

Université du 8 mai 1945 – Guelma
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Mécanique



Mémoire de fin d'étude pour
L'obtention de Diplôme de Master

Option : Construction Mécanique

Présenté par : LAID HEMZA

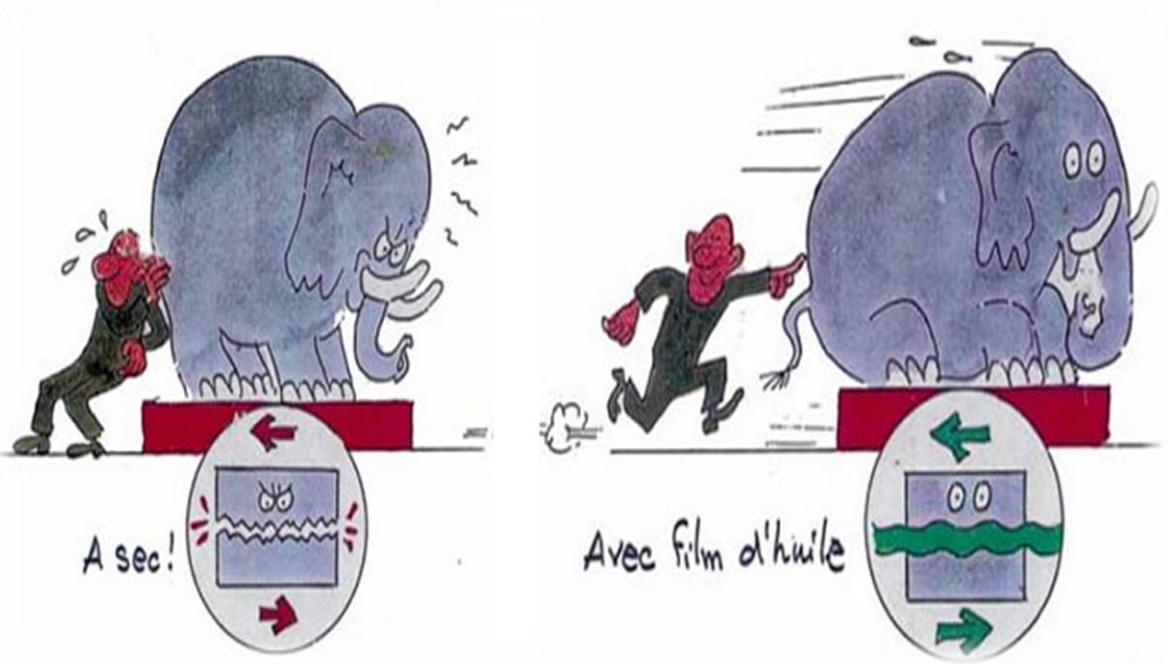
=====

IMPACT DES HUILES ADDITIVÉES SUR LA
PRESENCE DE LA POLLUTION SOLIDE DANS
LES PALIERS HYDRODYNAMIQUES DES
MACHINES TOURNANTES : ETUDE
DYNAMIQUE NON LINEAIRE

=====

Sous la Direction de : **Pr. BOUCHERIT Hamid**

JUIN 2021 - 2022



Remerciements

Je voudrais remercier Allah, le Tout-Puissant de m'avoir donné patience et volonté d'étudier et d'atteindre ce niveau et de terminer mon mémoire.

Ce mémoire n'aurait pas pu être achevée sans l'aide de mon professeur **Pr. BOUCHERIT Hamid** à qui je voudrais exprimer mes sincères remerciements. Je lui suis reconnaissant pour ses encouragements, sa gentillesse, sa patience et ses conseils judicieux tout au long de l'achèvement de ce travail. Je lui dois une sincère gratitude pour ses encouragements et sa précieuse contribution à la recherche, que ce soit par son temps, ses conseils ou les documents qu'il a fournis.

Outre mon superviseur, je tiens à remercier les membres du comité d'examen pour leur lecture et leurs commentaires perspicaces. Un grand merci également à tous mes professeurs et tous les employés de l'administration de département de Génie Mécanique, l'université 8 mai 1945 Guelma pour leur aide et leur précieux soutien.

Je remercie profondément ma famille pour le soutien morale. Mon père **BACHIRE** et ma mère **ATTI LOUISA**, mon frère **BILEL** et ma sœur **SOUMIA**,

Mon oncle **LAYOUL ABD EL MADJID**, Ma tante **ATTI LINDA**

Je remercie **DR. CHIHAOUI SALIM** qui n'a pas été avares de m'aider dans ma recherche.

En fin je remercie mes amis **KHALED, RAOUF, KHAWLA, SAFA, NAHLA**,

Leurs précieux conseils et leurs suggestions m'ont été d'une grande aide.



RESUME

L'étude théorique et numérique proposé vise à prédire l'impact des additifs améliorant la qualité des huiles lubrifiantes sur le comportement dynamique non linéaire des paliers hydrodynamiques lubrifiés par des huiles polluées par des particules solides ; lubrifiant pollué ou contaminé par des particules solides dues à l'usure des surfaces de contact.

La présence des additifs dans les huiles lubrifiantes permet d'améliorer leurs performances et rendre le comportement rhéologique du lubrifiant non newtonien. L'étude de l'écoulement de ce type de fluides est basée sur l'application de la théorie des milieux continus de Vijay Kumar Stokes. Le modèle simple de Ball et Richmond est retenu pour prendre en considération de la présence de la pollution due à l'existence des particules solides dans les huiles lubrifiantes dans l'étude paramétrique.

L'étude paramétrique a montré en évidence d'une part, les effets non négligeables de la présence la pollution solide dans les huiles lubrifiantes sur la pression maximale, l'épaisseur minimale de film ainsi que la trajectoire du centre de l'arbre du palier surtout pour des fortes concentrations de la présence de pollution solide. D'autre part, l'utilisation des huiles additivés par des additives améliorant la qualité des fluides lubrifiants conduit de diminuer sensiblement les effets de la présence de la pollution solide sur le comportement dynamique non linéaire des paliers hydrodynamiques des machines tournantes surtout pour des forte concentration de pollution.

Mots clés : *Huiles polluées, Huiles additivées, Lubrification EHD, Paliers hydrodynamiques, Théorie de V.K.Stokes, Equation de Reynolds Modifiée.*

ملخص

تهدف الدراسة النظرية والرقمية المقترحة إلى التنبؤ بتأثير المواد المضافة في تحسين جودة زيوت التشحيم على السلوك الديناميكي غير الخطي للمحامل الهيدروديناميكية المشحمة بالزيوت الملوثة بالجسيمات الصلبة ؛ مادة تشحيم ملوثة بجزيئات صلبة بسبب تآكل الأسطح الملامسة.

يحسن وجود المواد المضافة في زيوت التشحيم من أدائها ويجعل السلوك الريولوجي لزيوت التشحيم غير نيوتوني.

تعتمد دراسة تدفق هذا النوع من السوائل على تطبيق نظرية الوسائط المستمرة *Vijay Kumar Stokes*. تم استعمال نموذج *Ball and Richmond* البسيط لمراعاة وجود التلوث بسبب وجود جزيئات صلبة في زيوت التشحيم في الدراسة البارامترية.

أوضحت الدراسة البارامترية ، من ناحية ، الآثار الهامة لوجود تلوث صلب في زيوت التشحيم على الضغط الأقصى ، والحد الأدنى لسمك التشحيم وكذلك مسار مركز عمود المحمل خاصة بالنسبة للتركيزات العالية لوجود مادة التلوث الصلب . ومن ناحية أخرى ، فإن استخدام الزيوت بإضافات تعمل على تحسين جودة سوائل التشحيم و يقلل بشكل كبير من آثار وجود التلوث الصلب على السلوك الديناميكي غير الخطي للمحامل الهيدروديناميكية للألات الدوارة.

الكلمات المفتاحية : الزيوت الملوثة, الزيوت بإضافات, تزييت *EHD* , نظرية *Stokes Vijay Kumar* , المحامل الهيدروديناميكية , معادلة رينولدز المعدلة

Abstract

The proposed theoretical and numerical study aims to predict the impact of additives improving the quality of lubricant oils on the non-linear dynamic behavior of hydrodynamic journal bearings lubricated by oils polluted by solid particles ; lubricant polluted or contaminated by solid particles due to wear of the contact surfaces.

The presence of the additives in lubricant oils permits to improve their performance and renders the rheological behavior of the lubricant non-newtonian. The study of the flow of this type fluid is based on the Vijay Kumar Stokes' theory of continuums. The simple model of Ball and Richmond is chosen to take into account the presence of pollution due to the existence of solid particles in lubricant oils in the parametric study.

The parametric study showed on the one hand the significant effects of the presence solid pollution in lubricant oils, on the maximum pressure, the minimum film thickness as well as the trajectory of the journal bearing shaft center, especially for high concentrations of the presence solid pollution. On the other hand, the use of additive oils by additives improving the quality of lubricant fluids reduces significantly, the effects of presence solid pollution on the non-linear dynamic behavior of the hydrodynamic journal bearings of rotating machines.

Keywords : Polluted oils, Additives oils, EHD lubrication, Hydrodynamic journal bearings, V.K Stokes Theory, Modified Reynolds Equation.

TABLEDES MATIERES

- Introduction Générale	1
- Chapitre Un	
Généralités sur la Lubrification et la Contamination des Huiles Lubrifiantes	
1. INTRODUCTION	3
2. LUBRIFICATION	3
2-1. Les contacts lubrifiés	3
2-2.1 Contacts surfacique	5
a) Lubrification limite	5
b) Lubrification mixte	6
c) Lubrification hydrodynamique	6
d) Lubrification hydrodynamique non laminaire	7
2-2.2 Contacts hertziens	7
a) Lubrification extrême pression	8
b) Lubrification mixte	8
c) Lubrification Elasto-hydrodynamique	8
2-3. Lubrifiants	8
2-4. Les lubrifiants liquides	9
2-4-1. Les huiles lubrifiantes	9
a) Les huile d'origine végétale	9
b) Les bases minérales	10
c) Les bases synthétiques	11
2-5. Fonctions essentielles des lubrifiants	12
2-6. Additifs ou dopes	12
2-6.1. Additifs détergents et dispersants (de 3 à 15 %)	13
2-6.2. Additifs de point d'écoulement	13
2-6.3. Additifs améliorant l'indice de viscosité (VI)	13
2-6.4. Additifs Anti-oxydants (1% environ)	14
2-6.5. Additifs anti-usure (1 %)	14
2-6.6. Additifs extrême pression (de 1 à 10 %)	14
2-6-7. L'anti-mousse	15
2-6-8. Additifs divers	15
2-7. Viscosité des lubrifiants lubrifiant	15
2-7-1. Définition de la viscosité	15
2-7-2. Unités de viscosité	17

3. CONTAMINATION DES FLUIDES LUBRIFIANTS	17
3-1. Pollution des huiles lubrifiantes	18
3-1-1. Contamination liquide des huiles lubrifiantes	18
3-1-2. Contamination solide des huiles lubrifiantes	19
3-1-2-1. Origine et nature de la pollution solide	20
3-1-2-2. Type des particules polluantes	20
4. CONCLUSION	22
<i>Références bibliographies</i>	23

- Chapitre Deux

Dérivation de l'Equation de base de la Lubrification Hydrodynamique par Fluide Additive et Pollué par des Particules Solides

1. INTRODUCTION	24
2. EQUATIONS GENERALES DE LA LUBRIFICATION HYDRODYNAMIQUE PAR FLUIDE POLAIRE ET POLLUE PAR DES PARTICULES SOLIDES	24
2-1. Equation de conservation de la masse	25
2-2. Lois rhéologiques des fluides lubrifiants	25
a) Loi rhéologique d'un fluide additivé par des additifs améliorant la viscosité	25
b) Loi rhéologique d'un fluide additivé et pollué par des particules solides	26
- Modèle d'Einstein	26
- Modèle Frankel & Acrivos (1967)	27
- Modèle Thomas (1965)	27
- Modèle Chong et al. (1971)	27
- Modèle de Batchelor et Green	27
- Modèle de Ball et Richmond	28
- Modèle de Phan-Thien et Pham	28
- Modèle Coussot (1999)	28
2-3. Equations du mouvement d'un fluide polaire et pollué par des particules Solides	29
2-3-1. Analyse dimensionnelle des équations du mouvement en film mince Visqueux	30
3. EXPRESSION DU CHAMP DE VITESSES D'ECOULEMENT DU FLUIDE POLAIRE ET POLLUE	35
4. DERIVATION DE L'EQUATION DE REYNOLDS MODIFIEE POUR UN FLUIDE POLAIRE ET POLLUE	38
5. CONCLUSION	41
<i>Références bibliographies</i>	41

- Chapitre Trois

Expression de l'équation de base de la lubrification hydrodynamique dans le cas des paliers lubrifiées par des huiles additivés et pollués

1. INTRODUCTION	42
2. LES DIFFERENTES CLASSES DE SUPPORTS	43
2-1. Paliers secs	43
2-2. Paliers de roulements	43

a) Avantages	43
b) Inconvénient	44
2-3. Paliers poreux	44
a) Avantage	44
b) Inconvénient	44
2-4. Paliers hydrodynamiques	45
a) Avantage	45
b) Inconvénient	45
2-4-1. Paliers à géométrie fixe	45
- Caractéristiques géométriques	46
2-4-2. Paliers à géométrie variable	46
2-5. Butées hydrodynamiques	46
3. EXPRESSION DE L'EQUATION DE REYNOLDS MODEFIEE DANS LE CAS D'UN PALIER HYDRODYNAMIQUE LUBRIFIE PAR UN FLUIDE POLAIRE POLLUE	47
3-1. Equations géométriques du film lubrifiant	51
3-1-1. Cas du palier aligné	51
3-1-2. Cas d'un palier mésaligné	53
3-2. Conditions aux limites	53
3-2-1. Conditions liées à l'alimentation et à l'environnement du palier	54
3-2-2. Conditions liées à l'écoulement du lubrifiant	54
a) <i>conditions de Sommerfeld</i>	54
b) <i>Conditions de Gümbel ou de demi-Sommerfeld</i>	55
c) <i>Conditions de Reynolds ou de Swift-Stieber</i>	55
3-3. performances statiques du palier	56
3-3-1. Portance hydrodynamique et angle de calage du palier	56
3-3-2. Puissance dissipée	57
3-3-3. Vitesses moyennes de l'écoulement et le débit de fuite	57
4. ECRITURE DE L'EQUATION DE REYNOLDS MODIFIEE EN VARIABLES SANS DIMENSION	58
4-1. Portance hydrodynamique sans dimension	58
4-2. Puissance dissipée adimensionnée	58
4-3. Vitesses moyennes de l'écoulement et le débit de fuite	58
5. CONCLUSION	59
Références bibliographies	59

- Chapitre Quatre

L'étude Paramétrique de L'impact des Additives Améliorant la Qualité des Huiles Lubrifiantes sur La Présence de la Pollution Solide dans des Paliers Fluides : Etude Dynamique Non Linéaire

1. INTRODUCTION	60
2. EQUATIONS DU PROBLEME DYNAMIQUE NON LINEAIRE	62
2-1. Equation de Reynolds en variables sans dimension	62
2-2. Equations de mouvement de l'arbre	63
2-2-1. Equations de mouvement en variables sans dimension	64
3. RESOLUTION DES EQUATIONS DE MOUVEMENT	64
4. RESOLUTION DE L'EQUATION DE REYNOLDS	65

4-1. Discrétisation de l'équation de Reynolds	65
5. ETUDE PARAMETRIQUE	68
5-1. Résultats et discussion	71
5-1-1. Effets de concentration volumique de la pollution solide sur la pression maximale dans le film lubrifiant	71
5-1-2. Effets de concentration volumique de la pollution solide sur l'épaisseur minimale du film	72
5-1-3. Effets de concentration volumique de la pollution solide sur les trajectoires du centre de l'arbre dans le palier	74
5-1-4. Impact des additifs améliorant la qualité des huiles lubrifiantes sur la pression maximale dans le film d'un palier lubrifié par fluide pollué par des particules	75
5-1-5. Impact des additifs des huiles lubrifiantes sur l'épaisseur de film d'un palier lubrifié par fluide pollué par des particules solides	76
5-1-6. Effets des additifs améliorant la qualité des huiles lubrifiantes sur les trajectoires du centre de l'arbre dans le palier lubrifié par fluide pollué par des particules solides	78
6. CONCLUSION	80
Références bibliographiques	81

LISTES DES FIGURES ET DES TABLEAUX

Figure I-1: <i>Contact lubrifié</i>	(3)
Figure I-2: <i>Courbe de Stribeck</i>	(5)
Figure I-3: <i>Courbe de Stribeck en Contacts surfaciques</i>	(5)
Figure I-4: <i>Régime limite</i>	(6)
Figure I-5: <i>Régime mixte</i>	(6)
Figure I-6: <i>Régime hydrodynamique</i>	(7)
Figure I-7: <i>Régimes de lubrification dans le cas d'un contact Hertiens</i>	(8)
Figure I-8: <i>Huiles lubrifiantes</i>	(9)
Figure I-9: <i>Distillation du pétrole</i>	(11)
Figure I-10: <i>Comparaison entre une huile minérale et synthétique.</i>	(11)
Figure I-11: <i>composition d'une huile lubrifiante</i>	(13)
Figure I-12: <i>Viscosités des lubrifiants à l'aide d'un bidon d'huile</i>	(16)
Figure I-13: <i>Distribution des vitesses dans un écoulement laminaire de couette</i>	(16)
Tableau I-1: <i>pollutions présentes dans les turbines aéronautiques</i>	(21)
Tableau I-2: <i>forme des particules</i>	(21)
Tableau I-3: <i>Familles de particules d'après AKL et KHALIFA</i>	(22)
Figure II-1: <i>Schéma du contact lubrifié</i>	(24)
Figure II-2: <i>Photo graphie d'écoulement d'une huile lubrifiante avec des particules solides de forme sphères entre deux plaques très proches</i>	(25)
Figure II-3: <i>Influence de la concentration en particules sphériques sur la viscosité effective d'un fluide : comparaison de divers modèles et résultats expérimentaux</i>	(28)

Figure II-4 : <i>Schématisation des efforts de surface et de volume agissant sur un élément de fluide polaire</i>	(29)
Figure II-5 : <i>Schéma général d'un contact hydrodynamique</i>	(30)
Figure II-6 : <i>L'origine du système d'axes confondue avec la paroi 1</i>	(36)
Figure III-1 : <i>Photo graphie d'un palier fluide et principaux composants d'un palier</i>	(42)
Figure III-2 : <i>Photo Coussinets pour paliers Secs</i>	(43)
Figure III-3 : <i>palier à roulement</i>	(44)
Figure III-4 : <i>Coupe schématique d'un palier poreux</i>	(45)
Figure III-5 : <i>Schémas d'un palier lisse et Photographie d'un palier</i>	(45)
Figure III-6 : <i>Photographie d'un palier à patins oscillants</i>	(46)
Figure III-7 : <i>Butée hydrodynamique</i>	(47)
Figure III-8 : <i>Schémas d'un palier lisse cylindrique</i>	(48)
Figure III-9 : <i>Schématisation les trois phases de mise en route d'un palier lisse</i>	(49)
Figure III-10 : <i>Section droite du palier développé</i>	(50)
Figure III-11 : <i>Systèmes de coordonnées du palier fluide cylindrique</i>	(51)
Figure III-12 : <i>Palier fluide hydrodynamique en mouvement (a) et au repos</i>	(51)
Figure III-13 : <i>configuration d'un palier mésaligné</i>	(53)
Figure III-14 : <i>Présentation des zones active et inactive dans un palier hydrodynamique</i>	(54)
Figure III-15 : <i>Conditions de Sommerfeld</i>	(54)
Figure III-16 : <i>Conditions de Gûmbel</i>	(55)
Figure III-17: <i>Conditions de Reynolds</i>	(56)
Figure III-18: <i>Profile d'un palier aligné</i>	(57)
Figure IV-1 : <i>Schéma du système rotor – palier pour l'analyse dynamique non linéaire</i>	(61)
Figure IV-2 : <i>Section droite du palier et bilan des forces statiques et dynamique agissant Sur l'arbre</i>	(61)
Figure IV-3 : <i>Configuration géométrique d'un palier mésaligné</i>	(63)
Figure IV-4 : <i>Maillage du film lubrifiant par la MDF (2D) (Discrétisation du demi-palier)</i>	(66)

- Figure IV-5 :** *Organigramme du programme du calcul développé pour l'analyse dynamique non linéaire* (70)
- Tableau IV-1 :** *Caractéristiques géométriques et conditions de fonctionnement du palier* (71)
- Figure IV-6 :** *Variations de la pression maximale dans la section médiane de palier en fonction du temps pour différentes concentrations volumiques de la pollution solide dans le palier fluide* (72)
- Figure IV-7 :** *Variations de l'épaisseur minimale de film lubrifiant dans la section médiane de palier en fonction du temps pour différentes concentrations volumiques de la pollution solide* (73)
- Figure IV-8 :** *Trajectoires du centre de l'arbre dans la section médiane du palier pour différentes concentrations volumiques de la pollution solide* (74)
- Figure IV-9 :** *Variations de la pression maximale dans la section médiane de palier en fonction du temps pour différentes longueurs relatives des additives* (76)
- Figure IV-10 :** *Variations de l'épaisseur minimale dans la section médiane du palier en fonction du temps pour différentes longueurs relatives des chaînes moléculaires des additives* (77)
- Figure IV-11 :** *Trajectoires du centre de l'arbre dans la section médiane du palier pour différentes longueurs relatives des chaînes moléculaires des additives* (79)

NOMENCLATURES

C : jeu radial du palier, (m)

C_b : le jeu radial d'assemblage

D_{ij} : tenseur des taux de déformation,

e : excentricité de fonctionnement, (m)

F_ε, F_ϕ : Composantes de la portance hydrodynamique, (N)

h : épaisseur du film lubrifiant, (m)

\tilde{h} : épaisseur du film adimensionnée

L : longueur du palier, (m)

$\ell = \sqrt{\frac{\eta}{\mu_s}}$: paramètre de la longueur de la chaîne moléculaire des additifs

$\tilde{\ell} = \frac{\ell}{C}$: paramètre de la longueur de la chaîne moléculaire des additifs adimensionné

O_a : Centre de l'arbre,

O_c : Centre du coussinet,

M_{rk} : tenseur des couples de contraintes

e_{ijk} : tenseur de permutation d'ordre trois

K_{ij} : tenseur du taux de rotation

p : Pression dans le film lubrifiant, (Pa)

\tilde{p} : Pression adimensionnée,

R_a : Rayon de l'arbre, (m)

R_c : Rayon du coussinet, (m)

t : temps, (s)

u, v, w : composantes de vecteur vitesse d'écoulement de lubrifiant, (m/s)

$u_{\text{moy}}, w_{\text{moy}}$: vitesses moyennes de l'écoulement du fluide lubrifiant, (m/s)

$\tilde{U}_{\text{moy}}, \tilde{W}_{\text{moy}}$: vitesses moyennes d'écoulement adimensionnées

\tilde{W}_0 : Portance hydrodynamique adimensionnée,

τ_{xy} et τ_{zy} : contraintes de cisaillement visqueuses.

λ et μ : coefficients de Navier

μ_s : viscosité du solvant

μ : viscosité dynamique du fluide lubrifiant, (Pa.s)

ε : Excentricité relative, $\varepsilon = (e/C)$

ϕ : Angle de calage, (rad)

θ : Coordonnée circonférentielle dont l'origine est située sur la ligne des centres

θ_s : Angle de cavitation, (rad)

ω : Vitesse angulaire de l'arbre (rad/s)

ρ : Masse volumique du lubrifiant, (kg/m³)

Θ : Taux de dilatation cubique ($\Theta = D_{kk}$)

Φ : Concentration volumique des sphères rigides dans le solvant newtonien

Φ_m : Concentration maximale admissible

δ_{ij} : Symbole de Kronecker ou tenseur unité

INTRODUCTION GENERALE

Actuellement, les machines tournantes et alternatives jouent un rôle vital dans la production. Ce rôle nous oblige à fournir des conditions favorables pour le bon fonctionnement de ces machines afin de prévenir leur dysfonctionnement, d'améliorer leur rendement, en réduisant les pertes de puissance par frottement et en augmentant leur durée de vie.

La présence de la pollution solide dans les huiles lubrifiantes engendre des dommages pratiquement dans tous les organes de guidage et les supports des machines tournantes et alternatives, toute fois il faut savoir que l'intensité de ces dommages dépend de type de polluants , la taille , la pression de contact et le nombre de particules présentes entre les surfaces en contact.

En effet, la pollution solide des huiles de lubrification des machines tournantes constitue un problème majeur dans le fonctionnement de ces dernières, sachant que ces polluants sont présents même dans les huiles neuves jamais utilisées où introduits lors de la fabrication ou au cours des opérations de montage, en plus des polluants présents déjà à l' état vierge dans les huiles de lubrification. De nouveaux polluants peuvent être produits soit par, rodage, usure, rouille ou bien par pénétration de l'extérieur dont la quantité dépend de l'étanchéité des joints et de l'environnement de fonctionnement, même les polluants peuvent s'introduire au moment de la maintenance des machines. Il faut savoir que le diamètre de ses particules polluantes est variable et peut atteindre 40micran, ainsi, ce diamètre va leur permettre de pénétrer dans les zones de contact et engendrer des dommages. Pour Empêcher l'installation de ces polluants dans les surfaces en contact et pour atténuer ces risques des filtres ont été souvent mise en place mais malgré cela, la filtration n'élimine pas totalement le problème parce que les particules avec un diamètre trop petit ne sont ni filtrées ni stoppées, prenant comme exemple les filtres automobiles qui laissent passer des particules dont le diamètre est de 40micran.

A cet effet, la contamination par des pollutions solides des huiles lubrifiantes est la cause principale des pannes produites dans les machines tournantes et réductrices, car elle influe directement sur les propriétés du lubrifiant et la dégradation de la fonction des organes des machines tournantes, tels que, les paliers, les roulements, les engrenages, etc. 75% des pannes des systèmes lubrifiés sont causées par la contamination, la plupart des composants machines sont endommagés par la pollution contenue dans les huiles lubrifiantes.

Pour toutes ces raisons, cette contamination solide des huiles de lubrification est considérée comme un problème majeur par les ingénieurs et donc a été le but de plusieurs chercheurs.

Pour minimiser et réduire les problèmes causés par cette pollution solide, des additifs améliorant la qualité des huiles de lubrification ont été largement utilisés. Ces additifs de longues chaînes moléculaires sont des polymères utilisés pour réduire les effets de la pollution, de l'oxydation et de moussage en améliorant les performances de ces dernières.

L'objectif principal de notre investigation est de déterminer l'impact de l'utilisation des huiles lubrifiantes additivées par des additifs améliorant la qualité des huiles lubrifiantes sur la présence de la pollution solide dans les paliers hydrodynamiques : étude dynamique non linéaire

Cette étude est une continuité des travaux de recherche réalisés dans les années précédentes sur l'étude des effets des additives des lubrifiants sur de la présence de la pollution des huiles lubrifiantes dans les paliers hydrodynamiques.

Le manuscrit de ce présent travail contient quatre chapitres et une conclusion générale :

Dans le premier chapitre, on va présenter d'une part une étude succincte sur la lubrification qui concerne tous contacts lubrifiés pour lesquels un fluide lubrifiant appelé troisième corps est intercalé entre deux corps solides en mouvement relatif. Tandis que la deuxième partie a été réservée à une étude bibliographique importante sur la contamination des lubrifiants par l'eau et par des particules solides.

En chapitre deux, on va rappeler les lois fondamentales de la mécanique des milieux continus écrites dans le cas d'une lubrification hydrodynamique par un fluide additivé par des additifs améliorant la qualité du lubrifiant et pollué par des particules solides d'une part. D'autre part, on va déterminer la dérivation de l'équation de Reynolds modifiée pour un fluide additivé et pollué par des particules solides.

Le troisième chapitre est réservé à la présentation d'une étude bibliographique succincte sur les différents types de paliers hydrodynamiques les plus utilisés dans le guidage des lignes d'arbres des machines tournantes et l'écriture de l'équation de Reynolds modifiée en régime hydrodynamique dans le cas d'un palier lisse aligné lubrifié par un fluide additivé et pollué des particules solides.

Dans le quatrième chapitre, on va présenter la partie la plus importante de cette investigation, qui est une étude paramétrique permettant de mettre en évidence les effets des additifs améliorant la qualité des huiles lubrifiantes sur le comportement dynamique non linéaire des paliers hydrodynamiques lubrifiés par des huiles polluées par des particules solides (*huile polluée ou contaminée par des particules solides dues à l'usure des surfaces*).

Chapitre Un

Généralités sur la lubrification et la contamination des huiles lubrifiantes

1. Introduction

La majorité des mécanismes de machines tournantes sont souvent supportés par des paliers hydrodynamiques. Le rôle de ces derniers est d'assurer le positionnement dans l'espace et de permettre le mouvement libre des arbres et des essieux en rotation ou en translation, mais ce rôle ne peut être assuré qu'avec une bonne lubrification. Ce dernier est un domaine important de la tribologie qui consiste à étudier des contacts dans lesquels un film de fluide sépare les surfaces en présence.

Dans ce chapitre on va dédier une étude bibliographique, qui permettra de présenter des généralités sur la lubrification et les différents types de paliers hydrodynamiques.

2. Lubrification

La lubrification est la partie la plus importante de la tribologie, elle est un ensemble de techniques utilisées pour diminuer les frottements et limiter l'usure entre deux surfaces en contact et en mouvement l'une par rapport à l'autre (figure I-1). Elle permet souvent d'évacuer une partie de l'énergie thermique engendrée par ce frottement. Dans ces situations, les écoulements fluides sont parallèles aux surfaces, ce qui simplifie leur description et leur calcul (*théorie de la lubrification*). On parle de lubrification dans le cas où le lubrifiant est liquide et de graissage dans le cas où il est compact.

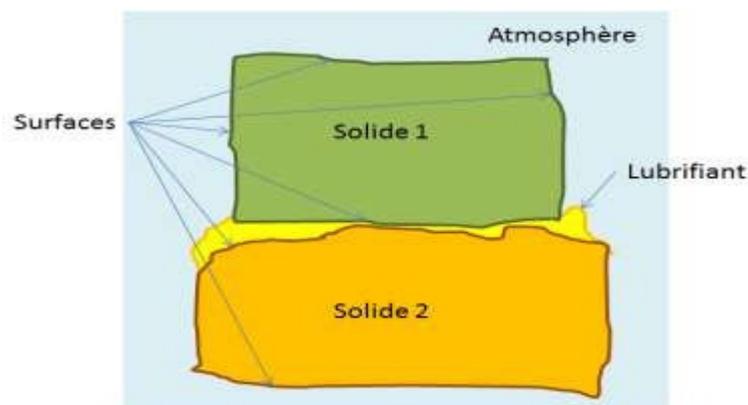


Figure I-1: Contact lubrifié

2-1. Les contacts lubrifiés

Dans les contacts lubrifiés un film protecteur sépare les surfaces en contact. Selon les pressions dans le contact et la vitesse relative des surfaces, différents régimes de lubrification peuvent exister. Ces différents régimes sont successivement décrits dans le cas des contacts surfaciques et des contacts hertziens.

Selon les conditions de fonctionnement, différents types de lubrification existent dans les systèmes lubrifiés. Compte tenu des valeurs de la pression dans le contact, il est classique aujourd'hui de distinguer les contacts basses pressions ou contacts surfaciques, des contacts à haute pression ou contacts hertziens. Bien évidemment il n'existe pas une frontière stricte entre ces différents types de contacts et certains mécanismes tels les paliers de bielles des moteurs thermiques et le contact segments piston chemise se situe à la frontière. On classe généralement les paliers, les butées hydrodynamiques et les joints d'étanchéité à faces radiales dans la catégorie des contacts surfaciques, en revanche, les roulements, les engrenages, les systèmes cames poussoirs et les joints à lèvres relèvent sont classées dans la catégorie des contacts hertziens. L'étude et la modélisation de différents types de contact font appel à des concepts très différents selon les conditions de fonctionnement et en particulier selon les vitesses et les lubrifiants utilisés.

Pour présenter une classification des différents phénomènes de lubrification, il est commode d'utiliser tant pour les contacts surfaciques que pour les contacts hertziens, la courbe de Stribeck dont la première représentation a été donnée en 1902 dans le cas d'un palier lisse [1].

La courbe de Stribeck présente la variation du coefficient de frottement (f) en fonction de rapport de la viscosité du film lubrifiant (μ) et vitesse de rotation ou déplacement de l'arbre (N) sur la pression (p) qui le rapport de la charge appliquée sur le palier rapportée à la surface projetée ($\mu N/p$) (fig.I-2).

Cette courbe prend la même allure quel que soit le type de contact lubrifié.

On distingue en général, trois zones correspondant chacune à un type de lubrification : le régime limite, le régime mixte et le régime hydrodynamique.

Le passage d'un régime à un autre dépend, d'une part, des conditions de vitesse (N), de pression (p) ainsi que de la viscosité du lubrifiant (μ) qui déterminent l'épaisseur de film (h) entre les deux surfaces antagonistes (*opposées*) et d'autre part, de la rugosité des surfaces (σ).

Par exemple : - Les arbres à cames qui sont dimensionnés pour travailler dans un régime de lubrification mixte / limite dans lequel les surfaces sont partiellement séparées par un film lubrifiant ;

- Les segments sont soumis à des contacts en régime de lubrification mixte / hydrodynamique ;

Les paliers sont soumis à des contacts en régime de lubrification hydrodynamique dans lequel les surfaces sont totalement séparées par un film lubrifiant.

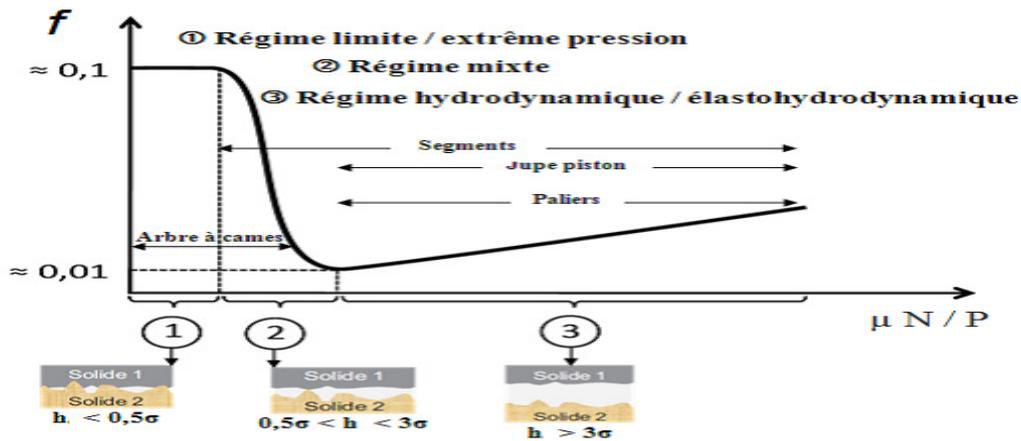


Figure I-2 : Courbe de Stribeck

2-2-1. Contacts surfaciques

Les contacts en grande surface concernent essentiellement les butées hydrostatiques, les paliers hydrodynamiques, les joints d'étanchéité, etc. de façon générale le contact surfacique représente tous les contacts lubrifiés pour lesquels les pressions dans le film restent relativement faibles c'est-à-dire inférieures ou de l'ordre de quelques dizaines de Méga Pascal. L'examen de la courbe de Stribeck montre à l'évidence quatre zones de variations qui correspondent à quatre régimes de lubrification différents (figure I-3) [2] :

- la zone I, présente la lubrification limite
- la zone II, expose la lubrification mixte
- la zone III, montre la lubrification hydrodynamique
- la zone IV, définit la lubrification hydrodynamique non laminaire.

La ligne en trait discontinu, présente la lubrification hydrostatique qui peut être réalisée en régime laminaire ou non laminaire.

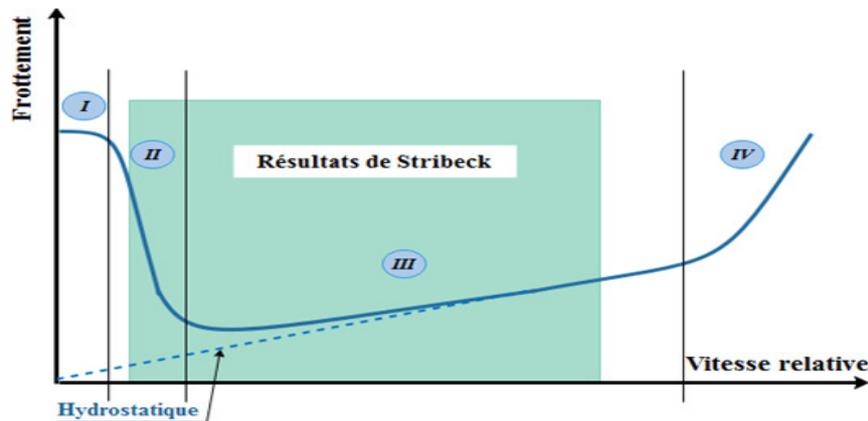


Figure I-3: Courbe de Stribeck en Contacts surfaciques

a) Lubrification limite

A faible vitesse et pour des pressions de contact modérées, la séparation des surfaces est essentiellement due aux molécules d'huile adsorbées. Ce type de lubrification qui

correspond à la zone I de la courbe Stribeck est assuré par des molécules d'huile polaire qui s'accrochent aux surfaces (Figure I-4). En fait les molécules lubrifiantes forment soit des monocouches épilâmes de substances polaires (*acides gras ou savons*) qui adhèrent aux surfaces par adsorption soit des colloïdes compacts (*carbonate de calcium amorphe par exemple*) qui forme un film qui sépare les surfaces.

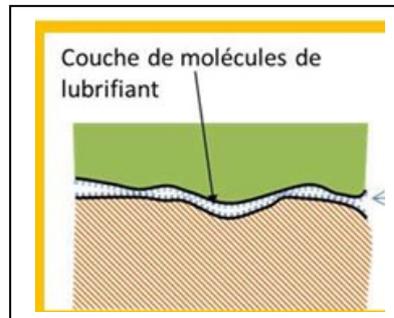


Figure I-4 : Régime limite

b) Lubrification mixte

La zone II correspond à la lubrification mixte. Cette lubrification peut être considérée comme une transition entre la lubrification limite et la lubrification hydrodynamique. Ce phénomène est due généralement à la rugosité des surfaces il existe des zones convergentes dans le film fluide qui permettent la génération de pression hydrodynamique. Ainsi une partie de la charge est supportée par des zones fluides et l'autre partie par des zones où le contact est en lubrification limite (**Figure I-5**). Le contact piston-segments-chemise au point mort haut et au point mort bas du cycle des moteurs à combustion interne correspond à ce type de lubrification.

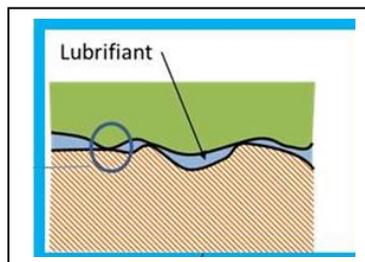


Figure I-5 : Régime mixte

c) Lubrification hydrodynamique

La zone III est une représentation de la lubrification hydrodynamique. Le lubrifiant visqueux est entraîné dans le contact qui forme un espace convergent dans lequel se développe une pression hydrodynamique. Cette pression permet la séparation totale des surfaces antagonistes en contact et équilibre la charge.

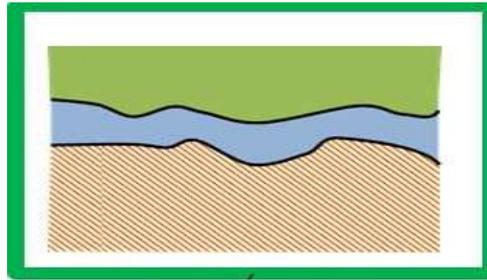


Figure I-6 : Régime hydrodynamique

d) Lubrification hydrodynamique non laminaire

Lorsque la vitesse du fluide est très grande, l'écoulement dans le film lubrifiant change de régime, l'écoulement n'est plus décrit par l'équation de Reynolds en régime laminaire seulement, mais par d'autres équations traduisant le phénomène de turbulence dans le fluide. Le nombre de Taylor ou le nombre de Reynolds sont souvent les indicateurs du type d'écoulement du fluide [3].

La lubrification dans les zones III et IV de la courbe de Stribeck les surfaces sont totalement séparées par un film fluide. Les seules avaries possibles sont dues à une érosion éventuelle liée aux impuretés en suspension dans le lubrifiant, aux phénomènes de cavitations qui peuvent exister dans le film sous charges dynamiques, ainsi que sous l'effet de températures trop élevées et à des piqûres par décharges électriques s'il existe une différence de potentiel entre les deux surfaces du contact.

Dans les zones I et II, la lubrification limite et la lubrification mixte, il existe toujours une certaine usure abrasive et selon les conditions de fonctionnement il peut se produire du grippage. Si on veut une sécurité de fonctionnement importante avec une réduction du frottement, il est possible de séparer totalement les surfaces en injectant du fluide sous pression dans le contact.

2-2-2. Contacts Hertiens

Les contacts hertiens concernent essentiellement les roulements à billes ou à rouleaux, les engrenages, les systèmes cames poussoirs, les joints élastomères à lèvres. Dans ce type de contact, la pression générée dans le film est suffisamment élevée pour déformer élastiquement les surfaces et le calcul des caractéristiques du contact doit être effectué en résolvant simultanément l'équation de Reynolds et les équations de l'élasticité. Par ailleurs la viscosité du fluide varie considérablement avec la pression. Les charges appliquées au contact ne sont pas nécessairement très grandes mais la surface du contact est très petite ce qui conduit à des pressions très élevées qui peuvent être supérieures à 3 Giga Pascal. Dans le cas du contact entre un cylindre et un plan la courbe de variation du frottement en fonction de la vitesse de roulement dans le contact est donnée par la figure suivante [3].

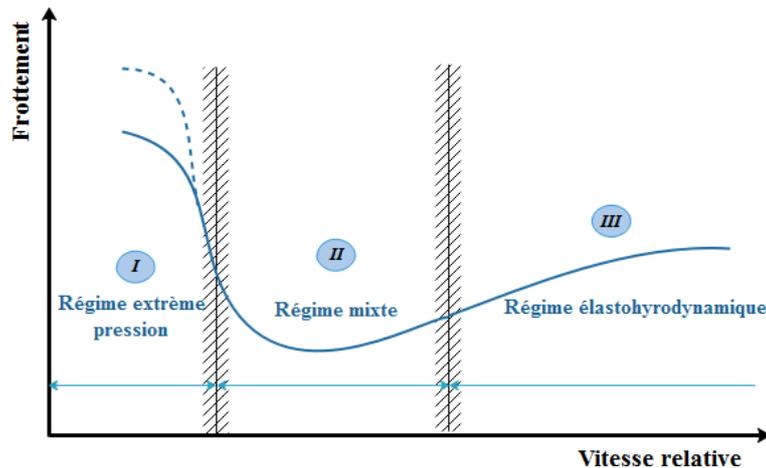


Figure I-7 : Régimes de lubrification dans le cas d'un contact Hertiens

a) Lubrification extrême pression

En lubrification extrême pression (EP), les surfaces sont séparées par un film réactif formé par réaction chimique entre les additives extrêmes pressions contenues dans le lubrifiant [3]. Ces additifs sont des macromolécules comportant des atomes de soufre, de chlore ou de phosphore. L'un des plus utilisés actuellement est le dithiophosphate de zinc. Ces lubrifiants sont fréquemment utilisés dans les engrenages et les roulements à billes des boîtes de vitesse automobiles.

b) Lubrification mixte

La zone II correspond à la lubrification mixte. Comme pour les contacts surfaciques, c'est une zone de transition. Pour les contacts à haute pression cette transition s'effectue entre la lubrification extrême pression et la lubrification élastohydrodynamique. Sous l'effet du déplacement des surfaces il se forme, dans les zones convergentes du film, une génération de pression qui lorsque la vitesse augmente sépare progressivement les surfaces.

c) Lubrification Elasto-hydrodynamique

La zone III correspond à la lubrification élastohydrodynamique pour laquelle le lubrifiant sépare totalement les surfaces. Sous forte pression, la viscosité du lubrifiant devient très grande. Le lubrifiant se comporte comme un solide élastique dans l'interface de contact, ce qui engendre la déformation des surfaces de contact. La détermination des caractéristiques du mécanisme est obtenue par la résolution simultanée de l'équation de Reynolds dans le film et des équations de l'élasticité dans les matériaux formant le contact en tenant compte du comportement rhéologique du lubrifiant.

2-3. Lubrifiants

Les lubrifiants sont des matériaux qui sont toujours présents dans les contacts entre deux solides. Selon leur état physique, les lubrifiants peuvent se classer en produits gazeux, liquides, semi-solides ou plastiques et solides. Par leurs écoulements, ils contrôlent le frottement, les usures et les contacts entre les deux solides où ils sont interposés, opposant une faible résistance au cisaillement. Les principaux types de

lubrifiants sont : les lubrifiants liquides, les lubrifiants semi-solides ou plastiques (*graisses*) et les lubrifiants solides. La compréhension de l'interaction des lubrifiants avec les surfaces est tout à fait capitale dans une étude tribologique.

On s'intéresse aux lubrifiants liquides qui sont largement utilisés dans la lubrification des systèmes mécaniques, tels que les paliers, les butées à film d'huile, les roulements et les engrenages.

2-4. Les lubrifiants liquides

Les lubrifiants liquides sont de loin les plus utilisés dans des mécanismes chargés (96%) tels que les paliers hydrodynamiques, les paliers de butées, les glissières des machines en générale, les moteurs, les turbines à vapeur, les engrenages tournant vite, etc. Chaque fois que cela est possible la séparation des surfaces est obtenue par effet de portance hydrodynamique et les caractéristiques du lubrifiant dont la plus importante est alors la viscosité.

Parmi les lubrifiants liquides, les huiles minérales d'origine pétrolière sont les plus utilisées (figure I-8). En revanche, il faut aussi citer les huiles d'origine végétale et animale, l'eau, et les huiles synthétiques comme les esters, les silicones, etc.



Figure I-8 : *Huiles lubrifiantes*

2-4-1. Les huiles lubrifiantes

Les huiles lubrifiantes actuellement utilisées sont généralement constituées, d'une huile de base appelée « *base lubrifiante* » qui peut être soit d'origine minérale, soit d'origine synthétique ou d'origine naturelle (*végétale, animale*), à laquelle sont ajoutés de nombreux additifs dont la nature se varie avec la destination du produit.

Les bases minérales sont obtenues directement à partir du fractionnement du pétrole alors que les bases synthétiques sont produites grâce à la transformation de composés organiques provenant du pétrole, auquel sont ajoutés de nombreux additifs dont la nature se varie avec la destination du produit.

a) Les huiles d'origine végétales

L'utilisation des huiles végétales, notamment d'huile de Colza (*huile de colza, est une huile végétale que l'on obtient par trituration de graines de colza*) connaît actuellement un

accroissement d'intérêt pour la préparation de certains lubrifiants biodégradables destinés soit à des applications de lubrification à l'huile perdue par exemple, la lubrification des chaînes de tronçonneuses à bois, lubrifiants de chaînes de véhicules à deux roues, soit la lubrification des matériels hydrauliques travaillant en extérieur mais peu sollicités thermiquement, lorsqu'il y a risque de pollution du milieu naturel par des fuites des lubrifiants, ce qui est le cas des matériels hydrauliques agricoles et forestiers et de certains matériels de travaux publics.

b) Les bases minérales

Les bases minérales sont issues d'une série de procédés de séparation et de raffinage du pétrole brut dont la température d'ébullition est supérieure à 340°C (figure I-9).

Le pétrole brut est chauffé à une température avoisinant les 350°C, il se vaporise partiellement et suivant la volatilité de ses constituants, il se sépare en coupes (figure I-9) que l'on recueille sur les différents plateaux placés le long de la colonne, ainsi on obtient en haut de la tour de distillation les gaz, les essences, puis sur les plateaux inférieurs le kérosène, puis les gazoles, enfin en bas de la tour les produits lourds qui serviront à la fabrication des huiles de graissage, jusqu'aux bitumes.

Les bases minérales sont constituées de molécules hydrocarbonées contenant vingt à soixante-dix, voire plus, d'atomes de carbones. Selon l'origine du lubrifiant, les bases minérales peuvent être classées en deux :

- **Bases à structures paraffiniques** : contiennent de longues chaînes droites hydrocarbonées saturées.

Ces bases présentent une grande stabilité à l'oxydation, un point d'écoulement plus élevé et un indice de viscosité (VI) très élevée, donc elles sont généralement préférées.

- **Bases à structures naphténiques** : elles sont formées de noyaux cycliques saturés.

Ces bases sont moins stables à l'oxydation et présentent un indice de viscosité moins élevé et leur point d'écoulement plus bas, elles possèdent par contre d'excellentes caractéristiques d'écoulement à basse température.

Notons que: les raffineries européennes produisent des huiles à tendance paraffinique contenant en moyenne 60 à 70% de base paraffinique, 20 à 30% de base naphténiq ue et 6 à 8% de base aromatique ; les huiles à base aromatique sont des hydrocarbures cycliques non saturés, exemple : benzène, toluène, phénol, aniline, acide salicylique.

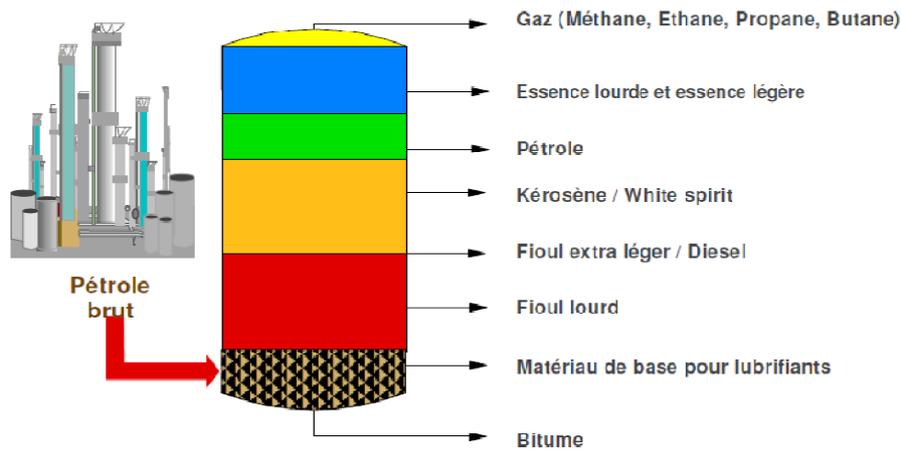


Figure I-9 : Distillation du pétrole

c) Les bases synthétiques

De nombreux produits synthétiques ont été développés ces dernières années pour résoudre des problèmes de lubrification particulièrement difficiles.

On peut citer comme exemple les fluides de haute stabilité thermique, les fluides ininflammables et les lubrifiants pour l'aviation.

Parmi les principales familles de produits utilisés, on mentionne :

- les **estersaliphatiques**, les **estersphosphoriques**, les **silicones** et **silicates**, les **polyalpoléfines** (PAO), les **alkylats**, etc.

Notons que : les huiles synthétiques ont des propriétés qui sont généralement supérieures à celles des huiles minérales, elles sont réservées aux applications extrêmes à basse ou à haute température, sinon, une huile minérale est moins coûteuse et tout à fait acceptable (figure I-10).

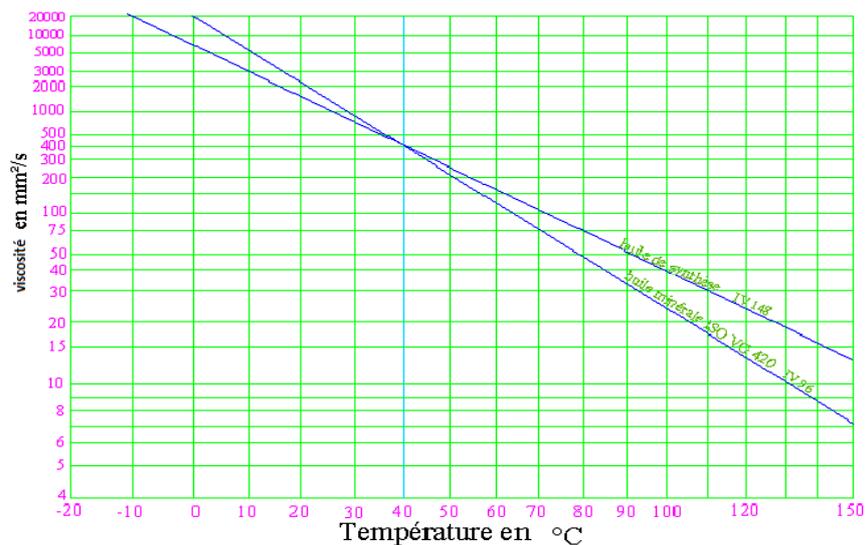


Figure I-10 : Comparaison entre une huile minérale et synthétique

2-5. Fonctions essentielles des lubrifiants

- Réduire l'usure des organes frottant en les séparant totalement par un film lubrifiant partout où cela est possible, et en interposant dans les zones du contact inévitable, un film d'un matériau, dont la résistance au cisaillement est plus faible que celle des corps constituant les surfaces frottant ;
- Réduire les pertes d'énergie mécanique des machines dues au frottement direct des organes, en substituant le frottement direct des organes par le frottement interne plus faible des lubrifiants interposés ;
- Protéger les organes frottant contre la corrosion, par exemple :
 - *Lutte contre la rouille lors de l'arrêt des machines interposées dans une atmosphère humide*
- Evacuer la chaleur, par exemple : *Un moteur, surtout aujourd'hui avec les technologies de pointes où il y a des difficultés de circulation, peut chauffer anormalement jusqu'à 400°, l'huile peut enlever jusqu'à 40% de la chaleur produite par la combustion*
- Accroître l'étanchéité, par exemple :
 - *Dans les machines alternatives, moteurs, compresseurs, l'étanchéité aux gaz de l'ensemble piston-segments est une fonction de la viscosité de l'huile de la lubrification*
 - *Contribuer à parfaire l'étanchéité du moteur, l'huile protège constamment les pièces aux agressions comme les poussières aspirées par le moteur, l'eau et l'acide résultant de la combustion*
 - *Les graisses permettent le maintien en permanence d'un lubrifiant dans les roulements et empêchent leur contamination éventuelle par des poussières, etc.*
- Evacuer les impuretés, l'huile maintient en suspension et véhicule les imbrûlés issus de la combustion, par exemple :
 - *Dans les moteurs diesel, les résidus solides de la combustion du gasoil doivent être éloignés de la zone des segments pour éviter le phénomène du gommage ; c'est la fonction détergente du lubrifiant qui remplit ce rôle*

2-6. Additifs ou dopes

Les huiles de moteurs diesel ou essences modernes et des machines tournantes contiennent différentes substances chimiques qui sont utilisées pour contrôler les dépôts, l'usure, la corrosion et l'oxydation. Les principaux composants présentés dans les huiles moteur actuelles sont les dispersants, les détergents, les antioxydants, les anticorrosions, les additives anti-usures et les polymères solubles dans l'huile.

On ajoute aussi quelques additifs spécifiques tels que des agents d'adhérences, des modificateurs de structure, des colorants, des masques d'odeurs, etc.

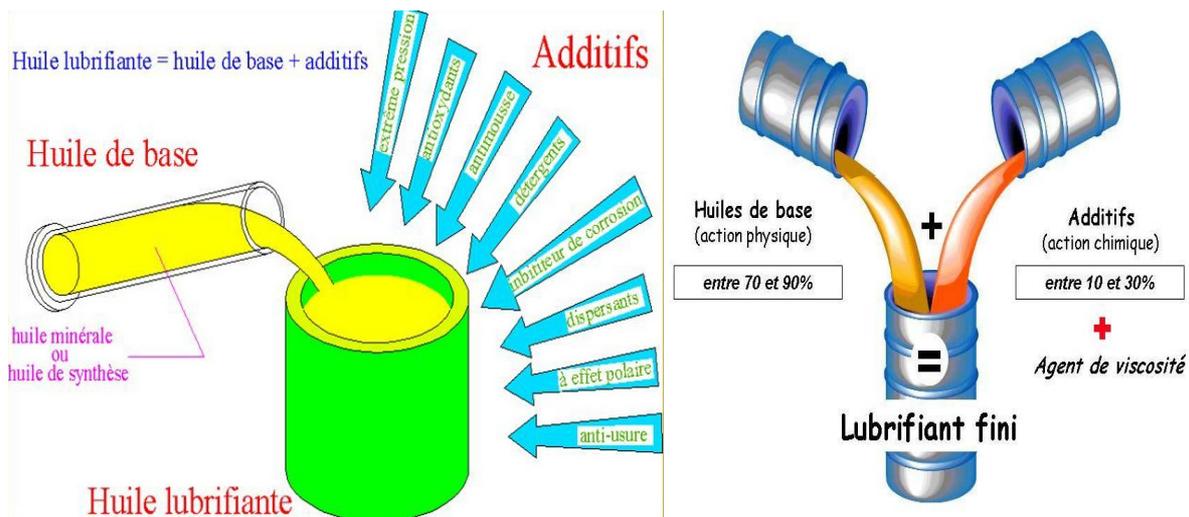


Figure I-11 : composition d'une huile lubrifiante

2-6-1. Additifs détergents et dispersants (de 3 à 15 %)

Ces additifs permettent d'une part, de maintenir les parties les plus chaudes d'un moteur en bon état en évitant les dépôts, c'est l'effet détergent et d'autre part, de maintenir en suspension les impuretés solides formées au cours du fonctionnement du moteur afin d'éviter la formation d'agglomérats, c'est l'effet dispersant.

Par ailleurs, ces additifs généralement basiques neutralisent les composés acides formés par la combustion.

Les produits utilisés sont soit des organo-sels de métaux alcalino-terreux (*se dit des métaux du groupe du calcium, Ca*) tels que les sulfonates, les théophosphates et les phénates (*Sel ou ester du phénol, C₆H₅OH*), etc.

2-6-2. Additifs de point d'écoulement

A basse température, la cristallisation des paraffines modifie les propriétés rhéologiques du lubrifiant qui tend à se solidifier. Ainsi, les additifs de point d'écoulement sont donc utilisés pour lutter contre cette solidification.

Les produits utilisés appartiennent aux quatre familles suivantes : les alkylaromatiques, les polyesters (*composé chimique utilisé pour la fabrication de certaines matières plastiques, de revêtements, de textiles*), les polyamides (*corps chimique obtenu par polymérisation et utilisé dans la fabrication des fibres textiles*) et les polyoléfinés (*nom donné à une variété de fibres synthétiques*).

2-6-3. Additifs améliorant l'indice de viscosité (VI)

Ce sont des polymères qui s'introduit à faible concentration dans une base lubrifiante entraînent une augmentation relative de la viscosité plus importante à haute qu'à basse température et qui par conséquent augmentent l'indice de viscosité du lubrifiant sans modifier défavorablement les autres propriétés essentielles.

Les produits généralement utilisés sont des polymétacrylates, des polyacrylates et des polymères d'oléfines (*Hydrocarbure insaturé qui comprend au moins une double liaison carbone-carbone*).

2-6-4. Additifs Anti-oxydants (1% environ)

Ces produits ont pour rôle de ralentir et si possible de supprimer les phénomènes d'oxydation du lubrifiant, ils agissent de trois façons différentes :

- Par blocage du processus de destruction en captant les radicaux libres des chaînes moléculaires. Ces produits sont généralement des phénols et des amines (*composé organique dérivé de l'ammoniac*) ;
- Par destruction des peroxydes (*Oxyde qui renferme la plus grande quantité possible d'oxygène*) qui se forment lors du phénomène de détérioration, ces composés sont des dithéophosphates et des dithiocardamates ;
- Par désactivation des ions métalliques et par formation d'un film protecteur sur les surfaces afin d'éliminer l'action catalytique (*production d'une réaction chimique ou accélération de son processus par une substance qui ne subit pas de modification*) des métaux ces additifs sont des phénols et des phénates (*Sel ou ester du phénol*).

2-6-5. Additifs anti-usure (1 %)

Utile surtout aux basses températures, ils s'accrochent aux surfaces par des liaisons chimiques et forment des films épais et plastiques qui répartissent les contraintes et réduisent l'usure. Leurs propriétés dépendent du substrat et des autres additifs qui inhibent parfois leur action, en particulier les détergents qui entrent en compétition avec eux pour se fixer sur les surfaces.

Des additifs classiques sont le *tributylphosphate* et le *tricrésylphosphate*, le *dithiocarbonate* de *zinc* qui convient bien aux engrenages cylindriques et coniques moyennement chargés.

On utilise aussi des composés *organométalliques* du *plomb*, l'usure du lubrifiant correspond à la disparition progressive de l'additif transformé en divers produits de dégradation. Lorsqu'il a entièrement disparu, le coefficient de frottement et l'usure augmentent brutalement.

2-6-6. Additifs extrême pression (de 1 à 10 %)

Comme les précédents, ils forment des films protecteurs contre le grippage par interaction avec le métal de base mais leur manifeste surtout aux températures de surface élevées. Citons le *bisulfure* de *dibengyle*, les *terpènes* soufrés (*terpène : Hydrocarbure présent dans l'essence naturelle d'origine végétale*) et divers corps gras *sulfurés*.

Ces additifs sont devenus indispensables pour les engrenages lourdement chargés.

Ils sont en général corrosifs pour les métaux non ferreux et sont donc à utiliser avec prudence.

2-6-7. L'anti-mousse

Dans la plupart des applications, les lubrifiants sont agités, ce qui provoque la formation de bulles d'air et de mousse.

Un moussage excessif de l'huile entraîne des défauts de lubrification.

Alors, on doit utiliser les additifs anti-mousse réduisent le moussage en diminuant la tension de surface du fluide et en facilitant la séparation des bulles de la phase liquide. Ces additifs sont très peu solubles dans l'huile et sont donc présents en très petites quantités.

Les produits communément employés comme anti-mousse sont des **silicones** (*nom donnée aux dérivés du silicium qui se présentent sous forme des huiles, de résines et d'élastomères*), tels que le **polydiméthysiloxane** (PDMS) ou des **polyalkylméthacrylates** (PAMA).

2-6-8. Additifs divers

D'autres produits sont encore utilisés comme additifs, on peut citer :

- les additifs d'onctuosité qui agissent par absorption sur les surfaces de contact et qui sont destinés à diminuer le frottement dans le cas de contact métal - métal. Ce sont des **esters gras, alcool gras, amines grasses et acide gras**.
- les additifs **anti-rouille** qui agissent par absorption sur le métal et formation d'une couche protectrice quasi-imperméable à l'air, à l'eau et aux composés correctifs, ces produits qui sont des **sulfonâtes, naphéniques, des sels d'amines et des acides gras** sont parfois incompressibles avec les additives anti-usures.

2-7. Viscosité des lubrifiants lubrifiant

De toutes les propriétés physiques chimiques à considérer en lubrification ou graissage, la viscosité est l'une des plus importantes.

Dans les paliers, les engrenages, les roulements et les systèmes hydrauliques ou le régime de fonctionnement est hydrodynamique, c'est la viscosité qui détermine les pertes par frottement, la capacité de charge et l'épaisseur d'huile.

La viscosité véritablement une mesure de l'aptitude physique d'un fluide à assurer la lubrification par film complet sous des conditions définies de vitesse, de charge et de température.

2-7-1. Définition de la viscosité

Selon la norme N.F.T. 60-100 de novembre 1959 : "**la viscosité d'un liquide est la propriété de ce liquide, résultant de la résistance qu'opposent ses molécules à une force tendant à les déplacer par glissement dans son sein**".

Ainsi, la viscosité d'un fluide est la résistance opposée par ce fluide à tout glissement interne de ses molécules les unes sur les autres (figure I-11). Autrefois, la viscosité s'appelait coefficient de frottement interne.



Figure I-12 : *Viscosités des lubrifiants à l'aide d'un bidon d'huile*

La résistance (*viscosité*) peut être calculée par la formule de Newton relative à l'écoulement laminaire d'un fluide entre une surface mobile animée d'une vitesse \mathbf{U} et une surface fixe (figure I-12).

Pour visualiser le cisaillement effectué dans un film fluide, il faut imaginer que le film se compose de plusieurs couches (*pellicules*) semblables à une plate-forme de cartes. La couche liquide en contact avec la plaque mobile s'accroche à sa surface et toutes les deux se déplacent à la même vitesse \mathbf{U} . De même, la couche liquide en contact avec la deuxième surface fixe est stationnaire. Entre ces deux surfaces les différentes couches dans l'intervalle se déplacent à des vitesses directement proportionnelles à leur distance de la surface fixe.

Par exemple, à une distance y de la surface fixe la vitesse de la couche de fluide est \mathbf{u} , et devient $\mathbf{u} + d\mathbf{u}$ à la distance $y + dy$.

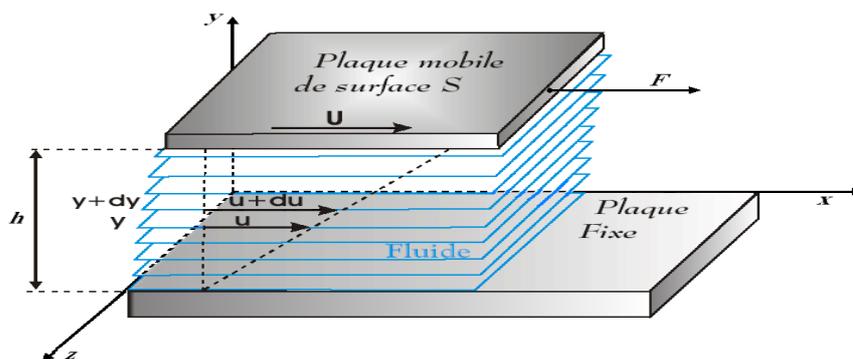


Figure I-13 : *Distribution des vitesses dans un écoulement laminaire de couette*

Si, à une distance y de la surface fixe la vitesse de la particule de fluide est \mathbf{U} et devient $\mathbf{U} + d\mathbf{U}$.

Alors, la contrainte tangentielle (σ_{xy}) appelée fréquemment contrainte de cisaillement et notée τ est donnée par la relation suivante :

$$\tau_{xy} = \sigma_{xy} = \mu \frac{dU}{dy} \quad (\text{I-1})$$

L'hypothèse selon laquelle il existe un coefficient de proportionnalité, appelé viscosité dynamique, entre la contrainte de cisaillement et le gradient de vitesse est justifiée par l'expérience par un grand nombre de fluides, dits fluides newtoniens. Parmi ceux-ci, on trouve l'eau et de nombreuses huiles lubrifiantes dans le cas d'écoulement laminaire.

2-7-2. Unités de viscosité

De la relation I-1, on tire immédiatement l'équation dimensionnelle de la viscosité dynamique (μ) :

$$[\mu] = \text{ML}^{-1}\text{T}^{-1} \quad (\text{I-2})$$

En dynamique des fluides, on introduit en général dans les équations la quantité :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (\text{I-3})$$

Où, ν : viscosité cinématique

ρ : masse volumique du fluide.

L'équation dimensionnelle de viscosité cinématique (ν) est :

$$[\nu] = \text{L}^2\text{T}^{-1} \quad (\text{I-4})$$

Dans le système normalité (**S.I.**), l'unité de viscosité dynamique est le **Pascal-seconde** (Pa.s) identique ou **poiseuille** ($\text{P}\ell$) anciennement utilisée dans le système **M.K.S.A** (*Ancien système d'unités, à l'origine du S.I., dont les unités fondamentales sont le mètre, le kilogramme, la seconde et l'ampère*).

Notons que, 1kg/m.s est équivalent à 1Pa.s ou encore à 1 Poiseuille, noté $\text{P}\ell$.

Dans le système ancien dont les unités fondamentales sont le centimètre, le gramme, la seconde (**C.G.S**) l'unité de viscosité dynamique est le **poise** (Po).

Ces unités étant généralement trop grandes pour les fluides couramment employés tels que les huiles lubrifiantes, on utilise souvent le **milli Pascal-seconde** (mPa.s) ou le **centi-poise** (cPo).

3. Contamination des fluides lubrifiants

La contamination des lubrifiants est la cause principale des pannes produites dans les machines tournantes et réductrices, car elle influe directement sur les propriétés du fluide lubrifiant ainsi que une dégradation importante des performances des organes de guidage et des supports de machines tournantes (*paliers, roulements, engrenages, etc.*).

La pollution des fluides lubrifiants est par conséquent responsable de 80% de toutes les pannes des mécanismes liées aux huiles de lubrification [4, 5].

La contamination des lubrifiants peut entraîner une perturbation importante des performances d'organes de guidage et de support des machines tournantes, en augmentant notamment la puissance dissipée ainsi que la température de fonctionnement. Dans les cas les plus sévères, ce problème de pollution peut conduire à une usure prématurée voire une défaillance des paliers et butées.

Plusieurs types de polluants peuvent être à l'origine de la dégradation des conditions de lubrification. On distingue par exemple, la pollution par particules solides comme les particules d'usure ou de rouille, ce genre de pollution s'avère le plus nocif et doit par conséquent être arrêté dès la constatation des premiers symptômes. D'autre part, la pollution par l'eau, constitue l'un des contaminants le plus répandus et le plus dangereux, se classant juste après la pollution particules solides.

Notant que, la contamination, ou la réduction de la qualité des huiles de lubrification de moteur et des machines tournantes, peut provenir de plusieurs sources, dont les plus probables sont notamment :

- Dilution du fluide par l'eau, le liquide de refroidissement ou le carburant, en raison probablement de porte-injecteurs et de joints de culasse défectueux. Dans chaque cas, la cause profonde doit être identifiée et corrigée avant de prendre d'autres mesures.
- Filtration insuffisante ou partielle des particules dures ou métalliques présentes dans l'huile du fait de l'usure du moteur. Ceci peut déclencher des symptômes similaires à ceux du manque d'huile, car le système des paliers absorbe ces particules qui circulent dans l'huile et ne peut plus lubrifier l'arbre principal, provoquant le grippage ou la défaillance totale de l'arbre.
- Contamination interne par des particules résultant d'un entretien insuffisant à long terme du système d'huile et de lubrification ou de l'utilisation répétée d'huile et des filtres de mauvaise qualité. À mesure que le moteur fonctionne et subit des cycles de chauffage répétés tout au long de sa durée de vie, l'huile de lubrification peut se dégrader et former des dépôts épais et solidifiés dans les passages et conduites internes, ce qui limite le débit d'huile autour du moteur.

3-1. Pollution des huiles lubrifiantes

Un polluant est une substance non désirée qui peut conduire à modifier les propriétés d'une huile lubrifiante et à la détérioration des éléments de mécanismes. Pour bien appréhender le rôle de la pollution des lubrifiants dans les contacts lubrifiés, il convient tout d'abord d'identifier l'origine, la nature et la forme des polluants.

3-1-1. Contamination liquide des huiles lubrifiantes

La plus souvent constatée est l'eau, d'où elle est la plus destructrice pouvons-nous trouver dans les huiles moteurs. L'eau peut provoquer l'oxydation d'huile, la diminution

de la viscosité d'huile et la corrosion des surfaces métalliques, elle peut même prévenir une condensation à l'intérieur du moteur à basse température.

Il y a différents modes de pénétration de l'eau dans les circuits de lubrification ou modes de contamination, et certains de ces modes sont communs à plusieurs domaines de l'industrie, comme par exemple la condensation de la vapeur d'eau contenue dans l'air, au niveau des réservoirs d'huile qui sont souvent exposés à l'air ambiant afin de les conserver à la pression atmosphérique. Cette condensation résulte surtout du changement cyclique de température « jour-nuit » qui rend ce phénomène continu et non limité. En corrélation avec ce phénomène, il faut tenir compte de l'absorption directe par le lubrifiant de la vapeur d'eau à partir de l'air, cette absorption dépend énormément de la température et de l'humidité relative du milieu ambiant.

D'autres modes de contamination peuvent apparaître dans des cas plus spécifiques, comme ceux résultant des défauts d'étanchéité, séparant l'huile de l'eau, par exemple dans les turbines de navires ou de sous-marins. Des défauts d'isolation entre l'huile et l'eau ou la vapeur d'eau sont fréquents aussi dans le monde des alternateurs électriques et des turbines à vapeur. Des endommagements des circuits de refroidissement, surtout au niveau des échangeurs thermiques, peuvent conduire à des pénétrations d'eau plus importantes dans les circuits de lubrification.

On distingue par exemple, les pollutions par particules solides comme les poussières et les particules d'usure ou de rouille. Ce genre de pollution s'avère le plus nocif et doit par conséquent être arrêté dès la constatation des premiers symptômes. D'autre part, la pollution par de l'eau, constitue l'un des contaminants les plus répandus et les plus dangereux, se classant juste après les pollutions par particules solides.

3-1-2. Contamination solide des huiles lubrifiantes

La plupart des composants machines sont endommagés par la pollution solide contenue dans les huiles lubrifiantes. En effet, l'intensité de la détérioration des composantes de machines tournantes dépend essentiellement du type de polluant, de la taille et du nombre des particules (*effets de concentration*) présentes entre les surfaces en contact et de la pression du contact. Souvent une grande partie de ces particules solides est inférieure à 30µm qui ne sont pas détectables à l'œil nu, ceci signifie qu'une huile lubrifiant propre à première vue peut être en réalité pollué [4, 5].

Les huiles lubrifiantes utilisées en lubrification des machines tournantes contiennent de nombreux polluants avant même leur mise en service [6, 7]. Ces polluants sont présents dans les huiles neuves ou introduits lors de la fabrication ou des opérations de montage même en service, de nouveaux polluants sont produits soit par le rodage et l'usure ou de rouille, soit par ingestion de l'extérieur selon l'étanchéité des joints et l'environnement de fonctionnement. Enfin, il arrive aussi que les polluants pénètrent dans les systèmes lors des opérations de maintenance, ces particules ont généralement un diamètre jusqu'à 50µm. Des particules sont donc susceptibles d'indenter les surfaces et de conduire à la fatigue du mécanisme. Des filtres sont habituellement utilisés pour atténuer ces risques. Malheureusement, la filtration n'élimine pas complètement le problème car les petites

particules ne sont pas toutes arrêtées. Les filtres automobiles laissent par exemple passer des particules dont la taille peut atteindre 40µm [4, 5, 6, 7]. De plus, l'utilisation de filtres ultrafins, qui pourraient encore réduire la taille des particules susceptibles de passer, n'est pas souhaitable. En effet, ils provoquent des pertes de charges et se colmatent assez rapidement.

L'existence des polluants solides dans les huiles lubrifiantes est inévitable et jamais la filtration peut éliminer les petites particules existantes dans l'huile lubrifiante [4, 5, 6, 7]. Généralement, il est admis qu'une particule abrasive plus petite que l'épaisseur de film minimale admissible peut facilement passer à travers le jeu du palier. Pour toutes ces raisons, la pollution est le premier ennemi des industriels car il est impossible d'avoir un lubrifiant parfaitement propre avant ou au cours de fonctionnement.

Au cours des dernières décennies, les effets de contamination solide des huiles lubrifiantes est hautement reconnu comme un problème d'ingénierie sérieux et par conséquent a attiré l'attention de nombreux chercheurs. La pollution solide des huiles lubrifiantes est donc un sujet d'actualité.

3-1-2-1. Origine et nature de la pollution solide

La pollution peut être liquide, gazeuse ou solide. On ne s'intéresse qu'à la pollution solide des huiles lubrifiantes.

Elle peut avoir cinq origines principales. Il s'agit de la pollution :

- Présente dans une huile neuve[6, 7];
- Due à la fabrication : lors des usinages, il arrive que des copeaux ou encore des particules issues des outils coupants ou des meules de rectification restent dans le mécanisme ;
- Produite lors du fonctionnement : lors du fonctionnement du mécanisme, des particules d'usure se forment à partir des composants en mouvement. Il peut y avoir également de la pollution due à l'oxydation et à la décomposition du lubrifiant ;
- Ingérée de l'environnement : ce la provient d'une étanchéité insuffisante, des filtres qui n'éliminent pas toutes les particules ou encore de l'ouverture des réservoirs ;
- Ingérée lors des opérations de maintenance : cela se produit lors des démontages et remontages des pièces ou lors des pleins et appoints en lubrifiants.

3-1-2-2. Type des particules polluantes

Des études menées sur des huiles utilisées dans des applications aéronautiques ont montré qu'il y avait une grande diversité de particules polluantes (*tableau I-1*) [6].

Tableau I-1 : pollutions présentes dans les turbines aéronautiques

Type	Source	Génération
Particules métalliques (Fe, Cu, Al,...)	Usinage, montage	Très importante pour les pièces neuves
	Usure, avaries	Important en période de rodage
Minéral (Si)	Interne : sable de fonction	Faible et limitée aux pièces neuves
	Externe : ingestion en fonctionnement ou durant la maintenance	Faible à très importante (<i>fonction de l'environnement et du type de moteur</i>)
Oxydes et sulfures métalliques	Corrosion de surfaces, des particules en suspension	Tout au long de la vie du mécanisme (<i>fonction de la température et des réactifs chimiques présents dans le lubrifiant</i>)

Ces polluants ont des formes très variées. Hunt T. dans ses travaux propose de les classer en sept familles présentées dans le tableau I-2 [8]. Il apparaît que ce classement basé sur la forme des particules permet également de déterminer l'origine de ces particules. Il constate que la taille des particules va de moins de 1µm jusqu'à de 2mm.

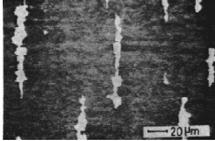
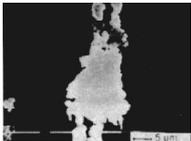
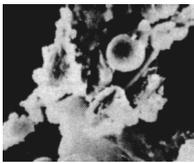
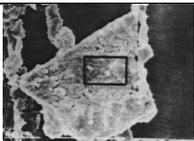
Tableau I-2 : forme des particules

Forme	Schéma	Origine
Sphères		Agglomération et fusion de débris métalliques d'usure
Ovoïdes déformés lisses (galets)		poussières (quartz, silice...) issues de l'extérieur
Gros morceaux et pavés		particules métalliques produites par la fatigue des surfaces
Plaquettes et écailles		Particules métalliques produites lors du rodage ou d'une usure dite normale
Boucles, copeaux et lamelles		particules produites lors de l'usinage ou par labourage de la surface
Rouleaux		particules étant à la fois des copeaux et des écailles
Brins et fibres		particules non métalliques en général issues d'une atmosphère polluée

Pour terminer sur les types de particules polluantes présentes dans les huiles, il convient de rappeler les travaux de Akl et Kalifha [9, 10]. A partir de l'analyse des huiles utilisées lors d'essais sur une machine à galets qui simule un contact hertzien lubrifié,

ils effectuent une classification des particules (Tableau I-3). Ce classement a été défini à partir des spécificités en forme, taille et quantité dues aux conditions de fonctionnement. Ces quatre classes correspondent aux périodes de rodage, de fonctionnement normal, de transition et de rupture du mécanisme.

Tableau I-3 : Familles de particules d'après AKL et KHALIFA

Famille	Photo	Caractéristiques
R		<ul style="list-style-type: none"> - particules issues du rodage - dimension jusqu'à 50μm -correspond à l'adaptation des surfaces
N		<ul style="list-style-type: none"> - particules d'usure par frottement - dimensions de 5 à 20μm - apparition après le rodage
U		<ul style="list-style-type: none"> - formes plates et sphériques - dimensions de 25 à 60μm - les particules U correspondent à la formation des fissures
\bar{U}		<ul style="list-style-type: none"> - les particules \bar{U} apparaissent après les U pour des déformations importantes des surfaces accompagnées d'effets thermiques
U*		<ul style="list-style-type: none"> - les particules U* indiquent une fissuration plus profonde - détermine le début de la transition vers une usure plus sévère et correspond à l'apparition d'avaries.
G et S	Particules produites lors du grippage	

4. Conclusion

Dans la première partie de ce chapitre on a présenté une étude succincte sur la lubrification qui concerne tous contacts lubrifiés pour lesquels un fluide lubrifiant appelé troisième corps est intercalé entre deux corps solides en mouvement relatif. Tandis que la deuxième partie a été réservée à une étude bibliographique importante sur la contamination des lubrifiants par l'eau et par des particules solides.

Références bibliographiques

- [1] Stribeck R., *Die Wesentlichen Eigenschaften der Gleit- und Rollenlager*, Z. Verein. Deut. Ing. Vol. 46 n°38, pp. 1341-1348.1902
- [2] Frêne J., *Régimes d'écoulement non laminaire en films minces - Application aux paliers lisses*, Thèse de Doctorat d'Etat soutenue à l'Université Claude Bernard de Lyon le 26 octobre, 1974
- [3] Frêne J., Nicolas D., Degueurce B., Berthe D., Godet M., *Lubrification Hydrodynamique : Paliers et butées*, Collection de la Direction des Etudes et Recherches d'Electricité de France, n° 72, Edition Eyrolle. 1990
- [4] Nicolas D., *Etude du Glissement dans les roulements à billes grandes vitesses, Le turbomachine influence de la pollution du lubrifiant*, thèse de Docteur Ingénieur, Institut National des sciences appliquées de Lyon, 1989.
- [5] Ville F., *pollution solide des lubrifiants, indentation et fatigue des surfaces*, thèse de Docteur Ingénieur, Institut National des sciences appliquées de Lyon, 1998.
- [6] *Failure cause analysis, turbine bearing systems, Phase I Development of data collection*, EPRI ISOL-SY, Summer Rep., 1981.
- [7] McKee S. A., *Effect of abrasive in lubricant*, SAE Trans., 22, 73-77, 1927.
- [8] Hunt T. M., *Handbook of Wear Debris Analysis and Particle Detection in Liquids*, London, Elsevier Applied Science, pp.488, 1993.
- [9] Akl E. S. Y., *La Méthode Ferro graphique, Morphologique, Avaries. Etude de la Séparation Morphologique des Particules dans un Contact Hertzien Lubrifié. Application aux Mécanismes d'Avaries*, I. N. S. A. de Lyon et Université Lyon I, 1983.
- [10] Akl E. Y., Khalifa S. E., Flamand L. et Berthe D., *Investigation of Wear Debris Associated with Different Stages of Operation in EHD Contact*, Second A.S.A.T. Conference, Caire, pp.671-687, 1987.

Chapitre Deux

Dérivation de l'équation de base de la lubrification hydrodynamique par fluide additivé et pollué par des particules solides

1. Introduction

Tous les systèmes mécaniques comportent plus ou moins des éléments lubrifiés. Le but de la lubrification est de diminuer les frottements, en réduisant l'usure et en améliorant le rendement, c'est-à-dire que l'on cherche plus de puissance et moins de consommation, c'est la fonction la plus évidente des huiles lubrifiantes. Les huiles lubrifiantes utilisées en lubrification des machines tournantes contiennent de nombreux polluants avant même leur mise en service [1, 2]. Ces polluants sont présents dans les huiles neuves ou introduits lors de la fabrication ou des opérations de montage même en service, de nouveaux polluants sont produits soit par le rodage et l'usure ou de rouille, soit par ingestion de l'extérieur selon l'étanchéité des joints et l'environnement de fonctionnement.

L'existence des polluants solides dans les huiles lubrifiantes est inévitable et jamais la filtration peuvent éliminer les petites particules existantes dans les fluides lubrifiants [1, 2, 3, 4]. Ainsi, pour améliorer les performances de ces huiles lubrifiantes des machines tournantes, on ajoute des additifs (*polymères*). Les principaux additifs présentés dans les huiles moteur actuelles sont les additifs améliorant la viscosité, les dispersants, les détergents, les antioxydants, les anti-corrosions, anti-usures et des additifs spécifiques tels que des agents d'adhérences, des modificateurs de structure, des colorants, des masques d'odeurs, etc.

Dans ce chapitre, on va présenter les différentes équations de la lubrification hydrodynamique et la dérivation de l'équation de base de la lubrification par fluide additivé par des additifs améliorant la qualité du fluide lubrifiant et pollué par des particules solides.

2. Equations Générales de la lubrification hydrodynamique par fluide additivé et pollue par des particules solides

Les équations générales de la lubrification hydrodynamique permettent compte tenu des conditions géométriques et cinématiques de déterminer les caractéristiques d'un écoulement en film mince et en particulier sa portance (figure II-1). Elles sont déduites des équations de la mécanique des milieux continus appliquées aux fluides lubrifiants.

Les équations qui décrivent le comportement d'un fluide incompressible sont établies à partir de :

- des principes fondamentaux de la mécanique des milieux continus : lois de conservation de la masse et de la quantité de mouvement ;
- régime d'écoulement isotherme en tous points du fluide, c'est à dire la température reste constante en tous points du fluide lubrifiant.

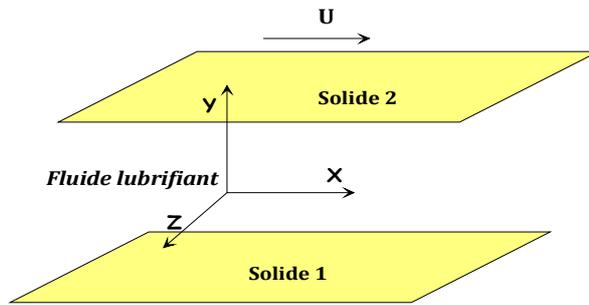


Figure II-1 : Schéma du contact lubrifié

2-1. Equation de conservation de la masse

La loi fondamentale de la mécanique classique concernant la conservation de la masse traduit le fait que la masse d'un système matériel que l'on suit dans son mouvement reste constante. Cette équation peut être décrite par sa forme différentielle suivante :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0 \quad (\text{II-1})$$

$$i = 1 \div 3$$

Avec, ρ est la masse volumique de fluide et u_i sont composantes du vecteur vitesse d'une particule fluide.

Pour un fluide incompressible, la masse volumique reste constante, l'équation de continuité II-1 devient :

$$\rho \frac{\partial}{\partial x_i} (u_i) = 0 \quad (\text{II-2})$$

2-2. Lois rhéologiques des fluides lubrifiants

a) Loi rhéologique d'un fluide additivé

La quasi-totalité des huiles utilisées dans la lubrification des paliers et des butées hydrodynamique des machines tournantes contiennent des additifs améliorant leur viscosité qui sont des fluides considérés comme des fluides polaires. Ces additifs de longues chaînes moléculaires (*polymères*) utilisés dans le but d'améliorer les performances des huiles lubrifiantes, entraînent une modification du comportement rhéologique de ces huiles qui deviennent comme des fluides non newtoniens. D'après la théorie des Milieux Continus de Vijay Kumar Stokes [5], la loi de comportement rhéologique de ce type de fluides dit à rhéologie complexe ou encore fluide polaire s'écrit :

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu(u_{i,j} + u_{j,i}) - \frac{1}{2}e_{ijk} M_{rk,r} \quad (\text{II-3})$$

Dans cette loi,

σ_{ij} : tenseur des contraintes non symétrique

M_{rk} : tenseur des couples des contraintes, $M_{irk} = \frac{1}{3}M_{mn} \delta_{rk} + 4\eta K_{rk}$

e_{ijk} : tenseur du permutation d'ordre trois

K_{ij} : tenseur du taux de rotation

μ : coefficient de viscosité dont la dimension est $[\mu] = ML^{-1}T^{-1}$

η : constante physique due à la présence des couples des contraintes ou additifs de viscosité dans le fluide, dont la dimension est $[\eta] = MLT^{-1}$.

Pour un fluide newtonien, on néglige les couples des contraintes dus à la présence des additives, c'est-à-dire le tenseur des couples des contraintes égale zéro.

b) Loi rhéologique d'un fluide additivé et pollué par des particules solides

La présence de la pollution solide comme suspension diluée des particules solides dans un solvant par exemples lubrifiant pollué ou contaminé par des particules solides dues à l'usure des surfaces de contact dans un solvant permet de modifier la viscosité des fluides [6 7], ainsi leur écoulement ne peut pas être décrit par la théorie des milieux continus (Eq.II-3) qui néglige ces particules solides (figure II-2).

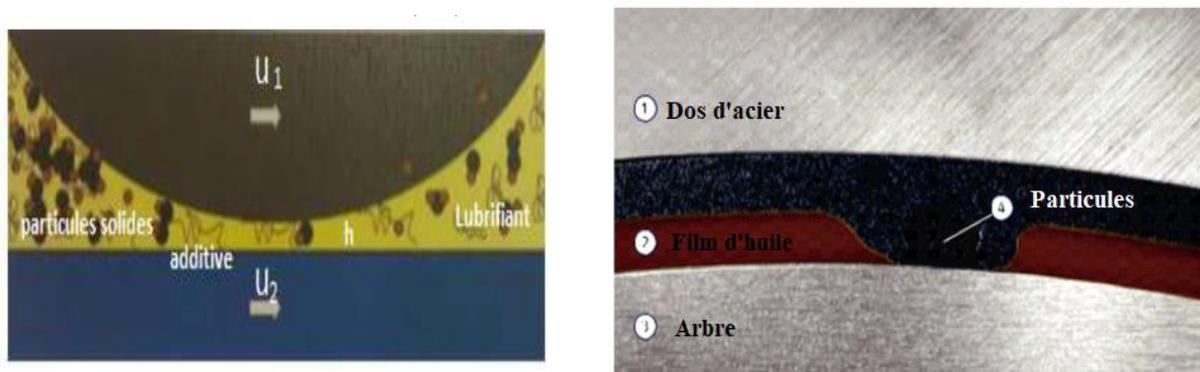


Figure II-2 : Photo graphique d'écoulement d'une huile lubrifiante avec des particules solides de forme sphères entre deux plaques très proche

La méthode la plus simple pour décrire la structure des fluides avec des suspensions diluées de particules solides ou fluide pollué ou contaminé par des particules solides dues à l'usure des surfaces de contact surtout pendant la phase de rodage des organes d'un mécanisme dans un solvant est de voir celui-ci comme une suspension des particules rigides de forme sphères dans un solvant, les lois de comportement rhéologique des fluides reste les mêmes, seulement la valeur de la viscosité effective des fluides sa change ; il s'agit de la théorie des suspensions diluées [6, 7] dont les prémices remontent à 1960 avec les résultats d'Einstein, qui furent ensuite largement repris et modifiés.

Les modèles plus simples et plus utilisés des suspensions de particules solides de forme sphère et rigide dans un solvant sont :

- Modèle d'Einstein

Les travaux d'Einstein en rhéologie portent sur les suspensions très diluées (*faible concentration*) de sphères rigides, de concentration volumique (Φ), dans un solvant newtonien de viscosité dynamique (μ_s). Einstein fut le premier à calculer l'évolution de la viscosité effective d'un fluide avec la suspension diluée des particules solides en fonction de la fraction volumique des solides (*effet de concentration volumique*). Il

propose la formule valable pour tout type d'écoulement des fluides pour une faible concentration volumique [6 7] :

$$\mu = \mu_s (1 + 2.5 \times \Phi) \quad (\text{II-4})$$

Où,

μ : viscosité effective du fluide lubrifiant

μ_s : viscosité du solvant

Φ : concentration volumique des particules solides dans le solvant

Notant que la formule d'Einstein valable pour tout type d'écoulement des fluides pour une faible concentration volumique, $\Phi \leq 15\%$ [8, 9].

- Modèle Frankel & Acrivos (1967)

Ce modèle est valable pour les suspensions denses, les forces de lubrification entre les particules voisines dominaient et que la distance sphère-sphère était un paramètre important. Ils proposèrent la relation suivant de la viscosité effective:

$$\mu = \mu_s \frac{9 \times \left(\frac{\Phi}{\Phi_m} \right)^{1/3}}{8 \times \left(1 - \left(\frac{\Phi}{\Phi_m} \right) \right)^{1/3}} \quad (\text{II-5})$$

- Modèle Thomas (1965)

A proposé une expression de la viscosité relative des particules fines en solution dans l'eau :

$$\mu = \mu_s (1 + 2.5 \times \Phi + 10.5 \times \Phi^2 + 0.00273 \times e^{16.6 \times \Phi}) \quad (\text{II-6})$$

Cette corrélation a été appliquée à plusieurs écoulements tels que les mélanges en eau charbon ou eau-billes de verre.

La formule de Thomas n'est valable que si, les particules sont non interactives. La taille des particules n'affecte pas la relation qui ne dépend que de la fraction volumique de particules.

- Modèle Chong et al. (1971)

Des formules semi-empiriques ont été proposées par Chong et al. Elles ont été établies par calage des résultats obtenus avec un grand nombre de suspensions mono-dispersés et poly-dispersés de la forme :

$$\mu = \left(1 + \frac{3 \times \Phi}{4 \times (\Phi_m - \Phi)} \right)^2 \quad (\text{II-7})$$

- Modèle de Batchelor et Green

En 1972, Batchelor et Green, ajoutent à la formule d'Einstein un terme quadratique, pour tenir compte du mouvement brownien des particules, la formule Einstein (II-4) devient [6 7] :

$$\mu = \mu_s (1 + 2.5 \times \Phi + 6.2 \times \Phi^2) \quad (\text{II-8})$$

Cette formule valable pour une concentration volumique : $\Phi \leq 30\%$ [8 9].

- Modèle de Ball et Richmond

En 1980, Ball et Richmond modifient le modèle de Batchelor et Green, en faisant intervenir une concentration maximale admissible ($\Phi_m \approx 0.64$ pour particules sphériques solides dans le solvant) [6 7] :

$$\mu = \mu_s \left(1 - \frac{\Phi}{\Phi_m} \right)^{-2.5 \times \Phi_m} \quad (\text{II-9})$$

Cette formule valable pour une concentration volumique, $\Phi \leq 45\%$ [8].

- Modèle de Phan-Thien et Pham

Phan-Thien et Pham, en 1987 proposent une expression plus complexe de la viscosité effective des fluides avec des suspensions diluées des particules solides, donnée par la formule suivante [6 7] :

$$\mu = \mu_s (1 - \Phi)^{-2.5} \quad (\text{II-10})$$

Sachant que le modèle de Phan-Thien et Pham, soit similaire de Modèle Batchelor et Green modifie.

- Modèle Coussot (1999)

L'expression de la viscosité du mélange est donnée par l'expression empirique suivante :

$$\mu = \mu_s \left(1 + \frac{2.5 \times \Phi}{2 \times \left(1 - \frac{\Phi}{0.605} \right)} \right)^2 \quad (\text{II-11})$$

Notant que, cette formule valable pour une concentration volumique, $\Phi \leq 60\%$. Car pour des concentrations supérieures à 60 %, il a été difficile de mesurer la viscosité du mélange car elle tend vers l'infini pour $\Phi = 0,605$.

La figure ci-dessous, figure II-3 présente une comparaison de l'évolution de la viscosité effective (μ) d'un fluide avec la variation de la concentration volumique (Φ) des particules solides pour différents modèles rhéologiques et résultats expérimentaux de Thomas obtenus pour une suspension des particules rigides de forme sphérique dans un solvant newtonien a divers taux de concentration volumique [8].

Les résultats ont permis de mettre en évidence d'une part l'influence de la concentration volumique des particules solides en suspension dans un fluide sur sa viscosité effective et d'autre part l'intérêt de chaque modèle rhéologique proposé et sa plage d'application, par exemple, le modèle d'Einstein est utilisé pour une faible concentration volumique, $\Phi \leq 15\%$ au-delà de cette concentration ce modèle perd son efficacité, cependant le modèle

Batchelor et Green est valable pour des concentration volumique $\Phi \leq 30\%$ et le modèle Ball & Richmond est valable pour des forte concentration volumique jusqu'à $\Phi \leq 45\%$.

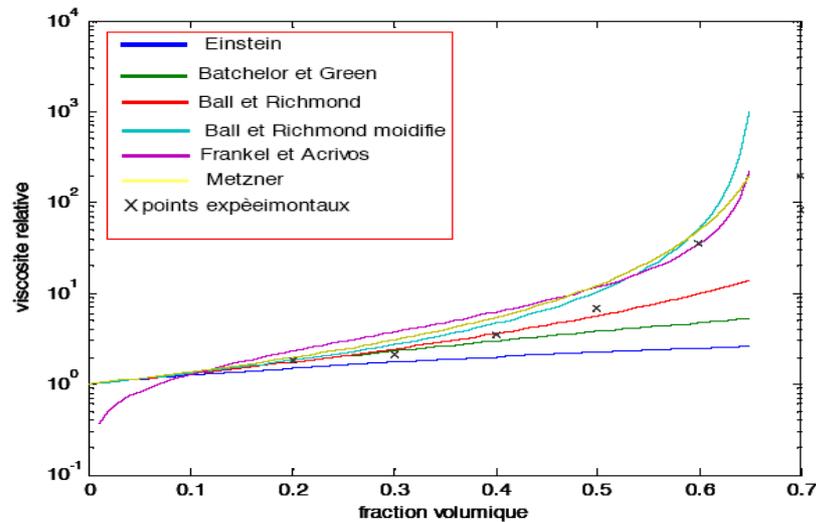


Figure II-3 : Influence de la concentration en particules sphériques sur la viscosité effective d'un fluide : comparaison de divers modèles et résultats expérimentaux [8].

Dans le cas, le fluide devient pollué par des particules solides, par exemple lubrifiant pollué par des particules solides dues à l'usure adhésive des surfaces, figure II-2 surtout en période de rodage, la relation qui lie le tenseur des contraintes (σ_{ij}) au tenseur de taux des déformation (D_{ij}) équation II-3 reste la même seulement la valeur de la viscosité effective du fluide se change ; il s'agit de la théorie des suspensions diluées [6 7], dont les prémices remontent à 1960 avec les résultats d'Einstein, qui furent ensuite largement repris et modifiés, l'équation II-3 devient [10]:

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + G(\Phi)\mu_s(u_{i,j} + u_{j,i}) - \frac{1}{2}e_{ijk}M_{rk,r} \quad (\text{II-12})$$

Où,

μ_s : viscosité du solvant

Φ : concentration volumique de la suspension des particules solides dans le solvant

$G(\Phi)$ est une fonction due à la présence des particules solides dans le fluide lubrifiant est donnée comme suit :

- Pour un fluide polaire propre (sans particules solides, $\Phi = 0$) : $G(\Phi) = 1$

- Pour un fluide avec particules solides (fluide pollué) par exemple :

- Modèle d'Einstein : $G(\Phi) = (1 + 2.5 \times \Phi)$

- Modèle de Ball et Richmond : $G(\Phi) = \left(1 - \frac{\Phi}{\Phi_m}\right)^{-2.5 \times \Phi_m}$

2-3. Equations du mouvement d'un fluide additivé et pollué par des particules solides

En se basant sur la théorie des Milieux Continus de Vijay Kumar Stokes [5] et de la théorie des suspensions diluées [10], les équations de mouvement d'un fluide incompressible polaire (additivé) et pollué par des particules solides sont :

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = -\vec{\nabla}p + \rho\vec{B} + \frac{1}{2}\vec{\nabla} \times (\rho\vec{C}) + G(\phi)\mu_s \vec{\nabla}^2 \vec{V} - \eta \vec{\nabla}^4 \vec{V} \quad (\text{II-13})$$

Où, les vecteurs \vec{V} , \vec{B} et \vec{C} représentent respectivement le champ de vitesse d'écoulement d'une particule fluide, la force de volume par unité de masse et le couple de volume par unité de masse (figure II-4).

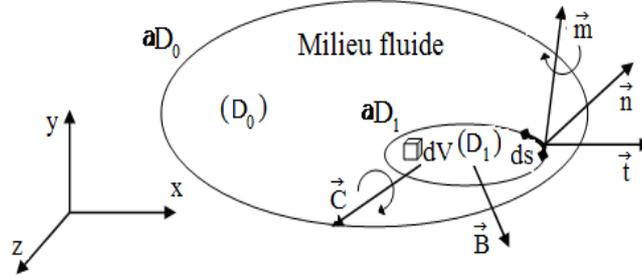


Figure II-4 : Schématisation des efforts de surface et de volume agissant sur un élément de fluide polaire

En négligeant les forces de volume et les couples de volume, les équations du mouvement Eq-II-13 d'un fluide isovisqueux s'écrivent en coordonnées cartésiennes comme suit :

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x_1} + v \frac{\partial u}{\partial x_2} + w \frac{\partial u}{\partial x_3} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_1} + G(\phi)\mu_s \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_3^2} \right) - \eta \left(\frac{\partial^4 u}{\partial x_1^4} + \frac{\partial^4 u}{\partial x_2^4} + \frac{\partial^4 u}{\partial x_3^4} \right) - 2\eta \left(\frac{\partial^4 u}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + \frac{\partial^4 u}{\partial x_1^2 \partial x_3^2} + \frac{\partial^4 u}{\partial x_2^2 \partial x_3^2} \right) \quad (\text{II-14-a})$$

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x_1} + v \frac{\partial v}{\partial x_2} + w \frac{\partial v}{\partial x_3} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_2} + G(\phi)\mu_s \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x_3^2} \right) - \eta \left(\frac{\partial^4 v}{\partial x_1^4} + \frac{\partial^4 v}{\partial x_2^4} + \frac{\partial^4 v}{\partial x_3^4} \right) - 2\eta \left(\frac{\partial^4 v}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + \frac{\partial^4 v}{\partial x_1^2 \partial x_3^2} + \frac{\partial^4 v}{\partial x_2^2 \partial x_3^2} \right) \quad (\text{II-14-b})$$

$$\rho \left(u \frac{\partial w}{\partial x_1} + v \frac{\partial w}{\partial x_2} + w \frac{\partial w}{\partial x_3} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_3} + G(\phi)\mu_s \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x_3^2} \right) - \eta \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x_1^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial x_2^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial x_3^4} \right) - 2\eta \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial x_1^2 \partial x_3^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial x_2^2 \partial x_3^2} \right) \quad (\text{II-14-c})$$

Où, p est la pression, ρ et μ_s sont respectivement la masse volumique et le coefficient de la viscosité du fluide, η est une constante physique qui représente l'effet de couple des contraintes dans le fluide et la fonction $G(\Phi)$ est due à la présence des particules solides dans le fluide lubrifiant.

2-3-1. Analyse dimensionnelle des équations du mouvement en film mince visqueux

En lubrification hydrodynamique, les équations du mouvement, II-14 se simplifient très sensiblement car l'épaisseur du film suivant \vec{ox}_2 est très faible par rapport aux deux autres dimensions du contact (figure II-5), ce qui permet de déterminer l'ordre de grandeur des différents termes de l'équation II-14. Pour cela, on pose :

$$\tilde{X}_1 = \frac{X_1}{L}, \quad \tilde{X}_2 = \frac{X_2}{h}, \quad \tilde{X}_3 = \frac{X_3}{L}, \quad \tilde{u}_1 = \frac{U_1}{V}, \quad \tilde{u}_2 = \frac{U_2 L}{Vh}, \quad \tilde{u}_3 = \frac{U_3}{V}, \quad \tilde{t} = \frac{tV}{L}, \quad \tilde{\mu} = \frac{\mu_s}{\mu_0},$$

$$\tilde{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0}, \quad \tilde{\eta} = \frac{\eta}{\eta_0}, \quad \tilde{\ell}_0 = \frac{\ell_0}{h} \text{ et } \varepsilon = \frac{h}{L}.$$

Dans, ces expressions, L et V sont respectivement la dimension et la vitesse caractéristiques selon les axes (O, \bar{X}_1) et (O, \bar{X}_3) , h et $\frac{Vh}{L}$ celles suivant (O, \bar{X}_2) , $\frac{L}{V}$, μ_0 , ρ_0 et η_0 finissent l'ordre de grandeur du temps, de coefficient de viscosité, de la masse volumique et le paramètre de couple des contraintes à la température de référence (T_0). V peut être définie de plusieurs façons, en hydrodynamique, V sera la vitesse d'une des parois du contact.

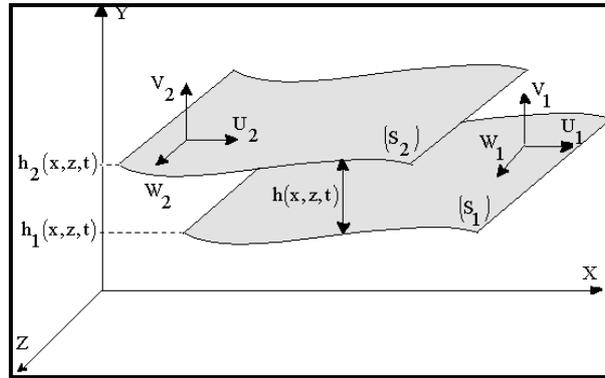


Figure II-5 : Schéma général d'un contact hydrodynamique

Compte tenu de ces changements de variables les équations Eq-II-14 deviennent :

- **L'équation II-14-a :**

$$\tilde{\rho}\rho_0\tilde{U}_jV\frac{V}{L}\left(\frac{\partial\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_j}\right) = -\frac{1}{L}\left(\frac{\partial p}{\partial\tilde{X}_1}\right) + G(\phi)\tilde{\mu}\mu_0\left[\frac{V}{L^2}\left(\frac{\partial^2\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_1^2}\right) + \frac{V}{h^2}\left(\frac{\partial^2\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_2^2}\right) + \frac{V}{L^2}\left(\frac{\partial^2\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_3^2}\right)\right]$$

$$- \tilde{\eta}\eta_0\left[\frac{V}{L^4}\left(\frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_1^4}\right) + \frac{V}{h^4}\left(\frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_2^4}\right) + \frac{V}{L^4}\left(\frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_3^4}\right)\right] \quad (\text{II-15})$$

$$2\tilde{\eta}\eta_0\left[\frac{V}{L^2h^2}\left(\frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_1^2\partial\tilde{X}_2^2}\right) + \frac{V}{L^4}\left(\frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_1^2\partial\tilde{X}_3^2}\right) + \frac{V}{L^2h^2}\left(\frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_2^2\partial\tilde{X}_3^2}\right)\right]$$

Ou encore,

$$\frac{\tilde{\rho}\rho_0V^2}{L}\tilde{U}_j\left(\frac{\partial\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_j}\right) - \frac{G(\phi)\tilde{\mu}\mu_0V}{L^2}\left(\frac{\partial^2\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_1^2} + \frac{\partial^2\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_3^2}\right) - \frac{G(\phi)\tilde{\mu}\mu_0V}{h^2}\left(\frac{\partial^2\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_2^2}\right) - \frac{\eta_0\tilde{\eta}V}{L^4}\left[\frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_1^4} + \frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_3^4}\right]$$

$$- \frac{\eta_0\tilde{\eta}V}{h^4}\left(\frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_2^4}\right) - \frac{2\eta_0\tilde{\eta}V}{L^2h^2}\left[\frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_1^2\partial\tilde{X}_2^2} + \frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_2^2\partial\tilde{X}_3^2}\right] - \frac{2\eta_0\tilde{\eta}V}{L^4}\left(\frac{\partial^4\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_1^2\partial\tilde{X}_3^2}\right) = -\frac{1}{L}\left(\frac{\partial p}{\partial\tilde{X}_1}\right) \quad (\text{II-16})$$

Avec,
$$\frac{\tilde{\rho}\rho_0V^2}{L}\tilde{U}_j\left(\frac{\partial\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_j}\right) = \rho_0\tilde{\rho}\frac{hV}{L}\left(\frac{V}{L}\tilde{U}_1\frac{\partial\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_1} + \frac{V}{L}\tilde{U}_3\frac{\partial\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_3} + \frac{hV}{Lh}\tilde{U}_2\frac{\partial\tilde{U}_1}{\partial\tilde{X}_2}\right)$$

On multiplie l'équation II-16, par h^2 donne :

$$\begin{aligned} & \frac{\tilde{\rho}\rho_0 V h^2}{\mu_0 L} \tilde{U}_j \left(\frac{\partial \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1} \right) - \frac{G(\phi) \tilde{\mu} h^2}{L^2} \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1^2} + \frac{\partial^2 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_3^2} \right) - \frac{G(\phi) \tilde{\mu} h^2}{h^2} \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^2} \right) - \frac{\tilde{\eta} \eta_0 h^2}{\mu_0 L^4} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1^4} + \frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_3^4} \right) - \\ & \frac{\tilde{\eta} \eta_0 h^2}{\mu_0 h^4} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^4} \right) - \frac{2 \tilde{\eta} \eta_0}{L^2 \mu_0} \left[\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1^2 \partial \tilde{X}_2^2} + \frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^2 \partial \tilde{X}_3^2} \right] - \frac{2 \tilde{\eta} \eta_0 h^2}{\mu_0 L^4} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1^2 \partial \tilde{X}_3^2} \right) = - \frac{h^2}{LV \mu_0} \left(\frac{\partial p}{\partial \tilde{X}_1} \right) \end{aligned} \quad (\text{II-17})$$

Ainsi,

$$\begin{aligned} & R_h \varepsilon \tilde{\rho} \left(\tilde{U}_j \frac{\partial \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1} \right) - G(\phi) \tilde{\mu} \varepsilon^2 \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1^2} + \frac{\partial^2 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_3^2} \right) - G(\phi) \tilde{\mu} \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^2} \right) - \frac{\tilde{\eta} \ell_0^2 \varepsilon^2}{L^2} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1^4} + \frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_3^4} \right) - \\ & \frac{\tilde{\eta} \ell_0^2}{h^2} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^4} \right) - \frac{2 \tilde{\eta} \ell_0^2}{L^2} \left[\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1^2 \partial \tilde{X}_2^2} + \frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^2 \partial \tilde{X}_3^2} \right] - \frac{2 \tilde{\eta} \ell_0^2}{L^2} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1^2 \partial \tilde{X}_3^2} \right) = - \frac{h^2}{LV \mu_0} \left(\frac{\partial p}{\partial \tilde{X}_1} \right) \end{aligned} \quad (\text{II-18})$$

Avec, ℓ_0 étant le paramètre des couples des contraintes ;

$R_h = \frac{\rho_0 V h}{\mu_0}$ est le nombre de Reynolds relatif à l'épaisseur d'écoulement du fluide ;

$\varepsilon = \frac{h}{L}$ est le paramètre d'échelle qui en mécanique des films minces visqueux de l'ordre de 10^{-3} .

Si, en négligeant les termes multipliés par ε^2 , l'équation II-18 devient :

$$\begin{aligned} & - \tilde{\rho} R_h \varepsilon \left(\tilde{U}_j \frac{\partial \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1} \right) + G(\phi) \tilde{\mu} \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^2} \right) + \frac{\tilde{\eta} \ell_0^2}{h^2} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^4} \right) + 2 \frac{\tilde{\eta} \ell_0^2}{L^2} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1^2 \partial \tilde{X}_2^2} + \frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^2 \partial \tilde{X}_3^2} \right) + \\ & 2 \frac{\tilde{\eta} \ell_0^2}{L^2} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1^2 \partial \tilde{X}_3^2} \right) = \frac{h^2}{LV \mu_0} \left(\frac{\partial p}{\partial \tilde{X}_1} \right) \end{aligned} \quad (\text{II-19})$$

En supposant, $\tilde{\ell}_0 = \frac{\ell_0}{h}$ qui est le paramètre des couples des contraintes sans dimension,

alors, l'équation II-19 s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} & - \tilde{\rho} R_h \varepsilon \left(\tilde{U}_j \frac{\partial \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1} \right) + G(\phi) \tilde{\mu} \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^2} \right) + \tilde{\ell}_0^2 \tilde{\eta} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^4} \right) + 2 \tilde{\ell}_0^2 \tilde{\eta} \frac{h^2}{L^2} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1^2 \partial \tilde{X}_2^2} + \frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^2 \partial \tilde{X}_3^2} \right) + \\ & 2 \tilde{\ell}_0^2 \tilde{\eta} \frac{h^2}{L^2} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1^2 \partial \tilde{X}_3^2} \right) = - \frac{h^2}{LV \mu_0} \left(\frac{\partial p}{\partial \tilde{X}_1} \right) \end{aligned} \quad (\text{II-20})$$

En posant que, $\tilde{p} = \frac{h^2 p}{LV \mu_0}$, l'équation II-20 devient :

$$\begin{aligned} & - \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{X}_1} = - \tilde{\rho} R_h \varepsilon \left(\tilde{U}_j \frac{\partial \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_j} \right) + G(\phi) \tilde{\mu} \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^2} \right) + \tilde{\ell}_0^2 \tilde{\eta} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^4} \right) + \\ & \frac{2 \tilde{\ell}_0^2 \tilde{\eta} h^2}{L^2} \left[\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^2 \partial \tilde{X}_1^2} + \frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^2 \partial \tilde{X}_3^2} + \frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_1^2 \partial \tilde{X}_3^2} \right] \end{aligned} \quad (\text{II-21})$$

- Pour, l'équation II-14-c avec la même démarche, on obtient :

$$\begin{aligned}
-\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{X}_3} &= -\tilde{\rho} R_h \varepsilon \left(\tilde{U}_j \frac{\partial \tilde{U}_3}{\partial \tilde{X}_j} \right) + G(\phi) \tilde{\mu} \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_3}{\partial \tilde{X}_2^2} \right) + \tilde{\ell}_0^2 \tilde{\eta} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_3}{\partial \tilde{X}_2^4} \right) + \\
2 \tilde{\ell}_0^2 \tilde{\eta} \frac{h^2}{L^2} &\left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_3}{\partial \tilde{X}_1^2 \partial \tilde{X}_2^2} + \frac{\partial^4 \tilde{U}_3}{\partial \tilde{X}_2^2 \partial \tilde{X}_3^2} + \frac{\partial^4 \tilde{U}_3}{\partial \tilde{X}_1^2 \partial \tilde{X}_3^2} \right)
\end{aligned} \tag{II-22}$$

- Pour, l'équation II-14-b donne :

$$\begin{aligned}
\rho_0 \tilde{\rho} U_j V \frac{Vh}{L} \left(\frac{\partial \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_j} \right) &= -\frac{1}{h} \left(\frac{\partial p}{\partial \tilde{X}_2} \right) + G(\phi) \tilde{\mu} \mu_0 \left[\frac{hV}{LL^2} \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_1^2} \right) + \frac{hV}{Lh^2} \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_2^2} \right) + \frac{hV}{LL^2} \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_3^2} \right) \right] \\
-\eta_0 \tilde{\eta} &\left[\frac{hV}{LL^4} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_1^4} \right) + \frac{hV}{Lh^4} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_2^4} \right) + \frac{hV}{LL^4} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_3^4} \right) \right] - \\
2\eta_0 \tilde{\eta} &\left[\frac{hV}{LL^2 h^2} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_1^2 \partial \tilde{X}_2^2} \right) + \frac{hV}{LL^4} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_1^2 \partial \tilde{X}_3^2} \right) + \frac{hV}{LL^2 h^2} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_1}{\partial \tilde{X}_2^2 \partial \tilde{X}_3^2} \right) \right] \\
\text{Avec, } \rho_0 \tilde{\rho} \frac{hV}{L} &\left(\frac{V}{L} \tilde{U}_1 \frac{\partial \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_1} + \frac{V}{L} \tilde{U}_3 \frac{\partial \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_3} + \frac{hV}{Lh} \tilde{U}_2 \frac{\partial \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_2} \right) = \frac{hV \rho_0 \tilde{\rho}}{L} V \left(\tilde{U}_j \frac{\partial \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_j} \right)
\end{aligned} \tag{II-23}$$

Et on multiplie l'équation II-23, par $\frac{h^3}{VL\mu_0}$, on obtient :

$$\begin{aligned}
\frac{hV \tilde{\rho} \rho_0 h^3}{\mu_0 L^3} \left(\tilde{U}_j \frac{\partial \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_j} \right) &= -\frac{h^2}{L \mu_0 V} \left(\frac{\partial p}{\partial \tilde{X}_2} \right) + G(\phi) \frac{\tilde{\mu} h^4}{L^4} \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_1^2} + \frac{\partial^2 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_3^2} \right) - \frac{\tilde{\eta} \eta_0 h^4}{\mu_0 L^6} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_1^4} + \frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_3^4} \right) \\
+ G(\phi) \frac{\tilde{\mu} h^2}{L^2} &\left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_2^2} \right) - \frac{\tilde{\eta} \eta_0}{\mu_0 L^2} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_2^4} \right) - 2 \frac{\tilde{\eta} \eta_0 h^2}{\mu_0 L^4} \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_1^2 \partial \tilde{X}_2^2} + \frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_2^2 \partial \tilde{X}_3^2} \right)
\end{aligned} \tag{II-24}$$

Avec, $\ell_0^2 = \frac{\eta_0}{\mu_0}$, l'équation II-24 devient :

$$\begin{aligned}
\tilde{\rho} \varepsilon^3 R \left(\tilde{U}_j \frac{\partial \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_j} \right) &= -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{X}_2} + G(\phi) \tilde{\mu} \varepsilon^4 \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_1^2} + \frac{\partial^2 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_3^2} \right) - \tilde{\eta} \tilde{\ell}_0^2 \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_2^4} \right) \\
-\tilde{\eta} \tilde{\ell}_0^2 \varepsilon^4 &\left(\frac{h^2}{L^2} \right) \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_1^4} + \frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_3^4} \right) - G(\phi) \tilde{\mu} \varepsilon^2 \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_2^2} \right) - \tilde{\eta} \tilde{\ell}_0^2 \varepsilon^2 \left(\frac{h^2}{L^2} \right) \left(\frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_1^2 \partial \tilde{X}_2^2} + \frac{\partial^4 \tilde{U}_2}{\partial \tilde{X}_2^2 \partial \tilde{X}_3^2} \right)
\end{aligned} \tag{II-25}$$

Tant que, ε^2 , ε^4 et $\frac{h^2}{L^2}$ sont d'ordre zéro, l'équation II-25 devient égale zéro, on obtient alors :

$$-\left(\frac{\partial p}{\partial \tilde{X}_2} \right) = 0 \tag{II-26}$$

Enfin, les équations du mouvement d'un fluide additivé par des additives améliorant la qualité du fluide et pollué par des particules solides pour un écoulement en film mince visqueux se réduisent à :

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_i} = -\tilde{p} \varepsilon \Re \left[\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{t}} + \tilde{u}_j \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_j} \right] + G(\phi) \left(\tilde{\mu} \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_2^2} + \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_2} \cdot \frac{\partial \tilde{\mu}_s}{\partial \tilde{x}_2} \right) \\ \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_2} = 0 \rightarrow \tilde{p} = \tilde{p}(\tilde{x}_1, \tilde{x}_3) \end{cases} \quad (\text{II-27})$$

Avec, $i = 1, 3$ et $j = 1, 2, 3$

Les termes en ε ou termes d'inertie de l'équation II-27 seront négligeable devant les termes de viscosité, quand εR_h est inférieure à l'unité.

En négligeant les forces d'inertie, le système d'équations II-27 devient :

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{X}_i} = G(\phi) \tilde{\mu} \frac{\partial^2 \tilde{U}_i}{\partial \tilde{X}_2^2} - \tilde{\eta} \tilde{\ell}_0^2 \frac{\partial^4 \tilde{U}_i}{\partial \tilde{X}_2^4} \\ \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{X}_2} = 0 \end{cases} \quad (\text{II-28})$$

Pour, $i = 1, 3$

La deuxième équation du système montre que la pression dans le film est indépendante de X_2 .

En revenant aux variables dimensionnées les équations de mouvement d'un fluide additivé par des additifs améliorant la qualité de fluide et pollué par des particules solides l'équation II-23 s'écrivent :

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial X_i} = G(\phi) \mu_s \left(\frac{\partial^2 U_i}{\partial X_2^2} \right) - \eta \left(\frac{\partial^4 U_i}{\partial X_2^4} \right) \\ \frac{\partial p}{\partial X_2} = 0 \\ \frac{\partial p}{\partial X_3} = G(\phi) \mu_s \left(\frac{\partial^2 U_3}{\partial X_2^2} \right) - \eta \left(\frac{\partial^4 U_3}{\partial X_2^4} \right) \end{cases} \quad (\text{II-29})$$

La fonction, $G(\Phi)$ est due à la présence des particules solides dans le fluide lubrifiant.

Dans ce qui suit, on adoptera la nouvelle notation pour les variables d'espace et les composants de vitesses d'écoulement comme suit :

(x, y, z) au lieu de (x_1, x_2, x_3)

(u, v, w) au lieu de (u_1, u_2, u_3)

Alors, les équations du mouvement d'un fluide isovisqueux additivé et pollué par des particules solides, II-29 s'écrivent :

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial x} = G(\phi) \mu_s \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \eta \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} & (\text{II-30-a}) \\ \frac{\partial p}{\partial y} = 0 & (\text{II-30-b}) \\ \frac{\partial p}{\partial z} = G(\phi) \mu_s \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \eta \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} & (\text{II-30-c}) \end{cases}$$

La deuxième équation du système montre bien que la pression dans le fluide est indépendante de la variable y , ainsi la pression est en fonction que x et z ; $p = p(x, z)$.

Ces équations auxquelles s'ajoute l'équation de conservation de la masse pour un fluide incompressible permettent de connaître formellement et après intégration, le champ de vitesse, la pression et les contraintes de cisaillement dans le film lubrifiant.

3. Expression du Champ de Vitesses d'Écoulement de Fluide Polaire et Pollué

On réécrit l'équation II-30.a sous la forme suivante :

$$\eta \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} - G(\phi)\mu_s \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -\frac{\partial P}{\partial x} \quad (\text{II-31})$$

C'est une équation différentielle linéaire d'ordre quatre à coefficients constants, la solution générale de cette équation est la somme de la solution homogène et de la solution particulière.

a) *Solution homogène :*

On suppose que : $t = \frac{\partial u}{\partial y}$

Alors l'équation II-31 devient :

$$\eta t^4 + G(\phi)\mu_s t^2 = 0 \quad (\text{II-32})$$

Ses racines sont :

$$\begin{cases} t = 0 \text{ est racine double} \\ t = \sqrt{\frac{G(\phi)\mu_s}{\eta}} \text{ et } t = -\sqrt{\frac{G(\phi)\mu_s}{\eta}} \text{ sont des racines simples} \end{cases}$$

La solution générale de l'équation II-32 est comme suit :

$$u_G(y) = A_0 + A_1 y + C_1 e^{\sqrt{\frac{G(\phi)\mu_s}{\eta}} y} + C_2 e^{-\sqrt{\frac{G(\phi)\mu_s}{\eta}} y} \quad (\text{II-33})$$

Avec, A_0, A_1, C_1, C_2 qui appartiennent à \mathfrak{R} .

On a : $\ell = \sqrt{\frac{\eta}{\mu_s}} \rightarrow \sqrt{\frac{\mu_s}{\eta}} = \frac{1}{\ell}$, on le remplace dans l'équation II-33 qui devient :

$$u_G(y) = A_0 + A_1 y + C_1 e^{\sqrt{G(\phi)}\left(\frac{y}{\ell}\right)} + C_2 e^{-\sqrt{G(\phi)}\left(\frac{y}{\ell}\right)} \quad (\text{II-34})$$

C'est la solution homogène

b) *Solution particulière :*

On suppose un polynôme d'ordre deux :

$$u_p = ay^2 + by + c \quad (\text{II-35})$$

Donc,
$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u_p}{\partial y^2} = 2a \\ \frac{\partial^4 u_p}{\partial y^4} = 0 \end{cases}$$

En remplaçant U par U_p dans l'équation II-22, on obtient :

$$\eta \times 0 - G(\phi) \mu_s (2a) = -\frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\text{Donc, } a = \frac{1}{2G(\phi) \mu_s} \frac{\partial p}{\partial x}$$

Et comme, il n'y a aucune condition sur b et c, on choisit de prendre : $b = c = 0$

On remplace ces constantes dans le polynôme, II-35, on obtient :

$$u_p = \frac{1}{2G(\phi) \mu_s} \frac{\partial p}{\partial x} y^2$$

Enfin, la solution générale de l'équation, II-31 est la somme de la solution homogène et de la solution particulière :

$$u = u_G + u_p = A_0 + A_1 y + \frac{1}{2G(\phi) \mu_s} \frac{\partial p}{\partial x} y^2 + C_1 e^{\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}} + C_2 e^{-\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}}$$

D'où :

$$u(x, y, z) = A_0 + A_1 y + \frac{1}{2G(\phi) \mu_s} \frac{\partial p}{\partial x} y^2 + B_1 \cosh\left(\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}\right) + B_2 \sinh\left(\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}\right) \quad (\text{II-36})$$

Avec, A_0 , A_1 , B_1 et B_2 sont des constantes dans \mathfrak{R} .

Et, $B_1 = C_1 + C_2$, $B_2 = C_1 - C_2$

$$\text{Où, } C_1 e^{\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}} + C_2 e^{-\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}} = B_1 \left(\frac{e^{\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}} + e^{-\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}}}{2} \right) + B_2 \left(\frac{e^{\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}} - e^{-\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}}}{2} \right)$$

$$\text{Donc, } C_1 e^{\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}} + C_2 e^{-\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}} = \frac{B_1}{2} e^{\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}} + \frac{B_1}{2} e^{-\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}} + \frac{B_2}{2} e^{\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}} - \frac{B_2}{2} e^{-\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}}$$

$$\begin{array}{l} \text{Et, } B_1 + B_2 = 2C_1 \\ B_1 - B_2 = 2C_2 \end{array} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{l} B_1 = C_1 + C_2 \\ B_2 = C_1 - C_2 \end{array}$$

Pour l'équation II-30.c, on trouve la solution générale de la même manière :

$$w(x, y, z) = A'_0 + A'_1 y + \frac{1}{2G(\phi) \mu_s} \frac{\partial p}{\partial x} y^2 + B'_1 \cosh\left(\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}\right) + B'_2 \sinh\left(\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}\right) \quad (\text{II-37})$$

Donc, les solutions générales des équations, II-30.a et II-30.c sont :

$$u(x, y, z) = \underbrace{A_0 + A_1 y + B_1 \cosh\left(\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}\right) + B_2 \sinh\left(\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}\right)}_{\text{solution homogène}} + \underbrace{\frac{1}{2G(\phi) \mu_s} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \sqrt{G(\phi)} \right) y^2}_{\text{solution particulière}} \quad (\text{II-38-a})$$

$$w(x, y, z) = \underbrace{A'_0 + A'_1 y + B'_1 \cosh\left(\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}\right) + B'_2 \sinh\left(\frac{y}{\ell} \sqrt{G(\phi)}\right)}_{\text{solution homogène}} + \underbrace{\frac{1}{2G(\phi) \mu_s} \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right) y^2}_{\text{solution particulière}} \quad (\text{II-38-b})$$

L'identification des constantes d'intégration nécessite l'utilisation des conditions aux limites sur la vitesse ou condition de non glissement ; en choisissant de fixer l'origine du système d'axes confondue avec la paroi 1 (figure II-4) ce qui impose à la vitesse de cette paroi 1, selon y d'être nulle (*théorie de Reynolds : paroi inférieure (S₁) confondue avec le plan du référentiel (0, x, z)*) [11].

Dans ce cas, les conditions aux limites sur les s'écrivent :

$$- \text{Pour, } y = 0 : \begin{cases} u(x, 0, z) = 0, & w(x, 0, z) = 0 \\ \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \Big|_{y=0} = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \Big|_{y=0} = 0 \end{cases} \quad (\text{II-39.a})$$

(II-39.b)

$$- \text{Pour, } y = h : \begin{cases} u(x, h, z) = U_2, & w(x, h, z) = 0 \\ \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \Big|_{y=h} = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \Big|_{y=h} = 0 \end{cases} \quad (\text{II-39.c})$$

(II-39)

La condition II-39-c est due au non glissement entre le fluide et les parois du contact et les conditions, II-39-b et II-39-d sont dues à l'absence des couples des contraintes au niveau des parois.

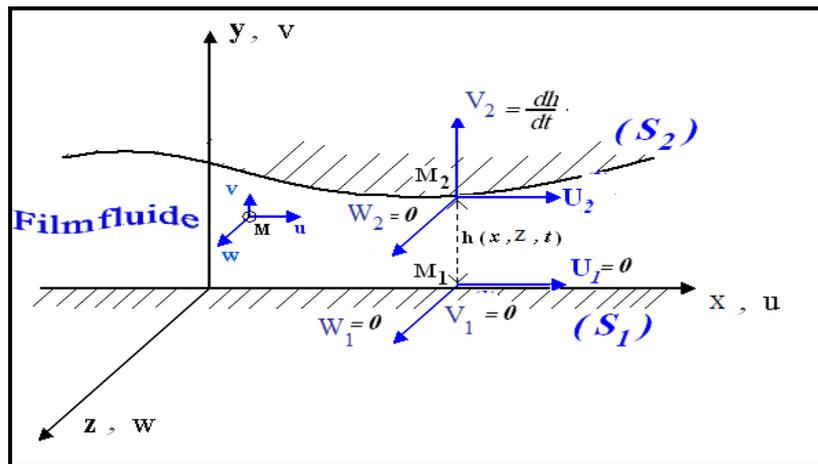


Figure II-6 : L'origine du système d'axes confondue avec la paroi 1

Compte tenu des conditions limites, II-39 le champ de vitesse d'une particule fluide polaire peut être réécrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} u = U_2 \frac{y}{h} + \frac{1}{2G(\phi)^2 \mu_s} \frac{\partial P}{\partial x} \left[G(\phi) y(y-h) + 2\ell^2 \left[1 - \frac{\cosh\left(\frac{2y-h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right)}{\cosh\left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right)} \right] \right] \\ w = \frac{1}{2G(\phi)^2 \mu_s} \frac{\partial P}{\partial z} \left[G(\phi) y(y-h) + 2\ell^2 \left[1 - \frac{\cosh\left(\frac{2y-h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right)}{\cosh\left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right)} \right] \right] \end{cases} \quad (\text{II-40})$$

Avec, $\ell = \sqrt{\frac{\eta}{\mu_s}}$ est le paramètre des couples de contraintes ou la longueur de la chaîne

moléculaire des additifs améliorant l'indice de viscosité (VI) dont la dimension est $[\ell]=L$ et la fonction $\mathbf{G}(\Phi)$ est due à la présence des particules solides dans le fluide lubrifiant.

4. Dérivation de l'Equation de Reynolds Modifiée pour un Fluide Polaire et Pollué

La dérivation de l'équation de Reynolds modifiée nécessite l'emploi des mêmes hypothèses utilisées pour la dérivation de l'équation de Reynolds dans le cas de fluide newtonien qui sont :

- le milieu est continu : l'équation de Reynolds ne s'applique pas dans les zones où il y a rupture du film ;
- l'épaisseur du film est très faible devant la largeur et la longueur du contact, le rapport entre ces grandeurs doit être de l'ordre de 10^{-3} . C'est l'hypothèse fondamentale de la lubrification hydrodynamique, si cette hypothèse n'est pas vérifiée, l'équation de Reynolds ne peut être s'appliquée ;
- l'écoulement est laminaire ;
- les forces massiques extérieures dans le fluide sont négligeables ;
- les forces d'inertie dans le fluide sont négligeables devant les forces de viscosité et de pression ;
- Il n'y a pas de glissement entre le fluide et les parois du contact, ainsi sur les parois, la vitesse du fluide est égale à celle des parois ;
- la courbure générale du film est négligée, on peut démontrer qu'en film mince, dans un palier par exemple, l'effet de courbure est du second ordre ;
- la vitesse d'une des parois du contact est toujours tangente à cette paroi, ce qui permet de placer le système d'axe (o, x, z) sur la paroi (S_1) où $H_1=0$ et $H_2=h(x, y, t)$ (figure II-4).

L'équation de Reynolds modifiée est obtenue à partir de l'intégration de l'équation de continuité II-2 à travers l'épaisseur du film (figure II-5) donne :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (\text{II-41})$$

L'intégration de cette équation à travers l'épaisseur du film donne :

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0 \quad (\text{II-42})$$

Avec, $I_1 = \int_0^{h(x,z,t)} \frac{\partial u}{\partial x} dy$, $I_2 = \int_0^{h(x,z,t)} \frac{\partial v}{\partial y} dy = [v]_0^h = V_2 - V_1 = \frac{dh}{dt}$, $I_3 = \int_0^{h(x,z,t)} \frac{\partial w}{\partial z} dy$

Pour évaluer les intégrales I_1 et I_3 , on utilise la règle d'intégration de Leibnitz :

$$\int_{h_1(x,z,t)}^{h_2(x,z,t)} \frac{\partial}{\partial x} f(x, y, z) dy = \frac{\partial}{\partial x} \int_{h_1}^{h_2} f(x, y, z) dy - f(x, h_2, z) \frac{\partial h_2}{\partial x} + f(x, h_1, z) \frac{\partial h_1}{\partial x}$$

Les intégrales I_1 et I_3 deviennent alors :

$$I_1 = \int_0^h \frac{\partial u}{\partial x} dy = \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_0^h u dy \right) - u(h) \frac{\partial h}{\partial x} + 0$$

$$I_3 = \int_0^h \frac{\partial w}{\partial z} dy = \frac{\partial}{\partial z} \left(\int_0^h w dy \right) - w(h) \frac{\partial h}{\partial z} + 0$$

Ou encore:

$$\begin{cases} I_1 = \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_0^h u(y) dy \right) - U_2 \frac{\partial h}{\partial x} \\ I_2 = V_2 = \frac{dh}{dt} = \frac{\partial h}{\partial t} + U_2 \frac{\partial h}{\partial x} + W_2 \frac{\partial h}{\partial z} \\ I_3 = \frac{\partial}{\partial z} \left(\int_0^h w(y) dy \right) - W_2 \frac{\partial h}{\partial z} \end{cases} \quad (\text{II-43})$$

Notons que, les expressions entre parenthèses représentent les débits volumiques par unité de longueur q_x et q_z suivant les directions x et z .

Expressions des débits : D'après les expressions des vitesses, II-40, on peut écrire :

$$q_x = \int_0^h u(y) dy = \int_0^h \frac{U_2}{h} y dy + \frac{1}{2G(\phi)^2 \mu_s} \frac{\partial p}{\partial x} \left[\int_0^h G(\phi) y (y-h) dy + 2\ell^2 \int_0^h dy - 2\ell^2 \int_0^h \frac{\cosh\left(\frac{2y-h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right)}{\cosh\left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right)} dy \right] \quad (\text{II-44})$$

$$\text{On pose : } x = \left(\frac{2y-h}{2\ell} \right) \sqrt{G(\phi)}$$

$$dx = \frac{\sqrt{G(\phi)}}{\ell} dy \Rightarrow dy = \frac{\ell}{\sqrt{G(\phi)}} dx$$

$$\text{Alors, } \begin{cases} - \text{ pour, } y=0 \rightarrow x = -\frac{\sqrt{G(\phi)}}{2\ell} h \\ - \text{ pour, } y=h \rightarrow x = \frac{\sqrt{G(\phi)}}{2\ell} h \end{cases}$$

Ainsi,

$$\int_0^h u(y) dy = \frac{U_2}{h} \left[\frac{1}{2} y^2 \right]_0^h + \frac{1}{2G(\phi)^2 \mu_s} \frac{\partial p}{\partial x} \left[G(\phi) \left[\frac{1}{3} y^3 - \frac{1}{2} y^2 h \right]_0^h + 2\ell^2 [y]_0^h - \frac{2\ell^2}{\cosh\left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right)} \int_{-\frac{\sqrt{G(\phi)}}{2\ell} h}^{\frac{\sqrt{G(\phi)}}{2\ell} h} \frac{\ell}{\sqrt{G(\phi)}} \cosh x dx \right]$$

Alors,

$$\int_0^h u(y) dy = \frac{h}{2} U_2 + \frac{1}{2G(\phi)^2 \mu_s} \frac{\partial p}{\partial x} \left[-\frac{G(\phi)}{6} h^3 + 2\ell^2 h - \frac{4\ell^3}{\sqrt{G(\phi)} \cosh\left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right)} \left[\sinh\left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right) \right] \right]$$

$$\text{D'où, } \int_0^h u(y) dy = \frac{h}{2} U_2 + \frac{1}{2G(\phi)^2 \mu_s} \frac{\partial p}{\partial x} \left[-\frac{G(\phi)}{6} h^3 + 2\ell^2 h - \frac{4\ell^3}{\sqrt{G(\phi)}} \text{th}\left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right) \right]$$

On obtient, la formule de débit est :

$$q_x = \int_0^h u(y) dy = \frac{h}{2} U_2 + \frac{1}{2G(\phi)^2 \mu_s} \frac{\partial p}{\partial x} \left[-\frac{G(\phi)}{6} h^3 + 2\ell^2 h - \frac{4\ell^3}{\sqrt{G(\phi)}} \text{th}\left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)}\right) \right] \quad (\text{II-45})$$

De même, en procédant de la même manière, nous pouvons écrire :

$$q_z = \int_0^h w(y)dy = \frac{1}{2G(\Phi)^2\mu_s} \frac{\partial p}{\partial z} \left[\int_0^h G(\Phi)y(y-h)dy + 2\ell^2 \int_0^h dy - 2\ell^2 \int_0^h \frac{\cosh\left(\frac{2y-h}{2\ell}\sqrt{G(\Phi)}\right)}{\cosh\left(\frac{h}{2\ell}\sqrt{G(\Phi)}\right)} dy \right]$$

$$\text{Soit, } q_z = \int_0^h w(y)dy = \frac{1}{2G(\Phi)^2\mu_s} \frac{\partial p}{\partial z} \left[-\frac{G(\Phi)}{6}h^3 + 2\ell^2h - \frac{4\ell^3}{\sqrt{G(\Phi)}} \text{th}\left(\frac{h}{2\ell}\sqrt{G(\Phi)}\right) \right] \quad (\text{II-46})$$

En remplaçant par les termes q_x et q_z dans l'équation, II-43, on obtient :

$$\begin{cases} I_1 = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (hU_2) - \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{12G(\Phi)^2\mu_s} \frac{\partial p}{\partial x} \left[G(\Phi)h^3 - 12\ell^2h + \frac{24\ell^3}{\sqrt{G(\Phi)}} \text{th}\left(\frac{h}{2\ell}\sqrt{G(\Phi)}\right) \right] \right] - U_2 \frac{\partial h}{\partial x} \\ I_2 = V_2 = \frac{dh}{dt} = \frac{\partial h}{\partial t} + U_2 \frac{\partial h}{\partial x} + W_2 \frac{\partial h}{\partial z} \\ I_3 = -\frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{12G(\Phi)^2\mu_s} \frac{\partial p}{\partial z} \left[G(\Phi)h^3 - 12\ell^2h + \frac{24\ell^3}{\sqrt{G(\Phi)}} \text{th}\left(\frac{h}{2\ell}\sqrt{G(\Phi)}\right) \right] \right] - W_2 \frac{\partial h}{\partial z} \end{cases}$$

Par conséquent, l'équation, II-42 devient :

$$\frac{1}{12G(\Phi)^2\mu_s} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[G'(h, \ell, \Phi) \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[G'(h, \ell, \Phi) \frac{\partial p}{\partial z} \right] \right\} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (hU_2) - U_2 \frac{\partial h}{\partial x} - W_2 \frac{\partial h}{\partial z} + V_2 \quad (\text{II-47})$$

$$\text{avec, } G'(h, \ell, \Phi) = G(\Phi)h^3 - 12\ell^2h + \frac{24\ell^3}{\sqrt{G(\Phi)}} \text{th}\left(\frac{h}{2\ell}\sqrt{G(\Phi)}\right)$$

C'est l'équation de Reynolds modifiée pour un fluide isovisqueux additivé par des additifs améliorant la qualité du lubrifiant et pollué par des particules solides.

Où, $p(x, z, t)$: pression dans le film

$h(x, z, t)$: épaisseur du film

t : temps

μ_s : constante de viscosité du fluide de solvant newtonien

ℓ : paramètre des couples des contraintes dues aux additives ajoutées au fluide

Φ : concentration volumique des particules solides dans le solvant

Alors, l'équation de Reynolds modifiée pour un fluide polaire isovisqueux et pollué est :

$$\frac{1}{G(\Phi)^2\mu_s} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[G'(h, \ell, \Phi) \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[G'(h, \ell, \Phi) \frac{\partial p}{\partial z} \right] \right\} = 6 \frac{\partial}{\partial x} (hU_2) + 12 \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{II-48})$$

$$\text{avec, } G'(h, \ell, \Phi) = G(\Phi)h^3 - 12\ell^2h + \frac{24\ell^3}{\sqrt{G(\Phi)}} \text{th}\left(\frac{h}{2\ell}\sqrt{G(\Phi)}\right)$$

$G(\Phi)$ est une fonction due à la présence des particules solides dans le fluide lubrifiant est donnée comme suit :

- Pour un fluide polaire propre (*sans particules solides*, $\Phi = 0$) : $G(\Phi) = 1$

- Pour un fluide polaire pollué par des particules solides (*fluide polaire pollué*) :

- Modèle d'Einstein : $G(\Phi) = (1 + 2.5 \times \Phi)$

- Modèle de Ball et Richmond : $G(\Phi) = \left(1 - \frac{\Phi}{\Phi_m}\right)^{-2.5 \times \Phi_m}$

Sachant que pour un fluide newtonien isovisqueux et pollué la fonction $G'(h, \ell, \Phi)$ devient :

$$G'(h, \ell, \phi) = G(\phi)h^3$$

Alors, équation de Reynolds modifiée Eq-II-48 se réduit à :

$$\frac{1}{G(\phi)\mu_s} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right] \right\} = 6 \frac{\partial}{\partial x} (hU_2) + 12 \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{II-49})$$

5. Conclusion

Dans ce chapitre, d'une part, on a rappelé les lois fondamentales de la mécanique des milieux continus écrites dans le cas d'une lubrification hydrodynamique par un fluide additivé par des additifs améliorant la qualité du lubrifiant et pollué par des particules solides. D'autre part, on a présenté la dérivation de l'équation de Reynolds modifiée pour un fluide additivé et pollué.

Références bibliographiques

- [1] McKee S. A., *Effect of abrasive in lubricant*, SAE Trans., 22 , 73-77, 1927.
- [2] *Failure cause analysis, turbine bearing systems, Phase I Development of data collection*, EPRI ISOI-SY, Summer Rep., 1981.
- [3] Ville F., *pollution solide des lubrifiants, indentation et fatigue des surfaces*, thèse de Docteur Ingénieur, Institut National des sciences appliquées de Lyon, 1998.
- [4] Nicolas D., *Etude du glissement dans les roulements à billes grandes vitesse, Le turbomachine influence de la pollution du lubrifiant*, thèse de Docteur Ingénieur, Institut National des sciences appliquées de Lyon, 1989.
- [5] Stokes V. K., *Couple stresses in fluids, the physics fluids*, 1966, 9, 1709-1715.
- [6] Tanner Roger I, *Engineering Rheology*, Oxford Engineering Science Series, 2nd Edition, 2000.
- [7] R. B. Bird, R. C. Armstrong and O. Hassager, *Dynamics of polymeric liquids, Fluid Mechanics*, John Wiley & Sons Edition, Volume 1, 1987.
- [8] Thomas D.G., *Transport characteristics of suspension : a note on the viscosity of newtonian suspensions of uniform spherical particles*, J. Colloid Sci, (20) :267-277, 1965.
- [9] Trung Kien Luu, *Upscaling approach to the rheological behavior of a suspension of particles in a yield stress fluid*, Engineering Sciences. Ecole des Ponts Paris Tech, 2009.
- [10] H. Boucherit, B. BOU-SAID, M. LAHMAR, " *The Effect Solid Particle Lubricant Contamination on the Dynamic Behavior of Compliant Journal Bearings* ", Journal of Lubrication Science, Volume 29, Issue 7, pp. 425-439, November 2017, John Wiley Editor, 2017.
- [11] Nicolas N., *Les paliers hydrodynamiques soumis à un torseur de forces quelconque*, Thèse de Docteur Ingénieur, Lyon, 1972.

Chapitre trois

Expression de l'équation de base de la lubrification hydrodynamique dans le cas des paliers lubrifiées par des huiles additivés et pollués

1. Introduction

La majorité des mécanismes des machines tournantes sont souvent supportés par des paliers hydrodynamiques (figure III-1). La qualité en conception des machines tournantes est étroitement liée à celle des paliers et des butées fluides qu'elles utilisent. Ces éléments, très actifs, contribuent de façon significative à la bonne marche et à la stabilité de l'ensemble de la machine tournante.

Les paliers hydrodynamiques sont des supports mécaniques dont le rôle principal est de guider les rotors en rotation des machines tournantes afin de transmettre des mouvements et supporter des charges. Deux grandes familles de paliers existent : les paliers lisses et les paliers à roulements. Dans les premiers, l'arbre prend appui sur un coussinet (*alésage*) est séparé par un film lubrifiant, dans les seconds, des corps roulants (*billes ou rouleaux*) séparent la bague en rotation de l'alésage extérieur.

Le comportement, la durée de vie et la tenue des paliers hydrodynamiques dépendent de nombreux paramètres, parmi lesquels les paramètres géométriques (*dimensions et formes du palier*), cinématiques et dynamiques (*vitesse de rotation et charge appliquée*), les caractéristiques du lubrifiant (*essentiellement sa viscosité et dans certains cas sa masse volumique*) et la nature des matériaux formant le palier. Ainsi la détermination des paliers hydrodynamiques ne dépend pas seulement de la théorie de la lubrification mais aussi d'un ensemble de conditions liées à l'environnement des mécanismes.

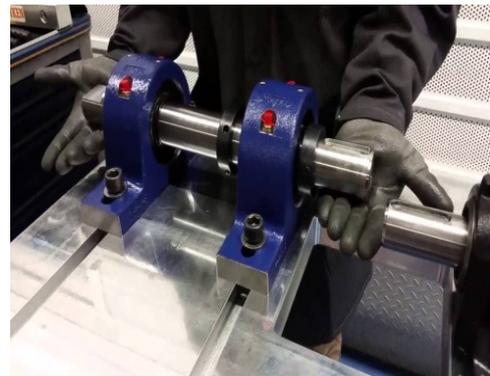
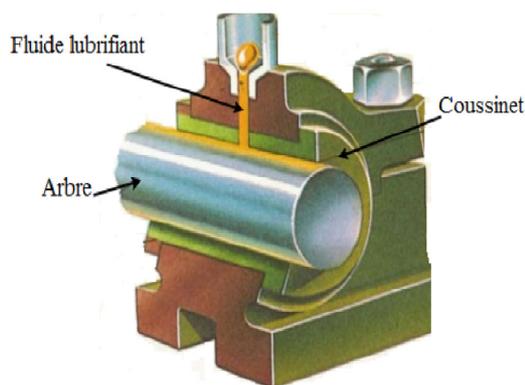


Figure III-1 : Photo graphie d'un palier fluide et principaux composants d'un palier

2. Les différentes classes de supports

Les principaux supports sont :

- Paliers secs ;
- Paliers de roulements ;
- Paliers poreux ;
- Paliers hydrodynamiques ;
- Butées hydrodynamiques.

2-1. Paliers secs

Ce sont des paliers généralement constitués d'une matrice (*résine, métal, carbone*) imprégnée de graphite (*figure III-2*). Ces paliers sont utilisés sans apport extérieur de lubrifiant. Le frottement sec est particulièrement dangereux pour les organes qui y sont soumis, le dégagement de chaleur peut provoquer une amorce de fusion entre les surfaces en contact et aboutir au grippage, on ne les utilise que pour des systèmes fonctionnant rarement ou à vitesse très faible et faible charge, et doivent être envisagés dans toute application où la présence et le maintien du film lubrifiant est impossible.



Figure III-2 : Photo Coussinets pour paliers Secs

2-2. Paliers de roulements

Dans un palier à roulements (*figure III-3*), le glissement de l'arbre sur le coussinet est remplacé par le roulement de corps intermédiaires (*billes, rouleaux et aiguilles*) ce qui permet de supporter des charges plus fortes tout en réduisant l'usure et le frottement à cause de leur coefficient de frottement très faible au démarrage.

Les avantages et inconvénients des paliers à roulements sont :

a) Avantages

- ✓ installation simple et facile à remplacer ;
- ✓ durée de vie prévisible ;
- ✓ possibilité de graissage à vie ;
- ✓ possibilité de supporter des charges combinées ;
- ✓ faible coût ;
- ✓ supportent mieux les interruptions temporaires de lubrification ;
- ✓ assurent un meilleur alignement radial et axial ;
- ✓ pas de phénomène de fouettement ;
- ✓ présentent un faible couple au démarrage même à basse température.

b) Inconvénient

- ✓ problèmes de fatigue plus importants ;
- ✓ faible capacité d'amortissement ;
- ✓ encombrement radial important ;
- ✓ générateur de bruits ;
- ✓ fréquence de rotation limitée ;
- ✓ diamètre nominal limité.

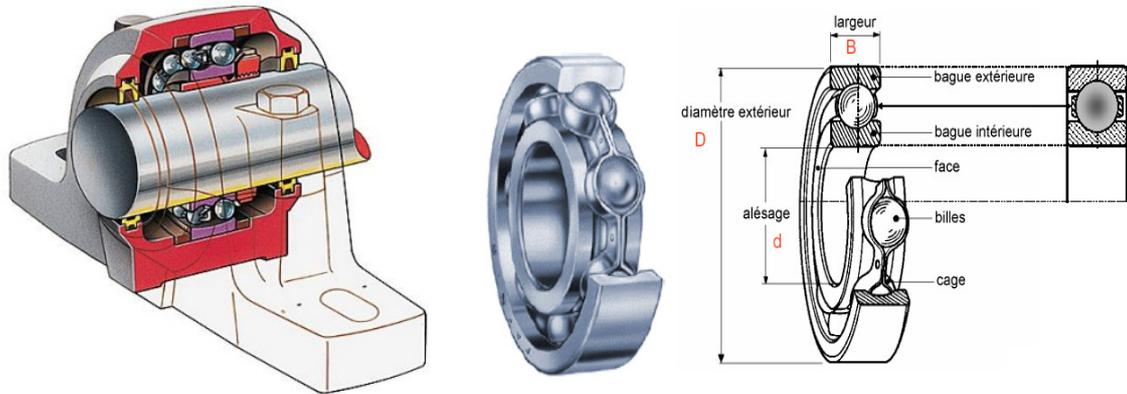


Figure III -3: palier à roulement

2-3. Paliers poreux

Les paliers à coussinet poreux sont dits autolubrifiants car c'est le coussinet lui-même qui imbibé d'huile joue le rôle de réservoir de lubrifiant (*figure III-4*). La couche auto lubrifiée est constituée par une poudre frittée à haute température (*bronze, fer, cuivre*). Ces paliers comportent des pores remplir d'huile avec un volume qui représente de 16 à 36% du volume total.

Dans un palier poreux, l'huile circule d'une part dans le jeu, circonférentielle et axialement, et d'autre part dans le coussinet de la zone de pression élevée vers la zone de basse pression (*figure III-4*), l'huile est filtrée à travers la surface interne du coussinet. L'utilisation de ces paliers est limitée par la température de fonctionnement.

Les avantages et les inconvénients de ce type de palier sont :

a) Avantages

- ✓ l'absence de l'alimentation du lubrifiant permet d'avoir un montage simple ;
- ✓ faible coût de fabrication du coussinet.

b) Inconvénient

- ✓ ils ne supportent pas les grandes vitesses et les grandes charges;
- ✓ ils nécessitent un grand couple au démarrage à des basses températures.

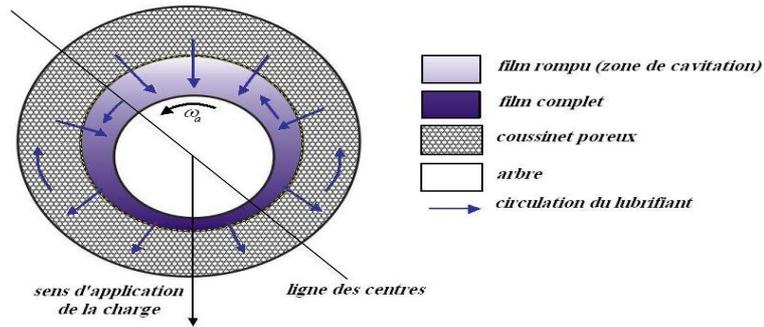


Figure III -4 : Coupe schématique d'un palier poreux

2-4. Paliers hydrodynamiques

Les paliers hydrodynamiques sont fréquemment le plus utilisés pour supporter des charges radiales et guider les rotors de dimensions importantes surtout lorsque les conditions de fonctionnement sont sévères (*charges et vitesses de rotations élevées*). Par conséquent, pour remplir leur fonction dans des parfaites conditions, les paliers hydrodynamiques doivent être soigneusement conçus.

Il existe deux types de configuration de paliers hydrodynamiques : paliers à géométrie fixe et paliers à géométrie variable.

a) Avantages

- ✓ assez économique à mettre en œuvre (*pas forcément besoin d'une pompe*) ;
- ✓ frottement assez faibles une fois le régime hydrodynamique atteint ;
- ✓ s'il n'y a pas de circulation de lubrifiants, celui-ci sert en même temps à refroidir le palier.

b) Inconvénient : les surfaces sont mal lubrifiées au démarrage surtout après une longue période d'arrêt.

2-4-1. Paliers à géométrie fixe

Les paliers lisses sont fréquemment utilisés, les plus simples sont constitués d'un arbre qui tourne à l'intérieur d'un coussinet complet (*figure III-5*). Dans certains mécanismes, ils correspondent à la meilleure solution technologique existante actuellement. On les rencontre généralement dans toutes les machines tournantes par exemples : les moteurs thermiques, les compresseurs, les turbomachines, les alternateurs, les réducteurs, etc.

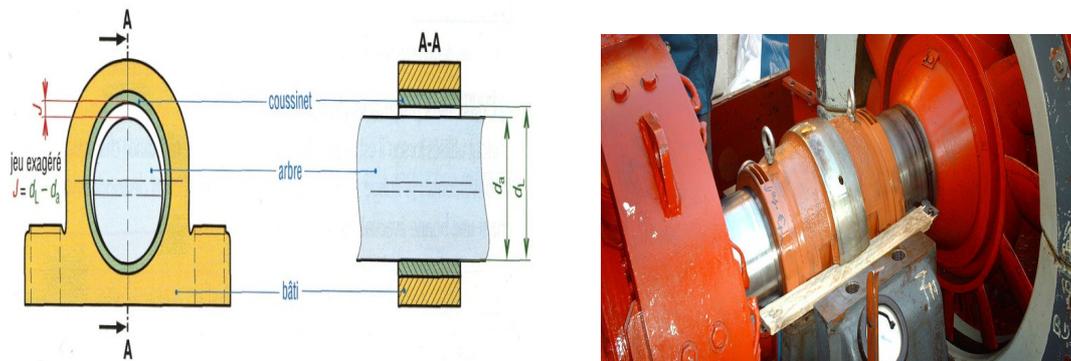


Figure III -5 : Schémas d'un palier lisse et Photographie d'un palier

- Caractéristiques géométriques

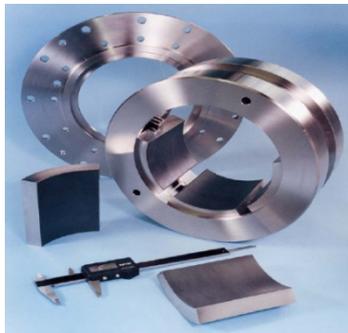
Un palier lisse est constitué de deux éléments, l'arbre de rayon $R_a = \left(\frac{d_a}{2}\right)$ et le coussinet de rayon $R_c = \left(\frac{d_c}{2}\right)$ et de longueur L . Ainsi, un palier peut être schématisé par deux cercles de rayons voisins et caractérisé par trois grandeurs :

- le jeu radial : $J = C = R_c - R_a$;
- le jeu relatif (C/R) qui est de l'ordre de 10^{-3} ;
- le rapport (L/D) de la longueur au diamètre du palier.

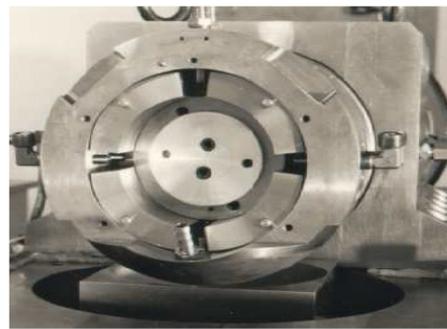
Le calcul de ce type de palier est similaire à celui d'un palier circulaire complet.

2-4-2. Paliers à géométrie variable

Les paliers à patins oscillants sont des paliers réglables par leur mode de fonctionnement. Ils sont composés de n patins identiques ou non, individuellement articulés autour de pivots situés généralement sur un cercle appelé cercle des pivots (figure III-6).



a) palier à cinq patins oscillants



b) palier à quatre patins oscillants

Figure III -6: Photographie d'un palier à patins oscillants.

2-5. Butées hydrodynamiques

La butée hydrodynamique est un organe de guidage d'un arbre tournant qui est utilisée pour supporter des charges axiales et immobiliser en translation les rotors des machines tournantes.

Les butées hydrodynamiques (figure III-7) se distinguent en trois éléments : Le grain fixe (*stator*), le grain mobile ou collet (*rotor*) est le film lubrifiant. Le grain fixe est généralement pourvu d'une zone convergente et reste solidaire du bâti. Le grain mobile est animé d'un mouvement de rotation et la surface au contact sollicitée est lisse. Le troisième corps est le lubrifiant qui s'intercale entre les deux grains qui forment le convergent. Sous l'effet de l'entraînement du fluide par le grain mobile, une pression hydrodynamique sépare ces deux grains.

Ce système est un mécanisme de haute technicité générant de très fortes pressions hydrodynamiques et pouvant supporter ainsi des charges très élevées.

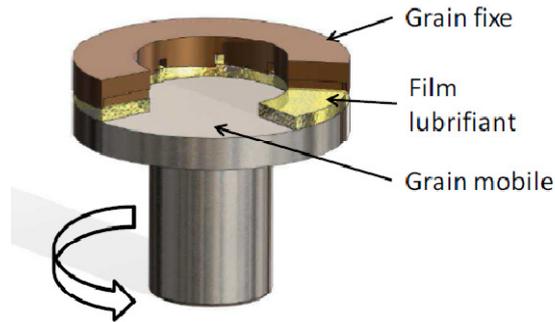


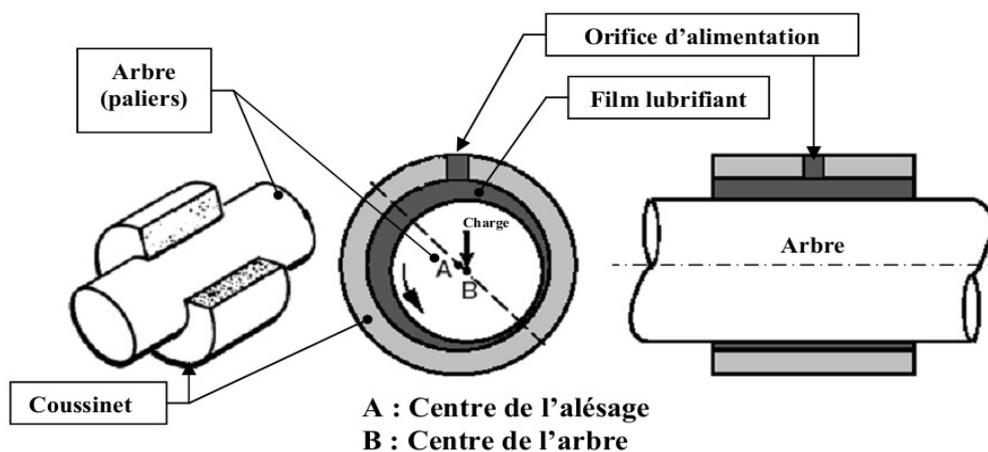
Figure III -7: *Butée hydrodynamique*

3. Expression de l'équation de Reynolds modifiée dans le cas d'un palier hydrodynamique lubrifié par un fluide polaire pollué

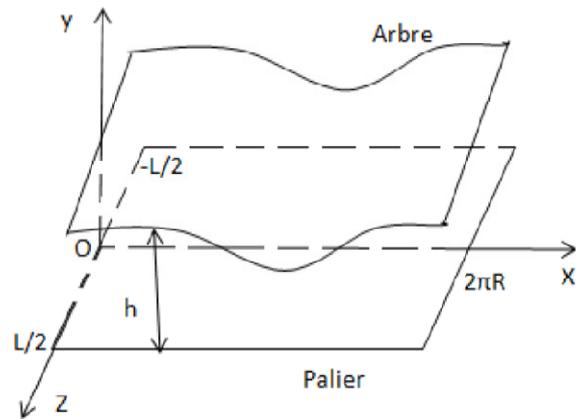
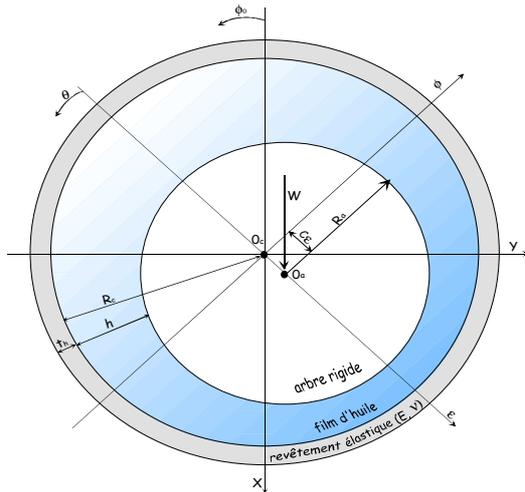
Les paliers hydrodynamiques sont fréquemment plus utilisés, les plus simples sont constitués d'un arbre cylindrique tournant à l'intérieur d'un alésage en présence de lubrifiant (figures III-5 et III-8). Sur certains mécanismes, ils correspondent à la meilleure solution technologique existant actuellement. On les rencontre dans les moteurs thermiques, les compresseurs, les turbomachines, les alternateurs, les réducteurs, etc.

Un palier hydrodynamique est constitué de deux éléments, l'arbre généralement en acier de rayon R_a et le coussinet en bronze ou en acier régulé même en polymère de rayon intérieur R_c et de longueur L (figure III-8-b). Ainsi, un palier peut être schématisé par deux cercles (figure IV-8-b) de rayons voisins et caractérisé par trois grandeurs : le jeu radial, $C = R_c - R_a$, le rapport C / R ou jeu relatif de l'ordre de 10^{-3} et le rapport de la longueur au diamètre du palier L / D .

Le jeu radial étant très petit devant le rayon du coussinet ou de l'arbre, on peut alors négliger la courbure du film est développée suivant sa direction circonférentielle (figure IV-8-c). Dans ces conditions, la surface du coussinet est confondue avec le plan (O, x, z) du référentiel local.



a) *schéma d'un palier cylindrique*



b) Section droite détail d'un palier cylindrique

c) Palier cylindrique développé

Figure III -8: Schémas d'un palier lisse cylindrique

La figure III-9 présente les trois phases que l'on observe lors de la mise en route d'un palier sous charge. Les points O_a et O_c représentent respectivement les centres de l'arbre et du coussinet et W désigne la charge extérieure appliquée à l'arbre.

- à l'arrêt (figure III -9-a), l'arbre et le coussinet sont en contact, la génératrice commune est opposée à la charge et la distance $O_c O_a$ est égale au jeu radial (C).

- au démarrage (figure III -9-b), l'arbre roule en glissant à l'intérieur du coussinet, le régime de lubrification est dit mixte, le lubrifiant est entraîné dans l'espace convergent formé par l'arbre et le coussinet. Dès-que la vitesse de rotation devient suffisante, il y a création d'un champ de pression hydrodynamique qui s'oppose à la charge (figure III -9-c).

Pour une vitesse de rotation stable et une charge constante, le centre de l'arbre (O_a) occupe une position fixe à l'intérieur du coussinet. Si, le torseur des forces extérieures se réduit à une force unique (\vec{W}) qui agit dans le plan de la section médiane du palier, les axes de l'arbre et du coussinet sont parallèles.

Deux paramètres sont alors nécessaires pour positionner le centre de l'arbre par rapport au centre du coussinet, on utilise habituellement la distance $O_c O_a$ appelée excentricité (e) et l'angle que fait la direction de la charge (\vec{W}) avec la ligne des centres $O_a O_c$ appelé angle de calage (φ).

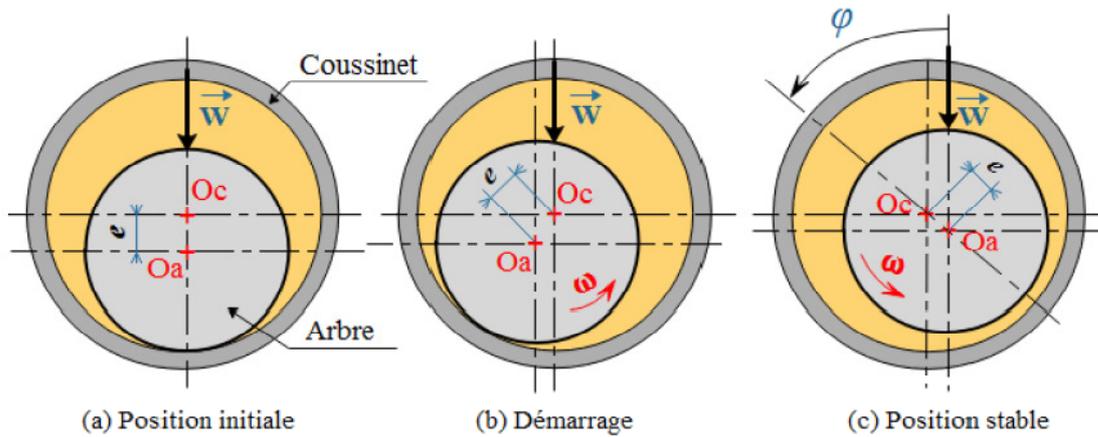


Figure III -9 : Schématisation les trois phases de mise en route d'un palier lisse

Dans cette étude, on se limite au régime hydrodynamique établi, ainsi on suppose que le régime d'écoulement du fluide à travers le palier est laminaire et isotherme ($T = \text{cts}$).

L'analyse de comportement d'un palier hydrodynamique peut être basée sur trois parties :

- écriture de l'équation de Reynolds modifiée correspondant au palier étudié ;
- écriture de l'équation géométrique donnant l'épaisseur du film lubrifiant ;
- définition des conditions aux limites sur la pression.

Les conditions cinématiques relatives aux surfaces de contact (figure III-10) sont :

$$\begin{cases} U_1 = V_1 = W_1 = 0; \\ U_2 = R_a \omega_a \cos \alpha = R_a \omega_a; \\ W_2 = 0 \quad (\text{vitesse de l'arbre selon l'axe } z) \\ V_2 = R_a \omega \sin \alpha = R_a \omega \frac{dh}{dx} \end{cases} \quad (\text{III-1})$$

Où, $\text{tg} \alpha \approx \alpha \approx \frac{dh}{dx}$, car $\alpha \ll 1$.

Dans l'équation III-1, on a :

- U_1, V_1 et W_1 sont les vitesses du coussinet fixe ;
- U_2, V_2 et W_2 sont les vitesses de l'arbre mobile ;
- R_a et R_b sont respectivement le rayon de l'arbre et du coussinet tel que: $R_a \approx R_b = R$.
- ω est la vitesse angulaire de l'arbre
- ε est l'excentricité relative du palier, $\varepsilon = \left(\frac{e}{C}\right)$
- θ est la coordonnée circonférentielle dont l'origine est située sur la ligne des centres du palier (figure IV-8), $\theta = x / R$

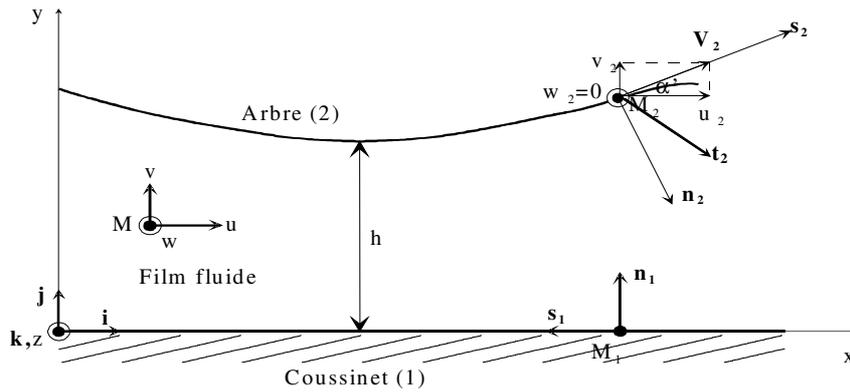


Figure III -10: Section droite du palier développée

On remplace les expressions III-1 dans l'équation de Reynolds modifiée II-48, on obtient l'équation de Reynolds modifiée dans le cas d'un palier lubrifié par un fluide additivé par des additives améliorant sa qualité et pollué par des particules solides fonctionnant en régime isotherme est :

$$\frac{1}{R^2 G(\Phi)^2 \mu_s} \left\{ \frac{\partial}{\partial \theta} \left[G'(h, \ell, \Phi) \frac{\partial p}{\partial \theta} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[G'(h, \ell, \Phi) \frac{\partial p}{\partial z} \right] \right\} = 6\omega \frac{\partial h}{\partial \theta} + 12 \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{III-2})$$

$$\text{Où, } G'(h, \ell, \Phi) = G(\Phi) h^3 - 12 \ell^2 h + \frac{24 \ell^3}{\sqrt{G(\Phi)}} \text{th} \left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\Phi)} \right)$$

L'équation III-2 est l'équation Reynolds modifiée dans le cas d'un palier lubrifié par fluide additivé et pollué par des particules solides et incompressible ($\rho = \text{etc.}$) écrite pour un écoulement bidimensionnel (2D) en régime laminaire et isotherme.

avec, $p(x, z, t)$: pression dans le film

$h(x, z, t)$: épaisseur du film lubrifiant

μ_s : viscosité du solvant

$\ell = \sqrt{\frac{\eta}{\mu_s}}$: Paramètre dû à la présence des additives améliorant la viscosité de fluide

La fonction $G(\Phi)$ est due à la présence des particules solides dans le fluide lubrifiant est donnée comme suit :

- Pour un fluide sans particules solides (*fluide propre*, $\Phi = 0$) : $G(\Phi) = 1$,

- Pour fluide pollué avec particules solides par exemple :

- Modèle d'Einstein : $G(\Phi) = (1 + 2.5 \times \Phi)$

- Modèle de Batchelor et Green : $G(\Phi) = (1 + 2.5 \times \Phi + 6.2 \times \Phi^2)$

- Modèle de Ball et Richmond : $G(\Phi) = \left(1 - \frac{\Phi}{\Phi_m} \right)^{-2.5 \times \Phi_m}$

- Modèle de Phan-Thien et Pham : $G(\Phi) = (1 - \Phi)^{-2.5}$

3-1. Equations géométriques du film lubrifiant

L'épaisseur du film est la distance qui sépare l'arbre et le coussinet. Cette épaisseur permet d'éviter le contact des deux surfaces concernées. La schématisation du palier fluide cylindrique ci-dessous permet d'évaluer l'épaisseur du film fluide. Le film fluide impose une pression afin d'équilibrer la charge appliquée entre les deux surfaces du mécanisme. Cette pression dépend de la géométrie du contact, de sa cinématique et des conditions aux limites lors de la résolution des conditions de l'équation de Reynolds.

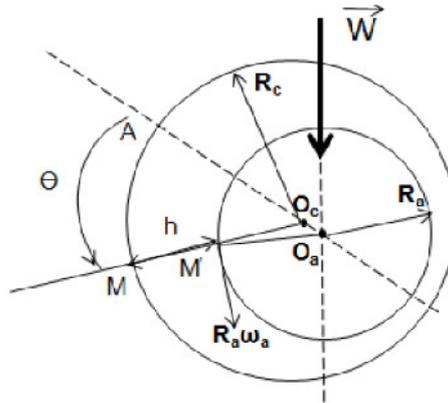


Figure III-11 : Systèmes de coordonnées du palier fluide cylindrique

3-1-1. Cas du palier aligné

Pour la détermination de l'épaisseur du film fluide h (fig. III.11), on considère un point M appartenant à la surface du coussinet et qui sera repéré par l'angle $(\overline{O_cA}, \overline{O_cM})$. O_a et O_c sont respectivement le centre de l'arbre et du coussinet.

Le jeu radial est défini par la distance des centres lorsque le palier est au repos :

$$C = R_c - R_a$$

Le repos de l'arbre est la position où la charge et la droite passant par O_a et O_c sont confondues (fig. III.12) ; c'est la condition de l'arrêt de l'arbre dans le coussinet. Lorsque l'arbre et le palier ne sont plus en contact, il existe une épaisseur de film fluide les séparant. La direction des centres et celle de la charge ne sont plus confondues constamment.



Figure III -12 : Palier fluide hydrodynamique en mouvement (a) et au repos (b)

L'excentricité est définie par la distance des centres lorsque l'arbre est en mouvement

$$e = O_a - O_c$$

On suppose l'angle, $\alpha = (\overrightarrow{M'O_a}, \overrightarrow{M'O_c})$

$$\text{L'épaisseur du film : } h = O_c M - O_c M' \quad \text{(III-3)}$$

En considérant le triangle $O_c M' O_a$ et d'après la loi des sinus il vient alors :

$$\frac{O_a M'}{\sin \theta} = \frac{e}{\sin \alpha} = \frac{O_c M'}{\sin(\theta - \alpha)}$$

Soit : $\frac{R_a}{\sin \theta} = \frac{e}{\sin \alpha} = \frac{O_c M'}{\sin(\theta - \alpha)} \rightarrow \sin \alpha = \frac{e}{R_a} \sin \theta \rightarrow \theta - \alpha = \theta - \arcsin\left(\frac{e}{R_a} \sin \theta\right)$

$$\text{Ainsi, } O_c M' = \frac{R_a}{\sin \theta} \sin(\theta - \alpha)$$

$$\text{Alors, } O_c M' = \frac{R_a}{\sin \theta} \sin\left[\theta - \arcsin\left(\frac{e}{R_a} \sin \theta\right)\right] \quad \text{(III-4)}$$

$$\text{On a : } \sin\left[\theta - \arcsin\left(\frac{e}{R_a} \sin \theta\right)\right] = \sin \theta \cos\left[\arcsin\left(\frac{e}{R_a} \sin \theta\right)\right] - \cos \theta \sin\left[\arcsin\left(\frac{e}{R_a} \sin \theta\right)\right]$$

$$\text{Avec } \begin{cases} \cos\left[\arcsin\left(\frac{e}{R_a} \sin \theta\right)\right] = \sqrt{1 - \left(\frac{e}{R_a} \sin \theta\right)^2} \\ \sin\left[\arcsin\left(\frac{e}{R_a} \sin \theta\right)\right] = \frac{e}{R_a} \sin \theta \end{cases}$$

$$\text{D'où, } \sin\left[\theta - \arcsin\left(\frac{e}{R_a} \sin \theta\right)\right] = \sin \theta \sqrt{1 - \left(\frac{e}{R_a} \sin \theta\right)^2} - \frac{e}{R_a} \sin \theta \cos \theta$$

On remplace dans l'expression, (III-4) :

$$O_c M' = R_a \sqrt{1 - \left(\frac{e}{R_a} \sin \theta\right)^2} - e \cos \theta$$

La quantité e / R_a est très petite devant l'unité de l'ordre 10^{-3} , donc on peut négliger le terme $e \sin \theta / R_a$ devant 1, on obtient ainsi :

$$O_c M' = R_a - e \cos \theta \quad \text{(III-5)}$$

Finalement l'épaisseur du film s'écrit :

$$h = R_c - R_a + e \cos \theta = C \left(1 + \frac{e}{R_a} \cos \theta\right) \quad \text{(III-6)}$$

En posant l'excentricité relative, $\varepsilon = e / C$ qui variant de 0 à 1, l'expression de h devient :

$$h = C (1 + \varepsilon \cos \theta) \quad \text{(III-7)}$$

Alors, dans le cas du palier aligné lisse et rigide (figure III-8-b), l'équation géométrique définie en chaque point et à chaque instant l'épaisseur du film lubrifiant est donnée par :

$$h(\theta, t) = C(1 + \varepsilon(t) \cos \theta) \quad \text{(III-8)}$$

Ou encore en utilisant la coordonnée θ :

$$\begin{aligned} h(\theta, t) &= C(1 + \varepsilon(t) \cos(\theta - \phi_0)) \\ &= C + X(t) \cos(\theta) + Y(t) \sin(\theta) \end{aligned} \quad \text{(III-9)}$$

Avec, $X(t) = C\varepsilon(t)\cos\phi_0$ et $Y(t) = C\varepsilon(t)\sin\phi_0$

3-1-2. Cas d'un palier mésaligné

Dans le cas d'un palier mésaligné, les axes du coussinet et de l'arbre ne sont plus parallèles (figure III-13). Dans ces conditions, l'expression de l'épaisseur du film d'huile est donnée par [1] :

$$h = C \left(1 + \varepsilon \cos\theta + \delta \frac{Z}{L} \cos(\theta - \beta) \right) \quad \text{(III-10)}$$

Avec, $\delta = \frac{d}{C}$ est le mésalignement relatif, β l'angle de mésalignement, d est l'amplitude de mésalignement caractérisée par le module de la projection de l'axe C_1C_2 de l'arbre sur la section médiane et L est la longueur du palier.

Le domaine de variation de ces paramètres est : $0 \leq \delta < \delta_m$ et $-180^\circ \leq \beta \leq 180^\circ$

δ_m représente la valeur maximale que peut prendre δ pour une excentricité et un angle de mésalignement fixés dont l'expression est :

$$\delta_m = 2 \left(\sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2 \beta} - \varepsilon |\cos \beta| \right) \quad \text{(III-11)}$$

La valeur de δ_m est toujours comprise entre 0 et 2.

D_m est le degré du mésalignement défini par $D_m = \frac{\delta}{\delta_m}$ dont la valeur est comprise entre 0

et 1

La symétrie du palier par rapport au plan défini par la section médiane permet de réduire l'intervalle de variation de β à $\pm 90^\circ$.

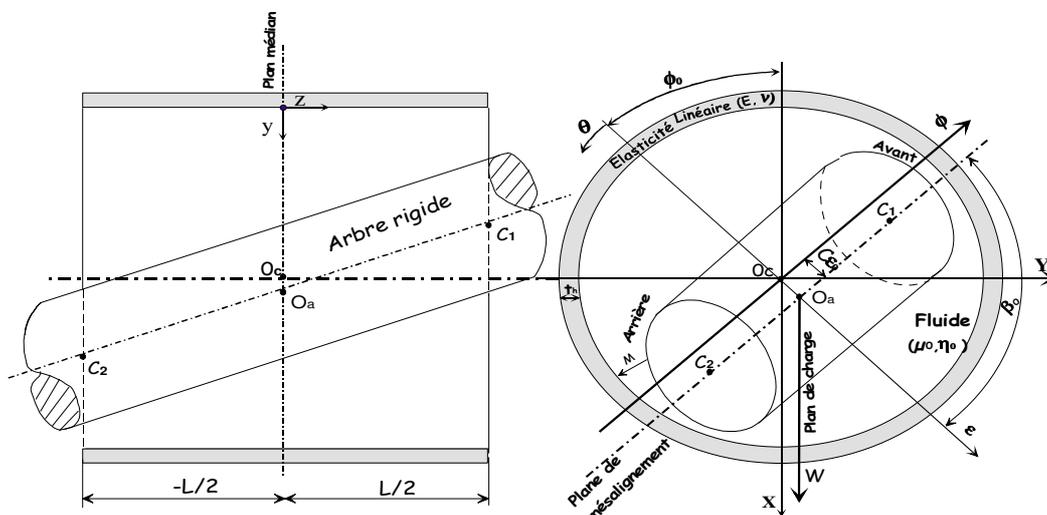


Figure III -13: configuration d'un palier mésaligné

3-2. Conditions aux limites

Le champ de pression dans le film lubrifiant doit satisfaire à l'équation de Reynolds et à certaines conditions limites liées à l'alimentation du palier ainsi qu'à l'écoulement du lubrifiant dans le palier.

3-2-1. Conditions liées à l'alimentation et à l'environnement du palier

$$\begin{cases} p(\theta = 0) = p_a & \text{dans les rainures d'alimentation axiale du palier} \\ p(z = \pm \frac{L}{2}) = p_{\text{atm}} & \text{pression atmosphérique aux extrémités du palier} \end{cases} \quad \text{(III-12)}$$

3-2-2. Conditions liées à l'écoulement du lubrifiant

L'équation de Reynolds s'applique que dans les zones où il n'y a pas rupture du film c.-à-d. le milieu est continu (*figure III-12*).

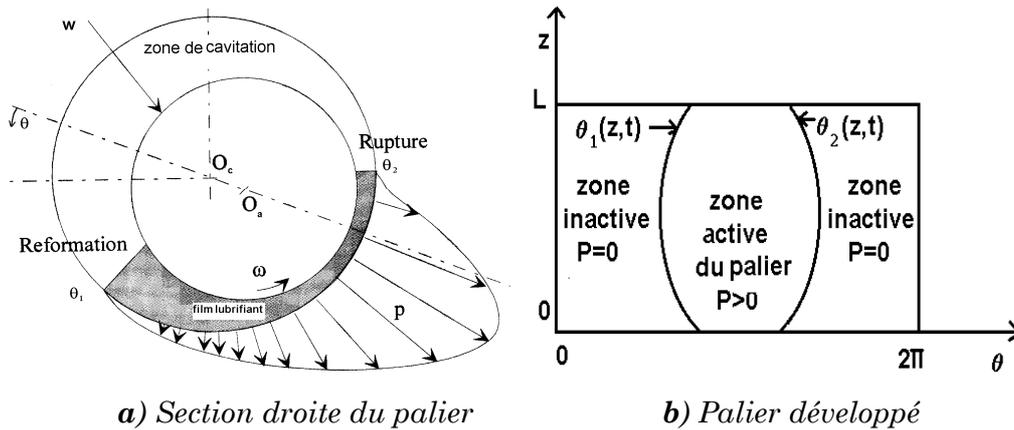


Figure III -14: Présentation des zones active et inactive dans un palier hydrodynamique

On distingue trois types de conditions aux limites [2]:

a) conditions de Sommerfeld

Ces conditions ne tiennent pas compte du phénomène de cavitation (*zone dans laquelle on trouve huile mélangé avec l'air*) qui obligeant le film en entier d'être actif (*figure III-15*):

$$\begin{cases} p(\theta = 0) = 0 \\ p(\theta = \pi \text{ ou } 2\pi) = 0 \end{cases} \quad \text{(III-13)}$$

La solution de Sommerfeld donne une distribution de pression antisymétrique au point $\theta = \pi$ pour une position de l'arbre. La solution donne aussi un angle de calage égale $\frac{\pi}{2}$ par rapport à la direction de charge, ces conditions aux limites ne sont valables que pour des paliers fonctionnant à de très faibles charges ou sous des pressions très élevées.

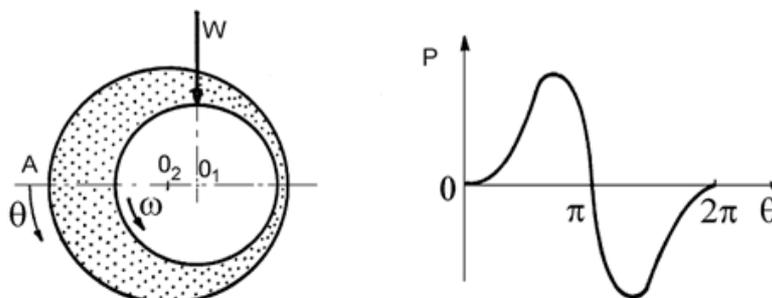


Figure III -15: Conditions de Sommerfeld

b) Conditions de Gümbel ou de demi-Sommerfeld

Gümbel en 1921, à la suite des travaux de Sommerfeld, propose comme conditions aux limites :

$$\begin{cases} p(\theta = 0, z) = 0 \\ p(\theta = \pi, z) = 0 \\ p(\theta, z) = 0 \quad \text{si } \pi < \theta < 2\pi \text{ (étendue de la zone de cavitation)} \end{cases} \quad \text{(III-14)}$$

Ces conditions (figure III-16) prennent en compte la rupture du film lubrifiant mais elles ne respectent pas la continuité du débit qui est physiquement inacceptable. Cette solution est fréquemment employée dans le cas d'un palier court car elles permettent d'obtenir des résultats proches aux résultats expérimentaux.

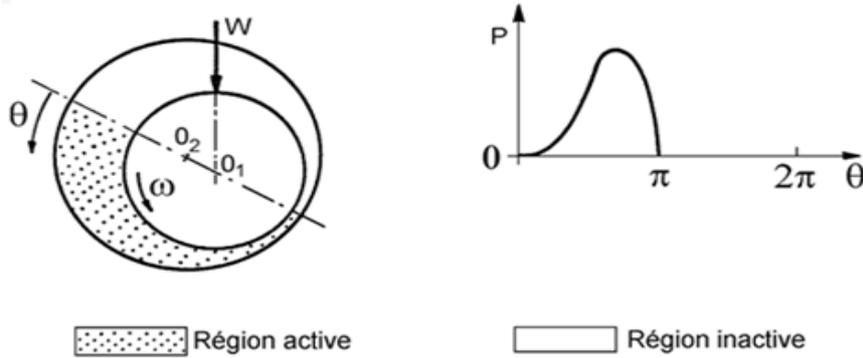


Figure III -16: Conditions de Gümbel

c) Conditions de Reynolds ou de Swift-Stieber

Ces conditions proposées indépendamment par Swift en 1932 et par Steiber en 1933, respectent la continuité du débit et supposent que pour une abscisse θ_s à priori inconnue, appelée angle de cavitation la pression et le gradient de pression s'annulent (fig.III-17) :

$$\begin{cases} P(\theta = 0, z) = 0 \\ p(\theta = \theta_s, z) = 0 \\ p(\theta, z) = 0 \quad \text{si } \theta_s < \theta < 2\pi \end{cases} \quad \text{et} \quad \frac{\partial p}{\partial \theta}(\theta = \theta_s, z) = \frac{\partial p}{\partial z}(\theta = \theta_s, z) = 0 \quad \text{(III-15)}$$

On distingue ainsi, deux régions dans le palier ; une région active où la pression est positive et le film complet, pour des valeurs de θ comprises entre 0 et θ_s et une région inactive à pression nulle et dans laquelle en régime dynamique, peut apparaître de la cavitation, pour $\theta_s < \theta < 2\pi$.

Ces conditions sont celles qui donnent les solutions les plus exactes ; elles ont été vérifiées dans de nombreuses études expérimentales.

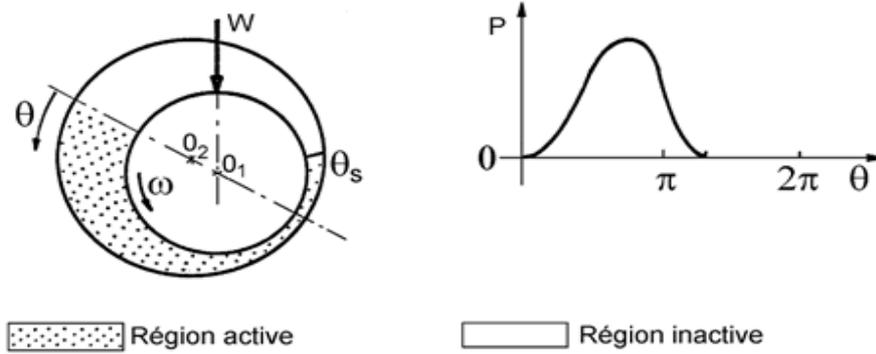


Figure III -17 : Conditions de Reynolds

Les conditions les plus utilisées et relativement proche de la réalité physique sont celles de Swift-Stieber connues sous le nom de conditions de Reynolds, une des difficultés majeures du calcul réside dans la double recherche de la répartition de pression dans le film et la frontière de la zone active du palier.

3-3. performances statiques du palier

La résolution de l'équation de Reynolds modifiée permet de définir le champ de pression hydrodynamique dans le film lubrifiant. Une fois la pression hydrodynamique connue en chaque point du contact, les performances statiques du palier fluide, tels que la portance hydrodynamique, l'angle de calage, le couple de frottement, la puissance dissipée, le champ des vitesses moyennes de l'écoulement ainsi que le débit moyen de fuite à l'extrémité de palier peuvent être recalculés.

3-3-1. Portance hydrodynamique et angle de calage du palier

L'intégration du champ de pression à la surface de l'arbre permet de déterminer les composantes de l'action du film sur l'arbre dans les directions ε et Φ et l'angle de calage. Dans le repère intermédiaire $(O_a, \vec{\varepsilon}, \vec{\phi}, \vec{z})$ (fig.III-8), les composantes de la portance s'expriment par :

$$\begin{cases} F_\varepsilon = \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^{2\pi} p(\theta, z) \cos \theta R d\theta dz \\ F_\phi = \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^{2\pi} p(\theta, z) \sin \theta R d\theta dz \end{cases} \quad \text{(III-16)}$$

De ces deux relations, on peut déterminer la valeur de la portance hydrodynamique (*charge portante hydrodynamique*, W) et de l'angle de calage (ϕ) du palier fluide, comme suit :

$$W = (F_\varepsilon^2 + F_\phi^2)^{1/2} \quad \text{(III-17)}$$

$$\phi = \tan^{-1} \left(-\frac{F_\phi}{F_\varepsilon} \right) \quad \text{(III-18)}$$

3-3-2. Puissance dissipée

La puissance dissipée est calculée à partir de l'intégration de la fonction de dissipation visqueuse (Φ_0) :

$$P_0 = \iiint_V \Phi_0 dx dy dz \quad (\text{III-19})$$

Avec : $\Phi_0 = \mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 - \frac{\ell^2}{G(\phi)} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} \right) \right]$ et $V = [0, 2\pi R] \times [0, h_0] \times [-\frac{L}{2}, \frac{L}{2}]$ est

le volume occupé par le fluide.

Après intégration par rapport à y, l'expression de la puissance dissipée devient :

$$P_0 = \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^{2\pi} \left[\frac{G'(h, \ell, \phi)}{12G(\phi)\mu_s} \left(\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)^2 \right) + \frac{G(\phi)\mu_s(\omega R)^2}{h} \right] R d\theta dz \quad (\text{III-20})$$

où, $G'(h, \ell, \phi) = G(\phi)h^3 - 12\ell^2 h + \frac{24\ell^3}{\sqrt{G(\phi)}} \text{th} \left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)} \right)$

3-3-3. Vitesses moyennes de l'écoulement et le débit de fuite

Les vitesses moyennes de l'écoulement de fluide données par l'expression suivante :

$$\begin{cases} u_{\text{moy}} = \frac{1}{h} \int_0^h u dy = \frac{\omega R}{2} - \frac{h^2}{12G(\phi)\mu_s} \frac{\partial p_0}{R \partial \theta} + \frac{\ell^2}{G(\phi)^2 \mu_s} \frac{\partial p}{R \partial \theta} \left(1 - \frac{2\ell}{h\sqrt{G(\phi)}} \tanh \left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)} \right) \right) \\ w_{\text{moy}} = \frac{1}{h} \int_0^h w dy = -\frac{h^2}{12G(\phi)\mu_s} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\ell^2}{G(\phi)^2 \mu_s} \frac{\partial p}{\partial z} \left(1 - \frac{2\ell}{h\sqrt{G(\phi)}} \tanh \left(\frac{h}{2\ell} \sqrt{G(\phi)} \right) \right) \end{cases} \quad (\text{III-21})$$

Les débits moyens volumiques aux extrémités de palier s'expriment par :

$$Q_+ = \int_0^{2\pi} \int_0^h w_{\text{moy}} |_{z=L/2} R dy d\theta \quad (\text{III-22})$$

$$Q_- = \int_0^{2\pi} \int_0^h w_{\text{moy}} |_{z=-L/2} R dy d\theta \quad (\text{III-23})$$

- Le débit moyen volumique total est donné par :

$$Q_{\text{moy}} = |Q_+| + |Q_-| \quad (\text{III-24})$$

Q_+ et Q_- sont les débits moyens volumiques à chaque extrémité du palier ($z = \pm L/2$) (figure III-16).

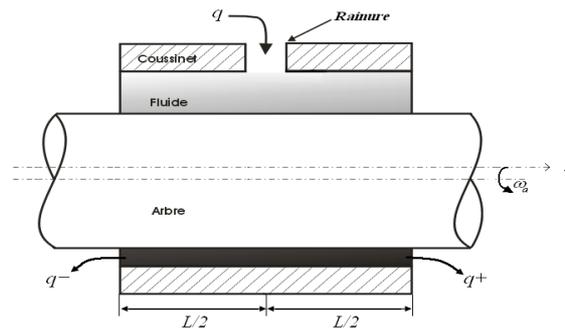


Figure III -16 : Profil d'un palier aligné

4. Ecriture de l'équation de Reynolds modifiée en variables sans dimension

Pour les traitements numériques, il est recommandé de réécrire toutes les équations de la lubrification hydrodynamique en variables sans dimension pour but de diminuer le

nombre de paramètres physiques, ainsi en utilisant des paramètres composés sans dimension, dans le cas d'un palier fluide sont :

$$\theta = \frac{x}{R} ; \tilde{z} = \frac{z}{L} ; \tilde{h} = \frac{h}{C} ; \tilde{t} = \omega t ; \tilde{\ell} = \frac{\ell}{C} \text{ et } \tilde{p} = p / \mu_s \omega \left(\frac{R}{C} \right)^2$$

En remplaçant ces variables réduites dans l'équation de Reynolds modifiée (III-2) pour un fluide additivé et pollué, on obtient :

$$\frac{1}{G(\phi)^2} \left\{ \frac{\partial}{\partial \theta} \left[G'(\tilde{h}, \tilde{\ell}, \phi) \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} \right] + \left(\frac{R}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \left[G'(\tilde{h}, \tilde{\ell}, \phi) \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} \right] \right\} = 6 \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \theta} + 12 \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \tilde{t}} \quad (\text{III-25})$$

$$\text{Avec, } \tilde{G}'(\tilde{h}, \tilde{\ell}, \phi) = G(\phi) \tilde{h}^3 - 12 \tilde{\ell}^2 \tilde{h} + \frac{24 \tilde{\ell}^3}{\sqrt{G(\phi)}} \text{th} \left(\frac{\tilde{h}}{2 \tilde{\ell}} \sqrt{G(\phi)} \right)$$

- Equation géométrique de film adimensionnée

Dans le cas le palier rigide aligné, l'expression de l'épaisseur du film adimensionnée :

$$\tilde{h} = [1 + \tilde{x} \cos \theta + \tilde{y} \sin \theta] \quad (\text{III-26})$$

4-1. Portance hydrodynamique sans dimension

En variables réduites, les équations, III-16 deviennent :

$$\begin{cases} \tilde{F}_e = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_0^{2\pi} \tilde{p}(\theta, \tilde{z}) \cos \theta d\theta d\tilde{z} \\ \tilde{F}_\phi = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_0^{2\pi} \tilde{p}(\theta, \tilde{z}) \sin \theta d\theta d\tilde{z} \end{cases} \quad (\text{III-27})$$

$$\text{Avec, } (\tilde{F}_e, \tilde{F}_\phi) = \frac{(F_e, F_\phi)}{\mu_s \omega R L \left(\frac{R}{C} \right)^2}$$

$$\text{La charge portante hydrodynamique adimensionnée } (\tilde{W}_0) : \tilde{W}_0 = (\tilde{F}_e^2 + \tilde{F}_\phi^2)^{1/2} \quad (\text{III-28})$$

4-2. Puissance dissipée adimensionnée

Soit en variables sans dimension la puissance dissipée est :

$$\tilde{P}_0 = \left(\frac{C}{\mu_s \omega^2 R^3 L} \right) P_0 = \int_0^{2\pi} \int_{-1/2}^{1/2} \left[\frac{\tilde{G}'}{12} \left(\left(\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} \right)^2 + \left(\frac{R}{L} \right)^2 \left(\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} \right)^2 \right) + \frac{G(\phi)}{\tilde{h}} \right] d\theta d\tilde{z} \quad (\text{III-29})$$

4-3. Vitesses moyennes de l'écoulement et le débit de fuite

- Les vitesses moyennes d'écoulement adimensionnées s'écrivent :

$$\begin{cases} \tilde{u}_{\text{moy}} = \frac{u_{\text{moy}}}{\omega R} = \frac{1}{2} - \frac{\tilde{h}^2}{12 G(\phi)} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} + \frac{\tilde{\ell}^2}{G(\phi)^2} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} \left(1 - \frac{2 \tilde{\ell}}{\tilde{h} \sqrt{G(\phi)}} \tanh \left(\frac{\tilde{h}}{2 \tilde{\ell}} \sqrt{G(\phi)} \right) \right) \\ \tilde{W}_{\text{moy}} = \frac{L W_{\text{moy}}}{\omega R^2} = - \frac{\tilde{h}^2}{12 G(\phi)} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} + \frac{\tilde{\ell}^2}{G(\phi)^2} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} \left(1 - \frac{2 \tilde{\ell}}{\tilde{h} \sqrt{G(\phi)}} \tanh \left(\frac{\tilde{h}}{2 \tilde{\ell}} \sqrt{G(\phi)} \right) \right) \end{cases} \quad (\text{III-30})$$

- Le débit moyen volumique total adimensionné est donné par :

$$\tilde{Q}_{\text{moy}} = |\tilde{Q}_+| + |\tilde{Q}_-| \quad (\text{III-31})$$

$$\text{Avec, } \begin{cases} \tilde{Q}_+ = \int_0^{2\pi} \left[\tilde{h} \tilde{w}_{\text{moy}} \right]_{\tilde{z}=1/2} d\theta \\ \tilde{Q}_- = \int_0^{2\pi} \left[\tilde{h} \tilde{w}_{\text{moy}} \right]_{\tilde{z}=-1/2} d\theta \end{cases}$$

\tilde{Q}_+ et \tilde{Q}_- sont les débits moyens volumiques adimensionnés à chaque extrémité du palier ($\tilde{z} = \pm 1/2$).

5. Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté d'une part une étude bibliographique succincte sur les différents types de paliers hydrodynamiques. D'autre part, l'étude cinématique du palier a conduit à l'écriture de l'équation de Reynolds modifiée en régime dynamique dans le d'un palier lubrifié par un fluide additivé par des additifs améliorant la qualité de fluide et pollué par des particules solides.

References bibliographies

[1] H. BOUCHERIT, M. LAHMAR et B. BOU-SAÏD, " *Misalignment effects on steady-state and dynamic behaviour of compliant journal bearings lubricated with couple stress fluids* ", *Journal of Lubrication Science*, Vol. 20 (2008), pp. 241-268, John Wiley Editor, 2008.

[2] Frêne J., Nicolas D., Degueurce B., Berthe D., Godet M., *Lubrification Hydrodynamique : Paliers et butées*, Collection de la Direction des Etudes et Recherches d'Electricité de France, n° 72, Edition Eyrolle. 1990.

Chapitre IV

Etude paramétrique de l'impact des additifs améliorant la qualité des huiles lubrifiantes sur la présence de la pollution solide dans des paliers fluides : Etude dynamique non linéaire

1. Introduction

La contamination par des pollutions solides des huiles lubrifiantes est la cause principale des pannes produites dans les machines tournantes et réductrices car, elle influe directement sur les propriétés du lubrifiant et la dégradation de la fonction des organes de machines tournantes tels que, paliers, roulements, engrenages, etc. 75% des pannes des systèmes lubrifiés sont causées par la contamination, la plupart des composants machines sont endommagés par la pollution contenue dans les huiles lubrifiantes .

La présence des additifs améliorant la qualité des huiles lubrifiantes est permise de réduire les effets de la présence de la pollution sur le comportement dynamique des paliers hydrodynamique qui supportent les rotors des machines tournantes.

Dans ce chapitre, on va étudier théoriquement et numériquement l'impact des effets des additifs améliorant la qualité de lubrifiant sur l'amélioration du comportement dynamique non linéaire des paliers hydrodynamiques lubrifiés par des huiles polluée par des particules solides (*huile polluée ou contaminée par des particules solides dues à l'usure des surfaces*). Cette étude est une continuité des travaux de recherche réalisés dans les années précédentes sur l'étude des effets des additifs améliorant la qualité des lubrifiants sur de la présence de la pollution des huiles lubrifiantes.

Le rôle du palier hydrodynamique dans l'analyse dynamique d'une ligne d'arbre de machines tournantes est caractérisé par les forces hydrodynamiques engendrées par le champ de pression dans le film lubrifiant, celles-ci sont obtenues par intégration du champ de pression calculé à partir de l'équation de Reynolds écrite en régime dynamique. Ces forces sont des fonctions non linéaires de la position et de la vitesse du centre de l'arbre.

L'hypothèse des petits déplacements au voisinage de la position d'équilibre ne permet pas de prévoir le comportement d'une ligne d'arbre au delà du seuil de stabilité ou sous l'effet de fortes charges dynamiques. Dans ces conditions, il est alors nécessaire de résoudre simultanément l'équation de Reynolds en régime dynamique et les équations du mouvement de l'arbre.

Pour cette étude, nous avons utilisé un modèle d'arbre simplifié de masse **2M** en supposant celui-ci indéformable et supporté symétriquement dans deux paliers identiques (figure IV-1).

A chaque palier est attribuée une masse M du rotor, les types de charges agissant sur l'arbre sont :

- Charge statique représentée par le poids du rotor affecté au palier, $W_0 = Mg$;
- Charge dynamique représentée par la force due au Balourd, $W_b(t)$ (*excitation dynamique synchrone*) caractérisée par l'excentricité e_b , dont le module est : $|\vec{W}| = M \cdot e_b \cdot \omega^2$ (figure IV-2).
- Action du fluide sur l'arbre représentée par les composants, F_x et F_y
- Forces d'inertie, $M\ddot{x}$ et $M\ddot{y}$
- Composantes W_x et W_y d'une excitation dynamique extérieure $\vec{W}(t)$.

- (o_c, \bar{x}, \bar{y}) représente le repère fixe lié au coussinet tel que \vec{o}_x soit parallèle à la charge statique W_0 .

- O_c est le centre géométrique de palier repéré soit par ses coordonnées cartésiennes (x, y) que les coordonnées polaires (e, ϕ) .

Dans cette étude, il est plus commode d'utiliser les coordonnées cartésiennes (x, y) que les coordonnées polaires (e, ϕ) car les équations du mouvement sont plus simples à écrire.

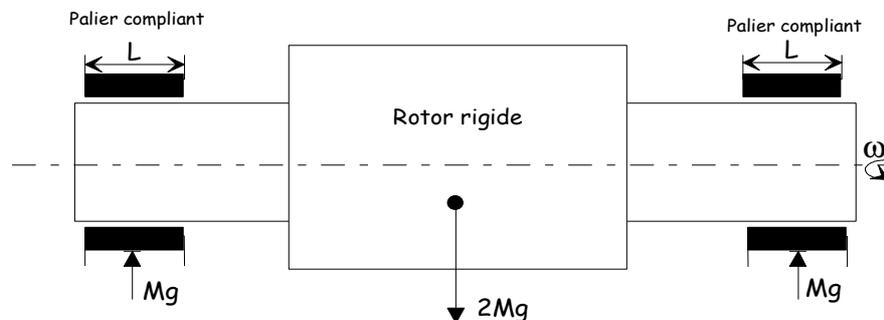


Figure IV-1 : Schéma du système rotor – palier pour l'analyse dynamique non linéaire

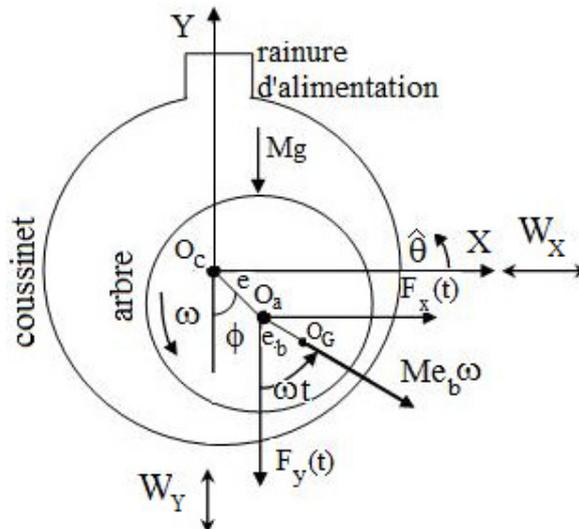


Figure IV-2 : Section droite du palier et bilan des forces statiques et dynamique agissant sur l'arbre.

2. Equations du problème dynamique non linéaire

2-1. Equation de Reynolds en variables sans dimension

Dans le troisième chapitre, nous avons montré qu'en régime dynamique l'équation de Reynolds normalisées en variables sans dimensions dans le cas d'un palier lisse lubrifié par fluide avec la présence des particules solides (*lubrifiant pollué ou contaminé par des particules solides*) dans un solvant newtonien fonctionnant en régime isotherme s'écrit :

$$\frac{1}{G(\phi)^2} \left\{ \frac{\partial}{\partial \theta} \left[G'(\tilde{h}, \tilde{\ell}, \phi) \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} \right] + \left(\frac{R}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \left[G'(\tilde{h}, \tilde{\ell}, \phi) \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} \right] \right\} = 6 \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \theta} + 12 \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \tilde{t}} \quad \text{(IV-1)}$$

Avec, la fonction, $\tilde{G}'(\tilde{h}, \tilde{\ell}, \phi)$ égale :

- Si, le fluide additivé sans particules solides (*fluide propre, $\Phi = 0$*) : $G(\Phi) = 1$,

Ainsi,
$$\tilde{G}'(\tilde{h}, \tilde{\ell}, \phi) = \tilde{h}^3 - 12 \tilde{\ell}^2 \tilde{h} + 24 \tilde{\ell}^3 \operatorname{th} \left(\frac{\tilde{h}}{2 \tilde{\ell}} \right)$$

- Si, le fluide additivé et pollué avec particules solides (*fluide additivé et pollué*) :

$$\tilde{G}'(\tilde{h}, \tilde{\ell}, \phi) = G(\phi) \tilde{h}^3 - 12 \tilde{\ell}^2 \tilde{h} + \frac{24 \tilde{\ell}^3}{\sqrt{G(\phi)}} \operatorname{th} \left(\frac{\tilde{h}}{2 \tilde{\ell}} \sqrt{G(\phi)} \right)$$

Où, la fonction $G(\Phi)$ est due à la présence de la pollution solide dans le fluide lubrifiant est donnée comme suit :

- Pour un fluide additivé propre (*sans particules solides, $\Phi = 0$*) : $G(\Phi) = 1$

- Pour un fluide additivé pollué par des particules solides (*fluide polaire pollué*), par exemple :

- Modèle d' Einstein : $G(\Phi) = (1 + 2.5 \times \Phi)$

- Modèle de Ball et Richmond : $G(\Phi) = \left(1 - \frac{\Phi}{\Phi_m} \right)^{-2.5 \times \Phi_m}$

Sachant que pour un fluide newtonien isovisqueux pollué, la fonction $G'(h, \ell, \phi)$ devient égale: $G'(h, \ell, \phi) = G(\phi) h^3$

- Equation géométrique de film adimensionnée

Pour un palier aligné non déformable l'expression de l'épaisseur du film d'huile adimensionnée est donnée comme suit (éq.III-26) :

$$\tilde{h} = [1 + \tilde{x} \cos \theta + \tilde{y} \sin \theta] \quad \text{(IV-2)}$$

\tilde{h} est l'épaisseur du film adimensionnée.

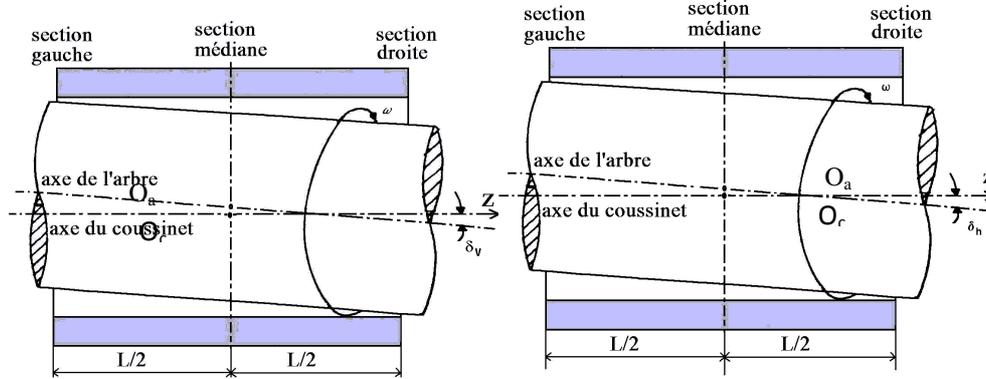
Pour un palier mésaligné l'expression du film d'huile adimensionnée en coordonnées cartésiennes (x, y) est donnée par la formule suivante [1] (figure V-3) :

$$\tilde{h} = \left[1 - \tilde{x} \cos \theta - \tilde{y} \sin \theta + \tilde{z} \left(\frac{R}{C} \right) (\delta_h \cos \theta - \delta_v \sin \theta) \right] \quad \text{(IV-3)}$$

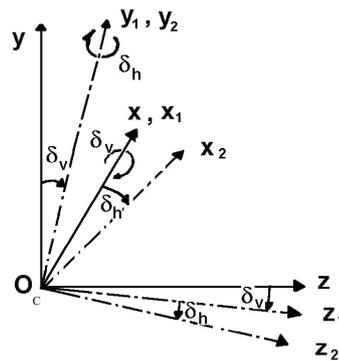
Avec, δ_v et δ_h : paramètres de mésalignement adimensionnés.

Si, $\delta_v = 0$ et $\delta_h \neq 0$: il s'agit d'un mésalignement horizontal de l'arbre dans le plan perpendiculaire au plan contenant le vecteur charge (figure V-3.a).

Si, $\delta_v \neq 0$ et $\delta_h = 0$: il s'agit d'un mésalignement vertical de l'arbre dans le plan axial contenant le vecteur charge (figure V-3.b)



a) Mésalignement vertical (plan $y-z$) b) Mésalignement horizontal (plan $x-z$)



c) Angles de mésalignement

Figure IV-3: Configuration géométrique d'un palier mésaligné

La connaissance à un instant (t) donné de $\tilde{x}, \tilde{y}, \frac{d\tilde{x}}{dt}, \frac{d\tilde{y}}{dt}$ permet de calculer $\tilde{h}, \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \theta}, \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \tilde{t}}$ et de rechercher le champ de pression qui une fois intégré, donne les valeurs des composantes de la portance hydrodynamique adimensionnées (\tilde{F}_x, \tilde{F}_y) dans le repère fixe lié au coussinet :

$$\begin{cases} \tilde{F}_x(\tilde{t}) \\ \tilde{F}_y(\tilde{t}) \end{cases} = \int_{-1/2}^{1/2} \int_0^{2\pi} \tilde{p}(\theta, \tilde{z}, \tilde{t}) \begin{cases} \cos \theta \\ \sin \theta \end{cases} d\theta d\tilde{z} \quad \text{(IV-4)}$$

2-2. Equations de mouvement de l'arbre

L'application du principe fondamental de la dynamique au mouvement de l'arbre permet d'écrire :

$$\vec{Mg} + \vec{F}(t) + \vec{W}_b(t) + \vec{W}(t) = \vec{M}\gamma \quad (\text{IV-5})$$

Dans le cas d'absence d'une excitation dynamique extérieure ($\vec{W}(t)=0$), la projection de l'équation IV-5 sur les axes $\vec{o}_c\vec{x}$ et $\vec{o}_c\vec{y}$ donne :

$$\begin{cases} M\ddot{x} = Mg + F_x(x, y, \dot{x}, \dot{y}) + Me_b\omega^2 \cos(\omega t) \\ M\ddot{y} = F_y(x, y, \dot{x}, \dot{y}) + Me_b\omega^2 \sin(\omega t) \end{cases} \quad (\text{IV-6})$$

2-2-1. Equations de mouvement en variables sans dimension

En divisant les équations IV-6 par MCv^2 les équations de mouvement deviennent :

$$\begin{cases} \tilde{x}'' = \alpha_1 + \alpha_2 \tilde{F}_x + \frac{\varepsilon_b}{\gamma^2} \cos(\tilde{t}) \\ \tilde{y}'' = \alpha_2 \tilde{F}_y + \frac{\varepsilon_b}{\gamma^2} \sin(\tilde{t}) \end{cases} \quad (\text{IV-7})$$

Avec, $\gamma = \frac{v}{\omega}$, $\varepsilon_b = \frac{e_b}{C}$, $\alpha_1 = \frac{g}{Cv^2}$, $\alpha_2 = \frac{\mu_s \omega L}{Mv^2} \left(\frac{R}{C}\right)^3$ et $(\tilde{F}_x, \tilde{F}_y) = \frac{(F_x, F_y)}{\mu_s \omega RL \left(\frac{R}{C}\right)^2}$

Comme le balourd est une excitation dynamique synchrone, on a $\gamma = \frac{v}{\omega} = 1$ (γ étant la fréquence d'excitation relative, $v=\omega$).

Les équations IV-7 constituent un système de deux équations différentielles du second ordre.

3. Résolution des équations de mouvement

Le système différentiel IV-7 peut être résolu par une méthode d'intégration explicite d'Euler qui peut se présenter de la façon suivante:

$$\begin{cases} \tilde{x}'(\tilde{t} + \Delta\tilde{t}) = \tilde{x}'(\tilde{t}) + \tilde{x}''(\tilde{t})\Delta\tilde{t} \\ \tilde{x}(\tilde{t} + \Delta\tilde{t}) = \tilde{x}(\tilde{t}) + \tilde{x}'(\tilde{t} + \Delta\tilde{t})\Delta\tilde{t} \end{cases} \quad (\text{IV-8})$$

Et des équations similaires pour la vitesse et le déplacement suivant Y.

- Le processus de calcul est le suivant :

- A l'instant \tilde{t} , pour une position $(\tilde{x}(\tilde{t}), \tilde{y}(\tilde{t}))$ et des vitesses $(\tilde{x}'(\tilde{t}), \tilde{y}'(\tilde{t}))$ données, on résout l'équation de Reynolds modifiée (IV-1), et l'on en déduit les forces $\tilde{F}_x(\tilde{t})$ et $\tilde{F}_y(\tilde{t})$ (IV-4).
- Le système différentiel IV-7 permet alors de calculer les composantes de l'accélération $\tilde{x}''(\tilde{t})$ et $\tilde{y}''(\tilde{t})$.
- La vitesse et la position à l'instant $(\tilde{t} + \Delta\tilde{t})$ sont déterminées à partir du système d'équations IV-8, le processus de calcul est alors repris en (a).

Il faut souligner que le problème de l'intégration numérique est assez délicat, le choix du pas de temps est important. En effet, des pas trop petits entraînent un temps de calcul important alors que des pas plus grands rendent le processus divergent.

La valeur $\Delta \tilde{t}$ est fonction de la nature du problème étudié, en général comprise entre $\left(\frac{2\pi}{200}\right)$ et $\left(\frac{2\pi}{50}\right)$, pour la réponse à un balourd par exemple, il est difficile de le prévoir à priori [1].

Pour valider le choix du pas de temps, il faut vérifier à ce que l'excentricité relative instantanée ($\varepsilon = \sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2}$) soit inférieure à l'unité.

4. Résolution de l'équation de Reynolds

L'équation de Reynolds modifiée est une équation aux dérivées partielles du second ordre de type elliptique. Les géométries souvent complexes des paliers ainsi que les conditions limites ne permettent pas toujours d'envisager une résolution analytique de cette équation, sauf dans le cas des hypothèses de paliers infiniment court ($L/D \rightarrow 0$) ou des paliers infiniment long ($L/D \rightarrow \infty$).

Pour les paliers de longueur finie (*lorsque l'écoulement est bidimensionnel 2D*), les méthodes actuelles utilisées sont pour la plupart des méthodes numériques telles que les différences finies (MDF) et les éléments finis (MEF). La méthode de discrétisation retenue dans notre étude est celle des différences finies centrées bidimensionnelle (2D).

La méthode des différences finies (2D) est utilisée dans le cas du palier de longueur finie où l'écoulement du fluide est bidimensionnel. Dans cette méthode, simple à mettre en œuvre pour des géométries de films et d'alimentation régulières, le domaine est discrétisé en rectangles élémentaires appelés mailles. La pression aux nœuds du maillage est l'inconnue nodale, les dérivées partielles de la pression sont évaluées en un point du maillage en fonction des valeurs de la pression aux points environnants.

4-1. Discrétisation de l'équation de Reynolds

Dans un palier, les rayons de l'arbre et du coussinet étant voisins, la courbure du film est négligeable, le palier est alors développé suivant sa direction circonférentielle. On est ainsi ramené à un problème bidimensionnel. La figure IV-4 présente la discrétisation du palier par la méthode des différences finies (2D).

Si, on considère que le palier est aligné et que la pression à ses extrémités est nulle, le palier étant symétrique par rapport à la coordonnée axiale z , seul le demi-palier est considéré, figure IV-4. Dans ces conditions, le domaine de discrétisation de l'équation de Reynolds modifiée se réduit à $(0, 2\pi) \times (0, 1/2)$.

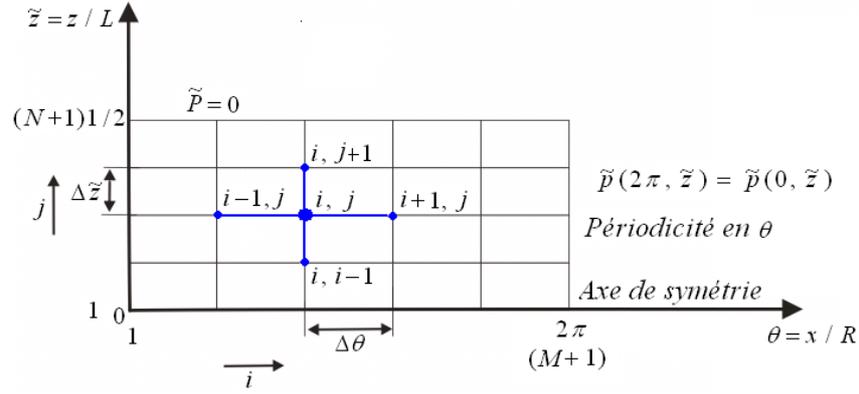


Figure IV-4 : Maillage du film lubrifiant par la MDF (2D) (Discrétisation du demi-palier)

M et N sont respectivement les nombres de mailles suivant θ et \tilde{z} .

$\Delta\theta$ et $\Delta\tilde{z}$ sont respectivement les pas du maillage dans les directions circonférentielle et axiale tel que :

$$\Delta\theta = 2\pi/M$$

$$\Delta\tilde{z} = 0.5/N$$

Les variables continues θ et \tilde{z} sont remplacées par des variables discrètes i et j :

$$\tilde{p}(\theta_i, \tilde{z}_j) = \tilde{p}_{ij}$$

$$\tilde{h}(\theta_i, \tilde{z}_j) = \tilde{h}_{ij}$$

Les gradients de pression en un point du maillage sont approchés par :

$$\left(\frac{\partial\tilde{p}}{\partial\theta}\right)_{ij} = \frac{\tilde{p}_{i+1,j} - \tilde{p}_{i-1,j}}{2\Delta\theta}$$

$$\left(\frac{\partial^2\tilde{p}}{\partial\theta^2}\right)_{ij} = \frac{\tilde{p}_{i+1,j} - 2\tilde{p}_{ij} + \tilde{p}_{i-1,j}}{(\Delta\theta)^2}$$

$$\left(\frac{\partial\tilde{p}}{\partial\tilde{z}}\right)_{ij} = \frac{\tilde{p}_{i,j+1} - \tilde{p}_{i,j-1}}{2\Delta\tilde{z}}$$

$$\left(\frac{\partial^2\tilde{p}}{\partial\tilde{z}^2}\right)_{ij} = \frac{\tilde{p}_{i,j+1} - 2\tilde{p}_{ij} + \tilde{p}_{i,j-1}}{(\Delta\tilde{z})^2}$$

La méthode des différences finies centrées est utilisée pour la discrétisation de l'équation de Reynolds modifiée **IV-1** pour un fluide additivé et pollué. Alors, l'équation aux différences s'écrit comme suit :

$$\tilde{p}_{ij} = a_{ij}\tilde{p}_{i+1,j} + b_{ij}\tilde{p}_{i-1,j} + c_{ij}\tilde{p}_{i,j+1} + d_{ij}\tilde{p}_{i,j-1} - e_{ij} \quad \text{(IV-9)}$$

Où,

$$\begin{cases} a_{ij} = \left[\frac{\tilde{G}'(\tilde{h}, \tilde{\ell}, \phi)}{(\Delta\theta)^2} + \frac{1}{2\Delta\theta} \frac{\partial \tilde{G}'(\tilde{h}, \tilde{\ell}, \phi)}{\partial \theta} \right] \frac{1}{\text{den}_{ij}} \\ b_{ij} = \left[\frac{\tilde{G}'(\tilde{h}, \tilde{\ell}, \phi)}{\Delta\theta^2} - \frac{1}{2\Delta\theta} \frac{\partial \tilde{G}'(\tilde{h}, \tilde{\ell}, \phi)}{\partial \theta} \right] \frac{1}{\text{den}_{ij}} \\ c_{ij} = \left(\frac{R}{L} \right)^2 \left[\frac{\tilde{G}'(\tilde{h}, \tilde{\ell}, \phi)}{\Delta\tilde{z}^2} + \frac{1}{2\Delta\tilde{z}} \frac{\partial \tilde{G}'(\tilde{h}, \tilde{\ell}, \phi)}{\partial \tilde{z}} \right] \frac{1}{\text{den}_{ij}} \\ d_{ij} = \left(\frac{R}{L} \right)^2 \left[\frac{\tilde{G}'(\tilde{h}, \tilde{\ell}, \phi)}{\Delta\tilde{z}^2} - \frac{1}{2\Delta\tilde{z}} \frac{\partial \tilde{G}'(\tilde{h}, \tilde{\ell}, \phi)}{\partial \tilde{z}} \right] \frac{1}{\text{den}_{ij}} \\ e_{ij} = \left[6 \frac{\partial \tilde{h}_{ij}}{\partial \theta} + 12 \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \tilde{t}} \right] \frac{G(\phi)^2}{\text{den}_{ij}} \end{cases}$$

$$\text{den}_{ij} = \left[2\tilde{G}'(\tilde{h}, \tilde{\ell}, \phi) \left(\frac{1}{\Delta\theta^2} + \left(\frac{R}{L} \right)^2 \frac{1}{\Delta\tilde{z}^2} \right) \right]$$

Expression de la fonction, $\tilde{G}'(\tilde{h}, \tilde{\ell}, \phi)$:

-Pour fluide additivé fluide propre (*sans particules solides*) :

$$\tilde{G}'(\tilde{h}, \tilde{\ell}, \phi) = \tilde{h}^3 - 12 \tilde{\ell}^2 \tilde{h} + 24 \tilde{\ell}^3 \text{th} \left(\frac{\tilde{h}}{2\tilde{\ell}} \right)$$

-Pour fluide additivé et pollué avec particules solides (*fluide additivé et pollué*) :

$$\tilde{G}'(\tilde{h}, \tilde{\ell}, \phi) = G(\phi) \tilde{h}^3 - 12 \tilde{\ell}^2 \tilde{h} + \frac{24 \tilde{\ell}^3}{\sqrt{G(\phi)}} \text{th} \left(\frac{\tilde{h}}{2\tilde{\ell}} \sqrt{G(\phi)} \right)$$

Où, la fonction $G(\Phi)$ est due à la présence de la pollution solide par exemple pour le modèle Ball & Richmond est donnée comme suit: $G(\Phi) = \left(1 - \frac{\Phi}{\Phi_m} \right)^{-2.5\Phi_m}$

Notant que, le modèle Ball & Richmond est retenu pour le calcul numérique qui est le modèle le plus valable et plus recommandé de l'utiliser pour tenir en compte des fortes concentrations volumiques des particules solides dans le solvant ($\Phi \leq 50\%$) [2 3]

L'utilisation de l'algorithme de Gauss-Seidel avec coefficients de sur-relaxation donne :

$$\tilde{p}_{ij}^{(K+1)} = (1 - \Omega) \tilde{p}_{ij}^{(K)} + \Omega \left[a_{ij} \tilde{p}_{i+1,j}^{(K)} + b_{ij} \tilde{p}_{i-1,j}^{(K+1)} + c_{ij} \tilde{p}_{i,j+1}^{(K)} + d_{ij} \tilde{p}_{i,j-1}^{(K+1)} - e_{ij} \right] \quad \text{(IV-10)}$$

Où,

K : numéro d'itération

Ω : facteur de sur-relaxation dans la valeur est comprise entre 1 et 2.

Si, $\Omega = 1$, on obtient la méthode de Gauss-Seidel classique.

Si, $\Omega = 2$, la méthode de Gauss-Seidel est non convergente.

Les composantes \tilde{F}_x et \tilde{F}_y de la portance hydrodynamique adimensionnée sont évaluée à l'aide de la formule des trapèzes généralisée :

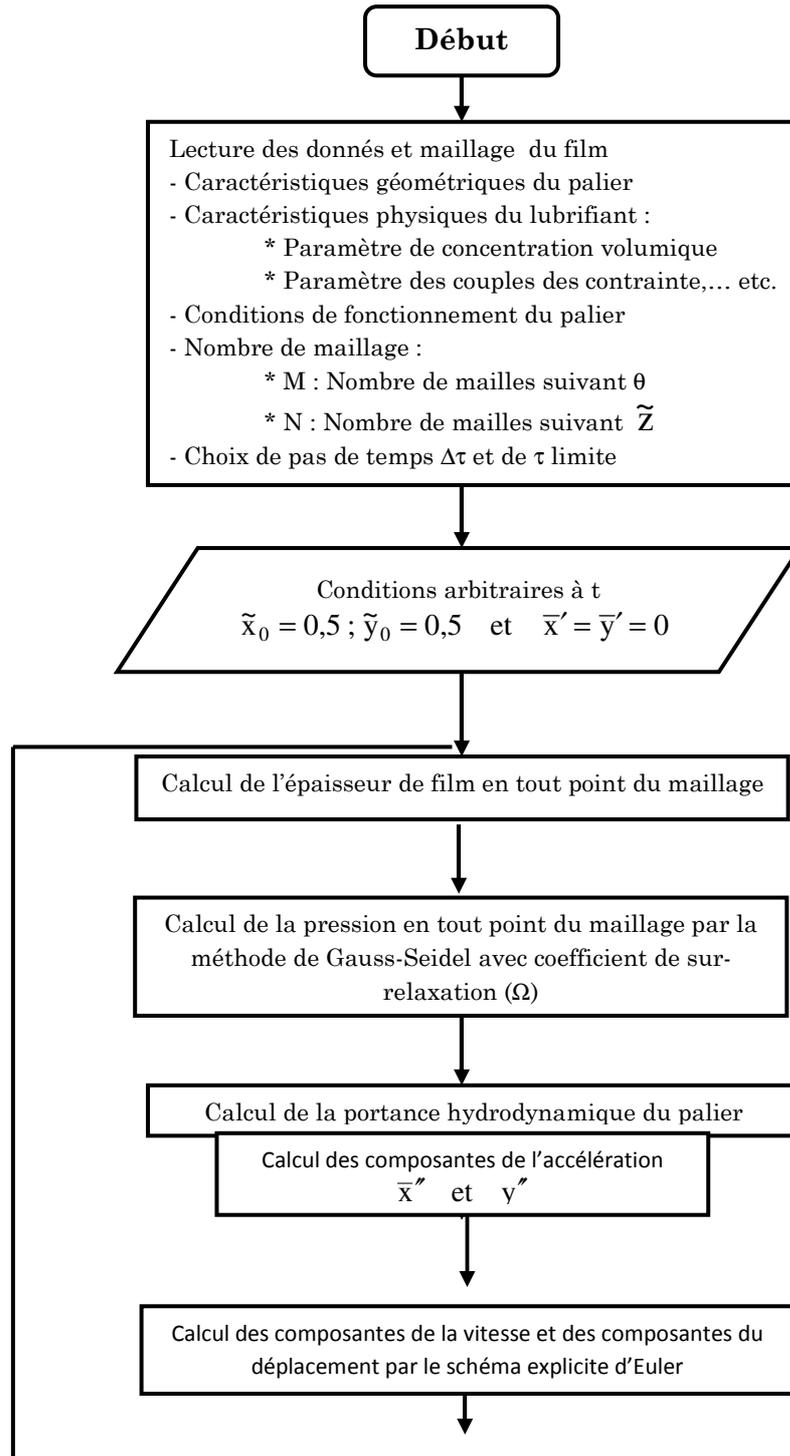
$$\begin{Bmatrix} \tilde{F}_x \\ \tilde{F}_y \end{Bmatrix} = \Delta\theta \Delta\tilde{z} \sum_{i=2}^M \sum_{j=2}^N \tilde{p}_{ij} \begin{Bmatrix} \cos \theta_i \\ \sin \theta_i \end{Bmatrix} \quad \text{(IV-11)}$$

5. Etude paramétrique

L'étude de l'impact des additifs améliorant la qualité des huiles lubrifiantes sur le comportement dynamique non linéaire des paliers hydrodynamiques lubrifiés par fluide pollué par des particules solides, nous a conduit à élaborer un programme de calcul en langage MS Fortran basé sur l'approche numérique en 2D développée précédemment. Ce programme permet de déterminer :

- Les variations de la pression maximale dans le film lubrifiant et de l'épaisseur minimale du film en fonction du temps, qui sont les deux paramètres les plus importants dans la conception des paliers fluides des machines tournantes ;
- Les trajectoires du centre de l'arbre dans le palier, sous charge statique (*le poids par exemple*) et / ou dynamique (*un balourd, par exemple*) ;
- Variations des déplacements suivant les axes X et Y au cours du temps.

L'organigramme succinct du programme de calcul développé est présenté par le schéma suivant IV-5 :



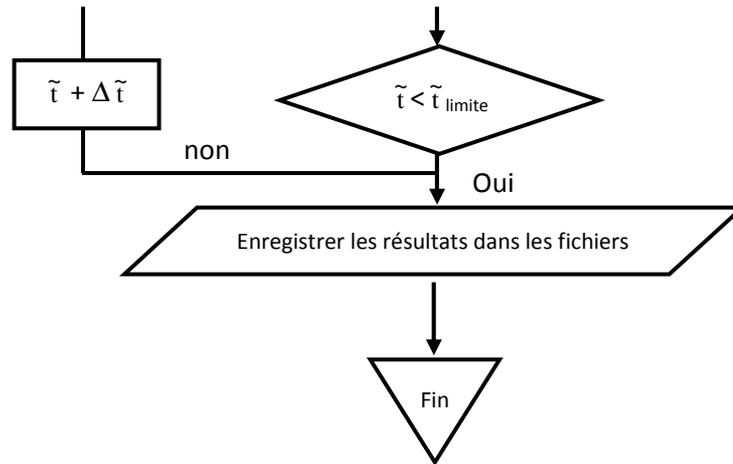


Figure IV-5 : Organigramme du programme du calcul développé pour l'analyse dynamique non linéaire

L'étude paramétrique menée dans cette investigation permet de mettre en évidence l'influence des additives améliorant la qualité des huiles lubrifiantes sur la présence de la pollution solides dans les paliers fluides : étude dynamique non linéaire hydrodynamique, tels que les variations de la pression maximale dans le film, les variations de l'épaisseur minimale du film en fonction du temps afin d'éviter le contact métal-métal entre les surfaces de l'arbre et le coussinet, les trajectoires décrites par le centre de l'arbre et ainsi que les variations des déplacements suivant les axes X et Y au cours du temps pour différentes longueur relatives des chaînes moléculaires des additives et différentes concentrations volumiques de la pollution solides d'un palier lisse cylindrique de turbine dont les caractéristiques sont portées dans le tableau IV-1.

Le calcul des trajectoires a été effectué pour une excentricité relative du balourd nul ($e_b = 0.0$) et une vitesse de rotation de l'arbre, $\omega = 3000\text{rpm}$ qui correspond respectivement à des nombres de Reynolds modifiés, $R^* = \left(\frac{\rho VC}{\mu}\right) \left(\frac{C}{R}\right)$ [4]:

- **Fluide propre** ($\Phi = 0$) : $R^* \approx 36$

- **Fluide pollué par pollution solide**, Modèle de Ball and Richmond :

a) pour une concentration volumique de la pollution, $\Phi = 10\%$, $R^* \approx 27$

b) pour une concentration volumique de la pollution, $\Phi = 30\%$, $R^* \approx 13$

c) pour une concentration volumique de la pollution, $\Phi = 40\%$, $R^* \approx 7$

On constate bien, que l'existence des particules solides dans le fluide lubrifiant joue un rôle très important sur le régime d'écoulement de fluide lubrifiant qui permet de le réduire.

On considère que le régime d'écoulement est laminaire et la dissipation dynamique due au mouvement orbital de l'arbre sur la viscosité du lubrifiant est négligeable pour tous les calculs.

Dans tous les calculs, le pas de temps sans dimension choisi dans le schéma d'Euler est $\Delta\tilde{t} = 2\pi/75$ et le temps adimensionné qui a été fixé pour l'arrêt des calculs est $\tilde{t}_{\text{limite}} = 300$.

Les caractéristiques géométriques, les conditions de fonctionnement et les propriétés physiques du fluide lubrifiant du palier sont données dans le tableau IV-1.

Tableau IV-1 : Caractéristiques géométriques et conditions de fonctionnement du palier

Caractéristiques	Symbole	Unité	Valeur
A- Caractéristiques géométrique			
Diamètre du palier	D=2R	m	0.600
Longueur du palier complet	L	m	0.600
Jeu radial du palier	C	m	9×10^{-4}
B-Propriétés physiques du lubrifiant ISO VG 32			
Masse volumique	ρ	kg/m	860
Viscosité dynamique à : 98,9°C	μ	Pa.s	0.006
C- Conditions de fonctionnement			
Charge appliquée sur le palier complet	Mg	N	2400
Vitesses de rotation du rotor	ω	rpm	3000

5-1. Résultats et discussion

5-1-1. Effets de concentration volumique de la pollution solide sur la pression maximale dans le film lubrifiant

La figure IV-6 présente l'influence des effets de concentration volumique de la pollution solide dans le fluide sur la variation de la pression maximale dans le film lubrifiant en fonction de temps dans la section médiane du palier lubrifié par fluide non additivé pour cinq valeurs de concentration volumique : $\Phi = 0$ (*fluide propre*), 10, 20, 30 et 40 %.

On observe une augmentation importante de la pression maximale dans le film avec l'augmentation de concentration volumique des particules solides (*pollution solide*) dans le film de l'huile lubrifiante. Cette augmentation de la pression maximale est due à l'augmentation de la viscosité effective de mélange (*huile lubrifiante + particules solides*).

Cette augmentation est d'autant plus importante pour une forte concentration volumique de la pollution solide dans le fluide lubrifiant, $\Phi = 40\%$ qui est de l'ordre de 320% par rapport au fluide lubrifiant sans particules solides (*fluide propre*), figure IV-6.

En outre, pour une faible concentration volumique, $\Phi = 10\%$, on n'observe aucun effet significatif à mentionner sur la pression maximale, figure IV-6.

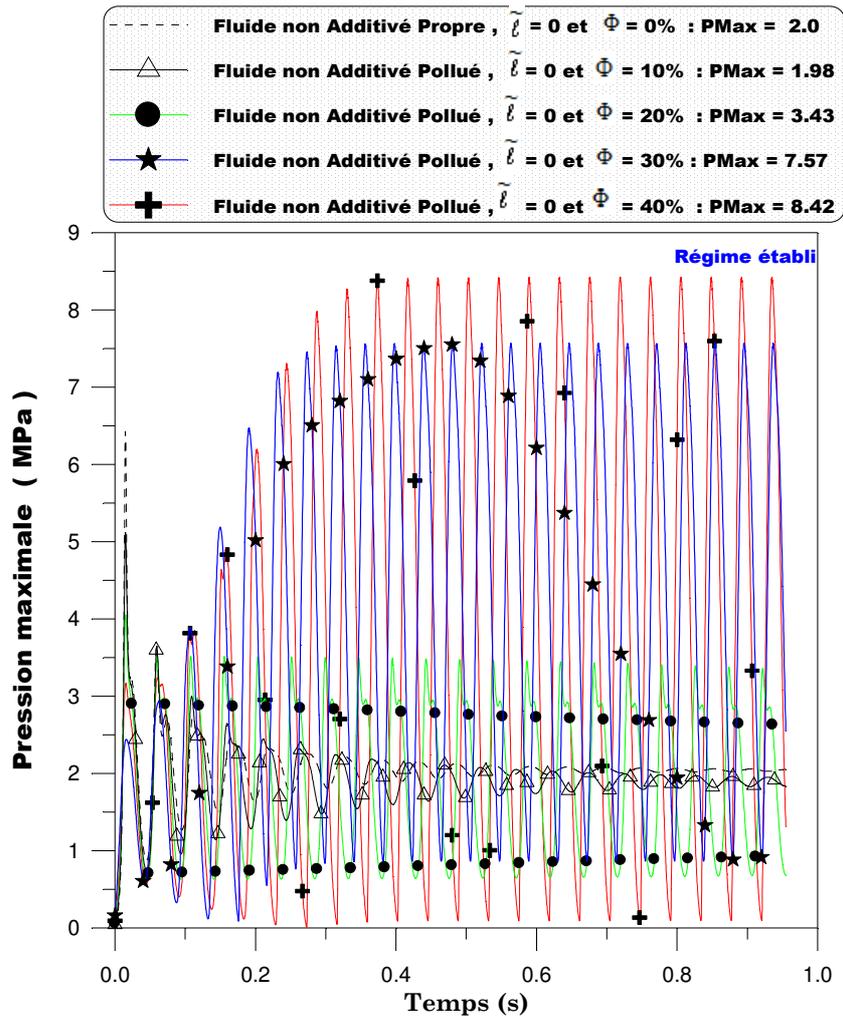


Figure IV-6 : Variations de la pression maximale dans la section médiane de palier en fonction du temps pour différentes concentrations volumiques de la pollution solide dans le palier fluide

5-1-2. Effets de concentration volumique de la pollution solide sur l'épaisseur minimale du film

Les variations de la hauteur minimale du film en fonction du temps dans la section médiane du palier lubrifié par fluide non additivé pour différentes valeurs de concentration volumique de la pollution solide : $\Phi = 0$ (fluide propre), 10, 20, 30 et 40 %, sont présentées sur les figures IV-7.

La figure montre une diminution importante de l'épaisseur minimale du film avec l'augmentation de concentration volumique de la pollution solide dans l'huile lubrifiante.

Cette diminution de l'épaisseur de film minimale devient importante pour des grandes concentrations volumiques de la pollution solide, surtout pour forte concentration

volumique de la pollution solide dans le fluide, $\Phi = 40\%$ qui est de l'ordre de 60% par rapport au fluide propre, figure IV-7.

En outre, pour une faible concentration volumique $\Phi = 10\%$, on observe une petite augmentation de la hauteur minimale de film par rapport au palier lubrifié par fluide propre.

Il convient de noter que, la diminution de l'épaisseur minimale du film au cours du fonctionnement augmente considérablement les risques de grippage et d'avaries par rupture du film d'huile. Il faut rappeler que l'épaisseur minimale du film est un paramètre important dans la conception des paliers fluides.

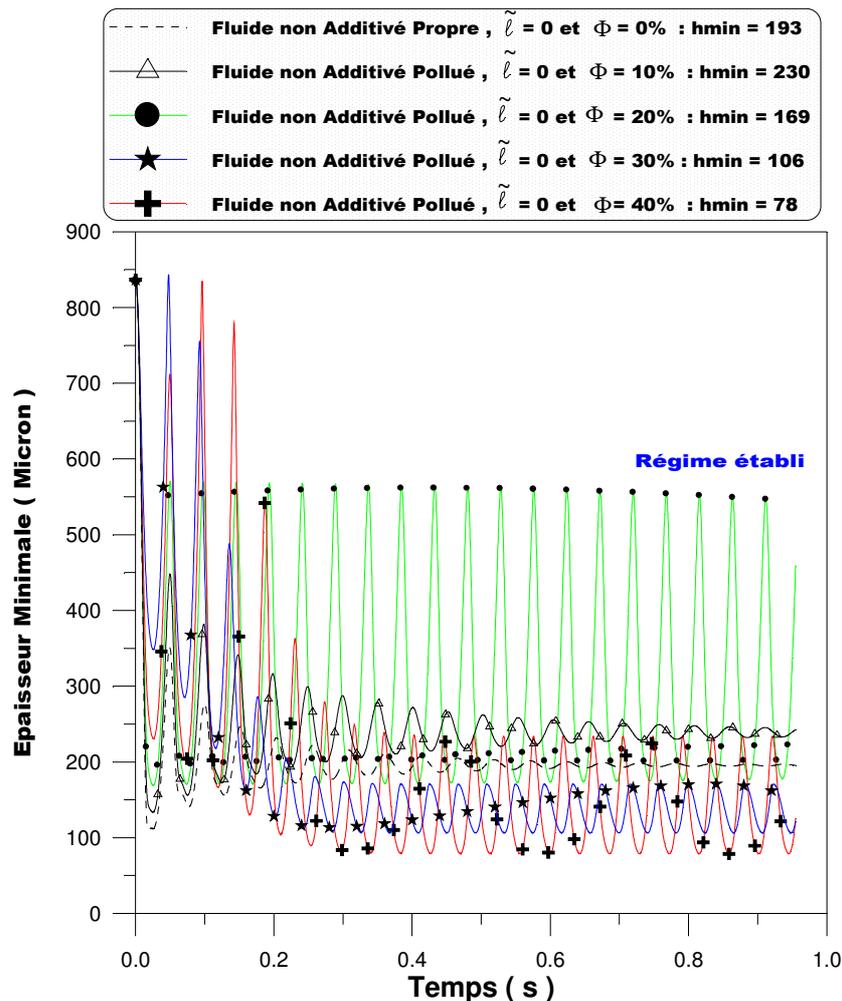


Figure IV-7 : Variations de l'épaisseur minimale de film lubrifiant dans la section médiane de palier en fonction du temps pour différentes concentrations volumiques de la pollution solide

5-1-3. Effets de concentration volumique de la pollution solide sur les trajectoires du centre de l'arbre dans le palier

La figure IV-8 présente les trajectoires du centre de l'arbre au cours du temps dans la section médiane du palier pour différentes valeurs de concentration volumique de la pollution solide choisies : $\Phi = 0, 10, 20, 30$ et 40% .

Dans le cas de fluide propre, $\Phi = 0\%$ et faible concentration volumique de la pollution solide 10% , les trajectoires calculées montrent que le centre de l'arbre s'approche graduellement à une position d'équilibre dynamique dans la section médiane du palier, tandis que celles calculées pour les fortes concentrations volumiques, $\Phi = 30\%$ et 40% , montrent que le centre de l'arbre décrit en régime établi, une orbite circulaire proche de cercle du jeu, ce comportement traduit une position orbitalement stable au sens de la dynamique non linéaire.

Sachant que, le rapprochement du centre de l'arbre au cercle de jeu constitue un réel danger, car il pourrait provoquer un contact métal-métal entre les surfaces de l'arbre et du coussinet du palier fluide.

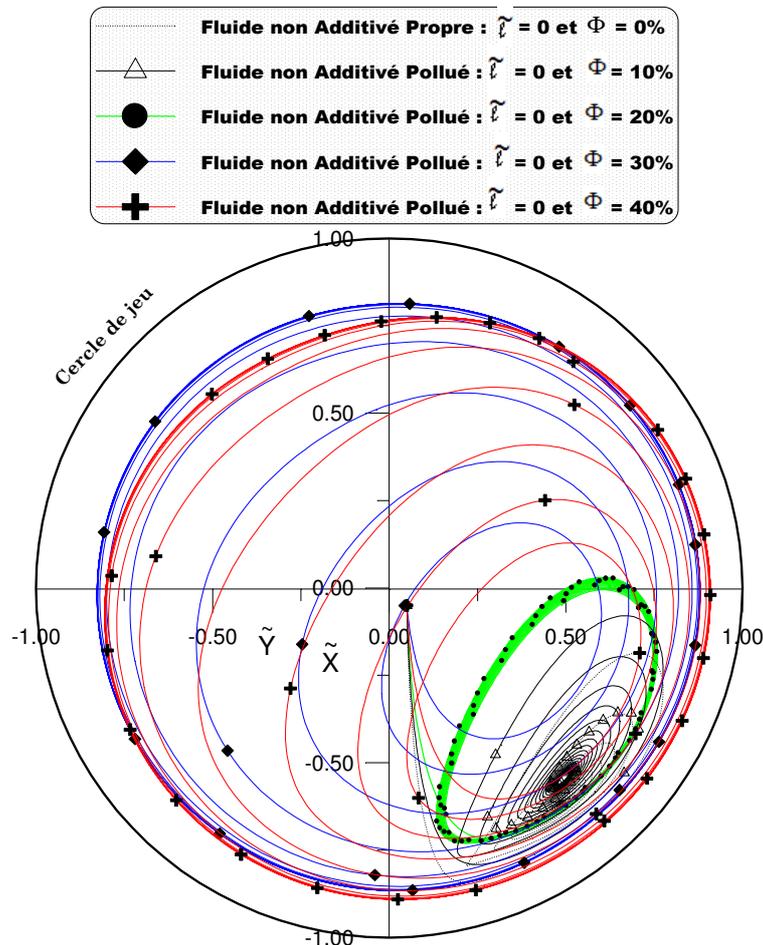


Figure IV-8 : Trajectoires du centre de l'arbre dans la section médiane du palier pour différentes concentrations volumiques de la pollution solide

5-1-4. Impact des additifs améliorant la qualité des huiles lubrifiantes sur la pression maximale dans le film d'un palier lubrifié par fluide pollué par des particules solides

La figure IV-9, présente la variation de la pression maximale dans la section médiane de palier en fonction du temps pour différentes longueurs relatives des chaînes moléculaires des additifs améliorant la qualité des huiles lubrifiantes, $\tilde{\ell} = 0.0$, $\tilde{\ell} = 0.1$, $\tilde{\ell} = 0.3$ et $\tilde{\ell} = 0.4$.

La figure montre l'impact des effets de la longueur de la chaîne moléculaire des additifs sur la présence de forte concentration volumique de la pollution solide dans le palier, $\Phi = 40\%$ qui présente un vrai danger sur le comportement du palier, figure IV-7 et 8.

On observe une diminution significative du pic de pression maximale dans le film avec l'augmentation de la longueur relative de la chaîne moléculaire des additifs.

Cette diminution de pic de pression devient très importante et remarquable pour fluide additivé à grande chaîne moléculaires des additifs, $\tilde{\ell} = 0.4$ correspond une longueur de la chaîne moléculaire, $\ell = 0.36\text{mm}$, par rapport au fluide non additivé et pollué, $\Phi = 40\%$ qui est de l'ordre de 83%.

On peut conclure que les additifs des huiles lubrifiantes jouent un rôle très important sur le pic de pression hydrodynamique dans le film lubrifiant de palier fluide qui permet d'assurer une épaisseur minimale de film lubrifiant suffisante pour éviter le contact métal-métal entre les surfaces de l'arbre et le coussinet dû à la présence de la pollution solide.

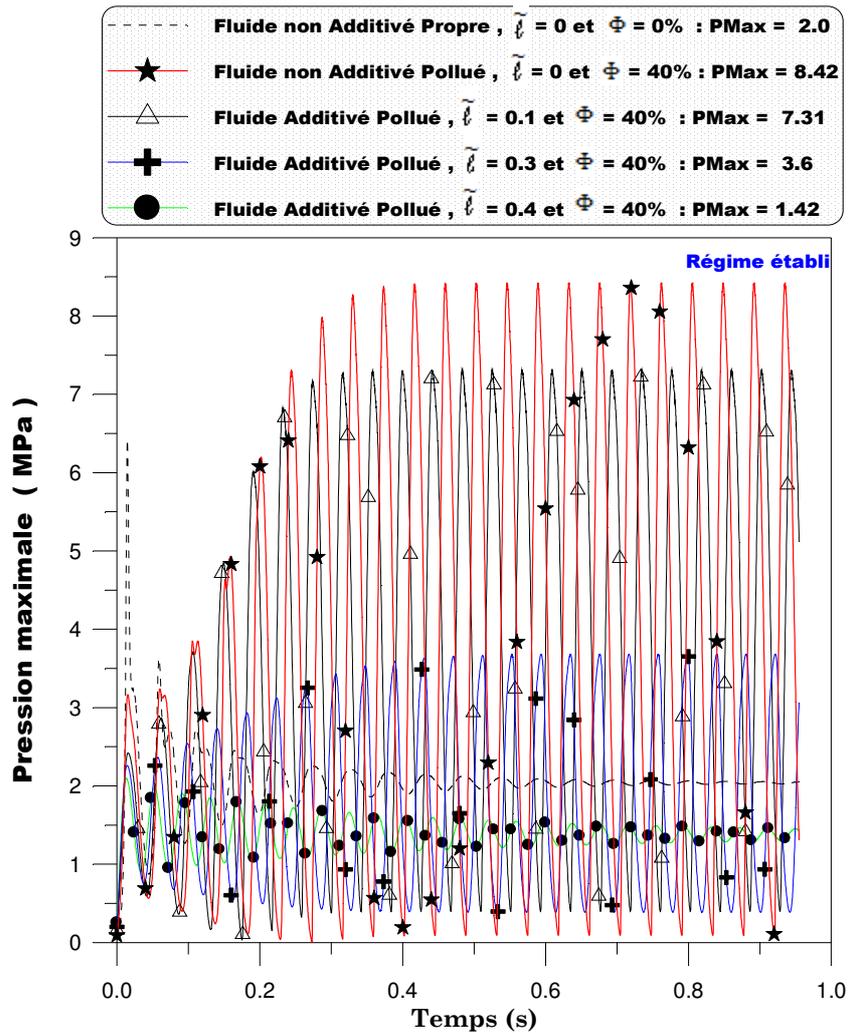


Figure IV-9 : Variations de la pression maximale dans la section médiane de palier en fonction du temps pour différentes longueurs relatives des additives

5-1-5. Impact des additifs des huiles lubrifiantes sur l'épaisseur de film d'un palier lubrifié par fluide pollué par des particules solides

Les variations de l'épaisseur minimale de film lubrifiant dans la section médiane de palier aligné en fonction du temps pour différentes longueur relative des additives, $\tilde{\ell} = 0.0$, $\tilde{\ell} = 0.1$, $\tilde{\ell} = 0.3$ et $\tilde{\ell} = 0.4$ sont présentées sur la figures IV-10.

La figure montre clairement l'impact des effets de différentes longueurs des chaines moléculaires des additives améliorant la qualité des huiles lubrifiantes sur la présence de forte concentration volumique de la pollution solide dans le palier, $\Phi = 40\%$.

On constate une augmentation remarquable de l'épaisseur minimale de film lubrifiant avec l'augmentation de la longueur relative de la chaine moléculaire des additives.

Cette augmentation de l'épaisseur minimale de film devient très importante et remarquable pour fluide additivé à grande chaîne moléculaire des additifs, $\tilde{\ell} = 0.4$ par rapport au fluide pollué et non additive, qui est de l'ordre de 470%.

Il convient de noter que l'augmentation de l'épaisseur minimale du film au cours du fonctionnement diminue considérablement les risques de grippage et d'avaries par rupture du film d'huile dû à la présence de la pollution solide.

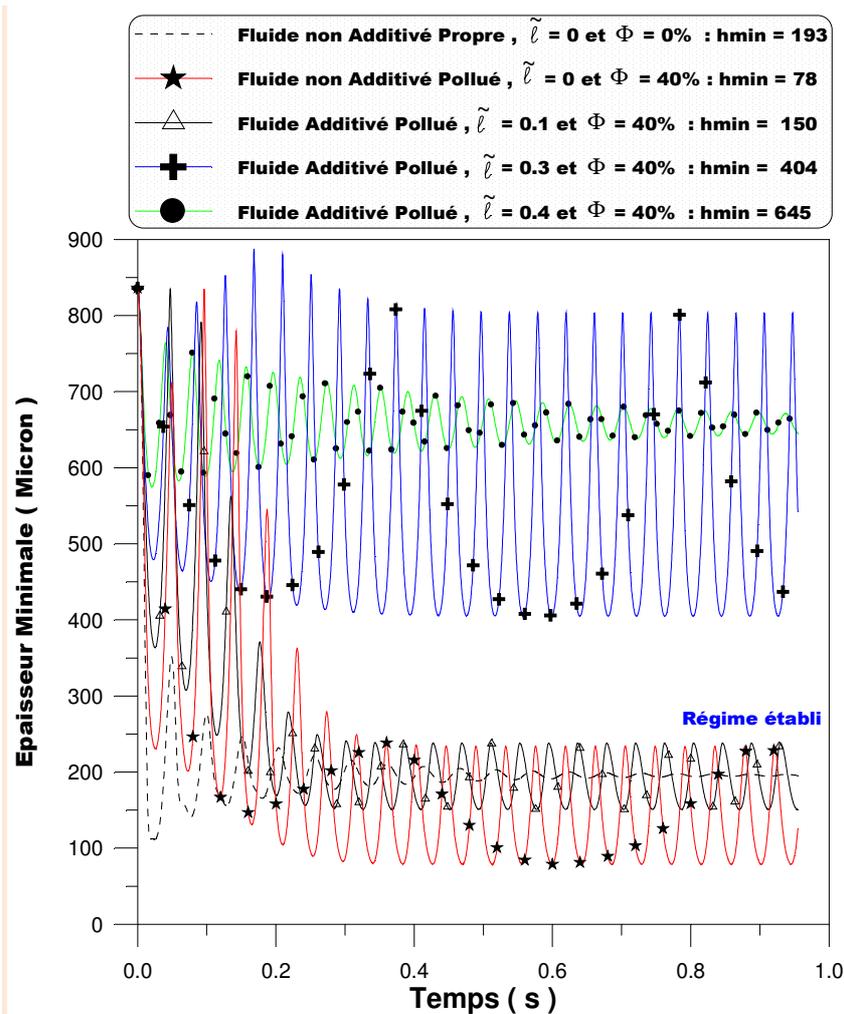


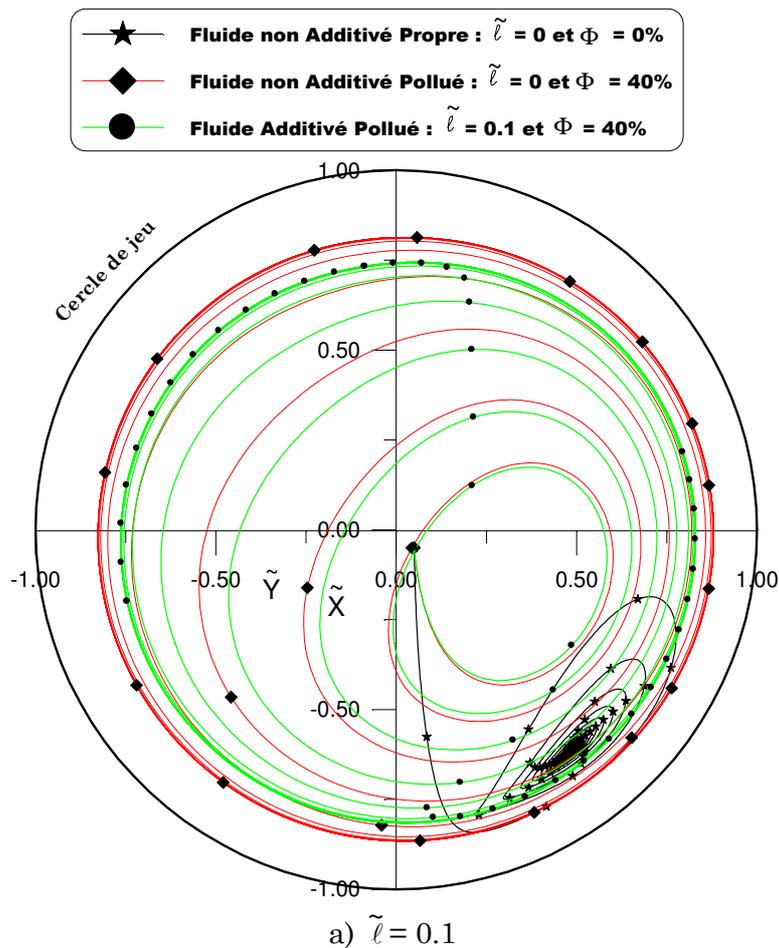
Figure IV-10 : Variations de l'épaisseur minimale dans la section médiane du palier en fonction du temps pour différentes longueurs relatives des chaînes moléculaires des additifs

5-1-6. Effets des additifs améliorant la qualité des huiles lubrifiantes sur les trajectoires du centre de l'arbre dans le palier lubrifié par fluide pollué par des particules solides

La figure IV-11 présente les trajectoires du centre de l'arbre dans le film lubrifiant dans la section médiane de palier en fonction du temps pour différentes longueurs relatives des chaînes moléculaires des additifs, $\tilde{\ell} = 0.0$, $\tilde{\ell} = 0.1$, $\tilde{\ell} = 0.3$ et $\tilde{\ell} = 0.4$.

Les résultats montrent clairement que l'existence des additifs améliorant la qualité des huiles lubrifiantes diminue la taille des orbites décrites par le centre de l'arbre dans le palier surtout pour la grande longueur de la chaîne moléculaire des additifs, $\tilde{\ell} = 0.4$, figure IV-11-c.

On peut conclure que l'existence des additifs de grandes chaînes moléculaires dans les huiles lubrifiantes permet de réduire considérablement les risques de contact métal-métal entre les surfaces de l'arbre et le coussinet dû à la présence de forte concentration de la pollution solide.



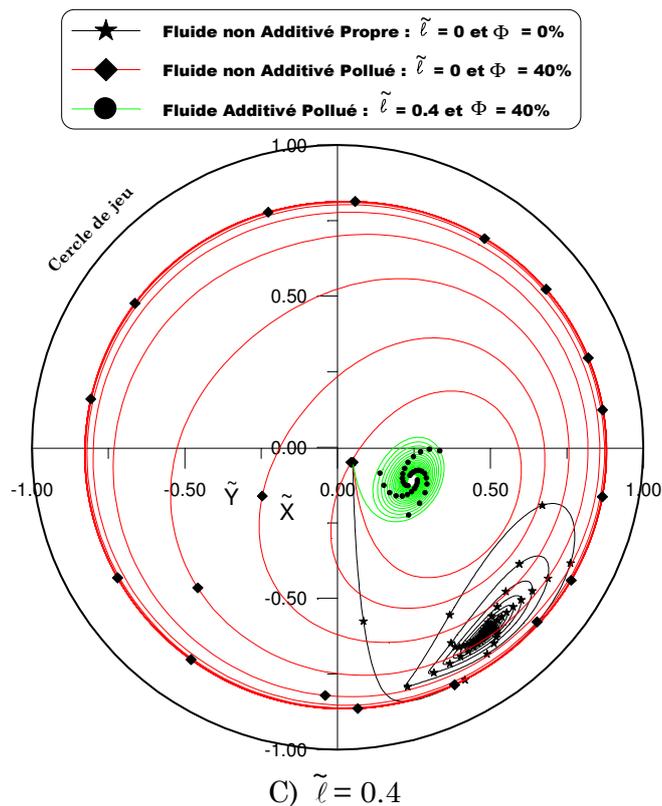
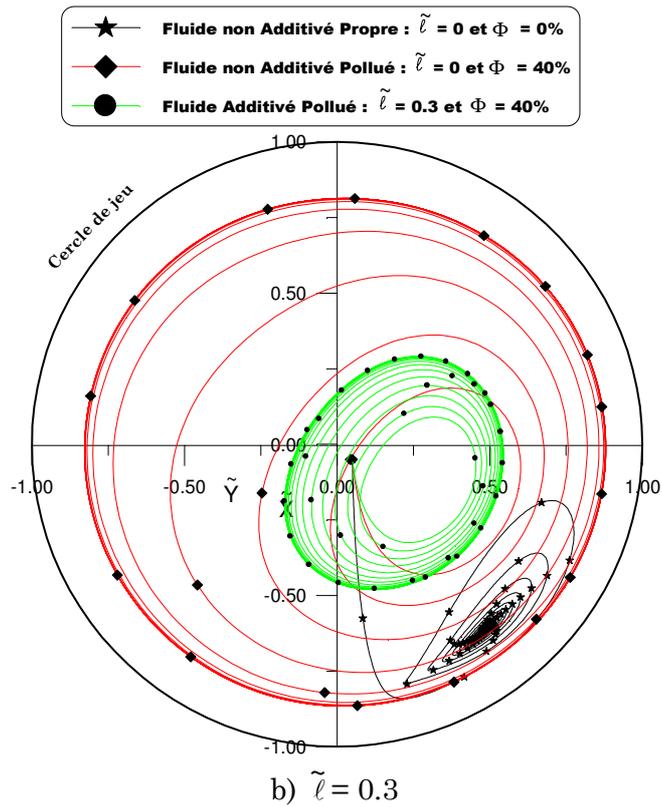


Figure IV-11 : Trajectoires du centre de l'arbre dans la section médiane du palier pour différentes longueurs relatives des chaînes moléculaires des additives

6. Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté d'une part une étude théorique et numérique sur l'influence de la présence de la pollution solide dans le fluide lubrifiant sur les variations de la pression maximale dans le film, de l'épaisseur minimale du film en fonction du temps, ainsi que les trajectoires décrites par le centre de l'arbre dans le palier.

D'autre part, une investigation qui permet de mettre en évidence l'impact des additives améliorant la qualité des huiles lubrifiantes sur la présence de la pollution solide dans les paliers fluides : étude dynamique non linéaire, tels que les variations de la pression maximale dans le film, de l'épaisseur minimale du film en fonction du temps afin d'éviter le contact métal-métal et les trajectoires décrites par le centre de l'arbre dans le palier.

L'étude paramétrique menée dans cette investigation a nous permis de mettre en évidence que :

- Les effets non négligeables de la présence la pollution solide dans les huiles lubrifiantes sur la pression maximale, l'épaisseur minimale de film ainsi que la trajectoire du centre de l'arbre du palier surtout pour des fortes concentrations de la présence de pollution solide ;
- La présence de la pollution solide, par exemple huile lubrifiante pollué par des particules solides dues à l'usure des surfaces de contact, conduit d'augmenter la pression maximale dans le film lubrifiant et de diminuer sensiblement l'épaisseur minimale de film lubrifiant surtout dans le cas des fortes concentrations volumiques de la pollution ;
- L'impact des additives améliorant la qualité des huiles lubrifiantes sur la présente de la pollution solide dans les huiles lubrifiantes surtout pour des fortes concentrations volumiques de la pollution solide dans le palier.
- L'existence des additives améliorant la qualité des huiles lubrifiantes jouent un rôle très important sur le pic pression dans le film lubrifiant de palier fluide qui lui permet d'assurer une épaisseur minimale de film lubrifiant suffisante pour éviter le contact métal-métal entre les surfaces de l'arbre et le coussinet dû à la présence de la pollution solide.
- L'existence des additifs diminue la taille des orbites décrites par le centre de l'arbre dans le palier surtout pour les grandes longueurs des chaines moléculaires des additives.
- Une augmentation de l'épaisseur minimale de film qui est très importante pour les additifs à grande chaine moléculaire, par rapport au fluide pollué et non additive.

Il convient de noter que l'augmentation de l'épaisseur minimale du film au cours du fonctionnement diminue considérablement les risques de grippage et d'avaries par rupture du film d'huile dû à la présence de la pollution solide.

References bibliographies

[1] H. BOUCHERIT, M. LAHMAR et B. BOU-SAID, " Misalignment effects on steady-state and dynamic behaviour of compliant journal bearings lubricated with couple stress fluids ", *Journal of Lubrication Science*, Vol. 20 (2008), pp. 241-268, John Wiley Editor, 2008.

[2] H. Boucherit, B. BOU-SAID, M. LAHMAR, " The Effect Solid Particle Lubricant Contamination on the Dynamic Behavior of Compliant Journal Bearings ", *Journal of Lubrication Science*, Volume 29, Issue 7, pp. 425-439, November 2017, John Wiley Editor, 2017.

[3] Thomas D.G., *Transport characteristics of suspension : a note on the viscosity of newtonian suspensions*

[4] Frêne J., Nicolas D., Degueurce B., Berthe D., Godet M., *Lubrification Hydrodynamique : Paliers et butées*, Collection de la Direction des Etudes et Recherches d'Electricité de France, n° 72, Edition Eyrolle. 1990.

CONCLUSION GENERALE

Afin d'améliorer le rendement et de prolonger la durée de vie des machines tournantes tout en réduisant les pertes de puissance et en évitant le dysfonctionnement de ces dernières, la création de conditions favorables à leur fonctionnement est devenue indispensable ces dernières années.

La présence de polluant solide dans les huiles de lubrification va engendrer des dommages dans la grande majorité des organes de guidage et les supports des machines tournantes au moment de leur fonctionnement dont l'intensité de cette détérioration dépend surtout de type, la taille, le nombre des particules solides présentes entre les deux surfaces en contact ainsi que la pression engendrée dans contact.

Pour minimiser et réduire les problèmes causés par cette pollution solide, des additifs améliorant la qualité des huiles de lubrification ont été largement utilisés. La présence des additifs dans les huiles lubrifiantes permet d'améliorer leurs performances et rendre le comportement rhéologique du lubrifiant non newtonien.

Le travail réalisé de cette investigation est permis de déterminer l'impact de l'utilisation des huiles lubrifiantes additivés sur la présence de la pollution solide dans les paliers hydrodynamiques : étude dynamique non linéaire.

L'étude paramétrique menée dans cette investigation a nous permis de mettre en évidence que :

- Les effets non négligeables de la présence la pollution solide dans les huiles lubrifiantes sur la pression maximale, l'épaisseur minimale de film ainsi que la trajectoire du centre de l'arbre du palier surtout pour des fortes concentrations de la présence de pollution solide ;
- La présence de la pollution solide, par exemple huile lubrifiante pollué par des particules solides dues à l'usure des surfaces de contact, conduit d'augmenter la pression maximale dans le film lubrifiant et de diminuer sensiblement l'épaisseur minimale de film lubrifiant surtout dans le cas des fortes concentrations volumiques de la pollution ;
- L'impact des additives améliorant la qualité des huiles lubrifiantes sur la présente de la pollution solide dans les huiles lubrifiantes surtout pour des fortes concentrations volumiques de la pollution solide dans le palier.
- L'existence des additives améliorant la qualité des huiles lubrifiantes jouent un rôle très important sur le pic pression dans le film lubrifiant de palier fluide qui lui permet d'assurer une épaisseur minimale de film lubrifiant suffisante pour éviter le contact métal-métal entre les surfaces de l'arbre et le coussinet dû à la présence de la pollution solide.

- L'existence des additifs diminue la taille des orbites décrites par le centre de l'arbre dans le palier surtout pour les grandes longueurs des chaînes moléculaires des additives.
- Une augmentation de l'épaisseur minimale de film qui est très importante pour les additivés à grande chaîne moléculaire, par rapport au fluide pollué et non additive.

Il convient de noter que l'augmentation de l'épaisseur minimale du film au cours du fonctionnement diminue considérablement les risques de grippage et d'avaries par rupture du film d'huile dû à la présence de la pollution solide.

On peut conclure, pour prolonger la durabilité des huiles lubrifiantes et améliorer les performances des organes des machines tournantes, il faut utiliser des huiles de bonne qualité, des huiles additivées telles que les huiles semi synthétiques ou synthétiques qui sont plus stable par nature et se polluent moins rapidement au lieu d'utiliser des huiles non additivées ; huiles ordinaires, malgré sont moins chère que les huiles semi synthétiques ou synthétiques.