

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université 8 Mai 1945 Guelma



Faculté des sciences et des technologies
Département électronique et télécommunications
Laboratoire de domiciliation : Laboratoire de Contrôle Avance LABCAV

THÈSE

EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME DE
DOCTORAT EN 3^{ème} CYCLE

Domaine : Sciences et Technologie, Filière : Electronique

Spécialité : Contrôle avancé

Présentée par

Herissi Belgacem

Intitulée

Identification et commande des systèmes basés sur les équations d'ordre fractionnaire

Soutenue le :

Devant le Jury composé de :

Mr. Moussaoui Abdelkrim	Professeur	Université 8 mai 1945 Guelma	Président
Mr Boudjehem Djalil	Professeur	Université 8 mai 1945 Guelma	Rapporteur
Mr. EllaggouneFateh	Professeur	Université 8 mai 1945 Guelma	Examineur
Mr Boudjehem Badreddine	MCA	Université 8 mai 1945 Guelma	Examineur
Mr. Arbaoui Fayçal	Professeur	Université Badji Mokhtar Annaba	Examineur

Année Universitaire :2020/2021

Dédicace

À mes très chers parents pour leur affection et leur amour,

À mon adorable frère, mes adorables sœurs qui ont été une source constante d'encouragement et de soutien.

À tous mes enseignants du primaire jusqu'à ce jour.

À mes collègues de travail.

À tous mes amis.

A tous ceux qui me sont chers.

REMERCIEMENTS

Mon premier remerciement va tout d'abord à Dieu, le miséricordieux, pour m'avoir donné la foi, le courage et la patience qui m'ont permis de réaliser et de finir ce travail.

Je voudrais adresser mes remerciements les plus sincères au Professeur **Boudjehem Djalil**, de l'Université 8 mai 1945 Guelma, qui m'a fait l'honneur d'accepter d'être mon directeur de thèse et pour l'intérêt qu'il a porté à mon travail. «Vous resterez toujours pour moi un symbole exemplaire de l'intégrité scientifique et de la bonne collaboration. Veuillez croire en l'expression de ma gratitude.»

Je tiens à remercier Monsieur **Moussaoui Abdelkrim**, Professeur à l'Université 8 mai 1945 Guelma, pour l'honneur qu'il me fait de présider le jury de ma soutenance.

Je voudrais remercier aussi Monsieur **Arbaoui Fayçal**, Professeur à l'Université de Badji Mokhtar Annaba, Monsieur **Ellagoune Fateh**, Professeur à l'Université 8 mai 1945 Guelma et Monsieur **Boudjehem Badreddine**, Maître de Conférence A à l'Université 8 mai 1945 Guelma pour avoir accepté d'examiner ce travail et pour leur participation au jury.

Je voudrais exprimer ma gratitude à tous ceux qui ont contribué à cette thèse, que ce soit scientifiquement ou par leurs encouragements ou affection. Je remercie également tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin.

Je tiens également à remercier chaleureusement tous les membres du Laboratoire de Contrôle Avancé (LABCAV) de l'Université 8 mai 1945 Guelma.

Je voudrais remercier tous mes amis et mes proches. Vous avez toujours été présents et je tiens à vous témoigner toute ma reconnaissance

Un grand MERCI à vous tous.

Je remercie enfin ma famille, sans qui rien de cela n'aurait été possible.

الملخص

تلعب المطابقة والنمذجة دورًا مهمًا في تحكم الأنظمة، حيث توفر نماذج رياضية للأنظمة الحقيقية. يمكن أن تشمل هذه النماذج أنظمة مفصلة وكذلك أنظمة أكثر تعقيدًا. في الفترة الأخيرة، أصبح تطبيق المشتقات الكسرية واضحًا تمامًا في نمذجة سلوكيات النظام الحقيقي. لقد وجدت التكاملات والمشتقات الكسرية تطبيقًا واسعًا في تحكم الأنظمة الديناميكية، عندما يتم وصف النظام المتحكم به و / أو وحدة التحكم بمجموعة من المعادلات التفاضلية ذات الأس الجزئي. في هذه الأطروحة، نقترح استخدام الحساب الكسري لنمذجة خصائص وسلوكيات الأنظمة الديناميكية، ونقترح أيضًا تقنيات مطابقة جديدة لتصميم وحدات تحكم فعالة للعمليات الحقيقية.

الكلمات المفتاحية: الأنظمة الجزئية، المطابقة، النمذجة، التحكم المتين، تحسين الأدلة العليا.

Abstract

The identification and the modelling play an important role in the control of systems. It provides mathematical models of real systems. These models can include detailed systems as well as more complicated systems. In the recent period, the application of fractional derivatives has become quite evident in the modelling of real system behaviors. Fractional integrals and derivatives have found wide application in the control of dynamic systems, when the controlled system and / or the controller are described by a set of fractional order differential equations. In this thesis, we propose the use of fractional computing to model the characteristics and behaviors of dynamical systems. We also propose new identification techniques for the design of efficient controllers of real processes. In these techniques, we use commensurate and non-commensurate fractional transfer functions in parallel.

Keywords: Fractional systems, Identification, Modelisation, Robust control, Metaheuristic optimization.

Résumé

L'identification et la modélisation jouent un rôle important dans la commande des systèmes. Il fournit des modèles mathématiques des systèmes réels. Ces modèles peuvent englober des systèmes détaillés, ainsi que des systèmes plus compliqués. Dans la période récente, l'application des dérivés fractionnaires est devenue tout à fait évidente dans la modélisation des comportements des systèmes réels. Les Intégrales et dérivés fractionnaires ont trouvés une large application dans la commande des systèmes dynamiques, lorsque le système contrôlé et / ou le contrôleur est décrit par un ensemble d'équations différentielles d'ordre fractionnaires. Dans cette thèse, nous proposons l'utilisation du calcul fractionnaire pour modéliser les caractéristiques et les comportements des systèmes dynamiques, nous proposons aussi de nouvelles techniques d'identification pour la conception des contrôleurs efficaces des processus réels. Dans ces techniques, nous utilisons des fonctions de transfert fractionnaire commensurable et non commensurable parallèlement.

Mots clés: Systèmes fractionnaires, Identification, Modélisation, Commande Robuste, Optimisations, Métaheuristiques.

Table des matières

Introduction générale	1
1 État de l'art sur les systèmes d'ordre fractionnaire	4
1.1 Introduction	4
1.2 Historique	5
1.3 Domaines d'applications du calcul fractionnaire	5
1.3.1 Automatique	6
1.3.2 Génie électrique	7
1.3.3 Mécanique : <i>Diffusion anormale</i>	9
1.3.4 Thermique : <i>Diffusion et équation de la chaleur</i>	9
1.4 Opérateurs d'ordre fractionnaire	12
1.4.1 Définitions fondamentales	12
1.4.1.1 Définition de Gründwald-Leitnikov (G-L)	12
1.4.1.2 Définition de Riemann-Liouville (R-L)	13
1.4.1.3 Définition de Caputo	13
1.5 Propriétés des opérateurs d'ordre fractionnaire	13
1.6 Interprétations géométrique et physique	14
1.7 Méthodes opérationnelles fractionnaires	15
1.7.1 Éléments de base de la Transformée de Laplace	15
1.7.2 Transformée de Laplace de l'intégrale d'ordre fractionnaire	15
1.7.3 Transformée de Laplace de la dérivée d'ordre fractionnaire	16
1.7.3.1 Définition de Riemann-Liouville (R-L)	16
1.7.3.2 Définition de Caputo	16
1.7.3.3 Définition de Grunwald-Letnikov (G-L)	17
1.8 Modélisation des systèmes d'ordre fractionnaire	17

1.8.1	Equation différentielle généralisé	17
1.8.2	Fonction de transfert fractionnaire	18
1.8.3	Représentation d'état des systèmes fractionnaires	18
1.9	Propriétés structurelles des systèmes d'ordre fractionnaire	19
1.9.1	Stabilité	19
1.9.2	Commandabilité et Observabilité	20
1.10	Identification des systèmes d'ordre fractionnaires	20
1.11	Méthodes de la Commande d'ordre fractionnaire	21
1.12	Conclusion	22
2	Synthèse des contrôleurs d'ordres fractionnaire	23
2.1	Introduction	23
2.2	Présentation de la méthode	23
2.2.1	Structure du contrôleur	23
2.2.2	Méthode de réglage	25
2.2.3	Contraintes de synthèse	26
2.3	Application : Commande $PI^\alpha D^\beta$ des systèmes à retard	27
2.3.1	Introduction	27
2.3.2	Définition	27
2.3.3	Différents types des systèmes à retards	28
2.3.3.1	Systèmes à retard de type retardé (DS)	28
2.3.3.2	Systèmes à retard de type neutre (NS)	29
2.3.3.3	Systèmes linéaires invariants à retards discrets	29
2.3.4	Commande par contrôleur PI^α pour un système du premier ordre à retard	30
2.3.4.1	Procédure de conception du Contrôleur PI^α	32
2.3.5	Commande par contrôleur PI^α pour un système d'ordre fractionnaire à retard	34
2.4	Conclusion	37
3	Commande d'ordre fractionnaire des systèmes non linéaires décrits par des modèles flous de Takagi-Sugeno	38
3.1	Introduction	38
3.2	Définition des modèles flous T-S	38

3.3	Méthodes d'obtention des modèles flous T-S	40
3.3.1	Obtention de modèle T-S par identification	40
3.3.2	Obtention de modèle T-S par linéarisation	40
3.3.3	Obtention de modèle T-S par secteur non linéaire	41
3.4	La commande d'ordre fractionnaire	43
3.4.1	Structure du contrôleur	43
3.4.2	Méthodes de réglage du Contrôleur $PI^\alpha D^\beta$	44
3.4.2.1	Optimisation par algorithme génétique	45
3.5	Application : Synchronisation des systèmes chaotiques	47
3.5.1	Introduction	47
3.5.2	Définition	48
3.5.3	Caractérisation du Chaos	49
3.5.4	Domaines d'application du chaos	50
3.5.5	Système Chaotique de Lorenz	50
3.5.6	Modèle flou du système de Lorenz	51
3.5.7	Synthèse de la loi de commande	54
3.5.7.1	Résultats de simulation	54
3.6	Conclusion	57
4	Commande floue à modèle de référence d'ordre fractionnaire	58
4.1	Introduction	58
4.2	Problème de suivi de trajectoire	59
4.2.1	Différents types des systèmes de référence	59
4.2.1.1	Modèles de référence linéaires (LRM)	59
4.2.1.2	Modèles de référence non linéaires (NRM)	60
4.2.1.3	Synthèse de loi de commande	61
4.3	Application : Commande floue T-S d'une turbine éolienne utilisant une GSAP	62
4.3.1	Introduction	62
4.3.2	Modélisation du système étudié	63
4.3.2.1	Modèle dynamique du système TE-GSAP	64
4.3.2.2	Modélisation de la génératrice synchrone à aimants permanents (GSAP)	66
4.3.3	Commande floue de système Turbine-GSAP	69

4.3.3.1	Modèle flou T-S de système TE-GSAP	69
4.3.3.2	Synthèse du contrôleur flou T-S	71
4.3.3.3	Synthèse de stabilité	73
4.3.3.4	Modèle de référence d'ordre fractionnaire et contrôleur non linéaire	75
4.3.3.5	Résultats de simulation	76
4.4	Conclusion	82

Table des figures

1.1	Boucle de commande par régulateur CRONE	7
1.2	Mouvement d'un fluide visqueux sur la surface transversale d'une plaque rigide	12
2.1	Disposition du contrôleur $PI^\alpha D^\beta$ dans le plan (α, β)	25
2.2	système de commande à retour unitaire	25
2.3	Commande d'un système du premier ordre à retard	30
2.4	Réponse indicielle en présence de perturbation pour différentes valeurs du K ($\omega_c = 10$ rad/s et $\phi_m = 50^\circ$)	32
2.5	Réponse indicielle en présence de perturbation pour différentes valeurs du K ($\omega_c = 15$ rad/s et $\phi_m = 65^\circ$)	33
2.6	Diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouvert	33
2.7	Réponse indicielle en présence de perturbation pour différentes valeurs du K ($\omega_c = 10$ rad/s et $\phi_m = 50^\circ$)	36
2.8	Réponse indicielle en présence de perturbation pour différentes valeurs du K ($\omega_c = 15$ rad/s et $\phi_m = 65^\circ$)	36
2.9	Diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouvert	37
3.1	Structure du $PI^\alpha D^\beta$ d'ordre fractionnaire	44
3.2	Organigramme de fonctionnement d'un algorithme génétique	46
3.3	Principe de l'optimisation par algorithme génétique	47
3.4	Principales caractéristiques d'un système chaotique	49
3.5	Représentation visuelle d'un attracteur étrange	49
3.6	Attracteur de Lorenz	51
3.7	Trajectoire d'état $x_1(t)$	53
3.8	Trajectoire d'état $x_2(t)$	53
3.9	Trajectoire d'état $x_3(t)$	53
3.10	Trajectoire d'état $x_1(t)$	55

3.11	Trajectoire d'état $x_2(t)$	55
3.12	Trajectoire d'état $x_3(t)$	55
3.13	Trajectoire des états $x_1(t)$ et $y_1(t)$	56
3.14	Trajectoire des états $x_2(t)$ et $y_2(t)$	56
3.15	Trajectoire des états $x_3(t)$ et $y_3(t)$	57
4.1	Schéma globale de la commande floue T-S	61
4.2	Système éolien	64
4.3	Schéma simplifié de la turbine éolienne	64
4.4	Caractéristiques de la puissance éolienne en fonction de la vitesse de rotation	65
4.5	Coefficient de puissance	66
4.6	Structure d'un moteur synchrone à aimants permanents	67
4.7	Schéma complet de commande floue T-S d'une turbine éolienne utilisant une GSAP	69
4.8	Profil du vent	77
4.9	Vitesse spécifique	77
4.10	Coefficient de puissance	78
4.11	Vitesse de rotation	78
4.12	Allure des courants i_q et i_{qd}	79
4.13	Allure des courants i_d et i_{dd}	79
4.14	Allure des tensions u_q et u_d	80
4.15	Coefficient de puissance	80
4.16	Vitesse de rotation	81
4.17	Variation des performances de contrôleur proposé	82

Liste des tableaux

4.1	paramètres du système étudié	76
4.2	Comparaison des performances de différents types de contrôleur	81

Introduction générale

De nos jours, le monde industriel a connu une amélioration technologique considérable, amenée par la rivalité et des besoins de plus en plus exigeantes en terme de qualité, de performance et de sécurité. Les systèmes industriels modernes s'appuient de plus en plus sur des techniques de commande sophistiquées dont l'objectif est d'atteindre ces nouvelles exigences.

Cette progression technologique et industriel est en important partie dû au grand saut qualitatif qu'a connu l'outil informatique matériel et logiciel, spécialement depuis la création des microprocesseurs et leur standardisation, ce qui a permis de rendre possible l'application des stratégies et des technologies considérées jusqu'à présent comme purement théoriques. Cela est dû encore au développement qu'a connu la recherche fondamentale dans différents domaines comme l'analyse numérique et la théorie des systèmes, ce qui a permis de mettre en œuvre des stratégies et des approches très complexes pour l'identification et la commande des systèmes.

Le calcul fractionnaire est l'une des théorie les plus populaires, car il est peut apporter une résultat efficace à la modélisation, l'identification et la commande des systèmes. La modélisation consiste à trouver un modèle paramétré dont le comportement dynamique approche celui du système, cette représentation est utilisée pour la simulation des systèmes dans le but de la conception et la commande des systèmes. Toutefois, si les systèmes à commander sont d'ordre fractionnaire, leurs modèles associés doivent être aussi d'ordre fractionnaire [1]

Principalement, on a deux grandes classes de modèles qui sont : le modèle de connaissance et le modèle de comportement (expérimental)[2]. Ce classement est établi à propos des

informations qui sont utilisées pour leurs constructions.

La procédure de la conception des modèles à comportement, également appelée identification, consiste à poser une structure mathématique paramétrique qui représente une relation entre l'entrée et la sortie. Pour identifier les paramètres de l'équation, on utilise les mesures disponibles. On utilise alors des méthodes d'optimisation, afin d'estimer les paramètres du modèle choisi [3].

La conception de la commande d'ordre fractionnaire est effectuée à l'aide d'un contrôleur en se basant dans leur synthèse sur des modèles non entiers : soit par l'équation différentielle fractionnaire généralisée, ou, par sa fonction de transfert fractionnaire ou bien, par la représentation d'état fractionnaire, ce contrôleur permettait d'assurer la stabilité et les performances de système, ainsi que la robustesse de la commande.

Les travaux présentés dans cette thèse s'inscrivent dans le cadre de la modélisation des systèmes réels basés sur les équations d'ordre fractionnaire. L'objectif consiste à développer des méthodes efficaces pour une meilleure description de comportement des systèmes en question. Nous proposons aussi d'utiliser les modèles obtenus pour la conception et la synthèse des contrôleurs d'ordre fractionnaire afin d'améliorer leurs performances pour satisfaire un cahier de charges. Dans ce contexte, nous proposons des méthodes pour la détermination de lois de commande, basées sur les équations d'ordre fractionnaire.

Cette thèse est organisée en quatre chapitres :

Dans le premier chapitre, un état de l'art sur les systèmes d'ordre fractionnaire est présenté pour décrire les différentes définitions des opérateurs d'ordre fractionnaire, leurs propriétés ainsi que leurs interprétations géométrique et physique, les techniques d'identification et de commande d'ordre fractionnaire les plus utilisées dans la littérature sont présentées.

Dans le deuxième chapitre, on présente une méthode de synthèse de contrôleurs d'ordres fractionnaire sous contraintes. L'objectif de synthèse est de garantir la robustesse aux variations du gain du système. une application à la commande $PI^\alpha D^\beta$ des systèmes à retard est présentée pour montrer l'efficacité de la méthode présentée.

Le troisième chapitre traite la commande d'ordre fractionnaire des systèmes non-linéaire représentés par des modèles flous de Takagie-Sugeno (T-S). Ce chapitre comporte trois parties. La première partie est dédié aux modèles T-S, leurs structures ainsi que les différentes méthodes de les obtenir. La deuxième partie est consacré à la commande d'ordre fractionnaire. Cette partie commence par la définition de structure du contrôleur fractionnaire $PI^\alpha D^\beta$, puis présente la technique de réglage de ce dernier, on terminera cette chapitre par une application à la synchronisation des systèmes chaotiques.

Le quatrième et le dernier chapitre est dédié à la commande floue à modèle de référence d'ordre fractionnaire d'une classe de systèmes non-linéaire. Cette commande a pour but de résoudre le problème de poursuite de trajectoire, tout en assurant l'amélioration de la performance et de la robustesse. L'efficacité de cette stratégie est montrée à l'aide d'application à la commande d'une turbine éolienne utilisant une GSAP.

Finalement, on terminera cette thèse par une conclusion générale qui résume les résultats obtenus et expose quelques perspectives pour les futurs travaux de recherche.

Chapitre 1

État de l'art sur les systèmes d'ordre fractionnaire

1.1 Introduction

Les systèmes d'ordre fractionnaire ont reçu un intérêt considérable dans divers domaines des sciences de l'ingénierie et des sciences physiques. Ces systèmes sont généralement décrits par des équations différentielles d'ordre non entier. La conception de la commande d'ordre fractionnaire est effectuée à l'aide d'un contrôleur en se basant dans leur synthèse sur des modèles non entiers, ce contrôleur permettait d'assurer la stabilité et les performances de système, ainsi que la robustesse de la commande [4].

Dans ce chapitre, nous présentons un état de l'art sur les systèmes d'ordre fractionnaires, ainsi que les différentes définitions des opérateurs d'ordre fractionnaire, leurs propriétés et leurs transformés de Laplace. Ensuite, des interprétations géométriques et physiques de la dérivation d'ordre non entier seront présentées. A la fin de ce chapitre, les techniques d'identification et de commande d'ordre fractionnaire les plus utilisées dans la littérature seront exposées.

1.2 Historique

Le calcul fractionnaire est le domaine l'aire de l'analyse mathématique, la recherche et l'application des intégrales et des dérivées d'ordre fractionnaire. L'origine du calcul fractionnaire commença par une question clé de Leibniz, à qui on doit l'idée de la dérivation fractionnaire. Il introduisit le symbole $\frac{d^n}{dx^n} f(x)$ pour désigner la dérivé $n^{\text{ième}}$ d'une fonction f . Ce fut peut-être un jeu naïf des symboles qui poussa l'hôpital à s'interroger sur la possibilité d'avoir n dans Q . Il posa la question : "Qu'est-ce que $d^n/dx^n f(x)$ signifie si $n = 1/2$?". En 1695, dans une lettre à l'hôpital, Leibniz écrivit prophétiquement : "Ainsi il s'ensuit que $d^{(1/2)}x$ sera égal $x^2\sqrt{(dx : x)}$, un paradoxe apparent dont l'on tirera un jour d'utiles conséquences".

Sur ces questions, nous retrouvons les contributions de grands mathématiciens tels qu' Euler ou Lagrange [5] au XVIIIe siècle, P.S. Laplace, J.B.J. Fourier, J. Liouville (1832,1837) ou B. Riemann (1847) au XIXe siècle, A.K. Grünwald (1867) et A.V. Letnikov (1868) dans la seconde moitié du même siècle, H. Laurent (1884), P.A. Nekrassov (1888), A. Krug (1890), J. Hadamard (1892), O. Heaviside (1892-1912), S. Pincherle (1902), G.H. Hardy et J.E. Littlewood (1917-1928), H. Weyl (1917), P. Lévy (1923), A. Marchaud (1927), H.T. Davis (1924-1936), A. Zygmund (1935-1945), E.R. Love (1938-1996), A. Erdélyi (1939-1965), H. Kober (1940), D.V. Widder (1941), M. Riesz (1949).

En 1974, B. Ross organisé la première conférence internationale sur le calcul fractionnaire à l'université de New Haven. Mais de nos jours les conférences et les éditions consacrées entièrement ou partiellement aux systèmes d'ordre fractionnaire et leurs applications se comptent par dizaines chaque année.

1.3 Domaines d'applications du calcul fractionnaire

Les applications de la théorie des systèmes à dérivée non entier apparaissent de plus en plus fréquemment dans les différents champs de recherche. Toutefois, l'intérêt progressif que l'on porte à ces systèmes et les applications en sciences de l'ingénieur restent encore peu

développés. On peut noter que pour les exemples de domaines présentés ci dessous, les opérateurs fractionnaires sont utilisés soit comme un outil de modélisation, soit comme un outil de commande. Par exemple, comme application des systèmes fractionnaires à l'automatique, on peut évoquer Matignon et Andréa-Novel qui présentent une stabilisation basé sur un observateur généralisant l'approche polynomiale des systèmes d'ordre entier, toutefois sans discuter des difficultés de l'implantation d'un intégrateur fractionnaire [6, 7].

1.3.1 Automatique

En automatique, peu d'auteurs ont utilisé des lois de commande introduisant des dérivées fractionnaires. Podlubny [8, 9], Chen et al. [10] et Caponetto et al. [11] ont montré que la meilleure méthode pour assurer un contrôle efficace des systèmes fractionnaires, est l'utilisation de contrôleurs d'ordre fractionnaires. Ils proposent une généralisation des contrôleurs traditionnels PID. Mbodje, Montseny et Matsuda et Fuji (1993) ont appliqué avec succès des lois de commande fractionnaires à des systèmes à paramètres distribués [12].

En 1991, Alain Oustaloup introduit la commande CRONE (abréviation de Commande Robuste d'Ordre Non Entier). Cette dernière permet la synthèse dans le domaine fréquentiel de commandes dynamiques robustes par retour de sortie pour des systèmes linéaire de temps invariant (LTI : *Linear Time Invariant*), incertains, mono-variables (SISO : *Single Input Single Output*) ou multi-variables (MIMO : *Multiple Input Multiple Output*). La stratégie CRONE a été appliquée à de nombreux systèmes industriels : spectroscopie, suspension d'automobile, robot-cueilleur, charrue électro-hydraulique, batterie pour voitures, etc.

Le contrôleur proposé par Oustaloup [13] est donné par la forme suivante :

$$C_m(s) = C_0 \left(\frac{1 + s/\omega_b}{1 + s/\omega_h} \right)^m \quad (1.1)$$

Avec C_0 , $\omega_b > 0$, $\omega_h > 0$, et $m > 0$ sont des paramètres du régulateur, m étant non entier. Le schéma fonctionnel de contrôleur CRONE montré dans la figure 1.1

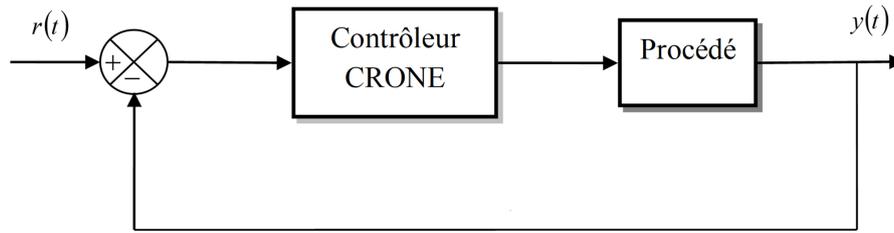


FIGURE 1.1 – Boucle de commande par régulateur CRONE

Les performances obtenues sont intéressantes dans le cas de la commande CRONE puisqu'il ne s'agit pas seulement de maintenir la stabilité comme dans le cas de l'approche (robustesse de la stabilité), mais encore mieux, de satisfaire des considérations de robustesse plus sévères : il s'agit de la robustesse du degré de stabilité et du coup, l'objectif est le maintien de la performance dynamique nominale fixée par le facteur d'amortissement nominal.

1.3.2 Génie électrique

La dérivée fractionnaire procure un excellent moyen pour la description des dispositifs dont le fonctionnement repose sur la diffusion d'une grandeur (champ, température,...). à titre d'exemple, grâce à des données expérimentales, Schmidt et Drumheller [14] montrent que le courant qui traverse un condensateur est proportionnel à la dérivée non entière de la tension. En effet, en utilisant un composé ($LiN_2H_5SO_4$) et en procédant à des mesures que sur une large gamme de températures et de fréquences, ils constatent que les parties réelle et imaginaire de la susceptibilité ou encore, de la fonction de diélectrique $\varepsilon = \varepsilon' + j\varepsilon''$ sont très grandes $\varepsilon' \approx \varepsilon'' \approx 10^6$ et varient en fonction de la fréquence suivant un ordre de puissance $\frac{1}{2}$ (avec $\varepsilon' \in R$ et $\varepsilon'' \in R$). Dans [14, 15], nous trouvons la relation suivante, valable pour un composé :

$$\varepsilon = \varepsilon' \omega^{-\frac{1}{2}} (1 - j) = \varepsilon' \sqrt{2} (j\omega)^{-\frac{1}{2}}, \quad \text{avec } j = \sqrt{-1} \quad (1.2)$$

En utilisant la relation entre la fonction diélectrique et l'impédance, on obtient la relation suivante :

$$Z = \frac{1}{j\omega C_e \varepsilon} \quad (1.3)$$

Où C_e est une constante. En substituant la relation (1.2) dans (1.3), on a

$$Z = \frac{1}{j\omega C_e \varepsilon' \sqrt{2} (j\omega)^{\frac{-1}{2}}} \quad (1.4)$$

Qu'on peut éventuellement mettre sous la forme

$$Z = \frac{1}{(j\omega)^{\frac{-1}{2}}}, \quad \text{avec} \quad K = \frac{1}{\sqrt{2} C_e \varepsilon'} \quad (1.5)$$

Où encore, en fonction de la variable de Laplace S

$$Z = \frac{K}{S^{\frac{1}{2}}} \quad (1.6)$$

L' équation (1.6) montre en effet que l'on peut bien définir une impédance fractionnaire de capacité, qui peut être fabriquée à partir de composition de matériaux spécifiques et par conséquent définir le terme de "Fractor", par analogie au terme anglais "Capacitor", pour mettre l'accent sur le caractère fractionnaire de l'impédance. La réalisation d'une impédance fractionnaire peut se faire par juxtaposition en série de cellules Résistance-Capacité (d'impédance traditionnelle).

Modélisation des machines asynchrones et synchrones : Les machines électriques sont des composants présents partout dans les systèmes et réseaux d'énergie électrique, que ce soit pour la production (centrales électriques) ou pour les usages domestiques ou industriels en incluant le transport. Avec l'électrification croissante des principaux domaines industriels, on trouve des actionneurs électriques dans les réseaux de forte puissance comme ceux de taille plus réduite (réseaux embarqués) [16].

L'idée principale consiste à insérer des impédances d'ordre non entier dans les schémas équivalents classiques de machines en tenant compte de la localisation des courants induits dans la machine. Dans [14], une étude analytique a permis de valider cette approche dans le

cas de la machine asynchrone. Cette démarche permet de construire des modèles de connaissance et d'ordre réduit des machines électriques tournantes, fiables sur une large plage de fréquences et avec un nombre minimal de paramètres.

1.3.3 Mécanique : *Diffusion anormale*

Les systèmes d'ordre fractionnaires sont tout particulièrement intéressants pour représenter finement et avec un ordre réduit les milieux hétérogènes. Par conséquent, plusieurs travaux ont été réalisés dans la littérature par divers chercheurs. Nous pouvons citer par exemple [17] et auparavant [18] ils ont remarqué que le milieu est capable de retenir une certaine mémoire, de plus le transport de masse n'obéit pas à la loi de diffusion normale, la dérivation fractionnaire est un moyen approprié pour modéliser la diffusion anormale dans les milieux où les particules des fluides subissent des retards irréguliers. Par exemple pour la modélisation du mouvement Brownien avec un champ des forces extérieures. Afin de décrire le transport anormal, Metzler et Klafter [19] ont introduit une version fractionnaire en temps.

$$\partial_t P(x, t) = D_t^{1-\gamma} \left(\partial_x F(x) + \frac{d}{2} \partial_x^2 \right) P(x, t) \quad (1.7)$$

Où D_t^γ est la dérivée fractionnaire au sens de Riemann-Liouville, $P(x, t)$, d , $F(x)$ sont respectivement la densité, le coefficient de la diffusion, la force extérieure.

1.3.4 Thermique : *Diffusion et équation de la chaleur*

L'exemple le plus simple de système fractionnaire est l'équation de la chaleur à une dimension spatiale, commandée aux bords. En opérant un bon choix de la variable de sortie, nous obtenons un dérivateur d'ordre $\frac{1}{2}$. A partir de ce transfert, il n'est pas compliqué de construire un système physique idéalisé qui représente un transfert fractionnaire propre, à savoir un transfert d'ordre deux avec une dérivation d'ordre $\frac{3}{2}$. Cet exemple a été traité dans [20] et repris dans [9, 21] On rappelle que l'équation de la chaleur est donnée par l'équation

aux dérivées partielles :

$$\frac{\partial v}{\partial t}(t, x) = c \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}(t, x), \quad t > 0, \quad -\infty < x < 0 \quad (1.8)$$

Où t est une variable scalaire libre symbolisant le temps, x une variable libre scalaire ou vectorielle, représentant l'espace et c une constante positive. Nous nous intéressons ici à l'équation de la chaleur à une dimension spatiale; où la variable libre x est scalaire. Nous considérons les conditions initiales et aux limites suivantes :

$$\begin{cases} v(0, x) = 0 & \text{pour } x < 0 \\ v(t, 0) = u(t) & \text{pour } x = 0 \\ \lim_{x \rightarrow \infty} v(0, x) = 0 & \text{pour } t > 0 \end{cases} \quad (1.9)$$

Nous supposons u que est une fonction de type exponentiel avec variation bornée presque partout (ceci garanti l'existence de la transformée de Laplace de v et la validité de la formule intégrale de la transformée inverse). Ainsi, le problème peut être résolu par passage dans le plan opérationnel. En utilisant la transformée de Laplace nous obtenons :

$$\frac{\partial^2 \hat{v}(s, x)}{\partial x^2} = \frac{s}{c} \hat{v}(s, x), \quad \text{pour } x > 0 \quad (1.10)$$

$$\hat{v}(s, 0) = \hat{u}(s) \quad (1.11)$$

La solution formelle de (1.1) est

$$\hat{v}(s, x) = C_1(s) \exp(-x \sqrt{\frac{s}{c}}) + C_2(s) \exp(x \sqrt{\frac{s}{c}}) \quad (1.12)$$

Pour des raisons de bornitude, et tenant compte de la condition aux limites $\hat{v}(S, 0) = \hat{v}(S)$ on obtient :

$$\hat{v}(s, x) = \hat{u}(S) \exp\left(x \sqrt{\frac{s}{c}}\right) \quad (1.13)$$

Pour $x > 0$

$$\exp\left(x \sqrt{\frac{s}{c}}\right) = L\left\{\frac{x}{2\sqrt{\pi c}} t^{-\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{x^2}{4ct}\right)\right\} \quad (1.14)$$

Soit :

$$v(t, x) = \frac{x}{2\sqrt{\pi c}} \int_0^t \tau^{-\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{x^2}{4c\tau}\right) u(t - \tau) d\tau \quad (1.15)$$

D'une part, on vérifie que (1.14) est bien une solution de l'équation (1.8), d'une autre part, à partir de (1.13), on déduit que :

$$\frac{d\hat{v}(S, x)}{dx} = \frac{1}{\sqrt{c}} S^{\frac{1}{2}} \hat{v}(S, x) \quad (1.16)$$

Et en particulier

$$\frac{dv(S, 0)}{dx} = \frac{1}{\sqrt{c}} S^{\frac{1}{2}} \hat{u}(S, x) \quad (1.17)$$

Si nous définissons comme variable de sortie :

$$y(t) = \sqrt{c} \frac{dv(t, 0)}{dx} \quad (1.18)$$

Nous obtenons le transfert suivant :

$$\hat{y}(S) = S^{\frac{1}{2}} \hat{u}(S) \quad (1.19)$$

Ce qui permet d'établir le constat suivant : l'équation de transfert de la chaleur avec l'entrée u et la sortie y est donc un dérivateur d'ordre $\frac{1}{2}$.

Cet exemple peut être interprété physiquement comme le mouvement d'un fluide visqueux sur la surface transversale d'une plaque rigide dont le rapport entre la viscosité μ et la masse volumique ρ est égal à $\frac{\mu}{\rho}$ (Figure 1.2).

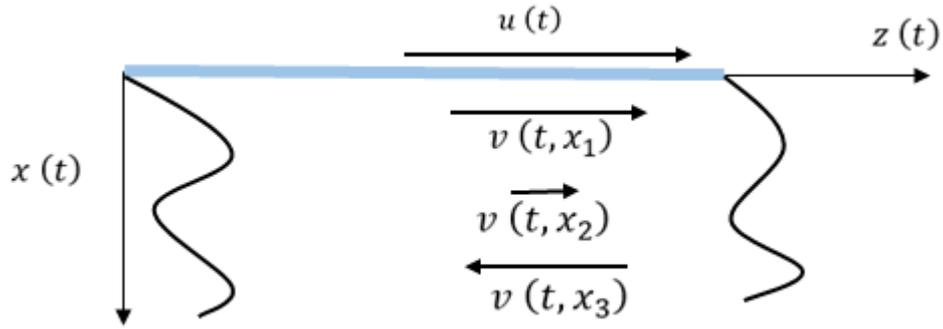


FIGURE 1.2 – Mouvement d'un fluide visqueux sur la surface transversale d'une plaque rigide

Le mouvement de la plaque est unidirectionnel suivant l'axe z . La direction normale à la plaque est repérée par la coordonnée x . Les deux variables $u(t)$ et $v(t; x)$ désignent respectivement, la vitesse de la plaque et la vitesse des particules du fluide situés à la distance x de la plaque.

1.4 Opérateurs d'ordre fractionnaire

1.4.1 Définitions fondamentales

Il existe plusieurs définitions mathématiques pour la dérivation et l'intégration d'ordre non entier. Mais, les trois définitions principales les plus utilisées sont ceux de Grünwald-Leitnikov, de Riemann-Liouville et de Caputo.

1.4.1.1 Définition de Grünwald-Leitnikov (G-L)

La définition au sens de Grünwald-Letnikov est basée sur la généralisation de la dérivée classique d'une fonction $f(t)$ d'ordre α . La dérivée fractionnaire au sens de G-L est donnée par l'équation suivante [9, 22] :

$${}_a D_t^\alpha f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} h^{-\alpha} \sum_{j=0}^{\lfloor \frac{t-a}{h} \rfloor} (-1)^j \binom{\alpha}{j} f(t - jh) \quad (1.20)$$

Où, $\left[t - \frac{a}{h} \right]$ désigne la partie entier.

1.4.1.2 Définition de Riemann-Liouville (R-L)

Soient $\alpha \in R^+$, $a \in R$, n un entier positif, et une fonction localement intégrable définie sur l'intervalle $[a, \infty[$. La dérivée d'ordre α de f de borne inférieure est définie par [9, 22] :

$${}_a D_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(n - \alpha)} \frac{d^n}{dt^n} \int_a^t \frac{f(\phi)}{(t - \phi)^{\alpha - n + 1}} d\phi \quad (1.21)$$

Où, $n - 1 < \alpha < n$ et $\Gamma(x)$: c'est la fonction Gamma d'Euler.

1.4.1.3 Définition de Caputo

Caputo a reformulé la définition de la dérivée d'ordre fractionnaire comme suit, [23] :

$${}_a D_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(n - \alpha)} \int_a^t (t - \tau)^{n - \alpha - 1} f^n(\tau) d\tau \quad (1.22)$$

Avec n est un entier positif vérifiant l'inégalité : $(n - 1) < \alpha < n$

$f^n(\tau)$, étant la dérivée d'ordre entier n par rapport à τ , de la fonction $f(\tau)$.

L'avantage principal de l'approche Caputo est que les conditions initiales de la dérivée fractionnaire au sens de Caputo des équations différentielles fractionnaires prennent la même forme que dans le cas des équations différentielles d'ordre entier.

1.5 Propriétés des opérateurs d'ordre fractionnaire

Les principales propriétés des dérivées et intégrales d'ordre fractionnaire sont les suivantes [24] :

1. Si $f(z)$ est une fonction analytique de z , alors sa dérivée d'ordre fractionnaire $D^\alpha f(z)$ est une fonction analytique de z et α .
2. Pour $\alpha = n$ où n est un entier, l'opération $D^\alpha f(t)$ donne le même résultat que la différentiation classique d'ordre entier n .

3. Pour $\alpha = 0$ l'opération $D^\alpha f(z)$ est l'opérateur identité :

$$D^\alpha f(t) = f(t) \tag{1.23}$$

4. La différentiation et l'intégration d'ordres fractionnaires ont des opérations linéaires :

$$D^\alpha(a.f(t) + b.g(t)) = a.D^\alpha f(t) + b.D^\alpha g(t) \tag{1.24}$$

5. La loi additive d'index :

$$D^\alpha D^\beta f(t) = D^\beta D^\alpha f(t) = D^{\alpha+\beta} f(t) \tag{1.25}$$

Avec α et β deux nombres réels.

1.6 Interprétations géométrique et physique

L'intégration et la différenciation d'ordre fractionnaire n'ont aucune interprétation physique et géométrique claire pour plus de 300 années. Et également ils sont une généralisation des notions de la différentiation et de L'intégration d'ordre entier, il serait alors idéal d'avoir des telles interprétations physiques et géométriques d'opérateurs d'ordre fractionnaire qui fourniront aussi un lien aux interprétations classiques de différentiation et d'intégration d'ordre entier connues.

L'absence de ces interprétations à été fortement abordé à la première conférence internationale sur le calcul fractionnaire en 1974 où la question a été classée parmi les problèmes ouverts et est restée sans réponse, et ce malgré les conférences internationales qui ont suivi, notamment en 1984, 1989 et en 1996.

Récemment, en raison de la nécessité d'une interprétation physique et géométrique de l'intégration et de la différenciation fractionnaires, beaucoup d'efforts ont été dédiés à cette question. Par conséquent, plusieurs approches ont été développées dans la littérature par divers chercheurs. Nous pouvons citer par exemple pour l'interprétation physique [25, 26] et pour l'interprétation géométrique [27, 28, 29].

1.7 Méthodes opérationnelles fractionnaires

1.7.1 Éléments de base de la Transformée de Laplace

Soit $F(S)$ la fonction de la variable complexe s est la transformée de Laplace de $f(t)$ définie comme suit :

$$F(S) = L[f(t)] = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt, \quad (1.26)$$

La fonction originale $f(t)$ peut être obtenue à partir de la transformée de Laplace inverse

$$f(t) = L^{-1}[F(s)] = \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} e^{st} F(S) ds, \quad c = \text{Re}(s) > 0 \quad (1.27)$$

La transformée de Laplace du produit de convolution des fonctions f et g peut s'écrire sous la forme

$$L[f(t) * g(t)] = L\left[\int_0^t f(t-\tau) * g(\tau) d\tau\right] = L\left[\int_0^t g(t-\tau) * f(\tau) d\tau\right] = F(s)G(s), \quad (1.28)$$

Où $f(t)$ et $g(t)$ sont deux fonctions nulles pour $t < 0$, $F(s)$ et $G(S)$ leurs transformées. Sous l'hypothèse que les fonctions $F(s)$ et $G(s)$ existent. On utilisera la propriété (1.28) pour l'évaluation de la transformée de Laplace de l'intégrale d'ordre fractionnaire de Riemann-Liouville.

La transformée de Laplace de la dérivée d'ordre entier n de la fonction $f(t)$ peut s'écrire

$$L[f^n(t)] = S^n F(S) - \sum_{K=0}^{n-1} S^k f^{n-K-1}(0) \quad (1.29)$$

1.7.2 Transformée de Laplace de l'intégrale d'ordre fractionnaire

Nous commencerons par la transformée de Laplace de l'intégrale d'ordre fractionnaire de Riemann-Liouville d'ordre notamment s'écrire comme le produit de convolution des fonctions

$g(t) = \frac{t^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)}$ et $f(t)$

$$I^\alpha = D^{-\alpha} f(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t (t - \tau)^{\alpha-1} f(\tau) d\tau = \frac{t^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} * f(t) \quad (1.30)$$

La transformée de Laplace de la fonction $t^{\alpha-1}$ est donnée par

$$G(S) = L[t^{\alpha-1}] = \Gamma(\alpha) S^{-\alpha} \quad (1.31)$$

En utilisant la formule de la transformée de Laplace de la convolution (1.28) on obtient la transformée de Laplace de l'intégrale de Riemann-Liouville et celle de Gründwald-Leitnikov :

$$L[I^\alpha f(t)] = \frac{F(S)}{S^\alpha}, \quad \alpha > 0 \quad (1.32)$$

1.7.3 Transformée de Laplace de la dérivée d'ordre fractionnaire

Nous citons dans ce qui suit la transformée de Laplace des différentes définitions de la dérivée d'ordre non entier.

1.7.3.1 Définition de Riemann-Liouville (R-L)

$$L[D^\alpha f(t)] = s^\alpha F(s) - \sum_{K=0}^{n-1} s^K [{}_0^{RL}D^{\alpha-1-K} f(t)]_{t=0} \quad (1.33)$$

Avec $n - 1 < \alpha < n$ cette transformée de Laplace de la dérivée de Riemann-Liouville est bien connue. Mais son applicabilité en pratique est limitée à cause de l'absence d'interprétation physique des valeurs limites des dérivées d'ordre fractionnaire pour $t = 0$.

1.7.3.2 Définition de Caputo

$$L[{}_0D_t^\alpha f(t)] = S^\alpha F(S) - \sum_{K=0}^{n-1} S^{\alpha-K-1} f^{(K)}(0), \quad n - 1 < \alpha < n \quad (1.34)$$

1.7.3.3 Définition de Grunwald-Letnikov (G-L)

$$L[{}_0D_t^\alpha f(t)] = S^\alpha F(S) \quad (1.35)$$

1.8 Modélisation des systèmes d'ordre fractionnaire

Un système d'ordre fractionnaire, est généralement, représenté par des modèles d'ordre non entiers. De ce fait, la dynamique réelle de celui-ci est souvent décrite par l'un des trois modèles comme dans le cas entier : Soit par l'équation différentielle fractionnaire généralisée, ou, par fonction de transfert fractionnaire ou bien, par représentation d'état fractionnaire.

1.8.1 Equation différentielle généralisé

Un système d'ordre non entier, peut être représenté par une équation différentielle généralisée de la forme :

$$\sum_{i=0}^n a_i D^{\alpha_i} y(t) = \sum_{j=0}^m b_j D^{\beta_j} y(t) \quad (1.36)$$

Où :

$D^{\alpha_i}, D^{\beta_j}$: Représentent respectivement les opérateurs des dérivées des ordres α et β .

$u(t), y(t)$: Représentent respectivement l'entrée et la sortie du système,

a_i, b_j : Représentent les coefficients de l'équation différentielle et $\alpha_i, \beta_j \in R^+$.

Quand les ordres de dérivées α_i et β_j et sont multiples du même nombre réel α_i , le système résultant est dit système fractionnaire commensurable. Dans ce cas, l'équation (1.36) s'écrit sous forme :

$$\sum_{i=0}^n a_i D^{i \cdot \alpha} y(t) = \sum_{j=0}^m b_j D^{j \cdot \alpha} u(t) \quad (1.37)$$

1.8.2 Fonction de transfert fractionnaire

En utilisant la transformation de Laplace de l'équation (1.37) et en considérant les conditions initiales nulles, on obtient la fonction de transfert d'ordre non entier de la forme suivante :

$$G(S) = \frac{Y(S)}{U(S)} = \frac{b_m S^{\beta_m} + b_{m-1} S^{\beta_{m-1}} + \dots + b_0 S^{\beta_0}}{a_n S^{\alpha_n} + a_{n-1} S^{\alpha_{n-1}} + \dots + a_0 S^{\alpha_0}} \quad (1.38)$$

Dans le cas d'un système commensurable d'ordre α_i , la fonction de transfert de l'équation (1.38) s'écrit :

$$G(S) = \frac{Y(S)}{U(S)} = \frac{b_m (S^m)^\alpha + b_{m-1} (S^{m-1})^\alpha + \dots + b_0}{a_n (S^n)^\alpha + a_{n-1} (S^{n-1})^\alpha + \dots + a_0} \quad (1.39)$$

1.8.3 Représentation d'état des systèmes fractionnaires

Les systèmes d'ordre fractionnaire commensurable sont définis par des représentations d'état comme dans le cas entier, on remplace seulement la dérivée d'ordre entier par la dérivée d'ordre fractionnaire.

Remarque : La représentation d'état d'un système fractionnaire est donnée selon le cas de système (linéaire ou non linéaire). Pour un système linéaire, la représentation d'état est donnée par

$$\begin{cases} D^\alpha x(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (1.40)$$

Où $x(t) \in R^n$ est le vecteur d'état, $D^\alpha x(t)$ est le vecteur de la dérivée d'ordre α (avec $\alpha \in R$), $u(t) \in R^n$ et $u(t) \in R^q$ représentent respectivement le vecteur de commande et le vecteur de sortie, $A_i \in R^{n \times n}$ est la matrice d'état, $B_i \in R^{n \times m}$ est la matrice d'entrée du système et $C_i \in R^{q \times n}$ est la matrice de sortie.

En utilisant la représentation d'état (1.40), la transformation de Laplace et en considérant

les conditions initiales nulles, la fonction de transfert correspondante peut être exprimée sous la forme :

$$G(s) = C[(s^\alpha I_n - A)^{-1}]B \quad (1.41)$$

Et pour un système non linéaire, la représentation d'état est donnée sous la forme suivante

$$\begin{cases} D^\alpha x(t) = f(x(t)) + g(x(t))u(t) \\ y(t) = \Psi(x(t)) \end{cases} \quad (1.42)$$

Avec :

$f(x(t))$, $g(x(t))$ et Ψ sont des fonctions non linéaires de dimension appropriés

1.9 Propriétés structurelles des systèmes d'ordre fractionnaire

1.9.1 Stabilité

Théorème 1 : [30, 31] Le système fractionnaire (1.37) est stable si et seulement si tous les valeurs λ_i ($1 \leq i \leq n$) propres de la matrice A vérifient,

$$|\arg(\lambda_i)| > \alpha \cdot \frac{\pi}{2} \quad 1 \leq i \leq n \quad (1.43)$$

Remarque : Pour la représentation de la fonction de transfert (1.39), la condition de stabilité (dans le sens entrée bornée/sortie bornée) est réalisée si et seulement si toutes les racines r_i de son dénominateur vérifient ;

$$|\arg(r_i)| > \alpha \cdot \frac{\pi}{2} \quad 1 \leq i \leq n \quad (1.44)$$

1.9.2 Commandabilité et Observabilité

Les deux résultats suivants peuvent être démontrés comme leurs similaires dans le cas d'ordre entier [32].

Théorème 2 : Le système fractionnaire (1.40) est commandable si et seulement si la matrice de commandabilité donnée par (1.45) est une matrice de rang plein,

$$C = \begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{I-1}B \end{bmatrix} \quad (1.45)$$

Où I est le nombre des états.

Théorème 3 : Le système fractionnaire (1.40) est observable si et seulement si la matrice d'observabilité donnée par (1.46) est une matrice de rang plein,

$$O = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ \vdots \\ CA^{I-1} \end{bmatrix} \quad (1.46)$$

Où I est le nombre des états.

1.10 Identification des systèmes d'ordre fractionnaires

L'identification des systèmes dynamique par des modèles non entiers est un sujet de recherche très actif depuis le début des années 1990. Le rôle de l'identification de systèmes est à rechercher un modèle mathématique d'un système physique à partir de données expérimentales et de connaissance a priori. Plusieurs systèmes physiques sont connus pour présenter une dynamique d'ordre non entier. Par conséquent, ils ont un comportement temporel régi par des équations différentielles d'ordre fractionnaire. Cependant, un modèle entier n'est pas

adéquat pour l'identification de ce type de système.[4] [33]

L'identification des systèmes d'ordre fractionnaire a attiré l'attention de plusieurs communautés scientifiques. Malgré que ce type de modèle pose un problème d'identification plus difficile exigeant non seulement l'estimation des paramètres du modèle mais également la détermination de ses ordres fractionnaires.

Des nombreux approches temporelles et fréquentielles ont été proposés dans la littérature pour l'identification des systèmes d'ordre fractionnaire[34, 35, 36, 37, 38] .

1.11 Méthodes de la Commande d'ordre fractionnaire

La commande d'ordre fractionnaire est une généralisation de la théorie de la commande d'ordre entier classique. Son but principal est d'améliorer les performances du système en boucle fermée. De toute évidence, pour l'application du calcul fractionnaire à la la commande des systèmes, il existe 3 formes : (1) système de commande d'ordre entier avec un contrôleur d'ordre fractionnaire, (2) système fractionnaire avec un contrôleur d'ordre entier, et (3) Système d'ordre non entier avec un contrôleur d'ordre fractionnaire.

La structure de commande d'ordre fractionnaire consiste à utiliser un contrôleur en se basant dans leur synthèse sur des modèles non entiers (Équation différentielle fractionnaire généralisée, fonction de transfert fractionnaire et représentation d'état fractionnaire), ce contrôleur permettait d'assurer la stabilité et les performances de système, ainsi que la robustesse de la commande.

Des nombreuses méthodes ont été développés pour la synthèse des contrôleurs d'ordre non entier tel que la commande CRONE [13], Oustaloup a proposé un régulateur CRONE pour assure la robustesse du degré de stabilité et de maintenir les performances dynamique nominale. La réussite de cette approche fut énorme, plusieurs travaux ont été publiés utilisant cette commande. A titre d'exemple, celle de [39] qui propose la généralisation de la commande CRONE pour les systèmes multivariables avec retard. Podlubny [8] a proposé le contrôleur d'ordre fractionnaire $PI^\alpha D^\beta$, une généralisation du régulateur PID classique,

comprenant une intégration fractionnaire d'ordre α et une dérivation fractionnaire d'ordre β . Une méthode de synthèse du régulateur FOPID à deux degrés de liberté (2DDL) a été proposée dans [40]. D'autre part, la commande intelligente au cas fractionnaire est un axe de recherche très important [33, 41, 42, 43, 44], car elle peut apporter une solution efficace pour la modélisation, l'identification et la commande des systèmes.

Dans le même contexte, on cite la méthode proposée dans [45] pour la conception d'un contrôleur adaptatif flou par mode glissant, ce dernier est utilisée pour synchroniser deux systèmes chaotiques d'ordre fractionnaire. Une méthode d'identification par réseaux de neurones est proposée dans [46] pour obtenir le modèle d'ordre fractionnaire de la machine synchrone à aimants permanents.

1.12 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté un état de l'art sur les systèmes d'ordre fractionnaire. Nous avons donné les différentes définitions des opérateurs d'ordre fractionnaire, leurs propriétés ainsi que leurs transformées de Laplace. Ensuite, nous avons également présenté les interprétations géométrique et physique de la dérivation d'ordre non entier. Enfin, les techniques d'identification et de commande d'ordre fractionnaire les plus utilisées dans la littérature sont exposées.

Chapitre 2

Synthèse des contrôleurs d'ordres fractionnaire

2.1 Introduction

Dans ce chapitre, on présente une méthode semi-analytique de synthèse des contrôleurs d'ordre fractionnaire pour garantir la robustesse aux variations du gain. Ces contrôleurs sont synthétisés pour satisfaire une fréquence de coupure donnée, une marge de phase et que la dérivée de la phase par rapport à la fréquence est zéro, c'est à dire que la phase du système en boucle ouverte est plate autour de la fréquence de coupure. Les principaux résultats de ce chapitre est de montrer l'efficacité de cette approche à la commande $PI^\alpha D^\beta$ des systèmes à retard.

2.2 Présentation de la méthode

2.2.1 Structure du contrôleur

Le contrôleur PID est la structure de commande la plus utilisée dans les boucles de régulations dans le monde industriel en raison de sa simplicité et de sa faible coût. Toutefois, ses performances deviennent insuffisante en raison par exemple de la présence d'un retard non négligeable dans le modèle du procédé ou lorsque les paramètres du procédé varient.

Afin de remédier à ces problèmes, de nombreuses algorithmes de réglage ont été proposées tels que le réglage par retour d'état, le réglage par modèle interne et le réglage par régime glissant. Mais, les principaux problèmes de la plupart de ces techniques de réglage sont liés à la robustesse. Le régulateur $PI^\alpha D^\beta$ fractionnaire est une extension du régulateur PID , ce dernier permettait d'assurer la stabilité de système et la robustesse de la commande. L'équation de sortie du régulateur $PI^\alpha D^\beta$ d'ordre fractionnaire dans le domaine de temporel, est donnée par :

$$u(t) = K_p(e(t) + \frac{1}{T_i}D^{-\alpha}(e(t)) + T_d D^\beta(e(t))) \quad (2.1)$$

Où K_p est le gain proportionnel, T_i est la constante d'intégration, T_d est la constante de différentiation, α est l'ordre fractionnaire de l'action d'intégration et β est l'ordre fractionnaire de l'action de différentiation.

En appliquant la transformée de Laplace à l'équation (2.1) avec les conditions initiales nulles, on obtient la fonction de transfert suivante :

$$C(s) = K_p(1 + \frac{1}{T_i s^\alpha} + T_d s^\beta) \quad (2.2)$$

Une expression équivalente, où les paramètres apparaissent de manière linéaire, est souvent plus appréciée pour les calculs analytiques est donnée par la forme parallèle :

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s^\alpha} + K_d s^\beta \quad (2.3)$$

Les gains d'intégration K_i et de dérivation K_d sont liés aux paramètres de la forme standard par les relations suivantes :

$$K_i = \frac{K_p}{T_i} \quad (2.4)$$

$$K_d = K_p T_d \quad (2.5)$$

La disposition du contrôleur d'ordre fractionnaire $PI^\alpha D^\beta$ dans le plan (α, β) est illustrée sur la figure (2.1), il est clair que tous les types de contrôleurs classiques P , PI , PD et PID sont des cas spéciaux du contrôleur d'ordre fractionnaire. De tout évidence, en choisissant ,

un contrôleur PID classique peut être récupéré et en utilisant $(\alpha, \beta) = (1, 0)$ et $(\alpha, \beta) = (0, 1)$, nous obtenons des contrôleurs *PI* et *PD* classiques, respectivement.

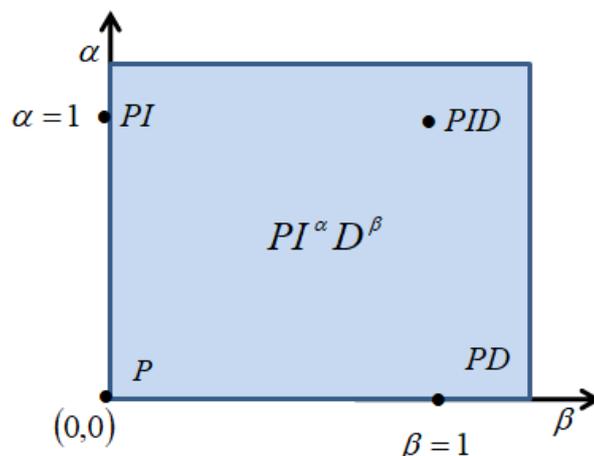


FIGURE 2.1 – Disposition du contrôleur $PI^\alpha D^\beta$ dans le plan (α, β)

2.2.2 Méthode de réglage

L'approche présentée est une technique de synthèse pratique et systématique qui garantit l'exigence de robustesse et satisfaire les spécifications de performances. Le schéma du système de commande à retour unitaire est représenté dans la figure suivantes :

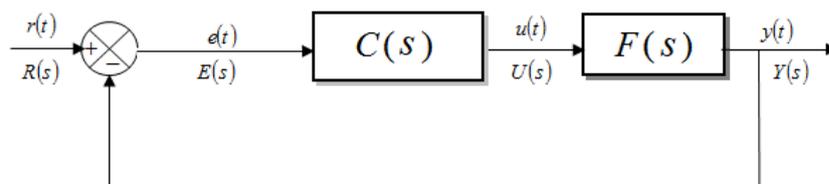


FIGURE 2.2 – système de commande à retour unitaire

Où $C(s)$ et $F(s)$ sont, respectivement, les fonctions de transfert du contrôleur et du processus. Dans ce chapitre, le contrôleur $C(s)$ du système asservi de la figure (2.2) est un contrôleur d'ordre fractionnaire. La fonction de transfert de ce contrôleur d'ordre fractionnaire est donnée , par la fonction suivante :

$$C(s) = K_s + \frac{K_i}{s^\alpha} + K_d s^\beta \quad (2.6)$$

Cette technique de réglage consiste à déterminer un contrôleur de structure donnée en respectant des contraintes. l'avantage de cette méthode est d'aboutir à des formules analytiques, ces formules sont ensuite représentées graphiquement en fonction de l'ordre fractionnaire α ou β . En effet, à l'aide de la représentation graphique, nous pouvons identifier les paramètres de contrôleur fractionnaire.

2.2.3 Contraintes de synthèse

pour la conception d'un contrôleur fractionnaire, trois contraintes de réglage sont imposées comme suit :

A. La marge de phase :

$$\text{Arg}[G(j\omega_c)] = \text{Arg}[C(j\omega_c)F(j\omega_c)] = -\pi + \phi_m \quad (2.7)$$

Où ϕ_m est la marge désirée de phase.

B. La marge du gain :

$$|G(j\omega_c)|_{db} = |C(j\omega_c)F(j\omega_c)|_{db} = 0 \quad (2.8)$$

C. La robustesse aux variations du gain :

$$\left(\frac{dG(j\omega)}{d\omega} \right)_{\omega=\omega_c} = 0 \quad (2.9)$$

À la condition que la dérivée de phase par rapport à la fréquence est zéro, c'est-à-dire la phase du système en boucle ouverte est plate autour de la fréquence de coupure de gain ω_c de sorte que la réponse indicielle du système en boucle fermée exhibe un dépassement constant dite propriété d'iso-amortissement.

2.3 Application : Commande $PI^\alpha D^\beta$ des systèmes à retard

2.3.1 Introduction

Le temps de retard (ou le temps mort) est le plus mauvais ennemi de la commande, parce qu'il ajoute un déphasage qui affecte la stabilité de la boucle fermée. Pour cette raison, il est très difficile de commander les systèmes qui détiennent un temps de retard. Néanmoins, les contrôleurs classiques, et principalement le régulateur proportionnel intégral dérivé (PID) reste impuissant de garantir tous les besoins de performance dans le cas des processus industriels [47, 48]

Dans ce chapitre nous présentent une stratégie de synthèse de contrôleur fractionnaire $PI^\alpha D^\beta$ pour garantir la stabilité et la robustesse aux variations du gain des systèmes qui possèdent un temps de retard.

2.3.2 Définition

Les systèmes à retards sont des systèmes décrits par des équations différentielles ou différences, dont la dynamique dépend non seulement de la valeur de l'état en temps courant t , mais aussi des valeurs passées de la commande et/ou de l'état prises sur un certain horizon temporel. Pour un retard donné avec une valeur de $L \geq 0$, la sortie $y(t)$ correspondante à l'entrée $u(t)$ est comme suit :

$$y(t) = u(t - L) \quad (2.10)$$

Par conséquent, la fonction de transfert d'un élément de retard est donnée par :

$$F(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = e^{-Ls} \quad (2.11)$$

2.3.3 Différents types des systèmes à retards

Il existe trois types des systèmes à retards, à savoir les systèmes retardés (DS : *Delayed Systems*), les systèmes neutres (NS : *Neutral Systems*), et les systèmes à retards discrets (DDS : *Delayed Discrete Systems*).

2.3.3.1 Systèmes à retard de type retardé (DS)

Les systèmes retardés sont des systèmes dynamiques régis par des équations différentielles fonctionnelles portant à la fois sur des valeurs présentes et passées du temps [49]. Ce modèle est de la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(t, x_t, u_t) \\ x_{t_0} = \varphi(\theta) \quad \text{pour } \theta \in [t_0 - \tau, t_0] \\ u_{t_0} = \zeta(\theta) \quad \text{pour } \theta \in [t_0 - \tau, t_0] \end{cases} \quad (2.12)$$

τ étant positif, φ et ζ représentent les conditions initiales. Il s'agit de fonctions continues par morceaux, application de $[t_0 - \tau, t_0]$ dans R^n .

Les fonctions x_t et u_t sont définies par :

$$x_t : \begin{cases} [-\tau, 0] \rightarrow R^n, \\ \theta \rightarrow x_t(\theta) = x(t + \theta). \end{cases} \quad (2.13)$$

$$u_t : \begin{cases} [-\tau, 0] \rightarrow R^n, \\ \theta \rightarrow u_t(\theta) = u(t + \theta). \end{cases} \quad (2.14)$$

Soit C l'ensemble des fonctions continues de $[-\tau, 0]$ dans R^n . x_t et $u_t \in C$ représentent respectivement l'entrée et l'état du système à l'instant t .

2.3.3.2 Systèmes à retard de type neutre (NS)

Les systèmes neutres sont une classe de systèmes plus générale que les systèmes retardés, dans le sens où il est décrit par un modèle dans lequel la dérivée de "l'état" au temps présent est fonction non seulement des valeurs de "l'état passé", mais aussi de la dérivée de "l'état passé" dans un intervalle [50]. Ils sont décrits par des équations différentielles de la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(t, x_t, \dot{x}_t, u_t) \\ x_{t_0} = \varphi(\theta) \quad \text{pour } \theta \in [t_0 - \tau, t_0] \\ u_{t_0} = \zeta(\theta) \quad \text{pour } \theta \in [t_0 - \tau, t_0] \end{cases} \quad (2.15)$$

2.3.3.3 Systèmes linéaires invariants à retards discrets

Les retards discrets correspondent au cas où le support de x_t et u_t a une mesure nulle et peut se réduire à un nombre fini de point [51]. Ce modèle s'écrit de la façon suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^q D_i \dot{x}(t - \omega_i) + \sum_{j=0}^r A_j x(t - \tau_j) + B_j u(t - \tau_j) \\ y(t) = \sum_{j=0}^r C_j x(t - \tau_j) \end{cases} \quad (2.16)$$

Où le vecteur $x \in R^n$ est le vecteur d'état instantané, $u \in R^m$ est le vecteur de commande et $y \in R^p$ représente le vecteur de sortie du système. $\tau_j > 0$ et $\omega_i > 0$ représentent des retards discrets (ou "ponctuels"). Les matrices d'état $A_i \in R^{n \times n}$, de commande $B_i \in R^{n \times m}$, de sortie $C_i \in R^{p \times n}$ et les termes neutres $D_i \in R^{n \times n}$ sont des matrices constantes.

Dans le cas des systèmes de type retardé, le système (2.16) s'exprime par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=0}^r A_i x(t - \tau_i) + B_i u(t - \tau_i) \\ y(t) = \sum_{i=0}^r C_i x(t - \tau_i) \end{cases} \quad (2.17)$$

2.3.4 Commande par contrôleur PI^α pour un système du premier ordre à retard

On considère le schéma fonctionnel de la figure 2.3, dans lequel $F(s)$ représente la fonction du transfert du système retardé donnée par 2.18.

$$F(s) = \frac{K}{1 + Ts} e^{-Ls} \quad (2.18)$$

Où K est le gain statique du système, T sa constante de temps et L le retard de la chaîne d'action. Ces trois paramètres sont supposés positifs.

Le contrôleur PI^α est donné par la fonction de transfert suivante :

$$C(s) = K_P + \frac{K_i}{s^\alpha} \quad (2.19)$$

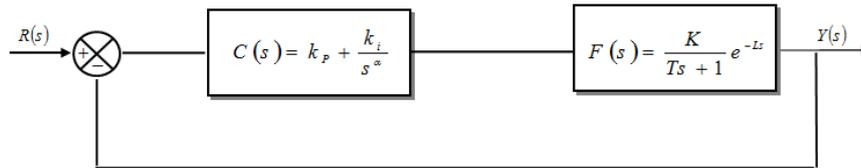


FIGURE 2.3 – Commande d'un système du premier ordre à retard

L'objectif est de déterminer les valeurs des paramètres K_P , K_i et α du contrôleur $C(s)$ en respectant les trois contraintes imposées.

La fonction de transfert en boucle ouverte $G(s)$ de la commande du système (2.18) par le contrôleur fractionnaire PI^α est donnée comme suit :

$$G(s) = C(s)F(s) \quad (2.20)$$

Le gain et la phase du $G(j\omega)$ sont donnés respectivement par

$$\text{Arg}[G(j\omega)] = \text{Arg}[C(j\omega)] + \text{Arg}[F(j\omega)] = -\tan^{-1}\left[\frac{K_i\omega^{-\alpha}\sin(\frac{\alpha\pi}{2})}{1 + K_i\omega^{-\alpha}\cos(\frac{\alpha\pi}{2})}\right] - \tan^{-1}(T\omega) - L\omega \quad (2.21)$$

$$|G(j\omega)| = |C(j\omega)||F(j\omega)| = \frac{K_p \sqrt{(1 + K_i \omega^{-\alpha} \cos(\frac{\alpha\pi}{2}))^2 + (K_i \omega^{-\alpha} \sin(\frac{\alpha\pi}{2}))^2}}{\sqrt{(1 + (T\omega)^2)}} \quad (2.22)$$

Selon la contrainte (A) donnée par l'équation (2.7), la phase du $G(j\omega)$ peut être réécrite comme suit,

$$- \tan^{-1} \left[\frac{K_i \omega^{-\alpha} \sin(\frac{\alpha\pi}{2})}{1 + K_i \omega^{-\alpha} \cos(\frac{\alpha\pi}{2})} \right] - \tan^{-1}(T\omega) - L\omega = -\pi - \phi_m \quad (2.23)$$

En utilisant l'équation (2.23), le rapport entre K_i et α peut être établi comme suit,

$$K_i = \frac{-\tan[\tan^{-1}(T\omega) + L\omega + \phi_m]}{\omega^{-\alpha} \sin(\frac{\alpha\pi}{2}) + \omega^{-\alpha} \cos(\frac{\alpha\pi}{2}) [\tan[\tan^{-1}(T\omega) + L\omega + \phi_m]]} \quad (2.24)$$

Selon la contrainte (B) donnée par l'équation (2.8), le gain du $G(j\omega)$ devient :

$$\frac{K_p \sqrt{(1 + K_i \omega^{-\alpha} \cos(\frac{\alpha\pi}{2}))^2 + (K_i \omega^{-\alpha} \sin(\frac{\alpha\pi}{2}))^2}}{\sqrt{(1 + (T\omega)^2)}} = 1 \quad (2.25)$$

D'après l'équation (2.25), on obtient

$$K_p = \sqrt{\frac{1 + (T\omega)^2}{(1 + K_i \omega^{-\alpha} \cos(\frac{\alpha\pi}{2}))^2 + (K_i \omega^{-\alpha} \sin(\frac{\alpha\pi}{2}))^2}} \quad (2.26)$$

Selon la contrainte (C) donnée par l'équation (2.9) au sujet de la robustesse aux variations du gain du système

$$\frac{d(\text{Arg}[G(j\omega)])}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_c} = \frac{K_i \omega^{-\alpha} \sin(\frac{\alpha\pi}{2})}{\omega^{2\alpha} + 2K_i \omega^{-\alpha} \cos(\frac{\alpha\pi}{2}) + K_i^2} + \frac{T}{1 + (T\omega)^2} + L = 0 \quad (2.27)$$

D'après l'équation (2.27), on obtient une autre formule au sujet de K_i sous la forme suivante,

$$K_i = \frac{-F \pm \sqrt{F^2 - 4C^2 \omega^{-2\alpha}}}{2C \omega^{-2\alpha}} \quad (2.28)$$

Avec :

$$F = 2C \omega^{-\alpha} \cos(\frac{\alpha\pi}{2}) - \alpha \omega^{-\alpha-1} \sin(\frac{\alpha\pi}{2}) \quad \text{et} \quad C = \frac{T}{1 + (T\omega)^2} + L \quad (2.29)$$

2.3.4.1 Procédure de conception du Contrôleur PI^α

Pour obtenir les trois paramètres du contrôleur PI^α , une méthode graphique peut être utilisée comme un outil simple et pratique. La procédure de conception est donc résumée dans ce qui suit [52] :

1. Donné ω_c , la fréquence de coupure de gain.
2. Donné ϕ_m , la marge désirée de phase.
3. Représentation de la courbe (1) de paramètre K_i en fonction de α , selon (2.24), et de la courbe (2) du K_i en fonction de α , selon (2.28).
4. Détermination de la valeur du K_i et aussi de l'ordre fractionnaire α à partir du point d'intersection des deux courbes.
5. Calcul du K_p selon (2.22).

Cette méthode de réglage est illustrée par simulation numérique, les résultats de simulation du système (2.12) avec le contrôleur PI^α sont montrés dans les Figures (2.4), (2.5) et (2.6).

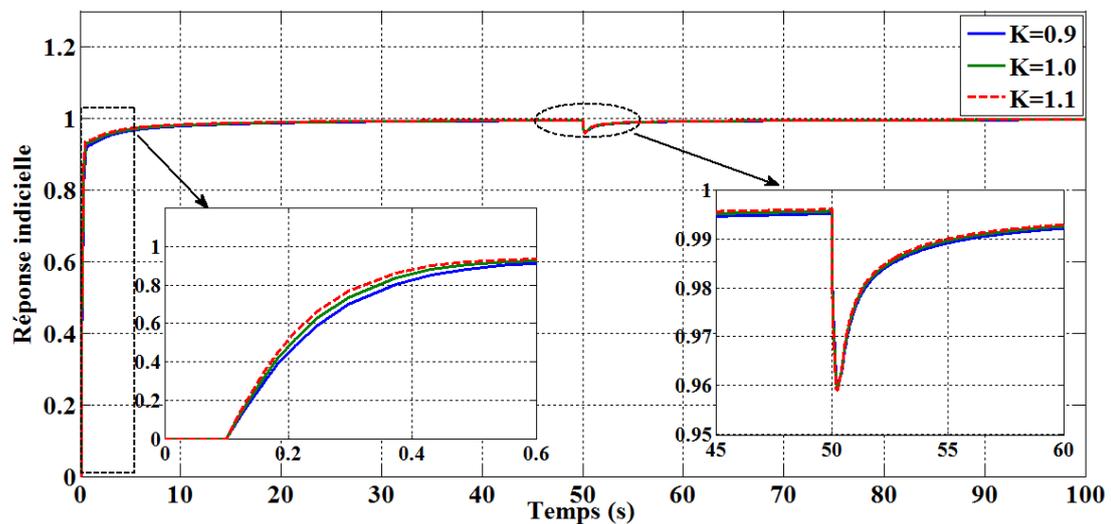


FIGURE 2.4 – Réponse indicielle en présence de perturbation pour différentes valeurs du K ($\omega_c = 10$ rad/s et $\phi_m = 50^\circ$)

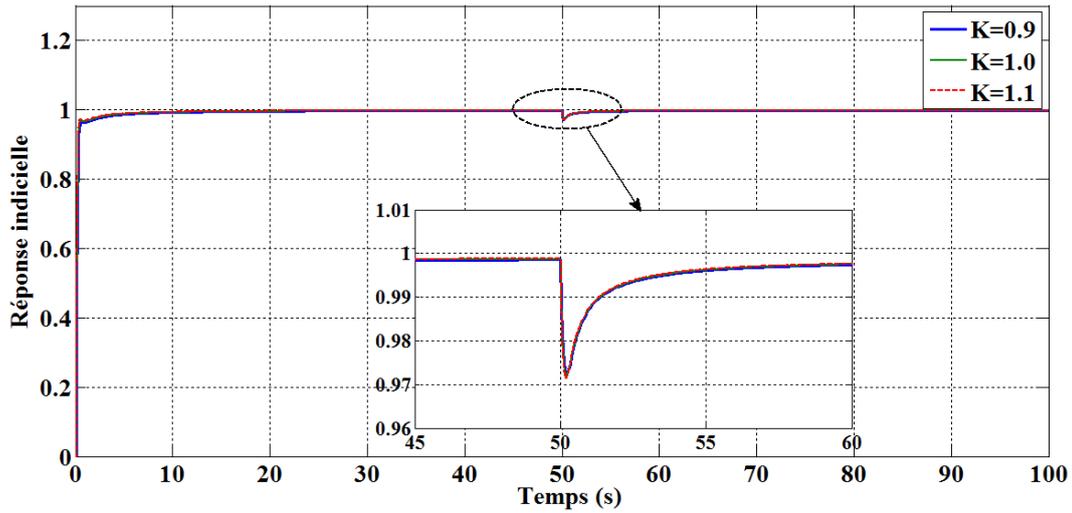


FIGURE 2.5 – Réponse indicielle en présence de perturbation pour différentes valeurs du K ($\omega_c = 15$ rad/s et $\phi_m = 65^\circ$)

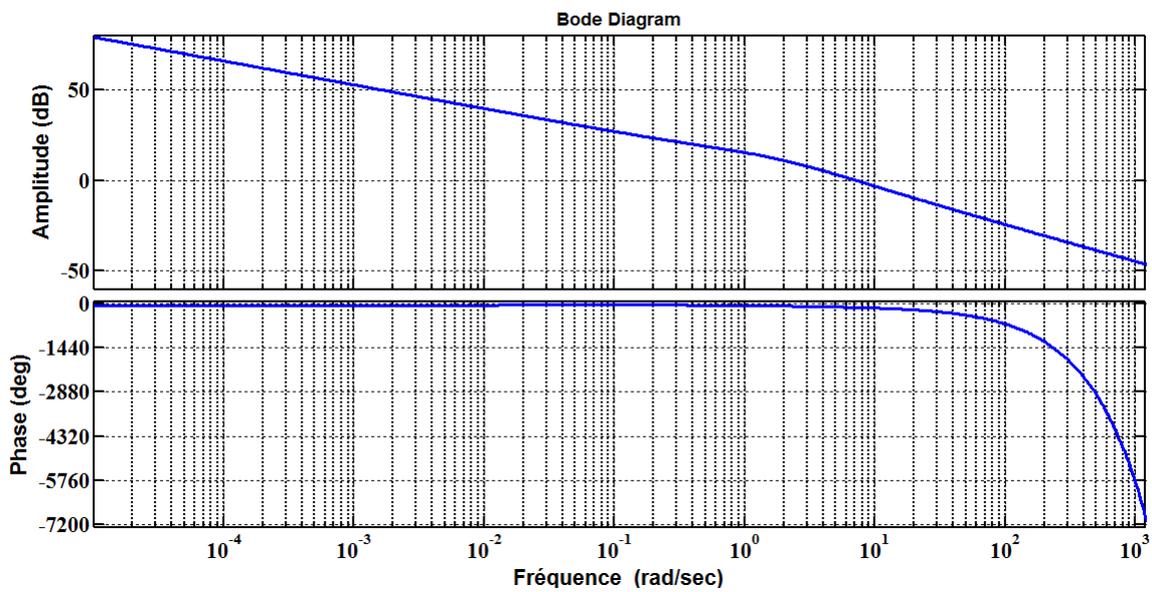


FIGURE 2.6 – Diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouvert

Les paramètres du contrôleur PI^α sont déterminés avec différentes valeurs du ω_c et ϕ_m ($\omega_c = 10$ rad/s et $\phi_m = 50^\circ$, $\omega_c = 15$ rad/s et $\phi_m = 65^\circ$)

Les expressions numériques du contrôleur fractionnaire PI^α sont donnés respectivement par :

$$C(s) = 2.9325 + \frac{4.563}{s^{0.6589}} \quad (2.30)$$

$$C(s) = 4.5492 + \frac{7.619}{s^{0.7498}} \quad (2.31)$$

2.3.5 Commande par contrôleur PI^α pour un système d'ordre fractionnaire à retard

Dans cette partie, on considère que $G(s)$ est une fonction du transfert du système retardé d'ordre fractionnaire donnée par (2.32) :

$$F(s) = \frac{K}{Ts^\lambda + 1} e^{-Ls} \quad (2.32)$$

Le contrôleur PI^α est donné par la fonction de transfert suivante :

$$C(s) = K_P + \frac{K_i}{s^\alpha} \quad (2.33)$$

En exploitant l'algorithme précédent, le gain et la phase du $G(j\omega)$ sont donnés par :

$$\text{Arg}[G(j\omega)] = -\tan^{-1}\left[\frac{K_i\omega^{-\alpha}\sin(\frac{\alpha\pi}{2})}{1 + K_i\omega^{-\alpha}\cos(\frac{\alpha\pi}{2})}\right] - \tan^{-1}\left(\frac{B_0}{A_0}\right) - L\omega \quad (2.34)$$

Où $A_0 = 1 + T\omega^\lambda\cos(\frac{\alpha\pi}{2})$ et $B_0 = T\omega^\lambda\sin(\frac{\lambda\pi}{2})$

$$|G(j\omega)| = \frac{K_P\sqrt{(1 + K_i\omega^{-\alpha}\cos(\frac{\alpha\pi}{2}))^2 + (K_i\omega^{-\alpha}\sin(\frac{\alpha\pi}{2}))^2}}{\sqrt{A_0^2 + B_0^2}} \quad (2.35)$$

Selon la contrainte (A) donnée par l'équation (2.7),

$$-\tan^{-1}\left[\frac{K_i\omega^{-\alpha}\sin(\frac{\alpha\pi}{2})}{1 + K_i\omega^{-\alpha}\cos(\frac{\alpha\pi}{2})}\right] - \tan^{-1}\left(\frac{B_0}{A_0}\right) - L\omega = -\pi - \phi_m \quad (2.36)$$

En utilisant l'équation (2.36), le rapport entre K_i et α peut être établi comme suit,

$$K_i = \frac{-D}{\omega^{-\alpha}\sin(\frac{\alpha\pi}{2}) + \omega^{-\alpha}\cos(\frac{\alpha\pi}{2})D} \quad (2.37)$$

Avec $D = \tan[\tan^{-1}(\frac{B_0}{A_0}) + L\omega + \phi_m]$

Selon la contrainte (B) donnée par l'équation (2.8),

$$\frac{K_p \sqrt{(1 + K_i \omega^{-\alpha} \cos(\frac{\alpha\pi}{2}))^2 + (K_i \omega^{-\alpha} \sin(\frac{\alpha\pi}{2}))^2}}{\sqrt{A_0^2 + B_0^2}} = 1 \quad (2.38)$$

D'après l'équation (2.38), on obtient

$$K_p = \sqrt{\frac{A_0^2 + B_0^2}{(1 + K_i \omega^{-\alpha} \cos(\frac{\alpha\pi}{2}))^2 + (K_i \omega^{-\alpha} \sin(\frac{\alpha\pi}{2}))^2}} \quad (2.39)$$

Selon la contrainte (C),

$$\frac{d(\text{Arg}[G(j\omega)])}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_c} = \frac{K_i \omega^{-\alpha} \sin(\frac{\alpha\pi}{2})}{\omega^{2\alpha} + 2K_i \omega^{-\alpha} \cos(\frac{\alpha\pi}{2}) + K_i^2} + E = 0 \quad (2.40)$$

Avec :

$$E = \frac{\lambda T \omega^{\lambda-1} [A_0 \sin(\frac{\lambda\pi}{2}) - B_0 \cos(\frac{\lambda\pi}{2})]}{A_0^2 + B_0^2} + L \quad (2.41)$$

D'après l'équation (2.40), on obtient

$$K_i = \frac{-F \pm \sqrt{F^2 - 4E^2 \omega^{-2\alpha}}}{2E \omega^{-2\alpha}} \quad (2.42)$$

Où

$$F = 2E \omega^{-\alpha} \cos(\frac{\alpha\pi}{2}) - \alpha \omega^{-\alpha-1} \sin(\frac{\alpha\pi}{2}) \quad (2.43)$$

Clairement, nous pouvons résoudre les équations (2.37), (2.38) et (2.42) pour obtenir α , K_i et K_p .

Les expressions numériques du contrôleur fractionnaire PI^α sont donnés respectivement par :

$$C(s) = 2.0925 + \frac{16.74}{s^{1.224}} \quad (2.44)$$

$$C(s) = 2.7323 + \frac{36.84}{s^{1.332}} \quad (2.45)$$

Les résultats de simulation du système (2.11) avec le contrôleur PI^α sont montrés dans les Figures (2.7), (2.8) et (2.9).

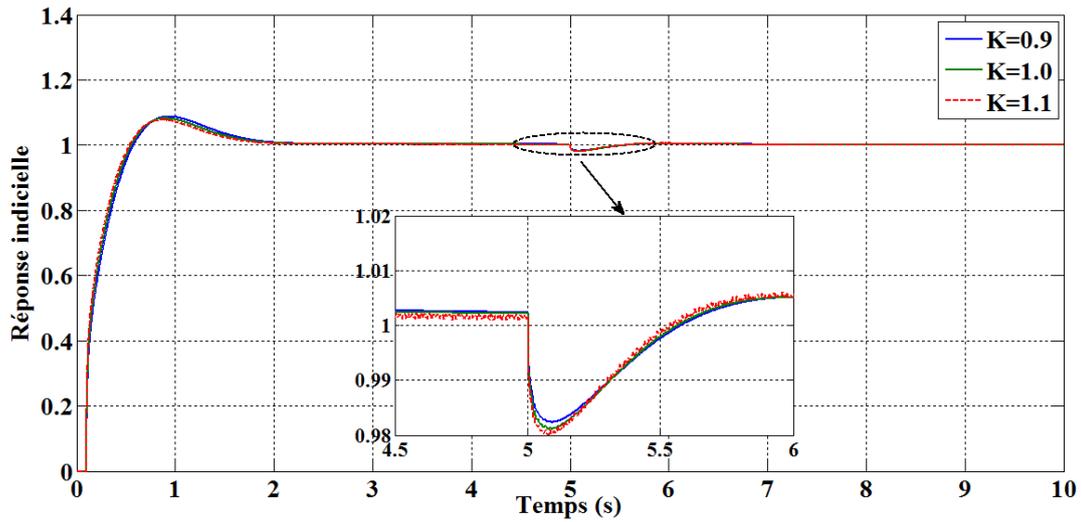


FIGURE 2.7 – Réponse indicielle en présence de perturbation pour différentes valeurs du K ($\omega_c = 10$ rad/s et $\phi_m = 50^\circ$)

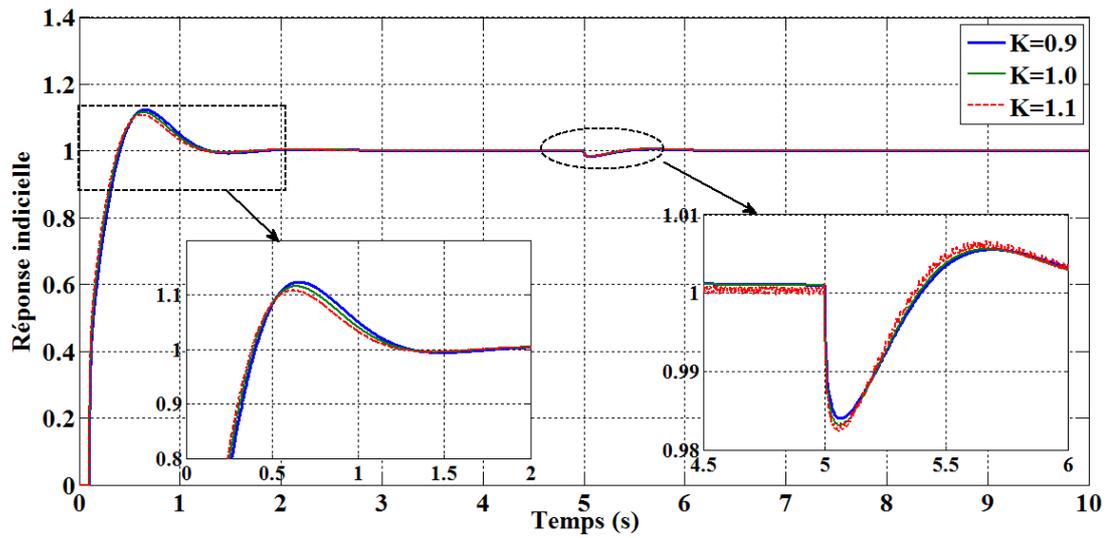


FIGURE 2.8 – Réponse indicielle en présence de perturbation pour différentes valeurs du K ($\omega_c = 15$ rad/s et $\phi_m = 65^\circ$)

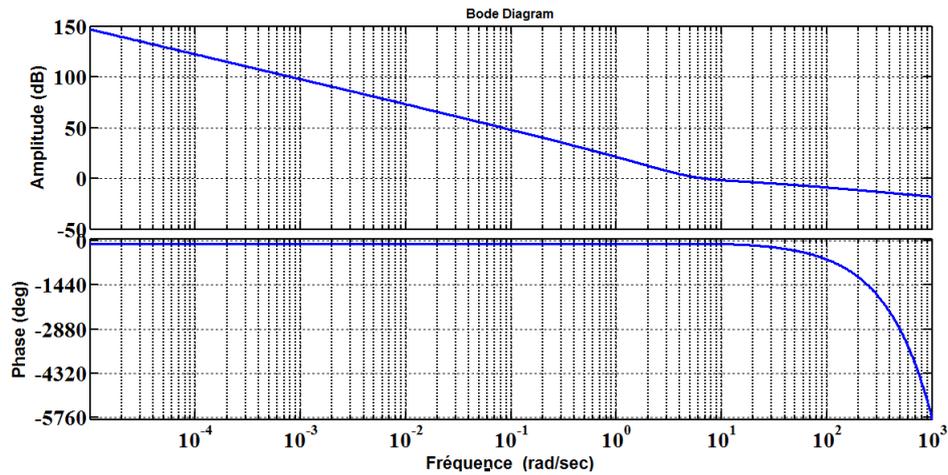


FIGURE 2.9 – Diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouvert

2.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une méthode semi-analytique de synthèse des contrôleurs d'ordre fractionnaire sous contraintes, ces contrôleurs sont synthétisés pour satisfaire une fréquence de coupure donnée, une marge de phase et une dérivée nulle de la phase par rapport à la fréquence de coupure de gain, c'est-à-dire la phase du système en boucle ouverte est plate autour de la fréquence de croisement de gain de sorte que le système en boucle fermée est robuste aux variations de gain et que la réponse échelon / rampe présente la propriété d'iso-amortissement. L'avantage de cette méthode est d'aboutir à des formulations analytiques qui permettent de déterminer les paramètres du contrôleur après une représentation graphique.

Dans la fin de ce chapitre, nous avons montré l'efficacité de la technique présentée à travers une application à la commande des systèmes à retard.

Chapitre 3

Commande d'ordre fractionnaire des systèmes non linéaires décrits par des modèles flous de Takagi-Sugeno

3.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous montrons certains résultats obtenus sur la modélisation, la stabilisation et la synchronisation des systèmes non linéaires décrits par les modèles flous de type Takagi-Sugeno (T-S). Dans la première partie, nous présentons les modèles flous T-S ainsi que les différentes approches qui permettent de transformer un système non linéaire en un modèle T-S. Ensuite, nous faisons la conception et le synthèse d'un régulateur fractionnaire $PI^\alpha D^\beta$, les paramètres de ce régulateur sont optimisés par un algorithme génétique. Enfin, nous présentons une application à la synchronisation des systèmes chaotiques.

3.2 Définition des modèles flous T-S

Le modèle flou de Takagi-Sugeno (T-S) est une représentation mathématique des systèmes non linéaires sous forme d'une interpolation entre des modèles linéaires locaux. Chaque modèle local est un système dynamique LTI valide autour d'un point de fonctionnement particulier de l'espace d'état.

La i^{eme} règle du modèle flou T-S s'écrit sous la forme :

Si $s_1(t)$ est F_i^1 et $\dots s_P(t)$ est F_i^P Alors

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) = C_i x(t) \end{cases} \quad (3.1)$$

Où $s_1(t) \rightarrow s_P(t)$ sont les variables de prémisses (dépendantes de l'entrée et/ou de l'état du système), F_i^1 est l'ensemble flous et r est le nombre de règle, $x(t) \in R^n$, $y(t) \in R^q$ et $u(t) \in R^m$ représentent respectivement le vecteur d'état, le vecteur de sortie et le vecteur de commande. $A_i \in R^{n \times n}$, $B_i \in R^{n \times m}$ et $C_i \in R^{q \times n}$ représentent respectivement la matrice d'état, la matrice d'entrée du système et la matrice de sortie . Pour une paire $(y(t), u(t))$.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^r \lambda_i(s(t))(A_i x(t) + B_i u(t))}{\sum_{i=1}^r \lambda_i(s(t))} \\ y(t) = \frac{\sum_{i=1}^r \lambda_i(s(t)) C_i x(t)}{\sum_{i=1}^r \lambda_i(s(t))} \end{cases} \quad (3.2)$$

Où $s(t) = [s_1(t) s_2(t) \dots s_P(t)]$, $\lambda_i(s(t)) = \prod_{j=1}^P F_i^j(s_j(t)) \quad i = 1, 2, \dots, r$

$F_i^j(s_j(t))$ est la valeur de la fonction d'appartenance $s_j(t)$ dans l'ensemble flou F_i^j , et $\forall t > 0$ on a :

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^r \lambda_i(s(t)) > 0 \\ \lambda_i(s(t)) \geq 0 \end{cases} \quad (3.3)$$

En posant :

$$h_i(s(t)) = \frac{\lambda_i(s(t))}{\sum_{i=1}^r \lambda_i(s(t))} \quad (3.4)$$

Le modèle flou T-S s'écrit :

$$\begin{cases} y(t) = \sum_{i=1}^r h_i(s(t)) C_i x(t) \end{cases} \quad (3.5)$$

Les $h_i(s(t)) \geq 0$ possèdent la propriété de somme convexe :

$$\forall t > 0 : \sum_{i=1}^r h_i(s(t)) = 1 \quad (3.6)$$

3.3 Méthodes d'obtention des modèles flous T-S

Pour construire un modèle flou T-S, trois approches distinctes peuvent être employées :

3.3.1 Obtention de modèle T-S par identification

Cette approche permet à partir des mesures acquises sur les entrées et les sorties du système d'identifier les paramètres du modèle local correspondant aux différents points de fonctionnement. Quel que soit le type de modèle choisi, cette identification requiert la recherche d'une structure "optimale", l'estimation des paramètres et la validation du modèle final [53, 54, 55].

3.3.2 Obtention de modèle T-S par linéarisation

La seconde approche consiste à linéariser le système non linéaire autour de différentes points de fonctionnement judicieusement choisis [56, 57]. Considérons le système non linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = g(x(t), u(t)) \end{cases} \quad (3.7)$$

Avec $(f, g) \in R^{2n}$ sont des fonctions non linéaires continues. La linéarisation du système (3.7) autour d'un point de fonctionnement arbitraire $(x_i, u_i) \in R^p \times R^m$ est :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_i(x(t) - x_i) + B_i(u(t) - u_i) + f(x_i, u_i) \\ y(t) = C_i(x(t) - x_i) + E_i(u(t) - u_i) + g(x_i, u_i) \end{cases} \quad (3.8)$$

Que l'on peut réécrire sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) + d_i \\ y(t) = C_i x(t) + E_i u(t) + v_i \end{cases} \quad (3.9)$$

Avec

$$A_i = \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \Big|_{x=x_i, u=u_i}, B_i = \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} \Big|_{x=x_i, u=u_i}, \begin{cases} d_i = f(x_i, u_i) - A_i x_i - B_i u_i \\ v_i = g(x_i, u_i) - C_i x_i - E_i u_i \end{cases} \quad (3.10)$$

En supposant que les modèles locaux (dits aussi sous-modèles) sont issus d'une linéarisation autour de n points de fonctionnement (x_i, u_i) , la formulation multimodèle aboutit à

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(s(t))(A_i x_m(t) + B_i u(t) + d_i) \\ y(t) = \sum_{i=1}^r h_i(s(t))(C_i x_m(t) + E_i u(t) + v_i) \end{cases} \quad (3.11)$$

Notons que dans ce cas, le nombre de modèles locaux (r) dépend de la précision de modélisation souhaitée, de la complexité du système non linéaire et du choix de la structure des fonctions d'activation.

3.3.3 Obtention de modèle T-S par secteur non linéaire

La troisième approche est basée directement sur la connaissance analytique du modèle non linéaire . Elle permet d'obtenir un modèle T-S représentant de manière exacte le modèle non linéaire dans un compact des variables d'état. Le travail présenté dans ce mémoire de thèse utilise l'approche par secteurs non linéaires. Pour obtenir à partir de non linéarité des fonctions d'appartenance associée à un modèle flou, on utilise le lemme suivant [58] :

Lemme 1 :

Si $\forall x \in [-b \ a]$, $a, b \in R^+$, $f(x) : R \rightarrow R$ borné sur $[-b \ a]$ alors il existe deux fonctions $W_1(x)$ et $W_2(x)$ ainsi que deux réels α et β tel que :

$$\begin{cases} f(x) = \alpha.W_1(x) + \beta.W_2(x) \\ W_1(x) + W_2(x) = 1 \quad W_1(x) \geq 0, W_2(x) \geq 0 \end{cases} \quad (3.12)$$

Preuve : Considérons la fonction $f(x)$ bornée tel que $\underline{f} \geq f(x) \geq \bar{f}$, on peut alors toujours écrire :

$$f(x) = \alpha.W_1(x) + \beta.W_2(x) \quad \alpha = \frac{\bar{f} - f(x)}{\bar{f} - \underline{f}} \quad \beta = \frac{f(x) - \underline{f}}{\bar{f} - \underline{f}} \quad W_1 = \frac{\bar{f} - f(x)}{\bar{f} - \underline{f}} \quad W_2 = \frac{f(x) - \underline{f}}{\bar{f} - \underline{f}} \quad (3.13)$$

Exemple :

Considérons le système non linéaire décrit par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = x_1^2(t) + x_2^2(t) + u(t) \end{cases} \quad (3.14)$$

Pour la simplicité, nous supposons que $x_1 \in [0.5 \quad 3.5]$ et $x_2 \in [-1 \quad 4]$, le système (3.14) peut être réécrit comme suit :

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ x_1(t) & x_2(t) \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \quad (3.15)$$

Où $x(t) = [x_1 \quad x_2]$ et x_1, x_2 sont les non linéaires du système, alors on définit les variables de prémisses suivantes :

$$s_1(t) = x_1(t) \quad \text{et} \quad s_2(t) = x_2(t) \quad (3.16)$$

On calcule les valeurs minimales et maximales de s_1 et s_2 : $Max(s_1) = 3.5$, $Min(s_1) = 0.5$, $Max(s_2) = 4$ et $Min(s_2) = -1$. Par conséquent, les fonctions d'appartenance sont données par :

$$\begin{cases} s_1(t) = F_1^1(s_1(t)).3.5 + F_1^2(s_1(t)).0.5 \\ s_2(t) = F_2^1(s_2(t)).4 + F_2^2(s_2(t)).(-1) \end{cases} \quad (3.17)$$

$$F_1^1(s_1(t)) = \frac{0.5 + s_1(t)}{4} \quad \text{et} \quad F_1^2(s_1(t)) = \frac{3.5 - s_1(t)}{4} \quad (3.18)$$

$$F_2^1(s_2(t)) = \frac{1 + s_2(t)}{5} \quad \text{et} \quad F_2^2(s_2(t)) = \frac{4 - s_2(t)}{5} \quad (3.19)$$

Le système non linéaire (3.15) peut être représenté par l'ensemble des règles floues suivantes :

Si $s_1(t)$ est F_1^1 et $s_2(t)$ est F_2^1 Alors $\dot{x}(t) = A_1x(t) + B_1u(t)$

Si $s_1(t)$ est F_1^1 et $s_2(t)$ est F_2^2 Alors $\dot{x}(t) = A_2x(t) + B_2u(t)$

Si $s_1(t)$ est F_1^2 et $s_2(t)$ est F_2^1 Alors $\dot{x}(t) = A_3x(t) + B_3u(t)$

Si $s_1(t)$ est F_1^2 et $s_2(t)$ est F_2^2 Alors $\dot{x}(t) = A_4x(t) + B_4u(t)$

Avec :

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3.5 & 4 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3.5 & -1 \end{bmatrix}, A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0.5 & 4 \end{bmatrix}, A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0.5 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

$$B_1 = B_2 = B_3 = B_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

A partir de cet exemple, nous avons montré que le nombre de règles d'un modèle T-S augmente en fonction des non linéarités à prendre en compte dans le modèle non linéaire, ce qui provoque plus de conservativité des résultats.

3.4 La commande d'ordre fractionnaire

3.4.1 Structure du contrôleur

La fonction de transfert du contrôleur fractionnaire $PI^\alpha D^\beta$ est donnée par la forme suivante :

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s^\alpha} + K_d s^\beta \quad (3.22)$$

Où α et β sont des nombres réels positifs ; K_p est le gain proportionnel, K_i la constante d'intégration et K_d la constante de différentiation.

La figure suivante représente la structure parallèle interne du régulateur $PI^\alpha D^\beta$ fractionnaire, définie par des connexions en parallèle entre les parties proportionnelles, intégrale d'ordre fractionnaire et dérivée d'ordre fractionnaire.

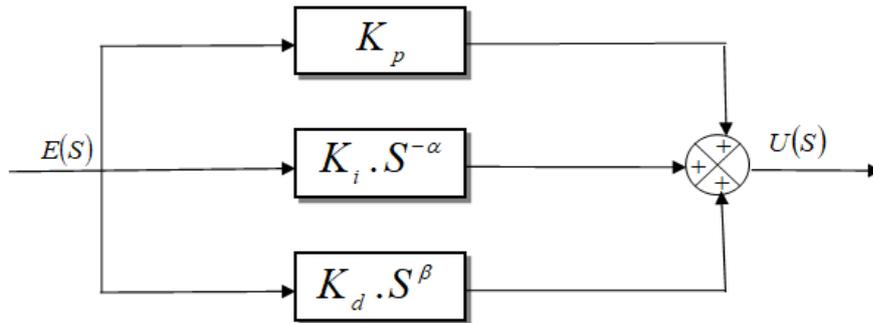


FIGURE 3.1 – Structure du $PI^\alpha D^\beta$ d'ordre fractionnaire

Le contrôleur d'ordre fractionnaire $PI^\alpha D^\beta$ est plus flexible que le contrôleur classique PID , parce qu'il y a deux paramètres de réglage α et β de plus pour mieux ajuster les propriétés dynamiques des systèmes de commande d'ordre fractionnaire [8].

3.4.2 Méthodes de réglage du Contrôleur $PI^\alpha D^\beta$

Les problèmes de retard, des non linéarités, et de l'ordre supérieur des beaucoup d'installations et dispositifs industriels générant des difficultés pour déterminer les paramètres du contrôleur PID optimale ou presque optimale avec les méthodes de réglages classique. Pour ces raisons, plusieurs chercheurs ont mis au point des techniques différentes pour déterminer les paramètres de ces régulateurs tels que le réglage par retour d'état et le réglage par modèle interne, les chercheurs ne se sont pas arrêtés ici, ils ont cherché des idées nouvelles et révolutionnaires pour l'identification des paramètres et la commande. Parmi ces idées révolutionnaires en trouve l'utilisation des méta-heuristiques dans la modélisation ou dans la conception des contrôleurs optimales [59]. Parmi ces méthodes, les algorithmes génétiques

(GAs : *Genetic Algorithms*) qui sont devenue l'une des plus populaires, car elles sont des excellentes méthodes pour résoudre les paramètres optimaux du régulateur *PID*.

Ces régulateurs doivent permettre de réaliser le meilleur compromis entre précision, stabilité et rapidité du système étudié. Les contrôleurs classiques PID possèdent trois paramètres K_p , K_i et K_d , ce nombre de paramètres augmente pour les contrôleurs fractionnaires. Les paramètres qui doivent être ajustés pour un contrôleur fractionnaire sont K_p , K_i , K_d , α et β .

3.4.2.1 Optimisation par algorithme génétique

- Les algorithmes génétiques (GAs) sont des méthodes d'optimisation aléatoires inspiré des mécanismes de l'évolution naturelle (sélection, adaptation, reproduction, recombinaison, mutation). Les GAs commence sans connaissance préalable de la bonne solution et dépend entièrement de ses réponses environnementales et des facteurs d'évolution pour arriver à la meilleure solution [60].

Récemment, les algorithmes génétiques occupent une place importante dans le domaine du contrôle qui a connu un grand développement. Dans ce domaine, ces algorithmes ont démontré la capacité d'explorer fortement pour identifier des régions à hautes performances dans les domaines complexes sans faire face aux difficultés associées aux systèmes de grande dimension. Les algorithmes génétiques de base comporte trois opérations simples : la sélection, le croisement et la mutation, comme montré sur l'organigramme suivant :

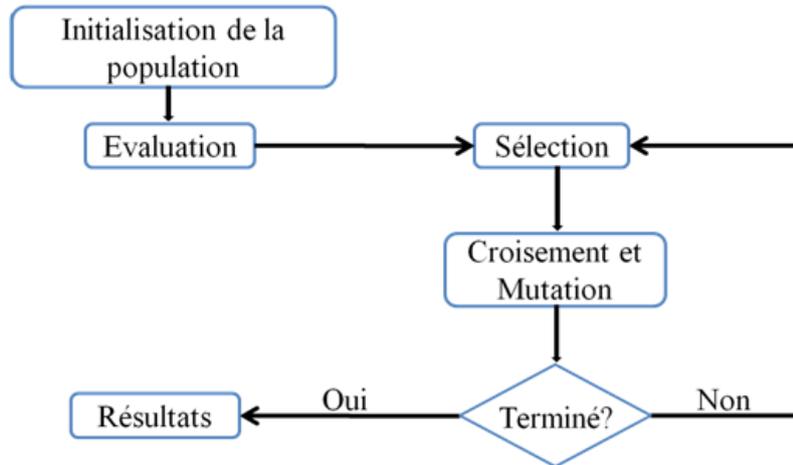


FIGURE 3.2 – Organigramme de fonctionnement d'un algorithme génétique

La sélection

La sélection permet d'identifier statistiquement les meilleurs individus d'une population et d'éliminer le mauvais. Plusieurs techniques de sélection ont été développées dans la littérature, les deux principes les plus couramment utilisés sont la roulette et le tournoi.

Le croisement

L'opérateur de croisement a pour objectif de recombinaison les chromosomes d'une paire d'individus sélectionnés (parents), afin de créer une nouvelle paire d'individus (enfants) qui héritent de certaines caractéristiques de leurs parents.

La mutation

Après le croisement, une opération de mutation permet de transformer au hasard le codage d'un individu afin d'apporter une certaine diversité dans la population et empêcher que celle-ci converge trop vite vers un seul type d'individu parfait, incapable de sortir d'un minimum local.

Le principe de l'optimisation des paramètres du contrôleur fractionnaire par les algorithmes génétiques est donné par la figure (3.3).

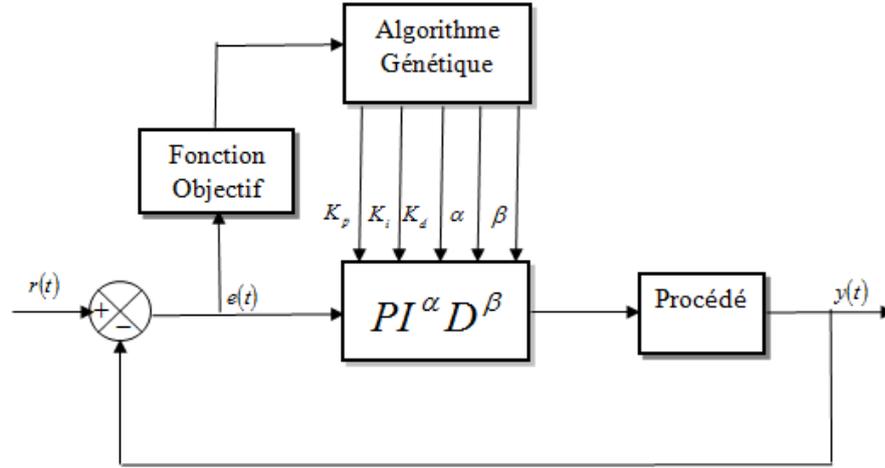


FIGURE 3.3 – Principe de l'optimisation par algorithme génétique

Il s'agit de la recherche des cinq paramètres K_p , K_i , K_d , α et β dans la région de stabilité et ceci en faisant le choix selon un critère d'optimisation J définie par :

$$J = \begin{cases} ISE = \int_0^{+\infty} e^2(t)dt \\ IAE = \int_0^{+\infty} |e(t)|dt \\ ITSE = t \int_0^{+\infty} e^2(t)dt \\ ITAE = t \int_0^{+\infty} |e(t)|dt \end{cases} \quad (3.23)$$

3.5 Application : Synchronisation des systèmes chaotiques

3.5.1 Introduction

L'origine du terme "synchronisation" est une racine grecque ("σνγ" (syn) qui signifie « avec », et "χρονος" (chronos) qui signifie « temps ») est un phénomène qui caractérise deux systèmes se comportant de la même façon en même temps. De nos jours, plusieurs chercheurs de la synchronisation se sont intéressés aux systèmes chaotiques. La synchronisation de ces derniers est une manière d'expliquer la sensible dépendance aux conditions initiales.

La synchronisation des systèmes chaotiques a été généralisée par la découverte de plusieurs types tels que la synchronisation complète ou identique (CS : *Complete or Identical*

Synchronization) [61, 62], synchronisation en phase (PS : *Phase Synchronization*) [63, 64, 62] et en décalage (LS : *Lag Synchronization*) [65], la synchronisation généralisée (GS : *Generalized Synchronization*) [66], la synchronisation de latence intermittente (SLI : *Intermittent Lag Synchronization*) [67], la synchronisation de phase imparfaite (IPS : *Imperfect Phase Synchronization*) [68], Quasi synchronisation (QS : *Quasi Synchronization*) [69], mais tous ces types sont englobés sous deux modes de synchronisation. Le premier mode repose sur un couplage mutuel entre de deux ou plusieurs systèmes chaotiques. Le second est appelé couplage unidirectionnel : Son principe est de choisir un système engendreur de chaos appelé "émetteur". Celui-ci est représenté par des équations récurrentes et caractérisé par ses variables d'état composant le vecteur d'état. Quelques composantes de ce vecteur sont transférées à un second système nommé "récepteur".

Dans ce chapitre nous proposons une stratégie de conception de contrôleur fractionnaire $PI^\alpha D^\beta$ basée sur les modèles flous T-S et les algorithmes génétiques pour la commande et la synchronisation de deux systèmes chaotiques.

3.5.2 Définition

Le chaos est un phénomène qui se produit copieusement dans les systèmes dynamiques non linéaires, ou simplement linéaires par morceaux, peuvent faire preuve de comportements complexes imprévisibles, qui peuvent même présenter hasardé.

Le comportement chaotique est à la base de nombreux systèmes naturels (les systèmes météorologiques, le virus ou bactérie, le rythme cardiaque ...). Ce comportement peut être étudié par une branche des mathématiques s'appelle la théorie du chaos. Cette branche permet de décrire qualitativement les comportements de ces systèmes. Pour être chaotique, le système doit être au minimum d'ordre 3 (3 états).

3.5.3 Caractérisation du Chaos

Le système chaotique est un système déterministe présente plusieurs caractéristiques parmi lesquelles on peut citer les deux principales montrés dans la figure 3.4

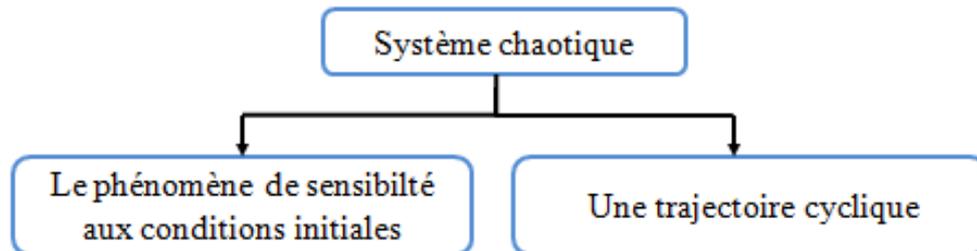


FIGURE 3.4 – Principales caractéristiques d'un système chaotique

Les représentations des trajectoires des systèmes chaotiques dans un espace de phases sont généralement attirées par un **attracteur étrange**. Ce dernier est caractérisé par :

- A) Un volume nul ;
- B) Une séparation exponentiellement rapide de trajectoires initialement proches ;
- C) Une dimension souvent fractionnaire (non entière) caractérisant le concept de système chaotique fractionnaire.

Un exemple d'un attracteur étrange est montré dans la figure 3.5

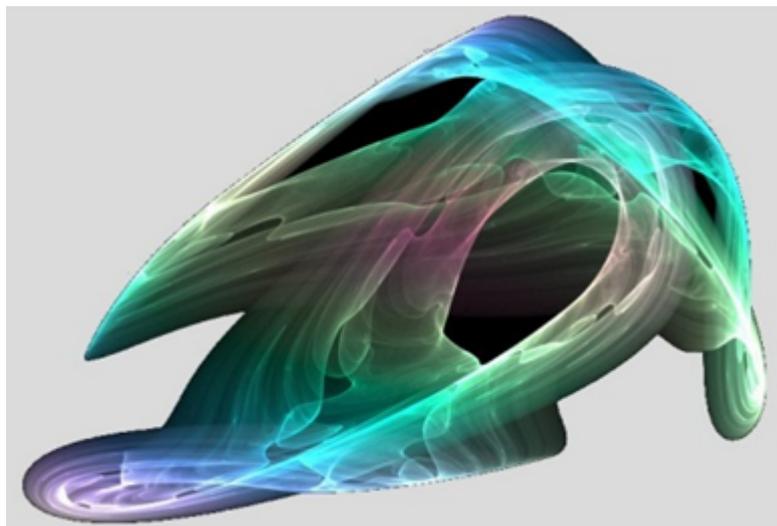


FIGURE 3.5 – Représentation visuelle d'un attracteur étrange

Le **spectre de puissance** de la transformée de Fourier de l'évolution temporelle d'une des variables du système constitue encore un moyen facile pour caractériser le chaos.

En pratique, la vérification de quelques propriétés d'un système dynamique suffit pour pouvoir le considérer comme chaotique :

- Vérification de la sensibilité aux conditions initiales.
- Trace des trajectoires des états et leur spectre de puissance.
- Trace des différents attracteurs.
- Trace du diagramme de bifurcation.

3.5.4 Domaines d'application du chaos

- **Engineering** : Stabilisation des circuits, contrôle de vibration, réactions chimiques ...
- **Ordinateurs** : Commutation des paquets dans des réseaux informatiques, Cryptage et contrôle du chaos dans les systèmes robotiques...
- **Communications** : Conception et management des réseaux d'ordinateurs, compression et stockage d'image....
- **Médecine et biologie** : Cardiologie et analyse du rythme du cœur (EEG)...
- **Management et finance** : Prévisions économiques et analyse financière...[70]

3.5.5 Système Chaotique de Lorenz

L'oscillateur de Lorenz, introduit en 1963 par E. Lorenz, est une modélisation simplifiée de phénomènes météorologiques basée sur la mécanique des fluides [71]. Ce modèle est un système dynamique non linéaire du troisième ordre définie comme suit :

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = a(x_2 - x_1) \\ \frac{dx_2}{dt} = cx_1 - x_2 + x_1x_3 \\ \frac{dx_3}{dt} = x_1x_2 - bx_3 \end{cases} \quad (3.24)$$

Où a, b et c : Nombres constantes.

Le modèle non linéaire du système chaotique de Lorenz peut être écrit sous la forme suivante :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B \quad (3.25)$$

Avec :

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} -a & a & 0 \\ c & -1 & x_1 \\ 0 & -x_1 & -b \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

L'attracteur de Lorenz est illustré à la figure (3.6), les paramètres étant fixés aux valeurs suivantes : $a = 10, b = 8/3$ et $c = 26$, les conditions initiales sont $x_0 = (2, -2, 17)$.

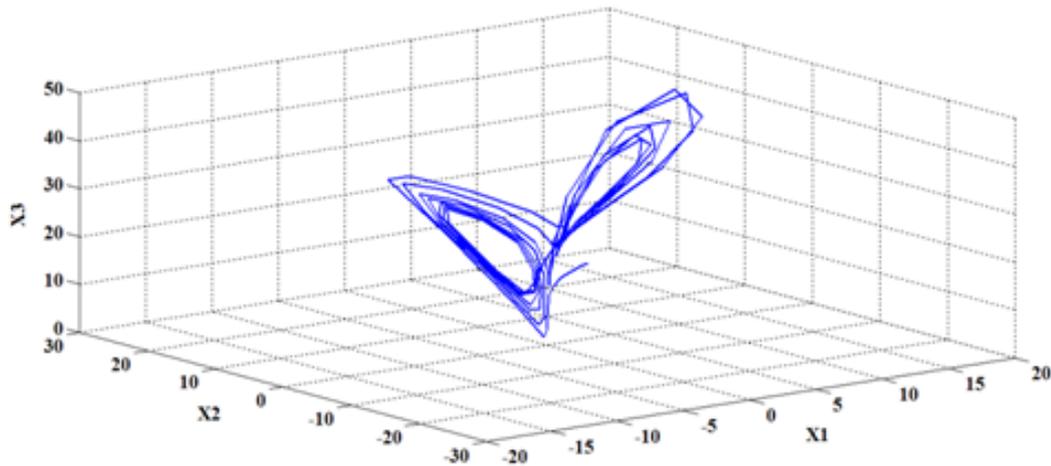


FIGURE 3.6 – Attracteur de Lorenz

3.5.6 Modèle flou du système de Lorenz

Le système non linéaire de Lorenz peut être représenté par une approche floue de type Takagie-Sugeno, en utilisant un certain nombre de règles floues Si-Alors

Nous avons choisi la variable de prémisse suivante :

$$s(t) = s_1(t) = x_1(t) \quad (3.27)$$

En supposant que la variable de prémisses est bornée comme suit :

$$-q \leq x_1(t) \leq q \quad (3.28)$$

Donc, les règles ***Si-Alors*** suivantes peuvent être considérées :

Règle flou 1 : Si $s_1(t)$ est F_1^1 Alors $\dot{x}(t) = A_1x(t) + B_1$

Règle flou 2 : Si $s_1(t)$ est F_1^2 Alors $\dot{x}(t) = A_2x(t) + B_2$

Avec :

$$A_1 = \begin{bmatrix} -a & a & 0 \\ c & -1 & -q \\ 0 & q & -b \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -a & a & 0 \\ c & -1 & q \\ 0 & -q & -b \end{bmatrix}, B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Le modèle flou complet du système peut être exprimé par l'équation suivante :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 h_i(s(t))(A_i x(t) + B_i) \quad (3.30)$$

Où

$$F_1^1 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{x_1(t)}{q}\right), \quad F_1^2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{x_1(t)}{q}\right) \quad (3.31)$$

Pour faire valider l'étude qu'on a faite, nous avons simulé le modèle flou T-S du système chaotique de Lorenz par l'outil simulink, et nous avons relevé les comportements des variables d'état.

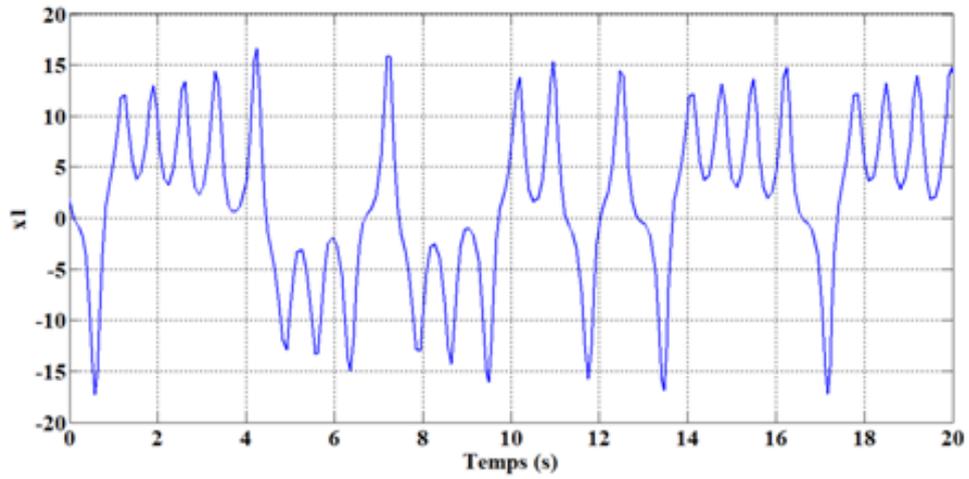


FIGURE 3.7 – Trajectoire d'état $x_1(t)$

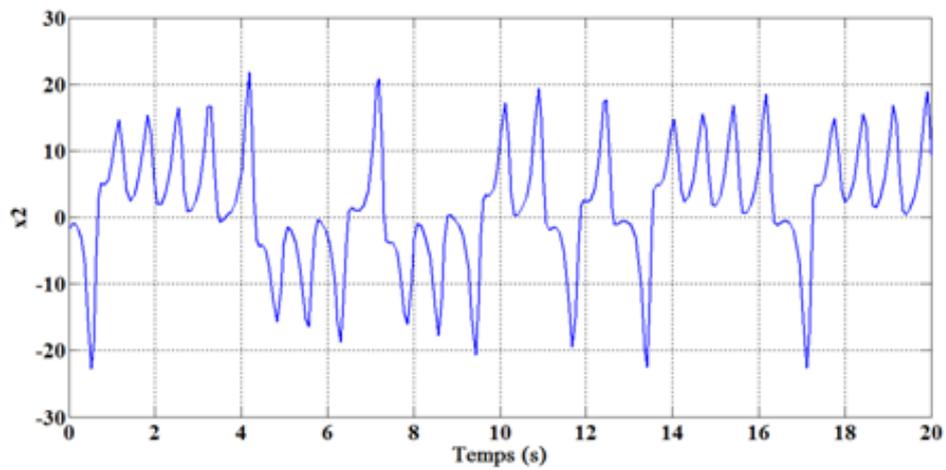


FIGURE 3.8 – Trajectoire d'état $x_2(t)$

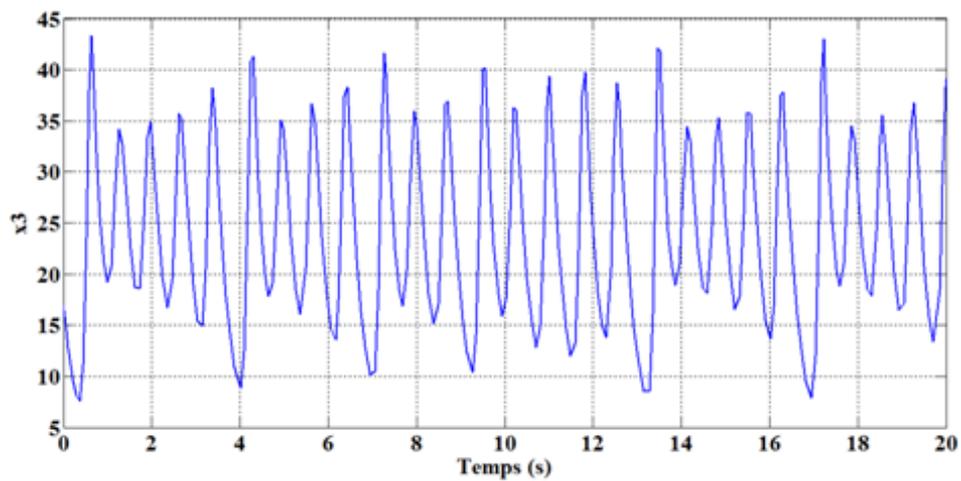


FIGURE 3.9 – Trajectoire d'état $x_3(t)$

3.5.7 Synthèse de la loi de commande

Considérons le système maître et le système esclave respectivement sous la forme du modèle flou T-S comme suit :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 h_i(s(t))(A_i x(t) + B_i) \quad (3.32)$$

$$\dot{y}(t) = \sum_{i=1}^2 h_i(s(t))(A_i y(t) + B_i + u(t)) \quad (3.33)$$

L'objectif est de concevoir un régulateur $PI^\alpha D^\beta$ fractionnaire capable de conduire l'état du système esclave $y(t)$ à suivre l'état du système maître $x(t)$ et la synchronisation entre les deux systèmes.

Soit $e(t) = y(t) - x(t)$ défini comme l'erreur de synchronisation. La dérivée de $e(t)$ est donnée par :

$$\dot{e}(t) = \dot{y}(t) - \dot{x}(t) \quad (3.34)$$

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^2 h_i(s(t))(A_i e(t) + u(t)) \quad (3.35)$$

Où $u(t)$ est la loi de commande du régulateur $PI^\alpha D^\beta$ fractionnaire et donnée comme suit :

$$u(t) = K_p(e(t) + \frac{1}{T_i} D^{-\alpha}(e(t)) + T_d D^\beta(e(t))) \quad (3.36)$$

En utilisant la transformée de Laplace, la loi de commande (3.36) peut être réécrit comme suit :

$$U(S) = (K_p + \frac{K_i}{S^\alpha} + K_d S^\beta) E(S) \quad (3.37)$$

3.5.7.1 Résultats de simulation

Dans cette section, des test de simulation ont été effectués sur un système chaotique de Lorenz pour faire vérifier l'efficacité de la méthode proposée. Pour stabiliser le système de Lorenz avec les conditions initiales $(2, -2, 17)$, nous utilisons une entrée comme perturbation à $t = 0.5s$:

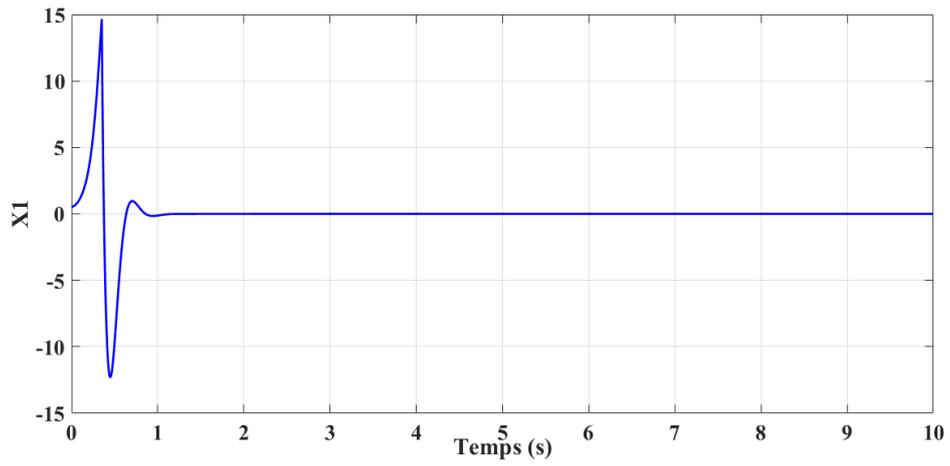


FIGURE 3.10 – Trajectoire d'état $x_1(t)$

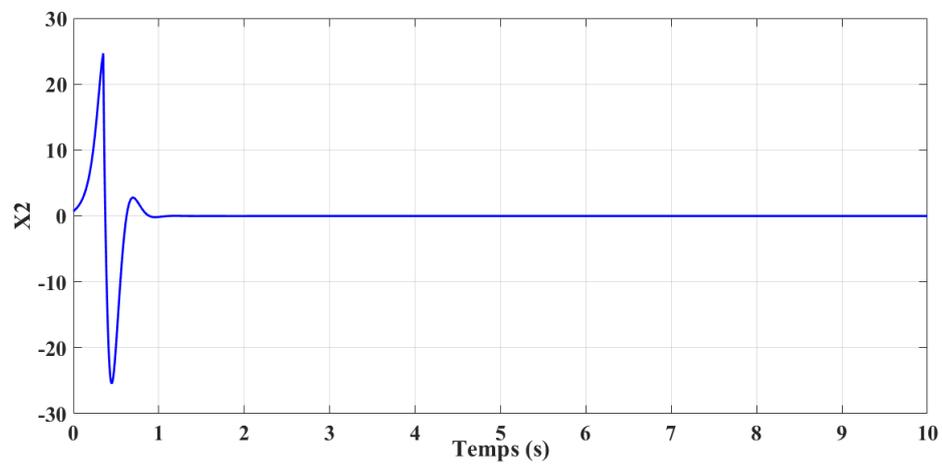


FIGURE 3.11 – Trajectoire d'état $x_2(t)$

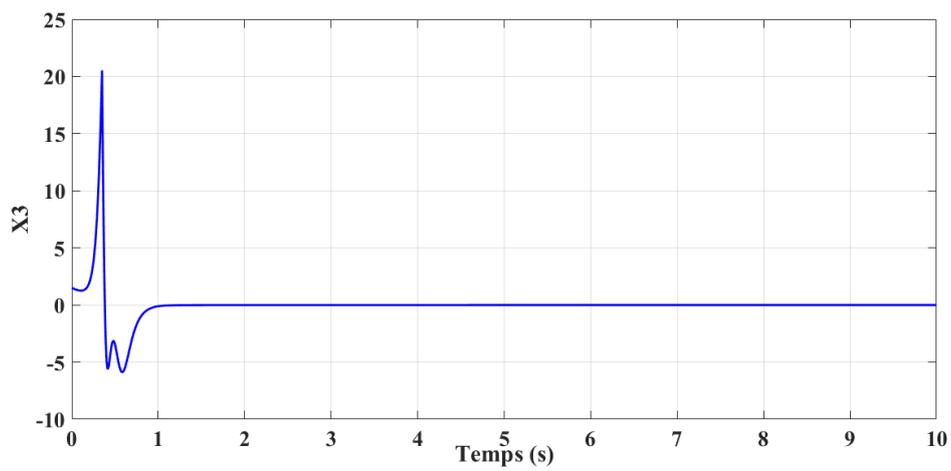


FIGURE 3.12 – Trajectoire d'état $x_3(t)$

Les figures (3.10), (3.11) et (3.12) montrent que le système de Lorenz a bien été stabilisé du fait que toutes les trajectoires convergent vers zéro.

Les résultats de simulation de synchronisation du système chaotique de Lorenz sont montré sur les figures (3.13), (3.14) et (3.15) qui représente respectivement l'évolution de $x_1(t)$ et $y_1(t)$, l'évolution de $x_2(t)$ et $y_2(t)$ et l'évolution de $x_3(t)$ et $y_3(t)$.

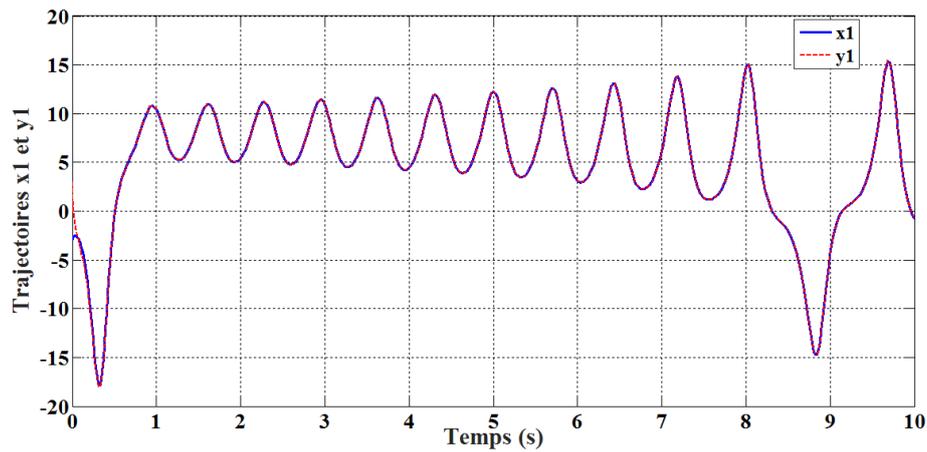


FIGURE 3.13 – Trajectoire des états $x_1(t)$ et $y_1(t)$

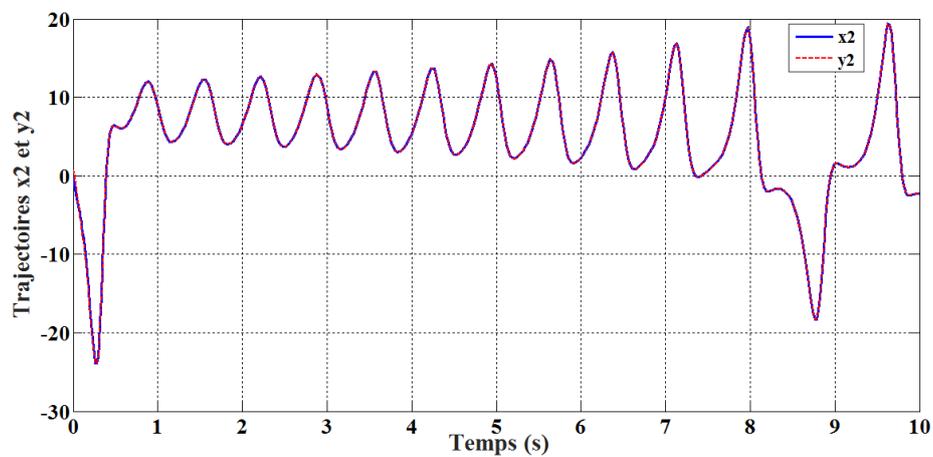


FIGURE 3.14 – Trajectoire des états $x_2(t)$ et $y_2(t)$

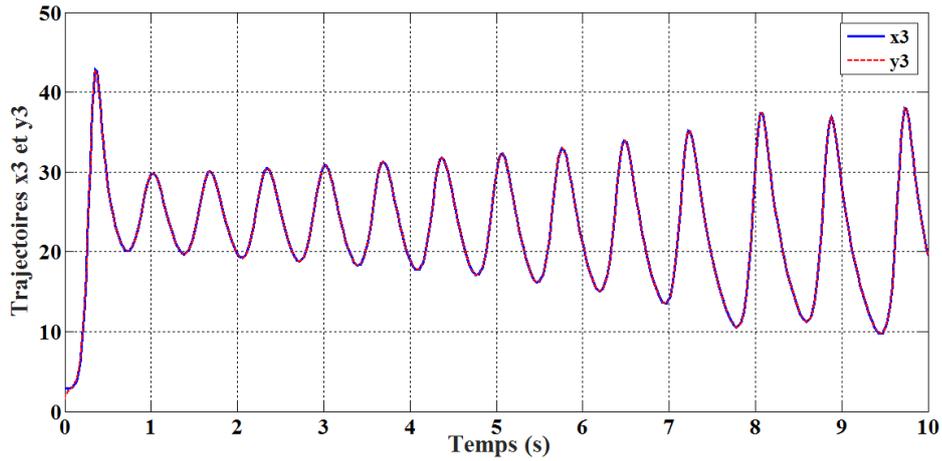


FIGURE 3.15 – Trajectoire des états $x_3(t)$ et $y_3(t)$

Les figures (3.13), (3.14) et (3.15) montre que les états du système esclave $y(t) = [y_1 \ y_2 \ y_3]^T$ suivent les trajectoires du système maître $x(t) = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$.

3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié le problème de la commande d'ordre fractionnaire d'une classe des systèmes non linéaires représentée par les modèles flous T-S. Premièrement, nous avons montré les différentes techniques permettant l'obtention des modèles flous T-S, notamment l'approche de secteurs non linéaire la plus utilisée dans la littérature. Ensuite, nous avons également présenté la structure du régulateur *PID* fractionnaire ainsi que les algorithmes génétiques pour la détermination optimale de ses paramètres. Enfin, nous avons montré l'efficacité du régulateur $PI^\alpha D^\beta$ à travers une application à la synchronisation des systèmes chaotiques.

Chapitre 4

Commande floue à modèle de référence d'ordre fractionnaire

4.1 Introduction

La commande des systèmes non linéaires est l'un des domaines plus important en automatique qui peut être vu sous différentes formes tels que la stabilisation, le problème de suivi de chemin (cas des robots mobiles) et les problèmes de suivi de trajectoires.

Ce chapitre est consacré à la poursuite d'une trajectoire produite par un modèle de référence. Dans un premier temps, nous présentons les différents types de modèles de référence pour les systèmes T-S. Dans un deuxième temps, nous traitons de la synthèse de commande floue en poursuite de trajectoire d'un modèle de référence d'ordre fractionnaire. L'objectif de l'utilisation du calcul fractionnaire ici est d'avoir un modèle de référence plus robuste pour assurer une meilleure poursuite de trajectoires. Dans la dernière partie de ce chapitre, nous présentons le résultat nécessaire de ce chapitre est de prouver l'efficacité de cette approche à la commande d'un système éolienne.

4.2 Problème de suivi de trajectoire

Considérons un système non linéaire représenté par la forme suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t)) + g(x(t))u(t) \\ y(t) = \Psi(x(t)) \end{cases} \quad (4.1)$$

Où $x(t) \in R^n$ est le vecteur d'état, $y(t) \in R^m$ est le vecteur de sortie mesurée, $u(t) \in R^m$ est le vecteur d'entrée, $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ et $\phi(x)$ sont des fonctions non-linéaires avec des dimensions appropriées.

Le système non linéaire (4.1) peut être exprimé par le modèle flou T-S sous la forme :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \quad (4.2)$$

Le problème de poursuite de trajectoire consiste à trouver une loi de commande permettant au système flou (4.1) de suivre une trajectoire de référence désiré, afin de garantir les meilleures performances.

4.2.1 Différents types des systèmes de référence

Il existe plusieurs types de modèle, à savoir les modèles linéaires (LRM : *Linears References Models*) et non linéaires (NRM : *Non-linears References Models* [72]).

4.2.1.1 Modèles de référence linéaires (LRM)

Le modèle de référence linéaire de type T-S est un modèle linéaire en représentation d'état qui permet d'assurer un meilleur suivi de trajectoire.

La forme la plus utilisée pour la représentation des systèmes de références linéaires est la suivante [73, 74] :

$$\begin{cases} \dot{x}_r(t) = A_r x_r(t) + B_r u_r(t) \\ y_r(t) = C_r x_r \end{cases} \quad (4.3)$$

Avec :

$x_r(t) \in R^n$: Vecteur d'état du modèle de référence.

$y_r(t)$: Vecteur de sortie du modèle de référence,

$u_r(t)$: Vecteur d'entrée de commande

A_r, B_r et C_r : Représentent des matrices de dimensions appropriées

Le système (4.3) est dit un modèle linéaire autonome si la matrice B_r nulle, c'est-à-dire que le système peut être exprimé sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_r x_r(t) \\ y(t) = C_r x_r(t) \end{cases} \quad (4.4)$$

Ce modèle est très adopté pour les systèmes linéaires est définie par les pôles de la matrice A_r et les conditions initiales $x_r(0)$.

Remarque : Pour les représentations d'états (4.3) et (4.4), la matrice A_r n'est pas forcément stable, ce qui peut amener des problèmes de faisabilité à la condition des calculs LMI.

4.2.1.2 Modèles de référence non linéaires (NRM)

Parmi les formes les plus utilisés pour la représentation des systèmes de références non linéaire est la suivante [75] :

$$\dot{x}_r(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) M_i x_r(t) \quad (4.5)$$

Avec $Z_r(t)$ est la variable de prémisse, h_i représentent les fonctions d'appartenance et r est le nombre de règle, les matrices M_i ne sont pas tous forcements stables.

Dans la suite de ce chapitre nous choisissons le modèle de référence non linéaire d'une dérivation d'ordre fractionnaire pour l'obtention de bonnes performances et pour une bonne poursuite de trajectoires.

4.2.1.3 Synthèse de loi de commande

La conception de la loi de commande consiste à déterminer $u(t)$ garantissant la poursuite parfaite du modèle de référence désiré et de calculer l'erreur entre l'état de système à commander et le modèle de référence désiré comme suit :

$$e(t) = x(t) - x_d(t) \quad (4.6)$$

Avec :

- $e(t)$: l'erreur de poursuite.
- $x(t)$: l'état de système à commander.
- $x_d(t)$: le signal de référence

La loi de commande utilisée dans ces approches est donnée par la forme suivant :

$$u(t) = - \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) K_i [x(t) - x_d(t)] \quad (4.7)$$

Où $K_i(t) \in R^{m \times n}$ sont les matrices de gain de retour d'état

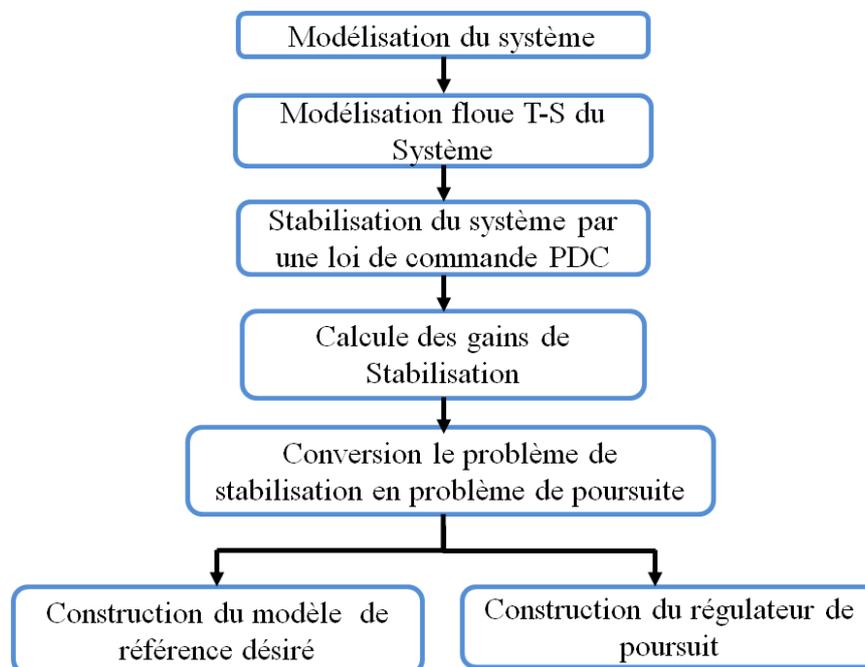


FIGURE 4.1 – Schéma globale de la commande floue T-S

4.3 Application : Commande floue T-S d'une turbine éolienne utilisant une GSAP

4.3.1 Introduction

De nos jours, la contribution des sources d'énergie renouvelables à la production d'énergie électrique a été considérablement augmentée. L'énergie éolienne est une source d'énergie renouvelable et propre à croissance la plus rapide. Le système de conversion de l'énergie éolienne (SCEE) à vitesse variable basé sur une génératrice synchrone à aimants permanents (GSAP) est l'un des systèmes les plus prometteurs en raison de son production d'énergie économique et de son structure simple [76, 77]. Cependant, les caractéristiques d'haute non-linéarité du modèle dynamique de TE-GSAP génèrent d'énormes difficultés de contrôle spécifiques. Plusieurs approches de commande pour les TE-GSAP ont été développées dans la littérature pour maximiser la capture d'énergie. Les algorithmes les plus importants sont proportionnelle intégrale (PI) [78] et perturber et observer (P&O) method [79]. Ces algorithmes sont largement utilisés en raison de leur simplicité, de leur mise en œuvre facile et de leur faible coût. Toutefois, ils souffrent en même temps d'inconvénients sérieux tels que l'oscillation au point de puissance maximale (PPM) et le suivi extrêmement lent de PPM lors d'une variation rapide de la vitesse du vent. Afin de remédier à ces problèmes, de nombreuses techniques de commande ont été proposées tels que la commande neuronale (NN)[80, 81], la commande prédictive [82, 83], la commande par mode glissant (CMG) [84] et la commande par logique floue (CLF)[85, 86, 87, 88]. Mais, les principaux problèmes de la plupart de ces techniques de commande sont liés à la complexité, et à la difficulté de mise en œuvre, en particulier pour CMG. Le problème de suivi de trajectoire est également un autre inconvénient certain. De plus, la stratégie de commande floue basée sur le modèle T-S a été très populaire méthode en raison de sa fiabilité et de son efficacité. La principale prospérité de la technique floue T-S est qu'elle contribue à une idée simple de construction de régulateur car il est construit systématiquement basé sur la compensation parallèle distribuée (PDC) avec la méthode d'inégalité matricielle linéaire (LMI). La commande floue T-S a pour objectif de

garantir le suivi optimal entre la production de système non linéaire de SCEE et la référence. Dans [89], un régulateur flou Takagi-Sugeno de courant est utilisé pour améliorer la capacité de génération de GSAP. Dans [90], un régulateur de suivi flou T-S pour maximiser la capture d'énergie du vent, la vitesse optimale et les courants statorique ont été calculés à l'aide d'un modèle de référence optimal T-S pour capturer l'énergie éolienne maximale sur une large gamme de conditions atmosphériques.

Récemment, l'utilisation des régulateurs d'ordre fractionnaire a été augmentée en raison de leurs performances de commande améliorées par rapport aux régulateurs conventionnels d'ordre entier [91, 4, 92, 93, 94]. L'objectif de l'application du calcul fractionnaire dans la théorie de commande est de développer un modèle de système qui peut accepter les caractéristiques mathématiques provoquées par l'opérateur différentiel et intégral [95]. Dans [96], un régulateur PID d'ordre fractionnaire (FOPID) a été proposé pour produire un couple approprié sur la partie mécanique d'une seule machine à un bus infini (SMIB), où les paramètres de FOPID sont optimisés par un algorithme bat. Pour régler la vitesse d'une MSAP, un régulateur PID d'ordre fractionnaire a été combiné avec le contrôle à base de la logique floue [97]. Dans [77], la Commande non-linéaire d'ordre fractionnaire par mode glissant (FoNSMC) a été proposée pour extraire la puissance maximale du vent.

Dans cette section, un nouveau contrôleur flou d'un système éolienne basée sur les modèles flous de T-S est développé pour optimiser la production d'une éolienne. La stratégie de la commande floue est résumée comme suit : premièrement, nous recherchons un modèle flou T-S du système non linéaire TE-GSAP. Puis, le modèle de référence d'ordre fractionnaire désiré (MRDF) est développé à l'aide du modèle T-S de système TE-GSAP obtenu. Enfin, un contrôleur de poursuite non linéaire est développé à l'aide du MRDF et du contrôleur flou T-S. Des tests de simulation sont effectués afin de vérifier l'efficacité de l'approche proposée.

4.3.2 Modélisation du système étudié

Le système éolien a pour but de convertir d'une partie de l'énergie cinétique du vent en énergie mécanique disponible sur un arbre de transmission puis en énergie électrique par

l'intermédiaire d'une génératrice. La zone qui sera étudiée comprend d'une turbine éolienne, génératrice et convertisseur d'électronique de puissance, comme montré sur la figure ci-dessous.

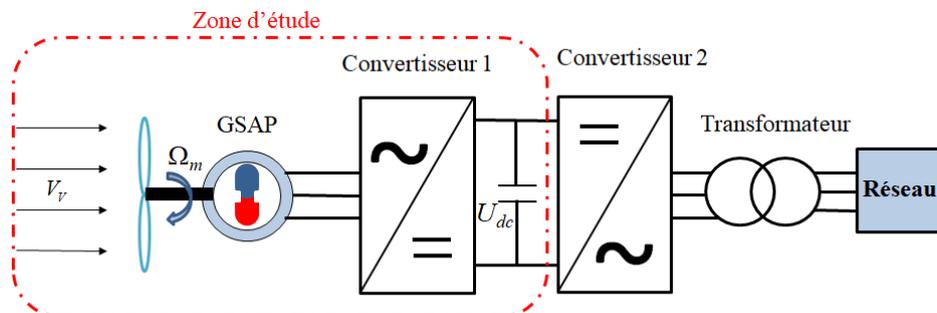


FIGURE 4.2 – Système éolien

4.3.2.1 Modèle dynamique du système TE-GSAP

La turbine considérée est à axe horizontal comprenant des pales orientables possédant des coefficients propres d'inertie, d'élasticité et de frottement par rapport à l'air et par rapport au support de la turbine, Elles sont fixées sur un arbre d'entraînement tournant à une vitesse $\omega_{turbine}$ avec sa propre inertie et sa propre élasticité. Elle ne comporte pas de multiplicateur de vitesse.

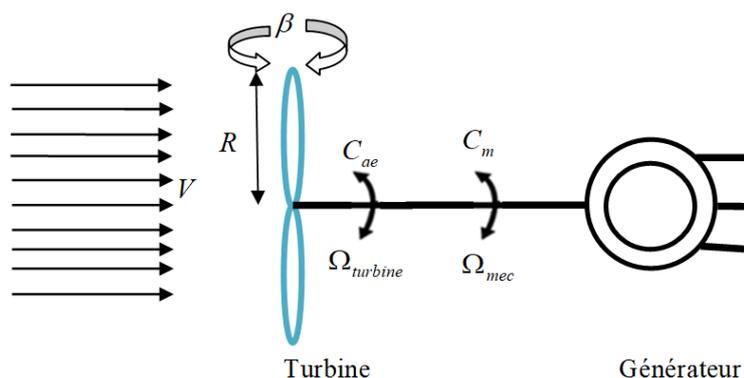


FIGURE 4.3 – Schéma simplifié de la turbine éolienne

La puissance mécanique récupérée par une turbine éolienne peut s'écrire sous la forme [78, 77] :

$$P_m = \frac{1}{2} C_P(\lambda) \rho \pi R_t V_V^3 \quad (4.8)$$

Avec :

- ρ : la densité de l'air.
- R_t : le Rayon de la turbine.
- V_v : Vitesse du vent.
- $C_p(\lambda, \beta)$: Coefficient de puissance de l'éolienne.
- β : Angle de calage des pales.
- λ : Vitesse spécifique de la turbine (TSR : tip speed ratio), On peut également définir la vitesse spécifique de la turbine par l'expression suivante :

$$\lambda = \frac{R_t \omega_m}{V_V} \quad (4.9)$$

Où

ω_m : La vitesse de rotation

La figure 4.4 montre la variation de la puissance mécanique extraite en fonction de la vitesse de rotation pour une valeur constante du vent.

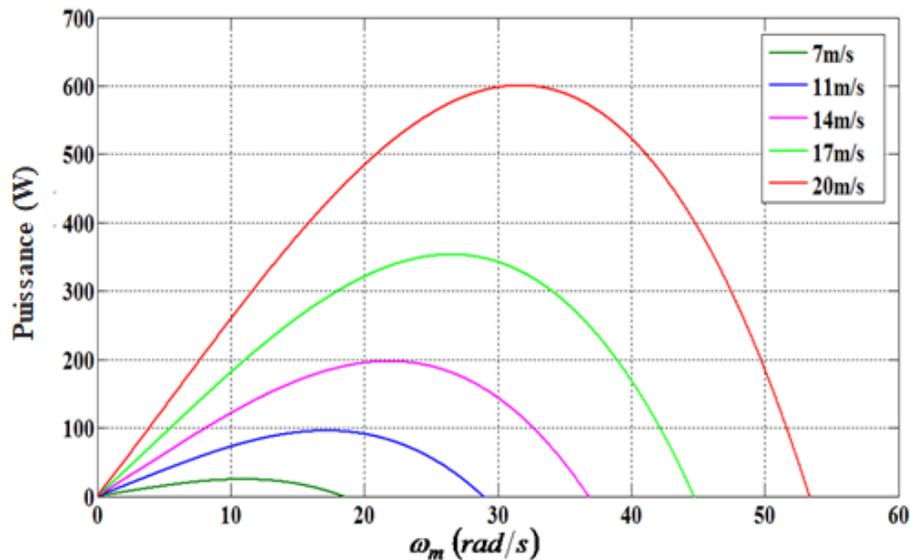


FIGURE 4.4 – Caractéristiques de la puissance éolienne en fonction de la vitesse de rotation

La turbine étudiée est caractérisée par le coefficient de puissance C_p suivant :

$$C_p = -0.2121\lambda^3 + 0.0856\lambda^2 + 0.2539\lambda \quad (4.10)$$

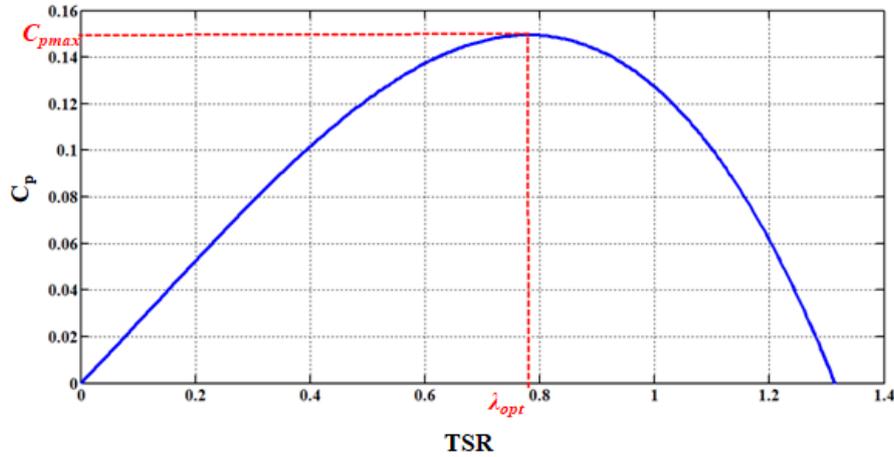


FIGURE 4.5 – Coefficient de puissance

On en déduit aisément l'expression du couple éolien à partir de l'équation (2.8)

$$T_m = \frac{P_m}{\omega_m} = \frac{1}{2} \frac{\rho \pi R_t^5}{\lambda^3} C_p(\lambda) \omega_m^2 \quad (4.11)$$

4.3.2.2 Modélisation de la génératrice synchrone à aimants permanents (GSAP)

La machine considérée comporte un stator et un rotor de constitution symétrique avec paires de pôles. Les bobines constituant les enroulements statoriques sont décalées de 120 degrés et connectés en étoile et le rotor à pôles lisses.

La figure 4.6 illustre la structure générale d'un moteur synchrone à aimants permanents

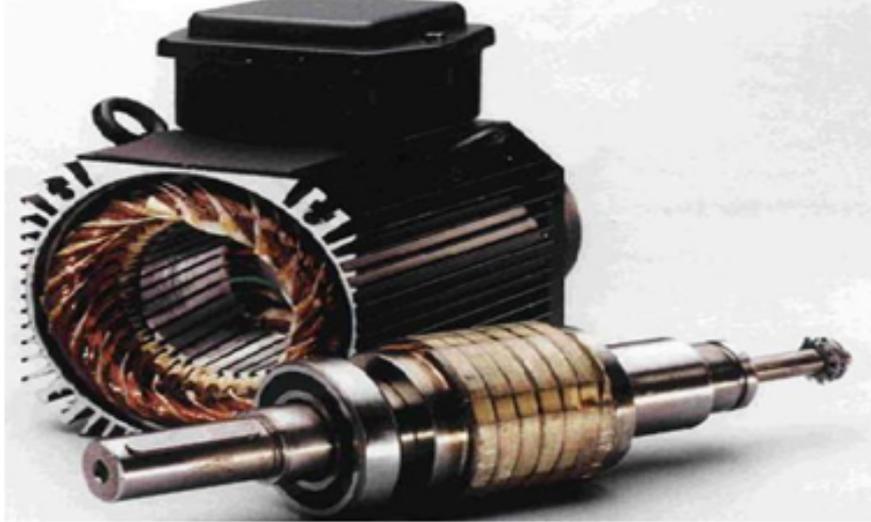


FIGURE 4.6 – Structure d'un moteur synchrone à aimants permanents

Le modèle de la GSAP peut être obtenu sous les hypothèses simplificatrices suivantes [98, 99, 100] :

- L'entrefer est supposé d'épaisseur uniforme et l'effet d'encoches n'est pas prise en compte.
- La distribution des forces magnétomotrices (FMM) est sinusoïdale.
- La saturation magnétique, l'hystérésis et l'effet de peau sont négligeables.
- Les résistances des enroulements sont constantes et les courants de Foucault négligeable.

$$[u_{dq}] = [R_s][i_{dq}] + L_{dq} \frac{d}{dt} [i_{dq}] - \omega_r [\varphi_{dq}] \quad (4.12)$$

Cette notation est l'écriture condensée de :

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} = [R_s] \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_d \\ L_q \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} - \omega_r \begin{bmatrix} \varphi_q \\ \varphi_d \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Où :

- $[u_d \ u_q]^T$: Vecteur tension statorique d'axes d et q.
- $[i_d \ i_q]^T$: Vecteur courants statorique d'axes d et q.
- $[L_d \ L_q]^T$: Vecteur inductances statorique d'axes d et q .
- $[\varphi_d \ \varphi_q]^T$: Vecteur des flux traversant les bobines statoriques.
- R_s : Résistance d'une phase statoriques.

- ω_r :Vitesse électrique de rotation du rotor tel que $\omega_r = p\Omega_m$ (Ω_m :Vitesse mécanique).

Les flux φ_{dq} , sont exprimés par :

$$\begin{cases} \varphi_d = L_d i_d + \psi_f \\ \varphi_q = L_q i_q \end{cases} \quad (4.14)$$

Avec :

ψ_f : Flux induit par les aimants.

La substitution de (4.14) dans (4.12) donne :

$$\begin{cases} v_d = R_s i_d + L_d \frac{di_d}{dt} - p\Omega_m L_q i_q \\ v_q = R_s i_q + L_q \frac{di_q}{dt} + p\Omega_m L_d i_d + p\Omega_m \psi_f \end{cases} \quad (4.15)$$

L'expression du couple électromagnétique peut être donné par :

$$C_{em} = \frac{3}{2}p(\varphi_d i_q - \varphi_q i_d) = \frac{3}{2}p[(L_d - L_q)i_d i_q + \psi_f i_q] \quad (4.16)$$

En utilisant les modèles mathématiques de deux parties, le modèle dynamique de la turbine éolienne et le système d'équation de la GSAP, le comportement dynamique de système global peut être écrit sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t)) + Bu(t) + MC_m(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (4.17)$$

Tels que :

$$x(t) = \begin{bmatrix} \omega_m \\ i_q \\ i_d \end{bmatrix}, f = \begin{bmatrix} \frac{-f}{J} & \frac{3P\psi_f}{2J} & 0 \\ \frac{-P\psi_f}{L_q} & \frac{-R_s}{L_q} & -P\omega_m \\ 0 & P\omega_m & \frac{-R}{L_d} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{L_q} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_d} \end{bmatrix}, u(t) = \begin{bmatrix} u_q \\ u_d \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

$$M = \begin{bmatrix} -\frac{1}{J} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

4.3.3 Commande floue de système Turbine-GSAP

La structure générale de la commande floue d'une turbine éolienne à base d'une GSAP est détaillée à la figure 4.7. L'objectif est de construire un contrôleur flou de type T-S qui permet de maximiser la capture de l'énergie du vent et d'améliorer les performances du système. Le rôle du contrôleur est donc de garantir que les états du système TE-GSAP $[\omega_m \ i_q \ i_d]^T$ suivant une trajectoire désirée d'ordre fractionnaire $[\omega_{md} \ i_{qd} \ i_{dd}]^T$ dans des conditions climatique changeants.

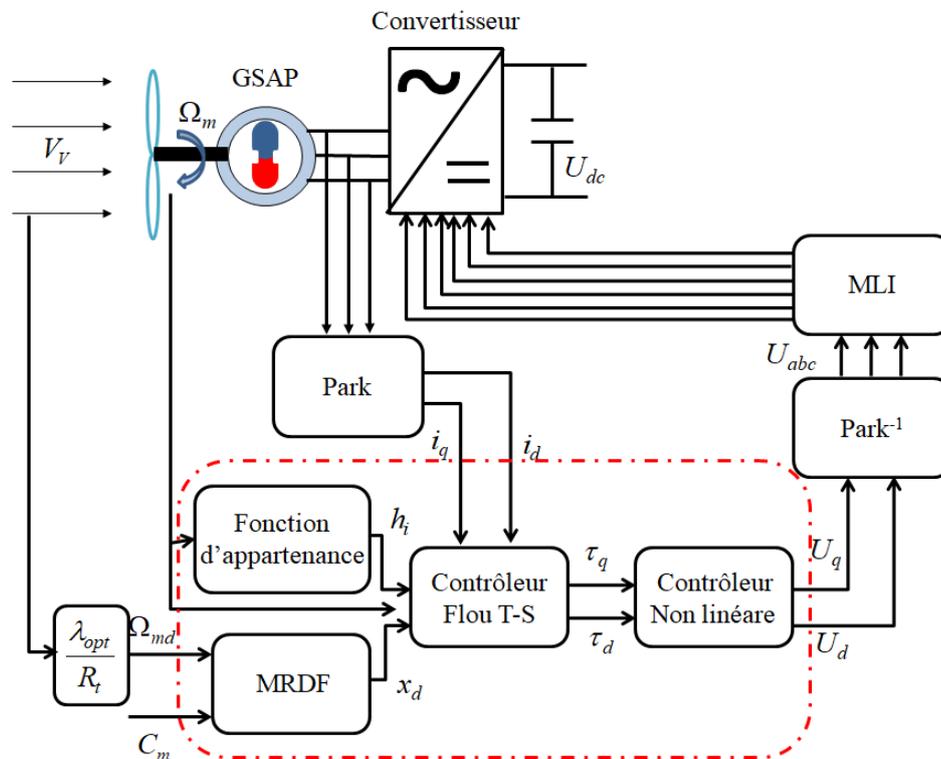


FIGURE 4.7 – Schéma complet de commande floue T-S d'une turbine éolienne utilisant une GSAP

4.3.3.1 Modèle flou T-S de système TE-GSAP

En écriture matricielle, le modèle dynamique de système TE-GSAP s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(\omega_m(t))x(t) + Bu(t) + MC_m(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (4.20)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{d}{dt}\omega_m \\ \frac{d}{dt}i_q \\ \frac{d}{dt}i_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-f}{J} & \frac{3P\psi_f}{2J} & 0 \\ \frac{-P\psi_f}{L_q} & \frac{-R_S}{L_q} & -P\omega_m \\ 0 & P\omega_m & \frac{-R}{L_d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_m \\ i_q \\ i_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{L_q} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_q \\ u_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{J} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

Avec :

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

A partir de l'équation 4.20, nous remarquons que la matrice B et la matrice C sont constantes. Alors que la matrice d'états A est en fonction de la vitesse de rotation ω_m . En supposant que la variable ω_m est bornée telle que : $\omega_m \in [-q \quad q]$.

Donc, le modèle non linéaire de système 4.20 peut être représenté par deux règles T-S floues suivant :

Si R_i in S_1 est $F_1^i \dots S_p$ est F_p^i , alors :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) + M_i C_m(t) \\ y(t) = C_i x(t) \end{cases} \quad (4.23)$$

Où $R_i (i = 1, 2, \dots, r)$ représente la i^{eme} règle floue et r est le nombre de règle. $F_j^i (j = 1, 2, \dots, P)$ est l'ensembles flous, $S_1(t)$ est la première variable de prémisse et $S_P(t)$ est la dernière variable de prémisse, $x(t) \in R^n$ est le vecteur d'état et $u(t) \in R^n$ est le vecteur de commande.

Avec $S(t) = \omega_m(t)$, F_1^1 et F_1^2 sont les fonctions d'appartenance :

$$F_1^1 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\omega_m(t)}{q}\right), \quad F_1^2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\omega_m(t)}{q}\right) \quad (4.24)$$

Les sous-matrices sont données par :

$$A_1 = \begin{bmatrix} \frac{-f}{J} & \frac{3P\psi_f}{2J} & 0 \\ \frac{-P\psi_f}{L_q} & \frac{-R_S}{L_q} & Pq \\ 0 & -Pq & \frac{-R_S}{L_d} \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} \frac{-f}{J} & \frac{3P\psi_f}{2J} & 0 \\ \frac{-P\psi_f}{L_q} & \frac{-R_S}{L_q} & -Pq \\ 0 & Pq & \frac{-R_S}{L_d} \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

$$B_1 = B_2 = B, M_1 = M_2 = M, C_1 = C_2 = C \quad (4.27)$$

En utilisant le produit d'inférence, un fuzzificateur de type singleton et un un défuzzificateur de type centre de gravité, la sortie globale du système peut être exprimée sous la forme :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(s(t))(A_i x(t) + B_i u(t) + M_i C_m(t)) \quad (4.28)$$

Où

$$h_i(s(t)) = \frac{\lambda_i(s(t))}{\sum_{i=1}^r \lambda_i(s(t))} \quad (4.29)$$

Avec $\lambda_i(s(t)) = \prod_{j=1}^P F_{j=1}^i(s_j(t)) \quad i = 1, 2, \dots, r$

$$\forall t > 0 : \sum_{i=1}^r h_i(s(t)) = 1 \quad (4.30)$$

$h_i(s(t))$ représente Si-Alors règle de poids normalisé.

4.3.3.2 Synthèse du contrôleur flou T-S

L'objectif est de construire un contrôleur flou T-S capable de piloter l'état de système GSAP -TE à suivre un modèle de référence d'ordre fractionnaire. L'erreur de poursuite entre le système TE-GSAP et le modèle de référence d'ordre fractionnaire est définie par :

$$e(t) = x(t) - x_d(t) \quad (4.31)$$

La dérivée fractionnaire de $e(t)$ est donnée par :

$$D_t^\alpha e(t) = D_t^\alpha x(t) - D_t^\alpha x_d(t) \quad (4.32)$$

Sachant que l'état actuelle de système est connue, ce qui nous amène à remplacer sa dérivée fractionnaire par sa dérivée d'ordre entier. Par conséquent, le comportement dynamique fractionnaire dans le signal d'erreur dépendra uniquement de comportement dynamique fractionnaire de modèle de référence désiré. La dérivée fractionnaire de $e(t)$ sera approximée comme suit :

$$D_t^\alpha e(t) \approx \dot{x}(t) - D_t^\alpha x_d(t) \quad (4.33)$$

En remplaçant l'équation 4.28 dans $D_t^\alpha e(t)$, l'équation 4.33 devient :

$$D_t^\alpha e(t) \approx \sum_{i=1}^r h_i(s(t))(A_i x(t) + B_i u(t) + M_i C_m(t) + A_i x_d) - D_t^\alpha x_d(t) \quad (4.34)$$

Pour plus de simplicité, l'équation (4.34) sera reformulée comme suit :

$$\sum_{i=1}^r h_i(s(t)) B_i \tau(t) = \sum_{i=1}^r h_i(s(t))(B_i u(t) + M_i C_m(t) + A_i x_d) - D_t^\alpha x_d(t) \quad (4.35)$$

Où $\tau(t)$ est la loi de commande floue sont conçue via la stratégie PDC comme suit :

Contrôleur R_i : Si $s(t)$ est F_1^J Alors $\tau(t) = -K_i e(t), i = 1, 2, \dots, r$

$$\tau(t) = -K_i e(t) \quad (4.36)$$

Avec K_i est le gain du contrôleur. La sortie de contrôleur flou est donnée par la sommation suivante :

$$\tau(t) = - \sum_{i=1}^r h_i(s(t)) K_i e(t) \quad (4.37)$$

En remplaçant l'équation 4.34 dans 4.33, l'erreur de poursuite devient :

$$D_t^\alpha e(t) \approx \sum_{i=1}^r h_i(s(t))(A_i e(t) + B_i \tau(t)) \quad (4.38)$$

En utilisant l'équation 4.36, l'erreur de poursuite 4.37 peut être réécrit comme suit :

$$D^\alpha e(t) \approx \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(s(t))(A_i - B_i K_j) e(t) \quad (4.39)$$

4.3.3.3 Synthèse de stabilité

L'objectif est de proposer un contrôleur flou T-S (4.36) pour un système flou d'ordre fractionnaire (4.28) capable de conduire les états du système GSAP -TE à suivre les variables du modèle de référence d'ordre fractionnaire. Afin de déterminer les gains de contrôleur (4.36), les théorèmes suivantes sont considérés [101] :

Théorème 1 :Le système flou d'ordre fractionnaire (4.28) est globalement asymptotiquement stable s'il existe une matrice symétrique réelle définie positive P , et une matrice semi définie positive Q vérifiant les conditions suivantes :

$$A^T P + P A = -Q \quad (4.40)$$

Théorème 2 :Le système flou d'ordre fractionnaire (4.28) est globalement asymptotiquement stable s'il existe une matrice symétrique réelle définie positive P se rencontrent telle que $J = x^T P (\frac{d^\alpha x}{dt^\alpha}) \leq 0$:

La fonction $J = x^T P (\frac{d^\alpha x}{dt^\alpha}) \leq 0$ est l'équivalent de :

$$J_0 = x^T P \frac{d^\alpha x}{dt^\alpha} + (\frac{d^\alpha x}{dt^\alpha})^T P x \leq 0 \quad (4.41)$$

Théorème 3 :Le système flou d'ordre fractionnaire (4.28) est globalement asymptotiquement stable s'il existe P, Q_{ij} (Avec $Q_{ii} = Q_{ii}^T$ et $Q_{ji} = Q_{ji}^T$ pour $i \neq j$), une matrice diagonale E et des matrices K_1, K_2 telles que :

$$G_{ii}^T P + P G_{ii} + Q_{ii} + E P E \leq 0, \quad i = 1, \dots, r \quad (4.42)$$

$$\left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2}\right)^T P + P\left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2}\right) + Q_{ij} \leq 0, \quad i \leq j \leq r \quad (4.43)$$

Avec :

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & \cdots & Q_{1r} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Q_{r1} & \cdots & Q_{rr} \end{bmatrix}, \quad (4.44)$$

Preuve : Basé sur le théorème 2, En choisissant l'équivalent de la fonction pour le système (4.28) comme suit

$$J_0 = e^T P \frac{d^\alpha e}{dt^\alpha} + \left(\frac{d^\alpha e}{dt^\alpha}\right)^T P e \quad (4.45)$$

$$J_0 = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 h_i(s(t)) h_j(s(t)) \left\{ (A_i - B_i K_j)^T e^T P e + e^T P (A_i - B_i K_j) e \right\} \quad (4.46)$$

$$J_0 = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 h_i h_j e^T \left[(A_i - B_i K_j)^T P + P (A_i - B_i K_j) \right] e \quad (4.47)$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{i=1}^2 h_i^2 e^T \left[(A_i - B_i K_i)^T P + P (A_i - B_i K_i) \right] e + \sum_{i < j}^2 h_i h_j e^T \left[(A_i - B_i K_j)^T P + P (A_i - B_i K_j) \right] e \\ &+ \sum_{i > j}^2 h_i h_j e^T \left[(A_j - B_j K_i)^T P + P (A_j - B_j K_i) \right] e \end{aligned} \quad (4.48)$$

Étant donné que

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^2 h_i^2 + 2 \sum_{i < j}^2 h_i h_j = 1 + \sum_{i < j}^2 h_i h_j e^T \left[(A_i - B_i K_j)^T P + P (A_i - B_i K_j) \right] + \\ &\quad \sum_{i > j}^2 h_i h_j e^T \left[(A_j - B_j K_i)^T P + P (A_j - B_j K_i) \right] \\ &= \sum_{i < j}^2 h_i h_j e^T \left\{ [(A_i - B_i K_j) + (A_j - B_j K_i)]^T P + P [(A_i - B_i K_j) + (A_j - B_j K_i)] \right\} e \\ &= 2 \sum_{i < j}^2 h_i h_j e^T \left\{ \left[\frac{(A_i - B_i K_j) + (A_j - B_j K_i)}{2} \right]^T P + P \left[\frac{(A_i - B_i K_j) + (A_j - B_j K_i)}{2} \right] \right\} e \end{aligned} \quad (4.49)$$

$$(4.50)$$

En posant $G_{ii} = A_i - B_i K_i$, $G_{ij} = A_i - B_i K_j$ et $G_{ji} = A_j - B_j K_i$, (4.47) peut s'écrire comme suit :

$$J_0 = \sum_{i=1}^2 h_i^2 e^T (G_{ii}^T P + P G_{ii}) e + 2 \sum_{i < j} h_i h_j e^T \left(\left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T P + P \left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) \right) e \quad (4.51)$$

D'après l'inégalité (4.42), on obtient

$$J_0 \leq - \sum_{i=1}^2 h_i^2 e^T (Q_{ii} + E P E) e - 2 \sum_{i < j} h_i h_j e^T Q_{ij} e \quad (4.52)$$

Par conséquent, lorsque l'inégalité (4.42) est vérifiée, on obtient

$$J_0 = e^T P \frac{d^\alpha e}{dt^\alpha} + \left(\frac{d^\alpha e}{dt^\alpha} \right)^T P e \quad (4.53)$$

4.3.3.4 Modèle de référence d'ordre fractionnaire et contrôleur non linéaire

Le MRDF et la loi de commande $u(t)$ peuvent être obtenues en utilisant l'équation (4.34) qui est réécrite comme suit :

$$\sum_{i=1}^r h_i(s) B_i \tau = \sum_{i=1}^r h_i(s) (B_i u + M_i T_m + A_i x_d) - D_t^\alpha x_d(t) \quad (4.54)$$

En notant que :

$$A(\omega_m) = \sum_{i=1}^r h_i A_i, \quad B = \sum_{i=1}^r h_i B_i, \quad M = \sum_{i=1}^r h_i M_i \quad (4.55)$$

Alors l'équation (4.53) peut être réécrite comme suit :

$$B(u(t) - \tau(t)) = -A(\omega_m) x_d - M T_m(t) + D_t^\alpha x_d(t) \quad (4.56)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} \end{bmatrix} (u - \tau) = - \begin{bmatrix} -\frac{f}{J} & \frac{3P\psi_f}{2J} & 0 \\ -\frac{p\psi}{L} & -\frac{R_s}{L} & -p\omega_m \\ 0 & p\omega_m & -\frac{R_s}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{md} \\ i_{qd} \\ i_{dd} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\frac{1}{J} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} T_m + \begin{bmatrix} D_t^\alpha \omega_{md} \\ D_t^\alpha i_{qd} \\ D_t^\alpha i_{dd} \end{bmatrix} \quad (4.57)$$

A partir de l'équation (4.56), on obtient le suivi de la vitesse comme suit :

$$D_t^\alpha \omega_{md} = -\frac{f}{J} \omega_{md} - \frac{1}{J} T_m + \frac{3P\psi_f}{2J} i_{qd} \quad (4.58)$$

Le suivi de courant désiré peut être donnée par :

$$i_{qd} = \frac{2J}{3p\Psi_f} \left(D_t^\alpha \omega_{md} + \frac{f}{J} \omega_{md} + \frac{1}{J} T_m \right) \quad (4.59)$$

$$i_{dd} = 0$$

Pour suivre le modèle de référence d'ordre fractionnaire désiré, nous utilisons la loi de commande non linéaire suivante :

$$\begin{cases} u_q = p\Psi\omega_{md} + R_s i_{qd} + L D_t^\alpha i_{qd} + \tau_q \\ u_d = -pL\omega_{md} i_{qd} + \tau_d \end{cases} \quad (4.60)$$

4.3.3.5 Résultats de simulation

Afin d'illustrer la conception du contrôleur flou d'ordre fractionnaire, les résultats de la simulation sont réalisés à l'aide du package MATLAB-Simulink avec les paramètres spécifiés donnés dans le Tableau suivant :

TABLE 4.1 – paramètres du système étudié

Paramètre	Valeur numérique
Rayon de la turbine R_t	0.5 m
Masse volumique de l'air ρ	1.225 Kg.m ⁻³
Inertie J_t	16 N.m
Puissance nominale P_n	600 W
Resistance statorique R_s	1.137 Ω
Inductance direct L_{sd}	0.0027 H
Inductance transversale L_{sq}	0.0027 H
Frottement visqueux f	0.06 N.m.s.rad ⁻¹
Nombre de paires de pôles p	17
Flux statorique Ψ_f	0.15 Wb
Inertie J_m	0.1 N.m

La variation de la vitesse du vent pendant une durée de 120 secondes est illustrée à la Figure 4.8.

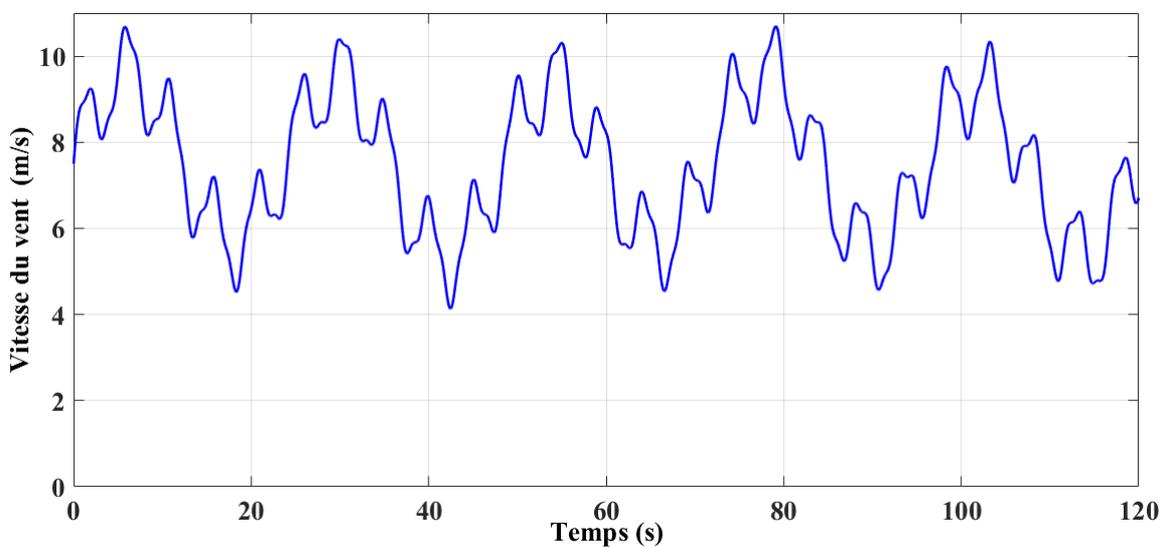


FIGURE 4.8 – Profil du vent

Les réponses de la vitesse spécifique et du coefficient de puissance sont représentées sur les figures 4.9 et 4.10, respectivement. Nous pouvons constater que le coefficient de puissance et la vitesse spécifique suivent leurs valeur de consigne ($C_{pmax} = 0.15$, $\lambda = 0.78$)

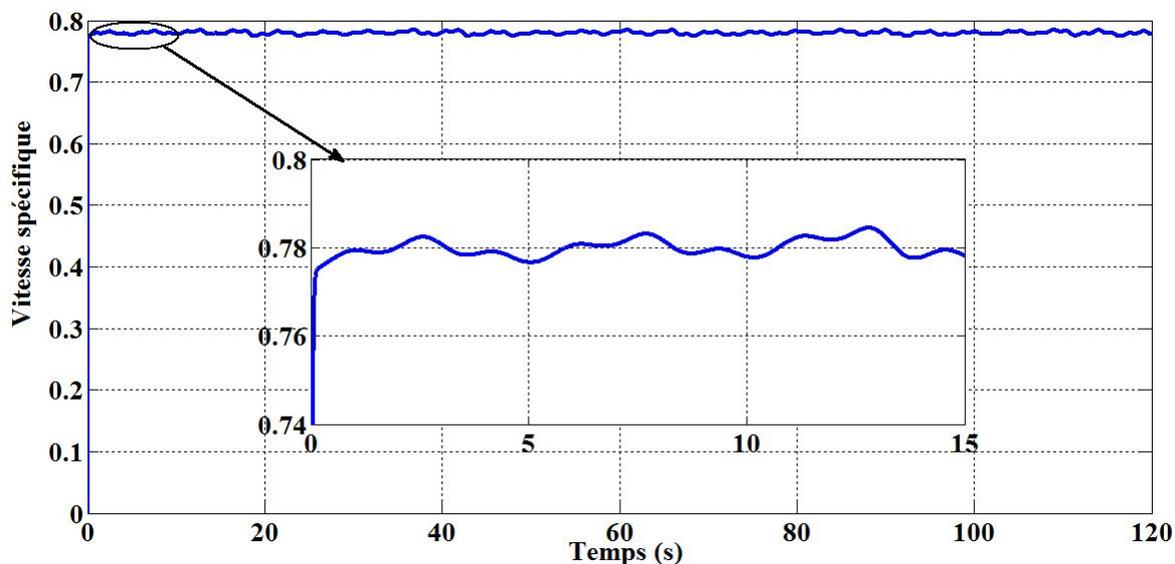


FIGURE 4.9 – Vitesse spécifique

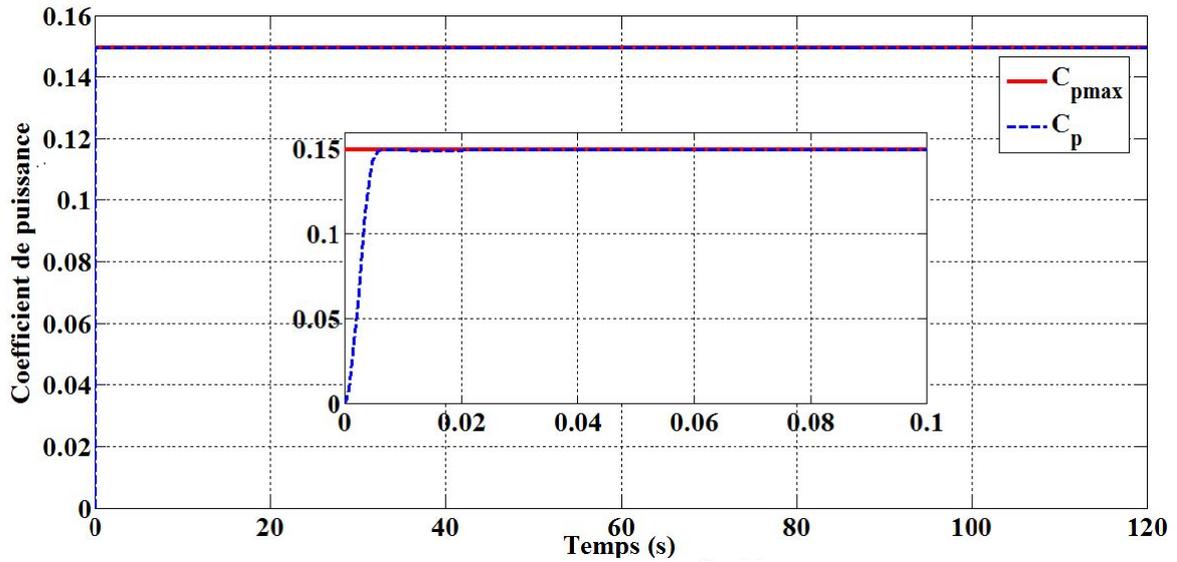


FIGURE 4.10 – Coefficient de puissance

La réponse de la variation du vitesse de rotation est illustrée à la figure 4.11, tandis que les réponses des courants statoriques sont illustrées sur la figure 4.12 et la figure 4.13, respectivement. Nous pouvons constater que les trois états (vitesse, le courant i_q et le courant i_d) suivent les trajectoires désirées.

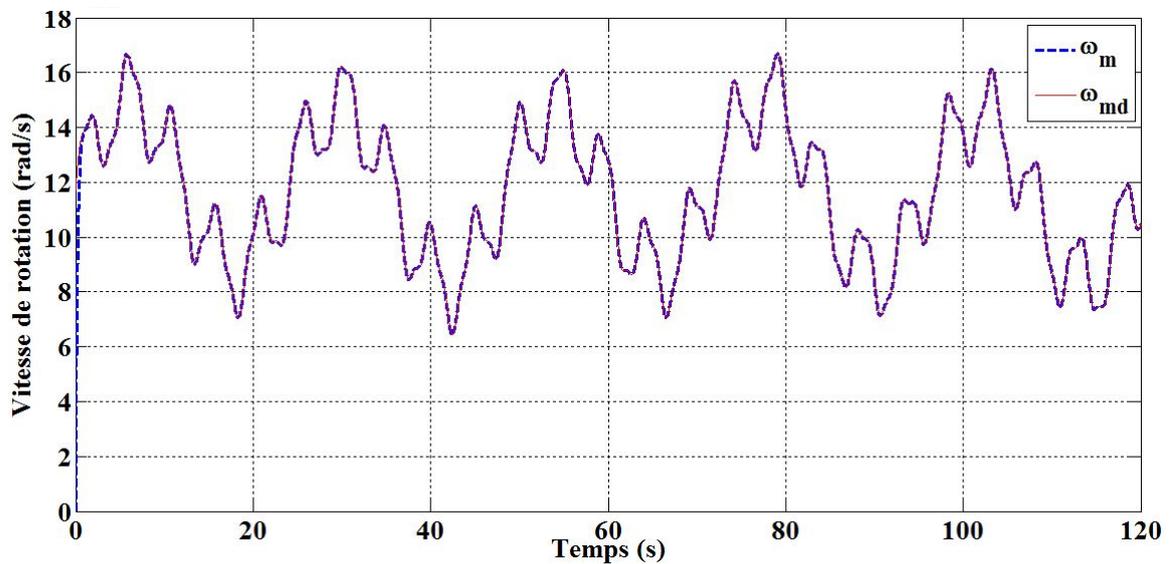


FIGURE 4.11 – Vitesse de rotation

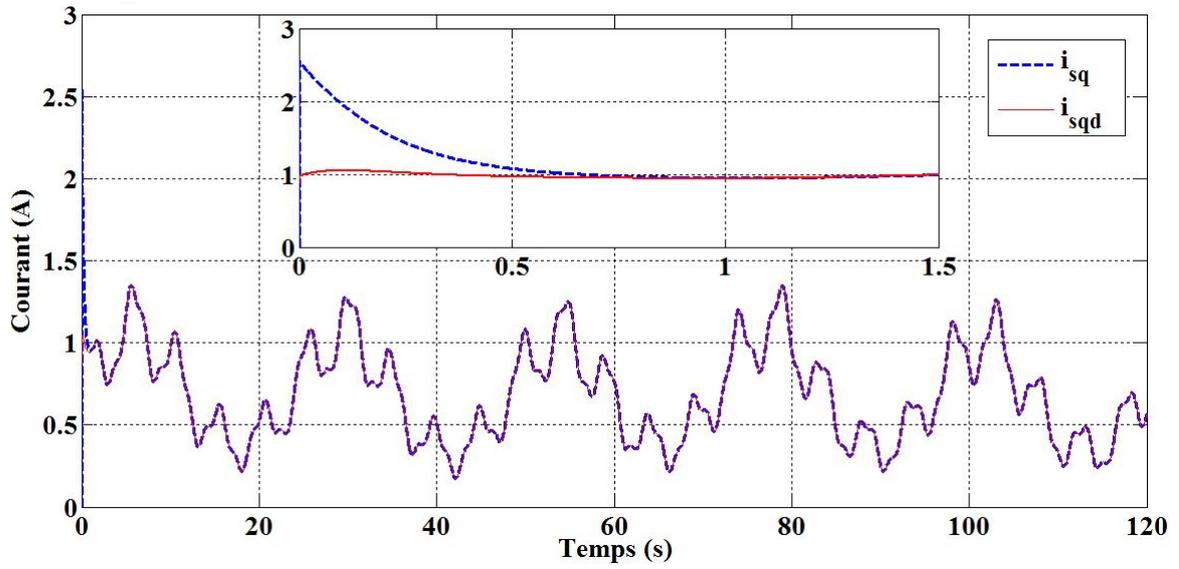


FIGURE 4.12 – Allure des courants i_q et i_{qd}

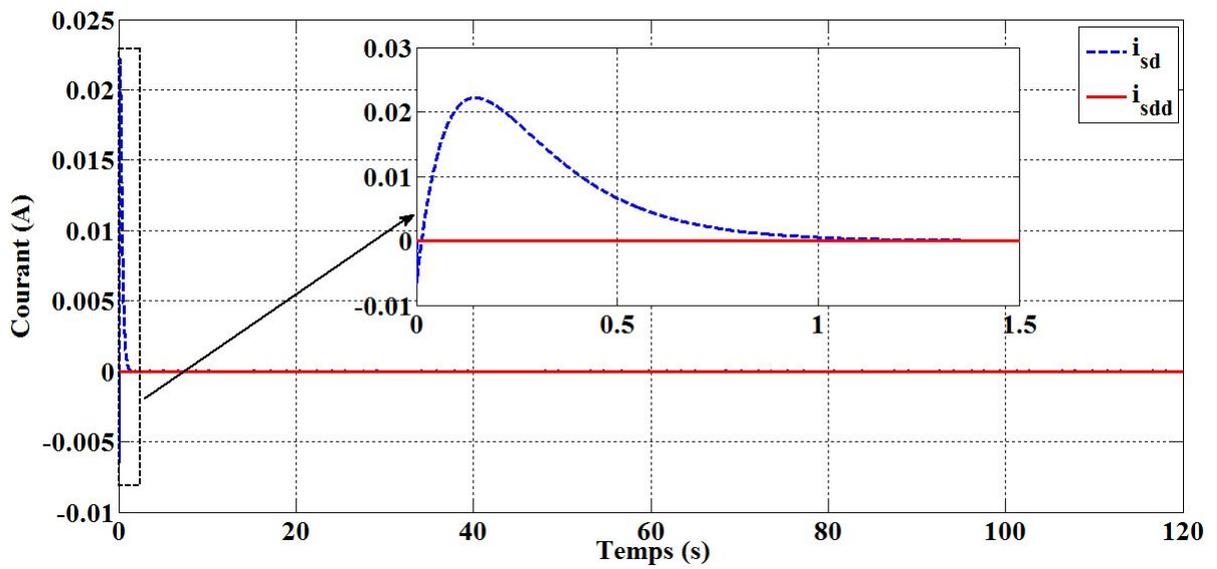


FIGURE 4.13 – Allure des courants i_d et i_{dd}

Les réponses des tensions de commande sont illustrées sur la figure 4.14; il est clair que les tensions de l'axe d-q sont dans les plages typiques.

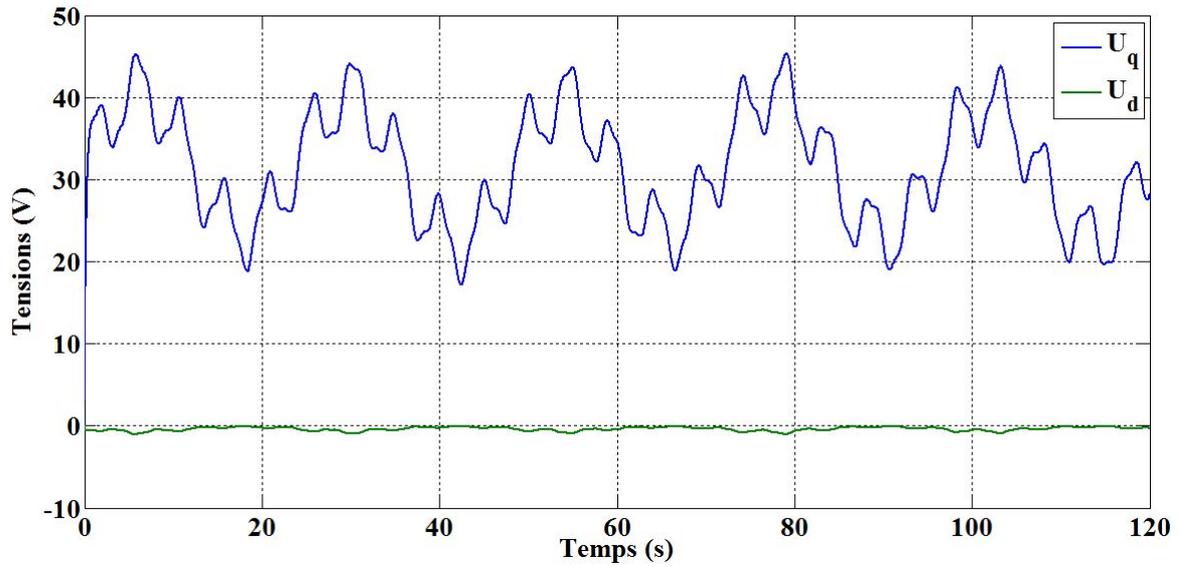


FIGURE 4.14 – Allure des tensions u_q et u_d

D'après la Figure 4.14, il est clair que les tensions de commande souhaitées peuvent être obtenues par le contrôleur proposé. Pour confirmer ce résultat précédent, une étude comparative avec deux contrôleurs d'ordre entier TS-FLC et le contrôleur conventionnel PI est présentée sur les figures 4.15, 4.16, 4.17 et le tableau 4.2. L'ensemble des paramètres de PI a été obtenus par la méthode de compensation des pôles : $K_P = 863.94$, $K_i = 3.5776$.

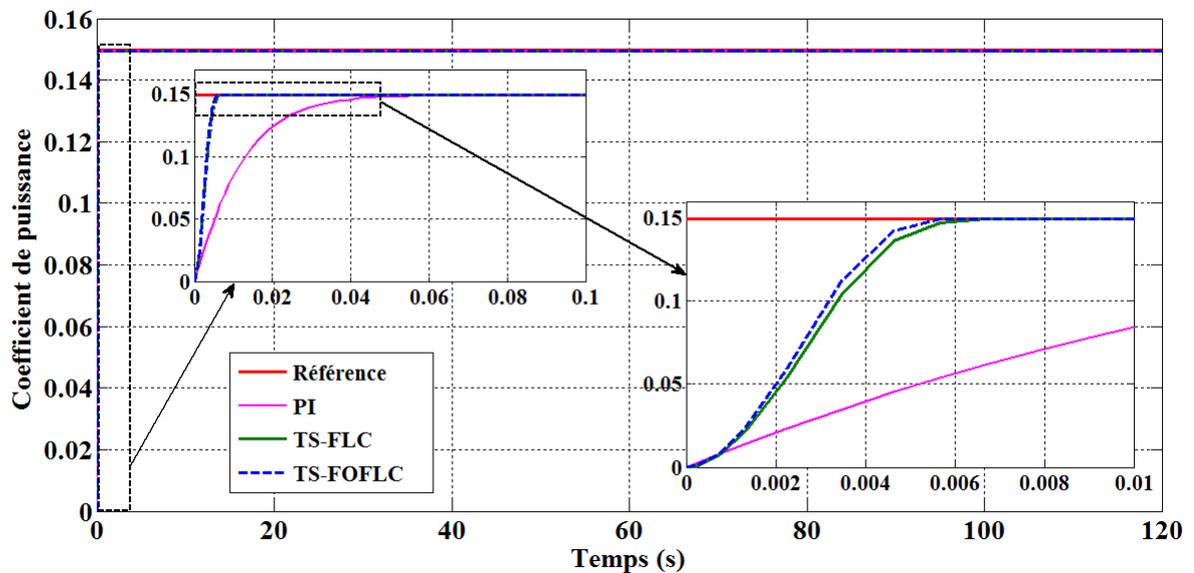


FIGURE 4.15 – Coefficient de puissance

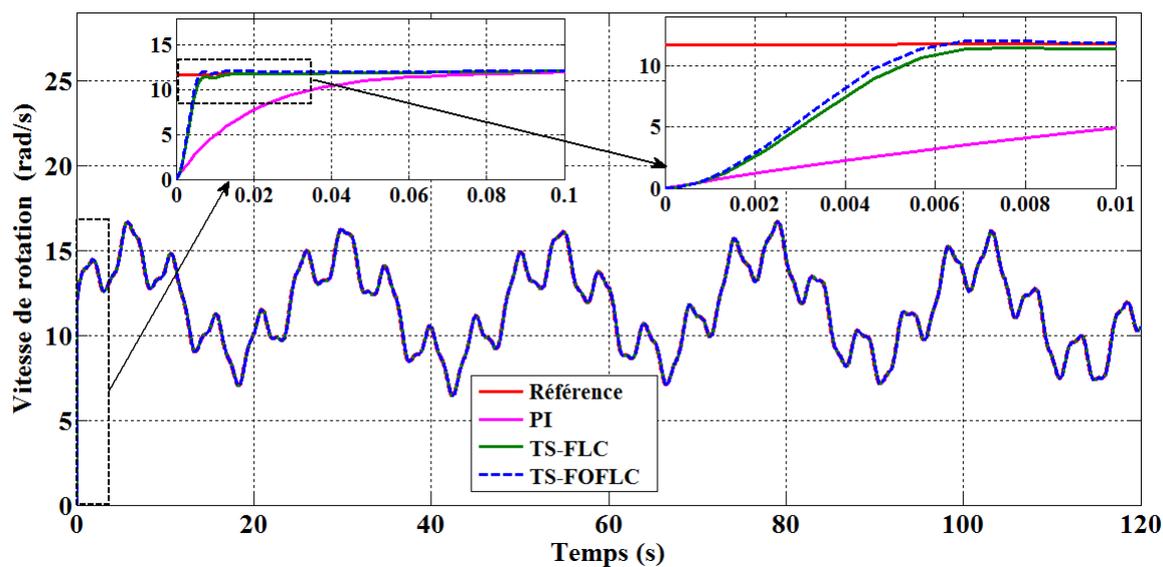


FIGURE 4.16 – Vitesse de rotation

TABLE 4.2 – Comparaison des performances de différents types de contrôleur

Type de Contrôleur		Vitesse de rotation		
		Temps de montée (<i>ms</i>)	Temps de réponse (<i>ms</i>)	Dépassement (%)
PI	$\alpha = 1.0$	4.7	38.9	0
TS-FLC	$\alpha = 1.0$	4.7	38.9	0
	$\alpha = 0.1$	4.7	37.9	0
	$\alpha = 0.2$	4.7	36	0
	$\alpha = 0.3$	4.6	32.6	0
	$\alpha = 0.4$	4.5	24.4	0
	$\alpha = 0.5$	4.4	13.2	0
TS-FOFLC	$\alpha = 0.6$	4.3	11.8	0
	$\alpha = 0.69$	4.2	10.6	0
	$\alpha = 0.7$	4.2	10.4	0.0707
	$\alpha = 0.8$	3.9	5.8	1.7738
	$\alpha = 0.9$	3.6	18	5.8315
	$\alpha = 0.99$	3.2	21	11.5001

La figure 4.17 montre la variation des temps de montée, temps de réponse et dépassement en fonction de l'ordre fractionnaire α . Nous pouvons voir clairement dans cette figure

que l'intervalle des meilleures performances se situe entre $\alpha \in [0.1 \ 0.69]$, où les meilleures performances sont obtenues par $\alpha = 0.69$.

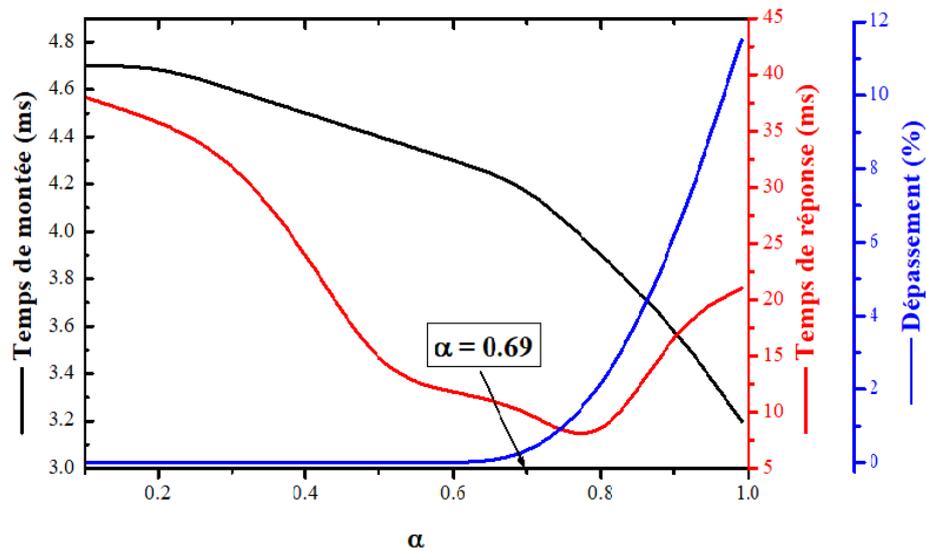


FIGURE 4.17 – Variation des performances de contrôleur proposé

4.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié le problème de la commande d'une classe des systèmes non linéaires décrits par les modèles flous T-S. La méthode de commande floue développée dans ce chapitre est capable de conduire le système à suivre un modèle de référence désiré. Le modèle de référence désiré est conçu selon le système non linéaire TE-GSAP représenté par l'approche floue T-S. Les conditions de stabilité du système flou qui sont données sous forme de LMIs. Les résultats de simulation obtenus ont montré l'efficacité de contrôleur proposé par rapport à ceux obtenus en utilisant les deux technique TS – FLC et le contrôleur traditionnel PI.

Conclusion générale

Les travaux de recherche présentés dans le cadre de cette thèse ont eu pour objectif de développer des méthodes pour la conception et la synthèse des contrôleurs d'ordre non entier.

Pour cela, on a présenté brièvement l'état de l'art sur les systèmes d'ordre fractionnaire. Nous avons donné les différentes définitions des opérateurs d'ordre non entier, leurs propriétés ainsi que leurs interprétations géométrique et physique. Les techniques d'identification et de commande d'ordre fractionnaire les plus utilisées dans la littérature sont également présentées.

Dans le deuxième chapitre, la méthode de synthèse des contrôleurs d'ordres fractionnaire sous contraintes à été présentée. La robustesse étant assurée par le critère de phase plat. Les résultats de simulation ont montré l'efficacité et les performances de la méthode proposée.

Dans le troisième chapitre, nous avons développé une stratégie de commande basée sur les modèles flous de T-S pour traiter la stabilisation et la synchronisation des systèmes chaotiques. L'utilisation des modèles T-S est pour la modélisation floue du système chaotique de Lorenz à partir de son système d'équations non-linéaire. Nous avons également présenté la structure du contrôleur fractionnaire $PI^\alpha D^\beta$. puis on a appliqué ce contrôleur sur la synchronisation des systèmes chaotiques, afin d'optimiser les paramètres de ce dernier par un algorithme génétique. Les résultats de simulation ont montré que les systèmes chaotiques peuvent être synchronisés efficacement par l'approche proposée.

Dans le quatrième chapitre, nous avons élaboré une commande floue à modèle de référence d'ordre fractionnaire pour une classe de systèmes non-linéaire. L'idée de base de cette stratégie par rapport à celles développées dans la littérature réside dans l'utilisation du mo-

dèle de référence d'ordre fractionnaire pour assurer une meilleure poursuite de trajectoires. Les résultats de simulation ont montré que cette commande est robuste par rapport à celle du modèle de référence d'ordre entier.

L'ensemble de ces travaux peuvent être complétés par des perspectives pouvant être envisagés, parmi les quels on peut citer :

- Le développement d'autres algorithmes pour la conception et la synthèse des contrôleurs fractionnaire pour les systèmes MIMO.
- L'identification des systèmes à retards.
- L'implémentation des stratégies de commande développées dans cette thèse sur des systèmes réels.

Bibliographie

- [1] R. Farkh, *Commande PID des systèmes à retard*. PhD thesis, École Nationale d'Ingénieurs de Tunis, 2011.
- [2] P. Borne and J.-P. Richard, *Modélisation et identification des processus*, vol. 1. Editions Technip, 1992.
- [3] F. D. Vareta, "Pseudo-invariance sous groupe de transformations : un nouveau concept pour la commande robuste," *Séminaire Toulousain «Représentation Diffusive et Application»*, vol. 1, no. 1, 2000.
- [4] D. Boudjehem, M. Sedraoui, and B. Boudjehem, "A fractional model for robust fractional order smith predictor," *Nonlinear Dynamics*, vol. 73, no. 3, pp. 1557–1563, 2013.
- [5] S. Dugowson, *Les différentielles métaphysiques : histoire et philosophie de la généralisation de l'ordre de la dérivation*. PhD thesis, Paris 13, 1994.
- [6] D. Matignon and B. d'Andréa Novel, "Some results on controllability and observability of finite-dimensional fractional differential systems," in *Computational engineering in systems applications*, vol. 2, pp. 952–956, Citeseer, 1996.
- [7] D. Matignon and B. d'Andrea Novel, "Observer-based controllers for fractional differential systems," in *Proceedings of the 36th IEEE Conference on Decision and Control*, vol. 5, pp. 4967–4972, IEEE, 1997.
- [8] I. Podlubny, "Fractional-order systems and $\pi/\sup/spl \lambda//d/\sup/spl \mu//$ -controllers," *IEEE Transactions on automatic control*, vol. 44, no. 1, pp. 208–214, 1999.

- [9] I. Podlubny, *Fractional differential equations : an introduction to fractional derivatives, fractional differential equations, to methods of their solution and some of their applications*. Elsevier, 1998.
- [10] Y. Q. Chen, B. M. Vinagre, and I. Podlubny, “Continued fraction expansion approaches to discretizing fractional order derivatives—an expository review,” *Nonlinear Dynamics*, vol. 38, no. 1-4, pp. 155–170, 2004.
- [11] R. Caponetto, L. Fortuna, and D. Porto, “Parameter tuning of a non integer order pid controller,” in *Proceedings of the fifteenth international symposium on mathematical theory of networks and systems, Notre Dame, Indiana*, 2002.
- [12] G. Montseny, *Représentation diffusive*. Hermès science publications, 2005.
- [13] A. Oustaloup, “The crone control (la commande crone),” *Hermès, Paris*, 1991.
- [14] V. H. Schmidt, J. E. Drumheller, and F. L. Howell, “Dielectric properties of lithium hydrazinium sulfate,” *Physical Review B*, vol. 4, no. 12, p. 4582, 1971.
- [15] N. Mrani, *Contribution à l’étude des Systèmes Fractionnaires : Théorie et Applications*. PhD thesis, PhD thesis, Ecole Mohammadia d’Ingénieurs, Rabat, Maroc, 2004.
- [16] W. Jun, Z. Zhengming, and S. Xiaoying, “Comparisons of electric machines used for the electro-mechanical actuation systems in all-electric airplane,” in *Sixth International Conference on Electrical Machines and Systems, 2003. ICEMS 2003.*, vol. 2, pp. 665–668, IEEE, 2003.
- [17] M. Bromly and C. Hinz, “On the appearance of the fractional derivatives in the behavior of real materials,” *Water Resour. Res*, vol. 40, 2004.
- [18] C. Grasser and V. Sitta, “Water and solute transport in homogeneous and stratified media,” *Swiss Fed. Inst. of Technol.(ETH), Zurich*, vol. 3, 1993.
- [19] R. Metzler and J. Klafter, “The random walk’s guide to anomalous diffusion : a fractional dynamics approach,” *Physics reports*, vol. 339, no. 1, pp. 1–77, 2000.
- [20] R. L. Bagley and P. J. Torvik, “Water on the appearance of the fractional derivatives in the behaviour of real materials,” *Applied Mechanics*, vol. 41, pp. 294–298, 1984.

- [21] R. Hotzel, *Contribution a la theorie structurelle et la commande des systemes lineaires fractionnaires*. PhD thesis, Paris 11, 1998.
- [22] K. Oldham and J. Spanier, *The fractional calculus theory and applications of differentiation and integration to arbitrary order*. Elsevier, 1974.
- [23] M. Caputo, “Linear models of dissipation whose q is almost frequency independent—ii,” *Geophysical Journal International*, vol. 13, no. 5, pp. 529–539, 1967.
- [24] A. Charef, “Analogue realisation of fractional-order integrator, differentiator and fractional $\pi\lambda d\mu$ controller,” *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, vol. 153, no. 6, pp. 714–720, 2006.
- [25] N. Heymans and I. Podlubny, “Physical interpretation of initial conditions for fractional differential equations with riemann-liouville fractional derivatives,” *Rheologica Acta*, vol. 45, no. 5, pp. 765–771, 2006.
- [26] J. Gómez-Aguilar, R. Razo-Hernández, and D. Granados-Lieberman, “A physical interpretation of fractional calculus in observables terms : analysis of the fractional time constant and the transitory response,” *Revista mexicana de fisica*, vol. 60, no. 1, pp. 32–38, 2014.
- [27] I. Podlubny, “Geometrical and physical interpretation of fractional integration and fractional differentiation,” *Fractional Calculus and Applied Analysis*, vol. 5, no. 2, pp. 367–386, 2002.
- [28] I. Podlubny, V. Despotovic, T. Skovranek, and B. McNaughton, “Shadows on the walls : Geometric interpretation of fractional integration,” *Journal of Online Mathematics and its Applications*, vol. 7, pp. Article–ID, 2007.
- [29] R. Cioc, “Physical and geometrical interpretation of grünwald-letnikov differintegrals : measurement of path and acceleration,” *Fractional Calculus and Applied Analysis*, vol. 19, no. 1, p. 161, 2016.
- [30] D. Matignon, “Stability results for fractional differential equations with applications to control processing,” in *Computational engineering in systems applications*, pp. 963–968, Lille, France, 1996.

- [31] J. Sabatier, M. Moze, and C. Farges, “On stability of fractional order systems,” in *Third IFAC workshop on fractional differentiation and its applications FDA’08*, Nov. 2008.
- [32] B. Vinagre, *Modelado y control de sistemas dinámicos caracterizados por ecuaciones íntegro-diferenciales de orden fraccional*. PhD thesis, Universidad Nacional de Educación a Distancia, Madrid, 2001.
- [33] D. Boudjehem and B. Boudjehem, “A fractional model predictive control for fractional order systems,” in *Fractional dynamics and control*, pp. 59–71, Springer, 2012.
- [34] P. Nazarian and M. Haeri, “Generalization of order distribution concept use in the fractional order system identification,” *Signal processing*, vol. 90, no. 7, pp. 2243–2252, 2010.
- [35] A. Narang, S. L. Shah, and T. Chen, “Continuous-time model identification of fractional-order models with time delays,” *IET Control Theory & Applications*, vol. 5, no. 7, pp. 900–912, 2011.
- [36] A. Maachou, R. Malti, P. Melchior, J.-L. Battaglia, and B. Hay, “Thermal system identification using fractional models for high temperature levels around different operating points,” *Nonlinear Dynamics*, vol. 70, no. 2, pp. 941–950, 2012.
- [37] J.-D. Gabano, T. Poinot, and H. Kanoun, “Identification of a thermal system using continuous linear parameter-varying fractional modelling,” *IET Control Theory & Applications*, vol. 5, no. 7, pp. 889–899, 2011.
- [38] S. Victor, R. Malti, H. Garnier, and A. Oustaloup, “Parameter and differentiation order estimation in fractional models,” *Automatica*, vol. 49, no. 4, pp. 926–935, 2013.
- [39] D. N. Gruel, P. Lanusse, and A. Oustaloup, “Robust control design for multivariable plants with time-delays,” *Chemical Engineering Journal*, vol. 146, no. 3, pp. 414–427, 2009.
- [40] M. Li, P. Zhou, Z. Zhao, and J. Zhang, “Two-degree-of-freedom fractional order-pid controllers design for fractional order processes with dead-time,” *ISA transactions*, vol. 61, pp. 147–154, 2016.

- [41] S. Ladaci, J. Loiseau, and A. Charef, “Adaptive internal model control with fractional order parameter,” *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 24, no. 11, pp. 944–960, 2010.
- [42] R. Sharma, P. Gaur, and A. Mittal, “Optimum design of fractional-order hybrid fuzzy logic controller for a robotic manipulator,” *Arabian Journal for Science and Engineering*, vol. 42, no. 2, pp. 739–750, 2017.
- [43] A. Si Ammour, *Contribution à la commande par modes glissants d’ordre fractionnaire*. PhD thesis, Université Mouloud Mammeri, 2011.
- [44] Q. Zou, J. Zhang, R. Zhang, F. Gao, and A. Xue, “Fractional order mpc design using improved state space model,” *IFAC-PapersOnLine*, vol. 50, no. 1, pp. 7535–7540, 2017.
- [45] T.-C. Lin and T.-Y. Lee, “Chaos synchronization of uncertain fractional-order chaotic systems with time delay based on adaptive fuzzy sliding mode control,” *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 19, no. 4, pp. 623–635, 2011.
- [46] W. Yu, H. Liang, X. Dong, and Y. Luo, “Modeling and identification of permanent magnet synchronous motor via deterministic learning,” *IEEE Access*, vol. 8, pp. 168516–168525, 2020.
- [47] J. Hlava, *Anisochronic internal model control of time delay systems*. PhD thesis, Cite-seer, 1998.
- [48] N. Makris and M. Constantinou, “Fractional-derivative maxwell model for viscous dampers,” *Journal of Structural Engineering*, vol. 117, no. 9, pp. 2708–2724, 1991.
- [49] A. Seuret, *Commande et observation des systèmes à retards variables : théorie et applications*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lille ; Université des Sciences et Technologie de Lille-Lille I, 2006.
- [50] S. R. Paredes, *Stabilité des systèmes à retard de type neutre*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble-INPG, 2003.
- [51] Y. Ariba, *Sur la stabilité des systèmes à retards variant dans le temps : théorie et application au contrôle de congestion d’un routeur*. PhD thesis, Université de Toulouse, Université Toulouse III-Paul Sabatier, 2009.

- [52] H. Li, Y. Luo, and Y. Chen, “A fractional order proportional and derivative (fopd) motion controller : tuning rule and experiments,” *IEEE Transactions on control systems technology*, vol. 18, no. 2, pp. 516–520, 2009.
- [53] M. Sugeno and G. Kang, “Structure identification of fuzzy model,” *Fuzzy sets and systems*, vol. 28, no. 1, pp. 15–33, 1988.
- [54] K. Gasso, G. Mourot, A. Boukhriss, and J. Ragot, “Optimisation de la structure d’un modèle de takagi-sugeno,” *Actes des rencontres francophones (LFA)*, 1999.
- [55] K. Gasso, *Identification des systèmes dynamiques non-linéaires : approche multi-modèle*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine, 2000.
- [56] K. Tanaka and H. O. Wang, *Fuzzy control systems design and analysis : a linear matrix inequality approach*. John Wiley & Sons, 2004.
- [57] X.-J. Ma, Z.-Q. Sun, and Y.-Y. He, “Analysis and design of fuzzy controller and fuzzy observer,” *IEEE Transactions on fuzzy systems*, vol. 6, no. 1, pp. 41–51, 1998.
- [58] Y. Morere, *Mise en oeuvre de lois de commande pour les modèles flous de type Takagi-Sugeno*. PhD thesis, Valenciennes, 2001.
- [59] D. Boudjehem and B. Boudjehem, “Improved heterogeneous particle swarm optimization,” *Journal of Information and Optimization Sciences*, vol. 38, no. 3-4, pp. 481–499, 2017.
- [60] L. Davis, *Handbook of genetic algorithms*. CumInCAD, 1991.
- [61] L. M. Pecora and T. L. Carroll, “Synchronization in chaotic systems,” *Physical review letters*, vol. 64, no. 8, p. 821, 1990.
- [62] J. Ma, F. Li, L. Huang, and W.-Y. Jin, “Complete synchronization, phase synchronization and parameters estimation in a realistic chaotic system,” *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 16, no. 9, pp. 3770–3785, 2011.
- [63] V.-T. Pham, S. Vaidyanathan, C. K. Volos, T. M. Hoang, and V. Van Yem, “Dynamics, synchronization and spice implementation of a memristive system with hidden hyperchaotic attractor,” in *Advances in Chaos Theory and Intelligent Control*, pp. 35–52, Springer, 2016.

- [64] E. Rosa Jr, E. Ott, and M. H. Hess, “Transition to phase synchronization of chaos,” *Physical review letters*, vol. 80, no. 8, p. 1642, 1998.
- [65] L. Wang, Z. Yuan, X. Chen, and Z. Zhou, “Lag synchronization of chaotic systems with parameter mismatches,” *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 16, no. 2, pp. 987–992, 2011.
- [66] W. He and J. Cao, “Generalized synchronization of chaotic systems : an auxiliary system approach via matrix measure,” *Chaos : An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, vol. 19, no. 1, p. 013118, 2009.
- [67] D. L. Valladares, S. Boccaletti, and M. Carusela, “Intermittent lag synchronization in a pair of coupled chaotic oscillators,” *International Journal of Bifurcation and Chaos*, vol. 11, no. 10, pp. 2699–2704, 2001.
- [68] A. Pujol-Peré, O. Calvo, M. A. Matias, and J. Kurths, “Experimental study of imperfect phase synchronization in the forced lorenz system,” *Chaos : An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, vol. 13, no. 1, pp. 319–326, 2003.
- [69] C. Liu, C. Li, and C. Li, “Quasi-synchronization of delayed chaotic systems with parameters mismatch and stochastic perturbation,” *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 16, no. 10, pp. 4108–4119, 2011.
- [70] A. Boukabou, “Méthodes de contrôle des systèmes chaotiques d’ordre élevé et leur application pour la synchronisation : contribution à l’élaboration de nouvelles approches,” *These de doctorat en science., Université de Constantine*, 2006.
- [71] D. Boudjehem and B. Boudjehem, “Robust fractional order controller for chaotic systems,” *IFAC-PapersOnLine*, vol. 49, no. 9, pp. 175–179, 2016.
- [72] B. Mansouri, *Contribution à la synthèse de lois de commandes en poursuite de trajectoire pour les systèmes flous de type Takagi Sugeno incertains*. PhD thesis, Reims, 2005.
- [73] O. Pagès, A. El Hajjaji, and R. Ordóñez, “H/sub/spl infin//tracking for fuzzy systems with an application to four wheel steering of vehicles,” in *SMC’03 Conference Proceedings. 2003 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics. Confe-*

- rence *Theme-System Security and Assurance (Cat. No. 03CH37483)*, vol. 5, pp. 4364–4369, IEEE, 2003.
- [74] H.-J. Uang and G. Huang, “A robust fuzzy model following observer-based control design for nonlinear system,” in *Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on Control Applications, 2004.*, vol. 1, pp. 171–176, IEEE, 2004.
- [75] H. Wu, “Robust tracking and model following control with zero tracking error for uncertain dynamical systems,” *Journal of Optimization Theory and Applications*, vol. 107, no. 1, pp. 169–182, 2000.
- [76] R. Tiwari, S. Padmanaban, and R. B. Neelakandan, “Coordinated control strategies for a permanent magnet synchronous generator based wind energy conversion system,” *Energies*, vol. 10, no. 10, p. 1493, 2017.
- [77] S. Shoja-Majidabad, H. Toosian-Shandiz, and A. Hajizadeh, “Robust fractional-order control of pmsg-based wecs,” *International Journal of Automation and Control*, vol. 9, no. 2, pp. 107–129, 2015.
- [78] Y.-S. Kim, I.-Y. Chung, and S.-I. Moon, “Tuning of the pi controller parameters of a pmsg wind turbine to improve control performance under various wind speeds,” *Energies*, vol. 8, no. 2, pp. 1406–1425, 2015.
- [79] B. Lahfaoui, S. Zouggar, B. Mohammed, and M. L. Elhafyani, “Real time study of p&o mppt control for small wind pmsg turbine systems using arduino microcontroller,” *Energy Procedia*, vol. 111, pp. 1000–1009, 2017.
- [80] A. Meharrar, M. Tioursi, M. Hatti, and A. B. Stambouli, “A variable speed wind generator maximum power tracking based on adaptative neuro-fuzzy inference system,” *Expert Systems with Applications*, vol. 38, no. 6, pp. 7659–7664, 2011.
- [81] A. Rezvani, A. Esmaeily, H. Etaati, and M. Mohammadinodoushan, “Intelligent hybrid power generation system using new hybrid fuzzy-neural for photovoltaic system and rbfsm for wind turbine in the grid connected mode,” *Frontiers in Energy*, vol. 13, no. 1, pp. 131–148, 2019.

- [82] I. M.-B. Hassine, M. W. Naouar, and N. Mrabet-Bellaaj, "Predictive control strategies for wind turbine system based on permanent magnet synchronous generator," *ISA transactions*, vol. 62, pp. 73–80, 2016.
- [83] V. Yaramasu, B. Wu, S. Alepuz, and S. Kouro, "Predictive control for low-voltage ride-through enhancement of three-level-boost and npc-converter-based pmsg wind turbine," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 61, no. 12, pp. 6832–6843, 2014.
- [84] S. Benelghali, M. E. H. Benbouzid, J. F. Charpentier, T. Ahmed-Ali, and I. Munteanu, "Experimental validation of a marine current turbine simulator : Application to a permanent magnet synchronous generator-based system second-order sliding mode control," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 58, no. 1, pp. 118–126, 2010.
- [85] R. Tiwari and N. R. Babu, "Fuzzy logic based mppt for permanent magnet synchronous generator in wind energy conversion system," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 49, no. 1, pp. 462–467, 2016.
- [86] T. L. Van, T. H. Nguyen, and D.-C. Lee, "Advanced pitch angle control based on fuzzy logic for variable-speed wind turbine systems," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 30, no. 2, pp. 578–587, 2015.
- [87] A. Rezvani, M. Izadbakhsh, and M. Gandomkar, "Microgrid dynamic responses enhancement using artificial neural network-genetic algorithm for photovoltaic system and fuzzy controller for high wind speeds," *International Journal of Numerical Modelling : Electronic Networks, Devices and Fields*, vol. 29, no. 2, pp. 309–332, 2016.
- [88] S. Dadfar, K. Wakil, M. Khaksar, A. Rezvani, M. R. Miveh, and M. Gandomkar, "Enhanced control strategies for a hybrid battery/photovoltaic system using fgs-pid in grid-connected mode," *International journal of hydrogen energy*, vol. 44, no. 29, pp. 14642–14660, 2019.
- [89] Y.-C. Chang, H.-C. Chang, and C.-Y. Huang, "Design and implementation of the permanent-magnet synchronous generator drive in wind generation systems," *Energies*, vol. 11, no. 7, p. 1634, 2018.

- [90] D. Ounnas, M. Ramdani, S. Chenikher, and T. Bouktir, “Optimal reference model based fuzzy tracking control for wind energy conversion system,” *International Journal of Renewable Energy Research (IJRER)*, vol. 6, no. 3, pp. 1129–1136, 2016.
- [91] H. Wang, G. Zeng, Y. Dai, D. Bi, J. Sun, and X. Xie, “Design of a fractional order frequency pid controller for an islanded microgrid : A multi-objective extremal optimization method,” *Energies*, vol. 10, no. 10, p. 1502, 2017.
- [92] J. Huang, H. Li, Y. Chen, and Q. Xu, “Robust position control of pmsm using fractional-order sliding mode controller,” in *Abstract and Applied Analysis*, vol. 2012, Hindawi, 2012.
- [93] G. Maione and P. Lino, “New tuning rules for fractional pi α controllers,” *Nonlinear dynamics*, vol. 49, no. 1-2, pp. 251–257, 2007.
- [94] B. Boudjehem and D. Boudjehem, “Fractional order controller design for desired response,” *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I : Journal of Systems and Control Engineering*, vol. 227, no. 2, pp. 243–251, 2013.
- [95] M. Axtell and M. E. Bise, “Fractional calculus application in control systems,” in *IEEE Conference on Aerospace and Electronics*, pp. 563–566, IEEE, 1990.
- [96] L. Chaib, A. Choucha, and S. Arif, “Optimal design and tuning of novel fractional order pid power system stabilizer using a new metaheuristic bat algorithm,” *Ain Shams Engineering Journal*, vol. 8, no. 2, pp. 113–125, 2017.
- [97] J.-P. Wen and M. Dong, “Research of fractional order fuzzy speed control on pmsm,” *International Journal of Engineering and Technical Research*, vol. 3, pp. 2454–4698, 2015.
- [98] D. W. Novotny and T. A. Lipo, *Vector control and dynamics of AC drives*, vol. 41. Oxford university press, 1996.
- [99] E. L. Carrillo-Arroyo, *Modeling and simulation of permanent magnet synchronous motor drive system*. PhD thesis, University of puerto rico Mayagüez Campus, 2006.
- [100] M. Ezzat, *Commande non linéaire sans capteur de la machine synchrone à aimants permanents*. PhD thesis, Ecole Centrale de Nantes (ECN), 2011.

- [101] B. Herissi and D. Boudjehem, “Fractional-order fuzzy controller for a pmsg wind turbine system,” *International Journal of Systems Science*, vol. 51, no. 16, pp. 3237–3250, 2020.