

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITÉ DE 8 MAI 1945 GUELMA FACULTÉ DES
MATHÉMATIQUES, INFORMATIQUE ET SCIENCES DE LA MATIÈRE
DÉPARTEMENT D'INFORMATIQUE



Mémoire de Fin d'études Master

Filière : INFORMATIQUE

Option : SCIENCE ET TECHNOLOGIE DE L'INFORMATION ET DE LA
COMMUNICATION

Thème :

**Une description topo-géométrique pour les
formes 2D en utilisant la théorie de taille**

Présenté par : AOUADI ROMAÏSSA

Membres de jury :

- **Président :** DR. TADJER HOUDA
- **Encadreur :** DR. DERDAR SALAH
- **Examineur :** DR. FERKOUS CHOKRI

Septembre 2024

Remerciements

Avant tout, nous remercions dieu le tout puissant de nous avoir donné la santé et la volonté d'entamer et de terminer ce mémoire.

Aussi, ce travail ne serait pas aussi riche et n'aurait pas pu avoir le jour sans l'aide et l'encadrement de Dr. *Derdar Salah*, nous le remercions pour la qualité de son encadrement exceptionnel, pour sa patience, sa rigueur et sa disponibilité durant notre préparation de ce projet de fin d'études.

Nous remercierons les membres de jury pour avoir accepté d'examiner notre projet.

Dédicaces

J'ai le grand plaisir de dédier ce modeste travail :
A ma très chère mère, qui me donne toujours l'espoir de vivre et qui n'a
jamais cessé de prier pour moi.

A mon très cher père, pour ses encouragements, son soutien, surtout pour son
amour et son sacrifice afin que rien n'entrave le déroulement de mes études.

A ma soeur *ZINEB*, qui m'a beaucoup aidée et m'a encouragée à arriver au
bout et aussi ma soeur *NOR EL HOUDA*. A mes frères, spécialement
MOHAMED.

A mes meilleures amies qui m'ont soutenu *AMIRA* et *CHAIMA*.

A mes collègues de ma promotion et à toute personne qui m'a aidé et
soutenu de près et de loin ce travail.

Résumé

L'objectif de ce travail est de concevoir et développer un descripteur de forme pour la description et l'appariement des formes 2D, plus robuste et performant que les autres descripteurs existants. L'approche proposée introduit un nouveau descripteur de nature topologique appelé la fonction de taille (ou SFD) basée sur la représentation des points de contour distribués en courbes annulaires selon des sous-niveaux calculés par la fonction de mesure radiale, qui permet de représenter et caractériser la forme de manière simple et plus réduite. La fonction de taille décrit la forme en se basant sur les caractéristiques des fonctions réelles définies sur les objets de la forme. Ces fonctions permettent de quantifier les propriétés géométriques et topologiques des formes, fournissant ainsi des descripteurs puissants pour leur caractérisation.

Grâce aux informations topologiques contenues dans ce nouveau descripteur, il est plus efficace pour appairer des formes qui ne sont pas strictement similaires. A ce sujet, un algorithme d'appariement est conçu pour comparer une forme requête avec une collection de formes de cible. Le score de similarité de l'appariement est évalué selon l'intervalle de distance normalisée $[0..1]$.

Nous avons validé l'approche proposée en utilisant une base standard des formes 2D. Les résultats de tests obtenus sont favorables et prometteurs et montrent la réussite et l'efficacité de cette approche. Ces résultats montrent aussi que le nouveau modèle de descripteur est concurrent aux autres descripteurs pour les tâches de description et d'appariement et être plus robuste au bruit, aux occlusions et invariant aux transformations géométriques. A l'horizon, ce descripteur pourra être un bon candidat pour l'appliquer avec succès à divers problèmes de classification et de reconnaissance.

Mots clés : descripteur topologique, théorie de taille, fonction de taille, fonction de mesure radiale, appariement des formes, mesure de similarité, point critique.

Abstract

The objective of this work is to design and develop a shape descriptor for describing and matching of 2D shapes, more robust and efficient than other existing descriptors. The proposed approach introduces a new topological descriptor called the size function (or SFD) based on the representation of contour points distributed in annular curves according to sublevels calculated by the radial measurement function, which allows to represent and characterize the shape in a simple and more reduced way. The size function describes the shape based on the characteristics of the real functions defined on the objects of the shape. These functions allow to quantify the geometric and topological properties of the shapes, thus providing powerful descriptors for their characterization.

Thanks to the topological information contained in this new descriptor, it is more efficient to match shapes that are not strictly similar. In this regard, a matching algorithm is designed to compare a query shape with a collection of target shapes. The similarity score of the matching is evaluated according to the normalized distance interval $[0..1]$.

We have validated the proposed approach using a standard 2D shape database. The obtained test results are favorable and promising and show the success and efficiency of this approach. These results also show that the new descriptor model is competitive with other descriptors for description and matching tasks and is more robust to noise, occlusions and invariant to geometric transformations. In the future, this descriptor may be a good candidate to successfully apply it to various classification and recognition problems.

Keywords : topological descriptor, size theory, size function, radial measure function, shape matching, similarity measure, critical point.

ملخص

الهدف من هذا العمل هو تصميم وتطوير واصف شكل لوصف الأشكال ثنائية الأبعاد ومطابقتها، وهو أكثر قوة وكفاءة من الأوصاف الأخرى الموجودة. يقدم النهج المقترح واصفًا جديدًا ذو طبيعة طوبولوجية يسمى دالة الحجم (أو SFD) استنادًا إلى تمثيل النقاط الكنتورية الموزعة في منحنيات حلقيّة وفقًا للمستويات الفرعية المحسوبة بواسطة دالة القياس الشعاعي، مما يجعل من الممكن تمثيل وتوصيف الشكل بطريقة بسيطة ومختصرة أكثر. تصف دالة الحجم الشكل بناءً على خصائص الوظائف الفعلية المحددة على كائنات الشكل. هذه الوظائف تجعل من الممكن قياس الخصائص الهندسية والطوبولوجية للأشكال، وبالتالي توفير واصفات قوية لتوصيفها. بفضل المعلومات الطوبولوجية الموجودة في هذا الوصف الجديد، فهو أكثر كفاءة في مطابقة الأشكال غير المتشابهة تمامًا.

وفي هذا الصدد، تم تصميم خوارزمية مطابقة لمقارنة شكل استعلام مع مجموعة من الأشكال المستهدفة. يتم تقييم درجة التشابه للمطابقة وفقًا لفواصل المسافة الطبيعي [1..0]. لقد تحققنا من صحة النهج المقترح باستخدام أساس قياسي للأشكال ثنائية الأبعاد. نتائج الاختبار التي تم الحصول عليها إيجابية وواعده وتظهر نجاح وفعالية هذا النهج. تظهر هذه النتائج أيضًا أن نموذج الوصف الجديد يتنافس مع الوصفات الأخرى في مهام الوصف والمطابقة، كما أنه أكثر قوة في مواجهة الضوضاء والإطباق وثابت في التحويلات الهندسية. في الأفق، يمكن أن يكون هذا الوصف مرشحًا جيدًا لتطبيقه بنجاح على مشكلات التصنيف والتعرف المختلفة.

الكلمات المفتاحية: الوصف الطوبولوجي، نظرية الحجم، دالة الحجم، دالة القياس الشعاعي، مطابقة الأشكال، قياس التشابه، النقطة الحرجة.

Table des matières

Liste des tableaux	VIII
Liste des figures	IX
Introduction générale	1
1 Etat de l’art	4
1.1 Introduction	4
1.2 Descripteur de forme : définitions et propriétés	5
1.2.1 Signatures de forme	5
1.2.2 Limites des signatures	5
1.3 Techniques de description des formes	6
1.3.1 Les descripteurs basés sur le contour	6
1.3.2 Les descripteurs basés sur la région	7
1.4 Techniques de description à base topologique	8
1.4.1 Graphe de Reeb	8
1.4.2 Structures de complexes combinatoires	9
1.4.3 La fonction de Morse	10
1.4.4 La fonction de taille	11
1.5 Travaux liés à la fonction de taille	11
1.6 Conclusion	14
2 Théorie de taille	15
2.1 Introduction	15
2.2 Les fonctions de taille	16
2.2.1 Définition	16
2.2.2 Exemple et interprétation géométrique	17

2.2.3	Avantages de l'utilisation de la fonction de taille	17
2.2.4	Comparaison des fonctions de taille	19
2.2.5	Les fonctions de mesure et les points critiques	20
2.2.6	Domaine d'application de la fonction de taille	24
2.3	Mesures de similarité	24
2.3.1	Axiomes métriques	25
2.3.2	Méthodes de distance pour la similarité	25
2.4	Conclusion	28
3	Conception du descripteur SFD	29
3.1	Introduction	29
3.2	Pré-traitement	30
3.2.1	Détection de contour	30
3.2.2	Lissage de contour	32
3.2.3	Extraction des points critiques (ou d'intérêt)	32
3.3	Description de la forme par SFD	33
3.3.1	Fonction de mesure	33
3.3.2	Discrétisation du contour en courbes annulaires	33
3.3.3	Calcul de la fonction de taille	34
3.3.4	Méthode de calcul du SFD	35
3.4	Mise en appariement des formes par les SFDs	35
3.4.1	Choix de la méthode de distance	36
3.4.2	Algorithme de mise en appariement	37
3.5	Conclusion	37
4	Implémentation et Résultats expérimentaux	38
4.1	Introduction	38
4.2	Environnement de développement	38
4.2.1	Environnement de matériels	38
4.2.2	Environnement de logiciels	39
4.3	Implémentation	40
4.3.1	Système de description et d'appariement :	40
4.3.2	Structures et classes	40
4.4	Résultats expérimentaux	43

4.4.1	Test 1	43
4.4.2	Test 2	44
4.4.3	Test 3	44
4.5	Conclusion	51
	Conclusion générale	52

Liste des tableaux

4.1	<i>Les caractéristiques de matériels</i>	39
4.2	<i>Base des formes 2D standard</i>	44
4.3	<i>Mesures de distance d'appariement entre les 16 formes 2D de la base standard. Les valeurs de distance sont multipliées par 100 pour des raisons de simplicité</i>	45
4.4	<i>Mesures de distance d'appariement entre les 7 formes 2D qui sont des variantes de la forme sofa2</i>	46
4.5	<i>Mesures de distance d'appariement entre les 7 formes 2D qui sont des variantes de la forme table2</i>	47
4.6	<i>Matrice SFD de la requête de la figure 4.2(a)</i>	49
4.7	<i>Matrice SFD de la cible de la figure 4.2(b)</i>	50

Liste des figures

2.1	Exemple de calcul de la fonction de taille de la forme de la lettre 'm' : (a) discrétisation de la lettre 'm' sous forme d'une courbe ou un graphe avec les points critiques, (b) mappage des points critiques par les valeurs de l'ordonnée triées normalisées qui représentent la fonction de mesure appliquée, (c) pour l'ensemble des points dans $M\langle\varphi \leq y\rangle$ avec $y=0.8$, il y a 3 composantes connexes qui contient au moins un point inférieur à 0.5 et donc $l_{(M,\varphi)}(0.5,0.8) = 3$, (d) application de la même fonction de mesure sur la courbe modifiée de la lettre 'm', (e) application de la même fonction de mesure sur la courbe de la lettre 'n'	18
2.2	Exemple d'une fonction de taille avec des perturbations [31]	19
2.3	Comparaison des deux fonctions de taille sous forme graphique [12]	20
2.4	Les deux fonctions de taille à comparer [12]	21
2.5	Invariance par rapport à l'isométrie [12]	22
2.6	(a) la fonction de mesure centrée par rapport au point P , (b) la fonction de taille correspondante (représentation graphique) [9]	23
3.1	Démonstration de retracement au voisinage de Moore	31
3.2	<i>Diagramme de l'appariement des formes requête et cible</i>	36
4.1	Fenêtre de démarrage d'Eclipse IDE	39
4.2	<i>Appariement des deux formes en comparant leur descripteur SFD relatif à son point critique : (a) la forme requête adidas_500×350, (b) la forme de cible adidas_500×350 avec rotation de 180°, (c) l'image de contour de la requête, (d) l'image de contour de la cible, (e) l'image des points critiques en rouge détectés sur le contour de la requête, (f) l'image des points critiques en rouge détectés sur le contour de la cible</i>	48

Introduction générale

Une des principales tâches d'un système de description et de reconnaissance des formes est d'identifier et classer la forme à partir des informations issues des modèles ou prototypes. L'objectif de la reconnaissance des formes est d'extraire de manière automatique et efficace les informations intéressantes, pertinentes et utiles de la forme, c-à-d., de déterminer l'identité de ces objets. Ces informations sont ensuite représentées par des structures discriminantes et invariantes, appelées descripteurs de forme [5].

Dans la modélisation des problèmes de l'analyse d'images, des nouvelles techniques sont introduites. Parmi ces techniques, nous citerons l'approche topologique qui pourra changer considérablement l'aspect de la mise en appariement des images. Historiquement, cette approche étudie des courbes, des surfaces, des réseaux, et d'autres espaces de dimension n .

Parmi les concepts qu'on confronte souvent dans cette approche, nous citerons les théories d'homologie, de Morse et de taille. La théorie d'homologie s'applique naturellement sur des complexes cubiques, simpliciaux ou cellulaires pour calculer les groupes d'homologie. La théorie de Morse étudie les changements topologiques de la variante à travers une fonction métrique ou de mesure qui doit vérifier les conditions de Morse. L'ensemble des fonctions de taille constitue une classe relativement nouvelle de descripteurs, qui peuvent être modulées pour s'adapter à des problèmes spécifiques de reconnaissance ou d'appariement. Le calcul de cette fonction doit associer une fonction de mesure qui peut ne pas être de Morse. Les descripteurs de forme de nature topologique sont nombreux. La fonction de taille, le graphe d'évolution et le descripteur de Morse pour la forme sont des exemples des descripteurs qui permettent de bien caractériser la forme [11].

L'avantage principal d'utiliser la fonction de taille est que son descripteur préserve les invariances dotées par la fonction de mesure. En plus, contrairement aux autres méthodes de la littérature, est que la description d'objets par les fonctions de taille peut se réaliser avec une fonction de mesure qui peut ne pas être une fonction Morse [29]. Généralement, ces concepts sont consacrés au processus de description par un descripteur de forme, et aussi pour modéliser le

problème de la mise en appariement. La description signifie le calcul d'un descripteur topologique basé sur la fonction de taille. Ce descripteur est quantitatif puisqu'il se base sur les changements topologiques locaux par un sous-niveau, sachant que les sous-niveaux sont identifiés par la fonction de mesure appliquée sur une partie ou la totalité de la variante. L'apparition d'un sous-niveau implique un changement topologique ou la confrontation d'un point critique sur le contour de la variante. Ce descripteur qu'on appelle SFD destiné pour bien décrire la forme est conçu en utilisant la représentation du contour des objets. En plus de la description, ce descripteur aide à réaliser la tâche d'appariement des formes 2D et cela en appliquant une mesure de similarité entre les descripteurs SFD des deux formes à comparer. A ce stade, deux algorithmes sont conçus pour calculer la fonction de taille à la base d'une fonction de mesure choisie et pour réaliser la tâche d'appariement pour les formes 2D.

Le principe de l'appariement consiste à établir une correspondance entre le descripteur topologique (ou la représentation de la fonction de taille) de la forme requête avec celui de la forme cible. Cette correspondance est assurée par l'emploi d'une mesure de similarité qui utilise une fonction de distance entre les deux descripteurs SFDs. Cette fonction de distance peut être définie comme une métrique si elle respecte les propriétés définies dans [23]. Un score de similarité élevé signifie automatiquement une bonne correspondance entre les deux formes mises en appariement.

Le présent mémoire est composé de quatre chapitres. Le premier est consacré à la définition des différents descripteurs (ou signatures) de formes et à présenter les différents travaux liés à la description avec la fonction de taille qu'on retrouve dans les applications d'analyse et de reconnaissance des formes, analyse de document et d'images, notamment l'appariement d'images, etc. Le deuxième chapitre vise à fournir une compréhension approfondie de la fonction de taille et de son rôle crucial dans la caractérisation des formes, ainsi qu'à souligner son potentiel dans divers domaines d'application. Le troisième chapitre présente la modélisation qui conduit à la naissance de ce nouveau descripteur de la fonction de taille. Le quatrième chapitre est consacré à présenter les structures de classes et l'implémentation du modèle de descripteur et montrer sa capacité dans le processus de l'appariement. Dans ce chapitre, l'approche est validée par des résultats de tests appliqués sur une base des formes 2D. Nous concluons le mémoire par une conclusion et des perspectives.

Problématique :

En littérature, beaucoup des techniques d'analyse et de reconnaissance des formes se basent sur les caractéristiques géométriques, notamment la géométrie (la courbure, les angles, ...), statistiques (médiane, écart type, variance, ...), et d'autres [25, 28, 36] et ignorent les caractéristiques de nature topolo-

gique comme les groupes d’homotopie, d’homologie, le nombre d’Euler (c.-à-d., le nombre de composantes connexes et le nombre de trous), le coefficient de torsion, et d’autres. Par conséquent, si nous analysons ces techniques, nous voyons qu’ils utilisent uniquement des primitives géométriques et statistiques avec une complexité de calcul plus élevée, et ignorent l’information topologique. Afin de surmonter ces limitations et remédier à ces problèmes, nous proposons un nouveau modèle de descripteur de la fonction de taille pour la description et l’appariement issu de la théorie de taille et de l’adapter pour les données multidimensionnelles afin de combler le manque envisagé précédemment. Un nouveau algorithme a été développé pour calculer ce descripteur avec des caractéristiques topologiques des objets de la forme. Cet algorithme est utilisé pour aider à aligner ce modèle de descripteur aux propriétés topologiques pour une description et un appariement des formes 2D et 3D plus efficaces. Autrement dit, un descripteur puissant qui permet de caractériser les formes en se basant sur la combinaison des propriétés géométriques et topologiques. Grâce aux informations topologiques qu’ils contiennent, les descripteurs topologiques sont souvent plus discriminants, capables pour apparier les formes qui ne sont pas strictement similaires, et certains d’entre eux sont basés sur la fonction de taille [22]. Cette nouvelle modélisation emploie la fonction de taille avec soit les points de contour des objets ce qui donne une complexité de calcul et une consommation de mémoire moins élevée ou avec les points critiques extraits de contour, qui conduit à une complexité de calcul plus meilleure.

La combinaison de la théorie de Morse avec la théorie de taille s’est avérée particulièrement pertinente, conduisant à la création d’un descripteur performant de nature topo-géométrique. Ce descripteur est topologique puisqu’il adopte la propriété de compter le nombre de composantes connexes par un sous-niveau défini sur la variante topologique (ou la forme), et géométrique pour l’adoption d’une fonction de mesure avant de calculer la fonction de taille correspondante.

Contributions :

La nouvelle approche inclut la description et l’appariement des formes 2D. La description s’appuie sur le calcul d’un descripteur topologique de forme relatif à la fonction de distance radiale selon un point de référence (le centre de masse de la forme est un exemple de point de référence). Alors que l’appariement se réalise en comparant les deux descripteurs SFDs qui représentent les deux formes. La contribution de ce travail est illustrée dans les points suivants :

- Le descripteur de forme conçu est de nature topologique. Il n’ignore pas les aspects : visuel et topologique de la forme.
- Le descripteur topologique emploie uniquement les données de contour des objets de la forme.
- Le descripteur topologique consomme moins de données avec une meilleure représentation et caractérisation des objets de la forme.

Chapitre 1

Etat de l'art

1.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à présenter les techniques de description des formes et les travaux liés à la description d'une forme 2D qu'on retrouve dans les différentes applications de vision par ordinateur, analyse des formes, analyse des documents et analyse d'images, notamment recherche d'images par le contenu et appariement des images, etc. Une forme 2D ou 3D peut être représentée par différents types de descripteurs (ou signatures) qui soient de nature géométrique, statistique ou algébrique. Les descripteurs de forme sont généralement de nature géométrique destinés principalement pour décrire les formes 2D, puisqu'ils permettent de décrire les formes des objets en se basant sur des caractéristiques géométriques telles que la courbure, la longueur et l'angle. Ces descripteurs ont un impact positif et un rôle essentiel dans les différentes tâches de reconnaissance. Pour cela, ces descripteurs sont employés principalement comme des outils pour la reconnaissance de caractères manuscrits, de visages et de symboles graphiques, etc. Dans ce chapitre, nous explorerons les principaux descripteurs de formes les plus récents en analyse et reconnaissance des formes. La section qui suit est consacrée à la définition des différents descripteurs (ou signatures) de formes qu'on retrouve dans les applications d'analyse des formes.

En analyse des formes, la forme est une entité géométrique composée d'un ou plusieurs objets (ou pixels d'objet), et en topologie algébrique, est une variante compacte avec une frontière définie dans l'espace Euclidien de \mathbf{R}^2 . Elle peut être représentée par différentes descriptions qui sont très riches d'information qui proviennent de nombreuses solutions.

Deux parties sont abordées dans ce chapitre. La première partie est consacrée aux descripteurs de forme de nature topologique et plus particulièrement à ceux de la fonction de taille ou nous avons abordé brièvement ce descripteur en mettant la lumière sur son lien de recherche et la diversité des approches utilisées pour caractériser les formes dans différentes applications. Dans la

deuxième partie, nous explorons les travaux liés aux différents descripteurs de forme et particulièrement aux travaux liés à la fonction de taille.

1.2 Descripteur de forme : définitions et propriétés

Les descripteurs de forme sont des représentants descriptifs englobant des caractéristiques numériques ou symboliques extraites à partir des données spatiales et photométriques incluses dans les objets de la forme. Ces descripteurs sont utilisés pour décrire et quantifier les propriétés géométriques des formes d'objets, facilitant ainsi des tâches telles que la reconnaissance d'objets, la détection de contours, la segmentation d'images, etc. Si le descripteur à concevoir est basé sur un espace ou une fonction unidimensionnelle (c.-à-d., avec une seule variable), on parle dans ce cas d'une signature de forme.

1.2.1 Signatures de forme

Les signatures de forme représentent une autre classe de descripteurs de contours. Elles sont collectées à partir d'une fonction unidimensionnelle dérivée des points de frontières de la forme. De nombreuses signatures de forme 1D et 2D existantes et sont employées en appariement, telles que le profil centroïde, les coordonnées complexes, la distance centroïde, l'angle tangent, l'angle cumulatif, la courbure, l'aire et la longueur de corde [29].

1.2.2 Limites des signatures

Les signatures de forme sont toujours normalisées pour assurer la propriété d'invariance vis-à-vis les transformations géométriques (translation, rotation et mise à l'échelle). Toutefois, les signatures de forme sont sensibles au bruit, et de légères modifications des frontières peuvent entraîner de grandes erreurs pendant la tâche d'appariement. Par conséquent, il n'est pas souhaitable de décrire directement la forme à l'aide d'une signature de forme. Un traitement est nécessaire pour augmenter sa robustesse supplémentaire et réduire le cout d'appariement [29]. Les inconvénients d'apparier les formes avec les signatures sont nombreux. Par exemple, la mise en appariement des images avec les signatures est une tâche très coûteuse. Les signatures sont sensibles au bruit et les changements du contour peuvent causer des grandes erreurs pendant la correspondance. Cependant, il est indésirable de décrire directement une forme en utilisant une signature de forme [24].

1.3 Techniques de description des formes

Plusieurs techniques de description des formes ont été proposées en littérature. Dans ce travail, on peut identifier deux directions de classement des techniques. La première direction regroupe les techniques classiques avec des descripteurs comme la signature de forme, l'histogramme de signature, les invariants de forme, les moments, la courbure, le contexte de forme, la matrice de forme, les caractéristiques spectrales, etc [37]. La deuxième direction inclut les techniques avec des descripteurs de haut niveau comme les descripteurs topologiques, statistiques et géométriques.

Les techniques classiques manipulent les descripteurs sur le fait que les attributs sont soit extraits du contour uniquement ou de l'objet entier, donnant ainsi deux grandes catégories : la première se fonde sur la frontière des objets (ou contour) et la deuxième sur la région des objets. Le descripteur de Fourier FD qui représente les contours d'une forme dans le domaine fréquentiel est à la tête des descripteurs de la première catégorie. Alors que, les moments invariants qui décrivent de manière globale la forme sont les descripteurs les plus fréquents dans la seconde catégorie.

1.3.1 Les descripteurs basés sur le contour

Les méthodes basées sur le contour offrent l'avantage qu'elles se basent sur une information de taille réduite, à savoir une liste de points de frontière. À partir de la carte de contours, il est possible de détecter un ensemble fini de contours fermés qui entoure chacun une région d'objet. Cette étape d'extraction de contours peut être réalisée à l'aide de différents opérateurs, en fonction des besoins, notamment l'opérateur de Canny et d'autres [7].

Les techniques basées sur le contour se caractérisent par les points suivants :

- leurs descripteurs de forme se concentrent exclusivement sur les informations de la frontière des objets et ne prennent pas en compte le contenu interne des objets de la forme.
- elles ne parviennent pas à traiter efficacement les formes complexes constituées de parties disjointes.
- elles sont relativement peu nombreuses lorsqu'il s'agit de segmenter entièrement l'image d'une forme.

- elles présentent l'avantage de se baser sur une quantité d'informations plus réduite.
- elles reposent sur différents descripteurs tels que FD, FMT, etc.

Les descripteurs de Fourier (FDs) figurent parmi les descripteurs les plus populaires pour les applications de reconnaissance de formes et de recherche d'images qui opère sur les données de contour en représentant ce contour par un signal 1D et en le décomposant en séries de Fourier. Les FDs sont considérés comme une famille de descripteurs, car leur performance dépend de la façon dont les objets sont représentés. Ils se distinguent par rapport aux descripteurs par

- des privilèges comme leur popularité, leur simplicité et leur efficacité en termes de reconnaissance et appariement des formes et recherche d'images.
- la description de la forme d'un objet à différents niveaux de détails.
- leur performance qui dépend de la façon dont les objets sont représentés.
- leur capacité à décrire la forme de l'objet à divers niveaux de détail.

Les propriétés communes entre les différents descripteurs sont l'invariance aux transformations géométriques, la résistance aux petites déformations et au bruit [7].

1.3.2 Les descripteurs basés sur la région

Certaines techniques tirent parti de l'ensemble des informations contenues dans toute l'image et cela à travers des descripteurs qui traitent les régions en fonction d'un critère d'homogénéité spécifié.

Parmi les descripteurs de forme basés sur la région, on retrouve les moments géométriques de Hu, les moments orthogonaux, les moments de Zernike, le descripteur générique de Fourier GFD, la description multi-échelle basée sur Fourier, ainsi que d'autres descripteurs similaires. Certains travaux de recherche récents, définissent des descripteurs spécifiques pour la description des régions dans la forme. Par exemple, Kim propose un descripteur de forme en utilisant les moments de Zernike. Ce descripteur présente de nombreuses propriétés souhaitables telles que l'invariance à la rotation, la robustesse au bruit, le calcul rapide, ainsi qu'une représentation à multi-niveaux pour la description de la forme. Aussi, Zhang et Lu [37] proposent quant à eux un descripteur de Fourier générique (GFD) extrait du domaine spectral en appliquant une transformée

de Fourier 2D sur une image de forme échantillonnée dans l'espace polaire. Par rapport aux moments de Zernike, le GFD n'a pas de caractéristiques redondantes et permet une analyse multi-résolution des caractéristiques dans les deux directions : radiale et angulaire.

Les descripteurs de forme basés sur la région sont

- construits en utilisant toutes les informations de pixel contenues dans une zone donnée de la forme, contrairement aux techniques basées sur le contour,
- plus fiables pour traiter des formes complexes telles que des marques, des logos et des caractères.
- caractérisés par leur concentration principale autour des caractéristiques globales de la forme, manquant de nombreux détails importants.
- employés par des techniques qui utilisent l'ensemble des informations présentes dans l'image de forme pour segmenter les régions selon un critère d'homogénéité spécifique.

1.4 Techniques de description à base topologique

D'autres techniques de description qui existent en littérature, prennent une direction différente à celle du classement classique (contour, régions). Avec ces techniques, les descripteurs servent à donner un aspect visuel avec des données compactes et Euclidien dans \mathbb{R}^n . Dans ces techniques, les descripteurs sont invariants aux déformations et dilatations morphologiques et qui sont générées à partir des données ou représentations de nature topologique. Les méthodes de la topologie computationnelle offrent une gamme d'outils et de métriques pour analyser et encoder les données. Parmi eux, on trouve l'équation d'Euler, la théorie de Morse et les graphes de Reeb, les complexes combinatoires (simplicial, cubical et cellulaire), qui permettent de décrire des formes de manière très abstraite. Ces techniques ont de nombreuses applications dans la compréhension, la simplification et la représentation minimale de large données [13]. Ces techniques emploient des descripteurs générées à partir de ces représentations topologiques qu'on peut citer dans ce qui suit :

1.4.1 Graphe de Reeb

Le graphe de Reeb est une représentation topo-géométrique qui combine les caractéristiques géométriques et topologiques de la forme. Cette représentation

examine les propriétés d'une forme qui restent inchangées en cas des déformations topologiques comme les mouvements d'étirement ou de rétrécissement de la forme tant qu'ils ne provoquent pas de coupure dans la forme ou de fusion sur le plan de composante connexe [38]. Cette représentation peut aider à déduire un descripteur de nature topologique avec des données plus réduites qui sont incluses dans la représentation du graphe.

Comme une autre définition, le graphe de Reeb est une structure de données fondamentale et puissante qui encode la topologie d'une forme. Il est construit en contractant les composantes connexes des ensembles de sous-niveaux d'une fonction de mesure définie sur des données spatiales telles que des maillages, des plans, des images, etc. et relative à un point. Ce graphe, qui capture la topologie d'une forme, est largement utilisé dans divers domaines d'application, notamment l'adaptation de formes, la compression, le paramétrage de surfaces, la simplification, la modélisation solide et la visualisation.

Le concept de graphe de Reeb est étroitement lié à la théorie de Morse, qui analyse la relation entre la topologie et les informations géométriques d'un espace donné. Cette relation est décrite par une fonction de mesure de valeurs réelles souvent appelée la fonction de Morse [13].

La topologie d'une forme représentée par un graphe de Reeb est associée aux ensembles de sous-niveaux de la fonction appliquée à la variété ou à la forme. Un changement dans le nombre de composantes connexes dans un ensemble de sous-niveaux indique un changement de la topologie. Ces changements sont liés à la présence des points particuliers sur le contour de la forme qu'on appelle les points critiques. Par contre, les points réguliers signalent l'absence d'un changement topologique [22].

1.4.2 Structures de complexes combinatoires

Plusieurs structures en langage combinatoire sont proposées. On commence par explorer la structure de complexe simplicial.

Complexe simplicial

Parmi les structures de complexe combinatoire employées en topologie algébrique, on trouve le complexe simplicial qui est une structure combinatoire versatile, largement utilisée pour représenter des données multidimensionnelles, telles que la représentation en maillages, ou en graphes [13]. Un complexe simplicial est une structure fondée sur la notion de simplexe qui permet d'étudier la topologie et la géométrie d'un espace en utilisant des combinaisons linéaires de

points affinement indépendants. Ils sont utilisés pour étudier divers aspects de la topologie et de la géométrie combinatoire, tels que les propriétés d'homotopie, la connexité, la compacité, la décomposition de l'espace, et bien d'autres. Ils sont également utilisés dans des domaines tels que la théorie des graphes, l'analyse de données, la théorie des noeuds, la géométrie discrète, etc.

Complexe cubical

Le complexe cubique est une représentation combinatoire constituée de cubes élémentaires qui prennent la forme cubique. Géométriquement, un cube est un volume avec huit parois en 3D ou faces rectangulaires ou un carré en 2D, ou une arête en 1D ou un sommet en 0D. Beaucoup d'approches liées à la structure de complexe cubique sont proposées en littérature. Localement, un complexe cubique 3D (intégré dans \mathbb{R}^3) peut associer à une image binaire 3D, pour obtenir un complexe cubique homotopie équivalent à la grille composée de voxels d'objet du support d'image. La structure du complexe cubique est employée pour calculer le nombre d'Euler ou groupes d'homologie en utilisant la théorie de l'homologie cubique d'un espace d'objets donné (une méthode de topologie combinatoire est introduite pour calculer l'homologie cubique, c-à-d., le nombre de composantes connexes et de trous) [13].

Complexe cellulaire

Le complexe cellulaire est une représentation combinatoire constituée de cellules élémentaires ou le besoin de définir une forme géométrique fixe à la cellule n'est pas nécessaire. L'élément de base qui forme le complexe cellulaire est la cellule qui est morphique à une boule topologique de géométrie différente. Un complexe cellulaire est une suite de collections ou chaque collection regroupe des cellules de même dimension. Beaucoup d'approches liées à ce type de complexe sont proposées en littérature. Une subdivision initiale formée de cellules, par exemple, pour des surfaces fermées 2D, est utilisée pour construire un complexe cellulaire destiné au calcul des groupes l'homologie d'un espace topologique donné [13].

1.4.3 La fonction de Morse

La théorie de Morse est une partie de l'algèbre topologique. Elle s'intéresse aux effets des points critiques sur la topologie d'un ensemble [38]. La théorie de Morse est devenue une méthode essentielle pour explorer la topologie des variétés ou des formes lisses. Les principaux résultats de cette théorie démontrent que la topologie d'une forme lisse est intimement liée aux points critiques d'une fonction de mesure appliquée sur cette forme. Cette théorie est applicable même dans les espaces de dimension infinie. Elle est utilisée dans

les calculs variationnels pour établir un lien entre les points critiques d'une fonction différentiable définie sur une variété différentiable. Dans le cas de ce travail, une forme 2D est un exemple de variété différentiable dans l'espace euclidien \mathbb{R}^2 [22].

1.4.4 La fonction de taille

Dans le cas unidimensionnel, la théorie des tailles vise à étudier la forme des objets en se basant sur la capture des propriétés topologiques quantitatives fournies par une fonction continue réelle définie sur l'espace représentant l'objet. En fait, le terme *unidimensionnel* fait référence au fait que la fonction continue qu'on appelle la fonction de mesure prend des valeurs dans \mathbb{R} [2]. En analyse des formes, les données manipulées sont discrètes et représentent des pixels superposés dans une grille, et donc la fonction de mesure devra aussi être discrète pour continuer à appliquer la fonction de taille sur des formes 2D ou 3D.

La fonction de taille est considérée comme un descripteur topo-géométrique, c-à-d. qu'elle emploie les caractéristiques géométriques et topologiques de la forme. Selon l'aspect mathématique, il est possible de représenter une forme à l'aide de fonctions de taille. Elle est utilisée dans l'exploration d'ensembles de données de l'image. Une caractéristique intéressante des fonctions de taille est leur capacité d'être employé en appariement des formes et cela par l'application facile d'une mesure de similarité entre ces formes.

Les fonctions de taille représentent une catégorie relativement récente de descripteurs de forme, pouvant être ajustées de manière modulaire pour résoudre des problèmes spécifiques de reconnaissance ou de comparaison. D'un point de vue mathématique, elles reposent sur la théorie de taille concrétisée par une fonction de mesure relative à un point de référence [8].

Plusieurs méthodes différentes destinées pour le calcul de la fonction de taille sont existantes. La distance de déformation entre les variétés (c'est-à-dire les courbes, les surfaces, etc.) est un exemple concret de l'application de la fonction de taille sur une variété 2D ou 3D. C'est une distance qui mesure la différence entre deux variétés [20].

1.5 Travaux liés à la fonction de taille

L'appariement des formes est une tâche majeure en analyse et reconnaissance des formes. La théorie des tailles est un nouvel outil mathématique pour réaliser

cette tâche de comparaison à travers un descripteur basé sur ce concept mathématique. Beaucoup de travaux d'analyse et de reconnaissance des formes en littérature emploient ce nouveau concept. Les auteurs de [21] proposent les principales définitions et concepts fondamentaux qui conduisent à cette théorie, en mettant en évidence ses principales propriétés à travers plusieurs exemples. Après avoir présenté quelques résultats mathématiques sur les métriques de distance et les fonctions de taille, le problème du calcul de ces dernières est ensuite abordé. Ce travail illustre aussi les propriétés de la fonction de taille vis-à-vis l'invariance, la robustesse au bruit et l'insensibilité à l'occlusion à travers des exemples.

Dans [35], les auteurs proposent une approche qui explore l'applicabilité de la théorie de taille dans le contexte de la perception visuelle. Leur approche présente un algorithme pour le calcul des fonctions de taille, en démontrant de nombreuses propriétés théoriques à l'aide d'images réelles. Les avantages de représenter la forme en utilisant les fonctions de taille sont mis en évidence. Une distance métrique entre les fonctions de taille est proposée comme mesure de similarité entre les représentations des deux formes distinctes. Les résultats obtenus suggèrent que les fonctions de taille pourraient être extrêmement bénéfiques pour la reconnaissance d'objets, en particulier dans le cas des objets naturels et articulés. Les auteurs dans [2] proposent des résultats théoriques permettant d'établir une description concise et complète de la forme dans un contexte multidimensionnel. Le travail démontre que, dans la théorie de taille, la comparaison des fonctions de taille multidimensionnelles peut être ramenée au cas unidimensionnel par un changement approprié aux variables.

Dans [10], les auteurs présentent une approche statistique, à savoir une méthode destinée à combiner des caractéristiques issues de diverses familles de fonctions de taille. Cette fusion implique généralement une normalisation minutieuse des distances. Le modèle proposé repose sur la création d'une mesure de probabilité, offrant ainsi une méthode globale de la reconnaissance de forme spécifiquement dédiée aux similarités perceptuelles.

Le travail dans [15, 16], présente un descripteur de forme basé sur la fonction taille avec quelques résultats concernant les formes avec occlusion. Ce travail analyse des variations de la fonction de taille d'un objet lorsque certaines de ses parties sont occluses par un autre objet. Les résultats théoriques en appliquant le descripteur de la forme de fonction de taille indiquent que ce descripteur est capable de détecter une correspondance partielle entre les formes en montrant un sous-ensemble des points de coin comme une caractéristique commune.

Le travail dans [30] présente un descripteur basé sur les points critiques pour la reconnaissance d'objets. Ce descripteur exploite l'invariance topologique fourni

par les points critiques de l'objet. Les points critiques et leurs relations sont représentés par une fonction de taille dérivée d'une fonction de mesure qui capture le déplacement de la surface le long de l'objet, assurant ainsi l'invariance aux transformations affines, aux articulations et aux torsions. Pour surmonter les défis liés à l'appariement partiel des objets, une méthode d'apprentissage métrique adaptée est utilisée pour pondérer les appariements en fonction de leur pertinence. Les performances de cette méthode sont évaluées sur divers ensembles d'objets, et les scores obtenus démontrent une comparabilité favorable avec les travaux antérieurs. Dans [9], les auteurs proposent l'utilisation des fonctions de taille à k dimensions pour la comparaison et la récupération dans le contexte de formes multidimensionnelles. Pour 2D, il s'agit d'une forme ayant une apparence visuelle. La caractéristique intéressante des fonctions de taille à k dimensions est qu'elles permettent d'établir facilement une mesure de similarité entre des formes de dimension arbitraire, en prenant en compte les différentes propriétés exprimées par une fonction réelle multivaleurs définie sur la forme.

Le travail de [4] présente l'introduction des fonctions de taille dans la classification morphologique des formes de galaxy, qui sont des descripteurs de forme géométriques et topologiques qui peuvent être personnalisés pour décrire les formes des objets d'intérêt. Pour les trois principales classes de galaxies obtenues à partir du système de classification de Hubble, à savoir elliptiques, spirales et lenticulaires, les fonctions de taille sont obtenues à partir de deux ensembles de fonctions de mesure basées sur la forme et les intensités des pixels. Pour les galaxies elliptiques, l'ellipticité est prise en compte pour la fonction de mesure de la forme tandis que pour les galaxies spirales, l'angle d'inclinaison au retournement des bras spiraux est utilisé. Pour les galaxies lenticulaires, la forme est obtenue à partir de considérations d'excentricité. Les fonctions de mesure d'intensité peuvent être obtenues après segmentation des couleurs en utilisant la méthode d'Otsu.

Le travail de [32] introduit la théorie des fonctions de taille et l'association à diverses techniques statistiques pour élaborer des intervalles de confiance pour une gamme de données aléatoires de forme. Un algorithme pour calculer les fonctions de taille avec une manière discrète est proposé. Le travail est appliqué au contrôle de qualité des formes générées par l'impression laser sur une plaquette de silicium en microélectronique. Les résultats expérimentaux prouvent la robustesse de l'utilisation des fonctions de taille pour décrire des formes aléatoires, ce qui ouvre la voie à une intégration de cette méthode dans le système automatique de contrôle de qualité pour les appareils électroniques.

Les auteurs de [19] proposent une méthode de la fonction de taille destinée à décrire les formes. Cette méthode indique qu'il est possible de représenter

chaque fonction de taille comme un ensemble de points et de lignes dans le plan réel avec multiplicité. Cette approche ouvre la voie à une manipulation algébrique des fonctions de taille et à l'élaboration de nouvelles distances permettant de comparer des formes entre elles.

Le travail de [18] étudie les variations des fonctions de taille lors de transformations morphologiques. Il démontre plusieurs inégalités relatives aux fonctions de taille d'un sous-ensemble du plan euclidien, de sa dilatation par un disque ouvert, ainsi que de son squelette. Ces inégalités témoignent de la stabilité des fonctions de taille vis-à-vis des transformations morphologiques.

Dans [6], une approche est proposée pour l'utilisation des fonctions de taille dans un contexte tridimensionnel est proposée. La fonction de taille est appliquée pour la distinction entre les objets tridimensionnels représentés par des maillages triangulaires. Cette approche propose une méthode pour définir des graphes de taille indépendamment de la triangulation sous-jacente. À partir de là, nous obtenons une signature squelettique qui assure le codage topologique et la description géométrique d'une surface d'un objet. Cette signature est ensuite utilisée comme un graphe de taille pour calculer des fonctions de taille discrètes. Cette approche introduit ainsi une nouvelle technique de recherche de modèles 3D, conçue pour capturer à la fois les propriétés locales et globales d'une forme.

1.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons exploré divers aspects des descripteurs de forme, les techniques de description et les travaux liés particulièrement au descripteur de la fonction de taille. Le chapitre est scindé en deux parties. Dans la première partie, nous avons commencé par définir qu'est ce qu'un descripteur de forme (ou signature), puis on a donné les différentes techniques de description en mettant en évidence deux directions de classification : une direction classique ou on a défini deux catégories de techniques, basées sur contour ou sur région. Dans la deuxième de direction, on a donné les techniques ou descripteurs de nature topologique. Ces descripteurs incluent le graphe de Reeb, les structures de complexes combinatoires et la fonctions de taille. A la deuxième partie, nous avons exploré les travaux de recherche liés à la fonction de taille, mettant la lumière sur les avancées récentes et les approches innovantes utilisées en analyse et description des formes.

Chapitre 2

Théorie de taille

2.1 Introduction

Dans le domaine de l'analyse de formes, de nombreuses méthodes ont été développées pour décrire des formes en se basant sur les caractéristiques de fonctions réelles définies sur l'objet étudié. Ces fonctions servent généralement à quantifier les propriétés géométriques de la forme tout en tenant compte de sa topologie, c.-à-d., des descripteurs puissants permettent de caractériser les formes en se basant sur leurs propriétés géométriques et topologiques. Grâce aux informations topologiques contenues dans ces descripteurs, ils sont souvent plus efficaces pour comparer des formes qui ne sont pas strictement liées entre elles. La théorie de la taille a émergé comme un cadre précieux pour le domaine de l'analyse et la reconnaissance de formes. Son principal outil est un descripteur de forme connu sous le nom de fonction de taille [6]. Ce chapitre vise à fournir une compréhension approfondie de la fonction de taille et de son rôle crucial dans la caractérisation des formes, ainsi qu'à souligner son potentiel dans divers domaines d'application. La fonction taille constitue un outil simple et puissant qui étudie les propriétés qualitatives et quantitatives de la forme. Son application est particulièrement utile lorsque des modèles géométriques standards ne sont pas disponibles. Des exemples d'applications incluent les feuilles d'arbres, les croquis réalisés à la main, les monogrammes, les caractères écrits à la main, les globules blancs et l'alphabet des signes [7]. Dans ce chapitre, on va présenter la fonction de taille et explorer en détails les notions fondamentales liées à ce type de descripteur afin de représenter efficacement la forme. Nous commençons par définir précisément ce qu'est une fonction de taille, puis nous examinons des exemples concrets pour mieux comprendre son fonctionnement. Ensuite, nous abordons les mesures de similarité, en définissant cette notion et en explorant ses propriétés essentielles en lien avec les fonctions de taille. Nous passons ensuite à l'analyse des principales propriétés des fonctions de taille, mettant en lumière leurs caractéristiques distinctives qui les rendent particulièrement efficaces dans l'analyse de formes. Nous nous

penchons également sur la robustesse de la fonction de taille face aux perturbations, offrant ainsi sa capacité à maintenir sa performance malgré des variations ou des altérations dans les données. Par la suite, nous abordons la fonction de mesure, un concept étroitement lié à la fonction de taille, en explorant son rôle dans l'analyse et la caractérisation des formes. Nous discutons également des différentes méthodes de distance destinées pour la comparaison des fonctions de taille pour évaluer la similarité entre les formes en correspondance. Enfin, nous concluons ce chapitre en examinant les divers domaines d'application de la fonction de taille, illustrant ainsi l'importance et la pertinence de ce concept dans des contextes variés tels que la reconnaissance de formes, la vision par ordinateur, la biologie et bien d'autres.

2.2 Les fonctions de taille

Le principe de la description des objets est de représenter une ou plusieurs caractéristiques extraites des objets et qui sont définies par une fonction de mesure définie sur ces objets à analyser, et d'encoder quantitativement les propriétés topologiques fournies par les points critiques de cette fonction de mesure à travers une fonction mathématique appelée la fonction de taille. Le principe de celle-ci est de décrire les objets en calculant le nombre de composantes connexes entre les points critiques de la fonction de mesure définie sur les contours des objets. Le résultat est une représentation sous forme d'un graphe. L'avantage d'utiliser la fonction de taille est le fait qu'elle préserve les invariances dotées par la fonction de mesure. En plus, contrairement aux autres méthodes employées par la théorie de Morse, la fonction de mesure employée peut ou ne peut pas être une fonction de Morse [29].

2.2.1 Définition

La fonction de taille en tant qu'un descripteur de forme permet d'étudier et d'analyser les propriétés qualitatives et quantitatives de la forme, elle peut être adapté de manière modulaire et spécifique à l'analyse et la reconnaissance des formes et à des problèmes liés principalement à la classification [8]. De point de vue pratique et opérationnel, ce descripteur s'appuie sur le comportement topo-géométrique des fonctions de mesure appliquées sur la forme.

Formellement, soit M une variante topologique (en 2D, M est équivalente à la forme), et considérons une fonction continue $\varphi : M \rightarrow \mathbf{R}$ appliquée sur M . Pour chaque nombre réel y , nous dénotons par $M\langle\varphi \leq y\rangle$ l'ensemble de tous les points $\{p_i\}$ de M ayant une valeur de mesure $\varphi(p_i)$ inférieure ou égale à y . Nous disons que deux points p et q sont $\langle\varphi \leq y\rangle$ -connecté si et seulement s'ils appartiennent à la même composante dans $M\langle\varphi \leq y\rangle$ [17].

Définition équivalente

Nous appelons la fonction de taille du pair (M, φ) , la fonction $l_{(M, \varphi)} : \mathbf{R} \times \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{N} \cup \{+\infty\}$ qui affecte à chaque point (x, y) du plan réel le nombre de classes d'équivalence de $M\langle\varphi \leq x\rangle$ par rapport à $\langle\varphi \leq y\rangle$ -connectivité.

Pour $x < y$, $l_{(M, \varphi)}(x, y)$ est le nombre de composantes connexes de $M\langle\varphi \leq y\rangle$ qui contient au moins un point de $M\langle\varphi \leq x\rangle$ [17].

2.2.2 Exemple et interprétation géométrique

Dans cette sous-section, nous présentons un exemple d'interprétation qui illustre le calcul de la fonction de taille suivant une fonction de mesure réelle φ (valeur de l'ordonnée triée normalisée affectée à chaque point critique ou d'intérêt) de la forme de la lettre 'm'. Alors, considérons la discrétisation de la lettre 'm' tracée et dessinée sur le plan réel comme une courbe ou un graphe 2D.

Dans le but d'appliquer cette fonction de mesure sur les points critiques de la lettre 'm', nous étiquetons chaque point de la courbe par une valeur de la fonction d'élévation ou d'hauteur qui est l'ordonnée triée normalisée. Formellement, pour chaque point p sur la courbe de la lettre, soit $\varphi(p) = (y(p) - y_{min}) / (y_{max} - y_{min})$, où $y(p)$ est l'ordonnée de p et y_{min} et y_{max} sont respectivement le minimum et le maximum de $y(p_i)$, de tous les points critiques p_i dans 'm'. L'exemple de la figure 2.1 illustre des variantes de calcul de la fonction de taille : (a) la courbe de la lettre 'm' avec les points critiques (points extraits suivant la fonction d'élévation), (b) l'application de la fonction de mesure ou chaque point est étiqueté par une valeur réelle de l'ordonnée normalisée, (c) l'application de la fonction de mesure ou chaque point est étiqueté par une valeur réelle de l'ordonnée normalisée, (d) l'ensemble des points dans $M\langle\varphi \leq y\rangle$ avec $y=0.8$, où il y a 3 composantes connexes qui contient au moins un point inférieur à 0.5 et donc la fonction de taille $l_{(M, \varphi)}(0.5, 0.8) = 3$, (e) application de la même fonction de mesure sur la courbe modifiée de la lettre 'm', (f) application de la même fonction de mesure sur la courbe de la lettre 'n'.

2.2.3 Avantages de l'utilisation de la fonction de taille

La fonction de taille comme étant un descripteur de forme de nature topologique (c-à-d., elle est plus discriminante avec les changements topologiques) offre certains avantages, principalement, elle peut :

- être calculée de manière assez simple. En termes discrets, il suffit de dénombrer les composantes connexes d'un graphe pour les obtenir.

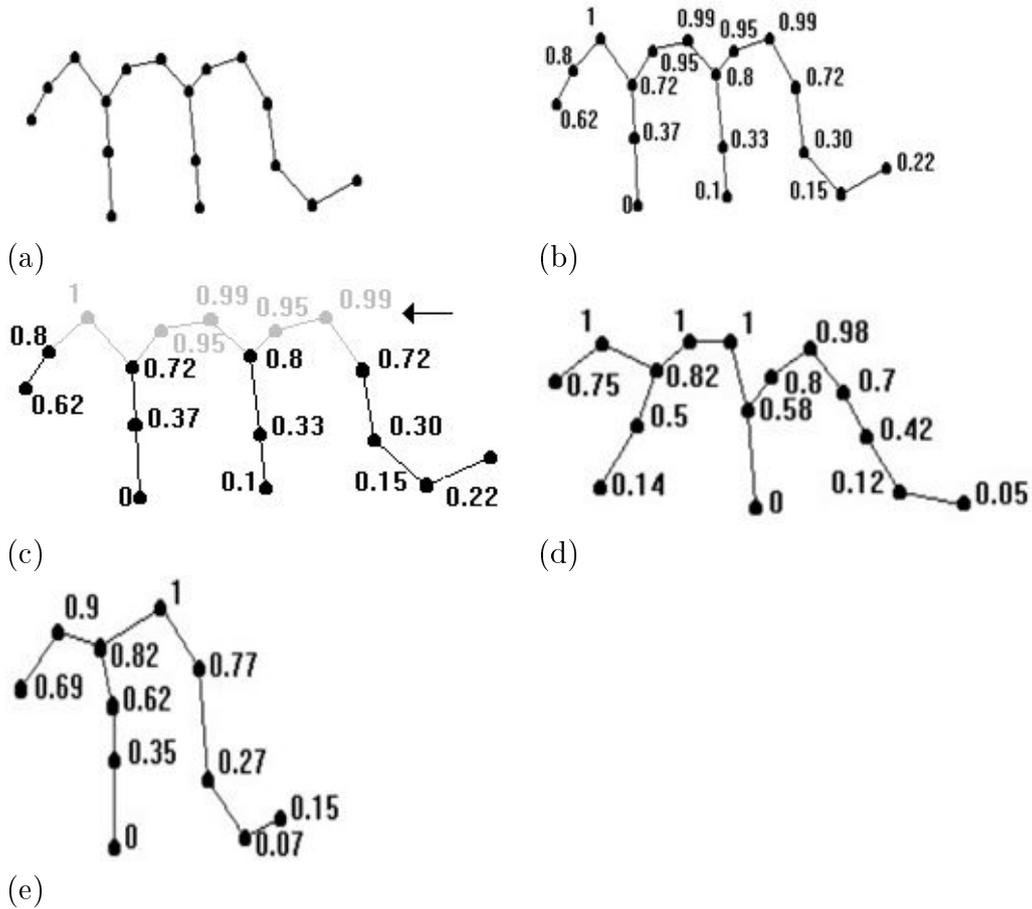


FIGURE 2.1 – Exemple de calcul de la fonction de taille de la forme de la lettre 'm' : (a) discrétisation de la lettre 'm' sous forme d'une courbe ou un graphe avec les points critiques, (b) mappage des points critiques par les valeurs de l'ordonnée triées normalisées qui représentent la fonction de mesure appliquée, (c) pour l'ensemble des points dans $M(\varphi \leq y)$ avec $y=0.8$, il y a 3 composantes connexes qui contient au moins un point inférieur à 0.5 et donc $l_{(M,\varphi)}(0.5, 0.8) = 3$, (d) application de la même fonction de mesure sur la courbe modifiée de la lettre 'm', (e) application de la même fonction de mesure sur la courbe de la lettre 'n'

- simplifier la comparaison des formes en réduisant le problème à une comparaison directe entre ces fonctions.
- répartir les informations sur tout le plan réel, afin qu’elles puissent être utilisées en présence de bruit et d’occlusions.
- résister aux perturbations.
- hériter de l’invariance des fonctions de mesure. Nous pouvons donc obtenir l’invariance souhaitée.
- être surtout utile lorsqu’il n’y a aucun groupe d’invariance [17].
- être robuste vis-à-vis des perturbations, par exemple, on peut avoir sur son graphe de représentation :
 - petits déplacements des points d’angle et des lignes d’angle.
 - petits triangles le long de la diagonale $y = x$ [31] (voir la figure 2.2).

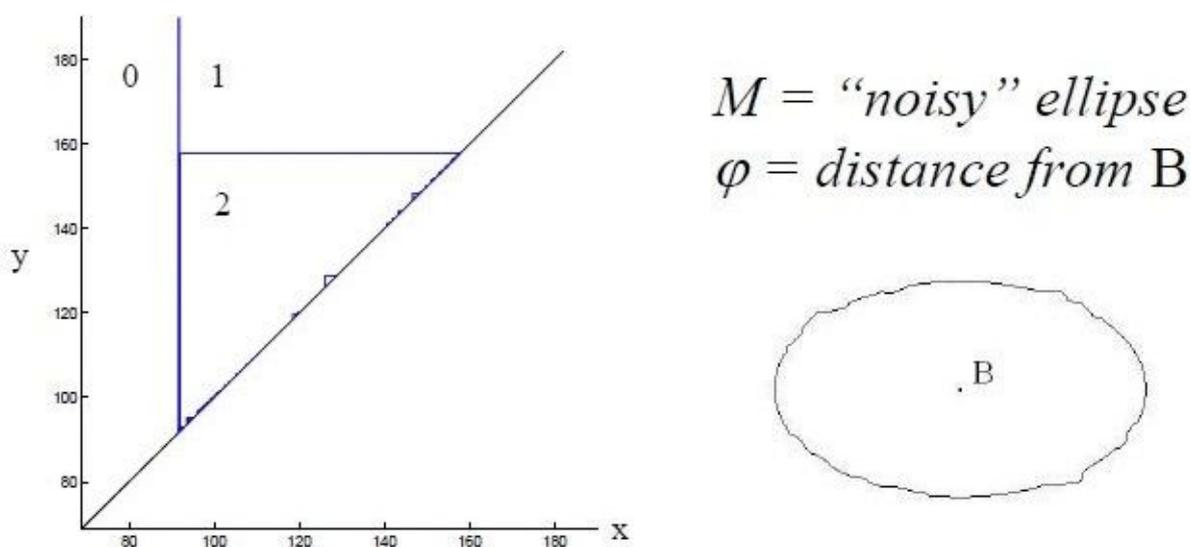


FIGURE 2.2 – Exemple d’une fonction de taille avec des perturbations [31]

2.2.4 Comparaison des fonctions de taille

Il existe de nombreuses façons de comparer deux fonctions de taille $l_{(M_1, \varphi_1)}$ et $l_{(M_2, \varphi_2)}$ qui correspondent à deux variantes topologiques M_1 et M_2 . La comparaison se réalise par l’application d’une méthode de distance. La méthode la plus utilisée et simple à employer est celle de Manhattan (appelée aussi la norme L^1), qu’on peut exprimer par la différence suivante :

$$d = |l_{(M_1, \varphi_1)} - l_{(M_2, \varphi_2)}| \quad (2.1)$$

φ_1 et φ_2 sont définies sur un domaine donné.

C-à-d., calculer la norme de $l_{(M_1, \varphi_1)} - l_{(M_2, \varphi_2)}$, mais évidemment la norme L^p avec $p \neq 1$ peut également être utilisée. Une autre façon consiste de considérer D comme un ensemble fini de points discrets (incluant la diagonale $y = x$), pour chaque fonction de taille. Nous pouvons alors définir une distance entre $l_{(M_1, \varphi_1)}$ et $l_{(M_2, \varphi_2)}$ comme la distance de Hausdorff entre $D(l_{(M_1, \varphi_1)})$ et $D(l_{(M_2, \varphi_2)})$. Il est également possible de considérer d'autres choix de métriques de distance. Il est important de noter que la théorie de taille change le problème de comparaison des formes en problème mathématique de comparaison des fonctions de taille concrétisées par des nombres naturels étendus [21].

La figure 2.3 illustre sous forme graphique une comparaison de deux fonctions de taille présentées dans les deux figures 2.4(a) et 2.4(b) et cela en employant une métrique de distance qui estime le coût de comparaison de leurs ensembles de points pour avoir une correspondance optimale [12].

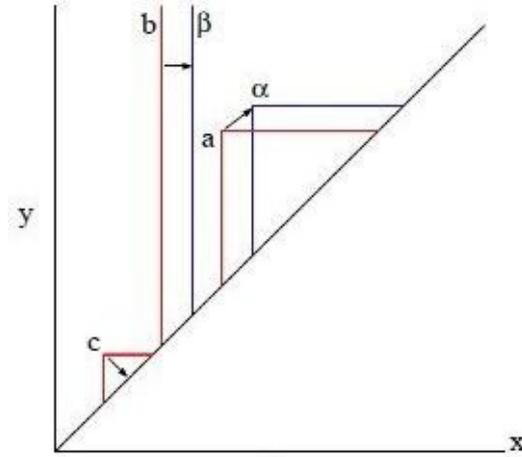


FIGURE 2.3 – Comparaison des deux fonctions de taille sous forme graphique [12]

2.2.5 Les fonctions de mesure et les points critiques

Les fonctions de mesure ont un impact direct sur le calcul des fonctions de taille correspondantes. A ce stade, on peut constater des propriétés intrinsèques propre à une fonction de distance qu'on peut les résumer dans ce qui suit [31] :

- les différents choix de la fonction de mesure conduisent à des fonctions de taille variées.

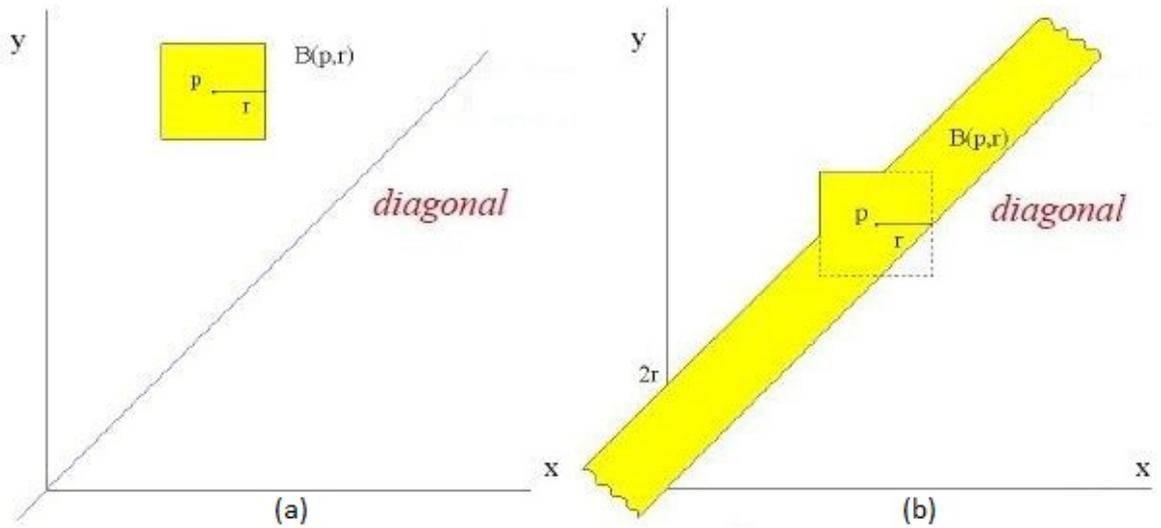


FIGURE 2.4 – Les deux fonctions de taille à comparer [12]

- il peut être nécessaire d'utiliser plusieurs fonctions de mesure simultanément.
- la nature de la fonction de mesure appliquée confère à la fonction de taille calculée des propriétés d'invariance recherchées (par exemple, l'invariance aux transformations géométriques).
- pour un espace topologique de dimension 2, la fonction de mesure appliquée est souvent de dimension 1.

Dans les deux exemples qu'on propose, on prend la distance centrique comme la fonction de mesure à appliquer. Dans le premier exemple de la figure 2.5, on applique une transformation d'isométrie sur la forme de la lettre 'L' par rapport au point B (centre de masse), la distance au point B est considérée comme une fonction de mesure à appliquer sur la forme. Une isométrie est une application qui conserve les distances. En 2D, il s'agit de l'isométrie du plan (en 3D, isométrie de l'espace), la rotation et la translation sont des cas particuliers de l'isométrie (voir la figure 2.5(a) à gauche). Si on applique l'isométrie sur la forme 'L', on obtient la forme mentionnée dans la figure 2.5(c) à droite. La mesure de distance est invariante par rapport à l'isométrie, c-à-d., les deux formes sont équivalentes par l'isométrie et ont la même fonction de taille (voir la figure 2.5(b) au milieu).

La figure 2.6 présente un deuxième exemple d'une fonction de mesure qui estime la distance centrique par rapport au point du centre P de chaque point dans la courbe fermée. Cette fonction de mesure se caractérise par son invariance par rapport à la rotation.

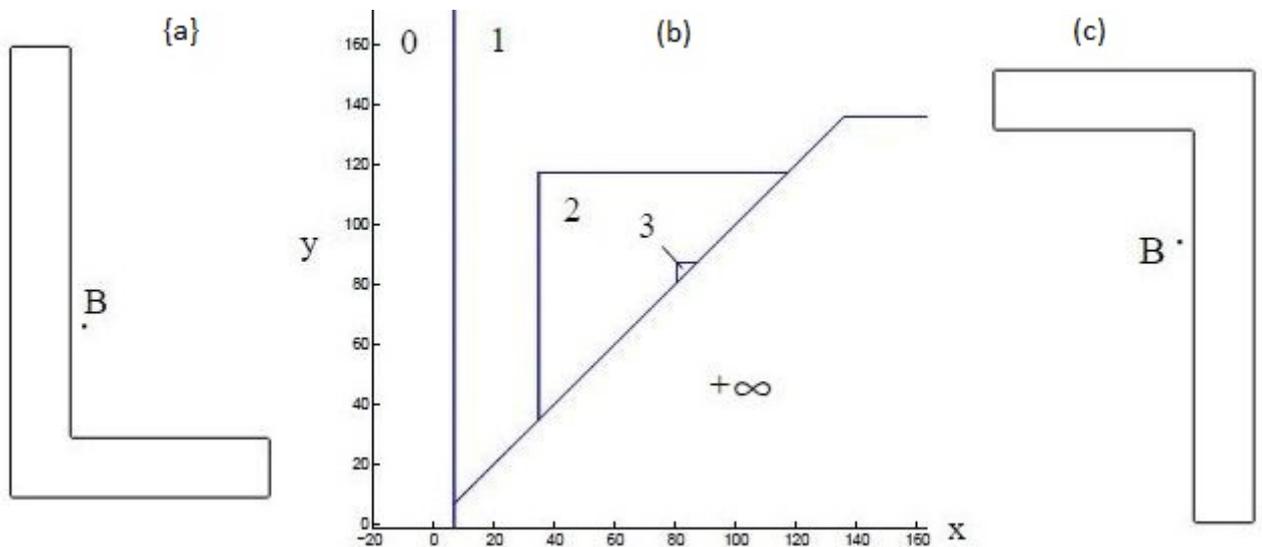


FIGURE 2.5 – Invariance par rapport à l'isométrie [12]

Extraction des points critiques

Les points de contour en séquence tous seuls, ne suffisent pour représenter une forme 2D, un ensemble de points particuliers appelés les points critiques ou d'intérêts est nécessaire pour caractériser la forme. Les points critiques sont des éléments discriminants dotés de caractéristiques distinctives qui les différencient des autres éléments. Ces points se distinguent par diverses propriétés spécifiques telles que l'intensité, la couleur, l'orientation, la texture et la courbure. En géométrie discrète, les points critiques sont des primitives géométriques identifiées ou caractérisées par une mesure de courbure calculée soit par une fonction de dérivation ou par la matrice d'Hessienne des dérivations d'une fonction scalaire, etc.

Les points de coin, de branchement et de fin de contour sont des points critiques avec des propriétés importantes et sont très utilisés dans la reconnaissance et la classification des formes. Ces points qui représentent le contour de la forme 2D de la meilleure façon sont caractérisés par une mesure de courbure élevée.

Ces primitives géométriques sont utilisées dans diverses applications, telles que la robotique, l'indexation, suivi d'objets dans une séquence d'images et la reconnaissance d'objets. Par exemple, en analyse d'images, on peut extraire des points critiques distinctifs des objets à partir d'une image pour les répertorier

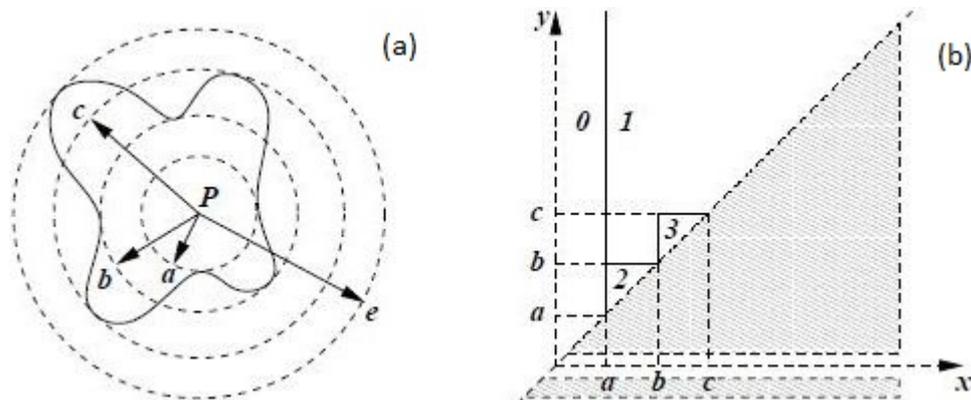


FIGURE 2.6 – (a) la fonction de mesure centrique par rapport au point P , (b) la fonction de taille correspondante (représentation graphique) [9]

dans une base de données. Ils sont aussi employés en imagerie médicale, où les points critiques correspondent à des points anatomiques spécifiques. Il existe de nombreuses méthodes d'extraction des points critiques en littérature, notamment l'extraction de ces points par le calcul d'une mesure de relevance à l'aide de la fonction de relevance de chaque point dans une liste des points de contour en séquence, ou par une mesure de courbure avec une angle de direction de chaque point du contour ou une méthode basée sur un opérateur comme celui de Harris [26]. Dans ce travail, nous procédons à l'extraction de ces points en utilisant une mesure de courbure calculée à partir de la fonction centrique ou radiale (distance entre chaque point de contour et le point du centre de masse).

Relation de la fonction de mesure avec les points critiques

La relation de la fonction de mesure avec les points critiques est plus étroite. Les deux concepts qui sont liés l'un à l'autre définissent un changement topologique sur une variante, avec des valeurs réelle différentes dans la fonction de mesure et l'apparition des points critiques sur les frontières de la variante.

Si on prend comme exemple, une variété M de dimension 2 qui décrit la surface d'un tore et soit $f(p) \in [0, 1]$ la fonction de mesure qui retourne l'hauteur du point $p \in M$. Le bas du tore est la référence de mesure ayant l'hauteur = 0 et le sommet avec l'hauteur = 1. Notons M^a un sous-ensemble des points $p \in M$ tels que $f(p) < a$. Cet sous-ensemble de points décrit la partie du tore d'hauteur inférieur ou égale à a . En balayant la variante de bas en haut, on va voir des changements dans la topologie de cette variante. Ces changements

peuvent être décrits par le processus d'attachement d'une k -cellule appropriée à la surface tronquée. On remarque que la dimension de la cellule attachée est égale à l'indice du point critique qui vient d'être traversé par la fonction d'hauteur. La figure 2.1(a) précédente décrit un autre exemple de la fonction d'hauteur appliquée sur la forme de la lettre 'm' choisie comme une fonction de mesure normalisée dans $[0, 1]$ et cela dans le but de calculer la fonction de taille qui correspond à cette fonction de mesure. Les points ronds en noir dans la figure représentent des points critiques extraits de la forme 'm'.

2.2.6 Domaine d'application de la fonction de taille

La fonction de taille est employée dans diverses applications et aussi un outil essentiel dans beaucoup de domaines professionnels. En appariement d'images, elle permet de détecter les différences subtiles entre des images similaires [21]. Elle peut aussi être utilisée en perception visuelle, représentation des formes avec leurs propriétés théoriques, reconnaissance d'objets, et facilite l'identification et la classification précise des éléments visuels [35]. Les fonctions de taille en réalité sont des descripteurs de forme multidimensionnels qui sont utilisées pour caractériser les structures complexes dans diverses dimensions, offrant ainsi une analyse approfondie de formes visuelles [2]. Elles assurent

- l'évaluation des performances des descripteurs de forme en se concentrant sur la résistance aux occlusions.
- l'identification de correspondances partielles entre les formes [16].
- l'analyse et comparaison de formes visuelles dans des dimensions multiples [9].
- l'analyse de la similarité entre les formes même lorsqu'elles sont partiellement cachées ou superposées [15].
- classification automatique des galaxies démontrant ainsi sa polyvalence et son importance dans une multitude de contextes scientifiques et technologiques [4].
- le contrôle de qualité dans le domaine de la microélectronique assurant la conformité des composants et des circuits [32].

2.3 Mesures de similarité

Les mesures de similarité jouent un rôle crucial dans le traitement, l'analyse et la reconnaissance des formes.

Plusieurs techniques de mise en appariement d'images et de reconnaissance des formes sont basées sur des mesures de similarité entre images. La mesure de similarité est une fonction définie sur des paires d'images indiquant le degré de ressemblance entre ces images mises en appariement.

Une mesure de similarité doit correspondre au mieux à la perception visuelle, ce qui implique certaines propriétés :

- universelle et capable de distinguer des objets de formes arbitraires sans aucune restriction préalable.
- capable de reconnaître d'objets perceptuellement similaires même s'ils ne sont pas mathématiquement identiques.
- résiliente face aux distorsions telles que le bruit de numérisation, les erreurs de segmentation ou les occultations partielles.
- indépendante de l'échelle, de l'orientation et de la position de l'objet, ainsi que des transformations affines et des distorsions de perspective [12].

2.3.1 Axiomes métriques

En mathématiques et pour l'espace \mathbf{R}^n de distances métriques, avec A et B deux éléments ou objets $\in O$ une fonction de distance $d(A, B)$ doit satisfaire les axiomes métriques suivantes :

1. Non négativité, $d(A, B) \geq 0$,
2. Propriété d'identité, $d(A, B) = 0$, si et seulement si $A = B$.
3. Symétrie, $d(A, B) = d(B, A)$, pour tous éléments A et B ,
4. Inégalité triangulaire, $d(A, B) + d(B, C) \geq d(A, C)$, pour tous éléments A , B et C .

Cependant, il est généralement désirable d'utiliser une fonction qui satisfait les axiomes ci-dessus. Pour l'instance, la symétrie n'est pas toujours une propriété désirée. La perception humaine ne trouve toujours pas que l'élément A est similaire à B , comme B est similaire à A .

2.3.2 Méthodes de distance pour la similarité

Dans cette section, des méthodes de distance qui sont définies sur les ensembles de points sont décrites. Dans ce qui suit, nous dénotons A et B deux ensembles de points dans l'espace métrique \mathbf{R}^n .

Distance de Minkowsky : La distance de Minkowsky est définie comme suit :

$$d_p(A, B) = \left(\sum_{i=0}^{n-1} |a_i - b_i|^p \right)^{1/p} \quad (2.2)$$

pour $A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ et $B = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ deux vecteurs de données dans l'espace métrique \mathbf{R}^n .

Pour $p = 1$, $d_p(A, B)$ est une distance L1 (ou norme 1). Elle est appelée aussi distance de Manhattan ou city block. Pour $p = 2$, $d_p(A, B)$ est une distance L2 (ou norme 2). Elle est appelée aussi la distance Euclidienne.

Distance de Hausdorff : La distance de Hausdorff est la distance maximale de l'ensemble au point le plus proche dans l'autre ensemble. Elle est souvent utilisée quand les deux ensembles de points ont une taille différente, cependant il n'y a pas de correspondance un-à-un entre tous les points. Alors la distance de Hausdorff asymétrique de A à B est comme suit :

$$d_H(A, B) = \max_{a \in A} \min_{b \in B} d(a, b) \quad (2.3)$$

A noter que $d_H(A, B)$ est inégale à $d_H(B, A)$.

Distance d'édition : La distance d'édition entre deux objets est définie comme étant le nombre d'opérations de base (insertion, suppression et substitution) nécessaires pour transformer une représentation en une autre. Pour mesurer la distance d'édition, on utilise les méthodes de distance de Hamming, de Levenshtein, de Damerau-Levenshtein et de Jaro-Winkler.

Distance cosinus : On calcul ici la différence dans la direction quelle que soit la longueur des vecteurs donnés. La différence sera donc donnée par l'angle entre les deux vecteurs.

$$d_{\cos}(A, B) = 1 - \cos\theta = 1 - \frac{A \cdot B^T}{\|A\| \cdot \|B\|} = 1 - \frac{\sum a_i b_i}{\sqrt{\sum a_i^2} \cdot \sqrt{\sum b_i^2}} \quad (2.4)$$

Distance statistique χ^2 : Elle est définie comme suit :

$$d_{\chi^2}(A, B) = \frac{1}{2N} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{(a_i - b_i)^2}{(a_i + b_i)} \quad (2.5)$$

Cette mesure de distance est employée en statistiques et analyse de données. Elle mesure la probabilité qu'un attribut ou élément d'un vecteur de données observées soit présent dans le deuxième vecteur de données effectives ou non (déterminer facilement la corrélation entre deux vecteurs).

Divergence de Kullback-leiber (KL) : Elle est définie comme suit :

$$d_{KL}(A, B) = \sum_{i=0}^{N-1} a_i \log \frac{a_i}{b_i} \quad (2.6)$$

Elle se caractérise par sa robustesse au bruit et qui est sa principale qualité.

Divergence de Jeffrey (JD) : Elle est définie comme suit :

$$d_{JD}(A, B) = \sum_{i=0}^{N-1} \left(a_i \log \frac{a_i}{b_i} + b_i \log \frac{b_i}{a_i} \right) \quad (2.7)$$

Cette divergence est symétrique en comparaison avec celle de KL.

Distance de la forme quadratique (QF) : La distance de la forme quadratique entre deux vecteurs $A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ et $B = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ est définie comme suit :

$$d_{QF}(A, B) = \sqrt{(A - B) \cdot S \cdot (A - B)^T} \quad (2.8)$$

Ou $S = [s_{ij}]$ est la matrice de similarité et s_{ij} décrit la similarité (distance basique) entre les éléments a_i et b_i est définie comme suit :

1. $s_{ij} = 1 - d_{ij}/d_{max}$.
2. $e^{(-\sigma(d_{ij}/d_{max})^2)}$ ou σ est une constante positive.

d_{ij} est la distance entre deux éléments a_i et b_i et d_{max} est le maximum des valeurs d_{ij} .

Distance de Mahalanobis : La distance de Mahalanobis intègre la covariance des variables dans son calcul des distances, ce qui permet d'adresser les problèmes d'échelle et de corrélation associés à la distance Euclidienne. Pour illustrer ce concept, envisageons la situation où la distance Euclidienne est employée : elle génère une sphère centrale sur un point donné, où tous les points sont équidistants. En revanche, la distance de Mahalanobis modifie cette sphère afin de redresser les échelles relatives des différentes variables et de prendre en considération leur corrélation.

La distance de Mahalanobis entre deux vecteurs $A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ et $B = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ d'une même distribution et qui a une covariance décrite par la matrice C est définie comme suit :

$$d_{Man}(A, B) = \sqrt{(A - B) \cdot C^{-1} \cdot (A - B)^T} \quad (2.9)$$

Distance de Frechet : La distance de Frechet est la distance entre les courbes. Contrairement aux autres mesures de distance, elle ne traite pas les courbes comme un ensemble de points, mais respecte la structure unidimensionnelle des courbes (c-à-d., une mesure de similarité entre les courbes qui tient compte de l'emplacement et de l'ordre des points le long des courbes). Formellement, soit $A(\alpha(s))$ et $B(\beta(s))$ deux courbes paramétriques avec des fonctions continues de paramétrage α et β de paramètre $s \in [0, 1]$, telles que $\alpha(0) = \beta(0) = 0$ et $\alpha(1) = \beta(1) = 1$. La distance de Frechet est la distance minimale sur tout paramétrage croissant monotone $\alpha(s)$ et $\beta(s)$ de la distance maximale $d(A(\alpha(s)), B(\beta(s)))$ [3].

$$d_F(A, B) = \inf_{\alpha, \beta} \max_{s \in [0, 1]} \{d(A(\alpha(s)), B(\beta(s)))\} \quad (2.10)$$

2.4 Conclusion

Ce chapitre a mis en lumière sur l'importance cruciale de la fonction de taille dans l'analyse et reconnaissance des formes. Nous avons exploré les concepts de la théorie de taille, et principalement, on a vu le concept de la fonction de taille comme étant un outil essentiel en analyse et en description. Au début du chapitre, nous avons présenté la fonction de taille, en partant de sa définition et en illustrant son fonctionnement à travers des exemples concrets, nous avons démontré sa capacité à caractériser efficacement les formes en prenant en compte à la fois leur géométrie et leur topologie. Nous avons également souligné la robustesse de la fonction de taille face aux perturbations et la fiabilité même en présence de variations et de bruit dans les données. Puis dans le reste du chapitre, nous avons exploré les mesures de similarité et les méthodes de distance, ou nous avons ouvert de nouvelles perspectives pour évaluer la similarité entre les formes, offrant ainsi des applications diversifiées dans différents domaines. En conclusion, la fonction de taille comme un outil d'analyse et de description des formes offre des perspectives riches pour la reconnaissance de formes, la vision par ordinateur et bien d'autres domaines.

Chapitre 3

Conception du descripteur SFD

3.1 Introduction

La fonction de taille constitue un outil simple et puissant pour étudier les propriétés qualitatives et quantitatives des formes. Son application est particulièrement utile lorsque des modèles géométriques standards ne sont pas disponibles [7]. En tant que descripteur de forme, la fonction de taille peut être modulée pour des applications spécifiques dans l'analyse, la reconnaissance des formes et la classification [8]. Du point de vue pratique et opérationnel, ce descripteur s'appuie sur le comportement topo-géométrique des fonctions de mesure appliquées sur les formes.

La fonction de taille est un descripteur de forme de nature topologique conçu principalement pour la description et la reconnaissance des formes 2D. L'objectif principal de cette modélisation est de concevoir un système de description et d'analyse des formes 2D basé sur la théorie de fonction, et de l'adapter pour les données multidimensionnelles. L'adoption de la théorie de taille dans la caractérisation des objets se concrétise par étudier ces propriétés quantitatives et qualitatives. Dans la description des formes, la fonction de taille est conçue comme un descripteur topo-géométrique qu'on appelle SFD afin de caractériser les objets de la forme. Il est topologique à cause de l'emploi des concepts liés à la topologie algébrique et géométrique à cause de l'emploi d'une fonction de mesure avant de calculer la fonction de taille.

En théorie de Morse, la fonction de mesure doit prendre en considération l'invariance aux changements topologiques, dépendre à l'apparition des points critiques $\{p_i\}$ et vérifier généralement les critères de Morse, d'où on parle d'une fonction de Morse.

Cependant, la fonction de mesure offre des sous-niveaux, ou chaque sous-niveau est

- lié à l'apparition d'un point critique sur le contour de la forme,

- équivalent à des variations et des changements topologiques (c-à-d., nombre des composantes connexes et nombre de trous. Ces deux nombres sont combinés pour donner ce qu'on appelle le nombre de Betti relatif à un sous-niveau).

Formellement, le descripteur de la fonction de taille caractérise la forme pour tous les paires (M, φ) , avec M est une variante topologique (par exemple, une forme 2D) et φ est la fonction de mesure définie sur M . Cette description fait, ainsi, le lien entre l'évolution des points critiques de φ et les changements topologiques relatifs sur la forme étudiée. Ces changements sont exprimés en terme de paires de sous-niveaux (x, y) de φ sur M avec $x < y$.

Sur le plan appariement, le descripteur SFD de la forme requête peut se comparer au descripteur SFD de la forme cible afin d'estimer un degré ou un score de similarité entre ces deux formes mises en appariement.

Dans ce chapitre, le descripteur SFD d'une forme est conçu à la base du contour de ces objets. Dans la suite du chapitre, une section destinée au calcul du descripteur SFD est détaillée. Ce calcul se débute par choisir une fonction de mesure à appliquer sur la représentation de contour de la forme et d'extraire les points critiques et déduire ainsi l'ensemble des sous-niveaux. Dans la prochaine section de prétraitement, nous abordons les notions liés à l'extraction de contour des objets en utilisant l'algorithme de **retracement des points au voisinage de Moore (ou Moore Neighbor tracing)**.

3.2 Pré-traitement

Cette section aborde les pré-traitements suivants :

- Détection de contour (méthode de retracement au voisinage de Moore) [34],
- Lissage de contour,
- Extraction des points critiques ou d'intérêt.

3.2.1 Détection de contour

La forme 2D peut adopter la représentation basée sur les points de contour. La détection de contour est une technique utilisée en traitement d'images et en vision par ordinateur pour identifier les frontières ou les contours d'objets dans l'image de forme. Elle est souvent utilisée comme étape préalable à d'autres traitements d'images, tels que la segmentation, la reconnaissance d'objets ou l'analyse de forme. La détection de contour peut être réalisée à l'aide de divers algorithmes et opérateurs comme Canny, Sobel, Prewitt, Roberts Cross, Laplace-Gauss, et bien d'autres.

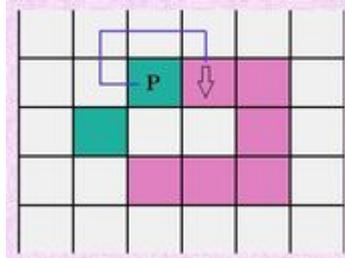


FIGURE 3.1 – Démonstration de retraceur au voisinage de Moore

Notre approche emploie un nouveau algorithme de détection de contour appelé retraceur au voisinage de Moore (ou Moore Neighboring tracing). Les détails sont mentionnés dans la sous-section suivante.

Algorithme de retraceur au voisinage de Moore

Les étapes de l'algorithme de retraceur de Moore sont les suivantes [34] :

- Le voisinage de Moore d'un pixel objet p (également connu sous le nom de voisins à 8 ou voisins indirects) est l'ensemble des 8 pixels qui partagent un sommet ou une arête avec ce pixel. La figure 3.1 présente une démonstration de l'algorithme de retraceur au voisinage de Moore autour d'un pixel objet.
- Étant donnée une grille de l'image numérique, c-à-d., un groupe de pixels d'objet (généralement en noir) sur un fond de pixels non objet (en blanc).
- Localisation d'un pixel de départ : plusieurs manières sont proposées pour localiser le pixel de départ. Par exemple, le pixel du coin inférieur gauche de la grille (balayons chaque ligne de pixels du bas vers le haut, puis de gauche vers la droite, jusqu'à ce que un pixel objet est rencontré). Nous désignerons ce pixel comme un pixel de départ.
- A partir du pixel de départ, on essaye d'extraire le contour en faisant le tour de la grille dans le sens des aiguilles d'une montre.
- L'idée générale est la suivante : chaque fois que vous touchez un pixel objet p , Revenez en arrière, c-à-d., revenez au pixel non objet sur lequel vous vous trouviez précédemment. Puis contournez le pixel p dans le sens des aiguilles d'une montre, en visitant chaque pixel dans son voisinage de Moore, jusqu'à ce que vous tombez sur un pixel objet.
- L'algorithme se termine lorsque le pixel de départ est visité une deuxième fois. Les pixels objets qui sont visités pendant le balayage dans le sens des aiguilles d'une montre constitueront l'ensemble de n points de contour $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ de la grille.

3.2.2 Lissage de contour

L'ensemble des points de contour extraits par l'algorithme précédent ne suffit pas pour commencer l'étape d'extraction des points critiques ou d'intérêt, il est cependant nécessaire de préparer le contour de la forme 2D pour cette opération. Cette étape consiste à lisser le contour par éliminer les points isolés et de bruit et cela en employant l'opérateur Gaussien avec un filtre de taille 3x3. La gaussienne avec un variable x est définit comme suit :

$$g(x) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (3.1)$$

La gauussienne offre des résultats satisfaits, mais par contre, il nécessite l'initialisation adéquate des valeurs de l'espérance μ et de la variance σ^2 .

3.2.3 Extraction des points critiques (ou d'intérêt)

Les points critiques sont des maxima de courbure locale dans la courbe de contour. Ils sont aussi des caractéristiques importantes dans la reconnaissance des formes ; ils décrivent efficacement le contour de la forme et peuvent contenir plus d'information utile.

Les étapes d'extraction des points critiques ou d'intérêt sont les suivantes :

- Fonction de distance centrique ou radiale :

Au début, nous devons calculer le point du centre de masse $c(x_c, y_c)$ de la courbe du contour : $x_c = \frac{1}{m} \sum_{i=0}^{m-1} x(i)$, $y_c = \frac{1}{m} \sum_{i=0}^{m-1} y(i)$. $(x(i), y(i))$ sont les coordonnées du point dans la i -ième position dans la liste des points de contour et m est la taille de cette liste.

Formellement, soit $P = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$ la liste des points de contour triés en ordre selon l'algorithme de retracement au voisinage de Moore présenté dans section précédente. On définit $f(i)$ comme étant la fonction de distance centrique qui représente la distance ente le point (i) et le point du centre de masse c .

- Calcul des dérivées de la fonction f :

Un point de contour $p(i)=x(i)$ and $y(i)$ (i -ième point de contour dans la liste P , alors nous pouvons obtenir les points critiques de la liste P sur la courbe du contour en considérant la fonction de distance f . $f'(i)$ est la première dérivée de $f(i)$ à la position i (c-à-d., du point (i)) et qui est donnée sous forme discrétisée par l'équation (3.2) :

$$f'(i) = (f(i+h) - f(i-h))/2h \quad (3.2)$$

Maintenant, on peut calculer $f''(i)$ est la seconde dérivée de $f(i)$ à la position i qui est donnée par l'équation (3.3) :

$$f''(i) = \frac{1}{4h^2}[f(i - 2h) - 2f(i) + f(i + 2h)] \quad (3.3)$$

h est le pas ou le nombre de points de contour adjacents. La seconde dérivée de la courbe de contour est approximativement égale à la mesure de courbure. Si ρ est la courbure de $f(i)$ en point i , alors : $\rho = \frac{1}{4h^2}[f(i - 2h) - 2f(i) + f(i + 2h)]$. Si $q = |\rho h^2|$, alors : $q(i) = |f(i - 2h) - 2 * f(i) + f(i + 2h)|$ [33].

3.3 Description de la forme par SFD

3.3.1 Fonction de mesure

La fonction discrète qu'on a choisi comme une fonction de mesure est la distance centrique ou radiale ou chaque point de contour p_i , est défini par la distance euclidienne entre ce point p_i et le point du centre de masse c de la forme.

3.3.2 Discrétisation du contour en courbes annulaires

Dans la phase de discrétisation du contour, nous répartissons l'ensemble des points du contour en courbes annulaires suivant le vecteur de distances centriques ou radiales $R_d[]$.

Une fois les points du contour répartis en courbes annulaires, pour un rayon i , nous pouvons ainsi obtenir des sous- listes de points de contour ayant une distance $r \leq R_d[i]$ et même de savoir après le nombre de composantes connexes formées par ces sous-listes de points de contour. Cette discrétisation des points se base principalement sur le vecteur de distances radiales $R_d[]$ et conduit après à calculer le descripteur SDF correspondant.

Pour commencer, on doit d'abord calculer la distance maximale d_max (c'est la distance du point de contour le plus éloigné au centre de masse c) qui nous permet d'arriver au calcul du vecteur de distance radiale $R_d[]$, qu'on appelle aussi le vecteur des rayons. Le contour de la forme doit être subdivisée en courbes annulaires homogènes d'une bande de largeur fixe (ces courbes annulaires constituent des futurs sous-niveaux pour la fonction de taille). Cette bande fixe qu'on note d_b est la distance centrique minimale entre les points critiques, qui s'évalue comme suit :

$$d_b = \text{minimum } d_{ij} \text{ ou } d_{ij} = |d(c_i, c) - d(c_j, c)| \quad (3.4)$$

Sachant que c_i et c_j sont les points critiques impliqués dans le calcul de la valeur d_b et sans doute les points les plus proches selon la distance centrique.

Pour calculer le vecteur de distances $R_d[]$ et connaître le nombre de courbes annulaires, il suffit de calculer $N = (\text{int})(d_max/d_b) + 1$ selon l'équation suivante :

$$R_d[i] = d_b * i \quad (3.5)$$

$i = 0, 1, \dots, N - 1$, N est le nombre de courbes annulaires (ou sous-niveaux).

La phase de discrétisation du contour consiste à répartir l'ensemble des points du contour en courbes annulaires suivant le vecteur de distance $Rd[]$ calculé précédemment et donner des sous-listes de points de chaque courbe annulaire qui correspond à un rayon i .

Ensuite, pour quantifier cette discrétisation du contour en sous-listes, nous considérons les rayons $\{i\}$ du vecteur $Rd[]$ comme des sous-niveaux. Maintenant, nous avons le nombre des sous-listes trouvées dans chaque rayon i et nous stockons cette information dans un tableau où chaque cellule du tableau définit le nombre de sous-listes trouvées pour un sous-niveau donné. Connaître le nombre des sous-listes des points du contour pour les différents sous-niveaux $\{i\}$ est cruciale pour calculer le descripteur SFD.

3.3.3 Calcul de la fonction de taille

Le calcul de la fonction de taille dépend étroitement de la fonction de mesure appliquée sur la forme. Soit la fonction de taille du pair (M, φ) , qu'on note $l_{(M, \varphi)} : \mathbf{R} \times \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{N} \cup \{+\infty\}$ constitue un nouveau descripteur de forme, et qui peut être adapté de manière modulaire à des problèmes spécifiques à l'analyse et reconnaissance des formes. D'un point de vue mathématique, ce descripteur s'appuie sur le comportement topo-géométrique des points critiques. Depuis longtemps, le descripteur de la fonction de taille est appliqué à plusieurs problèmes liés principalement à la classification [8].

Formellement, soit M un espace topologique, et considérons une fonction continue $\varphi : M \rightarrow \mathbf{R}$. Pour chaque nombre réel y , nous dénotons par $M\langle \varphi \leq y \rangle$ l'ensemble de tous les points de M pour laquelle la fonction de mesure prend une valeur inférieure ou égale à y . Pour chaque nombre réel y , nous disons que deux points P et Q sont $\langle \varphi \leq y \rangle$ -connectés si et seulement s'ils appartiennent à la même composante dans $M\langle \varphi \leq y \rangle$ [17].

3.3.4 Méthode de calcul du SFD

Le calcul du descripteur SFD se base sur la méthode **ExtractionInstanceSDF()** qui est composée des étapes suivantes :

ExtractionInstanceSDF(forme_courante)

paramètres d'entrée : forme_courante sous forme d'image binaire.

Début

1. Phase de pré-traitement :
 - (a) Extraction des points de contour de chaque forme en utilisant l'algorithme de retracement au voisinage de Moore [33].
 - (b) Lissage de la courbe du contour.
2. Extraction des points critiques ou d'intérêt.
3. Calcul du vecteur de distance radiale $R_d[]$:
 - (a) déterminer le point du centre de masse c .
 - (b) calculer les distances :
 - maximale d_max du point le plus éloigné du centre c .
 - la bande fixe : largeur de chaque courbé annulaire d_b .
 - (c) déterminer N : # de courbes annulaires (ou # sous-niveaux) en fonction de d_b et d_max .
 - (d) calculer $R_d[i] = i * d_b$ (valeur de la fonction de mesure à sous niveau i) selon l'équation (3.5).
4. Calcul d'une instance de descripteur SFD.
5. retourner l'instance SFD.

Fin

3.4 Mise en appariement des formes par les SFDs

Qu'on appelle aussi mise en appariement de formes et se réalise en employant une mesure de distance normalisé (distance entre $[0..1]$) pour comparer les deux formes (requete et cible) via ces descripteurs et cela dans le but d'estimer un score similarité pour évaluer le degré de ressemblance entre les deux formes.

La figure 3.2 illustre le processus de l'appariement entre la forme requête et la forme de cible sous forme de diagramme.

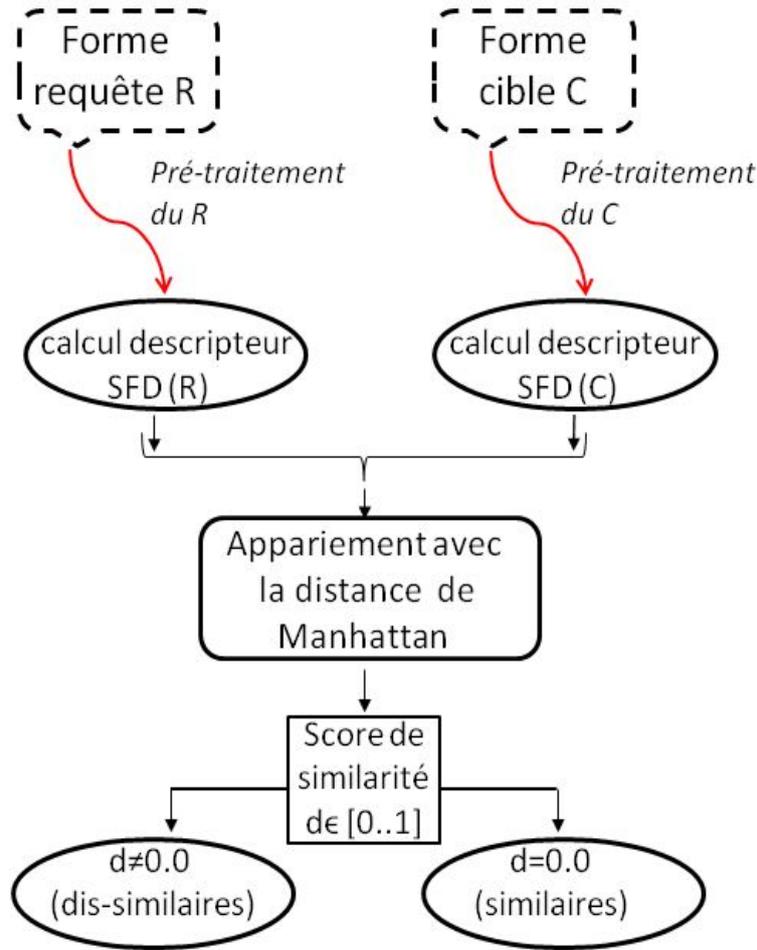


FIGURE 3.2 – Diagramme de l'appariement des formes requête et cible

3.4.1 Choix de la méthode de distance

Soit deux variantes topologiques q et t (deux formes : requête et cible) à comparer avec deux descripteurs de la fonction de taille respectifs SFD_{φ}^q et SFD_{φ}^t (deux matrices de valeurs entières de taille $N \times N$) avec une φ la fonction de mesure à appliquer sur les deux variantes (requête, cible). On suppose que les matrices de SFD_{φ}^q et SFD_{φ}^t sont normalisées pour produire des valeurs dans l'intervalle $[0, 1]$. On choisit la norme L^1 (ou distance de Manhattan) comme une métrique de distance pour comparer les deux descripteurs et évaluer le degré de similarité entre les deux formes :

$$d(SFD_{\varphi}^q, SFD_{\varphi}^t) = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} |SFD_{\varphi}^q(i, j) - SFD_{\varphi}^t(i, j)| \quad (3.6)$$

N est le nombre de courbes annulaires (ou sous-niveaux).

3.4.2 Algorithme de mise en appariement

Données d'entrée : deux formes à mettre en appariement (forme requête et forme de cible).

Résultat : distance d'appariement entre les deux formes.

Début

1. **SDF_req=ExtractionInstanceSDF(forme_req)** de la forme requête.
2. // passage du paramètre N au calcul du SDF de la forme cible.
3. **SDF_cib=ExtractionInstanceSDF(forme_cib)** de la forme cible.
4. Calcul de la distance entre (**SDF_req, SDF_cib**) selon l'équation (3.6).

Fin

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la modélisation d'un nouveau modèle de descripteur de nature topologique en utilisant le concept de la fonction de taille à travers deux algorithmes destinés aux tâches de description et d'appariement des formes. Ces deux algorithmes sont bien détaillés et entament spécifiquement les deux plans : la description et l'appariement. Le premier algorithme de la description calcule le descripteur SFD de la forme suivant une fonction de mesure appliquée (matrice entière de taille $N \times N$ ou N représente le nombre des sous-niveaux appliqués sur la forme). Pour l'appariement, un deuxième algorithme est présenté pour comparer les formes à travers leur descripteur en suivant une mesure de similarité basée sur la métrique de distance de Manhattan ou la norme L^1 . Ces deux algorithmes s'établissent dans le but de réaliser les tâches précédentes et de mesurer la validité de ce modèle de descripteur.

Chapitre 4

Implémentation et Résultats expérimentaux

4.1 Introduction

Dans ce chapitre nous présentons l'implémentation de notre approche avec une illustration plus détaillée à propos du modèle de descripteur SFD pour la description et l'appariement des formes 2D. Ce descripteur implémenté peut être adapté pour les données multidimensionnelles. Ce chapitre est composé de deux parties principales : l'implémentation du système et les résultats expérimentaux.

4.2 Environnement de développement

Cette section est consacrée à définir l'environnement de développement du système pour implémenter la modélisation proposée dans le chapitre précédent. L'environnement de développement inclut l'environnement de matériels suivi de l'environnement de logiciels. Dans ce dernier, on décrit la plateforme d'Eclipse et le JDK de Java avec ces APIs.

4.2.1 Environnement de matériels

Nous avons utilisé un ordinateur qui possède les caractéristiques mentionnées dans la table 4.1.

Caractéristique	Valeur
Processeur	3.0 GHz
Disque dur 1	500 Go
RAM	4 Go
Carte graphique	AMD Radeon R2

TABLE 4.1 – *Les caractéristiques de matériels*

4.2.2 Environnement de logiciels

Environnement de développement Eclipse

En programmation informatique, Eclipse est un environnement de développement intégré (IDE) destiné à la création d'applications en Java, ainsi que dans d'autres langages de programmation comme C/C++, Python, PERL, Ruby, etc. La plate-forme Eclipse, qui constitue la base de cet IDE, est composée de modules complémentaires (plug-ins) et est conçue pour être extensible grâce à l'ajout de nouveaux plug-ins. Développée en Java, la plate-forme Eclipse permet de créer des applications riches pour clients, des environnements de développement intégrés, et divers autres outils. Eclipse peut servir d'IDE pour tout langage de programmation disposant d'un plug-in adapté. La figure 4.1 illustre la fenêtre de démarrage d'Eclipse [1].



FIGURE 4.1 – Fenêtre de démarrage d'Eclipse IDE

Langage Java

Java est un langage de programmation généraliste, avancé et orienté objet, avec une syntaxe similaire à celle du C. Ses caractéristiques, ainsi que la richesse de son écosystème et de sa communauté, ont contribué à sa large adoption pour le développement d'applications d'entreprise et mobiles [14].

4.3 Implémentation

4.3.1 Système de description et d'appariement :

Notre système est composé de trois modules principaux :

1. Module de prétraitement qui inclut les tâches suivantes :
 - Détection de contour : séquences de points de contour de la forme 2D.
 - Extraction des points critiques.
2. Module pour calculer le descripteur SFD :
 - Calcul le descripteur SFD suivant les sous-niveaux.
3. Module d'appariement des formes :
 - Calcul les deux SFDs à apparier.
 - Calcul la similarité entre les deux SFDs selon la méthode de distance de Manhattan ou de la norme L^1 .

4.3.2 Structures et classes

Cette partie décrit l'implémentation de notre système qui conduit à générer un descripteur topologique cité précédemment en suivant les démarches décrites en détails dans le chapitre de la conception. Cette implémentation se réalise en utilisant des classes développées en Java avec ces APIs dans l'environnement Eclipse, et cela dans le but de valider notre approche avec des futurs tests d'expérimentations. Notre Système est décrit par un package composé de trois classes Java ou chaque classe est caractérisée par ses propres attributs et méthodes. Les principales classes sont illustrées en ordre selon le degré d'influence dans le programme :

```
class Principale {  
    // attributs principaux  
    String path_query = "";  
    String path_target = "";  
    ...  
}
```

```

public static void main(String[] args) {
// appariement des formes requête et cible
// requête
    Pretraitement pr_query = Pretraitement(path_query, "png");
    // calcul le descripteur SFD
    Fonction_taille SFD_query = Fonction_taille(pr_query.list_contour_points);

// cible
    Pretraitement pr_target = Pretraitement(path_target, "png");
    // calcul le descripteur SFD
    Fonction_taille SFD_target = Fonction_taille(pr_target.list_contour_points);

// appariement des formes: calcul la similarité avec la distance norm L1
    // retourne la distance entre les deux matrices des deux descripteurs
    double d = calculatDistance(SD_mat_query, SD_mat_target);
}

public static void calculatDistance(int[][] SFD_query, int[][] SFD_target) {
:
}
:
}

class Pretraitement {
// attributs principaux
BufferedImage input_image = null;
ArrayList<ArrayList<Integer>> list_contour_points = null;
ArrayList<ArrayList<Integer>> list_points_critiques = null;

// constructeur de la classe
public Pretraitement(String path, String format) {
    // lire l'image d'entrée suivant le chemin et le format du fichier d'entrée
    // l'image d'entrée est récupérée dans contour1D
    lire_image(String path, String format);

// détection des points de contour avec la méthode de retracement de Moore
ArrayList<ArrayList<Integer>> list_contour_points =
        detection_contour_moore(contour1D);

// extraction des points critiques avec la méthode de la courbure
ArrayList<ArrayList<Integer>> list_points_critiques =
        extraction_points_critiques(contour1D);
}

```

```

// Méthodes principales
// appel de la méthode de retraceur de Moore pour détecter les contours
static ArrayList<ArrayList<Integer>> detection_contour_moore( ){
    :
}

// extraction des points critiques de la forme avec la méthode de courbure
static ArrayList<ArrayList<Integer>> extraction_points_critiques( ){
    :
}
:
}

class Fonction_taille{
// attributs principaux
int[][] SFD_mat = null;
...
// constructeur de la classe
public Fonction_taille( ) {
    // calcul du vecteur de distance Rd :
    ...

    // calcul de fonction de taille (SFD)
    SFD_mat = ExtractionInstanceSDF();
}
// Méthodes principales
public int[][] ExtractionInstanceSDF( ){
for(i=0; i < Rd.length; i++){
    // retourner listes des listes des courbes annulaires du rayon Rd[i]
    extractAnnularLists(, list_contour_points, w, miny) ;
    calculElementSF(x, y, list_contour_points, w, miny, Rd):
    calculSizeFunction(list_contour_points, w, miny, Rd, n):
    // retourner la matrice SFD_mat
}
}

public int calculElementSF( ) {
:
}

public ArrayList<ArrayList<int[]>>[] extractAnnularLists( ) {
:
}

```

```

public int[][] calculSizeFunction( ){
    :
}
// si on emploie un largeur dynamique pour déterminer les sous-niveaux, alors,
// la fonction radiale doit dépendre directement des points critiques pour
// calculer le vecteur de distance R_d[]
public double calcul_largeur( ){
    :
}

:
}

```

4.4 Résultats expérimentaux

Cette partie est consacré à présenter les résultats expérimentaux pour valider ce modèle de descripteur sur une base standard des formes 2D mentionnée dans la table 4.2. Trois exemples de tests sont présentés afin d'évaluer la performance et l'efficacité de notre modèle.

4.4.1 Test 1

Le premier test illustre 16x16 comparaisons ou mesures de distance d'un échantillon de 16 formes 2D de la base standard. Comme la distance est commutative, la distance entre (forme i, forme j) est égale à la distance entre (forme j, forme i), alors la moitié des comparaisons (c-à-d., $(16 \times 16)/2$) est suffisante pour évaluer ce test. La table 4.3 illustre les résultats des comparaisons dont les valeurs de la distance sont affichées sur l'échelle de 100 pour raison de simplicité. Par exemple, la valeur 33, signifie une mesure de distance égale à 0.33.

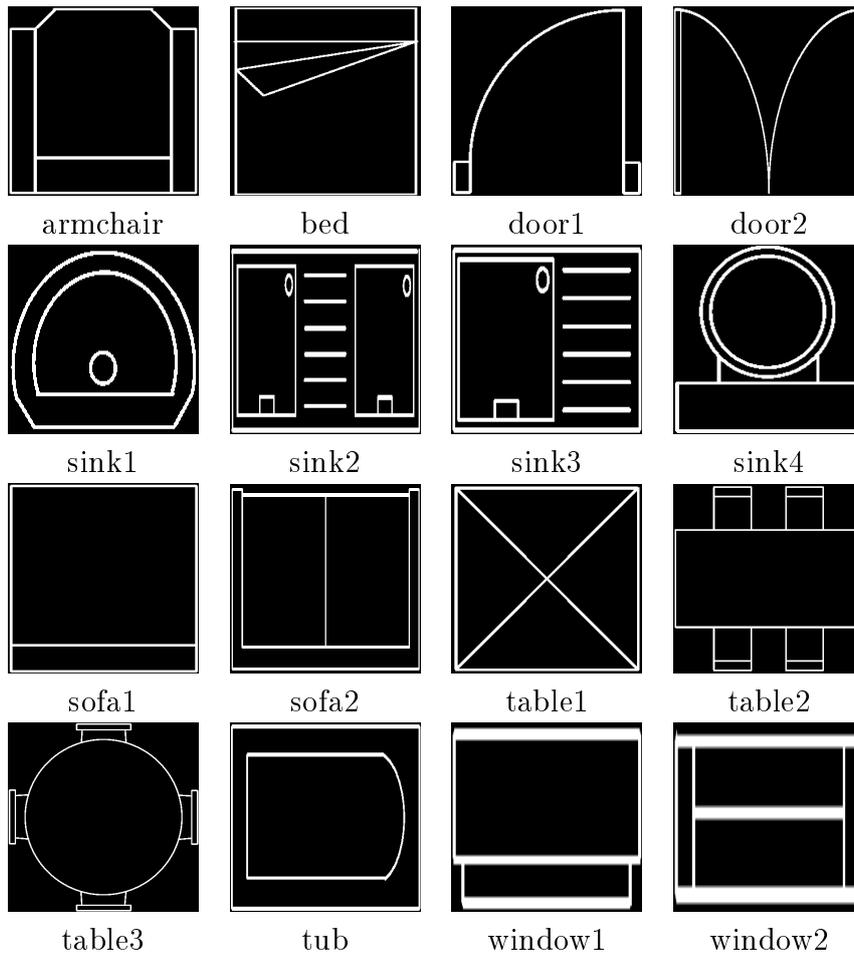


TABLE 4.2 – Base des formes 2D standard

4.4.2 Test 2

Dans le test 2, nous présentons deux tables de comparaison. La première table 4.4 concerne la forme *sofa2* et ces variantes (rotation 30° , 90° à gauche et 180° et les cas d'occlusion de 5%, 10% et 20%).

La deuxième table 4.5 traite la forme *table2* et ces variantes (rotation 30° , 90° à gauche et 180° et les cas d'occlusion de 5%, 10% et 20%).

4.4.3 Test 3

Le troisième test emploie les points critiques détectés sur le contour de la forme. Les figures 4.2(a) et 4.2(b) présentent respectivement la forme requête *adidas_500* \times 350 et la forme de cible *adidas_500* \times 350_180 (rotation 180°). Les figures 4.2(c) et 4.2(d) présentent respectivement l'image de contour de la requête et l'image de contour de la cible.

																
	00	33	11	20	48	50	44	33	08	41	13	16	35	19	35	40
		00	41	26	20	39	37	31	39	20	21	35	29	29	21	31
			00	28	37	45	44	39	08	49	14	09	30	22	42	48
				00	21	42	47	32	19	52	21	17	25	34	52	60
					00	40	36	36	50	26	17	37	17	33	26	30
						00	27	49	49	38	48	44	38	43	38	31
							00	41	48	38	42	45	38	48	36	35
								00	41	27	26	35	37	36	23	28
									00	45	16	11	35	25	40	45
										00	24	49	22	45	24	26
											00	15	40	15	24	31
												00	30	29	38	53
													00	37	22	14
														00	31	31
															00	27
																00

TABLE 4.3 – Mesures de distance d'appariement entre les 16 formes 2D de la base standard. Les valeurs de distance sont multipliées par 100 pour des raisons de simplicité

Dans ce test une comparaison des deux descripteurs SFDs de la forme requête *adidas*_500 × 350 et à sa rotation de 180° est effectuée. Le premier SFD de la requête est calculé en prenant comme point de référence le point critique $c_1 = (251.0, 8.0)$. Le deuxième SFD de la cible est calculé en prenant comme point de référence le point critique $c_2 = (248.0, 341.0)$. La distance entre les deux SFDs est nulle, ce qui signifie que, les deux points critiques se correspondent bien (ou homologues). La différence entre la direction du point c_1 et la direction du point c_2 est égale à 180°. A noter aussi que les deux points critiques qui se correspondent bien sont mentionnés dans les figures des points critiques 4.2(e) et 4.2(f) par un cercle de couleur rouge.

Les deux tables 4.6 et 4.7 donnent respectivement la matrice entière du descripteur SFD de la requête relative au point critique $c_1 = (251.0, 8.0)$ et la matrice entière du descripteur SFD de la cible relative au point critique $c_2 = (248.0, 341.0)$.

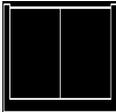
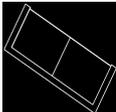
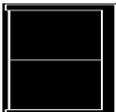
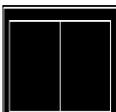
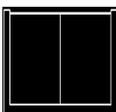
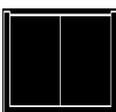
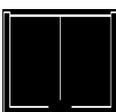
	sofa2	sofa2_30°	sofa2_90°	sofa2_180°	sofa2_oc5%	sofa2_oc10%	sofa2_oc20%
	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0931	0.0946	0.2990
		0.0000	0.0000	0.0000	0.0931	0.0946	0.2990
			0.0000	0.0000	0.0931	0.0946	0.2990
				0.0000	0.0931	0.0946	0.2990
					0.0000	0.0840	0.2529
						0.0000	0.2522
							0.0000

TABLE 4.4 – Mesures de distance d'appariement entre les 7 formes 2D qui sont des variantes de la forme sofa2

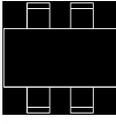
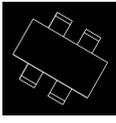
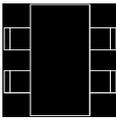
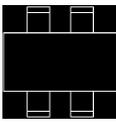
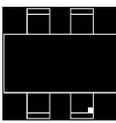
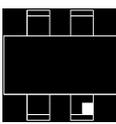
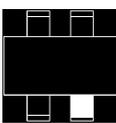
	table2	table2_30°	table2_90°	table2_180°	table2_oc5%	table2_oc10%	table2_oc20%
	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0041	0.1460
		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0041	0.1460
			0.0000	0.0000	0.0000	0.0041	0.1460
				0.0000	0.0000	0.0041	0.1460
					0.0000	0.0041	0.1460
						0.0000	0.1470
							0.1460

TABLE 4.5 – Mesures de distance d'appariement entre les 7 formes 2D qui sont des variantes de la forme table2

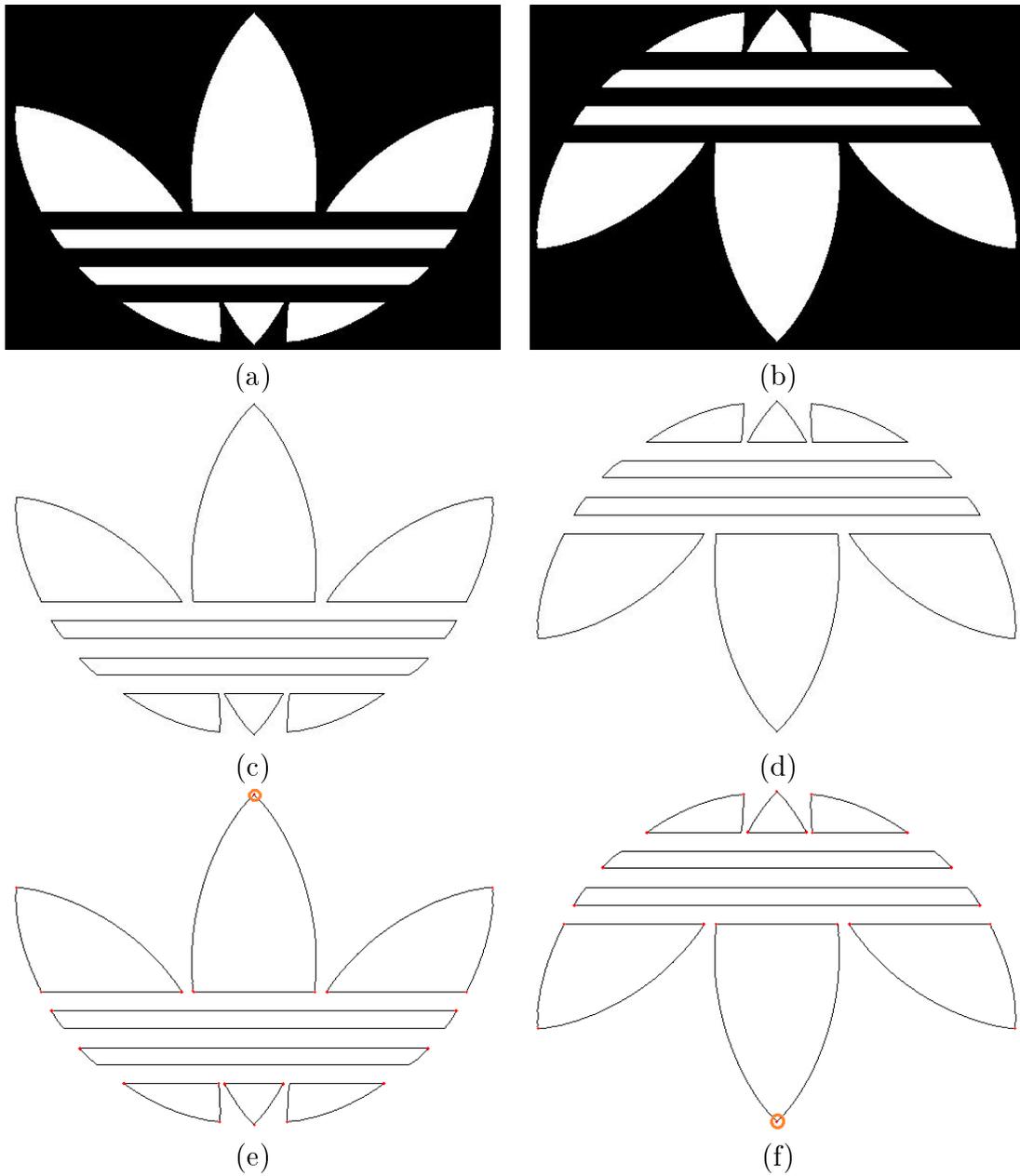


FIGURE 4.2 – Appariement des deux formes en comparant leur descripteur *SFD* relatif à son point critique : (a) la forme requête adidas_500 × 350, (b) la forme de cible adidas_500×350 avec rotation de 180°, (c) l'image de contour de la requête, (d) l'image de contour de la cible, (e) l'image des points critiques en rouge détectés sur le contour de la requête, (f) l'image des points critiques en rouge détectés sur le contour de la cible

4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, deux parties principales ont été conçues, la première partie présente l'implémentation du modèle de descripteur avec la tâche d'appariement, c-à-d., la réalisation des algorithmes de la modélisation du chapitre précédent., alors que la deuxième partie est consacrée à montrer les résultats de tests.

La première partie de l'implémentation inclut la présentation du code, les structures et les classes employées pour le calcul du descripteur SDF suivant une fonction de mesure choisie et pour réaliser la tâche de l'appariement des formes, c-à-d., comparer leur descripteur SFD correspondant et cela suivant une mesure de similarité calculée à la base d'une méthode de distance de Manhattan ou de la norme L^1 .

Dans la deuxième partie, nous avons montré les résultats expérimentaux ou nous avons utilisé une base de données standard des formes 2D dans les tests, comprenant seize formes sous forme d'images binaires. L'application de ce nouveau modèle de descripteur sur les formes de cette base a donné des résultats satisfaisants sur les deux plans de description et d'appariement.

Conclusion générale

Dans ce mémoire, nous avons développé une nouvelle approche pour concevoir un descripteur de nature topologique destiné à la représentation et à la caractérisation des formes 2D. Ce descripteur est basé sur les concepts de la théorie de taille et en particulier la fonction de taille qui représente un éventuel prototype pour un système de description et de reconnaissance des formes. La justification de choisir cet outil pour monter un modèle de descripteur se réside dans sa capacité de bien représenter, d'extraire des caractéristiques de haut niveau (combinaison des propriétés géométriques et topologiques des objets) résidentes dans la forme. Depuis leur introduction dans l'infographie et la reconnaissance des formes, la fonction de taille a gagné la popularité en tant qu'outil efficace pour différentes tâches d'analyse et de reconnaissance de forme. Notre approche de modélisation de la forme 2D par la fonction de taille a conduit à traiter deux sous-problèmes et de concevoir les algorithmes correspondants. Le premier concerne la description et la caractérisation des objets de la forme par représenter ces objets par le descripteur de la fonction de taille. Ce modèle topologique de descripteur emploie les données des contours de ces objets, puis une fonction de distance radiale est appliquée pour calculer des cercles centrés appelés des sous-niveaux de connectivité. Entre deux sous-niveaux consécutifs, on distingue généralement d'un changement topologique local qui est lié de l'apparition d'un point critique extrait du contour. Tandis que le second sous-problème est de réaliser l'appariement des formes en employant un deuxième algorithme pour la comparaison des descripteurs SFDs. Cette tâche est réalisée via une mesure de similarité calculée en relation avec une fonction de distance normalisée dans l'intervalle $[0..1]$.

Enfin, cette approche est validée sur une base standard des formes 2D très connue. Des résultats expérimentaux sont satisfaisants et a montré la validité et l'efficacité de ce modèle de descripteur sur les deux plans de description et d'appariement des formes. Cette validation a montré aussi l'invariance de ce modèle de descripteur aux transformations affines et aux petits changements comme les occlusions et les petites perturbations. Dans l'avenir, notre modélisation peut être élargie et adaptée à d'autres types de reconnaissance telles que la description et l'appariement des formes spécifiques comme les logos, et également la description et l'appariement des modèles 3D.

Bibliographie

- [1] Eclipse integrated development environment, tutorials point. [https : //www.tutorialspoint.com/eclipse/eclipse_tutorial.pdf](https://www.tutorialspoint.com/eclipse/eclipse_tutorial.pdf), 2015. Consulté le 10 juin 2024.
- [2] S. Biasotti and· A. Cerri and· P. Frosini and D. Giorgi and· C. Landi. Multidimensional size functions for shape comparison. *Mathematical Imaging and Vision*, 32(2) :161–179, 2008.
- [3] N. Arica. Shape representation, description, similarity and recognition. Ph.d. thesis, Department of computer engineering, The middle east technical University, Ankara, Turquie, September 2003.
- [4] S. Banerjee. Size functions in galaxy morphology classification. *International Journal of Computer Applications*, 100(3) :1–5, 2014.
- [5] C. Benladjar. Une représentation simpliciale pour les objets de surfaces maillées triangulées. Master thesis, Département d’informatique de l’Université de 8 Mai 1945, Guelma, Algérie, 2023.
- [6] S. Biasotti, D. Giorgi, M. Spagnuolo, and B. Falcidieno. Size functions for comparing 3d models. *Pattern Recognition*, 41(9) :2855–2873, 2008.
- [7] B. Boudjerida and M. A. Djebala. Recherche d’images logo basé sur l’histogramme et des descripteurs de forme invariants aux transformations géométriques. Master thesis, Département d’informatique de l’Université de 8 Mai 1945, Guelma, Algérie, 2015.
- [8] A. Brucale, M. d’Amico, M. Ferri, L. Gualandri, and A. Lovato. Size functions for image retrieval : A demonstrator on randomly generated curves. In *Proceedings of the International Conference on Image and Video Retrieval*, pages 235–244, Berlin, 2002. Springer-Verlag.
- [9] A. Cerri. k-dimensional size functions for shape description and comparison. In *14th International Conference on Image Analysis and Processing ICIAP*, October 2007.
- [10] A. Cerri, P. Musé D. Giorgi, and Frédéric. Shape recognition via an a contrario model for size functions. 4142 :410–421, 2006.
- [11] D. Corriveau. Méthodes topologiques pour l’études des formes. Master thesis, Département d’informatique de l’Université de Sherbrooke, Laboratoire de Moivre, Sherbrooke (Québec), Canada, 2004.

- [12] M. d'Amico, P. Frosini, and C. Landi. Natural pseudodistance and optimal matching between reduced size functions. Technical report, DISMI, Univ. Modena e Reggio Emilia, Italy, 2005.
- [13] R. Douafer. Modélisation et représentation d'objets discrets 2d avec une décomposition spatiale non uniforme par une structure algébrique. Master thesis, Département d'informatique de l'Université de 8 Mai 1945, Guelma, Algérie, 2020.
- [14] Jean-Michel DOUDOUX. Le langage pascal objet. [https : //www.jmdoudoux.fr/delphi/langage.html](https://www.jmdoudoux.fr/delphi/langage.html). Consulté le 10 juin 2024.
- [15] B. Di Fabio and C. Landi. Size functions for shape recognition in the presence of occlusions. Technical report, AMSACTA, University of Bologna, Digital Library, Bologna, Italia, 2009.
- [16] B. Di Fabio, C. Landi, and F. Medri. Recognition of occluded shapes using size functions. 5716 :642–651, 2009.
- [17] P. Frosini. Size functions : Comparing shapes by counting equivalence classes. Technical report, International Workshop on Computer Vision - Institute for Studies in Theoretical Physics and Mathematics, Tehran. April 26-30 2004, 2004.
- [18] P. Frosini and C. Landi. Size functions and morphological transformations. *Acta Applicandae Mathematicae*, 49 :85–104, 1997.
- [19] P. Frosini and C. Landi. Size functions and formal series. *Applicable Algebra in Engineering, Communication and Computing*, 12 :327–349, 2001.
- [20] P. Frosini. Measuring shapes by size functions. In *Intelligent Robots and Computer Vision X : Algorithms and Techniques, Proc. of SPIE*, volume 1607, pages 122–133, Boston, MA, 1991.
- [21] P. Frosini and C. Landi. Size theory as a topological tool for computer vision. *Pattern Recognition and Image Analysis*, 9(4) :596–603, 1999.
- [22] F. Ghouila and L. Sellaoui. Modélisation de la forme 2d par le graphe squelettique en utilisant la théorie de morse. Master thesis, Département d'informatique de l'Université de 8 Mai 1945, Guelma, Algérie, 2017.
- [23] M. Hagedoorn and R.C. Veltkamp. Reliable and Efficient Pattern Matching Using an Affine Invariant Metric. *International Journal of Computer Vision*, 31(2–3) :103–115, 1999.
- [24] Y. Hu and Z. Li. An Improved Shape Signature for Shape Representation and Image Retrieval. *Journal of software*, 8(11) :2925–2929, 2013.
- [25] X. Huang, Y. Sun, D. Metaxas, F. Sauer, and C. Xu. Hybrid Image Registration Based on Configurational Matching of Scale-Invariant Salient Region Features. In *Second IEEE Workshop on Image and Video Registration, IVR'04, in conjunction with CVPR'04*, Washington D.C., July 2004.
- [26] D. Kelly. Computational models for the automatic learning and recognition of irish sign language. Ph.d. thesis, National University of Ireland, Maynooth, Ireland, 2004.

- [27] M.I.A. Lourakis, A.A. Argyros, and K.Marias. A Graph-Based Approach to Corner Matching Using Mutual Information as a Local Similarity Measure. In *Proceedings of the International Conference on Pattern Recognition (ICPR'2004)*, pages 827–830, Cambridge, UK, 2004.
- [28] M. A. Alaoui Mhamdi. Fonctions de taille pour la description et la reconnaissance d'objets 3d. Ph.d. thesis, Département d'informatique de l'Université de Sherbrooke, Laboratoire de Moivre, Sherbrooke (Québec), Canada, 2018.
- [29] M. A. Alaoui Mhamdi and D. Ziou. 3d object recognition through a size function resulting from an invariant topological feature. 120 :108–131, 2021.
- [30] A. Micheletti, V. Capasso, V. Sala, A. Cerri, P. Frosini, M. Ferri, C. Landi, D. Giorgi, B. Falcidieno, G. Landini, V. Pesce Delfino, R. Ricco, and G. Losa. Statistical shape analysis. Technical report, 2009.
- [31] A. Micheletti, F. Terragni, and M. Vasconi. Statistical aspects of size functions for the description of random shapes : Applications to problems of lithography in microelectronics. In *Progress in Industrial Mathematics, ECMI Newsletter*, pages 123–134, 2006.
- [32] L. Ren. A contour representation and retrieval algorithm based on polar-histogram. *Journal of software*, 8(2) :259–265, 2013.
- [33] U. K. Unnikrishnan. Tracing boundary in 2d image using moore neighborhood approach. [https://www.codeproject.com/Articles/1105045/Tracing - Boundary - in - D - Image - Using - Moore - Neighborhood](https://www.codeproject.com/Articles/1105045/Tracing-Boundary-in-D-Image-Using-Moore-Neighborhood), 2016. Consulté le 28 Avr. 2024.
- [34] A. Verri, C. Uras an P. Frosini, and M. Ferri. On the use of size functions for shape analysis. *Biological Cybernetic*, 70 :99–107, 1993.
- [35] H. Yahia, E. Huot, I. Herlin, and I. Cohen. Geodesic Distance Evolution of Surfaces : a New Method for Matching Surfaces. In *Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 1663–1668, Hilton Head Island, South Carolina, June 2000.
- [36] D. Zhang and G. Lu. Shape-Based Image Retrieval Using Generic Fourier Descriptors. *Signal Processing*, 17 :825–848, 2002.
- [37] M. Ziani. Descripteur de forme basé sur la théorie de Morse. Master thesis, Département d'informatique de l'Université de Sherbrooke, Laboratoire de Moivre, Sherbrooke (Québec), Canada, 2011.