseur de film en fonction de coordonnées circonférentielle dans le cas d'un palier compliant lubrifié par fluide isovisqueux ou pézovisqueux.....	64
Fig. IV-6: Variations de champ pression dans film lubrifiant en fonction de coordonnées circonférentielle dans le cas d'un palier .....	64
compliant lisse ou rugueux.....	
Fig.IV-7: Variations de la portance hydrodynamique par unité de longueur en fonction de l'excentricité relative dans le cas d'un palier compliant lisse ou rugueux .....	67
Fig. IV-8: Variations de la puissance dissipée par unité de longueur en fonction de l'excentricité relative dans le cas d'un palier compliant lisse ou rugueux .....	68
Fig. IV-9: Variations de couple de frottement adimensionné par unité de longueur en fonction de l'excentricité relative dans le cas d'un palier compliant lisse ou rugueux.....	69
Fig. IV-10: Variations de l'angle de calage en fonction de l'excentricité relative dans le cas d'un palier compliant lisse ou rugueux .....	70

## ■ *Introduction Générale*

# INTRODUCTION GENERALE

Le rotor d'une machine tournante est un élément très important dont le rôle est de transmettre ou transformer la puissance. Dans un grand nombre d'applications, il est supporté par des paliers fluides, telles que les butées hydrodynamiques dans lesquels un film mince de fluide sépare les surfaces en mouvement relatif, qui ne doivent pas être considérés comme des éléments passifs, mais comme des éléments qui interviennent sur le comportement statique et dynamique des lignes d'arbres des machines tournantes, c'est-à-dire sur la capacité de charge, la vitesse critique et la stabilité. Ainsi, la connaissance des caractéristiques de ces paliers fluides est indispensable pour la conception des machines tournantes, telles que les turbomachines, pompes centrifuges, turbines, etc.

Les butées hydrodynamiques sont des organes de guidage d'un arbre tournant qui supporte uniquement un effort axial. Ces paliers sont composées de trois corps les deux premiers sont en mouvement l'un par rapport à l'autre, alors que le troisième est le fluide lubrifiant qui le sépare les deux premiers corps. Les surfaces de ces deux derniers ne sont pas lisse, car portant les traces de mouvement de la machine outils qui les a usinées. L'étude de l'influence de ces traces par exemple, rugosités, présentant sur la surface des pièces en même temps que la lubrification du contact peut contribuer à l'amélioration des performances et la durée de vie des machines tournantes. Dans ces organes mécaniques fonctionnant en régime hydrodynamique ou élasto-hydrodynamique (EHD), l'épaisseur du film lubrifiant est censée d'une part être plus grande que la hauteur des aspérités de la rugosité, ainsi, dans ces conditions, l'équation de Reynolds peut être appliquée pour décrire le comportement hydrodynamique des contacts rugueux.

L'objectif principal de notre étude résumée dans ce mémoire présente une étape vers une meilleure connaissance théorique et numérique de l'influence des effets de rugosité transversale sur les performances statiques d'une butée hydrodynamique à patin incliné infiniment large lubrifié par fluide additivé, tels que le champ de pression, la portance hydrodynamique, la puissance dissipée et le débit de fuite. Elle nous conduit à la mise au point d'un programme du calcul en MS-Fortran.

Le manuscrit présentant ce travail comporte quatre chapitres :

Dans le premier chapitre, nous présentons une étude bibliographique sur la caractérisation des surfaces et les défauts de nature géométriques et physico-chimiques résultant du procédé de fabrication utilisé et du matériau constituant ces pièces.

Dans le deuxième chapitre, nous allons présenter d'une part les fonctions essentielles et les rôles de lubrifiants, ainsi que les différentes classes de lubrifiants utilisés dans les systèmes mécaniques lubrifiés. Nous présentons également, les différents additifs rajoutés à l'huile de base dans le but d'améliorer certaines propriétés physiques du lubrifiant telle que la viscosité. D'autre part, on montre que le comportement du film lubrifiant peut être décrit par une équation aux dérivées partielles linéaire du deuxième ordre appelée équation de Reynolds modifiée dans le cas de fluide additivé.

Le troisième chapitre est consacré à la présentation d'une part les différents types des butées hydrodynamiques qui sont utilisées pour le guidage axial des lignes d'arbres en rotation des grandes unités modernes comme par exemple les grandes turbines à axe vertical et les centrales électriques et d'autre par l'équation de Reynolds dans le cas une butée hydrodynamique à coin d'huile lubrifiée par fluide additivé.

Dans le quatrième chapitre, nous allons étudier les effets de la rugosité transversale des surfaces sur le comportement hydrodynamique d'une butée à patin incliné lubrifiée par un fluide additive.

Enfin, une conclusion générale sera présentée pour rappeler l'essentiel des résultats obtenus ainsi que l'intérêt de notre contribution et des perspectives seront dégagées.



*- Chapitre Un :*

*Etude bibliographique sur les  
défauts de forme et de la  
rugosité des surfaces en  
lubrification hydrodynamique*

## 1. INTRODUCTION

Nous présentons dans la première partie de ce chapitre, une étude bibliographique sur la caractérisation et la modélisation des surfaces technologiques (*engineering surfaces*). La seconde partie est dévolue à la description des différentes méthodes d'analyse proposées dans la littérature technique pour l'étude des contacts lubrifiés dont les surfaces sont rugueuses. Ces méthodes se classent en trois catégories, à savoir : la méthode stochastique, la méthode déterministe et la méthode dite d'homogénéisation.

## 2. DESCRIPTION DES SURFACES

L'étude des surfaces revêt de l'importance dans un grand nombre d'applications industrielles. Par exemple dans les procédés de fabrication par injection, le fini de surfaces du moule est un facteur important qui gouverne la qualité de la pièce. Dans certaines applications technologiques les qualités des surfaces doivent être meilleures pour garantir le bon fonctionnement du système (par exemple, le cas des pièces de frottement, d'étanchéité, de précision...). En effet, l'usure d'un joint dynamique ou d'une garniture mécanique est souvent fonction de l'état géométrique de la surface sur laquelle il vient se frotter.

En tribologie, la caractérisation, la métrologie et la simulation numérique des surfaces rugueuses constituent une étude préalable et indispensable avant d'effectuer une approche déterministe ou stochastique des contacts lubrifiés. Les techniques de caractérisation ont pour but de décrire la microtopographie des surfaces afin de mieux comprendre leurs propriétés fondamentales.

### 2.1 Etat géométrique des surfaces

Les pièces mécaniques manufacturées sont limitées par des surfaces qui ne sont jamais conformes à celles géométriquement idéales représentées sur les dessins de définition et de fabrication. En effet, elles présentent des défauts de nature géométriques et physico-chimiques résultant du procédé de fabrication utilisé et du matériau constituant ces pièces.

Les caractéristiques de l'état de surface d'une pièce peuvent intervenir de façon prépondérante sur son aptitude à remplir une fonction donnée. Le terme état de surface englobe à la fois :

- l'état géométrique de la surface défini par l'ensemble des écarts géométriques de la pièce réalisée en fabrication par rapport à celle géométriquement idéale ;
- l'état physico-chimique défini par les diverses caractéristiques de la couche superficielle : structure et texture cristallines, adsorption, etc.

Selon la normalisation française (NF E 05-515), les défauts ou les irrégularités géométriques de surface se classent conventionnellement sous six numéros d'ordre, à savoir:

**Ordre 1** : Défauts de forme et de position qui sont imputables à un manque de rectitude, à une ovalisation ou à un manque de cylindricité. Leur amplitude varie de 2.5 à plus de 100 microns et leur période est de plusieurs ordres de grandeur plus grande que leur amplitude.

**Ordre 2** : Défauts d'ondulation (*défauts macroscopiques*) possédant généralement un caractère périodique dû essentiellement à des vibrations de basses fréquences de la pièce et/ou de l'outil générateur. La période de ces défauts est de quelques ordres de grandeur plus grande que leur amplitude, soit de 0,1 à 50 microns.

**Ordre 3** : Stries, sillons qui sont des défauts périodiques ou pseudo-périodiques ;

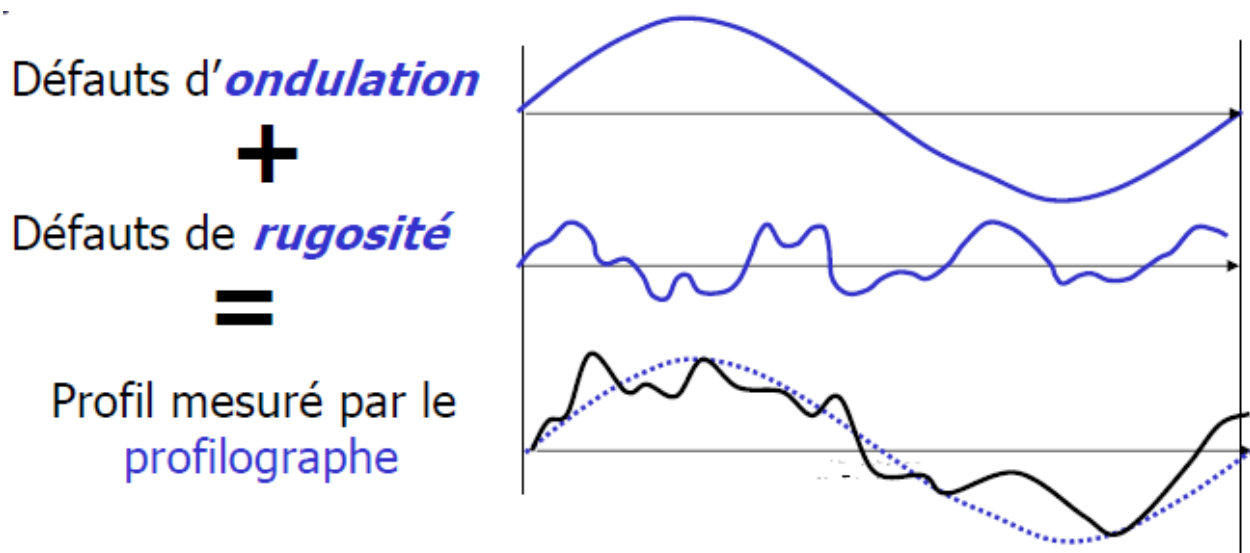
**Ordre 4**: Défauts localisés (*échelle microscopique*) : arrachement, marque d'outil, ... ; ce type de défaut a un caractère apériodique ;

**Ordre 5** : Structure cristalline (*échelle mésoscopique*) ;

**Ordre 6** : Réseau cristallin (*échelle nanoscopique*).

Les défauts des 3<sup>ème</sup> et 4<sup>ème</sup> ordres, qui sont intéressants du point de vue tribologique, sont désignés par le terme général de rugosités. Il convient de préciser que le profil d'une surface mesuré à l'aide d'un profilographe est le résultat de la superposition des défauts de forme, d'ondulation et de rugosité (*figure I-1*).

Les amplitudes de rugosités peuvent varier de 0,01 microns ou moins pour les surfaces polies à 25 microns pour les surfaces usinées par des procédés conventionnels.



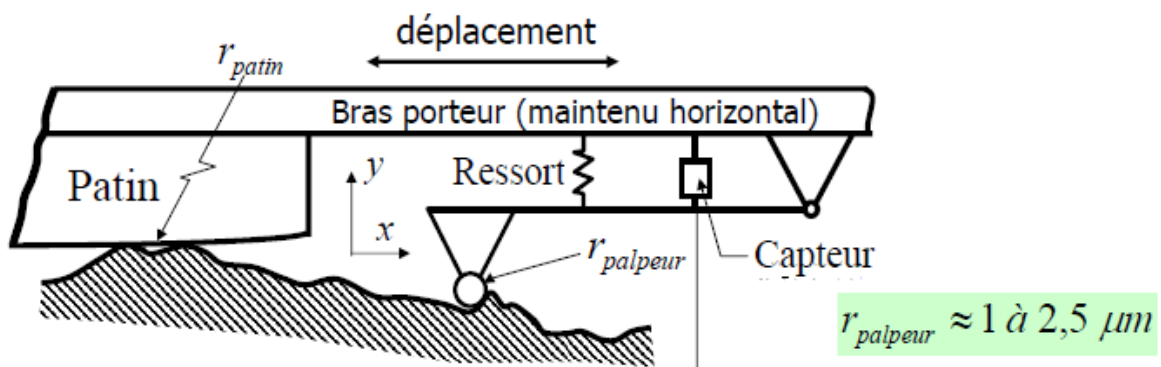
**Fig. I-1** : Schématisation d'un profil mesuré par le profilographe

## 2.2. Mesure des défauts

L'étude des états de surface remonte aux années 30, avec le développement des appareils de mesure de profil. Après 1950, les premiers appareils analogiques ont fait leur apparition et permirent de mesurer quelques paramètres. Les années 70 ont vu l'apparition de nouveaux moyens informatiques et électroniques qui permirent de définir un plus grand nombre de paramètres caractérisant l'état de surface.

Aujourd'hui, les moyens métrologiques modernes et les techniques d'imagerie topographique permettent d'extraire des paramètres pertinents des surfaces industrielles.

Le profil d'une surface est le résultat de la superposition des défauts de forme (Shape defects), des défauts d'ondulation (waviness defects) et des défauts de rugosité (roughness defects). Les défauts de forme sont facilement mesurés avec les instruments de métrologie classiques comme le micromètre parce que leur période est grande. La période des défauts d'ondulation et de rugosité étant plus petite, un palpeur capable de les détecter doit aussi être petit. L'appareil le plus utilisé pour cette tâche est le *profilographe* (*figure I-2*). Cet appareil comprend un stylet durci (diamant), qui se déplace sur la surface à très basse vitesse (1 mm/s). Le stylet est terminé par une petite pointe ( $\approx 0,5 \mu\text{m}$  de rayon) qui agit un peu comme un filtre à haute fréquence : les contours plus petits que le rayon de la pointe du palpeur ne sont pas enregistrés.



**Fig. I-2** : Schéma d'un profilographe

Le déplacement du stylet sur le profil est transformé en signal électrique par le capteur, numérisé et ensuite traité par un ordinateur par des techniques statistiques.

## 2.3. Caractérisation des surfaces : principaux paramètres statistiques

La norme ISO 4287 [1 2] recense l'ensemble des paramètres géométriques et statistiques existants dans l'analyse des états de surfaces. Cette norme définit au moins 19 caractéristiques statistiques pour caractériser les surfaces.

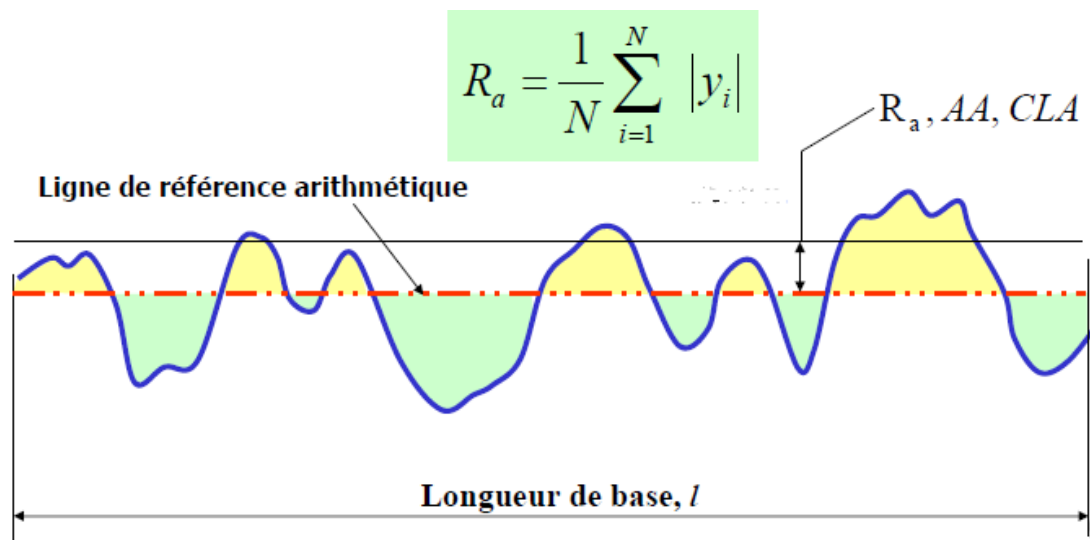
Les paramètres statistiques les plus connus sont sans doute les coefficients  $R_a$  et  $R_q$ , qui sont définis pour une longueur de base sur une ligne de référence. La ligne de référence sépare les crêtes et les creux d'un profil de la surface en deux catégories : ceux situés au-dessus de la ligne de référence, et ceux situés en dessous. Les paramètres statistiques sont toujours calculés à partir de la ligne de référence sur une longueur caractéristique appelée longueur de base.

**- Définition de  $R_a$  et  $R_q$**

•  $R_a$  est la moyenne des valeurs absolues des déviations  $y_i$  du profil par rapport à la ligne de référence arithmétique (**figure I-3**), soit :

$$R_a = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i| \quad \text{(I-1)}$$

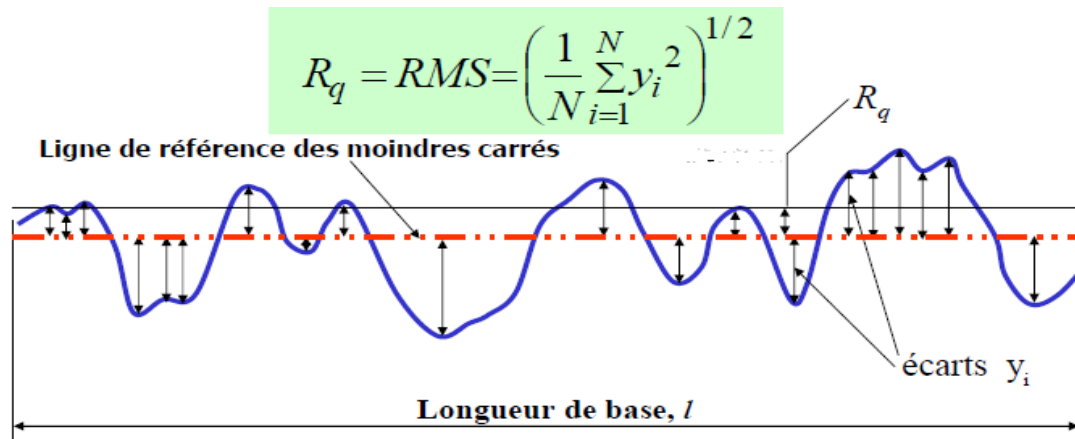
La ligne de référence arithmétique (ou ligne centrale) est la ligne qui divise le profil en délimitant, à l'intérieur de la longueur de base, des aires égales de part et d'autre de cette ligne.



**Fig. I-3 :** Profil de rugosité sur lequel est défini l'écart arithmétique  $R_a$

•  $R_q$  est la moyenne **RMS (Random Mean Square)** des déviations du profil par rapport à la ligne de référence des moindres carrés (**figure I4**), soit :

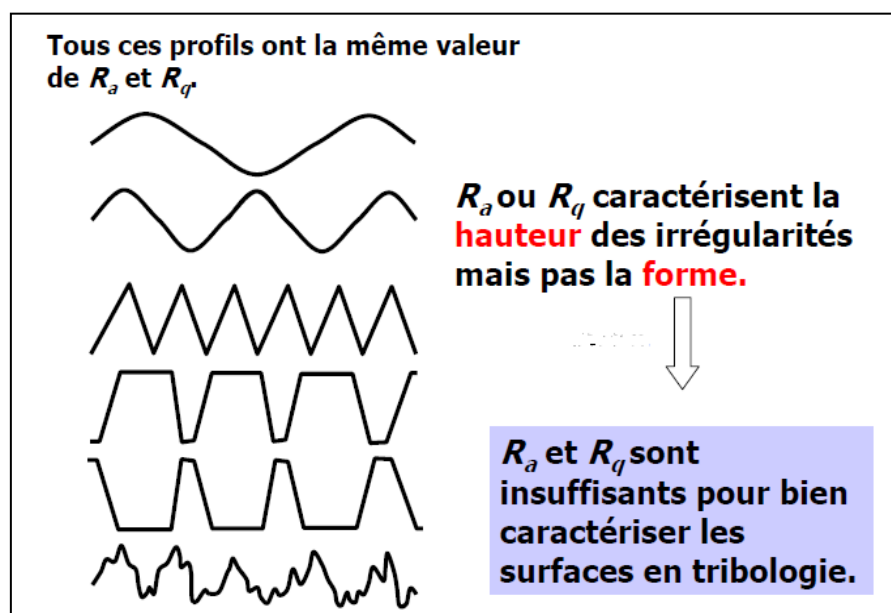
$$R_q = RMS = \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{(I-2)}$$



**Fig. I-4 :** Profil de rugosité sur lequel est défini l'écart moyen géométrique RMS

La ligne de référence des moindres carrés (ou ligne moyenne) est la ligne qui divise le profil en délimitant, à l'intérieur de la longueur de base, une valeur minimale de la somme des carrés des aires entre les crêtes et les creux.

Les valeurs  $R_a$  et  $R_q$  sont très proches l'une de l'autre. Malheureusement, beaucoup d'ingénieurs ne spécifient qu'une ou l'autre de ces valeurs pour caractériser le fini de surface. Ni l'un ni l'autre de ces paramètres ne sont en réalité suffisants. En effet, plusieurs formes de profil d'allure différente peuvent avoir des valeurs  $R_a$  ou  $R_q$  très voisines. Par exemple, les profils de la (figure I-5) ont la même valeur  $R_a$  et  $R_q$ , mais ils présentent un comportement totalement différent en frottement et en usure.



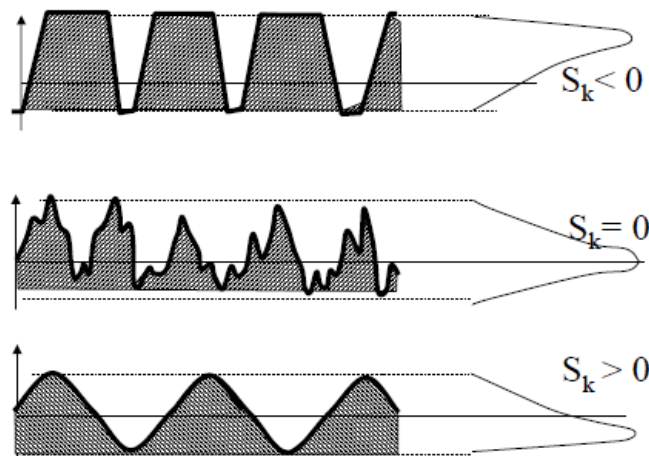
**Fig. I-5 :** Exemple de 6 profils différents ayant les même  $R_a$  et  $R_q$

### - Définition de l'obliquité (Skewness)

Pour différencier les surfaces du point de vue tribologique, il est nécessaire de calculer d'autres paramètres qui caractérisent leur topographie. L'un de ces paramètres est l'obliquité  $S_k$  (**figure I-6**), qui correspond au moment d'ordre 3 :

$$S_k = \frac{1}{R_q^3} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i^3 \quad (\text{I-3})$$

Une valeur négative de  $S_k$  indique une prédominance de vallées, tandis qu'une valeur positive est le signe de crêtes abondantes. Un profil avec une valeur de  $S_k$  négative possède un meilleur comportement au frottement, et donc à l'usure.



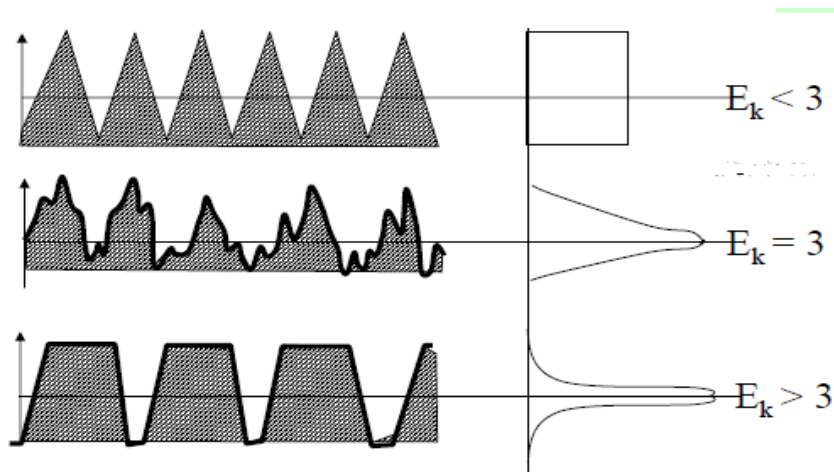
**Fig. I-6 :** Obliquité  $S_k$  d'un profil

### - Définition de l'étalement (kurtosis)

Enfin, un autre paramètre peut aussi être utilisé pour différencier la qualité du fini de surface : il s'agit de l'étalement  $E_k$  (**figure I-7**), qui correspond à un moment d'ordre 4 du profil :

$$E_k = \frac{1}{R_q^4} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i^4 \quad (\text{I-4})$$

Un profil avec un étalement  $E_k > 3$  correspond à une surface apte à recevoir des placages, qui présente en même temps un bon comportement au frottement et à l'usure.



**Fig. I-7 :** Etalement  $E_k$  d'un profil

### - Longueur portante

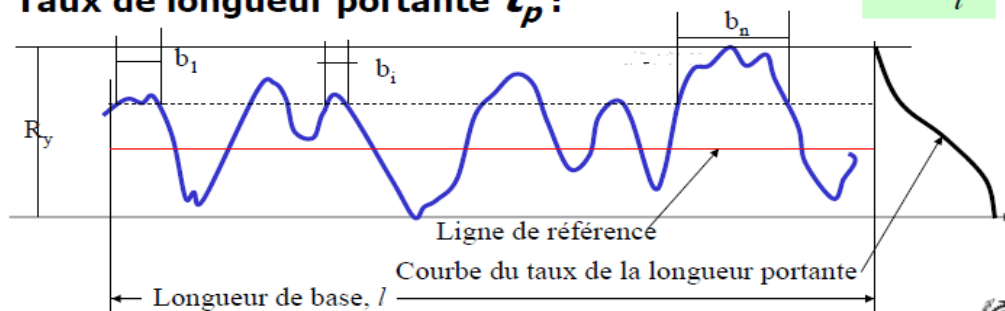
La longueur portante d'un profil est définie à la figure I.8 comme la somme des longueurs des segments obtenus en coupant les saillies par une ligne parallèle à la ligne de référence à l'intérieur de la longueur de base. La courbe du taux de longueur portante du profil représente la relation entre le rapport de la longueur portante sur la longueur de la ligne de base avec le niveau de coupe du profil.

**Longueur portante  $\eta_p$  :** somme des longueurs des segments obtenus en coupant le profil par une ligne parallèle à la ligne de référence à l'intérieur de la longueur de base.

$$\eta_p = \sum_{i=1}^n b_i$$

**Taux de longueur portante  $t_p$  :**

$$t_p = \frac{\eta_p}{l}$$



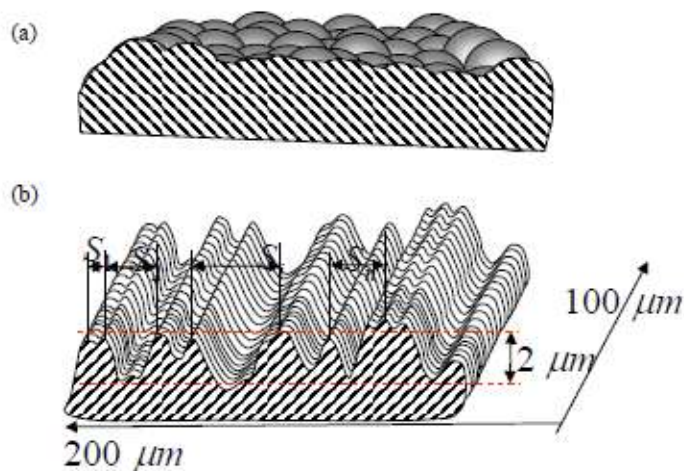
**Fig. I-8 :** Courbe du taux de la longueur portante

## 2.4. Topographie des surfaces

Le profilographe mesure et enregistre les variations de hauteur d'une surface sur une ligne. Les paramètres mesurés à partir de ces enregistrements ne valent aussi que sur une ligne. Cependant, les surfaces existent en trois dimensions. Pour les caractériser en trois dimensions, il faut utiliser une technique de mesure autre que le profilographe (optique, par exemple) ou



effectuer plusieurs passes parallèles avec le profilographe et les juxtaposer (**figure I-9**). Selon le procédé par lequel la surface est usinée, sa topographie en trois dimensions peut s'apparenter soit à des cylindres parallèles, soit à des sphères de différentes hauteurs (**figure I-9**).



**a)** surface usinée au tour ou à la fraise      **b)** surface grenailée.

**Fig. I-9 :** Représentation tridimensionnelle de la topographie de surface à partir de mesures réalisées avec un profilographe :

Afin de comprendre les phénomènes tels que l'usure, la friction et la lubrification, la quantification de la topographie de la surface est importante. De plus, le design des surfaces esthétiques telles que les surfaces de miroir, nécessite un contrôle de la texture de la surface à une échelle très fine.

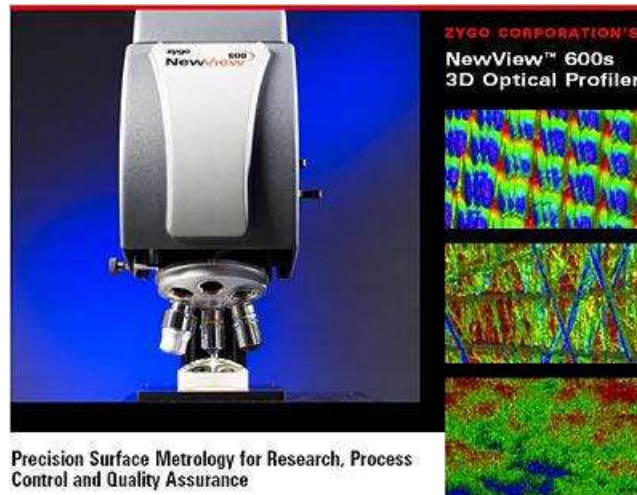
Depuis son invention par Abbot et al. [3] dans les années 30, la profilométrie décrite précédemment a été employée de façon extensive afin d'estimer la quantité et la fonctionnalité des surfaces industrielles.

Les différentes applications de la profilométrie ont généré de nombreux paramètres permettant de quantifier les propriétés de surface. Le paramètre le plus connu est la rugosité moyenne ou la hauteur arithmétique moyenne,  $R_a$ , qui est fréquemment utilisée, même aujourd'hui. Bien que de concept simple,  $R_a$  ne décrit pas très bien les surfaces usinées.

Avec la venue des ordinateurs puissants et les systèmes de mesure plus sophistiqués, la topographie (2D) traditionnelle a été suppléée, ou même substituée, par les techniques de mesure tridimensionnelle (3D) dans la mesure où la caractérisation des surfaces en (3D) permet des interprétations faciles et intuitives. Aujourd'hui, les techniques de mesure (3D) les plus couramment utilisées sont :

### - Microscopie d'interférence

Il s'agit d'une technique optique utilisant l'interférométrie pour déterminer la distance de l'objectif à la surface de l'échantillon. En variant la hauteur des lentilles optiques au-dessus de l'échantillon et en enregistrant les franges d'interférences, une carte en hauteur est construite par l'ordinateur (*figure I-10*).



**Fig. I-10** : Photographie d'un microscope d'interférences

### - Microscopie à force atomique (AFM)

La MFA (Atomic Force Microscopy, en anglais) mesure la surface à l'aide d'une pointe silicone extrêmement aiguë avec un rayon d'incurvation de quelques dizaines de nanomètres offrant une plage de résolution en nanomètres. Cette technique extrêmement précise est utilisée pour des surfaces avec des détails et textures extrêmement fines (moins de 5 microns). La figure I-11 montre un instrument MFA numérique.



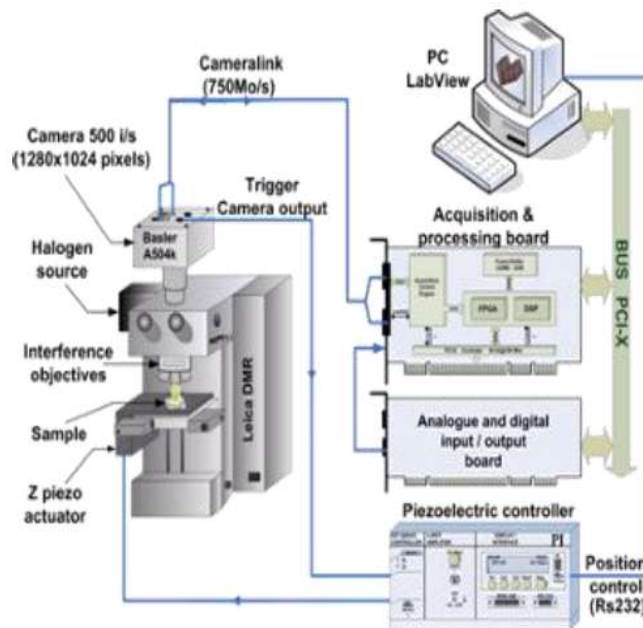
**Fig. I-11** : Microscope à force atomique (AFM)

## - La microscopie 4-D

L'objectif de la microscopie 4-D est la mesure et la caractérisation des structures microscopiques en mouvement (Micro-Electro-Mechanical-Systems MEMS, nanotechnologies, procédés de gravure, attaques chimiques...) en utilisant la technique de la microscopie interférométrique (*figure I-12*). Cette technique consiste à balayer en continu les franges d'interférence sur toute la profondeur de la surface mesurer, d'acquérir les images avec une caméra rapide et d'effectuer un traitement d'images fortement parallélisé en logique câblée pour mesurer la hauteur du relief de la surface. Cette technique nous permet de réaliser aussi bien des mesures apériodiques que périodiques. La figure I-13 montre le schéma du système CAM 4-D.



**Fig. I-12 :** Banc de mesure utilisant le système de microscopie CAM 4D



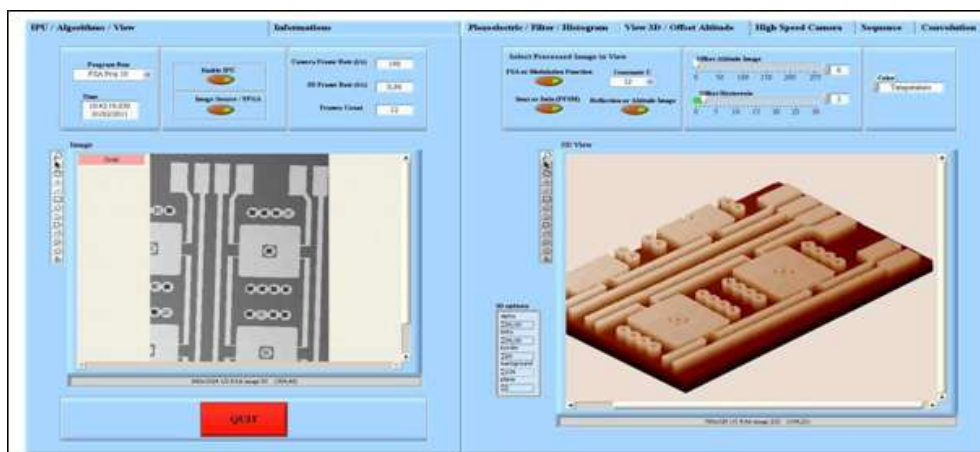
**Fig. I-13 :** Schéma du système de microscopie 4-D

Ce prototype peut être décomposé en deux parties. Une première partie, optique, est constituée d'un microscope Leica DMRX équipé d'objectifs interférométriques (Michelson ou Mirau), d'une source de lumière, d'une caméra rapide numérique et d'un module de translation verticale piézoélectrique avec une dynamique de 100 $\mu$ m. Une série de franges peut alors être observée dans le détecteur de la caméra montrant les variations de contraste au niveau de chaque pixel. Une seconde partie, électronique/informatique, est constituée d'une carte d'acquisition (dotée d'un FPGA Virtex 2P de Xilinx et de mémoires SRAM et DDR) et d'un ordinateur. Elle sert à contrôler les différents systèmes de translation et à assurer l'acquisition, le stockage et le traitement des données d'interférence issues de la partie optique. L'ensemble des composants doit être soigneusement synchronisé afin que le système puisse fonctionner correctement.

Le dispositif est posé sur une table anti-vibration (*SmartTable de NewPort*) équipée d'un système de compensation actif qui limite les vibrations résiduelles du banc optique.

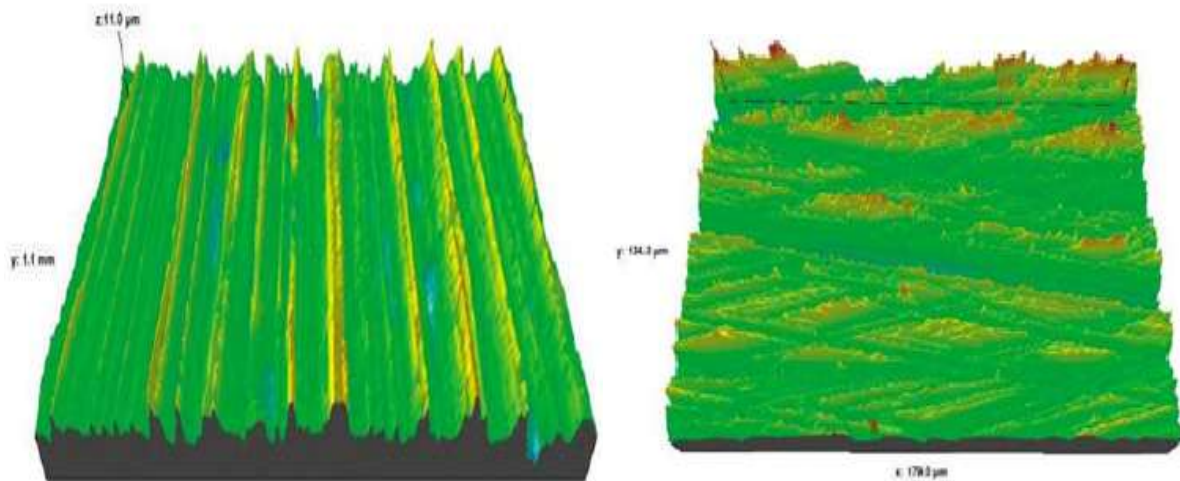
Le principe de fonctionnement du système CAM 4-D est le suivant : la surface de l'échantillon à analyser est balayée sur toute sa profondeur par une sonde virtuelle au moyen d'un translateur vertical piézoélectrique. Les images ainsi formées sont envoyées, via une liaison « CameraLink », vers la carte d'acquisition et sont traitées dans le FPGA, où les informations d'altitude (3-D) sont extraites. Les résultats sont ensuite envoyés vers le PC, où ils sont visualisés et analysés. Ce système a l'avantage d'une grande souplesse en terme de choix de taille d'images, de cadence d'acquisition, de profondeur de mesure et de type d'algorithme employé.

Les logiciels de contrôle du système, de visualisation, de sauvegarde et d'analyse des résultats ont été développés sous l'environnement de développement graphique LabView (Laboratory Virtual Instrumentation Engineering Workbench). La figure I-14 donne un aperçu du logiciel de visualisation des résultats en 3-D temps réel.



**Fig.1-14** : Logiciel de visualisation des résultats du système CAM 4-D

Il existe d'autres procédés exploitant une propriété particulière de la surface à usiner. Par exemple, les mesures de capacité peuvent être utilisées pour analyser les surfaces conductrices et celles par ultrasons permettent d'étudier les surfaces immergées. La figure I-15 illustre différentes micro-topographies (3D) de surfaces industrielles obtenues par la technique optique décrite précédemment.



**Fig. I-15 :** Topographies réelles de surfaces industrielles obtenues par la technique optique de mesure (3D)

## 2.5. Modélisation de la rugosité des surfaces

La hauteur d'une surface rugueuse peut être considérée comme une variable aléatoire à deux dimensions  $z(x,y)$  où  $z$  se mesure à partir du plan moyen de la surface. La densité de probabilité de cette variable par l'examen de sa courbe représentative et de celles de ses moments centrés, permet d'illustrer certains aspects de la rugosité tels que la dispersion ou l'asymétrie (moments d'ordre 3 et 4). En adoptant la notation indicielle, les principaux paramètres de la caractérisation statistique des surfaces s'expriment :

- *Hauteur de la surface moyenne*

$$\langle z_{ij} \rangle = \frac{1}{NM} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M z_{ij} \quad (\text{I-5})$$

où  $N$  et  $M$  sont respectivement le nombre de points suivant les directions  $x$  et  $y$  et

$$z_{ij} = z(x_i, y_j)$$

Il est à préciser que la moyenne des hauteurs de la surface est supposée nulle (surface normalisée) ; c'est à dire :  $\langle z_{ij} \rangle = 0$

- *Ecart type quadratique*

Le calcul de l'écart-type quadratique de la distance des hauteurs de rugosité  $S_q$  permet d'évaluer l'intervalle de variation de la hauteur de rugosité. Il est préféré à l'écart arithmétique moyen  $S_a$  du fait de son usage fréquent en statistique :

$$S_q = \sigma = \left( \frac{1}{NM} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M z_{ij}^2 \right)^{1/2} \quad (\text{I-6})$$

Par définition, l'écart-type d'une distribution statistique est la racine carrée de son moment centré calculé à l'ordre 2 :

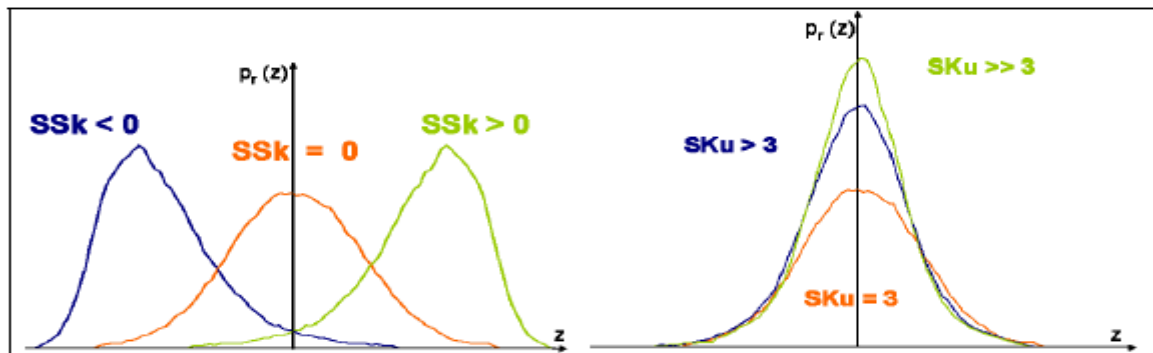
$$m_k = \frac{1}{NM} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M (z_{ij} - \langle z_{ij} \rangle)^k \quad (\text{I-7})$$

Ces moments sont à l'origine de deux nouveaux termes décrivant la distribution statistique, le paramètre d'asymétrie SSk (Skewness) et le paramètre d'étalement SKu (Kurtosis) :

$$SSk = \frac{m_3}{S_q^3} = \frac{1}{NM} \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M z_{ij}^3}{S_q^3} \quad (\text{I-8})$$

$$SKu = \frac{m_4}{S_q^4} = \frac{1}{NM} \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M z_{ij}^4}{S_q^4} \quad (\text{I-9})$$

Dans cette nouvelle notation, la lettre initiale S indique que le paramètre considéré se rapporte à une surface rugueuse et non à un simple profil (§ 2.4).



**a)** Paramètre d'asymétrie (skewness)    **b)** Paramètre d'étalement (kurtosis)

**Fig. I-16 :** Variations de la distribution statistique des hauteurs d'une surface rugueuse pour différentes valeurs des paramètres d'asymétrie et d'étalement

Les deux paramètres SSk et SK<sub>u</sub> sont utilisés pour définir la forme et l'agencement de la rugosité d'une surface. Toute distribution gaussienne possède un coefficient d'asymétrie nul et un coefficient d'étalement égal à 3. Une valeur nulle du paramètre SSk indique

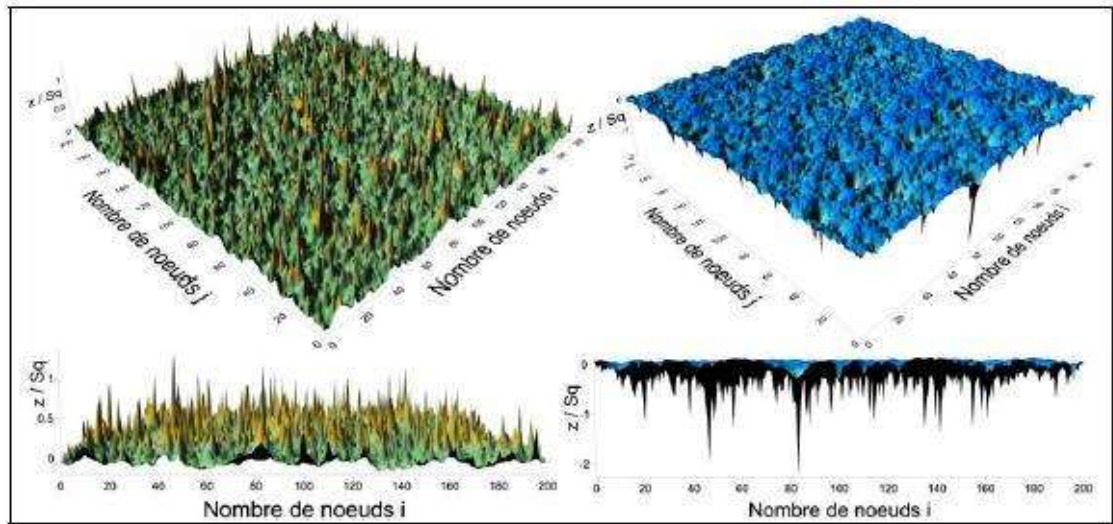
que la distribution est symétrique (**figure I-16.a**). Dans le contexte des surfaces rugueuses, cela signifie que les vallées et les pics (*sommets*) sont répartis de manière égale de part et d'autre du plan moyen (*par exemple, cas des surfaces de forme sinusoidale*). Une valeur négative du paramètre SSk est caractéristique d'une surface présentant plus de vallées que de pics (**figure I-16.a**). Autrement dit, une valeur positive de ce paramètre signifie que la surface présente moins de vallées que de pics.

La valeur de SKu renseigne sur l'aplatissement de la courbe de distribution des hauteurs (**figure I-16.b**). Lorsque les motifs de la rugosité (pics, vallées) sont larges et leur extrémité peu éloignée du plan moyen, alors  $SKu < 3$  et la distribution est resserrée autour de la valeur médiane. En revanche, si les pics pointus et les vallées étroites et profondes prédominent, alors  $SKu > 3$  et la distribution est plus large que la distribution normale. En général, les paramètres d'asymétrie et d'étalement varient simultanément. L'étude des propriétés spectrales d'une surface rugueuse (fonction d'autocorrélation) constitue un bon complément des méthodes statistiques (Cf. référence [8] pour plus de détails).

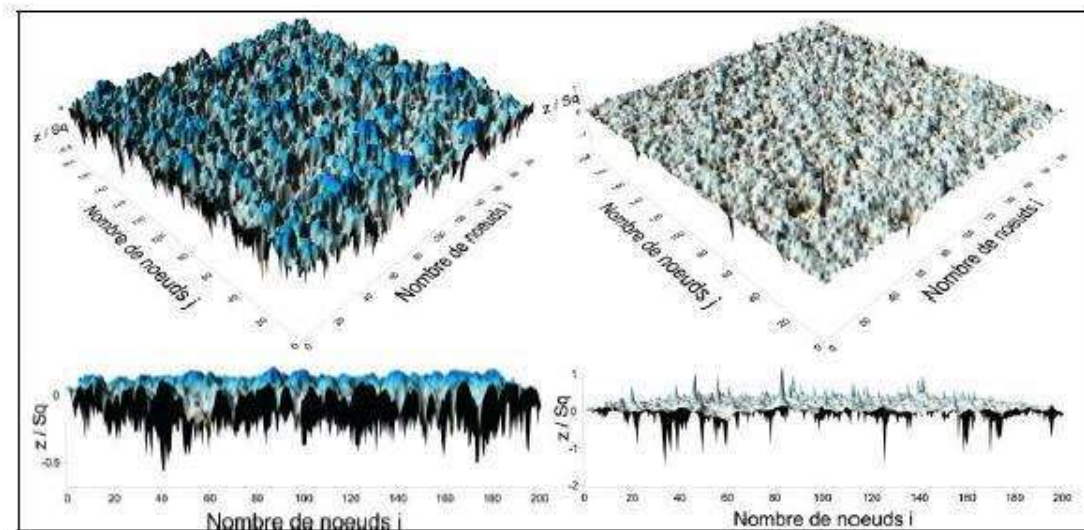
Il est intéressant de noter que les surfaces rugueuses gaussiennes ou non peuvent être générées numériquement (**figures I-17**) en faisant généralement appel à des séries harmoniques de la forme :

$$z_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^m a_{kl} [\cos(\omega_k x_i + \phi_k) \cos(\omega_l y_j + \phi_l)] \quad (\text{I-10})$$

Dans cette équation,  $a_{kl}$  est un terme d'amplitude,  $\omega_k$  et  $\omega_l$  désignent les pulsations spatiales,  $\phi_k$  et  $\phi_l$  sont des déphasages introduits pour donner un caractère aléatoire aux hauteurs  $z$ .



a) Surfaces portantes à coefficient d'étalement faible / élevé



b) Surfaces à coefficient d'asymétrie positif / négatif

**Fig.I-17** : Exemples de surfaces industrielles générées numériquement

### 3. METHODES D'ANALYSE DES CONTACTS RUGUEUX LUBRIFIES

La théorie de lubrification hydrodynamique classique fondée par Osborne Reynolds en 1886 est basée sur l'hypothèse de surfaces parfaitement lisses [4]. Cependant, il a été montré qu'une telle hypothèse est peu réaliste surtout pour l'étude des contacts lubrifiés sévèrement chargés fonctionnant avec de faibles épaisseurs de film.

Dans les systèmes mécaniques lubrifiés en régime hydrodynamique ou élasto-hydrodynamique (EHD) tels que les paliers, les butées, les garnitures mécaniques d'étanchéité, les engrenages et les roulements (*figure I-18*), l'épaisseur du film lubrifiant  $h$  est censée d'une part être plus grande que la hauteur des aspérités et



d'autre part elle doit être très faible devant la longueur d'onde de la rugosité (*rugosité de Reynolds*); c'est-à-dire  $h \ll \lambda$ . Dans ces conditions, l'équation de Reynolds peut être appliquée pour décrire le comportement hydrodynamique des contacts rugueux.

Plusieurs méthodes ont été proposées dans la littérature pour l'étude des effets des rugosités de surface sur les performances des contacts hydrodynamiques, à savoir les méthodes stochastiques et les méthodes déterministes.

Par comparaison aux modèles stochastiques, les modèles déterministes permettent de prendre en compte de manière plus réaliste la texture et la microtopographie des surfaces dans les études de simulation.

### 3.1. Méthode Stochastique

Le concept stochastique a été introduit pour la première fois par Tzeng et Saibel [5] en 1967 pour l'étude de l'influence d'une rugosité transversale sur les performances d'un patin incliné bidimensionnel.

L'approche Stochastique est basée sur l'introduction de facteur d'écoulement dans l'équation de Reynolds et d'une rugosité aléatoire sur les surfaces en contact. La génération de rugosité se fait suivant une loi gaussienne. Cette approche Stochastique connaît des limites. En effet, seule une description globale est possible, on ne peut avoir accès aux informations locales. Ainsi, deux profils de rugosité différents mais possédant les mêmes propriétés statistiques conduiront aux mêmes répartitions de pression.

En 1969, la théorie Stochastique développée par Christensen [6] pour la lubrification hydrodynamique des surfaces rugueuses a été étendue au cas des paliers poreux par Prakash et Tiwari [7]. En 1971, Christensen et Tonder [8] développent l'équation moyennée pour analyser la répartition de la pression en présence de rugosités unidirectionnelles. Dans cette équation, ils introduisent le facteur de correction provenant de la théorie Stochastique pour tenir compte des effets de la rugosité dans les patins. En 1973, Elrod [9] a utilisé une approche stochastique pour mettre en évidence les effets des paramètres statistiques sur les caractéristiques d'un écoulement newtonien en film mince en prenant en compte les défauts de rugosité. En 1978, Patir et Cheng [10] proposent une équation de Reynolds moyennée dans laquelle plusieurs facteurs de correction de débit sont introduits pour tenir compte des effets de la rugosité dans les 3 dimensions. En 1997, Boedo et Booker [11] utilisent la méthode des éléments finis pour l'analyse des performances d'un palier avec une rugosité isotrope et ses effets sur la déformation élastique du palier. Dans cette étude, le fluide est supposé newtonien. En 2001, Wang et Keith [12] ont utilisé l'algorithme de cavitation universel développé par

Elrod [13] en 1981, puis par Vijayaraghavan et Keith [14] pour analyser les effets de la rugosité ainsi que les effets non newtoniens sur le comportement de paliers dynamiquement chargés. Trois types de rugosité ont été étudiés : longitudinale, axiale et isotrope.

Récemment, Naduvinamani et al. [15] ont étudié l'effet de l'obliquité de la rugosité sur les performances hydrodynamiques d'un patin échelon de Rayleigh poreux utilisant un fluide à couples de contraintes comme lubrifiant. Ils ont montré que pour une inclinaison négative de la rugosité, la capacité de charge du contact augmente tandis que le coefficient de frottement diminue. Cependant, la tendance inverse est observée pour une inclinaison positive.



**a)** Palier radial marin



**b)** Butée axiale à patins



**c)** Garniture d'étanchéité



**d)** Engrenages



**e)** Roulement à rouleaux

**Fig.I-18** : Exemples de systèmes mécaniques lubrifiés

### 3.2. Méthode déterministe

Ce type d'analyse est basé sur une résolution numérique directe de l'équation de Reynolds et une description de profils de surfaces simplifiées, en prenant par exemple un profil modélisé par une fonction périodique ou des profils réels (*figure I-18*).

Il n'est plus nécessaire de connaître les paramètres statistiques relatifs au type de rugosité. Au lieu de considérer des facteurs de flux dans l'équation de Reynolds, on

l'utilise sous la forme classique. C'est dans l'équation de l'épaisseur du film où sont prises en compte les rugosités.

L'approche déterministe permet de prendre en compte la variance la plus réaliste des rugosités. Les travaux effectués avec ce type d'approche sont basés sur l'application de l'équation de Reynolds et montrent qu'une description précise de la rugosité est une donnée importante. Elle permet d'obtenir des informations locales telles que les variations rapides locales de la pression. Cependant, cette approche nécessite un espace mémoire important et de grands efforts de calcul car il faut raffiner au maximum le maillage pour pouvoir décrire les plus petites ondulations de la rugosité.

En 1992, Kweh et al. [16] se sont intéressés au cas d'un contact lourdement chargé en introduisant une rugosité transverse sinusoïdale tridimensionnelle. Greenwood et al. [17] traitent le problème inverse; c'est-à-dire la rugosité de la surface est recherchée à partir des variations sinusoïdales de la pression. La reproduction de la rugosité de la surface revient à regarder les variations de la pression et ne prendre en compte que les petites variations : les composantes de basses fréquences (l'ondulation) d'une rugosité de surface sont très aplaties alors que les composantes de hautes fréquences (rugosité) sont encore présentes après déformation.

En 1997, Zhu *et al.* [18] ont utilisé un relevé tridimensionnel de rugosité de surface pour étudier un contact ponctuel. Ils montrent que le pic de pression est une variable locale qui dépend largement des aspérités et de leurs pentes (obliquités).

Récemment, Dobrica et al. [19] ont étudié l'influence de la pression spécifique sur les performances d'un palier à arc partiel rugueux de faibles dimensions dont la surface projetée est de 3 cm<sup>2</sup> fonctionnant en régime de lubrification mixte. Pour prendre en considération les effets des différentes formes de rugosités (anisotropes, transversales et longitudinales), ces auteurs ont utilisé deux approches, à savoir : l'approche stochastique proposée par Patir et Cheng [10] basée sur la résolution d'une équation de Reynolds moyennée par la méthode des volumes finis et l'approche déterministe basée sur la résolution de l'équation de Reynolds classique au moyen de la même méthode, i. e. les volumes finis. Dans cette excellente étude, l'arbre tournant à une faible vitesse de rotation est supposé rigide et parfaitement lisse tandis que la surface du patin contiguë au film présente des rugosités gaussiennes isotropes ou orientées générées numériquement dont la rugosité RMS ou  $R_q=0.4$  microns. Ils ont montré que :

- l'orientation de la rugosité de surface affecte les performances du palier tels que l'épaisseur minimale du film, l'angle de calage et les couples de frottement calculés sur l'arbre et le patin;

- par comparaison au cas lisse, l'effet de la rugosité transversale est le plus important conduisant à une augmentation importante de l'épaisseur minimale du film et du couple de frottement sur l'arbre;
- la rugosité longitudinale n'affecte que le couple de frottement.

A partir d'une comparaison des résultats obtenus par les deux approches déterministe et stochastique pour les trois formes de rugosités considérées, ils ont aussi montré que l'approche stochastique donne une bonne prédiction de l'épaisseur minimale du film et une mauvaise estimation (*sous-estimation*) des couples de frottement.

Plus récemment, les mêmes auteurs [20] ont développé une nouvelle approche élasto-hydrodynamique (EHD) pour l'étude du comportement des paliers à arc partiel rugueux fonctionnant en régime de lubrification mixte. Dans cette approche, l'arbre est supposé rigide et lisse tournant à de faibles vitesses tandis que le patin est rugueux et compliant (*déformable*) dont le comportement est élastique parfaitement plastique (EPP).

### 3.3 Méthode d'homogénéisation

La méthode d'homogénéisation ou de moyennisation est une théorie mathématique qui inclut l'étude des équations aux dérivées partielles à coefficients à oscillation rapide [21]. Depuis quelques décennies, cette méthode a été utilisée avec succès pour le traitement des problèmes ayant trait, par exemple, à l'élasticité des milieux anisotropes tels que les matériaux composites [22, 23]. En revanche, cette méthode n'est pas fréquemment utilisée dans le domaine de la tribologie. Récemment, plusieurs auteurs se sont intéressés à l'application du concept d'homogénéisation dans les études de simulation des problèmes de lubrification par fluides compressibles et incompressibles dont le comportement peut être newtonien ou non newtonien.

L'approche d'homogénéisation consiste à réécrire le problème posé en deux autres :

- Un problème local gouverné par trois équations aux dérivées partielles du second ordre dont les inconnues sont les fonctions périodiques locales ;
- Un problème homogénéisé régi par une équation aux dérivées partielles dont l'inconnue est la pression homogénéisée supposée nulle sur la frontière du domaine global.

La difficulté majeure de cette technique réside dans le découplage des deux problèmes à partir du problème global. Les coefficients du problème homogénéisé dépendent de la solution locale et ne peuvent être calculés qu'après traitement du problème local.

## 4. CONCLUSIONS

Dans ce chapitre, on a présenté dans la première partie, une étude bibliographique sur la caractérisation et la modélisation des surfaces technologiques. La seconde partie est dévolue à la description des différentes méthodes d'analyse proposées dans la littérature technique pour l'étude des contacts lubrifiés dont les surfaces sont rugueuses.

*- Chapitre Deux :*

*Différents types de lubrifiants et  
équations générales de la  
lubrification hydrodynamique par  
un fluide additivé*

## 1. INTRODUCTION

Dans ce chapitre, nous allons présenter d'une part les fonctions essentielles et les rôles de lubrifiants, ainsi que les différentes classes de lubrifiants utilisés dans les systèmes mécaniques lubrifiés. Nous présentons également, les différents additifs rajoutés à l'huile de base dans le but d'améliorer certaines propriétés physiques du lubrifiant tels que l'indice de viscosité (VI). D'autre part, on montre que le comportement du film lubrifiant peut être décrit par une équation aux dérivées partielles linéaire du deuxième ordre appelée équation de Reynolds modifiée dans le cas de fluide additivé. La résolution de cette équation permettra de déterminer le champ de pression dans le film lubrifiant. Ce dernier servira pour le calcul des performances hydrodynamiques du contact lubrifié.

## 2. PRINCIPALES FONCTIONS D'UN LUBRIFIANT

Un lubrifiant a pour fonction de:

- diminuer les frottements et les résistances passives dans les machines, améliorer leur rendement et économiser l'énergie ;
- protéger les organes lubrifiés contre les diverses formes de corrosion et d'usure, donc contribuer à leur longévité ;
- évacuer la chaleur produite dans les moteurs, favoriser l'équilibre thermique des machines ;
- améliorer l'étanchéité vis-à-vis des gaz, des liquides ou des poussières ;
- éliminer les impuretés et les débris d'usure ;
- transmettre de l'énergie ou de la chaleur ;
- assurer l'isolation électrique ;
- améliorer l'état de surface des pièces usinées ;

## 3. DIFFERENTS TYPES DE LUBRIFIANTS

### 3.A. *lubrifiants gazeux*

Dans certains mécanismes, on trouve des surfaces mobiles totalement séparées par un flux de gaz maintenu sous pression, le plus souvent, pour des raisons évidentes de disponibilité et de coût, on utilise de l'air. Il ne s'agit pas là d'une lubrification au sens propre du terme, mais d'une disposition constructive qui permet d'utiliser à bon escient les propriétés physiques des écoulements gazeux.

Le gaz peut être utilisé sous faible pression, il se comporte alors comme un fluide à peu près incompressible, et l'on obtient alors des déplacements sur « coussins d'air ». Des véhicules ont été construits sur ce principe, comme les « hovercrafts » ou l'aérotrain développé voici quelques décennies par l'inventeur Bertin. Dans d'autres applications, le gaz est soumis à des pressions beaucoup plus importantes et il se comporte alors comme un fluide compressible ; ce mode de fonctionnement est celui des guidages aérostatiques

qui permettent d'obtenir des vitesses très élevées sans aucun contact matériel. Un exemple connu de tous ou presque est le guidage des fraises de dentistes, l'air comprimé étant ici à la fois la source d'énergie, puisqu'il fait tourner une petite turbine, et l'élément de sustentation du rotor mobile, lequel atteint couramment 150 à 200 000 tours/min.

### **3.B. lubrifiants liquides**

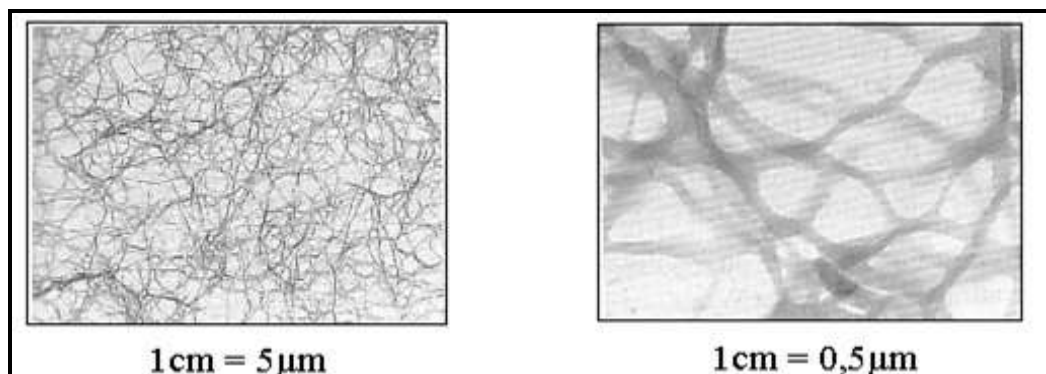
Les liquides sont de loin les plus utilisés dans des mécanismes lubrifiants chargés tels que les paliers lisses, les paliers de butée, les glissières des machines en général, les moteurs alternatifs, les turbines à vapeur, les engrenages tournant vite, etc. Chaque fois que cela est possible la séparation des surfaces est obtenue par effet de portance hydrodynamique, et la caractéristique du lubrifiant la plus importante est alors "la viscosité".

Parmi les lubrifiants liquides, les huiles minérales d'origine pétrolière sont les plus utilisées. Mais, il faut aussi citer les huiles d'origines végétale et animale et les huiles synthétiques comme les esters, les silicones, les poly- glycols, les hydrocarbures de synthèses, etc.

### **3.C. lubrifiants semi-solides (graisses)**

Les graisses sont essentiellement composées d'un mélange d'huile et d'un épaississant en générale un savon métallique (figure. II-1) l'huile est emprisonnés dans les poches entre les aspérités des surfaces, ceci crée une pression hydrostatique, qui soulage les aspérités d'une partie de la charge W.

Pour la fabrication du savon, le principe de lubrification est celui d'une éponge où la graisse fournit le lubrifiant liquide lorsqu'elle est comprimée dans un contact. La température est diminuée, puisque le frottement est réduit, mais la chaleur n'est pas évacuée.



**Fig. II-1. Structures de graisses au lithium observées en Microscopie à transmission (Clichés Total)**



Les principales propriétés des graisses sont, de réagir chimiquement avec les surfaces (chimisorbtion), et étant de nature organique de fondre (désorption) à des températures élevées de l'ordre de (100 à 200°C). Les graisses ont un comportement non newtonien et ont pour fonction de :

- adhérer aux surfaces ;
- garder l'huile entre les surfaces à lubrifier ;
- garder les contaminants à l'extérieur (rôle de joint étanche);
- demeurer stable (dans l'état pâteux) après avoir absorbé des contaminants (principalement de l'eau).

## 4. COMPOSITION CHIMIQUE DE LUBRIFIANTS

Les lubrifiants liquides sont composés d'un constituant principal appelé "base de lubrifiants ", qui peut être soit d'origines : naturelle (végétale, animale), minérale (issue de la distillation et du raffinage du pétrole brut), ou d'origine synthétique (transformation de composants organiques provenant du pétrole) à laquelle des additifs sont ajoutés pour en ajuster les propriétés.

### 4.A.1. Lubrifiants d'origine animale

Ils sont constitués essentiellement d'esters résultant de la combinaison d'acides gras avec la glycérine. Ce sont souvent des « ancêtres » mais certains entrent encore dans diverses compositions :

- liquides : oléines, huiles de lard, de pied de bœuf ou de mouton, etc., très onctueuses, huiles de poisson, de baleine, de phoque, glycérine autrefois utilisée pour son point de congélation très bas.
- pâteux : oléostéarines, suifs (qui deviennent très acides par oxydation), suintines et brais résultant du traitement de la laine, lanoline très utilisée dans les produits antirouille car elle absorbe l'eau.
- solides : stéarine, dont l'usage est restreint à la formulation de graisses très dures.

### 4.A.2. Bases minérales

Elles appartiennent aux diverses familles d'hydrocarbures et possèdent des propriétés fort différentes :

- paraffiniques (molécules à chaîne droite) : ils sont stables à l'oxydation, peu agressifs pour les élastomères, dotés d'un bon indice de viscosité (variation de viscosité relativement faible avec la température), mais certains constituants cristallisent dès la température ordinaire,
- isoparaffiniques (molécules à chaînes ramifiées) : ils résistent bien à l'oxydation, sont peu agressifs pour les élastomères, se comportent mieux à froid que les précédents, mais leur indice de viscosité est plus faible,
- naphthéniques (chaînes cycliques saturées) : ils sont moins stables à l'oxydation, plus agressifs pour les élastomères, mais possèdent de très bonnes caractéristiques d'écoulement aux basses températures malgré un indice de viscosité plus faible,

- aromatiques (chaînes cycliques non saturées) : très oxydables, dotés d'un très mauvais indice de viscosité, leur comportement est catastrophique en lubrification et ils sont éliminés dès le raffinage.

Les bases paraffiniques sont généralement préférées mais on utilise les naphthéniques pour certaines applications particulières : froid, huiles de coupe ... On sait en outre que l'adsorption d'hydrocarbures diminue d'autant plus le frottement que les chaînes moléculaires sont plus longues.

Le traitement des huiles s'opère en plusieurs étapes :

- distillation des produits pétroliers d'abord à la pression atmosphérique puis sous vide,
- désasphaltage, élimination à l'aide de solvants (butane et propane) de composés contenant du soufre et de l'oxygène et qui servent ensuite à la fabrication de bitumes,
- désaromatisation : élimination par un solvant (furfural) des hydrocarbures aromatiques, ce qui améliore la stabilité thermique de l'huile et sa viscosité,
- déparaffinage : élimination des hydrocarbures paraffiniques lourds qui se solidifient à température ambiante, à l'aide de solvants (méthyléthylcétone et toluène) pour abaisser le point de congélation de l'huile,
- finition par des terres activées qui retiennent certains constituants indésirables, ou de plus en plus par hydrogénation en présence de catalyseurs.

#### 4.A.3. *Huiles végétales*

Les huiles végétales sont essentiellement constituées d'acides gras, particulièrement d'acide oléique. Contrairement aux huiles de pétrole et aux huiles synthétiques, elles ont l'avantage d'être biodégradables, mais rares sont celles qui sont directement utilisables comme lubrifiants ; la meilleure est sans aucun doute l'huile de ricin, que l'on a parfois utilisée pure.

L'huile de colza brute est relativement peu coûteuse mais elle se révèle difficilement utilisable aussi bien comme lubrifiant technique que comme carburant. Son utilisation à huile perdue pour les chaînes de tronçonneuses, par exemple, présente de multiples inconvénients. Dans les moteurs diesel on peut, à ses risques et périls, l'utiliser en mélange à volumes égaux avec du kérosène mais il est préférable de la transformer en ester méthylique de colza (EMC). Cette huile entre cependant dans la composition de quelques lubrifiants biodégradables et dans certaines préparations solubles pour l'usinage des métaux, associée à divers composés chimiques qui empêchent sa décomposition.

L'huile de jojoba est utilisée comme lubrifiant pour les moteurs dans les pays où cette plante est cultivée.

#### 4.A.4. *Huiles synthétiques*

Elles sont constituées à partir de bases synthétiques de diverses sortes :

- **esters aliphatiques** : ils ont un index de viscosité élevé et sont moins volatils que les bases minérales. Leur structure polaire diminue le frottement statique et le stick-slip. Ils se décomposent à 300°C, plus vite que les bases minérales.

- **esters phosphoriques** : souvent utilisés comme additifs anti usure, ils ont un très haut indice de viscosité et sont ininflammables.
- **silicones et silicates** : ils ont un excellent index de viscosité, un point d'écoulement très bas et une faible tension superficielle mais leur pouvoir lubrifiant est faible. Cependant, leur très bonne stabilité thermique en fait des lubrifiants intéressants pour les grands froids et les températures très élevées.
- **polyphényléthers** : ils ont une excellente résistance à l'oxydation, une très bonne stabilité thermique jusqu'à 450°C, un bon pouvoir lubrifiant, mais ils sont **très chers**.
- **polyalkylèneglycols**, essentiellement polypropylènes glycols : leur index de viscosité est très élevé, ils sont insensibles au cisaillement et dotés d'un très bas point d'écoulement, de bonnes propriétés anti usure, d'une grande stabilité thermique mais d'une faible résistance à l'oxydation. Comme ils ne sont pas miscibles aux bases minérales, on doit les utiliser purs. Ils sont fabriqués dans une large gamme de viscosités.
- **polyoléfines** : elles ont un très bon indice de viscosité, un bas point d'écoulement mais elles sont volatiles et il faut généralement les utiliser en mélange.
- **polyalphaoléfines** (PAO, spécialité MOBIL.) : très faible viscosité à froid, très bonne résistance à l'oxydation, durée de vie parfois multipliée par 3 ou 4 par rapport aux produits classiques.

#### II-4.B. *Les additifs ou dopes*

Les propriétés des bases utilisées sont généralement modifiées par des composés de structures chimiques très variées, appelés additifs ou dopes. (Figure II-2)

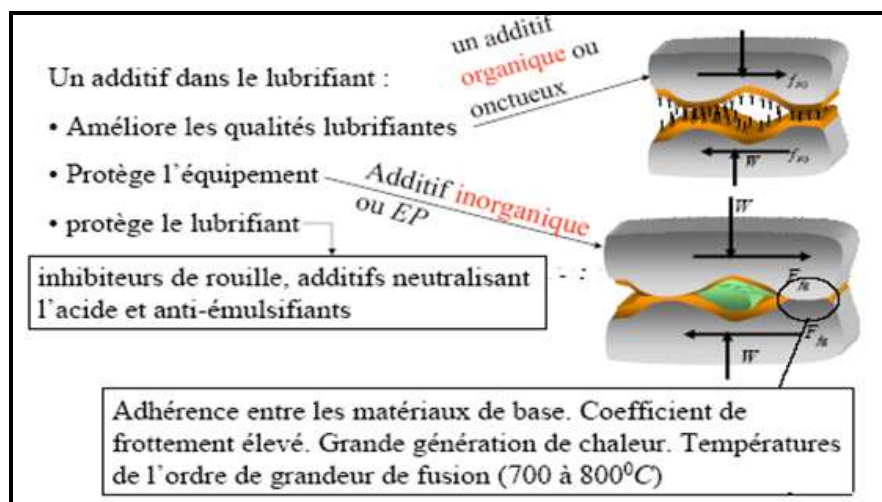


Fig. II-2. *Les additifs ou dopes*

##### 4.B.1. *Additifs « améliorant d'indice de viscosité »*

Ce sont des polymères qui, introduits à faible concentration dans une base lubrifiante, entraînent une augmentation relative de la viscosité plus importante à haute qu'à basse température et qui par conséquent augmentent l'indice de viscosité du lubrifiant sans modifier défavorablement les autres propriétés essentielles.

Les produits généralement utilisés sont des poly-méthacrylates, des polyacrylates et des polymères d'oléfines. Il faut cependant mentionner que ces polymères utilisés comme

additifs ont des masses moléculaires élevées et sont relativement «fragiles». Ils peuvent se dégrader d'une part sous l'effet de sollicitations mécaniques telles que les contraintes de cisaillement, par rupture de la molécule et d'autre part sous l'effet de la température soit par thermo oxydation soit par dépolymérisation.

Par ailleurs, le comportement de ces solutions de polymères n'est pas exactement newtonien. En effet, lorsque le lubrifiant est soumis à des contraintes de cisaillement très élevées on observe au-delà d'un certain seuil une chute de viscosité réversible qui correspondrait à un allongement des molécules dans la direction de l'écoulement. Lorsque la contrainte de cisaillement augmente, la viscosité effective de la solution tend asymptotiquement par valeur supérieure vers celle de l'huile de base.

#### ***4.B.2. Additifs de point d'écoulement***

A basse température, la cristallisation des paraffines modifie les propriétés rhéologiques du lubrifiant qui tend à se solidifier. Les additifs de point d'écoulement sont donc utilisés pour lutter contre cette solidification. Ils agissent sans doute par adsorption en diminuant la taille des cristaux de paraffine, ou en modifiant la forme cristalline qui évolue vers une structure en aiguilles et en réduisant l'adhésion entre les cristaux. Les produits utilisés appartiennent aux quatre familles suivantes: les alkyl-aromatiques, les polyesters, les polyamides et les polyoléfines.

#### ***4.B.3. Additifs détergents et dispersants***

Ces additifs permettent d'une part, de maintenir les parties les plus chaudes d'un moteur en bon état de propreté en évitant les dépôts, c'est l'effet détergent et d'autre part, de maintenir en suspension les impuretés solides formées au cours du fonctionnement du moteur afin d'éviter la formation d'agglomérats, c'est l'effet dispersant. Par ailleurs, ces additifs généralement basiques neutralisent les composés acides formés par la combustion. L'action de ces additifs s'effectue essentiellement par adsorption sur les surfaces métalliques afin d'éviter l'adhérence des dépôts et par adsorption sur les particules en suspension dans l'huile pour maintenir leur dispersion. Les produits utilisés sont soit des organo-sels de métaux alcalino-terreux tels que les sulfonâtes, les thiophosphates et les phénates, soit des succins imides plutôt utilisées comme dispersants.

#### ***4.B.4. Additifs anti-usure et extrême pression***

Les additifs anti-usures et extrême pression agissent de façon sensiblement identique à un film protecteur se forme sur les surfaces du contact par réaction de l'additif ou de ses produits de décomposition, avec le métal. La distinction entre ces additifs est basée essentiellement sur la température à laquelle ils réagissent, la température qui dépend directement des conditions de charge et de vitesse au contact. Les additives anti-usures agissent dès la température ambiante ou à moyenne température alors que les additives extrêmes pressions sont actifs à température élevée.

Les additives anti-usures sont essentiellement des esters phosphoriques et des dithiophosphates. Les mécanismes d'action de ces différents produits ont fait l'objet de nombreuses études mais n'ont pas encore été totalement élucidés. L'activité des esters phosphoriques semble directement liée au degré d'acidité des acides correspondants; par contre ce sont les produits de décomposition thermique des dithiophosphates qui

réagissent à la surface du métal, le phosphore joue alors un rôle essentiel dans la protection anti-usure.

Les additives extrêmes pressions sont des composés soufrés, chlorés et des dérivés phosphore soufre :

Les produits soufrés tels que les ester gras soufrés à forte réagissent à haute température pour former une couche protectrice de sulfure de fer.

Les sulfures organiques agiraient de la façon suivante :

Les désulfures initialement adsorbés sur les surfaces métalliques se transforment mono sulfures organiques qui présentent les propriétés anti-usure. Ces sulfures organiques, sous l'effet des pressions et des températures, sont détruits, les sulfures inorganiques alors formés réagissent avec le métal et présentent des propriétés extrême pression.

Les composés chlorés sont principalement des esters gras chlorés, des paraffines chlorées et des acides gras chlorés. Ces produits se décomposent à haute température en libérant du chlore très actif qui réagit avec les surfaces métalliques pour former probablement des chlorures de fer. Ces produits peuvent dans certains cas être corrosifs et sont de ce fait plutôt utilisées pour les huiles d'usinage.

Les dérivés phosphore-soufre sont des produits récemment mis au point, dont la composition et les mécanismes d'action sont encore peu connus. Ces composés ont d'excellentes propriétés extrême pression, ils sont encore stables à des températures de l'ordre de 120°C et sont peu réactifs vis-à-vis des métaux cuivreux. Pour ces différentes raisons ils sont de plus en plus utilisés dans les huiles industrielles.

#### **4.B.5. Additifs antioxydants**

Ces produits ont pour rôle de ralentir et si possible de supprimer les phénomènes d'oxydation du lubrifiant. Ils agissent de trois façons différentes:

- par blocage du processus de distraction en captant les radicaux libres des chaînes moléculaires. Ces produits sont généralement des phénols et des amines
- par destruction des peroxydes qui se forment lors du phénomène de détérioration. Ces composés sont des dithiophosphates et des dithiocarbonates
- par désactivation des ions métalliques et par formation d'un film protecteur sur les surfaces afin d'éliminer l'action catalytique des métaux. Ces additifs sont des phénols et des phénates.

#### **4.B.6. Additifs anti-mousses**

Dans la plupart des applications, les lubrifiants sont agités, ce qui provoque la formation de bulles d'air et de mousse, un moussage excessif de l'huile entraîne des défauts de lubrification et une oxydation prévoie.

Alors en doit utiliser les additifs anti-mousses réduisent le moussage en diminuant la tension de surface du fluide, et en facilitant la séparation des bulles de la phase liquide.

Ces additifs sont très peu solubles dans l'huile et sont donc présents en très petites quantités.

Les produits communément employés comme anti-mousse sont des silicones tels que le polydiméthysiloxane (PDMS), ou des polyalkylméthéthiécrylates (PAMA).

#### **4.B.7. Additifs divers**

D'autres produits sont encore utilisés comme additifs, on peut citer:

- les additifs d'onctuosité qui agissent par adsorption sur les surfaces du contact et qui sont destinés à diminuer le frottement dans le cas de contact métal sur métal. Ce sont des esters gras, alcools gras, amines grasses et acides gras.
- les additifs antirouille qui agissent par adsorption sur le métal et formation d'une couche protectrice quasi imperméable à l'air, à l'eau et aux composés corrosifs. Ces produits qui sont des sulfonates, naphthénates, des sels d'amines et des acides gras, sont parfois incompatibles avec les additives anti-usures.
- les additifs anti-émulsionnants dont le rôle est d'éviter la formation de mousse.

#### **4.B.8. Nano-additifs et sécurité**

Le développement des nanotechnologies ouvre de nouveaux horizons à l'industrie des lubrifiants. La présence de nano particules dans les huiles, les graisses, les vernis de glissement et les lubrifiants solides modifie beaucoup de leurs propriétés, à commencer par une meilleure préservation des mécanismes et une plus grande durée de vie des lubrifiants eux-mêmes...

Les nano-particules sont obtenues à partir de matériaux conventionnels divisés en fragments si petits que leurs dimensions se mesurent en nanomètres, c'est-à-dire en milliardièmes de mètre. L'épaisseur d'une feuille de papier ordinaire est d'environ 100 000 nanomètres. Lorsque les particules sont aussi petites, elles présentent des propriétés physiques et chimiques très différentes de celles du matériau considéré sous forme de blocs. Par exemple, les additifs extrême pression et les additives anti-usures deviennent beaucoup plus stables, même dans des conditions extrêmes ; il en résulte une durée d'activité plus grande et un allongement du temps de fonctionnement entre deux opérations de maintenance. La diminution de l'usure s'accompagne d'un frottement plus faible et d'une réduction des bruits, des vibrations et de l'échauffement. La consommation d'énergie, la pollution et les coûts de maintenance sont diminués. La capacité de charge des guidages est augmentée.

Les nano particules peuvent être incorporées aux revêtements organiques ou métalliques ou encore aux matériaux poreux autolubrifiants. À l'état solide, elles sont utilisables dans l'environnement ultra propre.

#### **4.c. Fluides non newtoniens**

Dans ce cas la viscosité n'est pas constante, à chaque valeur du couple taux de cisaillement–contrainte de cisaillement ( $\gamma$ ,  $\tau$ ) correspond une valeur de viscosité ( $\mu$ ). Dès lors, on parle de viscosité apparente.

Les lois de comportement des fluides non newtoniens sont caractérisées par la composition du milieu (fluides multiphasés et fluides composés de différentes substances liquides ou solides) [24]. Chacune des phases (substances) fait intervenir différents caractères liés à son état de mouvement tels que viscosité, élasticité, plasticité, ainsi que l'influence de la température, l'effet régressif, etc. La prise en compte de l'ensemble de ces facteurs conduit alors aux lois de comportement non linéaires des fluides non newtoniens.

##### **4.c.1. Modèle du fluide polaire (couple stresses fluid)**

La quasi-totalité des huiles utilisées pour la lubrification des machines contiennent des additifs améliorant la viscosité. Ces additifs entraînent une modification du

comportement rhéologique de ces huiles. D'après la théorie de V.K. Stokes [25], la loi de comportement rhéologique de ce type de fluide dit à rhéologique complexe ou encore fluide polaire s'écrit :

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu(u_{i,j} + u_{j,i}) - \frac{1}{2}e_{ijk}M_{rk,r} \quad (\text{II-1})$$

$$\text{avec : } M_{rk} = \frac{1}{3}M_{nn}\delta_{rk} + 4\eta\omega_{k,r} + 4\eta'\omega_{r,k}$$

$\sigma_{ij}$  est le tenseur des contraintes non symétrique ( $\sigma_{ij} \neq \sigma_{ji}$ ) ;

$M_{rk}$  est le tenseur des couples de contraintes ;

$e_{ijk}$  est le tenseur de permutation d'ordre trois,  $\mu$  est le coefficient de viscosité, et  $\eta$  et  $\eta'$  sont des constantes physiques dues à la présence des couples de contraintes, dont la dimension est  $MLT^{-1}$ .

## 5. DERIVATION DE L'EQUATION DE REYNOLDS MODIFIEE POUR FLUIDES POLAIRES

Les équations de mouvement des fluides polaires en coordonnées cartésiennes, données

par en notation indicielle [26] :

$$\begin{aligned} \rho \frac{d^2 x_i}{dt^2} = & \frac{-\partial p}{\partial x_i} + (\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\partial u_r}{\partial x_r} \right) + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_r \partial x_r} - \eta \frac{\partial^4 u_i}{\partial x_r \partial x_r \partial x_r \partial x_r} \\ & + \eta \frac{\partial^3}{\partial x_i \partial x_s \partial x_s} \left( \frac{\partial u_r}{\partial x_r} \right) + \frac{1}{2} e_{irs} \frac{\partial}{\partial x_r} (\rho \ell_s) + \rho b_i \end{aligned} \quad (\text{II-2})$$

$i, r, s = 1, 2, 3$

Les équations (II-2) sont les équations de mouvement qui sont les équations de base de la mécanique des fluides polaires où :

$\rho$  : masse volumique de fluide ;

$p$  : pression statique [Pa] ;

$\lambda$  : viscosité de dilatation [Pa.s] ;

$\mu$  : viscosité de cisaillement [Pa.s] ;

$u_i$  : composante de la vitesse [m/s] ;

$\ell_s$  : couple des contraintes ;

$\rho b_i$  : force de volume ;

$x_i$  : variable d'espace ;

Pour un fluide incompressible ( $\frac{\partial u_r}{\partial x_r} = 0$ ) et lorsque les forces de volume et les couples de

volume sont négligés les équations (II-2) deviennent :

$$\rho \frac{d^2 x_i}{dt^2} = \frac{-\partial p}{\partial x_i} + (\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\partial u_r}{\partial x_r} \right) + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_r \partial x_r} - \eta \frac{\partial^4 u_i}{\partial x_r \partial x_r \partial x_r \partial x_r} \quad (\text{II-3})$$

Dans ce qui suit, nous adoptons le changement de notation suivant : (x, y, z) au lieu de (x<sub>1</sub>, x<sub>2</sub>, x<sub>3</sub>) et (u, v, w) au lieu de (u<sub>1</sub>, u<sub>2</sub>, u<sub>3</sub>).

En mécanique des films minces visqueux, la dimension suivant l'épaisseur du film  $(0, \bar{y})$  est très faible par rapport aux deux autres (figure II-5). Ce qui permet de déterminer l'ordre de grandeur des différents termes du système d'équations (II-3) d'effectuer une analyse dimensionnelle. Pour cela on pose :

$$\tilde{x} = \frac{x}{L}, \tilde{y} = \frac{y}{h}, \tilde{z} = \frac{z}{L}, \tilde{t} = \frac{tV}{L}, \tilde{\eta} = \frac{\eta}{\eta_0}, \tilde{u} = \frac{u}{V}, \tilde{v} = \frac{vL}{Vh}, \tilde{w} = \frac{w}{V}, \tilde{\mu} = \frac{\mu}{\mu_0}, \tilde{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0} \quad (\text{II-4})$$

Où,  $L$  et  $V$  sont respectivement la dimension et la vitesse caractéristiques selon les axes  $(o, \bar{x})$  et  $(o, \bar{z})$  ;

$h$  et  $\frac{Vh}{L}$  celles suivant  $(o, \bar{y})$  ;

$\frac{L}{V}$ ,  $\mu_0$  et  $\eta_0$  définissent l'ordre de grandeur du temps et des constantes physiques du fluide ;

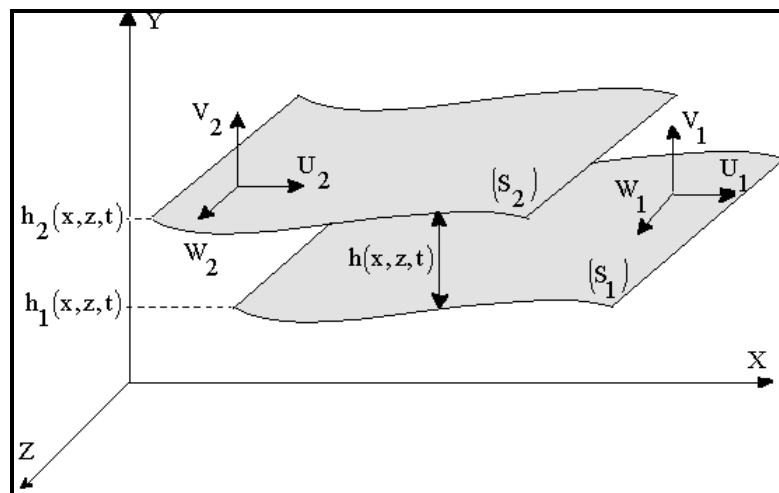
$\rho_0$  celui de la masse volumique à la température de référence  $T_0$  ;

Ce changement de variable conduit à poser :  $\tilde{p} = p \frac{h^2}{VL\mu_0}$

Compte tenu de ce changement de variables et en posant  $R_e = \frac{\rho_0 Vh}{\mu_0}$  : nombre de

Reynolds relatif à l'épaisseur du film et  $\varepsilon = \frac{h}{L}$  paramètre d'échelle. Et en négligeant les termes en  $\varepsilon R_e$ , ou termes d'inertie devant les termes de viscosité quand  $(R_e \ll 1)$ .

Donc le système d'équations (II-3) par [26] devient:



**Fig. II-3. Schéma général d'un contact hydrodynamique**



$$\begin{cases} \frac{\partial P}{\partial x} = \mu_0 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \eta_0 \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} \\ \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial P}{\partial z} = \mu_0 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \eta_0 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \end{cases} \quad (\text{II-5})$$

La deuxième équation du système montre que la pression dans le fluide est indépendante de la variable (y),  $p=p(x, z)$ .

Ces équations auxquelles s'ajoute l'équation de conservation de la masse pour un fluide incompressible ( $\rho = \text{cte}$ ) :

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{II-6})$$

Permettent de connaître formellement, et après intégration, le champ de vitesse, la pression et les contraintes de cisaillement dans le film.

La solution générale du système d'équations (II-5) s'écrit (**annexe A**) :

$$\begin{aligned} \underbrace{u(x, y, z) = A_1 + A_2 y + B_1 \text{ch}\left(\frac{y}{\ell}\right) + B_2 \text{sh}\left(\frac{y}{\ell}\right)}_{\text{Solution homogène}} + \underbrace{\frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} y^2}_{\text{Solution particulier}} \\ \underbrace{w(x, y, z) = C_1 + C_2 y + D_1 \text{ch}\left(\frac{y}{\ell}\right) + D_2 \text{sh}\left(\frac{y}{\ell}\right)}_{\text{Solution homogène}} + \underbrace{\frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial z} y^2}_{\text{Solution particulier}} \end{aligned} \quad (\text{II-7})$$

$$\text{Avec : } \ell = \sqrt{\frac{\eta}{\mu}}$$

L'identification des constantes d'intégration nécessite l'utilisation des conditions aux limites sur la vitesse (ou condition non glissement) ; en choisissant de fixer l'origine du système d'axes confondu avec la paroi 1 (figure II-4) ce qui impose à la vitesse de cette paroi, selon y d'être nulle [27].

Dans ce cas ces conditions s'écrivent :

$$\begin{aligned} \text{Pour } y=0 : u = U_1, v = 0, w = W_1, \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \text{ et } \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \\ \text{Pour } y=h : u = U_2, v = V_2, w = W_2, \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \text{ et } \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \end{aligned} \quad (\text{II-8})$$

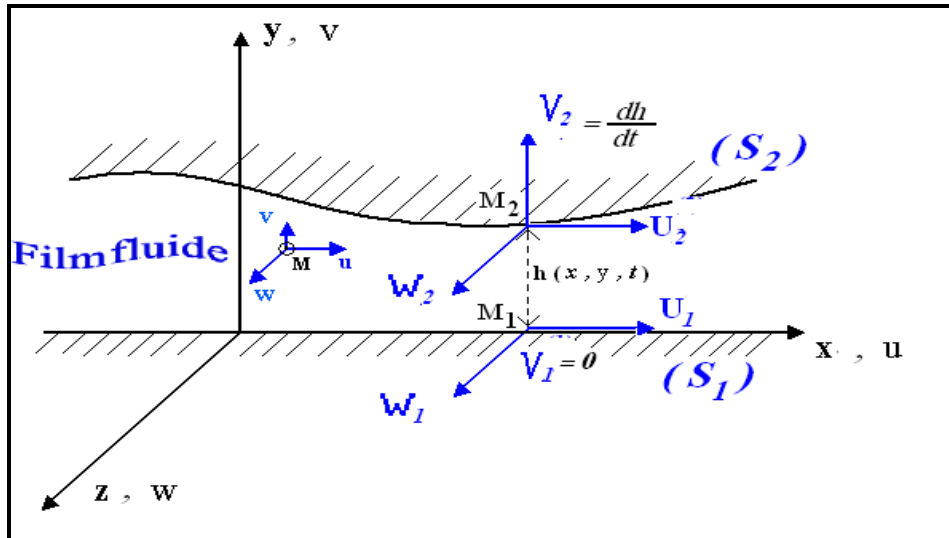


Fig. II-4. L'origine du système d'axes confondu avec la paroi 1

La théorie de Reynolds (paroi inférieure (S1) confondu avec le plan du référentiel (0, x, z)

le champ de vitesse peut être réécrit sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} u = U_1 + (U_2 - U_1) \frac{y}{h} + \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \left[ y^2 - yh + 2\ell^2 \left[ 1 - \frac{\text{ch}\left(\frac{2y-h}{2\ell}\right)}{\text{ch}\left(\frac{h}{2\ell}\right)} \right] \right] \\ w = W_1 + (W_2 - W_1) \frac{y}{h} + \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \left[ y^2 - yh + 2\ell^2 \left[ 1 - \frac{\text{ch}\left(\frac{2y-h}{2\ell}\right)}{\text{ch}\left(\frac{h}{2\ell}\right)} \right] \right] \end{array} \right. \quad (\text{II-9})$$

L'intégration de l'équation de la conservation de la masse (II-6) à travers l'épaisseur du film donne :

$$\int_0^h \frac{\partial u_i}{\partial x_i} dx_2 = 0 \quad (\text{II-10})$$

Soit en utilisant la notation classique :

$$\int_0^h \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) dy = \int_0^h \frac{\partial u}{\partial x} dy + \int_0^h \frac{\partial v}{\partial y} dy + \int_0^h \frac{\partial w}{\partial z} dy = 0 \quad (\text{II-11})$$

En utilisant la formule de Leibnitz [28], qui permet d'intervertir l'opérateur de dérivation

avec le symbole d'intégration :

$$\int_{h_1}^{h_2} \frac{\partial f(\alpha, \beta)}{\partial \alpha} d\beta = \frac{\partial}{\partial \alpha} \int_{h_1}^{h_2} f(\alpha, \beta) d\beta - f_2(\alpha, h_2(\alpha)) \frac{\partial h_2}{\partial \alpha} + f_1(\alpha, h_1(\alpha)) \frac{\partial h_1}{\partial \alpha} \quad (\text{II-12})$$

Soit :

$$\int_0^h \frac{\partial u}{\partial x} dy + \int_0^h \frac{\partial v}{\partial y} dy + \int_0^h \frac{\partial w}{\partial z} dy = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \int_0^h u dy}_{I_1} - u_2 \frac{\partial h}{\partial x} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} \int_0^h w dy}_{I_2} - w_2 \frac{\partial h}{\partial z} + v_2 = 0 \quad (\text{II-13})$$

$$I_1 = \frac{u_2 + u_1}{2} \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \left[ 1 - 12 \left( \frac{\ell}{h} \right)^2 \left[ 1 - 2 \frac{\ell}{h} \text{th} \left( \frac{h}{2\ell} \right) \right] \right] \right]$$

$$I_2 = \frac{w_2 + w_1}{2} \frac{\partial h}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \left[ 1 - 12 \left( \frac{\ell}{h} \right)^2 \left[ 1 - 2 \frac{\ell}{h} \text{th} \left( \frac{h}{2\ell} \right) \right] \right] \right]$$

En intégrant les composantes de la vitesse, selon x et z, à travers l'épaisseur du film, on obtient l'équation de Reynolds pour les films minces visqueux en coordonnées cartésiennes :

$$\int_0^h \frac{\partial u_i}{\partial x_i} dy = \frac{u_2 + u_1}{2} \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{1}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial x} h^3 \left[ 1 - 12 \left( \frac{\ell}{h} \right)^2 \left[ 1 - 2 \frac{\ell}{h} \text{th} \left( \frac{h}{2\ell} \right) \right] \right] \right] - u_2 \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{w_2 + w_1}{2} \frac{\partial h}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{1}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial z} h^3 \left[ 1 - 12 \left( \frac{\ell}{h} \right)^2 \left[ 1 - 2 \frac{\ell}{h} \text{th} \left( \frac{h}{2\ell} \right) \right] \right] \right] - w_2 \frac{\partial h}{\partial z} + v_2 = 0 \quad (\text{II-14})$$

Ou encore :

$$\int_0^h \frac{\partial u_i}{\partial x_i} dy = \frac{U_1 + U_2}{2} \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{G(\ell, h)}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right] + \frac{W_1 - W_2}{2} \frac{\partial h}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{G(\ell, h)}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \right] + v_2 = 0$$

$$\text{Avec : } v_2 = \frac{Dh(x, y, z)}{Dt} = \frac{\partial h}{\partial t} + u_2 \frac{\partial h}{\partial x} + w_2 \frac{\partial h}{\partial z} \quad (\text{II-15})$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{G(\ell, h)}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{G(\ell, h)}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \right] = \frac{(U_1 + U_2)}{2} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{(W_1 + W_2)}{2} \frac{\partial h}{\partial z} + \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{II-16})$$

Et sous la forme vectorielle :

$$\vec{\nabla} \cdot (G(\ell, h) \vec{\nabla} P) = 6\mu \vec{\nabla} \cdot (h \vec{U}) + 12\mu \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{II-17})$$

$$\text{Où, } \vec{U} = \begin{pmatrix} U_1 + U_2 \\ W_1 + W_2 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{\nabla} P = \begin{pmatrix} \frac{\partial P}{\partial x} \\ \frac{\partial P}{\partial z} \end{pmatrix}$$

$\vec{\nabla}$  étant l'opérateur différentiel nabla

Dans le cas de butées hydrodynamiques où seul le grain mobile (paroi 1) est en mouvement  $U_2 = 0$  et la géométrie du film, pour notre cas, varie avec x, et si, on néglige le terme transitoire, l'équation de Reynolds se réduit à :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{G(\ell, h)}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{G(\ell, h)}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \right) = \frac{U_1}{2} \frac{\partial h}{\partial x} \quad (\text{II-18})$$

$$\text{Avec : } G(\ell, h) = h^3 \left[ 1 - 12 \left( \frac{\ell}{h} \right)^2 \left[ 1 - 2 \left( \frac{\ell}{h} \right) \text{th} \left( \frac{h}{2\ell} \right) \right] \right] = h^3 - 12\ell^2 h + 24\ell^3 \text{th} \left( \frac{h}{2\ell} \right) \quad (\text{II-19})$$

et,  $U_1 = \omega r$

L'équation (II-18) c'est l'équation de Reynolds modifiée pour un fluide avec couples de contraintes ou fluide polaire (non newtonien).

Avec :

$P(x, y, z)$  : pression dans le film ;

$h(x, y, z)$  : épaisseur du film ;

$\mu$  : constante de viscosité du fluide ;

$\ell$  : paramètre de couple de contraintes ;

Les hypothèses formulées pour la mise en place de l'équation de Reynolds modifiée dans le cas d'un film mince visqueux sont :

- Le milieu est continu : l'équation de Reynolds n'applique pas dans les zones où il y a rupture du film
- l'écoulement est laminaire
- les forces de volume et les couples de volume sont négligeables
- les forces d'inertie dans le fluide sont négligeables devant les forces de viscosité et de pression : cela est vérifié dans le cas des films minces tant que l'écoulement est laminaire
- il n'y a pas de glissement entre le fluide et les parois du contact, ainsi sur les parois, la vitesse du fluide est égale à celle des parois
- la courbure générale du film est négligée, on peut démontrer qu'en film mince, dans un palier par exemple, l'effet de courbure est du second ordre
- la vitesse d'une des parois du contact est toujours tangente à cette paroi, ce qui permet de placer le système d'axe (o, x, z) sur la paroi ( $S_1$ ) ou  $h_1 = 0$  et  $h_2 = h(x, z, t)$  (figure II-4). Cette hypothèse exclut l'emploi de l'équation de Reynolds pour l'étude des contacts rugueux ou comportant des défauts de forme
- les surfaces formant le contact sont supposées lisses et indéformable
- la viscosité du fluide ne varie pas selon l'épaisseur du contact
- la masse volumique du fluide est constante, ce qui est en lubrification hydrodynamique, est pratiquement le cas pour tous les liquides.
- l'épaisseur du film est très faible devant la largeur du contact, le rapport entre ces grandeurs doit être de l'ordre de  $10^{-3}$  c'est l'hypothèse fondamentale de la lubrification hydrodynamique. Si cette hypothèse n'est pas vérifiée l'équation de Reynolds ne peut s'appliquer.

## 6. CALCUL DES PERFORMANCES STATIQUES DES BUTÉES

### 6.1. Champ de pression dans le film

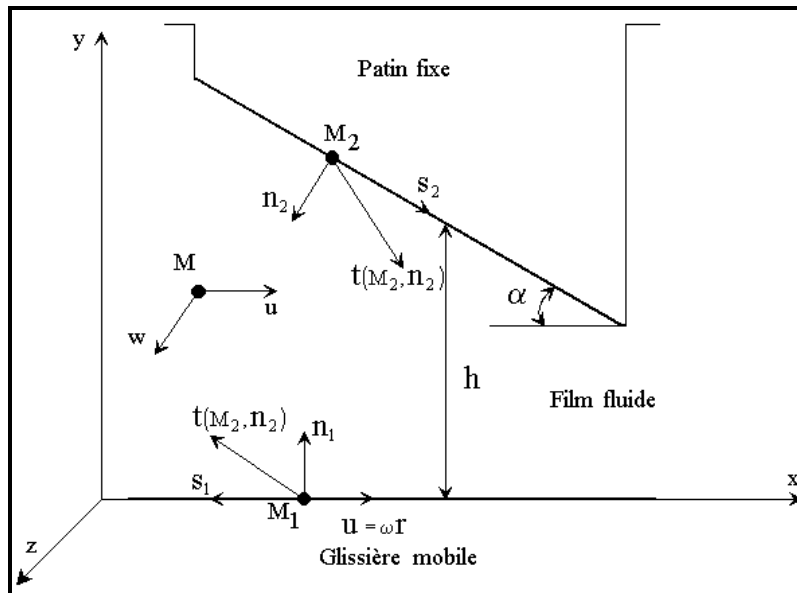
Le champ de pression hydrostatique et hydrodynamique est obtenu à partir de l'intégration de l'équation de Reynolds modifiée (II-18) en satisfaisant les différentes conditions aux limites liées à l'alimentation, à l'écoulement du fluide lubrifiant dans les butées et à l'environnement dans lequel fonctionne le système. La connaissance du champ de pression permettra de déduire aisément les différentes caractéristiques du contact tels que la portance, les débits de fuite, la puissance dissipée.

### 6.2. Action du fluide sur les surfaces des butées

L'action de contact ( $\vec{\sigma}$ ), appelée habituellement le vecteur contraint exercé en un point M de la paroi, dépend uniquement du tenseur des contraintes en ce point et du vecteur normal ( $\vec{n}$ ) :

$$\vec{\sigma}(M, \vec{n}) = \sum_{i=1}^3 \sigma_i \vec{x}_i = \sum_{i=1}^3 \sigma_{ji} n_j \vec{x}_i \quad (\text{II-20})$$

Si ( $n_j$ ) représentent les composantes du vecteur normal en M orienté de la surface vers le fluide (normale extérieure).



**Fig. II-5: Action du fluide sur les parois d'une butée hydrodynamique**

Aux parois du contact, le fluide lubrifiant se comporte comme un fluide newtonien, car les couples de contraintes sont nuls aux parois [29], la matrice représentative du tenseur des contraintes s'écrit alors:

$$[\sigma_p] = \begin{bmatrix} -p & \mu \frac{\partial u}{\partial y} & 0 \\ \mu \frac{\partial u}{\partial y} & -p & \mu \frac{\partial w}{\partial y} \\ 0 & \mu \frac{\partial w}{\partial y} & -p \end{bmatrix} \quad (\text{II-21})$$

Les éléments de réduction en un point C quelconque du torseur des actions de contact du fluide sur la surface S du contact seront donc:

$$\text{Résultante : } \mathbf{R} = \iint_S \sigma dS = \iint_S [\sigma_p] \{\mathbf{n}\} dS \quad (\text{II-22})$$

$$\text{Moment en C : } \mathbf{M}(C) = \iint_S \mathbf{CM} \times \sigma dS$$

Dans le repère (x, y, z) (figure II-5), les cosinus directeurs de la normale sont:

$$\{\mathbf{n}\} = \begin{Bmatrix} -\sin \alpha \\ -\cos \alpha \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{II-23})$$

$$\text{Soit : } [\sigma_p] \{\mathbf{n}\} = \begin{Bmatrix} p \sin \alpha - \cos \alpha \mu \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0,h} \\ -\mu \sin \alpha \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0,h} + p \cos \alpha \\ -\cos \alpha \mu \frac{\partial w}{\partial y} \Big|_{y=0,h} \end{Bmatrix} \quad (\text{II-24})$$

L'angle d'incidence  $y = 0$ , h étant petit, on peut écrire :  $\cos \alpha \approx 1$ ,  $\sin \alpha \approx \text{tg} \alpha \approx \alpha$  avec

$$\text{tg} \alpha = \frac{\partial h}{\partial x}$$

Par conséquent, les composantes de la résultante  $\mathbf{R}$  se réduisent à:

$$\mathbf{R} = \iint_S \begin{Bmatrix} -\mu \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0,h} \\ p \\ -\mu \frac{\partial w}{\partial y} \Big|_{y=0,h} \end{Bmatrix} dS \quad (\text{II-25})$$

La première et la troisième composante du vecteur  $\mathbf{R}$  représentent respectivement les forces de frottement exercées par le fluide sur les parois selon  $x$  et  $z$ , tandis que la deuxième composante  $\iint_S P dS$  représente la portance hydrodynamique du système.

### 6.3. Vitesses moyennes de l'écoulement

Les vitesses moyennes de l'écoulement se calculent en coordonnées cartésiennes par :

$$\left\{ \begin{array}{l} u_m = \frac{1}{h} \int_0^h u(y) dy = \frac{1}{h} \int_0^h \left[ \frac{h-y}{h} U_1 + \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \left[ y^2 - yh + 2\ell^2 \left( 1 - \frac{\operatorname{ch}\left(\frac{2y-h}{2\ell}\right)}{\operatorname{ch}\left(\frac{h}{2\ell}\right)} \right) \right] \right] dy \\ w_m = \frac{1}{h} \int_0^h w(y) dy = \frac{1}{h} \int_0^h \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \left[ y^2 - yh + 2\ell^2 \left( 1 - \frac{\operatorname{ch}\left(\frac{2y-h}{2\ell}\right)}{\operatorname{ch}\left(\frac{h}{2\ell}\right)} \right) \right] dy \end{array} \right. \quad (\text{II-26})$$

Après intégration:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_m = \frac{U_1}{2} - \frac{h^2}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \left[ 1 - 12 \frac{\ell^2}{h^2} \left( 1 - 2 \frac{\ell}{h} \operatorname{th}\left(\frac{h}{2\ell}\right) \right) \right] = \frac{U_1}{2} - \frac{G(\ell, h)}{12\mu h} \frac{\partial p}{\partial x} \\ w_m = -\frac{h^2}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \left[ 1 - 12 \frac{\ell^2}{h^2} \left( 1 - 2 \frac{\ell}{h} \operatorname{th}\left(\frac{h}{2\ell}\right) \right) \right] = -\frac{G(\ell, h)}{12\mu h} \frac{\partial p}{\partial z} \end{array} \right. \quad (\text{II-27})$$

### 6.4. Débits de fuite

Les débits suivant  $x$  et  $z$  se calculent par intégration du champ de vitesse de l'écoulement  $u$  et  $w$  (figure II-6) :

$$Q_x = \iint_{S \perp x} u dS \quad (\text{II-28})$$

$$Q_z = \iint_{S \perp z} w dS \quad (\text{II-29})$$

Les expressions de  $u$  et de  $w$  sont données par les équations (II-9). Les débits selon  $\bar{x}$  et  $\bar{z}$ , dans le cas de butée de forme rectangulaire, peuvent être calculés en utilisant les expressions des vitesses moyennes par :

$$Q_x = \int_0^L u_m h dz = h \int_0^L u_m dz = \int_0^L \frac{U_1}{2} dz - \int_0^L \frac{G(\ell, h)}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} dz \quad (\text{II-30})$$

De même:

$$Q_z = \int_0^B w_m dx = - \int_0^B \frac{G(\ell, h)}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial z} dx \quad (\text{II-31})$$

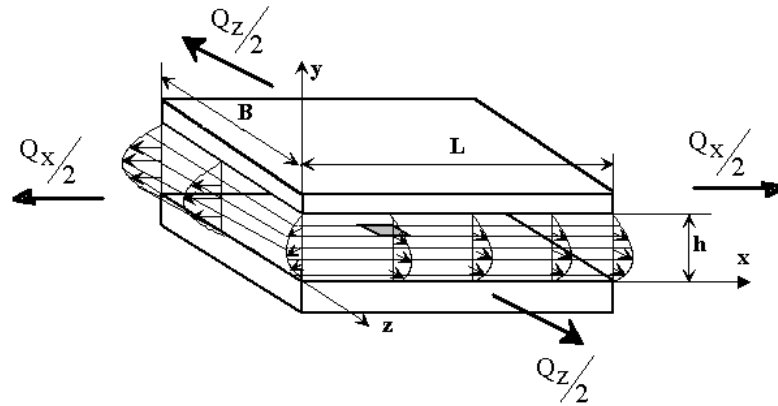


Fig. II-6 : Débits de fuite

### 6.5. Puissance dissipée

L'intégration de la fonction de dissipation visqueuse ( $\Phi$ ) permet de calculer la puissance dissipée due au cisaillement du fluide :

$$P = \iiint_V \Phi dV \quad (\text{II-32})$$

Avec :

$$\Phi = \sigma : \nabla u = (\sigma_{(ij)} + \sigma_{[ij]}) : (D_{ij} + W_{ij}) = \sigma_{(ij)} D_{ij} + \sigma_{[ij]} W_{ij} \quad (\text{II-33})$$

$$\Phi = \frac{\mu}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2 - p \frac{\partial u_i}{\partial x_i} - \eta \left[ \frac{\partial^2}{\partial x_r^2} \left( e_{kmn} \frac{\partial u_n}{\partial x_m} \right) \right] \left( e_{kij} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{II-34})$$

Dans le cas d'un écoulement de film mince, les gradients de vitesse sont négligeable devant  $\partial u/\partial y$  et  $\partial w/\partial y$ . L'équation (II-34) se réduit à [29] :

$$\Phi = \mu \left\{ \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] - \ell^2 \left( \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} \right) \right\} \quad (\text{II-35})$$

Qui peut s'écrire aussi :

$$\Phi = \mu \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] - \eta \left( \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} \right) \quad (\text{II-36})$$

Après intégration à travers l'épaisseur du film, la puissance dissipée s'écrit :

$$P = \int_0^L \int_0^1 \left\{ \mu \frac{U_1^2}{h} + \frac{G(\ell, h)}{12\mu} \left[ \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial p}{\partial z} \right)^2 \right] \right\} dx dz \quad (\text{II-37})$$



Pour un fluide newtonien ( $\ell=0$ ). L'équation (II-37) prend la forme :

$$P = \int_0^L \int_0^1 \left\{ \mu \frac{U_1^2}{h} + \frac{h^3}{12\mu} \left[ \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial p}{\partial z} \right)^2 \right] \right\} dx dz \quad (\text{II-38})$$

$$P = \int_0^L \int_0^B \left\{ \underbrace{\mu \frac{U_1^2}{h}}_{I_1} + \underbrace{\frac{h^3}{12\mu} \left[ \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial p}{\partial z} \right)^2 \right]}_{I_2} \right\} dx dz \quad (\text{II-39})$$

Où,  $I_1$  : terme de Poiseuille et  $I_2$  : terme de Couette.

## 7. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons présenté une étude bibliographique sur les différentes classes de lubrifiant et leurs fonctions essentielles, et nous avons donné aussi une idée sur les différents additifs et leurs rôles qui sont l'amélioration des performances des produits de base utilisés dans la lubrification. Il ressort de cette étude bibliographique que les fluides peuvent être classés en deux grandes catégories :

- Fluides newtoniens pour lesquels le taux de cisaillement est directement proportionnel à la contrainte de cisaillement (la viscosité dynamique  $\mu$  est constante)
- Fluides non newtoniens pour lesquels la relation entre la contrainte de cisaillement et le taux de cisaillement est non linéaire.

La dérivation de l'équation de Reynolds modifiée a nécessité l'emploi de plusieurs hypothèses simplificatrices.

Enfin, nous avons formulé les principales caractéristiques statiques des butées fluides, à savoir la portance, les vitesses moyennes, le débit de fuite et la puissance dissipée.

*- Chapitre Trois :*

*Etude bibliographie sur les butées  
hydrodynamiques et équation de  
Reynolds dans le cas d'une butée à  
patin inclinée*

## 1. INTRODUCTION

Dans ce chapitre, nous allons présenter d'une part les différents types des butées hydrodynamiques qui sont utilisées pour le guidage axial des lignes d'arbres en rotation des grandes unités modernes comme par exemple les grandes turbines à axe vertical et les centrales électriques et d'autre par l'équation de Reynolds dans le cas *Patin hydrodynamique à coin d'huile*.

## 2. BUTEES HYDRODYNAMIQUES

Le mécanisme de lubrification hydrodynamique est relativement simple à atteindre dans les paliers radiaux seulement en fournissant un jeu radial, du moment que l'arbre est placé excentriquement sous charge, ceci donne la zone de convergence du film. Dans les butées axiales un film convergent est difficile à générer, parce qu'une géométrie entièrement plane n'est pas aussi efficace; donc, la butée doit être divisée en secteurs (patins) ayant une capacité de charge (portance). La **figure III-1** donne la géométrie d'une butée à géométrie fixe. Les rainures radiales séparent les patins adjacents et assurent l'entrée et la sortie du flux lubrifiant de chaque secteur.

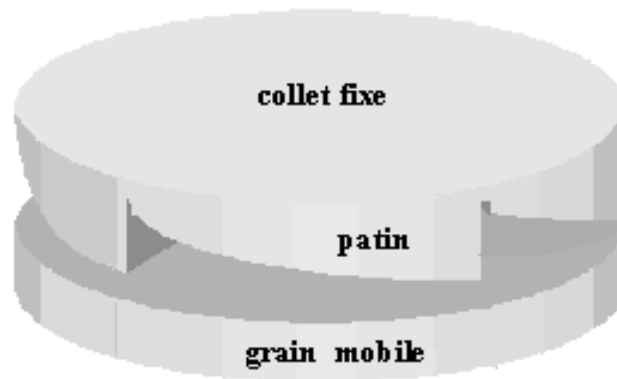
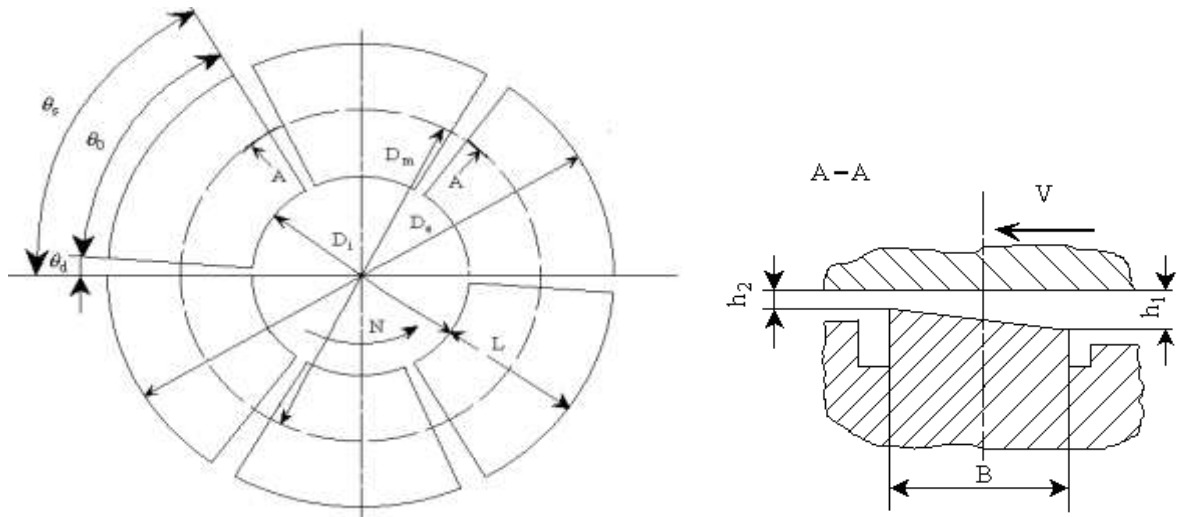


Fig. III-1. *Butée à patins fixes*

### 2.1. Patins rectangulaires plans fixes

Une hypothèse idéale utile est que la charge d'une butée axiale est distribuée uniformément sur tous les patins. Donc, la charge d'un patin est obtenue en divisant la charge totale par le nombre de patins. Chaque patin a la forme d'un secteur circulaire, comme le montre la figure (III-2 ou III-3).



**Fig. III-2. Schéma d'une butée hydrodynamique à géométrie fixe ; notations**

Une seconde hypothèse simplificatrice peut être formulée, à savoir le remplacement de l'actuel secteur circulaire par un secteur rectangulaire (**figure III-2**).

Les données de conception peuvent, donc, être présentées sous une forme générale et pour une utilisation générale. Evidemment, le remplacement du patin circulaire par le patin rectangulaire conduit à commettre des erreurs; cependant, elles sont petites et, donc, acceptables, à l'exception des géométries spéciales (butées ayant un grand rapport  $D_e/D_i$  et/ou incluant un petit nombre de patins).

### 2.1.1. Caractéristiques géométriques

Les données géométriques pour une butée axiale (**figure III-3 et III-4**) sont :

- Diamètre extérieur :  $D_e$ ;
- Diamètre intérieur :  $D_i$ ;
- Rayon moyen du patin :  $R_m = \frac{D_e + D_i}{4}$  ;
- Largeur du patin équivalent :  $L = \frac{D_e - D_i}{2}$  ;
- Angle du patin (incluant la rainure radiale) :  $\theta_s$  ;
- Angle effectif du patin (*amplitude angulaire du patin*) :  $\theta_0$  ;
- Angle de la rainure entre 2 patins adjacents :  $\theta_d$  ;
- Longueur du patin équivalent (longueur de l'arc du secteur à la position de rayon moyen  $R_m$ ) :  $B = R_m \theta_0$  ;
- Nombre de patins :  $n_s$  ;
  - Le film lubrifiant est défini par :
- Epaisseur d'entrée du film hydrodynamique :  $h_1$  ;
- Epaisseur de sortie, qui est aussi l'épaisseur minimale du film :  $h_2$ .

**Chapitre trois : Etude bibliographie sur les butées hydrodynamiques et équation de Reynolds dans le cas d'une butée à patin inclinée**

- Les rapports géométriques caractéristiques sont :
  - Le rapport de la forme du patin :  $\frac{L}{B}$  ;
  - Le rapport de l'épaisseur du film :  $\frac{h_1}{h_2}$  ;

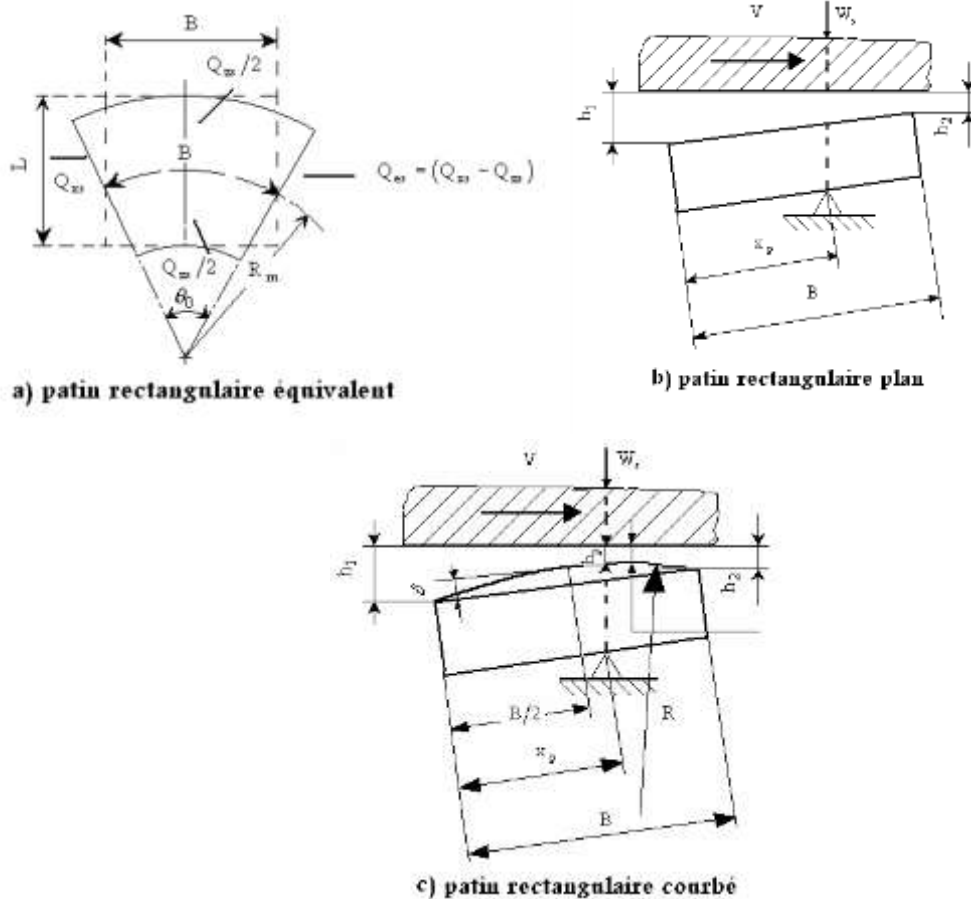


Fig. III-3. Paramètres géométriques pour un patin rectangulaire équivalent

### 2.1.2. Caractéristiques cinématiques

- Vitesse angulaire du membre tournant :  $\omega$ (rd/s) ;
- Nombre de tours par minute :  $n = \frac{30\omega}{\pi}$  (rpm) ;
- Nombre de tours par seconde :  $N = \frac{\omega}{2\pi}$  (tr/s) ;
- Vitesse tangentielle pour un patin équivalent (*vitesse de rotation au rayon moyen*) :  $V = 2\pi NR_m = \pi ND_m$  (m/s).

### 2.1.3. Caractéristiques de fonctionnement

Dans le but d'obtenir les caractéristiques de fonctionnement pour la butée entière, les caractéristiques de fonctionnement d'un patin individuel doivent être multipliées par

le nombre de patins  $n_s$ . Les caractéristiques de fonctionnement essentielles d'un patin sont :

- Charge d'un patin individuel :  $W_s$  ;
- Force de frottement :  $F_s$  ;
- Débit d'entrée :  $Q_{xs}$  ;
- Débit de fuite radiale :  $Q_{zs}$  ;
- Débit de sortie dans la direction circonférentielle (longitudinale) :  $Q_{es} = (Q_{xs} - Q_{zs})$ .
  - Les coefficients sans dimension essentiels d'un patin individuel sont définis comme suit :

- Nombre de Sommerfeld :  $S_s = \frac{\mu V L B^2}{W_s h_2^2}$  (III-1)

- Force de frottement sans dimension :  $\tilde{F}_s = \frac{F_s h_2}{\mu V L B}$  (III-2)

- Débit d'entrée sans dimension :  $\tilde{Q}_{xs} = \frac{Q_{xs}}{V L h_2}$  (III-3)

- Débit de fuite radiale sans dimension :  $\tilde{Q}_{zs} = \frac{Q_{zs}}{V L h_2}$  (III-4)

Les valeurs numériques des paramètres sans dimension susmentionnés pour différents rapports  $L/B$  et  $h_1/h_2$  peuvent être consultés dans la référence [31]. On peut trouver, en examinant ces valeurs, qu'une valeur optimale pour le rapport  $h_1/h_2$  existe, conduisant à une capacité de charge maximale quand l'épaisseur minimale du film est laissée constante. Le rapport optimal est légèrement dépendant du rapport de forme du patin, l'ordre de grandeur de ce rapport d'épaisseur de film est proche de 2.

## 2.2. Glissière plane rectangulaire à pivot

Les patins oscillant autour d'un point ou d'un axe peuvent conduire à un meilleur fonctionnement du système, puisqu'ils peuvent s'adapter facilement au changement de conditions de fonctionnement (*charge et vitesse*) ainsi qu'aux défauts de mésalignement et des déformations élastiques et thermo élastiques. Les données géométriques additionnelles sont :

- Position du pivot :  $x_p$  (position du point oscillant par rapport au bord d'entrée) montrée en (figure III-3.b) ;
- Epaisseur du film à la position du pivot :  $h_p$ .
  - Les rapports sans dimension correspondants sont :

- Le rapport de position :  $\frac{x_p}{B}$ ;

- Le rapport de l'épaisseur du film :  $\frac{h_p}{h_2}$ .

- Notons que pour un fonctionnement satisfaisant, il est nécessaire de satisfaire la condition :

$$0.5 < \frac{x_p}{B} < 1 \quad (\text{III-5})$$

En plus des caractéristiques sans dimension du patin définies précédemment (III-1) à (III-4), un autre ensemble de paramètres peut être défini par rapport à l'épaisseur du film  $h_p$  calculée au pivot où la charge du patin est localisée; à savoir :

- Nombre de Sommerfeld :  $S_{sp} = \frac{\mu V L B^2}{W_s h_p^2}$  (III-6)

- Force de frottement sans dimension :  $\tilde{F}_{sp} = \frac{F_s h_p}{\mu V L B}$  (III-7)

- Débit d'entrée sans dimension :  $\tilde{Q}_{xsp} = \frac{Q_{xs}}{V L h_p}$  (III-8)

- Débit de fuite radiale sans dimension :  $\tilde{Q}_{zsp} = \frac{Q_{zs}}{V L h_p}$  (III-9)

Les valeurs numériques pour les paramètres sans dimension  $x_p/B$  et  $h_p/h_2$ , ainsi que ceux définis par les équations (III-1) à (III-4) sont aussi données dans la même référence [31]. Notons que les caractéristiques de fonctionnement pour un patin rectangulaire oscillant et pour un patin plan rectangulaire à pente fixe sont identiques si la charge passe par la position du pivot.

### 2.3. Patin rectangulaire courbe pivotant

Une glissière plane doit avoir une position non symétrique du pivot pour être en mesure de fonctionner; c'est à dire,  $0.5 < (x_p/B) < 1$ . Cette condition rend impossible le fonctionnement d'une butée axiale dans les deux sens de rotation. La possibilité de fonctionnement dans les deux sens de rotation (cas des arbres d'hélices de bateaux) peut être atteinte seulement quand  $x_p/B = 0.5$ . Pour une glissière plane non déformable:  $W_s \rightarrow 0$  pour  $x_p/B = 0.5$ , alors aucun film ne peut être généré ni maintenu. En effet, beaucoup de butées axiales constituées de patins rectangulaires équivalents dont le

rapport  $x_p/B = 0.5$  peuvent générer un film fluide, car la géométrie idéale ne peut être maintenue durant le fonctionnement.

Les facteurs essentiels additionnels impliqués, permettant à l'effet hydrodynamique de s'établir, sont les déformations thermo élastiques du patin chargé. Il en résulte que le patin initialement plan devient courbe permettant à un film convergent divergent de se développer entre les deux surfaces lubrifiées. Un tel patin doit, évidemment, voir ses performances diminuer, par exemple; une capacité de charge égale à 40% de celle du patin déterminé pour la position optimale.

La deuxième amélioration pour assurer la réversibilité, mais avec de meilleures performances est d'utiliser un patin courbe, comme celui montré en figure III-3.c, ce type de patin est parfois appelé : ***lenticulaire***.

Les caractéristiques des patins rectangulaires courbés cylindriquement sont très proches de celles des patins plans fonctionnant à la position  $x_p/B$  appropriée pour la même valeur d'épaisseur minimale du film. Les débits dans les deux sens sont plus grands pour le patin courbe.

Il est à noter que le patin courbé cylindriquement doit être placé en prenant en compte la direction de la vitesse tangentielle (figure. III-3.c). En effet, quand la convexité est placée dans la direction perpendiculaire à la vitesse (c'est à dire; suivant l'axe z), l'effet de courbure n'est pas favorable à la formation du film. Un effet négatif est produit par une courbure négative dans toute direction. Les patins courbés sphériquement (double courbure) ont des performances moindres comparées à ceux courbés cylindriquement.

### **2.3.1. Caractéristiques géométriques**

En plus des données géométriques définies pour les glissières planes, les patins lenticulaires sont caractérisés par :

- Rayon de courbure : **R** (*patin courbe cylindriquement*);
- Déflexion à la demi- longueur B du patin :  **$\delta$** .

Le film lubrifiant assure une forme convergente divergente ; donc, l'épaisseur minimale du film  $h_{\min}$  ne coïncide plus avec l'épaisseur à la sortie  $h_2$ . Les nouvelles données sans dimension sont :

$$\delta / h_{\min}, \delta / h_2, h_{\min} / h_2.$$



### 2.3.2. Caractéristiques de fonctionnement

Les caractéristiques principales de fonctionnement du patin peuvent être définies d'une manière similaire à celles du patin plan, avec la seule différence que, naturellement, l'épaisseur  $h_2$  est remplacée par  $h_{\min}$ . Les données géométriques et les caractéristiques principales de fonctionnement pour les patins courbés cylindriquement sont données dans la référence [31].

### 2.4. Butées axiales avec patins plans fixes

Une analyse plus précise requiert la considération de la forme réelle du secteur du patin (c'est-à-dire sans remplacer le patin réel par un patin rectangulaire équivalent).

#### 2.4.1. Caractéristiques géométriques

Les paramètres géométriques sont ceux définis en paragraphe 2.1, à savoir :  $n_s$  nombre de patins,  $\theta_s$  angle du patin,  $D_e/D_i$  rapport du diamètre extérieur à celui

intérieur:  $m = \frac{h_1 - h_2}{B}$  pente de la surface du patin.

#### 4.2. Caractéristiques de fonctionnement

Les coefficients sans dimension pour la butée totale peuvent être définis de la même manière que pour les patins équivalents individuels, à savoir pour la charge totale  $W$ , perte de puissance par frottement  $H_f$ , débit d'entrée  $Q_x$  et débit radial  $Q_z$ . Donc, les coefficients sans dimension suivants peuvent être utilisés

- Nombre de Sommerfeld:  $S_m = \frac{\mu D_i^2 V}{W m^2}$  (III-10)

- Coefficient de dissipation sans dimension :  $\tilde{H}_f = \frac{H_f}{m D_i N W}$  (III-11)

- Débit à l'entrée sans dimension :  $\tilde{Q}_x = \frac{Q_x}{m D_i^3 N}$  (III-12)

- Débit radial de fuite sans dimension :  $\tilde{Q}_z = \frac{Q_z}{m D_i^3 N}$  (III-13)

### 2.5. Butées axiales à poches

La figure III-4 donne la géométrie de ce type particulier de butée qui est différente de celle des butées à patins échelon. Les poches avec un angle au centre  $\theta_b$  joue le rôle d'un réservoir accumulant la pression. La distribution de la pression est montrée sur (fig. III-4.c). Par comparaison aux butées hydrodynamiques standards, cette butée conduit à de faibles pertes de puissance à des vitesses élevées.

### 2.5.1. Caractéristiques géométriques

Les diamètres  $D_e$ ,  $D_i$ ,  $D_m$  ont la même signification que précédemment ainsi que les angles  $\theta$ ,  $\theta_0$  et  $\theta_d$ . Les données géométriques additionnelles sont :

- La largeur de la portée  $b$ ; il est recommandé :  $b \approx 0,05 (D_e - D_i)$  (III-14)
- L'angle au centre de la poche,  $\theta_b$ ;
- L'angle au centre de la portée,  $\theta_p$ .

- Les épaisseurs de films  $h_1$  et  $h_2$  ont le même sens qu'avant, c'est-à-dire épaisseur maximale et minimale du film fluide.

- La profondeur de la portée :  $h_p = h_1 - h_2$  (III-15)

- La profondeur de la poche :  $h_b$  qui est plus grande que  $h_p$ :  $h_b \gg h_p$  (III-16)

### 2.5.2. Caractéristiques de fonctionnement

Les performances de fonctionnement sans dimension sont définies d'une manière similaire à celles des butées à géométrie fixe, c'est à dire les formules III-1 à III-4 restent valides.

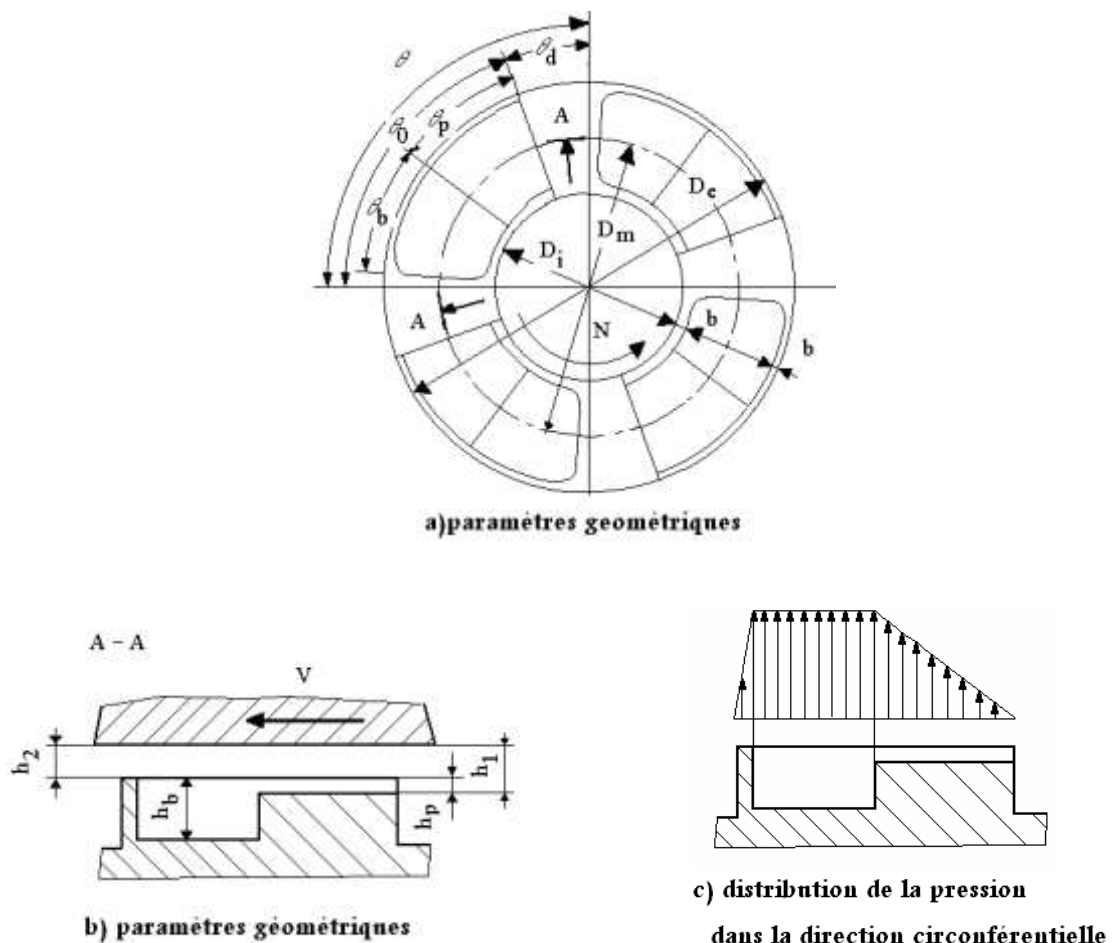
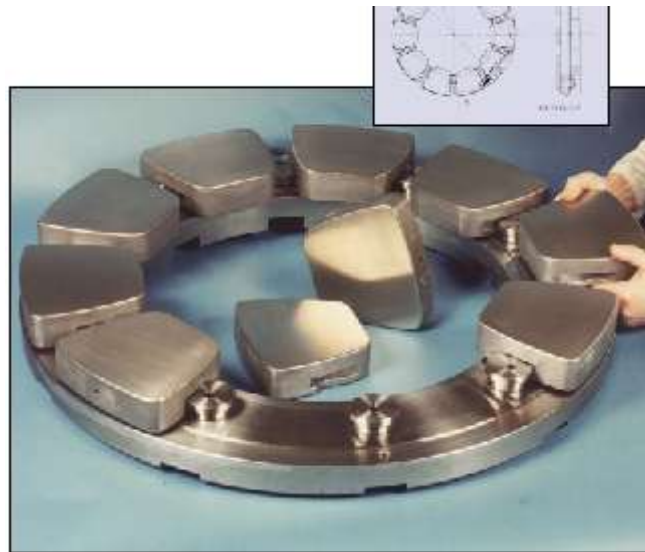


Fig. III-4. Butée axiale à poche

## 2.6. Butées axiales à patins oscillants

Les butées axiales (figure III-5) à patins oscillants sont largement utilisées, beaucoup plus que les paliers radiaux à patins oscillants. La gamme des applications s'étend des dimensions modérées aux grandes. L'analyse, pour un grand nombre de patins  $n_s$ , peut être réalisée d'une façon satisfaisante en usant des données dans les paragraphes précédentes. Quand le nombre de patins est relativement petit et/ou le rapport des diamètres est grand, dans ce cas une analyse numérique directe, en prenant en compte la géométrie réelle des patins, est plus appropriée. Comme pour d'autres exemples précédents il n'y a pas de méthode générale d'analyse qui peut être présentée dans ce dernier cas. Donc, une conception basée sur des diagrammes où tableaux peut être réalisée seulement quand chaque patin est remplacé par un patin rectangulaire équivalent. Chaque patin peut être plan où courbe (cylindriquement ou sphériquement).



**Fig. III-5. Photographie d'une butée à patins oscillants**

Un des points clés de la conception est la sélection rationnelle du rapport de forme du patin  $L/B$  et du nombre de patins  $n_s$ . Les recommandations précédentes pour les butées à géométrie fixe restent valables, en plus, il est recommandé d'augmenter le nombre de patins quand de grandes valeurs du rapport de forme du patin  $L/B$  sont choisies. Les valeurs généralement admises pour le rapport  $L/B$  sont diamètre de l'arbre  $D_a$  nombre de patins  $n_s$  et largeur de patin  $L$  est illustrée en référence [31].

### 3. EQUATION DE REYNOLDS DANS LE CAS D'UNE BUTEE HYDRODYNAMIQUE A COIN D'HUILE

Considérons une surface mobile (1) animée d'une vitesse linéaire  $U$ , se déplaçant devant une pièce fixe (2) comportant une surface inclinée d'un angle  $(\alpha)$  par rapport à la surface (1), les deux surfaces sont séparées par un film d'huile caractérisé par une viscosité absolue  $(\mu)$ , une constante physique responsable des couples de contrainte  $\eta$  et une densité  $(\rho)$  (figure III-6) :

L'équation géométrique du film d'huile dans le cas d'une butée hydrodynamique à coin d'huile lisse est donnée par l'expression suivante [31]:

$$h_0(x) = h_2 + (L - x) \operatorname{tg}(\beta) \quad (\text{III-17})$$

Avec,  $\operatorname{tg}(\beta) = \frac{h_1 - h_2}{L}$

$h_2$  : épaisseur minimale (*de sortie*) du film ;

$h_1$  : épaisseur maximale (*d'entrée*) du film ;

$L$  : longueur du patin suivant la direction  $ox$  ;

$\beta$  : angle d'incidence du patin.

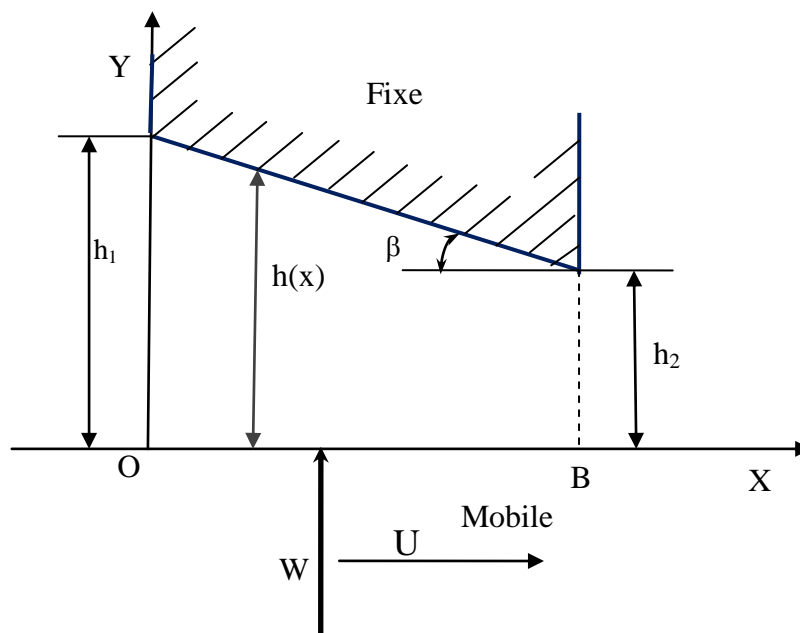


Fig. III-6. Schématisation d'un patin incliné plan.

La prise en considération de la rugosité de la surface supérieure du patin (fig. III-6) conduit à la modification de la géométrie locale du film, l'équation géométrique du film devient [32] :

$$h = h_0 + h_r \quad (\text{III-18})$$

Avec ;

$h_0$  est l'épaisseur du film sans rugosité (Eq-III-17)

$h_r$  est une fonction périodique qui peut prendre selon la forme des rugosités une expression mathématique.

Généralement, trois formes de rugosités sont considérées [32], dans notre cas, on s'intéresse qu'à la rugosité transversale dans le cas d'un patin hydrodynamique à coin d'huile rugueux [32] :

$$h_r = \alpha \sin\left(\frac{2\pi n_p x}{L}\right) \quad (\text{III-19})$$

Avec ;

$L$  : longueur de contact ;

$\alpha$  : amplitude de la rugosité ;

$n_p$  : nombre de rugosité ou de périodes.

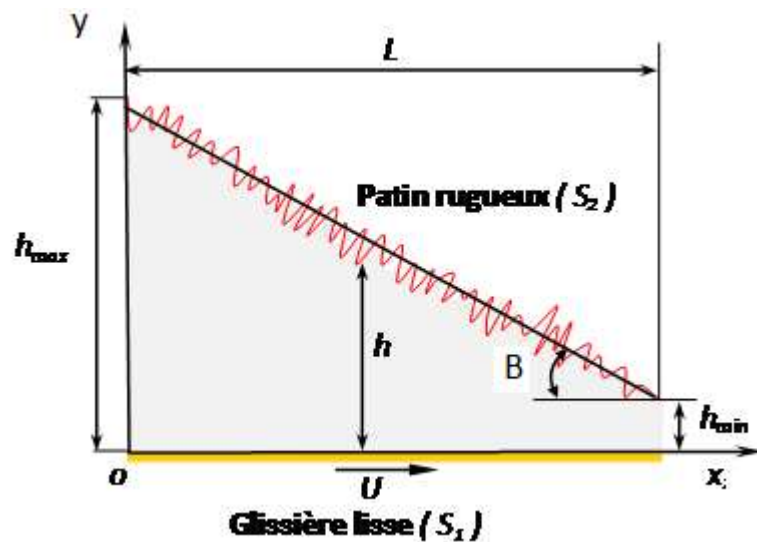


Fig. III-7. Patin hydrodynamique à coin d'huile

En introduisant les conditions de non glissement sur les parois suivantes :

Sur la paroi (1) :

$$\text{Pour } y = 0, \quad U_1 = U, \quad W_1 = V_1 = 0$$

Sur la paroi (2) :

$$\text{Pour } y = h, \quad U_2 = V_2 = W_2 = 0$$

L'équation de Reynolds (Eq-II-16), en régime permanent devient :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{G(\ell, h)}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{G(\ell, h)}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \right) = \frac{U_1}{2} \frac{\partial h}{\partial x} \quad (\text{III-21})$$

Dans le cas d'un fluide iso-visqueux ( $\mu = \text{cte}$ ) et ( $U_1 = U = \text{cte}$ ), l'équation de Reynolds prend la forme suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( G(\ell, h) \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( G(\ell, h) \frac{\partial P}{\partial z} \right) = 6\mu U \frac{\partial h}{\partial x} \quad (\text{III-22})$$

$$\text{Avec, } G(\ell, h) = h^3 - 12\ell^2 h + 24\ell^3 \text{th} \left( \frac{h}{2\ell} \right)$$

Pour les traitements numériques, il convient d'écrire l'équation de Reynolds modifiée en variables sans dimension. Pour cela, on pose :

$$\tilde{x} = \frac{x}{L}, \quad \tilde{z} = \frac{z}{B}, \quad \tilde{\ell} = \frac{\ell}{h_2}, \quad \tilde{h} = \frac{h}{h_2} \quad \text{et} \quad \tilde{P} = \frac{P}{\mu U \frac{B}{h_2^2}}$$

Soit :

$$\frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \left( \tilde{G}(\tilde{\ell}, \tilde{h}) \frac{\partial \tilde{P}}{\partial \tilde{x}} \right) + \left( \frac{L}{B} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \left( \tilde{G}(\tilde{\ell}, \tilde{h}) \frac{\partial \tilde{P}}{\partial \tilde{z}} \right) = 6 \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \tilde{x}} \quad (\text{III-23})$$

$$\text{Avec, } \tilde{G}(\tilde{\ell}, \tilde{h}) = \frac{G(\ell, h)}{h_2^3} = \tilde{h}^3 - 12\tilde{\ell}^2 \tilde{h} + 24\tilde{\ell}^3 \text{th} \left( \frac{\tilde{h}}{2\tilde{\ell}} \right)$$

## 4. CARACTERISTIQUES STATIQUES SANS DIMENSION

### 4.1. Portance hydrodynamique

Pour calculer la charge portante, nous devons intégrer le champ de pression à la surface du patin.

$$W = \int_0^B \int_0^L P dx dz \quad (\text{III-25})$$

$$\text{Ou encore, } W = \mu LU \left( \frac{B}{h_2} \right)^2 \tilde{W}$$

$$\text{Avec, } \tilde{W} = \frac{1}{\mu LU} \left( \frac{h_2}{B} \right)^2 W \quad (\text{III-26})$$

## 4.2. Puissance dissipée

La puissance dissipée dans le patin est donnée par l'expression (II-37) :

$$\mathcal{P} = \int_0^B \int_0^L \left\{ \mu \frac{U^2}{h} + \frac{G(\ell, h)}{12\mu} \left[ \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial p}{\partial z} \right)^2 \right] \right\} dx dz$$

$$\text{Soit : } \mathcal{P} = \left( \frac{LB\mu U^2}{h_2} \right) \tilde{\mathcal{P}} \quad (\text{III-27})$$

$$\text{Avec, } \tilde{\mathcal{P}} = \left[ \int_0^1 \int_0^1 \frac{1}{\tilde{h}} d\tilde{x} d\tilde{z} + \int_0^1 \int_0^1 \frac{\tilde{G}(\tilde{\ell}, \tilde{h})}{12} \left( \frac{\partial \tilde{\mathcal{P}}}{\partial \tilde{x}} \right)^2 d\tilde{x} d\tilde{z} + \int_0^1 \int_0^1 \frac{\tilde{G}(\tilde{\ell}, \tilde{h})}{12} \left( \frac{B}{L} \right)^2 \left( \frac{\partial \tilde{\mathcal{P}}}{\partial \tilde{z}} \right)^2 d\tilde{x} d\tilde{z} \right] \quad (\text{III-28})$$

## 4.3. vitesses moyennes sans dimension

Les vitesses moyennes d'écoulement de fluide données par (II-27).

Ou en variables sans dimension :

$$\begin{cases} \tilde{u}_m = \frac{u_m}{U} = \frac{1}{2} - \frac{\tilde{G}(\tilde{\ell}, \tilde{h})}{12\tilde{h}} \frac{\partial \tilde{\mathcal{P}}}{\partial \tilde{x}} \\ \tilde{w}_m = \frac{w_m}{U} \frac{B}{L} = -\frac{\tilde{G}(\tilde{\ell}, \tilde{h})}{12\tilde{h}} \frac{\partial \tilde{\mathcal{P}}}{\partial \tilde{z}} \end{cases} \quad (\text{III-29})$$

## 4.4. Débit volumique sans dimension

Les expressions des débits de fuite selon les directions x et z dans le cas du patin forme rectangulaire sont données par (II-30) et (II-31).

Où en variables sans dimension :

$$\begin{cases} \tilde{Q}_x = \frac{Q_x}{Uh_2B} = \int_0^1 \left( \frac{\tilde{h}}{2} - \frac{\tilde{G}(\tilde{\ell}, \tilde{h})}{12} \frac{\partial \tilde{\mathcal{P}}}{\partial \tilde{x}} \right) d\tilde{z} \\ \tilde{Q}_z = \frac{Q_z B}{Uh_2 L^2} = -\int_0^1 \left( \frac{\tilde{G}(\tilde{\ell}, \tilde{h})}{12} \frac{\partial \tilde{\mathcal{P}}}{\partial \tilde{z}} \right) d\tilde{x} \end{cases} \quad (\text{III-30})$$

## 5. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons présenté d'une part les différentes butées hydrodynamiques et leurs caractéristiques géométriques et les conditions de fonctionnement. Nous pouvons conclure que, le remplacement du patin circulaire par le patin rectangulaire dans le cas des butées à patins, est une approximation acceptable, puisque les erreurs commises sont petites et les caractéristiques similaires pour le patin rectangulaire équivalent B, L, et V peuvent être trouvées sans difficulté.

D'autre part, nous avons représenté l'équation de Reynolds modifiée adimensionnée dans le cas d'une butée hydrodynamique et ses caractéristiques statiques adimensionnés.

*- Chapitre quatre :*

*Etude de l'influence de la rugosité  
de la surface sur les performances  
statiques d'une butée à patin  
incliné infiniment large*



## 1. INTRODUCTION

Les problèmes d'interaction structure-fluide dans les butées hydrodynamiques (HD) ont fait l'objet de nombreuses études tant théoriques qu'expérimentales. Ces problèmes qui sont fortement non linéaires interviennent dès que la prise en considération l'état de surfaces (*rugosité*).

Dans ce chapitre, on va mettre en évidence les effets non négligeables de la rugosité des surfaces sur le comportement dynamique des butées hydrodynamiques. Ainsi une étude paramétrique sera envisagée afin de mettre en évidence les effets de la rugosité transversale de surface de l'arbre sur les performances statiques une butée à patin incliné lubrifiée par un fluide additivé.

## 2. RESOLUTION DE L'EQUATION DE REYNOLDS DANS LE CAS PATIN HYDRODYNAMIQUE A COIN D'HUILE

L'équation de Reynolds est une équation aux dérivées partielles du second ordre de type elliptique. Les géométries souvent complexes des butées ainsi que les conditions limites ne permettent pas toujours d'envisager une résolution analytique de cette équation, sauf dans le cas des hypothèses de patin lisse infiniment large  $\left(\frac{L}{B} \rightarrow 0\right)$ , ou de patin infiniment long  $\left(\frac{L}{B} \rightarrow \infty\right)$  et lubrifié par fluide newtonien.

Pour les patins de dimension finie (*lorsque l'écoulement est bidimensionnel ou unidimensionnel*), rugueux et lubrifié par fluides non newtoniens, les méthodes de résolution actuelles utilisées sont pour la plupart des méthodes numériques telles que les différences finies (MDF) et les éléments finis (MEF).

### 2.1. Solution analytique de l'équation de Reynolds dans d'un patin lisse incline infiniment large lubrifié par fluide newtonien

Dans le cas d'un patin incliné lisse infiniment large lubrifiée (*figure IV-1*) par un fluide newtonien Equation de Reynolds modifiée (III-22) devient :

$$\frac{d}{dx} \left( h^3 \frac{dP}{dx} \right) = 6\mu U \frac{dh}{dx} \quad (\text{IV-1})$$

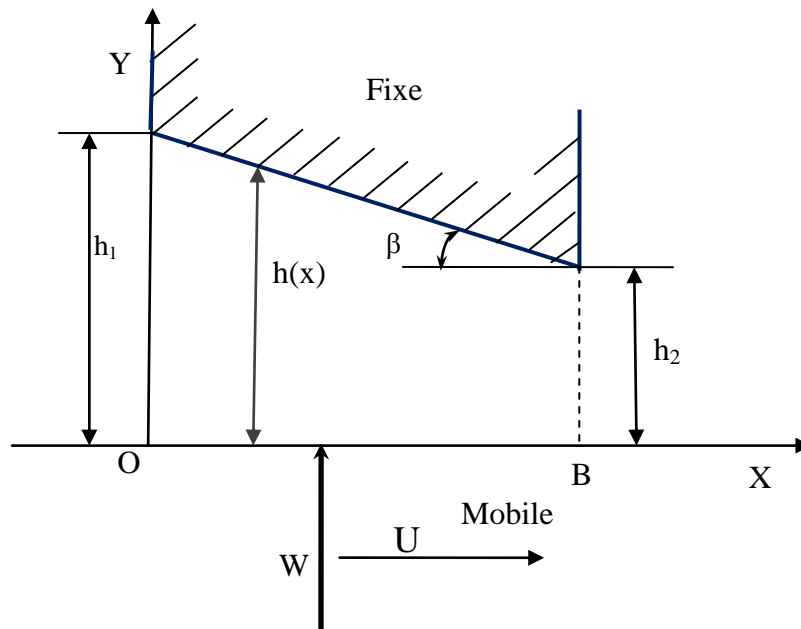
Avec, la géométrie du film lubrifiant pour patin incliné lisse infiniment large est donnée par l'équation suivante :

$$h(x) = Cx + D$$

Avec, 
$$\begin{cases} x = 0, & h = h_1 \\ x = L, & h = h_2 \end{cases}$$

D'où, 
$$h(x) = \frac{h_2 - h_1}{L} x + h_1$$

$$\frac{dh}{dx} = \frac{h_2 - h_1}{L} = -tg\beta$$



**Fig. IV-1. Schématisation d'un patin lisse incliné plan infiniment large**

L'équation de Reynolds (IV-1) on peut l'écrire sous la forme suivante :

$$\frac{d}{dx} \left( h^3 \frac{dP}{dx} - 6\mu U h \right) = 0 \quad (IV-2)$$

Intégration de l'équation précédente par rapport à x :

$$h^3 \frac{dP}{dx} - 6\mu U h = K$$

K est la constante de l'intégration.

Détermination de la constante K :

Pour une pression maximale, on suppose que :

$$h = h^* \quad \rightarrow \quad \frac{dP}{dx} = 0$$

Ainsi, on trouve que la constante de l'intégration soit :  $K = -6\mu U h^*$

Il vient alors :

$$\frac{dP}{dx} = 6\mu U \left( \frac{h-h^*}{h^3} \right) \rightarrow dP = 6\mu U \left( \frac{h-h^*}{h^3} \right) dx$$

L'intégration de l'équation précédente donne :

$$\int dP = 6\mu U \int \frac{h-h^*}{h^3} dx + C_1$$

Avec ,  $C_1$  est la constante de l'intégration.

$$\text{Changement de variable : } \frac{dh}{dx} = -tg\beta \rightarrow dx = -\frac{dh}{tg\beta}$$

$$P = -\frac{6\mu U}{tg\beta} \int \left( \frac{h-h^*}{h^3} \right) dh + C_1 = \frac{6\mu U}{tg\beta} \left[ \frac{1}{h} + \frac{h^*}{2} \left( -\frac{1}{h^2} \right) \right] + C_1 \quad (IV-3)$$

Détermination de  $h^*$  et  $C_1$  :

$$\text{Pour : } \left. \begin{array}{l} x=0, \quad h=h_1 \rightarrow P=0 \\ x=L, \quad h=h_2 \rightarrow P=0 \end{array} \right\} \rightarrow h^* = \frac{2h_1h_2}{h_1+h_2} \quad (IV-4)$$

$$\text{D'où , } C_1 = \frac{6\mu U}{tg\beta} \left( \frac{1}{h_1+h_2} \right) \quad (IV-5)$$

Soit la solution analytique de l'équation de Reynolds (IV-1) pour patin incliné lisse infiniment large lubrifiée par un fluide newtonien est :

$$P(x) = \frac{6\mu U}{tg\beta} \left[ \frac{1}{h} - \frac{h_1h_2}{h_1+h_2} \frac{1}{h^2} - \frac{1}{h_1+h_2} \right] \quad (IV-6)$$

$$\text{Avec, } tg\beta = \frac{h_1+h_2}{B}$$

Finalement la pression sans dimension écrit comme suit :

$$\tilde{P} = \frac{6h_2^2}{h_1-h_2} \left[ \frac{h_1+h_2}{2h_1h_2} - \frac{h_1h_2}{h_1+h_2} \left( \frac{h_1+h_2}{2h_1h_2} \right)^2 - \frac{1}{h_1+h_2} \right] \quad (IV-7)$$

- Portance hydrodynamique (*par unité de largeur*) :

$$W = \int_s P dx dz \rightarrow W_u = \frac{W}{B} = \int_0^L P(x) dx$$

$$\text{Changement de variable : } \left\{ \begin{array}{l} x=0, h=h_1 \\ x=L, h=h_2 \end{array} \right\}, \quad dx = -\frac{dh}{tg\beta}$$

Soit,

$$W_u = \frac{6\mu U}{t g^2 \beta} \left[ \ln\left(\frac{h_2}{h_1}\right) - 2 \frac{h_1 - h_2}{h_1 + h_2} \right] \quad (\text{IV-8})$$

- La portance sans dimension prend la forme suivante :

$$\tilde{W} = \frac{6h_2^2}{(h_1 - h_2)^2} \left[ \ln\left(\frac{h_2}{h_1}\right) - 2 \frac{h_1 - h_2}{h_1 + h_2} \right] \quad (\text{IV-9})$$

- Le débit par unité de largeur :

$$\text{On a par définition : } Q_x = \int_0^B \int_0^h u(y) dy dz \rightarrow \frac{Q_x}{B} = \int_0^h u(y) dy$$

$$\text{Soit, } \frac{Q_x}{B} = -\frac{h^3}{12\mu} \frac{dP}{dx} + \frac{Uh}{2}$$

$$\text{Avec, } \frac{dP}{dx} = 6\mu U \frac{h-h^*}{h^3} \text{ et } h^* = \frac{2h_1 h_2}{h_1 + h_2}$$

Finalement le débit par unité de largeur est :

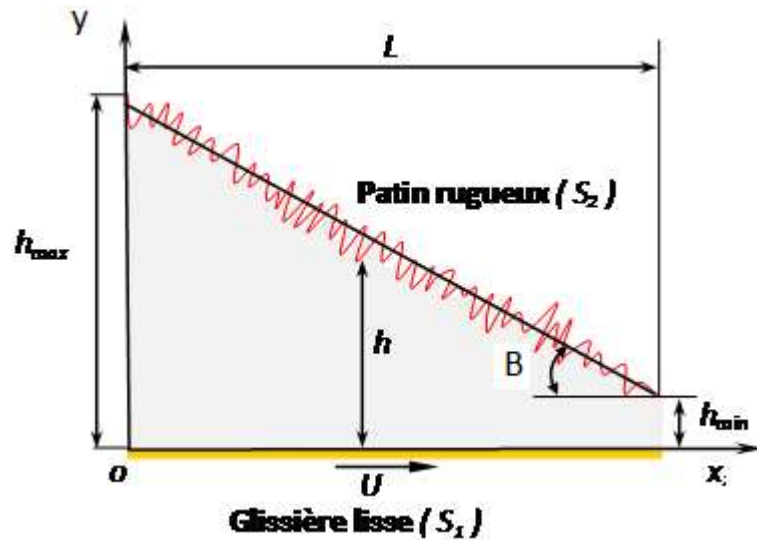
$$\frac{Q_x}{B} = U \left( \frac{h_1 h_2}{h_1 + h_2} \right) \quad (\text{IV-10})$$

Le débit sans dimension :

$$\tilde{Q}_x = \frac{1}{h_2} \left( \frac{h_1 h_2}{h_1 + h_2} \right) \quad (\text{IV-11})$$

## 2.2. Application de la méthode des différences finies

Dans le cas d'un patin rugueux infiniment large (*figure IV-2*) et lubrifié par fluide additivé la solution analytique de l'équation de Reynolds modifiée est impossible, donc pour résoudre cette équation, il faut passer par l'une des méthodes numériques appliquées, telle que la méthode des différences finies, méthodes des éléments finis, etc. Pour notre cas, on a retenu la méthode des différences finies (1D), car cette méthode, simple à mettre en œuvre pour des géométries de film et d'alimentation régulières.



**Fig. IV-2.** *Patin hydrodynamique à coin d'huile infiniment large*

Le patin est rugueux infiniment large suivant la direction oz  $\left(\frac{L}{B} \rightarrow 0\right)$ , on peut négliger le gradient de pression par rapport l'axe z devant le gradient de pression par rapport à l'axe x  $\left(\frac{\partial P}{\partial z} \ll \frac{\partial P}{\partial x}\right)$ , ainsi, l'équation de Reynolds modifiée (III-22) se réduit à l'équation différentielle suivant :

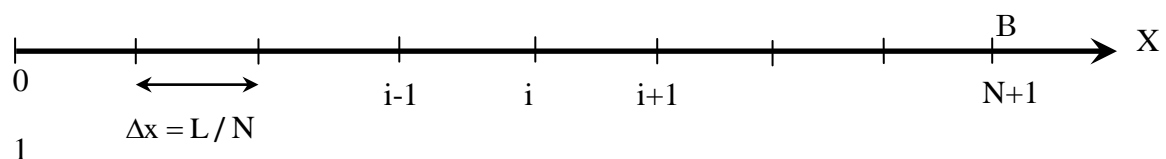
$$\frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \left( \tilde{G}(\tilde{\ell}, \tilde{h}) \frac{\partial \tilde{P}}{\partial \tilde{x}} \right) = 6 \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \tilde{x}} \quad (\text{IV-12})$$

Avec,  $\tilde{G}(\tilde{\ell}, \tilde{h}) = \tilde{h}^3 - 12\tilde{\ell}^2\tilde{h} + 24\tilde{\ell}^3 \text{th} \left( \frac{\tilde{h}}{2\tilde{\ell}} \right)$

Dans ces conditions, la discrétisation de l'équation (IV-12) se fait seulement suivant l'axe x (figure IV-3).

$$\tilde{G}_i \left( \frac{\partial^2 \tilde{P}}{\partial \tilde{x}^2} \right)_i + \left( \frac{\partial \tilde{G}}{\partial \tilde{x}} \right)_i \left( \frac{\partial \tilde{P}}{\partial \tilde{x}} \right)_i = 6 \left( \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \tilde{x}} \right)_i \quad (\text{IV-13})$$

La pression aux nœuds du maillage est l'inconnue nodale, les dérivées partielles de la pression sont évaluées en un point (i) du maillage en fonction des valeurs de la pression aux points environnants.



**Fig. IV-3.** *Discrétisation du patin infiniment large par la méthode des différences finies (1D)*

L'utilisation des différences finies centrées permet d'évaluer les gradients de pression comme suit :

$$\begin{cases} \left( \frac{\partial \tilde{P}}{\partial \tilde{x}} \right)_i \approx \frac{\tilde{P}_{i+1} - \tilde{P}_{i-1}}{2\Delta\tilde{x}} \\ \left( \frac{\partial^2 \tilde{P}}{\partial \tilde{x}^2} \right)_i \approx \frac{\tilde{P}_{i-1} - 2\tilde{P}_i + \tilde{P}_{i+1}}{(\Delta\tilde{x})^2} \end{cases} \quad (\text{IV-14})$$

En remplaçant les relations (IV-14) dans l'équation (IV-13), on obtient le système suivant :

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial \tilde{G}}{\partial \tilde{x}} \right)_i \left( \frac{\tilde{P}_{i+1} - \tilde{P}_{i-1}}{2\Delta\tilde{x}} \right) + \left( \frac{\partial \tilde{G}}{\partial \tilde{x}} \right)_i \left( \frac{\tilde{P}_{i-1} - 2\tilde{P}_i + \tilde{P}_{i+1}}{(\Delta\tilde{x})^2} \right) &= 6 \left( \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \tilde{x}} \right)_i \\ 2 \left( \frac{\tilde{G}}{(\Delta\tilde{x})^2} \right)_i \tilde{P}_i &= \left( \left( \frac{\partial \tilde{G}}{\partial \tilde{x}} \right)_i \frac{1}{2\Delta\tilde{x}} + \left( \frac{\tilde{G}}{(\Delta\tilde{x})^2} \right)_i \right) \tilde{P}_{i+1} + \left( \tilde{G}_i \frac{1}{(\Delta\tilde{x})^2} - \left( \frac{\partial \tilde{G}}{\partial \tilde{x}} \right)_i \frac{1}{2\Delta\tilde{x}} \right) \tilde{P}_{i-1} - 6 \left( \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \tilde{x}} \right)_i \end{aligned} \quad (\text{IV-15})$$

Ou encore :

$$\tilde{P}_i = a_i \tilde{P}_{i+1} + b_i \tilde{P}_{i-1} - c_i \quad (\text{IV-16})$$

Avec,

$$\begin{cases} a_i = \left[ \left( \frac{\partial \tilde{G}}{\partial \tilde{x}} \right)_i \frac{1}{2\Delta\tilde{x}} + \tilde{G}_i \frac{1}{(\Delta\tilde{x})^2} \right] \frac{1}{d_i} \\ b_i = \left[ \tilde{G}_i \frac{1}{(\Delta\tilde{x})^2} - \left( \frac{\partial \tilde{G}}{\partial \tilde{x}} \right)_i \frac{1}{2\Delta\tilde{x}} \right] \frac{1}{d_i} \\ c_i = 6 \left( \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \tilde{x}} \right)_i \frac{1}{d_i} \\ d_i = \frac{2\tilde{G}_i}{(\Delta\tilde{x})^2} \end{cases} \quad (\text{IV-17})$$

La résolution du système (IV-15) est obtenue par la méthode itérative de Gauss-Seidel avec coefficient de sur-relaxation ( $\Omega$ ).

L'application de l'algorithme de Gauss-Seidel donne :

$$\tilde{P}_i^{(k+1)} = (1 - \Omega) \tilde{P}_i^{(k)} + \Omega \left[ a_i \tilde{P}_{i+1}^{(k)} + b_i \tilde{P}_{i-1}^{(k+1)} - c_i \right] \quad (\text{IV-18})$$

### 2.2.1. Calcul des caractéristiques statiques

Les différentes intégrales permettant de calculer les caractéristiques statiques (III-26, III-28 et III-30), tels que portance hydrodynamique puissance dissipée et débit de

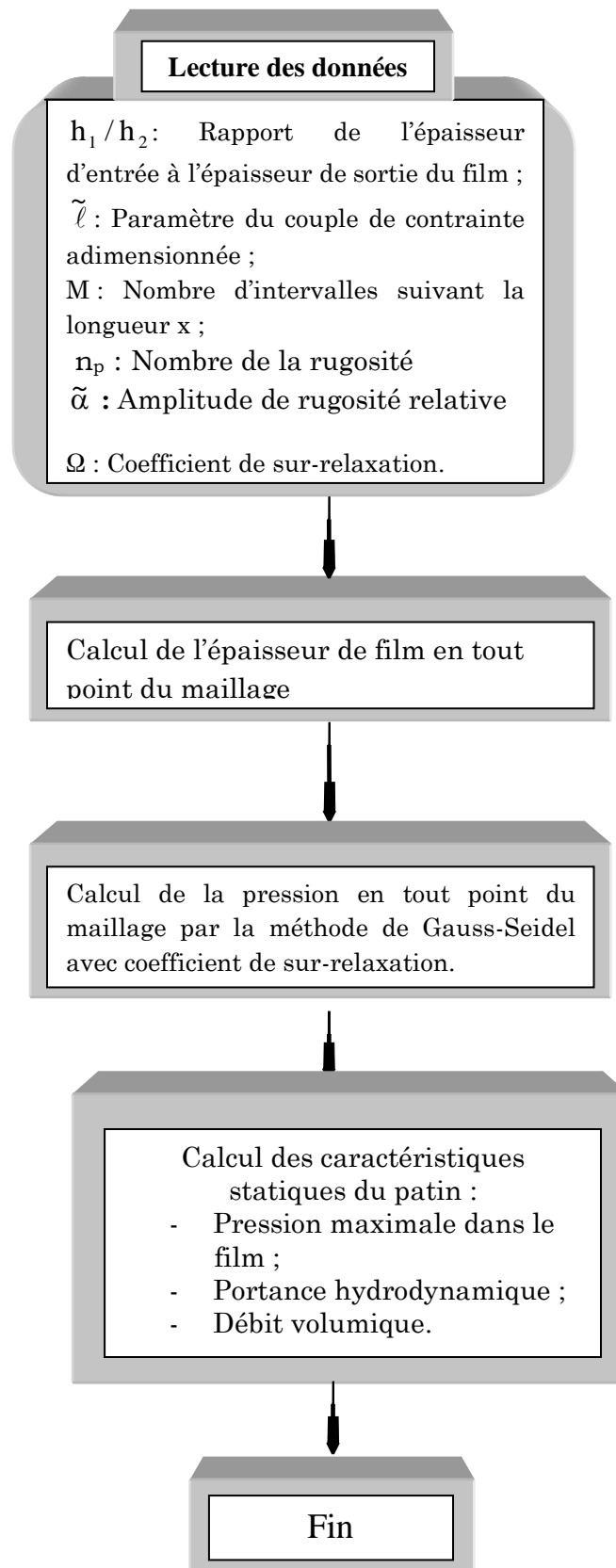
fuite sont évaluées numériquement à l'aide de la formule des trapèzes généralisés comme suit :

$$\int_0^1 \tilde{f}(\tilde{x})d\tilde{x} \approx \frac{\Delta\tilde{x}}{2} \left[ \tilde{f}_1 + 2 \sum_{i=2}^N \tilde{f}_i + \tilde{f}_{N+1} \right] \quad (\text{IV-19})$$

### 3. ETUDE PARAMETRIQUE

Pour l'analyse théorique et numérique de l'influence de la présence des additifs de viscosité et la rugosité de la surface sur les performances statiques d'une butée à patin incliné rugueux infiniment large, on a élaboré un programme du calcul en langage MS-Fortran basé sur l'approche numérique unidimensionnelle (1D) développée dans le paragraphe précédent.

La structure générale de ce programme est représentée par l'organigramme (*figure IV-4*). Sachant que ce programme permet de calculer les performances statiques, tels que le champ de pression dans le film mince, la charge portante et le débit de fuite.



**Fig. IV-4.** Structure générale du programme de calcul



### 3. 1. Validation du programme de calcul

Avant de valider le programme de calcul, on va d'abord, déterminer les caractéristiques du maillage tels que le nombre de points et la valeur optimale du coefficient de sur-relaxation correspondant au maillage optimal, afin d'obtenir une précision suffisante dans le calcul du champ de pression.

Dans le cas d'une butée à patin incliné infiniment large lubrifié par un fluide newtonien ( $\tilde{\ell} = 0$ ) pour un rapport  $\frac{h_1}{h_2} = 2$ , la pression maximale est calculée numériquement et comparée avec la solution analytique pour différents points de maillage : 10, 40, 60 et 100.

Dans les calculs le test d'arrêt du processus itératif adopté est :  $\text{Max} \left| \frac{P_i^{(k+1)} - P_i^{(k)}}{P_i^{(k+1)}} \right| \leq 10^{-5}$ .

D'après le tableau IV-1, le maillage retenu est  $M = 60$ .

**Tableau IV-1.** Détermination du nombre de points optimal du maillage

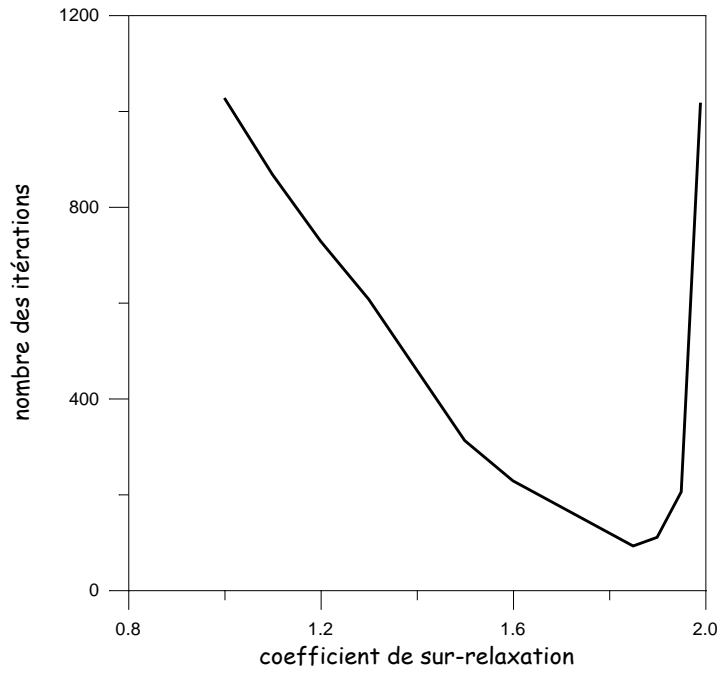
Maillage	10	40	60	100
$P_{\max}$ (numérique)	0.2485	0.24991	<b>0.24997</b>	0.24986
$P_{\max}$ (analytique)	0.25	0.25	<b>0.25</b>	0.25
l'écart en %	0,6	0,036	<b>0,012</b>	0,056

La détermination de la valeur optimale du coefficient de sur-relaxation du maillage retenu ( $M = 60$ ) se fait par expérimentation numérique.

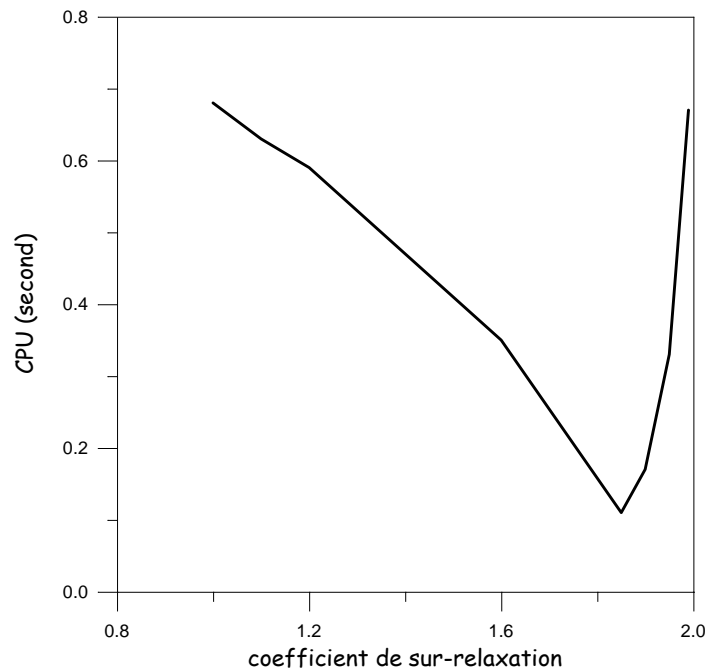
Sur les figures IV-5 et IV-6, nous présentons les variations du nombre d'itérations et du temps du calcul (CPU) en fonction du coefficient de sur-relaxation ( $\Omega$ ) variant de 1,0 à 1,99.

Les résultats obtenus montrent que la valeur optimale de  $\Omega$  est environ 1,9. C'est cette valeur qui permet au processus itératif de Gauss-Seidel de converger plus rapidement vers la solution approchée ; c'est-à-dire en un nombre minimal d'itérations.

Notons que ce coefficient n'intervient pas sur la précision des résultats mais uniquement sur le temps du calcul.



**Fig. IV-5.** Influence de la valeur du coefficient de sur-relaxation sur le nombre des itérations



**Fig. IV-6.** Influence de la valeur du coefficient de sur-relaxation sur le temps CPU

Afin de valider le programme du calcul développé pour l'étude de l'influence de la rugosité de la surface sur le comportement statique d'une butée à patin incliné infiniment large lubrifié par un fluide additivé (*non newtonien*), nous avons comparé les résultats obtenus (*pression maximale adimensionnée, portance adimensionnée et débit adimensionné*) par ce programme avec ceux calculés analytiquement ; solution analytique de l'équation de Reynolds, (*paragraphe 2.2*) dans le cas d'une butée à patin incliné lubrifié par un fluide newtonien ( $\tilde{\ell} = 0,0$ ) (*tableau IV-2*).

Nous remarquons une bonne concordance entre les valeurs de la portance, la pression maximale et le débit de fuite obtenus par le programme développé et ceux calculés analytiquement.

**Tableau IV-2.** Comparaison des résultats analytiques et numériques pour différentes valeurs du rapport  $h_1/h_2$

$h_1/h_2$		1.5	2	10
$\tilde{P}_{\max}$	a	0,199	0,2498	0,111
	b	0,2	0,25	0,112
	c	0,5	0,08	0,89
$\tilde{W}$	a	0,1310	0,1587	0,0493
	b	0,131	0,158	0,049
	c	0,0	0,44	0,61
$\tilde{Q}_x$	a	0,6002	0,6676	0,9292
	b	0,6	0,666	0,909
	c	0,03	0,24	2,22

a : solution numérique, b : solution analytique et c : l'écart en%.

### 3-2. Effets des additifs améliorant la qualité des huiles lubrifiantes sur le pic de pression dans le film lubrifiant

Dans ce paragraphe, nous allons étudier l'influence des effets du paramètre du couple des contraintes relatif ( $\tilde{\ell}$ ) qui présente la longueur de la chaîne moléculaires des additifs améliorant la qualité des huiles sur le champ de pression statique adimensionnée d'une butée hydrodynamique à patin incliné lisse infiniment large, dont

les caractéristiques géométrique, les conditions de fonctionnement et les propriétés physiques du lubrifiant sont portés dans le tableau IV-3.

A ces données nous avons rajoutés les valeurs de la constante physique du fluide,  $\eta = 0.16 \times 10^{-14}$  et  $4.32 \times 10^{-14}$  N.s, ainsi les valeurs  $\ell$  correspondantes sont respectivement,  $\ell = 0.27 \times 10^{-7}$  et  $\ell = 1.2 \times 10^{-7}$  m.

Notons que la valeur nulle de  $\eta$  correspond au cas newtonien.

Les calculs ont été faits pour trois valeurs du paramètre du couple des contraintes relatif,  $\tilde{\ell} = 0.0$  (*fluide newtonien*) et fluide non newtonien (additif):  $\tilde{\ell} = \frac{\ell}{h_2} = 0.1$  et  $\tilde{\ell} = \frac{\ell}{h_2} = 0.3$  pour une valeur du rapport  $h_1/h_2 = 2$ .

**Tableau IV-2.** Comparaison des résultats analytiques et numériques pour différentes valeurs du rapport  $h_1/h_2$

Paramètres	Symboles	Valeurs	Unités
Longueur du patin	L	0.1	m
Epaisseur minimale du film lubrifiant à la sortie du contact	$h_2$	$4 \times 10^{-6}$	m
Epaisseur maximale du film lubrifiant à la sortie du contact	$h_1$	$8 \times 10^{-6}$	m
Amplitude de rugosité	$\alpha$	0.0 (cas lisse) $0.1 \times 10^{-6}$ (cas rugueux)	m
Viscosité dynamique du lubrifiant (ISO VG 32)	$\mu$	$30 \times 10^{-3}$	Pa.s

La figure IV-7 représente la variation du champ de pression hydrodynamique adimensionné selon la longueur d'une butée hydrodynamique à patin incliné lisse, pour différentes valeurs du paramètre du couple des contraintes avec un rapport  $h_1/h_2 = 2$ . Nous observons que la pression maximale augmente avec le paramètre du couple des contraintes ( $\tilde{\ell}$ ) qui représente la longueur relative chaîne moléculaire améliorant la qualité des fluides lubrifiants.

Cette augmentation du pic de pression dans le film est devenue plus importante pour la grande longueur de la chaîne moléculaire relative  $\tilde{\ell} = 0.3$ , qui de l'ordre 55 %.

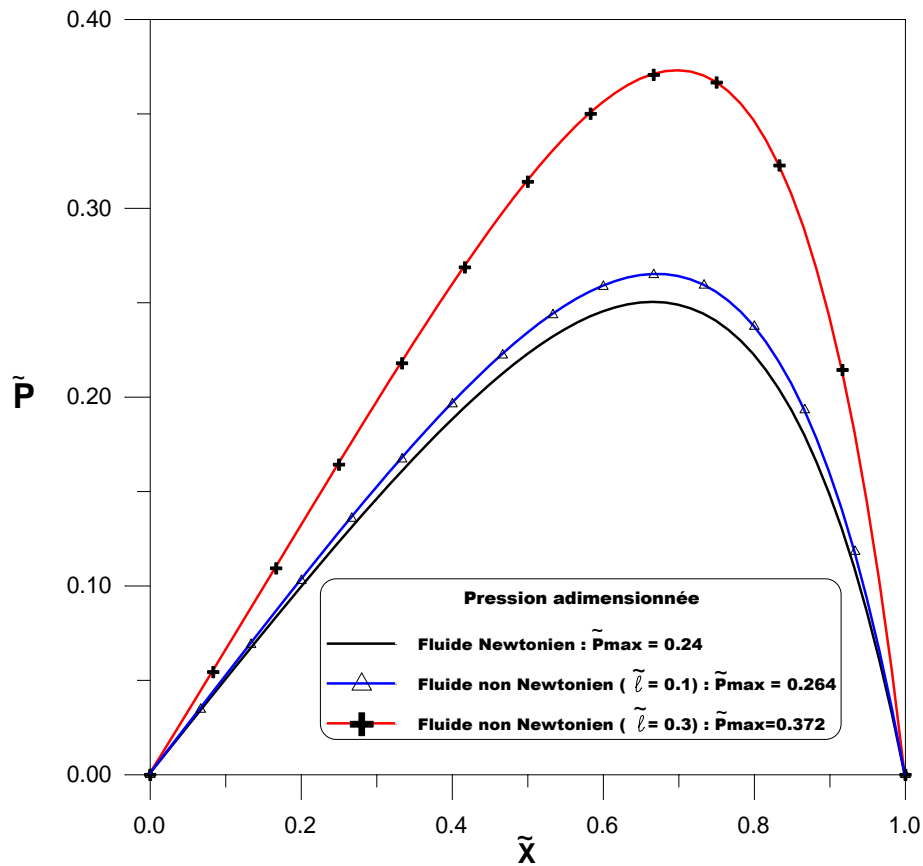


Fig. IV-7. Distribution du champ de pression adimensionné dans le fluide pour différentes valeurs du paramètre du couple des contraintes

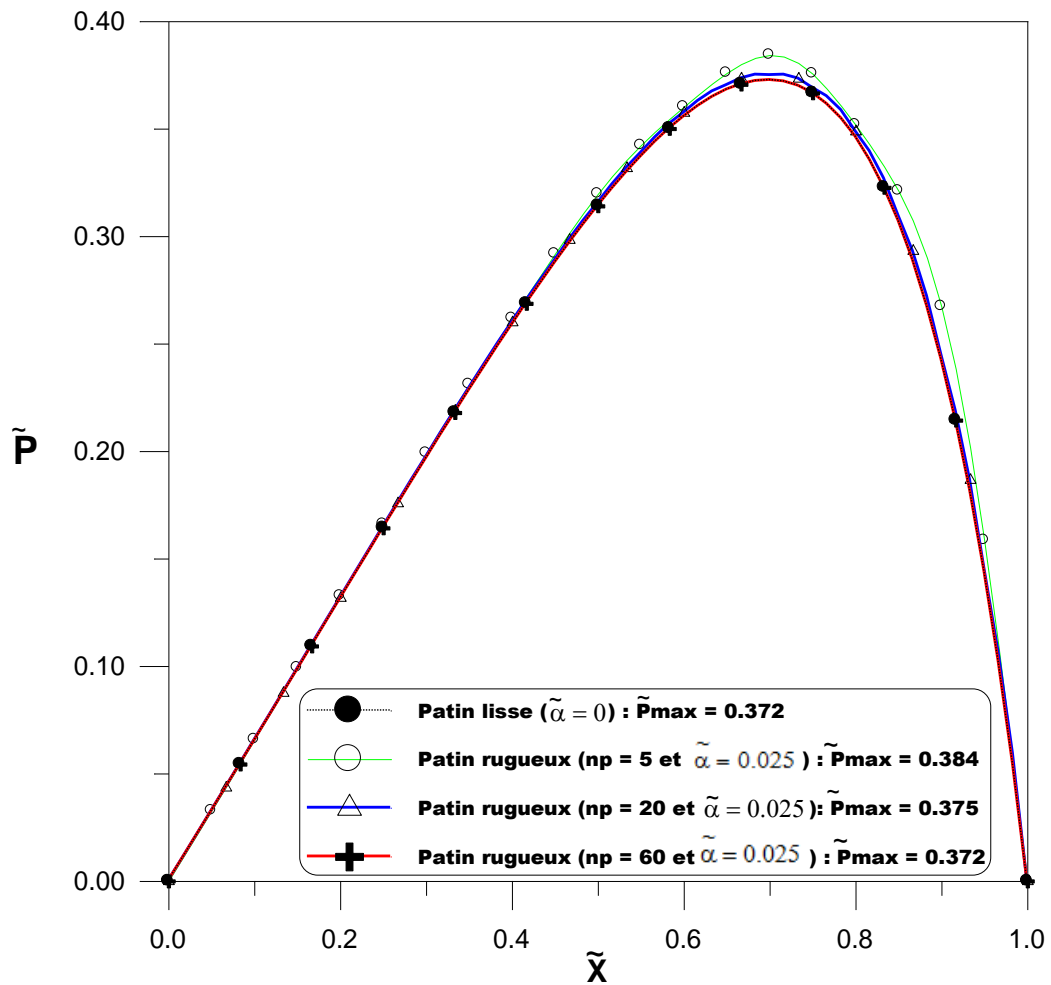
### 3.3. Influence de la rugosité de surface sur le champ de pression dans le film lubrifiant

L'étude des effets de la rugosité transversale de la surface sur le champ de la pression dans le film d'une butée hydrodynamique à patin incliné lubrifié par fluide additivé avec la longueur de la chaîne moléculaire relative à l'épaisseur minimale,  $\tilde{\ell} = 0.3$ , les calculs ont été effectués pour un nombre de la rugosité :  $n_p = 5, 20, 60$  et une amplitude de rugosité relative à l'épaisseur minimale de la butée,  $\tilde{\alpha} = \left(\frac{\alpha}{h_2}\right) = 0.025, 0.05, 0.1$  et  $0.25$ , ainsi les valeurs d'amplitude de rugosité correspondantes sont respectivement,  $\alpha = 0.1 \times 10^{-6}$ ,  $\alpha = 0.2 \times 10^{-6}$ ,  $\alpha = 0.4 \times 10^{-6}$  m et  $\alpha = 1 \times 10^{-6}$  m. La figure IV.8 représente la répartition du champ de pression dans le film lubrifiant obtenue dans le cas du patin lisse et du patin rugueux.

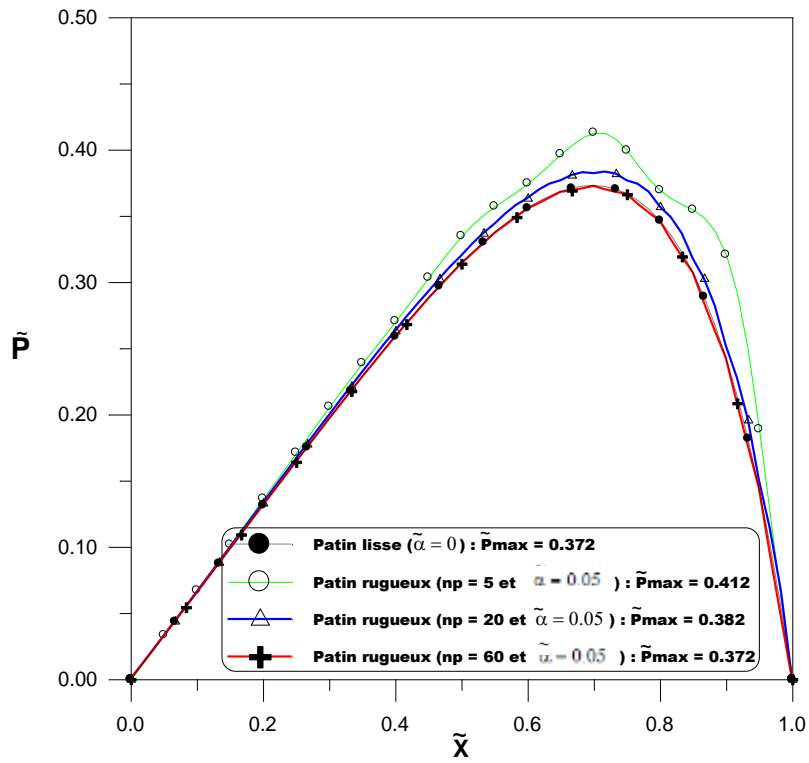
La figure montre clairement que la rugosité transversale de surface du patin a des effets non négligeables sur le champ de pression dans le film lubrifiant surtout pour des fortes valeurs de l'amplitude et faible nombre de rugosité.

La présence de la rugosité entraîne d'une part une augmentation significative du pic de pression surtout dans le cas de rugosité de forte amplitude,  $\tilde{\alpha} = 0.25$  qui correspondre une amplitude de rugosité,  $\alpha = 1$  micron et faible nombre de rugosité  $n_p = 5$ , de l'ordre de 40% comparativement au patin lisse ( $\tilde{\alpha} = 0.00$ ) (figure IV-7-d).

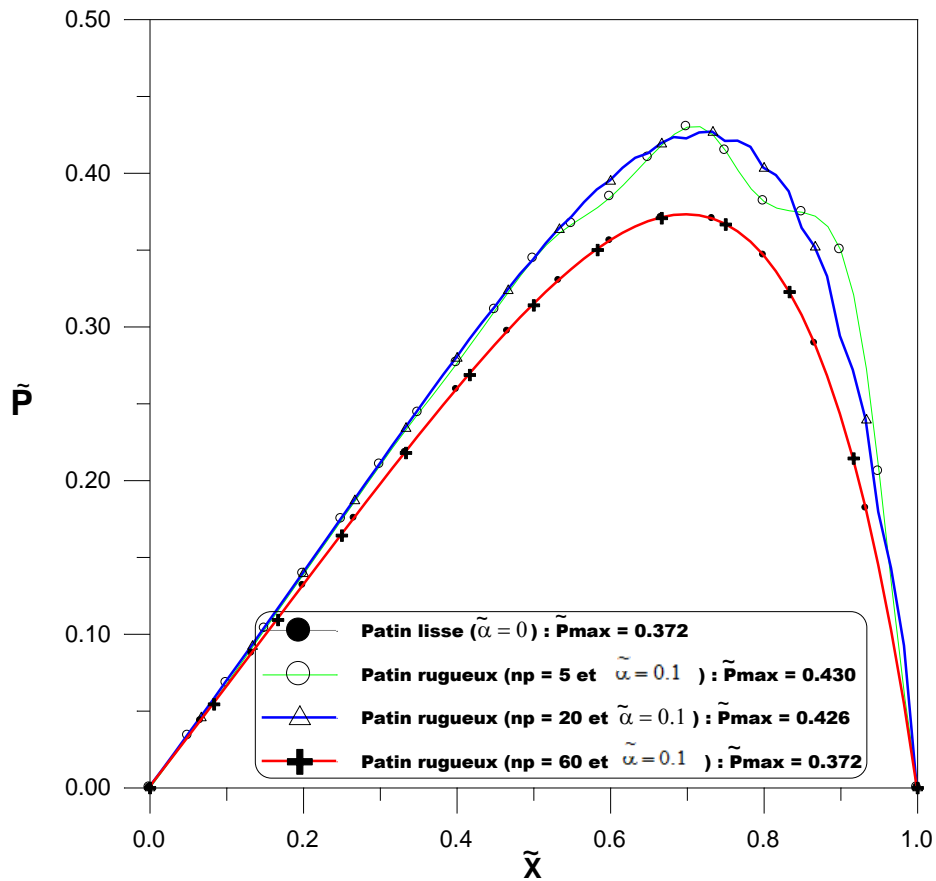
D'autre part le nombre de rugosité  $n_p$  a des effets significatifs sauf dans le cas de faible nombre de rugosité.



a) Amplitude de rugosité relative,  $\tilde{\alpha} = 0.025$



b) Amplitude de rugosité relative,  $\tilde{\alpha} = 0.05$



c) Amplitude de rugosité relative,  $\tilde{\alpha} = 0.1$

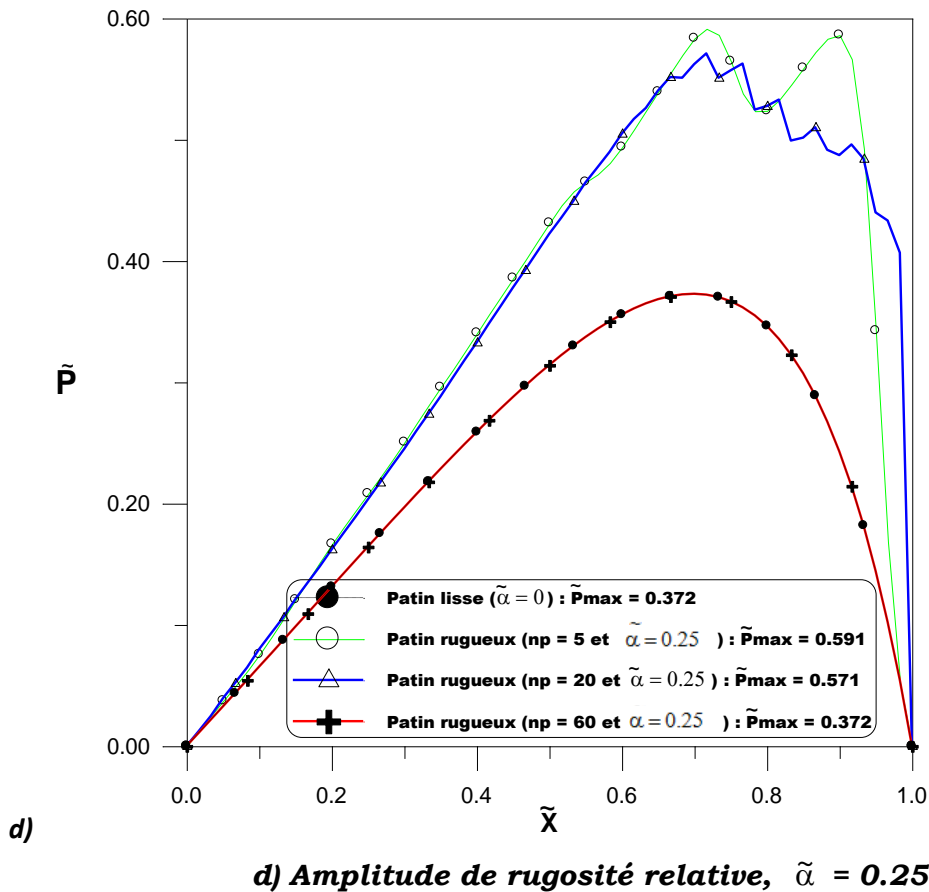


Fig. IV-8: Répartition du champ de pression dans le film du patin

### 3.4. Influence de la rugosité de surface sur les performances statiques de butée à patin incliné infiniment large

L'étude des effets de la rugosité transversale de la surface sur la portance hydrodynamique, la puissance dissipée et le débit de fuite d'une butée hydrodynamique à patin incliné lubrifié par fluide additivé avec des additifs améliorant la qualité du lubrifiant à une longueur de la chaîne moléculaire relative à l'épaisseur minimale est  $\tilde{\ell} = 0.3$ , les calculs ont été effectués pour un nombre de la rugosité :  $n_p = 5, 30$  et  $60$ , et différentes valeur de l'amplitude de rugosité relative à l'épaisseur minimale de la butée  $\tilde{\alpha} = \left(\frac{\alpha}{h_2}\right)$  qui varie de 0 jusqu'à 0.5

Les figures IV-9 à IV-11 présentent les variations de la portance hydrodynamique adimensionnée par unité de largeur, la puissance dissipée adimensionnée par unité de largeur et le débit de fuite adimensionnée en fonction de l'amplitude relative de rugosité transversale pour différents nombre de rugosité de surface du patin.



On observe d'une part une augmentation significative de la portance hydrodynamique de butée et la puissance dissipée avec l'augmentation de l'amplitude de rugosité ( $\tilde{\alpha}$ ) surtout pour de nombre faible de rugosité et d'autre part, une diminution de débit de fuite avec l'augmentation de l'amplitude de rugosité.

Cependant, le nombre important de rugosité rend les effets de rugosité négligeable.

On peut conclure qu'une butée à patin rugueux permet d'augmenter la capacité de charge de butée et les pertes d'énergie par frottement dans le film lubrifiant surtout dans le cas de faible nombre de rugosité et forte amplitude.

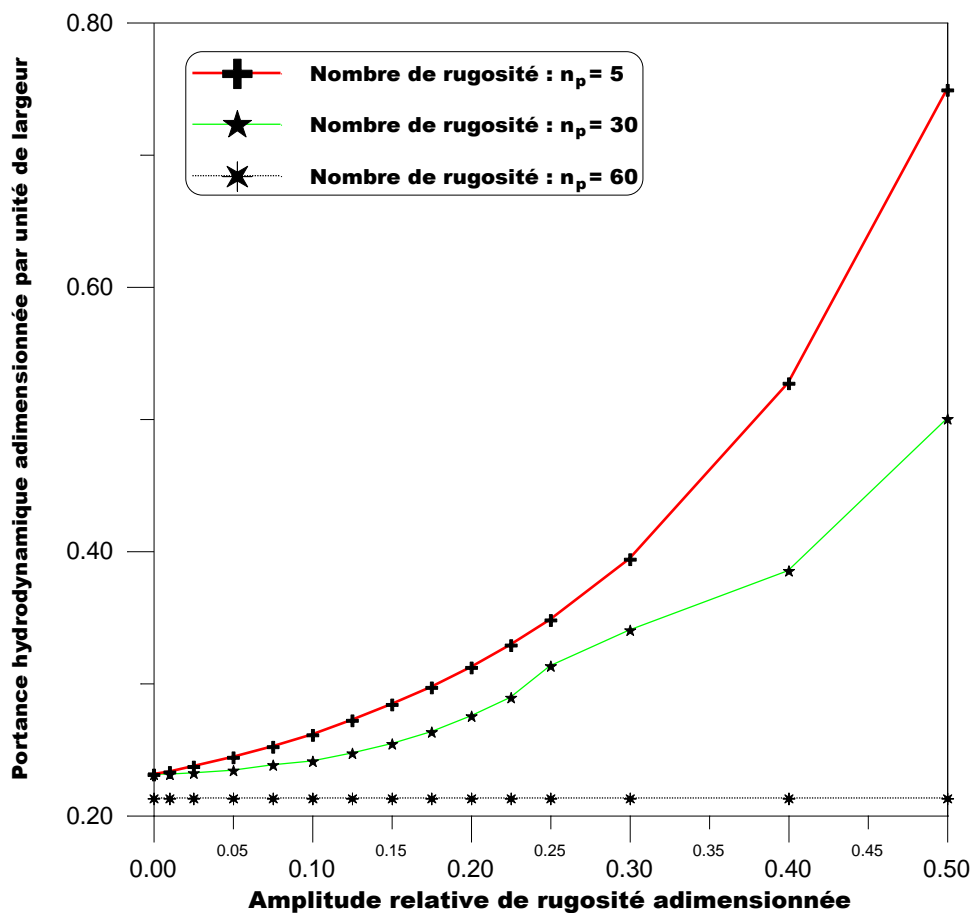


Fig. IV.9 : Variations de la portance adimensionnée par unité de largeur en fonction de l'amplitude relative de rugosité pour différent nombre de rugosité

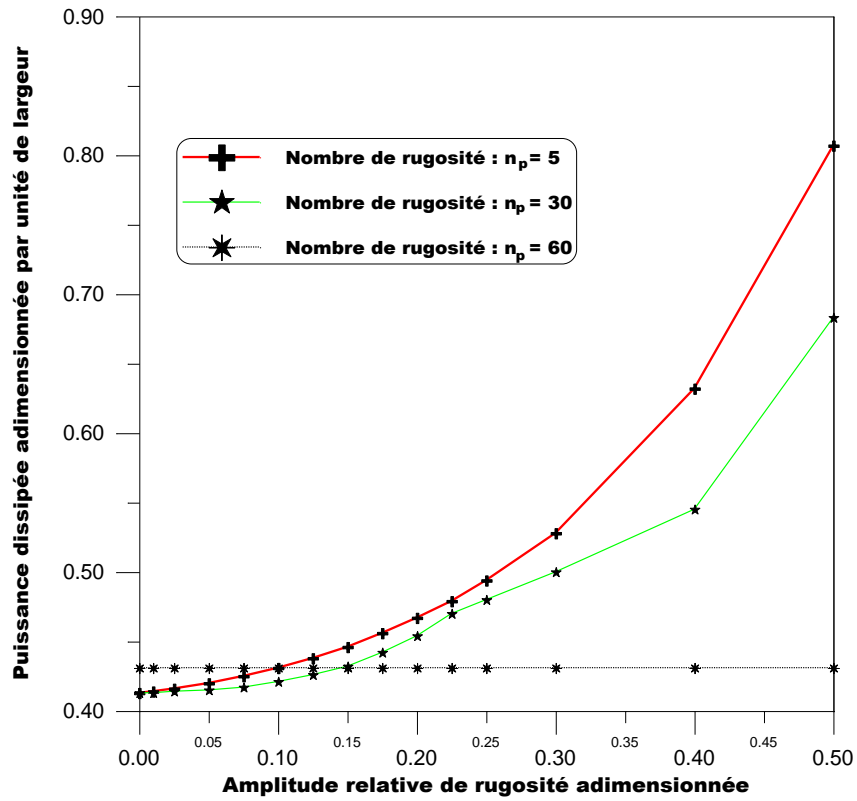


Fig. IV.10 : Variations de la puissance dissipée par unité de largeur en fonction de l'amplitude relative de rugosité pour différent nombre de rugosité

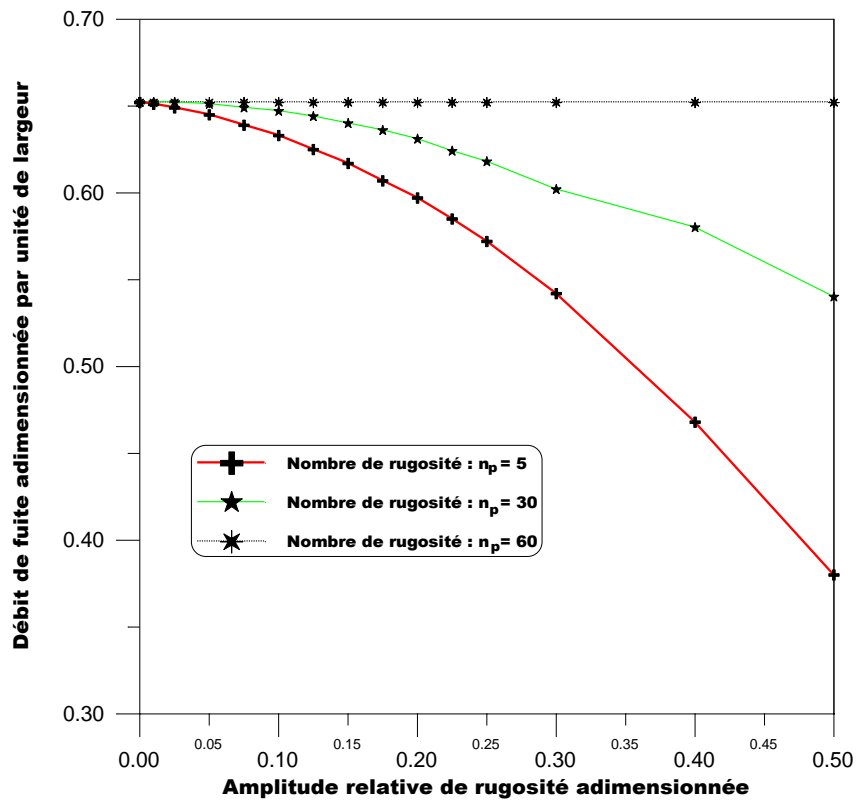


Fig. IV.11 : Variations de débit de fuite en fonction de l'amplitude relative de rugosité pour différent nombre de rugosité

## 5. CONCLUSION

Après validation de l'approche numérique développée, nous avons étudié d'une part l'influence de la taille des chaînes moléculaires des additifs améliorant la qualité du fluide lubrifiant sur le pic de pression maximale dans le film et d'autre part, une étude de l'influence de la rugosité transversale de surface sur les performances statiques d'une butée hydrodynamique à patin incliné infiniment large tels que le champ de pression, la portance hydrodynamique, la puissance dissipée et le débit de fuite.

Les conclusions qui peuvent être déduites sont :

- Le nombre de points du maillage influe sur la précision des résultats ;
- Par comparaison aux huiles non additivées (*newtoniennes*), les huiles contenant des additifs améliorant la qualité des fluides lubrifiants entraînent une augmentation du pic de pression maximale dans le film. Cette augmentation est d'autant plus significative que la taille des chaînes moléculaires est grande ;
- La rugosité transversale de surface du patin permet d'augmenter le pic de pression maximale dans le film de butée, la portance hydrodynamique et la puissance dissipée surtout pour des grandes valeurs de l'amplitude de rugosité et faibles valeurs de rugosité ;
- La rugosité transversale de surface du patin permet de diminuer le débit de fuite de butée, surtout pour des grandes valeurs de l'amplitude de rugosité et faibles valeurs de rugosité ;
- le nombre important de rugosité rend les effets de rugosité négligeable sur le pic de pression ainsi que la portance hydrodynamique, la puissance dissipée et le débit de fuite.
- Une butée à patin rugueux permet d'augmenter la capacité de charge de butée et les pertes d'énergie par frottement dans le film lubrifiant surtout pour les grandes valeurs de l'amplitude et faible nombre de rugosité comparativement au patin lisse.

## - *Conclusion Générale*

## CONCLUSION GENERALE

Les pièces mécaniques manufacturées sont limitées par des surfaces qui ne sont jamais conformes à celles géométriquement idéales représentées sur les dessins de définition et de fabrication. En effet, elles présentent des défauts de nature géométriques et physico-chimiques résultant du procédé de fabrication utilisé et du matériau constituant ces pièces. Selon la normalisation française (NF E 05-515), les défauts ou les irrégularités géométriques de surface se classent conventionnellement sous six numéros d'ordre, à savoir :

1. Défauts de forme et de position ;
2. Défauts d'ondulation (*défauts macroscopiques*) ;
3. Stries, sillons qui sont des défauts périodiques ou pseudo-périodiques ;
4. Défauts localisés (*échelle microscopique*) ;
5. Structure cristalline (*échelle microscopique*) ;
6. Réseau cristallin (*échelle nanoscopique*).

Les défauts des 3<sup>ème</sup> et 4<sup>ème</sup> ordres, qui sont intéressants du point de vue tribologique, sont désignés par le terme général de rugosités. Les amplitudes de rugosités peuvent varier de 0,01 microns ou moins pour les surfaces polies à 25 microns pour les surfaces usinées par des procédés conventionnels.

Dans les systèmes mécaniques lubrifiés en régime hydrodynamique ou élasto-hydrodynamique (EHD) tels que les paliers, les butées, les engrenages et les roulements, l'épaisseur du film lubrifiant est censée d'une part être plus grande que la hauteur des aspérités de la rugosité, dans ces conditions, l'équation de Reynolds peut être appliquée pour décrire le comportement hydrodynamique des contacts rugueux.

Notre investigation a été consacré d'une part à l'étude de l'influence de la taille des chaînes moléculaires des additifs améliorant la qualité des fluides lubrifiants sur le pic de pression maximale dans le film et d'autre part, une étude paramétrique de l'influence de la rugosité transversale de surface du patin sur les performances statiques d'une butée hydrodynamique à patin incliné infiniment large, tels que le champ de pression, la portance hydrodynamique, la puissance dissipée et le débit de fuite.

L'étude paramétrique menée dans ce présent travail a permis de mettre en évidence les effets non négligeables de rugosité transversale de surface du patin sur le pic de pression maximale dans le film lubrifiant et les performances statiques d'une butée hydrodynamique surtout pour des fortes valeurs de l'amplitude et faible nombre de rugosité.

Les conclusions qui peuvent être déduites sont :

- Par comparaison aux huiles non additivées (*newtoniennes*), les huiles contenant des additifs améliorant la qualité des fluides lubrifiants entraînent une augmentation du pic de pression maximale dans le film. Cette augmentation est d'autant plus significative que la taille des chaînes moléculaires est grande ;
- La rugosité transversale de surface du patin permet d'augmenter le pic de pression maximale dans le film de butée, la portance hydrodynamique et la

puisse dissipée surtout pour des grandes valeurs de l'amplitude de rugosité et faibles valeurs de rugosité ;

- La rugosité transversale de surface du patin permet de diminuer le débit de fuite de butée, surtout pour des grandes valeurs de l'amplitude de rugosité et faibles valeurs de rugosité ;
- le nombre important de rugosité rend les effets de rugosité négligeables sur le pic de pression maximale, la portance hydrodynamique, la puissance dissipée ainsi que le débit de fuite ;
- Une butée à patin rugueux permet d'augmenter la capacité de charge de butée et les pertes d'énergie par frottement dans le film lubrifiant surtout pour les grandes valeurs de l'amplitude et faible nombre de rugosité comparativement au patin lisse.

- *Annexe*

## ANNEXE : DETERMINATION DE CHAMP DE VITESSES U ET W

On a la première équation du système (II-5) suivante :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \eta \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} \quad (\text{A-1})$$

On peut s'écrire l'équation (A-1) sous la forme suivante :

$$\eta \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} - \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -\frac{\partial P}{\partial x}$$

C'est une équation linéaire d'ordre quatre à coefficients constantes ; la solution générale est la somme de la solution homogène plus la solution particulière.

### a) La Solution homogène

On pose  $t = \frac{\partial u}{\partial y}$

L'équation (A-1) devient :

$$\eta t^4 + \mu t^2 = 0 \quad (\text{A-2})$$

Ses racines sont :  $t=0$  est racines double

$t = \sqrt{\frac{\mu}{\eta}}$  Est racine simple

$t = -\sqrt{\frac{\mu}{\eta}}$  Est racine simple

La solution générale de l'équation (A-2) :

$$U_G(y) = A_1 + A_2 y + C_1 e^{\sqrt{\frac{\mu}{\eta}} y} + C_2 e^{-\sqrt{\frac{\mu}{\eta}} y} \quad (\text{A-3})$$

Avec  $A_1, A_2, C_1, C_2$  appartiennent de IR

On a :  $\ell = \sqrt{\frac{\eta}{\mu}} \rightarrow \frac{1}{\ell} = \sqrt{\frac{\mu}{\eta}}$ , On remplace dans l'équation (A-3) :

$$U_G(y) = A_1 + A_2 y + C_1 e^{\left(\frac{y}{\ell}\right)} + C_2 e^{-\left(\frac{y}{\ell}\right)} \quad (\text{A-4})$$

### b) la solution particulière

On suppose un polynôme d'ordre deux :



$$u_p = ay^2 + by + c \quad (\text{A-5})$$

$$\text{Donc } \begin{cases} \frac{\partial^2 u_p}{\partial y^2} \\ \frac{\partial^4 u_p}{\partial y^4} \end{cases}$$

En remplaçant  $u$  par  $u_p$  dans l'équation (A-1) ; on obtient :

$$\eta \times 0 - \mu(2a) = -\frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\text{Donc } a = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x}$$

Et comme il n'y a aucune condition sur  $b$  et  $c$ , on choisit de prendre  $b = c = 0$

On remplace ces constantes dans le polynôme (A-5)

$$u_p = \frac{y^2}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} y^2$$

La solution générale de (A-1) est la somme de la solution homogène et la solution particulière :

$$u = u_G + u_p = A_1 + A_2 y + \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} y^2 + C_1 e^{\frac{y}{\ell}} + C_2 e^{-\frac{y}{\ell}}$$

D'où

$$u(y) = A_1 + A_2 y + \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} y^2 + B_1 \text{ch}\left(\frac{y}{\ell}\right) + B_2 \text{sh}\left(\frac{y}{\ell}\right) \quad (\text{A-6})$$

$A_1, A_2, B_1, B_2$  sont des constantes dans  $\mathbb{R}$

$$B_1 = C_1 + C_2$$

$$B_2 = C_1 - C_2$$

Où

$$C_1 e^{\frac{x}{\ell}} + C_2 e^{-\frac{x}{\ell}} = B_1 \left[ \frac{e^{\frac{y}{\ell}} + e^{-\frac{y}{\ell}}}{2} \right] + B_2 \left[ \frac{e^{\frac{y}{\ell}} - e^{-\frac{y}{\ell}}}{2} \right]$$

$$C_1 e^{\frac{x}{\ell}} + C_2 e^{-\frac{x}{\ell}} = \frac{B_1}{2} e^{\frac{y}{\ell}} + \frac{B_1}{2} e^{-\frac{y}{\ell}} + \frac{B_2}{2} e^{\frac{y}{\ell}} - \frac{B_2}{2} e^{-\frac{y}{\ell}}$$

$$B_1 + B_2 = 2C_1 \rightarrow B_1 = C_1 + C_2$$

$$B_1 - B_2 = 2C_2 \rightarrow B_2 = C_1 - C_2$$

Pour le troisième terme des équations (II-5), on trouve la solution de la même manière :

$$w(y) = C_1 + C_2 y + \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial z} y^2 + D_1 \operatorname{ch}\left(\frac{y}{\ell}\right) + D_2 \operatorname{sh}\left(\frac{y}{\ell}\right) \quad (\text{A-7})$$

Donc les solutions générales des équations (II-5):

$$\{u(y) = \underbrace{A_1 + A_2 y + B_1 \operatorname{ch}\left(\frac{y}{\ell}\right) + B_2 \operatorname{sh}\left(\frac{y}{\ell}\right)}_{\text{Solution homogène}} + \underbrace{\frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} y^2}_{\text{Solution particulier}}\}$$

Solution homogène      Solution particulier

$$\{w(y) = \underbrace{C_1 + C_2 y + D_1 \operatorname{ch}\left(\frac{y}{\ell}\right) + D_2 \operatorname{sh}\left(\frac{y}{\ell}\right)}_{\text{Solution homogène}} + \underbrace{\frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial z} y^2}_{\text{Solution particulier}}\}$$

Solution homogène      Solution particulier

## Références bibliographiques

- [1] Reynolds O. On the theory of lubrication and its application to M. Beauchamp Tower's experiments, Phil. Trans. Roy. Soc. London, A 177, 1886, 157-234.
- [2] Norme Internationale ISO 13565-3, 1997, "Spécification Géométrique des Produits(GPS) – État de Surface: Méthode du Profil ; Surfaces Ayant des Propriétés Fonctionnelles Différentes Suivant les Niveaux — Partie 3 : Caractérisation des Hauteurs par la Courbe de Probabilité de Matière".
- [3] Abbott E. J., Firestone F. A., 1933, "Specifying Surface Quality: A Method Based on Accurate Measurement and Comparison", Mechanical Engineering, Vol. 55, pp.569-572.
- [4] Norme Internationale ISO 4287, 1997, "Spécification Géométrique des Produits(GPS) – État de Surface: Méthode du Profil ; Termes, Définitions et Paramètres d'Etat de Surface".
- [5] Tzeng S T, Saibel E., Surface roughness effect on slider lubrication, ASLE Trans 1967; vol. 10, 334
- [6] Christensen H. Stochastics models for hydrodynamic lubrication of rough surfaces. Proc. IMechE 1969-70, 184 (Part 1)
- [7] Prakash J., Tiwari K. Lubrication of a porous bearing with surface corrugations. ASME Journal of Lubrication Technology, 1982; 104, 127-34
- [8] Christensen H., Tonder K. The hydrodynamic lubrication of rough bearing surfaces of finite width, Transactions of the ASME, Journal of Lubrication Technology, July 1971, Vol. 93, Serie F, 3, 324-330.
- [9] Elrod H. G. Thin-film lubrication theory for newtonian fluids possessing striated roughness or grooving. ASME Journal of Lubrication Tech., 95, 484-489, 1973.
- [10] Patir N., Cheng H. S. Effect of surface roughness orientation on central film thickness in EHD contact, Proc. 5th Leeds-Lyon Symp. Trib., 1978, 15-21
- [11] Boedo S., Booker J. F. Surface roughness and structural inertia in a mode-based mass conserving elastohydrodynamic lubrication model, Trans. of the ASME, Journal of Tribology, Jul. 1997, 119, 3, 449-455.
- [12] Wang P., Keith T. G. Combined surface roughness of dynamically loaded journal bearings, Tribology Transactions, 2002, Vol. 45, 1-10.
- [13] Elrod J. R. A cavitation algorithm, Trans. of the ASME Journal of Lubrication Technology, July 1981, Vol. 103, 3, 350-354.
- [14] Vijayaraghavan D., Keith J. R. Development and evaluation of a cavitation algorithm, Tribology Transactions, Apr. 1989, Vol. 32, 2, 225-233.

- [15] N. B.Naduvanamani,A. SiddangoudaEffect of surface roughness on the hydrodynamic lubrication of porous step-slider bearings with couple stress fluids. *Tribology International*, 40, 780-793, 2007.
- [16] Kweh C. C., Patching M. J., Evans H. P., Snidle R. W. Simulation of elastohydrodynamic contacts between rough surfaces, *trans. of the ASME Journal of Tribology*, Jul. 1992, Vol.114, 3, 412-419.
- [17] Greenwood J. A., Morales, Espejel G. E. The behavior of transverse roughness in elastohydrodynamic lubrication contact, *Proc. Of the IMechE, Journal of Tribology Engg, Part J*, 1994, Vol. 208, J2, 121-132.
- [18] Zhu D., Ai X. Point contact elastohydrodynamic lubrication based on optically measured three-dimensional rough surfaces, *Trans. of the ASME, Journal of Tribology*, Jul. 1997, Vol. 119, 3, 375-384.
- [19] Dobrica M. B., Fillon M., Maspeyrot P., 2006. Mixed elastohydrodynamic lubrication in partial journal bearings – comparison between deterministic and stochastic models, *ASME J. Tribol.*, 128, 778-788.
- [20] Dobrica M. B., Fillon M., Maspeyrot P., 2008. Influence of mixed lubrication and rough elastic-plastic contact on the performance of small fluid film bearings, *STLE Tribol. Transactions*, 51, 699-717.
- [21] Marchenko V. A., Khruslov E. Ya. Homogenization of partial differential equations, Birkhäuser, Boston 2006.
- [22] Hiroshi O., Yasuyoshi F., Noriyoshi K. Homogenization method for heterogeneous material based on boundary element method, *Computers and Structures*, 79, 2001, 1987-2007.
- [23] Marcin K. Sensitivity and randomness in homogenization of periodic fiber-reinforced composites via the response function method, *Intl Journal of Solids and Structures*, 46, 2009, 923-937.
- [24] J. M. Georges, Frottement, usure et lubrification, Eyrolles, 2000.
- [25] V.K.Stokes, couple stresses in fluids, the physics of fluids, vol. 9, n° 9, eptember 1966.
- [26] M. Boukhatem, "Analyse théorique et numérique des écoulements à rhéologie complex dans les butées hydrostatiques et hydrodynamiques". Thèse de magister. Guelma. 2005.
- [27] M. lahmar, Elastohydrodynamic analysis of double-layered journal bearings lubricated with couple-stress fluids, *Proc Instn Mech. Engers Vol. 219 Part J, IMechE*, 2005.
- [28] M. R. Spiegel, Théorie et applications de l'analyse, Mc GRAW-HILL, 1973.
- [29] A. Benali, comportement dynamique des butées hydrodynamiques, thèse de doctorat, Université de poitiers (france), 1988.
- [30] X-L Wang, K-Q Zhu et C-L Gui: A study of a journal bearing lubricated by couple stress fluids considering thermal and cavitation effects, *Proc Instn Mech Engers , Vol 216 part J, J, Engineering Tribology, IMechE* 2002.

[31] V.N .Constantinescu, Al. Nica, M.D. Pascovici, G. Ceptureanu, S. Nedelcu, Sliding bearings, 1985 Alleston Press Inc., USA.

[32] Mouassa Ah., contribution a l'étude de l'influence des défauts de forme et de rugosité des surfaces sur les performances des contacts lubrifiés severes, 2010, Laboratoire de Mécanique et Structures (LMS), Equipe Systèmes Mécaniques Lubrifiés (SML) Université 8 mai 1945 Guelma